

133
2º Gen



**Universidad Nacional Autónoma
de México**

Facultad de Ingeniería

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE ANTENAS

TESIS

Que para obtener el título de :

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

Presentan :

**DAVID VELAZQUEZ SUAREZ
RENE RIOS RAMOS
FERNANDO ANAYA TORRES**



Director Ing. Jesús Reyes García

México, D.F.

1985



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Introducción	10
Definición de Antena	11
Objetivos del trabajo	12
CAPITULO 1. CLASIFICACION DE ANTENAS	13
De acuerdo a su aplicación	13
Por sus características de radiación	14
En general	14
CAPITULO 2. CONCEPTOS FUNDAMENTALES	15
Mecanismos de radiación	15
Eficiencia de radiación	17
Densidad de potencia de radiación	19
Regiones de campo	20
Región lejana o de Fraunhofer	20
Región media o de Fresnel	22
Región cercana o reactiva	23
Separación entre regiones	23
Radio de la región lejana	23
Radio de la región reactiva	24
Patrón de radiación	24
Intensidad de radiación	26
Planos principales del patrón de intensidad de radiación	31
a) Lineal	31
b) Polar	32
Ancho de haz	34
Ganancia directiva, ganancia de potencia	34
Ganancia directiva	34
Directividad	36
Polarización	37
Polarización de una antena	37
Polarización de una onda electromagnética	37
Polarización lineal	38

Polarización lineal vertical	38
Polarización lineal horizontal	38
Polarización circular	39
Polarización elíptica	39
Factor de pérdidas de la polarización	39
Ancho de banda	42
Impedancia de entrada	43
Relación frontal-trasera	45
Eficiencia de la antena	46
Eficiencia de haz (BE)	48
Apertura efectiva	49
Relación de la apertura efectiva máxima y directividad	51
Ecuación de Friss	54
Temperatura de antenas	57
CAPITULO 3. VECTORES POTENCIALES	59
Introducción	59
Desarrollo de vectores potenciales	61
Vector potencial magnético (A)	61
Solución de la ecuación de Helmholtz	65
Solución de la homogénea	65
Dipolo infinitesimal	69
Dipolo de cualquier longitud	71
Ecuaciones de campo para un dipolo de cualquier longitud	74
CAPITULO 4. ANTENA DIPOLO $\lambda/2$	77
Campo radiado	77
Patrón de radiación	79
Densidad de potencia media radiada	80
Intensidad de radiación	81
Potencia radiada	81
Directividad	86

Apertura efectiva	86
Resistencia de radiación	87
Reactancia de entrada del dipolo	87
Campos cercanos al dipolo	88
Método de la fem inducida	96
CAPITULO 5. MONOPOLO $\lambda/4$	104
Introducción	104
Teoría de imágenes	105
Densidad de potencia media radiada	112
Intensidad de radiación	113
Potencia media radiada	113
Directividad	114
Apertura efectiva	115
Impedancia de entrada	115
CAPITULO 6. ANTENA HELICOIDAL	117
Introducción	117
Dimensiones de la antena	118
Forma de radiación	119
Forma "normal"	119
Forma "axial"	119
Arreglos de antenas y principio de multiplicación de patrones	120
Arreglo lineal de "N" fuentes puntuales	121
Fase para máxima radiación axial	125
Factor de arreglo normalizado	126
Campo radiado por una sola espira	128
Campo total radiado	131
Ancho de haz	132
Directividad	132
Impedancia de entrada	132
CAPITULO 7. ANTENA YAGI-UDA	133
Introducción	133
Descripción física y principio de funcionamiento ...	134

Algunos aspectos teóricos de la antena Yagi-Uda	141
Diseño de una antena Yagi-Uda	146
CAPITULO 8. ANTENA LOGOPERIODICA	150
Introducción	150
Teoría de las antenas independientes de la frecuencia	151
Deducción de la ecuación de Rumsey	152
Antenas logoperiódicas	156
Regiones del arreglo logoperiódico	162
Diseño	163
Procedimiento de diseño	166
CAPITULO 9. ANTENA DE REFERENCIA	168
Introducción	168
Patrón de radiación	170
Ganancia	171
Impedancia de entrada	171
Patrón de radiación obtenido	172
Impedancia de entrada medida	172
CAPITULO 10. ACOPLAMIENTO DE ANTENAS	175
Introducción	175
Modelado de una línea de transmisión	176
Impedancia de entrada	182
Impedancia de entrada para diferentes longitudes de la línea	193
Acoplamiento de una antena con la línea de transmisión	185
El problema de desbalanceo	186
Dipolo doblado	191
Acoplador gamma	197
Procedimiento de diseño del acoplador gamma	202
Acoplador "transformador $\lambda/4$ ".....	203

Acoplador "stub"	204
CAPITULO 11. DISEÑO, CONSTRUCCION Y RESULTADOS ...	209
Introducción	209
Medición de impedancia	210
Medición de ganancia	211
Medición de patrón de radiación	212
Antena monopolo	214
Antena helicoidal	219
Antena Yagi-Uda	225
Antena logoperiódica	231
Antena dipolo	241
CONCLUSIONES	247

INTRODUCCION

Quando en un sistema de radiocomunicación se utiliza la atmósfera como medio de transmisión, se emplean las antenas.

En la figura (1) aparece el diagrama general de un sistema de radiocomunicación, en el cual se observa la función de las antenas dentro de este sistema.

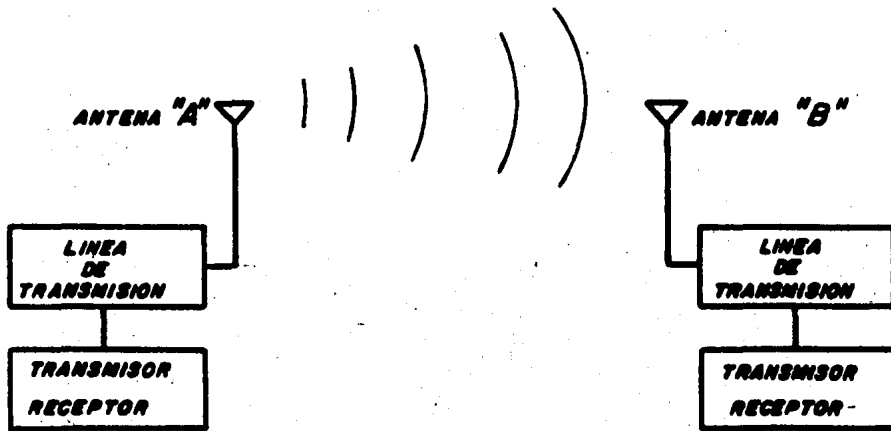


FIGURA (1)

DEFINICION DE ANTENA

Una antena se define como el dispositivo que se utiliza para radiar y captar ondas electromagnéticas. Dentro de un sistema de comunicaciones actúa como un acoplador entre la atmósfera y el medio por el cual se alimenta la antena (LINEA DE TRANSMISION); por lo cual es un factor importante del sistema, ya que, la operación eficiente del sistema depende en gran parte, de que sus antenas tengan las características apropiadas.

OBJETIVOS

El objetivo principal de este trabajo, es el diseñar y construir seis diferentes antenas, las cuales serán utilizadas para experimentación en el laboratorio de radiación y propagación.

Las antenas son: Dipolo $\lambda/2$, Monopolo $\lambda/4$, Yagi-Uda, Helicoidal, Logarítmica Periódica y una Antena de Referencia para Mediciones de Ganancia.

Estas antenas son de las más utilizadas en los sistemas de radiocomunicación, de aquí la importancia de investigar su teoría y diseño.

Para cumplir con este objetivo, primeramente se lleva a cabo un breve estudio sobre los conceptos fundamentales de antenas, así como algunos aspectos matemáticos básicos que son utilizados en la teoría de antenas.

Posteriormente se realiza un análisis general de la teoría de cada antena, haciendo énfasis en los parámetros más importantes de diseño.

En base a la teoría desarrollada se lleva a cabo el diseño y construcción de cada una de las antenas.

Finalmente se realizan pruebas para hacer una comparación con el diseño teórico, y así determinar cuales son los factores que influyen en su comportamiento real.

Capítulo 1

CLASIFICACION DE ANTENAS

Las antenas pueden ser agrupadas en diferentes formas:
Por su aplicación, por sus características de radiación,
geometría, etc. Esto se muestra a continuación.

1. De acuerdo a su aplicación:

- Comunicaciones
- Navegación
- Radar
- Radioastronomía
- Telemetría
- Etc.

2. Por sus características de radiación.

**Omnidireccionales
Unidireccionales
Circularmente polarizadas
Etc.**

3. Por su geometría

**Monopolo
Reflector parabólico
Esquina reflectora
Apertura
Rómbica
Lazo
Dipolo múltiple
Helicoidal
Espiral
Corneta
Lente
Arreglos lineales
Arreglos planos**

EN UNA CLASIFICACION GENERAL

**Electricamente pequeñas
Electricamente grandes
De onda viajera
Resonantes
Independientes de la frecuencia
Reflector
Arreglos
Apertura**

Capítulo 2

CONCEPTOS

FUNDAMENTALES

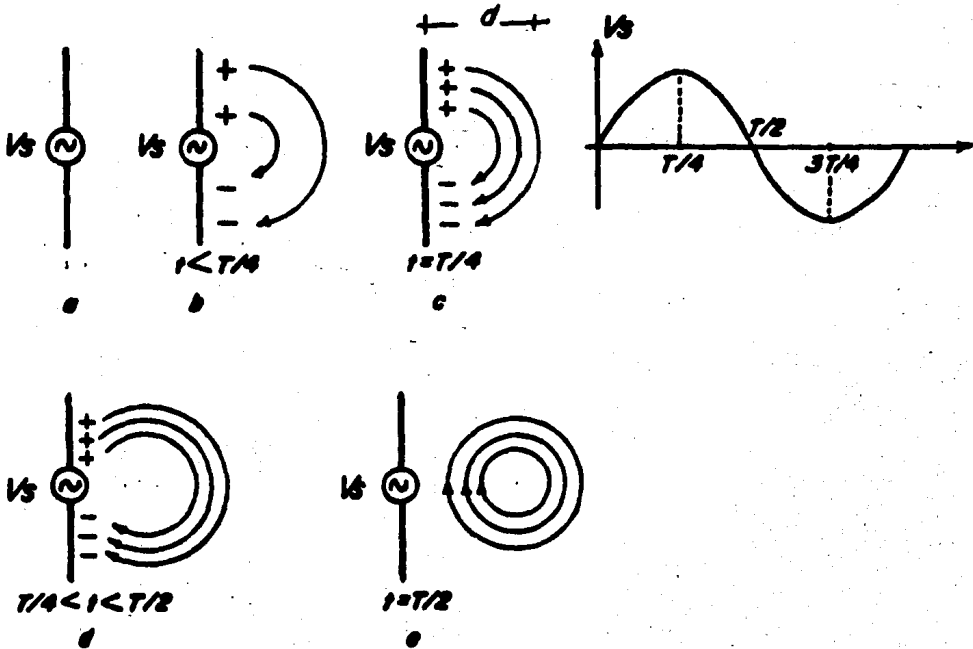
2.1. MECANISMOS DE RADIACION

El fenómeno físico de radiación electromagnética en una antena, está fundamentado en las ecuaciones de Maxwell, de las -- cuales las conclusiones principales son:

1. Alrededor de una región de campo magnético variable en el tiempo, se encuentra asociado un campo eléctrico que forma -- trayectorias cerradas. Este campo generador de "f.e.m." no -- es conservativo y tiene "circulación".
2. Cuando se tiene una región de campo eléctrico variable en el tiempo, existe alrededor de este un campo magnético que -- también es variable en el tiempo.

Una onda electromagnética se compone de campos magnéticos y eléctricos variables en el tiempo. Estos campos están contenidos en planos perpendiculares uno del otro y a la vez son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda.

Para visualizar el fenómeno de radiación en una forma sencilla, considérese la figura (2.1), que muestra un generador de R.F. que produce una señal variable en el tiempo, conectado a una antena dipolo.



FIGURA(2-1)

Cuando la señal del generador se aplica a la antena se produce un movimiento de cargas que varía con la señal.

En la figura (2.1.b) se muestra la carga que aparece en cada uno de los brazos, para un tiempo $t < T/4$, así como las líneas de campo eléctrico asociadas a éstas.

Para el tiempo $t = T/4$ se tendrá la máxima concentración de carga en los brazos, debido a que la señal del generador alcanza su valor máximo; esto se muestra en la figura (2.1.c). Observese que las líneas de campo se han propagado una distancia $d = \lambda/4$.

En la figura (2.1.d) se muestra un instante de tiempo en el cual la señal del generador ha disminuido de intensidad pero, conservando aún la misma polaridad.

Esto provoca que las cargas tiendan a reordenarse, es decir, que la carga en cada uno de los brazos comienza a balancearse. Debido a esto, las líneas de campo asociadas a las cargas tienden a cerrarse, hasta que en el momento $t = T/2$, cuando la señal del generador es cero y la carga en los brazos del dipolo esta balanceada, las líneas se han cerrado completamente, figura (2.1.e).

Como en este instante no estan sujetas a ninguna influencia de las cargas, se desprenden y propagan.

Este fenómeno se repite cada medio período $T/2$ de la señal de excitación.

2.2. EFICIENCIA DE RADIACION

La eficiencia de radiación se define como:

$$\eta_R = \frac{P_{rad}}{P_{ent}}$$

donde:

P_{rad} ; es la potencia radiada.
 P_{ent} ; es la potencia aceptada en las terminales de entrada de la antena.

P_{per} ; es la potencia disipada por pérdidas debido al "efecto Joule".

como: $P_{ent} = P_{rad} + P_{per}$

$$\eta_R = \frac{P_{rad}}{P_{rad} + P_{per}} \quad \dots (2.1)$$

La radiación electromagnética de una antena se puede visualizar como un fenómeno de disipación de energía, a través de una resistencia ficticia, llamada de radiación.

Es decir, la radiación electromagnética sería análoga al calor disipado en una resistencia, de acuerdo con la ley de Joule $P = I^2 R$. En base a esto se establece la relación:

$$R_{rad} = \frac{P_{rad}}{I^2}$$

donde:

I ; es la corriente que circula en la antena.

Si el valor de resistencia ohmica de la antena se designa como R_0 , las pérdidas en forma de calor serán:

$$P_0 = I^2 R_0$$

Por lo tanto, aplicando la definición de eficiencia de radiación:

$$\eta_R = \frac{P_{rad}}{P_{rad} + P_0} \quad \text{--- (2.2)}$$

2.3. DENSIDAD DE POTENCIA DE RADIACION

Una onda electromagnética representa un flujo de energía en la dirección de propagación. La rapidez a la cual la energía fluye a través de una superficie unitaria en el espacio se le llama densidad de potencia de radiación, y se obtiene con:

$$S(r, \theta, \phi, t) = \bar{E} \times \bar{H} \quad \text{--- (2.3)}$$

Esta relación proporciona la densidad de potencia instantánea.

El valor promedio de la densidad de potencia está dado por:

$$S(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2} \bar{E} \times \bar{H}$$

sabiendo que:

$$\vec{H} = \vec{E} / \eta$$

por lo que:

$$S(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2} E^2 / \eta \quad \dots (2.4)$$

La potencia total radiada por una fuente se obtiene integrando la densidad de potencia sobre una superficie cerrada, es decir:

$$P_{rad_T} = \oiint_S S(r, \theta, \phi) ds \quad \dots (2.5)$$

2.4. REGIONES DE CAMPO

El campo electromagnético que existe alrededor de una antena se divide en tres regiones, cada una de estas tiene características importantes para el cálculo de algunos parámetros de las antenas.

Estas son:

1. Región del campo lejano o de Fraunhofer.

Las propiedades generales del campo electromagnético en esta región son:

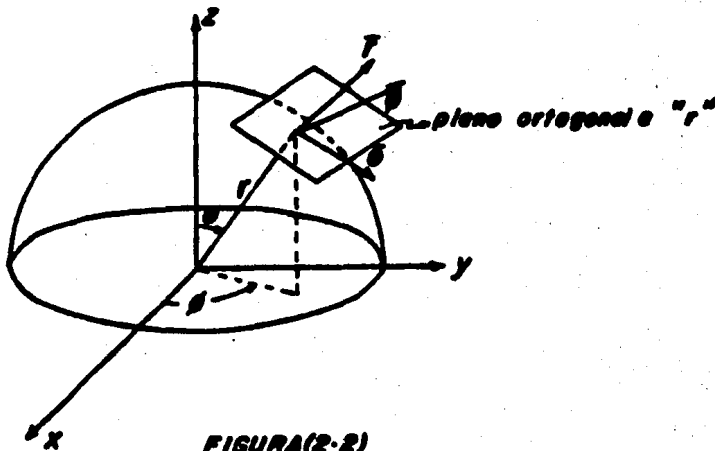
- a) Los campos \vec{E} y \vec{H} son transversales a la dirección de propagación, y el vector de densidad de potencia es real y solo tiene dirección radial, es decir:

$$S(r, \theta, \phi) = S \vec{a}_r, \quad S \vec{a}_\theta = S \vec{a}_\phi = 0$$

- b) En un caso general los campos eléctrico y magnético tienen componentes en " θ " y " ϕ ", refiriéndose a un sistema de coordenadas esféricas.

- c) El campo en esta región tiene el carácter de onda plana, es decir, tanto E_θ y H_ϕ , así como E_ϕ y H_θ están en fase y su cociente es igual al valor de la impedancia característica del medio.

Los tres puntos que se han mencionado se pueden visualizar -- considerando la siguiente figura:



FIGURA(2-2)

Si " r " es lo suficientemente grande como para considerar que se está en la zona lejana, E y H estarán contenidos en un plano ortogonal a el radio vector " r ". Después se dará un criterio para determinar el radio mínimo de la zona lejana.

- d) En general, la intensidad de los campos decrece proporcionalmente con el factor " $\frac{1}{r}$ ", es decir que para el campo lejano se tiene una expresión

$$E = \frac{1}{r} K(\theta, \phi)$$

donde $K(\theta, \phi)$ es una función que depende del tipo de antena.

e) La distribución espacial de los campos no depende de la distancia "r".

2. Región media o de Fresnel.

De esta región se pueden mencionar las siguientes características:

a) La distribución angular del campo depende de la distancia "r", esto se debe a dos causas:

a.1. En un punto cualquiera dentro de esta zona, la fase del campo debido a las contribuciones de los diferentes elementos de la antena cambia con la distancia.

a.2. Las amplitudes de las contribuciones de cada elemento de la antena también cambian con la distancia.

Esto trae como consecuencia que el patrón de radiación en esta zona tenga algunas diferencias, que pueden ser significativas con respecto al patrón de la zona lejana.

b) La región media existe para la mayoría de las antenas eléctricamente grandes (antenas cuyas dimensiones físicas son considerablemente mayores que la longitud de onda), pero no existe para antenas eléctricamente pequeñas.

3. Región cercana o reactiva.

En general, el campo en esta región tiene componentes en todas las direcciones y la dependencia de la intensidad de campo con la distancia es irregular. El vector de densidad de potencia es complejo y no tiene una dirección específica en el espacio. El campo en esta región es importante, ya que se aplica en el cálculo de la componente reactiva de la impedancia de entrada de antenas o de la impedancia mutua en un arreglo de antenas.

SEPARACION ENTRE REGIONES

Es fundamental cuando se realizan pruebas con antenas, conocer con cierta aproximación en qué región del campo se está trabajando. A continuación se darán los criterios para determinar el radio de cada región.

RADIO DE LA REGION LEJANA

Para antenas de apertura grande, como lo pueden ser las antenas de reflector parabólico; un criterio que se utiliza comúnmente para determinar la distancia mínima a la cual comienza la zona lejana es:

$$r \geq \frac{2D^2}{\lambda}$$

donde "D", es la máxima dimensión de la apertura. (2.6)

Esta expresión ha sido determinada para antenas de apertura y eléctricamente grandes. No obstante, se aplica a cualquier tipo de antena, considerando que "D" es la máxima dimensión física.

En este caso el criterio indicado debe utilizarse con precaución, ya que con otro tipo de antenas, por ejemplo, antenas lineales, pueden existir objetos reflejantes que en forma indirecta forman parte de la antena y que deben de tomarse en cuenta para determinar el radio mínimo de la región lejana.

RADIO DE LA REGION REACTIVA

De manera semejante, la región reactiva se puede determinar con la expresión:

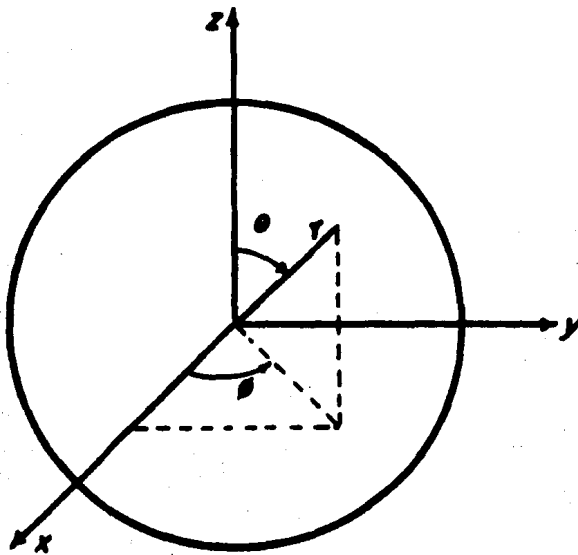
$$r = 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}$$

donde "D" es la máxima dimensión de la apertura (o dimensión física de cualquier otro tipo de antena).

2.5. PATRON DE RADIACION

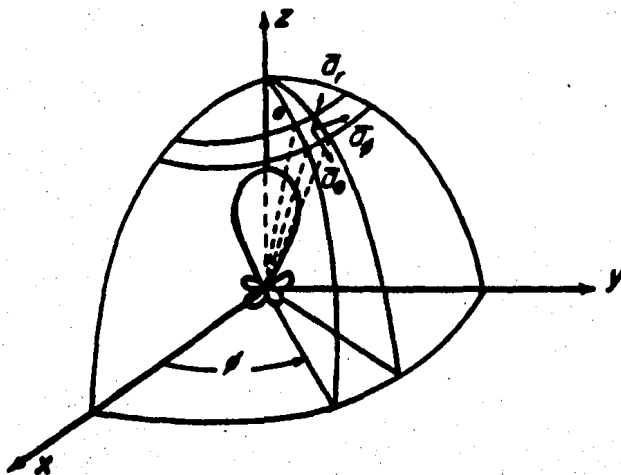
En general, y desde un punto de vista cualitativo, el patrón de radiación es un conjunto de superficies cerradas, que indican en qué forma está distribuida en el espacio la potencia radiada por una antena. Esto se puede comprender mejor con el siguiente ejemplo:

Si se situara a la antena en el origen de un sistema de coordenadas esféricas, figura (2.3) y se realizaran mediciones de la intensidad de campo eléctrico sobre todos los puntos de la superficie de una esfera de radio "r" muy grande, se obtendría un conjunto de superficies cerradas, distribuidas en el espacio.



FIGURA(2-3)

El conjunto de superficies podría ser como el que se muestra en la figura (2.4), aunque puede adoptar formas diversas, según el tipo de antena.



FIGURA(2-4)

2.6. INTENSIDAD DE RADIACION

Para comprender el significado de la intensidad de radiación, se tiene que definir primeramente, lo que es un ángulo sólido y su unidad de medición que es el steradian.

Considerando la figura (2.5), se sabe que un "radian" se define como el ángulo plano con vértice en el centro de una circunferencia de radio "r" y que comprende un arco de longitud igual al radio de la circunferencia.

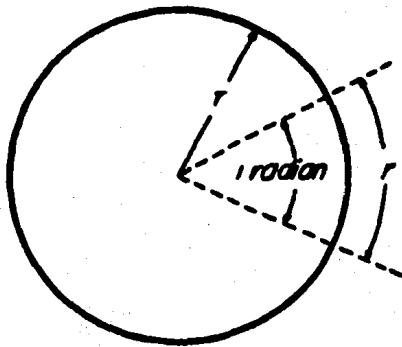


figura (2.5)

Como el perímetro de una circunferencia es $p = 2\pi r$, existen 2π "radianes" en toda la circunferencia. De manera análoga, considerando la figura (2.6), un "steradian" se define como el ángulo sólido con vértice en el centro de una esfera de radio "r" y, que comprende una superficie cuya área "A" es igual al cuadrado del radio de la esfera.

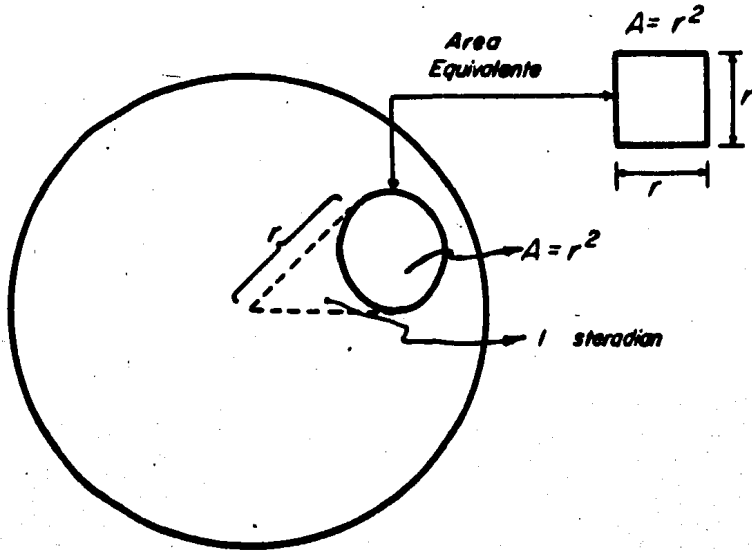


figura (2.6)

El ángulo sólido es denotado comúnmente, con Ω_A . Como el área de una esfera es $4\pi r^2$, se tienen 4π steradianes.

De la figura (2.6) se puede observar que el ángulo sólido -- está definido por una superficie cónica, de manera semejante a la que un ángulo plano esta definido por dos segmentos de recta. Ahora considerese la figura (2.7) en la que se muestra una esfera y una diferencial de ángulo sólido relacionada con una diferencial de área dA .

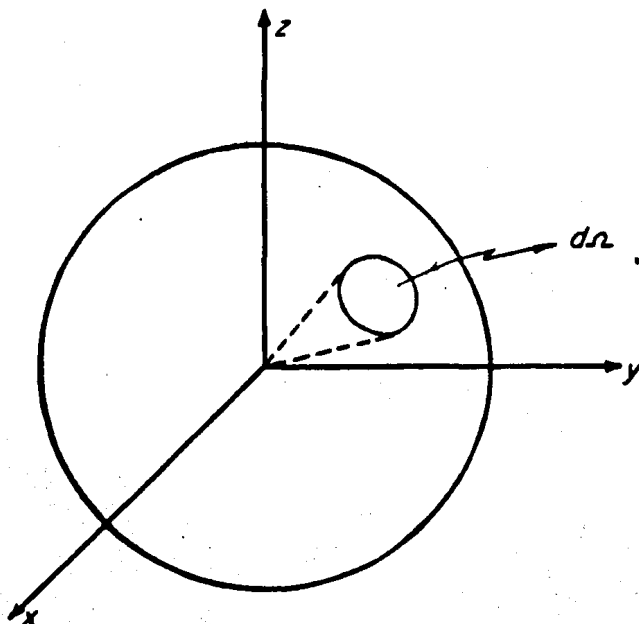


figura (2.7)

Se pueden obtener las siguientes relaciones matemáticas que serán de utilidad:

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} \quad \text{--- (2.8)}$$

debido a que en coordenadas esféricas $dA = r^2 \text{Sen } \theta \, d\theta \, d\phi$, se tiene que:

$$d\Omega = \text{Sen } \theta \, d\theta \, d\phi \quad \text{--- (2.9)}$$

La potencia total radiada por una antena estará en general, dirigida hacia ciertas regiones del espacio, dependiendo del tipo de antena.

Es importante definir un parámetro que indique la dirección de la potencia radiada, exclusivamente en función de θ y ϕ , es decir, que sea independiente de la distancia. Esto, por

supuesto, implica que se estará considerando la zona lejana - que ya se estudió.

Este parámetro se llama "intensidad de radiación" y se designa como $U(\theta, \phi)$ y está dado por:

$$U(\theta, \phi) = S_{av} \cdot r^2 \quad \text{--- (2.10)}$$

La intensidad de radiación se define como la potencia radiada por ángulo sólido.

Para corroborar esto y en base a la expresión (2.10):

$$S_{av} = U(\theta, \phi) / r^2 \quad \text{--- (2.11)}$$

y sabiendo que $P_{rad} = \iint_S S_{av} \cdot ds$, se tiene:

$$P_{rad} = \iint_S U(\theta, \phi) ds / r^2 \quad \text{--- (2.12)}$$

$$P_{rad} = \iint_S U(\theta, \phi) \frac{r^2 \sin \theta d\theta d\phi}{r^2} \quad \text{--- (2.13)}$$

por lo que:

$$P_{rad} = \iint_S U(\theta, \phi) d\Omega \quad \text{--- (2.14)}$$

Se puede obtener otra expresión para $U(\theta, \phi)$ si se considera que:

$$S(\text{av}) = \frac{1}{2} E^2 \eta$$

por lo cuál:

$$U(\theta, \phi) = \frac{r^2}{2\eta} E^2 \quad \text{--- (2.15)}$$

La ecuación (2.15) y lo mencionado anteriormente con respecto a la independencia de $U(\theta, \phi)$ con la distancia "r" parece ser incongruente, pero si recordamos que la intensidad de campo eléctrico en la zona lejana disminuye con el factor $\frac{1}{r}$, de tal forma que se podría considerar que:

$$E = \frac{K(\theta, \phi)}{r}$$

donde $K(\theta, \phi)$ depende del tipo de antena. Si se sustituye -- esta expresión en la ecuación (2.14) se tiene:

$$U(\theta, \phi) = (K(\theta, \phi))^2 / 2\eta \quad \text{--- (2.16)}$$

comprobando que la intensidad de radiación no depende de la distancia radial "r", y que además la distribución espacial del campo, tampoco depende de "r".

Si se gráfica la expresión de la intensidad de radiación para todos los valores de θ, ϕ , se obtiene un patrón de intensidad de radiación absoluto, el cual tendrá la misma forma que el obtenido con las mediciones de intensidad de campo eléctrico.

Si al patrón de intensidad de radiación se le divide entre el valor máximo de $U(\theta, \phi)$, se tiene un patrón de intensidad de radiación RELATIVO O NORMALIZADO.

Cuando se tiene un patrón normalizado, se puede expresar en decibeles, lo cual es la forma común en la que los fabricantes de antenas lo presentan.

PLANOS PRINCIPALES DEL PATRON DE INTENSIDAD DE RADIACION

Cuando el patrón de radiación tiene un lóbulo principal y es simétrico con respecto a un plano de referencia, no es necesario representarlo en el espacio, sino que se puede analizar en dos planos ortogonales que contengan al máximo del lóbulo principal.

El patrón en dichos planos puede ser dibujado de dos formas: LINEAL Y POLAR.

a) LINEAL.

Se utiliza en un sistema de coordenadas rectangulares, en donde el eje de las ordenadas indica la variación de la intensidad relativa, y el eje de las abscisas indica la variación angular de θ y ϕ .

Un ejemplo de esta representación aparece en la figura (2.8), donde además se indican algunos parámetros que se definirán más adelante.

Esta forma de dibujar el patrón es utilizado para determinar y analizar algunas características de las antenas en forma aislada.

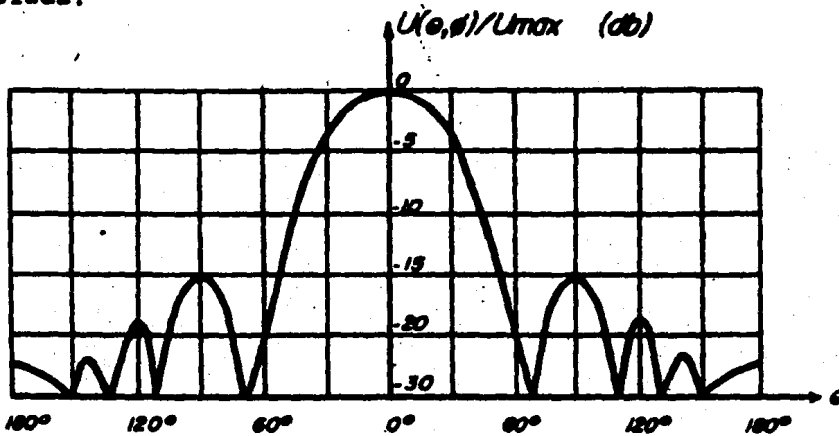


figura (2.8)

b) POLAR.

Se utilizan coordenadas polares (r, θ) , (r, ϕ) , donde el radio " r " que gira sobre un plano, representa la intensidad de radiación relativa, como lo muestra la figura (2.9).

Esta forma de dibujarlo, a parte de proporcionar la misma información que el patrón en forma rectangular, tiene ventajas prácticas, por ejemplo:

Quando se diseña un sistema de comunicaciones se requiere es-

tablecer mapas de cobertura. Si en estos se dibujan los patrones en forma polar, la información de las zonas cubiertas queda perfectamente especificada, debido a la ventaja de analizarlo angularmente.

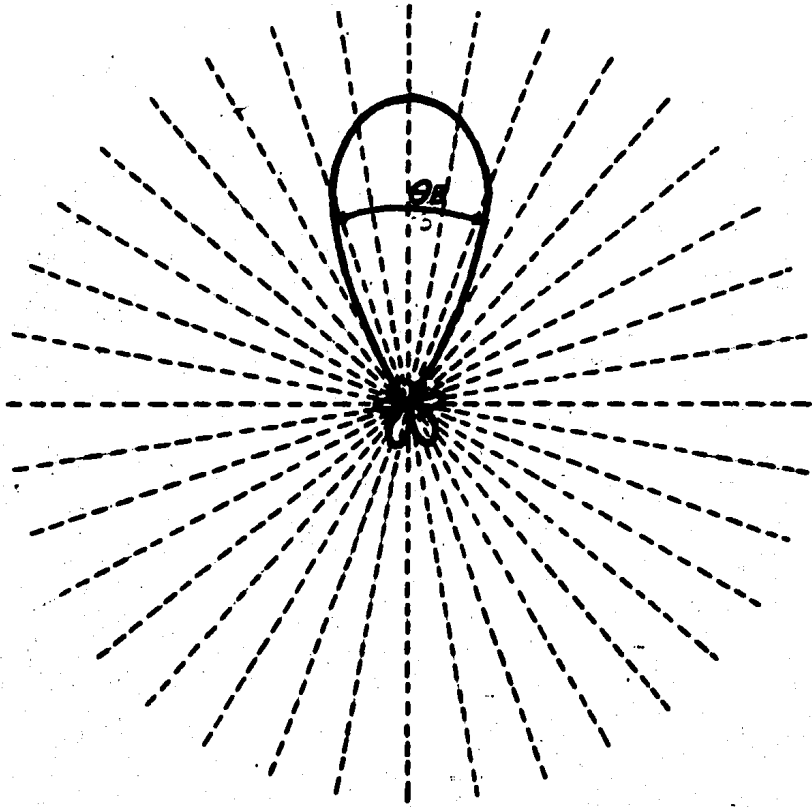


figura (2.9)

2.7. ANCHO DE HAZ (θ_B, ϕ_B)

Este es un parámetro que indica el rango angular, en el cual, la radiación obtenida es más intensa.

Se obtiene conociendo la anchura angular del lóbulo principal del patrón de radiación.

Es convención medirlo entre los puntos, en los cuales, la intensidad de radiación tiene la mitad de su valor máximo. En la figura (2.9) donde se muestra el patrón de radiación en -- uno de los planos principales se indica mediante θ_B .

2.8. GANANCIA DIRECTIVA, GANANCIA DE POTENCIA.

GANANCIA DIRECTIVA.

La ganancia directiva $G(\theta, \phi)$ se define en una dirección dada como la relación de la intensidad de radiación de la antena, y la intensidad de radiación de una antena de referencia.

De la antena que se utilice como referencia deben de conocerse sus características. Además el tipo de antena que debe de utilizarse depende de la banda de frecuencias en que se esté trabajando, por ejemplo:

En V.H.F. y U.H.F. se utilizan antenas dipolo de $\lambda/2$ por lo común, debido a que son referencias prácticas. Una antena -- que es utilizada como referencia para obtener la ganancia de cualquier antena, es la antena isotrópica. Esta es una antena hipotética cuyas principales características son:

a) El patrón de intensidad de radiación $U(\theta, \phi)$ forma una superficie esférica.

b) La eficiencia de radiación $\eta = \frac{Prad.}{Pent.} \dots (2.16)$, es

unitaria, lo cual implica que $Prad = Pent \dots (2.17)$

c) La densidad de potencia $S(r, \theta, \phi) = Sr$ donde

$$Sr = \frac{Prad.}{4\pi R^2} \dots (2.18)$$

d) La intensidad de radiación es:

$$U_o(\theta, \phi) = \frac{Prad}{\Omega}$$

Pero como la potencia está distribuida uniformemente en toda la superficie esférica, y en ésta hay 4π steradian:

$$U_o = \frac{Prad}{4\pi} \dots (2.19) \text{ el}$$

cual es un valor constante que depende de $Prad$

e) La ganancia $G_o(\theta, \phi) = G_o = 1 \dots (2.20)$

Se utilizará esta antena para obtener las expresiones generales de ganancia directiva y ganancia de potencia. Por lo tanto, en base a la definición dada de ganancia directiva, se tiene:

$$G_o(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{Prad} \dots (2.21) \text{ con}$$

respecto a una antena isotrópica de referencia.

Utilizando la expresión (2.5)

$$G(\theta, \phi) = \frac{4U(\theta, \phi)\pi}{\iint_{\Omega} U(\theta, \phi) d\Omega} \quad \text{--- (2.22)}$$

La ganancia directiva se puede interpretar como la medida de la capacidad que tiene una antena para concentrar la potencia radiada, en ciertas direcciones del espacio.

DIRECTIVIDAD (D)

Al valor de máxima ganancia directiva, se le denomina directividad "D". Esta es una constante y se especifica en una sola dirección, la de la intensidad de radiación máxima, por lo tanto:

$$D = \frac{4\pi U_{max}(\theta, \phi)}{\iint_{\Omega} U(\theta, \phi) d\Omega} \quad \text{--- (2.23)}$$

Esta ecuación se puede reescribir como:

$$D = \frac{4\pi}{\iint_{\Omega} U(\theta, \phi) d\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega_A U_{max}} \quad \text{--- (2.24)}$$

Donde Ω_A es el ángulo sólido, en el cual el haz de radiación estaría concentrado, y donde la intensidad de radiación sería constante y de valor " U_{max} ".

Si el patrón de radiación tiene un lóbulo principal angosto y lóbulos laterales despreciables, la expresión para la directividad se puede aproximar por:

$$D = \frac{4\pi}{\theta_B \phi_B}$$

---(2.25)

Donde θ_B, ϕ_B son los anchos de haz de los planos ortogonales y están dados en radianes.

Además se puede expresar en decibeles mediante:

$$D_{db} = 10 \log D$$

--- (2.26)

2.9. POLARIZACION

POLARIZACION DE UNA ANTENA

La polarización de una antena se refiere a la polarización de onda electromagnética radiada por ésta.

POLARIZACION DE UNA ONDA ELECTROMAGNETICA

La polarización es aquella propiedad de una onda electromagnética radiada, que describe la amplitud y la dirección variable en el tiempo del vector intensidad de campo eléctrico E , específicamente, la figura trazada por el extremo del vector intensidad de campo eléctrico como una función del tiempo, -- vista a lo largo de la dirección de propagación.

De acuerdo a lo anterior, la polarización se clasifica en:

POLARIZACION

1. LINEAL
2. CIRCULAR
3. ELIPTICA

1. POLARIZACION LINEAL:

Si se considera una antena con un patrón de intensidad de radiación como lo muestra la figura (2.10.a). Y si se coloca un observador sobre el eje "Y" viendo hacia el origen de coordenadas, vería que el vector de intensidad de campo eléctrico de la onda electromagnética que se va acercando, trazaría una línea recta.

1.a. POLARIZACION LINEAL VERTICAL:

De acuerdo a la figura (2.10.b), el observador colocado en el eje "Y", vería que el vector intensidad de campo eléctrico traza una línea vertical con respecto al plano "XY" (PLANO DE TIERRA). Por lo que esta onda tiene polarización lineal vertical y la antena que irradia esta onda, tiene la misma polarización.

1.b. POLARIZACION LINEAL HORIZONTAL:

Considerando la figura (2.10.c), el observador colocado en el eje "Y", vería que el vector de intensidad de campo eléctrico de la onda electromagnética, traza una línea horizontal con respecto al plano "XY". Por lo que la onda radiada tiene polarización lineal horizontal.

2. POLARIZACION CIRCULAR:

Se obtiene cuando las componentes vertical y horizontal de -- campo eléctrico son de la misma magnitud y están defasadas en el tiempo $\pm 90^\circ$:

Cuando la componente horizontal esta atrazada 90° con respecto a la vertical, el observador situado en el eje "Y", vería que el vector traza una circunferencia en sentido a su mano derecha. Por lo que la onda tiene polarización circular derecha, como lo muestra la figura (2.10.d).

La polarización circular izquierda se produce cuando la componente horizontal va adelantada 90° con respecto a la vertical. Lo cual se muestra en la figura (2.10.e).

3. POLARIZACION ELIPTICA:

Es el caso generalizado de la polarización circular, produciendose cuando el defasamiento entre las componentes vertical y horizontal es de $\pm 90^\circ$ pero las magnitudes son diferentes, o la diferencia de fase entre las componentes es de cualquier otro valor, sin importar las magnitudes de éstas. Esto lo muestra la figura (2.10.f).

FACTOR DE PERDIDAS DE POLARIZACION:

En un sistema de comunicaciones, las antenas transmisora y receptora deben de tener la misma polarización, pero debido a -- factores atmosféricos se produce un desacoplamiento de polarización, es decir, el vector de intensidad de campo eléctrico - sufre un cambio de polarización a lo largo de la trayectoria - de propagación. Esto producirá pérdidas, ya que la antena re-

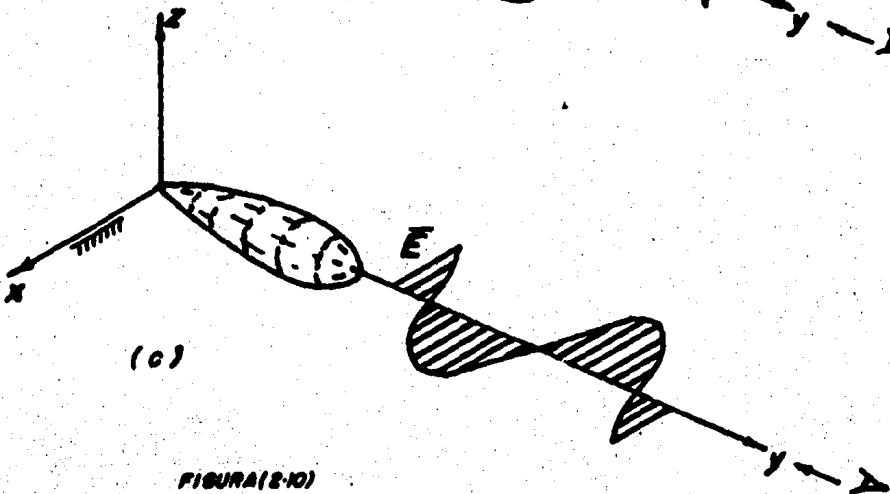
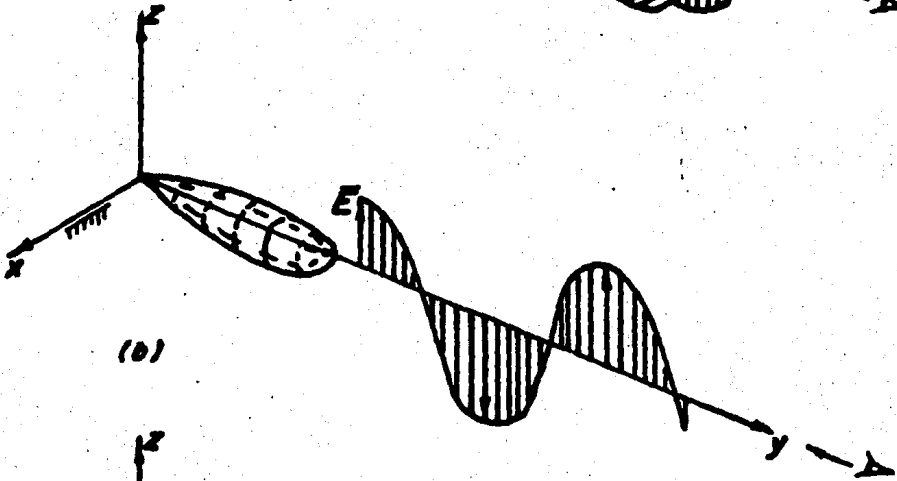
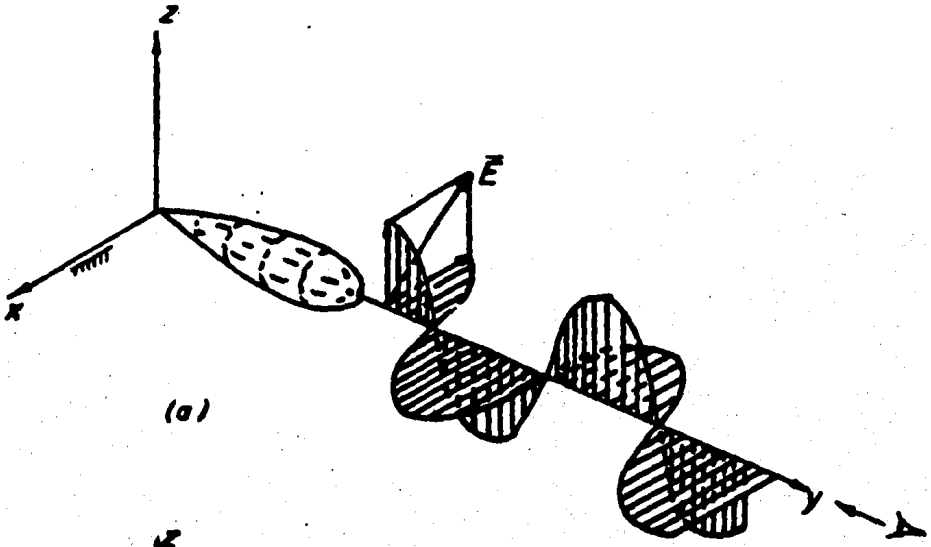


FIGURA (2-10)

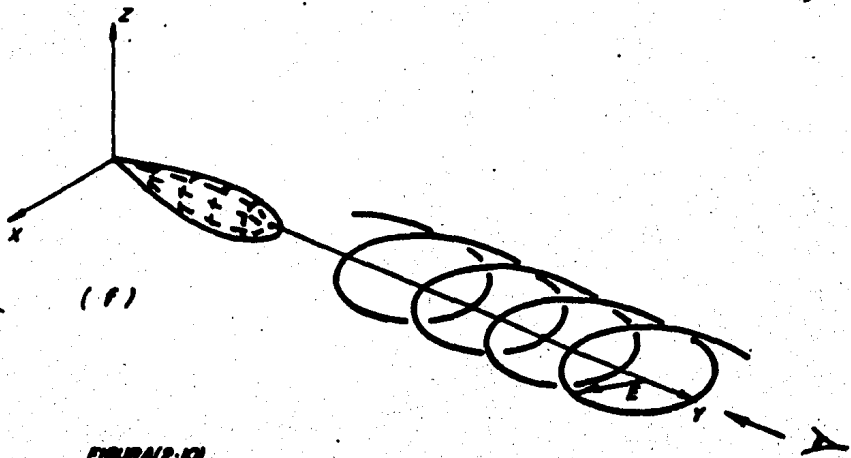
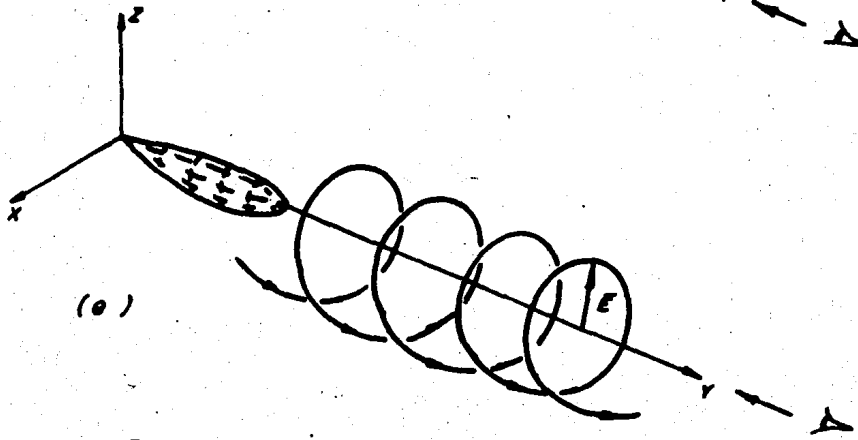
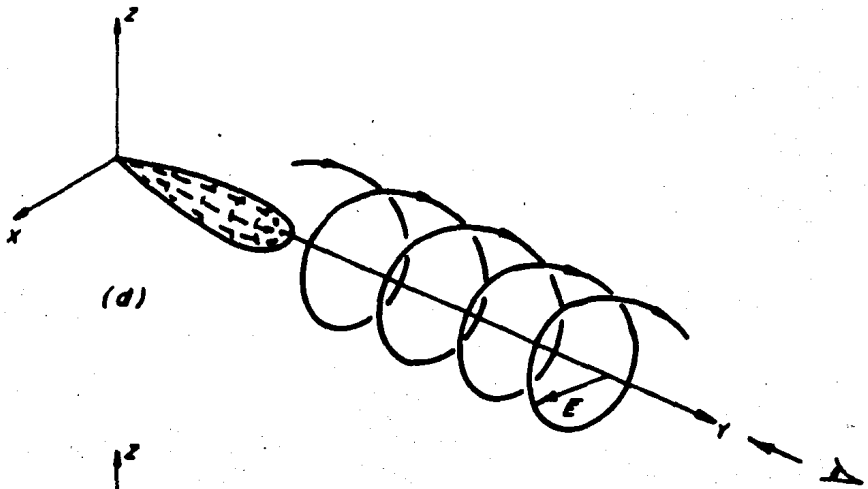


FIGURA (2-10)

ceptora no tendrá la misma polarización del vector de campo eléctrico incidente.

Este efecto queda cuantificado, por el factor de pérdidas de polarización (FPP); el cual está dado por:

$$FPP = \frac{E_i \bar{e}_i \cdot E_a \bar{e}_a}{|E_i| \cdot |E_a|}$$

$$FPP = |\bar{e}_i \cdot \bar{e}_a|^2 \quad \text{---G.271}$$

Donde \bar{e}_i, \bar{e}_a , son vectores unitarios que indican la dirección en el espacio, de los vectores de intensidad de campo eléctrico incidente y de la antena receptora, respectivamente.

2.10. ANCHO DE BANDA

En cualquier sistema de comunicaciones se utilizan señales de un determinado ancho de banda del espectro de frecuencias, -- además, se prevee a menudo la posibilidad de variación de la frecuencia de trabajo. Debido a esto, uno de los parámetros importantes de una antena es la banda de frecuencias de trabajo; en cuyos límites, los parámetros de la antena como: impedancia de entrada, patrón de radiación, ancho de haz, polarización, nivel de lóbulos laterales, ganancia, etc. no exceden los límites de tolerancia establecidos con los requisitos de diseño.

Por lo regular, los límites del ancho de banda de trabajo se determinan por cualquiera de los parámetros que más sean influidos por la frecuencia. Por ejemplo: muy a menudo el ancho de banda se limita por el acoplamiento de la impedancia de entrada de la antena ya que puede producirse un alto porcentaje de desacoplamiento si se trabaja a frecuencias muy altas o bajas, con respecto a una frecuencia central.

En otros casos la limitación de la banda de trabajo, puede estar en función de la variación de forma del patrón de radiación, lo que podría producir disminución de la directividad, ganancia, etc.

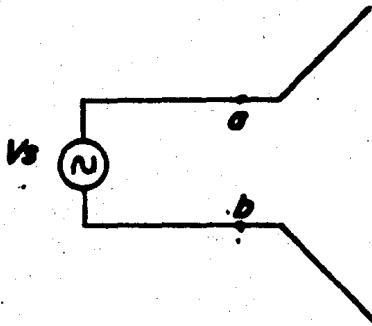
Como se puede observar la banda de frecuencias de trabajo puede ser determinada de muchas formas, de acuerdo a la aplicación específica de la antena y al sistema al cual se está integrando.

Convencionalmente se consideran de banda estrecha las antenas que tienen un rango de frecuencias de trabajo menor del 10% de la frecuencia nominal. Las antenas de banda ancha pueden tener un rango de frecuencias de trabajo que va del 10% al 30% de la frecuencia nominal y, si la relación de los límites superior e inferior del ancho de banda llega a ser 5:1 ó más, la antena puede considerarse independiente de la frecuencia.

2.11 IMPEDANCIA DE ENTRADA

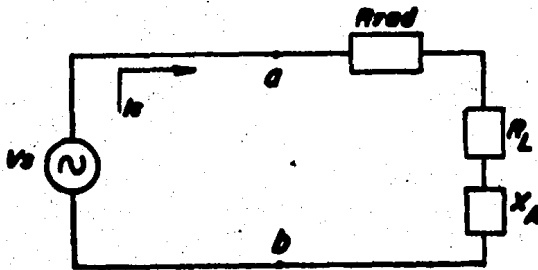
En la figura (2.11) se muestra un transmisor conectado a una antena en los puntos "a", "b". La antena actúa como una - -

carga que absorbe potencia debido a que tiene una impedancia propia. Esta impedancia serfa la "vista" por el generador - hacia la antena; y podria obtenerse mediante la relación de voltaje entre corriente en los puntos "a", "b", desconectando al generador.



FIGURA(2-11)

Esta impedancia es en general compleja, por lo cual se puede representar como se muestra en la figura (2.12).



FIGURA(2-12)

La parte real de la impedancia de entrada se compone de la resistencia de radiación (R_r) y de una componente de resistencia debida al material de la antena (R_L).

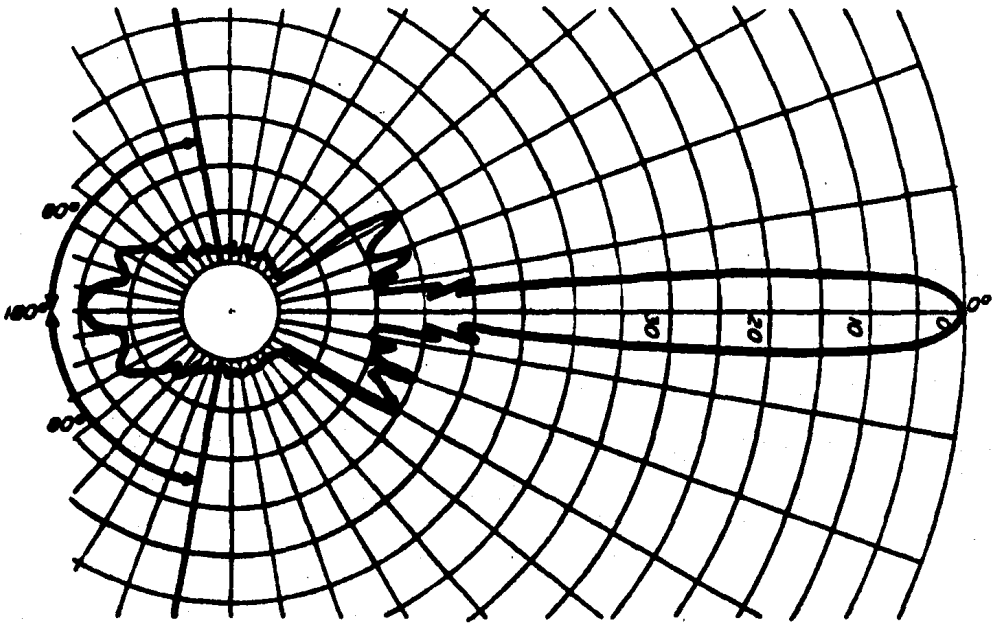
2.12. RELACION FRONTAL-TRASERA

La relación frontal-trasera es una relación entre la directividad de una antena y la ganancia directiva hacia atrás. La ganancia directiva hacia atrás se obtiene considerando solamente al lóbulo trasero máximo.

Es importante aclarar que este parámetro se define únicamente para antenas directivas. Significa una medida de la potencia radiada hacia atrás por lo cual, al ser más grande se tiene mayor concentración de energía en un solo sentido.

Tomando como base lo anterior, el diseño de antenas directivas se realiza tratando de reducir al máximo los lóbulos traseros.

$$R.F.T = \frac{D}{G_D(\theta, \phi)_{\text{hacia atrás}}} \quad \text{--- (2.28)}$$



La ganancia direccional hacia atrás se obtiene generalmente del lóbulo lateral de mayor intensidad, localizado en la región de $180^\circ \pm 90^\circ$.

2.13. EFICIENCIA DE LA ANTENA

Para encontrar la eficiencia total de la antena, se toman en cuenta las siguientes pérdidas.

1. Reflexiones debidas al mal acoplamiento entre la línea de transmisión y la antena.
2. Pérdidas de acuerdo a la ecuación $P_0 = I^2 R_0$

La eficiencia global se puede escribir como:

$$e_t = e_r e_c e_d$$

--- (2.29)

donde:

e_r = eficiencia de reflexión (debida al mal acoplamiento)

$$e_r = (1 - |\Gamma|^2)$$

Donde Γ es el coeficiente de reflexión de voltajes en las terminales de entrada de una antena y está dado por:

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \quad \dots (2.30)$$

donde:

Z_{in} , impedancia de entrada

Z_0 , impedancia característica de la línea de transmisión.

e_c , eficiencia de conducción

e_d , eficiencia de dieléctrico

e_c y e_d se pueden agrupar en un solo término e_{cd} con lo cual:

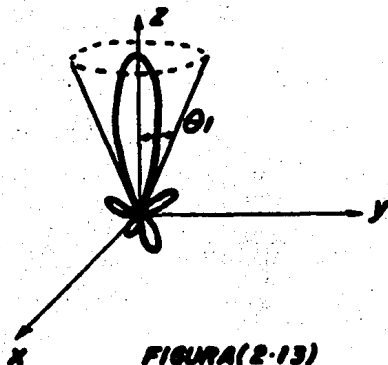
$$e_t = e_r e_{cd} = e_{cd} (1 - |\Gamma|^2) \quad (2.31)$$

2.14. EFICIENCIA DE HAZ (BE)

Es un parámetro que se define para antenas que presentan un lóbulo principal en el patrón de intensidad de radiación. Se define como la relación:

$$BE = \frac{\text{Potencia transmitida (recibida) a través de un cono que encierra al lóbulo principal}}{\text{Potencia total transmitida (recibida)}}$$

Considérese la figura (2.13) en la que se muestra un patrón de intensidad de radiación que tiene un lóbulo principal.



FIGURA(2-13)

El cono sobre el cual se considera la potencia transmitida (recibida) es el formado por la rotación de un triángulo -- alrededor del eje .

El ángulo θ_1 está definido por la recta que parte del valor mínimo del lóbulo principal, tangente a éste y con respecto al eje z .

Matemáticamente se expresa como:

$$BE = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_1} U(\theta, \phi) d\Omega}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U(\theta, \phi) d\Omega} \quad \text{--- (2.32)}$$

En antenas direccionales se busca que el patrón de intensidad de radiación tenga un lóbulo principal a través del cual debería de efectuarse toda la transmisión y recepción de energía electromagnética.

Esto no ocurre en realidad ya que siempre están presentes lóbulos laterales y traseros por donde también se transmite y recibe.

Como la eficiencia de haz indica qué porcentaje de la potencia total transmitida o recibida se lleva a cabo por medio -- del lóbulo principal, es también un índice de que tan bien ha sido diseñada la antena.

2.15. APERTURA EFECTIVA

La apertura efectiva es un parámetro que relaciona la potencia que una antena receptora entrega a la carga y la densidad de potencia que incide sobre la antena.

Se puede interpretar de una forma más clara, como un factor que indica que tanto de la energía incidente sobre una antena es transmitida hacia la carga.

Por lo tanto, en base a lo anterior, es claro que el valor de este factor depende del "acoplamiento" que exista entre la antena receptora y la antena transmisora.

El "acoplamiento" de que se hace mención se refiere a la orientación de la antena receptora con respecto a la antena transmisora, y al "acoplamiento" de impedancias de la antena y la carga de tal forma que se transfiera la máxima energía.

Lo anterior lo podemos representar matemáticamente de la siguiente forma:

$$A_e(\theta, \phi) = \frac{P_L}{S_{av}} \quad \text{--- (2.33)}$$

donde:

P_L , es la potencia que se transmite a la carga.

S_{av} , densidad de potencia incidente

Considerando un acoplamiento de impedancias óptimo y una orientación también óptima de la antena receptora se tiene:

$$A_{e \max} = \frac{P_L \max}{S_{av}} \quad \text{--- (2.34)}$$

Bajo las consideraciones anteriores, se puede comprobar que:

$$P_L \text{ max} = \frac{V^2}{8R_{\text{rad}}} \quad \text{--- (2.35)}$$

donde:

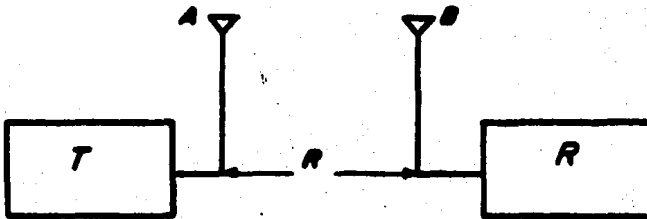
V , es el voltaje inducido en la antena.

por lo tanto:

$$A_e \text{ max} = \frac{V^2}{8S_{\text{av}}} (1/R_{\text{rad}}) \quad \text{---(2.36)}$$

RELACION DE LA APERTURA EFECTIVA MAXIMA Y DIRECTIVIDAD.

Considerando la siguiente figura:



FIGURA(2-14)

La densidad de potencia debido al transmisor es:

$$S_i = \frac{P_t}{4\pi R^2} D_t \quad \text{---(2.37)}$$

D_t , es la directividad del transmisor.

La potencia captada por el receptor es, utilizando la ecuación (2.33):

$$P_L = S_{av} A_{eR}$$

De donde:

$$P_L = \frac{P_t}{4\pi R^2} D_t A_{eR} \quad \text{---(2.38)}$$

$$D_t A_{eR} = \frac{P_L}{P_t} 4\pi R^2 \quad \text{---(2.39)}$$

Si se considera que la antena "B" es transmisora, se tiene:

$$D_R A_{eT} = \frac{P_R}{P_t} 4\pi R^2 \quad \text{---(2.40)}$$

Iguando estas dos ecuaciones:

$$\frac{D_t}{A_{eT}} = \frac{D_R}{A_{eR}} \quad \text{---(2.41)}$$

Se puede observar que hay una relación directa entre la variación de la ganancia directiva de una antena y su apertura efectiva.

Si se considera que la antena "A" es un radiador isotrópico hipotético ($D_I = 1$), de la ecuación (2.41), se tiene:

$$A_{ef} = \frac{A_{or}}{D_R} \quad \text{---(2.42)}$$

De donde se puede observar que la apertura efectiva máxima de un radiador isotrópico es igual a la relación de la apertura efectiva y la directividad de cualquier otra antena.

Si se considera por simplicidad la antena dipolo infinitesimal* ($L \ll \lambda$), en donde:

$$A_{em} = \frac{3 \lambda^2}{8 \pi} \quad \text{---(2.43)}$$

$$y \quad D = 1.5$$

* Para comprobar estas relaciones observar Capítulo III. Sección (3.3).

Por lo tanto, para un radiador isotrópico:

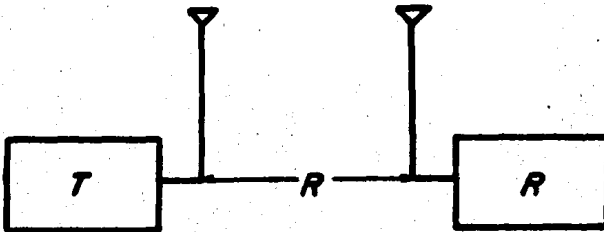
$$A_{o \text{ iso}} = \frac{3 \lambda^2 / (4\pi)}{15} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad \text{--- (2.44)}$$

Como esto se cumple para cualquier tipo de antena, en un caso general, se tiene:

$$\frac{\lambda^2}{4\pi} = \frac{A(\theta, \phi)}{G(\theta, \phi)} \quad \text{--- (2.45)}$$

2.16. ECUACION DE FRISS

Considerando la figura (2.15), en la que se muestra un ---- transmisor y un receptor, situados en el espacio libre y se parados una distancia "R".



FIGURA(2-15)

Supongase que la antena transmisora tiene una ganancia --
 " $G_D(\theta, \phi)$ ", por lo que la densidad de potencia radiada --
 por ésta sería:

$$S_r = \frac{P_{\text{rad}}}{4\pi R^2} G_D(\theta, \phi) \quad \text{--- (2.46)}$$

Para la antena receptora considérese una apertura:

$$A(\theta, \phi) = \frac{P_{\text{rec}}}{S_r} \quad \text{--- (2.47)}$$

de donde

$$P_{\text{rec}} = A(\theta, \phi) S_r$$

Si además se tiene:

$$A(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_R(\theta, \phi)$$

entonces:

$$P_{\text{rec}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\theta, \phi) \frac{P_{\text{rad}}}{4\pi R^2} G_D(\theta, \phi)$$

de donde:

$$\frac{P_{rec}}{P_{rad}} = \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 G(\theta, \phi) G'(\theta, \phi) \quad \text{--- (2.48)}$$

La expresión (2.48) es llamada "Ecuación de Friss" en su forma más simple.

Una expresión más general de la ecuación de Friss sería aquella que tomara en cuenta el acoplamiento de la antena con la línea de transmisión, la eficiencia de la antena y el factor de pérdidas de polarización.

Se puede demostrar fácilmente que esta ecuación quedaría:

$$\frac{P_{rec}}{P_{rad}} = \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 e_{cdi} e_{cdr}$$

$$(1 - |\Gamma_t|^2)(1 - |\Gamma_r|^2) G_D(\theta, \phi) G_{DR}(\theta, \phi) |\hat{p}_t \cdot \hat{p}_r| \quad (2.49)$$

2.17. TEMPERATURA DE ANTENAS

Para determinar la eficiencia de una antena receptora hay que comparar la potencia de la señal que se recibe con la potencia total de los ruidos que llegan a la antena.

Los ruidos de la antena se pueden dividir en "ruidos externos" y "ruidos internos". Por lo regular, los ruidos dominantes son los externos, recibidos por la antena de diversas fuentes, por ejemplo:

1. Perturbaciones atmosféricas (tormentas, descargas eléctricas, etc.)
2. Por radioemisión térmica de la superficie terrestre.
3. Por radioemisiones de fuentes cósmicas.
4. Por radiación de calor de la troposfera e ionosfera.

Tienen menor importancia los ruidos internos de la antena, originados por el movimiento térmico de los electrones en los conductores no ideales y dieléctricos de la antena.

Es posible estimar el efecto total de los ruidos mediante un único parámetro, llamado temperatura de ruidos " T_n ", el cual se mide en ($^{\circ}K$).

Si suponemos a la antena como una resistencia de valor R , el voltaje generado en la resistencia debido al ruido, estaría dado según la fórmula de Nyquist:

$$V_n = \sqrt{4KTBR} \quad \text{---(2.50)}$$

Donde:

$K = 1.38 \times 10^{-23}$ (w/Hz°K) = constante de Boltzman.

T = temperatura absoluta de la resistencia.

B = ancho de banda donde se quiere medir el voltaje del ruido.

Por otro lado, sabemos que la potencia P_n del ruido es:

$$P_n = \frac{V_n^2}{4R} = KTB \quad \text{---(2.51)}$$

se puede observar que como $P_n = KTB$ la potencia no depende de R. De esta última expresión:

$$T_0 = \frac{P_n}{KB} \quad \text{---(2.52)}$$

Capítulo 3

VECTORES

POTENCIALES

En los problemas de radiación, el procedimiento convencional es el de especificar la distribución de corriente en la antena o fuente radiadora, y a partir de ésta, encontrar los campos radiados por ella.

Existen dos caminos para determinar los campos radiados por una fuente, como lo muestra la figura (3.1).

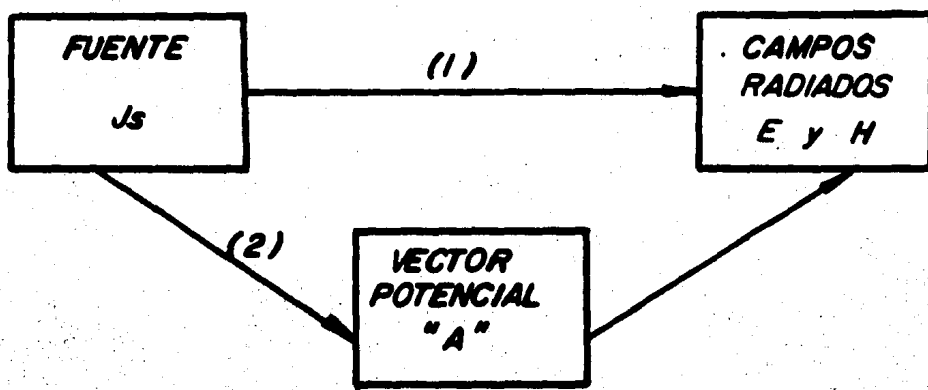


Fig. (3.1)

El primer camino relaciona directamente a la fuente (J_s) con los campos radiados E y H , por ecuaciones integro-diferenciales dadas por las ecuaciones de Máxwell; cabe mencionar que estas relaciones son complicadas y con dificultad se pueden resolver.

El segundo camino proporciona una herramienta matemática que simplifica el grado de dificultad para resolver las relaciones entre los campos radiados E y H con la fuente J_s , esta herramienta son los llamados "vectores potenciales", los cuales se encuentran por medio de relaciones integrales con la fuente y después se relacionan con los campos radiados por medio de diferenciales; esto simplifica mucho los problemas de radiación. Por este motivo en este capítulo se hará un desarrollo del principio del vector potencial "A" y después se --

aplicará en algunas configuraciones sencillas de antenas, lo que ayudará en análisis posteriores.

3.1. DESARROLLO DE VECTORES POTENCIALES

3.1.1. VECTOR POTENCIAL MAGNETICO (A)

Este campo es un concepto auxiliar para encontrar el campo electromagnético radiado por una fuente " \mathcal{J} " dada, se denotará con la letra " A ".

Dado que la densidad de flujo magnético forma trayectorias cerradas o es solenoidal (Ley de Gauss para campos magnéticos), esto es:

$$\nabla \cdot B = 0 \quad \text{--- (3.1)}$$

Entonces B puede ser representado como el rotacional de otro campo, en este caso:

$$B = \nabla \times A \quad \text{--- (3.2)}$$

El campo electromagnético radiado es generado por una densidad de corriente " \mathcal{J} ", el potencial vectorial " A " tiene la misma dirección de la densidad de corriente.

De la ecuación (3.2):

$$\nabla \times A = \frac{\mu_0}{4\pi} \mathcal{J}$$

Sustituyendo esta ecuación en la ecuación de Maxwell (LEY DE FARADAY):

$$\nabla \times EA = -j\omega \mu HA \quad \text{--- (3.3)}$$

Queda:

$$\nabla \times EA = -j\omega \nabla \times A \quad \text{--- (3.4)}$$

o bien:

$$\nabla \times EA + j\omega \nabla \times A = 0$$

$$\nabla \times (EA + j\omega A) = 0 \quad \text{--- (3.5)}$$

Por las propiedades de los campos vectoriales se puede representar a $EA + j\omega A$ como:

$$EA + j\omega A = -\nabla \phi_E \quad \text{--- (3.6)}$$

por lo que la ecuación (3.5) queda:

$$-\nabla \times \nabla \phi_E = 0 \quad \text{--- (3.7)}$$

Y donde ϕ_E es un potencial escalar.

Tomando el rotacional a la ecuación (3.2):

$$\nabla \times \mu H = \nabla \times \nabla \times A \quad \text{--- (3.8)}$$

y por identidad vectorial:

$$\mu (\nabla \times H) = \nabla (\nabla \cdot A) - \nabla^2 A \quad \text{--- (3.9)}$$

De la Ley de AMPERE-MAXWELL:

$$\nabla \times H = J_s + j\omega \epsilon E \quad \text{--- (3.10)}$$

Donde J_s es la densidad de corriente de la fuente.

Por lo que:

$$\mu J_s + j\omega \epsilon E = \nabla (\nabla \cdot A) - \nabla^2 A \quad \text{--- (3.11)}$$

Sustituyendo la ecuación (3.8) en la ecuación (3.11):

$$\begin{aligned} \nabla^2 A + \kappa^2 A = & -\mu J_s + \nabla (\nabla \cdot A) + \\ & + \nabla (j\omega \mu \epsilon \phi E) \end{aligned} \quad \text{--- (3.12)}$$

donde:

$$\kappa^2 = \omega^2 \mu \epsilon = \beta^2 \quad \beta = \text{constante de fase.}$$

Ahora, si se define a $\nabla \cdot \mathbf{A}$ de tal manera que la ecuación (3.12) se simplifique:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -j\omega\mu\epsilon\phi_E \quad \text{--- (3.13)}$$

A esta ecuación se le llama "CONDICION DE LORENT'Z", y se puede demostrar que es equivalente a la ley de la conservación de la carga.

Sustituyendo la ecuación (3.13) en la ecuación (3.12):

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \kappa^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}_s \quad \text{--- (3.14)}$$

llamada ecuación de HELMHOLTZ.

Y, la ecuación (3.6) queda:

$$\mathbf{E} = -j\omega \mathbf{A} - j \frac{1}{\mu\omega\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) \quad \text{--- (3.15)}$$

Por medio de las ecuaciones (3.3) y (3.15) se pueden obtener los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} a partir del vector potencial " \mathbf{A} ". Con la ecuación (3.14) se puede obtener el vector potencial " \mathbf{A} " a partir de la densidad de corriente de la fuente.

El procedimiento a seguir es, obtener el vector potencial " \mathbf{A} " para una densidad de corriente \mathbf{J}_s y después obtener \mathbf{E} y \mathbf{H} con el potencial vectorial obtenido.

3.2. SOLUCION DE LA ECUACION DE HELMHOLTZ.

Sea un sistema de coordenadas esféricas, en el origen del cual existe una densidad de corriente J_s ; con lo que el vector potencial magnético "A" tiene la misma dirección de J_s .

3.2.a. SOLUCION DE LA HOMOGENEA.

La ecuación de Helmholtz (3.14), se puede descomponer en sus diferentes factores, como sigue:

$$\nabla^2 A_x + K^2 A_x = -\mu J_x$$

$$\nabla^2 A_y + K^2 A_y = -\mu J_y$$

$$\nabla^2 A_z + K^2 A_z = -\mu J_z$$

$$\nabla^2 A_x + K^2 A_x = -\mu J_x$$

$$\nabla^2 A_y + K^2 A_y = -\mu J_y$$

$$\nabla^2 A_z + K^2 A_z = -\mu J_z$$

Considerando un sistema de coordenadas esféricas, y tomando solo la componente en dirección z :

$$\nabla^2 A_z + K^2 A_z = 0$$

$$\nabla^2 A_z(r) + K^2 A_z(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial A_z(r)}{\partial r} \right] + K^2 A_z(r) = 0$$

o bien:

$$\frac{d^2 A_z(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dA_z(r)}{dr} + K^2 A_z(r) = 0$$

cuyas soluciones son:

$$A_{z1} = C_1 \frac{e^{-Kr}}{r} \quad \text{--- (a)}$$

$$A_{z2} = C_2 \frac{e^{-Kr}}{r} \quad \text{--- (b)}$$

(a) representa una onda viajera que se aleja de la fuente.

(b) representa una onda viajera que se acerca a la fuente.

Para el caso estático ($k=0$):

$$A_{z1} = \frac{C_1}{r}$$

$$A_{z2} = \frac{C_2}{r}$$

Se nota que la diferencia con el caso general es el factor

$$e^{-kr}$$

Para el caso estático $J_z = 0 = \text{cte.}$, la ecuación de Helmholtz queda:

$$\nabla^2 A_z = -\mu J_z$$

Que tiene forma de la ecuación de Poisson, y cuya solución es de la forma:

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{J_z}{r} dV$$

Y para el caso dinámico:

$$A_z = \int_V J_z \frac{e^{-kr}}{r} dV \quad \text{--- (3.16)}$$

y sabiendo que:

$$Jz \cdot ds = Iz \quad \text{--- (3-17)}$$

por lo tanto:

$$Az = \frac{\mu}{4\pi} \int_L Iz \frac{e^{-jkr}}{r} dL \quad \text{--- (3-18)}$$

para las direcciones x y y :

$$Ax = \frac{\mu}{4\pi} \int_L Ix \frac{e^{-jkr}}{r} dL$$
$$Ay = \frac{\mu}{4\pi} \int_L Iy \frac{e^{-jkr}}{r} dL \quad \text{--- (3-19)}$$

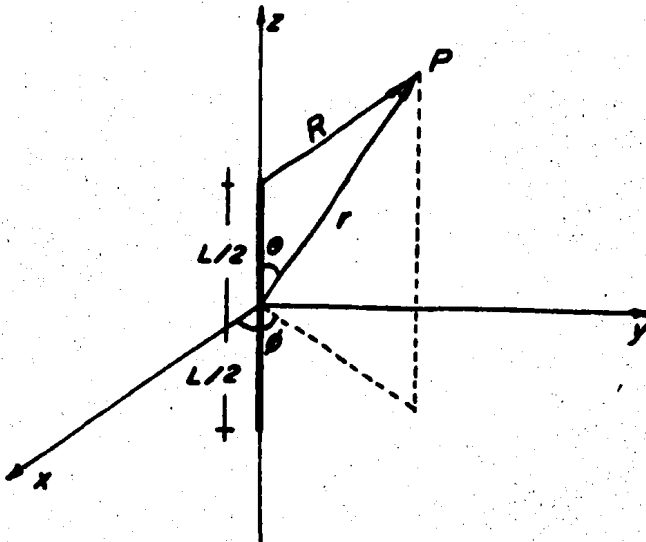
y generalizando:

$$A(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \int_L I(x, y, z) \frac{e^{-jkr}}{r} dL \quad \text{--- (3-20)}$$

Partiendo de una distribución de corriente $I(x, y, z)$, se obtiene $A(x, y, z)$, y con éste los campos radiados. Este vector potencial simplifica el grado de dificultad para obtener los campos radiados por una fuente de corriente $I(x, y, z)$.

3.3. DIPOLO INFINITESIMAL

Supongase un dipolo infinitesimal ($L \ll \lambda$) de diámetro muy pequeño comparado con la longitud de onda, colocado sobre el eje z del sistema de coordenadas, como lo muestra la figura (3.2).



figura(3.2)

Para encontrar el campo radiado por el dipolo, se empezará por encontrar su vector A , que está dado por:

$$A(x,y,z) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1(x',y',z') e^{jkr}}{R} dL$$

Donde x, y, z , representan las coordenadas del punto de observación y (x', y', z') , las coordenadas de la fuente, R es la distancia de cualquier punto en la fuente al punto de observación y la trayectoria L es a lo largo de la fuente.

De la figura (3.2):

$$l(x, y, z) = l_0 z$$

$$x' = y' = z' = 0 \text{ (dipolo infinitesimal)}$$

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = r$$

por lo tanto:

$$A(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{jkr} \int_{-L/2}^{L/2} dz' = \frac{\mu_0 l_0 L}{4\pi r} e^{jkr} \quad \text{--- (3.21)}$$

Transformando a coordenadas esféricas:

$$A_r = \frac{\mu_0 l_0 L}{4\pi r} e^{jkr} \cos\theta$$

$$A_\theta = -\frac{\mu_0 l_0 L}{4\pi r} e^{jkr} \sin\theta$$

--- (3.22)

$$A_\phi = 0$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.22) en la ecuación (3.3):

$$H_r = H_\theta = 0$$

$$H_{\theta} = j \frac{K I_0 L \sin \theta}{4 \pi r} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) e^{-jkr} \quad \text{---(3.23)}$$

De (3.23) en (3.15):

$$E_r = \frac{K I_0 L \sin \theta}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) e^{-jkr} \quad \text{---(3.24)}$$

donde:

$$\frac{k}{\omega \epsilon_0} = \eta$$

$$E_{\theta} = -j \frac{K I_0 L \sin \theta}{4 \pi r} \left(1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{jkr^2} \right) e^{-jkr} \quad \text{---(3.25)}$$

$$E_{\phi} = 0$$

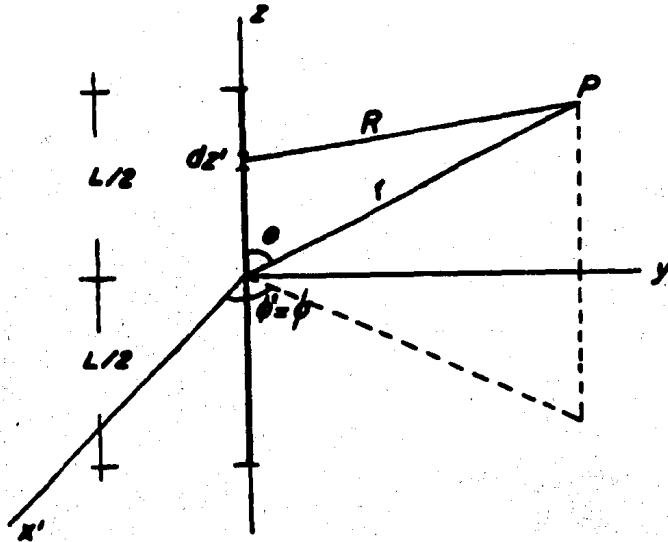
Estas relaciones representan los campos radiados por un dipolo infinitesimal y serán de utilidad para los análisis siguientes, de antenas más prácticas.

3.4. DIPOLO DE CUALQUIER LONGITUD

En el dipolo infinitesimal se supuso una corriente constante a lo largo de él. Para un dipolo de cualquier longitud la forma en que se distribuye la corriente a lo largo del di polo se considera que es en forma senoidal. Debido a esta con

sideración se pueden hacer algunas aproximaciones en las diferentes regiones del campo, para disminuir la dificultad de integración de la ecuación (3.16).

Basándose en la figura (3.3), para la región de campo lejano, se tiene:



figura(3.3)

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

Considerando el diámetro de el dipolo muy pequeño ($d \ll \lambda$):

$$x' = y' = 0$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-z')^2}$$

$$R = \sqrt{r^2 - 2rz \cos \theta + z'^2}$$

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$z = r \cos \theta$$

utilizando una expansión binominal

$$R = r - z' \cos \theta + \frac{1}{r} \left(\frac{z'^2}{2} \sin^2 \theta \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{z'^3}{3} \cos^3 \theta \right) + \dots$$

Los términos de mayor orden de esta relación son despreciables cuando $r \gg z'$. Por lo que se puede hacer:

$$R \approx r - z' \cos \theta$$

Para mostrar el efecto que causa el despreciar los otros términos, se hará el siguiente análisis:

El término más significativo que fue despreciado, tiene un máximo valor dado por:

$$\frac{z'}{2r} \Big|_{\theta = \pi/2}$$

Cuando $\theta = \pi/2$, los demás términos son nulos y el máximo error que se introduce está dado por:

$$\frac{z'}{2r}$$

Ha sido demostrado por diferentes investigadores en numerosos experimentos que para la mayoría de las antenas prácticas ($L > \lambda$), un error máximo total de fase de $\pi/8$ radianes (22.5°), no es muy significativo en su tratamiento analítico, entonces:

$$\frac{kz'}{2r} \leq \pi/8$$

La cual, para $-L/2 \leq z' \leq L/2$ se reduce a:

$$r \geq 2 \frac{L^2}{\lambda}$$

Esta ecuación establece que para mantener el máximo error de fase de $\pi/8$ radianes, la distancia de observación (r) debe ser mayor a $2L^2/\lambda$, donde L es la dimensión física más grande de la antena.

Por lo tanto, las aproximaciones quedan:

$$R = r - z' \cos \theta \quad \text{para términos de fase.}$$

$$R = r \quad \text{para términos de amplitud.}$$

3.4.a. ECUACIONES DE CAMPO PARA UN DIPOLO DE CUALQUIER LONGITUD.

La distribución de corriente a lo largo del dipolo de la figura (3.3), está dada por:

$$I(x, y, z) = \begin{cases} I_0 \sin [K(L/2 - z')] e^{-jkR} & 0 \leq z' \leq L/2 \\ I_0 \sin [K(L/2 + z')] e^{-jkR} & -L/2 \leq z' \leq 0 \end{cases} \quad \text{---(326)}$$

Si se divide el dipolo en dipolos infinitesimales de longitud dz' , las componentes de campo eléctrico y magnético en la región lejana están dadas por:

$$dE_\theta = j \eta \frac{K I(x', y', z')}{4\pi R} e^{-jkR} \sin \theta dz'$$

$$dE_r = dE_\phi = dH_r = dH_\theta = 0$$

$$dH_\phi = j \frac{K I(x', y', z')}{4\pi R} e^{-jkR} \sin \theta dz'$$

Utilizando las aproximaciones para el campo lejano, las ecuaciones anteriores quedan:

$$dE_\theta = j \eta \frac{K I(x', y', z')}{4\pi r} e^{-jkr} \sin \theta e^{jkz' \cos \theta} dz'$$

Integrando a lo largo del dipolo:

$$E_\theta = \int_{-L/2}^{L/2} dE_\theta = j \eta \frac{K}{4\pi r} e^{-jkr} \sin \theta \int_{-L/2}^{L/2} I(x', y', z') e^{jkz' \cos \theta} dz'$$

Utilizando las ecuaciones (3.26):

$$E_{\theta} = j \eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos(KL/2 \cos \theta) - \cos(KL/2)}{\sin \theta} \right]$$

--- (3-27)

$$H_{\phi} = j \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos(KL/2 \cos \theta) - \cos(KL/2)}{\sin \theta} \right]$$

Estas relaciones muestran los campos radiados por un dipolo de cualquier longitud y su aplicación, se verá en el capítulo siguiente.

Capítulo 4

ANTENA

DIPOLO $\lambda/2$

4.1. CAMPO RADIADO

Esta antena es una de las más utilizadas. Es un dipolo alimentado por el centro y la longitud de sus brazos es de $\lambda/2$.

La teoría desarrollada en el capítulo anterior es utilizada en este capítulo para determinar las propiedades de la antena.

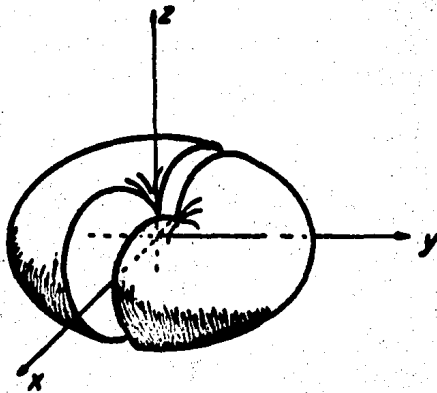
Sustituyendo $L = \lambda/2$ en las ecuaciones (3.27) se tendrá que:

$$E_{\theta} = j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos\theta)}{\sin\theta} \right] \quad \text{---(4.1)}$$

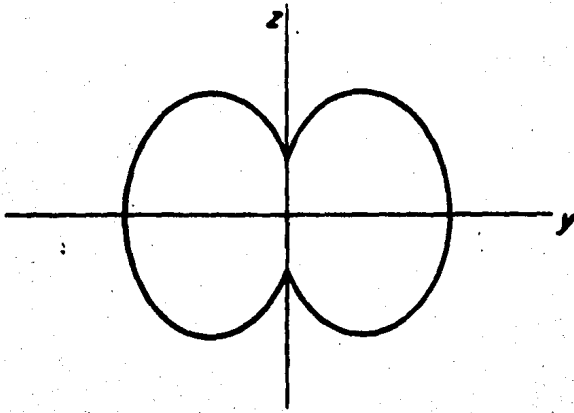
$$H_{\phi} = j \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos\theta)}{\sin\theta} \right]$$

Al normalizar las ecuaciones anteriores y asignando valores a θ se encontrará la forma en que se distribuye la energía radiada - por la antena (forma gráfica), lo cual se denomina patrón de radiación, éste puede verse en la figura 4.1.

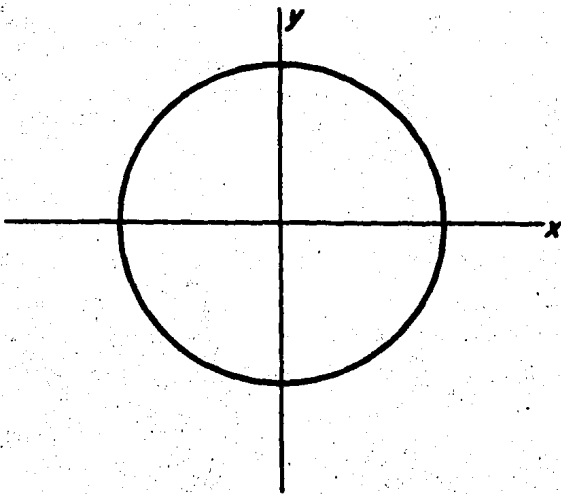
4.2. PATRON DE RADIACION



(a)



(b)



(c)

Fig. 4.1. Patrón de radiación de un dipolo de longitud
a) distribución en el espacio tridimensional; b) patrón en el --
plano vertical y c) el patrón en el plano horizontal.

De la figura (4.1) puede observarse que en el plano horizontal, la distribución de energía radiada es uniforme (omnidireccional) y en el plano vertical la distribución únicamente es en dos sen tidos (bidireccional).

4.3. DENSIDAD DE POTENCIA MEDIA RADIADA

La densidad de potencia promedio está dada por el valor del vec tor de Poynting, el cual está dado por:

$$S = 1/2 E \times H$$

como:

$$H = E / \eta$$

por lo tanto:

$$S_r = \frac{1}{2\eta} \left[\eta \frac{I_0}{2\pi r} \left(\frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} \right) \right]^2$$

$$S_r = \eta \frac{I_0^2}{4\pi^2 r^2} \left(\frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin^2 \theta} \right), \quad \dots (4.2)$$

4.4. INTENSIDAD DE RADIACION

La intensidad de radiación está dada por:

$$U = r^2 S_r$$

por lo tanto:

$$U = \eta \frac{I_0^2}{4\pi^2} \left(\frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin^2 \theta} \right) \quad \text{--- (4.3)}$$

4.5. POTENCIA RADIADA

La potencia se obtiene integrando la densidad de potencia sobre una esfera.

$$\begin{aligned} P_{\text{rad}} &= \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} S_r r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ P_{\text{rad}} &= \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \eta \frac{I_0^2}{4\pi^2 r^2} \left(\frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin^2 \theta} \right) r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \eta \frac{I_0^2}{4\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} d\theta \quad \text{--- (4.4)} \end{aligned}$$

Esta integral no tiene una solución cerrada por lo que se utiliza una aproximación, la cual está dada por:

$$P_{rad} = \eta \frac{I_0^2}{8\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(1 - \cos y)}{y} dy = \eta \frac{I_0^2}{8\pi} \text{Cin}(2\pi)$$

donde:

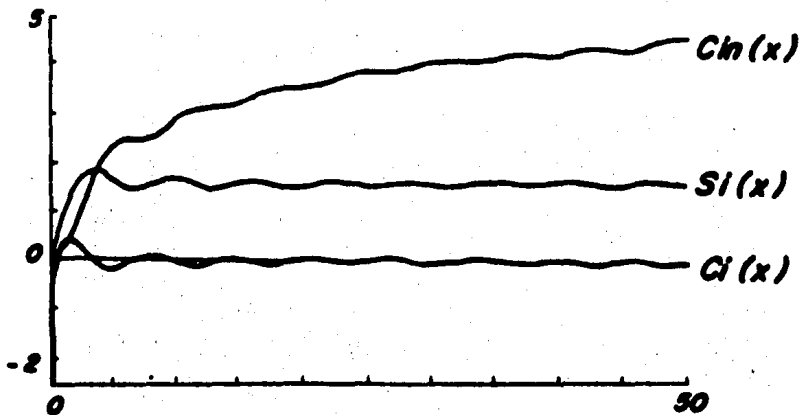
$$\text{Cin}(x) = \text{Ln}(\sigma x) - \text{Cix}$$

$$\text{Cix} = - \int_x^{\infty} \frac{\cos y}{y} dy = \int_{-\infty}^x \frac{\cos y}{y} dy$$

Esta integral existe tabulada para diferentes valores del argumento, a continuación se da esta tabla:

X	Si(X)	Co(X)	Ca(X)	X	Si(X)	Co(X)	Ca(X)
0.0	0.0	--	0.0	5.0	1.54993	-0.19003	2.37647
0.1	0.09994	-1.72767	0.00228	5.1	1.53125	-0.18348	2.40091
0.2	0.19986	-1.04220	0.00977	5.2	1.51367	-0.17825	2.40091
0.3	0.29950	-0.54917	0.02220	5.3	1.49731	-0.18851	2.41021
0.4	0.39846	-0.37881	0.03952	5.4	1.48230	-0.15439	2.41778
0.5	0.49511	-0.17776	0.06164	5.5	1.46872	-0.14205	2.42390
0.6	0.58913	-0.02227	0.08845	5.6	1.45647	-0.12867	2.42844
0.7	0.68122	0.10051	0.11981	5.7	1.44520	-0.11441	2.43188
0.8	0.77209	0.19828	0.15558	5.8	1.43736	-0.09944	2.43430
0.9	0.86047	0.27807	0.19557	5.9	1.43018	-0.08393	2.43588
1.0	0.94608	0.33740	0.23860	6.0	1.42449	-0.06806	2.43682
1.1	1.02889	0.38487	0.28744	6.1	1.42007	-0.05198	2.43727
1.2	1.10886	0.42046	0.33886	6.2	1.41671	-0.03567	2.43742
1.3	1.18596	0.44574	0.39363	6.3	1.41417	-0.01909	2.43744
1.4	1.25932	0.46201	0.45146	6.4	1.41222	-0.00418	2.43748
1.5	1.32889	0.47036	0.51211	6.5	1.42179	0.01110	2.43770
1.6	1.39416	0.47173	0.57627	6.6	1.42982	0.02882	2.43824
1.7	1.44699	0.46697	0.64386	6.7	1.43120	0.03985	2.43925
1.8	1.50881	0.45681	0.70797	6.8	1.43787	0.05308	2.44084
1.9	1.55777	0.44194	0.77691	6.9	1.44370	0.06839	2.44313
2.0	1.60541	0.42288	0.84717	7.0	1.44860	0.07689	2.44621
2.1	1.64970	0.40051	0.91842	7.1	1.45443	0.08891	2.45019
2.2	1.69762	0.37508	0.99038	7.2	1.47909	0.09906	2.45512
2.3	1.72221	0.34716	1.06273	7.3	1.49844	0.10379	2.46106
2.4	1.75248	0.31729	1.13517	7.4	1.49834	0.11036	2.46812
2.5	1.77832	0.28587	1.20742	7.5	1.51078	0.11963	2.47627
2.6	1.80039	0.25334	1.27917	7.6	1.52331	0.11960	2.48585
2.7	1.81821	0.22008	1.35017	7.7	1.53611	0.12225	2.49597
2.8	1.83210	0.18648	1.42013	7.8	1.54994	0.12388	2.50754
2.9	1.84219	0.15280	1.48981	7.9	1.56167	0.12384	2.52022
3.0	1.84886	0.11963	1.55908	8.0	1.57419	0.12243	2.53401
3.1	1.85186	0.08689	1.62141	8.1	1.58637	0.12002	2.54885
3.2	1.85140	0.05326	1.68489	8.2	1.59810	0.11644	2.56469
3.3	1.84808	0.02468	1.74824	8.3	1.60938	0.11177	2.58149
3.4	1.84191	-0.00452	1.80829	8.4	1.61981	0.10607	2.59916
3.5	1.83312	-0.03213	1.86189	8.5	1.62960	0.09943	2.61763
3.6	1.82198	-0.05797	1.91391	8.6	1.63857	0.09194	2.63682
3.7	1.80862	-0.08190	1.96723	8.7	1.64685	0.08388	2.65664
3.8	1.79339	-0.10378	2.01578	8.8	1.65379	0.07476	2.67699
3.9	1.77690	-0.12390	2.06147	8.9	1.65993	0.06528	2.69777
4.0	1.75830	-0.14098	2.10427	9.0	1.66604	0.05535	2.71887
4.1	1.73874	-0.15517	2.14415	9.1	1.67198	0.04497	2.74020
4.2	1.71837	-0.16601	2.18110	9.2	1.67768	0.03436	2.76185
4.3	1.69732	-0.17351	2.21512	9.3	1.67393	0.02361	2.78310
4.4	1.67563	-0.17766	2.24626	9.4	1.67473	0.01325	2.80446
4.5	1.65414	-0.17849	2.27457	9.5	1.67446	0.00368	2.82561
4.6	1.63246	-0.17705	2.30010	9.6	1.67316	-0.00771	2.84647
4.7	1.61100	-0.17339	2.32295	9.7	1.67084	-0.01780	2.86693
4.8	1.58997	-0.16760	2.34322	9.8	1.66757	-0.02752	2.88690
4.9	1.56936	-0.15978	2.36101	9.9	1.66338	-0.03676	2.90630

X	Si(X)	Ci(X)	Cm(X)	X	Si(X)	Ci(X)	Cm(X)
10.0	1.65835	-0.04546	2.92504	15.0	1.61819	0.04628	3.23877
10.1	1.65253	-0.05352	2.94306	15.1	1.62226	0.04102	3.25067
10.2	1.64600	-0.06099	2.96028	15.2	1.62575	0.03543	3.26287
10.3	1.63883	-0.06751	2.97665	15.3	1.62865	0.02955	3.27530
10.4	1.63112	-0.07332	2.99212	15.4	1.63093	0.02345	3.28792
10.5	1.62294	-0.07828	3.00666	15.5	1.63258	0.01719	3.30064
10.6	1.61439	-0.08237	3.02022	15.6	1.63359	0.01085	3.31343
10.7	1.60556	-0.08555	3.03279	15.7	1.63396	0.00447	3.32619
10.8	1.59654	-0.08781	3.04435	15.8	1.63370	-0.00187	3.33888
10.9	1.58743	-0.08915	3.05491	15.9	1.63280	-0.00812	3.35143
11.0	1.57831	-0.08956	3.06446	16.0	1.63130	-0.01420	3.36379
11.1	1.56927	-0.08907	3.07302	16.1	1.62921	-0.02007	3.37598
11.2	1.56042	-0.08769	3.08061	16.2	1.62657	-0.02566	3.38767
11.3	1.55182	-0.08546	3.08726	16.3	1.62339	-0.03093	3.39909
11.4	1.54356	-0.08240	3.09301	16.4	1.61973	-0.03583	3.41011
11.5	1.53571	-0.07857	3.09792	16.5	1.61563	-0.04031	3.42066
11.6	1.52835	-0.07401	3.10202	16.6	1.61112	-0.04443	3.43073
11.7	1.52135	-0.06879	3.10538	16.7	1.60627	-0.04786	3.44027
11.8	1.51535	-0.06297	3.10806	16.8	1.60111	-0.05087	3.44925
11.9	1.50981	-0.05661	3.11014	16.9	1.59572	-0.05334	3.45765
12.0	1.50497	-0.04978	3.11169	17.0	1.59014	-0.05524	3.46545
12.1	1.50087	-0.04257	3.11277	17.1	1.58443	-0.05657	3.47265
12.2	1.49755	-0.03504	3.11348	17.2	1.57865	-0.05732	3.47923
12.3	1.49501	-0.02729	3.11399	17.3	1.57285	-0.05749	3.48519
12.4	1.49327	-0.01938	3.11408	17.4	1.56711	-0.05708	3.49053
12.5	1.49234	-0.01141	3.11414	17.5	1.56146	-0.05610	3.49530
12.6	1.49221	-0.00344	3.11416	17.6	1.55597	-0.05458	3.49947
12.7	1.49286	0.00443	3.11417	17.7	1.55070	-0.05252	3.50309
12.8	1.49430	0.01214	3.11431	17.8	1.54568	-0.04997	3.50616
12.9	1.49647	0.01961	3.11462	17.9	1.54097	-0.04694	3.50874
13.0	1.49936	0.02676	3.11518	18.0	1.53661	-0.04348	3.51085
13.1	1.50292	0.03385	3.11607	18.1	1.53264	-0.03962	3.51253
13.2	1.50711	0.03989	3.11733	18.2	1.52909	-0.03540	3.51382
13.3	1.51188	0.04574	3.11903	18.3	1.52600	-0.03088	3.51478
13.4	1.51716	0.05104	3.12121	18.4	1.52339	-0.02610	3.51545
13.5	1.52290	0.05576	3.12393	18.5	1.52126	-0.02111	3.51588
13.6	1.52905	0.05984	3.12722	18.6	1.51969	-0.01596	3.51612
13.7	1.53552	0.06327	3.13112	18.7	1.51863	-0.01071	3.51623
13.8	1.54225	0.06602	3.13565	18.8	1.51810	-0.00540	3.51626
13.9	1.54917	0.06806	3.14083	18.9	1.51810	-0.00010	3.51626
14.0	1.55621	0.06940	3.14666	19.0	1.51863	0.00515	3.51629
14.1	1.56330	0.07002	3.15316	19.1	1.51967	0.01029	3.51640
14.2	1.57036	0.06993	3.16031	19.2	1.52122	0.01528	3.51663
14.3	1.57733	0.06914	3.16812	19.3	1.52324	0.02006	3.51704
14.4	1.58414	0.06767	3.17656	19.4	1.52572	0.02459	3.51768
14.5	1.59072	0.06554	3.18561	19.5	1.52862	0.02883	3.51858
14.6	1.59701	0.06278	3.19524	19.6	1.53192	0.03274	3.51979
14.7	1.60296	0.05943	3.20541	19.7	1.53557	0.03628	3.52133
14.8	1.60850	0.05554	3.21609	19.8	1.53954	0.03943	3.52325
14.9	1.61360	0.05113	3.22723	19.9	1.54377	0.04215	3.52557
				20.0	1.54824	0.04442	3.52831



Trazos de las Integrales Seno y Coseno

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin(\tau)}{\tau} d\tau$$

$$Chi(x) = h(\Gamma x) - Ci(x)$$

$$Ci(x) = - \int_x^{\infty} \frac{\cos \tau}{\tau} d\tau = \int_{-\infty}^x \frac{\cos \tau}{\tau} d\tau$$

Por lo tanto de esta tabla:

$$C_{in}(2\pi) = 2,435$$

así:

$$P_{rad} = \eta \frac{I_0^2}{8\pi} (2,435) \quad \text{--- (4.5)}$$

4.6. DIRECTIVIDAD

Está dada por:

$$D_0 = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}} = \frac{U|_{\theta=\pi/2}}{P_{rad}} \quad \text{--- (4.6)}$$

$$D_0 = \frac{4}{C_{in}(2\pi)} = 1,643$$

4.7. APERTURA EFECTIVA

$$A_{ef,max} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0$$

$$A_{ef,max} = 0,13 \lambda \quad \text{--- (4.7)}$$

4.8. RESISTENCIA DE RADIACION

$$R_r = \frac{z_{Prod}}{I_0^2} = \frac{\eta}{4\pi} C_{in}(2\pi) \quad \text{--- (4.8)}$$

Para el vacío $\eta = 120\pi$, por lo que:

$$R_r \doteq 73 \quad (\text{ohms})$$

4.9. REACTANCIA DE ENTRADA DEL DIPOLO

La impedancia de entrada de una antena depende de muchos factores, su frecuencia de operación, su geometría, la proximidad de los objetos a su alrededor, etc.

Existen varios métodos para calcular la impedancia de entrada de una antena; los cuales generalmente pueden ser agrupados en tres categorías:

1. Método de valores en la frontera.
2. Método de la línea de transmisión.
3. Método del vector de Poynting.

El método de valores en la frontera, es un método básico y trata a la antena como un problema de valores en la frontera. La solución se obtiene forzando las condiciones en la frontera - - (usualmente que el campo eléctrico tangencial a la superficie del conductor es nulo), este método es limitado ya que en formas complicadas de antenas no se puede aplicar.

El método del vector de Poynting consiste en integrar este vector sobre una superficie cerrada. Este método fue utilizado -- para el cálculo de la parte real de la impedancia de entrada -- del dipolo, es decir la resistencia de radiación. Es importante hacer notar que el vector de Poynting utilizado fué calculado con las ecuaciones del campo lejano, lo cual determinó que se obtuviera potencia real.

Ya se mencionó que la impedancia de entrada de una antena es en general compleja, por lo cual, en el caso del dipolo estudiado falta obtener la componente reactiva X_m , esto se hará con la aplicación del método de la fem inducida.

El método de la fem inducida, consiste en determinar primero el campo cercano a la antena, y después forzar las condiciones en la frontera con la superficie de la antena.

CAMPOS CERCANOS AL DIPOLO

Considerando las siguientes figuras:

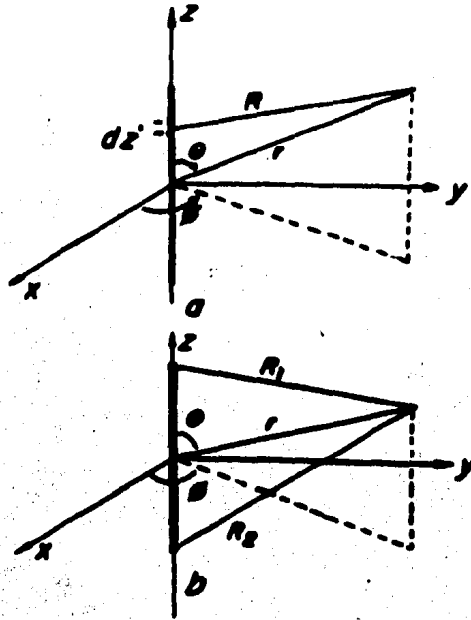


FIGURA (4.3)

Considerando una distribución de corriente senoidal y tomando como referencia la figura 4.3.a.

$$I_0(x', y', z') = \begin{cases} z I_0 \sin(k(L/2 - z')) ; & 0 \leq z \leq L/2 \\ z I_0 \sin(k(L/2 + z')) ; & -L/2 \leq z \leq 0 \end{cases} \quad \text{--- (4.9)}$$

De manera similar a cuando se encontró la resistencia de radiación, se tiene que el vector potencial es:

$$\vec{A} = A_z \vec{z} \quad \text{--- (4.10)}$$

$$A_z = \frac{\mu I_0}{4\pi} \left(\int_{-L/2}^0 \text{sen}(k(L/2 + z')) \frac{e^{-jkR}}{R} dz' + \int_0^{L/2} \text{sen}(k(L/2 - z')) \frac{e^{-jkR}}{R} dz' \right)$$

Considerando que el diámetro del dipolo es muy pequeño, se hace $x' = y' = 0$ esta consideración permite simplificar los cálculos y se tiene que:

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2} \quad \text{--- (4.11)}$$

como:

$$H = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A}$$

Se puede tomar el rotacional en coordenadas cilíndricas (ρ, ϕ, z), y tomando en cuenta que no se tiene variaciones con respecto a ϕ , como lo muestra la expresión de R (ecuación 4.11) y como solo se tienen componentes de "A" en la dirección z , - el rotacional queda:

$$H = \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial \rho} (-\bar{z}) \quad \text{--- (4.13)}$$

Como se puede ver, el campo no es función de ϕ , por lo que se puede seleccionar un valor de éste para reducir las ecuaciones, tomando $\phi = \pi/2$, y sabiendo que:

$$x = \rho \cos \phi$$

$$y = \rho \sin \phi$$

$$z = z$$

se tendrá que:

$$x = 0$$

$$y = \rho$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \rho}$$

entonces la ecuación (4.13) se escribe:

$$H = -\bar{z} \frac{b}{4\pi} \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_{-L/2}^0 \sin(k(L/2 + z')) \frac{e^{-jkr}}{R} dz' + \int_{L/2}^0 \sin(k(L/2 - z')) \frac{e^{-jkr}}{R} dz' \right) \quad \text{--- (4.14)}$$

Haciendo uso de la identidad de Euler, desarrollando y agrupando términos se llega a que (4.14) se puede expresar como:

$$\begin{aligned}
 H = & -\frac{I_0}{4\pi j} \left(e^{jKL/2} \int_0^{L/2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{e^{-jk(R-z)}}{R} \right) dz - e^{-jKL/2} \int_0^{L/2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{e^{-jk(R+z')}}{R} \right) dz' \right) \\
 & \cdot \left(e^{jKL/2} \int_0^{L/2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{e^{-jk(R-z')}}{R} \right) dz' - e^{-jKL/2} \int_0^{L/2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{e^{-jk(R+z')}}{R} \right) dz' \right)
 \end{aligned}$$

---(4.15)

El tercer término se puede integrar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 e^{jKL/2} \int_0^{L/2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{e^{-jk(R-z)}}{R} \right) dz &= y e^{jKL/2} \int_0^{L/2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{e^{-jk(R+z-z)}}{R(R+z-z)} \right) dz \\
 &= y e^{jKL/2} \left(\frac{e^{-jk(R+L/2)}}{R(R+L/2-z)} - \frac{e^{-jkR}}{R(R-z)} \right)
 \end{aligned}$$

(4.16)

Esto se debe a que en la figura (4.3.b) si $\theta = \pi/2$:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2} = \sqrt{y^2 + (z - L/2)^2} \quad \text{---(4.17)}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{y^2 + z^2} \quad \text{---(4.18)}$$

por lo tanto

$$R^2 - (L/2 - z)^2 = y^2$$

$$r^2 - z^2 = y^2 \quad \text{--- (4.19)}$$

entonces la expresión (4.16) se reduce a:

$$e^{jkL/2} \frac{\partial}{\partial y} \frac{e^{-jk(R+z')}}{R} dz' =$$

$$= \frac{e^{jkL/2}}{y} \left(1 - \frac{L/2 - z}{R}\right) e^{-jk(R+z')} \frac{1}{R} dz' \quad \text{--- (4.20)}$$

De manera similar se obtienen los demás términos, sustituyendo estos resultados en (4.15) y después de reducir se tendrá

$$H_{\theta} = -\frac{I_0}{4\pi j} (e^{jkR_1} + e^{jkR_2} - 2 \cos(kL/2) e^{-jkr}) \quad (4.21)$$

donde:

$$R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + z')^2}$$

$$R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - L/2)^2}$$

y a partir de la ecuación de Maxwell, se encontrará el campo E.

$$E = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times H$$

como no existe variación en ϕ :

$$E_x = E_y = -\frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial H_{\theta}}{\partial z}$$

esto es:

$$E_y = j \eta \frac{I_0}{4\pi y} \left((z - L/2) \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + (z + L/2) \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - \right. \\ \left. - 2z \cos(kL/2) \frac{e^{-jkr}}{r} \right) \quad \text{--- (4.22)}$$

y:

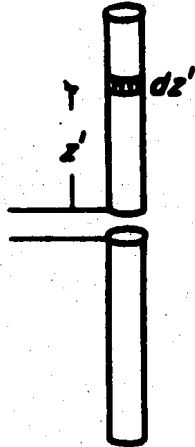
$$E_z = \frac{1}{j\omega y} \frac{\partial}{\partial y} (y H_\phi) \\ E_z = -j \eta \frac{I_0}{4\pi} \left(\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - \right. \\ \left. - 2 \cos(kL/2) \frac{e^{-jkr}}{r} \right) \quad \text{--- (4.23)}$$

Las ecuaciones (4.22) y (4.23) describen la intensidad de campo eléctrico radiado, en la región cercana a la antena, y se obtuvo con la suposición de que el radio del dipolo es igual a cero.

En la práctica estas ecuaciones son válidas cuando el radio de la antena es pequeño comparado con la longitud de onda.

METODO DE LA FEM INDUCIDA

Para fines de análisis considérese la figura (4.4).



FIGURA(4-4)

Al aplicarse una fem al dipolo se produce una corriente Iz en la antena. La corriente Iz produce un campo eléctrico el cual en la región reactiva está dado por la ecuación (4.23).

Este campo (Ez) induce a su vez un campo Ez' en la superficie del dipolo, con lo cual se cumple la condición de frontera para un conductor perfecto, matemáticamente se expresa como:

$$Ez(\rho = a, z = z') = 0$$

$$Ez(\rho = a, z = z') + Ez'(\rho = a, z = z') = 0 \quad \text{--- (4.24)}$$

por lo que:

$$Ez(\rho = a, z = z') = - Ez'(\rho = a, z = z') \quad \text{--- (4.24)}$$

El diferencial de voltaje inducido en dz' está dado por:

$$dVz(\rho = a, z = z') = - Ez(\rho = a, z = z') \quad \text{--- (4.25)}$$

Se puede observar que existe una interacción entre un punto z' cualquiera de la antena y el punto de alimentación. Esta interacción se modela por medio de una impedancia mutua entre estos puntos.

Debido a esto la variación de voltaje dVz origina una variación en la corriente del punto de alimentación (dIm), modelado con la impedancia mutua Z' dada por:

$$Z_I = \frac{dV_z}{dI_m} \quad \text{--- (4.26)}$$

De la misma manera por reciprocidad el voltaje de alimentación V_m origina una corriente I_z en $\rho = a$ y $z = z'$, relacionados por la misma impedancia mútua.

$$Z_I = \frac{V_m}{I_z(\rho = a, z = z')} \quad \text{--- (4.27)}$$

Igualando (4.27) y (4.26):

$$V_m dI_m = dV_z I_z(\rho = a, z = z') \quad \text{--- (4.28)}$$

Por otro lado la impedancia de entrada del dipolo está dada por:

$$Z_m = \frac{V_m}{I_m} = \frac{dV_m}{dI_m} \quad \text{--- (4.29)}$$

de donde:

$$Vm dlm = Im dVm$$

Igualando (4.28) y (4.29)

$$Im dVm = Iz(\rho = a, z = z') dVz(\rho = a, z = z') \quad \text{--- (4.30)}$$

despejando dVm :

$$dVm = \frac{1}{Im} Iz(\rho = a, z = z') dVz(\rho = a, z = z')$$

Sustituyendo (4.25) en la ecuación anterior e integrando:

$$Vm = - \frac{1}{Im} \int_{-L/2}^{L/2} Iz(\rho = a, z = z') Ez(\rho = a, z = z') dz \quad \text{--- (4.31)}$$

de (4.31) y (4.29):

$$Z_m = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} I_z(\rho=0, z=z') E_z(\rho=0, z=z') dz' \quad \text{--- (4.32)}$$

Considerando que I_z está uniformemente distribuida alrededor de la superficie conductora:

$$I_z = 2\pi a k z$$

donde kz es la corriente laminar.

Se supondrá que el campo E producido en la superficie del conductor por la corriente laminar es igual al producido si la corriente estuviese concentrada en un filamento colocado a lo largo del eje del conductor. Con lo que se tiene:

$$I_z = 2\pi a k z = I_m \sin(k(L/2 - |z|)) \quad \text{--- (4.33)}$$

Utilizando la ecuación (4.23) en (4.32) con $lm = l_0$:

$$Z_m = R_m + jX_m = j \frac{\eta}{4\pi} \left(\int_{-L/2}^0 \sin(k(L/2+z)) \left(\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2\cos(kL/2) \frac{e^{-jkr}}{r} \right) dz + \int_0^{L/2} \sin(k(L/2-z)) \left(\frac{e^{jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{jkR_2}}{R_2} - 2\cos(kL/2) \frac{e^{jkr}}{r} \right) dz \right) \quad \text{---(4.34)}$$

Separando parte real y parte imaginaria

$$R_m = \frac{\eta}{4\pi} \left(\int_{-L/2}^0 \sin(k(L/2+z)) \left(-2\cos(kL/2) \frac{\sin(kr)}{r} + \frac{\sin(kR_1)}{R_1} + \frac{\sin(kR_2)}{R_2} \right) dz + \int_0^{L/2} \sin(k(L/2-z)) \left(-2\cos(kL/2) \frac{\sin(kr)}{r} + \frac{\sin(kR_1)}{R_1} + \frac{\sin(kR_2)}{R_2} \right) dz \right) \quad \text{---(4.35)}$$

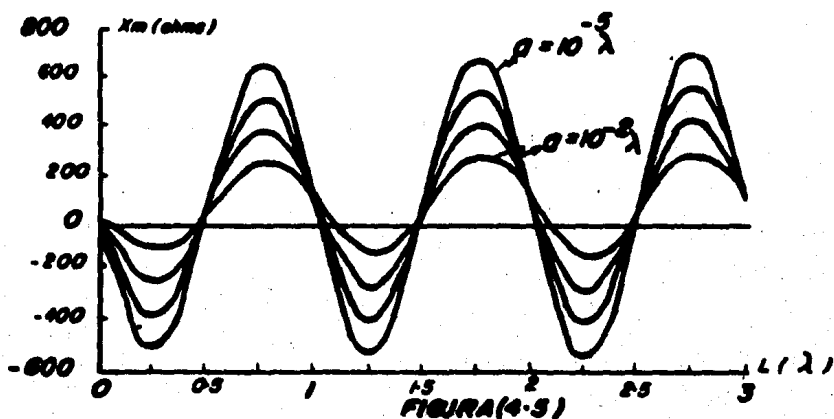
$$\begin{aligned}
X_m = \frac{\eta}{4\pi} & \left(\int_{-L/2}^0 \sin(k(L/2+z')) (-2\cos(kL/2)) \frac{\cos(kr)}{r} + \right. \\
& \left. + \frac{\cos(kr)}{r} + \frac{\cos(kR_2)}{R_2} \right) dz' + \\
& \left(\int_0^{-L/2} \sin(k(L/2-z')) (-2\cos(kL/2)) \frac{\cos(kr)}{r} + \right. \\
& \left. + \frac{\cos(kr)}{r} + \frac{\cos(kR_2)}{R_2} \right) dz' \quad \dots (4.36)
\end{aligned}$$

De manera similar a cuando se obtuvo la resistencia de radiación la ecuación (4.36) nos queda:

$$\begin{aligned}
X_m = \frac{\eta}{4\pi} & (2S_1(kL) + \cos(kL) + \cos(kL)(2S_1(kL) - S_1(2kL)) - \\
& - \sin(kL)(2C_1(kL) - C_1(2kL)) - C_1(2kL^2/L) \quad \dots (4.37)
\end{aligned}$$

Que es la reactancia de entrada de la antena referida al máximo valor de corriente.

La siguiente gráfica nos muestra la reactancia X_m para diferentes valores de longitud y radio del dipolo.



Primera mente se observa de la gráfica (4.5), que la reactancia puede ser reducida a un valor cercano a cero cuando la longitud del dipolo es ligeramente menor que $n \lambda/2, n=1,2,3, \dots$

Esto se hace algunas veces en la práctica para eliminar esa -- componente reactiva y hacer un acoplamiento a la línea, más -- simple y menos costoso.

Otro aspecto importante es cuando $L = n \lambda/2, n=1,2,3, \dots$ el radio no afecta el valor de la reactancia ya que:

$$\text{sen}(kL) = \text{sen}(n\pi) = 0$$

Finalmente se tiene el valor total de la impedancia de entrada del dipolo.

$$Z_{in} = 73 + j42.5 \quad (\text{ohms}) \quad \text{--- (4.38)}$$

Capitulo 5

MONOPOLO $\lambda/4$

Una antena de uso frecuente, es un monopolo de un cuarto de longitud de onda colocado sobre un plano tierra, como lo muestra la siguiente figura; el plano de tierra se considera que es un conductor perfecto.

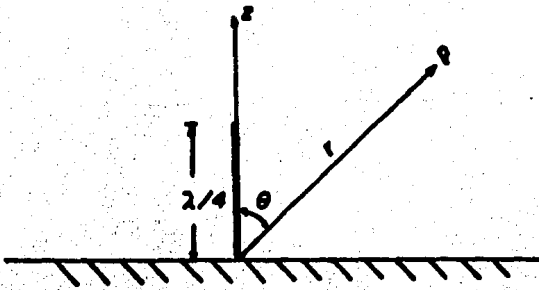
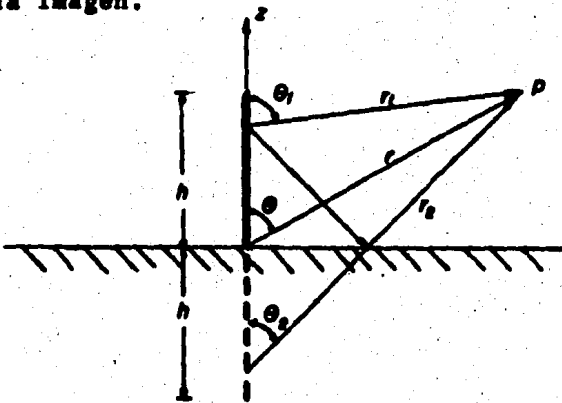


FIGURA (5-1)

Para propósitos de análisis, se considera que existe su antena imagen de un cuarto de longitud de onda abajo del plano de tierra. Esto se explicará enseguida:

5.1. TEORIA DE IMAGENES

Considerando la figura (5.2) donde se muestra con línea continua un monopolo de longitud L y con línea punteada su antena imagen.



FIGURA(5.2)

El campo en el punto P estará compuesto por la suma de la componente directa del monopolo y la componente reflejada, la cual se considera como si fuese radiada por la antena imagen.

Para la componente directa:

$$dE_o^d = i\eta \frac{kI(z) e^{-ikr_1}}{4\pi r_1} \sin \theta_1 dl \quad \dots (5.1)$$

Para la componente reflejada:

$$dE_{\theta}^R = \eta \frac{K l z}{4\pi r_2} e^{-jk r_2} \sin \theta dl R_v \quad \text{--- (5.2)}$$

Donde:

R_v = Coeficiente de reflexión.

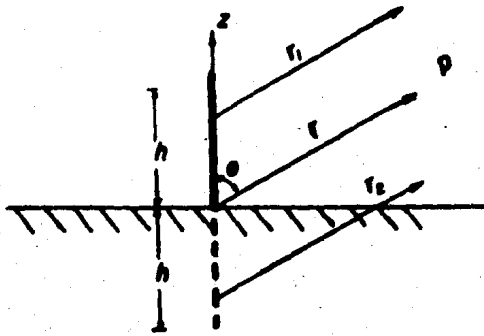
De la figura (5.2):

$$\begin{aligned} r_1 &= \left[r^2 + h^2 - 2rh \cos \theta \right]^{1/2} \\ r_2 &= \left[r^2 + h^2 - 2rh \cos(\pi - \theta) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad \text{--- (5.3)}$$

Por expansión binominal, las ecuaciones 5.3. quedan:

$$\begin{aligned} r_1 &\approx r - h \cos \theta \\ r_2 &\approx r + h \cos \theta \end{aligned} \quad \text{--- (5.4)}$$

Lo que equivale a que la figura (5.2) quede como muestra la figura (5.3):



FIGURA(5-3)

Sustituyendo las ecuaciones (5.4) para términos de fase, con $r1 = r_2 = r$ para términos de amplitud y con $R_V = 1$, las ecuaciones (5.1) y (5.2) quedan:

$$dE_{\theta}^{TOT} = dE_{\theta}^d + dE_{\theta}^R$$

$$dE_{\theta}^{TOT} = j\eta \frac{kI(z) dz}{4\pi r} e^{-jk(r-h \cos \theta)} \sin \theta + j\eta \frac{kI(z) dz}{4\pi r} e^{-jk(r+h \cos \theta)} \sin \theta$$

$$dE_{\theta}^{TOT} = j\eta \frac{kI(z) dz}{4\pi r} \sin \theta \left(e^{-jk(r-h \cos \theta)} + e^{-jk(r+h \cos \theta)} \right)$$

simplificando:

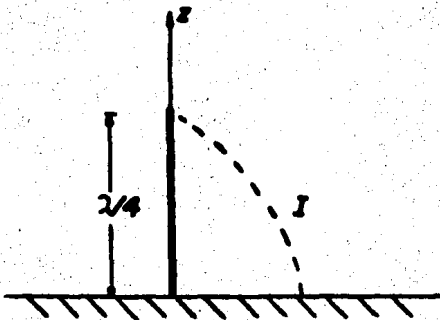
$$dE_{\theta}^{TOT} = j\eta \frac{kI(z) dz}{4\pi r} \sin \theta e^{-jkr} \left(e^{jkh \cos \theta} + e^{-jkh \cos \theta} \right)$$

por lo tanto:

$$dE_{\theta}^{TOT} = j\eta \frac{kI(z) dz}{4\pi r} e^{-jkr} \operatorname{sene} \left[2 \cos(kh \cos \theta) \right] \quad \text{--- (5.5)}$$

La ecuación (5.5) es válida para $z \geq 0$

Si la longitud del monopolo es de $\lambda/4$, se tiene la siguiente distribución de corriente:



$$I = I_m \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \quad | \quad z \geq 0$$

FIGURA (5.4)

Sustituyendo en (5.5) y determinando E_{θ}^{TOT} mediante integración:

$$E_{\theta}^{TOT} = j\eta \frac{kI_m}{4\pi r} e^{-jkr} \operatorname{sene} \int_0^{\lambda/4} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \cos(Kz \cos \theta) dz$$

haciendo:

$$E_0 = 1/\eta \frac{k I_m e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta$$

y sabiendo que:

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \cos(kz \cos \theta) = 1/2 \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda} z + kz \cos \theta\right] + 1/2 \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda} z - kz \cos \theta\right]$$

entonces:

$$E_{\theta}^{TOT} = E_0 \cdot 1/2 \int_0^{l/4} \cos\left[\left(\frac{2\pi}{\lambda} + \cos \theta\right) z\right] dz + 1/2 E_0 \int_0^{l/4} \cos\left[\left(\frac{2\pi}{\lambda} - \cos \theta\right) z\right] dz$$

Realizando la integración:

$$E_{\theta}^{TOT} = 1/2 E_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\frac{2\pi}{\lambda} + \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta} + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\frac{2\pi}{\lambda} - \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta}$$

Utilizando la identidad trigonométrica:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2} \cos \theta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right) \pm \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)$$

se obtiene:

$$E_{\theta}^{TOT} = 1/2 E_0 \left[\frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\frac{2I}{r} + \frac{2I}{r} \cos \theta} + \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\frac{2I}{r} - \frac{2I}{r} \cos \theta} \right]$$

reduciendo:

$$E_{\theta}^{TOT} = 1/2 E_0 \cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta) \frac{4I}{(\frac{2I}{r})^2 (1 - \cos^2 \theta)}$$

$$E_{\theta}^{TOT} = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\frac{2\pi}{r} \sin^2 \theta} \eta \frac{k I_m}{2\pi r} e^{-kr} \sin \theta$$

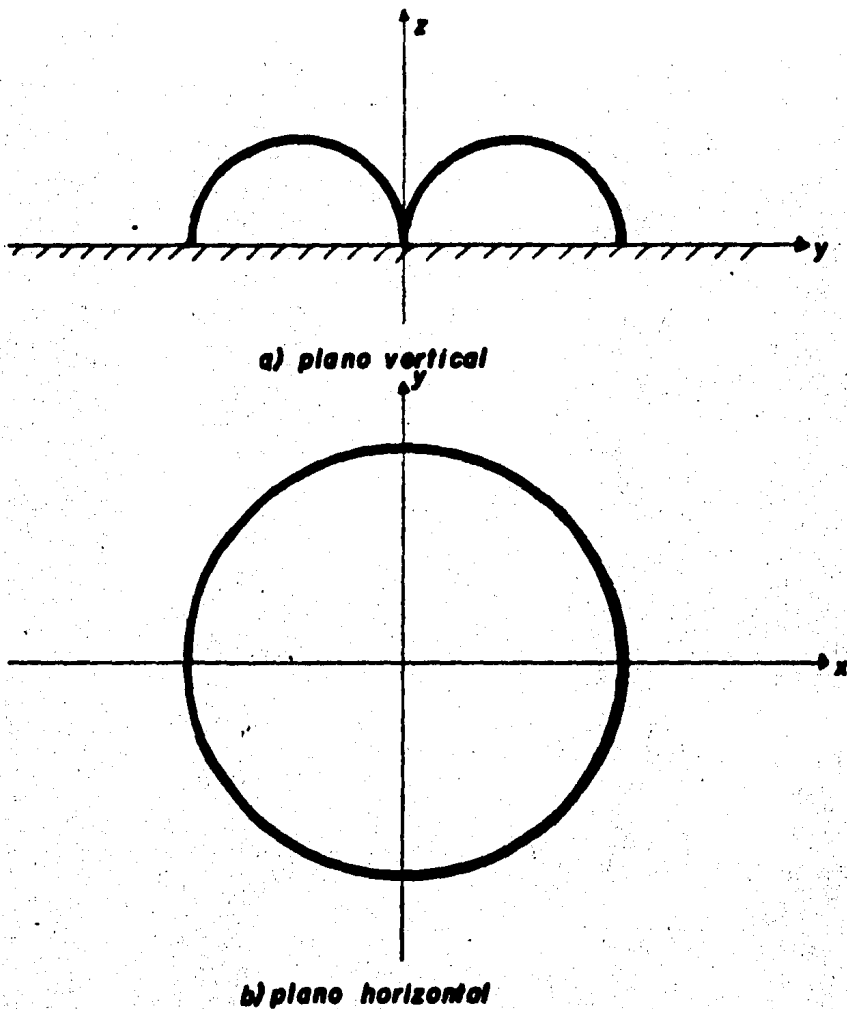
Finalmente:

$$E_{\theta}^{TOT} = \eta \frac{I_m}{2\pi r} e^{-kr} \left[\frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} \right] \quad \text{--- (5.6)}$$

La ecuación (5.6) es válida para $Z \gg 0$.

Se observa que esta última ecuación es la misma que para el dipolo de media longitud de onda, pero con la limitante de que será válida solo para valores $Z \gg 0$.

La ecuación (5.6), muestra el campo eléctrico radiado por un monopolo $\lambda/4$ en la región lejana. Graficando este campo en los planos principales:



FIGURA(5-5)

De esta figura (5.5), se pueden observar las características de radiación del monopolo $\lambda/4$, en el plano horizontal se observa una omnidireccionalidad; esto es, la radiación es igual en cualquier dirección sobre este plano.

En el plano vertical, hacia la dirección "Z", no existe radiación y se va haciendo más intensa hacia el plano horizontal.

De estas características se nota el por qué esta antena es muy utilizada en radiodifusión y cuando se quieren cubrir todas las zonas alrededor de la antena.

5.2. DENSIDAD DE POTENCIA MEDIA RADIADA

$$S_r = \frac{|E|^2}{2\eta}$$

por tanto:

$$S_r = \frac{15}{4\pi} \frac{I_m^2}{r^2} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin^2 \theta} \quad \text{--- (5.7)}$$

5.3. INTENSIDAD DE RADIACION

$$U(\theta, \phi) = r^2 S_r$$

$$U(\theta, \phi) = \frac{15}{\pi} I_m^2 \frac{\cos^2(\pi/2 \cos \theta)}{\sin^2 \theta} \quad \text{--- (5.8)}$$

5.4. POTENCIA MEDIA RADIADA

$$P_{rad} = \int_{\Omega} S_r \cdot ds$$

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{15}{\pi} \frac{I_m^2}{r^2} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin^2 \theta} r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$P_{rad} = 30 I_m^2 \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} \, d\theta$$

Donde:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} d\theta = C_{in}(\frac{\pi}{2}) = 0.5588$$

la integral anterior fué definida en el capítulo 4

Por lo tanto:

$$P_{rad} = 30 C_{in}(\frac{\pi}{2}) I_m^2$$

$$P_{rad} = 16.765 I_m^2 \quad \text{--- (5.9)}$$

5.5. DIRECTIVIDAD

$$D_0 = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}}$$

$$D_0 = 3.579 \cdot 5.538 \text{ (db)} \quad \text{(5.10)}$$

5.6. APERTURA EFECTIVA

$$A_{efmax} = \frac{l^2}{4\pi} D_0$$

$$A_{efmax} = 0.4 l^2 \quad \text{--- (5.11)}$$

5.7. IMPEDANCIA DE ENTRADA

$$Z_{in} = R_{rad} + jX_m$$

$$R_{rad} = \frac{2P_{rad}}{I_m}$$

$$R_{rad} = 60 C_m \left(\frac{\pi}{2} \right)$$

$$R_{rad} = 33.528 (\Omega)$$

La obtención de X_m esta en base a las curvas para obtener la reactancia del dipolo $l/2$. Considerando al monopolo como la mitad del dipolo, de aquí:

$$X_m = 21.5 \Omega$$

Finalmente:

$$Z_{in} = 36.5 + j 21.5 \Omega$$

--- (5.12)

Capítulo 6

ANTENA HELICOIDAL

6.1. INTRODUCCION

Una configuración muy simple y práctica para un radiador de ondas electromagnéticas es una hélice o antena helicoidal, - como la que se muestra en la figura (6.1).

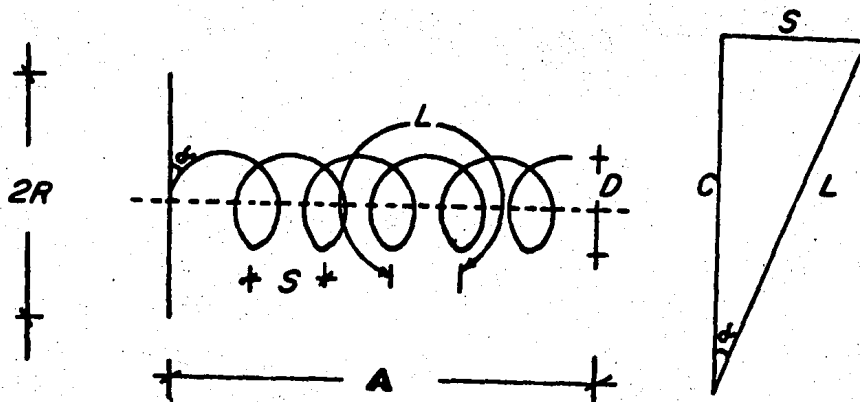
La antena helicoidal puede operar de varias formas, de las - cuales, las más utilizadas son la forma "normal" y la forma "axial". La forma axial es usualmente la más utilizada porque provee una polarización circular de la señal en un amplio rango de frecuencias, y además en esta forma es más eficiente.

Su aplicación operando en la forma "axial", esta en varios -- campos de las comunicaciones, como son: TELEMETRIA, PRUEBAS - ESPACIALES, SATELITES, ETC.

6.2. DIMENSIONES DE LA ANTENA

Refiriéndose a la figura (6.1), la antena helicoidal tiene -- las siguientes dimensiones:

- D = diámetro de la hélice.
- C = circunferencia de la hélice = πD .
- S = espaciamiento entre vueltas.
- α = ángulo de paso.
- L = longitud de una vuelta.
- N = número de vueltas.
- A = longitud axial = NS
- D = diámetro del conductor.
- R = radio del plano de tierra.



figura(6-1)

6.3. FORMA DE RADIACION

6.3.a. FORMA "NORMAL"

En esta forma de operación, el campo radiado por la antena, tiene un máximo en un plano normal al eje de la hélice y un mínimo a lo largo de su eje. Para obtener esta forma de operación, las dimensiones de la hélice deben ser pequeñas comparadas con la longitud de onda de la frecuencia de operación - $(NL \ll \lambda)$.

6.3.b. FORMA "AXIAL"

Esta es la forma más práctica de operación y se puede generar con mucha facilidad. En esta forma de operación hay solamente un lóbulo mayor, y la máxima intensidad de radiación está a lo largo del eje de la hélice, como lo muestra la figura -- (6.2).

Para obtener esta forma de radiación, la circunferencia de la hélice debe estar cerca de la longitud de onda ($3/4L < C < 4/3L$). Cuando $C \approx \lambda$, se está en el óptimo, el ángulo de paso debe estar entre $12^\circ < \alpha < 18^\circ$, con $\alpha = 14^\circ$ se está en el óptimo. El plano de tierra debe tener un radio de $\lambda/12$ cuando menos. Las dimensiones de la hélice para operar en esta forma no son muy críticas, lo que da por resultado que se pueda operar en un amplio ancho de banda.



figura(6-2)

A continuación se deducirá la forma de radiación de la antena helicoidal, considerandola como un arreglo de antenas. Se -- aplicará el principio de multiplicación de patrones que tam-- bién será estudiado.

6.4. ARREGLOS DE ANTENAS Y PRINCIPIO DE MULTIPLICACION DE -- PATRONES

Se forma un arreglo de antenas cuando un grupo de éstas se co-- loca de tal forma que configuran cualquier forma geométrica - (líneas, rectángulos, círculos, etc.). El conjunto funciona como una sola antena, pero, con características en el patrón de intensidad de radiación, directividad, etc., que serían di-- ficiles de obtener con una sola antena.

**CLASIFICACION
GENERAL DE
ARREGLOS**

LINEALES.- Se denominan arreglos lineales porque los elementos se colocan a lo largo de un segmento de recta.

PLANOS.- Los elementos se colocan en un plano, de tal manera que forman un enrejado.

CIRCULARES.- Los elementos se colocan en forma tal, que describen el perímetro de una circunferencia.

Los principales factores que influyen en un arreglo son:

1. La configuración geométrica del arreglo.
2. La amplitud de la señal de excitación para cada uno de los elementos del arreglo.
3. El espaciamiento entre los elementos.
4. La diferencia de fase entre las señales de excitación de los elementos.

6.5. ARREGLO LINEAL DE "N" FUENTES

La antena helicoidal se analizará considerándola como un arreglo lineal de espiras, obteniendo con esto resultados bastante aproximados a los obtenidos empíricamente.

Cabe aclarar que al analizar cualquier arreglo de antenas, no

se toma en cuenta el acoplamiento que existe entre las fuentes radiadoras. Debido a esto, el campo total es la suma de los campos producidos por cada fuente.

En la figura (6.3), se muestra un arreglo lineal de "N" fuentes isotrópicas. Debido a que el arreglo es lineal uniformemente espaciado y se tienen los mismos elementos radiadores, se puede aplicar el "principio de multiplicación de patrones" para encontrar el campo total en el punto P.

Este principio establece que el campo total en el punto "P" es igual al producto del campo producido por alguna de las fuentes, colocada en algún punto de referencia, y un factor de arreglo.

Esto se expresa como:

$$E_{TP} = E(\text{debido a una sola fuente}) \times \text{Factor de Arreglo}$$

o en general:

$$E_{TP} = E \times F.A. \quad \text{--- (6.1)}$$

Como se podrá observar más adelante, el factor de arreglo es función del número de elementos, de su disposición geométrica, de sus dimensiones y de las fases entre señales de excitación entre elementos.

El factor de arreglo F.A. no depende de las características -- direccionales de los elementos. Esto es importante, ya que implica que en cualquier arreglo, las fuentes radiadoras pueden considerarse como puntuales, con la finalidad de obtener el -- "F.A."

Lo anterior queda claro mediante el siguiente análisis:



FIGURA(6-3)

El campo en el punto "P" es la suma de los campos radiados por cada una de las "N" fuentes, es decir:

$$E = 1 + e^{j\psi} + e^{2j\psi} + \dots + e^{(N-1)j\psi} \quad \dots (6.2)$$

Donde:

ψ = Diferencia total de fase entre las fuentes adyacentes y está dada por:

$$\psi = \beta S \cos \theta + \delta \quad \dots (6.3)$$

E = Campo total, considerando unitaria la amplitud de los campos producidos por las "N" fuentes.

δ = Es el defasamiento entre las señales de excitación de las fuentes radiadoras.

Si se multiplica la ecuación (6.2) por $e^{j\psi}$ en ambos miembros:

$$Ee^{j\psi} = e^{j\psi} + e^{2j\psi} + \dots + e^{Nj\psi} \quad \text{---(6.4)}$$

restando la ecuación (6.2) a la ecuación (6.4) y dividiendo entre $1 - e^{j\psi}$:

$$E = \frac{1 - e^{Nj\psi}}{1 - e^{j\psi}} \quad \text{---(6.5)}$$

o bien:

$$E = \frac{e^{jN\psi/2}}{e^{j\psi/2}} \left[\frac{e^{-jN\psi/2} - e^{jN\psi/2}}{e^{-j\psi/2} - e^{j\psi/2}} \right] \quad \text{---(6.6)}$$

por lo tanto:

$$E = E_0^j \frac{\text{sen}(N/2\psi)}{\text{sen}(1/2\psi)} \quad \text{--- (6.7)}$$

donde:

$$\psi = (N-1)/2 \psi \quad \text{--- (6.8)}$$

Si la fase ψ es referida a la fuente central del arreglo, la ecuación (6.7) queda:

$$F.A. = \frac{\text{sen}(N/2\psi)}{\text{sen}(1/2\psi)} \quad \text{--- (6.9)}$$

Esta ecuación es llamada "FACTOR DE ARREGLO" para "N" fuentes puntuales.

6.6. FASE PARA MAXIMA RADIACION AXIAL

Un arreglo de "N" fuentes puntuales puede concentrar la radiación en cualquier dirección, dependiendo de la fase total " ψ " que se tenga entre fuentes.

Para obtener una expresión matemática más aproximada a la realidad, se puede considerar la condición de HANSEN y WOODYARD para el análisis de la antena helicoidal.

Para aumentar la directividad de un arreglo axial ordinario, sin cambiar ninguna de las otras características, HANSEN y WOODYARD determinaron que se requería un defasamiento adicional de π/N , entre "N" elementos cercanos y uniformemente espaciados. Esta condición incrementa la directividad pero no implica que se obtenga el valor máximo. Por lo tanto, el valor de fase acumulada queda:

$$\int = -2\pi(1 + S/\lambda + 1/2N) \quad \text{--- (6.13)}$$

6.7. FACTOR DE ARREGLO NORMALIZADO

A partir de (6.13) y (6.3), sustituyendo en (6.9):

$$FA = 1/\text{sen}(\pi/2N)$$

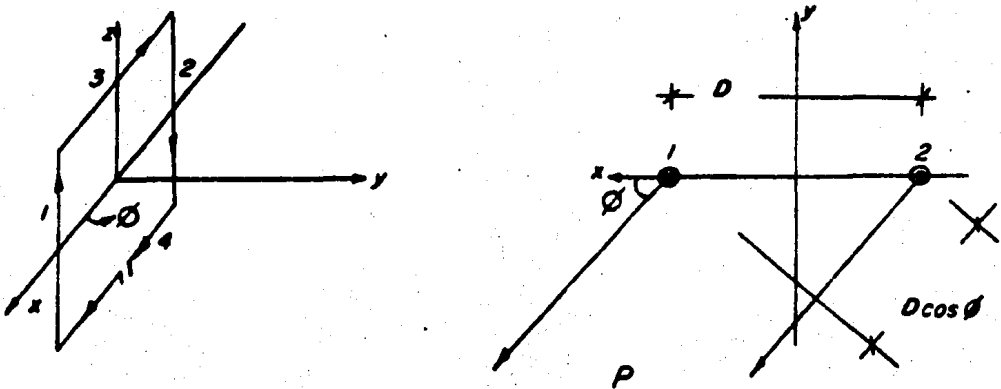
Por lo que el factor de arreglo normalizado queda:

$$FA = \text{sen}(\pi/2N) \frac{\text{sen}(N/2 \Psi)}{\text{sen}(1/2 \Psi)} \quad \text{--- (6.14)}$$

6.8. CAMPO RADIADO POR UNA SOLA ESPIRA

Hasta ahora se ha obtenido el factor de arreglo, ahora se obtendrá el campo radiado por una sola espira de la antena, para después aplicarlo en el principio de multiplicación de patrones.

Para obtener el campo radiado por una espira, se va a modelar a ésta como si fuera una antena de lazo cuadrada. Esto es posible cuando las dimensiones del lazo y la espira son comparables, por lo que, considerando la figura (6.4):



figura(6.4)

En el plano XY el campo radiado por las trayectorias 3 y 4 se anula, por lo que en este plano el campo solo es debido a los conductores 1 y 2.

Analizando el campo para este plano:

Sumando los campos en el punto "P" según la figura (6.4):

$$E = 2E_0 \cos(\psi/2) \quad \text{--- (6.15)}$$

donde:

ψ = Defasamiento entre las ondas electromagnéticas debido a la corriente en 1 y las ondas de la corriente 2.

E_0 = Valor máximo de los campos de las dos corrientes.

ψ está dado por:

$$\psi = \beta D \cos \theta + 180^\circ$$

Donde los 180° son debido a que las corrientes son opuestas.

Por lo tanto:

$$E = 2E_0 \cos(\pi/\lambda D \cos \theta + 90^\circ) \quad \text{--- (6.16)}$$

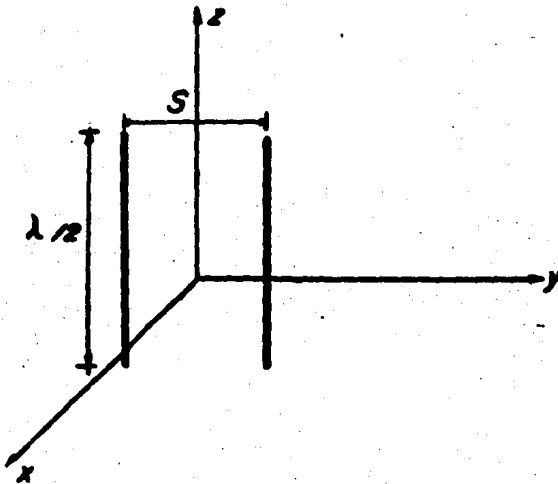
como: $-\sin \theta = \cos(\theta + 90^\circ)$

$$E = -2E_0 \sin(\pi D/\lambda \cos \theta) \quad \text{--- (6.17)}$$

La antena Yagi está clasificada como una antena directiva, de elementos parásitos paralelos. Tiene un vasto campo de aplicación en sistemas de comunicaciones en las bandas de frecuencia VHF, UHF y HF, debido a sus propiedades y a su facilidad de construcción.

DESCRIPCION FISICA Y PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

Para comprender el funcionamiento de esta antena se puede partir de un arreglo de dipolos alimentados directamente, es decir, activos, como los mostrados en la figura (7.1).



FIGURA(7.1)

Se puede analizar este arreglo mediante el principio de multiplicación de patrones, que ya se ha estudiado, despreciando los efectos de acoplamiento entre elementos.

Por lo que la expresión (6.18) queda:

$$E = \cos \phi \quad \text{--- (6.19)}$$

Finalmente, el campo radiado por una antena helicoidal, está dado por:

$$E_{TP} = \text{sen}\left(\frac{\pi}{2N}\right) \frac{\text{sen}\left(\frac{N}{2} \psi\right)}{\text{sen}\left(\frac{1}{2} \psi\right)} \cos \phi \quad \text{---(6.20)}$$

Donde ψ está dado por la expresión (6.13). A manera de resumen, las propiedades de una antena helicoidal están dadas por:

CAMPO RADIADO:

$$E_{TP} = \text{sen}\left(\frac{\pi}{2N}\right) \frac{\text{sen}\left(\frac{N}{2} \psi\right)}{\text{sen}\left(\frac{1}{2} \psi\right)} \cos \phi \quad \text{--- (6.20)}$$

Donde:

$$\psi = 2\pi \left[\frac{S}{\lambda} (\cos \phi - 1) - \frac{l}{2N} \right] \quad \text{--- (6.13)}$$

ANCHO DE HAZ:

$$B_{oc} = \frac{32 \lambda}{C \sqrt{N S / \lambda}} \quad \text{--- (6.21)}$$

DIRECTIVIDAD:

$$D = \frac{15 C N S}{\lambda^3} \quad \text{--- (6.22)}$$

IMPEDANCIA DE ENTRADA:

Basados en mediciones, cuando $C < 2/3 \lambda$, la impedancia de entrada de la antena es muy sensible a los cambios de frecuencia, sin embargo, cuando $3/4 \lambda < C < 4/3 \lambda$, la impedancia de entrada es casi constante, siempre y cuando N sea mayor a 3. Esta impedancia es casi resistencia pura y está dada por:

$$R_{in} = 140 C / \lambda \quad \text{--- (6.23)}$$

Capítulo 7

ANTENA

YAGI-UDA

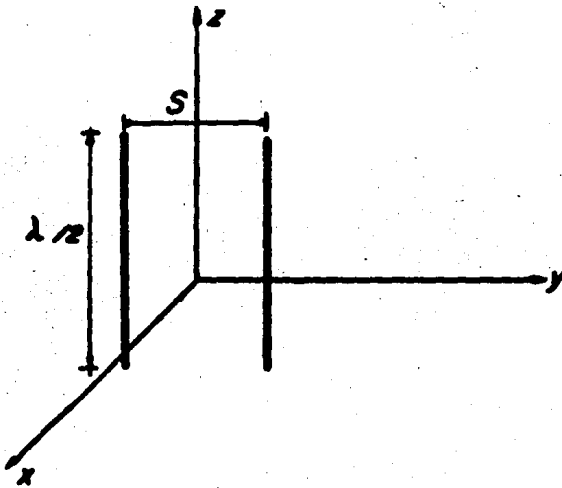
Con la finalidad de obtener valores de directividad y ganancia altos, se han desarrollado los arreglos directivos de antenas que pueden dividirse en dos clases, de acuerdo a su forma de alimentación:

1. De alimentación directa. Estos arreglos tienen la característica de que todos y cada uno de sus elementos están alimentados directamente por la fuente.
2. De elementos parásitos. Son arreglos en los cuales al menos un elemento está alimentado y los demás, llamados parásitos, son energizados por los campos producidos por los elementos alimentados.

La antena Yagi está clasificada como una antena direcciva, de elementos parásitos paralelos. Tiene un vasto campo de aplicación en sistemas de comunicaciones en las bandas de frecuencia VHF, UHF y HF, debido a sus propiedades y a su facilidad de construcción.

DESCRIPCION FISICA Y PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

Para comprender el funcionamiento de esta antena se puede partir de un arreglo de dipolos alimentados directamente, es decir, activos, como los mostrados en la figura (7.1).



FIGURA(7-1)

Se puede analizar este arreglo mediante el principio de multiplicación de patrones, que ya se ha estudiado, despreciando los efectos de acoplamiento entre elementos.

Mediante este método se demuestra fácilmente que el campo total es igual a:

$$E_t = E(\text{dipolo}) \times \text{Factor de Arreglo} \quad \text{--- (7.1)}$$

donde:

$$E(\text{dip.}) = E_0 = j \eta \frac{I_0 e^{-jkR}}{2\pi R} \frac{\cos(\pi/2 \cos \theta)}{\sin \theta} \quad \text{--- (7.2)}$$

Para el caso de dos elementos el factor de arreglo queda:

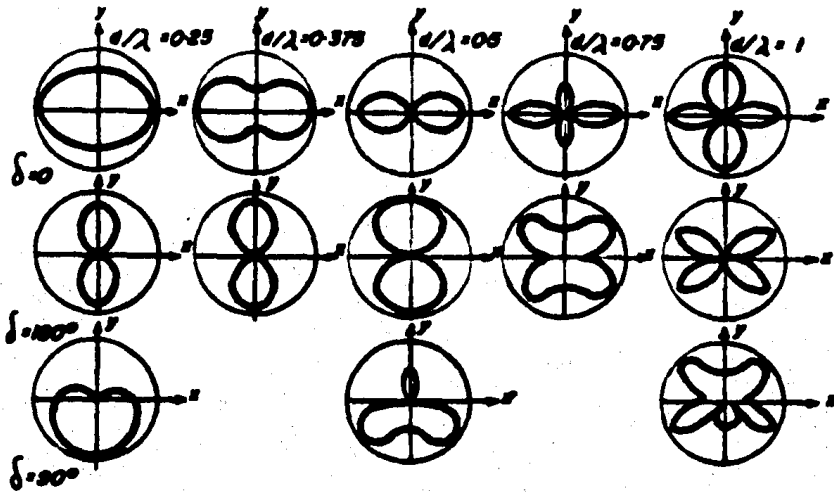
$$F.A = \frac{\sin(\psi)}{\sin(\psi/2)} \quad \text{--- (7.3)}$$

donde:

$$\psi = \beta S \cos \theta + \delta$$

Interesa conocer la influencia de la fase " δ " y el espaciamento " S ", en la forma del factor de arreglo, el cual determina la forma de radiación del arreglo de dipolos.

Lo anterior se muestra en las siguientes figuras:

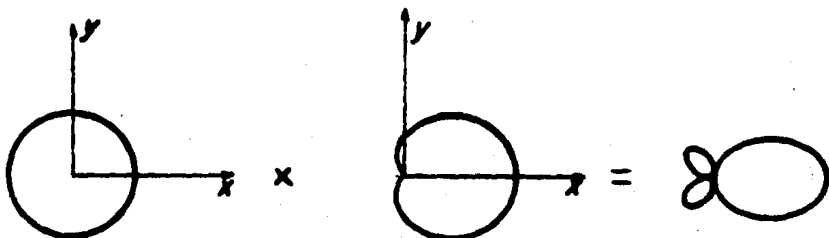


FIGURA(7.2)

De las figuras (7.2) se observa que, dependiendo de " δ " y " s " se presentan varios casos en los que el factor de arreglo tiende a ser directivo.

Como se puede observar, para el caso de $\delta = 90^\circ$ y $S = 0.25\lambda$, - la gráfica del factor de arreglo es una cardioide. Por lo tanto si se quisiera que el arreglo de dipolos sea directivo, se debe tratar de lograr que el defasamiento entre las señales de excitación de los dipolos sea de 90° y que estén separadas una distancia de $S = 0.25\lambda$ o valores cercanos a éste.

En este caso el patrón que se obtendría es el que se muestra en la figura (7.3).

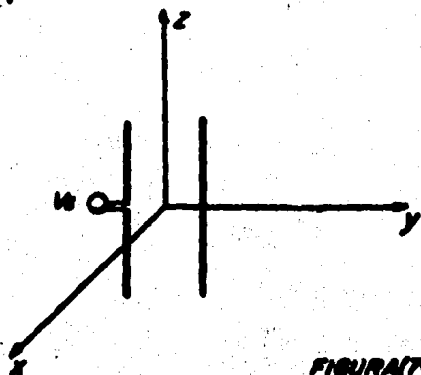


FIGURA(7.3)

El valor máximo del factor de arreglo está dirigido hacia uno de los dipolos, por lo cual al otro dipolo se le llama "reflector activo", debido a que no se produce radiación hacia su dirección.

Cabe aclarar que el término "reflector" no indica que exista -- una reflexión de ondas en éste, ya que lo que ocurre realmente es que la corriente en éste tiene una fase que produce un campo que se anula en una dirección con el campo producido por el -- otro elemento, y se suma en la dirección opuesta.

Ahora considérese que se tiene un arreglo con un elemento alimentado y un elemento parásito como se muestra en la figura -- (7.4).



FIGURA(7.4)

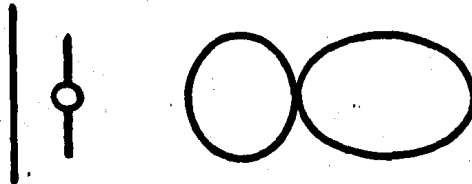
De lo observado anteriormente, se determinó el espaciamiento "S" y la relación de fase que se requiere para que el factor de arreglo sea direccional.

Como ya se tiene un espaciamiento entre elementos óptimo -- ($S = 0.25 \lambda$) y en este caso uno de los dipolos tiene que ser alimentado indirectamente, es decir por inducción, se presenta el problema de cómo lograr que el desfaseamiento " δ " entre señales de excitación sea de 90° o un valor cercano a éste.

La única forma de lograr esto es variando la longitud del dipolo parásito.

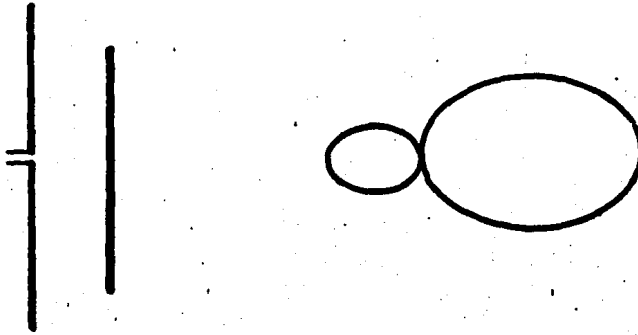
Si se aumenta un poco la longitud del elemento parásito (L un poco mayor a $\lambda/2$) se logra que la radiación se dirija hacia el elemento alimentado. Esto se muestra en la figura (7.5).

FIGURA(7.5)



Lo que ocurre al aumentar la longitud del elemento es lograr que el elemento parásito presente una reactancia inductiva - (ver curvas de reactancia inductiva del dipolo) con lo cual se provoca el desfaseamiento requerido para que funcione como "reflector" pasivo y hacer que la radiación sea dirigida hacia el elemento alimentado.

Si el elemento parásito es disminuido en su longitud (un poco menor a $\lambda/2$), presenta una reactancia capacitiva, produciendo que la radiación se dirija hacia éste, como se muestra en la figura (7.6).



FIGURA(7-6)

En este caso al elemento parásito se le llama director pasivo. En este elemento la fase de la señal es tal, que produce un campo que se suma con el campo producido por el dipolo alimentado.

En este elemento la fase de la corriente es tal, que produce un campo que se suma con el campo producido por el dipolo alimentado, de tal manera que la radiación se dirige hacia el elemento parásito.

Los dos casos anteriores de elementos parásitos son la base de la antena Yagi-Uda.

Un arreglo Yagi-Uda de N dipolos paralelos se muestra en la figura (7.7).

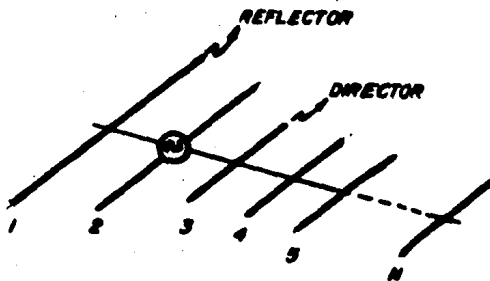


FIGURA (7-7)

No obstante que el diseño de la antena Yagi-Uda se basa en el estudio anterior, la mayoría de sus propiedades han sido determinadas experimentalmente. De aquí que existan una gran variedad de resultados tabulados con los cuales se puede diseñar.

Basados en métodos experimentales y en la aplicación de métodos numéricos se ha concluido que:

- a) El reflector tiene:
 - efectos despreciables en la ganancia.
 - efectos considerables en la relación frente atrás y en la impedancia de entrada.
- b) La longitud y diámetro del alimentado tiene:
 - efectos considerables en la ganancia.
 - es determinante en la impedancia de entrada, de aquí que su geometría se selecciona para controlar este valor.
- c) Las dimensiones de los directores y el espaciamiento entre ellos tiene:
 - gran efecto en la ganancia y la directividad.
 - influye en el valor de la impedancia de entrada.

ALGUNOS ASPECTOS TEORICOS DE LA ANTENA YAGI-UDA.

No existe un estudio matemático completo que describa todas -- las variaciones posibles de los parámetros de esta antena, de hecho, como se mencionó, la mayoría de sus propiedades fueron determinadas experimentalmente y posteriormente se les trató -- de dar una forma matemática.

Un posible método de análisis matemático es el siguiente. Considerando la figura (7.8), la corriente en cada elemento -- se puede modelar mediante una serie de fourier como la siguiente te:

$$I_n(z') = \sum_{m=1}^M I_{nm} \cos((2m-1)\pi z'/L_n) \quad \begin{matrix} m=1,2,3,\dots \\ M \rightarrow \infty \end{matrix} \quad (7.4)$$

Donde n , es el elemento n ésimo.

L_n ; longitud del elemento n .

m ; es el número de armónicas de la serie de fourier $1 \leq m \leq M$

I_{nm} ; es un coeficiente complejo.

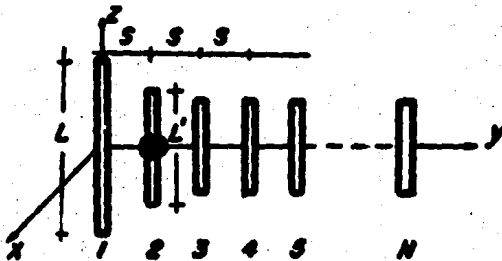


FIGURA (7-8)

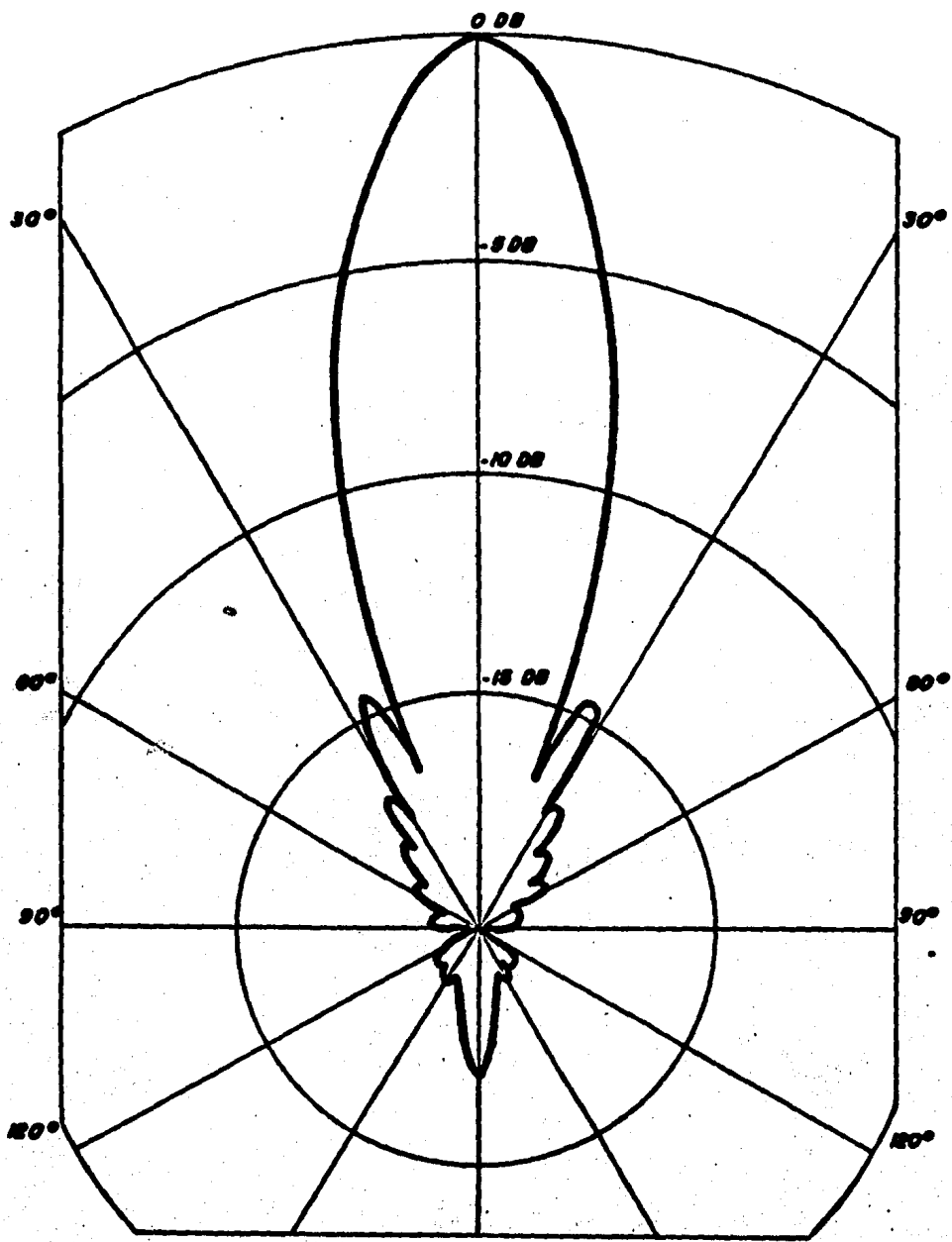
Como los elementos de la antena son dipolos y el campo de un dipolo está dado por:

$$E_0 = j \frac{k E}{4 \pi r} \sin \theta \left[\sum_{m=1}^N I_m \cos((2m-1)\pi z/L) \right] e^{jkz \cos \theta} dz \quad (7.5)$$

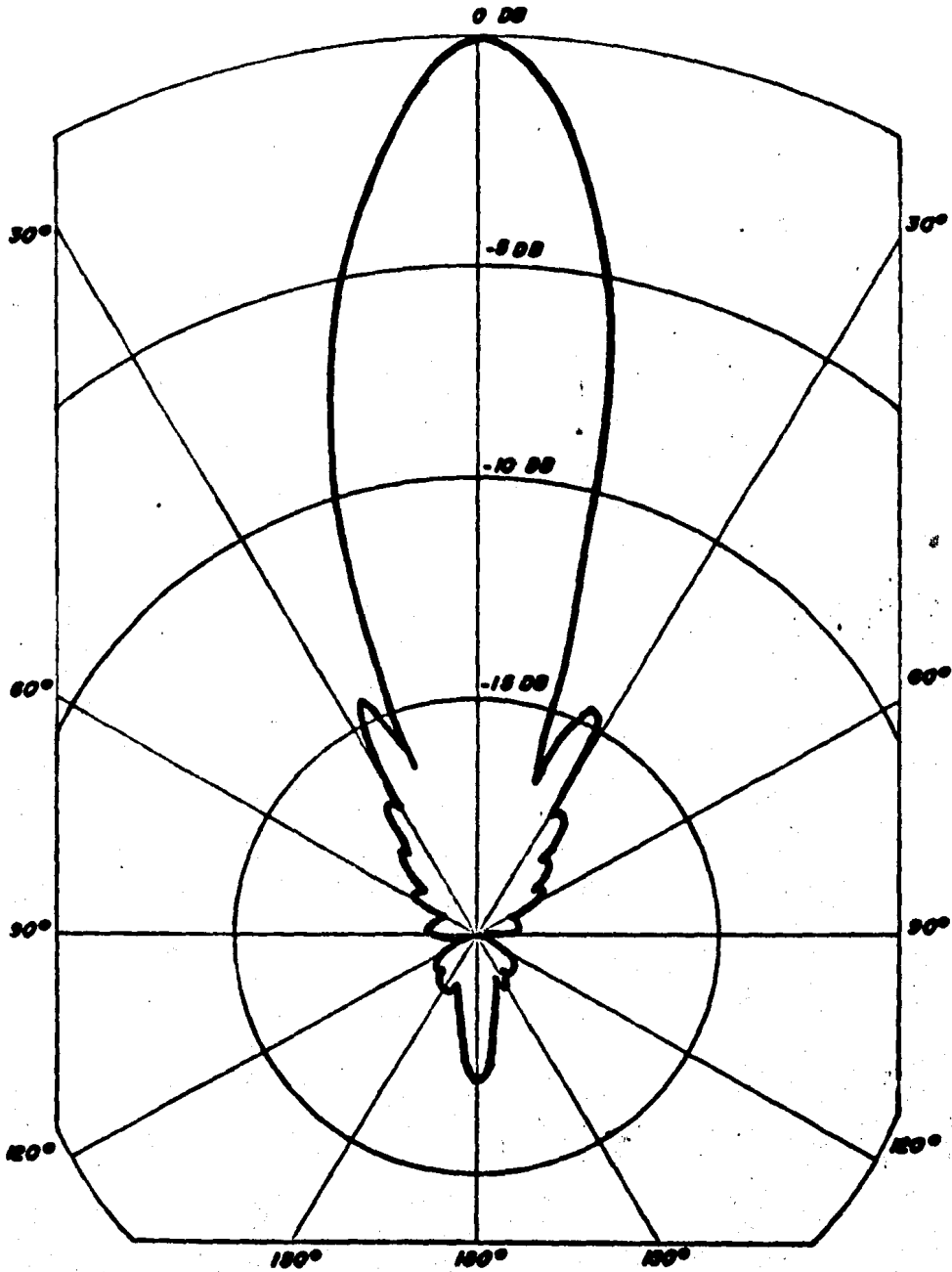
El campo total debido a los "N" elementos a partir de la cual se pueden encontrar los demás parámetros de la antena como la densidad de potencia, ganancia, resistencia de radiación, etc., es de la forma:

$$E_0 = \sum_{n=1}^N E_{0n} \quad \text{---(7.6)}$$

El patrón típico de una antena Yagi-Uda se muestra en la siguiente figura.



FIGURA(7-3a) PLANO HORIZONTAL



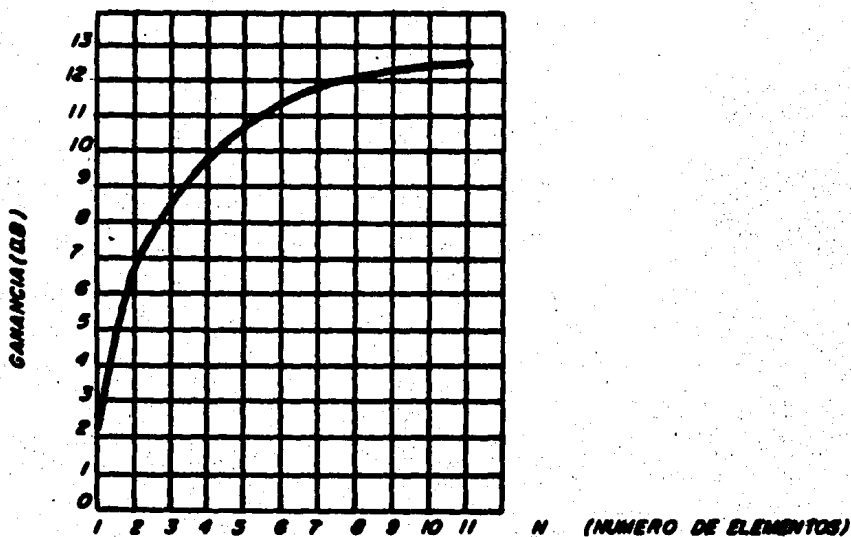
FIGURA(7-96) PLANO VERTICAL

Un análisis más detallado se puede encontrar en las referen--
cias que se indican al final del capítulo.

DISEÑO DE UNA ANTENA YAGI-UDA

Como ya se ha mencionado, gran parte de la teoría de esta antena ha sido obtenida experimentalmente, debido a ésto, se tiene una gran cantidad de resultados tabulados con los que se puede diseñar.

Como en este caso la finalidad es diseñar una antena para pruebas de laboratorio y no realizar un análisis matemático riguroso, se utilizarán las siguientes tablas y gráficas como punto de partida, ya que se realizarán pruebas para comparar y -- ajustar los resultados tabulados.



LONGITUD DE LOS ELEMENTOS

(N) NUMERO DE ELEMENTOS	ESPACIA- MIENTO (λ)	LONGITUD DE LOS ELEMENTOS				GAINANCIA (DB)	RELACION FRONTE ATRAS	DISTANCIA DE ENTRADA (CMMS)	PLANO H		PLANO E	
		LONGITUD DEL REFLECTOR (λ)	LONGITUD DEL ALIMENTADO (λ)	LONGITUD DEL DIRECTOR (λ)	ANCHO DE HAZ ($^{\circ}$)				NIVEL DE LOBULOS LATERALES (DB)	ANCHO DE HAZ ($^{\circ}$)	NIVEL DE LOBULOS LATERALES (DB)	
3	0.25	0.479	0.453	0.45	9.4	5.6	223+j15	64	-11	66	-34.5	
4	0.15	0.486	0.459	0.53	9.7	8.2	35.7+j9.6	64	-11.6	66	-22.8	
4	0.20	0.503	0.474	0.463	9.3	7.5	5.6+j20.7	64	-5.2	54	-25.4	
4	0.25	0.486	0.463	0.456	10.4	6	10.3+j23.5	60	-5.8	52	-15.8	
4	0.30	0.475	0.453	0.446	10.7	5.2	25.8+j23.2	64	-7.3	66	-18.5	
5	0.15	0.505	0.476	0.456	10	13.1	9.6+j13	76	-8.9	62	-23.2	
5	0.20	0.486	0.462	0.449	11	9.4	18.4+j17.6	68	-8.4	58	-18.7	
5	0.25	0.477	0.451	0.442	11	7.4	53.3+j6.2	66	-8.1	58	-19.1	
5	0.30	0.482	0.459	0.451	9.3	2.9	19.3+j39.4	43	-3.3	40	-9.5	
6	0.20	0.482	0.456	0.437	11.2	9.2	51.3-j1.9	68	-9	58	-20	
6	0.25	0.484	0.459	0.446	11.9	9.4	23.2+j21	56	-7.1	50	-13.8	
6	0.30	0.472	0.449	0.437	11.6	6.7	61.2+j7.7	56	-7.4	52	-14.8	
7	0.20	0.489	0.463	0.444	11.6	12.6	20.6+j16.8	58	-7.4	52	-14.1	
7	0.25	0.477	0.454	0.434	12	8.7	57.2+j1.9	58	-8.1	52	-15.4	
7	0.30	0.475	0.455	0.439	12.7	8.7	35.9+j21.7	50	-7.3	46	-12.6	

147

A partir de la tabla anterior se obtiene un primer diseño de la antena, sin embargo, algunos parámetros (principalmente el valor de la directividad) pueden ser mejorados mediante técnicas de optimización, que pueden ser:

1. Variar los espaciamentos entre los directores, conservando las longitudes constantes. Como ejemplo se muestra la siguiente tabla para una antena Yagi-Uda de seis elementos. Optimización de la directividad para seis elementos (variando el espaciamento de todos los elementos)

ESPACIAMIENTOS EN FRACCIONES DE λ

							Directividad (dB)
Arreglo inicial	0.280	0.310	0.310	0.310	0.310		8.77
Arreglo optimizado	0.250	0.352	0.355	0.354	0.373		10.74

2. Variando las longitudes de los directores, disminuyendo su longitud en orden progresivo con respecto al alimentado y conservando el espaciamento entre directores constante. Ejemplo: Optimización de la directividad para seis elementos (variando la longitud de todos los elementos)

LONGITUDES EN λ

							Directividad (dB)
Arreglo inicial	0.510	0.490	0.430	0.430	0.430	0.430	10.9
Arreglo optimizado	0.472	0.456	0.438	0.444	0.432	0.404	12.1

OPTIMIZACION DE LA DIRECTIVIDAD PARA SIES ELEMENTOS

(VARIANDO EL ESPACIAMIENTO Y LA LONGITUD DE TODOS LOS ELEMENTOS) $a = 0.003369 \lambda$

DIRECTIVIDAD
(dB)

ANCHO INICIAL	0.510	0.480	0.430	0.430	0.430	0.430	0.250	0.310	0.310	0.310	0.310	10.93	(λ)
ANCHO OPTIMO													
DESPUES DE VA- RIAR EL ESPA- CIAMIENTO Y LA LONGITUD	0.472	0.462	0.436	0.430	0.434	0.430	0.250	0.289	0.406	0.323	0.422	13.41	(λ)

109

ANTENA

LOGOPERIODICA

Una antena independiente de la frecuencia ideal es aquella en la que sus propiedades se mantienen constantes para toda la gama de frecuencias.

En la práctica no se pueden tener dichas antenas, no obstante, se pueden construir antenas que operen dentro de una amplia gama de frecuencia, manteniendo el valor de sus propiedades casi constantes.

8.1. TEORIA DE LAS ANTENAS INDEPENDIENTES DE LA FRECUENCIA

De los trabajos realizados por Rumsey se obtuvo que había una relación directa entre la forma física de la antena y su operación en forma independiente de la frecuencia. Lo que lo llevó a la conclusión de que si la forma de la antena, ya sea su superficie o su contorno, está definida solo por ángulos, entonces es independiente de la frecuencia.

La conclusión a la que llegó Rumsey quedó modelada por una ecuación que define la superficie de la antena y está dada por:

$$r = F(\theta, \phi) = e^{i\alpha} f(\theta) \quad \text{--- (8.1)}$$

Donde:

$$\alpha = \frac{1}{k} \frac{dk}{dc} \quad \text{--- (8.2)}$$

y:

$f(\theta)$ es una función arbitraria.

Las gráficas de esta ecuación son superficies infinitas, y como en la práctica solo se tienen estructuras finitas, el problema consiste en encontrar aquellas antenas cuya superficie sea representada por una función que satisfaga la -

ecuación de Rumsey, y que al ser truncada siga manteniendo la característica de independencia de la frecuencia.

Un aspecto cualitativo de estas antenas que es utilizado para mediciones a escala es el siguiente:

"Las propiedades de una antena son invariantes al cambio de sus dimensiones físicas si se realiza un cambio proporcional en el valor de la frecuencia de operación".

Es decir, si se tiene una antena y sus dimensiones son aumentadas en un factor K, las propiedades serían invariantes si la frecuencia de operación es disminuida K veces.

8.2. DEDUCCION DE LA ECUACION DE RUMSEY

Partiendo del aspecto anterior tenemos que $r = F(\theta, \phi)$ representa el contorno de una superficie simétrica en coordenadas esféricas. Si afectamos la frecuencia de operación en un factor K, se tendrá una segunda antena que estará descrita por la ecuación:

$$r' = KF(\theta, \phi) \quad \text{--- (8.3)}$$

Estas dos superficies son idénticas, esto es, son similares y además congruentes. La congruencia se establece a través de la rotación en ϕ , localizando las terminales en el origen y prohibiendo la rotación en θ ; así, para la segunda superficie se consigue la congruencia con la primera si se

gira un ángulo C , esto es:

$$KF(\theta, \theta) = F(\theta, \theta + C) \quad \text{--- (8.4)}$$

En donde el ángulo de rotación C depende del factor K y no depende de θ ni de θ . La congruencia física implica que la antena original actuaría eléctricamente igual a ambas -- frecuencias , ya que el patrón de radiación sería girado -- azimutalmente un ángulo C . Para valores de $0 \leq k \leq \infty$ el patrón giraría C en θ con la frecuencia, puesto que C depende de K , simplemente la forma sería inalterable, esto es, que la impedancia y el patrón de radiación serán independientes de la frecuencia.

Para obtener una representación funcional de (8.4) se diferencia ambos lados de la ecuación con respecto a C y después con respecto a θ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial C} (KF(\theta, \theta)) &= \frac{\partial}{\partial C} F(\theta, \theta) = \frac{\partial}{\partial C} (F(\theta, \theta + C)) \\ &= \frac{\partial}{\partial(\theta + C)} F(\theta, \theta + C) \end{aligned} \quad \text{--- (8.5)}$$

Con respecto a θ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} KF(\theta, \theta) &= \frac{\partial}{\partial \theta} F(\theta, \theta) = \frac{\partial}{\partial \theta} F(\theta, \theta + C) \\ &= \frac{\partial}{\partial(\theta + C)} F(\theta, \theta + C) \end{aligned} \quad \text{--- (8.6)}$$

igualando (8.5) y (8.6) se tiene:

$$\frac{d}{dc} KF(\theta, \theta) = K \frac{d}{d\theta} F(\theta, \theta) \quad \text{--- (8.7)}$$

y como $r = F(\theta, \theta)$:

$$\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial c} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} F(\theta, \theta) \quad \text{--- (8.8)}$$

Así una solución general para la superficie es:

$$r = F(\theta, \theta) = e^{a\theta} f(\theta) \quad \text{--- (8.9)}$$

donde:

$$a = \frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial c} \quad \text{--- (8.10)}$$

y $f(\theta)$ es una función arbitraria.

Un ejemplo de antena independiente de la frecuencia es la antena equiangular que se muestra en la figura 8.1.

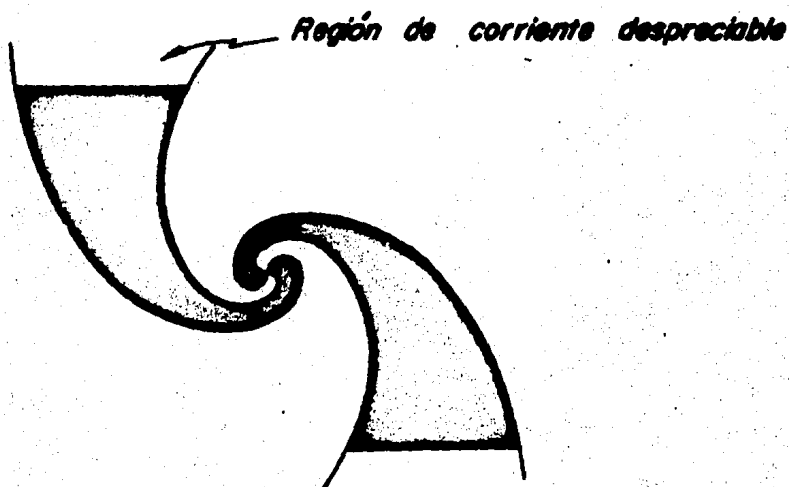


FIGURA (8.1)

Un aspecto importante de esta antena es el "corte de corrientes". Este fenómeno consiste en que las amplitudes de las corrientes disminuyen bruscamente a determinada longitud en los brazos de la antena. Este hecho fué descubierto empíricamente y posteriormente, comprobado matemáticamente.

Lo anterior significa que al construir esta antena con dimensiones finitas, es decir, recortando los brazos a partir de la zona de corriente despreciable, se obtiene una antena con un ancho de banda muy grande, mas no infinito.

8.3. ANTENAS LOGOPERIODICAS

Partiendo de los trabajos de Rumsey, Du Hamel desarrolló una antena con estructura angular de forma irregular como la que se muestra en la figura 8.2.

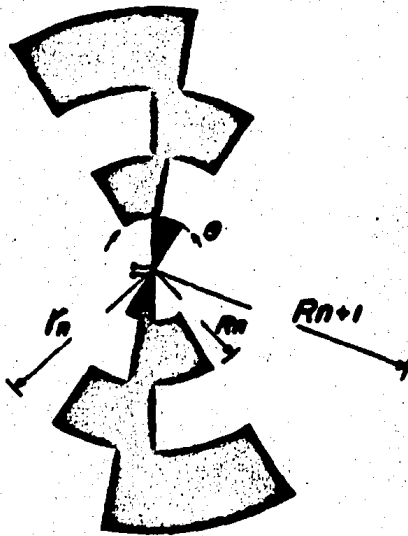


FIGURA (8.2)

Las características principales son:

Los radios de los brazos en arco que van desde el centro tienen una magnitud determinada por un factor " τ ", "factor de relación geométrica". Dado por:

$$\tau = \frac{R_n}{R_{n+1}} = \frac{f_n}{f_{n+1}} \quad \text{--- (8.11)}$$

Donde f_n es la frecuencia de resonancia del brazo R_n cuya longitud es $\lambda_n/4$. El ancho de los huecos está influido por el factor de ancho de hueco " χ ", donde:

$$\chi = \frac{Y_n}{R_{n+1}} \quad \text{--- (8.12)}$$

Además, la corriente se concentra en los bordes de la estructura, por lo cual es posible construirla con un alambre conductor describiendo únicamente su contorno como se muestra en la figura (8.3):

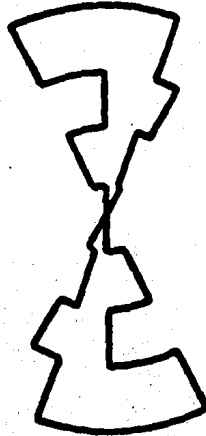


FIGURA (8.3)

La característica más importante es que las propiedades a una frecuencia f se repiten a una frecuencia $2^n f$, "n" entero. A tal antena se le denomina logoperiódica, y es aquella en la que los parámetros son descritos mediante funciones periódicas del logaritmo de la frecuencia, de aquí el nombre de logoperiódica. La logoperiodicidad garantiza la repetición periódica de los parámetros de la antena, dicha variación puede hacerse muy pequeña de tal forma que se pueda considerar independiente de la frecuencia.

Este tipo de antenas son bidireccionales y como intento de obtener una radiación unidireccional Isbell realizó experimentos doblando la antena en forma de "V", obteniendo dos resultados importantes:

1. La radiación tendía a hacerse unidireccional a medida que el ángulo α (Fig. 8.4) entre las estructuras disminuía y además el haz se dirigía hacia el vértice que une las estructuras, como se observa en la Fig. 8.4.
2. El valor de la impedancia de entrada tenía poca variación con respecto al ángulo α .

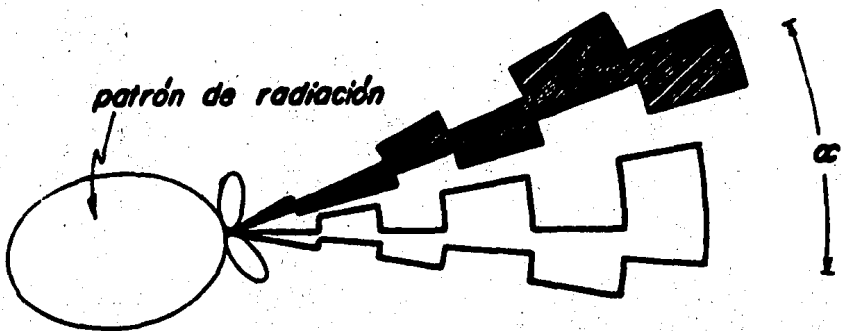


FIGURA (8.4)

Isbell aplicó estos resultados a un arreglo logoperiódico con dipolos como se muestra en la figura 8.5. En este arreglo -- las longitudes L_n , espaciamientos R_n , diámetros d_n y aún los espaciamientos entre puntos de alimentación se incrementan lo garítmicamente con el factor de relación geométrica " λ " como sigue:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{L_{n+1}}{L_n} = \frac{R_{n+1}}{R_n} = \frac{d_{n+1}}{d_n} = \frac{S_{n+1}}{S_n} \quad \text{--- (8.13)}$$

Donde:

- L_n = longitud del dipolo n.
- R_n = distancia del vértice de la antena al dipolo n.
- d_n = diámetro del conductor del dipolo n.
- S_n = espaciamiento entre los brazos del dipolo n.

Otro parámetro que se define para esta antena es el espaciamiento relativo:

$$r = \frac{d_n}{2L_n} \quad \text{--- (8.14)}$$

Si se trazan líneas rectas uniendo los extremos de los dipolos se formará el ángulo α , característico de las antenas logoperiódicas.

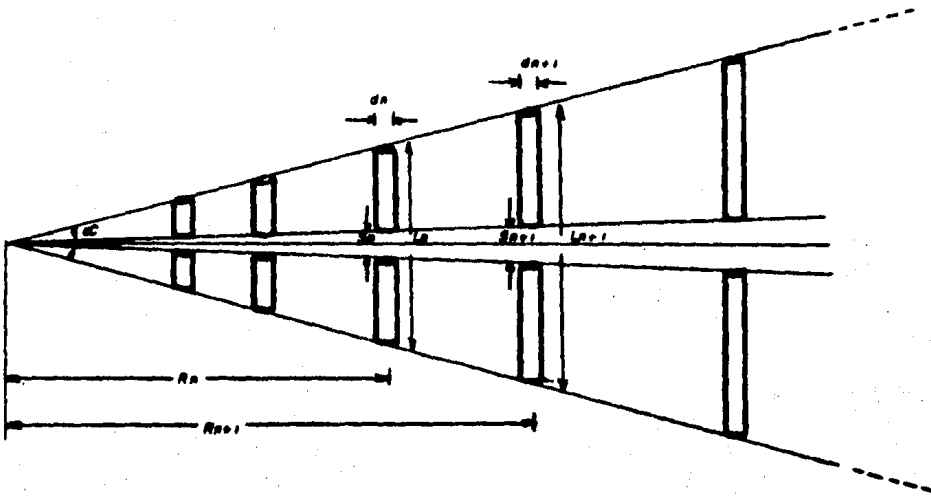


FIGURA (8.5)

Existen dos métodos básicos para alimentar este arreglo:

a) Alimentación en línea: la desventaja de este método es que la radiación axial es hacia los elementos de mayor longitud, - que interfieren en el patrón de radiación. Esto es debido a - que se produce una progresión en la fase hacia la derecha - - (Fig. 8.6).

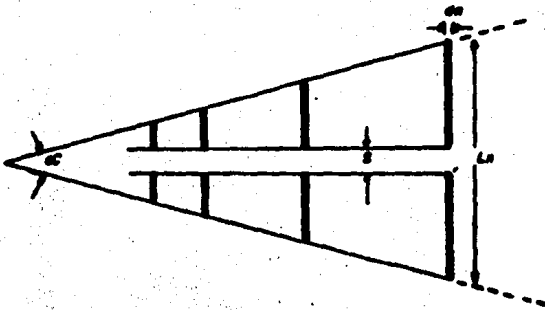
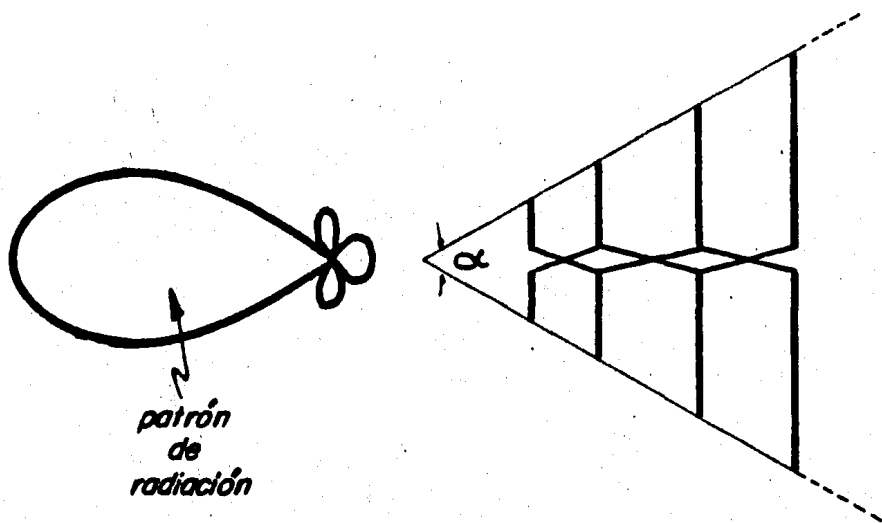


FIGURA (8.6)

b) Alimentación en cruce: con esta alimentación se logra la radiación axial en dirección de los elementos más cortos. Mediante esta alimentación se produce una adición de 180° en la fase de la terminal de cada elemento (Fig. 8.7).



FIGURA(8.7)

Como no se puede construir este arreglo con elementos infinitamente pequeños, ni infinitamente grandes, lo cual implicaría la independencia total con la frecuencia, se hacen arreglos con determinado número de elementos y un determinado ancho de banda. Los elementos más pequeños limitan la frecuencia máxima de operación y los elementos más largos determinan la frecuencia mínima de operación.

Debe hacerse notar que el ancho de banda puede ser muy grande, dependiendo del número de elementos.

REGIONES DEL ARREGLO LOGOPERIODICO

1. Región de Transmisión.

En esta región los elementos son cortos $L_n < \lambda/2$, la radiación y la separación "S" son pequeñas.

2. Región Activa.

Las longitudes de los elementos son aproximadamente de $\lambda/2$, la corriente es grande y en esta región es en -- donde se produce la mayoría de la radiación.

3. Región Reflectora.

Aquí la longitud de los elementos es mayor que $\lambda/2$, - su impedancia es inductiva y en conjunto actúan como re flectores.

DISEÑO

El diseño será realizado en base a los estudios de Carrel, en los cuales se obtuvo una serie de gráficas que relacionan a las variables de diseño de la antena.

Los factores α , Γ y τ , están relacionados mediante la siguiente expresión:

$$\alpha = 10 \ln^{-1} \left(\frac{1 - \tau}{4 \Gamma} \right) \quad \text{--- (8.15)}$$

Otra relación se muestra en la Figura (8.8).

En esta gráfica se relaciona la directividad con los factores τ y Γ .

El ancho de banda total de la antena designado por B , es:

$$B = \frac{f_{\max}}{f_{\min}} \quad \text{--- (8.16)}$$

El ancho de banda de la región activa (B_{ar}) es:

$$B_{ar} = 1 + 7.7(1 - \tau)^2 \alpha \quad \text{--- (8.17)}$$

En la práctica se diseña para un ancho de banda mayor que B :

$$B_0 = B B_{ar} \quad \text{--- (8.18)}$$

La longitud de la antena, desde L_{min} , a L_{max} , está dada por:

$$L = \frac{\lambda_{max}}{4} \left[1 - \frac{1}{B_0} \right] \cot \alpha \quad \text{--- (8.19)}$$

donde:

$$\lambda_{max} = \frac{c}{f_{min}} = 2 L_{max} \quad \text{--- (8.20)}$$

El número de elementos de la antena está dado por:

$$N = 1 + \frac{\ln(B_0)}{\ln\left(\frac{1}{\epsilon}\right)} \quad \text{--- (8.21)}$$

El espaciamiento S entre elementos se determina si se especifica una impedancia de entrada requerida (R_{in}) que se supone real, y el diámetro de los dipolos. Z_0 es la impedancia característica promedio de los elementos.

$$Z_0 = 120 \left[\ln\left(\frac{L_n}{d_n}\right) - 2.25 \right] \quad \text{--- (8.22)}$$

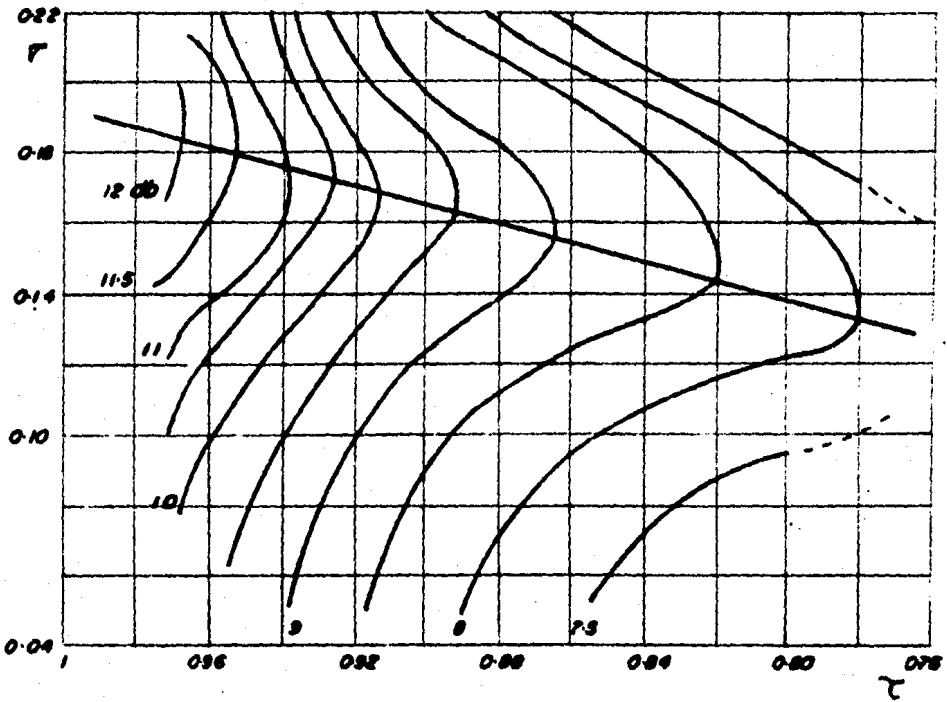
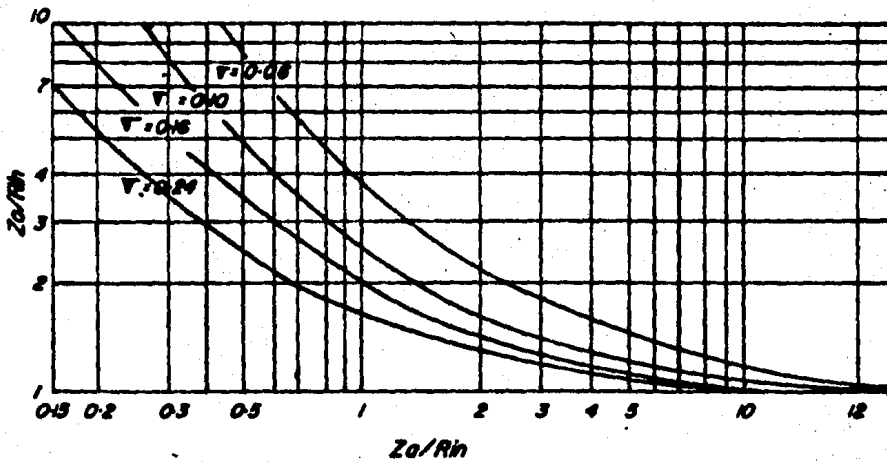


FIGURA (8-8)

De la siguiente gráfica pueden obtenerse las relaciones Z_0/R_{in} y Z_a/R_{in} con valores óptimos de \bar{V} . Por último, el espaciamiento está dado por:

$$S = d \cosh\left(\frac{Z_0}{120}\right) \quad \text{--- (8.23)}$$



FIGURA(8-9)

PROCEDIMIENTO DE DISEÑO

1. Proponer los valores deseados de R_{in} , B y D_0 .
2. Con D_0 , determinar \bar{V} y ζ , de la gráfica de la figura - - (8.8)
3. Determinar α con la ecuación (8.15).
4. Determinar B_{or} y B_D de las ecuaciones (8.17) y (8.18).

5. Calcular N y L con las ecuaciones (8.19) y (8.21).
6. Determinar Z_0 y V .
7. Determinar la relación Z_0/Rin de la gráfica de la figura (8.9) y obtener Z_0 .
8. Determinar S de la ecuación (8.23).

Capítulo 9

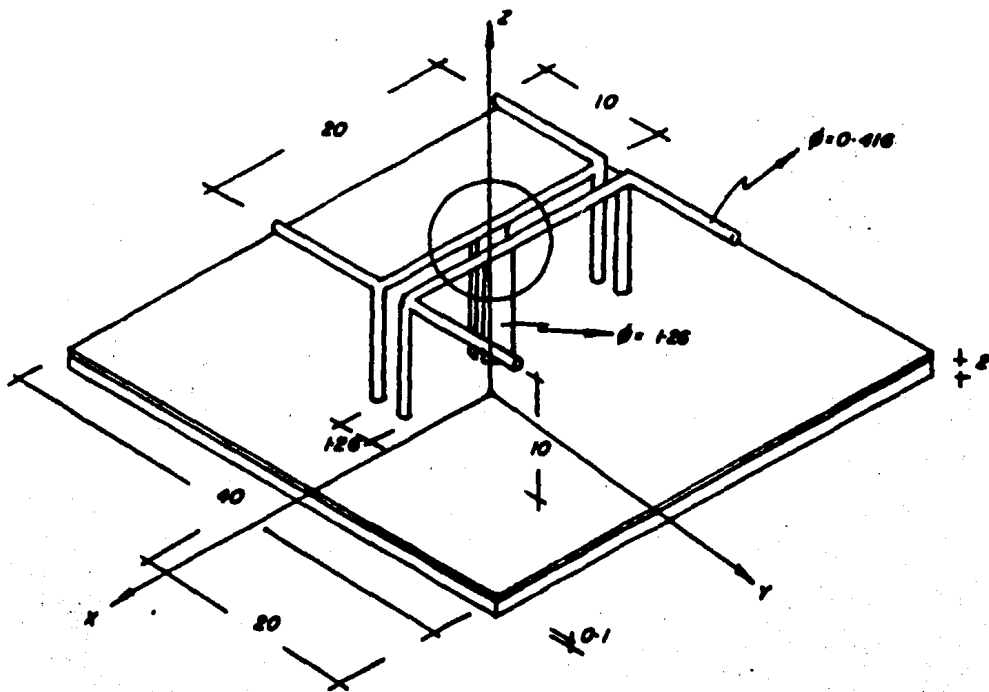
ANTENA DE REFERENCIA

9.1. INTRODUCCION

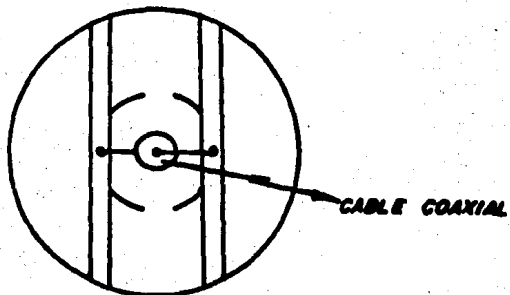
Ya se han mencionado las características más importantes que se deben de tomar en cuenta para seleccionar una antena-patrón para la medición de ganancia.

En este Capítulo se resumen las características de la antena de referencia que se utilizó para medir la ganancia de las antenas construidas.

La figura (9.1) muestra dicha antena.



ALIMENTACION:

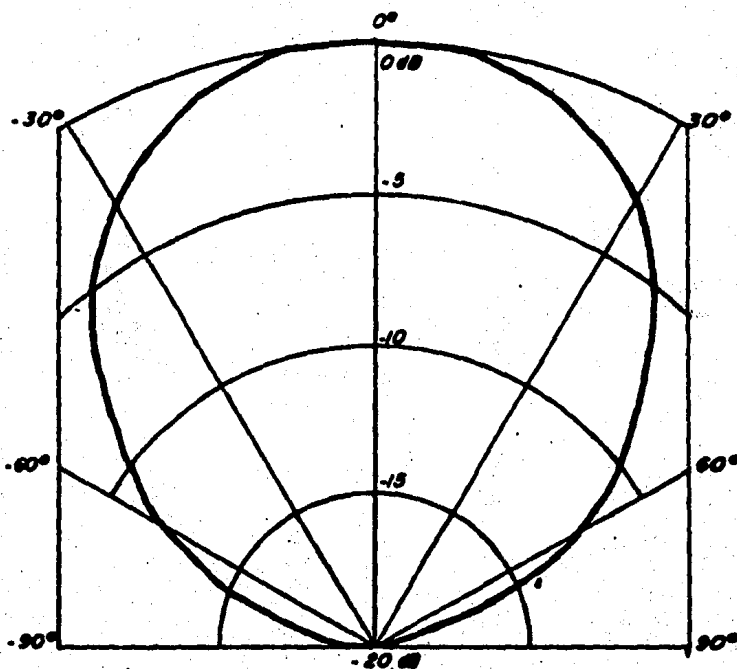


FIGURA(9-1) ACOTACIONES EN CM.

Como se puede observar, esta antena consiste de un arreglo de dipolos alimentados en fase por una línea de transmisión balanceada.

Los dipolos están soportados por "STUBS" de longitud $\lambda/4$, que están en corto-circuito con el plano de tierra. Este plano de tierra funciona como reflector.

El patrón de radiación teórico, en el plano " θ " se muestra en la figura (9.2) y puede obtenerse fácilmente por medio de la teoría de arreglos.



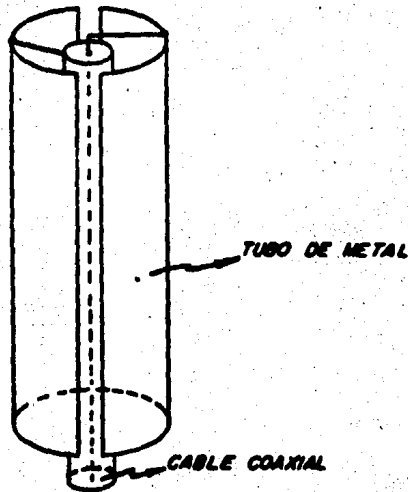
FIGURA(9-2).

9.2. GANANCIA

Cuando la antena se construye con precisión presenta una ganancia de 7.7 dBd (con respecto a un dipolo de longitud $\lambda/2$).

9.3. IMPEDANCIA DE ENTRADA

La impedancia de entrada que debe presentar es de 50 ohms, con una componente reactiva muy pequeña, lo cual implica que se tenga un V.S.W.R. cercano a 1. Para evitar el problema de desbalanceo, se utiliza en el punto de alimentación un "BALUN" bazuca ranurado, como el que se muestra en la figura (9.3).



FIGURA(9-3)

9.4. PATRON DE RADIACION OBTENIDO

En las figuras (9.4 a) y (9.4 b) se muestra el patrón de radiación obtenido experimentalmente en los planos vertical y horizontal.

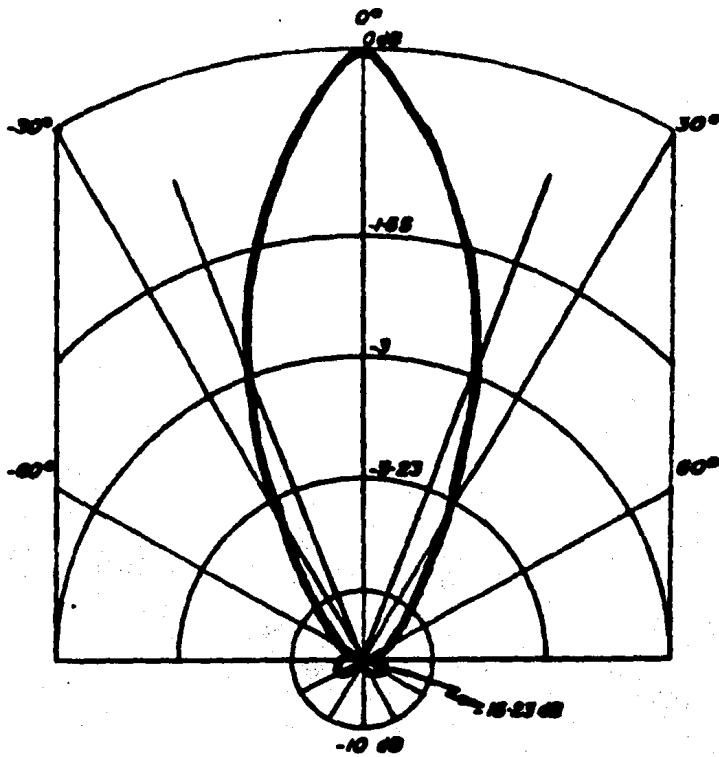
Como puede observarse, existe una gran semejanza entre el patrón de radiación teórico y el obtenido experimentalmente.

9.5. IMPEDANCIA DE ENTRADA MEDIDA

La impedancia de entrada medida fué:

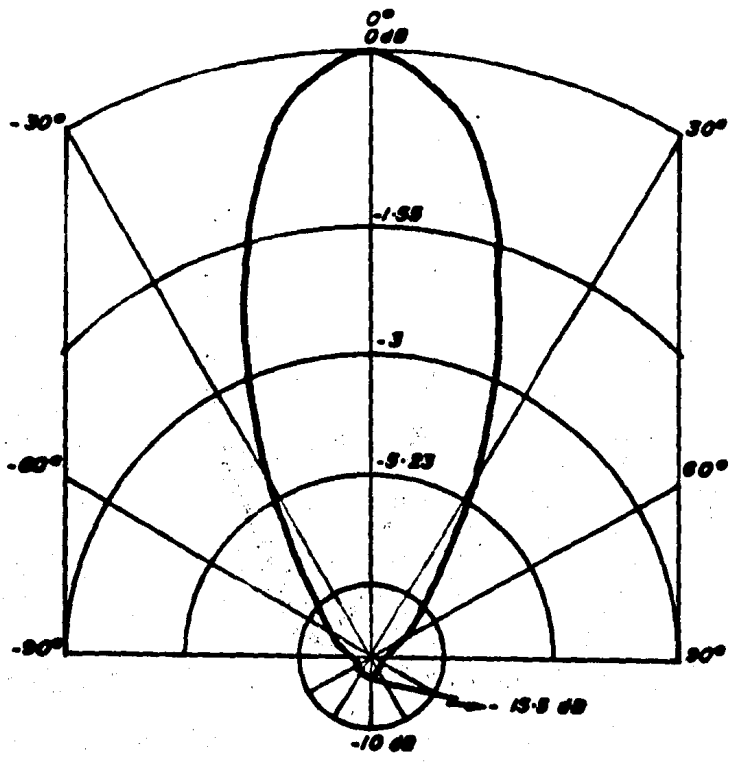
$$Z = 45 - j 5 \quad (\Omega)$$

En este caso se tiene un V.S.W.R. de 1.2 puede observarse que el valor obtenido está muy cercano al valor teórico, además el V.S.W.R. está dentro de los límites de tolerancia.



ANTENA DE REFERENCIA
FRECUENCIA = 750 MHz
PLANO VERTICAL
 $\Theta_0 = 45^\circ$
RFT = 23 dB

FIGURA(9-4c)



ANTENA DE REFERENCIA

FRECUENCIA = 750 MHz

PLANO HORIZONTAL

$\theta_0 = 42^\circ$

R F T = 24 dB

FIGURA(S-48)

capitulo 10

ACOPLAMIENTO DE ANTENAS

10.1. INTRODUCCION

En general, una línea de transmisión se define como el dispositivo que se utiliza para transmitir o guiar energía electromagnética de un punto a otro.

Existen varios tipos de líneas de transmisión, cuyas características dependen del tipo de aplicación. Por ejemplo, las líneas de transmisión utilizadas en sistemas eléctricos de potencia, son diferentes en algunos aspectos a las líneas utilizadas en los sistemas de radiocomunicación, aunque su función fundamental sea la misma.

En este capítulo se mencionan los conceptos fundamentales de líneas de transmisión, para después aplicarlos al estudio de algunos sistemas de acoplamiento y balanceo que se utilizan en los sistemas de radiocomunicación.

10.2. MODELADO DE UNA LINEA DE TRANSMISION

Los conceptos fundamentales de líneas de transmisión, han sido desarrollados considerando una línea de transmisión de dos conductores paralelos, como la mostrada en la figura (10.1). Estos conceptos básicos, pueden aplicarse con pocas modificaciones a otros tipos de líneas, como la línea coaxial y las guías de onda.

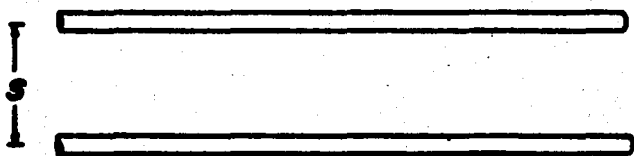


FIGURA (10.1)

Las propiedades eléctricas de la línea de transmisión mostrada, dependen principalmente de los siguientes factores: Separación entre conductores, longitud, diámetro de los conductores, constante dieléctrica del material aislante, permeabilidad, conductividad, etc.

A lo largo de una línea de transmisión se propagan ondas de voltaje y corriente, además, asociadas a éstas existe una -- onda electromagnética que viaja a través del dieléctrico, -- es decir, en forma guiada. Esto implica que una línea de -- transmisión puede ser analizada, mediante la teoría de cir- cuitos eléctricos o en términos del campo electromagnético - guiado.

En este caso se resumen las propiedades de la línea de transmisión aplicando la teoría de circuitos eléctricos.

Para aplicar esta teoría se deben de hacer las siguientes -- consideraciones:

1. La longitud de la línea es mucho mayor que la longitud - de onda ($L \rightarrow \infty$) asociada a la frecuencia de operación.
2. Las propiedades de la línea, como inductancia, resisten- cia de los conductores, capacitancia y conductancia en- tre conductores, están distribuidas a lo largo de la lí- nea.
3. Se considera que se está trabajando a frecuencias altas, por ejemplo en las bandas HF, VHF, UHF del espectro de - radiofrecuencia.

En base a estas consideraciones se establece el siguiente mo- delo, en forma de circuitos, de una línea de transmisión:

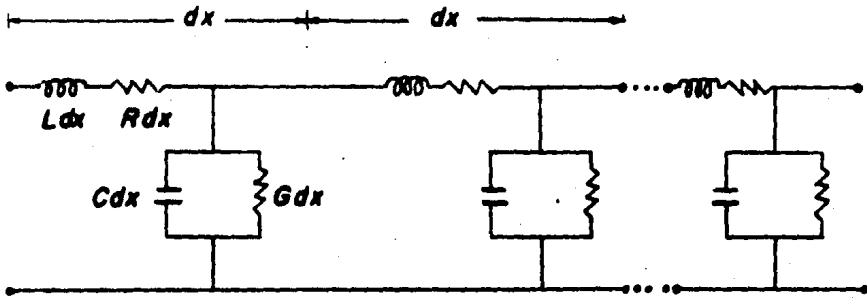
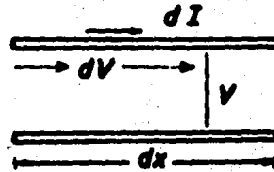
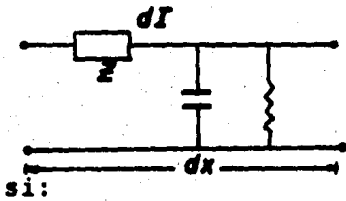


FIGURA (10.2)

Cada sección de circuito es de una longitud "dx" mucho menor a " λ ".

"R" y "L" son la resistencia e inductancia por unidad de longitud de los conductores. "C" y "G" son la capacitancia y la conductancia, por unidad de longitud, entre conductores.

Tomando de la figura (10.2) una dx se tiene:



$$Z = R + j\omega L$$

$$Y = G + j\omega C$$

$$dV = ZI dx$$

$$dI = Vy dx$$

o bien:

$$\frac{dV}{dx} = IZ \quad \text{--- (10.1)}$$

$$\frac{dI}{dx} = Vy$$

Diferenciando con respecto a X; las ecuaciones (10.1) quedan:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = I \frac{dZ}{dx} + Z \frac{dI}{dx} = I \frac{dZ}{dx} + ZVy \quad \text{--- (10.2)}$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = V \frac{dY}{dx} + Y \frac{dV}{dx} = V \frac{dY}{dx} + YIZ$$

Para una línea uniforme; "Z" y "Y" no dependen de la longitud de la línea (X), por lo tanto:

$$\frac{dZ}{dx} = \frac{dY}{dx} = 0 \quad \text{y las ecuaciones (10.2) quedan:}$$

$$\frac{d^2 V}{dx^2} - ZYV = 0$$

--- (10.3)

$$\frac{d^2 I}{dx^2} - YIZ = 0$$

Las soluciones de estas ecuaciones son:

$$V = V_1 e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x)} + V_2 e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x)} \quad \text{--- (10.4)}$$

$$I = \frac{V_1}{\sqrt{\frac{Z}{Y}}} e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x)} - \frac{V_2}{\sqrt{\frac{Z}{Y}}} e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x)} \quad \text{--- (10.5)}$$

Donde:

α ; constante de atenuación.

β ; constante de fase.

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$$

$$\alpha = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{ZY} \right\} \quad \beta = \operatorname{Im} \left\{ \sqrt{ZY} \right\}$$

Como se está considerando una línea de longitud infinita, las ondas de voltaje y corriente estarán representadas por el primer factor de las ecuaciones (104, 5) "onda viajera".

Puede observarse que V e I son funciones idénticas de X y T. Si se relaciona el voltaje y la corriente en cualquier punto de la línea, se obtiene la "IMPEDANCIA CARACTERISTICA Z_0 " de la línea.

Se puede demostrar fácilmente que está dada por:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad \text{--- (106)}$$

Como se considera que las frecuencias de operación son altas, los valores de "R" y "G" se pueden despreciar, con lo que la expresión para la impedancia característica queda:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{--- (107)}$$

TRADA

Ahora se va a considerar el caso de una línea de transmisión de longitud finita, que tiene conectada en uno de sus extremos una impedancia de carga Z_L , lo cual se ilustra en la figura (10.3).

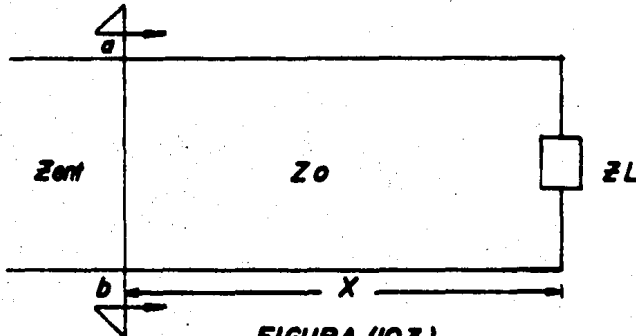


FIGURA (10.3)

A la impedancia que se presenta entre los puntos "a" y "b", se le llama "impedancia de entrada" y se define como la relación entre voltaje y corriente en los puntos "a" y "b".

Para obtener esta impedancia, como la línea es de longitud finita, se toma en cuenta el efecto de onda reflejada por la carga Z_L .

De tal manera que una expresión para la impedancia de entrada es:

$$Z_{ent} = Z_0 \frac{Z_0 + Z_L \operatorname{Tang} h\gamma X}{Z_0 + Z_L \operatorname{Tang} h\gamma X} \quad \text{--- (10.8)}$$

Como se consideran altas frecuencias ω es despreciable, por lo que $\gamma = j\beta$, con lo cual (10.8) se puede escribir:

$$Z_{ent} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \operatorname{Tang} \beta X}{Z_0 + jZ_0 \operatorname{Tang} \beta L} \quad \text{--- (10.9)}$$

Con la expresión (10.9), se determina el tipo de impedancia de entrada que presenta una línea de transmisión de longitud "X", conectada a una carga " Z_L ", lo cual es importante para los objetivos de acoplamiento de impedancias entre una línea de transmisión y una antena.

10.4. IMPEDANCIA DE ENTRADA PARA DIFERENTES LONGITUDES DE LINEA

En base a la expresión (10.9) se obtiene que:

a) Cuando $L = \lambda/2$

$Z_{ent} = Z_L$ cumpliéndose para $L = n\lambda/2$ $n = 1, 2, 3, \dots$

b) Cuando $L = \lambda/4$:

$$Z_{ent} = \frac{Z_0^2}{Z_L} \quad \text{para } L = n\lambda/4 \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (10.10)$$

En este caso se puede observar claramente el funcionamiento como transformador de impedancias.

c) Cuando $Z_L \rightarrow \infty$ (circuito abierto)

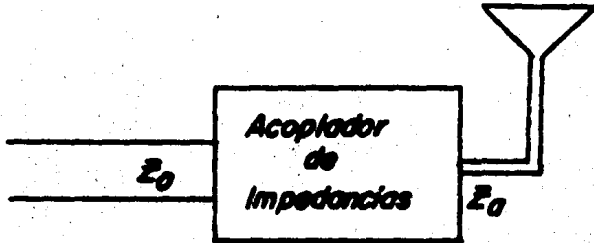
$$Z_{ent} = \frac{Z_0}{j \tan \beta L} \quad \text{--- (10.11)}$$

d) Cuando $Z_L = 0$ (corto circuito)

$$Z_{ent} = j Z_0 \tan \beta L \quad \text{--- (10.12)}$$

ACOPLAMIENTO DE UNA ANTENA CON UNA LINEA DE TRANSMISION

En la figura (10-4) se muestra una línea de transmisión con una impedancia característica " Z_0 ", un acoplador de impedancias y una antena con una impedancia



FIGURA(10-4)

El objetivo del acoplador es transformar la parte real de la impedancia de la antena, a un valor lo más cercano a Z_0 , - que se considera real, y además eliminar la parte reactiva - de la impedancia de la antena.

Teniendo un sistema acoplador se transferirá la máxima potencia del transmisor a la antena o de la antena al receptor.

Cuando no se puede realizar un buen acoplamiento, una parte considerable de la energía que se desea transferir a la antena (carga), es reflejada con lo cual se forma una onda estacionaria, es decir, no se transfiere la máxima potencia.

EL PROBLEMA DE DESBALANCEO

Las líneas de transmisión más utilizadas para alimentar antenas son:

1. La línea bifilar; línea de dos conductores paralelos separados por un dieléctrico. Su característica principal es que es una línea balanceada ya que las corrientes que circulan por cada conductor son de la misma magnitud y de sentido opuesto, por lo cual los campos producidos por cada una se anulan.

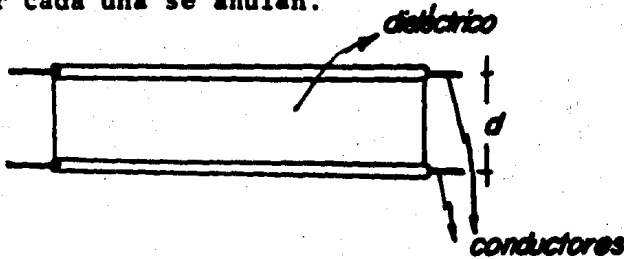


FIGURA (10.5)

2. La línea coaxial; consiste de dos conductores concéntricos, separados por un dieléctrico. La principal característica consiste en no ser una línea balanceada, ya que en el conductor externo circulan dos corrientes, una por la superficie externa y otra por la interna, y tienen dirección opuesta.

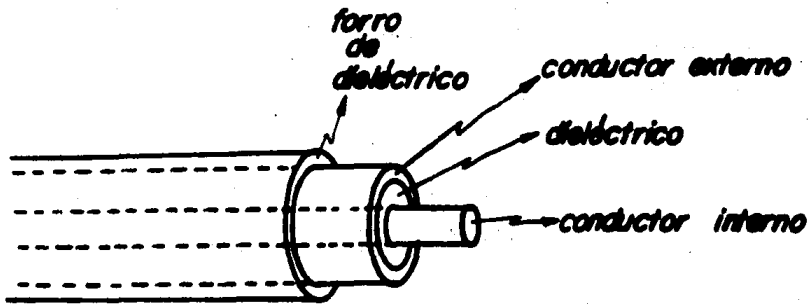


FIGURA (10.6)

En general; una línea balanceada alimenta una antena balanceada, y una antena desbalanceada es alimentada por una línea desbalanceada. No obstante, es posible alimentar a una antena balanceada con un cable coaxial si se añade un dispositivo para corregir el desbalanceo. Tal dispositivo recibe el nombre genérico de "balun", derivado de las palabras en inglés - "balanced-unbalanced" (balanceado-desbalanceado).

Para entender el funcionamiento de un "balun", considérese -- que un dipolo es alimentado con un cable coaxial, como se muestra en la figura (10.7), en la cual se muestra la distribución de corrientes.

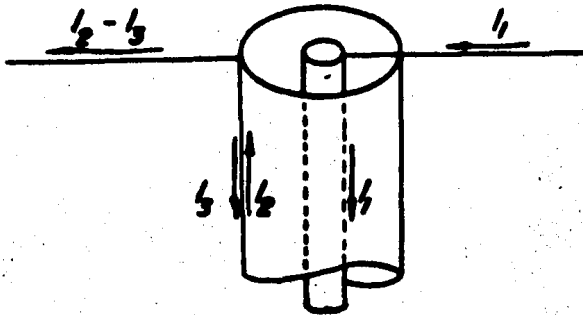


FIGURA (10.7)

El problema de este arreglo radica en que por los brazos del dipolo circulan corrientes diferentes, debido a la corriente de desbalanceo I_S que circula por la superficie del conductor externo, por lo cual la impedancia de cada uno de los -- brazos con respecto a tierra es diferente. Esto se manifiesta de dos formas:

1. El patrón de radiación se distorciona.
2. Fugas de radiación por medio de la línea .

Esto puede evitarse al utilizar un "balun bazuca", que es un tubo de metal, de longitud $\lambda/4$, que se pone en corto circuito en un extremo, con el conductor externo del cable coaxial.

Mediante esta conexión, la impedancia que se presenta a I_S es muy grande (la impedancia es teóricamente infinita, ya -- que el "balun" de $\lambda/4$ cortocircuitado en uno de sus extremos con el conductor externo del cable coaxial, funciona como una línea de transmisión de $\lambda/4$ cortocircuitada en un extremo), de tal manera que $I_S = 0$

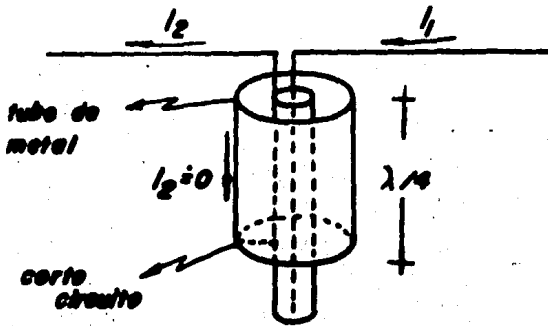


FIGURA (10.8)

Otra forma que puede tener el "balun" aparece en la figura - (10.9), solo que en lugar de un tubo de metal se utiliza un conductor con longitud de $\lambda/4$.

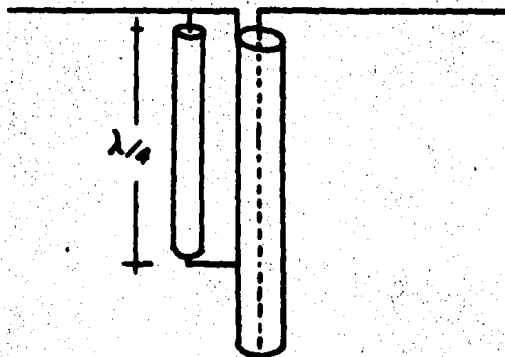


FIGURA (10.9)

Es posible construir un "balun" que también transforme la impedancia, lo cual sería útil si se tiene una antena con impedancia real y balanceada. Un ejemplo de tal sistema aparece en la figura (10.10).

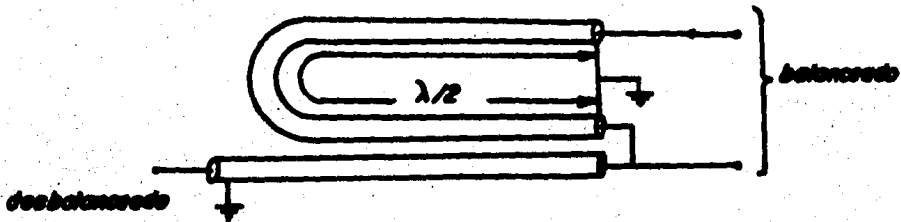


FIGURA (10.10)

En caso de manejar una mayor gama de frecuencias se utilizan "balunes" contruidos con ferritas, figura (10.11).

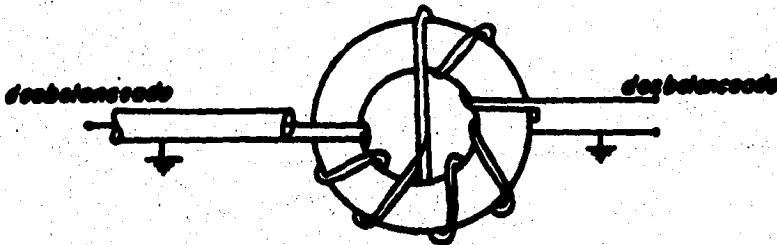


FIGURA (10.11)

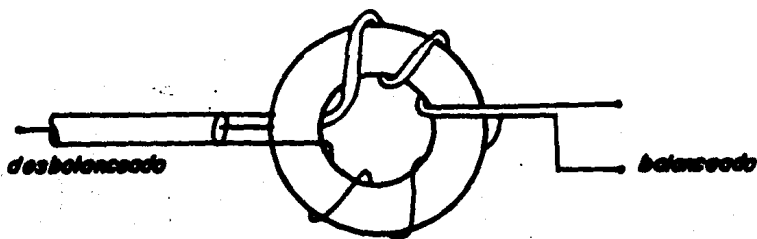


FIGURA (10.Nb)

DIPOLO DOBLADO

El dipolo doblado es un arreglo de dos dipolos lineales conectados en paralelo, como se muestra en la figura (10.12). La separación "S" que se considera que es mucho menor que λ .

En un caso general, los diámetros y longitudes de los dipolos pueden ser diferentes; por lo cual se supone que se comporta como una línea de transmisión desbalanceada.

Para analizarlo, se considera que la corriente tiene dos modos de operación, que se suponen, para determinar el comportamiento general de la antena.

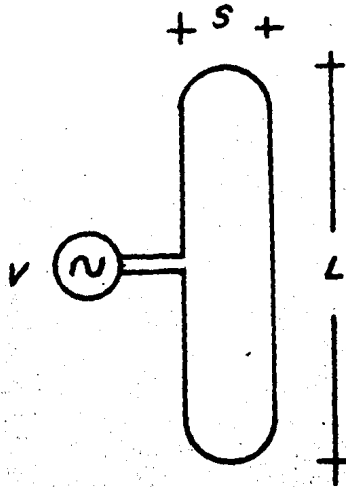


FIGURA (10.12)

a) Modo línea de transmisión.

Su característica principal es que los campos producidos por las corrientes que circulan en cada rama, se cancelan.

Esto resulta claro de la figura (10.13) donde las corrientes que se muestran, circulan en dirección opuesta.

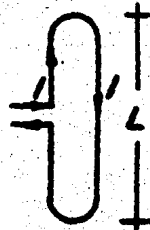


FIGURA (10.13)

La impedancia de entrada está dada por la expresión de la impedancia de entrada de una línea de transmisión en corto circuito.

$$Z_T = j Z_0 \tan \beta L/2 \quad (10.13)$$

donde " Z_0 " es la impedancia característica de la línea de --
transmisión formada para este caso por la antena.

b) Modo antena.

La característica principal de este modo de operación es que los campos producidos por las corrientes circulantes en cada rama, se refuerzan. Esto resulta claro de la figura (10.14).

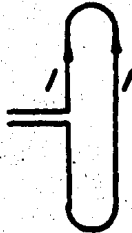


FIGURA (10.14)

Es importante hacer notar que la corriente que circula en --
cada rama del dipolo doblado, es de la mitad del valor de co
rriente que circula en un dipolo simple, alimentando a ambos
con una misma fuente. Por lo tanto, la corriente a la entra
da del dipolo es también la mitad de la del dipolo sencillo.

Aplicando el principio de superposición, los modos de operación se pueden representar mediante la figura (10.13).

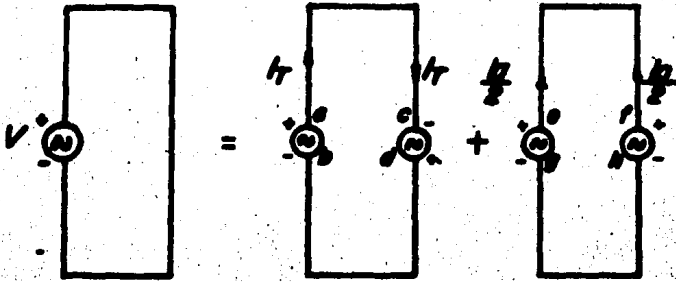


FIGURA (10.13)

para el caso de línea de transmisión tenemos:

$$I_T = \frac{V}{Z_1} = \frac{V}{2Z_1} \quad \text{--- (10.14)}$$

para un dipolo simple la corriente es:

$$I_d = \frac{V}{Z_d} = \frac{V}{2Z_d} \quad \text{--- (10.15)}$$

la corriente total en la rama de alimentación es:

$$I_{ta} = I_T + \frac{I_d}{2} \quad \text{--- (10.16)}$$

$$I_n = \frac{V}{2Z_1} + \frac{V}{4Z_d} \quad \text{--- (10.17)}$$

la impedancia de entrada es:

$$Z_{in} = \frac{V}{I_n}$$

Sustituyendo la expresi3n para I_n

$$Z_{in} = \frac{V}{\frac{V}{2Z_1} + \frac{V}{4Z_d}} = \frac{4Z_1 Z_d}{2Z_1 + 2Z_d} \quad \text{--- (10.18)}$$

para el caso del dipolo de $L = \lambda/2$

$$Z_{in} = 4Z_d \quad \text{--- (10.19)}$$

De esta expresi3n se observa una propiedad importante del -- dipolo doblado, la cual es que la impedancia de entrada puede ser mucho mayor que la del dipolo simple.

Debido a esto se puede representar el dipolo doblado. Por medio de un circuito con un transformador figura (10.16).

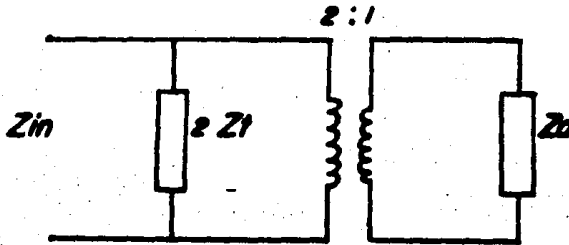


FIGURA (10.16)

Puede hacerse un arreglo de "N" elementos, con lo cual, para el caso de $L = \lambda/2$, la impedancia de entrada será:

$$Z_{in} = (N)^2 Z_d \quad \dots (10.20)$$

Cuando se tienen conductores de diferentes diámetros en el arreglo, la cantidad de corriente que circula por cada conductor es diferente, por lo cual se puede establecer un factor de proporcionalidad entre las corrientes; llamado factor divisor de corrientes, el cual está dado por:

Se puede tener también un modelo del circuito, tomando en cuenta el factor divisor de corrientes " α " figura (10.17)

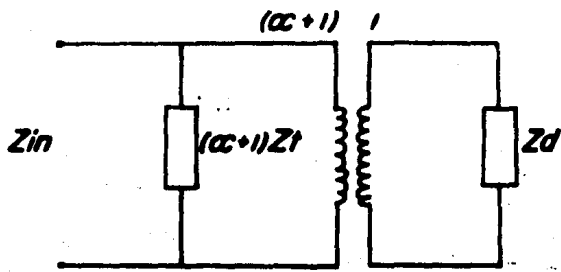
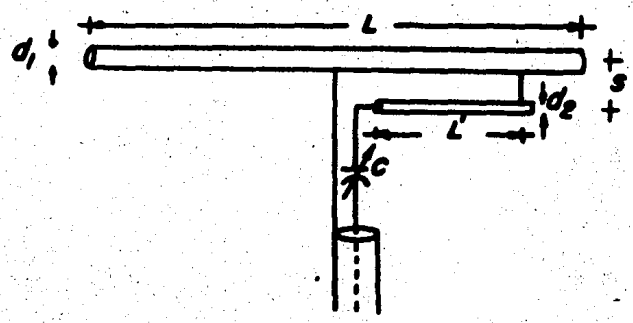


FIGURA (10.17)

ACOPLADOR GAMMA:

El acoplador gamma es un sistema desbalanceado, por lo tanto, se puede utilizar una línea coaxial para su alimentación. El sistema se muestra en la figura (10.18).



FIGURA(10.18)

El acoplador modelado mediante un circuito, es un caso particular del modelo del dipolo doblado, como se muestra en la -- figura (10.19).

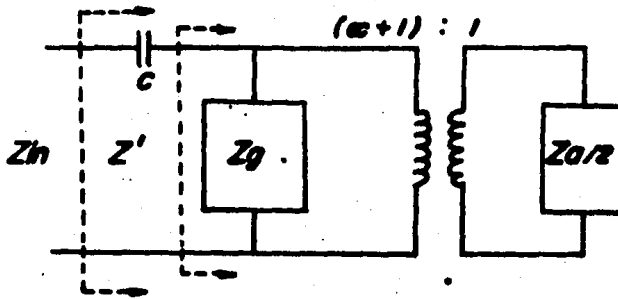


FIGURA (10.19)

Z_h debe ser real (ya que la parte imaginaria es eliminada mediante el capacitor "C") y de un valor lo más próximo a Z_0 de la línea coaxial.

Del circuito mostrado en la figura (10.19) la expresión para Z' es:

$$Z' = \frac{Z_g(1+\alpha)^2 \frac{Z_0}{2}}{Z_g + (1+d)^2 \frac{Z_0}{2}} \quad \text{--- (10.21)}$$

donde:

$$Z_g = j Z_0 \tan \theta$$

Z_0 ; es la impedancia característica de la línea formada por la antena y el conductor paralelo de longitud L .

θ ; es la longitud, en grados del conductor paralelo.

$Z_0 = R_0 + j X_0$; impedancia de la antena

Para obtener Z' en su parte real y parte imaginaria, se hace:

$$\gamma = (1 + \alpha)^2$$

y la ecuación (10.21) queda:

$$Z' = \frac{Z_0 \gamma \frac{Z_0}{2}}{2(Z_0 + \gamma \frac{Z_0}{2})} \quad \text{---(10.22)}$$

$$\frac{j^2 Z_0 \text{Tang } \theta (R_0 + j X_0)}{j 2 Z_0 \text{Tang } \theta + \gamma (R_0 + j X_0)}$$

$$\frac{-j^2 Z_0 X_0 \text{Tang } \theta + j Z_0 R_0 \text{Tang } \theta}{\gamma R_0 + j (2 Z_0 \text{Tang } \theta + \gamma X_0)}$$

Multiplicando numerador y denominador por el conjugado del denominador.

$$Z' = \frac{-j^2 Z_0 X_0 \text{Tang } \theta + j Z_0 R_0 \text{Tang } \theta}{\gamma R_0 + j (2 Z_0 \text{Tang } \theta + \gamma X_0)} \cdot \frac{j^2 R_0 - j (2 Z_0 \text{Tang } \theta + \gamma X_0)}{j^2 R_0 - j (2 Z_0 \text{Tang } \theta + \gamma X_0)}$$

$$Z' = \frac{-\gamma^2 Z_{0a} R_a X_a \text{Tang } \theta + j[\gamma^2 Z_{0a} X_a \text{Tang } \theta (2 Z_{0a} \text{Tang } \theta - X_a) + Z_{0a} \gamma^2 R_a^2 \text{Tang } \theta]}{\gamma^2 R_a^2 + (2 Z_{0a} \text{Tang } \theta + \gamma X_a)^2} +$$

$$+ \frac{Z_{0a} \gamma R_a \text{Tang } \theta (2 Z_{0a} \text{Tang } \theta + \gamma X_a)}{\gamma^2 R_a^2 + (2 Z_{0a} \text{Tang } \theta + \gamma X_a)^2} \quad \text{--- (10.23)}$$

Z' tiene una parte real y una imaginaria, pero se necesita que la parte real tenga un valor lo más cercano posible a la impedancia característica del cable coaxial; si se denomina a este valor " R_0 ", se puede separar la parte real y la imaginaria de la expresión anterior.

Parte real:

$$R_0 = \frac{-\gamma^2 Z_{0a} R_a X_a \text{Tang } \theta + Z_{0a} \gamma R_a \text{Tang } \theta (2 Z_{0a} \text{Tang } \theta + \gamma X_a)}{\gamma^2 R_a^2 + (2 Z_{0a} \text{Tang } \theta + \gamma X_a)^2}$$

$$R_0 = \frac{2 Z_{0a}^2 \gamma R_a \text{Tan}^2 \theta}{\gamma^2 R_a^2 + 4 Z_{0a}^2 \text{Tang } \theta + 4 Z_{0a} \gamma X_a \text{Tang } \theta + \gamma^2 X_a^2} \quad \text{--- (10.23)}$$

Por lo general, " R_0 " debe ser 50 ó 75 Ω .

Parte imaginaria:

$$X = \frac{j[\gamma^2 Z_{0a} X_a \text{Tang } \theta (2 Z_{0a} \text{Tang } \theta + \gamma X_a) + Z_{0a} \gamma^2 R_a^2 \text{Tang } \theta]}{\gamma^2 R_a^2 + 4 Z_{0a}^2 \text{Tang } \theta + 4 Z_{0a} \gamma X_a \text{Tang } \theta - \gamma^2 X_a^2} \quad \text{--- (10.24)}$$

$Z_1 = \sqrt{Z_0 R/n}$, es el valor de impedancia característica que se requiere para el tramo de línea de $\lambda/4$.

R/n , es la impedancia real "vista" por el acoplador. Esta impedancia es real, mediante la selección apropiada de la longitud " l " del tramo de línea de transmisión que conecta al transformador de $\lambda/4$ y a la antena.

Si se tiene una antena con impedancia puramente real, $l=0$, es decir, el transformador de $\lambda/4$ se conecta directamente a la antena.

PROCEDIMIENTO DE DISEÑO DEL ACOPLADOR GAMMA:

1. Seleccionar dimensiones d , d_2 , S , L , y línea coaxial - (50 ó 75 Ω), L' es la incógnita. " R_0 " es la impedancia característica del cable coaxial.
2. Hallar la impedancia característica formada por la antena.

$$Z_{00} = 276 \log \frac{2S}{\sqrt{d} d_2'} \quad \text{--- (10.25)}$$

3. Determinar el factor divisor de corrientes. $Z_0 = R_0 + jX_0$

$$\alpha = \frac{\cos h^{-1} \left(\frac{v^2 - u^2 + 1}{2vu} \right)}{\cosh^{-1} \left(\frac{v^2 + u^2 - 1}{2vu} \right)} = \frac{\ln(v)}{\ln(v) - \ln(u)} \quad \text{--- (10.26)}$$

donde:

$$u = \frac{a}{a'} \quad \text{--- (10.27)}$$

$$v = \frac{S}{a'} \quad \text{--- (10.28)}$$

4. Aplicar la expresión (10.25) para obtener L' , y sustituir este valor en la expresión (10.24) para encontrar el valor

de reactancia X_{in} .

5. Determinar el valor del capacitor de eliminación mediante:

$$C = \frac{1}{\pi f X_{in}} \quad \text{--- (10.29)}$$

ACOPLADOR "TRANSFORMADOR $\lambda/4$ "

Se analizó en la sección (10.4), que cuando la longitud de la línea es de $L = \lambda/4$, y se tenía conectada una carga Z_L , la impedancia de entrada es:

$$Z_{in} = \frac{Z_0^2}{Z_L} \quad \text{--- (10.30)}$$

Esta propiedad de transformación puede ser utilizada para acoplar una antena con una línea de transmisión.

En la figura (10.20), se muestra como se realiza el acoplamiento mediante un tramo de línea de $\lambda/4$ con un dipolo.

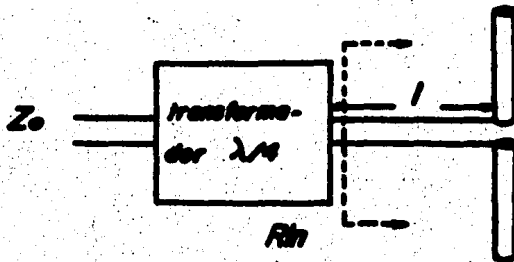


FIGURA (10.20)

ACOPLADOR "STUB"

Otra forma, muy simple y utilizada de acoplar una antena con una línea de transmisión, es mediante un "stub" o "ramal", que consiste simplemente en un tramo de línea corto circuitada en un extremo.

La forma práctica de realizar el acoplamiento aparece en la figura (10.21).

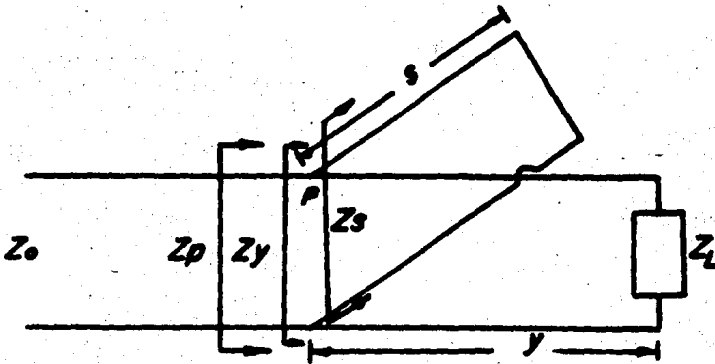


FIGURA (10.21)

El "stub" o "ramal" se conecta a la línea de transmisión que se desea acoplar y a una distancia " y ", de la carga " Z_L ".

Como el "ramal" está cortocircuitado en uno de sus extremos, presenta una impedancia " Z_s ", puramente reactiva, capacitiva o inductiva, dependiendo de su longitud.

En base a la figura (10.21), se puede establecer que en el punto " P ":

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{Z_s} + \frac{1}{Z_y} \quad \text{--- (10.31)}$$

Mediante la variación de "Y", se obtienen diferentes valores de "Z_y" y con la variación de la longitud "S" se obtiene un valor determinado de "Z_s", que debe eliminar la parte reactiva de "Z_y", de tal manera que Z_p, sea púramente real.

De la ecuación para la impedancia de entrada de una línea de transmisión ecuación (10.9):

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \text{Tang } \beta L}{Z_0 + jZ_L \text{Tang } \beta L} \quad \text{--- (10.9)}$$

$$Z_y = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \text{Tang } \beta Y}{Z_0 + jZ_L \text{Tang } \beta Y} \quad \text{--- (10.32)}$$

$$Z_s = j Z_0 \text{Tang } \beta S \quad \text{--- (10.33)}$$

Por lo tanto:

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{j Z_0 \text{Tang } \beta S} + \frac{1}{Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \text{Tang } \beta Y}{Z_0 + jZ_L \text{Tang } \beta Y}} \quad \text{--- (10.34)}$$

Para tener un acoplamiento óptimo:

$$Z_p = Z_o \quad \text{---(10.35)}$$

Entonces:

$$\frac{I}{Z_o} = -j \frac{I}{Z_o \text{Tang } \beta S} + \frac{Z_o + j Z_L \text{Tang } \beta Y}{Z_o (Z_L + j Z_o \text{Tang } \beta Y)} \quad \text{---(10.36)}$$

Si se considera que $Z_L = R_L + j X_L$, se tiene:

$$I = -j \frac{I}{\text{Tang } \beta S} - \frac{Z_o + j Z_L \text{Tang } \beta Y}{(Z_L + j Z_o \text{Tang } \beta Y)} \quad \text{---(10.37)}$$

Desarrollando e igualando parte real y parte imaginaria, se --
llega a:

$$\frac{R_L Z_o - R_L X_L \text{Tang } \beta Y + R_L X_L \text{Tang } \beta Y + R_L Z_o \text{Tang } \beta Y}{R_L^2 + X_L^2 + 2 X_L Z_o \text{Tang } \beta Y + Z_o^2 \text{Tang } \beta Y} = 1 \quad \text{---(10.38)}$$

$$\frac{R_L Z_o \text{Tang } \beta Y - X_L Z_o + X_L \text{Tang } \beta Y - Z_o^2 \text{Tang } \beta Y + X_L Z_o \text{Tang } \beta Y}{R_L^2 + X_L^2 + 2 X_L Z_o \text{Tang } \beta Y + Z_o^2 \text{Tang } \beta Y} = \dots \quad \text{---(10.39)}$$

$$= \frac{I}{\text{Tang } \beta Y}$$

De la ecuación (10.38):

$$R_L Z_o + R_L Z_o \text{Tang}^2 \beta Y = R_L^2 + X_L^2 + 2X_L Z_o \text{Tang} \beta Y + Z_o^2 \text{Tang}^2 \beta Y \quad \text{--- (10.40)}$$

$$(R_L Z_o^2 - Z_o^2) \text{Tang}^2 \beta Y - 2X_L Z_o \text{Tang} \beta Y + R_L Z_o - R_L^2 - X_L^2 = 0 \quad \text{--- (10.41)}$$

PROCEDIMIENTO DE DISEÑO

1. Seleccionar la línea de transmisión que se utilizará, para conocer " Z_0 " (50 ó 75 Ω).
2. Determinar $Z_L = R_L + jX_L$ (impedancia de la antena).
3. Sustituir los datos en (10.41), con lo cual, se obtiene -- una ecuación de segundo grado que se resuelve para "Y".
4. Sustituir el valor de "Y" obtenido, y sustituirlo en - - - (10.39), para determinar la longitud "S" del "stub".

Capítulo II

DISEÑO, CONSTRUCCION

Y RESULTADOS

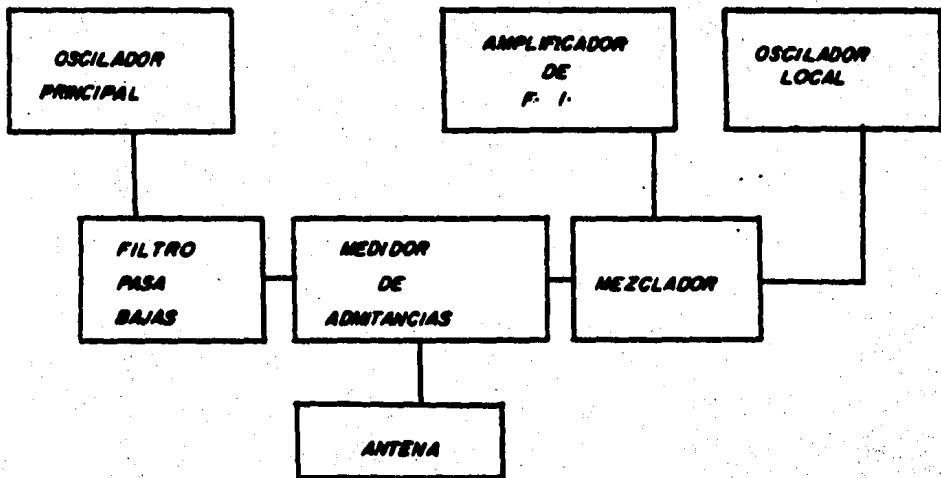
11.1. INTRODUCCION

En este capítulo se resumen las características teóricas así como las mediciones efectuadas y dibujos de las antenas cons. truidas.

Se hace una comparación en cada caso de los resultados, mostrándose además el diagrama a bloques que indica la conexión del equipo utilizado en cada prueba.

MEDICION DE IMPEDANCIA

Para realizar la medición de impedancia se utiliza el equipo -
mostrado en la figura (//.1), el cual consiste de un medidor de
admitancias, dos osciladores y un amplificador de F.I.



FIGURA(//.1)

MEDICION DE GANANCIA

El método utilizado es el método de las dos antenas, el cual está basado en la ecuación de Friss.

El diagrama a bloques de la figura (11.2) muestra la forma de conectar el equipo.

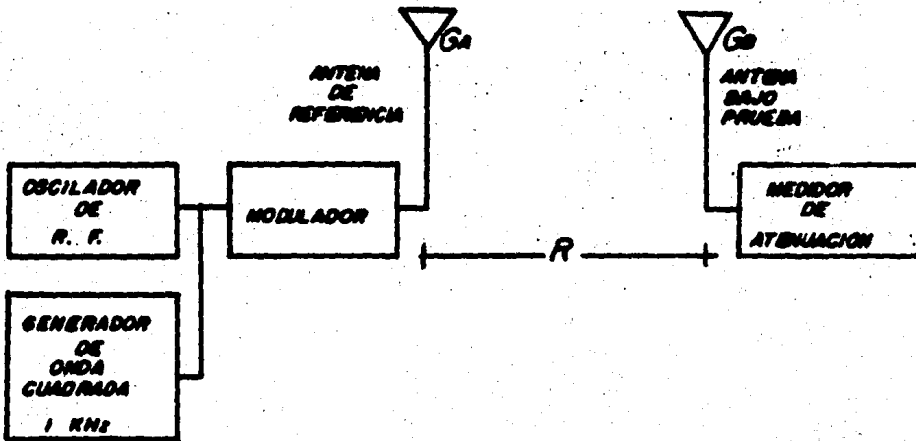


FIGURA (11-2)

A continuación se tiene la ecuación de Friss:

$$\frac{P_{rec}}{P_{trans}} = \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 G_A G_B$$

y también se puede escribir como:

$$G_A + G_B = 20 \log \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right) - 10 \log \left(\frac{P_{\text{trans.}}}{P_{\text{rec.}}} \right)$$

Para efectuar esta medición se procede de la siguiente manera:

- a) Se sitúan las antenas a una distancia $R \geq 2D^2/\lambda$ (región lejana) una de la otra.
- b) Se orientan de tal manera que en el medidor de atenuación se tenga una lectura mínima. Ajustando el medidor de atenuación en un valor de referencia.
- c) Se desplaza la antena bajo prueba a una distancia R' mayor que R , anotando el valor de la atenuación producida por el desplazamiento ($R'-R$).
- d) Se aplica la ecuación de Friss para encontrar la ganancia de la antena bajo prueba. Debe recordarse que la atenuación se define como:

$$ac = P_{\text{trans.}} / P_{\text{rec.}}$$

MEDICION DE PATRON DE RADIACION

El diagrama (11.3) muestra el equipo utilizado para la medición del patrón de radiación.

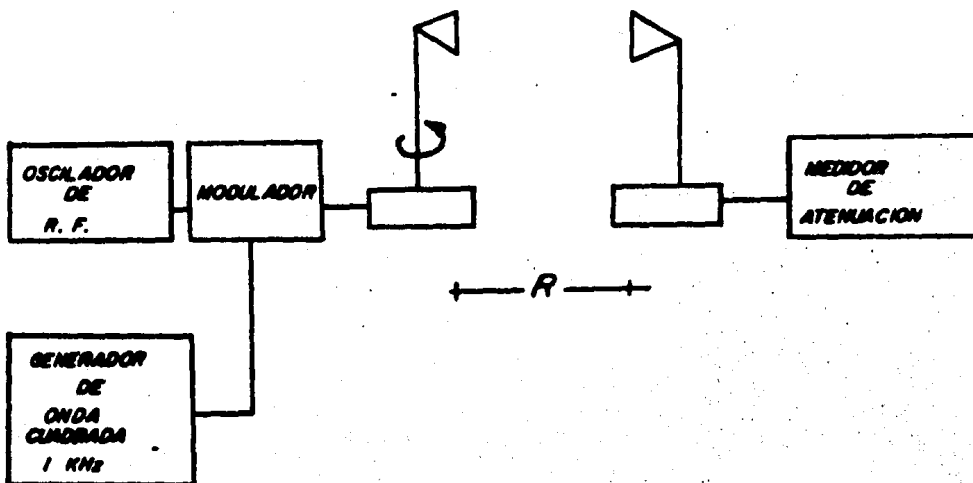


FIGURA (II.3)

La antena bajo prueba se utiliza como antena transmisora y la antena utilizada para medir el patrón está conectado a un medidor de atenuación. En este caso la antena receptora es direccional para tener lecturas más precisas.

El procedimiento a seguir es el siguiente:

- a) Las antenas se separan una distancia $R \geq 2D^2/\lambda$.
- b) Se orientan las antenas para tener la mínima lectura en el medidor de atenuación (lectura de referencia).
- c) La antena transmisora se gira de 2° a 5° , dependiendo del grado de precisión que se requiera, anotando en cada posición el valor correspondiente de atenuación (indicado en el medidor). Con estos valores se traza el patrón de radiación, ya sea en papel polar o rectangular.

11.2. ANTENA MONOPOLO

11.2.1. DISEÑO

En base a la teoría desarrollada para el monopolo se tiene, para una frecuencia de 750 MHz ($\lambda = 40$ cm):

LONGITUD DEL MONOPOLO

$$L = \frac{\lambda}{4} = 10 \text{ cm.}$$

PLANO DE TIERRA

Superficie de 30 cm. por lado

IMPEDANCIA DE ENTRADA

$$Z_A = 36.5 + j 21.5 \text{ (}\Omega\text{)}$$

DIRECTIVIDAD

$$D_0 = 5.538 \text{ dB}$$

PATRON DE RADIACION

El patrón de radiación que debe presentar esta antena, se muestra en el Capítulo 5, página figura 5.5.

11.2.2. ACOPLAMIENTO

El acoplamiento de esta antena se realiza mediante el acoplador "STUB", cuya teoría aparece en el Capítulo 10.

Siguiendo los pasos de diseño se tiene:

- a) Selección de la línea de transmisión de alimentación:
Cable coaxial RG-58 ($Z_0 = 50 \Omega$)
- b) Se tiene como dato la impedancia de la antena:
 $Z_L = 36.5 + j 21.5 \text{ (}\Omega\text{)}$.

c) Sustituyendo estos datos en la ecuación 10.41:

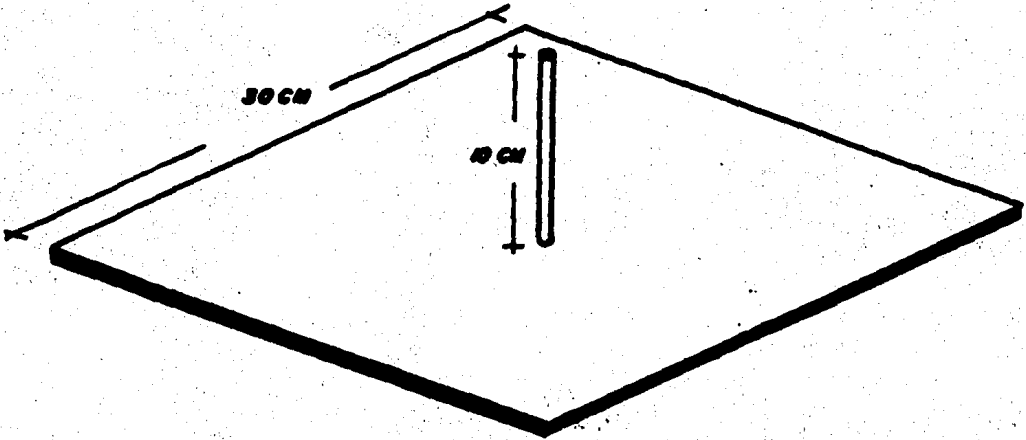
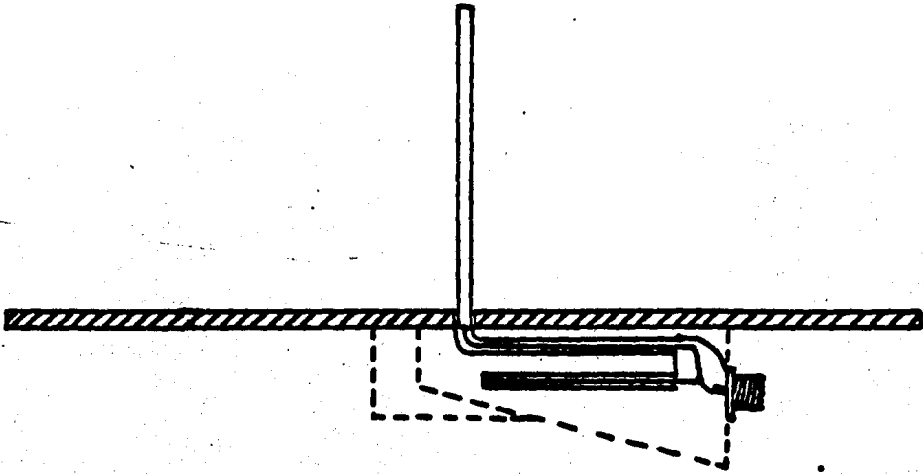
$$Y = 0.2 \lambda = 8 \text{ cm.}$$

d) Sustituyendo "Y" en la ecuación 10.39:

$$S = 0.18 \lambda = 7.25 \text{ cm.}$$

11.2.3. MATERIAL UTILIZADO

- a) Tubo de aluminio de 0.416 cm. de diámetro.
- b) Lámina de aluminio de 30 x 30 cm.
- c) Cable RG-58 para el acoplador.
- d) En el punto de alimentación se tiene un conector hembra.
- e) La antena construida se muestra en la figura (// 4).



FIGURA(11.4)

11.2.4. RESULTADOS

Impedancia de entrada medida en el punto de alimentación

$Z_{ent}: 55 - j 21 (\Omega)$

V.S.W.R. = 1.52

GANANCIA: 4.23 dB

PATRON DE RADIACION:

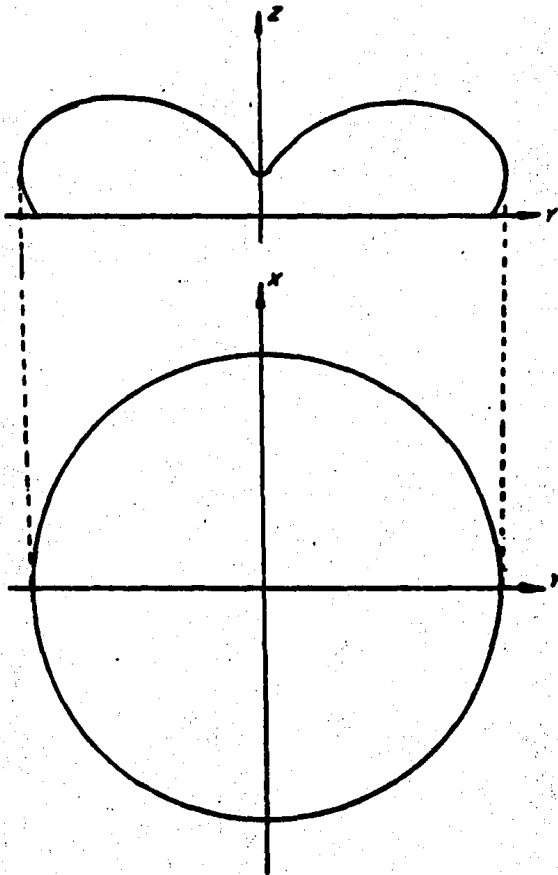


FIGURA (11.5)

11.2.5. COMENTARIOS

La impedancia de entrada medida, indica que no se obtuvo un acoplamiento perfecto, por lo que se tiene el V.S.W.R. indicado. - No obstante se encuentra en el límite de tolerancia.

Las primeras mediciones se efectuaron con el acoplador con las dimensiones que indicaron las ecuaciones de diseño, obteniéndose un V.S.W.R. = 1.6, lo que indicaba que el acoplamiento debería de mejorarse.

Posteriormente se efectuaron mediciones, modificando levemente las dimensiones del acoplador, obteniéndose los resultados indicados.

Los patrones vertical y horizontal obtenidos, son muy similares a los teóricos, por lo que en este caso los resultados fueron - satisfactorios.

La ganancia medida fué de 4.23 dB, la cual tiene una variación de 8.5% con respecto al valor teórico, como se puede observar, la variación es poca, por lo que puede considerarse que el resultado es adecuado.

11.3. ANTENA HELICOIDAL

El diseño de la antena helicoidal se efectuó en base a las expresiones para radiación axial, que aparecen en el Capítulo 6.

11.3.1. DISEÑO

La circunferencia "C" de cada una de las espiras de la antena debe estar en el intervalo $\frac{1}{2} \lambda \leq C \leq \frac{3}{2} \lambda$, para que la radiación sea axial. Debido a esto, la impedancia de la antena resulta de un valor que indica que se requerirá de un acoplador de impedancias, si la antena es alimentada con una línea de 50 ohms.

Si la antena se acopla con un transformador de $\lambda/4$ de impedancia característica de 75 ohms, la impedancia de la antena deberá ser:

$$R_A = R_0^2 \frac{R_2}{R_1} = \frac{75^2}{50} = 112.5 \text{ } (\Omega)$$

Como: $R_A = 140 \text{ c}/\lambda$.

Se tiene que:

$$C = 32.814 \text{ cm.}$$

Este valor cumple con la restricción mencionada.

Los parámetros restantes de diseño son los siguientes:

- $\alpha = 12^\circ$ (ángulo de paso)
- $N = 5$ (número de vueltas)
- $D = \frac{c}{\lambda} = 10.44 \text{ cm}$ (diámetro de cada espira)
- $S = 8 \text{ cm}$ (espaciamento entre vueltas)

IMPEDANCIA DE ENTRADA

$$R_{ent} = R_A = 112.5 \ (\Omega)$$

PATRON DE RADIACION

El patrón de radiación que debe presentar esta antena se calcula mediante las expresiones (6.20) y (6.13) y se muestra en la figura (11.6)

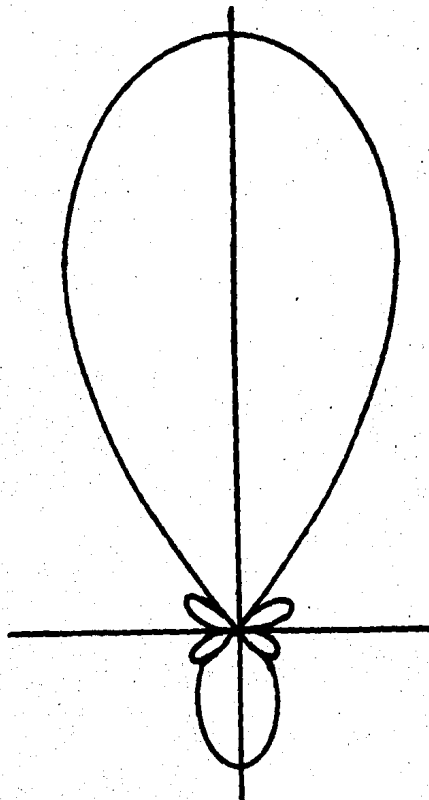


FIGURA (11.6)

DIRECTIVIDAD

$$D = \frac{15 \text{ C N S}}{\lambda^3} = 3.1622$$

en decibeles Ddb = 5

ANCHO DE HAZ

$$\text{Boc} = \frac{52 \lambda}{C \sqrt{\frac{N}{S} \frac{S}{\lambda}}} = 63.39^\circ$$

RADIACION FRONTAL TRASERA

R.F.T. = 5 db

11.3.2. ACOPLAMIENTO

Ya se mencionó que se utilizará un transformador de $\lambda/4$, implementado con cable coaxial de 75 ohms, y cuya teoría se muestra en el Capítulo 10.

11.3.3. MATERIAL UTILIZADO

- Barra de aluminio de 0.417 cm de diámetro.
- Lámina de aluminio para plano de tierra de 15 cm de radio.
- Conector hembra en el punto de alimentación.

La antena diseñada y construida se muestra en la figura (// . 7).

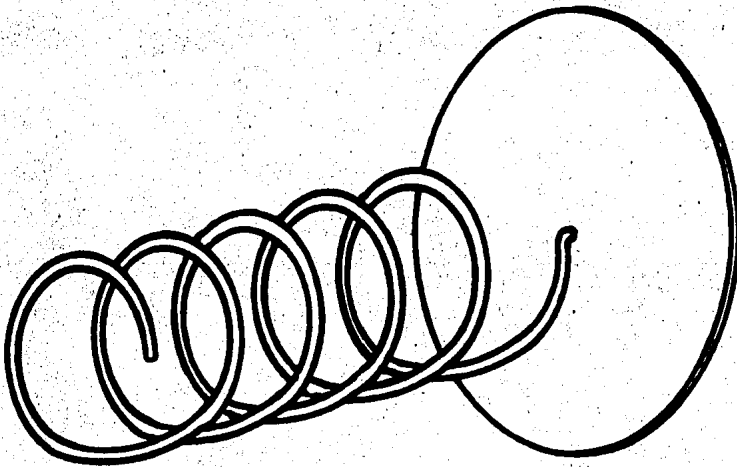
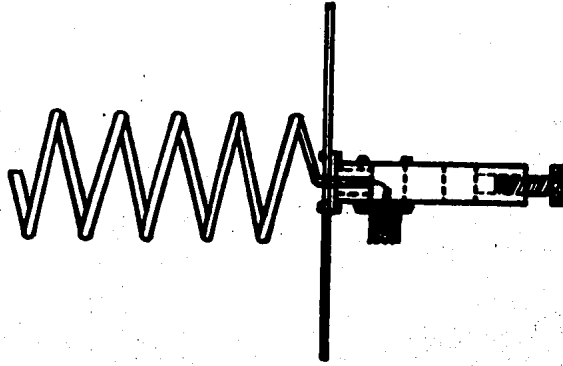


FIGURA (117)

11.3.4. RESULTADOS OBTENIDOS

Zent = 61.50 + j 26.5

V.S.W.R. 1.7

GANANCIA: 4.59 dB

PATRON DE RADIACION

El patrón de radiación obtenido se muestra en la figura (11.8).

RELACION FRONTAL TRASERA

R.F.T. = 13 dB

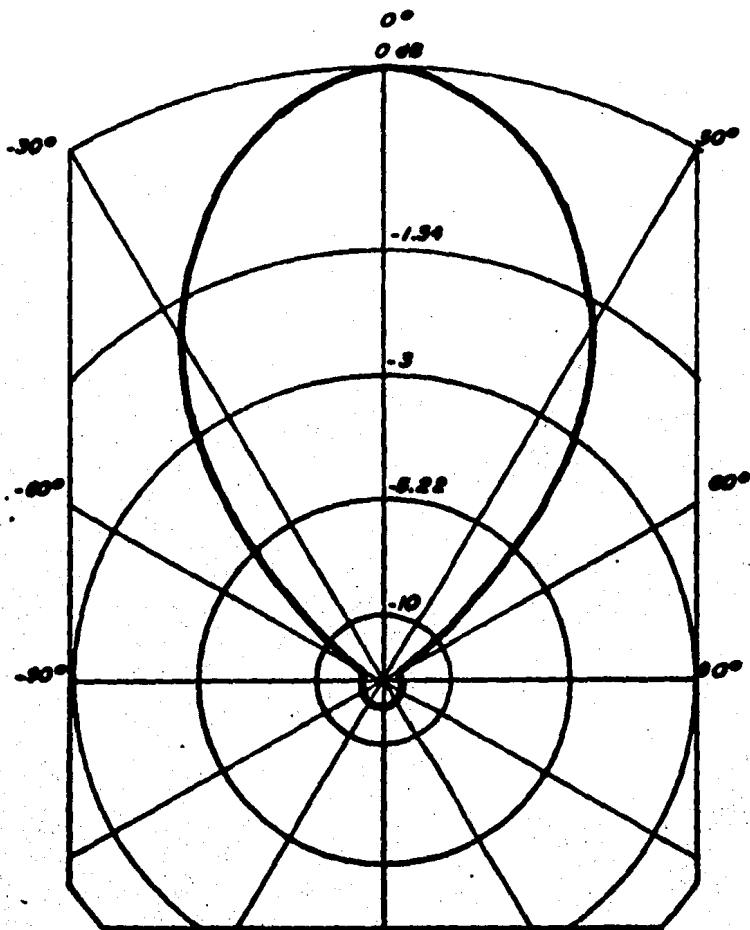
11.3.5. COMENTARIOS

La impedancia de entrada medida tiene una gran variación con respecto a la teórica, aproximadamente de 55%, teniendo como consecuencia un V.S.W.R. de 1.7.

Esta variación se debe primordialmente a que pequeñas inexactitudes en la construcción, principalmente en α , C y S, producen variaciones considerables en la impedancia de entrada.

Es importante mencionar que debido a que la impedancia medida es compleja, es necesario un cambio en el sistema de acoplamiento, esto es, en lugar de utilizar un transformador de $\lambda/4$, se utilizará un "STUB" semejante al utilizado en la antena monopolo.

No obstante el alto desacoplamiento que se presenta, el patrón de radiación medido resulta ser muy semejante al patrón teórico, y debido a estos otros parámetros como ancho de haz, directividad y relación frontal trasera son también satisfactorios.



ANTENA HELICOIDAL

$F = 750 \text{ MHz}$

$\theta = 57^\circ$

FIGURA (11.8)

11.4. ANTENA YAGI

11.4.1. Diseño

El diseño realizado está basado en las tablas que se proporcionan en el Capítulo 7.

Para la frecuencia de operación: $f = 750 \text{ MHz}$. ($\lambda = 40 \text{ cm}$)

$N = 5$ (número de elementos)

$a = 0.417\lambda \text{ cm}$ (a : diámetro del conductor)

$L_R = 0.477\lambda \text{ cm} = 19.08 \text{ cm}$ (L_R : longitud del reflector)

$L_a = 0.451\lambda \text{ cm} = 18.04 \text{ cm}$ (L_a : longitud del elemento alimentado)

$L_D = 0.442\lambda \text{ cm} = 17.68 \text{ cm}$ (L_D : longitud de los directores)

$S = 0.25\lambda = 10 \text{ cm}$ (S : espaciamiento entre elementos)

IMPEDANCIA DE ENTRADA

$$Z_{in} = 53.3 + j 6.2 [\Omega]$$

PATRON DE RADIACION

El patrón teórico se muestra en el Capítulo 7.

GANANCIA

$$G = 11 \text{ dB}$$

ANCHO DE HAZ

En el plano horizontal: $\theta_h = 58^\circ$

En el plano vertical: $\theta_v = 66^\circ$

RELACION FRONTAL-TRASERA

R.F.T. = 7.4 dB

11.4.2. ACOPLAMIENTO

Debido a que la parte real de la impedancia de entrada es - - aproximadamente de 50Ω , y la parte reactiva es muy pequeña, se puede alimentar directamente a la antena mediante una línea de transmisión de 50Ω .

Para evitar el problema de desbalanceo se utiliza un "BALUN" de $\lambda/4$, implementado con un tramo de cable.

11.4.3. MATERIAL UTILIZADO

- a) Tubo de aluminio de 0.417 cm de diámetro.
- b) Soporte de madera para los elementos de la antena.
- c) Conector "BNC" macho para cable de 50Ω .

La antena construida se muestra en la figura (11.9).

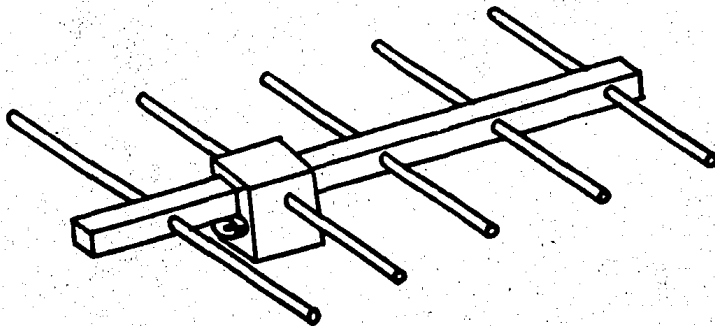


FIGURA (11.9)

11.4.4. RESULTADOS

IMPEDANCIA DE ENTRADA

Sent = 50 -j 24 (Ω).

V.S.W.R. 1.6

GANANCIA

$$G_r = 8.15 \text{ dB}$$

PATRON DE RADIACION

El patrón de radiación obtenido se muestra en las figuras (11.10, 11).

ANCHO DE HAZ

En el plano horizontal: 56°

En el plano vertical: 60°

RELACION FRONTAL-TRASERA

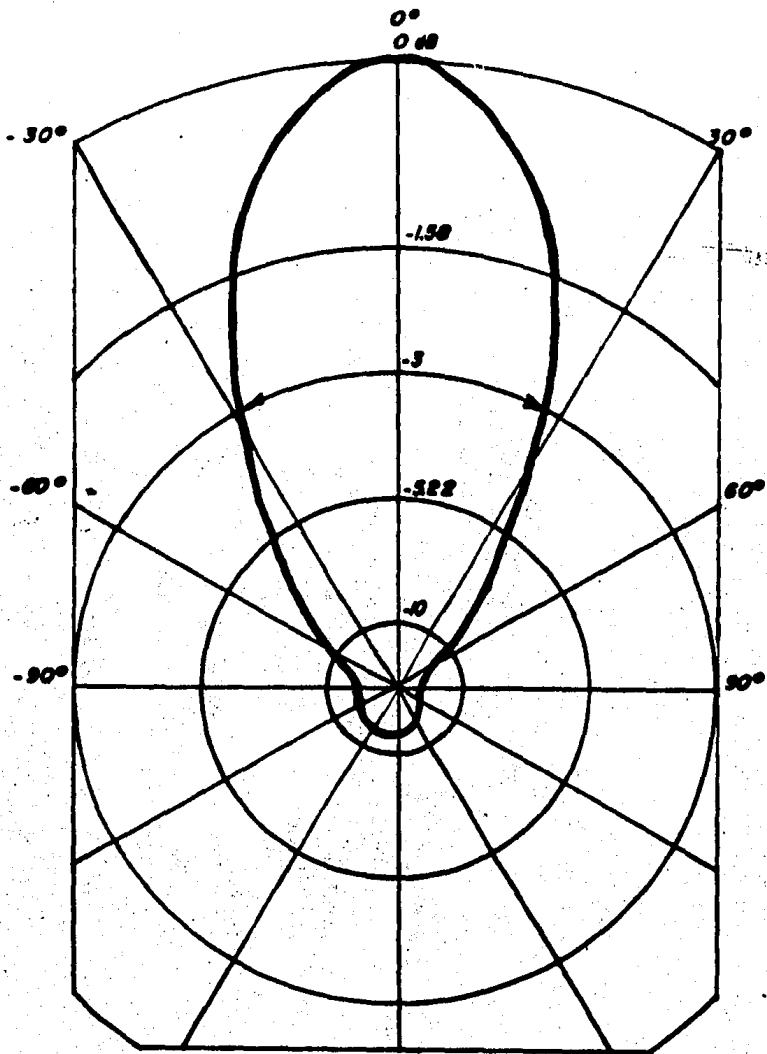
R.F.T. = 7.96 dB

11.4.5. COMENTARIOS

Comparando los valores obtenidos experimentalmente con los teóricos, se observa que los resultados son satisfactorios, especialmente en lo que respecta al patrón de radiación.

La impedancia de entrada medida presenta una diferencia significativa en la parte reactiva, lo cual provoca el V.S.W.R. indicado. Es importante mencionar que la primera medición de impedancia se realizó con los valores exactos de diseño, dando como resultado una parte real de 30 Ω y una parte reactiva de 10 Ω , lo que indicaba un gran desacoplamiento.

Para aumentar la impedancia de la antena se incrementó levemente la longitud del elemento reflector, obteniéndose la impedancia indicada y un mejor acoplamiento. Cabe aclarar que el acoplamiento de la antena podría haberse mejorado, utilizando un acoplador "Gamma" pero observando los patrones de radiación y considerando el uso que se le dará, se optó por mantener los resultados obtenidos.

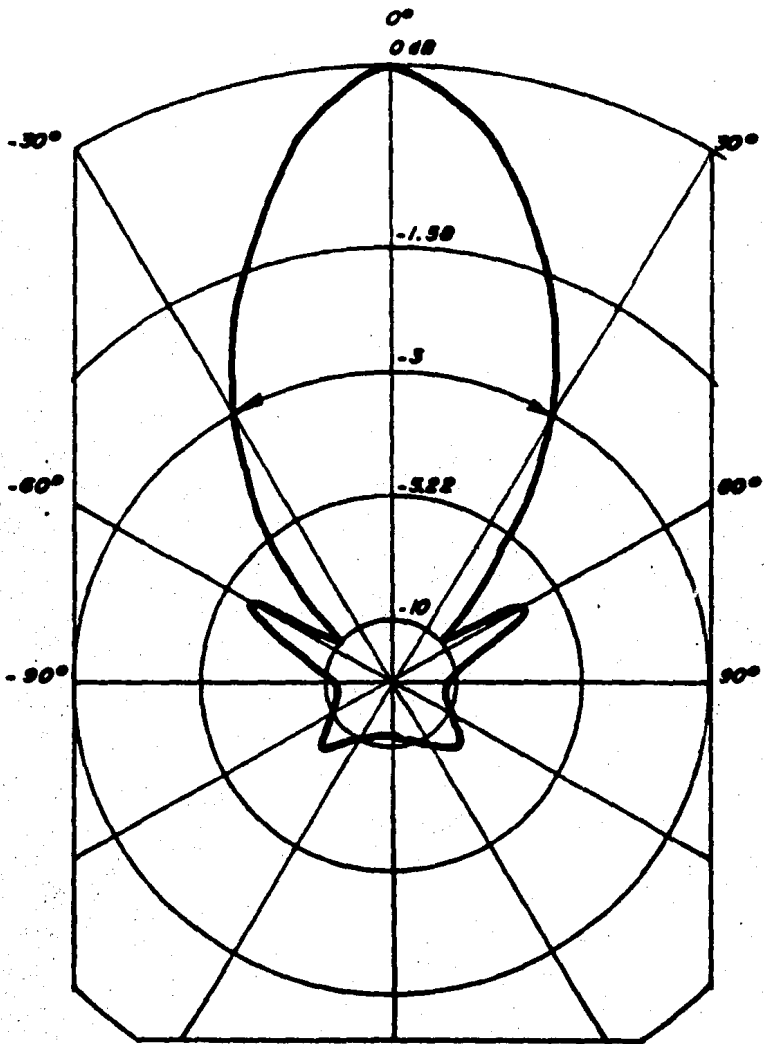


ANTENA YAGI
PLANO HORIZONTAL

$F = 750 \text{ MHz}$

$\Theta = 30^\circ$

FIGURA (11.10)



ANTENA YAGI
 PLANO VERTICAL
 $F = 750 \text{ MHz}$
 $\phi_B = 60^\circ$

FIGURA (11.11)

ANTENA LOGOPERIODICA

De acuerdo al procedimiento de diseño indicado en el Capítulo 8, para una frecuencia de 750 MHz se tiene:

1. $R_{\text{ent}} = 50 \Omega$

$f_{\text{max. de operación}} = 800 \text{ MHz}$

$f_{\text{min. de operación}} = 700 \text{ MHz}$

$B = f_{\text{max}}/f_{\text{min}} = 1.142$

$D_0 = 8.5 \text{ dB}$

2. $\Gamma = 0.15$

$\tau = 0.825$

3. $\alpha = \tan^{-1} \frac{(1 - 0.825)}{4 \times 0.15} = 16.26^\circ$

4. $\text{Bar} = 1.1 + 7.7 (1 - 0.825)^2 \cot 16.26^\circ$

$\text{Bar} = 1.9085$

Además $B_D = B \cdot \text{Bar} = (1.142) (1.908)$

$B_D = 2.185$

5. $\lambda_{\text{max}} = \frac{c}{f_{\text{min}}}$

$L_T = \frac{\lambda_{\text{max}}}{4} \left(1 - \frac{1}{B_D}\right) \cot \alpha$

$L_T = \frac{0.42857}{4} \left(1 - \frac{1}{2.185}\right) \cot (16.20^\circ) = 20 \text{ cm}$

El número de elementos N es

$$N = 1 + \frac{\text{Ln} (B_D)}{\text{Ln} (1/\tau)} = 5$$

6. $Z_a = 120 \left[\text{Ln} \left(\frac{\text{Ln}}{d_n} \right) - 2.25 \right]$

Como $\text{Ln max} = \frac{\lambda_{\text{max}}}{2} = 0.2139$

$d_n = 0.47625 \text{ cm}$ (3/16" de diámetro)

$Z_a = 186.20 \ \Omega$

7. $\frac{Z_a}{R_{in}} = \frac{186.20}{50} = 3.724$

$\sqrt{\tau} = \frac{8}{\sqrt{3.724}} = 0.165$ además

$\frac{Z_o}{R_{in}} = 1$ por lo que $Z_o = R_{in} = 50 \text{ ohms}$

8. $S = d \cos h \left(\frac{Z_o}{120} \right)$

$S = 0.47625 \cos h \left(\frac{50}{120} \right)$

$S = 0.5 \text{ ca}$

Las longitudes de los elementos restantes, así como el espaciamiento entre elementos, se obtienen fácilmente mediante las relaciones con " τ ", que se indican en el Capítulo 8.

LONGITUDES DE ELEMENTOS

$$L_1 = 21.39 \text{ cm}$$

$$L_2 = 17.679 \text{ cm}$$

$$L_3 = 14.58 \text{ cm}$$

$$L_4 = 12.03 \text{ cm}$$

$$L_5 = 9.93 \text{ cm}$$

ESPACIAMIENTO ENTRE ELEMENTOS

$$R_1 - R_2 = 5.6 \text{ cm}$$

$$R_2 - R_3 = 4.62 \text{ cm}$$

$$R_3 - R_4 = 3.81 \text{ cm}$$

$$R_4 - R_5 = 3.14 \text{ cm}$$

Resumiendo las características de diseño:

IMPEDANCIA DE ENTRADA

$$Z_{ent} = 50 \text{ ohms}$$

DIRECTIVIDAD

$$D_0 = 8.5 \text{ dB}$$

ANCHO DE BANDA

$$100 \text{ MHz}$$

PATRON DE RADIACION

El patrón de radiación que presenta esta antena debe ser directivo, semejante al de la antena Yagi.

La antena diseñada se muestra en la figura (11.2).

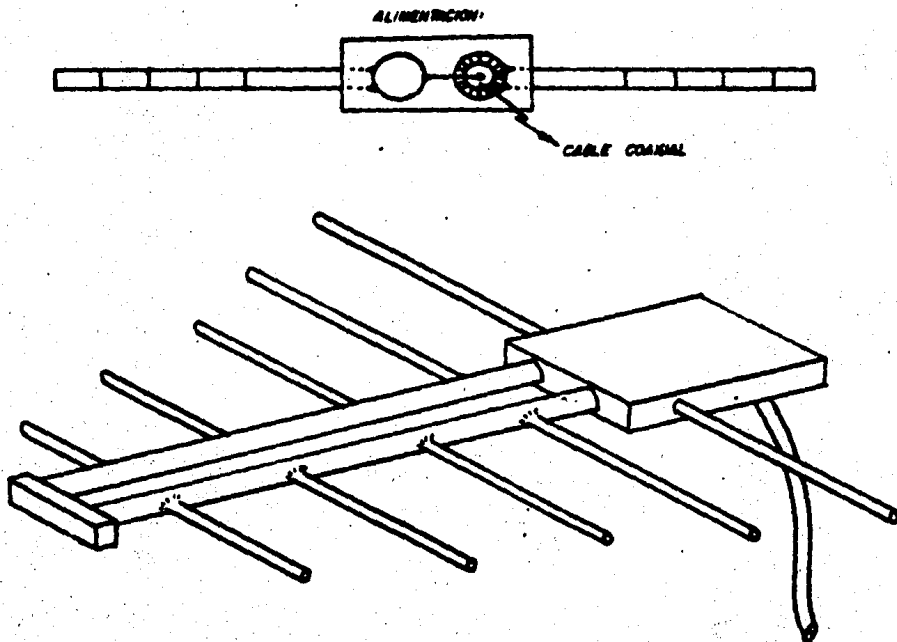


FIGURA (11.2)

Es importante mencionar que en este diseño se ha considerado que el parámetro que principalmente debe conservarse en el ancho de banda, es el patrón de radiación.

RESULTADOS OBTENIDOS

IMPEDANCIA DE ENTRADA

Para la frecuencia central (750 MHz)

$$Z_{ent} = 42 - j 14 \quad (\Omega)$$

$$V.S.W.R. = 1.58$$

Para la frecuencia mínima (700 MHz)

$$Z_{ent} = 12 - j 9 \quad \Omega$$

$$V.S.W.R. = 4.4$$

Para la frecuencia máxima (800 MHz)

$$Z_{ent} = 22 + j 9 \quad \Omega$$

$$V.S.W.R. = 2.3$$

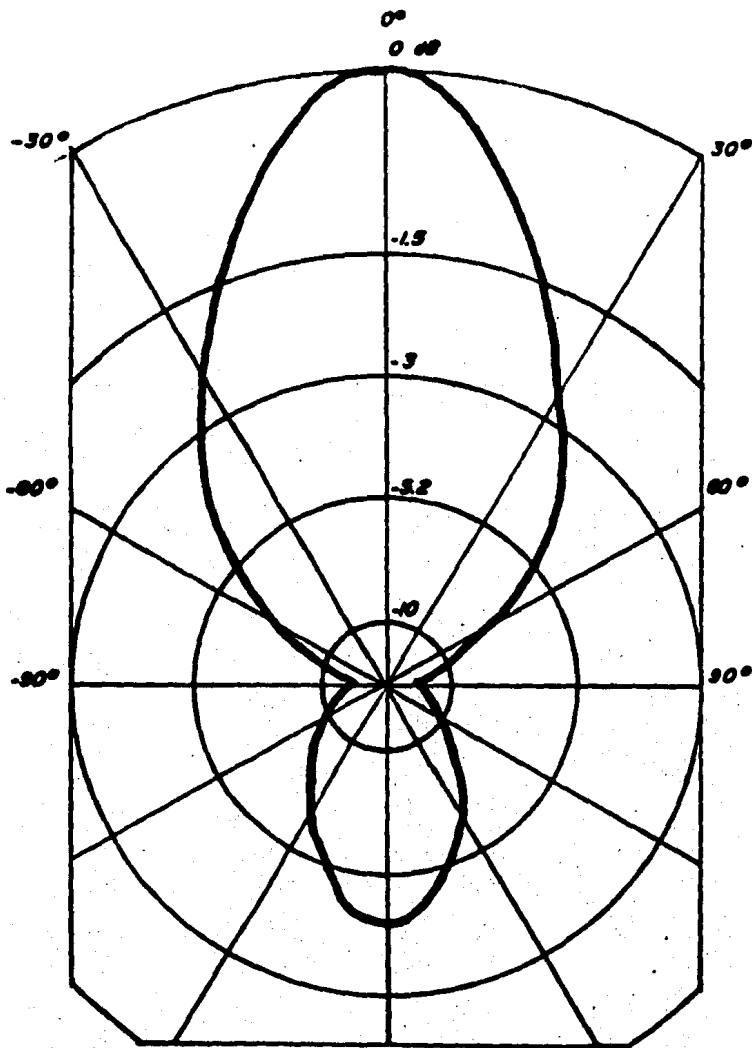
GANANCIA

Para la frecuencia central

$$G_A = 7.41 \text{ dB}$$

PATRON DE RADIACION

Los patrones de radiación a frecuencias en que se observa - la influencia de la variación de la frecuencia de operación se muestran en las figuras (11, 12, 13, 14, 15).



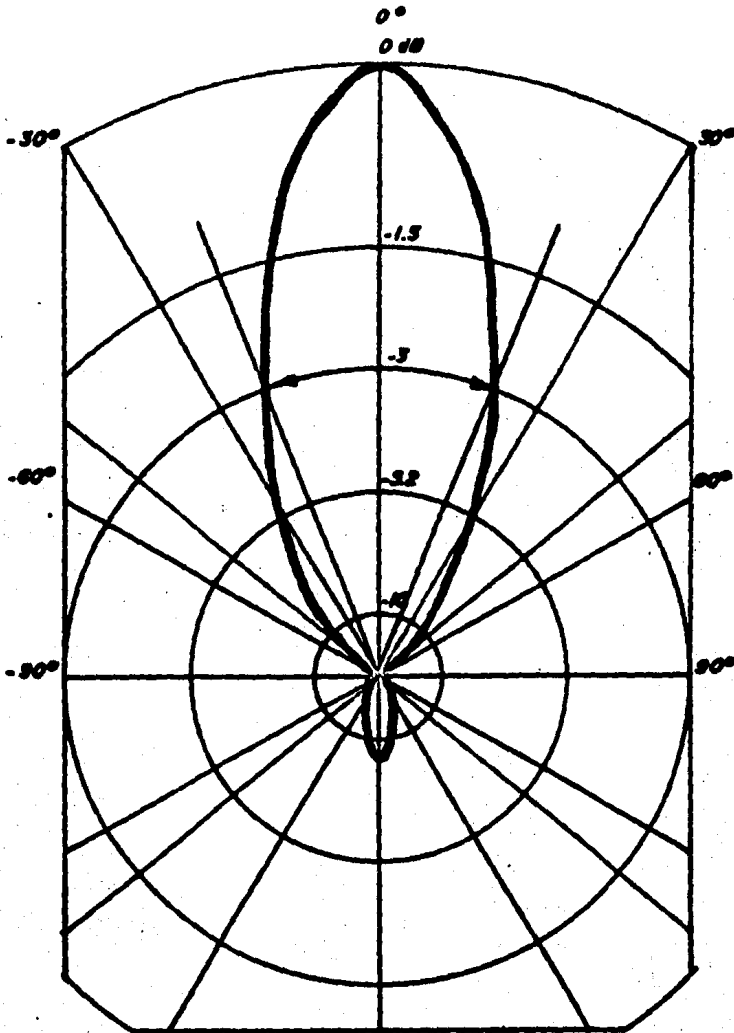
ANTENA LOGOPERIODICA

$F = 700 \text{ MHz}$

$\Theta = 90^\circ$

$RPT = 2.26 \text{ dB}$

FIGURA (11.13a)



ANTENA LOGOPERIODICA

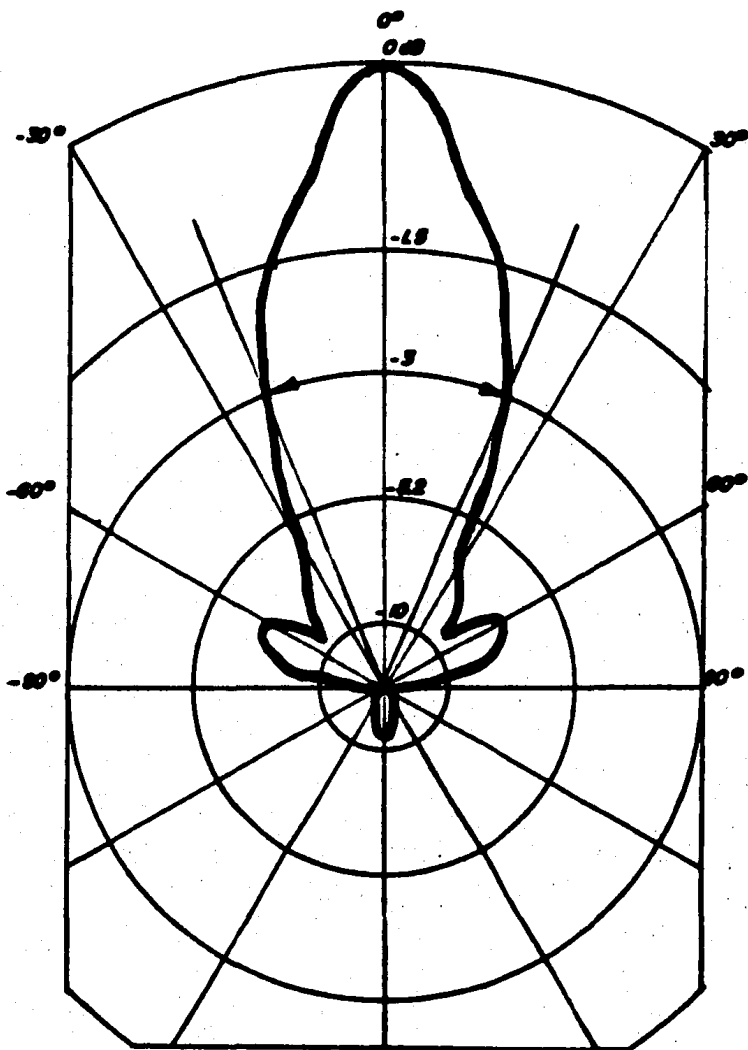
$f = 750 \text{ MHz}$

$\theta_0 = 45^\circ$

PLANO HORIZONTAL

RPT = 0.24 dB

FIGURA(11.130)



ANTENA LOOPERDICA
 $F = 100 \text{ MHz}$
 $\Theta = 40^\circ$
 $RFT = 11 \text{ dB}$
 PLANO VERTICAL

FIGURA (N. 130)

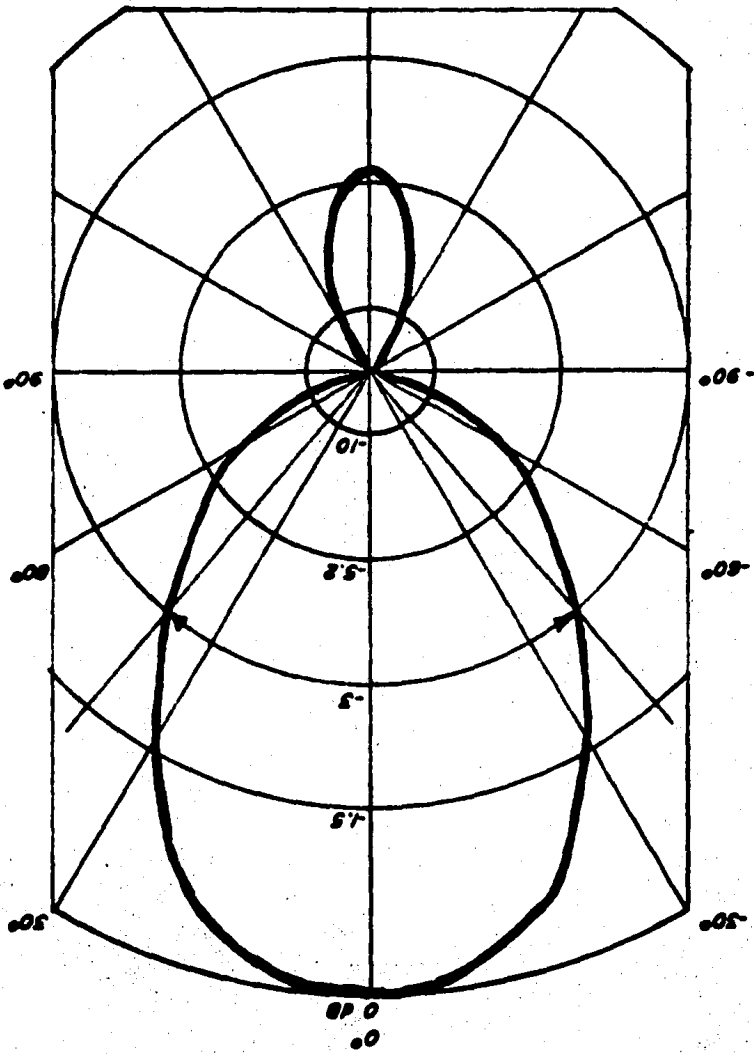
(FORMA II.134)

PLANO HORIZONTAL
R.F.T. = 4.85 dB

$\theta = 90^\circ$

f = 800 MHz

ANTENA LOGOPERNOICA



COMENTARIOS

En la frecuencia central de operación, la impedancia de entrada medida, la ganancia y el patrón de radiación son muy semejantes a lo que el diseño indica.

Para observar el cambio en las propiedades de la antena con la frecuencia, especialmente en el patrón de radiación, se efectuaron pruebas a diferentes frecuencias dentro del ancho de banda de diseño. Observando que en el patrón de radiación comenzaba a aparecer un lóbulo trasero a medida que la frecuencia de operación se variaba hacia arriba o abajo de la frecuencia central y además, el ancho de haz se hacía mayor. No obstante, el patrón de radiación conservaba su característica directiva.

En los límites del ancho de banda se encontró que el patrón de radiación se modificaba notoriamente, ya que aparecía un lóbulo trasero muy grande y como consecuencia también se tenía un gran desacoplamiento.

En base a las pruebas efectuadas se puede afirmar que la antena no mantiene sus propiedades con una variación tolerable para todo el ancho de banda de diseño, ya que cerca de los límites varían notoriamente el patrón de radiación, la ganancia y el desacoplamiento.

Por lo anterior, puede considerarse que la antena opera satisfactoriamente en un 65% del ancho de banda.

ANTENA DIPOLO

DISEÑO

En base a la teoría desarrollada para el dipolo, para una frecuencia de 750 MHz, se tiene:

LONGITUD DEL DIPOLO

$$L = \lambda / 2 = 20 \text{ cm.}$$

IMPEDANCIA DE ENTRADA

$$Z_{ent} = 73 + j 42.5 (\Omega)$$

DIRECTIVIDAD

$$D = 2.15 \text{ dB}$$

PATRON DE RADIACION

El patrón de radiación que debe presentar esta antena, se presenta en el Capítulo 4, figura (4.1), página (79).

ACOPLAMIENTO

El acoplamiento de esta antena se lleva a cabo mediante el acoplador "gamma" (ver capítulo 10), siguiendo los pasos de diseño indicados en el Capítulo 10, se tiene:

1. $d_1 = 0.476 \text{ (cm)} = d_2$
 $S = 0.7 \text{ (cm)}$
 $L = 20 \text{ cm, } R_o = 50 (\Omega)$
 $L' = \text{incognita}$

2. $Z_{o_A} = 129.31 (\Omega)$
3. $Z_a = 73 + j 42.5 (\Omega)$
4. $= 1$
5. $L' = 5.77$ (cm)
 $X_{in} = j88.23 (\Omega)$
6. $C = 2.4$ (pf)

La antena diseñada se presenta en la figura (11.14).

RESULTADOS OBTENIDOS

IMPEDANCIA DE ENTRADA

$$Z_{ent} = 33 + j0 (\Omega)$$

$$V.S.W.R. = 1.59$$

GANANCIA

$$G_D = 2.03$$
 (dB)

PATRON DE RADIACION

El patrón obtenido se muestra en la figura (11.15).

COMENTARIOS

El objetivo del acoplador gamma, era el de eliminar la parte reactiva de la impedancia de la antena y tener una impedancia de entrada de 50 ohms, así como evitar el problema de desbalanceo. Este objetivo se logró parcialmente ya que, se eliminó la parte reactiva pero la parte real no fue de 50 ohms, por lo cual se tiene el V.S.W.R. de 1.59. Para llegar a este resultado se realizaron varias pruebas desplazando el "corto circuito" del acoplador, es decir, variando L' hasta tener el mejor acoplamiento posible. Los resultados obtenidos indican que no

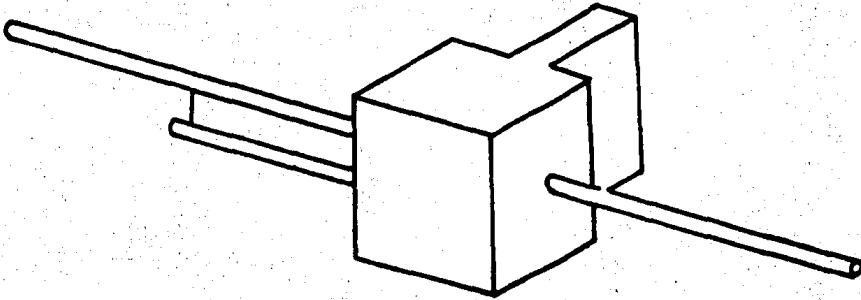
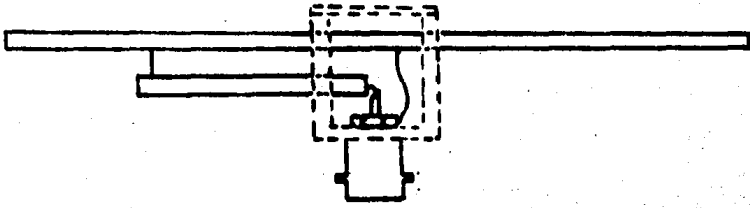
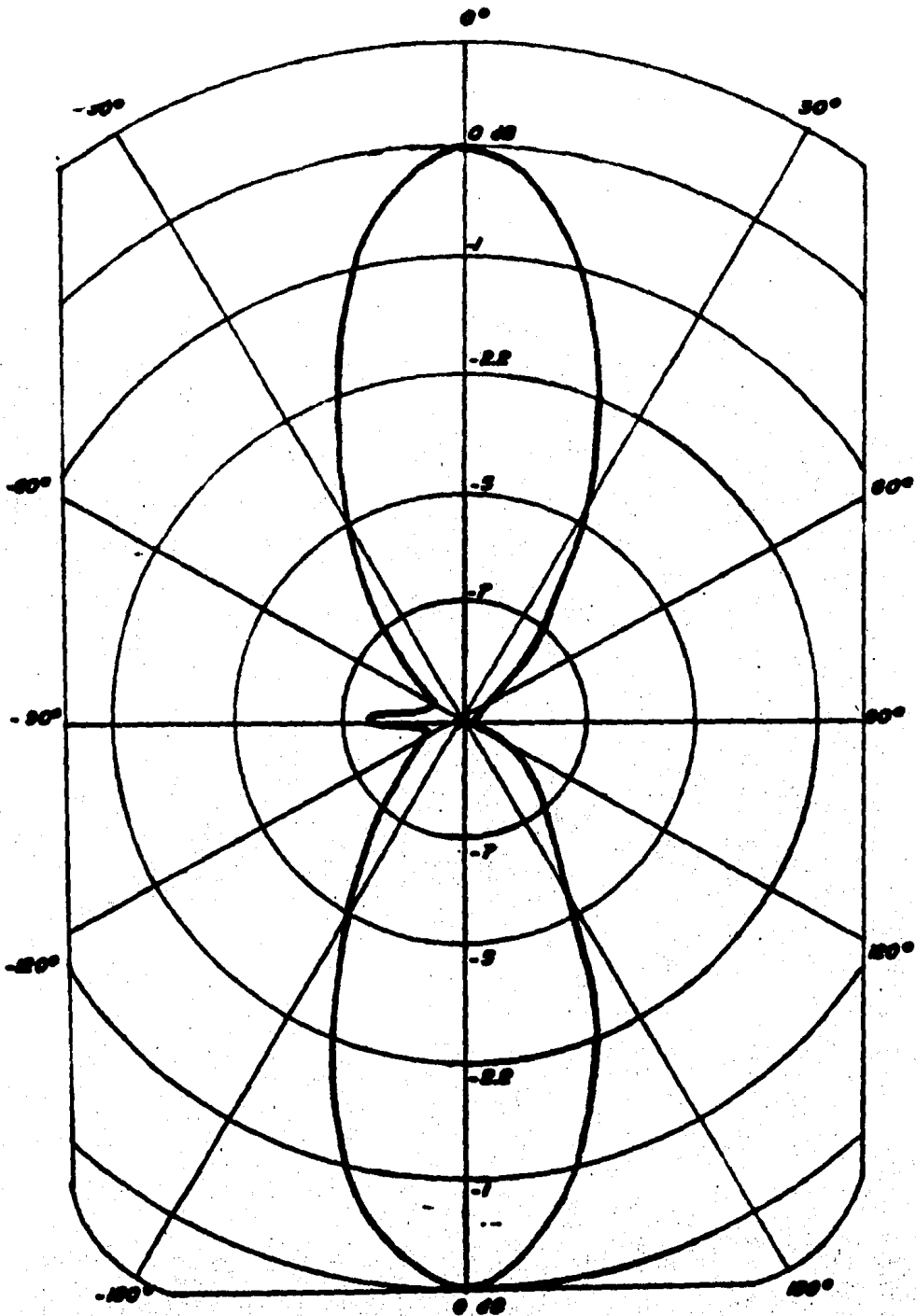


FIGURA (11.14)

ANTENA BIPOLO PLANOVERTICAL



FIGURA(1.13a)

ANTENA DIPOLO

PLANO HORIZONTAL

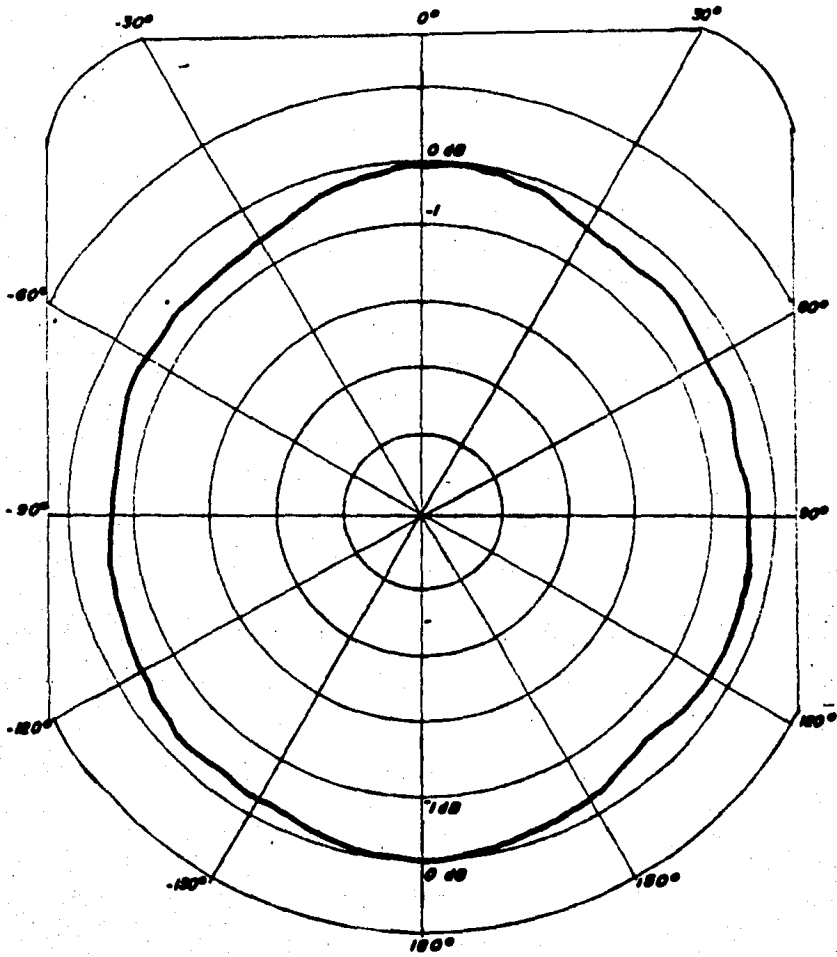


FIGURA (11.10 b)

se tiene un acoplamiento óptimo, el cual es muy difícil de obtener, no obstante los resultados están en los límites de tolerancia.

El patrón de radiación que se obtuvo, así como la ganancia son muy semejantes a lo que indica la teoría, por lo que en este aspecto los resultados son muy satisfactorios.

CONCLUSIONES

El trabajo realizado proporcionó un conocimiento teórico y práctico de las seis antenas construidas, así como los fundamentos generales de la teoría de antenas.

En el Capítulo II se llevó a cabo un resumen de los resultados de cada una de las antenas, mencionando en cada caso los puntos que fueron satisfactorios y las divergencias que se presentaron con la teoría.

De los resultados obtenidos, se observa que no se logró un acoplamiento óptimo de cada antena, no obstante el VSWR se encuentra dentro de los límites de tolerancia; además los patrones de radiación son muy semejantes a los que indica la teoría. Por lo que puede considerarse que los resultados en general son satisfactorios.

Es importante mencionar que al llevar a cabo este trabajo, se observaron algunos factores que influyen en el comportamiento de las antenas y que ocasionan divergencias con la teoría. Sin embargo, este aspecto no debe considerarse como inesperado ya que en la teoría de antenas se hacen ciertas suposiciones para simplificar el análisis matemático, por ejemplo, que la antena se encuentra situada en el espacio libre. Es obvio que esto no puede lograrse en la práctica, ya que existen objetos alrededor de la antena instalada, que influyen en su comportamiento.

Las antenas construidas podrán ser utilizadas en el laboratorio de "Radiación y Propagación", Para llevar a cabo las pruebas más importantes como la de medición de impedancia de entrada y patrón de radiación, medición de V.S.W.R.

B I B L I O G R A F I A

- BALANIS, CONSTANTINE A. "Antena Theory Analysis and Design". The Harper and Row Series in Electrical Engineering.
- THE ARRL ANTENNA BOOK. "The ARRL Antenna Book". Published by The American Radio Relay League, Inc.
- H. JASIK. "Antennas". Mc. Graw-Hill, New York.
- J.D. KRAUS. "Antennas". Mc. Graw-Hill, New York, 1950.
- MARKOV, SAZONOV. "Antenas". MIR, Moscu, 1978.
- PAUL NASAR. "Introduction to Electromagnetic Fields". Mc. Graw-Hill, New York.
- I.E.E.E. "Standard Test Procedures for Antennas". Published by The American Radio Relay League, Inc.
- WEEK, WALTER. "Antennas". Tata Mc. Graw-Hill, 1974.
- JORDAN, EDWARD CORAD. "Ondas Electromagnéticas y Sistemas de Radiación". Tr. J. Gómez B. Paraninfo, Madrid, 1973.
- WARREN, L. STUTZMAN. "Antena Theory and Designs". John Wiley and Sons.
- YANG, R.F.H. "A Proposed Gain Standar for VHF & UHF Antennas". En "Transactions on Antenna and Propagation". IEEE. Noviembre 1966.
- CLAYTON, R. PAUL. "Introduction to Electromagnetic Fields". Mc Graw-Hill, New York.
- KRAUSS AND CARVER. "Electromagnetic". Mc. Graw-Hill, New York e