

167
2ej



Universidad Nacional Autónoma
de México

FACULTAD DE INGENIERIA

“MODELO CONTINUO SENCILLO PARA INCLUIR LA
CONTRIBUCION DEL SUELO EN LA RESPUESTA
SISMICA DE CHIMENEAS”

T E S I S

Que para obtener el titulo de
INGENIERO CIVIL
p r e s e n t a

BRAULIO TORRES MIRANDA

México, D. F.

1987



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Modelo Continuo Sencillo para Incluir la Contribución del Suelo
en la Respuesta Sísmica de Chimeneas.**

I N D I C E

- 1) INTRODUCCION**
- 2) DISCUSION DE MODELOS EXISTENTES**
- 3) PLANTEAMIENTO DEL MODELO**
- 4) APLICACIONES A CHIMENEAS**
- 5) CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**
- 6) REFERENCIAS**
- 7) TABLAS Y FIGURAS**

I N D I C E

1.	Introducción -----	1
2.	Discusión de modelos existentes -----	5
2.1	Modelo del semiespacio -----	5
2.2	Modelo de elementos finitos -----	5
2.3	Modelos discretos -----	8
2.4	Modelos continuos -----	9
3.	Planteamiento del modelo -----	10
3.1	Idealización para fines de análisis dinámico -----	10
3.2	Viga Euler-Bernoulli -----	11
3.2.1	Vibración de vigas uniformes a flexión -----	11
3.2.2	Solución de la ecuación de movimiento en vibración libre -----	13
3.3	Influencia de las condiciones de cimentación -----	15
3.4	Sistema suelo-cimentación -----	19
3.4.1	Parámetros del sistema suelo-cimentación -----	19
3.5	Efectos del cortante y la inercia rotacional -----	22
4.	Aplicaciones -----	27
4.1	Obtención de ecuaciones características de frecuencias -----	27
4.2	Solución de la ecuación característica -----	31
4.4	Respuesta dinámica -----	32
4.4.1	Solución de la ecuación de movimiento para sistemas de un grado de libertad por coordenada generalizada -----	32
4.4.2	Respuesta sísmica -----	35
4.4.3	Respuesta sísmica espectral -----	36
5.	Conclusiones y Recomendaciones -----	43
6.	Referencias -----	47
7.	Tablas y Figuras -----	49

1. INTRODUCCION

El principal problema que tiene que resolver la Ingeniería Civil es el de proporcionar seguridad adecuada a toda estructura considerando las condiciones más adversas a que se verá sometida durante su vida útil. Este compromiso aumenta cuando dichas estructuras deberán evitar, en caso de falla, daños al sistema productivo que indirectamente afectará a la sociedad; este es el caso de las chimeneas. Puede decirse que son cascarones cilíndricos, generalmente con variación lineal de sus radios en toda la altura, aunque en ocasiones es hiperbólica o bien de tramos de sección transversal constante; además que forman parte de un grupo de estructuras en las cuales su falla debe tratar de evitarse, fundamentalmente porque su funcionamiento está ligado estrechamente con estructuras para fines industriales.

Aún cuando pudiera considerarse que las chimeneas son estructuras sencillas, simples en su forma, resultan complejas cuando se trata de evaluar su respuesta ante diversas sollicitaciones. Entre las sollicitaciones, o combinaciones de ellas, para las que se deben diseñar están: peso propio, viento, sismo, gradiente de temperatura en el tiro y una variable más difícil de evaluar es la que se refiere a la interacción suelo-estructura. Conviene destacar que las estructuras que consideramos en este trabajo difieren de los péndulos invertidos (como tanques elevados) en que gran parte de su masa está distribuida a lo largo de su altura y de los edificios en que predominan las deformaciones de flexión del conjunto.

El análisis de un ejemplo sencillo revela algunos problemas típicos de estas estructuras. En nuestro caso consideramos una viga unifor

me que trabaja sólo a flexión y que tiene condiciones bien definidas; en el modelo que se plantea, se desprecian las deformaciones por cortante y los efectos de la inercia rotacional, del amortiguamiento y de los efectos que producen la gravedad.

La sollicitación más sencilla de evaluar es la correspondiente al peso propio de los materiales, accesorios, revestimientos y equipos. La sollicitación por viento es fácilmente calculada si se conoce su velocidad máxima en el lugar de construcción. También, conocido el espectro sísmico será relativamente sencillo obtener el comportamiento estructural; se pueden determinar de una manera fácil y breve los períodos y frecuencias naturales de vibración; esto es importante para la obtención de la respuesta ante sollicitaciones sísmicas. Para calcular los esfuerzos producidos por los gradientes de temperatura, es necesario conocer con precisión el coeficiente de dilatación térmica de los materiales.

El concepto de interacción dinámica suelo-estructura ha surgido al notarse los efectos que tienen las propiedades de la estructura y las condiciones locales del suelo, en el movimiento del sistema ESTRUCTURA-CIMIENTO-SUELO. En el pasado el análisis sísmico de estructuras se llevó a cabo suponiendo que el movimiento que se aplica en su base o las fuerzas estáticas equivalentes que se aplican en los distintos niveles, eran independientes de las propiedades del subsuelo, de las características de la estructura y de la cimentación. Las propiedades del subsuelo afectan la respuesta sísmica de una estructura en tres formas distintas.

- a) Modificando las características y el contenido de frecuencias del sistema (movimiento de campo libre).
- b) Modificándola según el tipo y forma de la cimentación.

c) Combinando el período fundamental y el amortiguamiento efectivo de la estructura.

El primer efecto se incorpora en el diseño usando espectros o coeficientes sísmicos para diferentes tipos de suelo (firme, intermedio y blando). El segundo conduce a la consideración de efectos torsionantes mediante excentricidades accidentales. Para losas de cimentación rígidas y de grandes dimensiones o con cimentaciones profundas este efecto conduce a una disminución de las aceleraciones horizontales.

El tercer efecto se toma en cuenta calculando el período y amortiguamiento de la estructura incluyendo la flexibilidad de la cimentación.

El efecto de la interacción con el suelo puede ser notorio en cualquier tipo de estructura, tales como presas, edificios, chimeneas y torres. En este trabajo se presenta el planteamiento de un modelo sencillo de chimeneas para resolver este tipo de problemas, mediante un análisis conjunto de la estructura y el suelo. En particular, se utiliza el programa que se usó en el Curso de Aplicaciones de Calculadoras Programables a Problemas de Ingeniería en la división de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería en Octubre de 1985. (ref. 1)

La solución de cualquier problema de ingeniería comprende, entre otros aspectos importantes, las siguientes tres etapas: un desarrollo teórico del método a seguir, una calibración en la práctica del análisis propuesto y, como complemento fundamental, un procedimiento de análisis numérico que permita llegar a la solución de un caso particular en forma expedita. Conviene aclarar que este trabajo está limitado en cuanto a la solución a que se llega, debido

a que no se usó una computadora de gran capacidad de memoria, ya que si se desea lograr una mejor solución deberán emplearse mejores procedimientos para modelar a la estructura y una máquina que tenga capacidad de memoria suficiente para resolver el problema.

Podemos considerar por lo que respecta a las dos primeras etapas, en interacción suelo-estructura, en términos generales, que se han obtenido resultados satisfactorios que han permitido avanzar en cada uno de ellos. Sin embargo, en lo que no se ha logrado un avance todavía satisfactorio es en el desarrollo de métodos numéricos, accesibles para el ingeniero de la práctica. En este sentido, los programas de computadora para la solución de la interacción suelo-estructura son relativamente escasos y su disponibilidad en la práctica está muy limitado. Por lo tanto, es muy deseable que la investigación se encamine a la elaboración de programas de computadora a los cuales el ingeniero tenga fácil acceso.

2. DISCUSION DE MODELOS EXISTENTES.

En la actualidad se cuentan con varias formas de resolver el problema de acoplamiento entre suelo, cimentación y estructura. Como se mencionó en el primer capítulo, la interacción dinámica entre una estructura y un suelo se refiere a la manera como se comporta o responde un suelo cuando sobre él se encuentra apoyada o encajonada la cimentación de una obra y existen fuerzas dinámicas producidas por sismos o maquinaria.

Como consecuencia de esta interacción se tiene que, dependiendo del tipo de terreno de cimentación, el suelo afecta los movimientos de la estructura y ésta a la vez afecta los movimientos del suelo. En el caso de movimientos originados por sismos, el efecto de interacción quedaría representado por la diferencia en los movimientos de un punto bajo la cimentación de una estructura y los que se tendrían en el suelo si la estructura no existiera (ver la fig. 1.) Este efecto sería, por ejemplo, la diferencia en los movimientos que se tendrían entre los puntos A y B de la figura anterior. Dicha diferencia es menor en la medida que la rigidez del suelo aumenta.

Existen básicamente dos métodos para representar el comportamiento dinámico de una chimenea que interactúa con el suelo, estos son:

- 2.1 El que se le conoce con el nombre del semiespacio que modela al suelo mediante resortes y amortiguadores.
- 2.2 El del elemento finito que idealiza al suelo y las estructuras precisamente con elementos finitos donde se estiman las deformaciones y esfuerzos.

El método del SEMIESPACIO consiste fundamentalmente en suponer que la estructura se encuentra apoyada o encajonada en un medio semiinfinito elástico y que las restricciones o resistencia que el suelo pre

senta a los diversos movimientos de la cimentación durante un sismo, se pueden representar por resortes y amortiguadores en la forma señalada en la fig. 2.

La determinación de los parámetros que gobiernan el comportamiento de estos resortes y amortiguadores se realiza a partir de la teoría que analiza la respuesta de una masa vibrando sobre un medio semiinfinito elástico. Lo que se hace es determinar primeramente esta respuesta para un cierto modo de vibración y expresarla en la forma como se establece la ecuación de equilibrio en sistemas de un grado de libertad sujetos a ese mismo tipo de vibración.

La forma en que se toman en cuenta los parámetros de los resortes en traslación lineal y cabeceo se describen en el punto 3.4. Capítulo 3. Algunas de las principales ventajas del método del semiespacio en el análisis de interacción son:

- 1° Es simple, versátil y fácil de aplicar una vez que se han estimado convenientemente la inercia, las rigideces angular y de giro (cabeceo) en el sistema suelo-estructura.
- 2° A través de él se pueden estimar las respuestas básicas y efectuar estudios en un tiempo razonablemente corto.
- 3° Permite comprender o entender más fácilmente el mecanismo de la interacción entre el suelo y la estructura.

Entre las desventajas se tienen las siguientes:

- 1° No toma en cuenta la variación de las aceleraciones del suelo con la profundidad ya que por lo general supone que dicha aceleración es constante.
- 2° Se considera que la aceleración en la base de la cimentación es la misma que la de campo libre, aquí no se está tomando en cuenta la forma como la estructura modifica los movimientos del suelo.

3° Los efectos en la interacción debido a otras estructuras vecinas, no son tomadas en cuenta mediante este procedimiento.

En el método del elemento finito, el primer paso requerido se refiere a la determinación de los movimientos en el estrato resistente, - lo cual permitirá producir ciertos movimientos especificados en un punto de control. El segundo paso está encaminado a utilizar esta - misma excitación para un análisis bidimensional del sistema suelo-estructura y determinar los movimientos en ciertos puntos claves, tales como la cimentación y el primer nivel de la estructura.

Las principales ventajas de este método son las siguientes:

- 1° El análisis puede tomar en consideración la deformabilidad del - suelo vecino a la estructura y las variaciones de las aceleraciones a lo largo del perfil del suelo.
- 2° El procedimiento que se emplea permite determinar los movimientos del suelo cercano a la estructura.
- 3° Se pueden considerar los efectos de estructuras adyacentes.

Desventajas que presenta el método del elemento finito:

- 1° Se requiere un control muy cuidadoso de la selección del tamaño de los elementos finitos en la malla, en particular en la dirección vertical y en los casos donde los efectos de las altas frecuencias son importantes. A fin de que exista una efectiva transmisión de ondas en el sentido que estas se propagan, Kuhlemeyer y Lysmer (Ref. 2) han propuesto que el tamaño de la malla no deberá ser mayor de $1/4$, y de ser posible de $1/8$, de la longitud - de onda del movimiento.
- 2° Influencia de la extensión de la malla de los elementos finitos. Resulta que una malla muy extensa lateralmente requiere mucho - tiempo de computación y si las fronteras de dicha malla se colo-

can muy cerca de la estructura, parte de la energía que se debería disipar se regresa ocasionando cambios en la respuesta.

- 3° Los análisis que se efectúan a través del elemento finito generalmente se hacen utilizando modelos bidimensionales; esta simplificación puede conducir a errores hasta del 20% en los movimientos calculados en la base de una estructura. Esta diferencia está, sin embargo, siendo actualmente eliminada mediante el desarrollo de análisis tridimensionales que utilizan programas - no muy caros de computación.

Para las supraestructura se tienen fundamentalmente dos modelos:

2.3 Modelos Discretos.

Son de gran utilidad ya que es semejante a lo que usualmente se emplea en la ingeniería práctica para resolver problemas de dinámica estructural. Estos modelos se han empleado ampliamente por su fácil manejo y conducen a resultados bastante aceptables.

Un planteamiento acorde con lo empleado en la práctica ingenieril es aquel que modela las deflexiones de la estructura con una ecuación que admite continuidad y representa las características inerciales en forma discreta (se concentran masas en lugares de interés y se promedian momentos de inercia en tramos específicos).

Esto es lo que se conoce como planteamiento de parámetros concentrados.

2.4 Modelos Continuos.

En los sistemas discretos sabemos que las masas están agrupadas o concentradas en puntos de interés, unidos entre sí y al terreno mediante resortes y amortiguadores carentes de masa. Las estructuras modeladas con sistemas discretos proporcionan una aproximación práctica para el análisis de estructuras sometidas a -

cargas dinámicas. Sin embargo los resultados obtenidos de estos modelos discretos pueden solamente dar soluciones aproximadas para su comportamiento real de las estructuras.

Podemos considerar el artificio de parámetros concentrados como una aproximación a los sistemas continuos. En principio, si la masa distribuida se trata como concentrada en un número grande de puntos, puede hacerse que el comportamiento de una estructura discreta se acerque al del sistema continuo. Pero en muchos casos la sustitución del sistema continuo por una de las masas concentradas complica la solución a los problemas de dinámica estructural. Aquí en este trabajo veremos el uso y la aplicación que tienen estos modelos continuos a problemas dinámicos de estructuras, que son útiles, cuando se les plantea de una manera simple y sencilla como es el caso de las chimeneas, para la solución de vigas continuas a flexión, que es un caso especial de interés en que es ventajoso conservar la naturaleza de los sistemas continuos.

Contrariamente a lo que otros autores (ref. 3) opinan que. Los modelos continuos no son usuales por su alto grado de dificultad en la obtención de soluciones.

3. PLANTEAMIENTO DEL MODELO.

Las chimeneas son estructuras esbeltas de funciones múltiples, que se deben diseñar para soportar la acción de fuerzas horizontales, - provocadas por viento o sismo, las cuales inducen efectos dinámicos en las estructuras de soporte.

En las figs. 3 a 7 se muestran algunos de los tipos de chimeneas - construidas en diversas partes de México.

El análisis dinámico de estas estructuras requiere de algunos aspectos que no son comunes a otros tipos de estructuras, como ya se ha - mencionado anteriormente, y en este capítulo se muestran las conside - raciones para su análisis.

3.1 Idealización para fines de análisis dinámico.

Las estructuras de este tipo se idealizan como vigas Euler-Bernoulli, y su análisis se realiza con base en la teoría elemental de flexión, la cual implica que las secciones transversales permanecen planas al deformarse bajo la acción de fuerzas normales a su eje medio. Se - acepta que los esfuerzos son proporcionales a las deformaciones uni - tarias, con flexión en un solo plano. Se considera además, que los desplazamientos son pequeños y que la deformación en cortante es pe - queña.

Se consideran solo los efectos de inercia provocados por la trasla - ción normal al eje de elementos diferenciales de la viga. No se con - sidera el efecto de la inercia rotacional, igual a $(I \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t^2})$ por uni - dad de longitud, provocado por el giro angular $\frac{\partial v}{\partial x}$ de cada elemento, siendo v la traslación normal al eje de la barra.

Cuando las dimensiones de la viga en su sección transversal no son - pequeñas en comparación con su longitud, se deben tomar en cuenta - los efectos de la fuerza cortante y la inercia rotacional.

En este capítulo se presentan los aspectos sobresalientes del análi -

sis dinámico de este tipo de estructuras. En nuestro caso no tomaremos la influencia relativa de la fuerza cortante y la inercia rotacional, así como la fuerza normal, sin embargo se darán algunos principios que toman en cuenta esos fenómenos en este tipo de estructuras. Cuando se considera que estos efectos no son significativos (lo cual nos ocuparemos en este tema) se realizan análisis dinámicos simplificados para conocer los desplazamientos y elementos mecánicos que permiten a su vez, revisar el análisis de las características geométricas y del material que forman a estas estructuras.

3.2 Viga Euler-Bernoulli.

Análisis dinámico de sistemas con características continuas.

En este inciso se considera la teoría dinámica de vigas y barras teniendo elasticidad y masa distribuida para las cuales las ecuaciones que rigen el movimiento son ecuaciones diferenciales parciales. La integración de estas ecuaciones es en general más complicada que la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias que rigen en los sistemas dinámicos discretos. Debido a esta complejidad matemática, el análisis dinámico de estructuras como sistemas continuos han limitado su uso en la práctica. No obstante el análisis para sistemas continuos de algunas estructuras sencillas suplén sin mucho esfuerzo los resultados, los cuales son de gran importancia en asignar métodos aproximados basados en modelos discretos.

3.2.1 Vibración de vigas uniformes a flexión.

Se considera en la fig. 8 el diagrama de cuerpo libre de un segmento pequeño de viga. Es de longitud dx y está limitado por superficies planas las cuales son perpendiculares a su eje.

Las fuerzas y momentos que actúan en el elemento están indicados en la fig. 8. También la fuerza cortante V y $V + (\partial V / \partial x)$; los momentos flexionantes M y $M + (\partial M / \partial x)$; la carga lateral pdx ; y la fuerza de

inercia $(mdx) \frac{d^2 y}{dt^2}$. En esta notación m es la masa por unidad de longitud y $p=p(x,t)$ es la carga por unidad de longitud. Las derivadas parciales son usadas para expresar la aceleración y la variación de cortante y momento porque estas cantidades son funciones de dos variables, la posición X a lo largo de la viga y el tiempo t . Si la deflexión de la viga es pequeña como la teoría lo supone, la inclinación del segmento desde la posición descargada es también pequeña. Bajo estas condiciones, la ecuación de movimiento perpendicular al eje x de la viga flexionada se obtiene por la igualación a cero de la suma de las fuerzas en el diagrama de cuerpo libre de la fig. 8 es decir

$$V - (V + \frac{\partial V}{\partial X} dx) + p(X,t)dx - mdx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

la cual, llega a simplificarse en:

$$\frac{\partial V}{\partial X} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = p(X,t) \quad (2)$$

De la teoría de flexión simple, tenemos la relación

$$M = EI \frac{\partial^2 y}{\partial X^2} \quad (3)$$

y

$$V = \frac{\partial M}{\partial X} \quad (4)$$

Donde E es el módulo de elasticidad de Young e I es el momento de inercia del área de la sección transversal con respecto a un eje neutro a través del centroide. Para una viga uniforme, las combinaciones de las ecs. (2), (3) y (4) resultan

$$V = EI \frac{\partial^3 y}{\partial X^3} \quad (5)$$

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial X^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = p(x,t) \quad (6)$$

En vista que la ec. (6) es una ecuación diferencial parcial de cuarto orden, conviene resolverla en forma aproximada; para ello solo se considera la curvatura a flexión lateral mientras la flexión debido a fuerza cortante y las fuerzas inerciales causadas por la rotación de la sección transversal (inercia rotacional) se omiten. La inclusión de la deformación por cortante e inercia rotacional en la ecuación diferencial de movimiento incrementa considerablemente la complejidad. La ecuación tomando en consideración deformación por cortante e inercia rotacional es conocida como ecuación de Timoshenko, más adelante se darán algunos principios que toman en cuenta estos fenómenos. La ecuación diferencial, ec. (6), también no incluyen los efectos a flexión debido a la presencia de fuerzas axiales que actúan en la viga.

3.2.2 Solución de la ecuación de movimientos en vibración libre.

Para vibración libre ($p(x,t) = 0$) la ec. (6) se reduce a la ecuación diferencial homogénea.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

La solución de la ec. (7) puede ser obtenida con el método de separación de variables. En este método se supone que la solución puede ser expresado como el producto de una función de posición $\phi(x)$ y una función de tiempo $f(t)$, que es,

$$Y(x,t) = \phi(x) f(t) \quad (8)$$

La substitución de la ec. (8) en la ecuación diferencial, ec.(7) conduce a

$$EI f(t) \frac{d^4 \phi(x)}{dx^4} + m \phi(x) \frac{d^2 f(t)}{dt^2} = 0 \quad (9)$$

Esta última ecuación puede escribirse como

$$\frac{EI}{m} \frac{\phi^{IV}(x)}{\phi(x)} = - \frac{\ddot{f}(t)}{f(t)} \quad (10)$$

En esta notación "romana" indica los índices derivables con respecto "x" y marca con puntos las derivadas indicando con respecto al tiempo. Puesto que el término de la mano izquierdo ec. (10) es una función solo de "x" mientras el de la mano derecha es una función solamente del tiempo "t", cada lado de la ecuación debiera igualarse a la misma constante; de otro modo, la identidad de la ec. (10) no puede existir. Si se define la constante ω^2 para igualar por separado a cada lado de la ec. (10) resultan las dos ecuaciones diferenciales siguientes:

$$\ddot{\varphi}^v(x) - \dot{Q}^1 \dot{\varphi}(x) = 0 \quad (11)$$

$$\ddot{f}(t) + \omega^2 f(t) = 0 \quad (12)$$

donde $Q^1 = \frac{m\omega^2}{EI}$ (13)

Es particularmente conveniente la solución de la ec. (13) para ω y usar la siguiente notación, es decir

$$\omega = c \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (14)$$

en la cual $c = (QL)^2$

La ec. (12) es la ecuación familiar de vibración libre para el sistema de un solo grado de libertad no amortiguado y su solución es

$$f(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (15)$$

donde A y B son constantes de integración. La ec. (11) puede ser resuelta por

$$\dot{\varphi}(x) = C e^{sx} \quad (16)$$

La substitución de la ec. (16) en la ec. (11) conduce a

$$(s^4 - Q^1) C e^{sx} = 0$$

la cual, para una solución no trivial, requiere que

$$s^4 - Q^1 = 0 \quad (17)$$

Las raíces de la ec. (17) son

$$s_1 = a, \quad s_3 = al \quad (18)$$

$$s_2 = -a, \quad s_4 = -al$$

La substitución de cada una de estas raíces en la ec. (16) suple una solución de la ec, (11). La solución general está entonces dada por la superposición de estas cuatro posibles soluciones, es decir.

$$\bar{\varphi}(x) = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x} + C_3 e^{i\alpha x} + C_4 e^{-i\alpha x} \quad (19)$$

Donde C_1 , C_2 , C_3 y C_4 son constantes de integración. La función exponencial en la ec. (19) puede ser expresada en términos de funciones trigonométricas hiperbólicas por medio de las relaciones

$$\begin{aligned} e^{\pm \alpha x} &= \cosh \alpha x \pm \sinh \alpha x \\ e^{\pm i\alpha x} &= \cos \alpha x \pm i \sin \alpha x \end{aligned} \quad (20)$$

Substituyendo estas relaciones en la ec. (19) conduce a

$$\bar{\varphi}(x) = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x + C \sinh \alpha x + D \cosh \alpha x \quad (21)$$

Donde A , B , C y D son nuevas constantes de integración. Estas cuatro constantes de integración definen la forma y la amplitud de la viga en vibración libre; son valuadas al considerar las condiciones de borde en los extremos de la viga. A la ec. (21) se le conoce como ecuación de formas modales. Al considerar que la viga en voladizo es del tipo Euler-Bernoulli, esta ecuación se le conoce también como la solución general de la ecuación de equilibrio dinámico para vibración libre de vigas uniformes.

$$\bar{\varphi}(x) = A_n \sin \Omega_n x + B_n \cos \Omega_n x + C_n \sinh \Omega_n x + D_n \cosh \Omega_n x \quad (22)$$

donde Ω_n es un parámetro que depende de la frecuencia natural de la estructura y los coeficientes A_n , B_n , C_n y D_n se determinan de las condiciones de frontera (borde o apoyos).

3.3 Influencia de las condiciones de cimentación.

En chimeneas las condiciones de cimentación son importantes en su comportamiento bajo la acción dinámica de fuerzas horizontales. Las propiedades del terreno y el tipo de cimentación seleccionado influyen -

de manera importante en el análisis dinámico de estas estructuras. En el caso particular de la estructura que nos ocupa, se trata de una estructura desplantada en suelo compresible. Al oscilar una estructura cimentada en suelo compresible (blando) existe interacción dinámica suelo-estructura que no debe despreciarse al calcular las frecuencias y los modos de vibración.

En el presente capítulo se estudia el efecto del sistema suelo-cimentación en la respuesta estructural de chimeneas, las cuales se presentan como vigas con un comportamiento básico de flexión. Como ya se mencionó anteriormente, en este trabajo la chimenea se modela de tal forma que su elástica (configuración deformada) se obtiene al resolver una ecuación diferencial planteada suponiendo que se comporta como una viga del tipo Euler-Bernoulli.

El modelo para tomar en cuenta el efecto de la interacción dinámica suelo-estructura es el indicado en la fig. 9. Resulta quizá simplista porque no se incluye inercia rotacional y deformación por cortante así como el efecto de la gravedad, si quisieramos tomar en cuenta estos fenómenos tendríamos que utilizar, el método que se le conoce como viga de Timoshenko.

En el modelo considerado en la fig. 9 las restricciones del suelo se idealizan mediante resortes de comportamiento lineal, tanto para desplazamientos horizontales como para giros (cabeceo) de la cimentación. La determinación de las propiedades de estos resortes es complicada y debe basarse en la experiencia. El problema se complica aún más para cimentaciones piloteadas que en este trabajo no se plantea, si alguien se interesa conocer cómo se valúan las rigideces en traslación y rotación de grupos de pilotes puede emplear el método de Hrennikof (ref.4) considerándolas como barras de longitud infinita en un me-

dio elástico continuo.

Al considerar resortes que definen la acción del suelo sobre la chimenea, estos alteran los períodos naturales de la estructura y la forma de los modos de vibrar.

Por los principios tradicionales de flexión de vigas y eligiendo un sistema de referencia como se indica en la fig. 10. Para la chimenea indicada las condiciones de frontera son:

$$M(x) = \left\{ EI \frac{d^2 \phi}{dx^2} \right\} \Big|_{x=H} = 0 \quad ; \quad V(x) = \left\{ EI \frac{d^3 \phi}{dx^3} \right\} \Big|_{x=H} = 0$$

$$M(x) = \left\{ EI \frac{d^2 \phi}{dx^2} - K_A \frac{d\phi}{dx} \right\} \Big|_{x=0} = 0 \quad ; \quad V(x) = \left\{ EI \frac{d^3 \phi}{dx^3} + K_L \phi \right\} \Big|_{x=0} = 0$$

K_A = Rigidez del suelo-cimentación a la deformación angular.

K_L = Rigidez del suelo-cimentación a la deformación horizontal.

De la ec. (22) y aplicando las condiciones de frontera se llega a lo siguiente:

$$M(l) = EI \frac{d^2 \phi}{dx^2} = 0 \quad (23)$$

$$V(l) = EI \frac{d^3 \phi}{dx^3} = 0 \quad (24)$$

$$M(0) = EI \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - K_A \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (25)$$

$$V(0) = EI \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} + K_L \phi = 0 \quad (26)$$

derivando la ecuación de formas modales ec. (22) se tiene

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = A_n a_n \cos a_n x - B_n a_n \operatorname{sen} a_n x + C_n a_n \operatorname{cosh} a_n x + D_n a_n \operatorname{senh} a_n x \quad (A)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -A_n a_n^2 \operatorname{sen} a_n x - B_n a_n^2 \operatorname{cosh} a_n x + C_n a_n^2 \operatorname{senh} a_n x + D_n a_n^2 \operatorname{cosh} a_n x \quad (B)$$

$$\frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} = -A_n a_n^3 \operatorname{cosh} a_n x + B_n a_n^3 \operatorname{sen} a_n x + C_n a_n^3 \operatorname{cosh} a_n x + D_n a_n^3 \operatorname{senh} a_n x \quad (C)$$

Sustituyendo estas derivadas en las ecs. de frontera (23), (24), (25) y

(26) y simplificando se llega a:

$$\begin{aligned}
 & - A_n \operatorname{sen} \alpha l - B_n \operatorname{cosen} \alpha l + C_n \operatorname{senh} \alpha l + D_n \operatorname{cosh} \alpha l = 0 \\
 & - A_n \operatorname{cosen} \alpha l + B_n \operatorname{sen} \alpha l + C_n \operatorname{cosh} \alpha l + D_n \operatorname{senh} \alpha l = 0 \\
 & - A_n (K_A) - B_n (EI) \alpha - C_n (K_A) + D_n (EI) \alpha = 0 \\
 & - A_n (EI) \alpha^3 - B_n (K_L) + C_n (EI) \alpha^3 - D_n (K_L) = 0
 \end{aligned}$$

estas ecuaciones agrupándolas en forma matricial queda como sigue

$$\begin{bmatrix}
 -\operatorname{sen} \alpha l & -\operatorname{cosen} \alpha l & \operatorname{senh} \alpha l & \operatorname{cosh} \alpha l \\
 -\operatorname{cosen} \alpha l & \operatorname{sen} \alpha l & \operatorname{cosh} \alpha l & \operatorname{senh} \alpha l \\
 -K_A & -\alpha EI & -K_A & \alpha EI \\
 -\alpha^3 EI & K_L & \alpha^3 EI & K_L
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 A_n \\
 B_n \\
 C_n \\
 D_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (27)$$

Para obtener una solución distinta de la trivial de este sistema de ecuaciones algebraicas, se calculó el determinante de la matriz de coeficientes y se igualó a cero. La solución de este sistema homogéneo se le conoce también con el nombre de valores característicos y vectores característicos, esto se hace calculando los menores del determinante M de la ecuación (27). Haciendo las operaciones algebraicas respectivas y reduciendo términos semejantes se llega al valor del determinante $|M|$ buscado la cual se le conoce como ecuación característica o de frecuencia.

$$|M| = \frac{\alpha^3 EI}{K_L} \left\{ \operatorname{sen} \alpha l \operatorname{cosh} \alpha l + \operatorname{cosen} \alpha l \operatorname{senh} \alpha l - \frac{\alpha EI}{K_A} (1 - \operatorname{cosen} \alpha l \operatorname{cosh} \alpha l) \right\} + \frac{\alpha \alpha EI}{K_A} \left\{ \operatorname{sen} \alpha l \operatorname{cosh} \alpha l - \operatorname{cosen} \alpha l \operatorname{senh} \alpha l \right\} - 2 \left\{ 1 + \operatorname{cosen} \alpha l \operatorname{cosh} \alpha l \right\} \quad (27')$$

Para las condiciones de K_L y K_A que se fijarán de acuerdo a las condiciones de cada problema de interés, se tiene:

$$\frac{\alpha (QH)^3 EI}{H^3 K_L} \left\{ \operatorname{sen} \alpha H \operatorname{cosh} \alpha H + \operatorname{cosen} \alpha H \operatorname{senh} \alpha H - \frac{(QH) EI}{H K_A} (1 - \operatorname{cosen} \alpha H \operatorname{cosh} \alpha H) \right\} + \frac{\alpha (QH) EI}{H K_A} \left\{ \operatorname{sen} \alpha H \operatorname{cosh} \alpha H - \operatorname{cosen} \alpha H \operatorname{senh} \alpha H \right\} - 2 \left\{ 1 + \operatorname{cosen} \alpha H \operatorname{cosh} \alpha H \right\} = 0 \quad (28)$$

La ecuación (28) se le conoce como la ecuación característica de la chimenea modificada por interacción del suelo y la cimentación con la superestructura.

3.4 Sistema Suelo-Cimentación

Se han realizado diversas investigaciones para definir los parámetros de rigidez y amortiguamiento que representen, con aproximación aceptable, el comportamiento de un disco rígido apoyado superficialmente en un semiespacio elástico y sometido a diversas sollicitaciones (ref. 5 a 7). Los resultados obtenidos han servido para aplicarlos al análisis de sistemas estructura-cimentación-suelo. Sin embargo, en la realidad todas las cimentaciones que son de considerable importancia se construyen con cierta profundidad de desplante. Esto hace pensar que para incluir en un análisis las reacciones de suelo, debe tomarse en cuenta necesariamente esa condición de enterramiento en las soluciones ya conocidas (ref. 6).

3.4.1 Parámetros del sistema suelo-cimentación.

La aproximación para tomar en cuenta las reacciones laterales en la zapata, al parecer, fue publicada por primera vez por Baranov para vibraciones verticales (ref. 8); posteriormente fue extendida para los casos de vibraciones laterales, volteo y torsión acopladas (ref. 9).

De acuerdo con los conceptos clásicos de la mecánica de cuerpos deformables, se tendrá que para el sistema suelo-cimentación un coeficiente K_{ij} de rigidez representa una fuerza aplicada en un punto de referencia en dirección i , tal que produce un desplazamiento unitario en dirección j . De manera análoga, el coeficiente C_{ij} de amortiguamiento define la fuerza provocada en dirección i , debido a una velocidad unitaria en dirección j . El punto de referencia puede localizarse arbitrariamente, solo debe tenerse cuidado que el momento de inercia de la masa de la cimentación y los desplazamientos se refieren al mismo punto.

Al aplicar lo anterior al estudio de zapatas cilíndricas enterradas, sujetas a vibraciones armónicas (verticales, de torsión o acopladas de volteo y traslación), se han obtenido constantes de amortiguamiento y rigidez de utilidad para analizar el sistema suelo-cimentación-edificio.

Un planteamiento realista es aquel que toma en cuenta, con base en resultados experimentales, la naturaleza histerética de la curva esfuerzo-deformación del suelo, cuando está sometido a excitaciones cíclicas. Esa disipación de energía se pueda incluir como un amortiguamiento histerético (ref. 10). Al tomar en cuenta esto en los coeficientes de rigidez y -- amortiguamiento, se obtienen las siguientes expresiones.

$$K_{xx} = G r_0 \left(C_{u1} + \frac{G_2}{G} \delta S_{u1} \right) \quad (29)$$

$$K_{\psi\psi} = G r_0^3 \left\{ C_{\psi1} + \lambda^2 C_{u1} + \frac{G_2}{G} \delta S_{\psi1} + \frac{G_2}{G} \delta \left(\frac{\delta^2}{3} + \lambda^2 - \delta \lambda \right) S_{u1} \right\} \quad (30)$$

$$K_{\psi x} = - G r_0 \left\{ z_c C_{u1} + \frac{G_2}{G} \delta \left(z_c - \frac{1}{2} 1 \right) S_{u1} \right\} \quad (31)$$

$$C_{xx} = \sqrt{\rho G} r_0^2 \left\{ \bar{c}_{u2} + \delta \sqrt{\frac{\rho G_2}{\rho G}} \bar{S}_{u2} + \frac{2D_2}{r_0} C_{u1} + \frac{2D_2}{r_0} \frac{G_2}{G} \delta S_{u1} \right\} \quad (32)$$

$$C_{\psi\psi} = \sqrt{\rho G} r_0^4 \left\{ \bar{c}_{\psi2} + \lambda^2 \bar{c}_{u2} + \delta \sqrt{\frac{\rho G_2}{\rho G}} \left[\bar{S}_{\psi2} + \left(\frac{\delta^2}{3} + \lambda^2 - \delta \lambda \right) \bar{S}_{u2} \right] + \frac{2D_2}{r_0} (C_{\psi1} + \lambda^2 C_{u1}) + \frac{2D_2}{r_0} \frac{G_2}{G} \delta \left[S_{\psi1} + \left(\frac{\delta^2}{3} + \lambda^2 - \delta \lambda \right) S_{u1} \right] \right\} \quad (33)$$

$$C_{x\psi} = -\sqrt{\rho G} r_0^2 \left\{ z_c \bar{c}_{u2} + \delta \sqrt{\frac{\rho G_2}{\rho G}} \left(z_c - \frac{1}{2} 1 \right) \bar{S}_{u2} + \frac{2D_2}{r_0} C_{u1} \lambda + \frac{2D_2}{r_0} \frac{G_2}{G} \delta \left(z_c - \frac{1}{2} 1 \right) S_{u1} \right\} \quad (34)$$

donde:

G = módulo de rigidez al cortante, del suelo-subyacente a la zapata.

G_2 = módulo de rigidez al cortante, del suelo de relleno a la zapata.

ρ = densidad del suelo abajo de la zapata.

ρ_2 = densidad del suelo de relleno a la zapata.

r_0 = radio de la zapata si es circular, de lo contrario tendrá que obtenerse un radio equivalente (apéndice A).

$\delta = 1/r_0$, es la profundidad de desplante relativa

l = profundidad de desplante.

z_c = altura media desde el centro de gravedad de la cimentación hasta su base.

$\lambda = z_c/r_0$, relación geométrica de la cimentación.

D = amortiguamiento histerético del suelo subyacente

D_s = amortiguamiento histerético del suelo de relleno.

Los parámetros S se obtienen de la solución aproximada de las reacciones laterales en el disco rígido; su forma típica está dada en términos de funciones de Bessel (ref. 9). Los parámetros C están relacionados con las reacciones en la base del disco. Su forma general está dada en términos de funciones de desplazamientos del tipo de Reissner de amortiguamiento $a_0 = r_0 \omega \sqrt{\rho_0}$, con a_0 = frecuencia adimensional y ω = frecuencia circular de excitación. La raya en las letras C y S sirve para indicar a los parámetros de amortiguamiento. Las expresiones analíticas para los parámetros C y S se han obtenido para distintos valores de la relación de Poisson fig. 11.

En rigor los parámetros C y S resultan ser dependientes de la frecuencia, lo cual ocasiona que los coeficientes de rigidez y amortiguamiento también resulten ser así. No obstante, se puede observar que la variación es pequeña para el rango de frecuencias de interés práctico. Esto permite que en un análisis del sistema suelo-cimentación-edificio puedan tomarse los parámetros del suelo como independientes de la frecuencia.

Si se emplean valores adecuados de la relación de Poisson, ν , para suelo cohesivo y granular, y si las ecs. (29) a (34) se escriben de la siguiente manera.

$$K_{xx} = G r_0 \gamma \psi_h \quad (35)$$

$$K_{\psi\psi} = G r_0^3 \psi_m \quad (36)$$

$$K_{x\psi} = -G r_0 \psi_{hm} \quad (37)$$

$$\tau_{xx} = \sqrt{PG} r_0^2 \gamma_h^2 \quad (38)$$

$$\tau_{\psi\psi} = \sqrt{PG} r_0^4 \psi_m \quad (39)$$

$$\tau_{x\psi} = -\sqrt{PG} r_0^2 \gamma_{hm} \quad (40)$$

las funciones γ y ψ pueden representarse gráficamente (figs. 11-17), lo que constituye una forma fácil para calcular las rigideces y amortiguamientos del sistema suelo-cimentación. Para cualquier suelo granular o cohesivo pueden emplearse esas curvas; cuando se presente un caso en que el suelo sea intermedio o bien cambie radicalmente de tipo, se podrán interpolar valores.

3.5 Efectos del cortante y la inercia rotacional.

El análisis clásico de la viga de Euler-Bernoulli es inadecuada para aquellas vigas en las cuales sus dimensiones de la sección transversal sean grandes. Rayleigh (ref. 11) introdujo el efecto de inercia rotacional y Timoshenko (ref. 12 y 13) consideró, en adición, el efecto de la distorsión producida por cortante.

La teoría de Timoshenko tiene en cuenta tanto la inercia rotacional como la deformación de cortante de la viga. El diagrama de cuerpo libre y la geometría del elemento de viga, se muestran en la fig. 18. Si la deformación de cortante es cero, la línea central del elemento de viga coincidirá con la perpendicular a la cara de la sección transversal. Debido a fuerza cortante, el elemento rectangular tiende a adoptar una forma de diamante, sin rotación de la cara y, la pendiente de la línea central es disminuida por el ángulo de cortante ($\psi - dy/dx$). Las siguientes cantidades pueden definirse.

y = deflexión de la línea central de la viga

dy/dx = pendiente de la misma

ψ = pendiente debida a flexión.

$\psi - \frac{dy}{dx}$ = pérdida de pendiente, igual al ángulo de cortante

hay dos constantes elásticas para la viga, que son

$$\psi - \frac{dy}{dx} = \frac{V}{KAG} \quad (41)$$

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{M}{EI} \quad (42)$$

en donde:

A = área transversal

G_c = módulo de cortante

K = factor que depende de la forma de la sección transversal

EI = rigidez a la flexión

Para secciones rectangulares y circulares, los valores de K son $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ respectivamente. Además, hay dos ecuaciones dinámicas.

$$J \ddot{\psi} = \frac{dM}{dx} - V \quad (\text{momento}) \quad (43)$$

$$m \ddot{y} = - \frac{dV}{dx} + p(x, t) \quad (\text{fuerza}) \quad (44)$$

en donde:

J = momento de inercia rotacional

m = masa de la viga por unidad de longitud.

Sustituyendo las ecuaciones elásticas en las dinámicas, tenemos

$$\frac{d}{dx} (EI \frac{d\psi}{dx}) + KAG \left(\frac{dy}{dx} - \psi \right) - J \ddot{\psi} = 0 \quad (45)$$

$$m \ddot{y} - \frac{d}{dx} \left[KAG \left(\frac{dy}{dx} - \psi \right) \right] - p(x, t) = 0 \quad (46)$$

estas son las ecuaciones acopladas de movimiento para la viga.

En otra notación las ecuaciones acopladas para el desplazamiento total V , y la pendiente producida por flexión ψ , desarrolladas por Timoshenko son:

$$EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + KAG \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \psi \right) - \frac{I \gamma}{g} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \quad (47)$$

$$\frac{\gamma A}{g} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - KAG \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = 0 \quad (48)$$

Si ψ es eliminada y la sección transversal permanece constante, las dos ecs. (47) y (48) pueden reducirse a una ecuación singular.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \left(J + \frac{EIm}{KA_G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{Jm}{KA_G} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = p(x,t) + \frac{J}{KA_G} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{EI}{KA_G} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (49)$$

Es evidente entonces que la ecuación de Euler-Bernoulli ec. (6) es un caso especial de la ecuación general de la viga, incluyendo inercia rotacional y deformación de cortante ec. (49).

Huang (ref. 14) desacopló las expresiones anteriores ecs. (47) y (48), ob-
teniendo

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{rA}{g} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \left(\frac{rI}{g} + \frac{EI}{gk} \frac{r}{a} \right) \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{rI}{g} \frac{r}{gk a} \frac{\partial^4 v}{\partial t^4} = 0 \quad (50)$$

$$EI \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + \frac{rA}{g} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \left(\frac{rI}{g} + \frac{EI}{gk} \frac{r}{a} \right) \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{rI}{g} \frac{r}{gk a} \frac{\partial^4 \psi}{\partial t^4} = 0 \quad (51)$$

donde:

- E = módulo de elasticidad
- G_c = módulo de rigidez al cortante
- I = momento de inercia de la sección transversal
- A = área de la sección transversal
- r = peso por unidad de volumen
- K = constante del factor de forma de la sección
- g = aceleración de la gravedad

Haciendo:

$$\begin{aligned} v &= \gamma \xi^i t \\ \psi &= \psi \xi^{i p t} \\ \xi &= \frac{x}{L} \end{aligned}$$

γ, ψ = formas modales

P = frecuencia angular

$$i = \sqrt{-1}$$

Las ecuaciones (50) y (51) se transforman en:

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial (\frac{x}{L})^4} + b^2 (r^2 + s^2) \frac{\partial^2 \psi}{\partial (\frac{x}{L})^2} - b^2 (1 - b^2 r^2 s^2) \psi = 0 \quad (52)$$

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial (\frac{x}{L})^4} + b^2 (r^2 + s^2) \frac{\partial^2 \psi}{\partial (\frac{x}{L})^2} - b^2 (1 - b^2 r^2 s^2) \psi = 0 \quad (53)$$

donde:

$$b^2 = \frac{1}{EI} \frac{\gamma A}{g} L^4 p^2$$

$$r^2 = \frac{1}{AL^2}$$

$$s^2 = \frac{EI}{KAGL^2}$$

A partir de estas expresiones y al considerar las condiciones de frontera siguientes:

$$\text{para } \xi = 0, \quad \gamma(0) = 0, \quad \psi(0) = 0$$

$$\xi = 1, \quad \frac{1}{L} \gamma'(1) - \psi(1) = 0, \quad \psi'(1) = 0$$

Se obtiene la ecuación característica

$$2 + [b^2(r^2 - s^2) + 2] \cosh b\alpha \cos b\beta - \frac{b(r^2 + s^2)}{\sqrt{1 - b^2 r^2 s^2}} \sinh b\alpha \sin b\beta = 0 \quad (54)$$

donde:

$$\alpha, \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\pm(r^2 - s^2) + \sqrt{(r^2 - s^2)^2 + \frac{4}{b^2}}} \quad (55)$$

Las formas características de los modos correspondientes quedan descritos por:

$$\gamma = D [\cosh b\alpha \xi - \lambda \gamma \delta \sinh b\alpha \xi - \cos b\beta \xi + \delta \sin b\beta \xi] \quad (56)$$

$$\psi = H [\cosh b\alpha \xi + \frac{\theta}{\lambda \gamma} \sinh b\alpha \xi - \cos b\beta \xi + \theta \sin b\beta \xi] \quad (57)$$

donde:

$$b = \frac{1}{\gamma} \frac{\lambda \sinh b\alpha - \sin b\beta}{\cosh b\alpha + \cos b\beta}$$

$$\theta = \frac{\lambda \sinh b\alpha + \sin b\beta}{\gamma \cosh b\alpha + \cos b\beta}$$

$$\lambda = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\gamma = \frac{\alpha^2 + r^2}{\alpha^2 + s^2} - \frac{\beta^2 - s^2}{\beta^2 - r^2}$$

A partir de los resultados previos se pueden obtener

1° El desplazamiento total
$$v = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \gamma_i \frac{\sqrt{1-\nu} p_i t}{a} + t_i$$

2° La pendiente generada por flexión
$$\psi = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \psi_i \frac{\sqrt{1-\nu} p_i t}{a} + \psi_i$$

3° La pendiente producida por cortante
$$\phi = \frac{\partial v}{\partial x} - \psi$$

4° El momento flexionante $M = -EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$

5° La fuerza cortante $Q = k \phi A \psi$

Las constantes $\beta_1, \epsilon_1, \bar{\beta}_1$ se valúan en términos de las condiciones iniciales de las vibraciones libres en estudio.

4. APLICACIONES

Se menciona a continuación la secuencia de análisis, aplicada al cálculo de la interacción dinámica entre suelo-cimentación-supraestructura, de chimeneas de concreto de 20, 80, 140 y 200 m. de altura, se supone que se construirá en las diferentes zonas de construcción en las que ha sido dividido al Distrito Federal de acuerdo al Reglamento de Construcción del Distrito Federal.

Se pide determinar y conocer varios aspectos de su respuesta de estas chimeneas, que se indican en la fig. 19.

4.1 Obtención de ecuaciones características de frecuencias.

Como primer paso, al considerar que la viga en voladizo es del tipo Euler-Bernoulli se obtendrán primero los parámetros k_{L1} y k_{AL} según las ecs. (35) y (36).

Para obtener el valor numérico de G según Timoshenko y Goodier, 1951 (ref. 15) se tiene que:

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (58)$$

en donde:

v_s = velocidad de ondas sísmicas de cortante en el suelo (v_s m/seg)

G = módulo de rigidez al cortante del suelo (G kg/m²)

ρ = densidad del medio (ρ kg-seg²/m⁴)

de la ec. (58)

$$G = v_s^2 \rho \quad (59)$$

por definición tenemos que ρ puede expresarse como sigue

$$\rho = \gamma / g \quad (60)$$

en donde:

γ = peso volumétrico del suelo (γ kg/m³)

g = aceleración de la gravedad (g m/seg²)

Suponiendo los valores de $v_s = 100$ m/seg, γ suelo = 1800 kg/m³ y $g = 9.81$ m/seg² (ver tabla 1) se tiene:

$$G_1 = (100)^2 (1800) (1/9.81) = 1834862.30 \text{ kg/m}^2 = 1.84 \times 10^6 \text{ kg/m}^2 = 1.84 \times 10^3 \text{ Ton/m}^2$$

para $v_s = 300$ m/seg.

$$G_2 = (300)^2 (1800) (1/9.81) = 16513761 \text{ kg/m}^2 = 1.65 \times 10^7 \text{ kg/m}^2 = 1.65 \times 10^4 \text{ Ton/m}^2$$

para $V_g = 600 \text{ m/seg}$ y con $\gamma_{\text{suelo}} = 1900 \text{ kg/m}^3$

$$G_3 = (600)^2 (1900) (1/9.81) = 69724770 \text{ kg/m}^2 = 6.973 \times 10^7 \text{ kg/m}^2 = 6.973 \times 10^4 \text{ Ton/m}^2$$

para $V_g = 3000 \text{ m/seg}$ y $\gamma_{\text{suelo}} = 2500 \text{ kg/m}^3$

$$G_4 = (3000)^2 (2500) (1/9.81) = 2.3 \times 10^9 \text{ kg/m}^2 = 2.3 \times 10^6 \text{ Ton/m}^2$$

Los valores de r_c (radio de cimentación) los obtenemos de la tabla 2, para las cuatro chimeneas en estudio se tienen los siguientes valores:

$$r_1 = 2.00 \text{ m} \quad \text{Chimenea No. 1}$$

$$r_2 = 10.00 \text{ m} \quad \text{Chimenea No. 2}$$

$$r_3 = 12.50 \text{ m} \quad \text{Chimenea No. 3}$$

$$r_4 = 14.00 \text{ m} \quad \text{Chimenea No. 4}$$

La obtención del parámetro ψh está en función de la profundidad relativa δ ver la fig. 12 para suelo cohesivo.

$$\delta = \frac{l}{r_c} \quad (61)$$

donde:

$$Z_c = l = \text{profundidad de desplante}$$

considerando que conviene usar $G_s/G = 1.0$

G = módulo de rigidez al cortante del suelo subyacente a la zapata.

G_s = módulo de rigidez al cortante del suelo de relleno a la zapata.

de la tabla 2 obtenemos los valores de l_c (prof. de desplante) en m. para:

$$\text{Chimenea No. 1 ; } l_1 = 1.00 \text{ m}$$

$$\text{Chimenea No. 2 ; } l_2 = 4.00 \text{ m}$$

$$\text{Chimenea No. 3 ; } l_3 = 4.00 \text{ m}$$

$$\text{Chimenea No. 4 ; } l_4 = 6.00 \text{ m}$$

Sustituyendo valores en la ec. (61) y considerando que en la gráfica de la fig. 12 utilizamos la relación $\frac{G}{G_s} = 1.0$ se obtienen los siguientes valores de δ

$$\delta_1 = \frac{l_1}{r_{c1}} = \frac{1.0 \text{ m}}{2.0 \text{ m}} = 0.5 \text{ de donde } \psi h_1 = 7.0 \quad \text{Chimenea No. 1}$$

$$\delta_2 = \frac{l_2}{r_{c2}} = \frac{4.0 \text{ m}}{10.0 \text{ m}} = 0.4 \text{ de donde } \psi h_2 = 6.5 \quad \text{Chimenea No. 2}$$

$$\delta_3 = \frac{l_3}{r_{c3}} = \frac{4.0 \text{ m}}{12.50 \text{ m}} = 0.32 \text{ de donde } \psi h_3 = 6.2 \quad \text{Chimenea No. 3}$$

$$\delta_4 = \frac{l_4}{r_{c4}} = \frac{6.0 \text{ m}}{14.0 \text{ m}} = 0.43 \text{ de donde } \psi h_4 = 6.7 \quad \text{Chimenea No. 4}$$

Sustituyendo en la ec. (35) se tienen los siguientes valores de

$$(K_L)_{\text{CHIMENEA}} = G_i r_o \psi_{hi}$$

Chimenea No. 1

$$K_{L1} = 25\ 760 \text{ Ton/m}$$

$$K_{L2} = 218\ 400 \text{ Ton/m}$$

$$K_{L3} = 976\ 220 \text{ Ton/m}$$

$$K_{L4} = 32\ 200\ 000 \text{ Ton/m}$$

Chimenea No. 2

$$K_{L1} = 119\ 600 \text{ Ton/m}$$

$$K_{L2} = 1\ 072\ 500 \text{ Ton/m}$$

$$K_{L3} = 4\ 532\ 450 \text{ Ton/m}$$

$$K_{L4} = 1.50 \times 10^8 \text{ Ton/m}$$

Chimenea No. 3

$$K_{L1} = 142\ 600 \text{ T/m}$$

$$K_{L2} = 1\ 278\ 750 \text{ T/m}$$

$$K_{L3} = 5\ 404\ 075 \text{ T/m}$$

$$K_{L4} = 1.783 \times 10^8 \text{ T/m}$$

Chimenea No. 4

$$K_{L1} = 172\ 592 \text{ Ton/m}$$

$$K_{L2} = 1\ 547\ 700 \text{ Ton/m}$$

$$K_{L3} = 6\ 540\ 674 \text{ Ton/m}$$

$$K_{L4} = 2.16 \times 10^8 \text{ Ton/m}$$

La obtención del parámetro ψ_m está en función de $q_o = \frac{\bar{\omega}_1 r_o}{V_s}$, ver la fig. 13 para suelo cohesivo, en donde $\bar{\omega}$ es la frecuencia circular de excitación, cuyos valores están indicados en la tabla 3. r_o y V_s son los mismos que se han venido utilizando en las ecuaciones anteriores y que se muestran en la tabla 1 y 2 respectivamente.

Así tenemos que para la chimenea No. 1 los valores de q_o para las distintas condiciones de suelo son los siguientes:

$$q_{o_1} = 0.076 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_1} = 9.0$$

$$q_{o_2} = 0.065 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_2} = 9.0$$

$$q_{o_3} = 0.038 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_3} = 9.0$$

$$q_{o_4} = 0.008 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_4} = 9.0$$

para la chimenea No. 2

$$q_{o_1} = 0.051 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_1} = 9.0$$

$$q_{o_2} = 0.10 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_2} = 8.9$$

$$q_{o_3} = 0.08 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_3} = 9.0$$

$$q_{o_4} = 0.02 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_4} = 9.0$$

para la chimenea No. 3

$$Q_{01} = 0.505 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_1} = 8.7$$

$$Q_{02} = 0.085 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_2} = 9.0$$

$$Q_{03} = 0.059 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_3} = 9.0$$

$$Q_{04} = 0.014 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_4} = 9.0$$

para la chimenea No. 4

$$Q_{01} = 0.0031 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_1} = 9.0$$

$$Q_{02} = 0.0045 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_2} = 9.0$$

$$Q_{03} = 0.0075 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_3} = 9.0$$

$$Q_{04} = 0.0095 \quad \text{con lo cual} \quad \psi_{m_4} = 9.0$$

Sustituyendo los valores de ψ_m , ϵ_i y τ_{0i} en la ec. (38) se obtienen los siguientes valores de K_{A_i} para cada chimenea en estudio.

Chimenea No. 1

$$K_{A1} = 132\,480 \text{ Ton-m}$$

$$K_{A2} = 1\,188\,000 \text{ Ton-m}$$

$$K_{A3} = 5\,020\,560 \text{ Ton-m}$$

$$K_{A4} = 1.66 \times 10^8 \text{ Ton-m}$$

Chimenea No. 2

$$K_{A1} = 16\,560\,000 \text{ Ton-m}$$

$$K_{A2} = 1.49 \times 10^8 \text{ Ton-m}$$

$$K_{A3} = 6.28 \times 10^8 \text{ Ton-m}$$

$$K_{A4} = 2.07 \times 10^{10} \text{ Ton-m}$$

Chimenea No. 3

$$K_{A1} = 31\,265\,625 \text{ Ton-m}$$

$$K_{A2} = 2.9 \times 10^8 \text{ Ton-m}$$

$$K_{A3} = 1.23 \times 10^9 \text{ Ton-m}$$

$$K_{A4} = 4.043 \times 10^{10} \text{ Ton-m}$$

Chimenea No. 4

$$K_{A1} = 45\,440\,640 \text{ Ton-m}$$

$$K_{A2} = 4.08 \times 10^8 \text{ Ton-m}$$

$$K_{A3} = 1.722 \times 10^9 \text{ Ton-m}$$

$$K_{A4} = 5.68 \times 10^{10} \text{ Ton-m}$$

Haciendo en la ec. (28) $Q_n H = \gamma^0 = x$. Para resolverla numéricamente se sustituyen los valores obtenidos de K_{L_i} y K_{A_i} para cada chimenea, así como el valor numérico del término de la rigidez en flexión (EI), de cada una de ellas; éstos valores se encuentran en la tabla 2. Para simplificar los cálculos numéricos, los términos $[2X^3] \left[\frac{EI}{K_{L_i} H^3} \right]$, $[X] \left[\frac{EI}{K_{A_i} H} \right]$, $[2X] \left[\frac{EI}{K_{A_i} H} \right]$

de cada ecuación de frecuencias para cada chimenea, se muestran en las ta-

blas (4) a (7); de esta manera se facilitan los cálculos numéricos: donde

$$D_1 = 2 \left[\frac{EI}{K_A H_i} \right] ; \quad D_2 = \left[\frac{EI}{K_A H_i} \right] \quad Y \quad D_3 = 2 \left[\frac{EI}{K_A H_i} \right]$$

Sustituyendo los valores anteriores en la ecuación de frecuencias se obtienen las ecuaciones buscadas para cada una de las chimeneas.

4.2 Solución de la ecuación característica.

Las ecuaciones características de cada chimenea pueden resolverse con diferentes métodos; en nuestro caso particular, si se expresan como un polinomio de la forma

$$y(x) = D_1 x^3 [S_1(x)C_2(x) + C_1(x)S_2(x) - D_2 x(1 - C_1(x)C_2(x))] + D_3 x [S_1(x)C_2(x) - C_1(x)S_2(x)] - 2[1 + C_1(x)C_2(x)]$$

donde: $S_1(x) = \text{sen}x$; $S_2(x) = \text{senhx}$; $C_1(x) = \text{cos}x$; $C_2(x) = \text{cosh}x$; $D_1 = \text{cte uno}$.

$D_2 = \text{cte dos}$; $D_3 = \text{cte tres}$.

es posible aplicar el método de bisección para conocer las raíces.

Así, empleando el programa que se muestra al final del capítulo 6 para una microcomputadora Printaform se obtienen los valores que se indican en las tablas 8 a 11. Por razones de precisión de la máquina y truncamiento en la solución, las raíces se calculan en forma aproximada suficientemente aceptable para fines ingenieriles.

Para todas las ecs. de las chimeneas, nos interesa conocer las primeras cuatro raíces positivas en que $y(x) = 0$, las raíces negativas no tienen significado - en éste trabajo.

4.3 Obtención de vectores característicos

Para cada valor de $\Omega_n H = \alpha$ el sistema (27) la matriz es singular, solamente tres ecuaciones del sistema son linealmente independientes; por tanto, si hacemos A_n^{-1} en el sistema (27) se llega a lo siguiente

$$\begin{bmatrix} -\cos \Omega_n H & \text{senh} \Omega_n H & \text{cosh} \Omega_n H \\ \text{sen} \Omega_n H & \text{cosh} \Omega_n H & \text{senh} \Omega_n H \\ -\Omega_n H & -K_A & \Omega_n H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_n \\ C_n \\ D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen} \Omega_n H \\ \cos \Omega_n H \\ K_A \end{bmatrix} \quad (62)$$

Al sustituir las raíces ($\Omega_n H$) (ver tablas 8 a 11) y los valores de K_A en este sistema y despejando la matriz columna de la igualdad anterior se obtienen los valores de B_n , C_n , y D_n , a estos resultados de estas constantes se les conoce como vectores característicos cuyos resultados numéricos aparecen en las tablas 12 a 15.

4.4 Respuesta Dinámica.

Aprovechando la solución del sistema 62 de este problema sencillo es posible obtener las configuraciones modales para cada modo de vibración de cada chimenea para las diferentes velocidades de ondas sísmicas (V_s) consideradas. Al sustituir éstos vectores característicos y $(Q_n)_L$ en la ecuación de formas modales ec. (22) se obtienen las formas características de cada modo, cuyas gráficas aparecen en las figs. 20 a 23.

Una vez obtenido las configuraciones de cada modo de vibración de las chimeneas estamos en posibilidad de obtener la respuesta dinámica de la estructura, considerando que la respuesta está en función de las configuraciones modales.

4.4.1 Solución de la ecuación de movimiento para sistemas de un grado de libertad por el método de coordenadas generalizadas.

De acuerdo con la ref. (16) la ecuación de movimiento para sistemas de un grado de libertad que tienen definido su deformada en coordenadas generalizadas. Esto se ilustra por medio de la columna apoyada en una articulación, como se muestra en la fig. (24), en este análisis se supone que la columna es rígida y que permite rotación alrededor de su eje durante la excitación sísmica. Cuyo desplazamiento viene dado por la siguiente ecuación

$$\mathcal{U}(x,t) - \psi(x)Y(t) = \frac{x}{L}Y(t) \quad (63)$$

en que la coordenada generalizada $y(t)$ representa el movimiento del extremo superior de la columna y $\psi(x)$ es la configuración de la función expresa el desplazamiento lineal x/L . La masa por unidad de longitud se supone que varía a lo largo de su altura y está definido por la función $\mu(x)$. Las constantes de rigidez y amortiguamiento K y C están colocados en la columna con elementos discretizados como se muestra en el esquema anterior, esta cargado por la fuerza $P(t)$ como se indica en la misma fig. (24).

$$\dot{Y} \int_0^L \mu(x) \left(\frac{x}{L}\right) dx + YC \left(\frac{b}{L}\right) + YK \left(\frac{a}{L}\right) = P(t) \frac{d}{L} \quad (63a)$$

La demostración de la ecuación de movimiento ec. (63a) por medio del trabajo virtual, se ilustra por medio de la fig. (25). La estructura supuesta es una columna en cantiliver con masa por unidad de longitud $\mu(x)$, rigidez a flexión $EI(x)$, y sujeta a una carga distribuida $P(x,t)$. El amortiguamiento podría incluirse pero se omitirá en esta discusión por facilidad en resolver este tipo de problemas.

En el análisis del sistema de un grado de libertad, primero es necesario --

aproximar su deformación por el método de coordenadas generalizadas y la forma de la función como se indica en la ec. (63)

$$\mathcal{U}(x, t) = \psi(x) Y(t) \quad (64)$$

donde la coordenada generalizada $Y(t)$ puede tomarse como la deformación en el extremo de la columna y $\psi(x)$ es la forma de la función como se muestra en la fig. (25). Las fuerzas resistentes del sistema que se oponen al movimiento pueden expresarse como sigue:

$$\begin{aligned} f_I(x) &= \mu(x) \ddot{\mathcal{U}}(x) = \mu(x) \ddot{Y} \psi(x) && \text{fuerza de inercia} \\ m(x) &= E I(x) \frac{d^2 \mathcal{U}}{dx^2} = E I(x) Y \frac{d^2 \psi}{dx^2} && \text{fuerza a flexión} \end{aligned} \quad (65)$$

esto supone que solamente la deformación a flexión ocurre, y por los principios de la mecánica clásica en donde los momentos que se desarrollan son proporcionales a la deformación de la elástica

La ecuación de movimiento para el sistema ahora puede obtenerse por la aplicación de un desplazamiento virtual conforme a la coordenada generalizada - igualando el trabajo interno y externo. El desplazamiento virtual puede expresarse como la siguiente ecuación.

$$\delta \mathcal{U}(x) = \psi(x) \delta Y \quad (66)$$

El trabajo hecho externamente durante este desplazamiento entonces está dado por

$$\delta W_E = \int_0^L P(x, t) \delta \mathcal{U}(x) dx = \delta Y \int_0^L P(x, t) \psi(x) dx \quad (67)$$

El trabajo hecho internamente en el sistema (fuerzas de inercia y flexión) es

$$\delta W_I = \int_0^L f_I(x) \delta \mathcal{U}(x) dx + \int_0^L m(x) \delta \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} dx$$

o, sustituyendo las ecs. (65) y (66)

$$\delta W_I = \ddot{Y} \delta Y \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + Y \delta Y \int_0^L E I(x) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (68)$$

Igualando el trabajo interno y externo y dividiendo por el desplazamiento virtual δY conducen a lo siguiente:

$$\ddot{Y} \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + Y \int_0^L E I(x) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)^2 dx = \int_0^L P(x, t) \psi(x) dx \quad (69)$$

Finalmente, introduciendo las siguientes definiciones o características generalizadas:

Masa generalizada:

$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx \quad (70)$$

Rigidez generalizada:

$$K^* = \int_0^L EI(x) \left[\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} \right]^2 dx \quad (71)$$

Carga generalizada:

$$P^*(t) = \int_0^L P(x, t) \psi(x) dx \quad (72)$$

la ecuación de movimiento en coordenadas generalizadas es como se muestra:

$$M^* \ddot{Y} + K^* Y = P^*(t) \quad (73)$$

Debería notarse que la ec. (71) explica sólo la energía de deformación a flexión del sistema. Si los elementos del resorte K_i fuesen también representado la rigidez completa generalizada la expresión llega ser

$$K^* = \int_0^L EI(x) \left[\frac{\partial \psi}{\partial x} \right]^2 dx + \sum_i K_i \psi_i^2 \quad (74)$$

en la cual ψ_i representa la deformación del resorte i debido a un desplazamiento unitario de la coordenada generalizada.

La ecuación (63a) es la ecuación de movimiento para un sistema del tipo mostrado en la fig. (25) en la cual la respuesta dinámica resulta de una carga aplicada directamente a la estructura. Donde la respuesta resulta de una excitación del movimiento del suelo como se indica en la fig. (26), es necesario valuar la carga efectiva generalizada $P_{\text{ef}}^*(t)$. Como en el caso del conjunto sistema masa, esta carga efectiva se deriva de la fuerza de inercia resultado de la aceleración total actuante sobre la estructura. Así la fuerza de inercia está dado por

$$f_i(x) = \mu(x) \ddot{U}_i(x) \quad (75)$$

Pero notando que la aceleración total es ficticio de la aceleración del suelo más la aceleración relativa

$$\ddot{U}_i(x) = \ddot{U}_5 + \ddot{v}(x) \quad (76)$$

Esto puede escribirse como sigue

$$f_i(x) = \mu(x) \ddot{U}_5 + \mu(x) \ddot{v}(x) \quad (77)$$

Entonces el trabajo virtual interno asociado con las fuerzas de inercia está dado por

$$\delta W_{\text{(inercia)}} = \ddot{Y} \delta Y \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \ddot{U}_5 \delta Y \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx \quad (78)$$

El segundo término en esta expresión representa el trabajo hecho por la fuerza efectiva; en otras palabras, la fuerza sísmica efectiva generalizada puede expresarse en

$$P_{\text{ef}}^*(t) = -\ddot{v}(t) \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx = -\ddot{U}_5(t) \mathcal{L} \quad (79)$$

donde el factor de participación sísmica \mathcal{L} está definido como sigue:

$$\mathcal{L} = \int_n^t u(x) \psi(x) dx \quad (80)$$

Por consiguiente, la ecuación final de movimiento para un sistema sujeto a una excitación sísmica en coordenada generalizada puede estar escrito

$$M^* \ddot{Y} + K^* Y = P_{a-rect}^*(t) = \ddot{u}_g(t) \mathcal{L} \quad (81)$$

en la cual las características en coordenadas generalizadas están definidos por las ecs. (70) y (80)

Si se incluirá el amortiguamiento en la ec. (81), la ecuación equivalente de movimiento podría ser

$$M^* \ddot{Y} + C^* \dot{Y} + K^* Y = P_{a-rect}^*(t) \quad (82)$$

en que C^* representa el coeficiente de amortiguamiento generalizada.

Dividiendo la ec. (82) por la masa generalizada entonces la podemos expresar como

$$\ddot{Y} + 2\xi\omega\dot{Y} + \omega^2 Y = \frac{P_{a-rect}^*(t)}{M^*} \quad (83)$$

en la cual el símbolo ξ se le conoce en la literatura como porcentaje de amortiguamiento y se define como sigue:

$$\xi = \frac{C^*}{2M^*\omega} \quad (84)$$

mientras el símbolo ω representa la frecuencia circular del movimiento en vibración libre del sistema y está definido como

$$\omega = \left(\frac{K^*}{M^*} \right)^{1/2} \quad (85)$$

4.4.2 Respuesta Sísmica

La respuesta sísmica de un sistema general de un grado de libertad puede obtenerse aplicando la integral de Duhamel; en que es necesario distinguir que las cargas sísmicas efectivas esten dadas por el producto de la masa y la aceleración del terreno ec. (86) y ec. (79)

$$P_{a-rect}^*(t) = -M \ddot{u}_g \quad (86)$$

la integral de Duhamel para una estructura amortiguada la respuesta sísmica - puede escribirse

$$v(t) = \frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \quad (87)$$

la respuesta sísmica para un sistema con masa concentrada llega ser

$$v(t) = \frac{1}{\omega} v(t) \quad (88)$$

La expresión correspondiente para un sistema en coordenada generalizada es

$$v(x, t) = \psi(x)Y(t) = \psi(t) \frac{\mathcal{L}}{M^* \omega} V(t) \quad (89)$$

en la cual \mathcal{L} y M^* están definidos por las ecs. (80) y (70) respectivamente.

Las ecs. (88) y (89) expresan la flecha de respuesta por la energía absorbida por el movimiento del terreno, en la cual la respuesta sísmica es función de $V(t)$.

También es de interés determinar las fuerzas desarrolladas en la estructura durante el sismo. En general estos pueden encontrarse relativamente en términos de las fuerzas de inercia efectivas, la cual dependen más de la aceleración efectiva $\ddot{v}_e(t)$. La aceleración efectiva está definida como el producto de la frecuencia al cuadrado y el desplazamiento.

$$\ddot{v}_e(t) = \omega^2 v(t) \quad (90)$$

Las fuerzas sísmicas efectivas están entonces dadas como el producto de la masa y la aceleración efectiva:

$$Q(t) = M \ddot{v}_e(t) = M \omega^2 v(t) \quad (91)$$

introduciendo la ec. (91) en la ec. (88) se llega a la ecuación

$$Q(t) = M \omega V(t) \quad (92)$$

Siguiendo los procedimientos correspondientes para un sistema en coordenadas generalizadas, para la cual la aceleración efectiva está dada por $\ddot{v}_e(t) = \omega^2 Y(t)$, las fuerzas de inercia efectivas por unidad de longitud a lo largo de la estructura está dado por

$$q(x, t) = \mu(x) \psi(x) \ddot{v}_e(t) = \mu(x) \psi(x) \frac{\mathcal{L}}{M^*} \omega V(t) \quad (93)$$

EL INTERES PARTICULAR EN EL ANALISIS DE LA RESPUESTA SISMICA, ES ENCONTRAR LA FUERZA CORTANTE QUE SE DESARROLLA EN LA BASE DE LA ESTRUCTURA. Esta fuerza cortante Q en la base, representa el total de la fuerza sísmica actuante en la estructura, y está dada por la integral de todas las fuerzas efectivas actuantes en toda su altura de la estructura que viene dada por

$$Q(t) = \int_0^L q(x, t) dx = \frac{\mathcal{L}^2}{M^*} \omega V(t) \quad (94)$$

4.4.3 Respuesta sísmica espectral.

La respuesta en algún tiempo t de un sistema de un grado de libertad la excitación sísmica está definida por las ecs. (89) y (92). Analizando las anteriores ecs. revelan que la respuesta máxima del desplazamiento y la fuerza están dadas como función del valor máximo de la respuesta $V(t)$. Este va

lor máximo de la función se le conoce en dinámica estructural como Velocidad Espectral (o más correctamente la pseudo-velocidad espectral porque no es exactamente igual a la velocidad máxima en un sistema amortiguado); se denota por el símbolo S_v . Así la velocidad espectral.

$$S_v = V_{\max} = \left[\int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \operatorname{sen}(\omega(t-\tau)) d\tau \right]_{\max} \quad (95)$$

Se nota a la vista que las ecs. (88) y (89) dependen de la velocidad espectral dividido por la frecuencia circular. Esta relación se le conoce como desplazamiento espectral y se denota por el símbolo S_d . Así el desplazamiento espectral puede expresarse

$$S_d = \frac{S_v}{\omega} \quad (96)$$

Similarmente, la fuerza máxima depende del producto de la masa por la frecuencia circular y la velocidad espectral según las ecs. (92), (93) y (94). A ésta cantidad se le conoce como aceleración espectral (o más apropiadamente la pseudo-aceleración espectral porque no es exactamente el valor de la aceleración pico); el símbolo común es S_a . Así la velocidad espectral viene dada por la siguiente expresión

$$S_a = \omega S_v \quad (97)$$

Introduciendo la ec. (96) en las ecs. (88) y (89) es evidente que el desplazamiento máximo de la respuesta sísmica de una estructura puede escribirse como

$$V_{\max} = S_d \quad (98)$$

o

$$U(x)_{\max} = \psi(x) Y_{\max} = \frac{L}{M} \psi(x) S_d \quad (99)$$

Similarmente introduciendo la ec. (97) en las ecs. (92), (93) y (94) conducen a las fuerzas sísmicas efectivas máximas

$$Q_{\max} = M S_a \quad (100)$$

$$q(x)_{\max} = \mu(x) \psi(x) \frac{L}{M} S_a \quad (101)$$

La fuerza cortante máxima en la base de la estructura puede verse de la ec. (94) y viene dado por

$$Q_{\max} = \frac{L^2}{M} S_a \quad (102)$$

De la ec. (95) puede notarse que la velocidad espectral depende de tres factores:

- 1) De las características del movimiento del terreno $\ddot{u}_g(\tau)$

- 2) De la relación de amortiguamiento (ξ) de la estructura.
- 3) de la frecuencia circular (ω) de la estructura.

Así, para algún sismo dado, y para una estructura con un porcentaje de amortiguamiento especificado, es posible determinar la velocidad espectral como función de la frecuencia de la estructura o período $T=2\pi/\omega$. El resultado de cada análisis se presenta gráficamente en la serie azul No. 497 del Instituto de Ingeniería. Cada curva en estas gráficas fueron derivados por la evaluación de la velocidad espectral, resultado de los registros de aceleraciones sísmicas (acelerógrafos) del 19 de septiembre de 1985 en la Ciudad de México, considerando relaciones de amortiguamiento indicados por una sucesión de diferentes períodos de vibración en los rangos de interés.

Las gráficas de aceleración, velocidad y desplazamiento espectrales que se muestran en la serie azul No. 497 es la representación completa de la respuesta sísmica como consecuencia del movimiento sísmico del 19 de septiembre de 1985 en la Ciudad de México. Estas curvas son equivalentes al te-tralogarítmico que comúnmente aparece en la literatura, solo que no se han dibujado los ejes inclinados para lograr mayor "claridad" en la figura.

Secuencia de análisis de la respuesta sísmica

Las respuestas sísmicas espectrales tal como se muestran en la ref. (17). Para indicar cómo se usan en la práctica, a continuación se menciona la secuencia de cálculo usando dichas curvas espectrales. Tomando en consideración las zonas en que se ha dividido al Distrito Federal para fines de diseño, tenemos que la zona de la Central de Abastos, Viveros, Secretaría de Comunicaciones y Transportes y finalmente la zona de Ciudad Universitaria, fueron las zonas que se escogieron arbitrariamente en donde se supone que dicho medio tienen las velocidades de ondas sísmicas aproximadas de 100-150, 300, 600 y 3000 m/seg que son las que se consideraron en el planteamiento de los ejemplos de las chimeneas. El presente trabajo reúne la información obtenida de ^{los} acelerógramas registrados en el área urbana del Valle de México, mostrándose únicamente los datos y resultados de dichos registros que se incluyen para completar la información y facilitar su consulta. La tabla 16 contiene los datos de la estación en donde se registró el temblor; nombre, clave, coordenadas geográficas, instrumento instalado en el sitio, constantes del acelerógrafo y tipo de terreno donde se encuentra el aparato registrador.

La tabla 17 incluye la información numérica relevante, cómo son dirección

del movimiento (componente), número de puntos de los vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento, duración, valores máximos y mínimos de aceleración, velocidad y desplazamiento y tiempos de ocurrencia de cada uno, contadas a partir del inicio del registro.

Espectros de respuesta

El conjunto de figuras de los espectros se divide en dos partes: la primera corresponde a los espectros de aceleración absoluta, velocidad, desplazamiento y seudovelocidad relativas, una página por cada componente, y la segunda únicamente a los espectros de aceleración absoluta en forma amplificada. Los tres primeros están dibujados con un eje logarítmico, y el de seudovelocidad en doble logarítmica. Dichas curvas se muestran en las figs. 27 a 34.

Metodología Espectral

- 1) De la ref. (17) pág 8 o ver la tabla 16 del capítulo 7 de éste trabajo se consideraron las siguientes estaciones de registros sísmicos como sigue:
 - a) Central de Abastos Frigorífico ; clave (CDAF)
 - b) Secretaría de Comunicaciones y Transportes ; clave (SCT1)
 - c) Sismex Viveros ; clave (SXVI)
 - d) Ciudad Universitaria D. F. ; clave (CU01)
- 2) De la ref. (17) pág 9 o ver la tabla 17 del capítulo 7 de éste trabajo y con las claves mencionadas en el Pl en nuestro caso particular se consideraron las componentes de mayor aceleración máxima como se muestra a continuación:
 - a) Componente S00E ; Amáx = 80.53 (Zona I)
 - b) Componente N90W ; Amáx = 158.40 (Zona II)
 - c) Componente N90E ; Amáx = 42.42 (Zona III)
 - d) Componente N90E ; Amáx = 33.45 (Zona IV)
- 3) Con la clave y la componente de aceleración máxima del paso 1 y 2, se busca el espectro de respuesta correspondiente págs 128, 129, 144, 145, 126, 127, 96 y 97 de la misma referencia o ver las figs. 27-34 del cap. 7.
- 4) Una vez localizado el espectro de respuesta y con los períodos calculados tomando en cuenta que existe interacción dinámica suelo-estructura (ver - tablas 18-19) y considerando que las chimeneas en estudio tienen el mismo porcentaje de amortiguamiento ($\xi = 5\%$) elegido arbitrariamente y sabiendo que en estructuras de concreto es un porcentaje adecuado para fines de diseño sísmico.
- 5) Para cada combinación de % de amortiguamiento (ξ) y período (T) se obtendrá un sólo punto en la curva espectral, esto nos conduce en leer en el eje de las ordenadas el valor de S_d o S_a cuyos valores aparecen en las - tablas 18 y 19.
- 6) Conocidos los valores espectrales máximos y con los desplazamientos modales de cada período de vibración ver las figs. 19-23 estamos en posibilidad de obtener la respuesta dinámica de las chimeneas por la interacción suelo-estructura. Según el método de la coordenada generalizada las ecuaciones para obtener dicha respuesta son las ec. (99) y (101) para el des-

plazamiento y cortante respectivamente; .. Pa-
ra el cálculo de los momentos de volteo, se sabe que se obtienen de la acumulación de los cortantes de entre piso por la altura de entrepiso respectivamente, la acumulación de cortantes es de arriba hacia la base de la estructura. Una vez conocidos los desplazamientos, cortantes y momentos se procede a obtener las gráficas de cada chimenea, dichas configuraciones se muestran en las figs. 35-46.

5) CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

1) ¿Qué se hizo en el trabajo?

Para tomar en cuenta los efectos de la interacción dinámica suelo-estructura, el problema planteado en este trabajo fué analizado emplaando los lineamientos marcados por el modelo que se le conoce con el nombre del SEMIESPACIO ELASTICO. Este consiste en sustituir al suelo y la estructura por un modelo mecánico que tenga un comportamiento similar y encontrar las relaciones que ligan los factores tales como el movimiento esperado, las condiciones locales del terreno, la forma y profundidad de cimentación y finalmente las características de la propia estructura.

De acuerdo con este modelo se puede emplear o representar al terreno mediante resortes y amortiguadores equivalentes. La definición de estos resortes y amortiguadores para su utilización junto con modelos mecánicos, está basada fundamentalmente en las soluciones existentes de la dinámica del semiespacio elástico. Estas soluciones dan fórmulas para definir las constantes equivalentes de los resortes y amortiguadores que son, en general, funciones de la frecuencia y de la amplitud del movimiento.

2) ¿Qué se observa en el desarrollo matemático? (sus limitantes)

Una de las limitantes de esta tesis consiste en que la ecuación diferencial para vibración libre en elementos que trabajan a flexión (viga de Euler-Bernoulli) solo considera efectos causados por deformación en flexión, mientras que los demás efectos que pueden inducirse en la viga, como se mencionó en los anteriores capítulos, no se consideran debido a que caen fuera del alcance de este tema, de hecho el propósito fundamental de este trabajo estriba en mostrar cómo se resuelve este tipo de problemas de una manera simple y sencilla. El problema real es aún algo distinto del que se ha esbozado, ya que existe amortiguamiento de la cual prescindimos por facilitar el problema en el desglose matemático.

Entre otros aspectos importantes que pueden señalarse está en los resultados numéricos obtenidos ya que son aproximados debido a que no se contó con una computadora electrónica de gran capacidad de memoria y una parte se tuvo que hacer manualmente, por lo que aún

se pierde mayor precisión en las cantidades numéricas obtenidas.

3) ¿Que se observa en las gráficas de resultados? y ¿porqué son así?

En las figuras de resultados se comparan desplazamientos, cortantes y momentos de volteo de la chimenea de 20 y 80 m, estos provienen - de un análisis conjunto suelo-estructura. Estas figuras muestran - las envolventes para cada modo de acuerdo con las diferentes veloci- dades de ondas sísmicas consideradas, en que se obligan a las cuatro curvas converger en el mismo punto, esto se hizo con el fin de obte- ner curvas diferentes a las que se obtendrían si se siguiera con los mismos métodos o criterios de superposición que se utilizan normal- mente en dinámica estructural, en que fundamentalmente predomina el primer modo de un 95 a 99 % en la respuesta total, el segundo, ter- cero y cuarto modo se reparten el porcentaje restante que de hecho no pinta para fines ingenieriles o en el diseño en este tipo de es- tructuras.

Por otra parte debe destacarse en las figs. 35 a 46 salta a la vis- ta los valores que se obtuvieron de cortantes y momentos de volteo con V_s de 100 y 300 m/seg y hasta el de 600 m/seg en el modo 1. Se sabe que la interacción dinámica es más desfavorable en suelos - compresibles que en los suelos de mayor compacidad, por consiguien- te deberían de obtenerse resultados más desfavorables en dichos sue- los blandos o de menor compacidad.

Como puede verse, los cortantes y momentos de volteo que correspon- den a una V_s de 100 m/seg son menores que los V_s de 300 m/seg en términos generales, lo que resulta ser poco lógico, pero esto puede confirmarse con el siguiente argumento. Si nos damos cuenta que pa- ra obtener los valores espectrales S_d y S_a , se escogieron las compo- nentes de aceleración máxima ($Amáx$) en el terreno. Si comparamos - dichas $Amáx$ de una y otra velocidad, se observa que la $Amáx$ para V_s de 300 m/seg es casi el doble de la $Amáx$ para la V_s de 100 m/seg (ver la tabla 18 y 19). Por otro lado aunado a que las gráficas de los espectros de respuesta están a una escala en que se confunden las - curvas para los distintos porcentajes de amortiguamiento (-) que - se especifican, los valores espectrales de interés se tomaron de - una manera aproximada, esto nos conduce a que se estén considerando los S_d y S_a un poco mayor a los que realmente corresponderían.

Dichas anomalías en la interacción pueden explicar en algo los daños causados por el sismo del 19 de septiembre de 1985 en la zona de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes donde los daños fueron mayores que en la zona de la Central de Abastos.

Ahora, las formas de las figuras a simple vista pueden parecer un tanto raras, la cual resulta lógico debido a que los desplazamientos, cortantes (ver las ecs. (99) y (101)) y los momentos de volteo son función directa de las configuraciones de cada modo de vibrar, otra razón que puede darse es que no se siguieron los mismos lineamientos que se acostumbra para hacer las gráficas en este tipo de estructuras, en que generalmente se toma el $d_{m\acute{a}x}$, $V_{m\acute{a}x}$ y $M_{m\acute{a}x}$, como se mencionó en las líneas de arriba, en que predomina el primer modo, en nuestro caso se compararon los primeros, segundo, tercero y cuarto modo de todas las V_{si} para cada chimenea.

4) ¿Es útil lo que se hizo? sí ¿por qué?

Creo que sí dado que el problema es especialmente importante debido a que en el campo de la construcción de chimeneas o de otro tipo de estructuras especiales como torres, centrales nucleares y edificios de cierta importancia, resulta relevante debido al coste y riesgo que llevan implícitas, en que la estructura y su cimiento se ven afectados por un movimiento complejo.

Otro hecho que puede tomarse en cuenta es que actualmente se dispone con los elementos adecuados para hacer correctamente este análisis, y es conveniente llevarlo a cabo, en particular en este tipo de estructuras especiales donde el efecto de la interacción dinámica puede ser grande.

- El problema se debe estudiar con un procedimiento más completo que el que se ha planteado en esta tesis; sin embargo, con lo que aquí se ha presentado se cuenta con una herramienta sencilla de gran utilidad para los ingenieros de la práctica profesional.

Nota: Ojo sólo se presenta la respuesta de dos chimeneas.

R E C O M E N D A C I O N E S

- 1) Para obtener una solución más apegado a la realidad, el problema que se ha planteado deberá desarrollarse con un modelo más sofisticado para poder incluir todos los efectos que pueden introducirse al elegir el modelo - mecánico conviene descomponer el fenómeno de interacción en dos partes que son la "interacción cinemática" y la "interacción inercial". Así - es posible realizar un análisis completo de la interacción.
- 2) Al no considerar la interacción cinemática los resultados son mucho más conservadores, obteniéndose aceleraciones espectrales mucho más altas - lo cual no es muy recomendable.
- 3) Debido a que en las gráficas espectrales de S_d y S_a hay incertidumbre - en leer con exactitud los valores de interés, esto nos conduce en leer- los de una manera aproximada, siempre es bueno tomar los valores inme-- diatos superiores de S_d y S_a ya que en la práctica, se trata que las es- tructuras no lleguen a la falla durante el período de su vida útil, y - con mayor razón cuando se tratan de estructuras especiales como es nues- tro caso.
- 4) Por otra parte, en la literatura de dinámica estructural no es usual - las unidades de la aceleración espectral, tenemos la siguiente relación 1 gals es equivalente a 9.81 m/seg^2 .

6) REFERENCIAS

1. Aranda Hernández G. R. Curso de Aplicación de Calculadoras Programables a Problemas de Ingeniería, Impartido en la División de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería 1985.
2. Kuhlemeyer, R. L. and Lymer, J., 1973 "Finite Element Method Accuracy for Wave Propagation Problems", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE. Vol. 99, No. SM5, pág. 421-427.
3. Asfura, P. y Aztroza, M. "Análisis de chimeneas de inercia variable. Comparación entre modelo continuo y modelo discreto", Universidad de Chile. 1972.
4. Bowles. Foundation Analysis and Desing Mac-Graw Hill Bood, Co., 1968.
5. Luco, JE, y Westmann, RA, "Dynamic Response of Circular Footings", Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 97, EM5, pág. 1381-1395, 1971.
6. Richart, FF, Hall, JR, y Woods, RD, Vibrations of Soils and Foundations, Prentice Hall, New Jersey, 1970.
7. Wong, HL, y Luco, JE, "Dynamic Response of Rectangular Foundations to Obliquely Incident Seismic Waves", International Journal, Earthquake and Structural Dynamics, Vol. 1, pág. 3-16, 1978.
8. Novak, M, y Beredugo, y, "The Effect of Embedment on Footing Vibrations", Procs 1st Canadian Conference Earthquake Engineering Research, University of British Columbia, Vancouver, BC, paper No. 7, pág. 111-125, 1971.
9. Novak, M y Sachs, K, "Torsional and Coupled Vibrations of Embedded Footing" International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 2, pág. 11-33, 1973.
10. Roesset, JM, Whitman, RV, y Dobry, R, "Modal Analysis for Structures with Foundation Interaction", Journal of Structural Division, Vol. 99, No ST1, ASCE, pág. 399-416, 1973.
11. Rayleigh: "Theory of Sound". Mc Millan Co H. Y. pág. 293-294.
12. Timoshenko, S.P.: "On the Correction for shear of the Differential Equation for Transverse Vibrations of Prismatic Bars". Phyl. Mag. Vol. 41, 1921.
13. Timoshenko, S.P.: "On the Transverse Vibrations of Bars of Uniform Cross Sections". Phyl. Mag. serie 6, Vol. 43, pág. 125-131, 1922.

14. Huang, T.C.: "The effect of Rotatory Inertia and of Shear Deformation on the Frequency and Normal Mode Equations of Uniform Beams with Simple end Conditions", J, Applied Mech. Trans. ASME, pág. 579. Dic. 1961.
15. Aranda Hernández G. R. Tesis Profesional de Licenciatura.
16. Clough, RW, Earthquake response of structures, capítulo 12, Earthquake - Engineering, Editado por R. Wiegell, pág. 307-334, Mc Graw-Hill, 1970.
17. Mena, E, Carmona, C, Delgado, R, Alcántara, L y Domínguez, O. Catálogo - de Acelerogramas Procesados del Sismo del 19 de septiembre de 1985. Sismo del 19 de septiembre de 1985, No. 497, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D. F., Julio 1986.
18. Rodríguez Cuevas N. Memorias XI Curso Internacional de Ingeniería Sísmica. Diseño Sísmico de Estructuras Especiales, Torres y Chimeneas. Centro de Educación Continua Julio 1985.
19. Flores Berrones R. Diseño Sísmico de Estructuras Especiales. Interacción Dinámica Suelo-Estructura Durante Sismos. Centro de Educación Continua Julio 1985.
20. Newmark N. y Rosenblueth E. Fundamentos de Ingeniería Sísmica Ed. Dina, Méx. 1982.
21. Paz M. Structural Dynamics Theory & Computation Ed. Van Nostrand Reinhold Environmental Engineering Series.
22. Thomson W.T. Vibration Theory and Applications Ed. Prentice Hall.
23. Memorias León Gto. Marzo 1984. Congreso Nacional de Ingeniería Estructural.
24. Revista de Publicaciones Técnicas del Grupo ICA. División de Empresas de Ingeniería. Ingeniería de Sistemas de Transporte Metropolitano, S. A. (ISTME). Análisis Sísmico de la Estructura Elevada del Metro de la Ciudad de México, Agosto 1980.
25. Demeneghi Colina A. Interacción Suelo-Estructura. Revista Ingeniería. Nueva Epoca Vol. LIII Núm. 4 pág. 80-90, 1983.

7)

T

A

B

L

A

S

Y

F

I

G

U

R

A

S

	VELOCIDAD DE ONDAS DE CORTANTE V_s (m/seg)	PESO VOLUMETRICO γ_{suelo} (Ton/m ³)
ZONA DEL LAGO DE TEXCOCO ALAMEDA O ZONA COMPRESIBLE	50	1.8
ZONA DE TRANSICION A FIRME O ZONA DE VIVEROS	100	1.8
	300-600	1.9-2.0
ZONA RIGIDA	3000	2.5

Tabla No. 1 Velocidades y γ_{suelo} .

CARACTERISTICAS	CHIMENEA No. 1	CHIMENEA No. 2	CHIMENEA No. 3	CHIMENEA No. 4
Radio de la base l (m)	0.67	4.50	5.80	12.50
Radio de la cimentación (m)	2.00	10.00	12.50	14.00
Prefundidad de desplante (m)	1.00	4.00	4.00	6.00
Espesor (m)	0.20	0.20	0.20	0.20
Altura H (m)	20.00	80.00	140.00	200.00
Módulo de elasticidad E (Ton/m ²)	2.1×10^6	2.1×10^6	2.1×10^6	2.1×10^6
Peso volumétrico (Ton/m ³)	2.4	2.4	2.4	2.4
Relación de Poisson	0.2	0.2	0.2	0.2
Área A (m ²)	0.72	1.76	2.28	4.96
Momento de inercia I (m ⁴)	0.12	52.55	116.40	1198.04
Producto II (Ton-m ²)	252 000	1.13×10^8	25×10^8	2.52×10^9

Tabla No. 2 Características y propiedades geométricas de las chimeneas en estudio.

		V_s	ω_1	ω_1^3	$\frac{51}{\omega_1} = \frac{1}{\omega_1^3}$
Chimenea 1.	$\frac{V_s}{V_1} = 0.179$	100	6.74	$0.179 \times 6.74^3 = 54.81$	3.80
	$\frac{V_s}{V_1} = 0.735$	300	10.77	$0.735 \times 10.77^3 = 918.194$	9.72
	$\frac{V_s}{V_1} = 0.922$	600	11.62	$0.922 \times 11.62^3 = 1446.60$	11.31
	$\frac{V_s}{V_1} = 1.00$	3000	11.94	$1.00 \times 11.94^3 = 1702.21$	11.94
Chimenea 2.	$\frac{V_s}{V_1} = 0.0266$	100	1.71	$0.0266 \times 1.71^3 = 0.133$	0.511
	$\frac{V_s}{V_1} = 0.375$	300	4.13	$0.375 \times 4.13^3 = 26.42$	2.98
	$\frac{V_s}{V_1} = 0.745$	600	5.20	$0.745 \times 5.20^3 = 104.75$	4.714
	$\frac{V_s}{V_1} = 1.00$	3000	5.70	$1.00 \times 5.70^3 = 185.19$	5.70
Chimenea 3.	$\frac{V_s}{V_1} = 0.04$	100	1.18	$0.04 \times 1.18^3 = 0.066$	0.404
	$\frac{V_s}{V_1} = 0.496$	300	2.57	$0.496 \times 2.57^3 = 8.42$	2.034
	$\frac{V_s}{V_1} = 0.814$	600	3.03	$0.814 \times 3.03^3 = 22.64$	2.83
	$\frac{V_s}{V_1} = 1.00$	3000	3.24	$1.00 \times 3.24^3 = 34.01$	3.24
Chimenea 4.	$\frac{V_s}{V_1} = 0.0031$	100	0.15	$0.0031 \times 0.15^3 = 1.1 \times 10^{-5}$	0.022
	$\frac{V_s}{V_1} = 0.009$	300	0.46	$0.009 \times 0.46^3 = 8.76 \times 10^{-4}$	0.096
	$\frac{V_s}{V_1} = 0.053$	600	0.84	$0.053 \times 0.84^3 = 0.032$	0.32
	$\frac{V_s}{V_1} = 1.00$	3000	2.04	$1.00 \times 2.04^3 = 8.49$	2.04

Tabla No. 3. Frecuencia circular de excitación $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}$

CHIMENEA 1.

Ecuación	D ₁	D ₂	D ₃
1	2.45x10 ⁻³	9.511x10 ⁻²	0.19022
2	2.89x10 ⁻⁴	1.06x10 ⁻²	2.12x10 ⁻²
3	6.54x10 ⁻⁵	2.51x10 ⁻³	5.02x10 ⁻³
4	1.96x10 ⁻⁶	7.6x10 ⁻⁵	1.52x10 ⁻⁴

TABLA 4.

CHIMENEA 2.

Ecuación	D ₁	D ₂	D ₃
1	3.7x10 ⁻³	8.53x10 ⁻²	2.70x10 ⁻¹
2	4.12x10 ⁻⁴	9.48x10 ⁻³	1.9x10 ⁻²
3	9.74x10 ⁻⁵	2.25x10 ⁻³	4.5x10 ⁻³
4	2843x10 ⁻⁶	6.824x10 ⁻⁵	1.365x10 ⁻⁴

TABLA 5.

CHIMENEA 3.

Ecuación	D ₁	D ₂	D ₃
1	1.28x10 ⁻³	5.7x10 ⁻²	1.142x10 ⁻¹
2	1.425x10 ⁻⁴	6.16x10 ⁻³	1.222x10 ⁻²
3	3.372x10 ⁻⁵	1.452x10 ⁻³	2.904x10 ⁻³
4	1.022x10 ⁻⁶	4.417x10 ⁻⁵	8.934x10 ⁻⁵

TABLA 6.

CHIMENEA 4.

Ecuación	D ₁	D ₂	D ₃
1	3.65x10 ⁻³	2.773x10 ⁻²	5.55x10 ⁻¹
2	4.071x10 ⁻⁴	3.1x10 ⁻³	6.2x10 ⁻²
3	9.632x10 ⁻⁵	7.32x10 ⁻³	1.47x10 ⁻²
4	2.92x10 ⁻⁶	2.22x10 ⁻⁴	4.44x10 ⁻⁴

TABLA 7.

	CHIMENEA N.1. ec(1)	CHIMENEA N.1. ec(2)	CHIMENEA N.1. ec(3)	CHIMENEA N.1. ec(4)
al-x ₁	1 725793	1 855223	1 870312	1 874958
al-x ₂	4 311728	4 632287	4 679046	4 69363
al-x ₃	7 009356	7 709446	7 819873	7 853687
al-x ₄	9 405542	10 68937	10 92504	10 9934

TABLA 8 RAICES DE LA CHIMENEA 1.

	CHIMENEA N.2. ec(1)	CHIMENEA N.2. ec(2)	CHIMENEA N.2. ec(3)	CHIMENEA N.2. ec(4)
al-x ₁	1 736725	1 856978	1 870736	1 874971
al-x ₂	4 277709	4 630409	4 678478	4 693614
al-x ₃	6 801946	7 685366	7 813755	7 853512
al-x ₄	9 109814	10 60072	10 90444	10 99284

TABLA 9. RAICES DE LA CHIMENEA 2.

	CHIMENEA No. 3 ec. (1)	CHIMENEA No. 3 ec. (2)	CHIMENEA No. 3 ec. (3)	CHIMENEA No. 3 ec. (4)
$al_1=x_1$	1.778798	1.863473	1.872331	1.87502
$al_2=x_2$	4.437114	4.658695	4.685533	4.693829
$al_3=x_3$	7.296582	7.774537	7.835347	7.854163
$al_4=x_4$	9.990842	10.83472	10.95721	10.99438

Tabla 10. Raíces de la chimenea 3.

	CHIMENEA No. 4 ec. (1)	CHIMENEA No. 4 ec. (2)	CHIMENEA No. 4 ec. (3)	CHIMENEA No. 4 ec. (4)
$al_1=x_1$	1.549675	1.820287	1.861392	1.874683
$al_2=x_2$	4.100895	4.551421	4.655975	4.692894
$al_3=x_3$	6.760105	7.575155	7.77686	7.852311
$al_4=x_4$	9.099552	10.49068	10.85686	10.99116

Tabla 11. Raíces de la chimenea 4.

Referencia Ec. 1	Bn_i	Cn_i	Dn_i
1.7258	-0.873662	-0.999971	1.326065
4.31173	-0.425164	-0.999954	0.979340
7.00936	0.060578	-0.99995	1.00123
9.40554	1.039235	-0.999855	0.999687
Ec. 2			
1.85522	-1.283857	-0.999996	1.355339
4.63229	-0.869296	-0.999993	0.981756
7.70945	-0.745186	-0.999989	1.0078
10.68937	-0.519586	-0.999986	0.9995
Ec. 3			
1.870312	-1.342837	-0.999999	1.360488
4.67905	-0.953308	-0.999998	0.981942
7.81987	-0.933256	-0.999997	1.00774
10.92504	-0.868014	-0.999996	0.999962
Ec. 4			
1.37496	-1.361552	-1.00000	1.362172
4.69363	-0.980878	-1.00000	0.981865
7.85369	-0.999416	-1.00000	1.00776
10.9934	-0.995661	-1.00000	0.999966

Tabla 12. Vectores característicos de la chimenea 1

Raíces	Re_i	Im_i	Dm_i
Ec. 1			
1.73673	-0.903128	-1.00000	1.327711
4.27771	-0.386542	-1.00000	0.978967
6.80195	0.272710	-1.00000	1.001631
9.10982	1.866105	-1.00000	0.906656
Ec. 2			
1.85698	-1.290545	-1.00000	1.355914
4.63041	0.514502	-1.00000	0.988505
7.68537	-0.187927	-1.00000	1.000225
10.66072	-0.411689	-1.00000	0.999962
Ec. 3			
1.87074	-1.344574	-1.00000	1.360644
4.67848	-0.952231	-1.00000	0.981843
7.81376	-0.921919	-1.00000	1.000778
10.90444	-0.832527	-1.00000	0.999966
Ec. 4			
1.87497	-1.361653	-1.00000	1.362169
4.69362	-0.980952	-1.00000	0.981864
7.85351	-0.998257	-1.00000	1.000776
10.99284	-0.994547	-1.00000	0.999966

Tabla 13. Vectores característicos de la Chimenea 2

Raíces	Bm_i	Ca_i	Dm_i
Ec. 1			
1.7788	-1.024386	-1.00000	1.33528
4.43712	-0.578508	-1.00000	0.980674
7.29658	-0.230998	-1.00000	1.000984
9.89084	-0.330657	-1.00000	0.999924
Ec. 2			
1.86347	-1.315721	-1.00000	1.358101
4.6587	-0.915976	-1.00000	0.981796
7.77464	-0.851951	-1.00000	1.000781
10.83472	-0.720796	-1.00000	0.999966
Ec. 3			
1.87233	-1.350965	-1.00000	1.361213
4.68553	-0.965499	-1.00000	0.981854
7.83535	-0.962832	-1.00000	1.000777
10.95721	-0.926114	-1.00000	0.999966
Ec. 4			
1.87502	-1.361875	-1.00000	1.362189
4.69383	-0.981360	-1.00000	0.981864
7.85416	-0.999556	-1.00000	1.000776
10.99438	-0.997615	-1.00000	0.999966

Tabla 14. Vectores característicos de la Chimenea 3

Raíces	Bn_i	Cn_i	Dn_i
Ec. 1			
1.54968	-0.477081	-1.00000	1.315953
4.10089	-0.199165	-1.00000	0.976130
6.76011	0.320352	-1.00000	1.001721
9.09859	2.022095	-0.99999	0.999643
Ec. 2			
1.82029	1.157862	-1.00000	1.345020
4.55142	-0.738828	-1.00000	0.981447
7.57517	-0.554064	-1.00000	1.000829
10.49068	-0.288092	-1.00000	0.999959
Ec. 3			
1.86139	-1.307588	-1.00000	1.357388
4.6560	-0.910983	-1.00000	0.981818
7.77686	-0.855783	-1.00000	1.000781
10.85686	-0.019803	-1.00000	0.999995
Ec. 4			
1.87468	-1.360514	-1.00000	1.362069
4.6929	-0.979572	-1.00000	0.981863
7.85231	-0.995863	-1.00000	1.000776
10.99116	-0.991211	-1.00000	0.999966

Tabla 15. Vectores característicos de la Chimenea 4

TABLA 16

ESTACION	CLAVE	LAT. NORTE	LONG. OESTE	TIPO Y No.	ACELEROGRAFO COMPO-NENTE	FREC. NAT.	AMORT.	TIPO DE TERRENO
C.U. D.F.	CU81	19.338	99.183	DCA333 -121	N88E VERT N92E	33.8 31.8 32.8	8.64 8.66 8.78	Roca basáltica. Planta baja del edificio 1 del Idel
Idel Patio	CU1P	19.338	99.183	DCA318 -154	S88E VERT N98W	31.8 31.3 31.4	8.73 8.66 8.68	Roca Patio del Idel C.U.
Mesa Vibradora C.U.	CUHV	19.338	99.183	DCA333 -145	S88E VERT N98W	31.8 31.8 38.8	8.78 8.66 8.75	Roca. Mesa vibradora de C.U.
Madín Hargón Izquierda	MADI	19.536	99.261	SMA1 -3385	N68E VERT N38W	25.4 25.5 26.3	8.68 8.68 8.68	Roca fracturada. Presa Madín. Naucalpan Edo. de México
Tecubaya D.F.	TACY	19.483	99.194	DCA333 -168	S88E VERT N98W	38.8 38.8 38.8	8.78 8.78 8.78	Suelo duro Zona de Iomas, D.F.
Sismex Viveros	SXVI	19.358	99.171	DCA318 -133	N88E VERT N98W	38.4 32.8 33.8	8.66 8.88 8.78	Suelo arcilloso Zona de Transición, D.F.
C. de Abastos Frigorífico	CDAF	19.368	99.888	DCA333 -114	S88E VERT N98W	31.8 31.8 31.8	8.78 8.78 8.78	Suelo arcilloso Zona del exlago de Texcoco
C. de abastos Oficina	CDAO	19.368	99.888	DCA333 -115	S88E VERT N98W	31.8 31.8 31.8	8.78 8.78 8.78	Suelo arcilloso Zona del exlago de Texcoco
Secretaría de Comunicaciones y Transportes	SCTI	19.393	99.147	DCA333 -144	S88E VERT N98W	38.8 38.8 38.8	8.75 8.66 8.78	Suelo arcilloso Zona del exlago de Texcoco
Tlahuac Bombas	TLHB	19.279	99.888	SMA1 -4598	N88E VERT N98W	18.3 19.8 18.5	8.68 8.68 8.68	Suelo arcilloso Zona del exlago de Xochmilco
Tlahuac Deportivo	TLHD	19.293	99.835	SMA1 -4591	N88E VERT N98W	18.3 19.8 18.5	8.68 8.68 8.68	Suelo arcilloso Zona del exlago de Xochmilco

TABLA 27

CLAVE	COMPO- NENTE	DT	NP	PARAMETROS				Amax	Tamax	Amin	Tamin	Vmax	Tvmax	Vmin	Tvmin	Dmax	Tdmax	Dmin	Tdmin	Arms
				F1	F2	F3	F4													
CUBI	N80E	#.02	3881	#.078	#.188	23.8	25.8	25.47	23.18	-28.18	17.18	18.28	29.66	-8.83	27.98	5.64	12.18	-6.42	28.78	8.88
	VERT	#.02	3881	#.078	#.188	23.8	25.8	21.67	24.58	-14.89	14.28	8.23	25.88	-6.89	28.86	6.68	26.18	-6.31	21.68	8.88
	N93E	#.02	3881	#.078	#.188	23.8	25.8	33.48	19.38	-29.98	19.88	9.38	16.12	-8.97	14.76	7.19	29.46	-6.77	24.18	8.45
CUIP	S80E	#.02	3888	#.078	#.188	23.8	25.8	31.71	13.62	-28.42	19.88	8.42	11.92	-18.26	26.34	5.49	31.46	-6.17	26.98	8.49
	VERT	#.02	3888	#.078	#.188	23.8	25.8	21.87	21.84	-15.65	28.18	7.99	21.58	-6.53	17.46	6.61	22.74	-6.28	18.18	4.87
	N98W	#.02	3888	#.078	#.188	23.8	25.8	31.76	16.38	-34.65	15.82	9.88	7.28	-9.37	12.68	7.13	28.66	-7.71	25.82	8.26
CUHV	S88E	#.02	3888	#.188	#.128	23.8	25.8	37.36	17.98	-34.14	16.88	7.36	16.38	-9.19	23.88	4.39	26.98	-5.78	29.74	8.52
	VERT	#.02	3888	#.188	#.128	23.8	25.8	19.75	28.28	-28.14	19.18	6.23	21.26	-8.48	19.74	3.74	25.26	-4.57	28.46	5.21
	N98W	#.02	3888	#.188	#.128	23.8	25.8	38.83	15.52	-22.69	5.18	7.37	9.66	-11.81	15.22	4.22	24.14	-4.45	15.58	7.68
HADI	N68E	#.02	1928	#.258	#.288	23.8	25.8	7.77	18.86	-7.84	4.68	1.53	36.98	-1.37	4.92	8.48	4.58	-8.39	36.46	1.95
	VERT	#.02	1927	#.238	#.258	23.8	25.8	6.15	15.58	-4.76	16.92	1.13	15.88	-1.17	17.18	8.42	16.78	-8.41	38.98	1.85
	N38W	#.02	1931	#.238	#.258	23.8	25.8	9.78	29.12	-6.89	34.78	1.71	21.78	-1.58	28.66	8.47	17.82	-8.68	29.14	2.28
TACY	S88E	#.03	5289	#.078	#.085	13.8	15.8	34.48	57.87	-28.62	68.83	14.29	67.17	-18.43	69.96	11.96	68.34	-7.78	65.94	4.76
	VERT	#.03	5888	#.078	#.085	13.8	15.8	16.58	59.16	-19.16	68.12	8.29	69.79	-7.86	63.76	7.61	68.51	-5.84	56.25	3.33
	N98W	#.03	4999	#.078	#.085	13.8	15.8	33.22	55.23	-24.73	61.95	9.81	68.22	-9.47	54.93	6.62	62.49	-6.18	58.11	4.59
SXVI	N88E	#.02	3881	#.078	#.188	23.8	25.8	36.35	21.68	-44.11	23.66	11.48	25.78	-18.67	27.28	9.18	26.62	-5.63	9.74	18.81
	VERT	#.02	3881	#.078	#.188	23.8	25.8	15.27	19.28	-18.16	23.78	5.84	23.88	-5.28	15.72	6.96	33.78	-5.78	19.38	4.16
	N98E	#.02	3881	#.078	#.188	23.8	25.8	42.42	17.48	-33.64	18.64	9.23	18.48	-12.28	14.14	7.47	32.18	-6.84	28.14	18.64
COAF	S88E	#.02	3881	#.078	#.188	23.8	25.8	88.63	28.18	-57.91	38.66	23.23	11.88	-24.85	33.86	12.19	11.78	-15.82	28.22	23.84
	VERT	#.02	3881	#.078	#.188	23.8	25.8	27.24	29.34	-24.97	22.78	8.98	19.38	-8.87	23.58	8.17	22.78	-6.34	27.42	7.82
	N98W	#.02	3881	#.078	#.188	23.8	25.8	77.93	19.38	-34.62	18.16	37.57	28.88	-35.83	18.72	18.88	28.78	-18.88	25.82	27.98
COAD	N88E	#.02	9884	#.058	#.078	23.8	25.8	65.86	68.77	-69.16	68.87	31.25	97.69	-34.98	63.39	19.54	62.21	-25.82	64.41	28.46
	VERT	#.02	9884	#.058	#.078	23.8	25.8	35.67	54.69	-28.81	65.97	11.34	55.23	-7.96	56.93	8.84	55.97	-8.55	61.97	4.77
	N98E	#.02	9884	#.058	#.075	23.8	25.8	69.88	59.25	-88.48	62.33	41.86	91.79	-33.88	63.67	21.67	62.53	-24.67	58.93	19.27
SCTI	S88E	#.02	9884	#.058	#.055	23.8	25.8	89.37	58.71	-97.97	54.13	38.74	63.69	-33.19	58.25	19.12	54.21	-14.31	58.81	21.35
	VERT	#.02	9884	#.058	#.055	23.8	25.8	36.36	54.89	-36.64	61.66	9.88	43.84	-8.86	41.48	7.58	46.53	-7.29	52.37	5.32
	N98W	#.02	9884	#.058	#.055	23.8	25.8	158.48	58.89	-167.92	58.87	57.42	67.35	-68.58	58.43	21.94	57.89	-19.87	58.97	29.11
TLHB	N88E	#.03	5881	#.068	#.065	13.8	15.8	184.15	55.32	-135.88	66.19	64.18	63.15	-45.98	56.85	34.61	63.99	-36.61	62.15	24.73
	VERT	#.03	5881	#.068	#.065	13.8	15.8	23.97	68.48	-23.78	59.28	9.39	67.53	-9.38	54.24	6.74	79.83	-5.78	79.63	8.61
	N98W	#.03	5881	#.045	#.058	13.8	15.8	186.67	54.68	-89.25	49.59	44.58	88.73	-44.61	82.88	39.29	81.76	-38.17	64.67	21.27
TLHD	N88E	#.03	5881	#.078	#.075	13.8	15.8	117.67	68.33	-188.65	67.15	34.73	61.14	-34.98	57.75	16.88	57.21	-28.76	68.23	16.83
	VERT	#.03	5881	#.078	#.075	13.8	15.8	52.12	59.81	-59.38	68.87	17.81	68.11	-11.64	61.11	6.87	68.76	-5.11	67.59	18.76
	N98W	#.03	4999	#.078	#.075	13.8	15.8	111.55	61.29	-56.71	56.18	36.86	61.74	-38.98	68.78	21.81	55.95	-22.87	61.23	16.92

v_s m/seg	Rafz $Q_n H = a$	Período $T_n = \frac{1.014}{(a_k)^2}$ (seg)	% de Amortiguamiento (ξ)	Desplazamiento Espectral S_{as} (cm)	Aceleración Espectral S_a (gals)
100	1.725793	0.706	5	7.8	110
	4.311728	0.113	5	5.0	100
	7.009356	0.043	5	5.0	95
	9.405542	0.024	5	5.0	95
300	1.855223	0.611	5	6.0	275
	4.632287	0.098	5	4.0	210
	7.709446	0.035	5	4.0	210
	10.68937	0.0184	5	4.0	210
600	1.870312	0.6007	5	1.5	135
	4.79046	0.096	5	1.0	70
	7.819873	0.0341	5	1.0	70
	10.92504	0.018	5	1.0	70
3000	1.874558	0.5977	5	1.0	62
	4.69363	0.095	5	1.0	43
	7.853687	0.034	5	1.0	43
	10.9934	0.017	5	1.0	43

Tabla 12. Períodos y Valores espectrales de la chimenea de 20 m.

Para este tipo de estructuras la frecuencia está dada por

$$\omega_n^2 = \frac{\alpha_n^4 EI}{\bar{m}}, \text{ con } \bar{m} = \sqrt{\frac{PA}{gEI}}$$

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\alpha_n^4 EI}{\bar{m}}}} = \frac{2\pi}{\alpha_n^2} \sqrt{\frac{\bar{m}}{EI}} = \frac{2\pi}{(Q_n H)/H} \sqrt{\frac{PA}{gEI}} = \frac{2\pi H^2}{(Q_n H)^2} \sqrt{\frac{PA}{gEI}}$$

ρ = peso volumétrico

g = aceleración de la gravedad

EI = rigidez en flexión

A = área transversal

Sustituyendo valores obtenemos los períodos indicados

V_s m/seg	Faiz $Q_n H = d$	Período $T_n = \frac{1.4125}{(d)}^2$ seg.	% de Amortigua- miento (ξ)	Desplaza- miento Espectral S_d (cm)	Aceleración Espectral S_0 (gals)
100	1.735725	0.823	5	11.0	187
	4.277709	0.137	5	5.0	105
	6.801946	0.094	5	5.0	95
	9.109814	0.030	5	5.0	95
300	1.856978	0.720	5	8.5	340
	4.630409	0.116	5	4.0	210
	7.685356	0.042	5	4.0	210
	10.60072	0.022	5	4.0	210
600	1.870736	0.709	5	1.8	160
	4.678479	0.113	5	1.0	70
	7.813755	0.041	5	1.0	70
	10.90444	0.021	5	1.0	70
3000	1.874971	0.705	5	1.55	114
	4.693614	0.112	5	1.0	43
	7.853512	0.040	5	1.0	43
	10.90284	0.20	5	1.0	43

Tabla 19. Períodos y Valores Espectrales de la respuesta de 80 m.

LISTADO
MÉTODO DE BISECCION

```

10 READ A,Z
15 PRINT 1
100 *BISECCION
110 *
120 *MÉTODO DE BISECCION PARA RESOLVER ECUACIONES ALGEBRAICAS Y TRANSCENDENTES.
130 *
140 *VERSION 1.1
150 DEF FN SIN(X)=(EXP(Y)-EXP(-Y))/2
160 DEF FN COS(X)=(EXP(X)+EXP(-X))/2
170 DEF FN F(X)=.0000073133*(SIN(X)+FN COS(X)+COS(X)+FN SIN(X))-0.000073133*(1-COS(X)+FN COS(X))+.000454333*(SIN(X)+FN COS(X)+COS(X)+FN SIN(X))-0.000454333*(1-COS(X)+FN COS(X))
180 READ A,D,NI,TL
190 XNUEVO=(A+D)/2
200 FOR I=1 TO NI
210 FX=FN F(XNUEVO)
220 FX=FN F(A)
230 IF FX=0 THEN A=XNUEVO:GOTO 250
240 D=XNUEVO
250 XNUEVO=(A+D)/2
260 D=ABS(FN F(XNUEVO)-FN F(XNUEVO))/ABS(FN F(XNUEVO)-XNUEVO)
270 PRINT XNUEVO,XNUEVO,D,FX(XNUEVO)
280 IF D<=TL GOTO 290
290 XNUEVO=XNUEVO
300 NEXT I
310 *BISECCION SIGNIFICA CONVERGENTE (PENDIENTE)
320 PRINT "NO CONVERGENTE EN ";NI;" ITERACIONES"
330 GOTO 290
340 PRINT "PATE = ";XNUEVO," ITERACIONES = ";I
350 END
360 DATA 3,10,50,0.000001

```

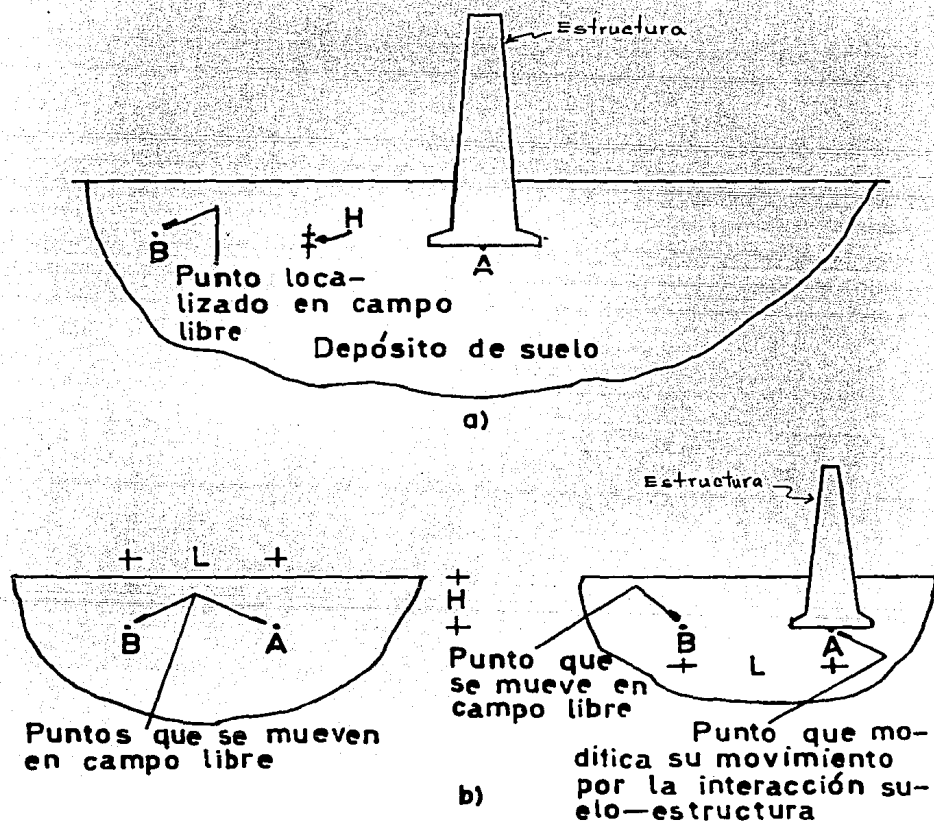


Fig 1. Caracterización de la interacción suelo-estructura mediante la diferencia en la respuesta a un sismo de los puntos A y B

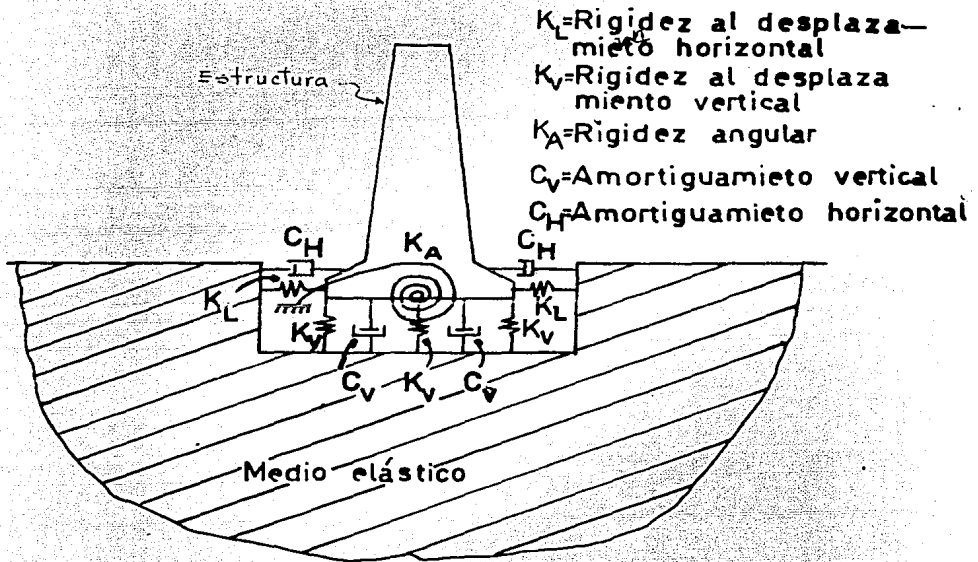


Fig2. Modelo de interacción completa usando el método del semieipacio elástico

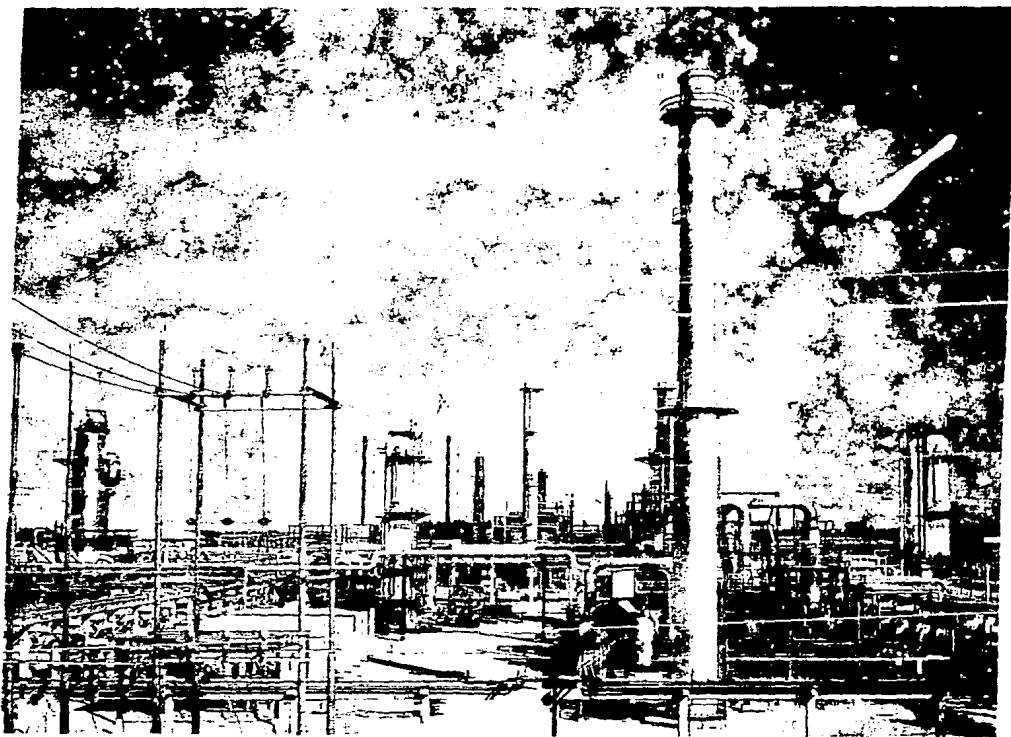


Fig. 3. Refinería en el Estado de Joropo, con chimeneas.

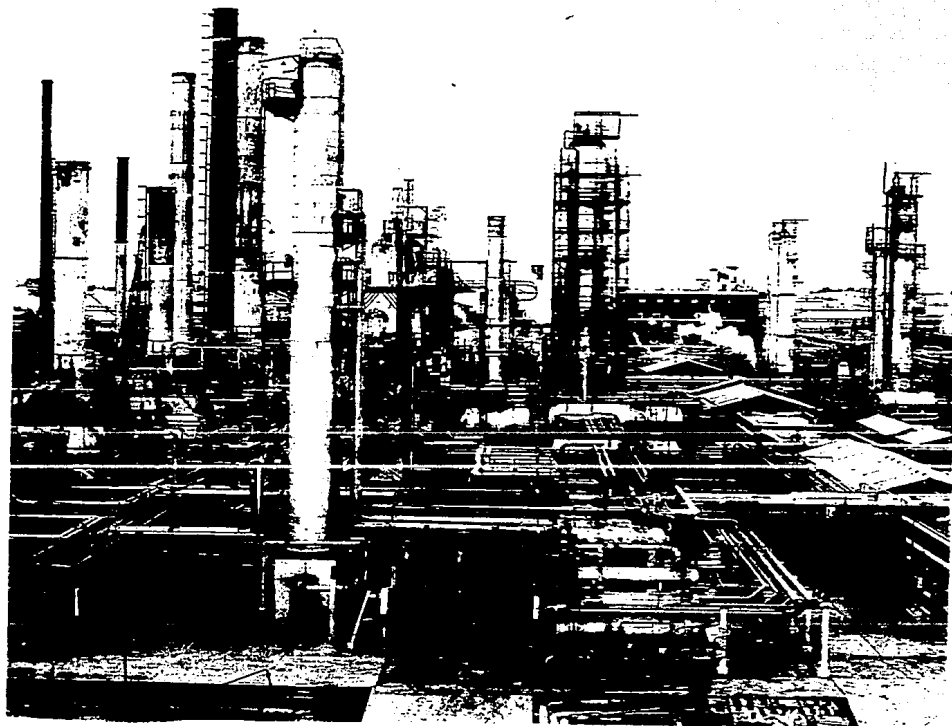


Fig. 4. Refinería en el estado de Hidalgo, con chimeneas.

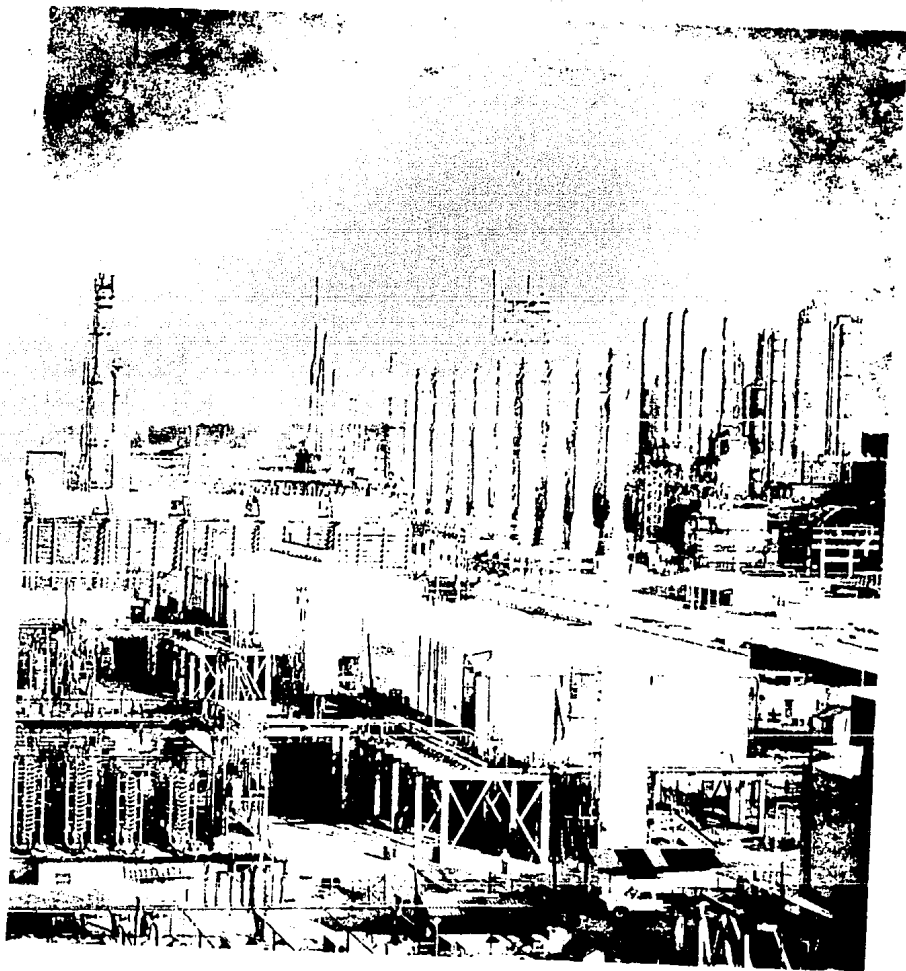


Fig. 5 Aspecto de algunas columnas.

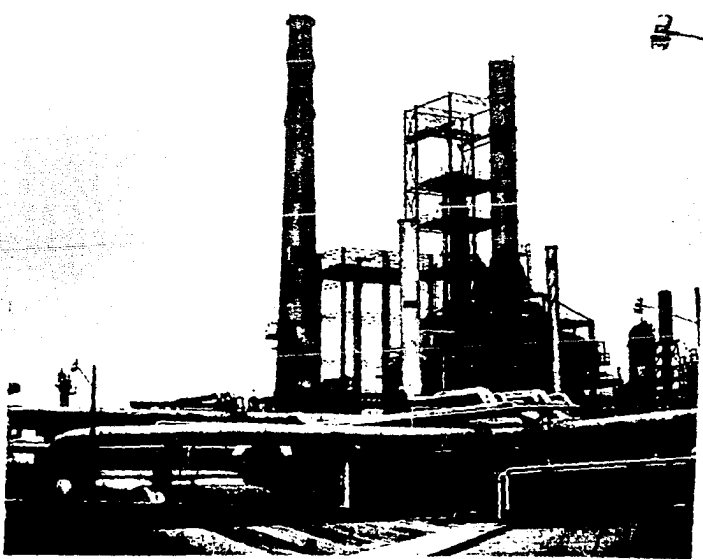


Fig. 6. Refinería en el este. Veracruz, con chimeneas.

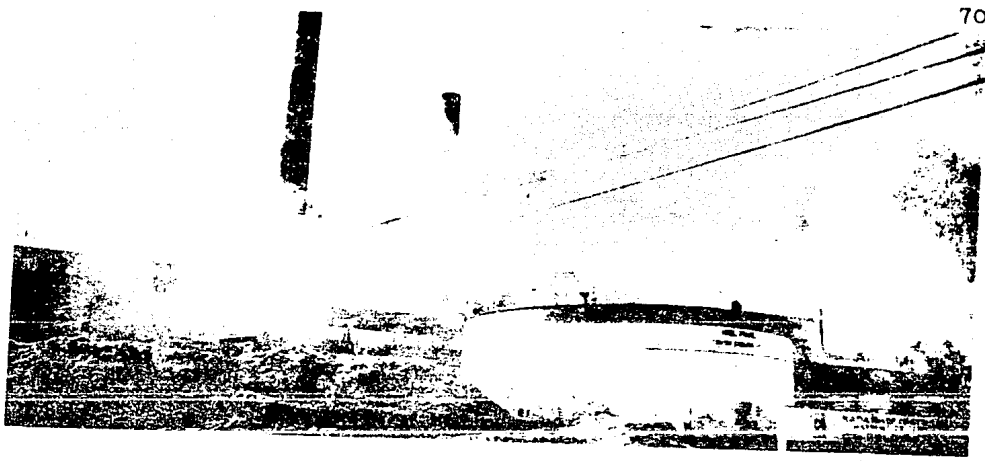


Fig. 7. Industria en el estado de Monterrey, con chimeneas.

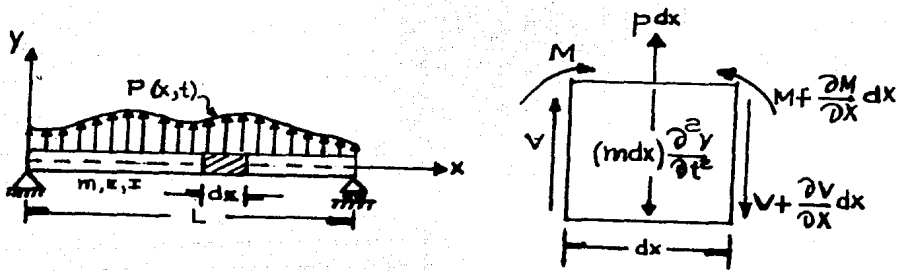
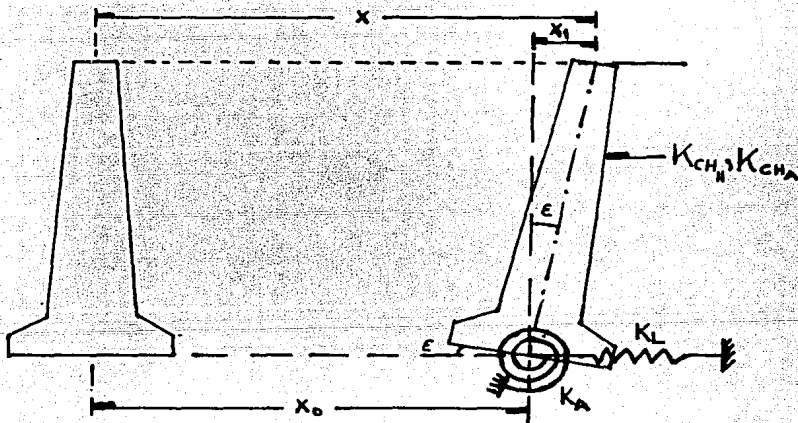


Fig 8. Viga articulada con carga y masa distribuida



Donde:

K_{CH_H} = Rigidez de la chimenea a la deformación horizontal

K_{CH_A} = Rigidez de la chimenea a la deformación angular

K_L = Rigidez del conjunto suelo-zapata a la deformación horizontal

K_A = Rigidez del conjunto suelo-zapata a la deformación angular

ϵ = Deformación angular

x_0, x_1, x = Deformaciones horizontales

Fig 9. Modelo mecánico que toma en cuenta la interacción suelo-estructura

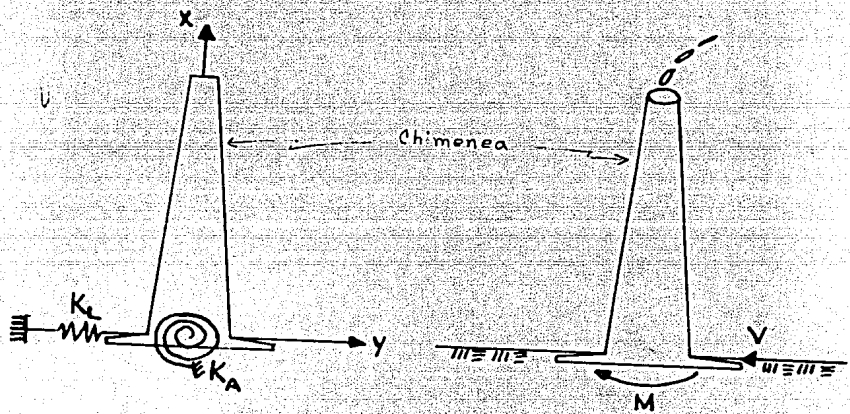


Fig 10. Sistema de referencia elástico

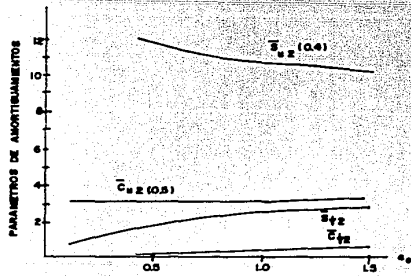
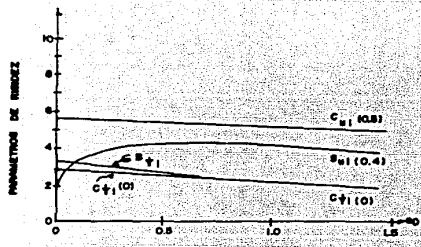


FIG. II VARIACION DE LOS PARAMETROS DE RESIENZA Y AMORTIGUAMIENTO (SEGUN NOVAK, 1973)

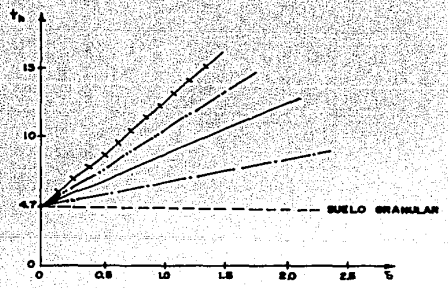
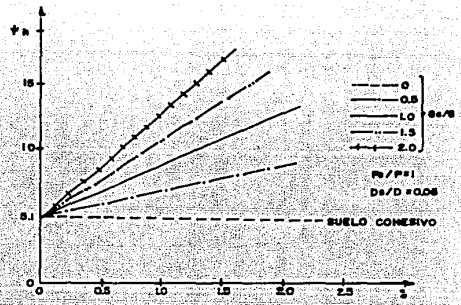


FIG. I2 ψ_b PARAMETRO COMO FUNCION DE LA PROFUNDIDAD RELATIVA z/B

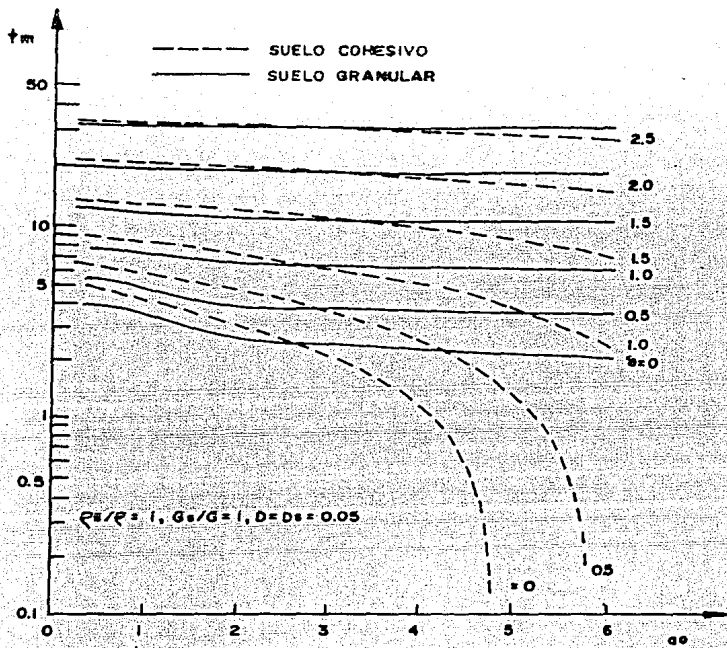


FIG. 13 t_m PARAMETRO COMO FUNCION DE LA FRECUENCIA A DIMENSIONAL

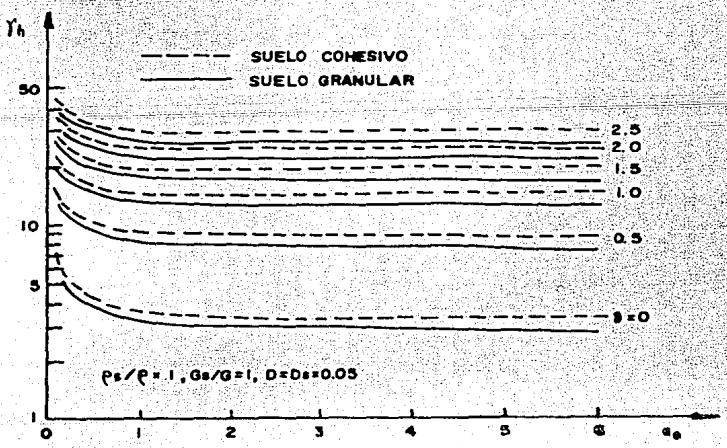


FIG. 14 Y_h PARAMETRO COMO FUNCION DE LA FRECUENCIA A DIMENSIONAL

$\sigma_0 = \frac{W_l}{V_s} r_0$

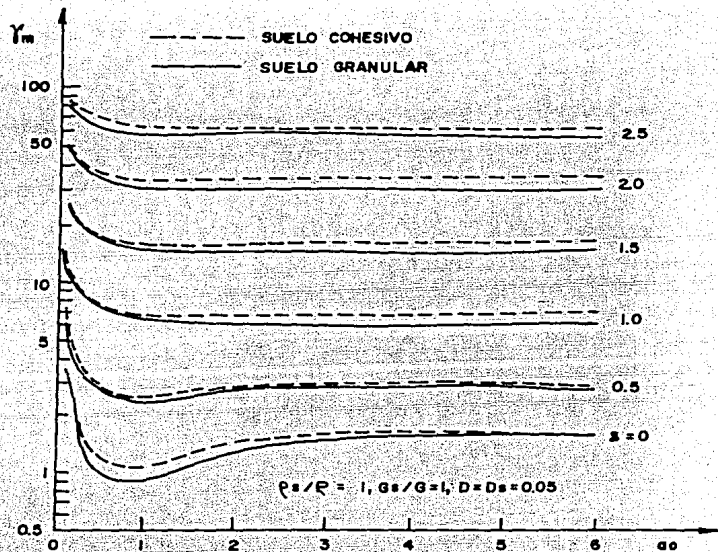


FIG. 15 γ_m PARAMETRO COMO FUNCION DE LA FRECUENCIA A DIMENSIONAL

$$\omega_0 = \frac{Wt}{V_s} r_0$$

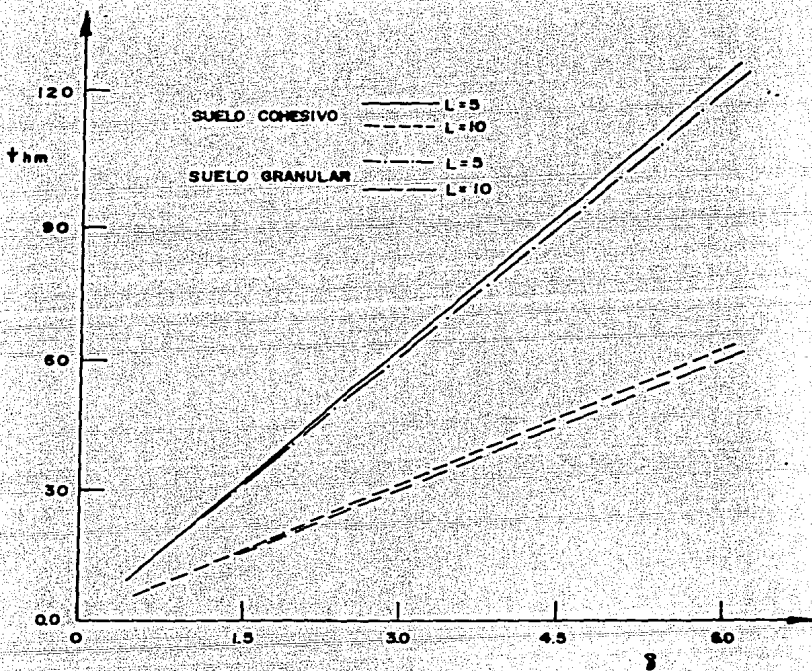


FIG. 16 γ_{hm} PARAMETRO COMO FUNCION DE LA PROFUNDIDAD RELATIVA

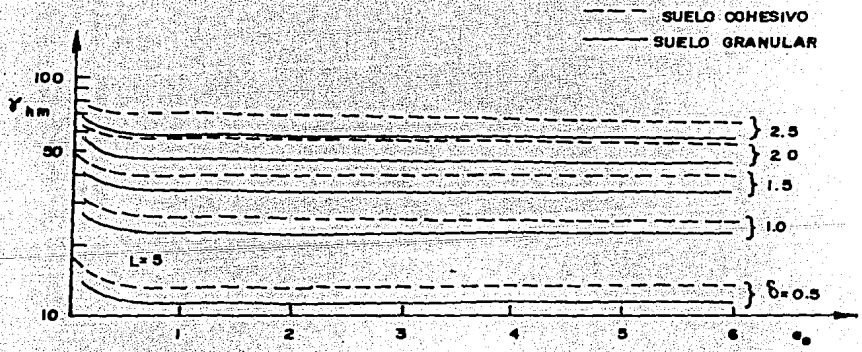
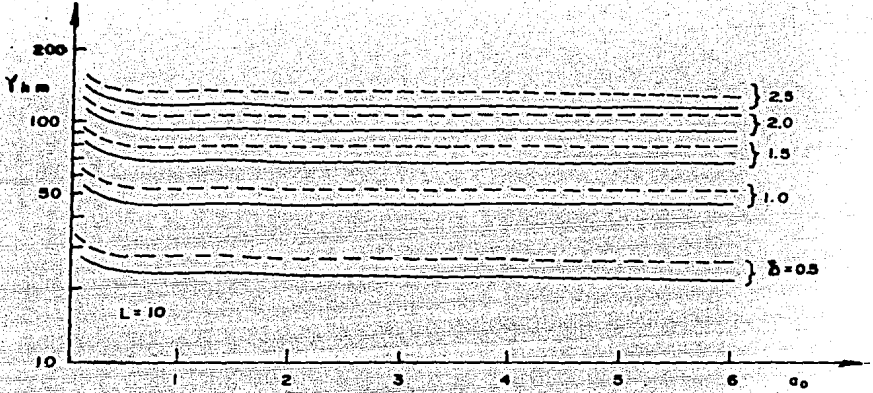


FIG. 17 γ_{hm} PARAMETRO COMO FUNCION DE LA FRECUENCIA A DIMENSIONAL

$$\sigma_0 = \frac{W_1}{V_S} \tau_0$$

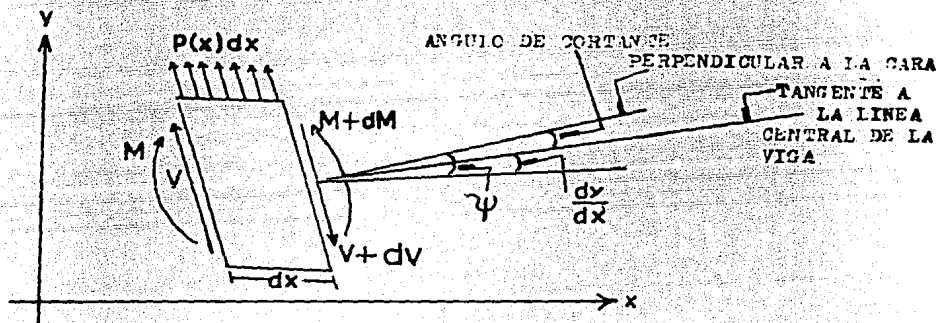


Fig 18. Efecto de deformación de cortante

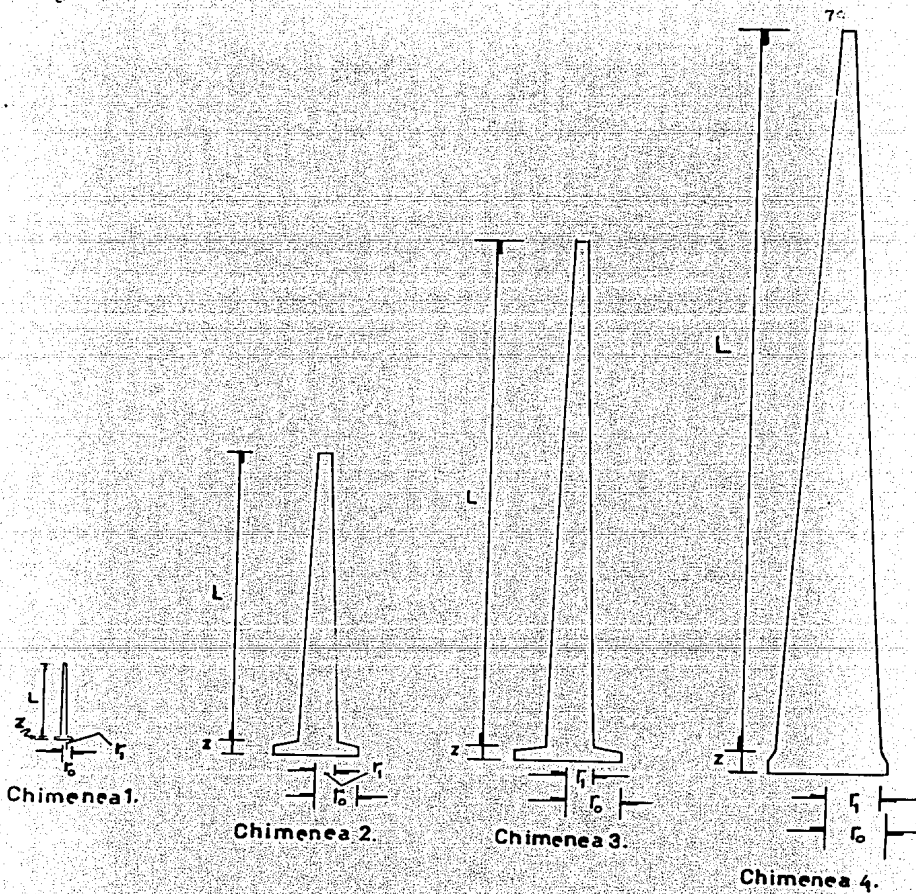
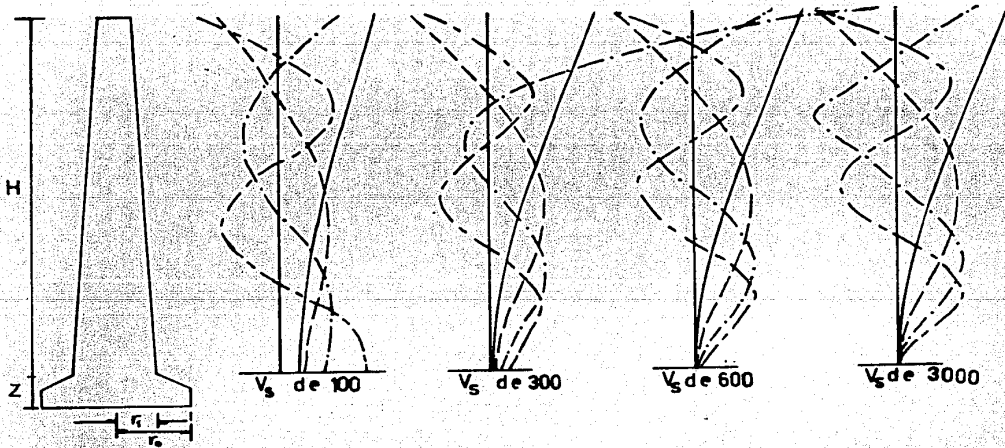


Fig 19.

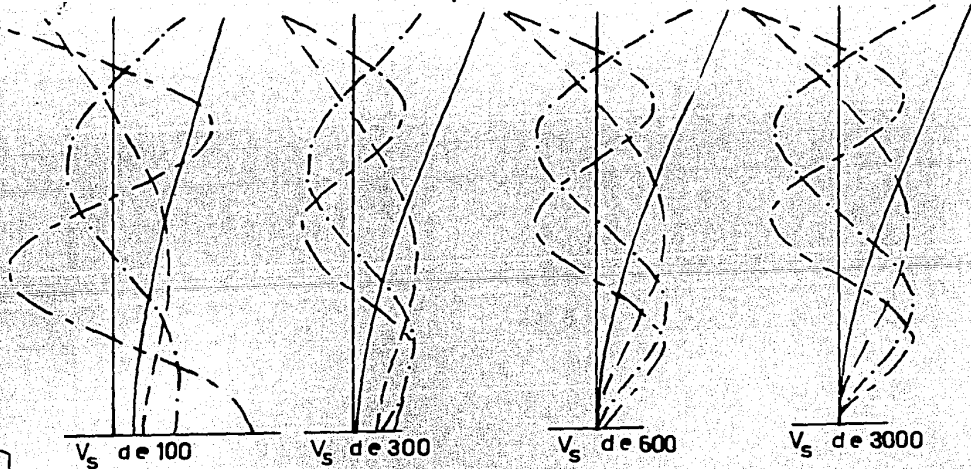
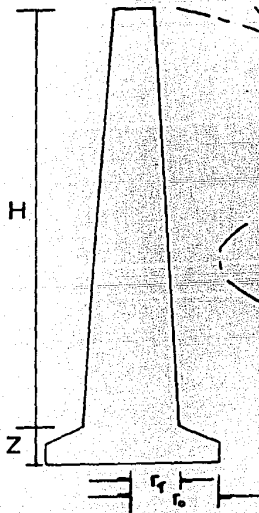


$H/r = 10$
 $H/r_1 = 29.85$
 $H/z = 20$
 V_s en m/seg.

— 1er. Modo
 - - - 2o. Modo
 - · - 3er. Modo
 · · · 4o. Modo

Fig. 20. Modos de vibrar de la chimenea de 20 m.

z

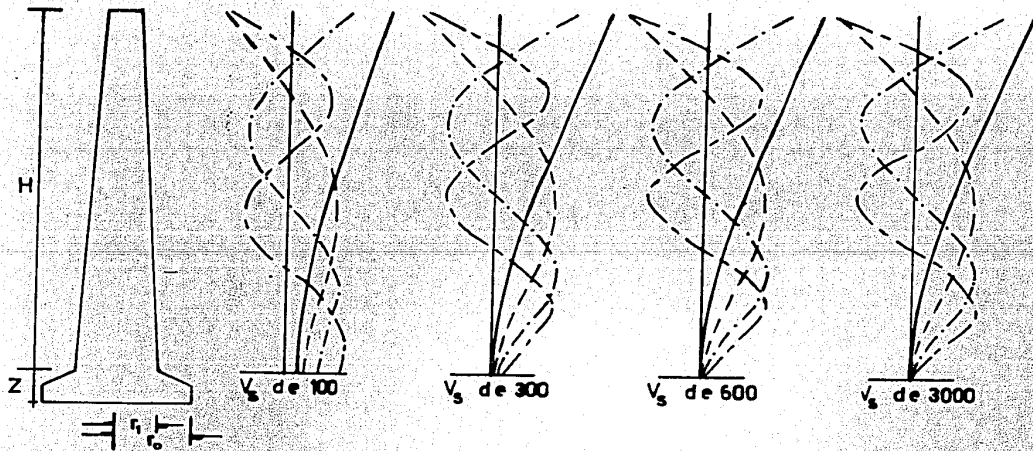


$H/r_0 = 8$
 $H/r_1 = 17.77$
 $H/2 = 20$

— 1er. Modo
- - - 2o. Modo
- · - 3er. Modo
- - - 4o. Modo

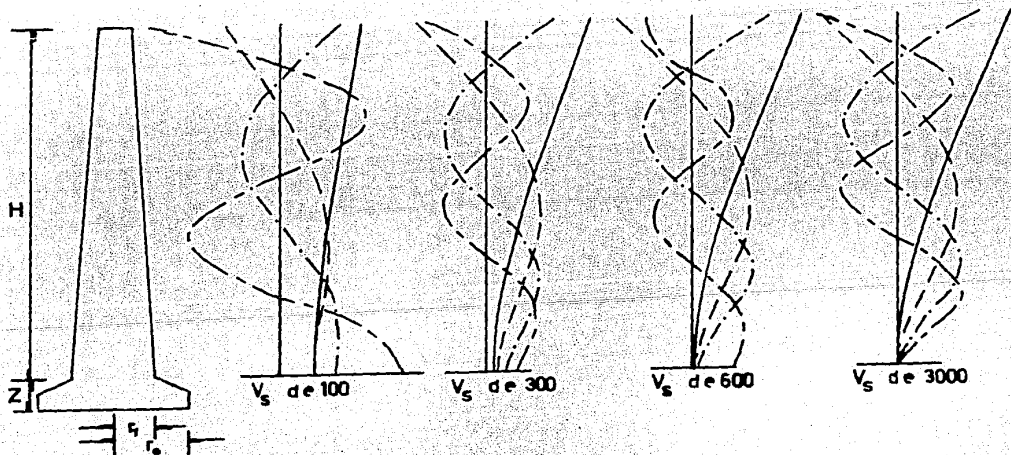
Vs en m/seg

Fig 21- Modos de vibrar de la chimenea de 80 m.



$H/r_0 = 11.20$ ——— 1er. Modo
 $H/r_1 = 24.137$ - - - - 2o. Modo
 $H/Z = 35$ - · - · 3er. Modo
 ····· 4o. Modo
 V_g en m/seg.

Fig. 22. Modos de vibrar de la chimenea de 140 m.



$$H/r_0 = 14.28$$

$$H/r_1 = 16$$

$$H/Z = 33.33$$

V_s en m/seg.

— 1er. Modo

- - - 2o. Modo

- · - 3er. Modo

· · · 4o. Modo

Fig. 23. Modos de vibrar de la chimenea de 200 m.

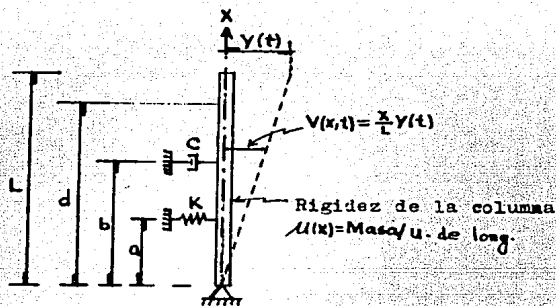


Fig. 24. Sistema con un grado de libertad en coordenada generalizada

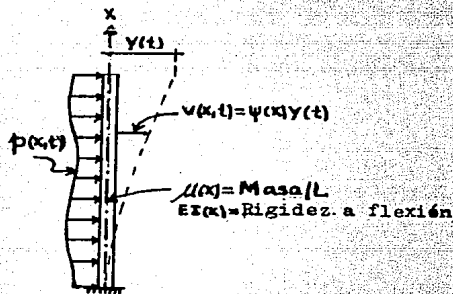


Fig. 25. Idealización de la columna en cantiliver en coordenada generalizada.

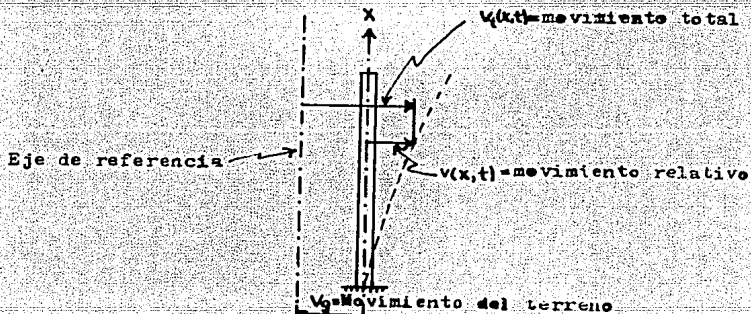


Fig. 26 Excitación sísmica en coordenadas generalizadas.

SISMO	GRO-MICH	REGISTRO	COAF850919AL.T	CORRECCION
DATOS	10E1	ESTA	COAF	METOD CALTECH.
FECHA	850919	INST	03-114	FILTRO 0.070 0.100 23.0 25.0
HORA	13:19:45	COMP	500E	ΔT 0.210
EPIC	17.680 102.470	HORA	13:19:45	MAX ACEL 80.53. -57.91
T	6.1	DUR	59.99	MAX VEL 23.23. -24.85
H	33	DIST	400	MAX DESP 12.19. -15.02

ESPECTRO DE RESPUESTA AMORT (%) 0.2.5.10.20

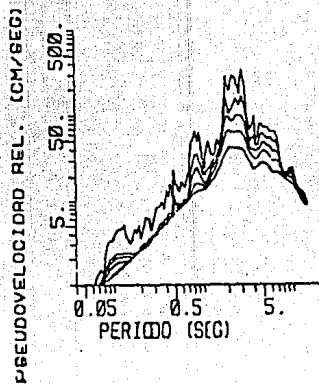
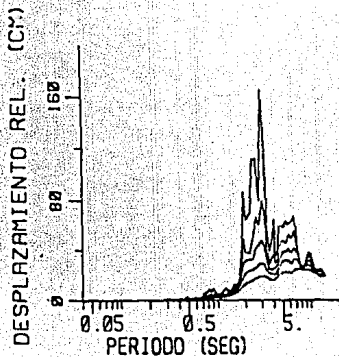
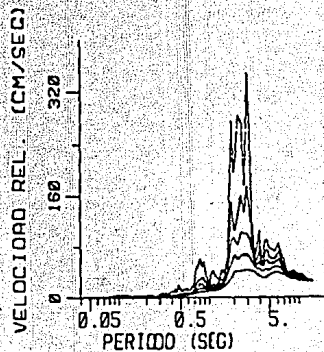
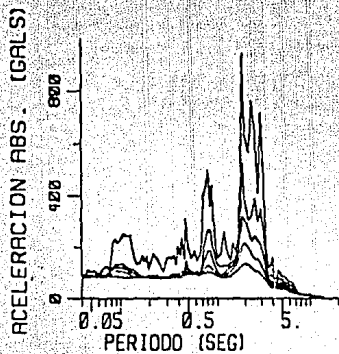
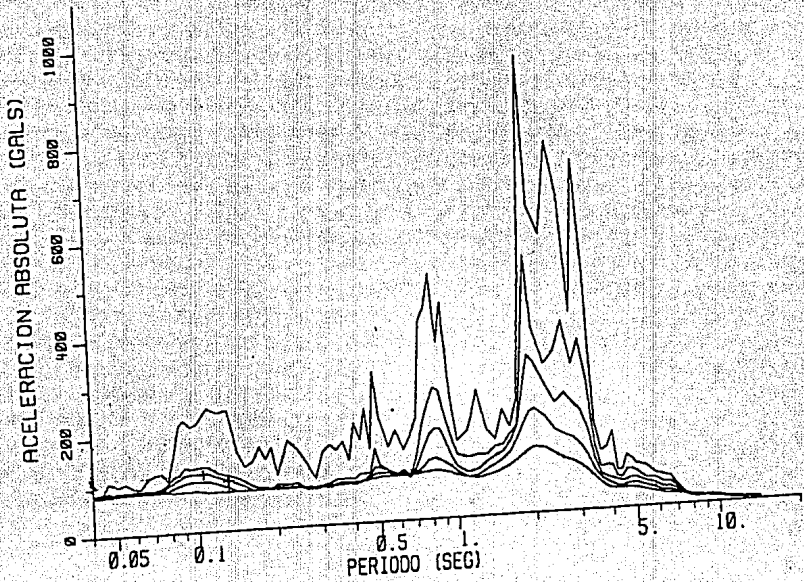


Fig.27.

SISMO	GRO-MICH	REGISTRO	COAF850919AL.T	METHOD	CALTECH.
DATOS	IOE1	ESTA	COAF	FILTRO	0.070 0.100 23.0 25.0
FECHA	850319	INST	D3-114	ΔT	0.020
HORA	13:19:45	COMP	S00E	MAX ACEL	80.53 -57.91
EPIC	17.600 102.470	HORA	13:19:45	MAX VEL	23.23 -24.85
M	8.1	DUR	59.99	MAX DESP	12.19 -15.02
H	33	DIST	400		

ESPECTRO DE RESPUESTA AMORT (%) 0.2:5.10:20



Fit 2a

57

SISMO	GRO-MICH	REGISTRO	SCT1850919BT.T	CORRECCION	
DATOS	IDEI	ESTA	SCT1	METODO	CALTECH.
FECHA	050919	INST	03-144	FILTRO	0.050 0.055 23.0 25.0
HORA	13:19:23	COMP	N90W	ΔT	0.020
EPTC	17.680 102.470	HORA	13:19:22	MAX ACEL	158.40 -167.92
M	8.1	DUR	179.99	MAX VEL	57.42 -60.50
H	33	01ST	400	MAX OESP	21.94 -19.07

SPECTRO DE RESPUESTA AMORT (%) 0.2.5.10.20

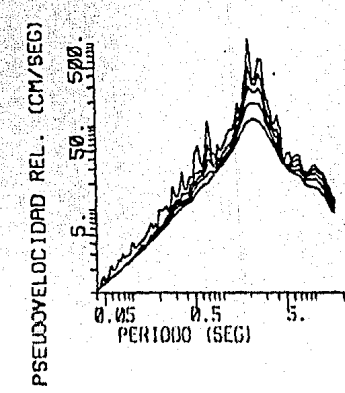
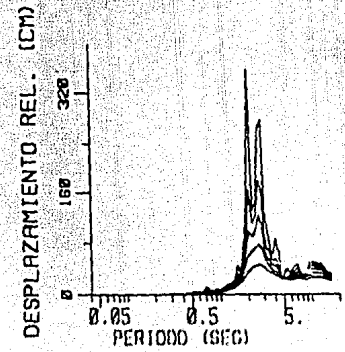
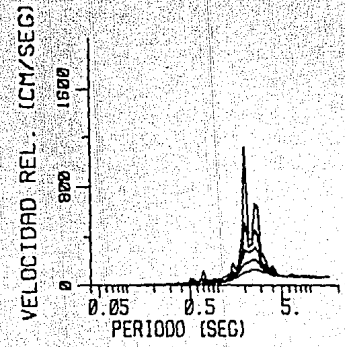
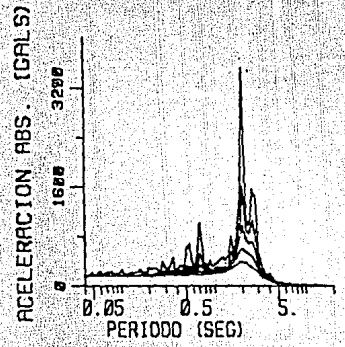


Fig 29.

SISMO	GRO-MICH	REGISTRO	SCT1850919BT.T	CORRECCION
DATOS	IDEI	ESTA	SCT1	METODO CALTECH.
FECHA	850919	INST	03-144	FILTRO 0.050 0.055 23.0 25.0
HORA	13:19:23	COMP	N90W	ΔT 0.200
EPIC	17.680 102.470	HORA	13:19:22	MAX ACEL 158.40. -167.92
M	6.1	DUR	179.99	MAX VEL 57.42. -60.50
H	33	DIST	400	MAX DESP 21.94. -19.07

ESPECTRO DE RESPUESTA AMORT (%) 0.2.5.10.20

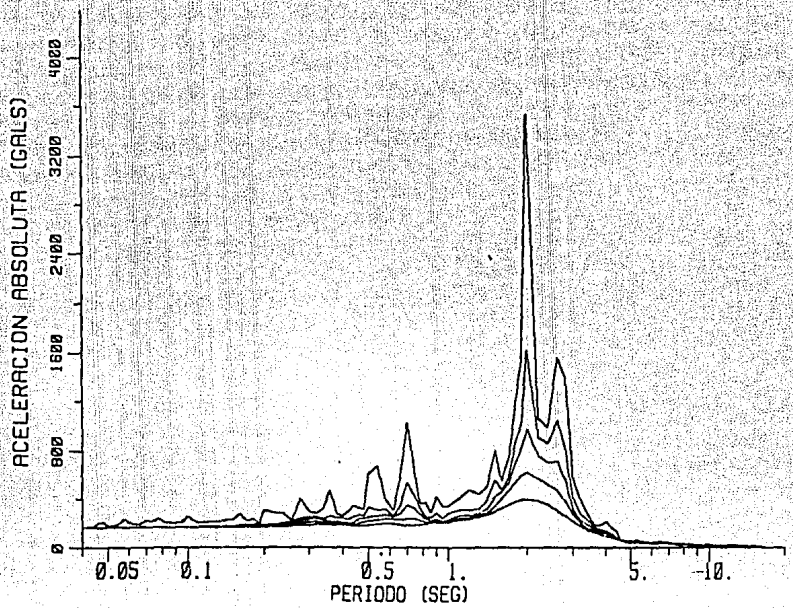


Fig 30.

STSMO	GRD-MICH	REGISTRO	SVV:0570:007.1	CORRECCION
DATOS	JUE1	ESTA	SVV	METODO
FECHA	05/2/19	INS:	01:13	FILTRO
HORA	13:12:43	COMP	N/A	Δt
EPIC	17.687 102.472	409A	13:10:43	MAX ACCEL
M	8.1	OUR	59.94	MAX VEL
II	31	Q1ST	N/A	MAX DISP

ESPECTRO DE RESPUESTA OMOR (%) 0.2.5.10.20

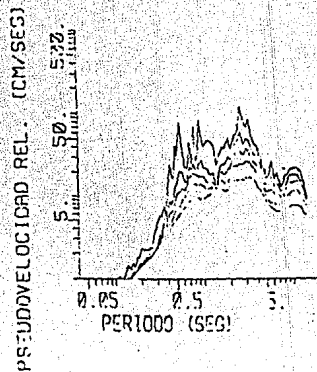
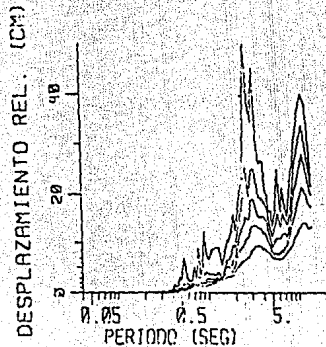
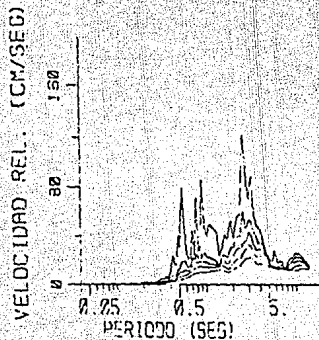
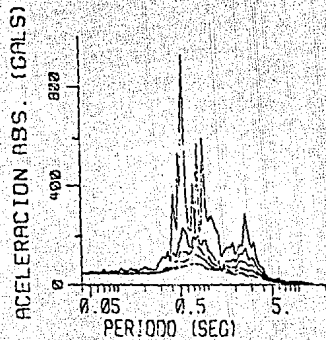


Fig 31.

SISMO	GRO-MICH	REGISTRO	SXVI850919AT.T	CORRECCION
DATOS	10E1	ESTA	SXVI	METODO
FECHA	850919	INST	01-133	FILTRO
HORA	13:19:43	COMP	N90E	ΔT
EPIC	17.600 102.470	HORA	13:19:43	MAX ACEL
M	0.1	OUR	59.99	MAX VEL
H	33	DIST	400	MAX DESP

ESPECTRO DE RESPUESTA AMORT (%) 0.2.5.10.20

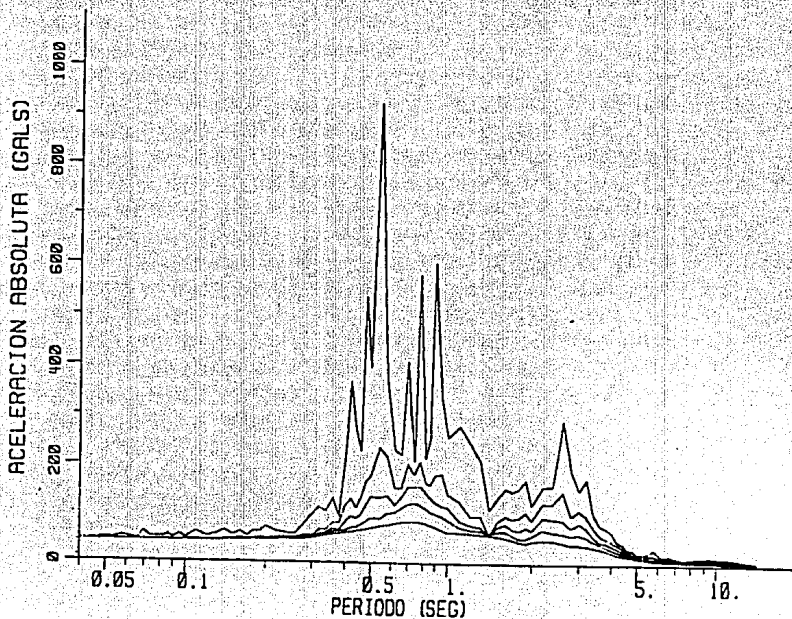


Fig 32.

SISMO	GRO-MICH	REGISTRO	CJ01850919AT.T	CORRECCION	
DATOS	IDEI	ESTA	CJ01	METODO	CALTECH.
FEC-A	850919	INST	03-121	FILTRO	0.070 2.100 23.2 25.0
HORA	13:19:42	COMP	N90E	ΔT	0.020
EPIC.	17.680 102.470	HORA	13:19:42	MAX ACCL	33.45. -29.9%
H	8.1	DUR	59.99	MAX VEL	9.38. -8.97
H	33	DIST	400	MAX DESP	7.19. -5.77

ESPECTRO DE RESPUESTA AMORT (%) 0.2.5.10.20

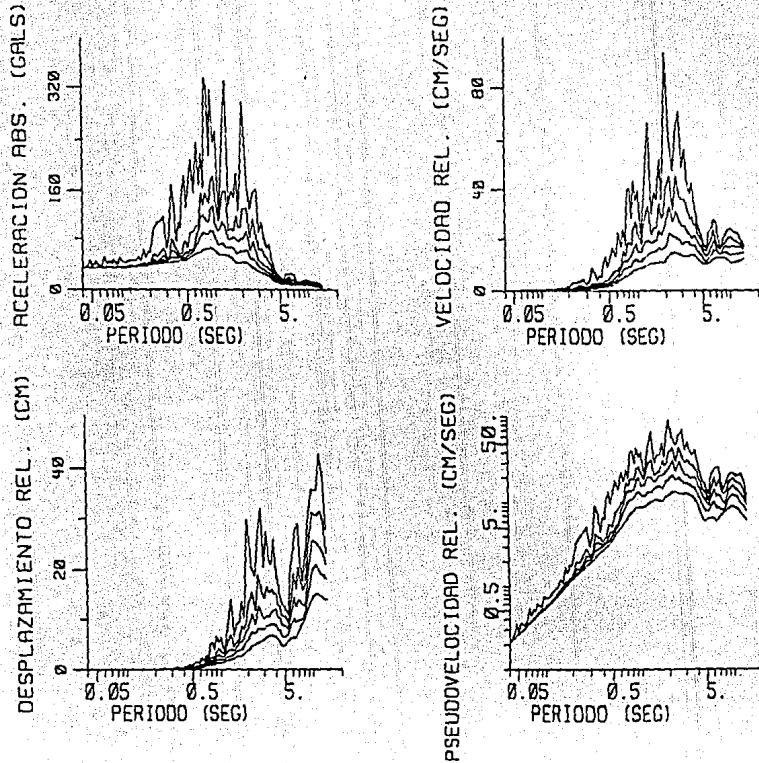


Fig 33.

SISMO	GRO-MICH	REGISTRO	CU01850919AT.T	METODO	CORRECCION
DATOS	IDE1	ESTA	CU01	FILTRO	CALTECH.
FECHA	850919	INST	03-121	Δt	0.222
HORA	13:13:42	COMP	N90E	MAX ACCL	33.45
EPIC	17.660 102.470	HORA	13:19:42	MAX VEL	9.38
M	8.1	DUR	59.99	MAX DESP	7.19
H	33	DIST	400		

ESPECTRO DE RESPUESTA AMORT (α) 0.2.5.10.20

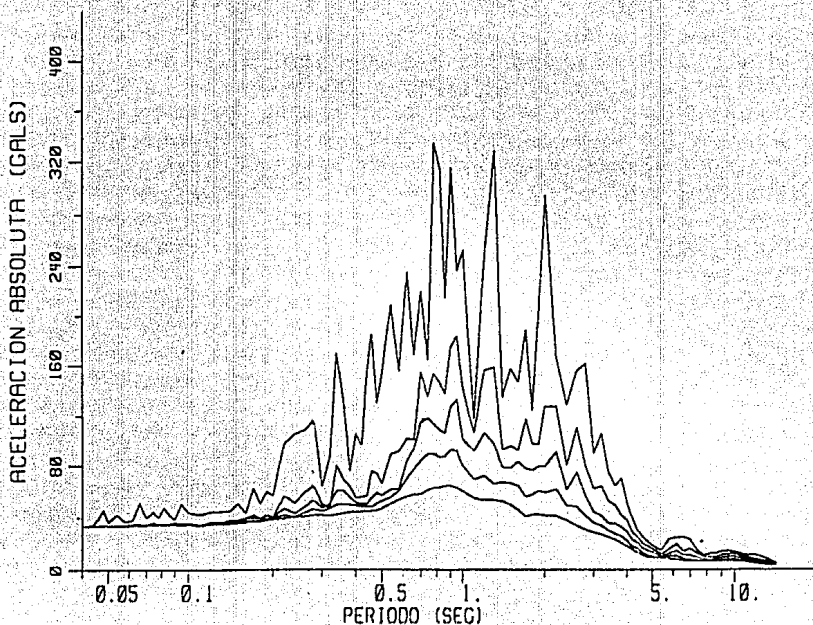


Fig 34.

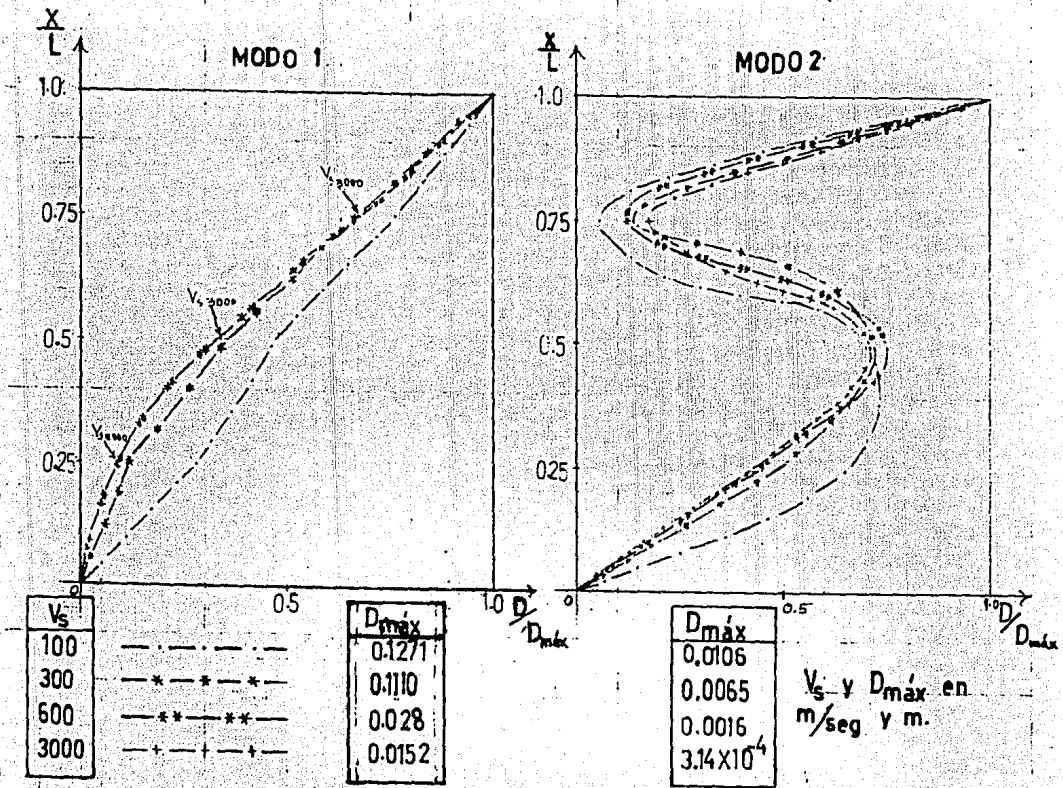


Fig. 35. Variación de desplazamientos de la chimenea de 20 m.

Modo 1 y Modo 2

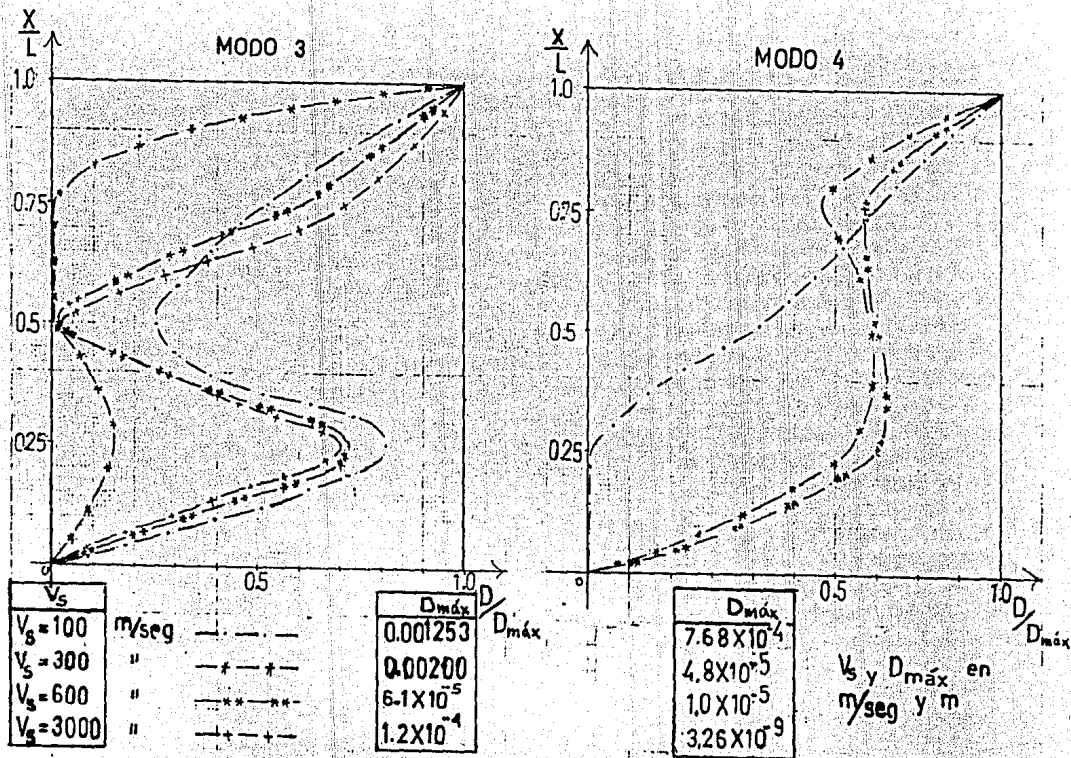


Fig. 36. Variación de desplazamientos de la chimenea de 20 m.
Modo 3 y Modo 4

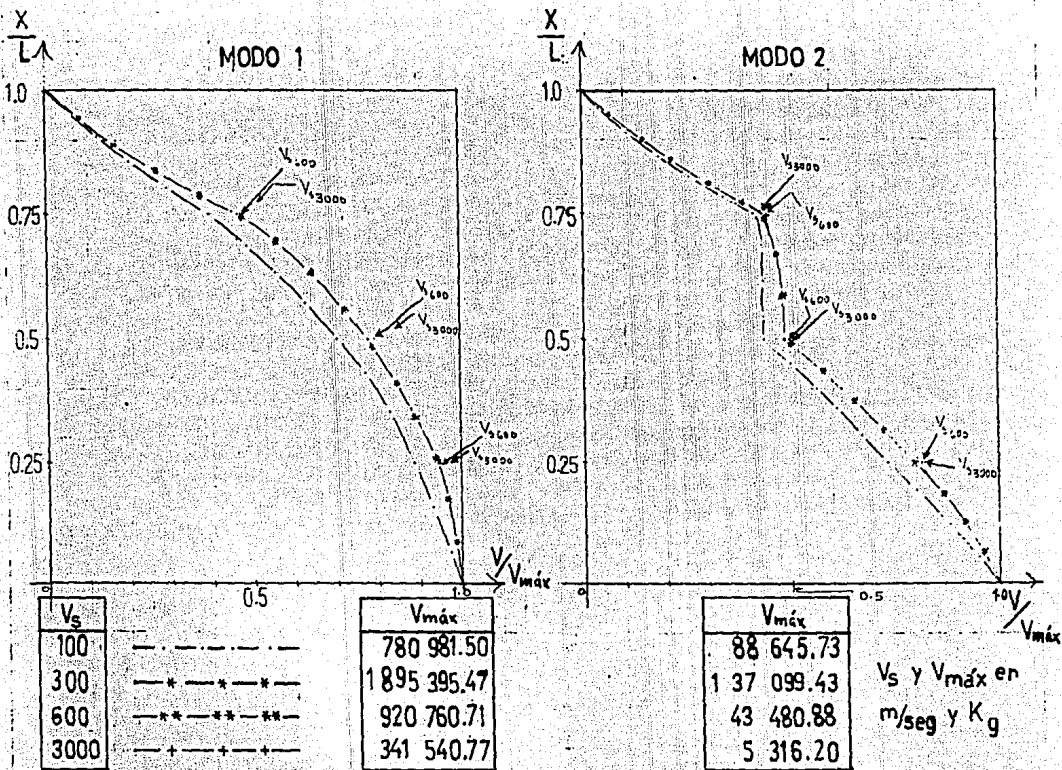


Fig. 37. Variación de cortantes de la chimenea de 20 m.

Modo 1 y Modo 2

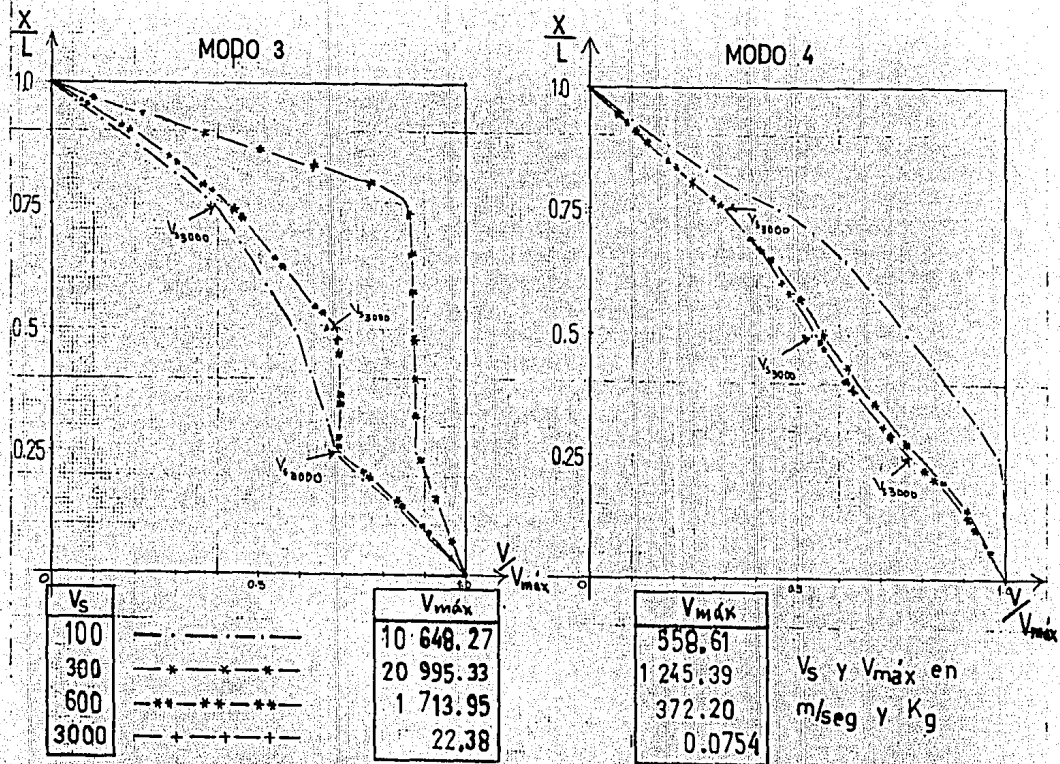


Fig. 38. Variación de cortantes de la chimenea de 20 m.

Modo 3 y Modo 4

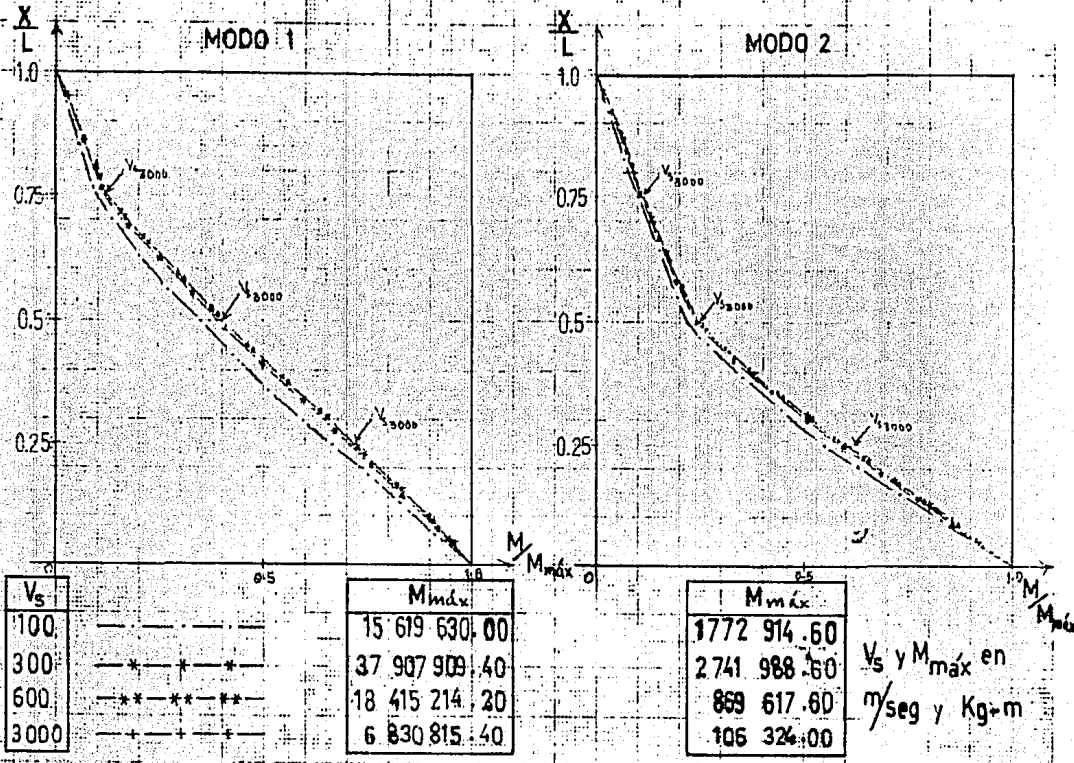


Fig. 39. Variación de momentos de la chimenea de 20 m.
 Modo 1 y Modo 2

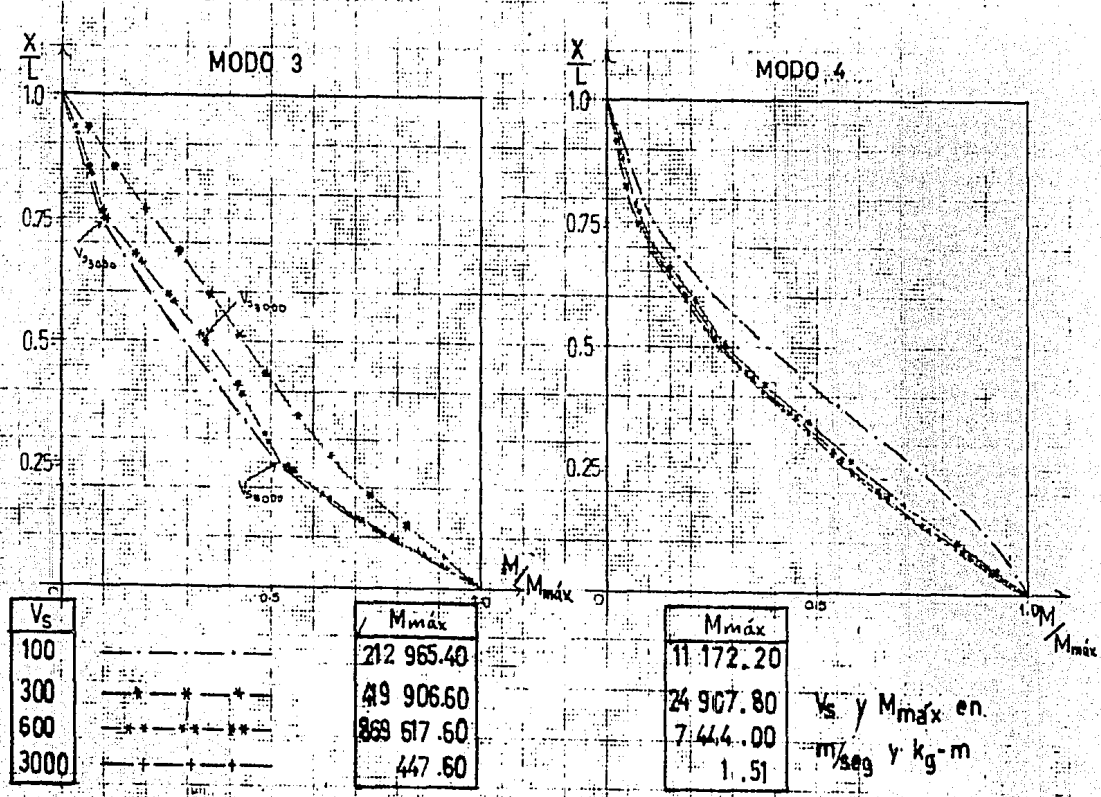


Fig. 40. Variación de momentos de la chimenea de 20 m.
 Modo 3 y Modo 4

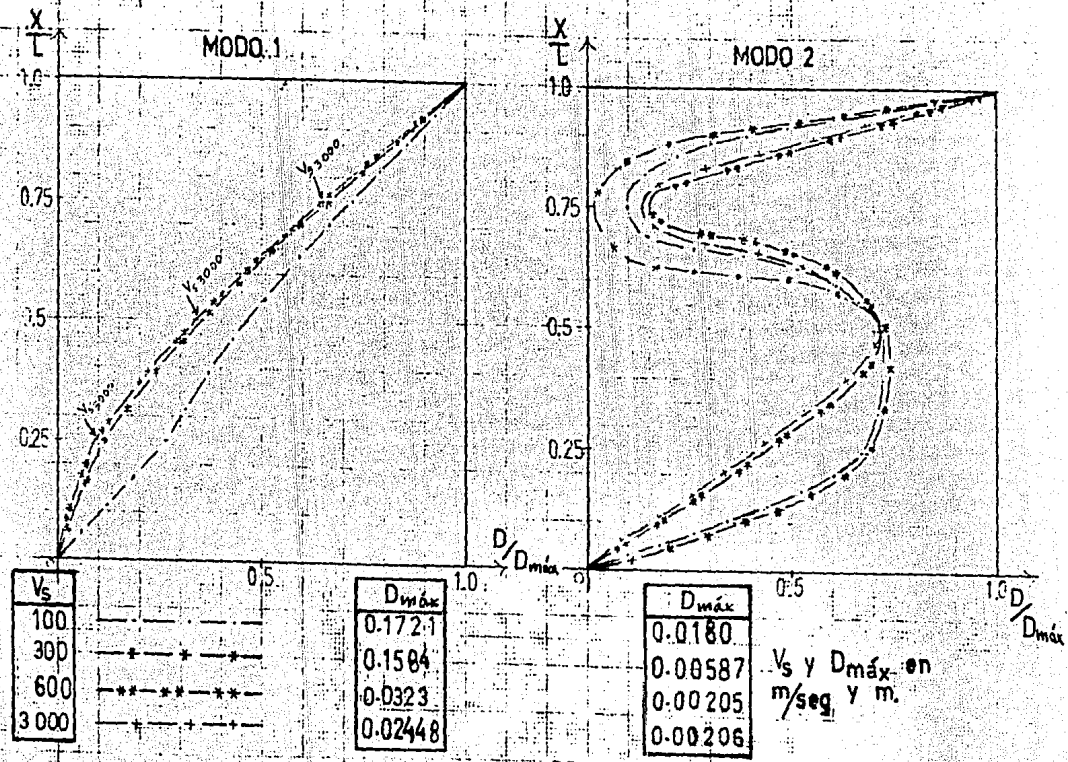


Fig. 1. Variación de desplazamientos de la chimenea de 80 m.

Modo 1 y Modo 2

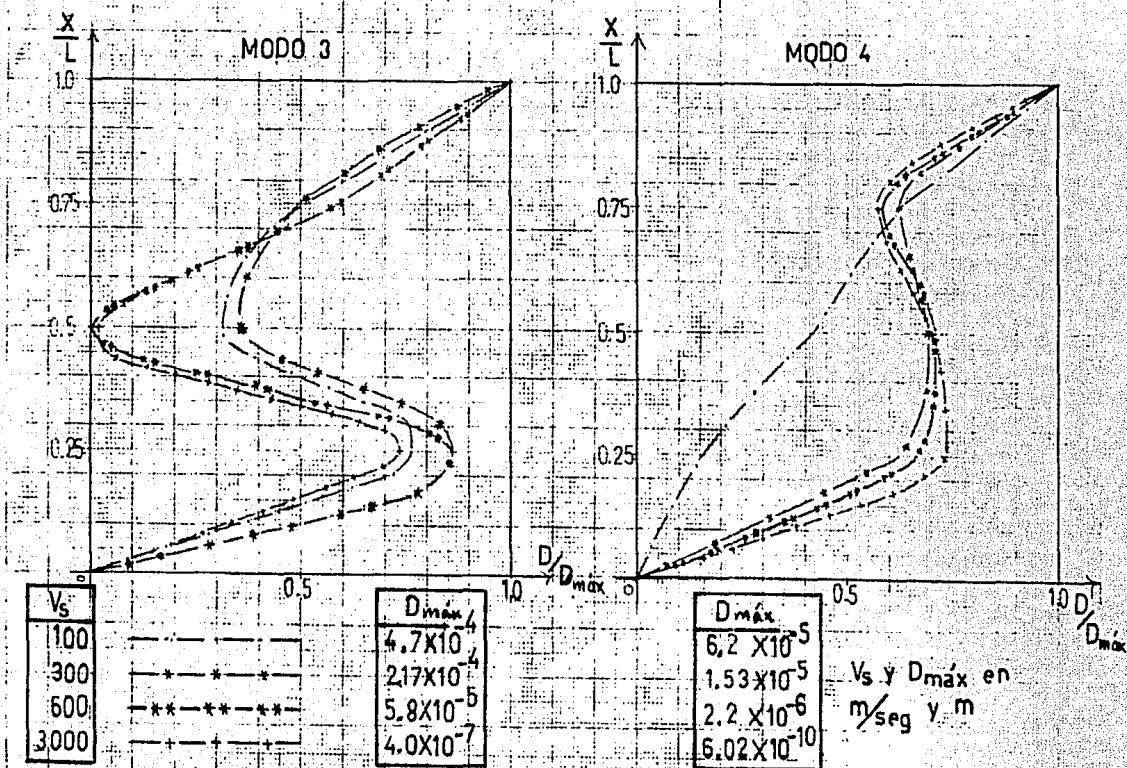


Fig. 42. Variación de desplazamientos de la chimenea de 80 m.

Modo 3 y Modo 4

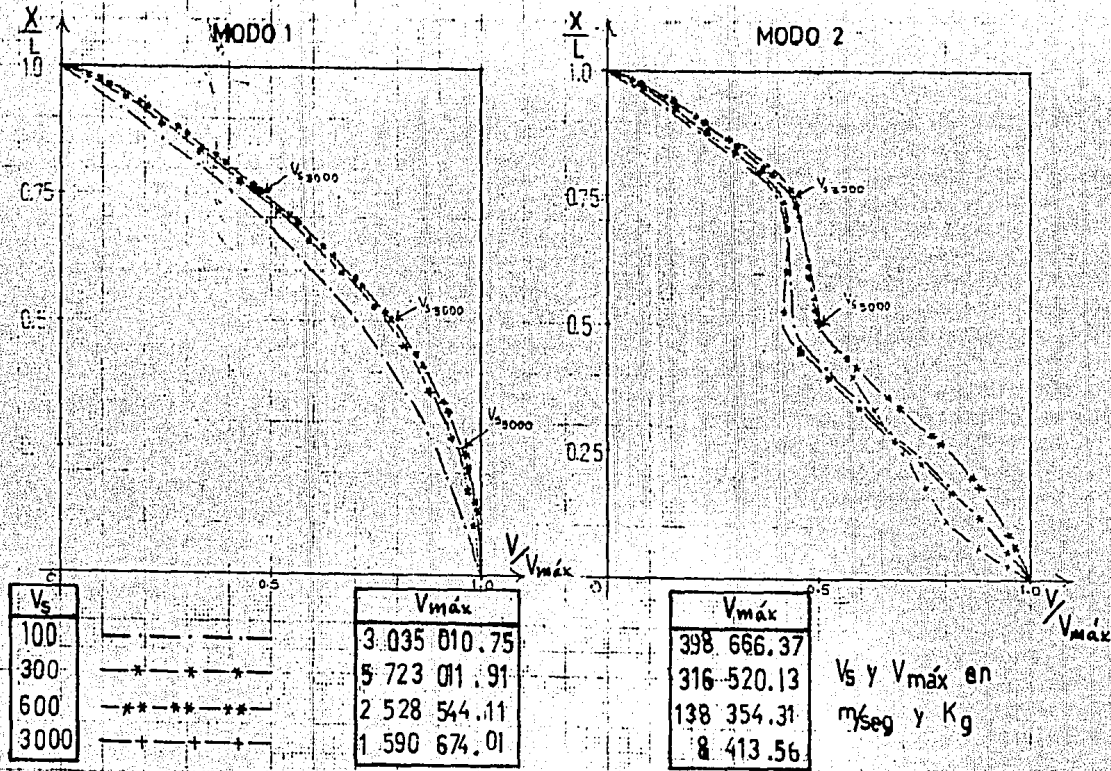


Fig. 43. Variación de constantes de la chimenea de 80 m.
 Modo 1 y Modo 2

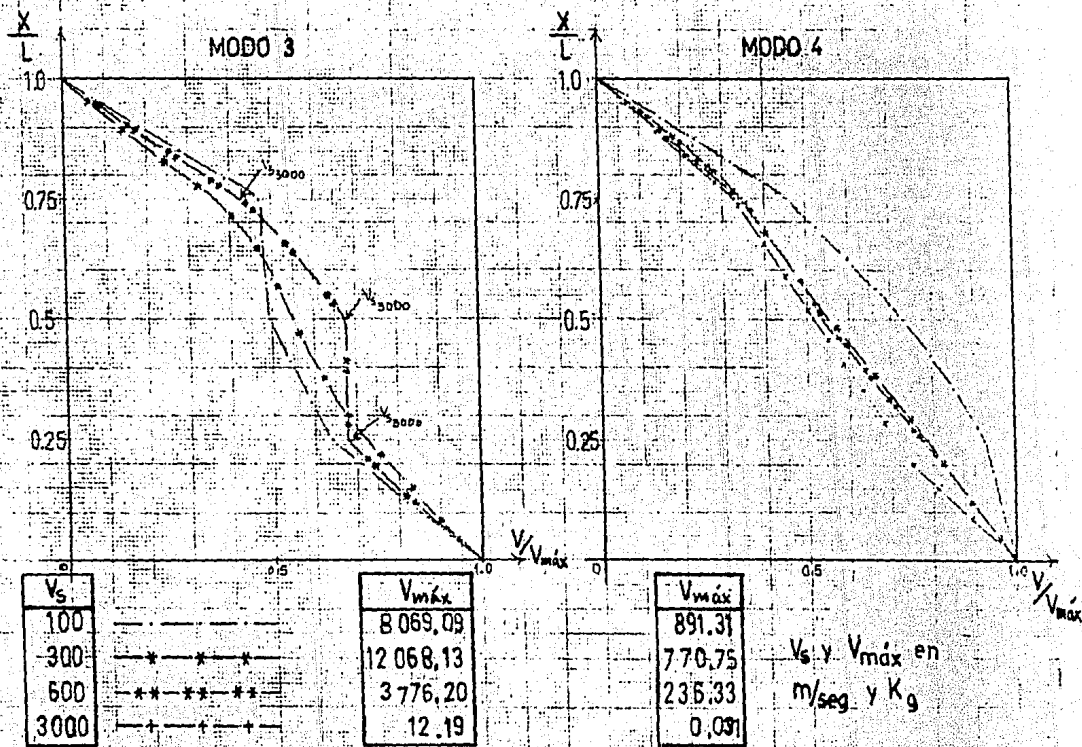


Fig. 44. Variación de cortantes de la chimenea de 30 m.

Modo 3 y Modo 4

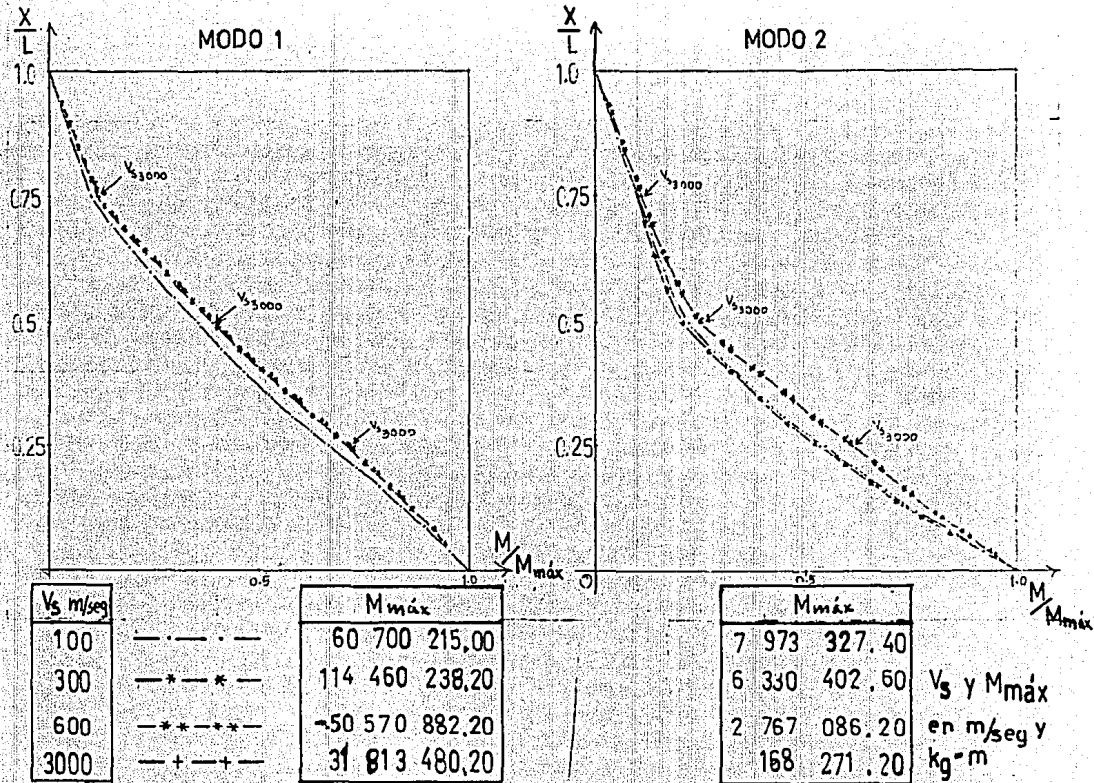


Fig. 45. Variación de momentos de la chimenea de 80 m.

Mod. 1 y Modo 2

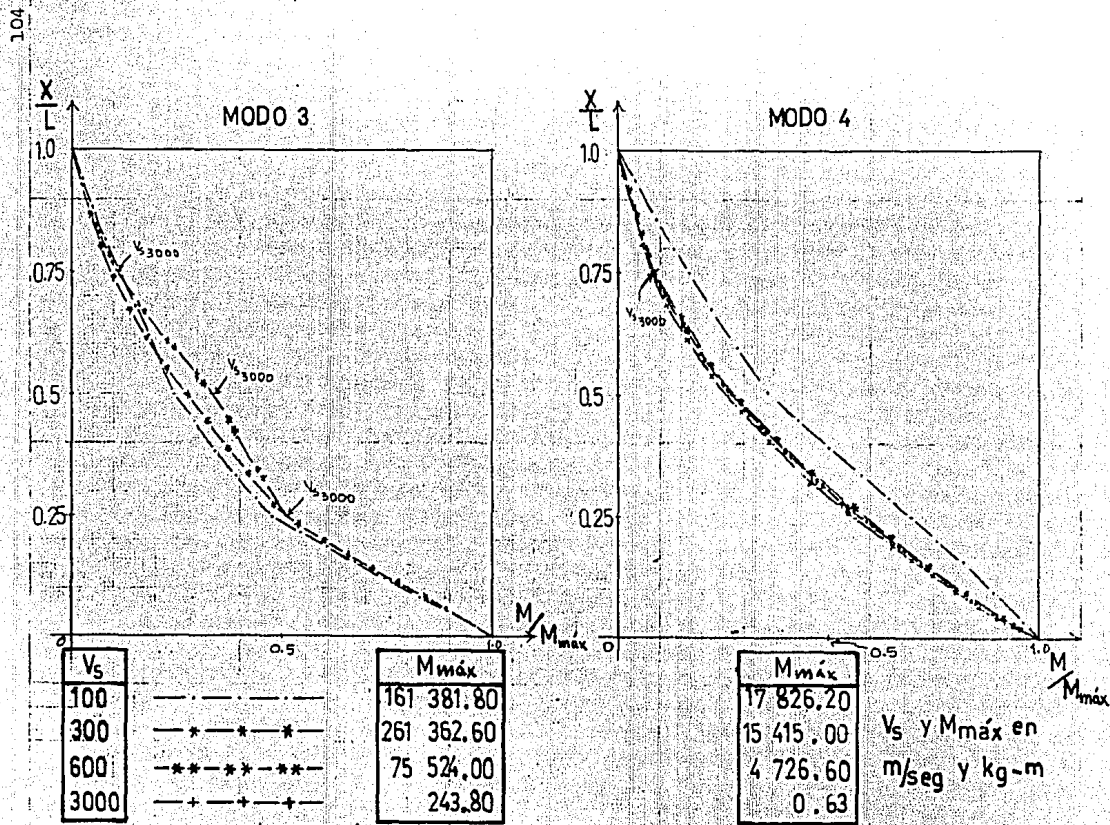


Fig. 46. Variación de momentos de la chimenea de 80 m.

Modo 3 y Modo 4