



///
2ej.

Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

Diagramas de Interacción para Elementos
Circulares Anulares de Concreto Reforzado en
Flexocompresión

T E S I S

Que para obtener el título de

INGENIERO CIVIL

presenta

JOSE FRANCISCO MONTUY VIDAL





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE.

	Pág.
Capítulo 1. INTRODUCCION Y OBJETIVO.	.. 1
Capítulo 2. HIPOTESIS.	.. 4
Capítulo 3. CALCULO DE LOS DIAGRAMAS DE INTERACCION.	.. 6
3.1. Procedimiento general.	.. 6
3.1.1. Generalidades.	
3.1.2. Secuencia de cálculo.	
3.2. Obtención de las ecuaciones para el cálculo de los diagramas de interacción.	.. 8
3.2.1. Contribución del concreto.	
3.2.2. Contribución del acero.	
3.3. Programas de computadora.	.. 21
Capítulo 4. DIAGRAMAS DE INTERACCION.	.. 23
Capítulo 5. EJEMPLO DE APLICACION.	.. 45
Capítulo 6. CONCLUSIONES	.. 50
FIGURAS.	53 - 57
ANEXO 1.	.. 58
BIBLIOGRAFIA.	.. 68

1. INTRODUCCION Y OBJETIVO.

La resistencia, concebida como la capacidad máxima de carga de un elemento, es una situación que se puede alcanzar bajo diversas combinaciones de carga. Para el caso de carga axial y momento flexionante, las combinaciones pueden variar desde una carga axial máxima P de tensión, o compresión, y un momento nulo; hasta un momento máximo M en combinación con cierta carga axial.

A la representación gráfica de las combinaciones de carga axial y momento flexionante con las que un elemento puede alcanzar su resistencia, se denomina diagrama de interacción; en este diagrama cualquier punto en la curva representa una combinación de momento y carga axial que el elemento puede soportar.

Como puede observarse en la figura 1, la capacidad por carga axial de compresión de un elemento corresponde al punto P_{oc} , y la carga axial máxima de tensión al punto P_{ot} . Si la sección se sujetara solo a flexión, el máximo momento flexionante que podría aplicarse sería el marcado con M_o .

Para una excentricidad fija, al aumentar la carga externa, el momento y la carga axial crecen en la misma proporción; la historia de carga queda representada por una recta desde el origen, con una pendiente igual al cociente $P/M = 1/e$. Para las combinaciones de carga representadas por la recta \overline{OA} de la figura 1, la resistencia correspondería a la combinación (M_a, P_a) , en la misma figura se observa también que para un mismo momento existen dos valores de carga axial.

El conocimiento necesario para llegar a esta representación es el resultado de investigaciones experimentales sobre comportamiento de elementos de con-

creto reforzado sujetos a flexión y carga axial, estos estudios abarcan desde ensayos en vigas simplemente apoyadas con cargas concentradas y simétricas hasta ensayos en elementos de concreto reforzado sujetos a compresión axial o compresión excéntrica. El tipo de espécimen usado en estas investigaciones es semejante al que aparece en la figura 2; en la que una carga P se aplica a una excentricidad constante, resultando que toda la zona prismática del espécimen este sujeta a una carga axial y a un momento flexionante que crecen en la misma proporción hasta el colapso.

El diagrama de interacción permite distinguir dos tipos de fallas principales :

- + En compresión.
- + En tensión.

en la figura 1, el punto D separa la zona de fallas en compresión de las de tensión y la que se presenta en este punto recibe el nombre de falla balanceada. Las fallas en la zona de compresión son fallas del tipo frágil, es decir una vez que el elemento ha alcanzado su resistencia la capacidad de deformación es casi nula; mientras que las fallas que se presentan en la zona de tensión son del tipo dúctil, debido a la gran capacidad de deformación del acero.

La mayoría de los diagramas de interacción se han desarrollado con base en la simplificación conocida como rectángulo equivalente; mediante la cual se supone que el comportamiento real del concreto, figura 3, se sustituye por un comportamiento " equivalente ". Esta simplificación se dedujo de multitud de ensayos realizados sobre vigas de concreto en flexión pura.

En el presente trabajo se usará la curva real de comportamiento de un concreto típico, figura 3, debido a que el tipo de sección que se propone no es convencional (circular anular), y a que no hay evidencia experimental que justifique utilizar la simplificación antes mencionada.

Lo desarrollado en este trabajo estará enfocado a resolver el problema de predicción de resistencia de chimeneas de concreto reforzado, ya que actualmente estas solo se revisan con detalle para condiciones de servicio. El objetivo específico del trabajo sera el elaborar ayudas de diseño, en forma de diagramas de interacción, para determinar la resistencia a flexocompresión de secciones de concreto reforzado circulares anulares.

2. HIPOTESIS.

Para establecer un método general de diseño para piezas sujetas a cualquier combinación de carga axial y momento flexionante, usualmente se plantean las siguientes hipótesis:

a) Las secciones transversales planas antes de la deformación, permanecen planas después de que esta ocurre. Esta hipótesis permite conocer la deformación de las fibras a cualquier altura de la sección si se fijan dos puntos de deformación conocidos.

b) El concreto no resiste tensiones. En realidad el concreto tiene cierta resistencia a la tensión; para fines prácticos es más conveniente no considerarla.

c) Se conocen las características esfuerzo-deformación del acero. Para este trabajo se supone un comportamiento elasto-plástico del acero, para el cual los esfuerzos son directamente proporcionales a las deformaciones hasta una deformación máxima, y después permanece constante el esfuerzo sin importar la deformación. Se considera un módulo de elasticidad para el acero de $E_s = 2 \times 10^6$ kg/cm², por lo que para el cálculo de los esfuerzos:

$$f_s = \epsilon_s \cdot E_s \quad \text{si } \epsilon_s \leq \epsilon_y$$

$$f_s = f_y \quad \text{si } \epsilon_s > \epsilon_y$$

en donde :

f_s esfuerzo en el acero.

ϵ_s deformación en el acero.

ϵ_y deformación máxima del acero.

f_y esfuerzo de fluencia del acero.

con esta idealización se desprecia la zona de endurecimiento del acero. Si se tomara en cuenta esa zona, se obtendrían resistencias mayores en algunos casos; sin embargo, se considera que las deformaciones del elemento serían de tal magnitud que la pieza dejaría de cumplir su función estructural antes de alcanzar esa capacidad.

d) Se conocen las características esfuerzo-deformación del concreto. En este trabajo se considera una distribución parabólica de esfuerzos, figura 3, en lugar del rectángulo equivalente. La ecuación de esta curva se encuentra dada por la ecuación:

$$f_c = f'_c \left[2 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} - \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2 \right]$$

donde :

f_c Esfuerzo del concreto para una determinada deformación.

f'_c Resistencia a la compresión de concreto a los 28 días.

ϵ Deformación unitaria del concreto para un determinado f_c .

ϵ_0 Deformación unitaria del concreto correspondiente a f'_c ($\epsilon_0 = 0.003$)*.

e) La adherencia entre el acero y el concreto es perfecta. Esta hipótesis es necesaria para establecer una igualdad de deformaciones en el acero y el concreto para las mismas distancias al eje neutro.

f) Una sección falla en compresión si el concreto, en alguna fibra alcanza una deformación de compresión máxima ϵ_c . En este caso $\epsilon_c = 0.0042$ *

* Valores determinados por el Dr. Oscar Hernández Basilio.

3. CALCULO DE LOS DIAGRAMAS DE INTERACCION.

3.1. Procedimiento general

3.1.1. Generalidades

Como ya se mencionó, un diagrama de interacción es la representación gráfica de todas las combinaciones de carga axial y momento flexionante que llevan a la falla a la sección.

Para un material elástico lineal cualquiera, con una resistencia a la compresión f'_c y a tensión f'_t , a partir de la fórmula de la escuadría se obtiene el diagrama de la figura 4, el cual no es aplicable al concreto reforzado por tratarse este de un material de comportamiento no lineal. En este caso las combinaciones (M_u, P_u) de falla se obtienen a partir de los principios básicos de la resistencia de materiales que son: Compatibilidad de deformaciones, uso de la curva real de esfuerzos $(\sigma - \epsilon)$, y el equilibrio de fuerzas en la sección transversal; todo ello con base en las hipótesis establecidas en el capítulo anterior.

3.1.2. Secuencia de cálculo

Para establecer un punto (M, P) de un diagrama de interacción considerando que se conoce la geometría de la sección y su cuantía de refuerzo, la secuencia sería la siguiente:

a) Se considera un valor de deformación máxima que se desea alcance el concreto, en este caso $\epsilon_c = 0.0042$ (fig. 3).

b) Se da un valor a la profundidad del eje neutro.

c) Con los dos parámetros anteriores conocidos, es fácil determinar las deformaciones unitarias del acero distribuido así como el volumen de esfuerzos del concreto.

d) Integrando (ver 3.2) el volumen de esfuerzos del concreto se determina la fuerza de compresión con la que contribuye este material.

e) Multiplicando E_s por la deformación unitaria correspondiente a cada área de acero, se determinan las fuerzas en el mismo, el signo de la fuerza la da su posición con respecto al eje neutro.

f) Se aplica la suma algebraica de fuerzas internas que por equilibrio será igual a la carga externa actuante P_u .

g) Los momentos flexionantes de las fuerzas internas se toman respecto al centroide de la sección de concreto, y su resultante será igual, para que este en equilibrio el sistema, al momento último actuante M_u .

h) De la relación M_u / P_u se conoce el valor de la excéntrica e con que se aplica la carga P_u .

i) Para el caso de una sección circular anular el adimensionamiento de M_u se hace respecto a $D^2 t (1-t/D) f''_c$ y P_u es respecto a $D t (1 - t/D) f''_c$ y e se adimensiona respecto a D .

donde:

D Diámetro externo de la sección.

t Espesor de la sección.

Estos parámetros conforman un grupo de valores que pueden representarse en un sistema coordenado en cuyo eje horizontal se representa $R = M / (D^2 t (1-t/D) f''_c)$; mientras que en el otro eje perpendicular, se tiene:

$$K = P / (D t (1 - t/D) f_c'') .$$

j) Se regresa al punto b), según se quieran conocer otros puntos del diagrama de interacción; mientras más se aleje el eje neutro de la sección, se tendrá menos flexión.

k) También es posible establecer diagramas de interacción para el caso en donde no se alcance el valor ϵ_u , sino que se limite la deformación unitaria del concreto a un valor ϵ , el cual se usaría en el paso a) y se repetiría la secuencia a) - h) antes mencionada.

3.2. Obtención de las ecuaciones para el cálculo de los diagramas de interacción.

En la figura 5 se muestran las variables que se utilizaron para determinar los diagramas de interacción y con base en ellos se encontraron las ecuaciones que a continuación se desarrollan.

3.2.1. Contribución del concreto.

El volumen de esfuerzos de compresión se encontró restando el volumen de esfuerzos de una sección maciza de radio R, de otra de radio RR. Para la integración del volumen se tienen dos casos principales, ver figura 6:

- + Eje neutro dentro de la sección.
- + Eje neutro fuera de la sección.

++ Límites con respecto al eje Y.

Si $B > R$ entonces $j \leq y \leq k$; el E.N. esta fuera de la sección.

Si $B \leq R$ entonces $0 \leq Y \leq k$; el E.N. esta dentro de la sección.

++ Límites con respecto al eje X.

La ecuación de la circunferencia de la figura 6, es :

$$X^2 + (Y - B)^2 = R^2 \quad \text{--- (1)}$$

despejando a X

$$X = \sqrt{R^2 - (Y - B)^2} \quad \text{--- (2)}$$

Por tanto los límites serán:

$$-\sqrt{R^2 - (Y - B)^2} \leq X \leq \sqrt{R^2 - (Y - B)^2}$$

++ Límites con respecto al eje de los esfuerzos

La deformación unitaria a una distancia Y del eje neutro es, (ver fig. 7)

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_c} = \frac{k}{y} \quad \text{--- (3)}$$

despejando a ϵ

$$\epsilon = \frac{\epsilon_c Y}{k} \quad \text{--- (4)}$$

y como la ecuación de la curva esfuerzo deformación del concreto es:

$$f_c = f'_c \left[2 \frac{\epsilon}{\epsilon_o} - \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_o} \right)^2 \right] \quad \text{--- (5)}$$

sustituyendo 4 en 5 .

$$f_c = f'_c \left[2 \frac{\epsilon_c y}{k\epsilon_o} - \frac{\epsilon_c y^2}{k\epsilon_o} \right] \quad \text{--- (6)}$$

si ahora

$$Q = 2 f'_c \left[\frac{\epsilon_c}{k\epsilon_o} \right] y \quad NN = f'_c \left[\frac{\epsilon_c}{k\epsilon_o} \right]^2$$

entonces 6 queda:

$$f_c = QY - NNY^2 \quad \text{--- (7)}$$

y los límites con respecto al eje de refuerzos será :

$$0 \leq f_c \leq QY - NNY^2$$

3.2.1.1. Integración del volúmen

$$0.5 \quad V_l = \int_j^K \int_0^{\sqrt{R^2 - (Y-B)^2}} \int_0^{QY - NNY^2} df_c \quad dx \quad dy \quad \text{--- (8)}$$

recuerdese que

$$\begin{aligned} j &= B - R & \text{si } B > R \\ j &= 0 & \text{si } B \leq R \end{aligned}$$

y por tablas de integración se sabe que:

$$\int Z^3 \sqrt{R^2 - Z^2} dz = (R^2 - Z^2)^{3/2} \left(-\frac{Z^2}{5} - \frac{2}{15} R^2 \right) + C \quad \text{(9)}$$

$$\int Z^2 \sqrt{R^2 - Z^2} dz = -\frac{Z}{4} (R^2 - Z^2) + \frac{R}{4} \left[Z \sqrt{R^2 - Z^2} + \frac{R}{2} \sin^{-1} \frac{Z}{R} \right] + C \quad \text{(10)}$$

$$\int Z \sqrt{R^2 - Z^2} dz = -\frac{1}{3} (R^2 - Z^2)^{3/2} + C \quad \text{--- (11)}$$

$$\int \sqrt{R^2 - Z^2} dz = \frac{Z}{2} \sqrt{R^2 - Z^2} + \frac{R^2}{2} \operatorname{sen}^{-1} \frac{Z}{R} + C \quad \text{--- (12)}$$

Integrando 8 respecto a f_c .

$$\frac{1}{2} V_1 = \int_J^k \int_0^{\sqrt{R^2 - (Y-B)^2}} (QY - NNY^2) dx dy \quad \text{--- (13)}$$

Integrando 13 respecto a x .

$$\frac{1}{2} V_1 = \underbrace{\int_J^k \frac{(QY - NNY^2)}{\sqrt{R^2 - (Y-B)^2}} dy}_B = \underbrace{\int_J^k QY \sqrt{R^2 - (Y-B)^2} dy}_A - \underbrace{\int_J^k NNY^2 dy}_C \quad \text{--- (14)}$$

Finalmente integrando respecto a y ; resolviendo la parte A de la ecuación 14.

$$A = \int_J^k QY \sqrt{R^2 - (Y-B)^2} dy = Q \int_J^k Y \sqrt{R^2 - (Y-B)^2} dy$$

Utilizando tablas de integración.

$$A = Q \left[-\frac{(R^2 - (Y-B)^2)^{3/2}}{3} + \frac{B}{2} (Y-B) \sqrt{R^2 - (Y-B)^2} + R^2 \operatorname{sen}^{-1} \frac{Y-B}{R} \right]$$

al sustituir límites.

$$A = Q \left[\frac{(R^2 - (J-B)^2)^{3/2}}{3} + \frac{B}{2} (KJ-B) \sqrt{R^2 - (J-B)^2} + R^2 \operatorname{sen}^{-1} \frac{K-B}{R} - \frac{(R^2 - (J-B)^2)^{3/2}}{3} - \frac{B}{2} (KJ-B) \sqrt{R^2 - (J-B)^2} - R^2 \operatorname{sen}^{-1} \frac{J-B}{R} \right] \quad \text{--- (15)}$$

Para resolver la parte B de la ecuación 14 se hace el siguiente cambio de variables:

$$Z = Y - B$$

$$(Z + B)^2 = Y^2$$

$$dz = dy$$

$$B = NN \int^k Y^2 \sqrt{R^2 - (Y - B)^2} dy = NN \int^k (Z + B)^2 \sqrt{R^2 - Z^2} dz$$

desarrollando el binomio y resolviendo la integral con ayuda de las ecuaciones 10 a 12.

$$B = NN \left[-\frac{z(R-z)^{3/2}}{4} + \frac{z}{8} (z\sqrt{R-z} + R\frac{z-1}{R}) + \frac{2B(-R-z)^{3/2}}{3} + \frac{z}{2} (z\sqrt{R-z} + R\frac{z-1}{R}) \right]^k$$

sustituyendo $Z = Y - B$

$$B = NN \left[-\frac{(Y-B)(R-(Y-B)^{3/2}}{4} + \frac{Y-B}{8} ((Y-B)\sqrt{R-(Y-B)} + R\frac{Y-B-1}{R}) - \frac{2B(R^2-(Y-B)^2)^{3/2}}{3} + \frac{Y-B}{2} ((Y-B)\sqrt{R-(Y-B)} + R\frac{Y-B-1}{R}) \right]^k$$

sustituyendo los límites de integración

$$B = NN \left[-\frac{(J-B)(R^2-(J-B)^2)^{3/2}}{4} + \frac{R^2(J-B)\sqrt{R^2-(J-B)^2} + R^2 \frac{k-B}{R} \frac{J-B-1}{R}}{8} + \frac{2B(R^2-(J-B)^2)^{3/2}}{3} + \frac{J-B}{2} \left(\frac{R^2-(J-B)^2}{R} + R \frac{k-B}{R} \frac{J-B-1}{R} \right) \right] \quad (16)$$

Haciendo las siguientes simplificaciones

$$k - B = R$$

$$L = J - B = \begin{cases} -R & \text{si } J \neq 0 \\ -B & \text{si } J = 0 \end{cases}$$

$$Y = \text{sen}^{-1} \frac{L}{R}$$

$$Z = \text{sen}^{-1} \frac{k-B}{R} = \frac{\pi}{2}$$

$$ZE = R^2 - (j-B)^2$$

$$W = ZE^{3/2}$$

$$P = -L \sqrt{ZE} + R^2 (Z - Y)$$

y aplicándolas en las ecuaciones 15 y 16 resulta que:

$$A = Q \left[\frac{W}{3} + \frac{B}{2} P \right]$$

Y

$$B = NN \left[\frac{L}{4} W + \frac{R^2}{8} P + \frac{2}{3} BW + \frac{B^2}{2} P \right]$$

Por lo que la mitad del volumen de esfuerzos de compresión debidos al concreto queda representado por:

$$\frac{1}{2} V_1 = Q \left[\frac{W}{3} + \frac{B}{2} P \right] - NN \left[\frac{L}{4} W + \frac{R^2}{8} P + \frac{2}{3} BW + \frac{B^2}{2} P \right] \quad (17)$$

Hasta ahora sólo se ha encontrado el volumen de una sección maciza de radio R, para encontrar el volumen de una sección de radio RR bastaría con hacer las siguientes sustituciones:

$$J = B - RR \quad \text{si } B > RR$$

$$J = 0 \quad \text{si } B \leq RR$$

$$R = RR$$

por lo que:

$$L = J - B = \begin{cases} -RR & \text{si } B > RR \\ -B & \text{si } B \leq RR \end{cases}$$

$$Y = \text{sen}^{-1} \frac{L}{RR}$$

$$Z = \text{sen}^{-1} \frac{k - B - t}{RR} = \frac{\pi}{2}$$

$$ZE = RR^2 - (j - B)^2$$

$$W = ZE^{3/2}$$

por lo que:

$$\frac{1}{2} V_2 = Q \left[\frac{W}{3} + \frac{B}{2} P \right] - NN \left[\frac{L}{4} W + \frac{R^2}{8} P + \frac{2}{3} BW + \frac{B^2}{2} P \right] \quad (18)$$

++ Comprobación

Si K es muy grande, esto es, el eje neutro está muy alejado y prácticamente la sección anular estará sometida al mismo esfuerzo, el volumen valdría:

$$V_T = (1R^2 - 1RR^2) f'_c \quad (19)$$

Por lo que para verificar las expresiones encontradas, se tomaron los siguientes valores numéricos:

$$R = 5 ; RR = 3 ; K = 30 \text{ y } f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

Con los que el volumen calculado con la ecuación 19 es:

$$V_T = 12 566.37$$

+ Volumen de la sección de radio R (ec. 17)

$$B = k - R = 25$$

$$J = B - R = 20$$

$$L = J - B = -5 = -R$$

$$\text{sen}^{-1} \frac{L}{R} = \frac{\pi}{2}$$

$$Z = \pi/2$$

$$ZE = 0$$

$$P = 25 \pi$$

$$V_1 = Q (196.50) - NN (49 578.26)$$

+ Volumen de la sección de radio RR (ec. 18)

$$B = k - RR = 25$$

$$J = B - RR = 22$$

$$L = J - B = -3 = -RR$$

$$\text{sen}^{-1} \frac{L}{RR} = \frac{\pi}{2}$$

$$Z = \pi/2$$

$$ZE = 0$$

$$P = 25 \pi$$

$$V_2 = Q (706.86) - NN (17 735.08)$$

donde :

$$Q = 2 f'_c \left(\frac{E_c}{k E_o} \right) = 19.524$$

$$NN = f'_c \left(\frac{E_c}{k E_o} \right)^2 = 0.3812$$

$$V_1 = 19 435.66$$

$$V_2 = 7 039.9491$$

$$V_T = V_1 - V_2 = 12 395.75 = V_T \text{ encontrado con la ecuación } 19$$

3.2.1.2. Cálculo del centroide del volumen de esfuerzos.

Para conocer el centroide es necesario determinar el momento estático que produce el volumen de esfuerzos de compresión.

$$\bar{Y} = \frac{M_x}{V}$$

en donde:

$$\frac{1}{2} M_{x1} = \int_0^k \int_0^{\sqrt{R^2 - (Y-B)^2}} \int_0^{OY - NNY} df_c dx dy$$

por lo que integrando respecto a f_c y a x queda:

$$\frac{1}{2} M_{x1} = \underbrace{\int_j^k QY^2 \sqrt{R^2 - (Y-B)^2} dy}_C - \underbrace{\int_j^k NNY^3 \sqrt{R^2 - (Y-B)^2} dy}_D \quad \text{--- (20)}$$

para resolver estas integrales se volvera a utilizar el cambio de variable usado en la solución de la integral B .

Aplicando lo anterior así como también las ecuaciones 10, 11 y 12, la parte C de la integral queda :

$$C = \int_j^k Q (Z + B)^2 \sqrt{R^2 - Z^2} dz$$

$$C = Q \left[-\frac{(Y-B)(R^2 - (Y-B)^2)^{3/2}}{4} + \frac{R^2(Y-B)\sqrt{R^2 - (Y-B)^2} + R^2 \operatorname{sen} \frac{Y-B}{R}}{8} - \frac{2B(R^2 - (Y-B)^2)^{3/2}}{3} + \frac{B^2((Y-B)\sqrt{R^2 - (Y-B)^2} + R^2 \operatorname{sen} \frac{Y-B}{R})}{2} \right]_j^k$$

sustituyendo límites y simplificando

$$C = Q \left[\frac{L-W}{4} + \frac{R^2}{8} P + \frac{2B}{3} W + \frac{B^2}{2} P \right] \quad \text{--- (21)}$$

Utilizando el cambio de variable y las ecuaciones 9, 10, 11 y 12. La parte D de la ecuación 20 queda:

$$D = \int NN (Z + B)^3 \sqrt{R^2 - Z^2} dz$$

$$D = NN \left[(R^2 - (Y-B)^2)^{3/2} \left(-\frac{(Y-B)^2}{5} - \frac{2R^2}{15} \right) + \frac{3B(Y-B)(R^2 - (Y-B)^2)^{3/2}}{4} + \frac{R^2(Y-B)\sqrt{R^2 - (Y-B)^2} + R^2 \operatorname{sen} \frac{Y-B}{R}}{4} - \frac{B^2(R^2 - (Y-B)^2)^{3/2}}{2} + \frac{B^3((Y-B)\sqrt{R^2 - (Y-B)^2} + R^2 \operatorname{sen} \frac{Y-B}{R})}{2} \right]$$

sustituyendo límites y simplificando.

$$D = NN \left[W \left(\frac{L^2}{5} + \frac{2R^2}{15} \right) + \frac{3B}{4} \left(L \cdot W + \frac{R^2 P}{2} \right) + B^2 W + \frac{B^3 P}{2} \right] \quad (22)$$

De aquí que la mitad del momento estático del volumen en compresión será :

$$\frac{1}{2} M_{x1} = Q \left[\frac{L \cdot W}{4} + \frac{R^2 P}{8} + \frac{2 \cdot B \cdot W}{3} + \frac{B^2 P}{2} \right] - NN \left[W \left(\frac{L^2}{5} + \frac{2R^2}{15} \right) + \frac{3B(L \cdot W + \frac{R^2 P}{2})}{4} + B^2 W + \frac{B^3 P}{2} \right] \quad (23)$$

Esta ecuación es válida para la sección maciza de radio R, mientras que para la de radio RR se tendrán que tomar las siguientes consideraciones, al momento de calcular las simplificaciones:

$$\begin{aligned} J &= B - RR && \text{si } B > RR \\ J &= 0 && \text{si } B \leq RR \\ R &= RR \end{aligned}$$

encontrando así M_{x2} . Una vez conocidos estos momentos y utilizando la siguiente ecuación se encuentra el centroide del volumen de esfuerzos debidos al concreto:

$$CENT = \bar{Y} = \frac{M_{x1} - M_{x2}}{V_T}$$

Para valuar la contribución del concreto al momento flexionante resistente de la sección, es necesario determinar el brazo de palanca con respecto al centro geométrico de la sección; esto es:

$$BPP = | CENT - B |$$

++ Comprobación del cálculo del centroide

Si la profundidad del eje neutro es muy grande, el centroide debe coincidir

con el centro geométrico de la sección; esto es, prácticamente toda la sección esta en compresión bajo un esfuerzo aproximadamente uniforme.

Si se supone que $R = 15$ u; $RR = 10$ u, $k = 150$ u y $f'_c = 250$ kg/cm²; el centroide se encuentra a $150 - 15 = 135$ u. del eje neutro; utilizando ahora las ecuaciones encontradas.

Cálculo de M_{x1}	Cálculo de M_{x2}	V_1	V_2
$B = k - R = 135$	$B = k - R = 135$	$V_1 = 88\,109.9$	$V_2 = 39,234.57$
$J = k - 2R = 120$	$J = B - RR = 125$		
$L = J - B = -15$	$L = -10$	$\frac{1}{2} V_t = \frac{1}{2} (V_1 - V_2)$	
$Y = -\pi/2$	$Y = -\pi/2$	$\frac{1}{2} V_T = 48,875.33$	
$Z = \pi/2$	$Z = \pi/2$		
$ZE = 0$	$ZE = 0$		
$P = 225 \pi$	$P = 100 \pi$		
$Q = 3.91$	$Q = 3.91$		
$NN = 0.015$	$NN = 0.015$		

$$\frac{1}{2} M_{x1} = 11'890,879.35$$

$$\frac{1}{2} M_{x2} = 5'295,884.84$$

$$\frac{1}{2} M_x = \frac{1}{2} (M_{x1} - M_{x2})$$

$$\frac{1}{2} M_x = 6'594,994.512$$

$$\text{CENT} = \frac{6'594,994.512}{48,875.33} = 134.935 \text{ u} \doteq 135 \text{ u}$$

O.K.

3.2.2. Contribución del acero

Se considera una distribución uniforme de acero, como se muestra en la figura 8, por lo que conociendo el número de varillas, al dividir entre 2 π se conoce la localización de cada una.

Conociendo el ángulo y el radio puede determinarse el brazo de palanca con respecto al centro geométrico de la sección de cada varilla.

$$BP = RAS \text{ sen } \theta$$

donde:

BP	Brazo de palanca de una varilla.
RAS	Radio a la posición del acero.
θ	ángulo que forma el eje de simetría horizontal con el radio que determina la posición del acero.

Para saber si la fuerza que esta actuando en cada varilla es de compresión o de tensión se realiza la siguiente suma:

$$\begin{aligned} BP + B &= + && \text{fuerza de compresión.} \\ BP + B &= - && \text{fuerza de tensión.} \end{aligned}$$

lo cual permite conocer la posición de la varilla con respecto al eje neutro.

Para determinar el valor de la fuerza a la que se encuentra sometido el acero de refuerzo se procedió de la siguiente manera:

- Por triángulos semejantes se encontró la deformación de cada una de las va-

rillas, ver figura 7, donde:

$$\frac{\epsilon_c}{\epsilon_n} = \frac{k}{BP + B}$$

$$\therefore \epsilon = \epsilon_c \left(\frac{BP + B}{k} \right)$$

b) Si la deformación en el acero es mayor o igual a ϵ_y entonces:

$$f_s = f_y$$

de lo contrario:

$$f_s = E_s \cdot \epsilon$$

El momento que produce la fuerza en la varilla de refuerzo se determina multiplicando esta fuerza por su brazo de palanca respecto al centro geométrico de la sección, se repite esta operación para todas las varillas y los momentos que producen se van acumulando dependiendo del sentido de giro de estos:

$$MSC = \sum FSC (BP) (AREA) - \sum FST (- BP) (AREA)$$

$$MST = \sum FST (BP) (AREA) - \sum FSC (- BP) (AREA)$$

donde:

MSC	Contribución del acero al momento de compresión.
MST	Contribución del acero al momento de tensión.
FSC	Fuerzas de compresión actuantes en el acero.
FST	Fuerzas de tensión actuantes en el acero.
AREA	Area de cada varilla del acero de refuerzo.

Una vez que se conoce tanto la contribución del concreto como la del acero se puede valorar la contribución total sabiendo que :

$$P = CT - TT$$

donde :

$$CT = \Sigma FSC + C$$

$$TT = \Sigma FST$$

y

$$M = MSC + MST + MC$$

donde:

P	Carga axial máxima de la sección para una profundidad de eje neutro dada.
CT	Fuerza de compresión total.
C	Contribución del concreto a la fuerza de compresión.
TT	Fuerza de tensión total.
MT	Momento máximo de la sección para una profundidad de eje neutro dada.

3.3. Programas de computadora.

Para la elaboración de los diagramas de interacción, en este trabajo se ha aprovechado la ayuda de la computadora que agiliza y limita la posibilidad de

error tanto en el cálculo de los puntos como en la graficación de los mismos.

El primer programa consta de una subrutina y un programa principal. El programa principal se encarga de la variación del índice de refuerzo, de la variación de la profundidad del eje neutro, de la determinación de las fuerzas debidas al acero y del cálculo de la carga axial y del momento resistente de la sección. La subrutina se encarga de obtener el volumen de esfuerzos que representa la carga axial y el momento flexionante debidos al concreto.

Para la realización de los diagramas de interacción se hizo uso de un paquete gráfico (PAGRA) que permite la elaboración de gráficas pasivas (aquellas en las cuales una modificación a la gráfica implica cambios de código de un programa) y la construcción de programas para la graficación interactiva (aquellos en los cuales la modificación de un dato proporcionado por el usuario generalmente a través de un dispositivo gráfico de entrada se puede apreciar una variación en la imagen sobre un dispositivo gráfico de salida en un tiempo muy corto). Para este trabajo se utilizó el PAGRA para la creación de gráficas pasivas, es decir, el primer programa encuentra los distintos puntos (M , P) para una sección dada con una determinada cuantía de acero, estos puntos a su vez son leídos por un programa de graficación del cual se obtienen los diagramas de interacción que se muestran en el siguiente capítulo.

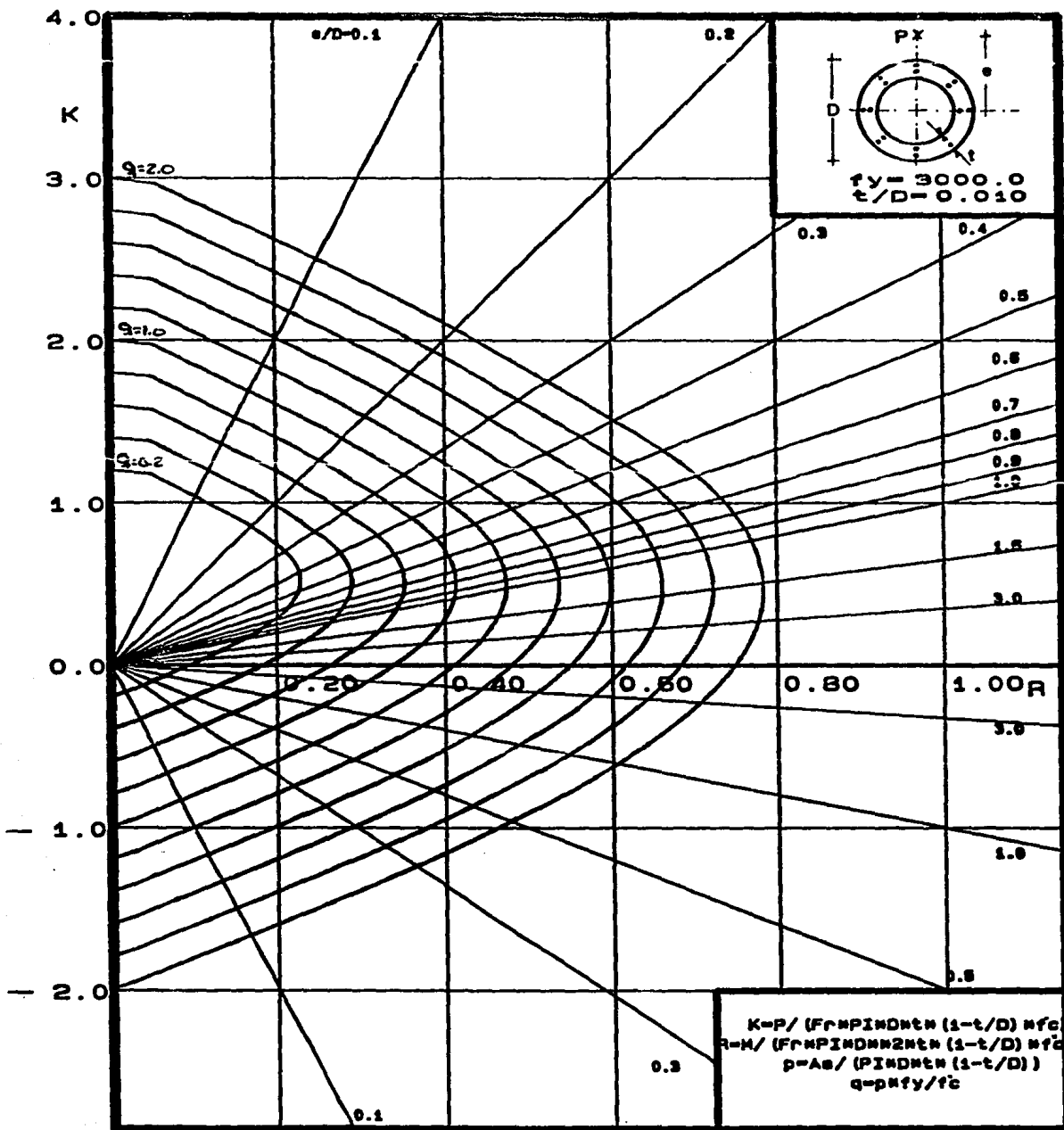
Ambos programas se presentan en el anexo 1.

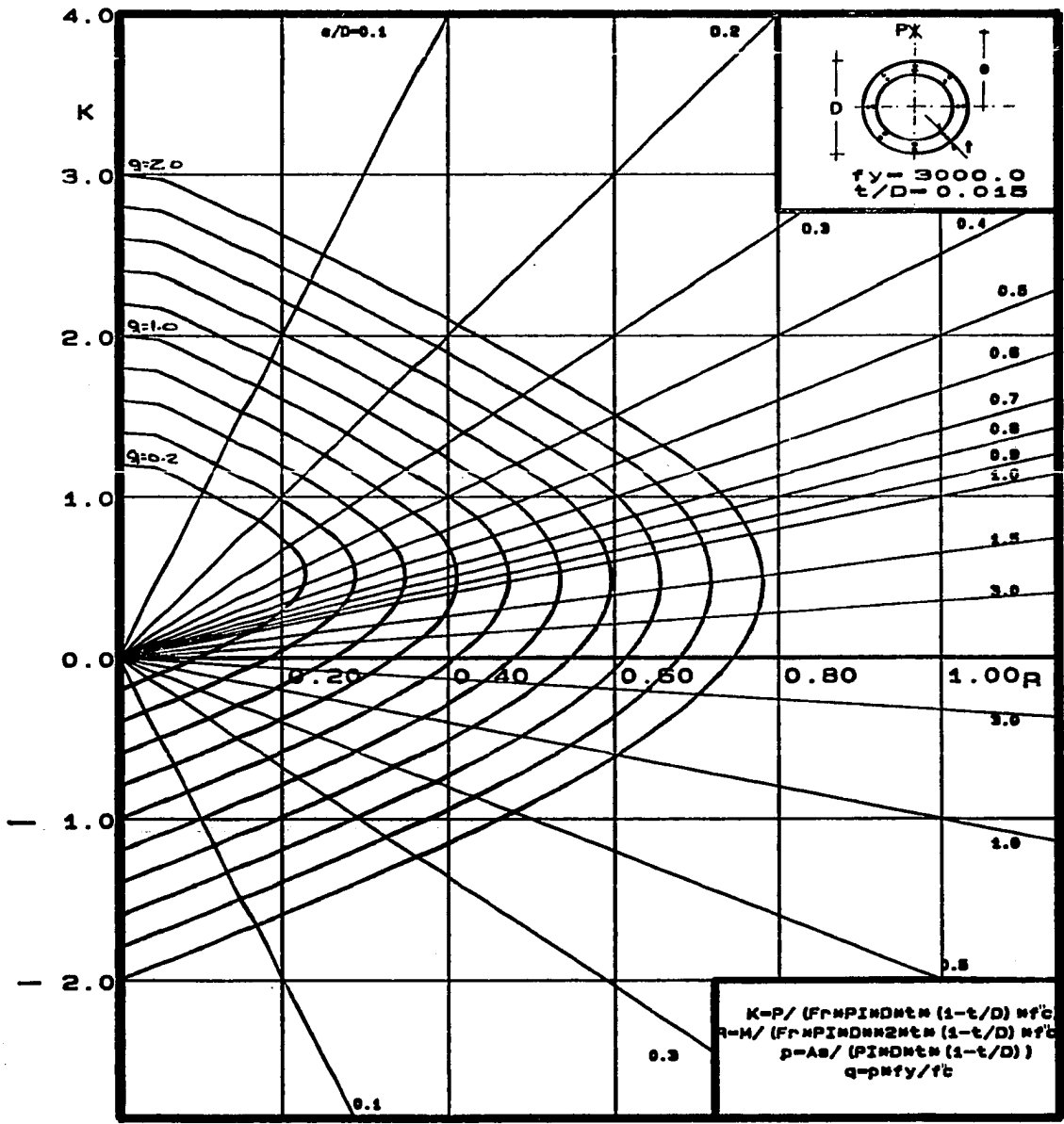
4. DIAGRAMAS DE INTERACCION.

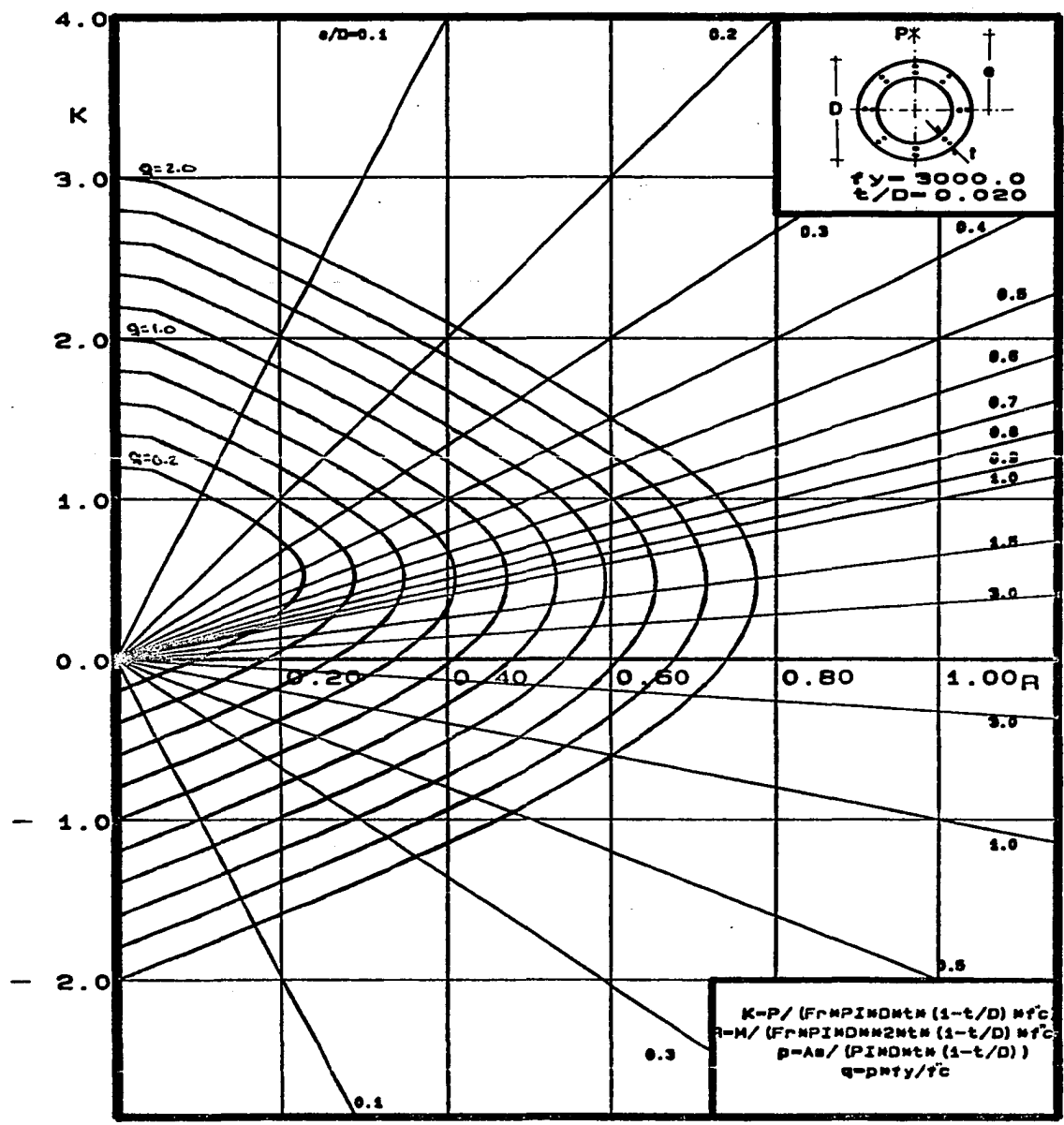
A continuación se presentan un total de 21 diagramas, obtenidos con los programas descritos en el capítulo anterior, para relaciones espesor diámetro (t/D) que varían de 0.01 a 0.04 y para cada uno de estos casos se consideran tres posibles valores para el esfuerzo de fluencia del acero ($f_y = 3000, 4200$ y 6000 kg/cm^2).

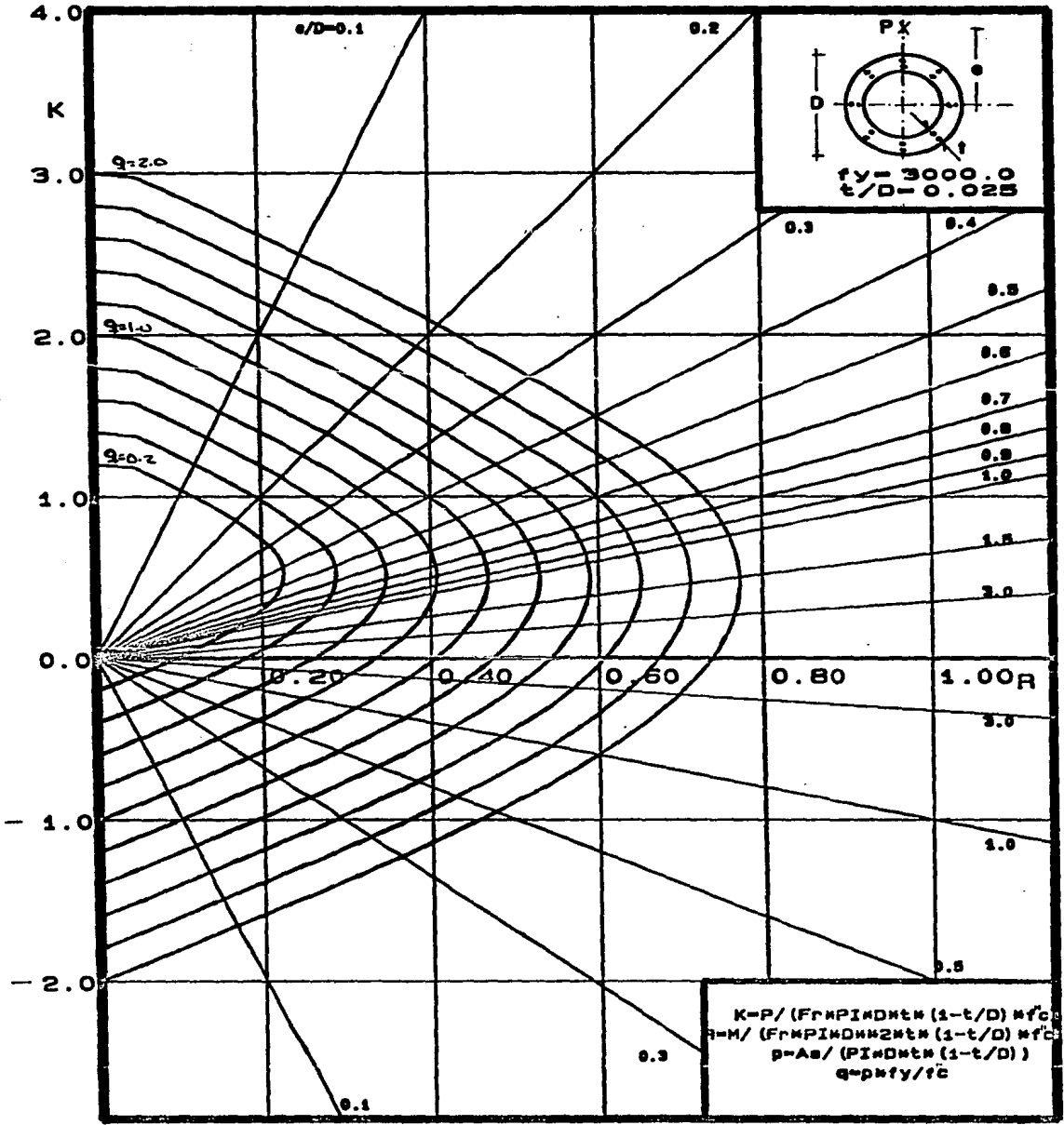
En cada uno de los diagramas se explica como obtener los parámetros K, R, q, p y e/D los cuales son necesarios para el empleo de estos. Se debe aclarar que estos diagramas fueron desarrollados para secciones circulares anulares cuyo refuerzo vertical es colocado en 2 lechos como es el caso de chimeneas; en cuanto al factor de reducción (F_R) que debe emplearse, este debe tomarse del código de diseño que se desee seguir.

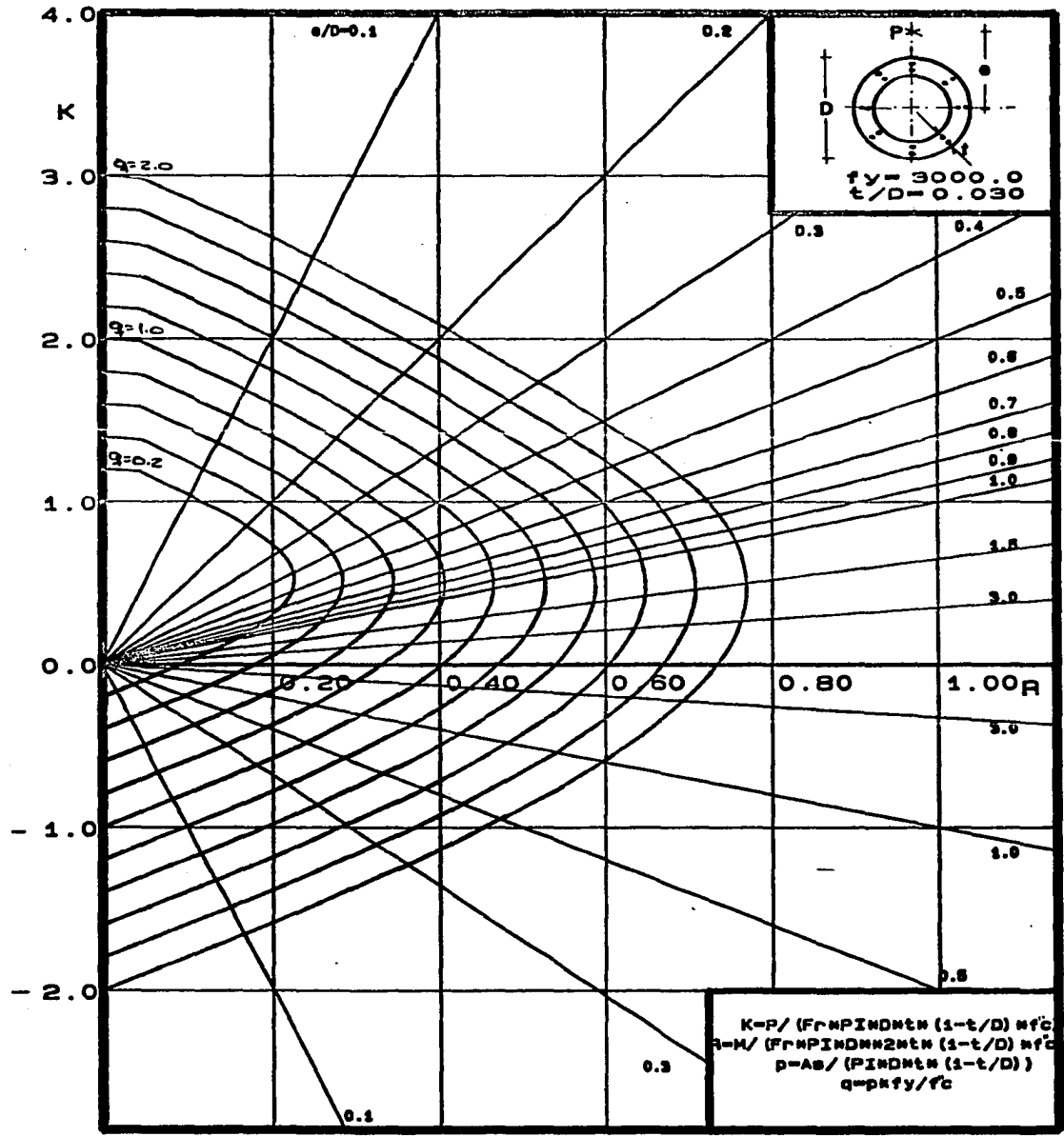
El empleo de los diagramas de interacción se ilustra en el ejemplo del siguiente capítulo.

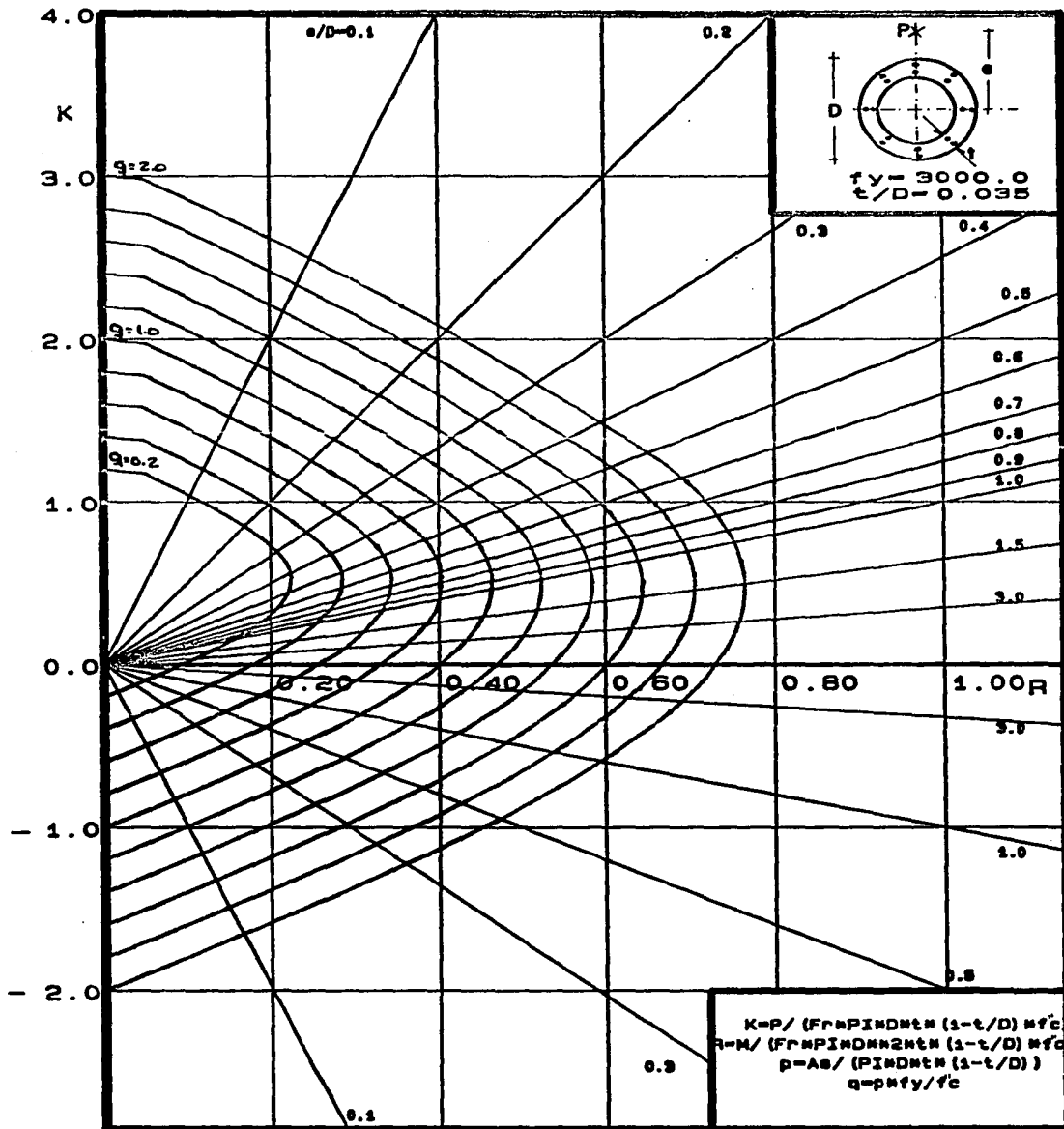


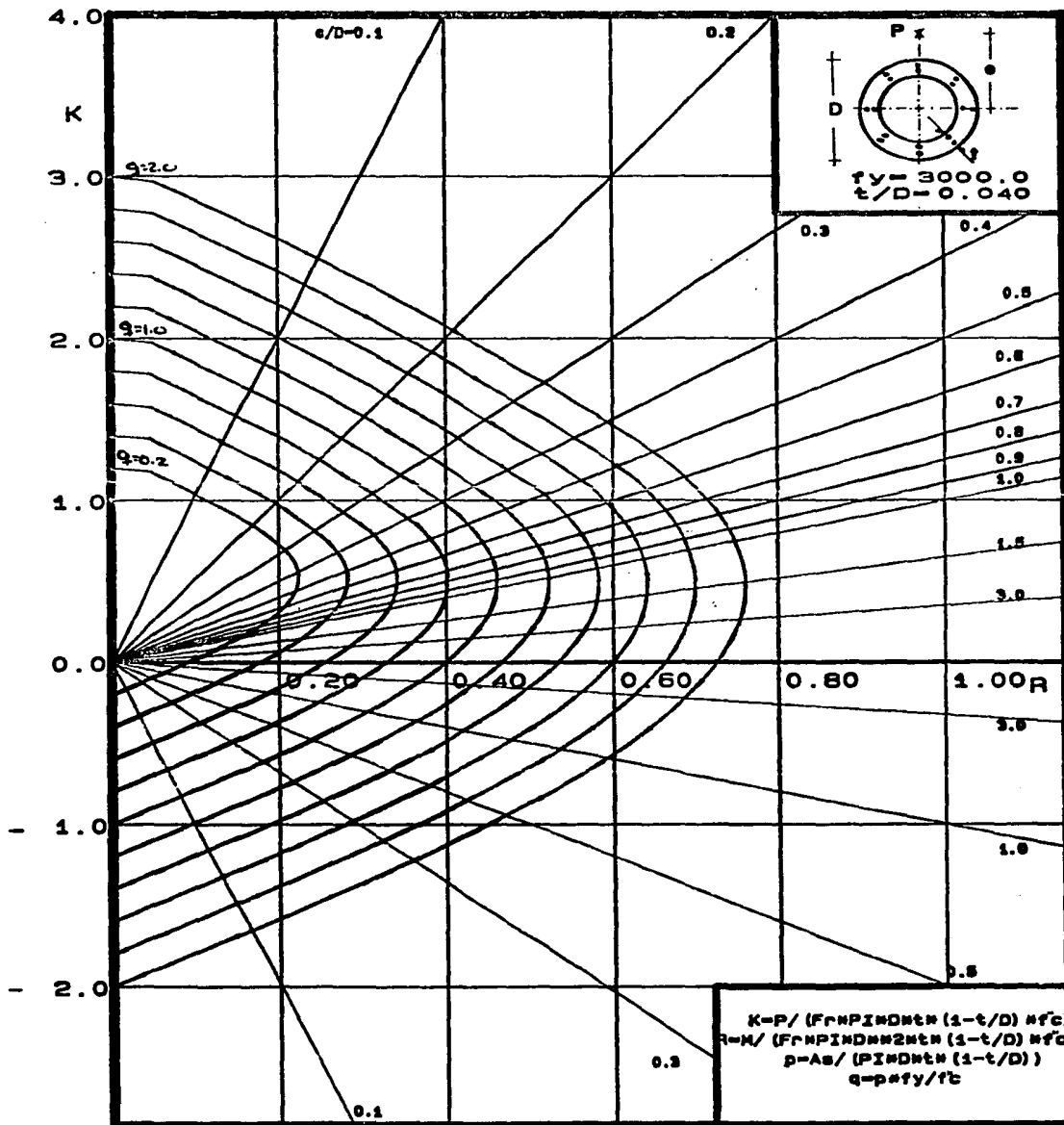


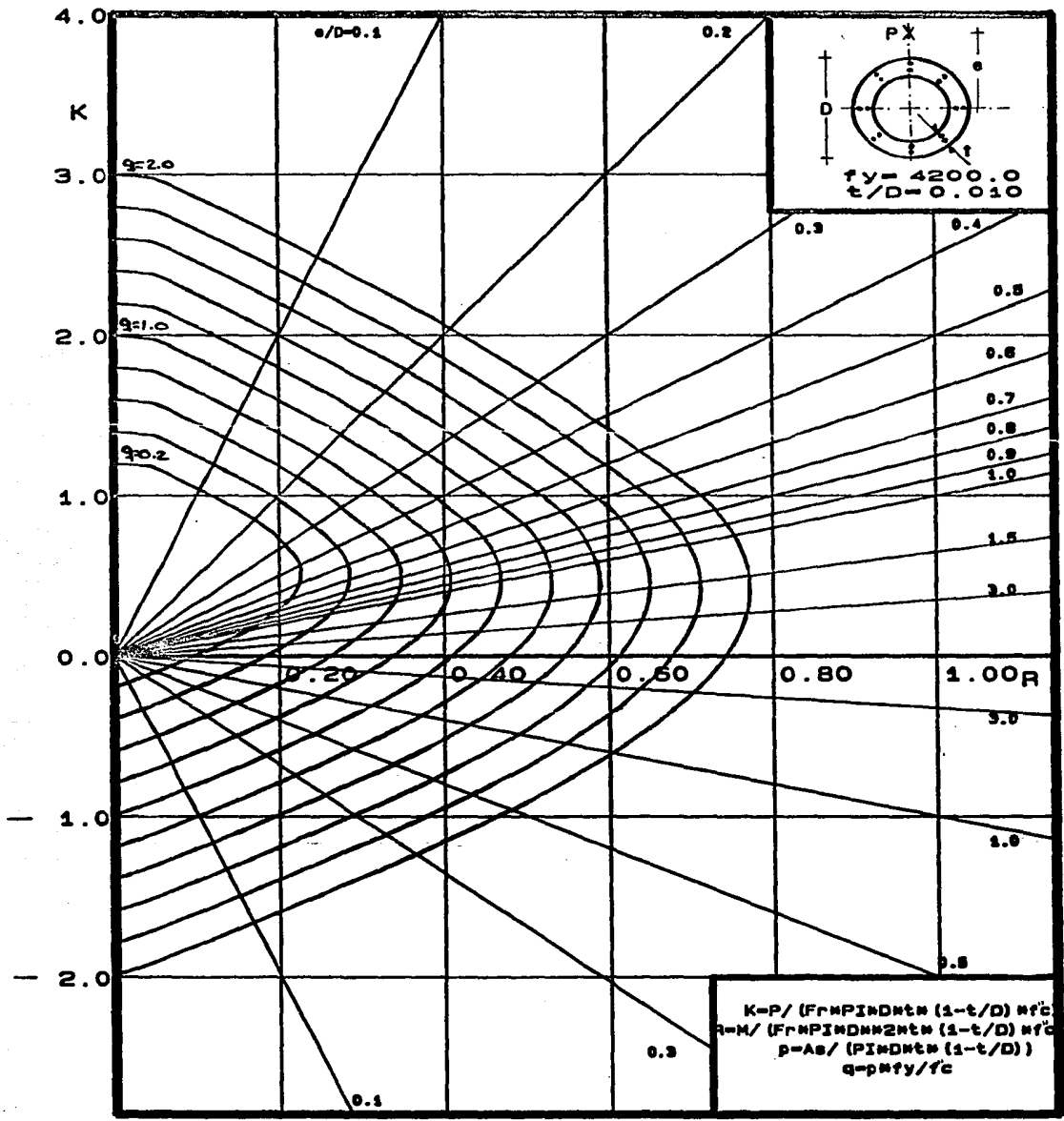


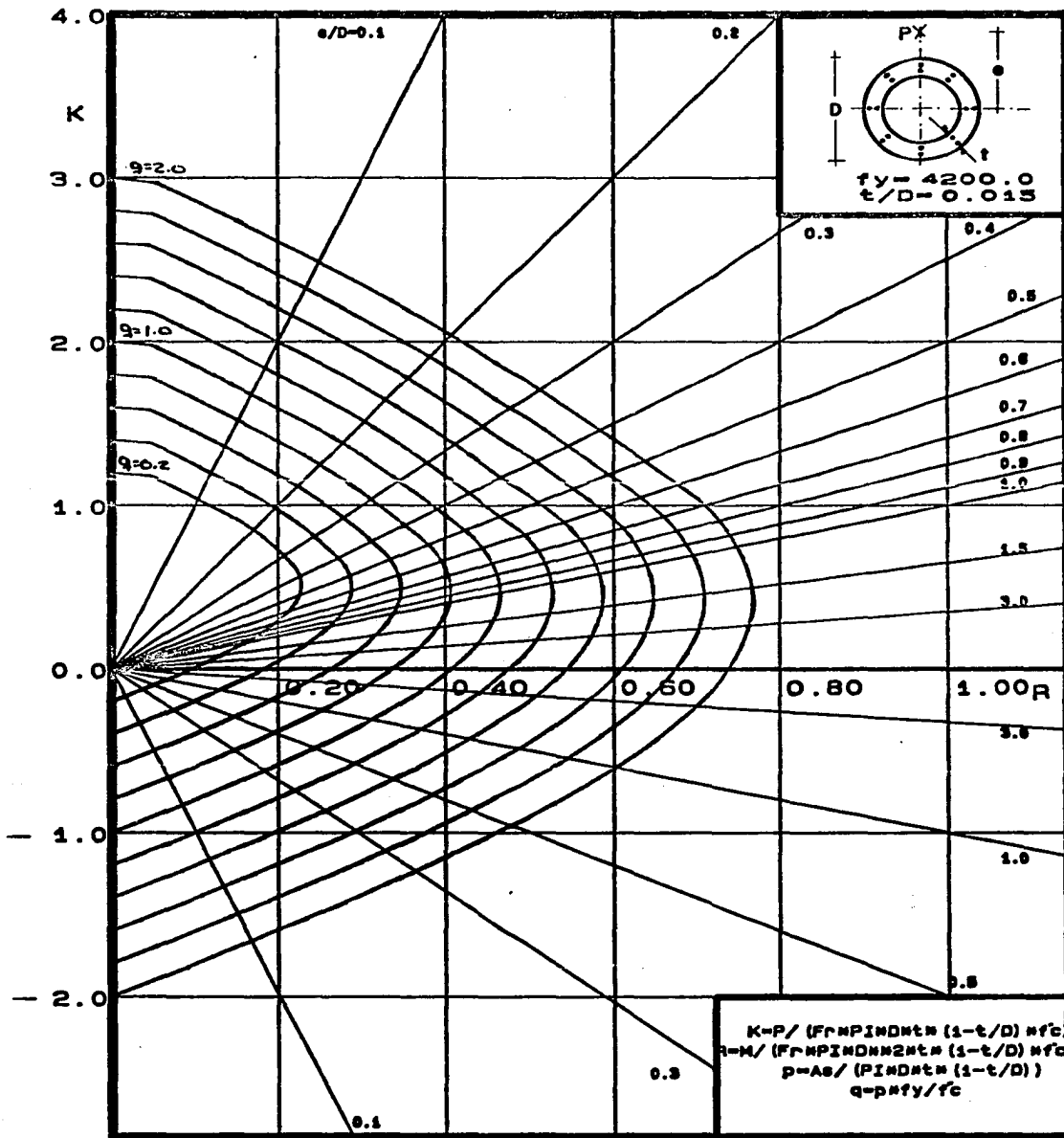


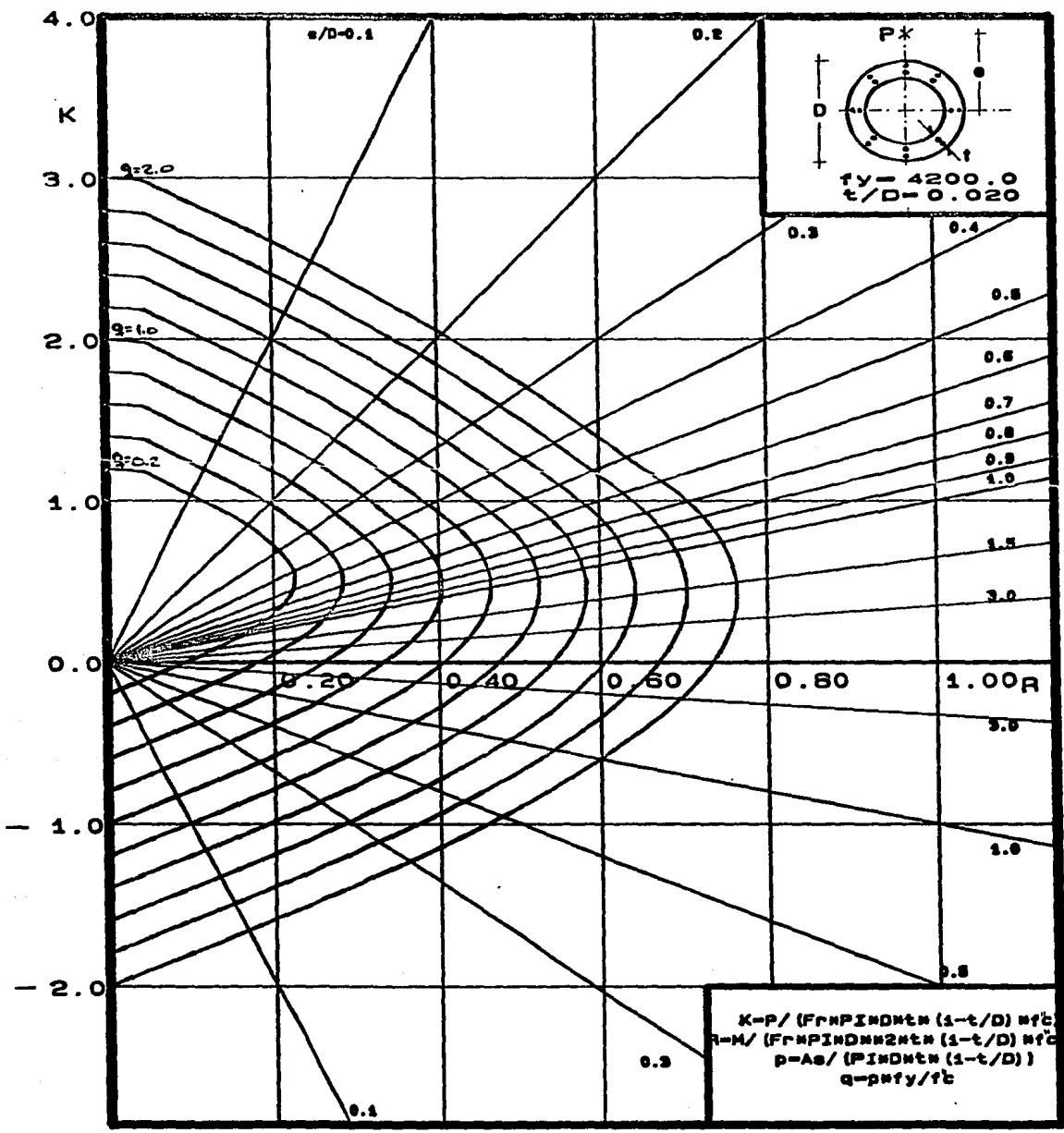


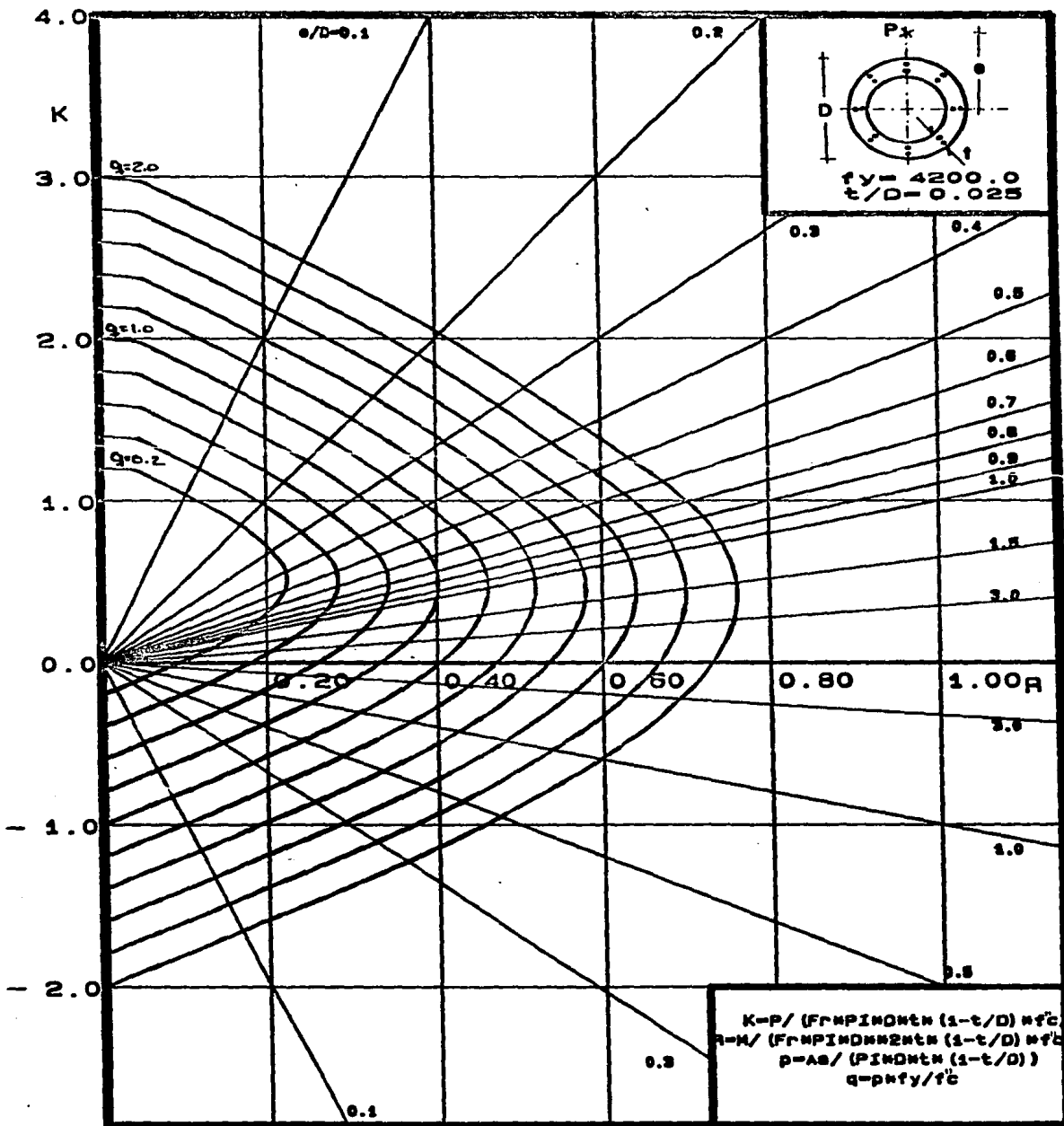


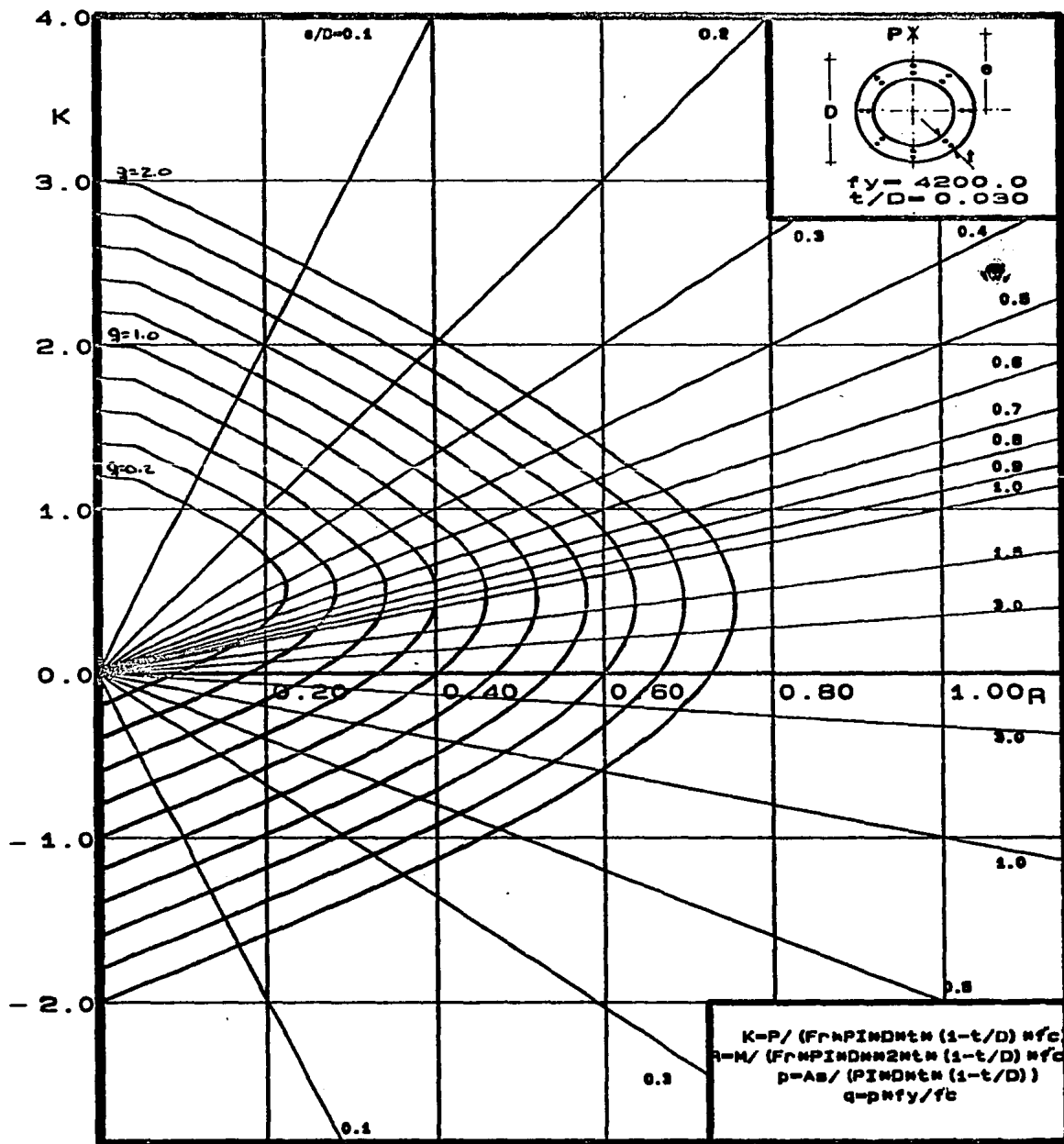


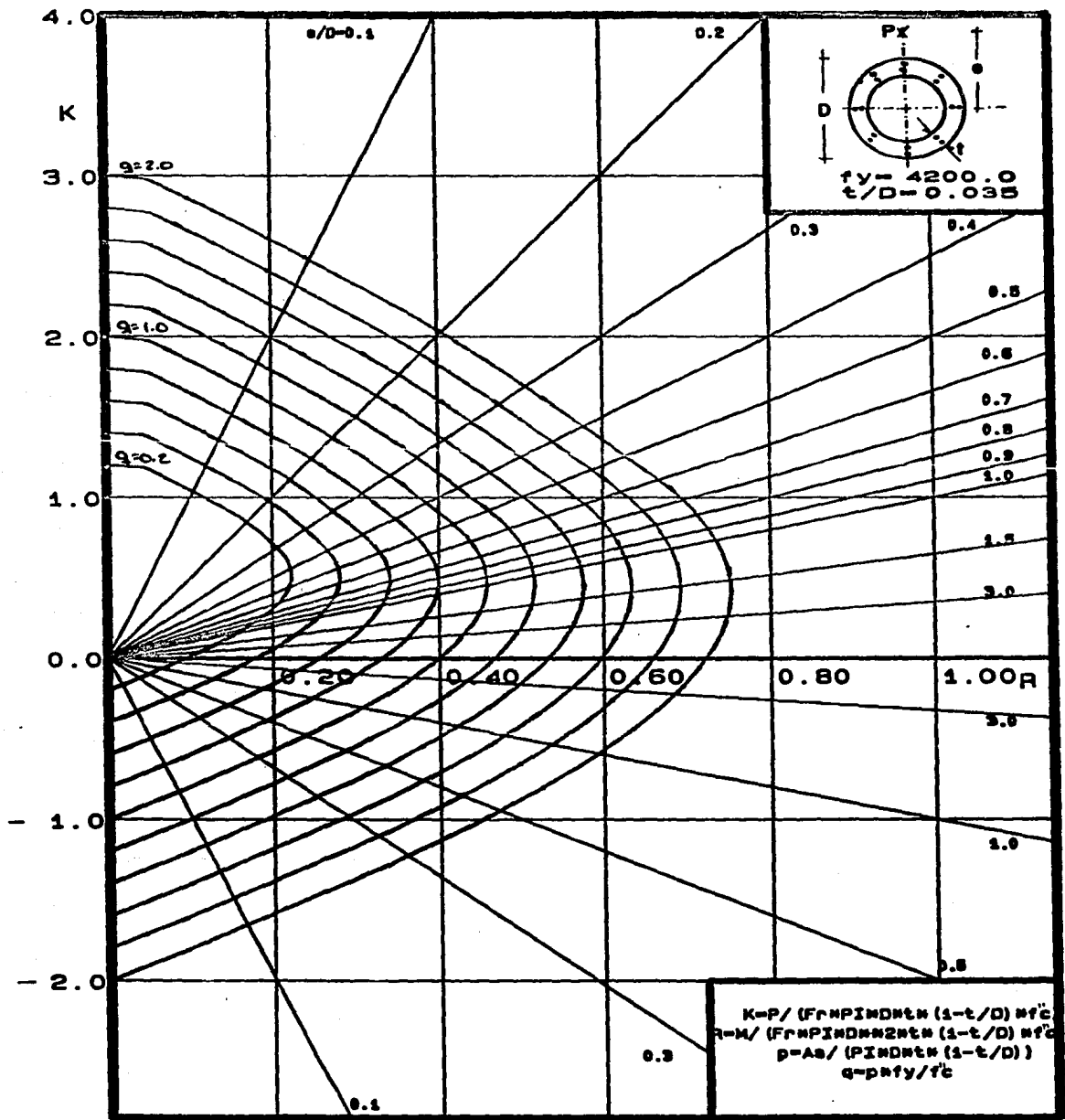


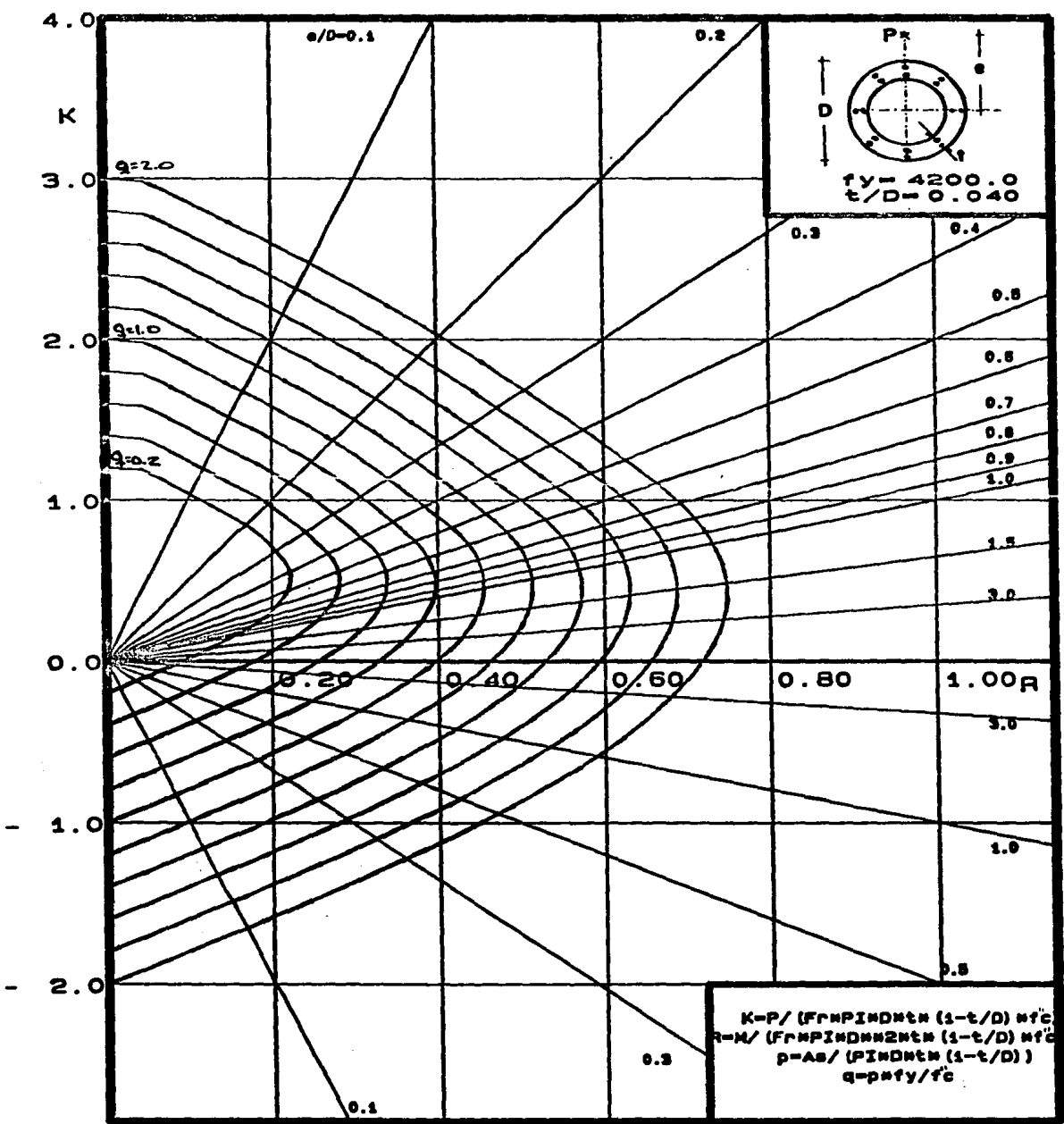


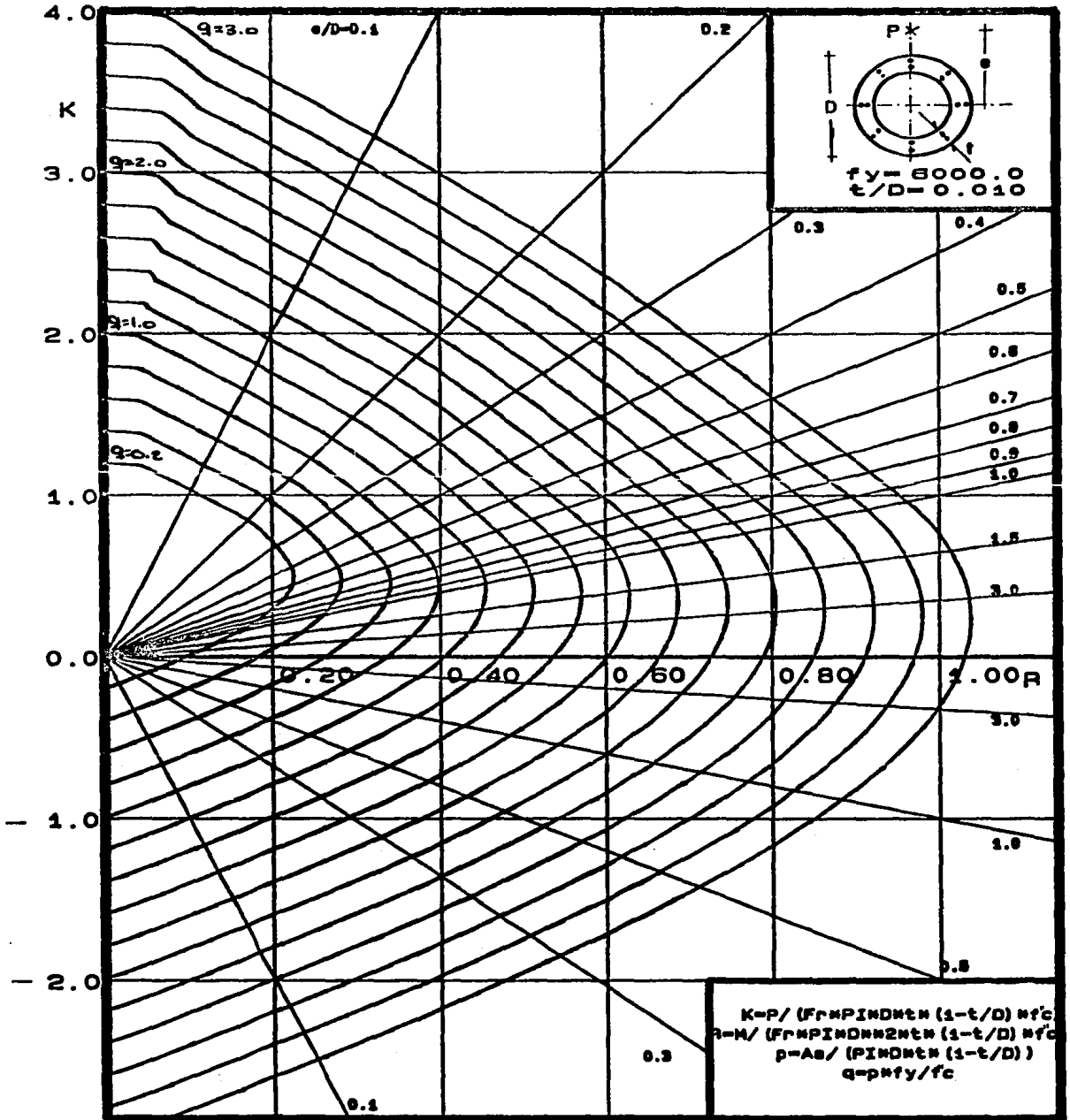


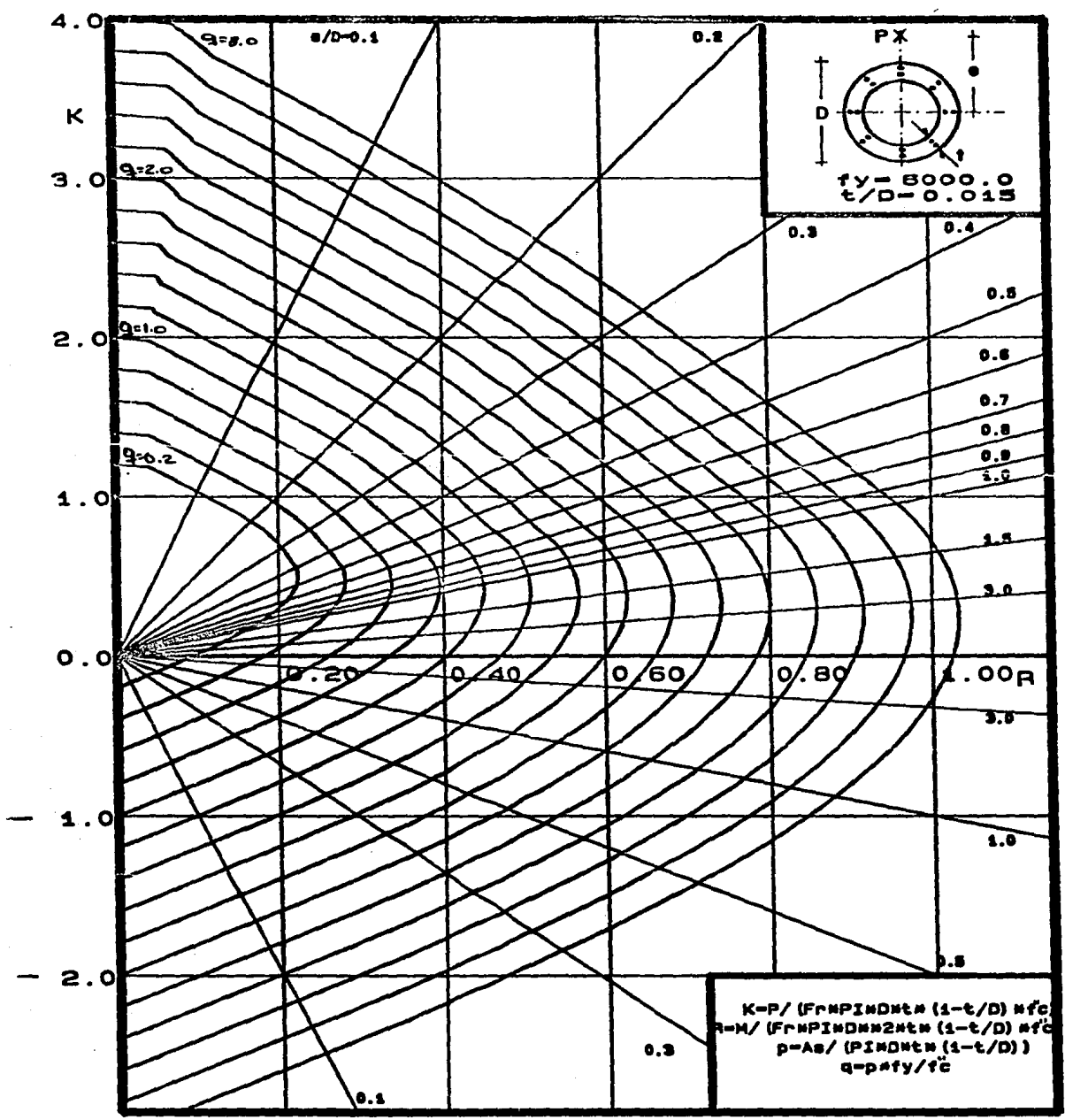


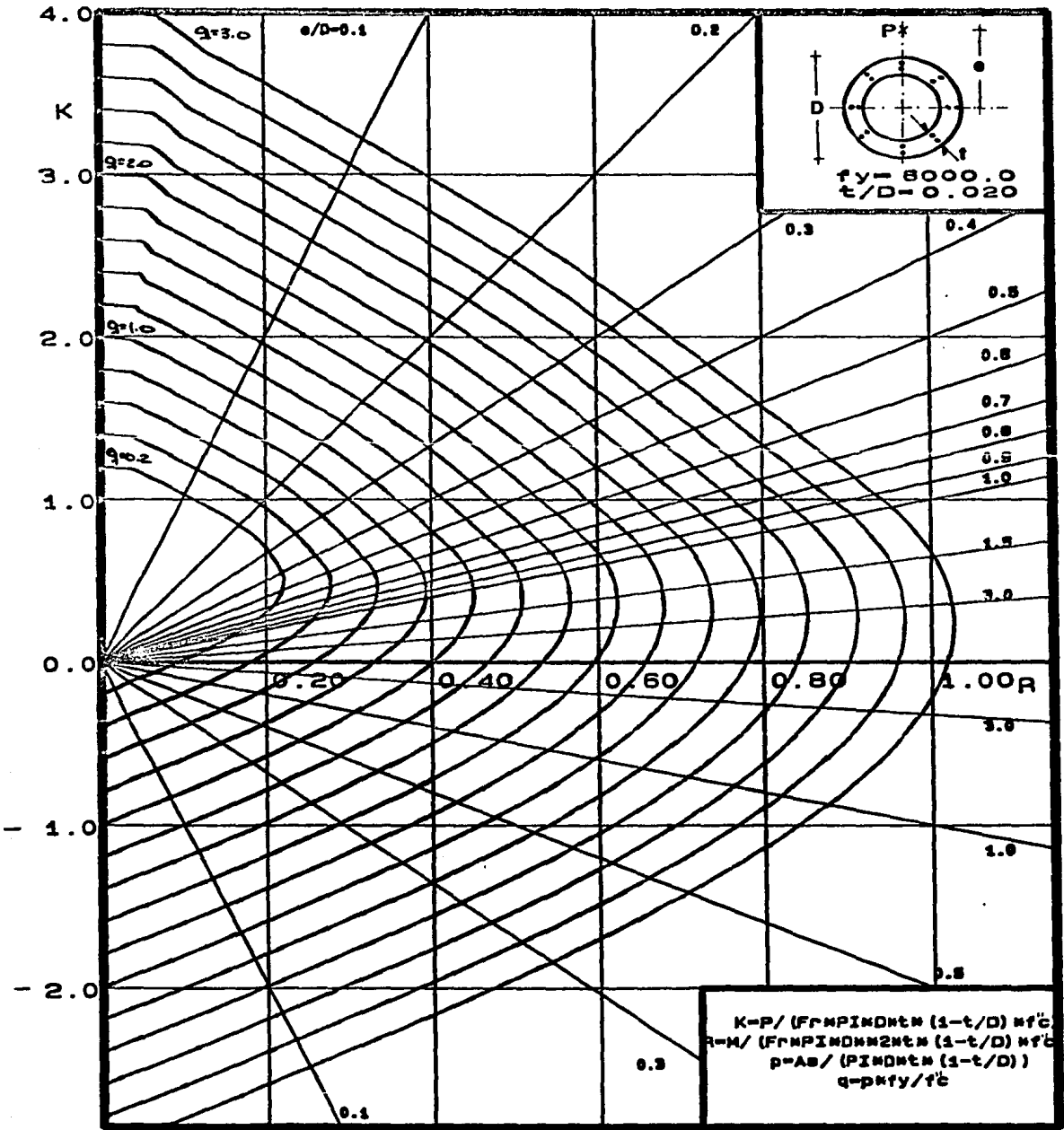


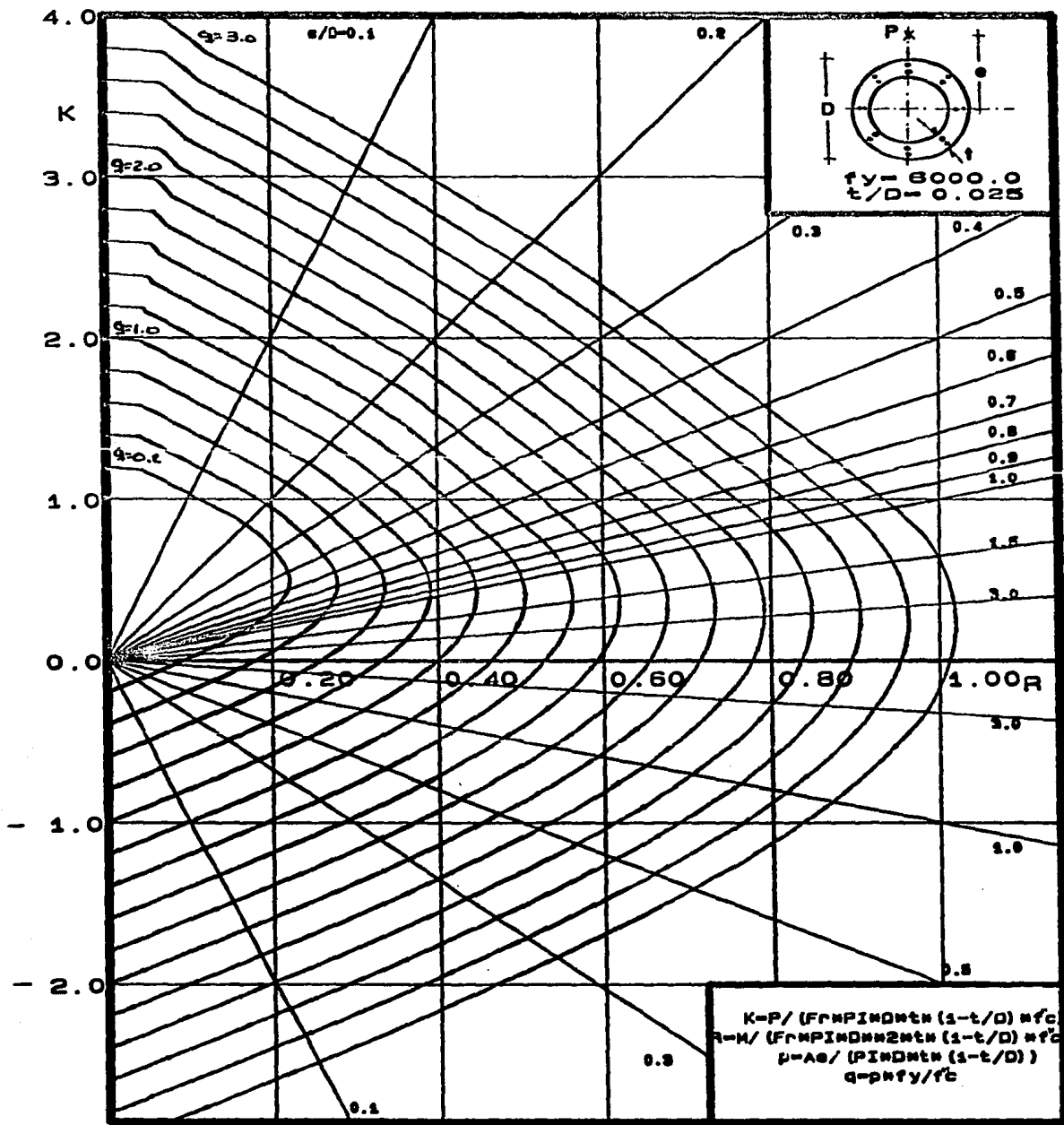


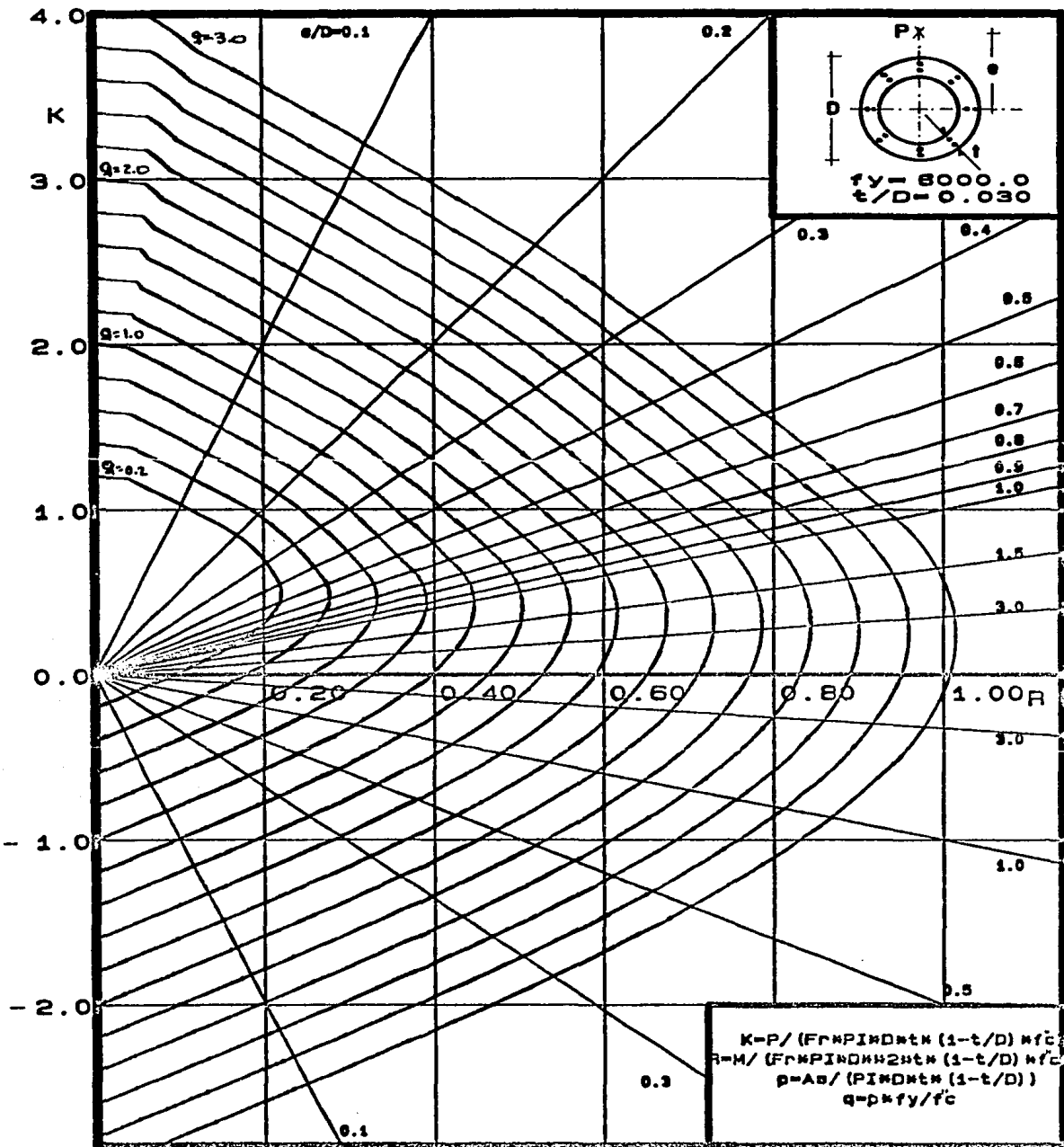


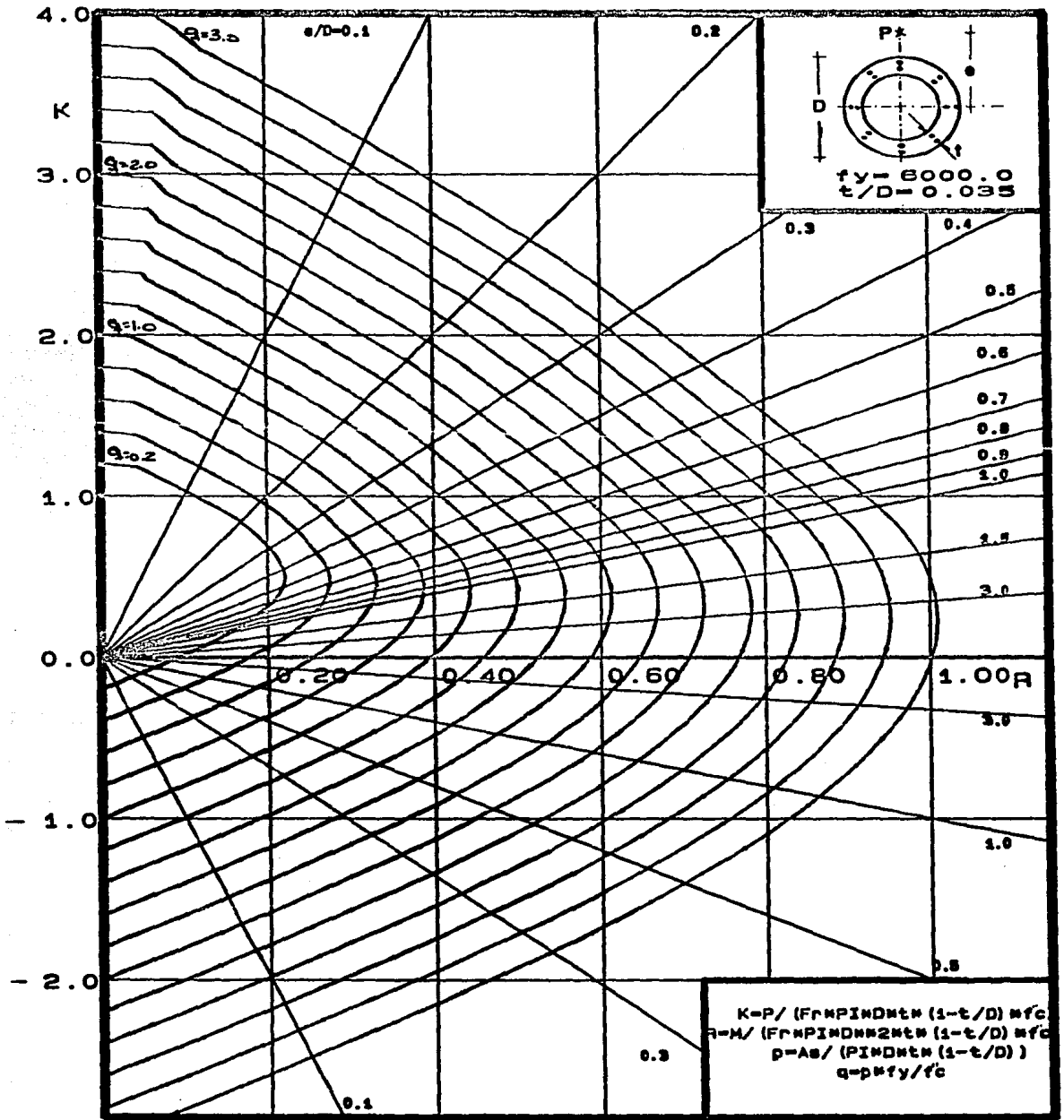


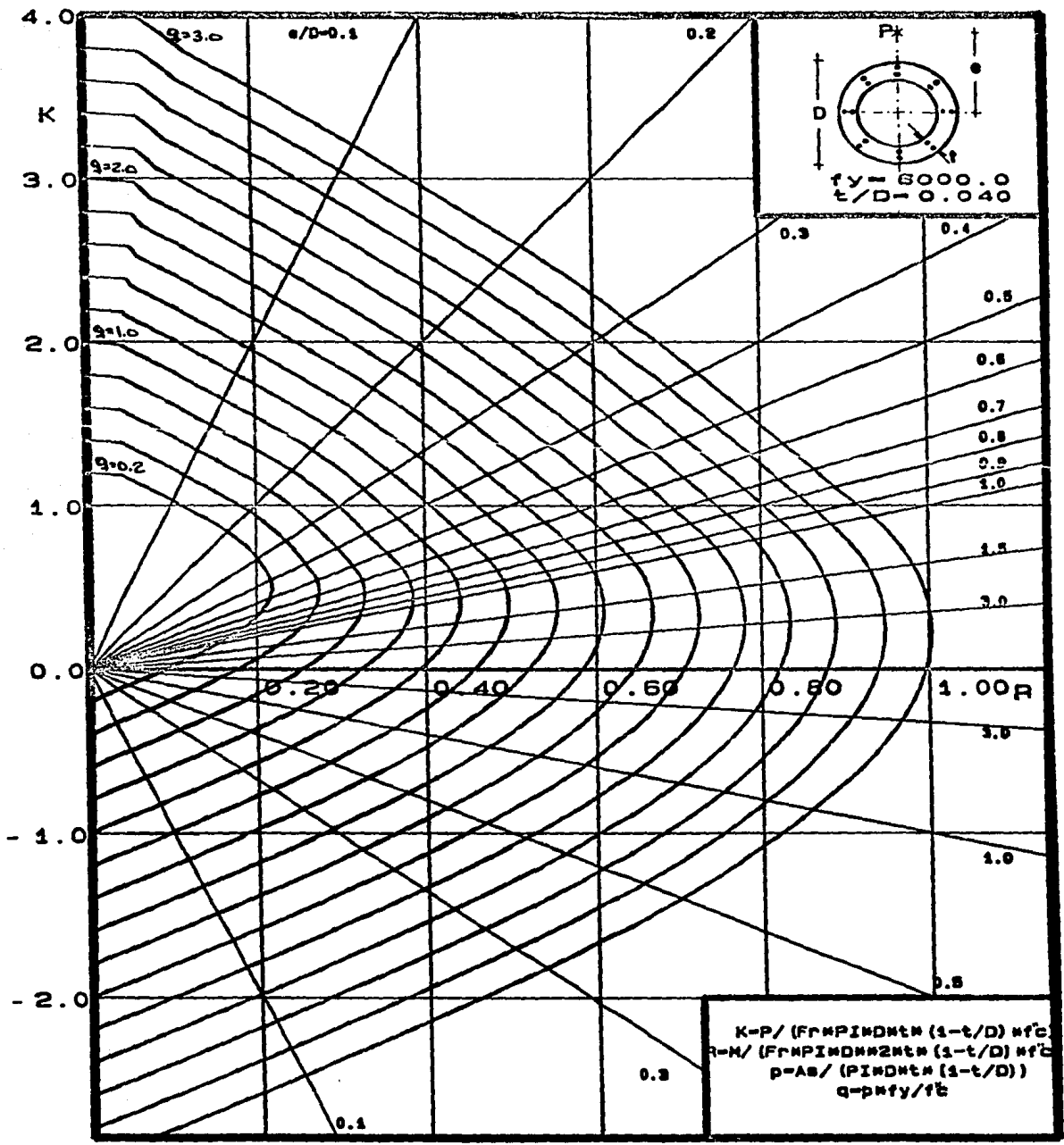












5. EJEMPLO DE APLICACION.

Para mostrar el empleo de los diagramas de interacción se desarrollo el siguiente ejemplo:

Determinese la cuantía de refuerzo de una chimenea, para soportar los efectos de viento y simo, cuyas características son:

$$f'_c = 315 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\gamma_{\text{conc.}} = 2.4 \text{ Ton/ m}^3$$

en la figura 9 se muestran las características geométricas del fuste.

SOLUCION.

Para encontrar los elementos mecánicos que actúan sobre el fuste se utilizó el programa de computadora ANADICHIM, desarrollado en el Departamento de Ingeniería Civil del Instituto de Investigaciones Eléctricas. Una vez que al programa se le proporcionaron datos de localización eólica, sísmica, geometría general y características de los materiales utilizados, calculó los resultados que se muestran en la tabla 5.1.

Para el diseño del fuste se consideran 2 casos:

- 1.- Suma vectorial de efectos por viento (longitudinal + transversal) y carga muerta (peso propio).
- 2.- Efectos de sismo (suma vectorial de sismo longitudinal y el 30% del mismo considerando que actúa normalmente) y carga muerta.

en ambos casos se consideró un factor de carga $FC=1.1$; los elementos mecánicos de diseño se muestran en la tabla 5.2.

el procedimiento seguido fué:

- a) El fuste se dividió en 10 secciones tipo, de las cuales se obtuvo el diámetro externo y espesor promedio para trabajarlas como secciones tipo.
- b) Una vez conocidos el momento y la carga axial, se determina la excentricidad y se obtiene la relación excentricidad-diámetro externo (e/D).
- c) Se calcula $R = M / (F_R D^2 t (1 - t/D) f'_c \eta)$.
- d) Con la relación espesor-diámetro (t/D) se busca el diagrama a utilizar. En el caso de que no exista un diagrama para la relación t/D calculada, es válido interpolar linealmente entre los diagramas existentes.
- e) Con la relación e/D y la constante R se entra al diagrama y se obtiene la cuantía de refuerzo (q); ver tablas 5.3 y 5.4.
- f) Como se sabe que $p = q f'_c / f_y$ y $A_s = p A_c$ donde:

q	Cuantía de acero.
p	Porcentaje de acero.
A_s	Area de acero.
A_c	Area de concreto.

 se determina el número de varillas que más se aproxime al área de acero calculada; ver tabla 5.5.

El diseño del refuerzo circunferencial no se llevó a cabo dado que sale del objetivo del ejemplo; que es el de mostrar el uso de los diagramas de interacción desarrollados en este trabajo. También cabe aclarar que en este ejemplo no se han tomado en cuenta efectos por temperatura, los cuales son de suma importancia al momento de diseñar una chimenea. Es conveniente revisar a este tipo de estructuras bajo condiciones de servicio para que no se tenga al acero trabajando a esfuerzos por arriba de esta condición.

h (m.)	MOMENTOS (Ton m.)		
	Viento longitudinal.	*Viento transversal.	Sismo.
274.30	0.0	0.0	0.0
246.87	636.9	414.6	2 430.1
219.44	2 610.1	1 717.1	8 270.7
192.01	6 004.3	3 995.7	15 957.5
164.58	10 890.9	7 338.5	25 206.2
137.15	17 325.0	11 833.4	35 926.6
109.72	25 341.3	17 568.8	48 153.8
82.29	34 949.1	24 632.6	61 966.8
54.86	46 121.4	33 113.7	77 439.9
27.43	58 771.9	43 099.6	95 095.0
0.00	72 713.3	54 678.9	115 477.4

Tabla 5.1 Resultados proporcionados por el programa ANADICHIM.

* Efecto debido a la vibración del fuste en la dirección normal al flujo del viento.

h (m.)	MOMENTOS (Ton m.)		Peso propio. (Ton.)
	Viento	Sismo.	
274.30	0.0	0.0	0.0
246.87	835.96	2 790.81	569.13
219.44	3 436.70	9 498.35	1 236.45
192.01	7 933.53	18 326.13	2 015.92
164.58	14 445.86	28 947.65	2 953.01
137.15	23 078.64	41 259.32	4 105.64
109.72	33 919.34	55 301.45	5 560.51
82.29	47 033.26	71 164.76	7 352.49
54.86	62 455.41	88 934.59	9 536.90
27.43	80 169.64	109 210.30	12 964.02
0.00	100 075.86	120 561.95	17 163.84

Tabla 5.2 Elementos mecánicos de diseño.

h (m)	Sección	D (m)	t (cm)	M (ton.m)	P (ton)	e = M/P (m)	e/D	R	t/D	q
0.0										
27.43	1	21.38	90.17	100 075.86	17 163.84	5.83	0.273	0.04433	0.0422	mín.
54.86	2	20.22	77.47	80 169.24	12 964.02	6.18	0.306	0.04601	0.0383	"
82.29	3	19.07	51.76	62 455.41	9 536.90	6.55	0.343	0.05963	0.0271	"
109.72	4	17.92	45.09	47 033.26	7 352.49	6.40	0.357	0.05825	0.0252	"
137.15	5	16.77	39.06	33 919.34	5 560.51	6.10	0.364	0.05529	0.0233	"
164.58	6	15.62	33.15	23 078.64	4 105.64	5.62	0.360	0.05098	0.0212	"
192.01	7	14.47	29.06	14 445.86	2 953.01	4.89	0.338	0.04237	0.0201	"
219.44	8	13.32	26.25	7 933.53	2 015.92	3.94	0.295	0.03039	0.0197	"
246.87	9	12.17	24.61	3 436.70	1 236.45	2.78	0.228	0.01683	0.0202	"
274.30	10	11.02	23.20	835.96	569.13	1.47	0.133	0.00530	0.0211	"

Tabla 5.3 Viento y Carga muerta.

h (m)	Sección	D (m)	t (cm)	M (ton.m)	P (ton)	e = M/P (m)	e/D	R	t/D	q
0.0										
27.43	1	21.38	90.17	120 561.95	17 163.84	7.02	0.329	0.053403	0.0422	mín.
54.86	2	20.22	77.47	109 210.30	12 964.02	8.42	0.417	0.062682	0.0383	"
82.29	3	19.07	51.76	88 934.59	9 536.90	9.33	0.489	0.084914	0.0271	"
109.72	4	17.92	45.09	71 164.76	7 352.49	9.68	0.540	0.088143	0.0252	"
137.15	5	16.77	39.06	55 301.45	5 560.51	9.95	0.593	0.090151	0.0233	"
164.58	6	15.62	33.15	41 259.32	4 105.64	10.05	0.643	0.091148	0.0212	"
192.01	7	14.47	29.06	28 947.65	2 953.01	9.80	0.677	0.084909	0.0201	"
219.44	8	13.32	26.25	18 326.13	2 015.92	9.09	0.682	0.070203	0.0197	"
246.87	9	12.17	24.61	9 498.35	1 236.45	7.68	0.631	0.046578	0.0202	"
274.30	10	11.02	23.20	2 790.81	569.13	4.90	0.445	0.017706	0.0211	"

Tabla 5.4 Sismo y Carga muerta.

$$*q_{\min.} = 0.7 \sqrt{f'_c} / f_y = 0.002958$$

Determinando el área de acero requerida.

Sección	Area del concreto (m ²)	p	Area de acero calculada (cm ²)	Area de acero real (cm ²)
1	57.9964	0.0029	1 715.42	1721.4 (604 # 6)
2	47.3259	0.0029	1 399.81	1402.2 (492 # 6)
3	30.1651	0.0029	892.22	895.22 (452 # 5)
4	24.7458	0.0029	731.93	732.6 (370 # 5)
5	20.0907	0.0029	594.24	594.36 (468 # 4)
6	15.9168	0.0029	470.79	472.44 (372 # 4)
7	12.9405	0.0029	382.75	382.54 (302 # 4)
8	10.7640	0.0029	318.38	320.04 (252 # 4)
9	9.2151	0.0029	272.56	274.32 (216 # 4)
10	7.8559	0.0029	232.36	233.68 (184 # 4)

Tabla 5.5 Determinación del acero de refuerzo.

* El acero se distribuirá uniformemente en 2 lechos.

6. CONCLUSIONES.

El desarrollo de diagramas de interacción facilita los procesos de diseño y revisión de elementos estructurales, de ahí su utilidad práctica.

En este trabajo se desarrollaron ayudas de diseño para elementos circulares anulares de concreto reforzado sujetas a flexocompresión; la finalidad principal es su utilización en la predicción de la resistencia en chimeneas de concreto armado. La teoría y los programas de computadora que se establecieron pueden utilizarse para implementar ayudas de diseño adicionales para la revisión de esfuerzos en el concreto y el acero bajo condiciones de servicio, aspecto que es muy importante para el caso de chimeneas.

De comparaciones hechas entre los diagramas existentes para el diseño de columnas circulares macizas, desarrolladas por el Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M., y los resultados obtenidos con los programas desarrollados en este trabajo (al considerar nulo el diametro interno), se observan ciertas diferencias (ver tabla 6.1); estas diferencias se deben: al tipo de distribución de esfuerzos en el concreto que se ha considerado para el desarrollo de los diagramas de interacción (en el caso del Instituto de Ingeniería se utilizó la simplificación del rectángulo equivalente mientras que para este trabajo se considera una distribución parabólica); y también a la forma en que se discretizó el acero de refuerzo longitudinal (El Instituto de Ingeniería considera una distribución del acero que no es puntual).

Es recomendable que se desarrollen diagramas de interacción para el caso de secciones circulares anulares con aberturas, las cuales serán representativas de aquellas secciones donde entran los ductos que contienen todos los gases que la

chimenea tiene que desalojar. También se considera necesario, como se mencionó anteriormente, que se desarrollen ayudas de diseño para la revisión de esfuerzos bajo condiciones de servicio.

fy	I.I.			Tesis			Δ	I.I.			Tesis			Δ
	< 4200 kg/cm ²			< 4200 kg/cm ²				>4200 kg/cm ²			> 4200 kg/cm ²			
	2.0	1.6	0.8	2.0	1.6	0.8		2.0	1.6	0.8	2.0	1.6	0.8	
q	2.0	1.6	0.8	2.0	1.6	0.8		2.0	1.6	0.8	2.0	1.6	0.8	
e/D = 0.3	0.32	0.275	0.18	0.448	0.384	0.268	0.029	0.26	0.23	0.16	0.416	0.357	0.248	0.050
e/D = 0.7	0.39	0.33	0.21	0.572	0.488	0.30	0.046	0.31	0.265	0.179	0.512	0.44	0.28	0.071
e/D = 3.0	0.425	0.35	0.20	0.584	0.485	0.272	0.026	0.34	0.29	0.179	0.548	0.456	0.264	0.062
e/D = 1.0	0.375	0.3	0.158	0.498	0.404	0.35	0.050	0.336	0.276	0.15	0.48	0.384	0.2	0.025
e/D = 0.3	0.257	-0.202	0.103	0.331	0.28	0.136	0.008	0.247	0.200	0.10	0.328	0.264	0.136	0.008
Valores de R.							Valores de R.							

$$\Delta = (0.7854 \sum_{q=0.8}^{q=2.0} R_{Tesis} - \sum_{q=0.8}^{q=2.0} R_{I.I.}) / 3$$

0.7854 ----- Factor por adimensionamiento

+ Tabla 6.1 Comparaciones entre los resultados obtenidos (R) por el Instituto de Ingeniería y los encontrados con los programas desarrollados en este trabajo para una columna circular maciza con relación d/D = 0.8

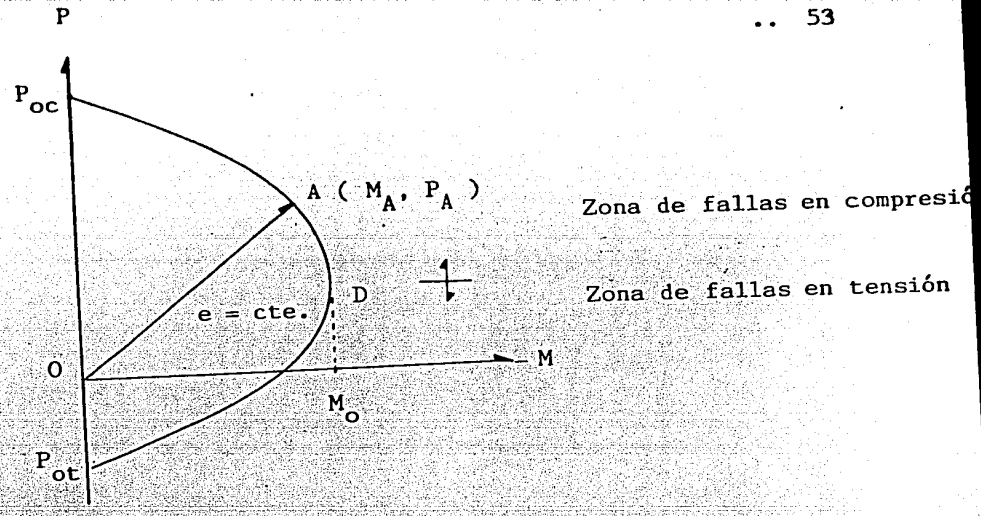


Fig. 1 Diagrama de interacción.

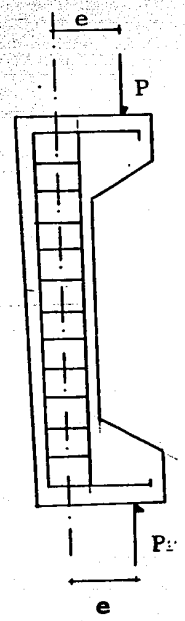


Fig. 2 Espécimen para prueba de flexocompresión.

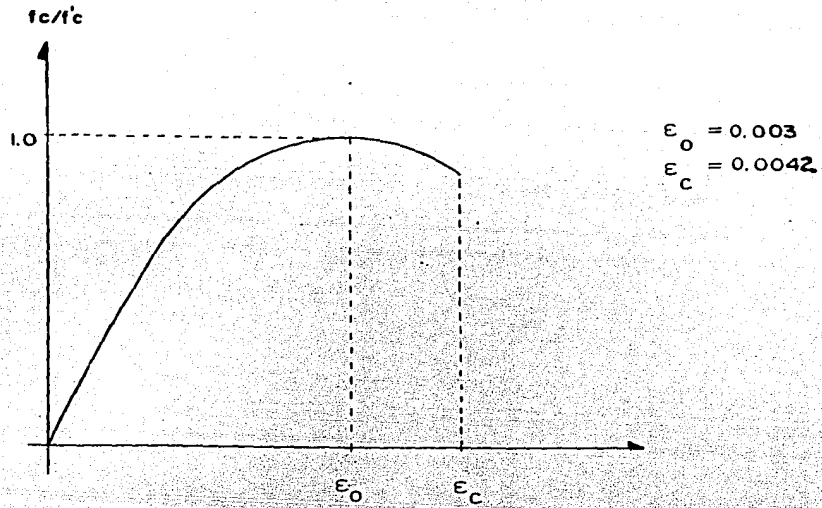


Fig. 3 Curva Esfuerzo-Deformación del concreto.

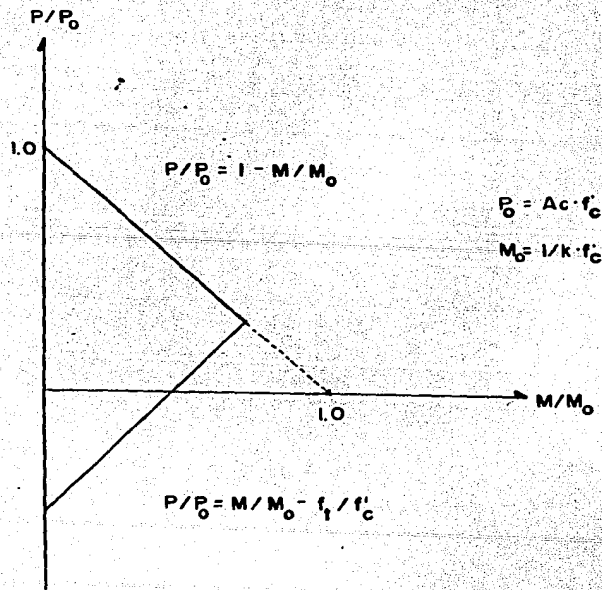


Fig.4 Diagrama de interacción de un elemento elástico lineal.

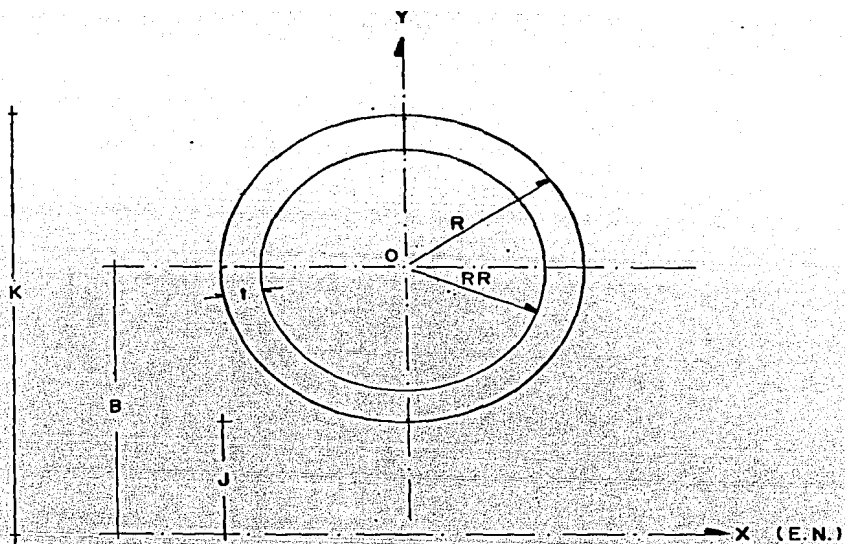


Fig. 5 Identificación de variables para la determinación del volumen de esfuerzos debido al concreto.

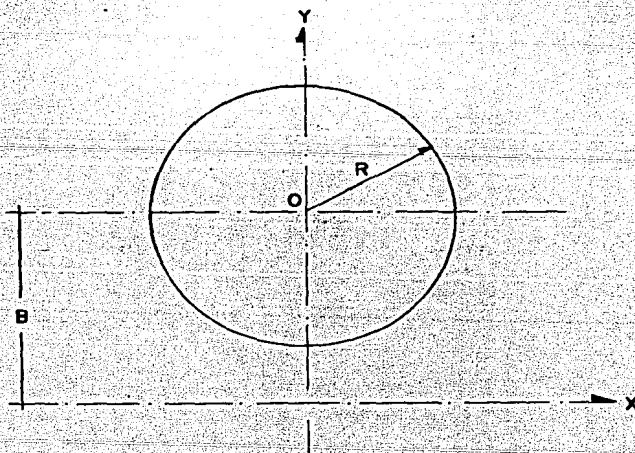


Fig.6 Sección maciza de Radio R .

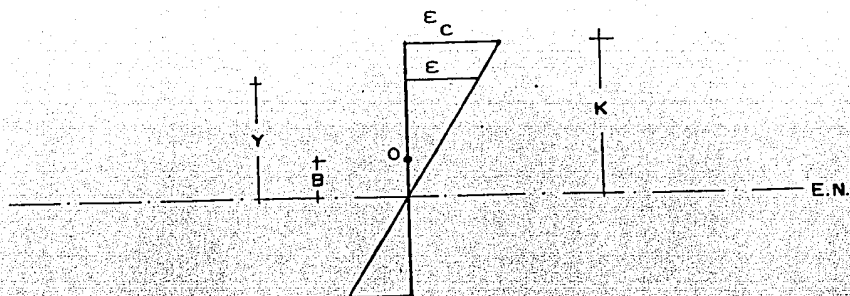


Fig. 7 Diagrama de deformaciones en el concreto.

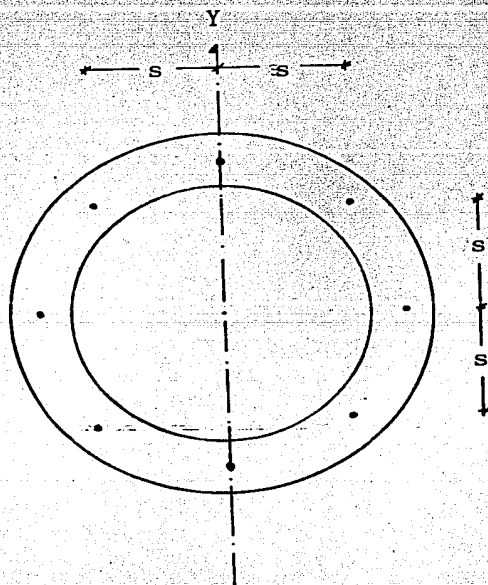
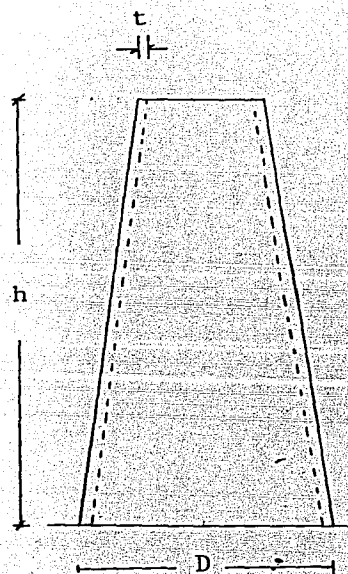


Fig. 8 Tipo de distribución considerada para el acero.



h	Diámetro externo (D) (m)	espesor (t) (cm)
0	21.95	81.28
27.4	20.80	99.06
54.9	19.64	55.88
82.3	18.50	47.63
109.7	17.34	42.55
137.1	16.19	35.56
164.4	15.04	30.81
192.0	13.89	27.31
219.4	12.74	25.10
246.9	11.59	24.13
274.3	10.44	22.86

Fig.9 Características geométricas del fuste del ejemplo de aplicación.

ANEXO 1.

MANUAL DE UTILIZACION DEL PROGRAMA COLCIRANU.

- 1) Se crea un archivo de datos, estructurandolo de la siguiente manera:

Línea	Dato	Formato.
1	Radio externo	F7.2
2	Radio interno	F7.2
3	ϵ_o	F7.5
4	ϵ_c	F7.5
5	f'_c	F5.1
6	f_y	F6.1
7	E_s	F9.1

- 2) El archivo de datos se asigna a 010 (ASS ARCHIVO.DAT FOR010) y el de resultados a 015 (ASS ARCHIVO.RES FOR015).

- 3) Al correr el programa aparece en la pantalla la siguiente pregunta:

Cuántos lechos de acero (1 o 2)?..

se teclea entonces el número 1 o 2 dependiendo del numero de lechos en los que se desea se distribuya el acero. La siguiente pregunta que aparece es:

Separación entre varillas (cm.)?..

se proporciona la distancia entre ejes de varillas deseada. Dependiendo del numero de lechos de acero aparecera la siguiente pregunta:

Cuál es la relación d/D deseada?..

esta pregunta aparece cuando el numero de lechos es 1, y es necesaria para la realizacion de diagramas de columnas macizas principalmente.

- 4) Al aparecer en la pantalla la instrucción:

FORTRAN STOP

el programa ha concluido y se puede editar entonces el archivo de resultados, en donde: la primera columna indica la carga axial, la segunda el momento flexionante y en la tercera se encuentra la cuantía de acero.

El programa de graficación (GRAFICACION) se utiliza de manera similar, solo que en este caso el archivo de datos es el obtenido al momento de correr

el programa COLCIRANU., la desventaja más grande de este segundo programa es que solo puede ser utilizado en un sistema que tenga implementado el paquete gráfico PAGRA. Este segundo programa puede ser utilizado para imprimir las graficas en diferentes dispositivos de salida, principalmente dos:

+ Pantalla.

+ Papel.

A continuación se presentan ambos programas.

```

PROGRAM COLCIRANU
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON/uno/ VT,BPP,CENT,K,B,J,R,RR,EPSILONO
COMMON/dos/ EPSILONC,EPC,Q,NN,t,J1
DIMENSION TETA(0:500), BP(500)
DOUBLE PRECISION K, M, MSC, MST, J, MC, MT, J1,NN
READ (010,10)R
READ (010,10)RR
READ (010,15)EPSILONO
READ (010,15)EPSILONC
READ (010,20)EPC
READ (010,40)EY
READ (010,50)ES
10  FORMAT (F7.2)
15  FORMAT (F7.5)
20  FORMAT (F5.1)
40  FORMAT (F6.1)
50  FORMAT (F9.1)

```

```

04  TYPE 04
    FORMAT (' Cuantos lechos de acero (1 o 2 )?..',,$)
    ACCEPT*,CAM
    TYPE 06
06  FORMAT (' Separacion entre varillas ( cm. )?..',,$)
    ACCEPT*,SEP
    IF (CAM.EQ.1) THEN
08  TYPE 08
    FORMAT (' Cual es la relacion d/D deseada?..',,$)
    ACCEPT*,dD
    ENDIF
    t=R-RR
    PI= 3.14159264D0
    N=PI*2*R/SEP

```

C VARIACION DEL INDICE DE REFUERZO

```

    IF (FY.GT.4200) THEN
        SS= 3.0D0
    ELSE
        SS= 2.0D0
    ENDIF
    tD= t/(2*R)
    CONTQ= 0.0D0

```

```

    DO WHILE (CONTQ.LT.SS)
        CONTQ= CONTQ + 0.2D0

```

C VARIACION DEL EJE NEUTRO

```

K=6 * R

```

```

    DO WHILE (K.GT.1)
        IF (K.GT.4*R) THEN
            K= K - R/10
        ELSE
            IF (K.GT.2*R) THEN
                K= K - R/20
            ELSE
                IF (K.GT.R) THEN
                    K= K - R/40

```

```

ELSE
  IF (K.GT.R/2) THEN
    K= K - R/60
  ELSE
    IF (K.GT.R/4) THEN
      K= K - R/100
    ELSE
      K= K - R/500
    ENDIF
  ENDIF
ENDIF
ENDIF
ENDIF
IF (K.LT.1.000) THEN
  K= 1.000
ENDIF
CONSIDERACIONES PARA LA OBTENCIÓN DE VT
B=K-R
IF (K.GT.2*R) THEN
  J= K - 2*R
  J1=J+t
ELSE
  IF (K.LE.2*R-t) THEN
    J=0.000
    J1=0.000
  ELSE
    J=0.000
    J1=B-RR
  ENDIF
ENDIF
Q=(2*EPC*EPSILONC)/(EPSILON0*K)
NN=(EPSILONC/(EPSILON0*K))*2*EPC
CALL VOL
C= VT
MC= VT*BPP
CALCULO DE LAS FZAS DEBIDAS AL ACERO

FSC= 0.000
MSC= 0.000
FST= 0.000
MST= 0.000
IF (CAM.GT.1) THEN
  SZ=N*2
ELSE
  SZ=N
ENDIF
AREA= CONTQ*PI*(R*R-RR*RR)*EPC*.85D0/(EY*SZ)
TTETA= 2*PI/N

DO I=1,SZ

IF (CAM.GT.1) THEN

  IF (I.GT.N) THEN
    TETA(N)=0.000
    RAS= RR + t/4.000
  ELSE
    RAS= R - t/4.000

```



```

ELSE
  RAS=dD*R
ENDIF
TETA(I)= TETA(I-1) + TTETA
BP(I)= RAS*DSIN(TETA(I))
EPSILON=ABS(EPSILONC*(BP(I)+B)/K)
M= BP(I) + B
DEF=FY/ES
IF (EPSILON.GE.DEF) THEN
  FS=FY
ELSE
  FS=ES*EPSILON
ENDIF

IF (M.GT.O.OOO) THEN
  FSC= FSC + FS*AREA
  IF (BP(I).GE.O.OOO) THEN
    MSC= MSC + FS*BP(I)*AREA
  ELSE
    MST= MST - FS*BP(I)*AREA
  ENDIF
ELSE
  EST= FST + FS*AREA
  IF (BP(I).GE.O.OOO) THEN
    MST= MST + FS*BP(I)*AREA
  ELSE
    MSC= MSC - FS*BP(I)*AREA
  ENDIF
ENDIF
ENDDO
CALCULO DE LAS FZAS Y DE LOS
MOMENTOS FINALES
MST=-MST
CT= FSC + C
TI= FST
MT= ABS(MSC+MST+MC)/(0.85DO*PI*4*R*R*t*(1-t/(2*R))*EPC)
PP= (CT-TI)/(PI*2*R*t*(1-t/(2*R))*0.85DO*EPC)
NK= Ni + 1
eD=MT/PP
100 WRITE (015,100) PP,MT,CONTQ
   FORMAT (4F13.5)
   ENDDO
   ENDDO
110 WRITE (015,110) NK
   FORMAT (I5)
   STOP

```

END

```

-----
SUBROUTINE VOL
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON/uno/ VT,BPF,CENT,K,B,J,R,RR,EPSILONO
COMMON/dos/ EPSILONC,EPC,Q,NN,t,J1
DOUBLE PRECISION K,L,II,NN,MX,MX1,MX2,J,MX21,MX22,J1

```

III=0

PI=3.14159264DO

```

20 R3=B2*B
   III=III+1
   IF (III.EQ.1) THEN
     R1=R
     GO TO 21
   ELSE
     IF (K.LE.t) THEN
       GO TO 22
     ELSE
       J=J1
       R1=RR
       GO TO 21
     ENDIF
   ENDIF
21 L= J - B
   ZE= R1*R1 - L*L
   LR= ABS(L/R1)
   IF (LR.LE.1.000) THEN
     Y= DASIN(L/R1)
   ELSE
     Y= -PI/2.000
   ENDIF
   W=DSQRT(ZE**3)
   P=-L*DSQRT(ZE)+R1*R1*(Z-Y)
   R2= R1*R1

```

C CALCULO DE V1 Y MX1

```

V= 2*(Q*(W/3+B*P/2)-NN*(L*W
1 /4+R2*P/8+2*B/3*W+B2*P/2))

MX= (Q*(.25D0*L*W+R2*P/8+2.D0/3.D0*B
3 *W+B2*P/2)-NN*(-W*(-(L*L)/5-2.D0*
4 R2/15.D0)+.75D0*B*(L*W+R2*P/2)+W*
5 B2+B3*P/2))*2

```

```

IF (III.EQ.1) THEN
  V1=V
  MX1=MX
  GO TO 20
ELSE
  V2=V
  MX2=MX
ENDIF
GO TO 30
22 V2=0
   MX2=0
30 VT=V1-V2
   CENT=(MX1-MX2)/VT
   BPP= ABS(CENT-B)

```

```

RETURN
END

```

PROGRAM GRAFICACION
DIMENSION MT(4000),PP(4000),CONTQ(4000)
REAL MT

.. 64

C ESTE PROGRAMA GRAFICA EL ARCHIVO DE DATOS OBTENIDO
C CON DICHIM.FOR

CALL PAGRAINICIA ('BASICO','NADA','2D')
CALL ESP2NORM (0.77,1.0)
CALL VENTANA (-0.08,-3.143,1.232,4.286)
CALL ABRE (0)

C DIBUJO DEL RECUADRO EXTERIOR

CALL GRUESO (4)
CALL ABS2MUEVE (0.0,-2.857)
CALL ABS2LINEA (1.144,-2.857)
CALL ABS2LINEA (1.144,4.0)
CALL ABS2LINEA (0.0,4.0)
CALL TAMTEXTO (0.02,0.1)
CALL REL2MUEVE (-0.05,-0.6)
CALL POSTEXTO (-1,0)
CALL GRUESO (1)
CALL TEXTO ('K')
CALL GRUESO (4)
CALL ABS2MUEVE (0.0,4.0)
CALL ABS2LINEA (0.0,-2.857)

C DIBUJO DE LOS RECUADROS INTERIORES

CALL GRUESO (3)
CALL ABS2MUEVE (1.144,2.771)
CALL ABS2LINEA (0.8,2.771)
CALL ABS2LINEA (0.8,4.0)
CALL ABS2MUEVE (1.144,-2.0)
CALL ABS2LINEA (0.736,-2.0)
CALL ABS2LINEA (0.736,-2.857)

14 TYPE 14
FORMAT ('fy=', \$)
ACCEPT*,FY
TYPE 16
16 FORMAT ('t/D=', \$)
ACCEPT*,tD
CALL GRUESO (1)

C LETREROS

CALL TAMTEXTO (0.02,0.071)
CALL ABS2MUEVE (0.922,3.0)
CALL POSTEXTO (0,0)
CALL TEXTO ('fy=')
CALL REL2MUEVE (0.11,0.0)
CALL NUMEROS (FY,'E6.1')
CALL ABS2MUEVE(0.937,2.9)
CALL POSTEXTO (0,0)
CALL TEXTO ('t/D=')
CALL REL2MUEVE (0.11,0.0)

```

CALL TAMTEXTO (0.013, 0.070)
CALL ABS2MUEVE (0.94, -2.2)
CALL POSTEXTO (0,0)
CALL TEXTO ('K=P/(Fr*PI*Dt*(1-t/D)*fc)')
CALL ABS2MUEVE (0.919, -2.32)
CALL POSTEXTO (0,0)
CALL TEXTO ('R=M/(Fr*PI*Dt*2*At*(1-t/D)*fc)')
CALL ABS2MUEVE (0.94, -2.44)
CALL POSTEXTO (0,0)
CALL TEXTO ('p=As/(PI*Dt*(1-t/D))')
CALL ABS2MUEVE (0.94, -2.56)
CALL POSTEXTO (0,0)
CALL TEXTO ('q=p*fy/fc')

```

C DIBUJO DEL EJE DE LAS ABCISAS CON COTAS

```

CALL TIPO (1)
CALL TAMTEXTO (0.02, 0.1)
CALL GRUESO (2)
CALL ABS2MUEVE (0.0, 0.0)
CALL ABS2LINEA (1.144, 0.0)
CALL REL2MUEVE (-0.04, -0.08)
CALL POSTEXTO (-1, 1)
CALL GRUESO (1)
CALL TEXTO ('R')
X=0.0
DO WHILE (X.LT.1.0)
  X= X + 0.2
  CALL ABS2MUEVE (X, 0.0)
  CALL REL2MUEVE (0.01, -0.05)
  CALL POSTEXTO (-1, 1)
  CALL NUMEROS (X, 'F4.2')
ENDDO

```

C COTAS DEL EJE DE LAS ORDENADAS Y LINEAS GUIA

```

Y=-2.0
DO WHILE (Y.LE.4.0)
  CALL ABS2MUEVE (0.0, Y)
  CALL REL2MUEVE (-0.09, 0.0)
  CALL POSTEXTO (-1, 0)
  CALL NUMEROS (Y, 'F4.1')
  CALL ABS2MUEVE (0.0, Y)
  IF (Y.GE.3.0) THEN
    CALL ABS2LINEA (0.8, Y)
  ELSE
    CALL ABS2LINEA (1.144, Y)
  ENDIF
  Y= Y + 1.0
ENDDO

```

C LINEAS GUIA HORIZONTALES

```

X=0.2
DO WHILE (X.LE.1.0)
  IF (X.LT.0.8) THEN
    CALL ABS2MUEVE (X, -2.857)
    CALL ABS2LINEA (X, 4.0)
  ELSE

```

```
CALL ABS2LINEA (X,2.771)
ENDIF
X= X + 0.2
ENDDO
```

TRAZO DE LAS LINEAS DE EXCENTRICIDAD CTE.

```
CALL TAMTEXTO (0.01,0.07)
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (0.4,4.0)
CALL REL2MUEVE (-0.15,-0.1)
CALL TEXTO ('e/D=0.1')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (0.8,4.0)
CALL REL2MUEVE (-0.08,-0.1)
CALL TEXTO ('0.2')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (0.8313,2.771)
CALL REL2MUEVE (0.0, -0.1)
CALL TEXTO ('0.3')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (1.1084,2.771)
CALL REL2MUEVE (-0.085,-0.07)
CALL TEXTO ('0.4')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (1.144,2.286)
CALL REL2MUEVE (-0.07,0.0)
CALL TEXTO ('0.5')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (1.144,1.9)
CALL REL2MUEVE (-0.08,0.0)
CALL TEXTO ('0.6')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (1.144,1.614)
CALL REL2MUEVE (-0.08,0.0)
CALL TEXTO ('0.7')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (1.144,1.429)
CALL REL2MUEVE (-0.08,0.0)
CALL TEXTO ('0.8')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (1.144,1.266)
CALL REL2MUEVE (-0.08,0.0)
CALL TEXTO ('0.9')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (1.144,1.143)
CALL REL2MUEVE (-0.08,0.0)
CALL TEXTO ('1.0')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (1.144,0.743)
CALL REL2MUEVE (-0.08,0.0)
CALL TEXTO ('1.5')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (1.144,0.4)
CALL REL2MUEVE (-0.08,0.02)
CALL TEXTO ('3.0')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (1.144,-0.3714)
CALL REL2MUEVE (-0.08,-0.01)
```

```

CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (1.144,-1.143)
CALL REL2MUEVE (-0.08,0.0)
CALL TEXTO ('1.0')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (1.00,-2.0)
CALL REL2MUEVE (0.0,0.10)
CALL TEXTO ('0.5')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (0.736,-2.457)
CALL REL2MUEVE (-0.08,0.0)
CALL TEXTO ('0.3')
CALL ABS2MUEVE (0.0,0.0)
CALL ABS2LINEA (0.288,-2.857)
CALL REL2MUEVE (0.0,0.1)
CALL TEXTO ('0.1')

```

C TRAZO DE LAS GRAFICAS

```

TYPE 12
12 - FORMAT (' VALOR DE NK',4)
ACCEPT*,NK
DO I=1,NK
15 READ (010,15) PP(I),MT(I),CONTQ(I)
FORMAT (3F13.5)
ENDDO
CALL ABS2MUEVE (MT(1),PP(1))
DO I=1,NK
IF (CONTQ(I).EQ.CONTQ(I+1)) THEN
CALL ABS2LINEA (MT(I+1),PP(I+1))
ELSE
CALL ABS2MUEVE (MT(I+1),PP(I+1))
ENDIF
ENDDO
CALL CIERRA
CALL TERMINA
STOP
END

```

BIBLIOGRAFIA.

1. Argüello F. Martín y Guzmán M. Habacuc " GRAFICAS PARA LA DETERMINACION DE LA RIGIDEZ EQUIVALENTE DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO EN FLEXO-COMPRESION " Tesis profesional, U.N.A.M.;1978.
2. Alonso García J. Luis Javier y Jean P. Raúl " RIGIDEZ EFECTIVA EN COLUMNAS DE CONCRETO EN FLEXOCOMPRESION BIAxIAL " Tesis profesional, U.I.A.;1984.
3. Meli Roberto y Rodriguez Mario " GRAFICAS PARA DISEÑAR COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO " Instituto de Ingeniería U.N.A.M.; Folleto 428;1970.
4. R. Park y T. Pauley " ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO " Ed. Limusa; 1a. edición; México 1978.
5. E. P. Popov " INTRODUCCION A LA MECANICA DE SOLIDOS "Ed. Limusa; 1a. edición México 1981.
6. Arias Arturo " CHIMENEAS " Comisión Federal de Electricidad; Serie Manuales de Diseño de Obras Civiles; Folleto C.2.7; 1981.
7. Gonzales Cuevas, Robles Francisco, Casillas Juan y Diaz de C. Roger " ASPECTOS FUNDAMENTALES DE CONCRETO REFORZADO " Ed. Limusa, 1a. edición; México 1983.
8. Friedman Frank L. and Koffman, Elliot B. " PROBLEM SOLVING AND STRUCTURED PROGRAMING IN FORTRAN " Addison Wesley, 2nd. edition; U.S.A. 1981.
9. " PAGRA PRIMER " Apuntes del curso Pagra básico; Instituto de Investigaciones Eléctricas.
10. " MANUAL DE REFERENCIA PAGRA " Instituto de Investigaciones Eléctricas.
11. " FORTRAN VAX BASICO " Apuntes del curso FORTRAN; Instituto de Investigaciones Eléctricas.
12. I. S. Gradshtein and I. M. Ryzhik " TABLE OF INTEGRALS, SERIES AND PRODUCTS " 4th. edition; Academic Press, New York 1965.