

58  
28j



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA**

**METODO PARA EVALUACION DE REACCIONES  
DE ARRIOSTRAMIENTO**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE**  
**INGENIERO CIVIL**  
**P R E S E N T A**  
**JOSE ALEJANDRO GOMEZ HERNANDEZ**

MEXICO, D.F.

1987



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

INTRODUCCION Y ANTECEDENTES

METODO PROPUESTO

METODO DE GEORGE WINTER

CONCLUSIONES

## INTRODUCCION Y ANTECEDENTES

## INTRODUCCION Y ANTECEDENTES.

El presente estudio, tiene por objeto establecer un método práctico para evaluar de forma aproximada las cargas axiales que actúan en elementos que proporcionan arriostramiento contra pandeo a piezas sujetas a compresión.

El problema aquí tratado ha sido motivo de amplias discusiones y discrepancias entre los especialistas en la materia ya que se trata de un problema de carácter indeterminado, razón por la cual cualquier método o procedimiento para resolverlo en el mejor de los casos, será "buena aproximación", de las incógnitas en estudio.

Existen varios procedimientos propuestos para evaluar los cargas que actúan sobre los elementos de arriostramiento.

En general estos estudios varían desde los experimentales, correlacionados con análisis teóricos complejos hasta simples recetas del orden de magnitud de las cargas como un simple porcentaje de la fuerza que actúa en la pieza que recibe arriostamiento. Cabe mencionar que los estudios antes citados no tienen amplia difusión entre los ingenieros y estudiantes de nivel medio que normalmente colaboran en las oficinas y despachos de diseño estructural en nuestro medio.

El estudio aquí presentado, tuvo su origen como consecuencia de un problema real que se suscitó en 1981.

En esa ocasión, un importante centro comercial ubicado en la ciudad de Guadalajara, Jal; estaba recientemente construido, y los propietarios contrataron a un ingeniero para que éste realizara una inspección técnica en la construcción; la conclusión a la que llegó fue la siguiente:

La estructura metálica de la cubierta del edificio estaba escasa de acuerdo con los criterios tradicionales de estructuración y con las normas establecidas por el AISC, - (American Institute of Steel Construction), por tal motivo el diseñador de la estructura contrató mis servicios - profesionales para realizar el estudio correspondiente y demostrar que la estructura era capaz de resistir las car gas de diseño con el factor de seguridad usual en esos ca sos.

El problema básicamente se limitaba a demostrar que todos los largeros apoyados sobre la cuerda superior de las armaduras principales proporcionan arriostamiento a la mis ma.

Para impedir acciones legales en contra del diseñador era inminente realizar la demonstración antes mencionada en un plazo de 8 días, razón por la cual no había tiempo para -

realizar estudios muy elaborados en un intento de efectuar un análisis práctico del problema, pero a la vez lo suficientemente conservador; nace el método aquí expuesto, mediante el cual se solucionó la discrepancia de criterio entre la Supervisión y el Diseñador.

A la fecha el comportamiento de la estructura estudiada es adecuado, ya que no ha ocasionado problemas de ningún tipo.

La importancia de contar con un método práctico para evaluar las fuerzas que actúan en los elementos de arriostromiento es obvia, ya que para diseñar cualquier pieza es requisito conocer el sistema de fuerzas que actúan sobre de ella.

En la práctica profesional en México, es frecuente que los elementos de arriostromiento no se diseñen mediante un análisis racional usándose, en vez de este, recetas o normas



de procedencia muchas veces desconocida, aplicadas indiscriminadamente sin considerar las limitaciones que existen en ese tipo de criterios.

Este estudio no pretende agotar el tiempo, sino más bien proporcionar un procedimiento racional, simplificado de aplicación práctica al diseño de estructuras. Basado en los principios fundamentales de la mecánica estructural y de esa manera colaborar a llenar el vacío existente en la literatura técnica, especialmente en idioma español del tema tratado.

Los beneficios de un análisis estructural de este tipo, son grandes desde el punto de vista técnico y económico a continuación se detallan:

a) ENFOQUE TECNICO.

Al efectuar un análisis de este tipo se complementa el -

conocimiento del comportamiento de la estructura analizada y, al considerar la interacción de todos o casi todos los elementos que forman la estructura, se obtiene un diseño con un menor grado de incertidumbre, lo cual repercute en diseños que no sean excesivamente conservadores lograndose estructuras más ligeras.

b) ENFOQUE ECONOMICO.

Desde este punto de vista, el presente método se ha aplicado al diseño de naves industriales utilizando factores de seguridad muy conservadores, no obstante, estos se han conseguido ahorros en peso de la estructura por unidad de construcción en planta del orden de un 15%. Con respecto a los criterios tradicionales de diseño utilizados por muchas de las empresas de Ingeniería Industrial en México, lo cual en la mayoría de los casos se traduce en un ahorro significativo de dinero.

Finalmente cabe comentar que el tema aún esta abierto, y si este estudio sirve para que algún ingeniero aplique los conceptos aquí expuestos en el diseño de alguna estructura, o lo motive a investigar con profundidad sobre el tema, se habrá cumplido la función que se desea.

## METODO PROPUESTO

### METODO PROPUESTO.

#### DETERMINACION DE LA CARGA AXIAL QUE ACTUA SOBRE UN PUNTAL DE ARRIOSTRAMIENTO.

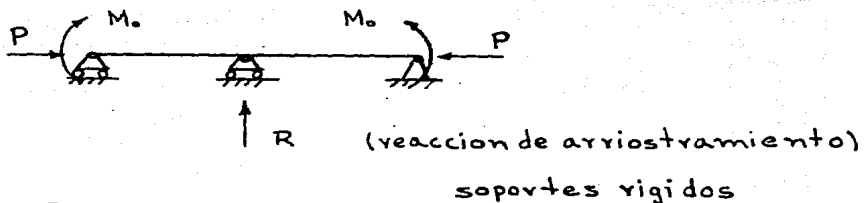
El presente estudio tiene por objeto determinar de manera aproximada el orden de magnitud de la carga recibida por un puntal que tiene como función dar restricción a un elemento sujeto a compresión axial.

Las causas que originan el fenómeno de pandeo aún no son del todo conocidas, sin embargo las teorías más aceptadas mencionan como causas del fenómeno de pandeo a las siguientes:

- a). Excentricidad accidental en la aplicación de la carga.
- b). Esfuerzos residuales en el material.
- c). Falta de homogeneidad en el material.
- d). Deformaciones iniciales en el elemento, etc.

Consideramos que estas causas se pueden tomar en cuenta en forma aproximada admitiendo la existencia de una excentricidad aleatoria que en cada caso es diferente, motivo por el cual su valuación exacta se torna imposible, no obstante, esto de la experiencia acumulada por investigadores y practicantes de la profesión de ingeniería en el área estructural sabemos que la magnitud de la mencionada excentricidad es muy pequeña en la mayoría de los casos.

De acuerdo a los lineamientos establecidos en los párrafos anteriores presentamos el siguiente modelo para fines de análisis.

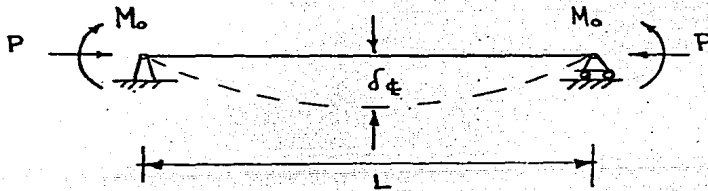


$$M_o = P e$$

$e$ ; (excentricidad aleatoria)

Determinaremos la carga "R" que actúa sobre el puntual aplicando los conceptos básicos del método de compatibilidad de deformaciones.

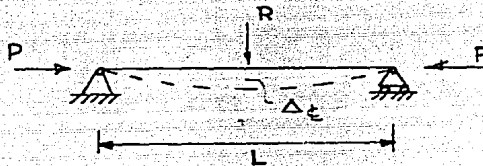
Del libro de Theory of Elastic Stability de Timoshenko y Gere. Presentamos la siguiente solución:



$$\delta_c = \frac{M_0 L^2}{8EI} \lambda(u)$$

$$u = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_{cr}}}$$

Por otra parte sabemos que para el siguiente caso



$$\Delta \epsilon = \frac{R L^3}{48 EI} \chi(u)$$

Teniendo en cuenta que bajo condiciones de trabajo la flecha al centro del claro debe ser nula, se debe de cumplir la siguiente condición:

$$\delta \epsilon = \Delta \epsilon$$

$$\frac{M_0 L^2}{8 EI} \lambda(u) = \frac{R L^3}{48 EI} \chi(u)$$

$$\therefore R = 6P \left( \frac{e}{L} \right) \frac{\lambda(u)}{\chi(u)}$$



Donde "R" representa la carga que actúa sobre el puntal en condiciones de trabajo.

#### Pandeo Inelástico.

Aún en el caso en que un elemento estructural esté trabajando a compresión dentro del rango de comportamiento inelástico

$$\frac{K L}{\gamma} < C_c \quad (\text{ver AISC.})$$

de acuerdo a la teoría del módulo tangente de F.R. Shanley se puede demostrar que la aplicación de los resultados anteriores para comportamiento elástico resulta válida, debido a que las fórmulas utilizadas por ésta teoría son las mismas que para comportamiento inelástico tan solo substituyendo E por  $E_T$  donde E es el módulo de elasticidad lineal y  $E_T$  es

el módulo tangente de acuerdo a la definición de Shanley, por tanto el análisis anterior es aplicable teniendo en cuenta las limitaciones de la teoría.

Funciones:  $\lambda(u)$ ,  $\chi(u)$  y  $\eta(u)$ .

$$u = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_r}}$$

$2u$	$\lambda(u)$	$\chi(u)$	$\eta(u)$
0	1	1	1
0.6	1.038	1.0374	1.037
1.0	1.117	1.1113	1.114
1.6	1.361	1.3455	1.354
2.0	1.704	1.6722	1.690
3.0	11.670	11.2013	11.490
	00	00	00

$$\lambda(u) = \frac{2(1 - \cos u)}{u^2 \cos u}$$

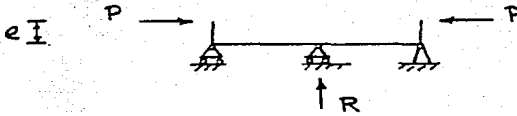
$$\chi(u) = \frac{3(\tan u - u)}{u^3}$$

$$\eta(u) = \frac{12(2 \sec u - u^2 - 2)}{5u^4}$$

### Cálculo de reacciones de arriostamiento.

Examinaremos más a fondo el caso presentado antes y los resultados que obtendremos los generalizaremos para el caso en el cual se tengan "n" puntos de arriostamiento o soporte lateral a lo largo del elemento rigidizado.

Consideremos otra vez el problema presentado antes:



La reacción "R" está expresada por la siguiente ecuación:

$$R = 6P \left( \frac{e}{L} \right) \frac{\lambda(u)}{\chi(u)}$$

en donde

$$u = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_{cy}}}$$

de la observación de ésta ecuación podemos concluir lo siguiente:

- 1º El término  $\delta P \left( \frac{e}{L} \right)$  "cuantifica la influencia de la excentricidad aleatoria "e" sin considerar los efectos de 2o. orden del problema estudiado.
- 2º El término  $\frac{\lambda(u)}{\chi(u)}$  toma en cuenta los efectos de segundo orden en el caso en estudio.

La intención de éste artículo es definir un procedimiento de análisis simplificado que puede ser aplicado a la mayoría de los problemas típicos que se presentan dentro del diseño de elementos sujetos a compresión con objeto de lograr la máxima simplicidad, sacrificaremos un poco de "precisión" y de elegancia al no formular un complicado y riguroso procedimiento de análisis matemático que caería dentro de los ya establecidos y que sería teóricamente "exacto" pero impráctico para ser aplicado en la mayoría de los diseños que se presentan en la práctica.

En cambio obtendremos un procedimiento de análisis aproxi-

mado y suficientemente preciso para ser aplicado a los - problemas de diseño que se presentan con mayor frecuencia, además de ser un procedimiento de aplicación extremadamente simple.

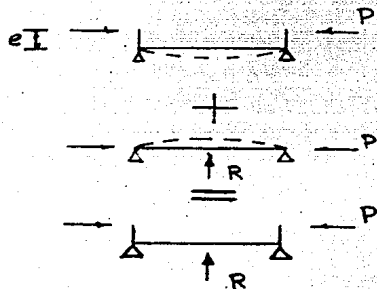
Con objeto de simplificar aún más el resultado ya obtenido para calcular la reacción "R". Demostraremos que para efectos de calcular reacciones no se comete un error grande si se desprecia la influencia de los efectos de segundo orden.

Consideremos nuevamente la solución del problema teniendo presentes los principios de compatibilidad de deformaciones y de superposición de causas y efectos.

La ecuación general que gobierna la deformación de vigas columnas es:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

Considerando todo ésto obtendremos:



$$\text{I} \quad M_{\text{I}} = P(e + y_{\text{I}})$$

$$\text{II} \quad M_{\text{II}} = -\frac{R}{2}x - P y_{\text{II}}$$

$$\text{III} \quad M_{\text{III}} = M_{\text{I}} + M_{\text{II}}$$

Considerando que:  $\Delta \epsilon_{\text{I}} = \Delta \epsilon_{\text{II}}$

$$y_{\text{III}} = y_{\text{I}} - y_{\text{II}} \approx 0$$

$$\therefore M_{\text{III}} = Pe - \frac{Rx}{2}$$

Con el fin de visualizar que tan buena aproximación se logra con las hipótesis del análisis anterior haremos un estudio comparativo entre el resultado exacto y el apro-

ximado.

$$R = 6P\left(\frac{e}{I}\right) \frac{\lambda(u)}{\chi(u)}$$

$$\tilde{R} = 6P\left(\frac{e}{I}\right) \quad (\text{Aprox.})$$

$$\frac{R}{\tilde{R}} = \frac{\lambda(u)}{\chi(u)} \approx 1$$

Este resultado se puede apreciar en la siguiente tabla.

$2u$	$\frac{\lambda(u)}{\chi(u)}$
0	1.0000
0.6	1.0006
1.0	1.0051
1.6	1.0115
2.0	1.0190
2.6	1.0307
3.0	1.0418

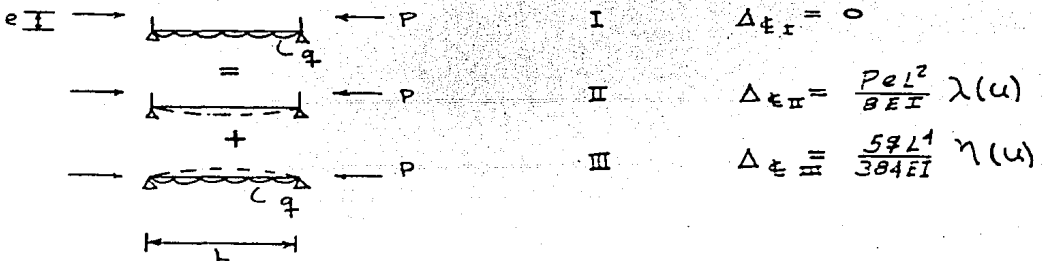
de los resultados obtenidos para  $\frac{\lambda(u)}{\chi(u)} \approx 1$  se concluye -  
 que los efectos de 2º orden no son significativos para el  
 cálculo de reacciones en el caso estudiado.

Cálculo de la reacción de arriostramiento sobre un dia -  
 fragma apoyado de forma continua.

Este problema lo resolveremos de modo aproximado y usare -  
 mos para éste efecto el método directo de compatibilidad  
 de deformaciones.

En la solución de éste problema usaremos una hipótesis o -  
 dicional que consiste en suponer que la reacción de com -  
 presión sobre la sección transversal del diafragma esta  
 uniformemente distribuida.

Planteamiento y solución del problema.





$$\Delta \epsilon_{II} = \Delta \epsilon_{II}$$

$$q = 9.6 P \left( \frac{e}{L^2} \right) \frac{\lambda(u)}{\eta(u)}$$

si;  $Q = qL$

entonces:

$$Q = 9.6 P \left( \frac{e}{L} \right) \frac{\lambda(u)}{\eta(u)}$$

$Q$ ; (reaccion total)

Igual que en el caso anterior demostraremos mediante un análisis comparativo que los efectos de segundo orden no son significativos.

$$Q = 9.6 P\left(\frac{e}{L}\right) \frac{\lambda(u)}{\eta(u)}$$

$$\tilde{Q} = 9.6 P\left(\frac{e}{L}\right) \quad (\text{Aprox.})$$

$$\frac{Q}{\tilde{Q}} = \frac{\lambda(u)}{\eta(u)} \approx 1$$

Este resultado se puede apreciar en la siguiente tabla:

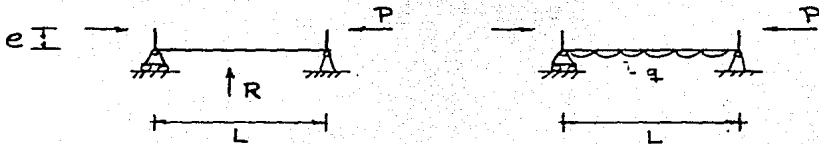
$2u$	$\frac{\lambda(u)}{\eta(u)}$
0	1.0000
0.6	1.0010
1.0	1.0027
1.6	1.0052
2.0	1.0085
2.6	1.0185
3.0	1.0157
$\pi$	1.0281

$$\lim_{u \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\lambda(u)}{\eta(u)} = 1.0281$$

Por tanto se puede concluir que los efectos de segundo orden se pueden despreciar.

Conclusiones generales respecto a las reacciones de arriostromiento.

Consideremos los dos casos siguientes



Reacción concentrada

Reacción uniformemente  
distribuida.

$$R = 6P \left( \frac{e}{L} \right)$$

$$Q = 9.6P \left( \frac{e}{L} \right)$$

Relación entre reacciones totales:

$$\frac{Q}{R} = \frac{9.6}{6} = 1.6$$

Este resultado nos demuestra que la reacción total entre un apoyo y un número infinito de apoyos tan solo varía en un 60% como máximo esto implica que en los casos intermedios en los cuales tenemos un número "n" de apoyos lo suficientemente grande, podemos prescindir de un análisis de tipo matricial diseñado conservadoramente con la reacción total "Q".

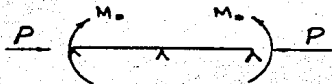
Cálculo de reacciones de arriostamiento sin considerar el efecto de la carga axial de compresión.

Como ya se demostró anteriormente, el efecto producido por las cargas de compresión sobre la magnitud de las reacciones de arriostamiento no es significativo por tanto, para calcular éstas, podemos prescindir de un análisis de segundo orden y proceder como a continuación se indica.

El problema que originalmente se planteó para su solución y estudio se ha reducido a los siguientes modelos.



Modelo original



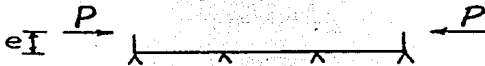
Modelo equivalente



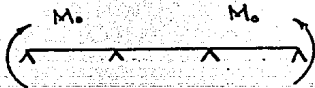
Modelo simplificado

$$M_0 = P e$$

Para calcular las reacciones de arriostamiento que actúan sobre un elemento sujeto a compresión en "n" puntos cualesquiera del mismo, el problema se reduce a resolver el siguiente modelo:



Modelo original



Modelo simplificado

$$M_0 = P e$$

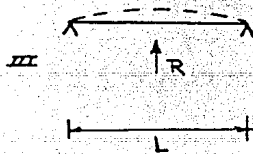
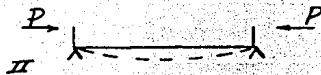
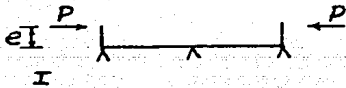
Este modelo simplificado se puede resolver por cualquiera de los siguientes métodos:

1. Método matricial de rigideces.
2. Método matricial de flexibilidades.

3. Método de KANI
4. Método de CROSS
5. Métodos energéticos.

Ejemplo de aplicación del método matricial para obtener las reacciones de arriostamiento.

Consideremos el siguiente caso que ya resolvimos anteriormente por el método de compatibilidad de deformaciones.



El cálculo de se realiza a partir de la ecuación general de la elástica para el Estado II.

Solución matricial Estado III.

$$\{\bar{F}_{ext.}\} = [K] \{\bar{a}\}$$

Cálculo de la matriz de rigideces. [K]

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{6}{L/2} & 0 \\ 0 & \frac{6}{(L/2)^3} \end{bmatrix} EI$$

Obtención del vector de desplazamientos. {d}

$$\Delta_{\phi} = \frac{M_0 L^2}{8EI}$$

$$\rho_{\phi} = 0$$

$$\{d\} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M_0 L^2}{8EI} \end{bmatrix}$$



Obtención del vector de fuerzas efectivas  $\{\bar{F}_{ef}\}$

$$\{\bar{F}_{ef}\} = \begin{bmatrix} 0 \\ R \end{bmatrix}$$

Solución del problema.  $\{\bar{F}_{ef}\} = [K] \{\bar{d}\}$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{6}{L/2} & 0 \\ 0 & \frac{6}{(L/2)^3} \end{bmatrix} EI \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M_0 L^2}{8EI} \end{bmatrix}$$

Substituyendo  $M_0 = Pe$  se obtiene.

$$R = 6P \left( \frac{e}{L} \right)$$

Resultado idéntico obviamente al de la solución por el método directo de compatibilidad de deformaciones.

El problema presentado anteriormente está totalmente resuelto desde el punto de vista matemático, ahora tan solo falta determinar el valor numérico de "Mo = pe" en donde "e" es la excentricidad que origina el pandeo. Como ya - dijimos, este valor es de carácter aleatorio pero para su determinación con fines prácticos podemos tomar como un - valor inicial la tolerancia máxima de piezas laminadas res pecto a la flecha inicial de su eje longitudinal.

$$e = \frac{L}{1000}$$

Para definir una excentricidad de diseño usaremos el siguiente criterio:

$$e_{\text{diseño}} = (\text{f.S.}) \frac{L}{1000}$$

$L$  = Longitud total en (cm)

F.S. = Factor de seguridad  $4 \leq \text{F.S.} \leq 10$

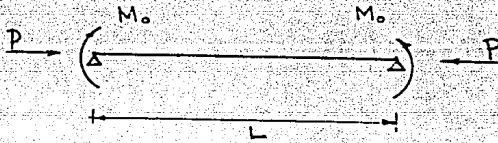
$e_{\text{diseño}}$  = Excentricidad de diseño (cm)

$M_o$  =  $e_{\text{diseño}} P$

## APENDICE I.

### Ecuación de la elástica del modelo original y del modelo simplificado.

Modelo original:



$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{EI} y = -\frac{Pe}{EI}$$

$$\Delta = y = \frac{M_0 L^2}{BEI} \frac{2}{u^2 \cos u} \left[ \cos\left(u - \frac{2ux}{L}\right) - \cos u \right]$$

$$\varphi = \frac{d\theta}{dx} = \frac{M_0 L}{2EI} \frac{\sin\left(u - \frac{2ux}{L}\right)}{u \cos u}$$

Modelo simplificado:

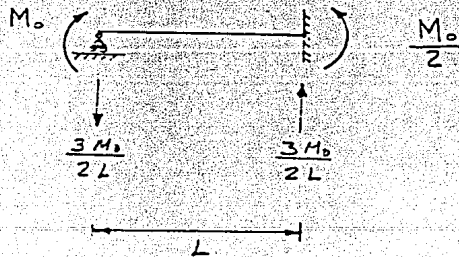


$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M_0}{EI}$$

$$\Delta = y = \frac{M_0}{EI} \frac{x^2}{2} \left(2 - \frac{l}{x}\right)$$

$$\varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{M_0}{EI} \frac{x}{2} \left(2 - \frac{l}{x}\right)$$

Fuerzas de fijación para el caso típico siguiente:



## METODO DE GEORGE WINTER

METODO DE GEORGE WINTER:

(Documento No. 3044 de la Revista ASCE. American Society of Civil Engineers).

INTRODUCCION.

Las dos clases de arriostramiento estructural son:  
Para resistir cargas secundarias, tal como lo es el arriostramiento suministrado para resistir efectos de viento, la otra clase es la que sirve para incrementar la resistencia de elementos estructurales por medio de acortar su longitud efectiva y de esa manera prevenir los del pandeo en su dirección más débil.

Este método se refiere unicamente a esta última clase de arriostramiento.

Aquí otra vez, hay dos tipos diferentes de problemas, el

primero de estos es el arriostromiento aplicado para impedir el giro por torsión en vigas.

El segundo problema es en relación aplicado para prevenir el pandeo en la dirección más débil, y por ello incrementar la resistencia útil del elemento estructural.

Es esta última clase de arriostromiento contra pandeo es el sujeto de la presente investigación.

Para resistir cargas secundarias, e impedir el volteo por torsión, es solamente necesario suministrar arriostromiento de resistencia suficiente dadas las cargas, básicamente no hay dificultad de calcular las fuerzas internas en el sistema de arriostromiento y dimensionarlo de acuerdo a ellas.

En contraste, con el arriostromiento contra pandeo para -



que sea efectivo debe de poseer no solo el requisito de resistencia sino también una rigidez mínima, definida - como será visto posteriormente, ni la resistencia ni la rigidez requerida puede ser calculada unívocamente excepto con base a la suposición de imperfecciones de forma o carga del elemento que se pretende arriostrear.

La mención de algunos problemas frecuentes de tal arriostreamiento mostrarán la variedad de tales situaciones. Para prevenir el pandeo de la cuerda de compresión de una armadura de cubierta fuera de su plano, ¿ es la resistencia y la rigidez de la propia cubierta suficiente o deben usarse elementos especiales para arriostreamiento?

Para que una viga este completamente arriostreada su cuerda de compresión debe de estar enbevida en una losa de piso de concreto, si no lo esta ¿ cual es la resistencia y rigidez mínima requerida por el sistema de piso para dar arriostreamiento completo?, estos casos serán suficientes -

para mostrar en que consiste el problema del arriostramiento contra pandeo.

### COLUMNAS CON ARRIOSTRAMIENTO PUNTUAL

#### ANALISIS

Como una aceptable aproximación, el trabajo del arrios -  
tramiento puede considerarse de tipo elástico. Consecuentemente  
para columnas ideales la bien establecida teoría de  
columnas sobre soportes elásticos la cual permite para una  
columna dada determinar la relación entre rigidez de soporte  
y carga de columna, al menos para casos simples de soportes  
equidistantes.

Estas investigaciones no dan información respecto a la -  
resistencia requerida por el soporte, porque para tales -  
condiciones ideales la reacción del soporte es cero y es

indeterminada cuando el pandeo ocurre.

Sin embargo, para la mayoría de las situaciones de diseño la pregunta no es la de determinar la carga de pandeo para una rigidez de soporte dada.

La pregunta es mucho más simple determinar la rigidez mínima del arriostamiento.

Si una columna ideal con extremos articulados y con un soporte al centro del claro fig. 1 (a), se pandea en dos ondas senoidales.

En el soporte intermedio la segunda derivada de "y" con respecto a "x" ( $y'' = -M/EI=0$ ); en la cual "M" es el momento de la fuerza, "I" es el momento de inercia y "E" es el módulo de elasticidad.

# COLUMNA IDEAL CON ARRIOSTRAMIENTO ELASTICO

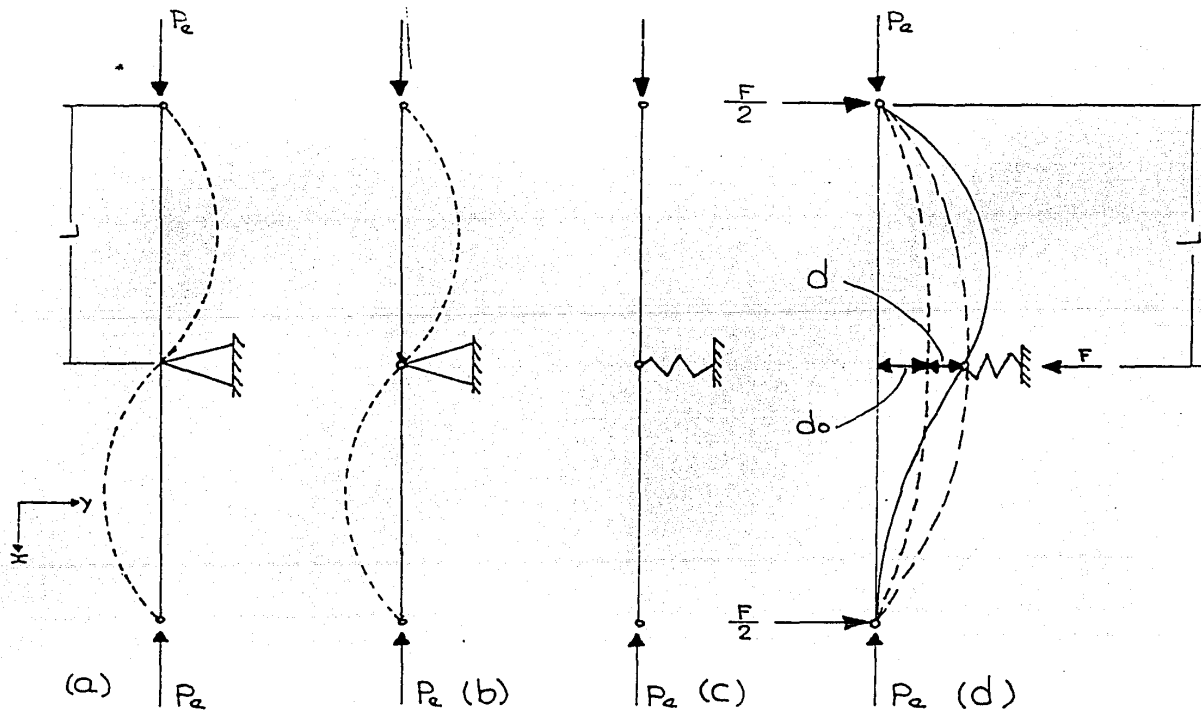


figura 1

Consecuentemente, si una articulación real o ficticia fuera introducida en el soporte en la columna continua, como se muestra en la fig. 1 (b), nada estaría cambiando. En particular, la columna con o sin tal articulación, se pandea en la carga "P<sub>e</sub>", de Euler - Shanley en la cual "L" es la longitud de la columna y en el dominio elástico "E", es el módulo de Young y en el dominio plástico es el módulo tangente.

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Si esta columna ideal es arriostrada por un soporte elástico y si este soporte es lo suficientemente rígido para proporcionar arriostramiento completo, la columna se pandea exactamente de la misma forma como lo haría con un soporte rígido, y otra vez con una articulación ficticia puede ser introducida en el soporte fig. 1 (c).

Para obtener información para diseño práctico de arriostros es ahora necesario investigar columnas reales. Es to es necesario porque, como se mencionó previamente, la teoría de columnas ideales indicaría que soportes de resistencia infinitesimal son suficientes, lo cual evidentemente es una idealización no permisible.

Para simplificar el análisis se supondrá que imperfecciones actúan en la columna y que pueden ser representadas por una deformación inicial equivalente, cuya amplitud "d", es pequeña comparada con "L", tal como una columna, con un soporte elástico, que se muestra en fig. 1 (d).

Como la columna esta cargada, el soporte elástico con cons tante de resorte "K", se deforma junto con la columna como se muestra en las líneas punteadas, con una consecuente reacción de soporte  $F = Kd$ . si se da arriostramento comple to, la falla final ocurre para una carga igual o casi igual a "Pe", en esa carga la columna se pandea en dos ondas se -

noidales.

En este caso como antes, una articulación ficticia puede ser introducida en el soporte con un error despreciable.

Tomando momentos respecto de la articulación en el soporte

$$M = \frac{FL}{2} - P_e (d_o + d) = 0$$

Introduciendo  $F = Kd$ , uno obtiene la constante del resorte requerida para producir arriostamiento completo:

$$K_{req} = \frac{2P_e}{L} \left[ (d_o/d) + 1 \right]$$

Para una columna ideal  $d_0 = 0$ , y uno tiene

$$K_{id} = \frac{2P_c}{L} = \frac{2\pi^2 EI}{L^3}$$

Este valor es idéntico con el dado, por la teoría exacta de columnas elásticamente soportadas.

Esta cantidad de rigidez es la requerida para hacer un soporte elástico tan efectivo como un soporte rígido.

Se observa que la rigidez requerida para producir arriostamiento completo a columnas imperfectas es mayor que la necesaria para columnas ideales.

Si uno conoce o estima la imperfección inicial " $d_0$ " y si uno estipula la máxima deflexión permisible " $d$ ", inmediatamente antes de la falla, uno puede entonces calcular la constante de resorte requerida " $K_{req}$ ", la cual es una medida de la rigidez del arriostamiento.



La resistencia requerida por el arriostamiento "S<sub>req</sub>", es igual a la reacción "F", inmediatamente antes del pondeo eso es:

$$S_{req} = K_{id} (d_o + d')$$

## CONCLUSIONES

### CONCLUSIONES.

- a) Como se ha visto en los análisis presentados anteriormente el problema tratado es de carácter indeterminado por tanto cualquier análisis en el mejor de los casos es una aproximación.
- b) Se han obtenido las cotas límites inferiores del problema en el análisis de George Winter.
- c) Se ha desarrollado un procedimiento convencional para evaluar las reacciones de arriostramiento.
- d) Los resultados obtenidos mediante estos análisis son satisfactorios para el Diseño de elementos de arriostramiento.
- e) El considerar todos los elementos de arriostramiento en el diseño hace posible utilizar al máximo la

capacidad de los elementos principales con el consecuente ahorro en peso de la estructura.

f) Un mejor entendimiento de las variables que intervienen en el proceso de pandeo y una mejor comprensión del comportamiento de conjunto de todos los elementos que integran una estructura.

En base a los análisis presentados anteriormente se puede formular un procedimiento para el diseño y/o revisión de los elementos que proporcionan arriostamiento contra pandeo a una pieza sujeta a compresión.

En un número grande de casos reales los elementos que proporcionan arriostamiento además de tener esta función tienen la función de soportar algún otro tipo de acción, por ejemplo, los largueros apoyados en la cuerda superior de una armadura o de un arco no solo proporcionan arriostamiento sino que también soporta la cubierta del edificio a que pertenecen, motivo por el cual se encuentran trabajando a flexocompresión, de tal modo que deben de ser diseñados con las normas correspondientes para este tipo de acción conforme a los reglamentos aplicables al caso. Para lograr esto se requiere conocer la magnitud de las cargas que actúan sobre el elemento en cuestión.

**Procedimiento de diseño para elementos de arriostamiento  
en estructuras de acero.**

1º Determinar las cargas que actúan sobre el elemento.

2º Cálculo de la carga axial inducida al elemento por la  
tendencia al pandeo de la pieza que recibe el arrios-  
tramiento mediante el método propuesto.

3º Verificar que:

$$K_{\text{diseño}} > K_{\text{id.}}$$

$$S_{\text{diseño}} > S_{\text{id.}}$$

De acuerdo con lo expuesto en el método de George Winter.

4º Diseñar conforme las normas AISC. el elemento en cues-  
tión.

## APENDICE II

## B I B L I O G R A F I A

- 1.- THEORY OF ELASTIC STABILITY. Timoshenko
- 2.- STEEL CONSTRUCTION MANUAL. A.I.S.C.
- 3.- ESTRUCTURAS DE ACERO. Oscar de Buen
- 4.- DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO. Bresler
- 5.- A TREATISE ON THE MATHEMATICAL THEORY OF - -  
ELASTICITY. Love
- 6.- JOURNAL OF THE STRUCTURAL DIVISION. Proceedings  
of the American Society of Civil Engineers
- 7.- RESISTENCIA DE MATERIALES. Timoshenko
- 8.- INTRODUCCION A LA MECANICA DE SOLIDOS. Egor - -  
Popov
- 9.- MECANICA DE MATERIALES. F.R. Shanley