



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES ARAGON



Sist. 42759.

**DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UNA
MAQUINA PARA EL ESTUDIO DEL
DESBALANCEO EN ROTORES PARA
FINES DIDACTICOS**

AUTOR

URIBE PAZ GERMAN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A la Escuela Nacional de Estudios
Profesionales "Aragón"

A mi maestro.
Ingeniero Mecánico Eléctricista
Cuitlahuac Osorio Correa,
gracias a su asesoramiento
se hizo posible la elaboración
de mi tesis.

A mi buen amigo.
Ingeniero Mecánico Electricista
Armando Vicente Celis.
Con su gran ayuda se llegó
a la culminación de este
trabajo.

Gracias.
A todos mi familiares y amigos
que han contribuido en mi
desarrollo profesional, pues
es a ellos a quienes debo estas
páginas.

A el amigo
del cual tomé
la esencia de ser
hombre; a mi padre
Manuel Uribe García.

Es difícil llegar al
pináculo de una carrera
pero con el apoyo, cariño
y comprensión se puede
lograr; a mi madre
Carmen Paz Lara.

A la compañera que
siempre me ha apoyado
en los buenos y malos
momentos; a mi esposa
Lourdes Colín Martínez.

CONTENIDO

CAPITULO		PAGINA
	INTRODUCCION	1
I.-	DESCRIPCION DEL DESBALANCEO ESTATICO Y DINAMICO	2
I-1	Análisis del desbalanceo	2
I-1-1	Método gráfico	3
I-1-2	Método analítico	9
II.-	RESISTENCIA DE ELEMENTOS MECANICOS	12
II-1	Ductilidad y Dureza	12
II-2	Sistema de designación numérica para aceros	13
II-3	Teorías de falla	15
II-3-1	Teoría de esfuerzo normal máximo	15
II-3-2	Teoría de esfuerzo cortante máximo	16
II-3-3	Teoría de energía de distorsión	18
II-4	Fatiga	23
II-4-1	Resistencia a la fatiga y límite de resistencia a la fatiga	23
II-4-2	Factores que modifican el límite de resistencia a la fatiga	25
II-4-3	Acabados de superficie	25
II-4-4	Efectos de tamaño	26
II-4-5	Confiabilidad	27
II-4-6	Efectos de temperatura	30
II-4-7	Factores de concentración de esfuerzos	30
II-4-8	Esfuerzos fluctuantes	33
II-4-9	Resistencia a la fatiga en caso de esfuerzos fluctuantes	35

CAPITULO		PAGINA
III.-	TOLERANCIAS JUEGOS Y AJUSTES	37
III-1	Tolerancia	37
III-2	Juego	37
III-3	Ajustes	38
IV.-	EJES DE TRANSMISION	41
IV-1	Diseño para cargas estáticas	41
IV-2	Flexión alternante y torsión continua	42
IV-3	Enfoque de Soderberg	43
V.-	COJINETES ANTIFRICCION	47
V-1	Tipos de cojinetes	47
V-2	Duración de vida de los cojinetes	50
V-3	Carga de cojinetes	54
V-4	Selección de cojinetes de bolas	55
VI.-	VIBRACIONES MECANICAS	58
VI-1	Vibración forzada	59
VI-2	Transmisibilidad	63
VII.-	VELOCIDAD CRITICA	64
VII-1	Deflexión de vigas	65
VII-2	Cálculo de deflexión de una viga	69
VIII.-	DISEÑO DE ELEMENTOS	72
VIII-1	Diseño de la flecha	75
VIII-2	Selección de cojinetes	89
VIII-3	Diseño de contrapesos y su montaje	92
VIII-4	Selección del motor	95
VIII-5	Selección de soportes	96

CAPITULO		PAGINA
IX	PRACTICAS	97
	Práctica No. 1	97
	Práctica No. 2	99
	Práctica No. 3	101
	CONCLUSION	114
	BIBLIOGRAFIA	115

INTRODUCCION

En la carrera de Ingeniería Mecánica existe la necesidad de contar con determinado equipo de experimentación, para que el estudiante relacione de manera objetiva los conocimientos adquiridos en forma teórica con algunas experiencias prácticas obtenidas en el laboratorio o taller de la escuela. Teniendo ésta necesidad, el presente trabajo está dirigido al diseño y construcción de una máquina para el estudio, análisis y corrección del desbalanceo en rotores, siendo éste uno de los temas fundamentales en diversas materias que componen la carrera de Ingeniería Mecánica. Esta máquina deberá cumplir con determinadas características, -- siendo la primordial la de versatilidad, para poder lograr en las prácticas de laboratorio una mejor comprensión de los aspectos -- teóricos y prácticos del desbalanceo tanto estático como dinámico.

En la construcción de esta máquina se emplearán principios científicos aunados a información obtenida por medio de la experiencia, que en nuestro concepto es la finalidad de la ingeniería.

La tesis está dividida en nueve capítulos del capítulo I al VII trata de los principios fundamentales de la toma de decisiones, de los medios matemáticos y analíticos necesarios, y de la teoría que ha de emplearse al aplicar tales medios o instrumentos.

En el capítulo VIII se aplican los principios fundamentales al diseño y selección de los elementos de la máquina.

En el capítulo IX se dan una serie de prácticas donde se muestra la utilidad y versatilidad de la máquina.

I.- DESCRIPCION DEL DESBALANCEO ESTATICO Y DINAMICO

El balanceo es la técnica de corregir o eliminar fuerzas o momentos de inercia indeseables. Estas fuerzas pueden provocar vibraciones, las cuales aumentan los esfuerzos componentes y someten a los cojinetes a cargas repetidas que provocan la falla prematura por fatiga de las piezas, por lo que es preciso eliminar o por lo menos reducir en primera instancia las fuerzas de inercia que producen estas vibraciones. En base a lo anterior se puede establecer que el problema principal es el estudio del balanceo es la determinación del desbalanceo y la aplicación de -- correcciones.

II.1.- ANALISIS DEL DESBALANCEO

En esta sección se muestra como analizar cualquier sistema giratoria desbalanceado y la manera de determinar las correcciones apropiadas mediante la aplicación de métodos gráficos y métodos vectoriales.

I.1.1.- METODO GRAFICO

En la figura 1.1 se muestra un sistema desbalanceado, formado por un rotor rígido y tres masas que giran en un plano común transversal alrededor del eje 0-0. El sistema se balancea agregando una cuarta masa, de tal manera que la suma de todas las fuerzas centrífugas sea cero y se logre el balanceo.

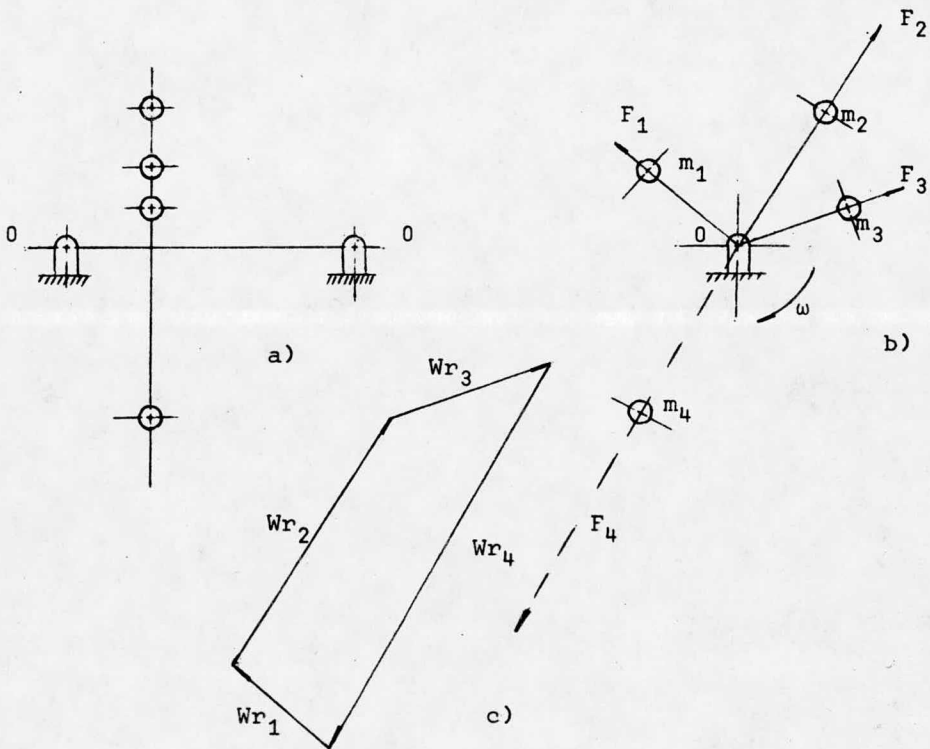


Fig. 1.1. Sistema desbalanceado de tres masas en un plano transversal común.

Para una velocidad angular (ω) constante, la fuerza de inercia de cualquier masa dada m , es igual a $F = mr\omega^2$ con dirección y sentido radialmente hacia fuera. Para tener balanceo, la suma vectorial de las fuerzas centrífugas del sistema debe ser igual a cero.

$$\Sigma F = 0$$

$$\Sigma F = mr\omega^2 = 0$$

$$m = \frac{W}{g}$$

$$\Sigma \left(\frac{W}{g} r\omega^2 \right) = 0$$

$$\frac{\omega^2}{g} \Sigma Wr = 0$$

Ec. 1.1

donde;

F = fuerza

W = peso

m = masa

g = gravedad

r = radio

ω = velocidad angular

Como se muestra en la figura 1.1.b, el vector adicional F_u representa la fuerza de desbalanceo y (Wr_u) en la figura 1.1.c es la magnitud de la equilibrante requerida para lograr el balanceo, con la dirección señalada por el vector que cierra el polígono. Se puede balancear con una sola masa cualquier número de masas que roten sobre un plano radial común.

Para el caso en que las masas giratorias de un rotor rígido se encuentren en diferentes planos axiales y transversales, se debe satisfacer la ecuación 1.1 para tener el balanceo de -

fuerzas centrífugas. Como se muestra en la figura 1.2b, se obtiene la resultante R de las tres masas no balanceadas mostradas en la figura 1.2a, por medio de un polígono vectorial. Se tiene la impresión de que una sola masa de balanceo puede satisfacer la ecuación 1.1, considerando el balance de momentos se aprecia que se requiere un mínimo de dos masas de balanceo. En la figura 1.2a se escoge arbitrariamente el plano transversal A-A alrededor del cual se evalúan los momentos de las fuerzas centrífugas. Para tener el balanceo de momentos, la suma vectorial de los momentos de las fuerzas debe ser igual a cero.

$$\Sigma F l = 0$$

$$\Sigma \frac{W}{g} r \omega^2 l = 0$$

$$\frac{\omega^2}{g} \Sigma W r l = 0$$

$$\Sigma W r l = 0$$

Ec. 1.2

donde l es el brazo de momento de cualquier fuerza dada.

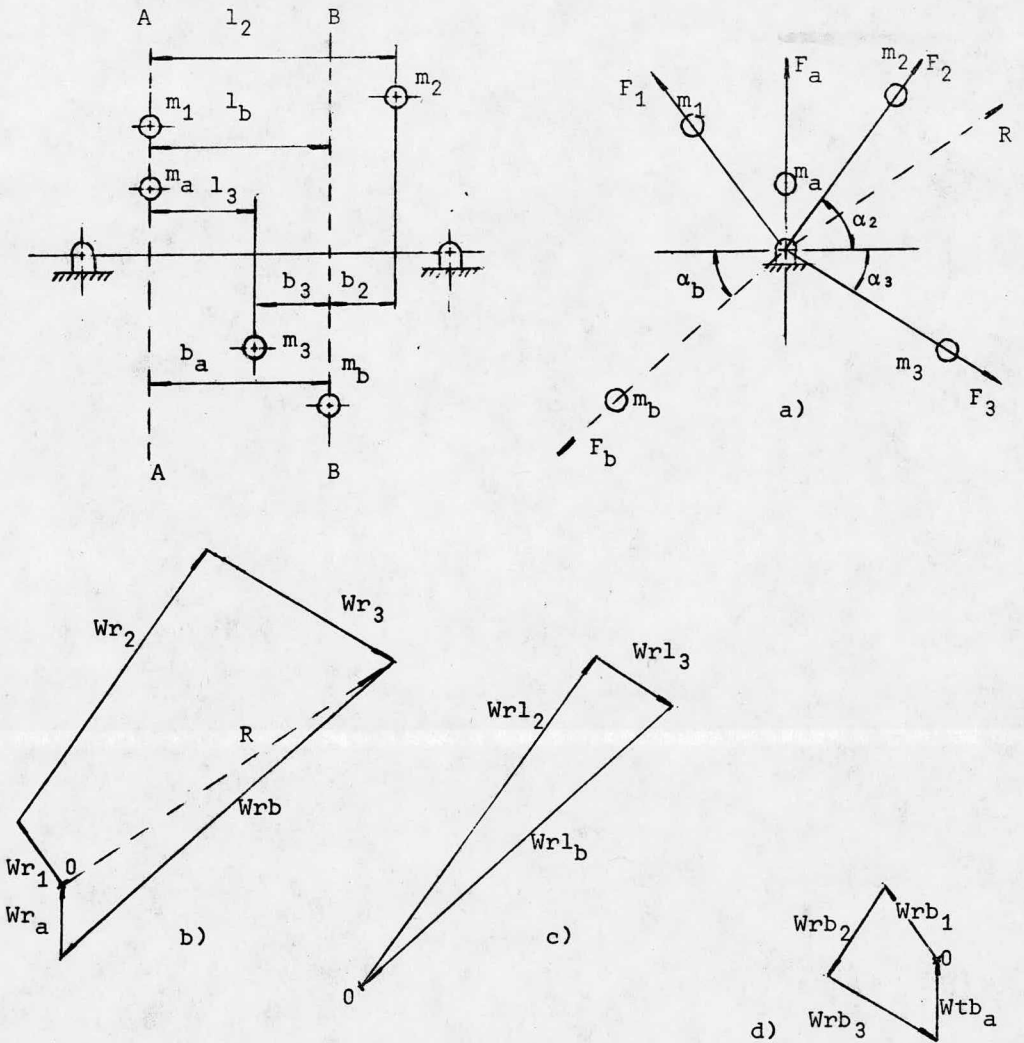


Fig. 1.2 Sistema desbalanceado de tres masas en diferentes planos axiales y transversales.

En la figura 1.2c se muestra el polígono vectorial de los momentos formados alrededor del plano transversal A-A. Se escoge el plano B-B, en el que se debe colocar una masa de balanceo m_b , para lograr el balanceo de momentos. Los vectores de momentos se representan en la misma dirección y sentido de las fuerzas centrífugas. En la figura 1.2c se dibujaron los vectores conocidos de los momentos (Wr_{1_2}) y (Wr_{1_3}) , además el lado de cierre del polígono (Wr_{1_b}) determina el vector momento necesario para el balanceo. La dirección de (Wr_{1_b}) muestra el plano axial en que se debe colocar m_b . Se calcula la magnitud del vector (Wr_b) a partir de $---$ $(Wr_{1_b})/l_b$ y se traza el polígono de fuerzas de la figura 1.2b. Se necesita tener una segunda masa m_a que cierra el polígono de fuerzas en la forma indicada por (Wr_a) colocando m_a en el plano A-A, de tal manera que tenga momento cero alrededor del plano A-A, el polígono de los vectores de momentos, figura 1.2c para el equilibrio, permanece sin cambio.

En la figura 1.2d se muestra el polígono de los vectores de momentos del cual se toman los momentos alrededor del plano B-B, para determinar el vector $(Wr_b)_a$ debido a m_a en el plano A-A. El vector (Wr_a) que se obtiene de este polígono es el mismo que en la solución anterior. Como se muestra en la figura 1.2d, el sentido de $(Wr_b)_2$ es negativo debido a que m_2 está en el lado opuesto del plano B-B que m_1 y m_3 .

En el caso general de la figura 1.2, se puede balancear cualquier número de masas, con un mínimo de dos masas adicionales colocadas en dos planos transversales seleccionados arbitrariamente tales como A-A y B-B.

COMPROBACION DE RESULTADOS EN EL METODO GRAFICO EN CUANTO A LOS
BRAZOS DE MOMENTOS. (1) MEDIANTE METODO ANALITICO

Refiriéndonos a la figura 1-2 los momentos que tienden a deflectar la flecha debido a las masas aplicadas se dividen en sus componentes horizontales y componentes verticales.

El momento neto en cada plano debe ser cero si la flecha está balanceada dinámicamente.

Si tomamos momentos con respecto a la masa (1) que a la vez sería con respecto a la masa (a) tenemos.

Momentos horizontales con respecto a m_1 y m_a

$$l_2 F_2 \cos \alpha_2 + l_3 F_3 \cos \alpha_3 - l_b F_b \cos \alpha_b = 0$$

Momentos verticales con respecto a m_1 y m_a

$$l_2 F_2 \sin \alpha_2 + l_3 F_3 \sin \alpha_3 - l_b F_b \sin \alpha_b = 0$$

Si se conocen las posiciones angulares de tres de las masas, las posiciones angulares de los otros dos pueden encontrarse por métodos gráficos.

Además si también se conocen los brazos de momentos (1) de dos fuerzas centrífugas la localización de los otros dos pueden encontrarse substituyendo los valores conocidos en las ecuaciones simultaneas anteriores.

I.1.2- METODO ANALITICO

En la figura 1.3 se presenta un sistema giratorio que se ha idealizado con fines ilustrativos. Un eje sin peso está apoyado en los cojinetes A y B, y gira a una determinada velocidad angular. Se conectan tres pesos W_1 , W_2 , W_3 , al eje y se hacen girar con él, produciendo un desbalanceo y a la vez hace que el árbol ejerza fuerzas sobre sus cojinetes. La manera de corregir el desbalanceo del sistema es la siguiente.

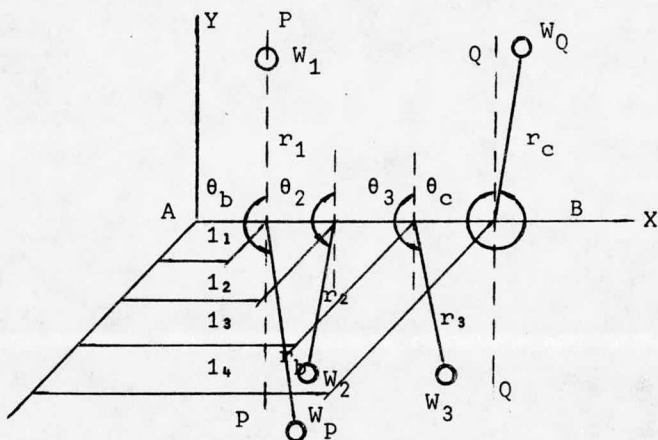


Figura 1.3.- Método analítico del desbalanceo

Se principia calculando la fuerza centrífuga debida a cada peso en rotación

$$F_1 = \frac{W_1}{g} r_1 \omega^2$$

$$F_3 = \frac{W_3}{g} r_3 \omega^2$$

$$F_2 = \frac{W_2}{g} r_2 \omega^2$$

Ecs. 1.3

De la figura 1.3 determinamos que estas fuerzas son paralelas al plano yz, y se les puede escribir en forma vectorial de la siguiente manera.

$$\bar{F}_1 = F_1 * \theta_1 = a_1j$$

$$\bar{F}_3 = F_3 * \theta_3 = a_3j + b_3k$$

$$\bar{F}_2 = F_2 * \theta_2 = a_2j + b_2k$$

En donde θ lo medimos en sentido antihorario a partir de y, cuando se ve desde el extremo opuesto de x. Los momentos de estas fuerzas tomados alrededor del cojinete en A, deben ser equilibradas por el momento de rotación en el cojinete B, por lo tanto;

$$\Sigma M_A = l_1ix a_1j + l_2ix(a_2j + b_2k) + l_3ix(a_3j + b_3k) + l_4ix\bar{F}_B = 0$$

Al resolver esta ecuación, obtenemos la reacción en el cojinete B como;

$$\bar{F}_B = a_bj + b_bk$$

Se puede encontrar la reacción en A sumando las fuerzas. - De donde;

$$\bar{F}_A = -\bar{F}_1 - \bar{F}_2 - \bar{F}_3 - \bar{F}_B \quad \bar{F}_A = a_{aj} + b_{ak}$$

Teniendo establecidas las reacciones en los cojinetes, lo que nos resta por encontrar son las fuerzas correctoras.

Para encontrar dichas fuerzas, primero debemos balancear los momentos, para esto tomamos un plano transversal arbitrario, - que en este caso es (P-P), mostrado en la figura 1.4. Se escoge el plano (Q-Q), en el que se colocará la masa m_q para llegar al balanceo de los momentos.

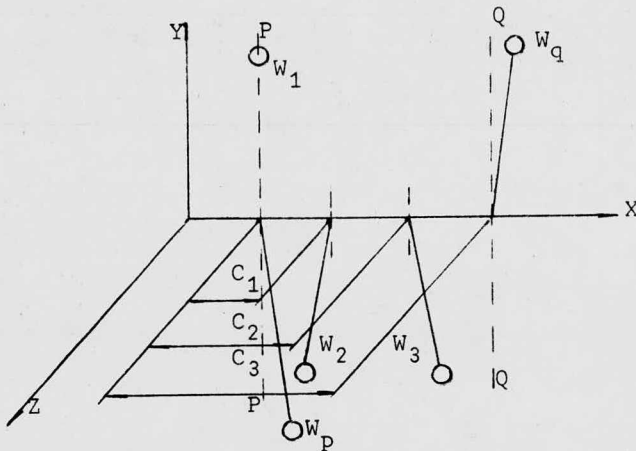


Figura 1.4.- Método Analítico

Haciendo ahora sumatoria de momentos con respecto a (P-P)

$$\Sigma M_P = C_1 i x (a_2 j + b_2 k) + C_2 i x (a_3 j + b_3 k) + C_3 i x F_q = 0$$

Al resolver esta ecuación, obtenemos.

$$\bar{F}_q = a_q j + b_q k$$

Sabemos que

$$F_q = m_q r_q \omega^2$$

en donde r_q y ω normalmente son datos, de aquí podemos determinar m_q .

De la manera anterior hemos logrado el balanceo de momentos, ahora para balancear las fuerzas, colocamos otra masa m_p en el eje transversal (P-P), se escoge este eje para que el balanceo de momentos no sea afectado.

Haciendo sumatoria de momentos con respecto a (Q-Q) despejando a \bar{F}_p queda

$$\bar{F}_p = a_p j + b_p k$$

De la misma manera que se calculó m_p , podemos ahora calcular m_p a partir de la relación;

$$\bar{F}_p = m_p r_p \omega^2$$

II.- RESISTENCIA DE ELEMENTOS MECANICOS

Al hacer la elección del material, la experiencia es una buena guía. El mejor material es aquel que sirve para la finalidad propuesta con bajo costo para la manufactura y para la conservación en funcionamiento de la pieza acabada, pero este material no siempre es fácil de encontrar. El hallazgo puede implicar tanteos o pruebas y errores. Como el resultado de la máquina depende frecuentemente del material, es muy importante el acierto en su elección, lo que requiere amplios conocimientos.

II.1.- DUCTILIDAD Y DUREZA

Ductilidad es la capacidad que presenta un material de -- absorber sobrecargas y es medido por el porcentaje de alargamiento antes de la ruptura del mismo.

Algunas formas de determinar si un material es dúctil, son las siguientes:

- 1) Si la elongación es mayor del 5%, el material es dúctil.
Si la elongación es menor del 5%, el material es frágil.
- 2) Cuando la probeta ha llegado a la ruptura (fractura), se mide la sección transversal de la sección de la fractura; la ductilidad se expresa mediante el porcentaje de reducción de área --- transversal.

La ductilidad es una propiedad importante cuando se debe - seleccionar un material y tiene la característica de que puede trabajarse en frío. Las operaciones de doblado, estirado y conformado son procesos de labrado de metales que requieren materiales dúctiles.

DUREZA.- Es la propiedad que un material presenta para resistir la penetración, el desgaste, la erosión o la deformación plástica.

Los métodos más ampliamente conocidos de pruebas de dureza son: Brinell, Rockwell y Vickers, los cuales basan su principio en la utilización de penetradores, ya sean puntas de diamante o - bolas de acero, y posteriormente en la medición de la huella dejada por éstos penetradores, con este dato calculamos su dureza y -- establecemos de qué tipo de material se trata.

Un dato importante es que la dureza Brinell (H_B) sirve para obtener una estimación de la resistencia última a la tensión -- del acero, la cual es de .

$$S_{ut} = 500 H_B \quad , \quad S_{ut} \left[\frac{\text{lbs}}{\text{pulg}^2} \right] \quad \text{Ec. 2.1}$$

II.2.- SISTEMA DE DESIGNACION NUMERICA PARA ACEROS

UNS (Unified Numbering System)

Prefijos - designan el proceso de obtención

- A - Acero aleado, proceso Siemens-Martin básico
- B - Acero al carbono, proceso Bessemer ácido
- C - Acero al carbono, proceso Siemens-Martin, básico
- D - Acero al carbono, proceso Siemens-Martin, ácido
- E - Acero de horno eléctrico
- BOF - Acero de horno de oxígeno básico

Los dos números siguientes al prefijo indican el % de composición.

10 Carbón simple	46 Níquel-Molibdeno
11 Carbono de corte libre con azufre o fósforo	48 Cromo-Níquel-Molibdeno
13 Manganeso	50 Cromo
23 Níquel	51 Cromo
25 Níquel	52 Cromo
31 Níquel-Cromo	61 Cromo-Vanadio
33 Níquel-Cromo	86 Cromo-Níquel-Molibdeno
40 Molibdeno	87 Cromo-Níquel-Molibdeno
41 Cromo-Molibdeno	92 Manganeso-Silicio
43 Níquel-Cromo-Molibdeno	94 Níquel-Cromo-Molibdeno

Los últimos números (2 ó 3) indican el contenido aproximado de carbón. Por ejemplo.

Acero AISI C 1040

C 10 - Acero al carbón, proceso Siemens-Martin básico

40 - Contenido 0.37 - 0.44 por ciento de carbón.

Acero SAE 2330

23 - Acero al níquel

30 - Contenido de 0.28 - 0.33 por ciento de carbón

Acero UNS G 10350	=	}	AISI 1035
			SAE 1035

II.3.- TEORIAS DE FALLA

Han sido propuestas numerosas teorías destinadas a predecir cuando puede ocurrir la falla; a continuación se exponen las utilizadas más frecuentemente.

II.3.1.- TEORIA DEL ESFUERZO NORMAL MAXIMO

Esta teoría afirma que la fractura o falla de un material ocurre cuando el mayor esfuerzo principal es igual a la resistencia de fluencia o bien a la resistencia última del material.

Consideramos un sistema de ejes perpendiculares σ_1 y σ_2 para visualizar mejor las implicaciones de esta teoría de falla. Lo anterior se muestra en la figura 2-1 en la que los esfuerzos de tensión se sitúan hacia arriba y hacia la derecha, en tanto que los de compresión hacia abajo y hacia la izquierda. Se supone que son iguales las resistencias a la tensión y a la compresión. La teoría expresa que la falla ocurrirá cuando un punto de coordenadas σ_1 y σ_2 quede en la gráfica o fuera de ella.

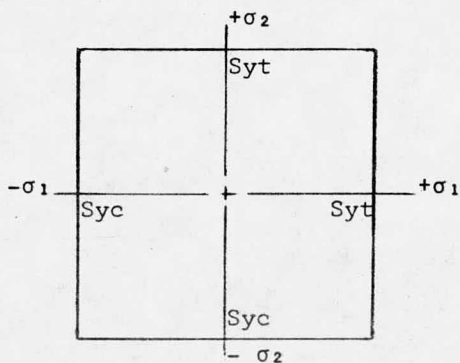


Figura 2-1.- Teoría de esfuerzo normal máximo para falla por esfuerzos biaxiales.

La teoría del esfuerzo normal máximo se puede usar para predecir la fluencia o la ruptura, según la cual se use como criterio de falla. Si tenemos $\sigma_1 > \sigma_2$ en valor absoluto, entonces la falla por fluencia ocurrirá siempre que.

$$\sigma_1 = \text{Syt} \quad \text{ó} \quad \sigma_1 = -\text{Syc}$$

Análogamente, la falla por ruptura se producirá siempre que:

$$\sigma_1 = \text{Sut} \quad \text{ó} \quad \sigma_1 = -\text{Suc}$$

Considerando el factor de seguridad "n", y que la fluencia es el criterio de falla.

$$\sigma_1 = \frac{\text{Syt}}{n} \quad \text{ó} \quad \sigma_1 = \frac{\text{Suc}}{n} \quad \text{Ec. 2-2}$$

De manera semejante, para el caso de ruptura

$$\sigma_1 = \frac{\text{Sut}}{n} \quad \text{ó} \quad \sigma_1 = -\frac{\text{Suc}}{n} \quad \text{Ec. 2-3}$$

II.3.2.- TEORIA DEL ESFUERZO CORTANTE MAXIMO

Esta teoría se utiliza únicamente para predecir la fluencia y por lo tanto, se aplica solamente a los materiales dúctiles.

La teoría del esfuerzo cortante máximo supone que la fluencia del material depende únicamente del máximo esfuerzo cortante -- que alcanza dentro de un elemento.

Para un material dado, τ_{cr} es igual al esfuerzo cortante de fluencia en compresión o tensión simples.

$$\sigma_x = \pm \sigma_1 \neq 0 \quad \sigma_y = \tau_{xy} = 0$$

$$\tau_{\max} = \tau_{cr} = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + (\tau_{xy})^2$$

$$\tau_{cr} = \left(\frac{\sigma_1}{2} \right)^2 = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{\sigma_y}{2} \quad \text{Ec. 2-4}$$

En donde σ_y es el esfuerzo en el punto de fluencia o tensión simple.

Como la tensión cortante máxima es igual a la semidiferencia de las tensiones principales, la condición para la falla es:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_y}{2} = \frac{S_y}{2}$$

$$\text{de donde } \tau_{\max} = \frac{S_y}{2} \quad \text{Ec. 2-5}$$

Es decir, la resistencia de fluencia en cortante es igual a la mitad de las resistencias a la tensión.

$$S_{sy} = 0.5 S_y \quad \text{Ec. 2-6}$$

Incluyendo el factor de seguridad

$$\tau_{\max} = \frac{S_y}{2n} \quad \text{Ec. 2-7}$$

En la figura 2-2 se presenta una gráfica de esfuerzos biaxiales, de acuerdo con la teoría del esfuerzo cortante máximo. Esta teoría es fácil de emplear y da predicciones rigurosas

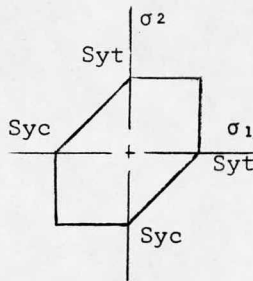


Figura 2-2.- Teoría del esfuerzo cortante máximo para falla por esfuerzos biaxiales.

II.3.3.- TEORIA DE LA ENERGIA DE DISTORSION

Llamada también teoría de la energía cortante o teoría de Von Mises-Hencky.

Es la teoría más conveniente para el caso de materiales dúctiles por ser deformables.

Para el análisis de esta teoría partimos de.

$$\begin{array}{l} \text{ENERGIA DE} \\ \text{DISTORSION} \end{array} = \begin{array}{l} \text{ENERGIA TOTAL DE} \\ \text{DEFORMACION} \end{array} - \begin{array}{l} \text{ENERGIA PARA PRODUCIR} \\ \text{CAMBIO DE VOLUMEN} \end{array}$$

ENERGIA TOTAL DE DEFORMACION.- Es el caso de un cubo unitario, figura 2-3a el trabajo efectuado de una de las direcciones principales es.
$$U_n = \frac{\sigma_n \epsilon_n}{2} \quad .a)$$

donde $n = 1, 2, 3$

La energía total de deformación es:

$$U_t = U_1 + U_2 + U_3 \quad b)$$

Sustituyendo a) en b)

$$U_t = \frac{\sigma_1 \epsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \epsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \epsilon_3}{2} \quad c)$$

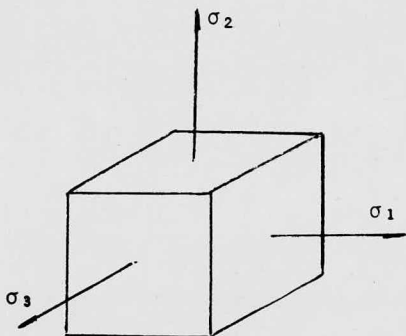


Figura 2-3a Energía total de deformación para un cubo unitario

Basandonos en la ley de Hooke generalizada para materiales isotrópicos y homogéneos para esfuerzos principales.

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} \quad d)$$

$$\epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} \quad e)$$

$$\epsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} \quad f)$$

$$U_T = \frac{\sigma_1}{2} \left(\frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} \right) + \frac{\sigma_2}{2} \left(\frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} \right) + \frac{\sigma_3}{2} \left(\frac{\sigma_3}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} \right)$$

$$U_T = \left(\frac{1}{2E} \right) \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \right] \quad g)$$

ENERGIA DE CAMBIO DE VOLUMEN. Definiendo un esfuerzo medio, $\sigma_{med} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ podemos aplicar este esfuerzo a cada una de las direcciones principales de un cubo unitario (figura 2-3b). Los esfuerzos restantes $\sigma_1 - \sigma_{med}$, $\sigma_2 - \sigma_{med}$, $\sigma_3 - \sigma_{med}$, (figura 2-3c) producirían únicamente distorsión. Sustituyendo σ_{med} en vez de σ_1 , σ_2 y σ_3 en g) obtenemos la energía que nos produce el cambio de volumen solamente.

$$U_v = \frac{1}{2E} \left[3\sigma_{med}^2 - 2\mu (3) \sigma_{med}^2 \right]$$

$$U_v = \frac{3 \sigma_{med}^2}{2E} (1 - 2\mu) \quad \text{h)}$$

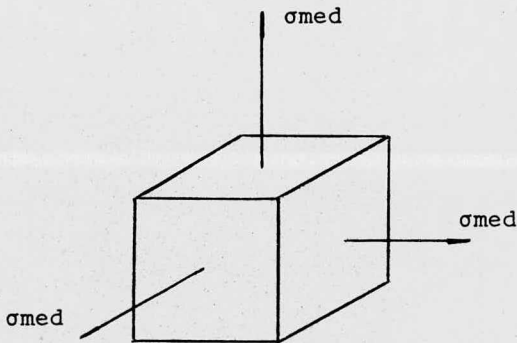


Figura 2-3b Energía de cambio de volumen para un cubo unitario

$$\text{Además: } \sigma_{med}^2 = \left[\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right]^2$$

$$U_v = \frac{3}{2E} (1 - 2\mu) \left[\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_2\sigma_3 + 2\sigma_3\sigma_1}{9} \right]$$

$$U_v = \left(\frac{1 - 2\mu}{6E} \right) \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_2\sigma_3 + 2\sigma_3\sigma_1 \right] \quad \text{i)}$$

Para obtener la energía de distorsión

$$U_D = U_T + U_V = \frac{1}{2E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) \right]$$

$$U_D = \left(\frac{1+\mu}{3E} \right) \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right] \quad \text{Ec. 2-8}$$

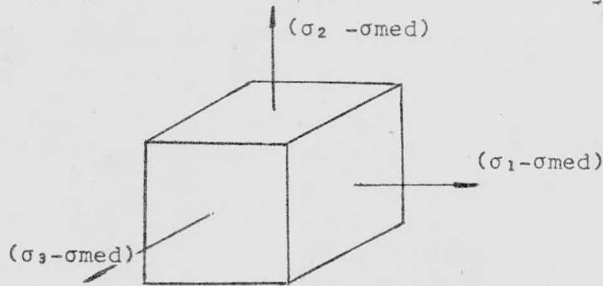


Figura 2-3c Energía de distorsión para un cubo unitario

La energía de distorsión será nula cuando $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ y para tensión simple:

$$\sigma_1 = S_y \quad y \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$U_D = \left(\frac{1+\mu}{3E} \right) S_y^2$$

Igualando a U_D de la ecuación 2-8

$$\left(\frac{1+\mu}{3E} \right) S_y^2 = \left(\frac{1+\mu}{3E} \right) \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]$$

$$2 S_y = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2$$

Para el caso biaxial $\sigma_3 = 0$

$$2 S_y^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2)^2 + (\sigma_1)^2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2$$

$$2 S_y^2 = 2\sigma_1^2 - 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_2^2 \quad S_y^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2$$

$$S_y = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

En caso de torsión pura

$$\sigma_2 = -\sigma_1, \tau = \sigma_1$$

$$S_{sy} = 0.577 S_y$$

Ec. 2-9

Por el concepto de esfuerzo de Von Mises

$$\sigma^1 = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

Ec.2-10

La falla por fluencia queda establecida por

$$\sigma^1 \cong S_y$$

y la seguridad se define por

$$\sigma^1 = \frac{S_y}{n}$$

Ec. 2-11

Resumen, los resultados de las tres secciones anteriores y relacionandolos con los resultados experimentales. Al transportar las tres teorías de falla a un sistema de coordenadas se obtiene la gráfica de la figura 2-4. La experiencia indica que la teoría de la energía de distorsión predice la fluencia con mayor exactitud en los cuatro cuadrantes. Al aceptar la teoría de la energía de distorsión como la correcta, significa que la teoría del esfuerzo cortante máximo y la teoría del esfuerzo normal máximo dan resultados conservadores

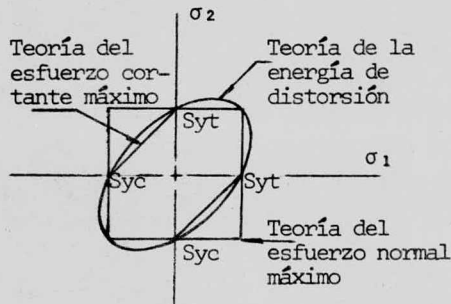


Figura 2-4 Comparación de los criterios de fluencia y fractura

La decisión acerca de cual teoría emplear debe tomarla el ingeniero de diseño después de considerar los hechos que intervienen en el problema particular a resolver.

II.4.- FATIGA

Cuando un elemento de máquina falla y la característica más notable de ésta ha sido que los esfuerzos se repitieron un número muy grande de veces, la falla se denomina, falla por fatiga.

Cabe hacer notar que las fallas por fatiga comienzan con una pequeña grieta, la grieta se desarrollará en un punto de discontinuidad en el material, tal como un cambio en la sección transversal, un chavetero (cuñero), orificio o aún en irregularidades causadas por el maquinado.

Una vez que se forma una grieta, el efecto de concentración de esfuerzos se hace mayor en la misma y se extiende más rápidamente; como el área esforzada disminuye en tamaño, el esfuerzo aumenta más en magnitud hasta que, finalmente el área restante falla repentinamente.

II-4-1.- RESISTENCIA A LA FATIGA Y LIMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA

La fatiga es de naturaleza estadística y por lo tanto, para determinar su resistencia es necesario un gran número de pruebas.

Nuestro objetivo es saber por qué ocurren las fallas por fatiga, a fin de poder emplear el método más efectivo para aumentar la resistencia a la misma.

Uno de los primeros problemas a resolver es saber si existe una relación general entre el límite de resistencia a la fatiga y las resistencias obtenidas en su ensayo simple a la tensión.

Al efectuar un gran número de pruebas de tensión y en pruebas con viga rotatoria, se halla que existe una relación entre estos dos tipos de prueba.

Dicha relación se muestra la figura 2-5 y se encuentra que cuando se trata de aceros, el límite de resistencia a la fatiga - varía desde, aproximadamente un 40% a 60% de la resistencia a la tensión, hasta aproximadamente el valor de $S_{ut} = 14000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ y el límite de fatiga es de unos $7000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ para resistencias a la tensión de $14000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ o más.

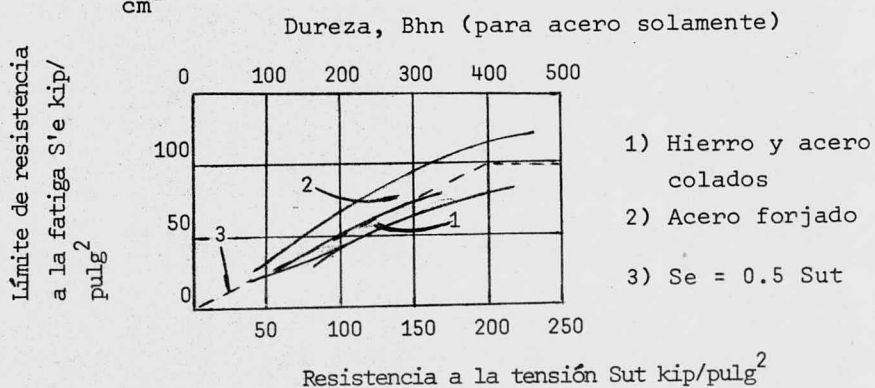


Figura 2-5 Relación entre la resistencia a la tensión y el límite a la fatiga para aceros.

Por observación del diagrama de la figura 2-5 es recomendable usar las siguientes relaciones para predecir el límite medio de resistencia a la fatiga de las probetas de viga rotatoria

$$S'e = 0.50 S_{ut} \quad S_{ut} \geq 200 \text{ kip/pulg}^2 \quad \text{Ec. 2-12}$$

$$S'e = 100 \text{ kip/pulg}^2 \quad S_{ut} < 200 \text{ kip/pulg}^2 \quad \text{Ec. 2-13}$$

II-4-2 FACTORES QUE MODIFICAN EL LIMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA

El límite de resistencia a la fatiga de un elemento de máquina se calcula de la siguiente manera.

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e S'e \quad \text{Ec. 2-14}$$

donde:

S_e = Límite de resistencia a la fatiga del elemento mecánico

$S'e$ = Límite de resistencia a la fatiga de la muestra de la viga rotatoria

K_a = Factor de superficie

K_b = Factor de tamaño

K_c = Factor de confiabilidad

K_d = Factor de temperatura

K_e = Factor de modificación por concentración de esfuerzos.

II-4-3.- ACABADOS DE SUPERFICIE

Los factores que modifican K_a dependen de la calidad del acabado y de la resistencia a la tensión, a continuación tenemos una gráfica (figura 2-6) de factores de modificación por acabado superficial para el acero.

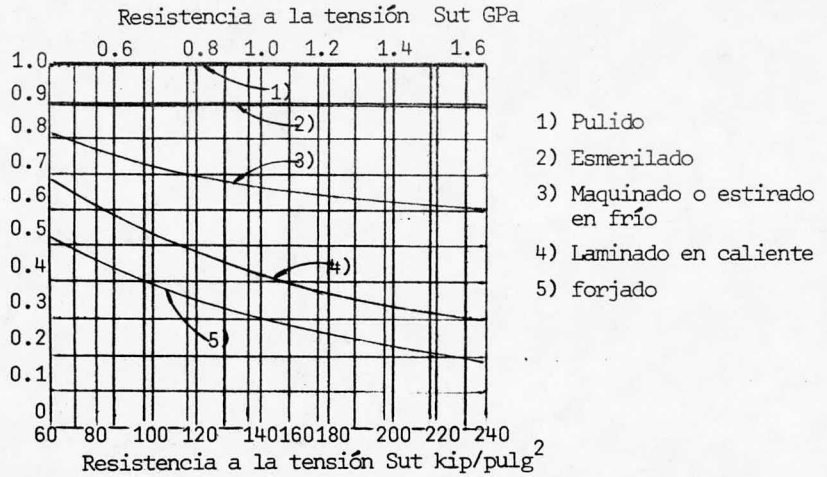


Figura 2-6 Factores de modificación por acabado superficial para el acero.

II-4-4.- EFECTOS DE TAMAÑO

En este caso encontramos que las pruebas efectuadas son contradictorias, ya que la resistencia a la fatiga por unidad de área tiende a disminuir cuando las dimensiones aumentan, por ejemplo, el alambre tiene mayor resistencia que una probeta de 3 pulgadas (7.62 cm.). Una razón podría ser que una probeta grande -- tiene más defectos de superficie que una pequeña. Por lo tanto, - para casos de flexión y torsión, K_b se selecciona de la siguiente manera.

$$K_b = \begin{cases} 1 & d \leq 7.6 \text{ mm} \\ 0.85 & 0.30 < d \leq 50 \text{ mm} \\ 0.75 & d > 50 \text{ mm} \end{cases}$$

en donde "d" corresponde a la altura de la sección transversal, "h", en el caso de secciones no circulares en flexión.

II-4-5.- CONFIABILIDAD

La vida y confiabilidad son indicadores para medir la eficiencia de un diseño. Para entender el significado de confiabilidad supongamos que tenemos una población de partes mecánicas. Existe una población de resistencias y una de esfuerzos como se muestra en la figura 2-7

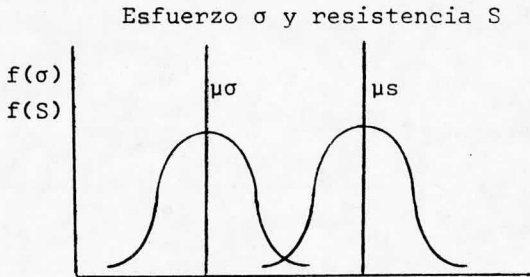


Figura 2-7 Gráfica de distribuciones de esfuerzos y de resistencias.

μ_σ = media de esfuerzo

σ_σ = desviación estandar del esfuerzo

μ_s = media de la resistencia

s_s = desviación estandar de la resistencia

En la figura 2-7 se muestra que el extremo derecho de las distribuciones del esfuerzo, pueden traslaparse con las distribuciones de resistencia y por lo mismo originar algunas fallas.

La población combinada tendrá un valor medio y una desviación estándar

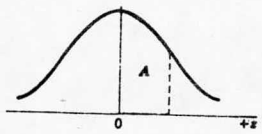
$$\mu = \mu_s - \mu_\sigma \quad \sigma = \sqrt{\sigma_s^2 - \sigma_\sigma^2}$$

La variable estandarizada correspondiente es:

$$Z_R = \frac{\mu}{\sigma} = \left(\frac{\mu_s - \mu_\sigma}{\sigma_s^2 - \sigma_\sigma^2} \right)^{1/2} \quad \text{Ec. 2-15}$$

Tabla 2.1 AREAS BAJO LA CURVA DE DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

$$A = \int_0^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$$



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0754
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2258	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2518	0.2549
0.7	0.2580	0.2612	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2996	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4506	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

Entrando con valores de Z_r en la curva de distribución normal estándar (tabla 2-1) se puede encontrar el área A_z bajo la curva de distribución normal, correspondiente a la población combinada. Por lo que se tiene que.

$$R = 0.5 + A_z \quad \text{Ec. 2-16}$$

R = Confiabilidad

La ecuación 2-16 permite determinar la variable estandarizada Z correspondiente a una confiabilidad deseada.

Con ayuda de la tabla 2-2, encontraremos que la desviación estándar del límite de resistencia a la fatiga para aceros no excede el 8%

Material UNS No.	Resistencia a la Tensión	Límite de Fatiga	Desviación estándar
	MPa kip/plg ²	MPa kip/plg ²	kip/plg ² %
G 43400, acero	965 140	489 71	3.5 4.9
	1310 190	586 85	6.7 7.8
	1580 230	620 90	5.3 5.9
	1790 260	668 97	6.3 6.5
G 43 500, acero	2070 300	689 100	4.4 4.4
R 50001, aleación de titanio	1000 145	579 84	5.4 6.4
A 97076, aleación de aluminio	524 76	186 27	1.6 6.0
C 63000, bronce de aluminio	806 117	331 48	4.5 9.4
C 17200, cobre berilio	1210 175	248 36	2.7 7.5

Tabla 2-2 Desviación estandares del límite de fatiga

Esto significa que para obtener el límite de resistencia a la fatiga correspondiente a una confiabilidad específica R, - sólo hay que restar cierto número de desviaciones estandar del límite medio de resistencia a la fatiga; por lo tanto.

$$K_c = 1 - 0.08 Z_R \quad \text{Ec. 2-17}$$

La tabla 2-3 presenta la variable estandarizada Z_R , correspondiente a las diferentes confiabilidades que se requieren en diseño, junto con el respectivo factor de confiabilidad K_c , calculado a partir de la ecuación 2-17.

Confiabilidad R	Variable Std. ZR	Factor de confia. K_c
0.50	0	1.000
0.90	1.288	0.897
0.95	1.645	0.868
0.99	2.326	0.814
0.999	3.091	0.753
0.9999	3.719	0.702
0.99999	4.265	0.659
0.999999	4.751	0.620
0.9999999	5.199	0.584
0.99999999	5.612	0.551
0.999999999	5.997	0.520

Tabla 2-3 factores de confiabilidad K_c correspondientes a una desviación estándar de 8% del límite de fatiga

II-4-6 EFECTOS DE TEMPERATURA

Para los aceros el factor por efectos de temperatura es.

$$K_d = \frac{620}{460+T} \quad \text{para } T > 160^\circ\text{F} \quad \text{y} \quad K_d = 1 \quad \text{para } T \leq 160^\circ\text{F} \quad \text{Ec. 2.18}$$

II.4-7 FACTOR POR CONCENTRACION DE ESFUERZOS

Las discontinuidades o cambios de sección constituyen una causa de aumento de esfuerzo.

El grado de concentración de esfuerzo se indica por un factor o cociente de concentración de esfuerzo teórico, que es;

$$\sigma_{\text{máx}} = K_t \sigma_0 \quad \tau_{\text{máx}} = K_{ts} \tau_0 \quad \text{Ec. 2.19}$$

donde σ_0 y τ_0 se calculan:

$$\sigma_o = \frac{Mc}{I} \quad ; \quad \sigma_o = \frac{F}{A}$$

$$\tau_o = \frac{Tc}{J} \quad ; \quad \tau_o = \frac{F}{A}$$

En las figuras 2-8 y 2-9 de diagramas de factores de concentración de esfuerzo se pueden calcular los valores K_f y K_{ts}

El efecto cuantitativo de una discontinuidad particular en el aumento de esfuerzo, es diferente para distintos materiales. Para tener en cuenta éstas diferentes respuestas se utiliza un índice de sensibilidad "q" llamado sensibilidad de entalle.

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1} \quad \text{ó} \quad k_f = 1 + q (K_t - 1) \quad \text{Ec. 2.20}$$

donde $k_f = \frac{\text{Límite de fatiga de probetas sin discontinuidades}}{\text{Límite de fatiga de probetas con discontinuidades}}$

Es el coeficiente de reducción de la resistencia, por lo tanto, el factor de modificación de esfuerzo, k_e y k_f están relacionados por

$$k_e = \frac{1}{k_f} \quad \text{Ec. 2.21}$$

En trabajo de diseño, se determina primero k_t a partir de la configuración geométrica, luego habiéndose especificado el material, se puede hallar "q" y así mismo K_t . Cuando se trata de aceros y aleaciones de aluminio UNS A 92024-T se puede emplear la figura 2-10 para determinar "q" cuando las piezas se someten a la acción de la viga rotatoria ó a cargas axiales invertidas alternativamente. La figura 2-11 se usa para piezas sometidas a corte alternante.

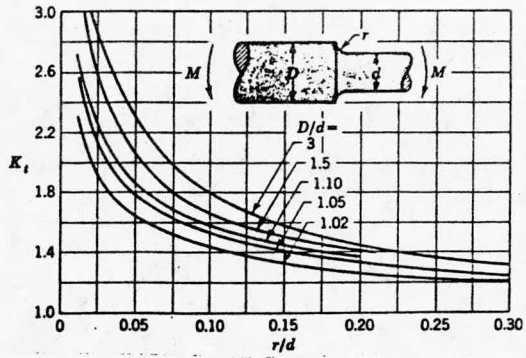


Figura 2.8.- Diagrama para factores teóricos de concentración de esfuerzo k_t
 Barra de sección circular en sección con estrechamiento y entalle.

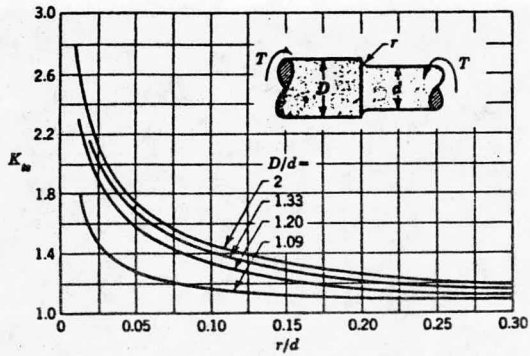


Figura 2.9.- Diagrama para factores teóricos de concentración de esfuerzos k_t
 Barra de sección circular en torsión, con estrechamiento y entalle.

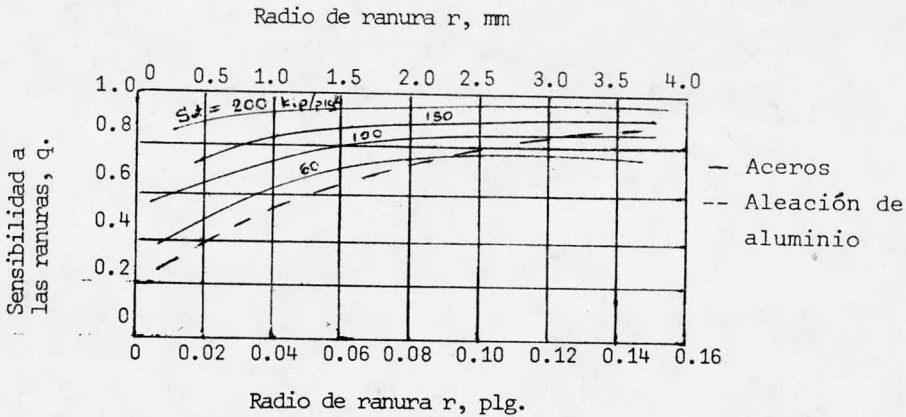


Figura 2-10 Diagrama de sensibilidad a las ranuras para aceros y aleaciones de aluminio forjado UNS A.92024-T sometidos a cargas flexionantes o axiales invertidas alternativamente

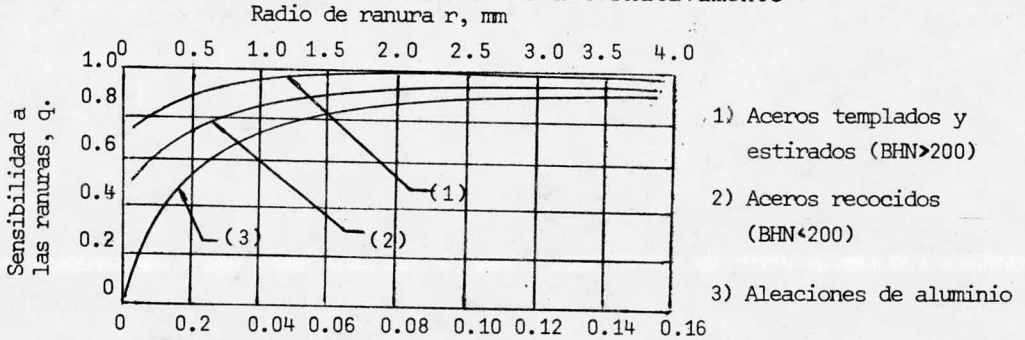
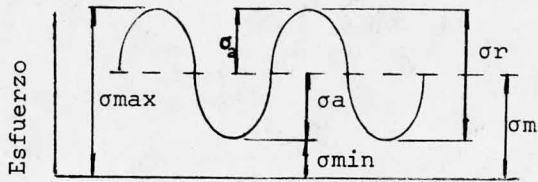


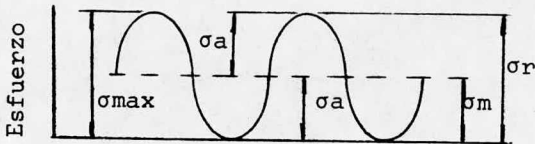
Figura 2-11 Diagrama de sensibilidad a las ranuras, para materiales en torsión invertida alternativamente.

II-4-8 ESFUERZOS FLUCTUANTES

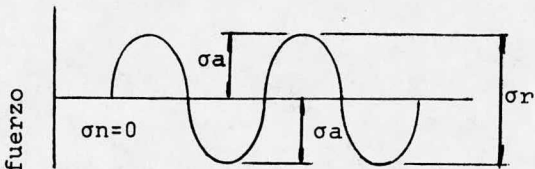
Los esfuerzos pueden variar de una manera irregular e imprevisible, cualquiera que sea la variación del esfuerzo se puede graficar y entonces construir un método idealizado, algunos de estos modelos pueden ser sinusoidales como se indica en la figura 2-12



a) Esfuerzo fluctuante



b) Esfuerzo repetido



c) Esfuerzo invertido alternativamente

Figura 2-12 Tipos de esfuerzo de fatiga

donde:

σ_{min} = esfuerzo mínimo

σ_{max} = esfuerzo máximo

σ_a = amplitud de esfuerzo

σ_m = esfuerzo medio

σ_r = intervalo total de esfuerzo

σ_s = esfuerzo estacionario o estático

De la figura (2-12) deducimos

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{máx}} + \sigma_{\text{min}}}{2} \quad \text{Ec. 2-22}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{min}}}{2} \quad \text{Ec. 2-23}$$

II-4-9.- RESISTENCIA A LA FATIGA EN CASO DE ESFUERZOS FLUCTUANTES

El tipo de diagramas de la figura 3-10 se utilizan con variantes como medio auxiliar de proyecto.

Su construcción está indicada por los símbolos "Se", "Sy", "Su", etc, como muestra en la figura 2-13a. El diagrama de Goodman modificada consiste en las rectas trazadas desde el punto A hasta "Se" ó ("Sf") arriba y abajo del origen, este diagrama nos ayudará a definir la falla. Se notará que "Sy" se ha indicado en ambos ejes de la gráfica porque la cedencia podría ser criterio de falla, sí,

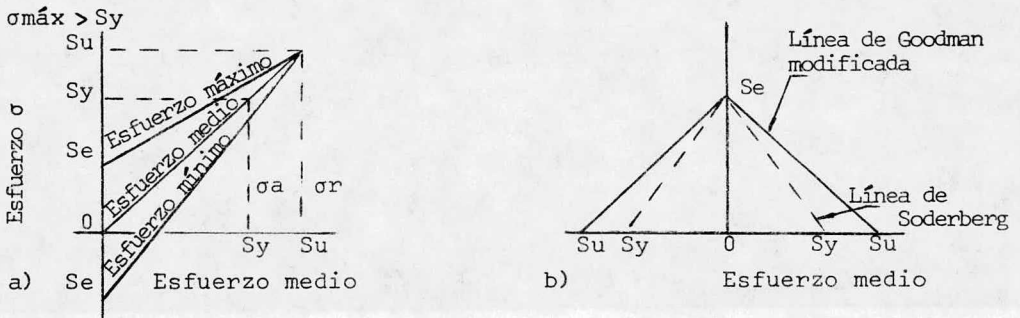


Figura 2-13.- Dos tipos de diagramas de fatiga en que se indican puntos de falla típicos.

No existe ninguna teoría que permita realacionar las componentes del esfuerzo medio y del alternante. Por lo mismo es necesario recurrir a una aproximación empírica. Utilizando el diagrama de la figura 2-13b en el que las ordenadas corresponden al esfuerzo -- alternativo y las abscisas el esfuerzo medio, una recta trazada desde "Se" hasta "Su" representa el criterio de Goodman modificada por los casos de falla, también se encuentra la línea de Soderberg trazada de "Se" y "Sy" se use como criterio de diseño, porque la fluencia también se emplea para definir la falla. Debe notarse que los puntos reales de falla o ruptura de las probetas caen fuera de las

líneas de Goodman y Soderberg como se aprecia en la figura 2-13b, por lo tanto la línea de Goodman modificada se encuentra dentro de la seguridad y así mismo se nota que la línea de Soderberg es aún más conservadora.

El diagrama de Goodman modificado es útil para el análisis, cuando las dimensiones de las piezas se conocen y se pueden calcular las componentes del esfuerzo; pero es difícil emplearlo en el diseño, es decir, cuando no se conocen las dimensiones.

El diagrama de la figura 2-14 es el que se empleará para fines de diseño y, en él las líneas gruesas determinan el criterio de falla.

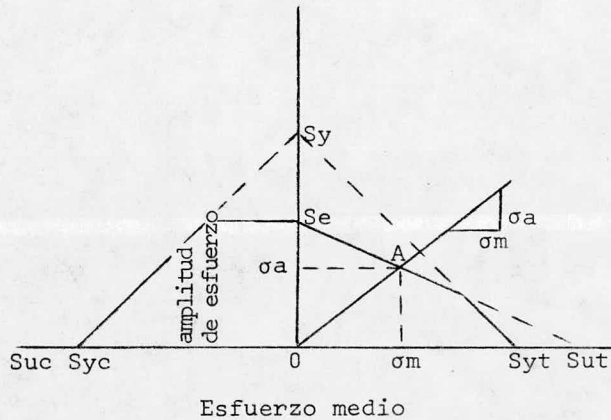


Figura 2-14 Diagrama de fatiga que indica cómo encontrar los valores límites σ_a y σ_m cuando se conoce la razón de los dos.

La recta que va de S_y a S_{yc} define la falla por fluencia a compresión, y la trazada de S_y a S_{yc} define la falla por fluencia a tensión. Se traza la línea de Goodman modificada para esfuerzo - medio de tensión, y una recta horizontal desde S_e hacia la izquierda, para esfuerzo medio a compresión.

III.- TOLERANCIAS, JUEGOS Y AJUSTES

Para el proyectista es fácil especificar una cierta dimensión, pero para el operario o para la máquina que fabrica la pieza correspondiente es muy difícil obtener exactamente dicha dimensión. En general, cuanto más se aproximan estas dimensiones prácticas al valor exacto, que recibe el nombre de medida o tamaño nominal, más costosa será la fabricación.

III-1.- TOLERANCIA

La tolerancia es la variación total admisible del valor de una dimensión. Si una dimensión en particular tiene que ajustar -- dentro o fuera de otra, como un perno o pasador en un agujero, es importante esta variación admisible o tolerancia. La tolerancia -- puede ser:

Bilateral, cuando la dimensión de una pieza puede ser mayor o menor, que la dimensión dada.

Unilateral, cuando la dimensión de una pieza puede ser sólo mayor, o sólo menor, que la dimensión dada.

III-2.- JUEGO

Para dimensiones de ajuste, la tolerancia, que depende parcialmente de los requisitos de servicio, debe elegirse con cierto conocimiento de la variación natural de los procesos de fabricación por lo cuales se obtienen las dimensiones apareadas. Si un perno -- tiene que girar libremente en un agujero, el diámetro del perno -- debe ser algo menor que el del agujero.

III-3.- AJUSTES

Son muchos los sistemas de tolerancia y juegos existentes. Algunas compañías adoptan sus propias normas. La American Standard Association, ASA, ha clasificado los ajustes de rotación libre y -deslizantes como sigue:

RC 1, ajustes deslizantes apretados. Para situación exacta de piezas que deban montarse sin juego perceptible.

RC 2, ajustes deslizantes. Estos permiten el movimiento y el giro fácil de las piezas, pero no tiene por fin que marchen libremente. Con un pequeño cambio de temperatura en las dimensiones mayores el ajuste puede agarrotarse.

RC 3, ajustes de rotación libre de precisión. Para conjuntos de precisión que funcionan a baja velocidad, carga ligera y --pequeño cambio de temperatura.

RC 4, ajustes de rotación apretada. Para casos de situación exacta o mínimo juego, pero con valores moderados de velocidad superficial, presión sobre muñón y aumento de temperatura.

RC 5, y RC 6, ajustes de rotación media o semi libre. Adecuados para velocidades de rotación más elevadas y más fuerte presión sobre el muñón.

RC 7, ajustes de rotación libre. Adecuados para grandes variaciones de temperatura y cuando sean admisibles amplias tolerancias o donde no se precise gran exactitud.

RC 8 y RC 9, ajustes de rotación floja. Utilizables con materiales tales como ejes y tubos comerciales laminados en frío.

Los ajustes ASA están basados de agujero-básico; la medida nominal es el mínimo diámetro del agujero. En este sistema de agujero-básico, la tolerancia en el agujero es siempre positiva, medida con respecto a la medida básica, y la tolerancia en el eje es negativa para todos los ajustes de trabajo.

La tabla 3-1 de la norma ASA define los detalles de las diversas clases de ajustes. Las columnas que llevan el encabezamiento agujero son los límites de tolerancia del agujero; las que llevan el encabezamiento Eje dan los límites de tolerancia para el eje.

El proyectista debe recordar que la tolerancia es la variación admisible especificada de una dimensión y que la relación entre esta variación especificada y la variación real coinciden algunas veces, y con frecuencia no es la previsible. Las tolerancias deben ser establecidas con un criterio realista y de acuerdo con la buena práctica de ingeniería. El realismo de las tolerancias se deriva del conocimiento de lo que puede hacer el departamento de fabricación y de lo que no puede hacer.

TABLA 3.1 AJUSTES DE

Extractada con permiso de ASME, de la tabla 1. ASA B 4.1-1955. Los números por 10⁻³. Los límites para el agujero y el eje se aplican algebraicamente a la medida hasta la medida

MEDIDA NOMINAL, PULGADAS	CLASE RC 1		CLASE RC 2		CLASE RC 3		CLASE RC 4	
	Agujero	Eje	Agujero	Eje	Agujero	Eje	Agujero	Eje
0,04- 0,12	+0,2 0	-0,1 -0,25	+0,25 0	-0,1 -0,3	+0,25 0	-0,3 -0,55	+0,4 0	-0,3 -0,7
0,12- 0,24	+0,2 0	-0,15 -0,3	+0,3 0	-0,15 -0,35	+0,3 0	-0,4 -0,7	+0,5 0	-0,4 -0,9
0,24- 0,40	+0,25 0	-0,2 -0,35	+0,4 0	-0,2 -0,45	+0,4 0	-0,5 -0,9	+0,6 0	-0,5 -1,1
0,40- 0,71	+0,3 0	-0,25 -0,45	+0,4 0	-0,25 -0,55	+0,4 0	-0,6 -1,0	+0,7 0	-0,6 -1,3
0,71- 1,19	+0,4 0	-0,3 -0,55	+0,5 0	-0,3 -0,7	+0,5 0	-0,8 -1,3	+0,8 0	-0,8 -1,6
1,19- 1,97	+0,4 0	-0,4 -0,7	+0,6 0	-0,4 -0,8	+0,6 0	-1,0 -1,6	+1,0 0	-1,0 -2,0
1,97- 3,15	+0,5 0	-0,4 -0,7	+0,7 0	-0,4 -0,9	+0,7 0	-1,2 -1,9	+1,2 0	-1,2 -2,4
3,15- 4,73	+0,6 0	-0,5 -0,9	+0,9 0	-0,5 -1,1	+0,9 0	-1,4 -2,3	+1,4 0	-1,4 -2,8
4,73- 7,09	+0,7 0	-0,6 -1,1	+1,0 0	-0,6 -1,3	+1,0 0	-1,6 -2,6	+1,6 0	-1,6 -3,2
7,09- 9,85	+0,8 0	-0,6 -1,2	+1,2 0	-0,6 -1,4	+1,2 0	-2,0 -3,2	+1,8 0	-2,0 -3,8
9,85-12,41	+0,9 0	-0,8 -1,4	+1,2 0	-0,8 -1,7	+1,2 0	-2,5 -3,7	+2,0 0	-2,5 -4,5

ROTACIÓN Y DESLIZANTES

Indicados son los límites normalizados en milésimas de pulgada; multiplíquense por 10⁻³ para obtener los límites de medida de las piezas. (La norma llega de 200 pulgadas.)

CLASE RC 5		CLASE RC 6		CLASE RC 7		CLASE RC 8		CLASE RC 9	
Agujero	Eje	Agujero	Eje	Agujero	Eje	Agujero	Eje	Agujero	Eje
+0,4 0	-0,6 -1,0	+0,6 0	-0,6 -1,2	+1,0 0	-1,0 -1,6	+1,6 0	-2,5 -3,5	+2,5 0	-4,0 -5,6
+0,5 0	-0,8 -1,3	+0,7 0	-0,8 -1,5	+1,2 0	-1,2 -1,9	+1,8 0	-2,8 -4,0	+3,0 0	-4,5 -6,0
+0,6 0	-1,0 -1,6	+0,9 0	-1,0 -1,9	+1,4 0	-1,6 -2,5	+2,2 0	-3,0 -4,4	+3,5 0	-5,0 -7,2
+0,7 0	-1,2 -1,9	+1,0 0	-1,2 -2,2	+1,6 0	-2,0 -3,0	+2,8 0	-3,5 -5,1	+4,0 0	-6,0 -8,8
+0,8 0	-1,6 -2,4	+1,2 0	-1,6 -2,8	+2,0 0	-2,5 -3,7	+3,5 0	-4,5 -6,5	+5,0 0	-7,0 -10,5
+1,0 0	-2,0 -3,0	+1,6 0	-2,0 -3,6	+2,5 0	-3,0 -4,6	+4,0 0	-5,0 -7,5	+6,0 0	-8,0 -12,0
+1,2 0	-2,5 -3,7	+1,8 0	-2,5 -4,3	+3,0 0	-4,0 -5,8	+4,5 0	-6,0 -9,0	+7,0 0	-9,0 -13,5
+1,4 0	-3,0 -4,4	+2,2 0	-3,0 -5,2	+3,5 0	-5,0 -7,2	+5,0 0	-7,0 -10,5	+9,0 0	-10,0 -15,0
+1,6 0	-3,5 -5,1	+2,5 0	-3,5 -6,0	+4,0 0	-6,0 -8,5	+6,0 0	-8,0 -12,0	+10,0 0	-12,0 -18,0
+1,8 0	-4,0 -5,8	+2,8 0	-4,0 -6,8	+4,5 0	-7,0 -9,8	+7,0 0	-10,0 -14,5	+12,0 0	-15,0 -22,0
+2,0 0	-5,0 -7,0	+3,0 0	-5,0 -8,0	+5,0 0	-8,0 -11,0	+8,0 0	-12,0 -17,0	+12,0 0	-18,0 -26,0

IV.- EJES DE TRANSMISION

Un eje de transmisión o árbol es un elemento cilíndrico de sección circular, estacionario (pero movable) o rotatorio, - sobre el que se montan engranes, poleas, volantes, ruedas de cadena, manivelas o manubrios, así como otros elementos mecánicos de transmisión de fuerza o potencia. Los ejes de transmisión, - son barras sometidas a cargas de flexión, tensión, comprensión o torsión, que actúan individualmente o combinadas.

IV.1.- DISEÑO PARA CARGAS ESTATICAS

Los esfuerzos en la superficie de un eje macizo de sección circular, sometido a cargas combinadas de flexión y de -- torsión son:

$$\sigma_x = \frac{32 M}{\pi d^3} \quad \tau_{xy} = \frac{16 T}{\pi d^3} \quad \text{Ec. 4.1}$$

donde:

σ_x = esfuerzo flexionante

τ_{xy} = esfuerzo torsionante

d = diámetro del eje

M = momento flexionante en la sección crítica

T = momento torsionante en la sección crítica

Por el círculo de Mohr

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \tau_{\max} &= \left[\left(\frac{\frac{32M}{\pi d^3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{16T}{\pi d^3}\right)^2 \right]^{1/2} = \sqrt{\left(\frac{16 M}{\pi d^3}\right)^2 + \left(\frac{16 T}{\pi d^3}\right)^2} \\ \tau_{\max} &= \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + T^2} \end{aligned}$$

De la teoría del esfuerzo cortante máximo

$$\begin{aligned}
 S_{sy} &= \frac{S_y}{2} \text{ y empleando un factor de seguridad "n"} \\
 \tau_{\max} &= \frac{S_y}{2n} \quad \frac{S_y}{2n} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + T^2} \\
 d &= \left[\frac{32n}{\pi S_y} (M^2 + T^2)^{1/2} \right]^{1/3} \quad \text{Ec. 4.2}
 \end{aligned}$$

IV.2.- FLEXION ALTERNANTE Y TORSION CONTINUA

En todo árbol rotatorio, cargado con momentos flexionantes y torsionantes invariables en el tiempo, ocurrirá un esfuerzo flexionante que se invierte por completo alternativamente, y un esfuerzo torsional que permanece constante. Utilizando el subíndice "a" para indicar el esfuerzo alternante y el subíndice "m" para señalar el esfuerzo medio, las ecuaciones 4-1 se expresan como.

$$\sigma_a = \frac{32 M}{\pi d^3} \quad \tau_m = \frac{16T}{\pi d^3} \quad \text{Ec. 4.3}$$

Se afirma que la experiencia indica que la resistencia a la fatiga por flexión no es afectada por la existencia del esfuerzo medio por torsión, hasta que la resistencia de fluencia a la torsión se excede aproximadamente en 50%. Con lo que se tiene un método sencillo para diseño en caso de combinación de esfuerzos -- por flexión invertida y por torsión constante.

Simbolizando por "Se" al límite de fatiga completamente -- corregido y por "n" al factor de seguridad, la ecuación de diseño quedará;

$$\frac{S_e}{n} = \sigma_a$$

Ec. 4.4

Sustituyendo la ecuación 4-3 en la ecuación 4-4

$$\frac{S_e}{n} = \frac{32 M}{\pi d^3}$$

despejando "d"

$$d = \left(\frac{32 Mn}{\pi S_e} \right)^{1/3}$$

esto es debido a que τ_m no afecta al límite de fatiga a la flexión.

IV-3.- ENFOQUE DE SODERBERG

En su forma más sencilla para aplicación, un diagrama de Soderberg se emplea para determinar las dimensiones requeridas de un elemento de máquina que debe soportar un esfuerzo -- continuo y uno alternante del mismo tipo.

La figura 4-1 representa un elemento de esfuerzo en la superficie de un eje macizo de sección circular, el cual gira a una velocidad, $\omega \left[\frac{\text{rad}}{\text{seg}} \right]$

Se hace corte PQ en forma de cuña con ángulo α con la horizontal. Se consideran los valores posibles de α con vistas a determinar cuál corresponderá a los planos en que ocurre la falla.

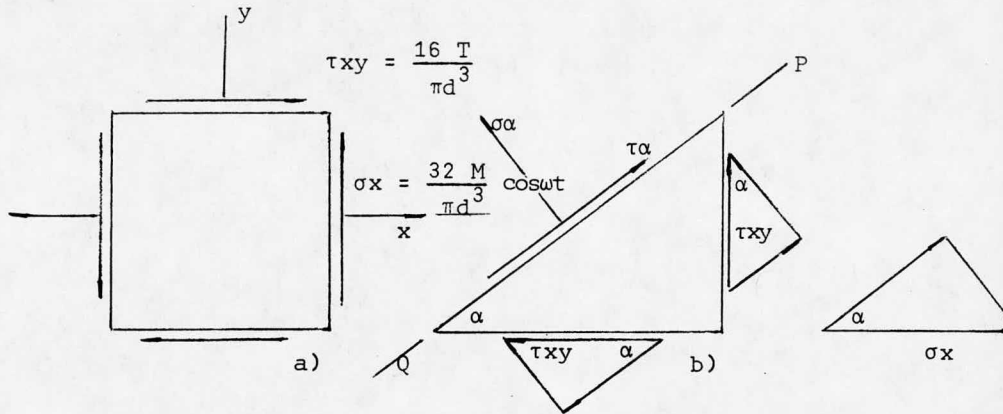


Figura 4.1 a) Elemento de esfuerzo de espesor unitario, tomado en un eje de transmisión b) elemento cortado en un ángulo α

como $\frac{S_{se}}{S_e} > 0.5$ y $\frac{S_{sy}}{S_y} > 0.5$

se empleará la teoría del esfuerzo cortante máximo

$$\tau_{\alpha} + \sigma_x \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{xy} \sin^2 \alpha - \tau_{xy} \cos^2 \alpha = 0$$

$$\text{o bien } \tau_{\alpha} = \tau_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - \tau_x \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{16 T}{\pi d^3} \cos 2\alpha - \frac{32 M}{\pi d^3} \sin 2\alpha \cos \omega t$$

Esto es, si se considera un plano que forma un ángulo con la horizontal, entonces el esfuerzo cortante tendrá un valor medio de

$$\tau_{\alpha m} = \frac{16 T}{\pi d^3} \cos 2\alpha$$

y una amplitud de componente alternante

$$\tau_{\alpha a} = \frac{16 M}{\pi d^3} \sin 2\alpha$$

En la figura 4.2 se tiene el diagrama de Soderberg para resistencia al cortante. Los esfuerzos cortantes alternos se -- llevan como ordenadas, y los esfuerzos medios de corte estáti-- cos, como abscisas. La línea de Soderberg es una línea recta -- que pasa por, S_{se} , y la resistencia de fluencia al cortante S_{sy} . Debemos tener en cuenta que $S_{se} = 0.5 S_e$.

Para determinar si la falla ocurrirá o no en ciertos - planos que forman un ángulo α con la horizontal, se sitúa un - punto en la figura 4.2 para cada valor de α y sus coordenadas - serán $(\tau_{\alpha m}, \tau_{\alpha a})$. Por ejemplo, para $\alpha = 0$ las coordenadas del punto serán $(\frac{16T}{\pi d^3}, 0)$ y para $\alpha = 45^\circ$, el punto es $(0, \frac{16M}{\pi d^3})$

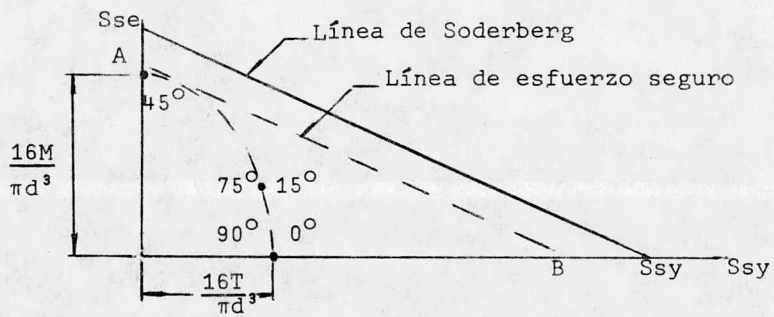


Figura 4.2 Diagrama de Soderberg que muestra la línea del esfuerzo seguro AB, paralela a la de Soderberg y tangente a la elipse.

Al considerar la figura 4.2 se llega a la conclusión de que el factor de seguridad debe ser el correspondiente al punto de la elipse que está más próximo a la línea de falla. El problema se resuelve trazando una recta paralela a la línea de falla y tangente a la elipse. Con tal recta se podrá determinar gráficamente el factor de seguridad "n". Esta solución gráfica es - - - -

totalmente aceptable, pero por Geometría Analítica puede demostrarse que el valor de "n" así obtenido será:

$$n = \frac{\pi d^3}{16 \sqrt{\left(\frac{T}{S_{sy}}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}}\right)^2}}$$

y como fórmula para diseño

$$d = \left[\frac{16 n}{\pi} \sqrt{\left(\frac{T}{S_{sy}}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}}\right)^2} \right]^{1/3}$$

o en forma más conveniente

$$d = \left[\frac{32n}{\pi} \sqrt{\left(\frac{T}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_e}\right)^2} \right]^{1/3}$$

V.- COJINETES ANTIFRICCION

La ventaja más importante de los cojinetes de contacto por rodadura es que el rozamiento inicial en el arranque no es mucho mayor que en funcionamiento normal. Esta propiedad hace que los cojinetes de contacto por rodadura sean particularmente adecuados para máquinas que arrancan y paran frecuentemente, especialmente bajo carga. El cojinete de rodamiento es un elemento normalizado, especializado y de precisión que el proyectista de la máquina no diseña; lo que hace es seleccionar de un catálogo un tipo apropiado entre una gran variedad de modelos y dimensiones. Para una selección inteligente, necesita comprender perfectamente las consideraciones básicas que afectan a la capacidad y duración o vida útil del rodamiento.

V-1.- TIPOS DE COJINETES

Los cojinetes se fabrican para soportar cargas puramente radiales, cargas de empuje puro o una combinación de ambas; existen los siguientes tipos.

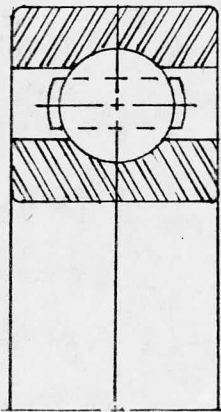
1) Cojinetes de bolas rígido o de ranura profunda (figura 5-1a.), las bolas se introducen mediante desplazamiento excéntrico del arco interior. Estando el aro interior en contacto con el exterior se colocan tantas bolas como sea posible en las ranuras. Luego se centran los aros y se mantienen en su posición las bolas mediante un separador. Es esencial una alineación cuidadosa, es decir, que el máximo desalineamiento sea de 0.5° . Este rodamiento puede soportar una carga de empuje axial relativamente alta.

2) Cojinete de ranura de llenado o de entrada de rodamiento de bolas (figura 5-1b) tiene orificios o muescas que permiten el montaje de más bolas, proporcionando un rodamiento de mayor capacidad de carga radial. Como su capacidad de empuje axial es pequeña, estos rodamientos se utilizan cuando la carga es principalmente radial.

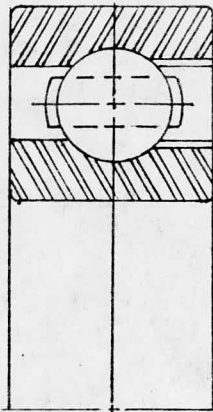
3) Rodamientos con contacto angular, así llamados porque la línea que atraviesa las superficies que soportan la carga forma un ángulo con el plano de la cara del rodamiento (figura 5-1c), están destinados a resistir pesadas cargas axiales. Se les utiliza frecuentemente en pares opuestos axialmente uno al otro y son adecuados para la carga previa. La carga previa de un rodamiento consiste en colocarlo bajo el efecto de una carga axial inicial que es independiente de la carga de trabajo, a fin de mantener una alineación casi constante de las piezas reduciendo el movimiento axial.

4) Cojinetes autoalineantes, diseñados especialmente para resistir altos grados de desalineamiento o desviación del eje, figura 5-1d.

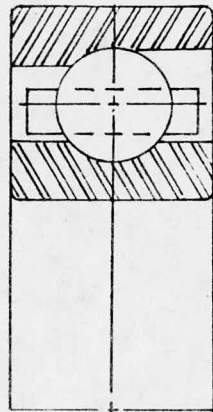
5) Rodamientos de dos hileras de bolas, son análogos a los de una sola hilera de bolas, con la única diferencia de que cada aro tiene dos ranuras. Las dos hileras de bolas confieren al rodamiento una capacidad algo menor que el doble de la correspondiente a uno de una sola hilera, figura 5-1e



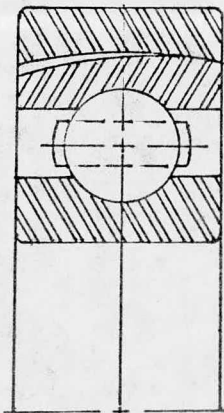
(a)
De ranura profunda



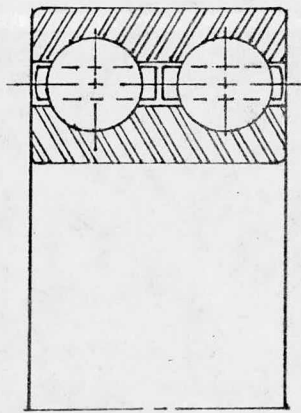
(b)
Con entrada para bolas



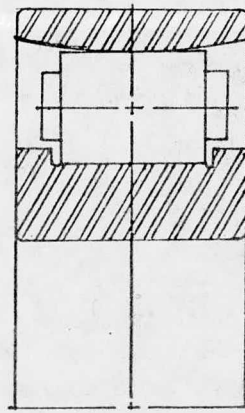
(c)
De contacto angular



(d)
Con autoalineación externa



(e)
Con doble fila de bolas



(f)
De rodillos cilíndricos

6) Rodamientos de rodillos cilíndricos (figura 5-1f) se fabrican en diferentes estilos y pesos. Geométricamente el contacto es - una línea en lugar de un punto como en los rodamientos de bolas, de lo que resulta mayor área para soportar la carga y, por consiguiente, para un tamaño determinado, mayor capacidad radial.

La principal función del retenedor de los rodamientos de rodillos es conservar paralelos los ejes de éstos. Si los rodillos estuviesen sesgados, la pérdida por rozamiento aumenta considerablemente.

Los cojinetes descritos son sólo unos cuantos del enorme número de modelos que pueden encontrarse.

Debido a que la máquina para el estudio del desbalanceo estará sometida principalmente a cargas radiales, dirigiremos - nuestra atención a los cojinetes de bolas que son los adecuados para este caso.

V.-2.- DURACION DE VIDA DE LOS COJINETES.

Si un cojinete de rodamiento se limpia y lubrica correctamente, se instala y sella contra la entrada de polvo y suciedad, se conserva en esta condición y se hace trabajar a temperaturas - razonables, entonces la fatiga del metal será la única causa posible de falla. Como esto implica muchos millones de aplicaciones - de esfuerzo en el tiempo de trabajo, durante el funcionamiento, se ha vuelto de uso generalizado la expresión "vida del cojinete".

La vida del cojinete se define en particular como el número total de revoluciones, o bien el número total de horas de trabajo a una velocidad constante dada, requeridas para que desarrollen los criterios de falla.

El término vida nominal es una expresión autorizada por la AFBMA y usada por la mayor parte de los fabricantes.

La vida nominal de un grupo de cojinetes de bolas o de rodillos aparentemente idénticos, se define como el número de -- revoluciones o de horas de trabajo a una velocidad constante dada que pueden completar o rebasar el 90% del grupo de cojinetes, antes de que se desarrolle el criterio de falla. También se usan las expresiones vida mínima y vida L_{10} para designar a la vida nominal.

Al analizar la antigüedad de los cojinetes frecuentemente se emplea la expresión vida promedio. Cuando se someten a ensayos hasta la falla, a grupos formados por grandes cantidades de cojinetes, se promedian las duraciones medias de los grupos.

Cuando se prueban grupos de cojinetes, el objetivo es determinar la vida media y la vida L_{10} o vida nominal; del ensayo -- de numerosos grupos resulta que la vida media está comprendida -- entre 4 y 5 veces la vida L_{10} . La gráfica de la figura 5-2 muestra aproximadamente la forma en que están distribuidas las fallas.

La mejor aproximación a la distribución de las fallas de cojinetes la da la distribución de Weibull. Una forma de la función de Weibull es.

$$R = \exp \left[- \left(\frac{L}{m L_{10}} \right)^b \right] \quad \text{Ec. 5.1}$$

R = Confiabilidad correspondiente a una vida L

L = Vida nominal (R = 0.90)

m = Constante de la escala

b = Exponente de Weibull

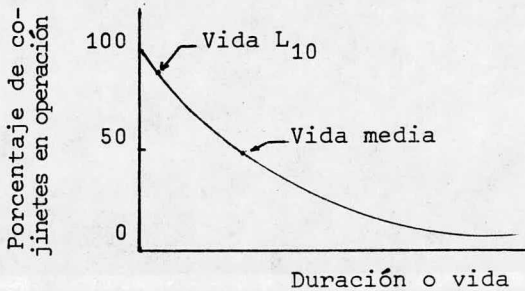


Figura 5.2.- Gráfica típica de la esperanza de vida de cojinetes.

La constante de escala y el exponente de Weibull pueden determinarse cuando se conocen dos puntos de la curva de esperanza o expectativa de vida, la ecuación resultante es aproximada -- para todos los demás puntos de la curva. Para estar del lado conservador, se supondrá que la vida media es 5 veces mayor que la vida nominal.

Para empezar primero sustituimos $R = 0.90$ y $L = L_{10}$ y de la ecuación 5-1 obtenemos

$$0.90 = \exp \left[- \left(\frac{L_{10}}{m L_{10}} \right)^b \right] = \exp \left[- \frac{1}{m^b} \right] \quad \text{a)}$$

tomando logaritmo natural en ambos miembros

$$- 0.10536 = \frac{1}{m^b}$$

$$m^b = 9.4912229$$

b)

Ahora se escribe de nuevo la ecuación 6-1 usando $R = 0.50$ en correspondencia con $L = 5L_{10}$

$$0.50 = \exp - \left(\frac{5L_{10}}{mL_{10}} \right)^b = \exp - \left(\frac{5}{m} \right)^b \quad \text{c)}$$

tomando logaritmo natural de uno y otro miembro obtenemos

$$- 0.6931471 = - \frac{5^b}{m^b} \quad \text{d)}$$

sustituyendo m^b de (b) en (d)

$$- 0.6931471 = \frac{-5^b}{9.4912229}, \quad 5^b = (0.6931471)(9.4912229)$$

$$b \log 5 = \log 6.5788136 ; b = 1.17$$

por tanto por la ecuación (b)

$$m = (9.4912229)^{1/1.17} = 6.844$$

En consecuencia la ecuación 5-1 puede escribirse de la siguiente forma

$$R = \exp - \left(\frac{L}{6.84 L_{10}} \right)^{1.17}$$

Ec. 5.2

V-3.- CARGA DE COJINETES

Por medio de experimentación se ha demostrado que dos grupos de cojinetes idénticos, probados con cargas diferentes F_1 y F_2 tienen vidas L_1 y L_2 respectivamente, y están relacionados de la siguiente forma.

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{F_1}{F_2} \right)^a \quad \text{Ec. 5.3}$$

$a = 3$ para cojinetes de bolas

$a = 10/3$ para cojinetes de rodillos

La AFBMA ha establecido una norma de carga nominal para cojinetes en la que no interviene la velocidad. A la capacidad definida con esta norma se le denomina capacidad básica de carga. Esta carga básica, "C" se define como la carga radial constante que puede soportar un grupo de cojinetes, aparentemente idénticos, para una vida nominal de un millón de revoluciones del anillo interior (carga estacionaria y anillo exterior fijo)

Otras denominaciones en uso para la capacidad básica de carga son las de capacidad dinámica de carga, capacidad básica -- dinámica y capacidad dinámica específica.

Usando la ecuación 5-3 la vida de un cojinete sujeto a cualquier otra carga F será.

$$L = \left(\frac{C}{F} \right)^a \quad \text{Ec. 5.4}$$

Los fabricantes de cojinetes acostumbran especificar la carga radial nominal de un cojinete en correspondencia con una cierta velocidad, en rpm, y cierta vida L_{10} en horas. Si se utilizan el subíndice D para los valores de diseño o requeridos, y el subíndice R para los valores de catálogo o nominales, entonces la ecuación 5-4 puede escribirse en la forma.

$$C_R = F \left[\left(\frac{L_D}{L_R} \right) \left(\frac{n_D}{n_R} \right) \right]^{\frac{1}{a}} \quad \text{Ec. 5.5}$$

En la cual C_R es la capacidad básica de carga correspondiente a L_R horas de vida L_{10} y a la velocidad n_R rpm. La fuerza F es la carga radial real del cojinete, que deberá soportarse durante L_D horas de vida nominal o L_{10} y a la velocidad de n_D rpm.

V-4.- SELECCION DE COJINETES DE BOLAS

La AFBMA establece dimensiones límites estandares para los cojinetes, los cuales definen el diámetro interior, el diámetro exterior, el ancho y los tamaños de los filetes o entalles -- sobre el eje y sobre el reborde, resalto u hombro del hueco o caja de soporte. El plan básico abarca todos los cojinetes de bolas y de rodillos cilíndricos en tamaños métricos.

Este plan básico de la AFBMA está ilustrado en la figura 5-3. Los cojinetes se signan por un número de dos dígitos, llamado clave o símbolo de series de dimensiones. El primer símbolo -- procede de la serie de anchos. 0,1,2,3,4,5,6. El segundo número -- corresponde a la serie de diámetros exteriores: 8,9,0,1,2,3,4. -- Como el símbolo de series de la figura 5-3 no indica dimensiones, es necesario recurrir a tablas. Los cojinetes de la serie 02 se -- denomina ligera, la 03 media y la 04 pesada, las dimensiones de --

Tabla 5.1 DIMENSIONES Y CAPACIDAD BASICA DE CARGA DE COJINETES DE BOLAS DE LA SERIE 02

DI mm	DE mm	Ancho mm	Radio de filete mm	Diámetros al hombro mm		Capacidad básica de carga kN
				d_s	d_H	
10	30	9	0.6	12.5	27	3.58
12	32	10	0.6	14.5	28	5.21
15	35	11	0.6	17.5	31	5.87
17	40	12	0.6	19.5	34	7.34
20	47	14	1.0	25	41	9.43
25	52	15	1.0	30	47	10.8
30	62	16	1.0	35	55	14.9
35	72	17	1.0	41	65	19.8
40	80	18	1.0	46	72	22.5
45	85	19	1.0	52	77	25.1
50	90	20	1.0	56	82	26.9
55	100	21	1.5	63	90	33.2
60	110	22	1.5	70	99	40.3
65	120	23	1.5	74	109	44.1
70	125	24	1.5	79	114	47.6
75	130	25	1.5	86	119	50.7
80	140	26	2.0	93	127	55.6
85	150	28	2.0	99	136	64.1
90	160	30	2.0	104	146	73.9
95	170	32	2.0	110	156	83.7

Tabla 5.2 DIMENSIONES Y CAPACIDAD BASICA DE CARGA DE COJINETES DE BOLAS DE LA SERIE 03.

DI mm	DE mm	Ancho mm	Radio de filete mm	Diámetros al hombro mm		Capacidad básica de carga kN
				d_s	d_H	
10	35	11	0.6	12.5	31	6.23
12	37	12	1.0	16	32	7.48
15	42	13	1.0	19	37	8.72
17	47	14	1.0	21	41	10.37
20	52	15	1.0	25	45	12.24
25	62	17	1.0	31	55	16.2
30	72	19	1.0	37	65	21.6
35	80	21	1.5	43	70	25.6
40	90	23	1.5	49	80	31.4
45	100	25	1.5	54	89	40.5
50	110	27	2.0	62	97	47.6
55	120	29	2.0	70	106	55.2
60	130	31	2.0	75	116	62.7
65	140	33	2.0	81	125	71.2
70	150	35	2.0	87	134	80.1
75	160	37	2.0	93	144	87.2
80	170	39	2.0	99	153	94.8
85	180	41	2.5	106	161	101.9
90	190	43	2.5	111	170	110.8
95	200	45	2.5	117	179	117.9

algunas de estas series figuran en las tablas 5-1 y 5-2

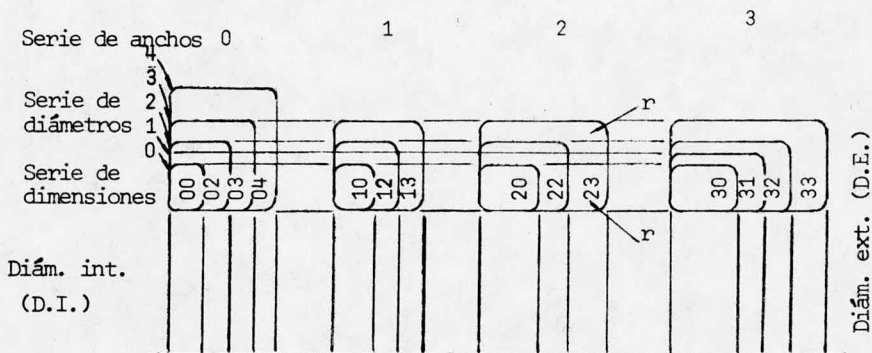


Figura 5-3 Plán básico de la AFBMA para las dimensiones límites.

VI.- VIBRACIONES MECANICAS

Una vibración es un movimiento periódico que se repite tras de un intervalo de tiempo definido, dicho intervalo se denomina período de la vibración. Cada repetición del movimiento se denomina ciclo. También definiremos a la frecuencia de una vibración como el recíproco del periodo y al mismo tiempo la amplitud de la vibración que es el desplazamiento máximo del cuerpo respecto de su posición de equilibrio.

Las vibraciones en una estructura elástica se originan por fuerzas perturbadoras, las cuales crean en ella un desplazamiento de su posición de equilibrio estático. Tales desplazamientos crean fuerzas elásticas que tienden a llevar al cuerpo a su condición de equilibrio original. Al retirar la fuerza perturbadora, las fuerzas elásticas hacen que el cuerpo se acelere hasta su posición de equilibrio, sin embargo, el cuerpo poseerá ahora cierta velocidad cuando pase por su posición de equilibrio y esto hará que sobrepase dicho punto. Así se forman vibraciones que pueden disminuir o dejar de hacerlo, según esté presente o no alguna fuerza de resistencia.

Cuando estas vibraciones son causadas por una fuerza aplicada inicialmente al cuerpo y luego se retira ésta, resulta lo que se conoce como vibraciones libres. Si sobre el cuerpo en vibración también actúan fuerzas de resistencia, el movimiento se conoce como vibración libre amortiguada. Cuando las fuerzas perturbadoras continúan actuando a intervalos periódicos, el resultado es una vibración forzada, que puede ser amortiguada o no.

VI.I.- VIBRACION FORZADA

Nos referiremos unicamente a este tipo de vibración por ser tema central de nuestro estudio por las condiciones bajo las cuales operará nuestra máquina.

Si la fuerza perturbadora no se retira, sino que continúa actuando sobre el cuerpo a intervalos periódicos, se crean vibraciones forzadas, en las cuales la frecuencia y la amplitud son alteradas por la frecuencia y la magnitud de la fuerza perturbadora. Un ejemplo típico de fuerza perturbadora es la producida por el desbalanceo en una máquina en rotación. Si la frecuencia de la fuerza perturbadora es igual a la frecuencia natural de vibración libre de la máquina, se obtiene una situación conocida como resonancia, que dá lugar a amplitudes muy peligrosas.

En la mayoría de los casos prácticos, la fuerza perturbadora varía con el tiempo acorde con una función seno o coseno. -- Por ejemplo, el motor de la figura 6.1, tiene un peso W y está montado sobre resortes que solo permiten movimiento vertical. Denominamos como "K" a la constante de resorte del apoyo. Un pequeño peso no balanceado W_1 , gira con el volante del motor y crea una fuerza de inercia centrífuga $P_o = \frac{W_1}{g} r \omega^2$. La componente vertical de esta fuerza varía armónicamente con el tiempo, siendo su magnitud, $P_o \cos \omega t$.

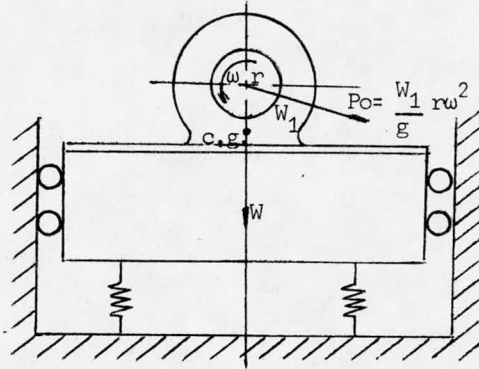


Figura 6.1.- Vibración forzada, ocasionada por un peso en rotación no balanceado.

Si se toman los desplazamientos hacia abajo con respecto a la posición de equilibrio estático, la ecuación de movimiento es;

$$\Sigma X = \frac{W}{g} a$$

Ec. 6.1.1.

$$W + P \cos \omega t - (W + kx) = \frac{W}{g} \frac{d^2x}{dt^2}$$

multiplicando por $\frac{g}{W}$ se obtiene

$$\frac{d^2x}{dt^2} = - \frac{kg}{W} x + \frac{gPo}{W} \cos \omega t$$

si denotamos

$$h = \frac{gP}{W} \quad \text{y} \quad \omega_n^2 = \frac{kg}{W}$$

Podemos escribir nuestra ecuación, como;

$$\frac{d^2x}{dt^2} = - \omega_n^2 x + h \cos \omega t$$

Esta ecuación puede representarse como una combinación de una vibración libre y un movimiento causado por una fuerza perturbadora. De esta manera, si X_1 representa el desplazamiento debido a la vibración libre (que es independiente de la fuerza perturbadora) y X_2 es el desplazamiento adicional causado por la fuerza perturbadora, el desplazamiento real es;

$$X = X_1 + X_2$$

Con esta suposición, la ecuación (6.1.2) puede considerarse compuesta de las siguientes partes;

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\omega_n^2 x_1 \quad \text{Ec. 6.1.3}$$

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} = -\omega_n^2 x_2 + h \cos \omega t \quad \text{Ec. 6.1.4}$$

Sumando estas ecuaciones volvemos a la ecuación original 6.1.2, por lo tanto, el valor de X_1 está dado por;

$$x_1 = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t$$

Una solución tentativa de la ecuación 6.1.4, es la siguiente $X_2 = A \cos \omega t$, donde la constante A, que representa la amplitud de la vibración forzada que se selecciona para satisfacer la ecuación. Substituyendo esta solución en la ecuación 6.1.4, se obtiene.

$$-A\omega^2 \cos \omega t = -A\omega_n^2 \cos \omega t + h \cos \omega t$$

en donde el valor de A es

$$-A\omega^2 + A\omega_n^2 = h$$

$$\text{o bien } A = \frac{h}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad \text{Ec. 6.1.5}$$

Por consiguiente, una solución de la ecuación 6.1.4., es;

$$x_2 = A \cos \omega t = \frac{h}{\omega_n^2 - \omega^2} \cos \omega t$$

La solución completa de la ecuación 6.1.2, es la suma de las soluciones de sus partes, o sea.

$$X = X_1 + X_2 = C_1 \operatorname{sen} \omega t + C_2 \cos \omega t + \frac{h}{\omega_n^2 + \omega^2} \cos \omega t$$

Este resultado se aprecia gráficamente en la figura 6.2. La parte (a) representa el diagrama desplazamiento-tiempo para la vibración libre (suponiendo $C_1 = 0$) y (b) es el diagrama de vibración forzada. La suma de estos movimientos armónicos (que tienen periodos diferentes) se ven en (c)

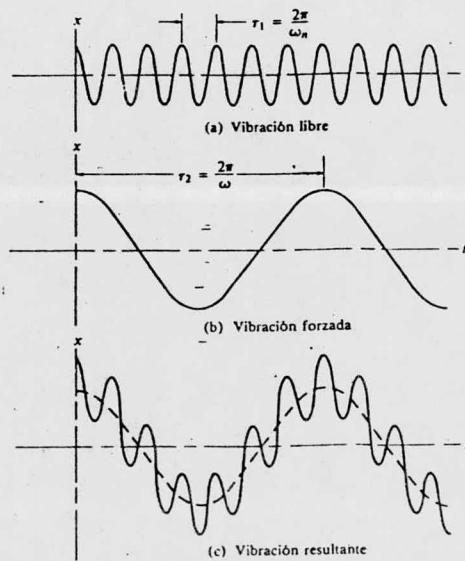


Figura 6.2 Diagramas de desplazamiento - tiempo

VI.2.- TRANSMISIBILIDAD

Una vibración originada en una máquina y transmitida a otros objetos, cámaras o instrumentos, provoca incomodidades o sacudimientos. En consecuencia un piso está sujeto a una vibración forzada transmitida en menor grado a través de resortes y la fuerza transmitida durante un ciclo de vibración es $F_{tr} = kx$. Normalmente se diseña al conjunto de resortes, de tal manera que F_{tr} se acerque a cero, caso en el cual se dice que la máquina vibratoria está aislada.

La fuerza transmitida del resorte es:

$$F_{tr} = kx = \frac{F_o}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \quad \text{Ec. 6.2.1}$$

Si la máquina estuviera fija rígidamente a su base la fuerza transmitida al piso sería F_o , sin embargo, por medio de resortes se puede hacer que el denominador de la ecuación 6.2.1 sea tan grande que la fuerza transmitida tienda a cero. La relación de la fuerza F_{tr} con resortes, a la fuerza F_o con anclaje rígido sin resortes se llama transmisibilidad TR.

$$\text{En donde; } TR = \frac{F_{tr}}{F_o} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad \text{Ec. 6.2.2}$$

Es importante hacer notar que cuando la relación $\frac{\omega}{\omega_n}$ es igual a 1, se tiene que la fuerza transmitida es infinita. Para hacer grande $\frac{\omega}{\omega_n}$ se puede aumentar la velocidad ω de diseño o se puede hacer pequeña la constante del resorte.

VII.- VELOCIDAD CRITICA

El centro de gravedad de un cuerpo giratorio simétrico no coincide generalmente con su centro de rotación. La causa es que:

- 1) En la práctica es imposible conseguir que la masa esté uniformemente distribuida alrededor del centro geométrico del cuerpo.
- 2) El árbol sobre el cual gira el cuerpo se deforma flexándose por efecto de la carga, desplazando al centro de gravedad fuera del eje verdadero, el cual pasa por el eje geométrico o línea central de los cojinetes. La rotación puede comenzar alrededor del eje -- geométrico, pero a una cierta velocidad, la fuerza centrífuga del centro de gravedad desplazado será igual a las fuerzas de deformación que actúan sobre el árbol; éste con los cuerpos de que es solidario vibrará entonces violentamente, ya que la fuerza centrífuga varía de sentido cuando gira el árbol. A esta velocidad se le denomina crítica. Para una velocidad mayor que la crítica se vuelve a alcanzar un estado de equilibrio con funcionamiento normal -- uniforme, cuando el cuerpo gira virtualmente alrededor de su centro de gravedad.

Supongamos que la figura 7-1 representa un árbol con cualquier número de cargas que deforman al árbol hasta la posición representada. Entonces, la velocidad crítica n_c más baja o fundamental, viene dada por

$$n_c = \frac{30}{\pi} \left[\frac{g(\Sigma Wv)}{\Sigma W v^2} \right]^{1/2} \quad \text{Ec. 7.1}$$

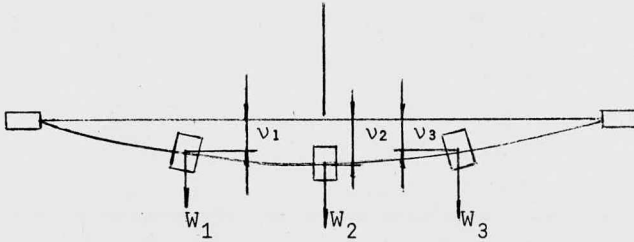


Figura 7-1 Eje en posición deformada

donde W es la carga y v la deflexión en la viga. Para el cálculo de las deflexiones en cualquier lugar de la viga se dará una breve introducción en los siguientes incisos.

VII.1.- DEFLEXION EN VIGAS

Para desarrollar la teoría de las deflexiones en vigas - nos debemos basar en la hipótesis cinemática fundamental de que las secciones planas permanecen planas después de la deformación. Este tratamiento desprecia la deformación por corte de una viga.

Un segmento de una viga inicialmente recta se muestra en estado de deformación en la figura 7.2a; el eje flexionado de la viga, es decir la curva elástica, se muestra con una curvatura de radio ρ . El centro de la curvatura de un elemento cualquiera se puede hallar prolongando hasta su intersección dos secciones consecutivas tales como $A' B'$ y $D' C'$ de la figura 7-2-a

En la vista ampliada del elemento A'B'C'D' que aparece en la figura 7-2-b se puede ver que en una viga flexionada el ángulo que forman dos secciones consecutivas es $\Delta \theta$. Si las distancias "y" desde la superficie neutra hasta las fibras deformadas - se miden de la manera usual como positivas hacia arriba, la deformación total Δu de una fibra se puede expresar como

$$\Delta u = -y \Delta \theta \quad \text{Ec. 7-2}$$

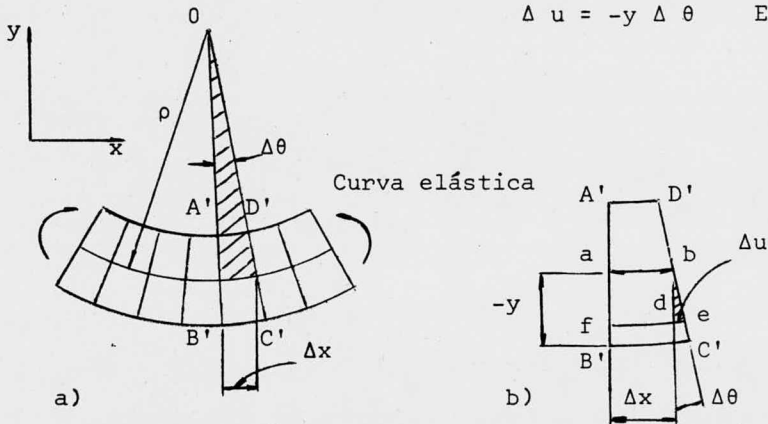


Figura 7-2 Deformación de un segmento de viga en flexión

Para distancias "y" negativas la fórmula da un alargamiento, lo cual concuerda con la deformación que se muestra en la figura.

Las fibras situadas en la superficie neutra curva de la viga deformada, representadas en la figura 7-2-b por la fibra ab, no se deforman en lo absoluto. Por tanto, la longitud de arco Δs corresponde a la longitud inicial de todas las fibras entre las secciones - - A'B' y D'C'. Teniendo presente lo anterior

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta s} = -y \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta s} \quad \text{o} \quad \frac{du}{ds} = -y \frac{d\theta}{ds} \quad \text{Ec. 7-3}$$

Es posible reconocer que du/ds es la deformación lineal en la fibra de una viga situada a una distancia 'y' del eje neutro. Por lo tanto.

$$\frac{du}{ds} = \epsilon \quad \text{Ec. 7-4}$$

El término de/ds es la ecuación 7-3 tiene un significado geométrico claro, con ayuda de la figura 7-1a, se ve que $\Delta s = \rho \Delta \theta$

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta s} = \frac{de}{ds} = \frac{1}{\rho} = k \quad \text{Ec. 7-5}$$

que es la definición de la curvatura K, substituyendo 7-4 y 7-5 en 7-3 tenemos:

$$\frac{1}{\rho} = k = - \frac{\epsilon}{y} \quad \text{Ec. 7-6}$$

En el último caso, se observa que

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad \sigma = - \frac{My}{I} \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad \text{Ec. 7-7}$$

Esta ecuación relaciona el momento flexionante M en una sección transversal dada de una viga elástica cuyo momento de inercia respecto del eje neutro es I, con la curvatura $1/\rho$ de la elástica.

En los textos de geometría analítica se demuestra que en coordenadas cartesianas la curvatura de una línea se define por

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2v}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{v''}{\left[1 + (v')^2\right]^{3/2}} \quad \text{Ec. 7-8}$$

donde x y v son coordenadas de un punto de ésta. En el problema que se considera, la distancia x localiza un punto en la elástica de una viga flexionada, y v es la deflexión, o sea, la desviación del punto con respecto a su posición inicial.

Si la ecuación 7-8 se sustituyera en la ecuación 7-6 o la 7-7, resultaría la ecuación diferencial exacta de la elástica. En general, la resolución de tal ecuación es muy difícil. Sin embargo, puesto que son muy pequeñas las deflexiones que se toleran en la gran mayoría de las estructuras de ingeniería, también lo es la pendiente dv/dx de la elástica. Por tanto, el cuadrado de la pendiente v' es una cantidad despreciable comparada con la unidad, y la ecuación 7-8 se simplifica en

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2} \quad \text{Ec. 7-9}$$

Con esta base la ecuación diferencial correspondiente a la deflexión de una viga elástica se deduce de la ecuación 7-7 y es

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad \text{Ec. 7-10}$$

El sentido positivo de eje v se toma igual al positivo del eje "y" y al positivo de la carga aplicada P figura 7-3. Nótese en especial que si la pendiente positiva dv/dx de la curva elástica aumenta positivamente a medida que x aumenta también, la curvatura $\frac{1}{\rho}$, es positiva. Este sentido de la curvatura coincide con el de la curvatura inducida por los momentos positivos aplicados M . por esta razón, en ambos miembros de la ecuación 7-10 los signos son positivos.

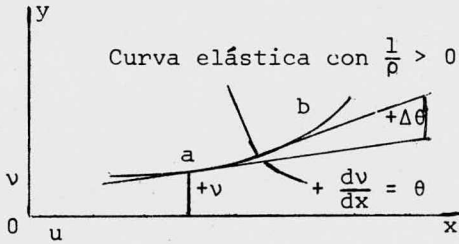
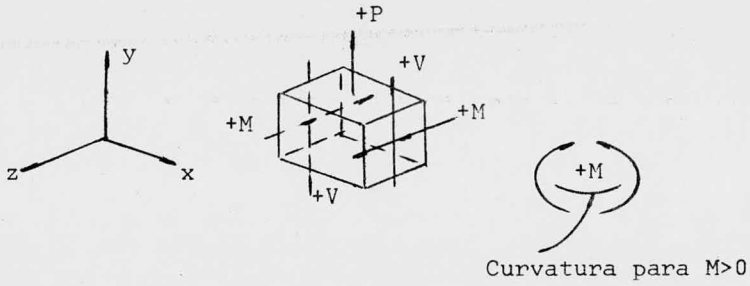


Figura 7-3 Relación entre momento flexionante y curvatura

VII-2.- CALCULO DE DEFLEXION EN UNA VIGA

La viga se encuentra apoyada y soporta una fuerza concentrada vertical hacia abajo P a una distancia "a" del apoyo izquierdo como se aprecia en la figura 7.3

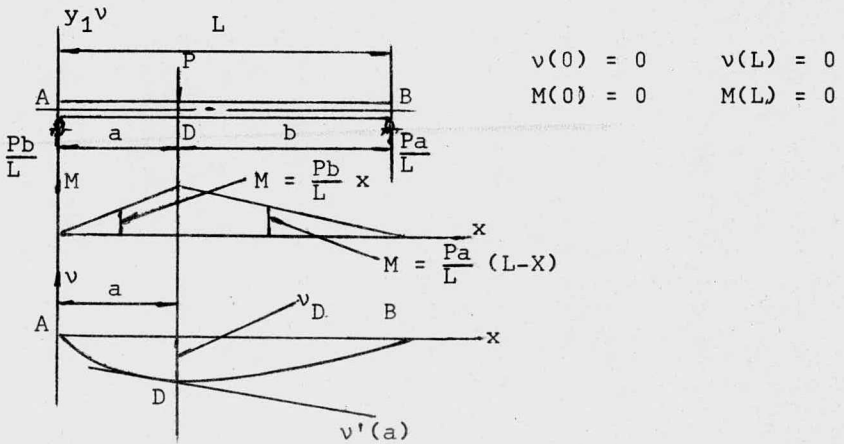


Figura 7-3 Gráfica de la deflexión

La resolución se realizará empleando la ecuación diferencial de segundo orden. Las reacciones y las condiciones de frontera se indican en la figura 7-3a. El diagrama de momentos que se muestra en la figura 7-3b indica que existe en $x = a$ una discontinuidad en $M(x)$, lo cual requiere dos funciones diferenciales.

En primer lugar la solución se efectúa independientemente para cada segmento de la viga.

Para el segmento AD

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI} = \frac{Pb}{EIL} x$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{Pb}{2EIL} x^2 + A_1$$

$$v = \frac{Pb}{EIL} \left(\frac{x^3}{6} \right) + A_1 x + A_2$$

Para el segmento BD

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI} = \frac{Pa}{EI} - \frac{Pa}{EIL} x$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{Pa}{EI} x - \frac{Pa}{2EIL} x^2 + B_1$$

$$v = \frac{Pa}{2EI} x^2 - \frac{Pa}{6EIL} x^3 + B_1 x + B_2$$

Para determinar las 4 constantes A_1, A_2, B_1, B_2 , se deben emplear dos condiciones de frontera y dos de continuidad.

Para el segmento AD

$$v(0) = 0 = A_2$$

Para el segmento DB

$$v(L) = 0 = \frac{Pa}{2EI} L^2 + B_1 L + B_2$$

Igualando las deflexiones de ambos segmentos en $x = a$

$$v_D = v(a) = \frac{Pa^3 b}{6EIL} + A_1 a = \frac{Pa^3}{2EI} - \frac{Pa^4}{6EIL} + B_1 a + B_2$$

VIII.- DISEÑO DE ELEMENTOS

La máquina para el estudio del desbalanceo (figura 8-1) consiste de una flecha perfectamente balanceada en la cual pueden colocarse y sujetarse hasta seis bloques rectangulares.

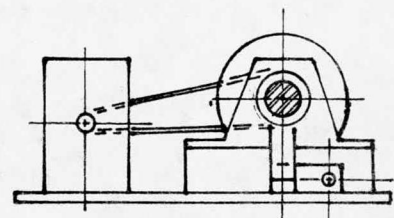
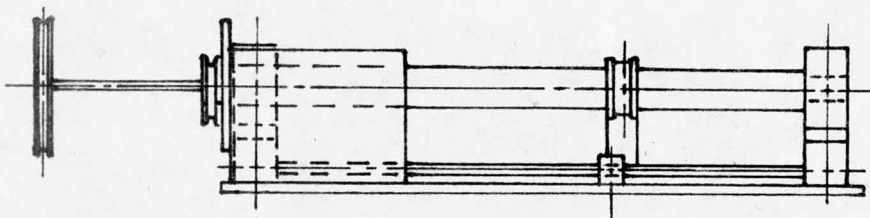
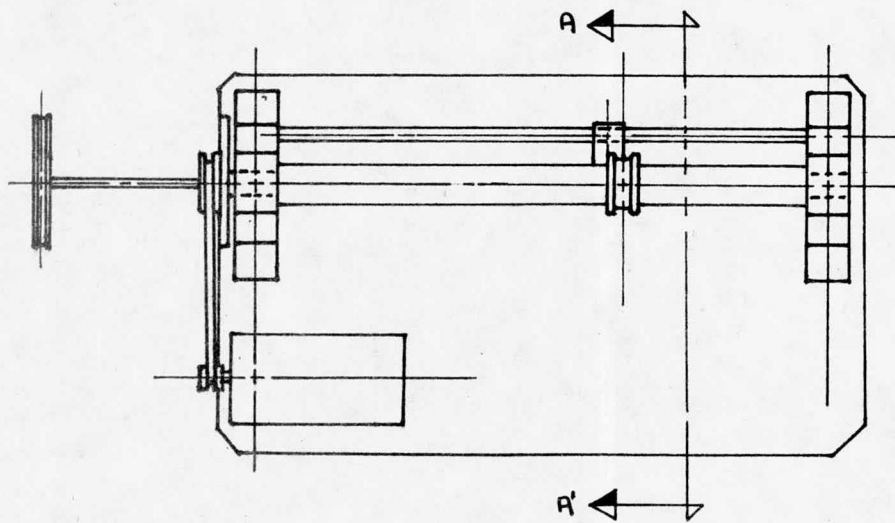
La flecha gira sobre chumaceras de piso con rodamientos de bolas y es accionada por un motor eléctrico de 127 volts a través de una transmisión de banda y polea.

El motor y la flecha están montadas sobre una base de acrílico, misma que está soportada por apoyos de hule, los cuales permiten que la vibración de la base y conjunto de máquina queden aisladas de la mesa de trabajo.

Estos hules permiten que la base y conjunto de la máquina vibren cuando la flecha está desbalanceada.

Se cuenta con seis bloques con perforación central en la cual se pueden introducir diferentes pesos (plomos), con el fin de variar la fuerza y el momento. Los bloques pueden colocarse en la flecha en cualquier posición angular y en cualquier punto a lo largo de la misma, además se pueden fijar en un mismo plano transversal del eje varios contrapesos.

Una llave hexagonal (Allen) se utiliza para fijar el soporte de los bloques sobre la flecha, utilizando la misma llave para el apriete del bloque sobre el soporte, los pesos se fijan al bloque por medio de un tapón, el cual es accionado por un desarmador plano.



Los bloques pueden colocarse en cualquier punto a lo largo de la flecha. El brazo de momentos (a) de cualquier fuerza dada F puede ser medido con una escala lineal colocada al lado de la flecha, paralela a ésta la escala cuenta con un cursor, que funciona como marca de referencia y como tope para los bloques.

Para medir la posición angular de los bloques el aparato cuenta con un disco unido rígidamente a la polea y por ende a la flecha en uno de sus extremos, este disco está graduado de 0° a -360° de manera que la posición de cada bloque puede ser medida.

Las fuerzas centrífugas que causan el desbalanceo (Wr) son cuantificadas colocando una extensión de flecha con polea unida a la flecha principal.

Un bloque rectangular se fija a la flecha y se hace pasar un cordel por la polea de la extensión de la flecha; a cada extremo del cordel se ata una canastilla de pesos, pequeñas bolas de acero se colocan poco a poco sobre una canastilla hasta que el bloque gira 90° , la fuerza de desbalanceo es entonces proporcional al número de bolas requerido para mover el bloque 90° desde su posición de equilibrio estático.

El aparato cuenta con un domo de acrílico transparente que tiene la función de servir como protección en el poco probable caso de que algún contrapeso saliera disparado, además impide el acceso a la máquina cuando ésta se encuentra en operación, previendo así cualquier accidente que ocasionaría el introducir la mano al sistema en rotación. Para lograr lo anterior contamos con tres "micro-switch" que son operados a su posición de cerrado cuando son oprimidos.

midos por el domo, esto significa que aún cuando inadvertidamente operemos la máquina, ésta no funcionará si no tiene su domo protector.

VIII-1 DISEÑO DE LA FLECHA

La flecha, uno de los elementos más importantes que componen la máquina para el estudio del desbalanceo, deberá cumplir con determinadas características, tales como; facilidad de maquinado, bajo costo y además cumpla con las funciones para lo cual fue diseñada.

Las características que deberá reunir el eje de la máquina son las siguiente:

1.- MATERIAL

Acero SAE 1040 estirado en frío. (aceros fortuna GB-4)

La selección de este acero se hizo por las siguientes razones.

- I) Recomendado por fabricantes de aceros para ser utilizado en partes de maquinaria.
- II) Bajo costo en comparación con otro tipo de aceros
- III) Material comercial, fácil de encontrar en el mercado
- IV) Facilidad en su maquinado
- V) Material dúctil

2.- FACTOR DE SEGURIDAD (n)

Para determinar el factor de seguridad nos apoyamos en la tabla experimental 8-1 (*), la cual nos muestra que como la clase de carga a que estará sometida la flecha será puramente de flexión y torsión, la fuerza será continua, se fabricará de acero dúctil y el criterio de falla estará basado...

en la resistencia de fluencia del material S_y , y se aplicará un criterio conservador, por lo tanto $n=2$

CLASE DE CARGA	ACERO METALES DUCTILES		HIERRO FUNDIDO METALES QUEBRADIZOS	MADERA DE CONSTRUCCION
	Basado en la resistencia máxima	Basado en la resistencia de fluencia	BASADO EN LA RESISTENCIA MAXIMA	
Carga Permanente $n =$	3 - 4	1.5-2	5 - 6	7
Choque Suave $n =$	6	3	7 - 8	10
Choque Suave $n =$	8	4	10 -12	15
Choque $n =$	10-15	5-7	15-20	20

Tabla 8.1 Factores de Seguridad

3.- LONGITUD DE LA FLECHA

La longitud de la flecha se designa en base al tamaño y distribución que deseamos dar a los aros y bloques o contrapesos que alojaremos para desbalancear y balancear la flecha, una longitud adecuada para alojar el total de los aros es de 40 cms., ya que permite facilidad de montaje y desmontaje de los mismos.

(*) V.M. Faires.- Diseño de elementos de máquinas (pág. 24)

4.- DIAMETRO DE LA FLECHA

La flecha estará sometida a cargas permanentes de flexión y torsión ya que la fuerza aplicada es giratoria y constante en una sección, el diámetro del eje circular macizo se puede calcular tomando en cuenta que las cargas son estáticas. (Ver Cap. IV-1) mediante la ecuación 4-2

$$d = \left[\frac{32 n}{S_y} \left(M^2 + T^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

DATOS DE LA FLECHA

Acero SAE 1040 estirado en frío

$$S_y = 71 \text{ kip/pulg}^2 = 48.95 \times 10^3 \text{ Nt/cm}^2$$

CALCULO DEL MOMENTO FLECTOR MAXIMO

El momento flector máximo ocurrirá cuando el contrapeso se encuentre en el centro de la flecha, este va a provocar la fuerza centrífuga $F = mr\omega^2$, por lo tanto $F = \frac{\omega^2}{g} (Wr)$. Para calcular W tenemos lo siguiente:

masa del bloque = 65 gr.

masa del plomo = 20 gr.

Para determinar r calculamos en primer lugar la ubicación del centroide del bloque, lo cual se indica en los cálculos que se señalan a continuación.

CALCULO DEL CENTROIDE DEL CONTRAPESO

Basandonos en las dimensiones
generales del bloque figura 8.2

Fierro $\rho = 8041 \text{ kg/m}^3$
Plomo $\rho = 11380 \text{ kg/m}^3$

$$W = \rho V$$

$$W_1 = (8041.25) (0.033) (0.019) (0.016) = 0.0806 \text{ kg}$$

$$W_2 = (8041.25) (0.005) (0.008) (0.016) = 0.0051 \text{ kg}$$

$$W_3 = (8041.25) (0.001/2) (0.005) (0.016) = 0.00032 \text{ kg}$$

$$W_4 = 0.00032 \text{ kg}$$

$$W_5 = \pi (0.006)^2 (0.026) (8041.25) = 0.0236 \text{ kg}$$

$$W_6 = 11380 (\pi) (0.006)^2 (.0.26) = 0.033 \text{ kg}$$

$$W_7 = \pi (0.006)^2 (0.004) (8041.25) = 0.0036 \text{ kg}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum Wx}{\sum W} = \frac{1.0181}{0.10716} = 9.5$$

$$\bar{y} = \frac{\sum Wy}{\sum W} = \frac{1.8756}{0.10716} = 17.5$$

$$\bar{z} = \frac{\sum Wz}{\sum W} = \frac{0.8574}{0.10716} = 8$$

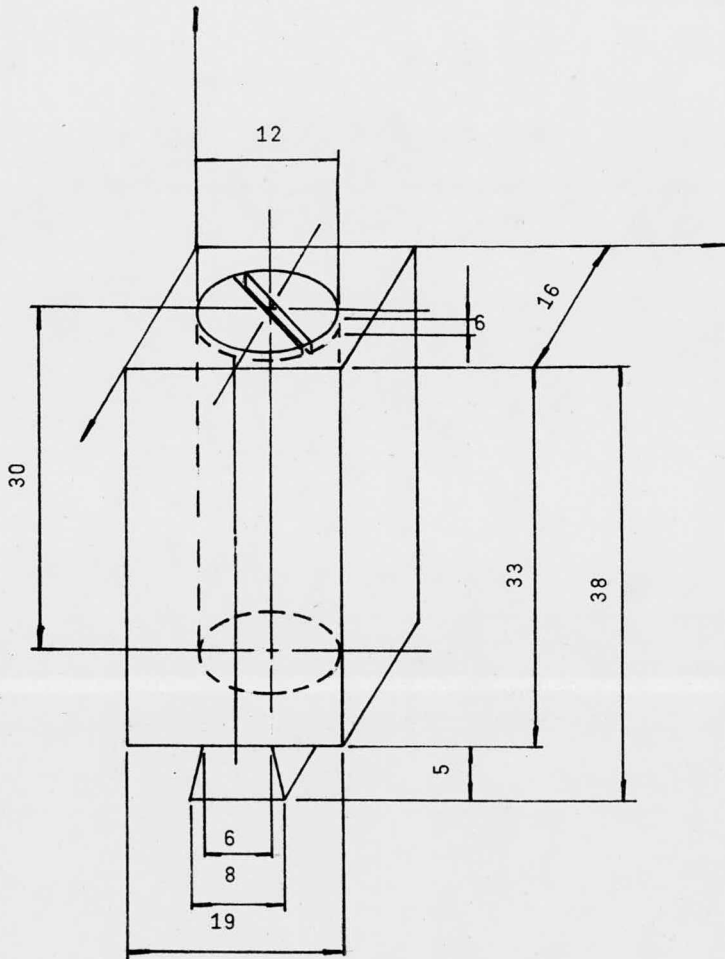


Figura 8.2 Dimensiones generales del bloque
 (Acotaciones mm.)

OBJETO	W kg	x cm	Wx kg.cm	y cm	Wy kg.cm	z cm	Wz kg.cm
1) Bloque de Fe 33 x 16 x 19 mm.	0.0806	9.5	0.7657	16.5	1.3299	8	0.6448
2) Bloque de Fe 5 x 8 x 16 mm	0.0051	9.5	0.0484	35.5	0.181	8	0.0408
3) Triángulo izq.	- 0.00032	5.83	- 0.0018	34.67	- 0.011	8	- 0.0025
4) Triángulo der.	- 0.00032	13.17	- 0.0042	34.67	- 0.011	8	- 0.0025
5) Cilindro de Fe	- 0.0145	9.5	- 0.1377	20.5	- 0.297	8	- 0.116
6) Cilindro de Pb	0.033	9.5	0.3135	20.5	0.6765	8	0.264
7) Tapón	0.0036	9.5	0.0342	2	0.0072	8	0.0288
Σ	0.10716		1.0181		1.8756		0.8574

Tabla 8.1 Resultados para cálculo del centroide del contrapeso

$$\text{bloque } r = 20.5 + 4.5 + 12.7 = 37.7$$

$$\text{plomo } r = 21 + 4.5 + 12.7 = 38.2$$

En la figura 8.3 Se muestra la diferencia que existe entre el centro de la masa de bloque y el centro de masa del plomo introducido en el bloque.

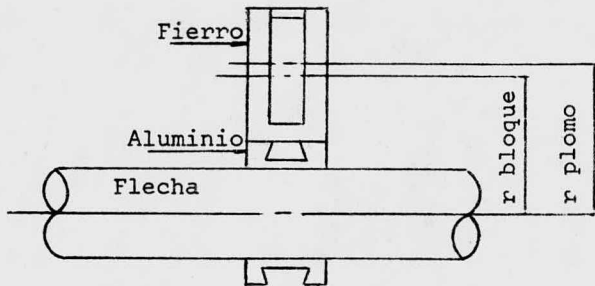


Figura 8.3 Conjunto de flecha, anillo fijador y bloque

DETERMINACION DE LA VELOCIDAD ANGULAR DE LA FLECHA

$$F = mr\omega^2$$

donde: F es la fuerza centrífuga
debida al contrapeso

$$\omega = 2\pi N/60$$

$$N \text{ motor} = 3600 \text{ rpm}$$

$$N \text{ [rpm]}$$

$$\omega \text{ motor} = \frac{2\pi(3600)}{60} \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$\omega \text{ motor} = 376.99 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$\text{Polea de motor } d = 0.8 \text{ cm.}$$

$$\text{Polea de flecha } d = 5.6 \text{ cm.}$$

$$(\omega d) \text{ motor} = (\omega d) \text{ flecha}$$

$$376.99 (1) = \omega_f (7) \quad \rightarrow \quad \omega_f = \frac{376.99}{7} = 53.85 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$\omega_f = 53.85 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$F_{\text{bloque}} = (0.035) (0.377) (53.85)^2 = 7.1 \text{ Nt}$$

$$F_{\text{bloque}} = (0.020) (.0382) (53.85)^2 = 2.21 \text{ Nt}$$

$$F_{\text{total}} = 9.3 \text{ Nt}$$

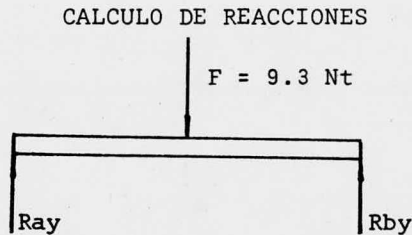
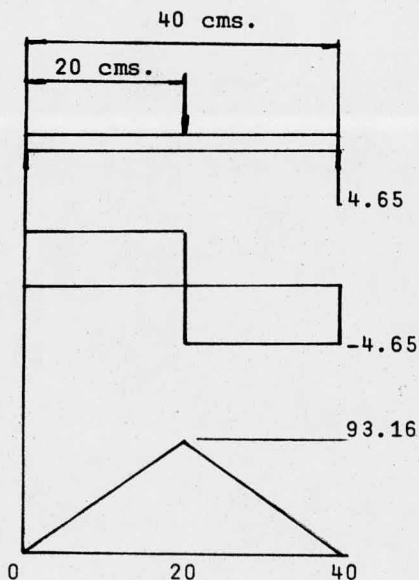


Figura 8.4 Diagrama de cuerpo libre de la flecha

De la figura 8.4 deducimos las fuerzas de reacción en la flecha

$$R_{ay} = 4.65 \text{ Nt}$$

$$R_{by} = 4.65 \text{ Nt}$$



0	X	20	X = 0
V =	R _{ay}	V =	4.65 Nt
M =	R _{ay} X	M =	0
20	X	40	X = 20
V =	R _{ay} - F	V =	-4.65 Nt
M =	R _{ay} X - F (X - 20)	M =	93.16 Nt·cm
		X =	40
		V =	-4.65 Nt
		M =	0

por lo tanto, $M_{\text{máx}} = 93.16 \text{ Nt}\cdot\text{cm}$.
en $x = 20 \text{ cm}$.

Figura 8.5 Diagramas de fuerza cortante y momento flexionante

CALCULO DEL MOMENTO TORSIONANTE

El momento torsionante se calcula con la siguiente fórmula

$$T = \frac{72633 \text{ H.P.}}{N} \text{ kg. cm.}$$

$$T_{\text{motor}} = \frac{72633 (0.125)}{3600} = 2.52 \text{ kg. cm}$$

$$(T\omega)_{\text{motor}} = (T\omega)_{\text{flecha}} \quad T_f = \frac{(T\omega)_{\text{motor}}}{\omega_{\text{flecha}}}$$

$$T_f = 12.61 \text{ kg. cm.} \quad T_f = 123.71 \text{ Nt. cm.}$$

Sustituyendo los datos encontrados en la fórmula para al cálculo del diámetro de la flecha tenemos lo siguiente:

$$d = \left[\frac{32 (2)}{\pi(48950)} \left[(123.71)^2 + (93.16)^2 \right]^{1/2} \right]^{1/3}$$

$$d = 0.400 \text{ cm.}$$

Si la flecha la trabajamos con el diámetro calculado nos enfrentaríamos con problemas prácticos debido al montaje de los contrapesos, selección de cojinetes, estética de la máquina, etc. por esta razón el diámetro que se dará a la flecha será de 2.54 cms. (1").

Con el análisis anterior hemos justificado que el material seleccionado para la construcción de la flecha cumple con los requisitos de resistencia del material y no fallará debido a los esfuerzos aplicados al eje.

Debemos notar que existe una sección de la flecha sometida a esfuerzos de fatiga, la cual comprende al extremo donde va alojada la polea que transmite el movimiento a el eje.

El diámetro de la flecha se calcula como sigue, (ver Cap.

IV.2)

$$d = \left[\frac{32 Mn}{\pi Se} \right]^{1/3}$$

$$Se = k_a k_b k_c k_d k_e S'e$$

Material SAE 1040 estirado en frío

$$Sut = 71 \text{ kp/pulg}^2 = 48.95 \times 10^3 \text{ Nt/cm}^2$$

Por lo tanto de la ecuación 4-5

$$S'e = 0.5 Sut$$

$$S'e = 0.5 (48.95 \times 10^3)$$

$$S'e = 24.475 \times 10^3 \text{ Nt/cm}^2$$

De la figura 2-6, $K_a = 0.79$

Por lo expresado en la sección II-4-4

$$K_b = 0.85$$

De la tabla 2-3 con una $R = 50\%$

$$K_c = 1$$

De la sección II-4-6

$$K_d = 1$$

A partir de la figura 2-9 se calculan

$$\frac{D}{d} = \frac{2.54}{1.2} = 2.11$$

$$\frac{r}{d} = \frac{0.5}{1.2} = 0.4166$$

Y se halla $K_t = 1.25$. A continuación entrando en la figura 2-10 con $S_{ut} = 71 \text{ Kip/pulg}^2$ se obtiene $q = 0.8$. El factor de reducción de resistencia a la fatiga resulta.

$$K_f = 1 + q (K_t - 1) = 1 + 0.8 (1.25 - 1)$$

$$K_f = 1.2$$

En consecuencia, el factor de modificación para la concentración del esfuerzo es $K_e = 1/K_f$

$$K_e = \frac{1}{1.2} = 0.833$$

Ahora bien para determinar el límite de resistencia a la fatiga

$$S_e = (0.79) (0.85) (1) (1) (0.833) (24.475) (10^3)$$

$$S_e = 13.68 \times 10^3 \frac{\text{Nt}}{\text{cm}^2}$$

Por consiguiente el diámetro es;

$$d = \left(\frac{32 Mn}{\pi Se} \right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{32 (10) (2)}{\pi (13.68 \times 10^3)} \right)^{1/3}$$

donde M es el momento flector causado por la banda, que es aproximadamente igual a 10 Nt·cm.

$$d = 0.246 \text{ cms.}$$

Al hacer el análisis por el enfoque de Soderberg tenemos por la ecuación 4-6

$$d = \left\{ \frac{32 n}{\pi} \left[\left(\frac{T}{S_y} \right)^2 + \left(\frac{M}{Se} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$

$$d = \left\{ \frac{32 (2)}{\pi} \left[\left(\frac{123.71}{48950} \right)^2 + \left(\frac{10}{13680} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$

$$d = 0.377 \text{ cms.}$$

Al igual que en el caso de diseño para la parte central de la flecha (sometida a cargas estáticas), hemos demostrado que la flecha no fallará aunque esté afectada por cargas que le produzcan fatiga.

5.- VELOCIDAD CRITICA EN LA FLECHA

La velocidad crítica en un eje rotatorio se calcula a partir de la ec. 7.1. Este análisis se realizará para un solo peso -- colocado en la posición central de la flecha en donde provocará la mayor deflexión, ya que al colocar varios pesos, estos estarán en diferentes posiciones angulares, lo cual ocasionará que la suma -- algebraica de fuerzas sea pequeña.

$$n_c = \frac{30}{\pi} \left[\frac{g(\sum W r)}{\sum W r^2} \right]^{4/2}$$

Por la ecuación 7-12

$$v_{\text{máx}} = \frac{P L^3}{48 EI}$$

Peso de flecha, anillo, bloque y plomo

$$P = W = 1.714 \text{ kg.}$$

L = 40 cm (longitud de la flecha)

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$I = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi (2.54)^4}{32} = 4.08 \text{ cm}^4$$

$$v = \frac{1.714 (40)^3}{48 (2.1 \times 10^6) (4.08)} = 2.66 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$n_c = \left[\frac{981 (1.714) (2.66 \times 10^{-4})}{(1.714) (2.66 \times 10^{-4})^2} \right]^{1/2} \left(\frac{30}{\pi} \right)$$

$$n_c = 18338.55 \frac{1}{\text{seg}}$$

$$n_n = \frac{60 n_c}{2 \pi} = \frac{60 (18338.55)}{2 \pi} = 175120 \text{ rpm}$$

$$n_n = 175120 \text{ rpm}$$

Este cálculo nos muestra que la flecha siempre trabajará por debajo de su velocidad crítica, por lo tanto, podemos trabajar con cualquier velocidad que nos proporcione el motor sin - - riesgo alguno.

VIII-2- SELECCION DE COJINETES

Los rodamientos con una hilera de bolas soportan cargas radiales y axiales, además son apropiados para número de revoluciones elevadas. Por estas razones y debido a su precio económico, los rodamientos de bolas son los más usados entre todos los tipos de rodamientos, motivo por el cual los cojinetes a usar - en nuestro caso serán de este tipo.

Al seleccionar un rodamiento se debe distinguir si está solicitado estáticamente o dinámicamente. Una sollicitación estática tiene lugar si el rodamiento está en reposo o gira muy lentamente. Si el rodamiento gira rápidamente se habla de una sollicitación dinámica, nuestra sollicitación será dinámica.

Además de usar rodamientos de bolas utilizaremos la unidad LKS con rodamientos S o chumacera que consta de un rodamiento rígido de bolas con superficie exterior esférica obturado a ambos lados y de un soporte de fundición gris.

Las unidades con rodamiento S se montan exclusivamente - como rodamientos fijos. Por ello son apropiados principalmente - para los apoyos de ejes cortos.

El mantenimiento de las unidades consiste únicamente de lubricación periódica, la cual deberá realizarse con aceite ligero.

Los rodamientos con anillo de sujeción permiten una compensación de errores angulares de hasta 5° con relación a la posición céntrica.

Los rodamientos con anillo de sujeción tienen todas las tolerancias del agujero de + 0.025 mm. Con esta tolerancia se obtiene siempre un ajuste olgado si el eje está mecanizado según una tolerancia de campo RC6

El número de revoluciones que pueden alcanzar con unidades de rodamiento S dependen principalmente del asiento del rodamiento sobre el eje.

La capacidad de carga de los rodamientos se calcula como se señaló en el capítulo V-3

$$C_R = F \left(\frac{LD}{LR} \frac{nD}{nR} \right)^{\frac{1}{a}}$$

$$F = 9.3 \text{ Nt}$$

$$\left. \begin{aligned} N_R &= 30,000 \frac{\text{rad}}{\text{min}} \\ L_R &= 4000 \text{ hrs.} \end{aligned} \right\}$$

Obtenidos de catálogo con F_L , el cual es un factor de fuerza dinámico y $F_L = 2$ para motores de aparatos electrodomésticos

$$ND = 1000 \text{ rpm } (2\pi) = 6283 \text{ rad/min}$$

$$LD = 1600 \text{ hrs. (aprox. 20 años de servicio continuo)}$$

$$a = 3 \text{ por ser cojinete de bolas}$$

$$CR = 9.3 \left(\frac{1600}{4000} \frac{6283}{30000} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$CR = 4.6 \text{ Nt}$$

Con este resultado comprobamos que el cojinete no fallará durante su servicio, ya que el balero usado tiene capacidad de carga = 7.35 KNt

El rodamiento a utilizar se seleccionará del catálogo LKS

Rodamiento LKS con anillo de sujeción (chumacera)

Unidad LKS con rodamiento S

Datos:

Diámetro del eje	12.7 mm
Tornillo de fijación	M 10 mm
Capacidad de carga dinámica	7.35 KNt
Unidad con rodamiento S	SG 16203 /13
Rodamiento solo	16203/13
Peso del rodamiento y soporte	0.48 Kg

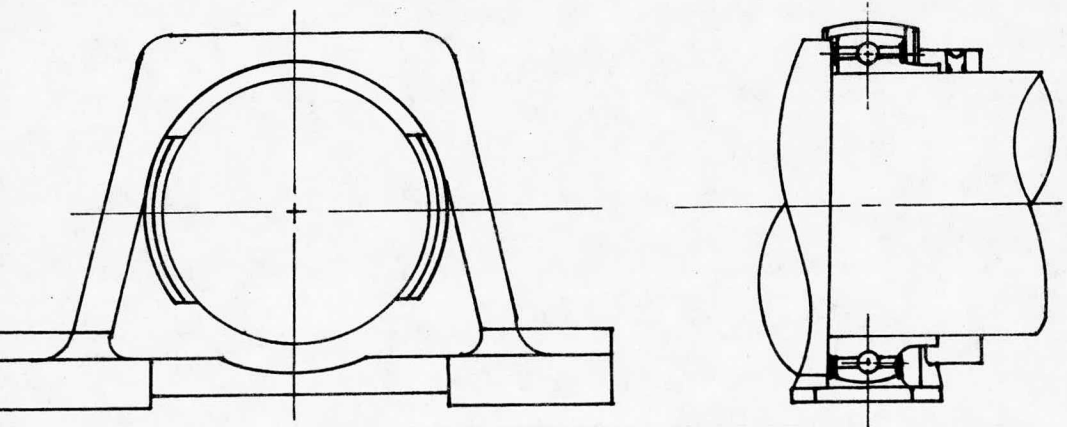


Figura 8-2 Cojinetes de la máquina

VIII-3- DISEÑO DE CONTRAPESOS Y SU MONTAJE

El contrapeso de la máquina será el elemento que logre desbalancear y balancear a la flecha y deberá cumplir con los siguientes requisitos:

- 1.- Tener el tamaño apropiado para su fácil manejo en lo que se refiere a colocación y distribución en la flecha.
- 2.- Poderse montar sin necesidad de hacer cambios o movimientos de elementos de la máquina
- 3.- Poder tener variaciones en su peso, de tal forma que se tengan diferentes alternativas en cuanto al cálculo del balanceo.
- 4.- Poder colocar varios contrapesos en diferentes posiciones angulares para un solo plano transversal de la flecha.
- 5.- Debe ser accesible la colocación o ajuste del contrapeso sobre el eje.

El contrapeso que cumple con todos los requisitos anteriormente anotados es el mostrado en la figura 8-3

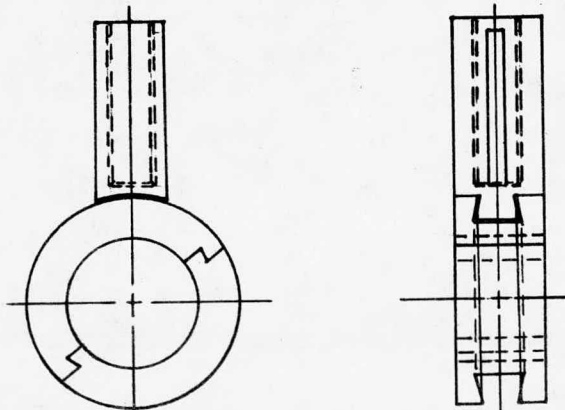


Figura 8.3 Forma de montaje entre anillo y contrapeso (bloque) 92

El contrapeso consta de 3 elementos principales.

- 1) Anillo o aro fijador
- 2) Bloque con alojamiento para pesos
- 3) Pesos de plomo

1) ANILLO FIJADOR

Esta pieza se ajusta sobre la flecha para permitir la instalación de los bloques y se compone de dos secciones (fig. 8-4), las cuales se colocan sobre la flecha y se acoplan con un movimiento longitudinal, para evitar el movimiento relativo del aro con respecto de la flecha, éste se fija por medio de dos prisioneros de $1/8"$ ϕ , el aro por sí solo no produce desbalanceo sobre la flecha.

NOTA: Al apretar los prisioneros y llegar éstos a su tope, girarlo únicamente $1/16$ de vuelta más para evitar el deterioro de la flecha.

2) BLOQUES CON ALOJAMIENTO PARA PESOS

El bloque tiene la función de provocar el desbalanceo, motivo por el cual tiene una cavidad roscada en su parte central en la cual se pueden alojar diferentes cantidades de pesos y sujetarlos por medio de un tapón roscado (tipo tornillo), los bloques se fijan a los anillos por medio de un prisionero de $1/8"$ ϕ (fig. 8-5)

3) PESOS (PLOSOS)

Tienen la función de hacer variable la fuerza desbalanceadora, debido a esto se construyen en diferentes tamaños.

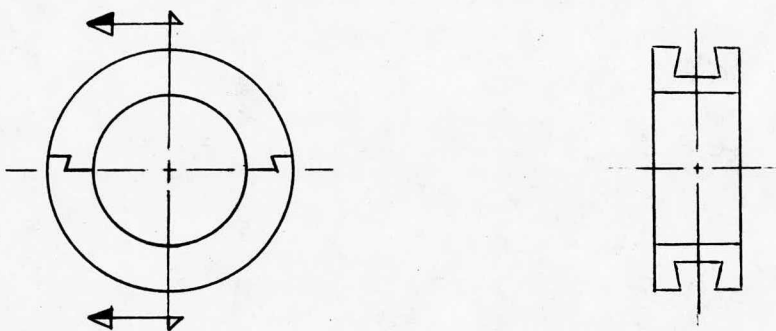


Figura 8-4 Anillo fijador

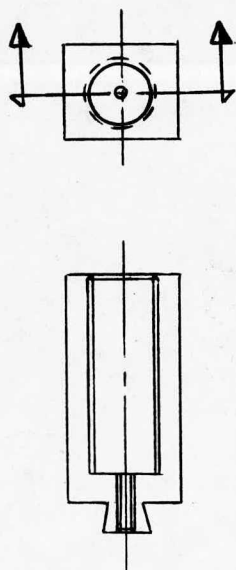


Figura 8-5 Bloque

VIII-3- SELECCION DEL MOTOR

El movimiento giratorio que es necesario aplicar al eje circular macizo (flecha), se obtendrá de un pequeño motor eléctrico de aparato electrodoméstico, con parámetros comerciales de 3600 rpm (velocidad angular) y 1/8 de H.P. (potencia)

El motor tiene la función única y exclusiva de proporcionar movimiento a la flecha, este movimiento debe ser a una velocidad tal que el desbalanceo en la flecha debido a los contrapesos sea notorio.

La transmisión de movimiento puede ser a una velocidad cualquiera siempre y cuando cumpla con lo anteriormente señalado, ya que no se requiere hacer mediciones de amplitud en la flecha a una velocidad dada.

Contamos también con un mando hacia el motor consistente de un pedal, mismo que podrá modular la velocidad deseada en el motor a manera de hacer resaltar el desbalanceo, así como comprobar las correcciones a bajas y altas velocidades.

VIII-5 DISEÑO DE SOPORTES

La función primaria de un conjunto de apoyos es la de soportar al sistema bajo todas las condiciones de carga. Otra función es la de reducir las fuerzas transmitidas desde el sistema a la base de la máquina, actuando como absorbedor dinámico de la vibración de la base.

El diseño de los tacones de la máquina requieren de un exhaustivo análisis computacional, y bases experimentales apropiadas, motivo por el cual es casi imposible predecir el comportamiento de nuestro sistema antes de su prueba.

Debido a lo anteriormente señalado la selección de los apoyos de la máquina se llevó a cabo por prueba y error; los tacones - elegidos fueron aquellos que permitieron visualizar un desbalanceo - notorio en el sistema y permitiendo el aislamiento total de la base de la máquina.

IX PRACTICAS

PRACTICA NO. 1

OBJETIVO. Demostración del balanceo estático, pero dinámicamente, desbalanceado para un sistema de dos masas.

DESARROLLO

- 1) Remueva los tapones y masas de dos de los bloques rectangulares y colóquelos como muestra la figura (9-1a), con un desplazamiento angular relativo entre discos de 180° y una separación de 150 mm. Use el cursor para colocar y leer las posiciones de los bloques.
- 2) Observe que la flecha quede en cualquier posición angular y - por lo tanto, balanceada estáticamente.
- 3) Conecte la banda del motor a la polea de la flecha.
- 4) Asegúrese de que el cursor de la escala lineal no obstruya el movimiento de los bloques.
- 5) Coloque el domo sobre el aparato.
- 6) Arranque el motor y observe el severo desbalanceo de la flecha.

PARACTICA NO. 2

OBJETIVO. Demostración en forma teórica y práctica del balanceo estático y dinámico para un sistema de cuatro masas.

DESARROLLO

- 1) Quite el domo y coloque los cuatro bloques rectangulares como se muestra en la figura (9.1b)
- 2) Pruebe teóricamente que la flecha está estática y dinámicamente balanceada.

a) Condición para balanceo estático

$$(Wr) = 0$$

$$W_1 r_1 + W_4 r_4 - W_2 r_2 - W_3 r_3 = 0$$

Esto se cumple puesto que los bloques son de igual peso y el radio de la masa del bloque desde su centro de gravedad al eje central de la flecha, es el mismo para todos.

b) Condición para balanceo dinámico

$$(Wra) = 0 \quad \delta \quad (Fa) = 0$$

Tomando momentos con respecto a la masa (1)

$$F_2 (50) + F_3 (100) - F_4 (150) = 0$$

$$\text{Pero } F_1 = F_2 = F_3 = F_4$$

Puesto que el producto Wr es el mismo para todos los bloques, por lo tanto, está balanceado dinámicamente.

3) Pruebe que la flecha está balanceada estáticamente en forma práctica (la flecha queda en cualquier posición angular)

4) Coloque la banda y el domo. Accione el motor y observe la falta de vibración, mostrando que la flecha está dinámicamente -- balanceada.

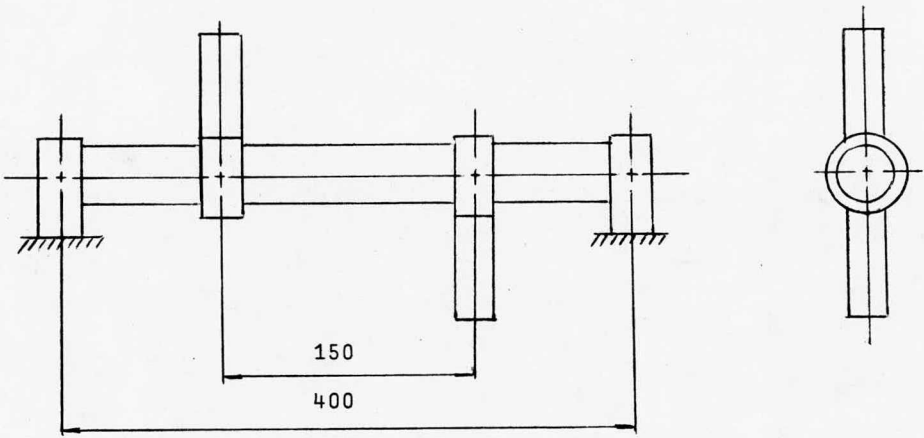


Figura 9-1a Sistema simple de dos masas

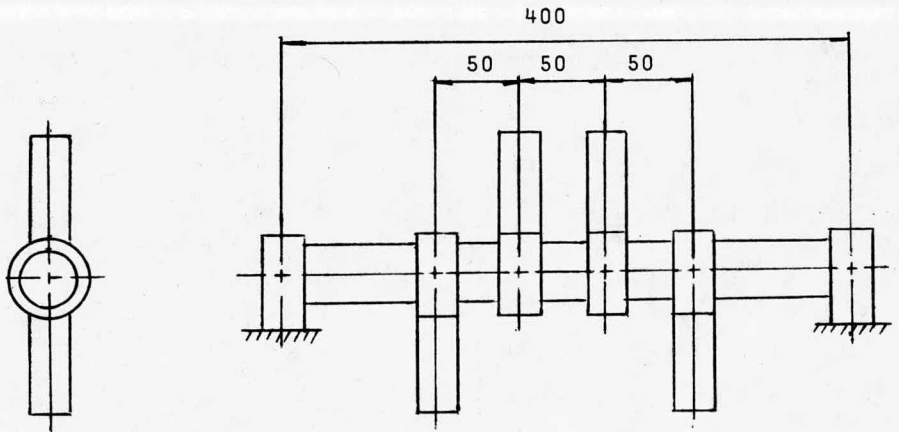


Figura 9-1b Representación esquemática para un sistema de cuatro masas

PRACTICA NO. 3

OBJETIVO. Para un sistema de cinco contrapesos (masas), encontrar las posiciones angulares y los brazos de momentos de dos masas, - dadas las posiciones angulares y brazos de momentos de las otras tres.

DESARROLLO.

Para esta práctica requerimos determinar experimentalmente los valores de W_r , esto se logra siguiendo los pasos que se indican a continuación.

- 1) Quite el domo y desajuste la banda.
- 2) Inserte la extensión de flecha a la flecha principal.
- 3) Mueva el aparato a un extremo de la mesa de trabajo.
- 4) Haga pasar un cordel 2 ó 3 veces por la polea de la extensión de la flecha, y ate a los extremos del cordel las canastillas de pesos (ver figura 9.2).
- 5) Fije el bloque rectangular a la flecha.
- 6) Inserte un plomo en el bloque.
- 7) Poco a poco deposite las bolas de acero en una canastilla de pesos, hasta que el bloque se haya desplazado 90° a partir - de su posición inicial, ocasionalmente golpee al sistema para vencer la fricción.
- 8) Registre el número de bolas de acero depositadas en la canastilla. Este es proporcional al momento de desbalanceo del -- bloque (W_r)

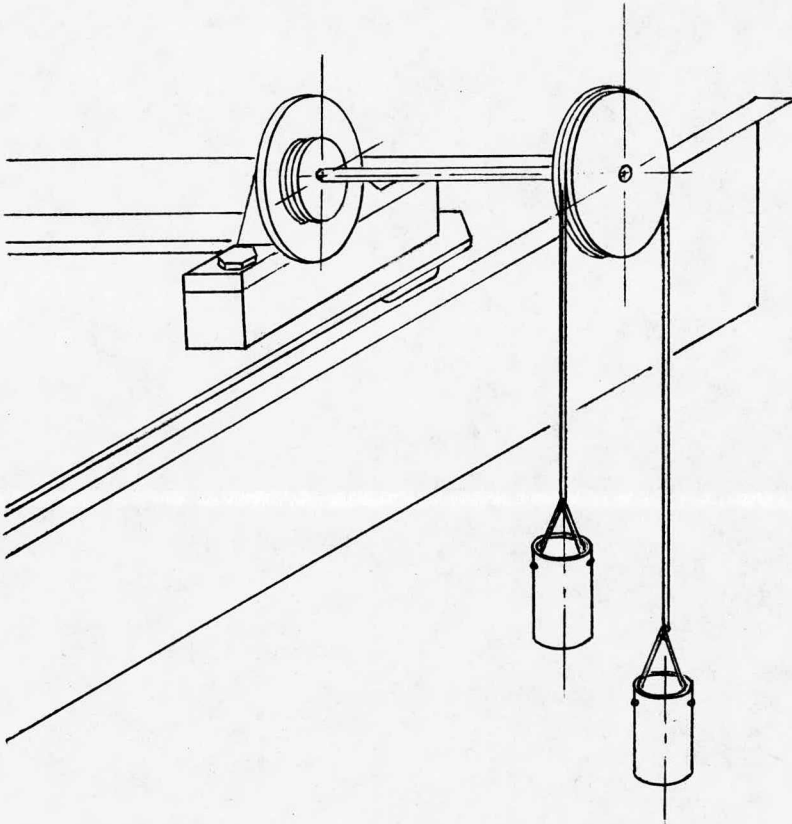


Figura 9.2

9.- Aloje un peso diferente en cada bloque y repita el procedimiento anterior para cada bloque en turno.

NOTA.- La tabla (9.1) nos muestra los resultados para cada uno de los bloques con diferentes plomos.

Ya que hemos desarrollado experimentalmente W_r , vamos a encontrar las posiciones angulares y los brazos de momentos para los bloques 3 y 4, dadas las posiciones angulares y brazos de momentos de los bloques 1 y 2; del bloque 5 conocemos su brazo de momento y desconocemos su posición angular.

Contamos con una tabla de resultados para dos posibles experimentos a efectuarse con un sistema de 5 masas, en esta tabla los parámetros θ_1 , θ_2 , θ_3 , a_1 , a_2 y a_5 son datos.

1) Se toma el experimento de la tabla 9.2, tomando como datos las posiciones angulares de bloques 1, 2 y 3, además los brazos de momentos para los bloques 1, 2 y 5.

NOTA.- La tabla 9.2 se toma únicamente como guía, ya que se puede tener gran variedad de valores W_r , ángulos y brazos de momento -- dada la gran versatilidad de la máquina.

2) Encontrar la posición angular de los bloques 4 y 5 gráficamente y comprobar analíticamente el balanceo. Observe que se tienen dos opciones para el balanceo, pruebe para el primero, que en este caso será en el cierre del polígono W_{r_4} y W_{r_5}


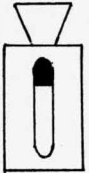
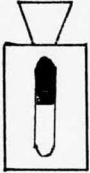


	 0 gr	 5 gr	 10 gr	 15 gr	 20 gr
Bloque	1	2	3	4	5
Wr(Bolas)	55	57	60	65	71

Tabla 9.1 Valores de W_r para los pesos anotados

TABLA EXPERIMENTAL 9.2

No.	Wr bolas	θ	a cms	Wra	L cms	θ'	a' cms	Wra'	L' cms
1	55	30°	0	0	10	30°	0	0	10
2	57	340°	15	855	25	340°	15	855	15
3	60	290°	-3.5	230	6.5	290°	7.5	460	17.5
4	65	174°	11.2	730	21.2	143°	18.4	1215	28.4
5	71	144°	0	0	10	173°	0	0	10

1o. Polígono Vectorial de
Balanceo

2o. Polígono Vectorial de
Balanceo

- 3) Encontrar los brazos de momentos de los bloques 3 y 4 gráficamente y comprobar analíticamente. Observe que tiene dos opciones para balanceo, pruebe con el primero, que en este caso se rá en el cierre el polígono Wra_3 y Wra_4
- 4) Ensamble los 5 bloques sobre la flecha en las posiciones obtenidas.
- 5) Pruebe prácticamente que la flecha esté balanceada estáticamente.
- 6) Coloque la banda y el domo y pruebe en forma práctica que la flecha esté balanceada dinámicamente.
- 7) Si la flecha no está balanceada, repita los cálculos y dibujos para encontrar el error.
- 8) Cuando la flecha ya esté balanceada cambie la posición longitudinal de cualquier soporte y compruebe como se sigue conservando el balanceo estático y no así el dinámico.
- 9) Regrese el soporte a su posición original y pruebe el balanceo dinámico.
- 10) Ahora gire cualquier contrapeso de posición angular y observe como se pierde el balanceo estático, después pruebe que también se ha perdido el balanceo dinámico.
- 11) Repita los pasos 1 a 10 con la segunda opción de balanceo que en este caso serán Wr^4 , Wr^5 en el cierre del polígono del paso 2) y Wra^3 , Wra^4 en el cierre del polígono del paso 3)

En seguida se da un ejemplo del balanceo estático y dinámico para un sistema de cinco masas aplicando el método analítico y gráfico.

DESARROLLO

Supóngase que el bloque 1 se coloca a 10 cm. desde el extremo derecho (*) de la flecha con una posición angular de 30° , el bloque 2 se coloca a 15 cm. del bloque 1 con una posición angular de 340° , los momentos de desbalanceo para ambos bloques son los que aparecen en tabla 9-2.

Conocemos también la posición lineal del bloque 5 que es igual a la del bloque 1, además conocemos la posición angular del bloque 3.

Primero es necesario dibujar a escala el polígono de momentos de valores Wr como se muestra en la fig. 9.3

Las magnitudes y direcciones de $(Wr)_1$, $(Wr)_2$ y $(Wr)_3$ son conocidas y sólo se desconocen las magnitudes de $(Wr)_4$ y $(Wr)_5$, - para poder encontrar sus direcciones trazamos arcos con estas magnitudes a escala apoyándonos en los extremos de $(Wr)_1$ y $(Wr)_3$

Aquí podemos observar que tenemos dos puntos en los cuales podemos cerrar el polígono y por ende llegar al balanceo estático.

La localización a lo largo de la flecha de los bloques - 3 y 4 para el primer polígono, puede ser obtenida gráficamente como se muestra en la figura 9-4 y para el segundo polígono lo vemos en la figura 9-5, denominando como a_3 y a_4 a los brazos de momentos.

(*) Se toma como lado derecho desde el punto de vista del operador

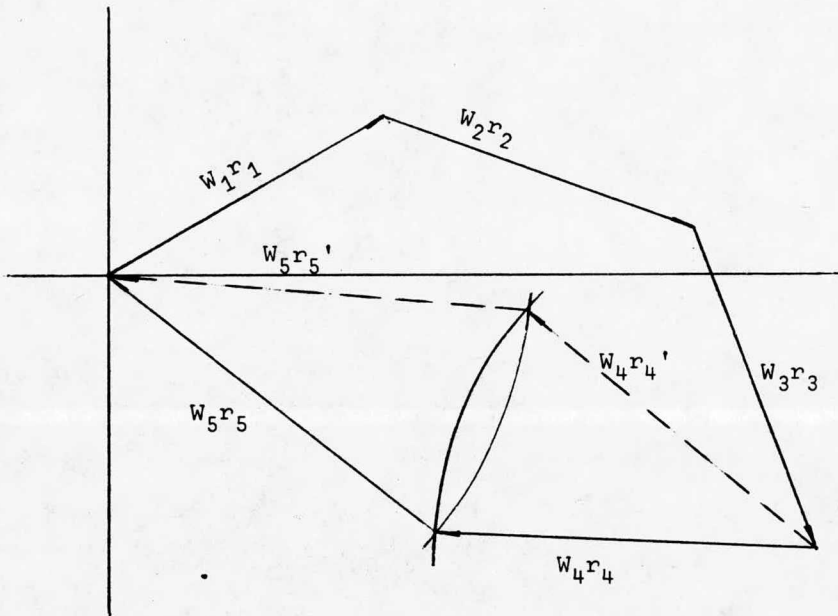


Figura 9.3 Polígono Vectorial W_r

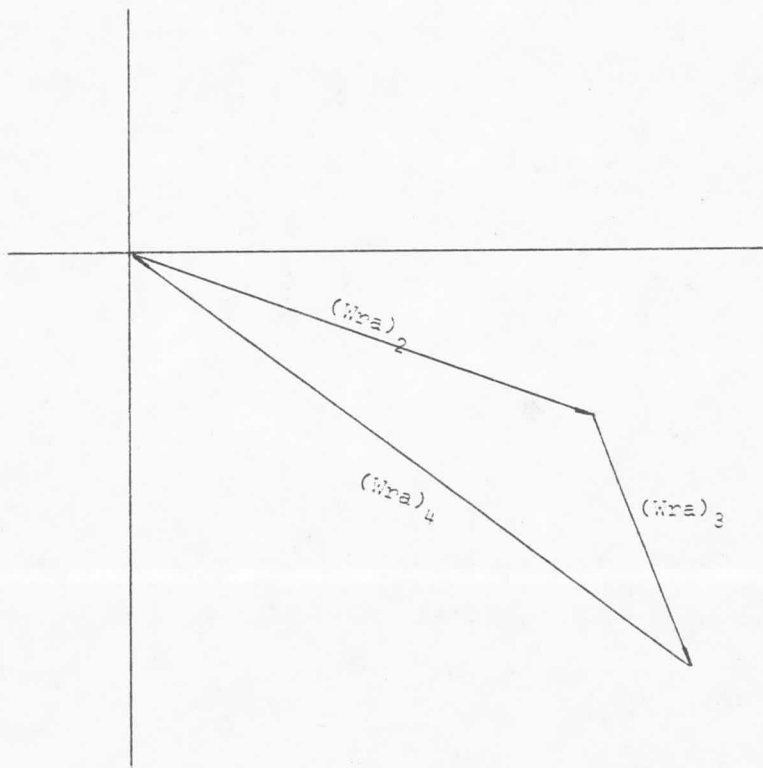


Figura 9.4 Polígono Vectorial (Wra)

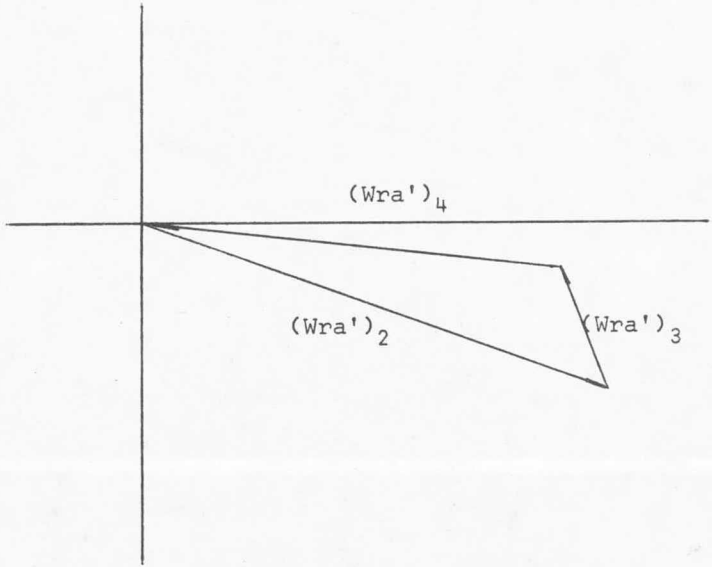


Figura 9.5 Polígono Vectorial (Wra')

Los valores de a_3 y a_4 pueden también encontrarse analíticamente de la siguiente forma.

Tomando momentos con respecto a los bloques 1 y 5 observando la figura 9-6.

Componentes horizontales

$$57 (15) \cos 20^\circ + 60 \cos 70^\circ (a_3) - 65 \cos 6^\circ (a_4) = 0$$
$$803.43 + 20.5 a_3 - 64.6 a_4 = 0$$

Componentes verticales

$$- 57 (15) \sin 20^\circ - 60 \sin 70^\circ (a_3) + 65 \sin 6^\circ (a_4) = 0$$
$$292.42 + 56.4 a_3 - 6.8 a_4 = 0$$

$$a_4 = \frac{292.42}{6.8} + \frac{56.4}{6.8} a_3$$

$$a_4 = 43. + 8.29 a_3$$

$$803.43 + 20.5 a_3 - 64.6 (43 + 8.29 a_3) = 0$$

$$a_3 = -3.8$$

$$a_4 = 11.5$$

Medida desde el bloque 1, con signo negativo hacia el lado derecho, con signo positivo hacia el lado izquierdo.

Análisis del 2o. polígono tomando momentos con respecto a los bloques 1 y 5 observando la figura 9-7.

Componentes horizontales

$$57 \times 15 \cos 20^\circ + 60 \cos 70^\circ (a_3) - 65 \cos 37^\circ (a_4) = 0$$

$$803.43 + 205 (a_3) - 52 (a_4) = 0$$

Componentes verticales

$$- 57 \times 15 \sin 20^\circ - 60 \sin 70^\circ (a_3) + 65 \sin 37^\circ (a_4) = 0$$

$$- 292.42 - 56.4 (a_3) + 39 (a_4) = 0$$

$$a_4 = \frac{292.4 + 56.4 a_3}{3.9}$$

$$a_4 = 7.5 + 1.45 a_3$$

$$803.4 + 20.5 a_3 - 52 (7.5 + 1.45 a_3) = 0$$

$$a_3 = 7.5$$

$$a_4 = 18.37$$

Medida desde los bloques 1, con signo negativo hacia el lado derecho, con signo positivo hacia el lado izquierdo.

Observe que los valores gráficos y analíticos se aproximan mucho, por lo tanto, ambos son válidos.

CONCLUSION.

El estudiante ha comprobado en forma real y objetiva que el balanceo dinámico asegura estático, pero no necesariamente el estático asegura el balanceo dinámico.

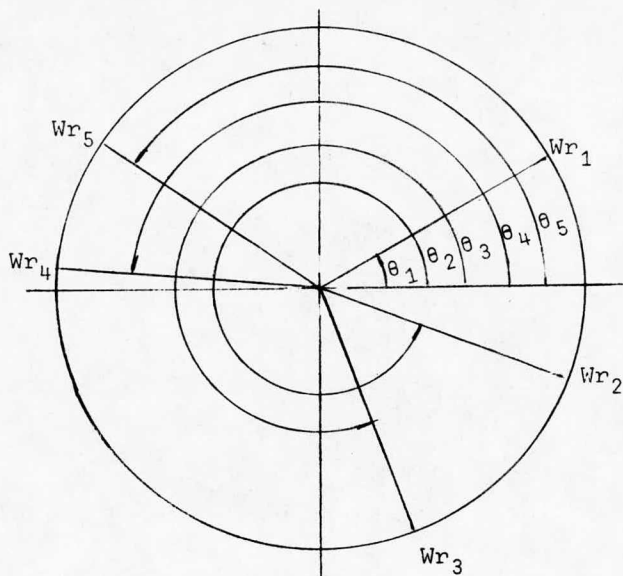


Figura 9-6 Posiciones angulares para el 1er. caso de la práctica No. 3

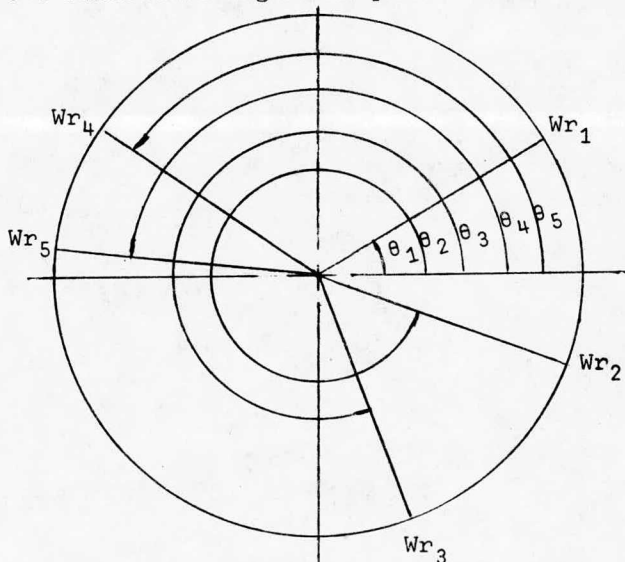


Figura 9-7 Posiciones angulares para el 2o. caso de la práctica No. 3

CONCLUSIONES GENERALES

En la elaboración del presente trabajo hemos demostrado que es posible la elaboración de máquinas sencillas para ser utilizadas con fines didácticos, siendo estas fáciles de fabricar y relativamente económicas.

Varios de los elementos que componen la máquina para el estudio del desbalanceo se encuentran sobrados en capacidad de resistencia, esto es debido a que estos componentes son aquellos que se encuentran comercialmente; de esta manera se puede asegurar que estos elementos no fallarán durante la vida útil de la máquina.

Algunas de las piezas de la máquina fueron seleccionados debido a cálculos matemáticos, otros por recomendaciones de catálogos de fabricantes y unos más por prueba y error, así podemos hacer notar que los análisis matemáticos basados en principios científicos y los conocimientos obtenidos por medio de la experiencia son la base para todo aquel que quiere practicar la ingeniería en el campo del diseño.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- Diseño en Ingeniería Mecánica
Joseph Edward Shigley
Ed. McGraw - Hill

- 2.- Diseño de Elementos de Máquina
V.M. Faires
Ed. Montaner y Simon, S. A.

- 3.- Introducción a la Mecánica de Sólidos
Egor P. Popov
Ed. Limusa

- 4.- Machine Design
Paul H. Black
O. Eugene Adams. Jr.
Ed. McGraw - Hill

- 5.- Teoría de Máquinas y Mecanismos
Joseph Edward Shigley
John Joseph Uicker, Jr.
Ed. McGraw - Hill

- 6.- Mecanismos y Dinámica de Maquinaria
Hamilton H. Mabie
Fred W. Ocvirk
Ed. Limusa

- 7.- Mecánica para Ingenieros
Dinámica
Ferdinand L. Singer
Ed. Harla
- 8.- Resistencia de Materiales
Ferdinand L. Singer
Ed. Harla
- 9.- Programa LKS
Catálogo 41500/25A
- 10.- Catálogo de Aceros
Aceros Fortuna