

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
FACULTAD DE CIENCIAS

"APLICACION DE UNA TAXONOMIA EN LA EVALUACION  
DEL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS"

TRABAJO DE TESIS QUE PRESENTA  
JOSE JAVIER MILCHORENA VEGA  
PARA OBTENER EL TITULO DE:  
MATEMATICO

México, D.F.

1986.

2.07  
26



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

Prologo	
Introducción	pag. I
Antecedentes	I
Objetivos del trabajo	2
Descripción del trabajo	3

### CAPITULO I

Descripción de la evaluación en el Colegio de Ciencias y Humanidades y algunos factores que la afectan	5
--	---

### CAPITULO II

Descripción de la Taxonomía del N. I. S. M. A	15
--	----

### CAPITULO III

Una Aplicación de la Taxonomía del N. I. S. M. A	19
---	----

CAPITULO IV

PAG.

CONCLUSIONES

4.1	Algunas ventajas al aplicar la taxonomía del NLSMA . . . . .	90
4.2	Algunas limitaciones del NLSMA . . . . .	93

APENDICE

I.	La Evaluación en el Colegio de Ciencias y Humanidades . . . . .	100
II.	Aclaración de los conceptos de Evaluación y Medición . . . . .	103
	BIBLIOGRAFIA . . . . .	108

## P R O L O G O

Al encontrarme ante la necesidad de obtener el anhelado título de licenciado en Matemáticas, decidí elegir para mi trabajo de tésis, un tema que al mismo tiempo me permitiera cubrir el requisito, también fuera de utilidad al Colegio de Ciencias y Humanidades, Institución a la que presto mis servicios de profesor de matemáticas desde hace más de trece años.

El tema del trabajo es una propuesta novedosa en este nivel en torno a la Evaluación, y que por lo mismo enfrenté el problema de contar con escasas fuentes de información, que sin embargo fueron superadas por el esfuerzo dedicado y la valiosa ayuda recibida por mi asesor de tésis, para llegar a concluir este trabajo, que indudablemente a pesar de algunos errores que pudieran encontrarse será un elemento valioso para mis compañeros de trabajo.

El rendimiento escolar en matemáticas y su evaluación, están contenidos dentro de una problemática enorme, por influir en ella una amplia gama de variables, que tratar de explicarlas a todas ellas, conduciría a un trabajo extenso y en consecuencia perder los objetivos específicos que trata; por lo que quiero advertir que no estará exento de críticas o desacuerdos, dado que adolece de ser un producto de una investigación exhaustiva dentro del marco de la evaluación

Concretamente el enfoque esta referido a algunos aspectos de la evaluación escolar del esquema clasificador de las habilidades matemáticas - propuestas por un grupo de investigadores en Educación Matemática de los Estados Unidos en 1969.

Pretendiendo dar un poco más de luz a este estudio, y por estar convencido de la utilidad que puede representar a los educadores en matemáticas, hago la presente aportación.

Sin más por el momento, agradezco de antemano las valiosas observaciones y orientaciones, que recibiré de parte de los profesores integrantes del Honorable Jurado en el transcurso de mi Examen Profesional, que por supuesto serán apreciadas y tomadas en cuenta para mejorar este trabajo.

## I N T R O D U C C I O N

El propósito que me animó a realizar el presente trabajo de tesis re-lacionado con la Matemática Educativa fue el de contribuir a mejorar en - algo el proceso de la Evaluación del Aprendizaje de las Matemáticas pre--sentando una alternativa más a los profesores del Colegio de Ciencias y - Humanidades (C.C.H.), principalmente a quienes sienten la inquietud de pe-netrar en la problemática de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas - del nivel medio superior y que de alguna manera en base a sus conocimientos y experiencias presentan propuestas de solución o simplemente sugereñcias ante los problemas que surgen en las diversas actividades que coti--dianamente se realizan en el ámbito escolar.

Este trabajo está enfocado al aspecto de la Evaluación del rendimiento escolar, que es una etapa importante del proceso enseñanza aprendizaje, en la que los maestros se enfrentan a ciertas dificultades por carecer de recursos didácticos o pedagógicos para realizar una mejor actividad docente.

Desde la creación del C.C.H., el proceso de la evaluación que se ha-venido practicando, presenta serias deficiencias que contribuyen de algu-na forma a agravar el problema del alto índice de reprobación en matemáticas, siendo éste el motivo por el cual me permito presentar la propuesta-de este trabajo cuyo contenido y desarrollo pretende alcanzar principal--mente los siguientes objetivos:

## OBJETIVOS DEL TRABAJO

- a) Dar a conocer la existencia e importancia que puede tener la Taxonomía del NLSMA ( National Longitudinal Study of Mathematical Abilities ) por ser la única entre otras, que está diseñada para evaluar exclusivamente el alcance y logro de los objetivos del aprendizaje de las matemáticas

La taxonomía del NLSMA que es una adaptación de la taxonomía de Bloom a los objetivos del área de matemáticas es desconocida por la mayoría de los profesores de este nivel; y por lo mismo es necesario su difusión y conocimiento, dado que se ignora cuáles son las diversas conductas o habilidades del alumno, como resultado del aprendizaje y los niveles en que éstas se clasifican. Pues es importante que el profesor realmente esté conciente en cuanto a la habilidad o secuencia de habilidades que requiere el alumno para contestar cada una de las preguntas formuladas en un examen de matemáticas, de tal manera que se prefije la conducta que se desea evaluar y en el nivel taxonómico adecuado.

- b) Presentar de una manera detallada y concreta una aplicación de la taxonomía del NLSMA, que con el objeto de lograr una mayor comprensión en el lector y para hacer más didáctica la explicación se presenta la evaluación de un tema del programa de Matemáticas V, seleccionando para mi gusto el tema de la Derivada Algebraica para el que se elaboraron reactivos de diversos tipos conocidos como: Opción múltiple, ensayo y respuesta breve, los cuales pretenden evaluar las diversas habilidades del área cognoscitiva correspondientes a cada --

uno de los cuatro niveles del esquema del NLSMA; pues considero que la mejor manera de dar a conocer y comprender la taxonomía del NLSMA es mostrando a modo de ejemplo la forma en que se pueden evaluar las diversas<sup>1</sup> conductas que pueden resultar del aprendizaje de las matemáticas que van desde la simple evocación hasta el nivel de la demostración.

De tal manera que, en la medida que el profesor se interese y haga el intento de poner en práctica la taxonomía del NLSMA en la evaluación que incluye otras habilidades que por norma general no las había considerado antes por desconocerlas, estará en posibilidad de formular mejores reactivos o preguntas tanto para los exámenes escritos como orales que se pueden aplicar en el salón de clases, los cuales resultarán ser más objetivos y adecuados, al establecer congruencia entre los niveles que se pueden lograr en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en el C.C.H., con la evaluación adecuada en el preciso alcance del logro de los objetivos del curso.

La secuencia que se consideró conveniente para el desarrollo de este trabajo de tesis es la siguiente:

#### DESCRIPCION DEL TRABAJO

El primer capítulo comprende una descripción real del proceso de la evaluación escolar que se practica actualmente en el C.C.H., señalando los diversos factores relacionados con la misma y que contribuyen a que no pueda llegarse a consumir una verdadera evaluación del aprendizaje, sino solamente llegar a una mera pseudoevaluación.

En el segundo capítulo se explica que es la Taxonomía del NLSMA, se describen sus características y se presentan las categorías y subcategorías en que se clasifican las diversas conductas que resultan del aprendizaje de las matemáticas según la adaptación que con respecto a los Objetivos Educativos propuestos por Benjamín S. Bloom hiciera un grupo de investigadores en Los Estados Unidos respecto a los objetivos del área de matemáticas.

En el capítulo III se presenta una aplicación de la Taxonomía del NLSMA en la evaluación de un tema de matemáticas del programa de Matemáticas V del C.C.H., mediante la elaboración de reactivos que corresponden a las características descritas en cada una de las subcategorías del esquema.

Finalmente en el capítulo IV se presentan las conclusiones resultantes de este trabajo, así como recomendaciones o sugerencias a los profesores de matemáticas del C.C.H., en torno al uso de la Taxonomía del NLSMA y aspectos de la evaluación referidos al salón de clases.

## C A P I T U L O I

## DESCRIPCION DE ALGUNOS FACTORES QUE AFECTAN AL PROCESO DE LA EVALUACION DEL RENDIMIENTO ESCOLAR EN MATEMATICAS.

En el caso del C.C.H., se ha dicho que parece no haber problema, - respecto a que los profesores de matemáticas tienen el conocimiento y - dominio de las materias que se imparten en este ciclo, dado que la in- - mensa mayoría puede considerarse especialista en la materia, con una - formación matemática que rebasa los requerimientos del nivel bahillera- to.

Sin embargo en cuanto a la formación pedagógica del profesorado, ésta deja mucho que desear ya que solo un mínimo tiene los conoci- mientos que puede permitir realizar un mejor proceso de la enseñanza a - prendizaje de las matemáticas.

En particular, refiriéndose a la evaluación, se desconocen los re- cursos y mecanismos pedagógicos para que ésta sea más objetiva y acorde a la realidad del estudiante del C.C.H.

Entre la multitud de factores que contribuyen al alto índice de re - probación en matemáticas, considero que algunos relacionados con la eva - luación son:

- a) La falta de verdaderos programas

Aún hoy en día, después de muchos intentos se busca la elaboración

de los programas de matemáticas para el C.C.H., en los que se especificuen los objetivos comunes que determinen y normen los contenidos, la metodología y las actividades a desarrollar en el curso y que validen en mucho una evaluación que será más objetiva.

Los profesores de matemáticas, hemos trabajado desde siempre con temarios, los cuales en intentos de mejorarlos y de ajustarlos a lo que se cree necesariamente importante ha degenerado en que el contenido temático de una misma materia sea diferente en cada uno de los cinco plantales y aún en un mismo plantel de un turno a otro, presentándose lo que pudiera pensarse, una situación caótica en cuanto a los contenidos.

Pero lo más grave del asunto no está en los contenidos, ya que el profesor del C.C.H., tiene la capacidad de desarrollarlos cualesquiera que fuesen; sino en los objetivos que se pretenden, pues al no aparecer escritos y explícitos en el temario de las diversas asignaturas, cada profesor los interpreta de acuerdo a su criterio y aún más, por lo que ocurre, tal parece que desconoce los objetivos que pretende evaluar y lograr en su curso.

Quizá la evaluación del logro de los objetivos para algunos sirva para saber:

Qué tanto aprendió el alumno del temario que se enseñó. Quiénes son los alumnos que tienen cualidades para adquirir una formación matemática. Quiénes aprueban y quienes reprueban. Qué tan buenos maestros somos. Si aprendió lo mínimo necesario para los siguientes cursos, etc.

Por lo tanto al no existir o no tener precisados y explícitos los-

objetivos comunes que su supone son propios de cada asignatura, no se puede hablar de una verdadera evaluación que determina entre otros aspectos, la medida en que han sido logrados los objetivos educacionales- previamente propuestos.

b) La escasa o nula preparación pedagógica del profesor de matemáticas.

Desde la fundación del Colegio de Ciencias y Humanidades la gran mayoría del profesorado de matemáticas ha mostrado falta de interés en lo que se refiere a su formación pedagógica.

Los cursos que anualmente programa la institución por lo general no son del interés de las mayorías, y si alguno lo fuera, no es posible tomarlos por diversas causas, empezando porque no se reúne el mínimo requerido de profesores para que se imparta, o porque éstos se programan en horarios al que no se puede asistir o en planteles distantes al que se está adscrito, o simplemente no hay deseos de tomarlos.

Realmente no se ha hecho una investigación seria por parte de las autoridades cuando menos para saber cuáles son las necesidades fundamentales y presentar alternativas de solución que pueden resolver en parte los problemas más graves como son el bajo rendimiento y el alto índice de reprobación y sus causas, en el C.C.H.

Algunas investigaciones respecto a los problemas anteriores, hechos principalmente por iniciativa de algunos profesores de la institución, han obtenido conclusiones apresuradas ante tal problemática haciendo disertaciones tales como: "Los profesores necesitan más capacitación" o "Los alumnos vienen mal preparados".

De acuerdo a las circunstancias actuales en el C.C.H., las perspectivas de actualización pedagógica del profesorado son inalcanzables a corto o mediano plazo, de tal manera que el proceso enseñanza aprendizaje seguirá careciendo de las bases pedagógicas que pueden mejorarlo.

Y en consecuencia, respecto a la evaluación ésta seguirá practicándose empíricamente como hasta ahora.

c) La no-existencia de un criterio unificado de evaluación.

Un aspecto que influye en que la evaluación que se practica no esté unificada, puede ser consecuencia de la mal interpretada libertad de cátedra, la que supuestamente permite a los profesores la libertad de seleccionar el método de trabajo y la evaluación del mismo, que en la mayoría de los casos degenera al final del curso, en una inconformidad manifiesta por parte de los alumnos, principalmente los reprobados quienes consideran que el mecanismo de evaluación no es justo, provocando con ello aversión y frustración hacia las matemáticas.

Al iniciar un curso, por regla general el profesor debe acordar y precisar con sus alumnos la forma de evaluar el curso, la cual se reduce simplemente, por lo general a indicar el número de exámenes que se aplicarán a lo largo del curso, sin especificar cuáles son los objetivos que se van a evaluar o se pretenden en el curso. Se emplean con frecuencia los mismos criterios o normas con los que fuimos evaluados cuando fuimos estudiantes.

Para el profesor de matemáticas, la etapa de la evaluación consiste

simplemente en asignar calificaciones, resultado de los exámenes parciales o del final aplicados a lo largo del curso; las cuales solo se usan para determinar quién aprueba y quién reprueba. Desconociendo completamente que la evaluación es un recurso que nos puede permitir dirigir y mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje del grupo.

Tampoco existe entre la mayoría de los profesores el acuerdo de considerar otros aspectos del alumno que puedan incluirse en una evaluación más objetiva, como son: Participación en clase, desarrollo de tareas y trabajos de investigación etc., que pueden influir en un mayor número de aprobados; porque al hacer evaluables estos aspectos, aumenta considerablemente la de por sí excesiva carga de trabajo.

La no existencia de un criterio o norma común de evaluación en matemáticas da lugar a que se presenten casos como el que, un alumno reprobado por un profesor resultará aprobado con el criterio de otro o viceversa, o el del alumno que estando en quinto semestre y aprobado en los cuatro semestres anteriores carece de los conocimientos, básicos que son requisito para la nueva asignatura, principalmente los que cursarán Cálculo Diferencial e Integral.

Los criterios de evaluación son variables, en algunos casos, son más rigurosos en unos profesores que en otros, exigiendo al alumno habilidades matemáticas de niveles más altos al estándar común, así como un total conocimiento y dominio de la asignatura.

Existe la creencia en algunos profesores, que éstos proyectan una mejor imagen ante los demás cuando mayor es el número de alumnos reprobados.

dos en los grupos que atiende; en tanto que, se considera paternalista al que ofrece mayores oportunidades de aprobación.

El número de preguntas en un exámen parcial de una misma materia es variable, ya que pueden ser cinco, diez, quince o más, así como el tiempo que puede ser de una, dos, tres o más horas, es decir, no todos los alumnos tienen las mismas ventajas o desventajas en cuanto a éstos aspectos. - Una queja que con frecuencia manifiesta el alumno, es que en clase el profesor le resuelve o le dá ejemplos de ejercicios sencillos mientras que - las preguntas que incluye en los exámenes parciales o finales, son de mayor grado de dificultad, algunas no son reconocidas como similares al curso de instrucción otras son rebuscadas o capciosas en las que con premeditación se sabe son del tipo en las que el alumno cometerá los errores conocidos como de "los más comunes".

Con frecuencia se pierde el objetivo a evaluar pués al tratar de evaluar un solo conocimiento o habilidad, se complica tanto la pregunta al estudiante que para resolverla, se involucran y requieren una secuencia de habilidades, perdiéndose el objetivo o habilidad inicial que se pretendía evaluar; cayendose en la exageración de evaluar hasta el mínimo detalle y la máxima precisión. Quizá inconcientemente el profesor, pensará en formar mejores alumnos al exigir los niveles o conductas más altas, pero con esto, solo unos cuantos alumnos estarán en condiciones de alcanzar - los límites deseados que están fuera de la mayoría del grupo.

Es deseable pués, manejar niveles de evaluación aceptables y acordes al perfil del estudiante de matemáticas del C.C.H., que brindan la oportunidad de integración a la mayoría.

d) La enorme carga académica que tiene el profesor de éste nivel en comparación con el superior.

Es conocido, que el profesor del C.C.H., para poder satisfacer mínimamente sus necesidades económicas tiene que aspirar a cubrir el máximo - de 30 horas clase semanales, con un total de siete u ocho grupos con una población promedio de cincuenta alumnos cada uno, aunque el número pactado con las autoridades es de 65 por grupo. En este nivel, el profesor no goza de la descarga académica, que le permita principalmente planear sus clases, calificar una gran cantidad de exámenes, dar asesoría a sus propios alumnos elaborar cuestionarios o problemarios para sus grupos y otras actividades que pudieran mejorar el proceso enseñanza aprendizaje.

Aún esta vigente, "La masificación de la Enseñanza", siendo en el C. C.H., donde también se puso de moda la proposición de "Educar más y mejor a un mayor número de mexicanos".

Pero que sucede en la realidad; al impartir la enseñanza ante un grupo numeroso, el profesor pierde el control del proceso educativo, transformándose en un cuidador de la disciplina. Se llega a conocer solo de vista al estudiante y de nombre solo a aquellos que destacan en la materia.

Solamente "dar clase" y los exámenes se convierten en los aspectos más significativos y rutinarios del curso. Pues aunque el profesor tuviera conocimiento de técnicas grupales, la pretensión de aplicarlas para propiciar otros aspectos relevantes del proceso enseñanza aprendizaje, -

fracasaría ya que solo esto puede darse en un ámbito ideal y utópico, - distante de la cruda realidad en la que hay carencia de condiciones mínimas y de recursos materiales.

e) El perfil del alumno del C.C.H.

Uno de los principios fundamentales del C.C.H., en torno al alumno, que es el de conseguir "la concientización del alumno para que éste, sea un elemento activo, creativo, investigador y crítico no llega a consumarse".

Es conocido, que uno de los problemas más graves a los que se tiene que enfrentar el profesor del C.C.H., es la deficiente preparación principalmente matemática con la que ingresan al bachillerato, y por otra parte, las actitudes pasivas y receptoras que los caracterizan, permanecen en la mayoría inalterables a lo largo del ciclo escolar; pues el sistema C.C.H., no logra transformarlos. Carecen de hábitos de estudio y sobre todo de intereses que los motiven a realizar con éxito sus estudios.

Es muy común observar en la clase de matemáticas la desesperante actitud pasiva que adopta la mayoría de los estudiantes, pudiera ser porque carecen de significado los contenidos que se les transmiten y porque estos no responden a sus necesidades e intereses. La única preocupación real, son los exámenes a los que se presentan sin la preparación adecuada algunos cuando menos repasan los apuntes de clase otros solo con lo que recuerdan de las clases y otros que intentarán contestarlo copiando a los demás; no se observa por ningún lado, la cualidad de investigar y profundizar en los temas vistos.

Es muy común observar que se manifiesta más el interés por pasar la materia que por aprenderla y algunos lo logran, pues como se puede explicar la presencia de alumnos en los últimos semestres los cuales no demuestran haber adquirido de los cursos anteriores los conocimientos mínimos necesarios para las materias de quinto y sexto semestre, principalmente en matemáticas V y VI.

Por lo anterior, es de esperarse que en la evaluación los aspectos señalados anteriormente se reflejarán en un alto índice de reprobación.

f) La situación económica del profesor del C.C.H.

Sin la intención de abordar otras desventajas laborales que enfrenta, basta decir que la situación económica en la que se encuentra el profesorado actualmente, es la más crítica de su historia.

Se cuestiona actualmente entre los profesores que la superación del nivel académico y de la calidad de la enseñanza, está en función de que se mejoren las condiciones laborales, principalmente la económica. Y que, como hasta el momento no ha habido una respuesta favorable por parte de las autoridades, pretextando la situación crítica que sufre el país, ponen en tela de juicio en que realmente den a la educación la importancia que dicen tiene, para salir adelante.

Considero que lo anterior no es totalmente válido puesto que tiempo atrás en que se podía hablar de una situación económica algo favorable, solamente se manifestaban intentos de superación académica que en nada mejoraron la actividad docente, la cual se ha practicado como hasta ahora.

Con lo expuesto, pienso que ya se han aportado elementos más que suficientes, relacionados entre otros con el aspecto de la Evaluación en el C.C.H., que dan una idea aproximada de la realidad misma de la problemática que parece no tener solución. Pero que en la medida en que las autoridades de la U.N.A.M. hagan el esfuerzo por mejorar las condiciones laborales del profesorado, de que proporcionen los recursos materiales suficientes y haya siempre profesores entregados a la educación, es entonces cuando se observará la superación del nivel académico.

Por lo anterior, no afirmo como pudiera llegarse a pensar que no se esté dando el proceso educativo, ni tampoco que por el momento no existan algunas alternativas de solución, lo que es cierto es que, hay graves deficiencias que hacen que nuestra enseñanza no sea de lo mejor y que la superación académica se dá aisladamente y retomada por aquellos profesores que a pesar de las condiciones vigentes, se dedican sin objeciones a lograr el cambio, a la reflexión y al trabajo continuo.

Y en lo que se refiere a evaluación del aprovechamiento escolar, en la medida que se aporten propuestas y demuestren mejorar en la práctica - el proceso, se estará más cerca de alcanzar lo que debiera ser la evaluación en el Colegio de Ciencias y Humanidades.

Ver Anexo 1 del Apéndice.

## C A P I T U L O I I

## LA TAXONOMIA DEL NLSMA

Como una respuesta para resolver en algo la problemática que se presenta en la evaluación del aprendizaje de las matemáticas en el C.C.H. y un intento de mejorar en algo el proceso, me permito proponer a los profesores la aplicación de la Taxonomía del NLSMA, como elemento pedagógico que presenta sistematizadas y descritas las diversas habilidades que según este esquema, pueden resultar en el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

En la actualidad, la Taxonomía del NLSMA es el único modelo del que se dispone para evaluar el rendimiento escolar en matemáticas, por lo que considero que a falta de recursos pedagógicos en el área, puede resultar de interés a los profesores del nivel medio superior para el diseño de mejores pruebas, evitando de esta manera que el proceso de evaluación se siga practicando de forma empírica o azarosa.

El modelo del NLSMA fué el resultado que se obtuvo al hacer la adaptación de la Taxonomía de los Objetivos de la Educación propuestos por Benjamín S. Bloom, a los objetivos educacionales del área de las matemáticas.

Este nuevo esquema en su descripción más completa que se conoce, fué elaborado en 1969 por el Grupo de Estudio sobre la Enseñanza de las Matemáticas en Los Estados Unidos durante su Estudio Nacional y Longitudinal de las Habilidades Matemáticas, (National Longitudinal Study of Mathematical Abilities), de aquí se derivan las siglas NLSMA con que se conoce esta Taxonomía aplicada exclusivamente para la clasificación de los objetivos y la evaluación de las habilidades propias del aprendizaje de las matemáticas.

La idea esencial del modelo es que las medidas del rendimiento escolar en matemáticas, o sea los reactivos de prueba pueden redactarse y clasificarse por niveles de conducta respecto a su complejidad cognoscitiva conforme a su caracterización en el NLSMA en las siguientes cuatro categorías.

Los reactivos de COMPUTACION (A.O) deben estar preparados para exigir el recuerdo de hechos y terminología básica o la manipulación de elementos de problemas conforme a reglas que presumiblemente el estudiante ha aprendido con anterioridad.

El énfasis está puesto en el conocimiento y realización de operaciones y no en decidir cuales son las operaciones apropiadas.

La COMPRENSION (B.O) se relaciona con el recuerdo de conceptos y generalizaciones o con la transformación de elementos de problemas de una forma a otra.

El énfasis está puesto en la demostración de una comprensión de los conceptos y sus relaciones y no en el empleo de conceptos para producir una solución.

Los reactivos del nivel de APLICACION (C.O) exigen el conocimiento pertinente, seleccionar algoritmos apropiados y llevar a cabo las operaciones.

Requieren que el estudiante utilice conceptos en un contexto específico y en una forma que se ha practicado.

Los reactivos de ANÁLISIS (D.O) requieren una aplicación no rutinaria de conceptos. Pueden exigir la detección de relaciones, el descubrimiento de esquemas y la organización y empleo de conceptos y operaciones dentro de un contexto que no ha sido practicado.

La presentación de los cuatro niveles de conducta mencionados, es a la vez jerárquica y ordenada. Está ordenada en el sentido que el Análisis es más complejo cognoscitivamente que la Aplicación, la cual, a su vez, es más compleja cognoscitivamente que la Comprensión, y el nivel de computación incluye aquellos objetivos que son los menos complejos cognoscitivamente.

Es jerárquica respecto a que por ejemplo un reactivo en el nivel de Aplicación puede demandar tanto habilidades del nivel de Comprensión como habilidades del nivel de Computación.

A continuación se presenta el esquema de la Taxonomía del NLSMA en el que aparecen las categorías y las subcategorías en que se subdividen, describiéndose éstas últimas con un análisis más fino y detallado en el capítulo III de éste trabajo.

## LA TAXONOMIA DEL NLSMA

- A.0 Computación
  - A.1 Conocimiento de hechos específicos
  - A.2 Conocimiento de terminología
  - A.3 Habilidad para llevar a cabo algoritmos
  
- B.0 Comprensión
  - B.1 Conocimiento de Conceptos
  - B.2 Conocimiento de principios, reglas y generalizaciones
  - B.3 Conocimiento de la estructura matemática
  - B.4 Habilidad para transformar elementos de un problema de una forma a otra
  - B.5 Habilidad para seguir un razonamiento
  - B.6 Habilidad para leer e interpretar un problema
  
- C.0 Aplicación
  - C.1 Habilidad para resolver problemas rutinarios
  - C.2 Habilidad para hacer comparaciones
  - C.3 Habilidad para analizar datos
  - C.4 Habilidad para reconocer patrones, isomorfismos y simetrías
  
- D.0 Análisis
  - D.1 Habilidad para resolver problemas no rutinarios
  - D.2 Habilidad para descubrir relaciones
  - D.3 Habilidad para construir pruebas
  - D.4 Habilidad para formular y validar generalizaciones.

## CAPITULO III

## UNA APLICACION DE LA TAXONOMIA DEL NLSMA

El objetivo en esta parte del desarrollo del tema de tesis, es presentar una aplicación concreta de la taxonomía del NLSMA en la evaluación de un tema de matemáticas, habiendo seleccionado para tal propósito el tema de "Derivada Algebraica" del programa de Matemáticas V del C.C.H., cuyos contenidos a evaluar son los siguientes

## TEMA: DERIVADA ALGEBRAICA

- Antecedentes o requisitos para el tema
- Tangente a una curva
- Velocidad instantánea
- Concepto de la Derivada de una función
- Diferenciabilidad y continuidad
- Algunos teoremas sobre diferenciación
- La derivada de una función compuesta (Regla de la Cadena)
- Derivación Implícita
- Derivada de Orden Superior
- Aplicaciones de la Derivada

En la evaluación del tema, se hace una descripción detallada de las características de los objetivos correspondientes a cada una de las cuatro categorías del NLSMA, así como de las respectivas subcategorías en que se subdividen; proponiendo además las preguntas o reactivos que pueden evaluar -

las diversas habilidades descritas en este esquema y que a modo de ejemplo pretenden ilustrar a los profesores de matemáticas la forma en que se pueden evaluar los contenidos temáticos de las demás asignaturas del área de matemáticas del C.C.H., conforme a esta taxonomía, que es una novedad en este nivel.

## C A T E G O R I A    A.0

### COMPUTACION

#### Características generales de este nivel

- Comprende las conductas de menor complejidad como resultado de la instrucción matemática: El conocimiento de hechos específicos, conocimiento de la terminología y capacidad para realizar algoritmos.
- Los comportamientos se manifiestan como ejercicios simples de memoria y de manipulación rutinarias.
- No requieren que el estudiante tome decisiones o efectue una memorización compleja.

CONOCIMIENTO DE HECHOS ESPECIFICOS

Características de este subnivel.

- Los objetivos de este subnivel incluyen objetivos en los que se espera que el estudiante reproduzca o identifique el material en casi la misma forma en la que se le presentó durante la experiencia de aprendizaje.
  
- Puede incluir unidades fundamentales de conocimiento que supuestamente el estudiante domina, por haber sido expuesto, durante un largo período de tiempo a experiencias de aprendizaje que lo condujeron a ello.

A continuación presento ejemplos de reactivos que evalúan el conocimiento de hechos específicos.

- 1.- El área de un círculo de radio  $r$  está dada por la fórmula:  
a)  $\pi r$                       b)  $2\pi r$                       c)  $\pi r^2$                       d) Ninguna de estas
- 2.- El área total de un cilindro circular recto de radio  $r$  y altura  $h$ , está dada por la fórmula.  
a)  $2\pi r h + 2\pi r^2$               b)  $2\pi r h$                       c)  $\pi r^2 h$                       d) Ninguna de éstas
- 3.- El volumen de un cono circular recto de radio  $r$  y altura  $h$  está dada por la fórmula.  
a)  $2\pi r h$                       b)  $\pi r^2 h$                       c)  $\frac{1}{3}\pi r^3 h$                       d) Ninguna de éstas
- 4.- El volumen de una esfera de radio  $r$  está dada por la fórmula.  
a)  $\pi r^2$                       b)  $\frac{4}{3}\pi r^3$                       c)  $\frac{1}{3}\pi r^2$                       d) Ninguna de éstas
- 5.- Si  $c$  es la hipotenusa y  $a, b$  los catetos de un triángulo rectángulo, la relación pitagórica entre dichos lados, está dada por:  
a)  $c = a + b$                       b)  $c^2 = a^2 + b^2$                       c)  $c^2 = (a + b)^2$   
d) ninguna de las anteriores.
- 6.- El desarrollo del binomio  $(x + h)^n$  donde  $n$  es un entero positivo, está dada por:  
a)  $x^n + h^n$                       b)  $x^n + nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h^2 + \dots + h^n$   
c)  $x^n + n^{n-1}h + x^{n-2}h^2 + \dots + h^n$                       d) Ninguno de éstos.

7.- Si  $f(x) = c$  es la función constante, entonces  $f(x + h)$  es igual a:

- a)  $x + h$                       b)  $c$                       c)  $x + c$                       d)  $c + h$

8.- Si  $f(x) = x$  es la función idéntica entonces  $f(x + h)$  es igual a:

- a)  $x$                       b)  $x + x$                       c)  $x + h$                       d) Ninguno de éstos

9.- Sea  $g$  la función definida por  $g(x) = 2x^2 - 5x + 3$  entonces  $g(x+h)$  es igual a:

- a)  $2(x + h)^2 - 5(x + h) + 3$                       b)  $2h^2 - 5h + 3$   
c)  $(2x + h)^2 - (5x + h) + 3$                       d) Ninguno de éstos

10.- Al calcular  $\lim_{h \rightarrow 0} c$  donde  $c$  es una constante, éste es igual a:

- a)  $a$                       b)  $c$                       c)  $x$                       d) Ninguno de estos

11.- El siguiente límite,  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$  es igual a:

- a)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$                       b)  $f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$   
c)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) + g(x)$                       d) Ninguno de los anteriores

12.- Si  $a, b$  y  $m$  son números reales, entonces  $\lim_{x \rightarrow a} (mx + b)$  es igual a:

- a)  $ma$                       b)  $ma + b$                       c)  $ma + a$                       d) Ninguno de éstos

13.- El siguiente límite,  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)]$  es igual a:

- a)  $f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$                       b)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot g(x)$

c)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

d) Ninguno de éstos

14.- Aplicando el teorema sobre límites, el siguiente límite - - - -

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3x + 4)(x^2 + 3)}{5x + 7}$  es igual a:

a)  $\frac{\lim_{x \rightarrow 2} (3x + 4) \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3)}{\lim_{x \rightarrow 2} (5x + 7)}$

b)  $\frac{\lim_{x \rightarrow 2} (3x + 4) \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3)}{\lim_{x \rightarrow 2} (5x + 7)}$

c)  $\frac{(3x + 4)(x^2 + 3)}{\lim_{x \rightarrow 2} (5x + 7)}$

d) Ninguno de los anteriores

15.- La velocidad de un móvil se obtiene:

- a) Multiplicando la distancia por el tiempo.
- b) Dividiendo la distancia entre el tiempo.
- c) Dividiendo el tiempo entre la distancia.
- d) Ninguno de los anteriores.

16.-Cuál entre las siguientes no es una función algebraica.

a)  $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 6x + 2$

b)  $f(x) = \frac{3}{2} - \frac{5}{3x}$

c)  $f(x) = x^5 - 6x^4$

d)  $f(x) = \text{sen}(x^2 + 5x)$

17.- Cual de las siguientes expresiones corresponde a una función polinomial.

a)  $f(x) = 7x^4 - 2x^3 + 4x - 2$

b)  $g(x) = 5x^4 - 2\sqrt{x} + \frac{3}{x^2}$

c)  $h(x) = \sqrt{6x^5 + 2x^4 - 6x^2 + 2x - 1}$

c) Ninguna de las anteriores.

18.- Cuál de las siguientes expresiones corresponde a una función racional.

a)  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 4}{x^3 - 4x}$

b)  $f(x) = 8x^5 + 11x^6 + 15x$

c)  $g(x) = \frac{\sqrt{4x + 7}}{6x^2 + 13x - 5}$

d) Ninguna de las anteriores

19.- Sean las funciones  $f$  y  $g$  definidas por  $f(x) = \sqrt{x}$  y  $g(x) = 3x - 1$  entonces la composición  $(f \circ g)(x)$ , está dada por.

a)  $(3\sqrt{x} - 1)$

b)  $(\sqrt{3x - 1})$

c)  $(\sqrt{x}(3x - 1))$

d) Ninguna de las anteriores

20.- Una función que es continua para todo número real, está dada por:

a)  $h(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x + 2$

b)  $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

c)  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 4}$

d)  $g(x) = 2x^4 - \sqrt{x} + 1$

21.- Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a la de una parábola

a)  $y = 5x^2 - 3x + 2$

b)  $y = 3x^3 - 5x^2 + 7x - 2$

c)  $y = 5x + 2$

d) Ninguna de las anteriores

22.- Consideremos la gráfica de la función  $f(x) = x^2$ . Si  $A(x_0, x_0^2)$  y  $B(x_0 + h, (x_0 + h)^2)$  son dos cualesquiera de sus puntos, entonces la pendiente  $m$  de la recta secante que pasa por  $A$  y  $B$  está dada por.

a)  $\frac{x_0 - x_0^2}{(x_0 + h) - (x_0 + h)^2}$

b)  $\frac{(x_0 + h)^2}{x_0 + h}$

c) 
$$\frac{(x_0 + h)^2 - x_0^2}{(x_0 + h) - x_0}$$

d) Ninguna de las anteriores

23.- La pendiente de una recta es negativa si su ángulo  $\theta$  de inclinación es tal que:

a)  $0^\circ < \theta < 90^\circ$

b)  $\theta = 90^\circ$

c)  $90^\circ < \theta < 180^\circ$

d)  $\theta = 180^\circ$

S U B C A T E G O R I A      A.2

CONOCIMIENTO DE LA TERMINOLOGIA

Características de este subnivel.

- Describen conductas de evocación de símbolos y nomenclaturas
  
- El conocimiento de hechos específicos y el de la terminología son necesarios como parte de cualquier nivel de conducta más complejo.

1.- El "incremento" de una variable independiente es:

- a) Cualquier valor que toma la variable.
- b) El nuevo valor de la variable cuando sufre un aumento.
- c) La diferencia entre dos valores de la variable.
- d) Ninguno de los anteriores.

2.- El incremento  $\Delta y$  de una función  $f(x)$  cuando la variable independiente  $x$  toma un incremento  $h \neq 0$  es igual a:

- a)  $f(x + h)$
- b)  $f(x + h) - f(x)$
- c)  $\frac{f(x + h) - f(x)}{h}$
- d) Ninguno de los anteriores

3.- La derivada por la derecha de una función  $f$  en  $a$ , está dada por el siguiente límite.

- a)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$
- b)  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$
- c)  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$
- d) Ninguno de los límites anteriores

4.- La expresión  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$  representa.

- a) La pendiente de una recta secante a la gráfica de  $f(x)$ .
- b) La derivada de la función  $f(x)$  en el punto  $(x, f(x))$ .
- c) El límite del incremento de la función  $f(x)$ .
- d) Ninguno de los anteriores.

5.- El símbolo para la derivada de la función  $y = f(x)$  en la notación de Leibnitz es:

- a)  $f'$             b)  $\frac{dy}{dx}$             c)  $D_x y$             d) Ninguno de los anteriores

6.- El símbolo  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  representa:

- a) La derivada de "y" respecto a  $x^2$ .  
 b) La segunda derivada de y respecto a x.  
 c) El cuadrado de la derivada de y respecto a x.  
 d) Ninguna de las anteriores.

7.- La n-ésima derivada de una función se puede representar por el símbolo: \_\_\_\_\_.

8.- Al proceso de encontrar la derivada de una función se le llama \_\_\_\_\_.

9.- Si  $y = f(x)$  es una función de x, su derivada se puede representar por cualquiera de los siguientes símbolos: \_\_\_\_\_.

10.- Hallar la derivada  $f'$  de una función f por la "definición" implica el uso del siguiente límite.

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

b)  $\lim_{h \rightarrow 0} f(x + h)$

c)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$

11.- La derivada de la suma de dos funciones f y g se pueden simbolizar por: \_\_\_\_\_.

12.- La derivada del producto de dos funciones  $f$  y  $g$  se puede simbolizar por: \_\_\_\_\_.

13.- Un símbolo para derivada del cociente de dos funciones  $f$  y  $g$  es: \_\_\_\_\_.

14.- Si  $t$  es una recta tangente en un punto  $P$  de una curva  $y = f(x)$ , entonces la recta normal asociada a  $t$  es:

- a) Una recta perpendicular a  $t$ .
- b) Una recta paralela a  $t$ .
- c) La recta perpendicular a  $t$  y que pasa por  $P$ .
- d) Ninguna de éstas.

CAPACIDAD PARA REALIZAR ALGORITMOS

Características de los objetivos de este subnivel.

- Comportamiento de manejo de ciertos elementos de acuerdo a "una serie de reglas dadas".
- Los algoritmos no se limitan solo al campo de la aritmética.
- "No involucran comportamientos de selección de un algoritmo", pues estos se encuentran a niveles más altos que implican toma de decisiones.
- Los ítems deben tener en común la expectativa de exigir que los estudiantes realicen manipulaciones de rutina con los elementos del problema en una forma que han aprendido con anterioridad.

1.- Si la pendiente de una recta que pasa por el punto  $P(4,1)$  es  $m=-2$ , su ecuación en la forma general aplicando la fórmula  $y-y_1 = m(x-x_1)$ , está dada por:

a)  $2x + y - 2 = 0$

b)  $2x + y - 9 = 0$

c)  $x - 2y + 7 = 0$

d) Ninguna de éstas

2.- Si  $f'(x) = 15x^2 - 14x + 2$  es la derivada de la función  $f(x) = 5x^3 - 7x^2 + 2x - 6$ , entonces el valor de la derivada en  $x = 2$  es:

a) 34

b) 19

c) 28

d) 0

3.- Si  $g'(x) = \frac{-1}{x^2}$  es la derivada de la función  $g(x) = \frac{1}{x}$ , la pendiente de la recta normal en el punto  $P(-2, -\frac{1}{2})$  es igual a:

a)  $-\frac{1}{4}$

b) 2

c) 4

d) Ninguna de éstas.

4.- Sea  $S(t) = 3t^2 - 5t + 2$  la ecuación de movimiento de una partícula a lo largo de una recta, la velocidad promedio  $\frac{S(9) - S(5)}{9 - 5}$  entre los instantes  $t_1 = 5$  seg. y  $t_2 = 9$  seg. es igual a:

a)  $\frac{52}{5} \frac{m}{seg}$

b)  $47 \frac{m}{seg}$

c)  $26 \frac{m}{seg}$

d)  $41 \frac{m}{seg}$

5.- Hallar la pendiente de la recta secante que pasa por los puntos  $A(2,11)$  y  $B(2+h, f(2+h))$  de la gráfica de la función  $f(x) = 3x^2 - 1$ .

6.- Encuentra la derivada de la función  $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$  calculando el siguiente límite:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h)^2 - 5(x+h) + 2 - 2x^2 + 5x - 2}{h}$$

7.- Si  $f(x) = \sqrt{x+2}$ , encuentre su derivada calculando el siguiente límite:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h+2} - \sqrt{x+2}}{h}$$

8.- Hallar la derivada de la función  $g(x) = \frac{2x-3}{3x+4}$  por la definición, calculando el siguiente límite

$$g'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2(x+h)-3}{3(x+h)+4} - \frac{2x-3}{3x+4}}{h}$$

C A T E G O R I A      B.0

C O M P R E N S I O N

Conocimiento y utilización de conceptos memorizados (comprensión)

- Incluye objetivos de mayor complejidad que el nivel de computación, y con frecuencia objetivos de este nivel, presuponen o incorporan objetivos de conocimiento de hechos específicos, terminología o de habilidad para llevar a cabo algoritmos.
  
- La comprensión está ideada para que sea un conjunto de conductas más-complejo que la computación, aunque la línea divisoria entre las categorias es artificial y vaga, las conductas del nivel de computación - algunas veces se suponen dentro de las conductas de la comprensión.

CONOCIMIENTOS DE CONCEPTOS

Características de los objetivos de éste subnivel.

- Considera que un concepto es una abstracción y como tal requiere de alguna toma de decisiones implícita al usar un concepto o al decir cuando un objeto es o no instancia de un concepto.
  
- La diferencia entre el conocimiento de un concepto y el conocimiento de un hecho específico no está claramente definida. En cierto sentido un concepto está compuesto de un conjunto de atributos donde cada uno de estos es un hecho específico por lo que se puede considerar a un concepto como un conjunto de hechos específicos relacionados.
  
- Será suficiente observar que un concepto pretenda ser más complejo desde el punto de vista cognoscitivo que un hecho específico.

A continuación muestro ejemplos de reactivos que evalúan el conocimiento de conceptos.

1.- Si  $P(x_1, y_1)$  es un punto de la gráfica de  $y = f(x)$ ; la derivada de  $f$  valuada en  $x_1$  nos proporciona.

- a) La ecuación de la recta tangente en  $P$
- b) La pendiente de la recta tangente en  $P$
- c) La ecuación de la recta normal en  $P$
- d) Ninguna de las anteriores

2.- Si  $s = f(t)$  representa la ecuación de movimiento rectilíneo de un objeto, la derivada de  $f$  en el tiempo  $t = t_0$  nos da:

- a) La velocidad
- b) La velocidad media
- c) La velocidad instantánea en  $t_0$
- d) Ninguna de las anteriores

3.- Explique el significado del concepto "razón de cambio instantáneo" de una función  $w = g(t)$  respecto a la variable tiempo  $t$ .

4.- La velocidad instantánea de un móvil es:

- a) El promedio de la distancia recorrida entre el tiempo empleado
- b) El límite de la velocidad media cuando el incremento del tiempo tienda a cero.
- c) La velocidad desarrollada en una distancia mínima
- d) Ninguna de las anteriores

5.- La recta tangente a la gráfica de una función  $y = f(x)$  en el punto  $P(x_1, f(x_1))$  es la recta que:

- a) Pasa por  $P$  y su pendiente  $m$  es cero
- b) Pasa por  $P$  y su pendiente es la derivada de  $f$  valuada en  $x$ .
- c) Pasa por  $P$  y su pendiente no está definida.
- d) Pasa por  $P$  y su pendiente  $m$  puede tomar cualquier valor arbitrario.

6.- Se llaman valores o números críticos de una función a \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

7.- Una función es siempre diferenciable en  $x = a$ , si:

- a) La función es continua en  $x = a$
- b) La derivada existe en  $x = a$
- c) La derivada es diferente de cero en  $x = a$
- d) Ninguna de las anteriores

8.- Una función es creciente en un intervalo abierto  $(a,b)$  si y solo si, para cualesquier dos números  $x_1$  y  $x_2$  en el intervalo se cumple.

- a)  $f(x_1) < f(x_2)$  si  $x_1 > x_2$
- b)  $f(x_1) < f(x_2)$  si  $x_1 < x_2$
- b)  $f(x_1) > f(x_2)$  si  $x_1 < x_2$
- d) Ninguno de éstos

9.- Una función  $f$  tiene un máximo relativo en  $c$ . Si existe un intervalo abierto que contenga a  $c$  y tal que.

- a)  $f(c) \geq f(x)$  para toda  $x$  en ese intervalo

- b)  $f(x) \equiv f(c)$  para toda  $x$  en ese intervalo
- c)  $f(x) = f(x)$  para toda  $x$  en ese intervalo
- d) Ninguno de los anteriores

10.- Si una función es continua un número, ¿es posible que no sea diferenciable ahí? Explique.

---

S U B C A T E G O R I A      B.2

CONOCIMIENTO DE PRINCIPIOS, REGLAS Y GENERALIZACIONES

Características de los objetivos de éste subnivel.

- Incluye comportamientos de abstracción como en el caso de B.1, es decir, atañen a las relaciones entre conceptos y elementos de problemas que se puede esperar que el estudiante conozca como resultado de sus estudios.
- Incluye los principios reglas y generalizaciones correspondientes a los tratados en el curso o experiencias de aprendizaje.
- La conducta de generarlos o usarlos para responder a preguntas o resolver problemas, pertenecen a un nivel más alto.
- Las generalizaciones, reglas y principios son el resultado de las observaciones de fenómenos sobre los objetos matemáticos.
- Este subnivel también aparece en la taxonomía de Bloom, en donde se habla de las generalizaciones, reglas y principios como una abstracción que es el resumen de las observaciones de fenómenos, y en el caso del esquema del NLSMA, los fenómenos en cuestión son los observados sobre los objetos matemáticos. O sea, que este subnivel corresponde directamente al que aparece en Bloom bajo el mismo nombre.

1.- Si  $f(x) = c$  (constante) para toda  $x$  entonces  $D_x(c)$  es igual a:

- a) 1                      b)  $c$                       c) 0                      d) Ninguno de éstos

2.- Sea  $f(x) = x^n$ , con  $n$  entero positivo, entonces  $\frac{d}{dx}(x^n)$  es igual a:

- a)  $nx^{n-1}$                       b)  $n^{x-1}$                       c)  $x^{n-1}$                       d)  $xn^{x-1}$

3.- Si  $n$  es un entero positivo y  $c$  una constante entonces  $D_x(cx^n)$  es igual a:

- a)  $cx^{n-1}$                       b)  $cnx^{n-1}$                       c)  $ncx^n$                       d) Ninguno de éstos

4.- Si  $n$  es un entero positivo,  $-\frac{d}{dx}(x^{-n})$  es igual a:

- a)  $-nx^{n-1}$                       b)  $nx^{-n+1}$                       c)  $-nx^{-n-1}$                       d) Ninguno de éstos

5.- Sea  $y = x^{m/n}$  con  $m$  y  $n$  enteros y  $n \neq 0$ , entonces  $D_x(x^{m/n})$  es igual a:

- a)  $\frac{m}{n} x^{\frac{m-1}{n}}$                       b)  $\frac{m}{n} x^{(m/n)-1}$                       c)  $\frac{m}{n} x^{(m/n)+1}$

d) Ninguna de las anteriores

6.- Si  $f$  y  $g$  son funciones derivables entonces  $D_x(f \cdot g)$  es igual a:

- a)  $D_x f \cdot D_x g$                       b)  $f D_x g + g D_x f$

- c)  $\frac{1}{D_x f \cdot D_x g}$                       d) Ninguna de éstas

7.- La derivada de una suma de funciones es igual a \_\_\_\_\_

8.- La regla general para hallar la derivada de cualquier función  $f(x)$ , esta dada por el siguiente límite:

a)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(h)}{h}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + f(x)}{h}$

c)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{x-h}$

9.- Si  $f(x)$  y  $g(x)$  son funciones diferenciables, entonces  $D_x f(x) + D_x g(x)$  es igual a:

a)  $D_x(f \cdot g)(x)$

b)  $D_x\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

c)  $D_x(f + g)(x)$

d) Ninguna de las anteriores

10.- Si  $f(x)$  y  $g(x)$  son funciones diferenciables entonces  $\frac{d}{dx}\left(\frac{f}{g}\right)$  es igual a:

a)  $\frac{\frac{df}{dx} - \frac{dg}{dx}}{g^2}$ ,  $g \neq 0$

b)  $\frac{g \frac{df}{dx} - f \frac{dg}{dx}}{g^2}$ ,  $g \neq 0$

c)  $\frac{\frac{df}{dx}}{\frac{dg}{dx}}$ ,  $\frac{dg}{dx} \neq 0$

d) Ninguna de las anteriores

11.- Escriba la "Regla de la Cadena" para  $D_x y$ , donde  $y = f(u)$ ,  $u = g(x)$  para las cuales  $D_u y$  y  $D_x u$  existen \_\_\_\_\_

S U B C A T E G O R I A      B.3

CONOCIMIENTO DE LA ESTRUCTURA MATEMATICA

Características de los objetivos de este subnivel.

- Incluye objetivos referentes a conocer las propiedades de los sistemas de numeración, así como las estructuras algebraicas.
- Las conductas que van a medir los ítems son distintas del conocimiento de la terminología (A.2).
- Con demasiada frecuencia, los ítems que tratan solamente de la terminología de la matemática moderna se han empleado para medir el conocimiento de la estructura matemática.

1.- Explicar porque la derivada  $f'(x) = \frac{-3}{(x+5)^2}$  no es diferenciable en  $x = -5$ .

2.- ¿Porqué la derivada  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  de la función  $f(x) = x$  no es derivable cuando  $x \leq 0$ .

3.- La derivada  $g'(x) = \frac{2}{3\sqrt{x-3}}$  de la función  $g(x) = (x-3)^{\frac{2}{3}}$  no es derivable para  $x$  igual a:

- a) 3                      b) -3                      c) 0                      d) Ninguna de éstas.

4.- Para calcular la derivada  $D_x(\sqrt{5x^3 + 6x^2 - 3x})$  es necesario aplicar primero:

- a) La regla de la suma  
b) La regla de la cadena  
c) La regla del producto  
d) Ninguna de las reglas anteriores.

5.- La derivada  $\frac{d}{dx} \left( \sqrt{\frac{2x+1}{3x-2}} \right)$  es equivalente a la siguiente derivada.

a)  $\frac{d}{dx} \left( \sqrt{(2x+1)(3x-2)} \right)$

b)  $\frac{d}{dx} \left[ \sqrt{\frac{2x+1}{3x-2}} \right]$

c)  $\frac{d}{dx} \left( \sqrt{2x+1} \sqrt{3x-2} \right)$

d) Ninguna de las anteriores

6.- La derivada  $D_x \left[ \frac{3x^2 - 2x}{(5x-7)^2} \right]$  es igual a la siguiente:

a)  $\frac{D_x(3x^2 - 2x)}{D_x(5x - 7)^2}$

b)  $D_x(3x^2 - 2x) \cdot D_x(5x - 7)^{-2}$

c)  $D_x [(3x^2 - 2x)(5x - 7)^{-2}]$

d) Ninguna de las anteriores.

7.- La derivada de  $D_t(\sqrt{(3t+1)(8t-4)})$  es igual a la siguiente

a)  $D_t(\sqrt{3t+1} \sqrt{8t-4})$

b)  $\sqrt{D_t(3t+1)(8t-4)}$

c)  $D_t(\sqrt{3t+1}) D_t(\sqrt{8t-4})$

d) Ninguna de éstas

8.- Siendo  $f$  y  $g$  funciones,  $(f - g)'$  es igual a  $(g - f)'$  Explique que \_\_\_\_\_

9.-  $D_x(\frac{1}{\sqrt{3x^2 + 2x}})$  es igual a:

a)  $D_x(\frac{1}{\sqrt{3x^2 + 2x}})$

b)  $D_x((3x^2 + 2x)^{-\frac{1}{2}})$

c)  $D_x(\sqrt{3x^2 + 2x})$

d) Ninguna de éstas

10.-  $D_x(f \cdot f^{-1})$ , donde  $f \neq 0$  es una función es igual a:

a)  $D_x(0)$

b)  $D_x(1)$

c)  $D_x(f^{-2})$

c) Ninguna de éstas.

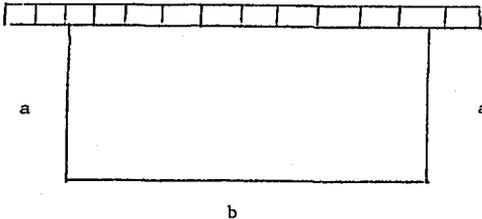
HABILIDAD PARA TRANSFORMAR ELEMENTOS DE  
UN PROBLEMA DE UNA FORMA A OTRA

Característica de los objetivos de este subnivel.

- Los objetivos se refieren a la traducción de una descripción oral a una representación gráfica o a una forma simbólica y recíprocamente.
- Los subniveles B.3 y B.4 engloban comportamientos específicos del área de matemáticas probablemente ésta sea la capacidad que se identifica con más facilidad en el nivel de comprensión.
- Se le pide al estudiante que traduzca, pero la capacidad para traducir no incluye la solución de un algoritmo una vez realizada la traducción, porque resolver el problema será un logro del nivel de aplicaciones aunque solo requiera llevar a cabo un algoritmo.

- 1.- Se requiere construir un gallinero de forma rectangular de  $200\text{m}^2$  de superficie, pero existe una barda que utilizará como uno de los lados, es decir, solo se construirán tres lados de este gallinero (según se muestra en la figura).

Expresar el perímetro  $P$  del terreno en función de uno cualesquiera de los lados.



- 2.- Se quiere cercar un terreno rectangular con 800 metros de alambrada.

Si  $x$  es el ancho del terreno, cuál de las siguientes será la correcta para expresar el área del terreno.

a)  $A(x) = x(400 - x)$

b)  $A(x) = 400x$

c)  $A(x) = x(800 - 2x)$

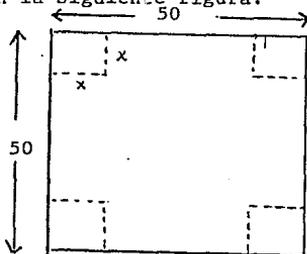
d) Ninguna de éstas.

- 3.- Trazar la gráfica de una función  $f(t)$  tal que:  $f'(t) > 0$  en el intervalo  $(-\infty, -5) \cup (2, \infty)$

$f'(t) < 0$  en el intervalo  $(-5, 2)$

y  $f'(t) = 0$  cuando  $t = -5$  y  $t = 2$

- 4.- Se quiere fabricar una caja abierta por arriba con una lámina cuadrada de 50cm de lado cortando cuadrados de tamaño  $x$  en las esquinas, como se muestra en la siguiente figura.



- a) Exprese en términos de  $x$ , las dimensiones de la caja.
- b) Exprese en función de  $x$  el volumen de la caja.
- 5.- Se desea construir un recipiente cilíndrico sin tapa, con volumen de 75 centímetros cúbicos. El precio del material que se usa para el fondo es el triple que el del material que se usa para la parte curva.
- a) Si  $r$  es el radio del círculo del fondo, su área es igual a:
- b) Si  $h$  es la altura del cilindro, el área de la parte curva es igual a:
- c) Si  $a$  es el precio por centímetro cuadrado del material para la parte curva; el costo del material para la parte curva es:
- d) Como  $3a$  es el precio por centímetro cuadrado del fondo, el costo del material del fondo esta dado por:
- e) El costo total  $c$  del material está dado por;

## HABILIDAD PARA SEGUIR UNA LINEA DE RAZONAMIENTO

Características de los objetivos de este subnivel.

- Se puede enunciar también como habilidad para leer o escuchar un argumento matemático.
- Habilidad específica para recibir comunicación en matemática.
- Este nivel representa una de las ventajas que el esquema NLSMA tiene sobre el de Bloom en la clasificación de objetivos en matemáticas, - pues estos comportamientos están perfectamente diferenciados de los - que consisten en recibir comunicación en cualquier otra área.
- La mayor parte de la matemática se presenta en un formato deductivo; - es el lenguaje de un matemático que comunica su trabajo a otros. Por - ésta razón la capacidad de seguir una línea de razonamiento es en parte la capacidad para leer las presentaciones matemáticas.

A continuación se demuestra la regla de la derivada  $\frac{d}{dx}(c) = 0$  (donde - "c es cualquier constante) aplicando la definición de la derivada  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Explique o justifique cada paso de la demostración.

1.- Sea  $f(x) = c$

2.-  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{c - c}{h}$

3.-  $\frac{0}{h} = 0$

4.-  $\lim_{h \rightarrow 0} 0 = 0$

Enseguida se vá a demostrar la regla de la derivada  $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$

donde n es un entero positivo; aplicando la definición  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Explique o justifique cada paso de la demostración.

1.- Sea  $f(x) = x^n$

2.-  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{(x+h)^n - x^n}{h}$

3.-  $\frac{(x^n + nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h^2 + \dots + h^n) - x^n}{h}$

4.-  $nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h + \dots + h^{n-1}$

$$5.- \lim_{h \rightarrow 0} (nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2} x^{n-2}h + \dots + h^{n-1}) = nx^{n-1}$$

A continuación se demuestra la regla de la derivada  $\frac{d}{dx}(u + v) = \frac{d}{dx}(u) + \frac{d}{dx}(v)$ , donde  $u$  y  $v$  son funciones derivables de  $x$ , por la definición de la derivada  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ .

Explique cada paso de la demostración

$$1.- \text{Sea } f(x) = u(x) + v(x)$$

$$2.- \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{u(x+h) + v(x+h) - u(x) + v(x)}{h}$$

$$3.- \frac{u(x+h) + v(x+h) - u(x) - v(x)}{h} = \frac{u(x+h) - u(x) + v(x+h) - v(x)}{h}$$

$$4.- \lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{u(x+h) - u(x)}{h} + \frac{v(x+h) - v(x)}{h} \right] = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(x+h) - v(x)}{h}$$

$$5.- = \frac{d}{dx}(u) + \frac{d}{dx}(v)$$

A continuación se demuestra la regla de la derivada  $\frac{d}{dx}(u \cdot v) = u \frac{d}{dx}(v) + v \frac{d}{dx}(u)$  para el producto de las funciones  $u$  y  $v$  derivables, aplicando la definición de la derivada  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ .

Explique o justifique cada paso de la demostración.

$$1.- \text{Sea } f(x) = u(x) \cdot v(x)$$

$$2.- \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{u(x+h) \cdot v(x+h) - u(x) \cdot v(x)}{h} =$$

$$3.- \frac{u(x+h) \cdot v(x+h) - u(x) \cdot v(x) + v(x) \cdot u(x+h) - v(x) \cdot u(x+h)}{h}$$

$$4.- \frac{[u(x+h) \cdot v(x+h) - v(x) \cdot u(x+h)] + [v(x) \cdot u(x+h) - u(x) \cdot v(x)]}{h}$$

$$5.- u(x+h) \frac{v(x+h) - v(x)}{h} + v(x) \frac{u(x+h) - u(x)}{h}$$

$$6.- \lim_{h \rightarrow 0} u(x+h) \frac{v(x+h) - v(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} v(x) \frac{u(x+h) - u(x)}{h}$$

$$7.- u(x) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(x+h) - v(x)}{h} + v(x) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h}$$

$$8.- u(x) \frac{d}{dx} v(x) + v(x) \frac{d}{dx} u(x)$$

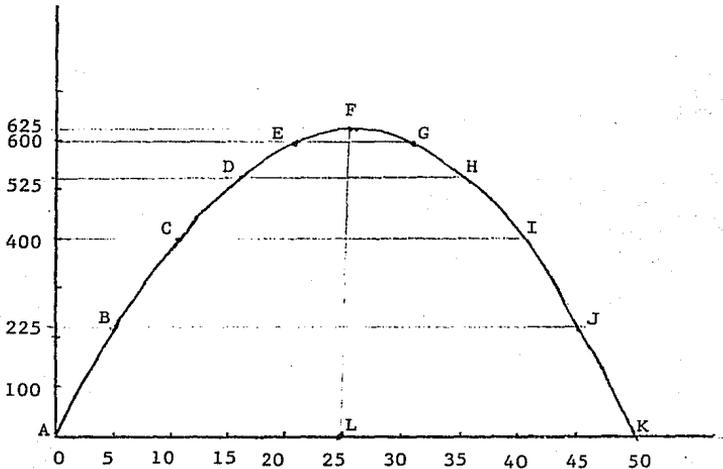
## S U B C A T E G O R I A B.6

## " HABILIDAD PARA LEER E INTERPRETAR PROBLEMAS DE MATEMATICAS "

Características de los objetivos de este nivel.

- Aunque la conducta de este nivel va más allá de la mera habilidad para la lectura matemática , ya que además es necesario que la interprete, no alcanza el nivel de la habilidad para resolver problemas.

- 1.- La siguiente gráfica corresponde a la función  $A(x) = 50x - x^2$  del área de un terreno rectangular que se puede cercar con 100 metros de alambrada.



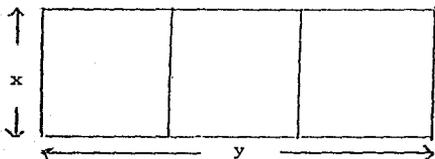
Contesta lo que se pide.

- La gráfica es una parábola porque el grado de función  $A(x)$  es de:
- El vértice de la parábola corresponde al punto:
- La máxima área se localiza en el punto:
- La mínima área se localiza en los puntos:
- Las áreas correspondientes a los puntos simétricos respecto al segmento  $FL$  son:

- 2.- Un veterinario cuenta con 80 metros de tela de alambre y quiere cons

truir tres jaulas para perros, construyendo primero una barda alrededor de un terreno rectangular y luego dividiendo el terreno en tres rectangulos iguales mediante dos bardas paralelas a uno de los lados.

Contesta el porque de las afirmaciones dadas en la columna derecha - correspondientes a los incisos de la izquierda.



b) La cantidad de tela de alambre para cercar y dividir es :

c) La variable "y" en función de x.

d) El área A del rectángulo es ;

e) El área del rectángulo en función de x es;

f) El área correspondiente para x = 10 es :

g) No existe área para x = 0

h) No existe área para x = 20

La figura es la adecuada al problema

$$2y + 4x = 80$$

$$y = \frac{80 - 4x}{2} = 40 - 2x$$

$$A = xy$$

$$A(x) = x(40 - 2x)$$

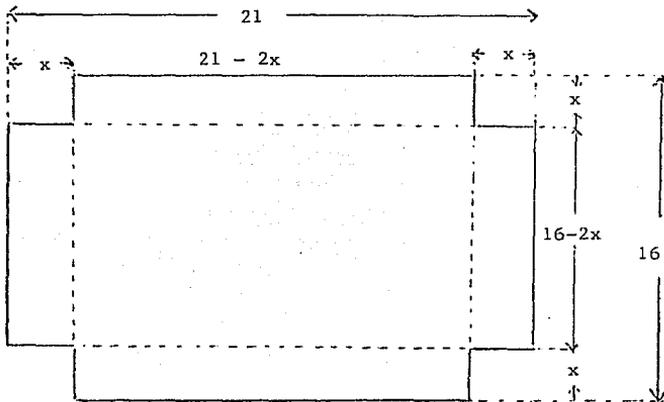
$$A(10) = 10(40 - 20)$$

$$A(0) = 0(40 - 0)$$

$$A(20) = 20(40 - 40)$$

3.- Se tiene una pieza rectangular de cartón de 16cm de ancho por 21cm, de largo con la cual se quiere hacer una caja abierta por arriba, -

cortando cuadrados de tamaño  $x$  en las esquinas para formar los lados, como se muestra en la siguiente figura.



Comente el porque de las afirmaciones dadas en la columna derecha, - correspondiente a los incisos de la izquierda

- |  |                          |
|--|--------------------------|
| a) ¿Cuál es el valor que puede tomar $x$ ? | $0 < x < 8$              |
| b) El ancho de la caja es ;                | $16 - 2x$                |
| c) El largo de la caja es ;                | $21 - 2x$                |
| d) La altura de la caja es :               | $x$                      |
| e) El área de la base de la caja es ;      | $(16 - 2x)(21 - 2x)$     |
| f) El volúmen $V$ de la caja es ;          | $(16 - 2x)(21 - 2x)x$    |
| g) El volúmen $V$ como función de $x$ es;  | $V(x) = (16-2x)(21-2x)x$ |

h) El volúmen correspondiente a  $x = 5$  es:

$$V(5) = (16-10)(21-10)(5)$$

i) El volúmen para  $x = 8$  es:

$$V(8) = (16-16)(21-16)(8) = 0$$

j) El volúmen para  $x = 10$  no existe

$$V(10) = (16-20)(21-20)(10)$$

CATEGORIA C. APLICACION

Características de ésta categoría.

Las conductas del nivel de aplicación implican una secuencia de respuestas por parte del estudiante; esta característica las distingue de las conductas de los dos niveles anteriores: Computación y Comprensión.

Las conductas del nivel de aplicación van a estar ligadas con el material de instrucción del curso: Tratan con actividades que son de carácter rutinario en el sentido en que los reactivos deben ser semejantes (no idénticos) a los vistos en la instrucción, sufriendo transferencias mínimas en situaciones nuevas.

## HABILIDAD PARA RESOLVER PROBLEMAS RUTINARIOS

Características de éste subnivel.

- En su caso más limitado implica seleccionar y resolver un algoritmo.
- Esencialmente se le pide al estudiante resolver problemas similares a los vistos en el curso de instrucción, llevando a cabo una secuencia de conductas en el nivel de la comprensión y realice un algoritmo para llegar a una solución.
- La secuencia puede ser más complicada, ya que el problema puede implicar la selección de un principio o regla, emplear el principio en la selección del algoritmo o realizar diversos cálculos; es decir, son precedidos de una o varias conductas como por ejemplo el formular el problema simbólicamente o aún más, ir precedido de una regla o de un principio para elegir adecuadamente el algoritmo o los cálculos por hacer.
- Si el problema en cuestión no es reconocido por el alumno como uno similar a los resueltos en el curso, el objetivo queda en niveles más altos (de análisis).

Los siguientes tipos de reactivos con las características de esta -- subcategoría son considerados como rutinarios dado que generalmente son -- con los que usualmente se trabaja en los cursos de Matemáticas V.

1.- Encuentre por la definición la derivada de la función  $f(x) = 5x^3 + 2x^2 + 6x - 2$

2.- Encuentre por la definición, la derivada de la función  $f(x) = \frac{1}{x+2}$

3.- Usando reglas, la derivada de la función  $Z(w) = \frac{3}{5}w^5 - 2w^4 + 8w^2 + 3$  es igual a:

a)  $\frac{15}{25} w^4 - 8w^3 + 16w$

b)  $3w^4 - 8w^3 + 16w$

c)  $\frac{15}{25} w^4 - 8w^3 + 8w + 3$

d)  $3w^4 - 9w^3 + 16w + 3$

4.- Al aplicar las reglas de derivación a la función  $f(x) = \frac{2}{5}x^5 + \frac{3}{2}x^{\frac{4}{3}} - \frac{4}{7}x^{\frac{3}{2}} + x - 3$ , su derivada es igual a:

a)  $\frac{2}{5} x^4 + 2x^{\frac{1}{3}} - \frac{4}{7} x^{\frac{1}{2}} + 1$

b)  $2x^4 + \frac{3}{4} x^{\frac{1}{3}} - \frac{4}{7} x^{\frac{1}{2}} + 1$

c)  $\frac{2}{5} x^4 + \frac{3}{2} x^{\frac{1}{3}} - \frac{4}{7} x^{\frac{1}{2}} + 1$

d)  $2x^4 + 2x^{\frac{1}{3}} - \frac{6}{7} x^{\frac{1}{2}} + 1$

5.- Aplicando reglas, encuentre la derivada de la función  $h(x) = \frac{3}{5x^3} - \frac{2}{3}$

$$\sqrt{x^8} - \frac{5}{\sqrt[3]{x^5}}$$

6.- Si  $f(x) = (4x^2 - 6)(5x^3 - 2x)$ , entonces  $f'(x)$  es igual a:

a)  $8x(15x^2 - 2)$

b)  $20x^5 - 38x^3 + 12x$

c)  $100x^4 - 114x^2 + 12$

d)  $20x^4 - 22x^2 + 12$

7.- La derivada de  $h(x) = x\sqrt{2-5x^2}$  es igual a:

a)  $\frac{-5x}{\sqrt{2-5x^2}}$

b)  $-\frac{5x^2}{\sqrt{2-5x^2}} + \sqrt{2-5x^2}$

c)  $1 - \frac{5x}{\sqrt{2-5x^2}}$

d)  $\sqrt{2-10x}$

8.- Encuentre la derivada de  $f(x) = (x^2 - 3)^2(2x^3 - x)^3$

9.- Al derivar la función  $h(z) = \frac{z^3 - z}{z^3 - 1}$  el resultado es igual a:

a)  $\frac{2z^3 - 3z^2 + 1}{(z^3 - 1)^2}$

b)  $\frac{3z^2 - 1}{3z^2}$

c)  $\frac{-4z^3 - 3z^2 + 1}{(z^3 - 1)^2}$

d)  $\frac{3z^5 - z^3 - 3z^2 + 1}{(z^3 - 1)^2}$

10.- La derivada de la función  $f(x) = \frac{x}{a - bx}$  (a y b constante) es igual a:

a)  $\frac{-2a - bx}{2\sqrt{a-bx}^2}$

b)  $\frac{2a + bx}{2(a-bx)\sqrt{a-bx}}$

c)  $\frac{2a - bx}{2(a-bx)\sqrt{a-bx}}$

d)  $\frac{2a - 3bx}{2\sqrt{a-bx}}$

11.- La derivada de la función  $g(x) = \sqrt[3]{x^3 - 6x}$  es igual a:

a)  $\sqrt[3]{3x^2 - 6}$

b)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{(x^3 - 6x)^2}}$

12.- Si  $h(x) = (5 - 5x + 5x^2)^6$ , entonces  $h'(x)$  es igual a:

a)  $6(5 - 5x + 5x^2)^5$

b)  $6(-5 + 10x)^5$

c)  $6(5 - 5x + 5x^2)^5(-5 + 10x)$

d)  $6(5 - 5x + 5x^2)^7(-5 + 10x)$

13.- Suponiendo que la ecuación  $4xy^3 - x^2y + x^3 - 5x + 6 = 0$  determina implícitamente una función derivable tal que  $y = f(x)$ , encuentre su derivada.

14.- Si  $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$  entonces la segunda derivada  $g''(x)$  está dada por:

a)  $\frac{-4}{(x+1)^3}$

b)  $\frac{2(1-x)}{(x+1)^3}$

c)  $\frac{1}{2}$

d) 0

15.- Hallar la segunda derivada de la función

$$f(x) = \sqrt[3]{5 - 6x}$$

16.- La ecuación de la recta tangente a la curva  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 3$  en el punto  $D(-2, f(-2))$  es:

a)  $2x + y = 0$

b)  $y - 5 = 0$

c)  $x + 2 = 0$

d)  $-x + y - 7 = 0$

17.- Encuentre la ecuación de la recta normal a la curva  $y = \sqrt{9 - 4x}$  en

el punto  $P(8, 2)$ .

18.- En cual de los siguientes puntos de la gráfica de la función  $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 2$  tiene un mínimo relativo.

- a)  $(-1, -5)$       b)  $(-2, 6)$       c)  $(2, 22)$       d)  $(1, -8)$

19.- Encuentre los extremos relativos de la función  $f(x) = (x^2 - 9)^{\frac{4}{5}}$ .

20.- Se quiere cercar un gallinero de forma rectangular con 400 metros - de alambrada.

Hallar las dimensiones del terreno de máxima área que puede ser cer cada.

21.- Se desea construir una caja sin tapa a partir de una pieza rectangular de cartón de 14 cm. de ancho y 20 cm. de largo, recortando un - cuadrado de lcada esquina y doblando los lados.

Encuentre el lado del cuadrado para el cual se obtiene una caja de - volúmen máximo.

22.- Se desea construir una lata cilíndrica para contener  $125 \text{ cm}^3$ , de - conserva. Encuentre las dimensiones de la lata para las cuales la - cantidad de material en la fabricación de la lata sea la mínima.

23.- Una caja cerrada con base cuadrada va a tener un volúmen de 200 pulgadas cúbicas.

El material de la tapa y de la base cuesta 3 pesos por pulgada cuadrada y el material de los lados tiene un costo de 2 pesos por pulgada cuadrada.

Encontrar las dimensiones de la caja, para la cual el costo del material sea el mínimo.

HABILIDAD PARA HACER COMPARACIONES

Características de este subnivel.

Los comportamientos de este subnivel consisten en recordar la información relevante (conceptos, reglas estructuras matemática, terminología) descubrir una relación y formular una decisión.

Al hacer comparaciones, se está en cierto sentido generando y llevando a cabo un algoritmo para formular una decisión.

La generación del algoritmo es, en este caso, de carácter rutinario.

Una parte importante de este subnivel es la conducta de hacer una selección ante varias alternativas.

Comportamiento que da cabida a todos los objetivos referentes a proceder por analogía, mismos que son muy frecuentes en la instrucción matemática, sobre todo en el nivel medio básico.

En la enseñanza de las matemáticas, uno de los comportamientos más buscados es: Al abordar un problema, detectar problemas ya resueltos que contribuyan a solucionarlo.

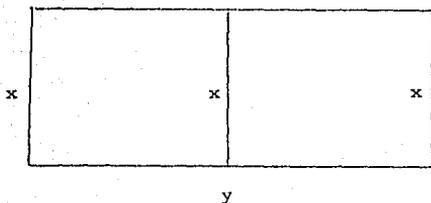
- 1.- Un fabricante de conservas desea envasar su producto en recipientes de hojalata con volúmen de  $125 \text{ cm}^3$ , pero no sabe si el recipiente de be tener forma de cilindro o de paralelepípedo con base cuadrada para que el costo del envase sea el mínimo.

Comparando las áreas de los envases. ¿Cuál es la forma más conveniente para que el costo sea el mínimo?

- 2.- Dos terrenos rectangulares tienen un perímetro de 400 metros y 350 - metros respectivamente.

Encuentre la diferencia respecto a las áreas máximas que pueden limitar con los perímetros dados.

- 3.- Se quiere cercar un terreno rectangular y dividirlo en dos partes -- con 800 metros de alambrada tal que su área  $A$  sea máxima (como se muestra en el dibujo)



Comparando las áreas:

$$A(x) = x\left(\frac{800 - 3x}{2}\right) \text{ en función de } x$$

$$A(y) = y\left(\frac{800 - 2y}{3}\right) \text{ en función de } y$$

Se tiene que:

- Para  $A(x)$  se tiene la máxima área.
- Para  $A(y)$  se tiene la máxima área.
- Para cualesquiera de las dos áreas anteriores se obtiene la misma máxima área.

d) Es imposible resolver el problema.

- 4.- Considere el problema, de encontrar las dimensiones de un bote cilíndrico de  $1 \text{ dm}^3$  de volúmen y sin tapa para que en su construcción se utilice la menor cantidad de hojalata.

Si  $r$  es el radio y  $h$  la altura del cilindro tal que  $A(r) = \frac{\pi r^3 + 2}{r}$  expresa el área en función del radio;  $A(h) = 2\sqrt{\pi h} + \frac{1}{h}$  expresa el área en función de la altura.

Contesta lo que se pide.

- a) Solo para  $A(r)$  se obtiene la mínima cantidad de hojalata.
- b) Solo para  $A(h)$  se obtiene la mínima cantidad de hojalata.
- c) Usando cualesquiera de las dos funciones se obtiene la misma cantidad mínima de hojalata.
- d) Ninguna de las dos funciones resuelve el problema.

- 5.- Si los radios de dos círculos son tales, que uno es el doble del otro.

¿Qué puede decir acerca de las áreas de los rectángulos de máxima área que se pueden inscribir?

CAPACIDAD PARA INTERPRETAR Y ANALIZAR DATOS

Características de éste subnivel.

- Esta conducta exige que el estudiante tome un conjunto de información en un ejercicio y realice una secuencia de decisiones.
- Implica la lectura e interpretación de información, la manipulación de esa información, y realizar decisiones u obtener conclusiones como resultado.
- La conducta es la capacidad para separar un problema en sus partes - componentes, distinguir la información pertinente de la no pertinente, establecer una relación con subproblemas que ya se han resuelto para contribuir a la solución del presente ejercicio.
- Si bien la solución del problema puede ser exigida o puede resultar - del análisis de los datos, la conducta que interesa es una secuencia de toma de decisiones.

- 1.- Con los datos que se dan en la tabla siguiente respecto a una función  $f(x)$  y su derivada  $f'(x)$  contestar lo que se pide en cada inciso.

Para	$f(x)$	$f'(x)$	CONCLUSION
a) $x < 0$		-	$f$ es _____
b) $x = 0$	- 4	0	$f$ tiene un _____
c) $0 < x < 3$		+	$f$ es _____
d) $x = 3$	5	0	$f$ tiene un _____

- 2.- Dar una interpretación gráfica de una función  $f(x)$  de acuerdo a los datos de la siguiente tabla.

Para	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
$x = -2$	$-\frac{32}{3}$	0	+
$x = 0$	0	0	-
$x = 1$	$-\frac{5}{3}$	0	+

- 3.- En la siguiente tabla,  $t$  representa el tiempo en segundos,  $S$  la distancia dirigida y  $v$  la velocidad instantánea, del movimiento de una pelota que se lanza hacia arriba.

$t$	$S$	$v$
0	0	64
$\frac{1}{2}$	28	48
1	48	32
2	64	0
3	48	-32
$\frac{7}{2}$	28	-48
4	0	-64

Contestar lo que se pide.

- a) La velocidad instantánea de la pelota al término de un segundo.
- b) ¿Cuántos segundos tarda la pelota en alcanzar el punto más alto?
- c) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota?
- d) ¿Cuántos segundos tarda la pelota en llegar al suelo?
- e) ¿Al término de 3 segundos la pelota está subiendo o cayendo?

4.-Cuál de las siguientes parejas de números positivos cumple con las condiciones de que sumen 20 y el producto del cuadrado de uno por el cubo del otro sea máximo.

- a) (8 , 12)                      b) (10 , 10)                      c) (15 , 5)                      d) (18 , 2)

5.- Una persona quiere comprar un terreno rectangular de exactamente  $400 \text{ m}^2$  de área pero de tal manera que el costo de la barda sea el mínimo.

Un agente de bienes y raíces le muestra varios terrenos que tienen el área deseada, pero con las siguientes dimensiones de largo y ancho:

80 x 5                      ,                      100 x 4                      ,                      65 x 6.153                      ,                      40 x 10  
35 x 11.428                      ,                      27 x 14.814                      ,                      20 x 20

¿Cuál de los terrenos anteriores es el que más le conviene?

"CAPACIDAD PARA RECONOCER MODELOS, ISOMORFISMOS Y SIMETRÍAS"

Características de este subnivel.

- Puede abarcar el recuerdo de información pertinente, la transformación de elementos del problema, la manipulación de éstos elementos y el reconocimiento de una relación. Se pide al alumno que descubra algo conocido en un conjunto de datos, en información dada o en el contexto de un problema.
- La conducta requerida en este subnivel nuevamente exige una secuencia de conductas, que es una propiedad del nivel de aplicación.
- Si se le pide al estudiante que formule o genere modelos, isomorfismos o simetrías nuevas, entonces la conducta pertenece al nivel de análisis.
- Se supone que el estudiante ya ha estudiado modelos, isomorfismos o simetrías similares, y por lo tanto, es posible que los reconozca; de lo contrario está implicada una conducta a nivel más alto.

1.- Dada  $f$ , donde  $f(x) = \frac{1}{x-2}$  que no está definida para  $x = 2$  entonces las derivadas sucesivas de  $f$ .

- a) Todas existen en  $x = 2$                       b) No existen en  $x = 2$   
c) Algunas existen en  $x = 2$                       d) No se puede saber

El reactivos anterior puede ser contestado correctamente a partir del reconocimiento del modelo de la función y sus derivadas cuyo denominador será siempre de la forma  $(x - 2)^n$

2.- Suponga que  $u = f(x)$  y  $v = g(x)$ , donde  $f$  y  $g$  tienen derivadas de todos los ordenes.

Observando el desarrollo de las primeras derivadas sucesivas del producto  $y = u \cdot v$

$$y' = u'v + uv'$$

$$y'' = u''v + 2uv' + u \cdot v''$$

$$y''' = u'''v + 3u''v' + 3u'v'' + v'''$$

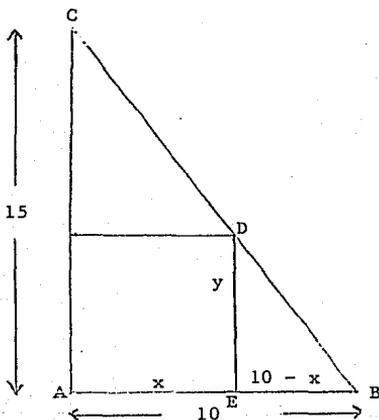
$$y^{(4)} = u^{(4)}v + 4u'''v' + 6u''v'' + 4u'v''' + uv^{(4)}$$

¿Cuál es el modelo algebraico que está relacionado con las derivadas sucesivas?

3.- Encuentre las dimensiones del rectángulo de máxima área que se puede inscribir en una circunferencia de 10 cm. de radio.

La forma de resolver el anterior problema es reconociendo la relación pitagórica entre las dimensiones del rectángulo y el diámetro de la circunferencia.

- 4.- Encuentre las dimensiones del rectángulo de máxima área que se puede inscribir en un triángulo rectángulo de base 10 cm. y altura 15 cm. como se muestra en la figura.



La forma de resolver el anterior problema es reconociendo la relación de semejanza entre los triángulos  $ABC$  y  $EBD$ .

## CATEGORIA D. ANALISIS

Características de esta categoría.

Este nivel de conducta es el nivel más alto de las categorías cognoscitivas y comprende las conductas más complejas.

Aquí se incluyen la solución de problemas que no son rutinarios, las experiencias de descubrimientos y la conducta creadora en la medida en que se refiere a la matemática.

Las conductas de este nivel difieren de las conductas del nivel de aplicación o del nivel de comprensión porque implican un grado de transferencia a un contexto en el que no ha existido práctica alguna.

Muchos de los objetivos "finales" de la enseñanza de la matemática se encuentran en el nivel de Análisis que comprende las siguientes cinco subcategorías.

CAPACIDAD PARA RESOLVER PROBLEMAS NO RUTINARIOS

Características de los reactivos de este subnivel.

- Comprende conductas que requieren que el estudiante muestre la transferencia del aprendizaje reciente a un nuevo contexto.
- El objetivo es desarrollar la capacidad para resolver problemas dentro de contextos que no se han practicado.
- La resolución puede implicar la separación de un problema en sus partes componentes e investigar la información que se puede obtener de cada una de ellas; o reorganizar los elementos de un problema en una nueva forma con el objeto de determinar la solución.
- En todos los casos se trata de problemas tales que ninguna solución algorítmica está al alcance del estudiante y que tal vez requieran de un enfoque heurístico tal como establecer un plan y llevarlo a cabo, o comparar reiteradamente entre la situación dada y la meta del problema, para determinar las diferencias que se eliminan una por una para llegar gradualmente a la solución.

Los reactivos que se presentan a continuación muestran parte de la variedad que pueden colocarse en esta subcategoría de problemas no-rutinos, ya que generalmente no se tratan en los cursos de Matemáticas V del C.C.H., aunque es importante señalar, que es difícil establecer la barrera entre los problemas que son rutinarios (los que se ven en clase) de los no-rutinarios y solamente la práctica docente puede determinar hasta donde se puede pasar de una subcategoría a la otra, dependiendo básicamente de la calidad del grupo al que se imparte el curso y salvo excepciones de algunos profesores que se atreven a considerarlos en el curso, pero cuya solución está fuera del alcance del alumno común que no tiene el conocimiento ni la capacidad para resolverlos.

- 1.- Un punto se mueve en línea recta de tal manera que  $a(t) = 12t - 4$ . Encuentre  $s(t)$  suponiendo que las condiciones iniciales son  $v(0) = 8$  y  $s(0) = 15$ .
- 2.- Si  $g'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$  es la derivada de una función  $g(x)$ . Encuentre la función.
- 3.- Dada  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ , determinar los valores de  $a$  y  $b$  que darán a  $f$  un máximo relativo en  $x = 2$ .
- 4.- Dibuje la gráfica de una función continua  $f$  que satisfaga todas las siguientes condiciones.  
 $f(0) = 2$  ;  $f(2) = f(-2) = 1$  ,  $f'(0) = 0$  ,  $f'(x) > 0$  si  $x < 0$  ;  
 $f'(x) < 0$  si  $x > 0$  ;  $f''(x) < 0$  si  $|x| < 2$  ;  $f''(x) > 0$  si  $|x| > 2$

7.- Encontrar a, b, c y d tales que la función definida por  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  tenga un máximo local con valor 2 en  $x = -1$  y un mínimo local con valor  $-1$  en  $x = 1$ .

6.- Un pescador en bote de remos se encuentra a una distancia de 2 kilómetros mar adentro del punto más cercano de una playa recta y desea llegar a otro punto de la playa a 6 kilómetros del primero. ¿Suponiendo que puede remar a una velocidad de 3km/h y caminar a 5km/h, que trayectoria debe seguir para llegar a su destino en el menor tiempo posible?

7.- Una ventana tiene la forma de un rectángulo coronado con un semicírculo. El perímetro de la ventana es de 4 metros.

Encuentre las dimensiones de la ventana que deja pasar más luz.

8.- Se va a partir un alambre de 36cm. de largo en dos pedazos. Uno de los pedazos se doblará para formar un triángulo equilátero y el otro para formar un rectángulo dos veces más largo que ancho.

¿Cómo debe partirse el alambre para que el área combinada de las figuras sea?            a) mínima                            b) máxima

9'- Supóngase que un fabricante en electrónica puede vender 2 000 componentes de computadoras por mes a un precio  $p = 800 - 0.2x$  pesos por componente y que cuesta  $y = 500x + 350$  pesos fabricar  $x$  componentes.

¿Qué nivel de producción deberá mantenerse para maximizar la ganancia?

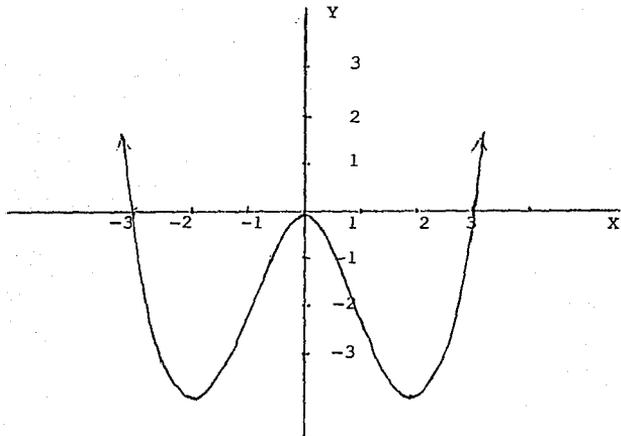
CAPACIDAD PARA DESCUBRIR RELACIONES

Características de los reactivos de éste subnivel.

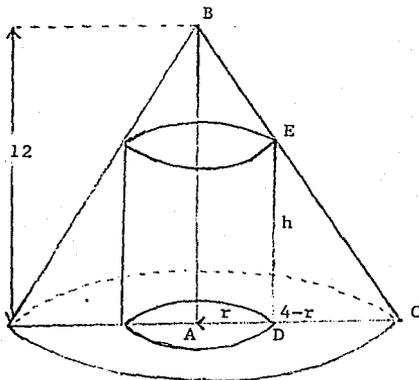
- La capacidad para descubrir requiere la reestructuración de los elementos del problema en una forma nueva, para formular una relación la que a su vez podrá emplearse para resolver un problema.
  
- Esta capacidad difiere de la última categoría C.4 de aplicación por el hecho que el estudiante debe descubrir o formular una relación en un nuevo contexto.

1.- Encuentre una función continua que tenga números críticos:  $x = -2, 0, 2$

Y cuya gráfica sea de la siguiente forma.



2.- Hallar las dimensiones del cilindro circular recto de mayor volumen que puede inscribirse en un cono circular recto de 12 cm. de altura y 4 cm de radio. Sean  $h$  y  $r$  las dimensiones del cilindro como se muestra en la figura.



La forma de resolver este problema en el que es necesario expresar - el volúmen del cilindro como una función de una variable es encontrando - la relación entre  $r$  y  $h$  mediante la proporción de los triángulos semejantes  $ABC$  y  $DCE$ ; la misma relación que se estableció en el plano en el problema en el que un rectángulo está inscrito en un triángulo isósceles - pero ahora en el nuevo contexto del espacio, es una forma nueva para el estudiante.

- 3.- Considerando el planteamiento del problema en el plano, de encontrar las dimensiones del rectángulo de máxima área, inscrito en una circunferencia de 8 cm. de radio, ¿Puede servir para resolver el siguiente problema en el espacio?

Encuentre las dimensiones del cilindro de máximo volúmen que se puede inscribir en una esfera de 8 cm. de radio.

El estudiante tiene que descubrir que la relación entre las dimensiones del cilindro y el radio de la esfera es la misma que se estableció entre las dimensiones del rectángulo y el radio de la circunferencia.

CAPACIDAD PARA CONSTRUIR PRUEBAS O DEMOSTRACIONES

- El nombre de este subnivel lo dice claramente, la capacidad para construir demostraciones en contraposición a la capacidad para reproducir una demostración (nivel de aplicación) o la de recordar una demostración (nivel de computación)

Ejemplos de reactivos que pueden considerarse en la subcategoría -

D.3.

1.- Si  $y = f(u)$ ,  $u = g(v)$  y  $v = h(x)$  y si  $f'(u)$ ,  $g'(v)$  y  $h'(x)$  todas existen, demostrar que:  $D_x(y) = D_u(y) \cdot D_v(u) \cdot D_x(v)$

2.- Si  $p(x) = f(x) h(x) h(x)$ , donde  $f$ ,  $g$  y  $h$  son funciones diferenciables, demostrar que:

$$p'(x) = f(x) g(x) h'(x) + f(x) g'(x) h(x) + f'(x) g(x) h(x)$$

3.- Si  $y = A e^{nx} + B e^{-nx}$ , en donde  $A, B$  y  $n$  son constantes demostrar que:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - n^2 y = 0$$

4.- Si un cuerpo que cae recorre la distancia

$$S = \frac{g}{k^2} \ln \left( \frac{e^{kt} + e^{-kt}}{2} \right) \text{ en el tiempo } t,$$

demostrar que su velocidad y su aceleración "a", satisfacen la ecuación

$$a = g - \frac{k^2 v^2}{g}$$

5.- Dada  $f(x) = x^p(1-x)^q$  donde  $p$  y  $q$  son enteros positivos mayores que

1. Demuestre que:

Si  $p$  es par,  $f$  tiene un mínimo relativo en 0

Si  $q$  es par,  $f$  tiene un mínimo relativo en 1

Si  $p$  y  $q$  son pares o impares entonces  $f$  tiene un máximo relativo en  $p/p + q$ .

6.- Dado que  $\frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , demostrar que  $\frac{dx^{-n}}{dx} = -nx^{-n-1}$

7.- Si  $y = \frac{1}{1-2x}$  probar por inducción matemática que  $D_x^n y = \frac{2^n n!}{(1-2x)^{n+1}}$

CAPACIDAD PARA CRITICAR PRUEBAS O DEMOSTRACIONES

- Esta capacidad podría interpretarse de una manera más general como la "capacidad para criticar cualquier argumento o razonamiento matemático".
  
- La capacidad para criticar demostraciones es una contraparte lógica de la capacidad para construirlas; la primera puede ser una conducta más compleja que la última.

Ejemplos de reactivos que pueden evaluar la subcategoría D.4.

- 1.- Si  $f$ ,  $g$  y  $h$  son derivables; por la regla del producto se tiene -  
 $(f.g.h) = f'gh + g'fh + h'fg$ . Para el caso en que  $f = g = h$  se tiene.

$$(f.g.h)' = [f^3]' = 3[f^2] f'$$

- a) ¿Es válida la conclusión? Justificarla.  
b) Si no es válida, explicar porque.

- 2.- Si dos funciones  $f$  y  $g$  son diferenciables en el número  $x_1$ . ¿Es -  
la función compuesta  $f \circ g$  necesariamente diferenciable en  $x_1$ ?

Si la respuesta es sí, probarla.

Si la respuesta es no, dar un contraejemplo.

- 3.- Sea  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ,  $a \neq 0$  un polinomio de tercer grado,  
y sea  $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$  su derivada, entonces:

- a) ¿ $f(x)$  tiene dos números críticos si  $\sqrt{4b^2 - 12ac} > 0$  ?  
b) ¿ $f(x)$  tiene solo un número crítico si  $\sqrt{4b^2 - 12ac} = 0$  ?  
c) ¿ $f(x)$  no tiene ningún número crítico si  $\sqrt{4b^2 - 12ac} < 0$  ?

**"CAPACIDAD PARA FORMULAR Y VALIDAR GENERALIZACIONES"**

- Como suena muy semejante a otras subcategorías del nivel de análisis, se puede enunciar de la siguiente manera: "Capacidad para descubrir una relación y para construir una demostración que sustente o haga sustancioso el descubrimiento o algún resultado.
  
- Si bien es similar a las anteriores categorías probablemente sea más-compleja por el hecho de que se le pide al estudiante que formule y -válide una relación, o sea se le puede pedir que descubra y demuestre una proposición matemática o que produzca un algoritmo y muestre que -funciona.

1.- Observe el desarrollo de la derivada del producto de dos o más funciones.

Para dos funciones.  $(u_1 \cdot u_2)' = u_1' \cdot u_2 + u_2' \cdot u_1$

a) Generalice el desarrollo para el caso de tres funciones:  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$ .

b) Generalice el desarrollo para el caso de cuatro funciones:  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  y  $u_4$ .

c) Generalice el desarrollo para el caso de  $n$  funciones y enuncie la propiedad.

d) Pruebe su generalización mediante inducción matemática.

2.- Escriba el desarrollo seguido para el caso de las derivadas sucesivas del producto de funciones  $f \cdot g$ .

a) Primera derivada  $(f \cdot g)' = fg' + f'g$

Segunda derivada  $(f \cdot g)'' = ((f \cdot g)')' = (fg' + f'g)' =$

Tercera derivada  $(f \cdot g)''' =$

b) Generalice el desarrollo para la  $n$ -ésima derivada.

c) Demuestre la generalización.

3.- Observe el desarrollo de las primeras derivadas sucesivas de la función  $f(x) = x^m$ , siendo  $m$  un número entero positivo.

$$1 \quad f'(x) = m x^{m-1}$$

$$2 \quad f''(x) = m(m-1) x^{m-2}$$

$$3 \quad f'''(x) = m(m-1)(m-2) x^{m-3}$$

4

5

.

.

.

n

- Escriba la 4 ta. y 5 ta. líneas.
- Generalice para la n-ésima derivada.
- Pruebe su generalización por inducción matemática.

4.- Encuentre las siguientes derivadas sucesivas de  $y = \frac{1}{1 - 2x}$

a)  $y' =$

b)  $y'' =$

c)  $y''' =$

d) Generalice para la n-ésima derivada.

e) Pruebe por inducción matemática la generalización.

5.- Se tiene un polinomio de segundo grado.

$$p(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0, \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Si  $a < 0$ . ¿Se puede encontrar un valor de  $x$  para el cual  $p(x)$  sea máximo?

Si  $a > 0$  ¿Se puede encontrar un valor de  $x$  para el cual  $p(x)$  sea mínimo?

Es necesario validar la respuesta.

## CAPITULO IV

## CONCLUSIONES

En este trabajo de tésis he pretendido en primer lugar dar una descripción de un aspecto muy importante como es el proceso de Evaluación del aprendizaje de las matemáticas que se practica actualmente en el C.C. H.; señalando algunas deficiencias y errores notables que más que nada se cometen por ignorancia en esta etapa de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, y en respuesta a esta situación, se plantea la proposición de incorporar en la práctica docente, el uso de la taxonomía del NLSMA para mejorar en algo el proceso.

Para comprender el concepto de Evaluación y su diferencia con el concepto de Medición, considero oportuno remitir al lector al Anexo 2 del Apéndice, donde se hace la aclaración en torno a estos conceptos.

A pesar de las escasas fuentes de información de que dispuse y de las muchas horas invertidas en este trabajo, bien valió el esfuerzo dedicado, si por una parte proporciono más información acerca de la Taxonomía del NLSMA y por otra, llega a ser un recurso pedagógico a los profesores de matemáticas.

Puedo decir que se aportaron elementos suficientes, que dan una idea clara de la taxonomía del NLSMA, como esquema que describe las cuatro categorías y subcategorías en que se clasifican las diversas conductas o habilidades que son producto del aprendizaje de las matemáticas.

Y que para dar a conocer esta novedad y facilitar su conocimiento entre el profesorado, se ha ilustrado a manera de ejemplo la forma en que pue-

de evaluarse un tema de matemáticas, explotando de ser posible al máximo las diversas habilidades matemáticas que como resultado de un buen aprendizaje sean capaces de lograr en los alumnos del C.C.H.

4.1 Algunas ventajas que se pueden lograr al hacer uso de la taxonomía del NLSMA en la evaluación del aprendizaje, son:

- 1) El profesor dispondrá ya, de un instrumento que le permitirá medir además de las acostumbradas, otras habilidades, como la habilidad para resolver problemas y la creatividad en matemáticas. Generalmente no ha presentado complicaciones al profesor medir la habilidad mecánica para resolver cálculos numéricos, pero sabe muy poco acerca de otras habilidades, y de las características que deben tener los reactivos, que por ejemplo le permiten medir la comprensión del alumno, su habilidad para leer e interpretar argumentos matemáticos, su habilidad creativa, su aptitud para formular y resolver problemas nuevos o problemas matemáticos difíciles, etc., que son precisamente las que comprende el esquema del NLSMA.
- 2) Siendo la taxonomía del NLSMA adecuada principalmente para la elaboración de exámenes escritos, es de esperarse su aceptación y aplicación para su diseño; pues desde la creación del C.C.H., la norma de la academia de matemáticas ha sido que los profesores elaboren y apliquen sus propios exámenes, generalmente escritos.

Se considera que en la evaluación del aprendizaje de las matemáticas tienen predominio los exámenes escritos como instrumentos para medir la matemática que el alumno aprende en un curso; siendo ésta prácti-

ca considerada como la más conveniente para los alumnos quienes tienen la sensación de que por éste medio puede su profesor juzgar su aprendizaje y mejor aún si ésta taxonomía brinda al profesor una norma o método que le permitirá unificar criterios para una evaluación más justa y precisa en el sentido de que las pruebas resultan más objetivas al elaborarse en referencia a este modelo que establece congruencia entre los objetivos de enseñanza y los de aprendizaje.

- 3) Otra ventaja de la taxonomía que deseo poner a consideración, es que no solamente puede ser aplicada para la elaboración de exámenes escritos.

Su utilidad puede explotarse en casi todo momento de un curso de matemáticas, puesto que puede establecerse un proceso de evaluación permanente orientado a normar la calidad y eficiencia de nuestra enseñanza mediante la evaluación oral al término de la exposición de una clase o unidad temática que a base de interrogatorios dirigidos a los alumnos al azar, se pueda evaluar por una parte si se han logrado los objetivos de enseñanza y por otro la adquisición de algunas habilidades previamente seleccionadas o incluso desarrollar una etapa de retroalimentación mediante la formulación de ciertas preguntas de contenido del esquema NLSMA que por su riqueza de información permitan reforzar o mejorar las capacidades recientemente adquiridas por el alumno. O incluso se puede pretender desarrollar habilidades de la categoría de Análisis aunque no evaluar estas últimas, pues se corre el riesgo de que solamente algunos alumnos o ninguno sea capaz de responder a reactivos de éste último nivel, al menos que se trate-

de un concurso de matemáticas.

Para llevar a cabo las actividades de evaluación anteriormente propues-  
tas para el salón de clases y puedan participar en ella la mayoría de-  
los profesores de matemáticas, es necesario la creación de un banco de  
reactivos por asignatura, elaborados y clasificados de acuerdo al - -  
NLSMA para facilitar el trabajo a los profesores, pues es importante -  
señalar, que de otra manera tendrían que dedicar una buena parte del -  
tiempo extraclase del cual no disponen, para elaborar un buen banco de  
reactivos para sus evaluaciones personales; puesto que es menester que  
se avoque a consultar y revizar una serie de textos, principalmente -  
los más recomendables para el curso, en los que en las secciones de -  
ejercicios podrá encontrar buenos ejemplos de reactivos que puede - -  
usar para su evaluación, en tanto que otros los tendrá que adaptar o -  
inventar en base al conocimiento y experiencias en la materia y que sa-  
tisfagan las características específicas por el esquema NLSMA.

Porque de otra manera, quizá la falta de tiempo, puede ser una de las-  
razones por las cuales el profesor no se animara a emplear esta taxono-  
mía. Además, al contar con el banco de reactivos permitirá seleccionar  
con tiempo los que considere más adecuados el profesor para elaborar -  
sus exámenes evitando así la improvisación y el diseño apresurado de -  
reactivos posiblemente mal elaborados, trayendo consigo las consabidas  
consecuencias.

- 4) Por último, otra ventaja favorable al profesor es que, para poder hacer  
un uso adecuado de la taxonomía, es condición necesaria que la persona  
que elabora los reactivos de exámen sea matemático o tenga un amplio -  
conocimiento sobre las asignaturas de matemáticas, como es el caso de-

los profesores del C.C.H., para que al hacer la evaluación de los ob-  
jetivos en referencia a los contenidos, estos sean interpretados lo -  
más preciso, conforme a las características que deben considerarse en  
cada uno de los niveles y subniveles del NLSMA.

Así, el profesor al satisfacer este requisito, su camino por recorrer  
es ya más corto y que a falta del recurso de pedagogos o especialis--  
tas en evaluación, puede muy bien desempeñar esta función, para la -  
producción de mejores pruebas la elaboración de programas y por lo -  
tanto realizar una mejor evaluación del aprendizaje en el aula.

#### 4.2 LIMITACIONES

Por último quiero hacer la advertencia de algunas de las limitacio--  
nes que considero importantes en torno a la Taxonomía del NLSMA y de la -  
Evaluación.

La Taxonomía de Bloom y del NLSMA en particular clasifican a los ob-  
jetivos desde el punto de vista del profesor y no del alumno de acuerdo a  
su dificultad cognoscitiva puesto que a priori se tienen antecedentes de -  
los contenidos y la profundidad con la que se supone se analizaron; es de  
cir, la clasificación de un ítem o pregunta de examen toma en cuenta los -  
antecedentes cognoscitivos que el profesor trata de establecer en el cono  
cimiento del alumno y no las dificultades que se presentan al alumno para  
adquirir el conocimiento

Aun más, el hecho de incluir un determinado objetivo o meta de ense-  
ñanza en determinada categoría del NLSMA está claramente sujeta al momen-  
to en que se espera se manifieste el logro del objetivo.

Esto es, al clasificar un objetivo, éste debe ser ubicado teniendo en mente sus antecedentes o prerrequisitos; pues un objetivo que puede ser muy complejo si su logro se demanda a un estudiante de un nivel inferior o que por primera vez se está iniciando en el aprendizaje de una asignatura, tal vez resulte demasiado simple para un estudiante de un nivel superior o que esté recursando, puesto que habiendo cursado la materia, conoce supuestamente sus características y tal vez tiene detectados los temas difíciles y precisados sus deficiencias.

Como consecuencia, es importante tomar en cuenta para la aplicación adecuada de la taxonomía del NLSMA de que tipo de evaluación se trata: Si ordinaria o extraordinaria; pues como ya se mencionó, el logro de un objetivo de una asignatura que parezca difícil para un alumno en una evaluación ordinaria del aprendizaje reciente, pueda resultar más fácil si se trata de un examen extraordinario en el que se pretende reevaluar un conocimiento que supuestamente el alumno adquirió en un periodo de tiempo más largo del normal, en el que ya se detectaron y corrigieron los puntos difíciles y se ha compenetrada más a fondo en el conocimiento de la asignatura, por lo que en este caso es posible que sea difícil aplicar el NLSMA en este tipo de evaluación por la ubicación imprecisa de los objetivos que se pretenden evaluar.

Además refiriéndose concretamente a los alumnos del C.C.H., que de acuerdo a su perfil y a las limitaciones de recursos materiales a los que cada vez más se enfrenta la institución; en la práctica docente puedo pronosticar que a pesar de un gran esfuerzo y empeño puestos tanto por los alumnos y el profesor de matemáticas, solamente es posible lograr habilidades correspondientes a los primeros tres niveles, puesto que las habilida-

des que engloba el nivel de Análisis son imposibles de alcanzar por el al to grado de dificultad que implican, pero no se descarta la posibilidad - de que en alguna situación especial se intente su logro aunque no su eva- luación.

También es importante señalar de antemano que el hecho de aplicar és ta taxonomía para evaluar el aprovechamiento del aprendizaje de las mate- máticas no implicará necesariamente la solución al problema de la evalua- ción, puesto que es una ilusión pensar en su eficacia en un sentido gene- ral.

Pués la efectividad al usar este instrumento dependerá en mucho de - la situación particular del profesor que lo aplique, de los alumnos que - estudian con él y de las condiciones en que se desarrolle la instrucción.

Aún más, como muchas otras cuestiones pedagógicas o didácticas, en - teoría el proceso de evaluación puede parecer eficaz y simple; pero en la práctica educativa nunca lo es, y ello por algunas de las siguientes razo nes:

En primer lugar, el "objeto" o sea el alumno que se quiere evaluar, - no es homogéneo ni estático, por lo que la evaluación de sus habilidades- matemáticas constituye un fenómeno complejo que es variable con el tiempo y la situación.

Las cuestiones sobre evaluación abundan en la educación matemática, - por ejemplo:

Hasta que punto, el alumno sabe aplicar determinadas reglas o algoritmos. Que grado de rigor y exactitud se debe exigir en las respuestas.

¿Se debe calificar un procedimiento adecuado, aunque no se haya llegado a la respuesta correcta?

¿Sería recomendable promover solamente a aquellos alumnos que sobresalen en un curso, por ser los únicos que puedan responder a los requisitos exigidos en el siguiente nivel?

¿Aprenden los alumnos del C.C.H., la matemática suficiente que les permitirá iniciar sin tropiezos una carrera profesional?

Todas estas cuestiones no son fáciles de evaluar puesto que al término de un curso, nuestros alumnos saben algunos conceptos pero otros no, pueden resolver algunos problemas pero otro no, comprendieron algunos principios pero no otros; sin embargo estamos seguros de que poseen todo un conjunto de habilidades, que integran los distintos aspectos de su formación matemática a lo largo del bachillerato, y sería provechoso para la institución investigar la calidad y las deficiencias con que el alumno ingresa al nivel profesional, para que realmente se les ubique de acuerdo a la actividad matemática futura que será requerida; evitando así frustraciones que originan la deserción o en el caso menos grave el cambio a una carrera que no requiere matemáticas.

Abundando un poco más en el aspecto de la evaluación, también se puede hablar de evaluación de los materiales para la enseñanza de la matemática, que en la actualidad son muy abundantes en el nivel medio superior, sin embargo no se ha investigado o hablado de un objeto físico como son los libros de texto, respecto a cuales son los más recomendables o eficaces para aprender.

Porque un libro de texto no es lo mismo que un automóvil, puesto que-

no puede ser probado en un laboratorio y luego ser lanzado al mercado con garantía de buen funcionamiento en cualquier escuela y en cualquier salón de clases; y su eficacia se podría juzgar dependiendo si dá buenos resultados.

También en lo que se refiere al aspecto de la evaluación de la enseñanza en el C.C.H., que para juzgar la calidad y eficacia de un aspirante a profesor existe un proceso que determina como idóneos a quiénes aprueban a juicio del jurado el examen de selección que consiste en:

- a) Examen de conocimientos sobre la materia de concurso.
- b) La exposición de algunas clases frente a un grupo de alumnos y profesores.

Siendo estos los elementos principales que se toman como indicadores de la aptitud para la enseñanza.

A final de cuentas, el problema de distinguir, entre una buena enseñanza de una deficiente es difícil de resolver.

Así pues objetos de evaluación como son el aprendizaje en matemáticas, la enseñanza de la matemática y los materiales usados en la educación matemática, por su carácter dinámico y heterogéneo presentan cada uno sus propios problemas que impiden hablar de su efectividad.

Creo, sin embargo que es necesario encontrar nuevas maneras de tratar los problemas, sin abandonar las concepciones y técnicas que han resultado útiles; replanteandolos y quizás resolverse mejor si se miran desde otro punto de vista y que el hecho de darnos cuenta de las limitaciones y de lo mucho que hace falta todavía por investigar, es ya un punto -

de partida esencial para el progreso de una disciplina como la matemática.

Esperando que realmente pueda de alguna forma ser de utilidad como material de apoyo a la docencia, dedico esta pequeña investigación a los profesores de matemáticas del Colegio de Ciencias y Humanidades y del Colegio de Bachilleres, a quienes los invito a reflexionar para que en el futuro procuren realizar una verdadera evaluación como consecuencia de una enseñanza en la que han puesto todo su esfuerzo y empeño a pesar de la situación crítica que en todos los aspectos enfrentamos actualmente.

A P E N D I C E

## A N E X O I

### LA EVALUACION EN EL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

La evaluación es un proceso continuo y sistemático que consiste, esencialmente, en determinar en qué medida la educación está logrando sus objetivos fundamentales.

Los objetivos de la educación establecen los cambios en el comportamiento de los alumnos que la escuela desea lograr, en sus aspectos intelectuales, afectivos y volitivos; en consecuencia, la evaluación busca - determinar el grado y la dirección de dichos cambios.

La evaluación se realiza en forma integrada al proceso educativo y no constituye un fin en sí misma, sino facilita un mejor conocimiento del alumno y por lo tanto, permite adecuar la labor docente a las necesidades del educando, y realizar un diagnóstico individual que facilite el - desarrollo progresivo de su capacidad de autodirección.

Dada la complejidad del comportamiento y del proceso educativo, los procedimientos y técnicas de evaluación han de ser variados y proveer al alumno la oportunidad de manifestar el tipo de conducta que se desea medir. Es igualmente importante que el alumno disponga de los medios para evaluar su propio progreso

La evaluación requiere reunir e interpretar evidencias del cambio - de comportamiento de los educandos. Estas evidencias han de ser aprecia-

das con un criterio objetivo, esto es, tendiente a evitar el juicio subjetivo del maestro. Sin embargo, no todos los resultados de la educación pueden ser evaluados con pruebas objetivas, sino que es necesario recurrir a otros procedimientos tales como la observación, entrevistas, encuestas, cuestionarios, escalas, sociogramas, sin olvidar la prueba tipo ensayo y la exposición oral.

La evaluación del alumno ha de considerar los fines de formación humana que suponen cambio en los intereses, actitudes, valores, apreciaciones y el desarrollo de una adaptación activa al medio, en tal forma que el educando sea agente de su propio desarrollo y del de su comunidad; y los objetivos específicos de cada asignatura o taller, que no son sino medios para lograr los primeros. Por este motivo y por ser la educación una empresa cooperativa, los fines de formación humana han de ser evaluados por el equipo de maestros encargados de guiar al estudiante.

Los objetivos educacionales determinan los criterios para seleccionar los contenidos de la educación, los procedimientos y materiales de enseñanza, y las modalidades de evaluación.

Los objetivos de las diferentes asignaturas, talleres y actividades, han de ser consistentes entre sí, en forma que el estudiante no sea desorientado por los aprendizajes que los diversos maestros buscan producir.

Cada maestro ha de analizar los objetivos de su asignatura, especificarlos y establecerlos en términos de las conductas que ha de lograr el estudiante. Sólo una vez que los objetivos han sido debidamente especificados

cados, puede iniciarse el estudio de la forma en que se han de medir los comportamientos de los alumnos en relación con los objetivos propuestos.

Las diferentes asignaturas y talleres tienen como objetivos primordiales recordar informaciones, pensar, resolver problemas, crear; en otras palabras adquirir conocimientos, habilidades y destrezas.

El maestro ha de cuidar que el énfasis en los objetivos de su asignatura o taller no recaiga en memorizaciones, en lugar de aplicación de conocimientos y análisis de situaciones en que estos conocimientos son empleados.

Cada asignatura o taller ha de seleccionar los procedimientos y técnicas de evaluación más adecuados para apreciar las conductas que corresponden a sus objetivos principales. En consecuencia, el primer paso en la evaluación, es de terminar claramente los objetivos en términos de conducta.

Si la evaluación ha de medir los cambios que se operan en el comportamiento del alumno, ha de realizarse al iniciar el proceso de enseñanza-aprendizaje una medición, que tenga la finalidad de detectar la realidad del educando en ese momento y mediciones periódicas, que permitan apreciar su progreso hacia el logro de los objetivos propuestos.

La evaluación no sólo ha de medir el progreso del alumno, sino que ha de apreciar la calidad de la acción educativa. Esto supone, la autoevaluación del maestro en cuanto a sus métodos de enseñanza y a los procedimientos y técnicas de evaluación empleados.

Es fundamentalmente necesario hacer que el profesor reflexione respecto a que la, actividad que ha venido realizando, en torno a la aplicación de exámenes y cuyos resultados se han usado con el único fin de determinar que alumnos aprueban y que alumnos reprueban un curso no es evaluación, sino una medición.

Y con el fin de aclarar estos conceptos, a continuación se da una breve exposición en la que se describen sus características distintivas.

#### CONCEPTO DE MEDICION

Medición educativa, es el proceso por el cual se establece una relación de correspondencia entre un conjunto de números y otro de sujetos--según ciertas normas establecidas.

La medición se limita a la descripción cuantitativa que posee un estudiante de una característica dada.

Medir significa, por ejemplo, determinar el número de aciertos que un alumno obtiene en una prueba de aprovechamiento.

La medición no constituye un fin en sí misma, es parte del proceso de la evaluación, que en este contexto, implicaría interpretar el número de aciertos y resumir dicha interpretación en un juicio de valor, es decir, expresar que el dominio demostrado por un alumno en relación con los objetivos del curso, se encuentra por encima del criterio esperado y que por-

tanto, amerita ser promovido al curso siguiente.

### CONCEPTO DE EVALUACION DEL APROVECHAMIENTO ESCOLAR

Es un proceso destinado a determinar el grado en que los estudiantes logran los objetivos de aprendizaje previamente determinados, de un tema-  
o unidad de enseñanza de una asignatura o de un nivel educativo.

Mediante la evaluación se aprecia y juzga el progreso de los alumnos de acuerdo con los resultados que se pretenden alcanzar.

Es en otras palabras, un modo de interpretar los resultados del proceso enseñanza-aprendizaje a la luz de objetivos de aprendizaje correctamente especificados.

El proceso de evaluación implica descripciones cuantitativas y cali  
tativas de la conducta académica del alumno, la formulación de juicios de valor basados en tales descripciones y, por último la toma de una deci--  
sión tendiente a mejorar los resultados en el sentido esperado.

### FUNCIONES DE LA EVALUACION

- a) Determinar hasta qué punto los estudiantes han modificado su conducta-  
como resultado de la acción educativa; o dicho de otra manera, preci--  
sar cuales objetivos de aprendizaje fueron logrados a través del proce-  
so.

- b) Estimular el aprendizaje de los alumnos, informándoles oportunamente - de sus aciertos y deficiencias, para reforzar los primeros y superar - las segundas.
- c) Identificar las causas de las dificultades en el aprendizaje, en un individuo o en un grupo, para aplicar las medidas correctivas apropiadas.
- d) Predecir el desempeño de los estudiantes para el trabajo académico.
- e) Seleccionar y clasificar a los estudiantes de acuerdo con ciertos fi--nes educativos.
- f) Asignar calificaciones al desempeño escolar de los alumnos.
- g) Estimar la utilidad y calidad de los planes de estudios, de los medios y métodos didácticos y, en general, de todos los recursos empleados.
- h) Valorar la calidad del trabajo docente.
- i) Conocer la forma en que se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendi--zaje para proponer e implantar cambios necesarios.

De tal manera que para lograr un buen aprovechamiento en el aprendi--zaje sirviéndose de la evaluación se recomienda poner en práctica el si--guiente proceso:

Evaluación diagnóstico. Antes de enseñar conocimientos nuevos al alum--no se requiere comprobar que tiene la preparación previa suficiente para--aprenderlos. Así, en las primeras clases del curso se evaluará si se sa--tisfacen los requisitos o conductas de entrada del mismo.

A partir de esta evaluación diagnóstica se decide:

- a) Perseguir objetivos de menor nivel, que pueden ser los mismos requisitos, si no se cumplieron. Tales requisitos se pueden enseñar a todo el grupo, si una gran parte de él no los cubre, o bien, a través de señalar las alternativas correctivas conducente, si sólo es una porción pequeña la que no los satisface.
- b) Iniciar la enseñanza, si se tienen los requisitos. Se recomienda estructurar un plan completo para cada clase ya que es difícil que en el programa general o temario puedan incluirse todos los elementos necesarios que deban seguirse para el desarrollo de cada clase.

#### EVALUACION FORMATIVA.

Se debe realizar durante el curso cada vez que sea preciso, con el objeto de descubrir deficiencias en el aprendizaje

MEDIANTE ELLA SE DECIDE:

- a) Si se logro el dominio en el aprendizaje del curso, poner fin a las actividades.
- b) Si no se logro el dominio en el aprendizaje del curso, analizar las causas que lo interfieren, las cuales se pueden ubicar en:
  - deficiencia en la especificación de los objetivos.
  - equivocaciones al elaborar los instrumentos de evaluación.
  - errores en el diseño de las experiencias de enseñanza-aprendizaje.

- desaciertos en la actuación del plan de clase.

La sistematización de la enseñanza para el dominio en el aprendizaje pretende incluir y describir los componentes y acciones tendientes a que el alumno alcance el dominio de los objetivos.

Y a través de ella el profesor podrá programar y desempeñar sus funciones docentes, con una gran probabilidad de tener una actuación exitosa.

## B I B L I O G R A F I A

1. Arismendi, P.H., Carrillo, A.A. y Lara A.M. Cálculo  
México, Editorial Continental S.A., 1976.
2. Ayres F. Jr. Cálculo Diferencial e Integral  
México, Editorial McGraw Hill, 1973.
3. Bloom, B.S., Hasting J.T. y Madaus, G.F.  
Evaluación del Aprendizaje Vol. 3  
Buenos Aires, Editorial Troquel, 1975.
4. Bosch G.C. Guerra T. M., Hernández G.C. y Oteyza O.E.  
Cálculo Diferencial e Integral.  
México, Publicaciones Cultural S.A. 1981.
5. Cruse A.B., Lehman M., Lecciones de Cálculo I  
Introducción a la Derivada, México, Fondo Educativo Interamericano,  
1982.
6. Daltabuit G.E., Cárdenas R.S. Cálculo.  
México, Publicaciones Cultural S.A., 1972
7. Del Grande J.J., Duff G.F. Introducción al Cálculo Elemental.  
México, Editorial Harla, 1976

8. Gagné, R. M. Principios Básicos del Aprendizaje para la Instrucción. México, Editorial Diana S.A., 1975
  9. Gagné, R.M. y Briggs, L.J.  
La Planificación de la Enseñanza.  
México, Editorial Trillas, 1978.
  10. Granville W.A., Smith P.F. y Longley W. R.  
Cálculo Diferencial e Integral, México, Editorial UTEHA, 1972.
  11. Leithold, L. El cálculo. México, Editorial Harla, 1982.
  12. Mc Aloon K. y Tromba A. Cálculo de una Variable.  
México, Publicaciones Cultural S.A., 1975.
  13. Milchorena V.J. Aplicación de la Taxonomía del NLSMA Derivada Algebraica, México, Colegio de Ciencias y Humanidades, 1984.
  14. Phillips H.B. Elementos de Cálculo Infinitesimal.  
México, Editorial UTEHA, 1978.
  15. Rojano, C.T.  
Análisis de la Metodología de un programa de Matemáticas (Uso de las Taxonomías de los Objetivos Educativos)  
México, Sección Matemática Educativa C.T.E.A. del I.P.N., 1979
-

16. Rodríguez C.H., García G.E. Evaluación en el Aula.  
México, ANUIES. 1976.
17. Taylor, H.E. y Wade, T.L. Cálculo Diferencial e Integral.  
México, Editorial Limusa, 1975.
18. Suvorov I. Curso de Matemáticas Superior.  
Moscú, Editorial MIR, 1969.
19. Swokowski, E.W. Cálculo con Geometría Analítica.  
EE.UU. Wadsworth Internacional Iberoamérica, 1982.