



24
93

Universidad Nacional Autónoma
de México

FACULTAD DE INGENIERIA

INTERACCION SUELO - ESTRUCTURA EN EDIFICIOS

IRREGULARES EN ELEVACION

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

PRESENTA

CARLOS HERNANDEZ MANRIQUEZ

AGOSTO 1982



UNAM – Dirección General de Bibliotecas

Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-1-351

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA

Señor CARLOS HERNANDEZ MANRIQUEZ,
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profr. Ing. Gustavo Rafael Aranda Hernández, para que lo desarrolle como tesis para su Examen Profesional de la carrera de Ingeniero CIVIL.

"INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA EN EDIFICIOS IRREGULARES
EN ELEVACION"

1. Introducción.
2. Interacción dinámica cimentación-estructura.
3. Representación discreta equivalente del suelo de cimentación.
4. Aplicaciones.
5. Conclusiones.
6. Referencias.
- Apéndices.
- Tablas y figuras.

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento con lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá presentar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Coordinación de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, 22 de Julio de 1982
EL DIRECTOR

JAVIER JIMENEZ ESPINOZA

JJE/OBLH/ser

I N D I C E

CAPITULOS		
1.	INTRODUCCION	1
2.	INTERACCION DINAMICA CIMENTACION-ESTRUCTURA	3
3.	REPRESENTACION DISCRETA EQUIVALENTE DEL SUELO DE CIMENTACION	8
4.	APLICACIONES	11
4.1	Marco rígido con primer piso uniforme	16
4.2	Marco rígido con piso colgados de un núcleo central y muros constantes	35
4.3	Marco rígido con disminución en planta en los pisos superiores. Masas varia- bles	45
4.4	Muros de cortante acoplados con masa uniforme	54
4.5	Muros de cortante acoplados con marco variable	62
4.5.1	Rigidez lineal y masa variable	62
4.5.2	Rigidez con salto brusco y masa variable	71
5.	CONCLUSIONES	80
6.	REFERENCIAS	82
	APENDICE	84
	TABLAS Y FIGURAS	86

NOTACION

A área

A_{c_n} área de columna n

A_{T_n} área de trabe n

A_0 área del cajón de cimentación

c_1 mitad del lado largo de una cimentación rectangular

c coeficiente sísmico; coeficiente de amortiguamiento viscoso

c_j coeficiente de participación modal, $j = 1, 2, \dots, n$

D profundidad a la que está desplantada la cimentación

D_s profundidad de la superficie del terreno al estrato firme para el ATC

d mitad del ancho de una cimentación rectangular

- G módulo de rigidez al cortante del suelo que subyace en la cimentación
- G_s módulo de rigidez al cortante de suelo de relleno adyacente a la cimentación
- F fuerzas de entrepiso
- g aceleración de la gravedad
- H altura total del edificio
- H_1 primera altura modal
- h_i altura del nivel i
- I_{c_n} momento de inercia de columna n
- I_{T_n} momento de inercia de trabe n
- I_o momento de inercia de la cimentación
- k constante de resorte
- k_h rigidez horizontal de la cimentación
- k_θ rigidez de volteo de la cimentación
- L profundidad de la cimentación, para representación de parámetros discretos
- M_1 primera masa modal de la estructura
- m_i masa del nivel i

- m_0 masa de la cimentación
- r_a radio equivalente de una cimentación rectangular
- r_m radio de una cimentación circular
- T periodo por modo
- T_1, T_2 periodos característicos del espectro de diseño
- \hat{T}_1 periodo por modo modificado por interacción
- u desplazamiento del nivel
- \ddot{u} aceleración del nivel
- v_s velocidad de ondas de cortante
- x_{ij} forma modal; $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, n$
- γ_c peso volumétrico del concreto
- γ_s peso volumétrico del suelo
- $\delta = \frac{L}{r_a}$ profundidad relativa de desplante de la cimentación
- η_1 mide la relación entre la primera masa modal de la estructura y la rigidez horizontal
- η_2 relación de altura modal y el radio de la cimentación
- η_3 mide la masa relativa de la cimentación
- η_4 densidad relativa de masa de la cimentación y la estructura

- θ_5 relación de rigidez del suelo de relleno y el de desplante (presión de contacto)
- v módulo de Poisson
- Ω coeficiente que mide el grado de compacidad del suelo donde se desplanta la cimentación
- π 3.14159...
- ρ densidad de suelo
- σ_h parámetro que depende del tipo de movimiento que es considerado, horizontal, vertical, volteo y torsión, además de la base circular o rectangular
- ω_1 frecuencia fundamental de la estructura
- $\tilde{\omega}_1$ frecuencia de la estructura reducida por interacción

1. INTRODUCCION

La interacción dinámica entre cimentación y estructura tiene gran importancia en la ingeniería sísmica. La respuesta dinámica de una estructura desplantada sobre un suelo deformable es diferente a la que experimentaría esta si el suelo fuese rígido. Con la interacción dinámica se produce una reducción de la frecuencia fundamental del sistema con respecto a la que tendría la estructura si estuviese apoyada sobre suelo rígido. El problema fundamental consiste en determinar las condiciones bajo las cuales la interacción cimentación-estructura adquiere importancia práctica.

Se ha observado (refs 1 a 11) que las propiedades del suelo influyen en la respuesta sísmica de edificios, en especial cuando es suficientemente blando. Los efectos de interacción pueden ser importantes aun en suelos firmes, porque el parámetro que gobierna el fenómeno es la rigidez relativa entre la cimentación y la estructura.

El objetivo de esta tesis es estudiar la interacción suelo-estructura en edificios irregulares con masa y rigidez en elevación. Se aplican procedimientos sumamente sencillos, que pueden realizarse en despachos de cálculo; estos están basados en suponer que las estructuras son de cortante y, por

tanto, que la respuesta puede representarse con el comportamiento de un oscilador simple con masa igual a la primera masa modal de la estructura, rigidez igual a la primera rigidez modal y altura igual a la primera altura modal.

Se estudian seis edificios con distintas características y por conveniencia se ha supuesto que las estructuras están desplantadas en terreno compresible del D. F.

Se aclara que en aquellos casos donde la interacción suelo-estructura se considere importante, conviene aplicar un método de análisis más refinado, como el análisis modal para integrar paso a paso las ecuaciones de equilibrio dinámico.

2. INTERACCION DINAMICA CIMENTACION-ESTRUCTURA

2.1 Definición

Los esfuerzos de contacto entre suelo y cimiento generados por la ocurrencia de sismos modifican el comportamiento de una estructura en comparación con el que tendría si solo estuviera solicitada por acciones no dinámicas. Este fenómeno constituye una forma de interacción dinámica suelo estructura.

Durante las últimas décadas se han hecho innumerables trabajos acerca de los efectos que tienen las condiciones locales del suelo en el movimiento del sistema suelo-cimentación-estructura. Esto ha permitido que se establezca formalmente el concepto de "interacción suelo-estructura".

Es bien sabido que el registro (acelerograma) de un sismo es distinto si se tiene en un sitio sin construcciones (movimiento de campo libre) que si se registra en ese sitio pero cuando ya se han hecho construcciones.

El fenómeno de interacción está afectado, especialmente, por el mecanismo de intercambio de energía entre la estructura y el suelo. Su principal efecto consistirá en modificar las características frecuenciales y de amortigua-

miento y, por ende, la respuesta estructural.

2.2 Revisión bibliográfica

Se han empleado diversos enfoques para estudiar el problema de interacción dinámica suelo-estructura. Entre los principales se pueden citar los modelos matemáticos basados en la teoría de la elasticidad, así como aquellos que provienen de una idea intuitiva acerca del comportamiento de un prototípico o de un ajuste de las curvas de respuesta dinámica, obtenidas experimentalmente o analíticamente. A fin de verificar la validez de los resultados analíticos, se han desarrollado algunos experimentos sobre modelos a escala o directamente en el campo.

En la literatura sobre el tema (ref 1) se encuentra que una de las primeras aproximaciones al estudio de un sistema vibrante máquina-cimentación consistió en representar a la estructura como un oscilador simple de un grado de libertad. En este modelo la máquina y su cimentación constituyen la masa osciladora y la constante elástica del elemento flexible se obtiene mediante un coeficiente de reacción del terreno. El suelo bajo la cimentación se considera un elemento flexible sin peso, que proporciona la fuerza restauradora a los desplazamientos de la masa. Los resultados obtenidos con ese modelo no se aproximan lo suficiente a los medidas en la práctica, por lo cual se consideró conveniente adicionarle una masa tributaria de suelo, que estuviera acoplada con el sistema máquina-cimentación.

La determinación de la masa del suelo que en cada caso vibra con el sistema, requiere tener en cuenta varios factores, como son: la magnitud y distribución de presión en la superficie de contacto, y la forma de la cimentación.

Balakrishna (ref 2) propuso que la influencia de estos factores incluyera una masa de suelo equivalente a la contenida dentro del bulbo de presiones provocado por la reacción dinámica y cuya envolvente estuviera definida por la curva de presión igual al valor absoluto de la densidad del suelo bajo excitación,

Barkan (ref 3), considera seis grados de libertad en su modelo de vibración de una base rectangular rígida vertical, torsión, dos componentes horizontales y dos de cabeceo, por medio de coeficientes de reacción elástica que varían de acuerdo con el tipo de movimiento excitador. Barkan no incluye masa virtual del suelo, sino que por primera ocasión, plantea las ecuaciones diferenciales de vibración acopladas.

En general, los estudios anteriores adolecen de lo siguiente:

- i) No se considera ningún tipo de amortiguamiento interno, por fricción, entre partículas o por disipación de energía por radiación
- ii) No es posible considerar la propagación de onda en el suelo y por consiguiente el fenómeno de vibraciones inducidas.

A fin de eliminar el primer inconveniente se han propuesto distintos modelos de bases circulares (ref 4 y 5) en donde se ajustan curvas obtenidas en estudios analíticos y experimentales.

El estudio del problema a partir de procedimientos analíticos se basa en la propagación de ondas a través de un semiespacio elástico (ref 6).

Lamb (ref 7), determinó la respuesta dinámica cuando en la superficie del semiespacio actúa una fuerza concentrada vibrante. A partir de los estudios de Lamb se han obtenido soluciones para casos de interés práctico:

- a) Sezawa (ref 8) y Reissner (ref 9) presentan una solución analítica para un oscilador vertical situado en la superficie del semiespacio. Concluyeron que, la frecuencia de resonancia, la amplitud de las oscilaciones y la energía media requerida para inducir determinados desplazamientos son funciones no simples de la densidad y las características elásticas del medio, de la geometría y masas de la base.
- b) Arnold y asociados (ref 10), basados en la teoría de Sezawa, analizan

cuatro modos independientes de vibrar (torsión, volteo, horizontal y vertical), limitando su investigación a bases rígidas estáticas.

Se debe hacer notar que ninguno de los estudios anteriores considera la interacción cimentación estructura, a pesar que esta se presenta normalmente en la práctica.

En 1976, Bielak (ref 11) publicó un trabajo donde se trata la interacción dinámica estructura-suelo; el suelo se representa como un semiespacio lineal elástico, y las estructuras sobre los que se apoyan, turbogeneradores, como osciladores de dos grados de libertad.

Mediante un estudio paramétrico de la respuesta senoidal del sistema, se examinó su sensibilidad a variaciones de los parámetros, especialmente de la rigidez relativa entre la estructura y el subsuelo, la masa, la base de la estructura y la configuración del modo fundamental de la estructura.

Los resultados muestran que los efectos de interacción pueden ser beneficios o perjudiciales para el comportamiento dinámico del sistema, dependiendo de los valores de los parámetros y las características de excitación. En particular cuando las cargas se aplican sobre los pisos de la estructura, la respuesta máxima puede ser hasta de un orden de magnitud mayor que la que se tendría si el suelo fuese rígido.

El método propuesto por Bielak constituye una de las mejores aproximaciones al problema de interacción suelo-estructura; este procedimiento se recomienda para hacer estudios formales. Además, alternativamente se cuenta con un procedimiento más sencillo que consiste en modificar las características frecuenciales y de amortiguamiento de la estructura en el modo fundamental. Este método está basado en considerar que los edificios que poseen modos rectos y su respuesta se debe principalmente al modo fundamental (ref 12). El método ha sido aceptado como norma tentativa en las recomendaciones del Applied Technology Council (ref 13).

Conviene aclarar que si al aplicar el método alternativo se concluye que la respuesta de la estructura se ve altamente influida por la interacción suelo-estructura, entonces se justificará hacer un análisis con el procedimiento propuesto en la ref (11).

El método se ha conocido con el nombre de la "representación discreta equivalente para análisis modal espectral" (ref 14).

En esta tesis se estudia el efecto de la interacción en la respuesta de estructuras irregulares en elevación (en masa y rigideces) con el método de la representación discreta.

3. REPRESENTACION DISCRETA EQUIVALENTE DEL SUELO DE CIMENTACION

3.1 Teoría del semiespacio elástico

El semiespacio elástico es aquel medio que se considera seminfinito (fig 1) y puede ser homogéneo e isotrópico por conveniencia. En este trabajo se acepta y considera que una cimentación se apoya en el semiespacio elástico. Los parámetros necesarios para describir las propiedades del cuerpo elástico (masa del suelo) son: el módulo cortante G , el módulo de Poisson ν y la densidad de masa $f = \gamma/g$.

Para aplicar este método se supone que el terreno que rodea a la cimentación debe remplazarse por elementos discretos equivalentes, que serán resortes de rigidez K_h y K_n y amortiguadores con coeficientes C_h y C_n .

La constante del resorte R , representa una relación lineal entre la carga aplicada y el desplazamiento de la cimentación, la cual implica una relación lineal esfuerzo deformación del suelo. Por lo tanto la teoría de elasticidad proporciona fórmulas útiles para las constantes del resorte en cimentaciones de formas simples. En las tablas 1 y 2 se muestran los valores de las constantes de resorte, para cimentaciones circulares y rectangulares que descansan sobre la superficie del semiespacio elástico.

en donde ν = módulo de Poisson, G = módulo de rigidez al cortante, r_d = radio de la circunferencia o radio equivalente en el caso rectangular, c_1 = mitad del largo del rectángulo, y d = mitad del ancho del rectángulo.

Para condiciones de excitación sísmica, estas constantes se deben modificar. Para el caso de cimentaciones enterradas, su valor se ha llegado a obtener de manera bastante sencilla (ref 16). En trabajos posteriores (ref 17) se han incluido efectos de comportamiento histerético del sistema suelo cimentación. En la ref (14) aparecen estos valores en forma gráfica para facilitar su inclusión en un análisis práctico ingenieril.

En virtud de que el análisis modal espectral que en esta tesis se emplea, no requiere de la definición de amortiguamiento, se omite la discusión de estos parámetros. Sin embargo en las referencias 14 a 17 puede consultarse la manera de como se calcula así como también se incluyen en un análisis dinámico.

Una vez que se conocen estos parámetros de rigidez se obtiene el valor del periodo modificado por interacción suelo-estructura y se procede a obtener la aceleración espectral (a partir de un espectro de diseño) correspondiente. A continuación se obtiene los cortantes de entrepiso y momento de volteo, es similar al procedimiento que se sigue para el caso de considerar el edificio desplantado en una base rígida (empotrada rígidamente en su base).

En el capítulo 4, se aplica el método a varias estructuras. Un objetivo particular que se persigue es cuantificar la influencia de la interacción suelo-estructura en la respuesta de edificios irregulares en elevación, tanto en moda como en rigidez.

En el desarrollo de las aplicaciones se explica detalladamente el cálculo de los parámetros que requiere el método.

TABLA 1. CONSTANTES DE RESORTES PARA CIMENTACION CIRCULAR EN UN SEMIESPACIO ELASTICO (ref 15)

MOVIMIENTO	CONSTANTES DE RESORTES
Horizontal	$k_h = \frac{32(1-v)}{7 - 8v} G r^3$ Bycroft (1956)
Volteo	$k_\theta = \frac{8 G r^3}{3(1-v)} \beta_0$ Borowicka (1943)

TABLA 2. CONSTANTES DE RESORTES PARA CIMENTACION RECTANGULAR EN UN SEMIESPACIO ELASTICO (ref 15)

MOVIMIENTO	CONSTANTES DE RESORTES
Horizontal	$k_h = 4 (1 + v) G r_h c_1 d$
Volteo	$k_\theta = \frac{G}{(1-v)} \beta_0 8 c_1 d^2$

(Nota: Para valuar r_h y β_0 ver fig 2)

4. APLICACIONES

En esta parte de la tesis se aplica un método sencillo para estudiar el efecto de la interacción suelo-estructura, este método consiste fundamentalmente en definir parámetros para cada grado de libertad que se desee tomar en cuenta, con la idea de que el acoplamiento que exista entre ellos se represente correctamente.

Se han escogido 6 modelos de edificios irregulares en elevación. Se ha supuesto que están desplantados en terreno compresible del D. F.

Con fines comparativos se ha aplicado un criterio sencillo establecido en el ATC (ref 13) para calcular el periodo de edificios incluyendo la interacción.

La respuesta sísmica se presenta en desplazamiento y aceleración de nivel, fuerza sísmica horizontal, cortante de entrepiso y momento de volteo. Se presenta también las características modales de cada estructura (frecuencias, periodos y formas modales).

Para aplicar el método a un caso específico, es conveniente determinar los

parámetros que sirven para definir al sistema suelo-cimentación-edificio.
Así, se tiene :

$$\theta_1 = \frac{M_j}{K_h} \omega_1^2$$

$$\theta_2 = \frac{H_j}{r_a}$$

$$\theta_3 = \frac{m_0}{M_j}$$

$$\theta_4 = \left(\frac{\sigma_h \rho r_a^3}{M_j} \right)^{1/2}$$

$$\theta_5 = \Omega \frac{G_s}{G} \frac{L}{r_a}$$

Además :

$$M_j = \frac{\left(\sum_{i=1} m_i x_{ij} \right)^2}{\sum m_i x_{ij}}$$

$$H_j = \frac{\sum m_i h_i x_{ij}}{\sum m_i x_{ij}}$$

de donde h_j es la altura medida desde el centro de gravedad de la cimentación hasta el nivel j .

$$k_h = \gamma_h G r_a$$

y

$$\gamma_h = \frac{8}{275}$$

Después de que se han calculado estos parámetros, la frecuencia reducida $\tilde{\omega}_1$, se obtiene a partir de la relación de frecuencias de resonancia dada por:

$$\alpha = \frac{\tilde{\omega}_1}{\omega_1}$$

En la fig 3 aparecen las curvas para α

Para evaluar la respuesta deben calcularse los factores de participación modal:

$$c_j = \frac{m_i x_{ij}}{\sum m_i x_{ij}}$$

Con el periodo natural por modo se obtiene la ordenada "a" del espectro para diseño sísmico sin interacción

$$A(T_j) = ag$$

por lo que la aceleración \ddot{U} y el desplazamiento U queda como:

$$\ddot{U}_i = A(T_j) c_j x_{ij}$$

$$U_i = \frac{A(T_j)}{\omega_j} c_j x_{ij}$$

y las fuerzas sísmicas, los cortantes de entrepiso y los momentos de volteo como:

$$F_i = m_i \ddot{U}_i$$

$$V_1 = \sqrt{F_1^2}$$

$$V_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

.

.

$$V_f = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_f^2}$$

$$M_1 = V_1 h_1$$

$$M_2 = V_1 h_1 + V_2 h_2$$

.

.

$$M_i = V_1 h_1 + V_2 h_2 + \dots + V_i h_i$$

Con interacción, la aceleración espectral para el modo fundamental se obtiene como

$$A(\tilde{T}_1) = ag$$

Con lo cual, el desplazamiento y aceleración por nivel resulta

$$u_i = \frac{A(\tilde{T}_1)}{\omega^2} c_i x_{i1}, \text{ para el modo fundamental}$$

$$\ddot{u}_i = A(\tilde{T}_1) c_i x_{i1}, \text{ para el modo fundamental}$$

Las aceleraciones y desplazamientos para los demás modos se consideran iguales al caso en que no existe interacción.

Para comparación se aplica el criterio del ATC, en el cual el periodo fundamental incluyendo interacción se calcula como:

$$\tilde{T} = T_1 \sqrt{1 + \frac{k_h}{k_h} \left(1 + \frac{k_h h^2}{k_{ii}}\right)}$$

en donde

$$\tilde{k} = 4 \pi^2 \frac{w}{g T_1^2}$$

$$\bar{w}_i = \frac{(\sum w_i x_{ij})^2}{\sum w_i x_{ij}^2}$$

$$\bar{h} = \frac{\sum w_i x_{ij} h_i}{\sum w_i x_{ij}}$$

$$k_h = \frac{8Gr_a}{2-\nu} \left[1 + \frac{2}{3} \frac{D}{r_a} \right] \left[1 + \frac{1}{2} \frac{r_a}{D_s} \right] \left[1 + \frac{5}{4} \frac{D}{D_s} \right]$$

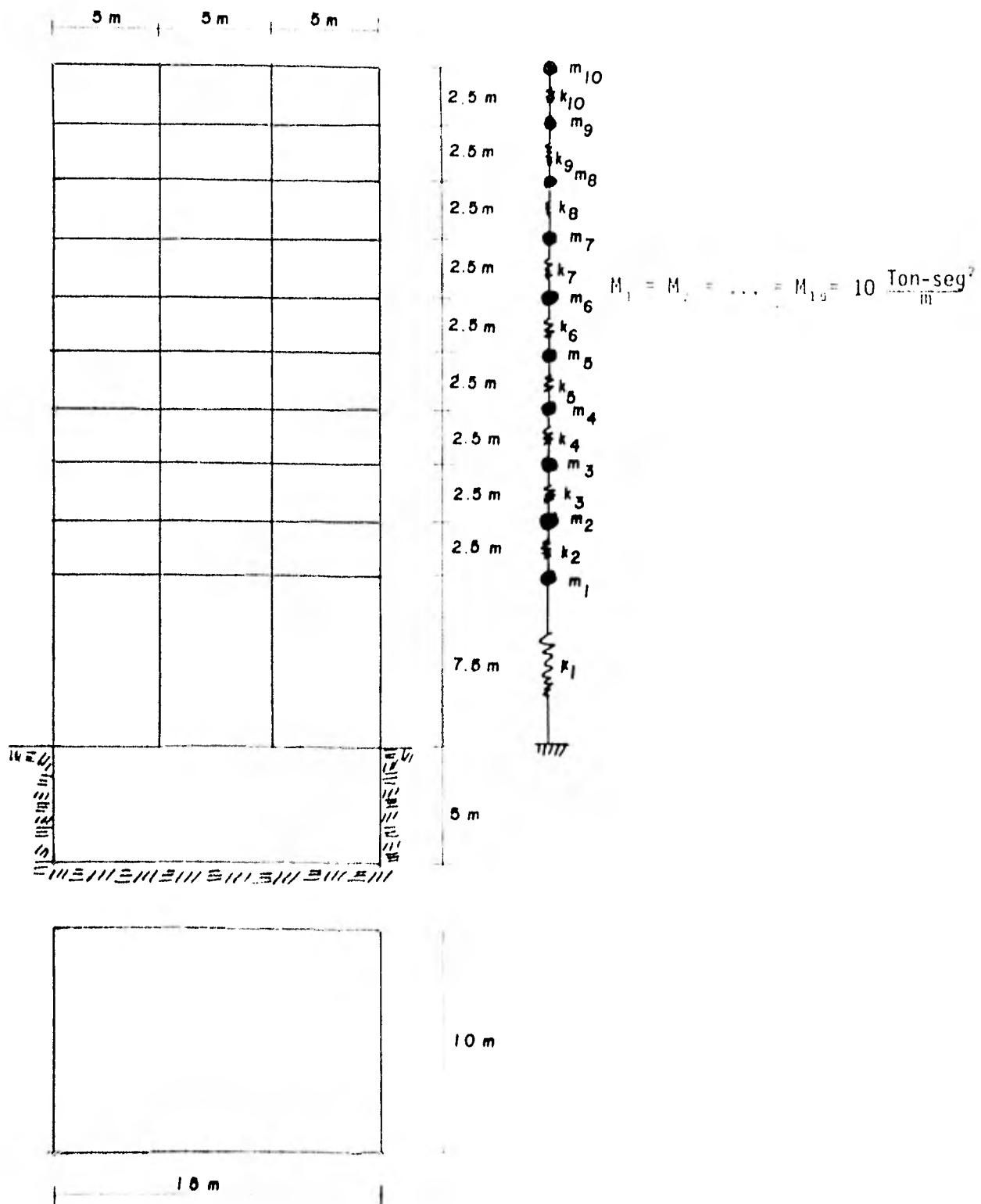
$$r_a = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$$

$$k_0 = \frac{8Gr_m^3}{3(1-\nu)} \left[1 + \frac{2D}{r_m} \right] \left[1 + \frac{1}{6} \frac{r_m}{D_s} \right] \left[1 + 0.7 \frac{D}{D_s} \right]$$

$$r_m = \sqrt{\frac{4I_0}{\pi}}$$

$$I_0 = \frac{bh^3}{12}$$

donde b = ancho de la cimentación, en dirección perpendicular al plano del edificio y h = la longitud de la cimentación.



4.1 Marco rígido con primer piso flexible.

Masa uniforme

$$I_{c_1} = 0.02 \text{ m}^4 ; I_{c_2} = 0.01 \text{ m}^4 ; I_r = 0.003 \text{ m}^4$$

$$E_c = 10^7 \sqrt{f_c} ; f_c = 200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

radio equivalente

$$A = (2d)(2c_1) ; A = \pi r_a^2$$

igualando áreas

$$4dc_1 = \pi r_a^2 \quad ; \quad r_a = \sqrt{\frac{4dc_1}{\pi}}$$

en donde: $d = 5 \text{ m} ; c_1 = 7.5 \text{ m}$

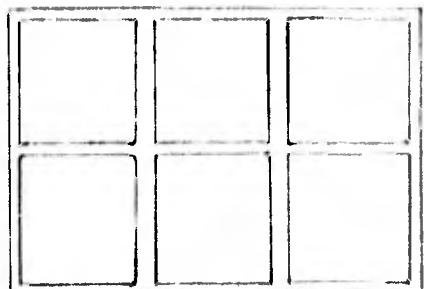
$$r_a = \sqrt{\frac{4(5)(7.5)}{\pi}} = 6.909 \text{ m.}$$

Cimentación de cajón con 6 celdas

$$\text{muros: } (0.30)(4)(10)(5) + (0.30)(3)(16)(5) = 127.5 \text{ m}^3$$

$$\text{losas: } (0.30 + 0.16)(10)(1.5) = \frac{82.5 \text{ m}^3}{210.0 \text{ m}^3}$$

$$\gamma_c = 2.4 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3}$$



$$W_o = (210.0)(2.4) = 504 \text{ Ton}$$

$$m_o = \frac{504}{9.81} = 51.37 \frac{\text{Ton - Seg}^2}{\text{m}}$$

MODO	PERIODO (seg)	FRECUENCIA (rad/seg)	$A(\tau_j)$ (m/seg ²)	$\frac{A(\tau_j)}{\omega^2}$	c_j
1	2.070	3.035	2.354	0.255	9.656
2	0.623	10.085	1.960	0.019	-2.29
3	0.322	19.51	1.299	0.003	0.927
4	0.200	31.41	1.030	0.001	0.505
5	0.135	46.59	0.886	0.000	0.316
6	0.097	104.77	0.802	0.000	0.207
7	0.073	136.071	0.749	0.000	-0.138
8	0.057	110.23	0.714	0.000	0.085
9	0.047	133.68	0.692	0.000	-0.0169
10	0.042	149.59	0.692	0.000	0.0271

NIVEL	FORMA MODAL X _{ij}									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0.1272	0.1374	0.1387	-0.1291	0.1114	-0.0901	-0.0692	-0.0496	-0.0319	-0.0156
9	0.1242	0.1106	0.0634	0.0064	-0.0734	0.1200	0.1383	0.1295	0.0987	0.0531
8	0.1200	0.0721	-0.0277	0.1172	-0.1320	0.0660	-0.0372	-0.1198	-0.1408	-0.0925
7	0.1141	0.0248	-0.1042	0.1244	-0.0139	-0.1224	-0.1191	0.0666	0.1260	0.1221
6	0.1068	-0.0255	-0.1353	0.0252	0.1305	-0.0692	0.1071	0.1120	-0.0615	-0.1392
5	0.0980	-0.0719	-0.1085	-0.0958	0.0850	0.1708	0.0559	-0.1356	-0.0275	0.1422
4	0.0879	-0.1080	-0.0353	-0.1357	-0.0777	0.0717	-0.1401	0.0440	0.1055	-0.1306
3	0.0765	-0.1266	0.0530	-0.0608	-0.1330	-0.1193	0.0267	0.0849	-0.1418	0.1057
2	0.0636	-0.1301	0.1182	0.0652	-0.0047	-0.0744	0.1243	-0.1417	0.1218	-0.0700
1	0.0485	-0.1101	0.1304	0.1339	0.1294	0.1176	-0.1005	0.0788	-0.0542	0.0276

Los valores que a continuación se mencionan se mantienen constantes en todos los ejemplos de aplicación de esta tesis.

$$\nu = 0.47$$

$$\gamma = 1.2 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3}$$

$$V_s = 40 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{1.2}{9.81} = 0.122 \frac{\text{Ton} \cdot \text{Seg}^2}{\text{m}^4}$$

$$q = \rho V_s^2 = (0.122)(40)^2 = 195.71 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^2}$$

$$G_s = 195.71 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^2}$$

$$\Omega = 100$$

$$L = 5 \text{ m}$$

$$\omega_j = \frac{2\pi}{T_j}$$

$$D_s = 30 \text{ m}$$

$$D = 5 \text{ m}$$

Se calcula la primera masa modal:

$$M_1 = \frac{(\sum m_i x_{i,1})^2}{\sum m_i x_{i,1}^2} = \frac{93.47}{1.00} = 93.47 \frac{\text{Ton} \cdot \text{Seg}^2}{\text{m}}$$

$$(\sum m_i x_{i,1})^2 = \left[10(0.1272 + 0.1242 + 0.1200 + 0.1141 + 0.1068 + 0.098 + 0.0819 + 0.0765 + 0.0636 + 0.0485) \right]^2 = 93.47$$

$$\sum m_i x_{i,1}^2 = 10 \left[(0.1272)^2 + (0.1242)^2 + (0.1200)^2 + (0.1141)^2 + (0.1068)^2 + (0.098)^2 + (0.0819)^2 + (0.0765)^2 + (0.0636)^2 + (0.0485)^2 \right] = 100$$

y la primer altura modal:

$$H_1 = \frac{\sum m_i h_i X_{i,1}}{\sum m_i X_{i,1}} = \frac{187.47}{9.668} = 19.39 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \sum m_i h_i X_{i,1} = & \left[(10 \times 0.1272) + (12.5 \times 0.1242) + (15 \times 0.1200) + (17.5 \times 0.1141) + \right. \\ & + (20 \times 0.1068) + (22.5 \times 0.0979) + (25 \times 0.0879) + (27.5 \times 0.0765) + \\ & \left. + (30 \times 0.0636) + (32.5 \times 0.0485) \right] / 10 = 187.47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum m_i X_{i,1} = 10 & \left[(0.1272) + (0.1242) + (0.1200) + (0.1141) + (0.1068) + (0.0979) + \right. \\ & + (0.0879) + (0.0765) + (0.0636) + (0.0485) \left. \right] = 9.668 \end{aligned}$$

Ahora se calculan los parámetros

$$\tilde{v}_h = \frac{\theta}{2-\nu}$$

$$\tilde{v}_h = \frac{\theta}{2-0.47} = 5.22 \text{ B}$$

$$K_h = \tilde{v}_h G r_a$$

$$K_h = (5.22 \text{ B})(195.68)(6.909) = 1068.01 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$\theta_1 = \frac{M_1}{K_h} \omega^2$$

$$\theta_1 = \frac{93.47}{7068.01} (3.035)^2 = 0.121$$

$$\theta_2 = \frac{H_1}{r_a}$$

$$\theta_2 = \frac{19.93}{6.909} = 2.88$$

$$\theta_3 = \frac{m_o}{M_1}$$

$$\theta_3 = \frac{51.37}{93.47} = 0.549$$

$$\theta_4 = \left(\frac{r_h / r_a^3}{M_1} \right)^{1/2}$$

$$\theta_4 = \left[\frac{(5.228)(0.122)(6.909)^3}{93.47} \right]^{1/2} = 1.5$$

$$\theta_5 = \Omega - \frac{g_o}{g} - \frac{L}{r_a}$$

$$\theta_5 = (1) \left(\frac{19.93}{19.93} \right) \left(\frac{5}{6.909} \right) = 0.723$$

Con los parámetros: θ_1 ; θ_2 ; θ_4 y $\frac{G_s}{G}$ se obtiene de la fig 3.

$$\tilde{\omega}_i = \omega_i \quad ; \quad \omega_i = 0.70$$

$$\tilde{\omega}_i = (0.70)(3.035) = 2.12 \text{ y } \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$\tilde{T}_i = \frac{2\pi}{\tilde{\omega}_i}$$

$$\tilde{T} = 2.95 \text{ seg.}$$

Como el periodo natural \tilde{T} está entre los periodos característicos del espectro de diseño para terreno compresible o sea, $T_1 < \tilde{T} < T_2$ a = c

$$a = 0.24$$

$$A(\tilde{T}) = a g$$

$$A(\tilde{T}_i) = (0.24)(9.81) = 2.35 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$$

Por otro lado al aplicar el A.T.C. en el mismo problema, con $D_s = 30 \text{ m}$ para todos los problemas siguientes:

$$T_i = 2.070$$

$$K = \gamma \pi^2 \frac{W_i}{g T_i^2}$$

$$\overline{w}_i = \frac{(\varepsilon w_i x_{i1})^2}{\varepsilon w_i x_{i1}^2}$$

$$\text{Si } m_i = \frac{w_i}{g} \quad \therefore \quad w_i = m_i g$$

$$\overline{W}_i = \frac{g(\sum m_i x_{i,1})^2}{\beta \sum m_i x_{i,1}^2} = \frac{g(\sum m_i x_{i,1})^2}{\sum m_i x_{i,1}^2}$$

de lo anterior se tiene

$$(\sum m_i x_{i,1})^2 = 93.47$$

$$m_i x_{i,1}^2 = 1.00$$

$$\overline{W}_i = \frac{9.81(93.47)}{100} = 916.94 \text{ Ton}$$

$$K = \frac{\gamma \pi^2 (916.94)}{(9.81)(2.070)^2} = 861.17 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$\bar{h} = \frac{\sum w_i h_i x_{i,1}}{\sum w_i x_{i,1}}, \quad \bar{h} = \frac{187.47}{9.668} = 19.39 \text{ m}$$

Se observa que es igual a la primera altura modal obtenida anteriormente

$$K_h = \frac{B G r_s}{2 - \nu} \left[1 + \frac{2}{3} \frac{D}{r_a} \right] \left[1 + \frac{1}{2} \frac{r_a}{D_s} \right] \left[1 + \frac{5}{4} \frac{D}{D_s} \right]$$

$$K_h = \frac{B(195.71)(6.909)}{(2 - 0.47)} \left[1 + \frac{2}{3} \frac{5}{6.909} \right] \left[1 + \frac{1}{2} \frac{6.909}{30} \right] \left[1 + \frac{5}{4} \frac{5}{30} \right]$$

$$K_h = 14123.69 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$K_\theta = \frac{B G r_m^3}{3(1-\nu)} \left[1 + \frac{2D}{r_m} \right] \left[1 + \frac{1}{6} \frac{r_m}{D_s} \right] \left[1 + 0.7 \frac{D}{D_s} \right]$$

$$r_m = \sqrt[4]{\frac{r_s p}{\pi}}, \quad I_o = \frac{b h^3}{12}, \quad I_o = \frac{10 \times 15^3}{12} = 2012.5 \text{ m}^4, \quad r_m = 773 \text{ m}$$

$$K_\theta = \frac{B(195.71)(773)^3}{3(1 - 0.47)} \left[1 + \frac{2(5)}{773} \right] \left[1 + \frac{1}{6} \frac{773}{30} \right] \left[1 + 0.7 \frac{5}{30} \right]$$

$$K_\theta = 1216.9473 \text{ Ton-m}$$

$$\tilde{T} = T_1 \sqrt{1 + \frac{\bar{k}}{k_h} \left(1 + \frac{k_h \bar{h}'}{k_0} \right)}$$

Sustituyendo valores y realizando las operaciones queda:

$$\tilde{T} = 2.38 \text{ seg} \quad \omega = 2.639 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

por lo que $T_1 < \tilde{T} < T_2$ en terreno compresible

$$\alpha = \epsilon = 0.24$$

$$A(\tilde{T}) = \alpha g = (0.24)(9.81) = 2.35 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$$

se calcula el coeficiente de participación modal

$$c_i = \frac{\sum m_i x_{ii}}{\sum m_i x_{ij}}$$

$$C_1 = \frac{9.66}{100} = 9.66$$

Para el primer modo

$$T_1 = 2.07 \text{ seg} \text{ (periodo fundamental de la estructura)}$$

$$T_1 < T < T_2$$

$$\text{por lo que } \alpha = \epsilon = 0.24$$

$$A(T_1) = \alpha g = (0.24)(9.81) = 2.35 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$$

entonces la aceleración por forma modal por piso queda como:

$$\ddot{U}_{i,1} = A(T_i) \times x_{i,1}$$

$$\ddot{U}_{1,1} = (2.35)(9.656)(0.1272) = 2.88 \frac{m}{seg^2}$$

$$\ddot{U}_{9,1} = (2.35)(9.656)(0.1242) = 2.81 \frac{m}{seg^2}$$

•
•

$$\ddot{U}_{11,1} = (2.35)(9.656)(0.0485) = 1.10 \frac{m}{seg^2}$$

El desplazamiento:

$$U_{i,1} = \frac{A(T_i)}{\omega^2} \times x_{i,1}$$

$$U_{10,1} = \frac{2.35}{(3.035)^2} (9.656)(0.1272) = 0.31 m$$

$$U_{9,1} = \frac{2.35}{(3.035)^2} (9.656)(0.1242) = 0.30 m$$

•
•
•

$$U_{11,1} = \frac{2.35}{(3.035)^2} (9.656)(0.0485) = 0.11 m$$

Las fuerzas sísmicas

$$F_{i,1} = m_i \ddot{U}_{i,1}$$

$$F_{10,1} = (10)(2.88) = 28.8 \text{ Ton}$$

$$F_{9,1} = (10)(2.81) = 28.1 \text{ Ton}$$

•
•
•

$$F_{11,1} = (10)(1.10) = 11.0 \text{ Ton}$$

Para la segunda forma modal

$$T_2 = 0.623 \quad \therefore \quad T_2 < T_1$$

por lo que la ordenada del espectro para diseño sísmico es

$$\alpha = \alpha_0 + (\alpha - \alpha_0) \frac{T_2}{T_1}$$

$$\alpha = 0.06 + (0.24 - 0.06) \frac{0.623}{0.8} = 0.20$$

$$\alpha = 0.20$$

de donde

$$A(T_2) = \alpha g = (0.20)(9.81) = 1.96 \frac{m}{seg^2}$$

y el coeficiente de participación es

$$\alpha_{i2} = \frac{\sum m_i x_{i2}}{\sum m_i x_{i2}^2} ; \quad \alpha_{i2} = -2.29$$

La aceleración para la segunda forma modal es:

$$\ddot{y}_{i2} = A(T_2) \alpha_{i2} x_{i2}$$

$$\ddot{y}_{i1,2} = (1.96)(-2.29)(0.1317) = -0.616 \frac{m}{seg^2}$$

$$\ddot{y}_{q2} = (1.96)(-2.29)(0.1106) = -0.486 \frac{m}{seg^2}$$

•

•

$$\ddot{y}_{j2} = (1.96)(-2.29)(-0.1101) = 0.494 \frac{m}{seg^2}$$

Los desplazamientos :

$$U_{i,2} = \frac{A(T_i)}{C_i} \cdot C_i \cdot X_{i,2}$$

$$U_{10,2} = \frac{(1.96)}{(10.085)} \cdot (-2.29) (0.1387) = -0.006 \text{ m}$$

$$U_{9,2} = \frac{(1.96)}{(10.085)} \cdot (-2.29) (0.1106) = -0.004 \text{ m}$$

•

•

•

$$U_{1,2} = \frac{(1.96)}{(10.085)} \cdot (-2.29) (-0.1101) = 0.007 \text{ m}$$

Las fuerzas sismicas :

$$F_{i,2} = m_i \ddot{u}_{i,2}$$

$$F_{10,2} = (10)(-0.616) = -6.16 \text{ Ton}$$

$$F_{9,2} = (10)(-0.496) = -4.96 \text{ Ton}$$

•

•

$$F_{1,2} = (10)(0.494) = 4.94 \text{ Ton}$$

Calculando las respuestas con interacción se tiene; que las aceleraciones son:

$$\ddot{U}_{i,1} = A(\tilde{\tau}_i) \cdot C_i \cdot x_{i,1}$$

$$\ddot{U}_{i,1} = (2.35)(9.656)(0.1272) = 2.88 \frac{m}{seg^2}$$

$$\ddot{U}_{q,1} = (2.35)(9.656)(0.1242) = 2.81 \frac{m}{seg^2}$$

•

•

$$\ddot{U}_{i,1} = (2.35)(9.656)(0.0485) = 1.10 \frac{m}{seg^2}$$

La aceleración con interacción para las siguientes formas modales es la misma que para sin interacción.

Desplazamientos con interacción:

$$\tilde{U}_i = \frac{A(\tilde{\tau}_i)}{\tilde{\omega}_i} \cdot C_i \cdot x_{i,1}$$

$$\tilde{U}_{i,1} = \frac{(2.35)}{(2.124)} (9.656)(0.1272) = 0.639 m$$

$$\tilde{U}_{q,1} = \frac{(2.35)}{(2.124)} (9.656)(0.1242) = 0.624 m$$

•

•

•

•

$$\tilde{U}_{i,1} = \frac{(2.35)}{(2.124)} (9.656)(0.0485) = 0.243 m$$

Las fuerzas con interacción

$$\tilde{F}_{i,1} = m_i \cdot \tilde{U}_{i,1}$$

$$\tilde{F}_{i,1} = (10)(2.88) = 28.8 \text{ Ton}$$

$$\tilde{F}_{q,1} = (10)(2.81) = 28.1 \text{ Ton}$$

•

•

•

$$\tilde{F}_{l,1} = (10)(1.10) = 11.0 \text{ Ton}$$

A continuación se presenta en tablas el cálculo del problema.

NIVEL	DESPLAZAMIENTO (m)			$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$ (m)	(m)	
	modo 1	modo 2	modo 3		modo 1	modo 2
10	0.31	-0.086		0.31	0.63	0.63
9	0.30	-0.004		0.30	0.62	0.62
8	0.29	-0.003		0.29	0.60	0.60
7	0.28	-0.001		0.28	0.57	0.57
6	0.26	0.001		0.26	0.53	0.53
5	0.24	0.003		0.24	0.49	0.49
4	0.21	0.004		0.21	0.44	0.44
3	0.18	0.005		0.18	0.38	0.38
2	0.15	0.005		0.15	0.31	0.31
1	0.11	0.004		0.11	0.24	0.24

SIN INTERACCION

CON INTERACCION

NIVEL	ACCELERACION (m/s^2)			$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_{ij}^2}$ (m/s^2)	(m/s^2)	$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_{ij}^2}$ (m/s^2)
	modo 1	modo 2	modo 3			
10	2.88	-0.6163	0.166	2.94	2.88	2.94
9	2.81	-0.496	0.076	2.85	2.81	2.85
8	2.727	-0.323	-0.033	2.74	2.727	2.74
7	2.589	-0.111	-0.125	2.59	2.589	2.59
6	2.427	0.114	-0.162	2.43	2.427	2.43
5	2.227	0.322	-0.130	2.24	2.227	2.24
4	1.997	0.484	-0.042	2.02	1.997	2.02
3	1.738	0.577	0.063	1.78	1.738	1.78
2	1.445	0.583	0.142	1.50	1.445	1.50
1	1.102	0.494	0.157	1.16	1.102	1.16

SIN INTERACCION

CON INTERACCION

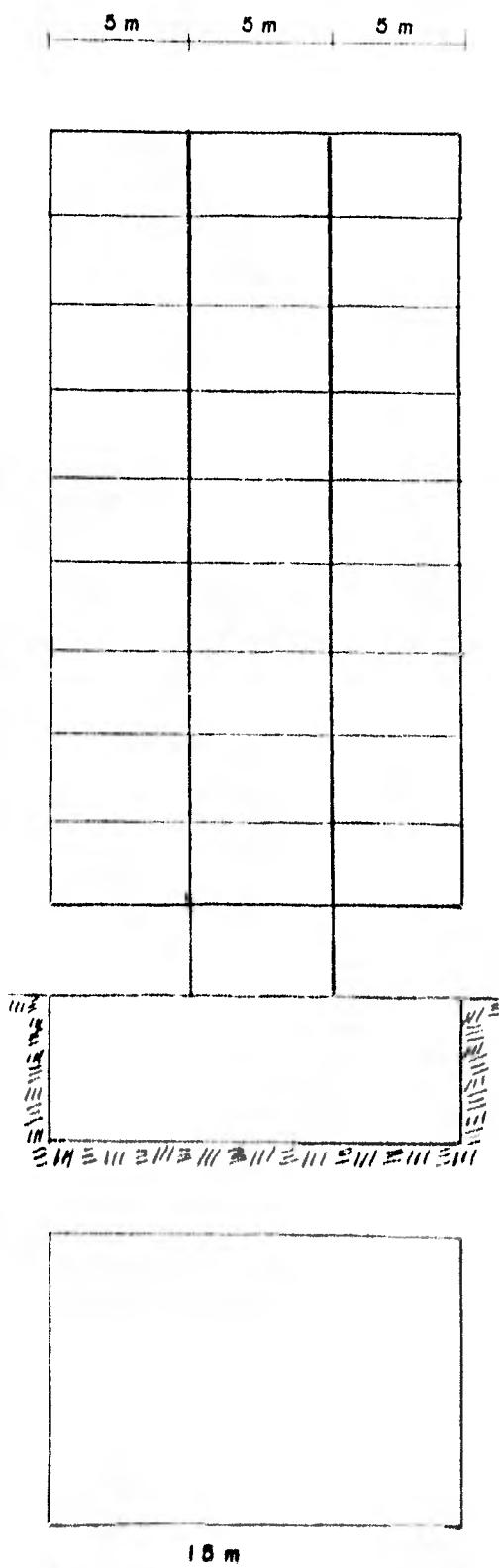
NIVEL	FUERZAS (ton.)										$\sqrt{\sum_{i=1}^n F_i^2}$ (ton)	V (ton)	M (ton.m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
10	28.91	-4.23	1.669	-0.671	0.312	-0.149	-0.880	-0.027	0.012	-0.003	29.28	29.28	73
9	28.23	-3.41	0.763	0.033	-0.205	0.199	-0.759	-0.078	0.038	0.010	28.50	57.78	216
8	27.27	-2.22	-0.333	0.609	-0.369	0.109	0.473	-0.072	0.055	-0.017	27.37	85.15	502
7	25.91	-0.765	-1.254	0.647	-0.010	-0.203	1.515	0.003	-0.049	0.023	26.00	111.15	1070
6	24.27	0.786	-1.629	0.131	0.365	-0.114	-1.362	1.120	0.024	-0.026	24.40	135.55	2202
5	22.27	2.218	-1.302	-0.498	0.238	0.200	-0.711	-0.082	0.010	-0.027	22.43	157.98	4461
4	19.97	3.330	-0.425	-0.700	-0.217	0.119	-0.226	0.026	-0.041	-0.025	20.26	178.24	8972
3	17.38	3.96	0.638	-0.316	-0.372	0.198	-0.339	0.051	0.055	0.020	17.84	196.08	17,987
2	14.45	4.01	1.423	0.339	-0.013	-0.123	-1.58	-0.085	-0.050	-0.013	15.15	211.23	36,011
1	11.02	3.39	1.57	0.690	0.362	0.195	1.278	0.047	0.021	0.005	11.73	222.96	73,168

SIN INTERACCION

ω

NIVEL	FZA.	$\sqrt{\frac{K_2}{C_1} F_i}$ (ton)	\tilde{V} (ton)	\tilde{M} (ton·m)
	modo 1			
10	28.91	29.28	29.28	73
9	28.23	28.50	57.78	216
8	27.27	27.37	85.15	502
7	25.91	26.00	111.15	1070
6	24.27	24.40	135.55	2202
5	22.27	22.43	157.98	4461
4	19.97	20.26	178.24	8972
3	17.38	17.84	196.08	17987
2	14.45	15.15	211.23	36011
1	11.02	11.73	222.96	73168

CON INTERACCION



4.2 Marco rígido con pisos colgados de un núcleo central y muros constantes

$$I_{c_1} = 0.009 \text{ m}^4; \quad I_{c_2} = 0.034 \text{ m}^4; \quad I_T = 0.003 \text{ m}^4$$

$$A_{c_1} = 0.319 \text{ m}^2; \quad A_{c_2} = 0.639 \text{ m}^2$$

$$r_a = 6.909 \text{ m}$$

$$m_0 = 51.37 \frac{\text{ton-seg}}{\text{m}}^2$$

$$M_1 = 74.886 \frac{\text{Ton-seg}}{\text{m}}^2$$

$$H_1 = 14.016 \text{ m}$$

$$q_h = 5.228$$

$$k_h = 7068.01 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$\theta_1 = 0.045$$

$$\theta_2 = 2.028$$

$$\theta_3 = 0.684$$

$$\frac{g}{4} = 1.705$$

$$\frac{g}{5} = 0.723$$

$$\alpha = 0.92$$

$$\tilde{\omega}_1 = 1.864 \text{ rad/seg}$$

$$T_1 = 3.29 \text{ seg} \quad \therefore \quad T_1 < T < T_2$$

$$a = c = 0.24$$

$$A(\hat{T}_1) = ag = (0.24)(9.81) = 2.354 \text{ m/seg}^2$$

Por otra parte por la norma de ATC se tiene:

$$D_5 = 30 \text{ m}$$

$$k = 321.98 \text{ Ton/m}$$

$$\bar{W}_1 = 735.24 \text{ Ton}$$

$$k_h = 14.123.69 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$K_{(f)} = 1.216.947,3 \text{ Ton-m}$$

$$h = 14.016 \text{ m}$$

$$T = 3.142 \text{ seg} \quad \therefore \quad T_1 < T < T_2 \quad \omega_1 = 1.999 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$a = c = 0.24$$

$$A(T_1) = 2.354$$

MODO	PERIODO (seg)	FRECUENCIA (rad/seg)	$A(T_j)$ (m/seg ²)	$\frac{A(T_j)}{w^2}$	c_j
1	3.031	2.072	2.354	0.547	8.654
2	0.621	10.117	1.959	0.019	3.734
3	0.338	18.589	1.335	0.003	1.913
4	0.222	28.301	2.078	0.001	-1.676
5	0.157	40.020	0.936	0.0005	1.341
6	0.119	52.799	0.852		1.375
7	0.094	66.84	0.797		-2.441
8	0.078	80.553	0.760		0.328
9	0.066	95.199	0.734		0.337
10	0.059	106.491	0.719		0.140

NIVEL	FORMA MODAL X_{ij}									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0.1599	-0.1392	0.1329	0.1177	0.1006	-0.0784	-0.0627	0.0454	0.0317	-0.0155
9	0.1464	-0.0931	0.0332	-0.0370	-0.0913	0.1233	0.1307	-0.1218	-0.0961	0.0527
8	0.1316	-0.0319	-0.0748	-0.1351	-0.1137	0.0336	-0.0530	0.1188	0.1362	-0.0910
7	0.1156	-0.0350	-0.1367	-0.0860	0.0524	-0.1322	-0.0933	-0.0218	-0.1247	0.1199
6	0.0985	0.0940	-0.1181	0.0556	0.1335	-0.0080	0.1217	-0.0921	0.0667	-0.1371
5	0.0804	0.1329	-0.0302	0.1379	-0.0031	0.1337	0.0032	0.1340	0.0163	0.1407
4	0.0615	0.1435	0.0756	0.0729	-0.1345	-0.0182	-0.1241	-0.0710	-0.0932	-0.1305
3	0.0422	0.1240	0.1378	-0.0705	-0.0457	-0.1296	0.0881	-0.0479	0.1355	0.1075
2	0.0231	0.0801	0.1223	-0.1417	0.1207	0.0462	0.0571	0.1285	-0.1269	-0.0739
1	0.0061	0.0280	0.0493	-0.0814	0.1153	0.1512	-0.1620	-0.1350	0.0882	0.0413

NIVEL	DESPLAZAMIENTO (m)			$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$ (m)	(m)	$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$ (m)
	modo 1	modo 2	modo 3			
10	0.756	-0.009		0.756	0.937	0.937
9	0.693	-0.006		0.696	0.858	0.858
8	0.622	-0.002		0.622	0.771	0.771
7	0.547	-0.002		0.547	0.677	0.677
6	0.466	0.006		0.466	0.577	0.577
5	0.380	0.009		0.380	0.471	0.471
4	0.291	0.010		0.291	0.360	0.360
3	0.199	0.008		0.199	0.247	0.247
2	0.109	0.005		0.109	0.135	0.135
1	0.028	0.001		0.028	0.035	0.035

SIN INTERACCION

CON INTERACCION

NIVEL	ACCELERACION (m/s^2)			$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$ (m/s^2)	(m/s^2)	$\sqrt{\sum_{i=1}^n U_i^2}$ (m/s^2)
	modo 1	modo 2	modo 3			
10	3.858	-1.018	0.339	4.004	3.858	4.004
9	2.983	-0.681	0.084	3.060	2.983	3.060
8	2.681	-0.233	-0.191	2.697	2.681	2.697
7	2.355	-0.256	-0.349	2.394	2.355	2.394
6	2.007	0.687	-0.301	2.142	2.007	2.142
5	1.638	0.972	-0.077	1.906	1.638	1.906
4	1.253	1.050	0.193	1.646	1.253	1.646
3	0.859	0.907	0.352	1.297	0.859	1.297
2	0.470	0.586	0.312	0.813	0.470	0.813
1	0.124	0.204	0.125	0.269	0.124	0.269

SIN INTERACCION

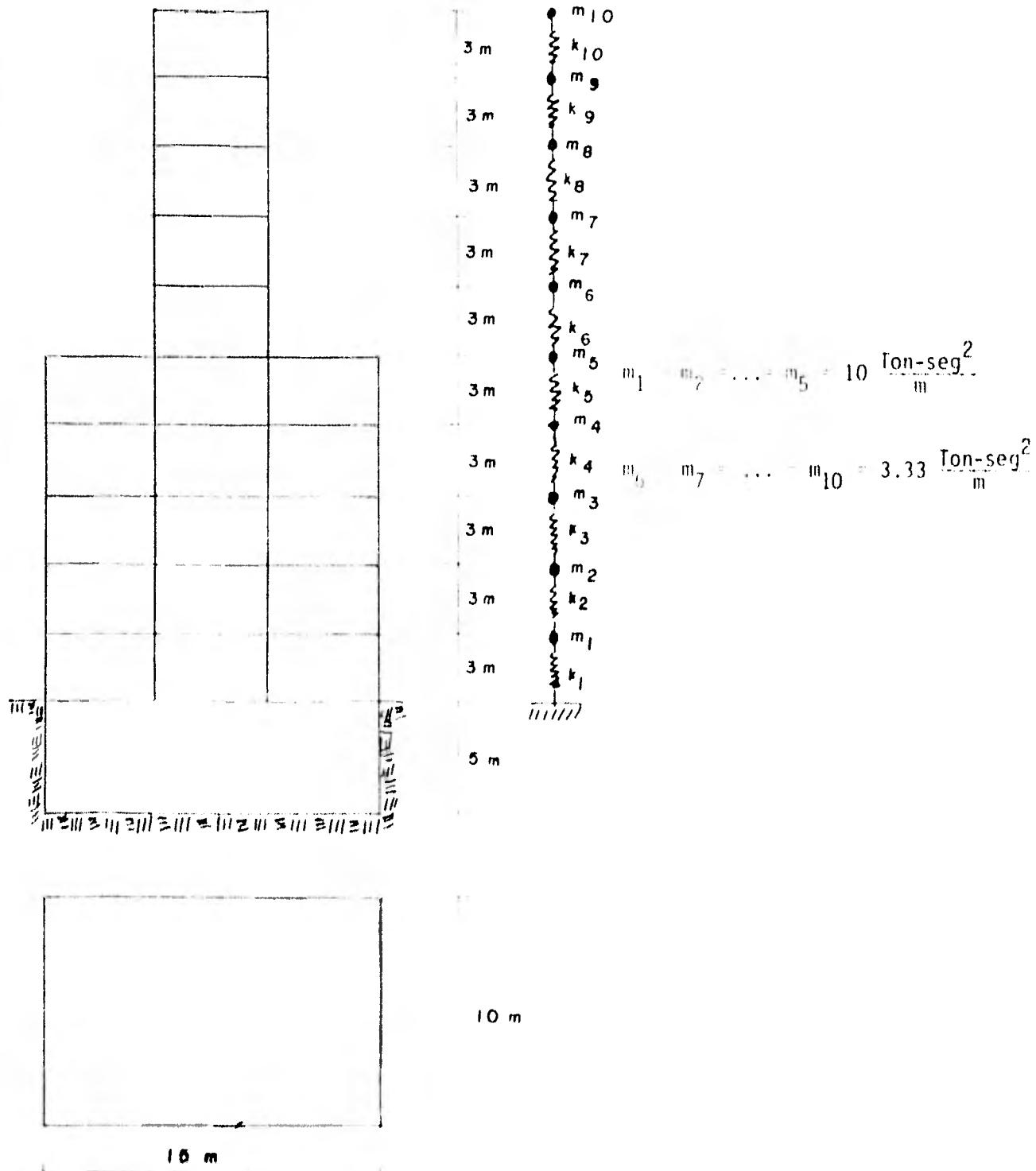
CON INTERACCION

NIVEL	FUERZAS (ton.)										$\sqrt{\sum_{i=1}^n F_i^2}$ (ton)	V (ton)	M (ton·m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
10	38.581	-10.186	3.395	-2.128	1.264	-0.919	1.020	0.113	0.078	-0.015	34.42	34.42	103
9	29.830	-6.813	0.848	0.669	-1.147	1.446	-0.254	-0.303	-0.233	0.053	30.67	65.10	298
8	26.814	-2.334	-1.910	2.443	-1.428	0.394	1.031	0.296	0.338	-0.092	27.15	92.26	678
7	23.554	-2.561	-3.492	1.555	0.658	-1.550	-1.816	-0.064	-0.308	0.124	24.12	116.38	1429
6	20.070	6.829	-3.017	-1.005	1.677	-0.093	-2.368	-0.229	0.165	-0.138	21.65	138.03	2925
5	16.380	9.725	-0.771	-2.494	-0.003	1.563	-0.062	0.334	0.040	0.142	19.29	157.33	5907
4	12.531	10.501	1.931	-1.318	-1.690	-0.213	2.415	-0.177	-0.230	-0.132	16.78	174.11	14771
3	8.598	9.074	3.520	1.275	-0.574	-1.519	-1.714	0.119	0.335	0.108	13.26	187.37	26675
2	4.706	5.861	3.124	2.562	1.516	0.541	-1.111	0.320	-0.314	-0.074	8.76	196.14	50432
1	1.242	2.049	1.259	1.472	1.448	1.773	3.153	-0.336	0.218	0.041	4.98	201.12	103804

SIN INTERACCION

NIVEL	F.Z.A.	$\sqrt{\sum_{i=1}^n F_i^2}$ (ton)	\tilde{v} (ton)	\tilde{M} (ton·m)
	modo 1			
10	38.581	34.42	34.42	103
9	29.830	30.67	65.10	298
8	26.814	27.15	92.26	678
7	23.554	24.12	116.38	1429
6	20.070	21.65	138.03	2925
5	16.380	19.29	157.33	5907
4	12.531	16.78	174.11	14771
3	8.598	13.26	187.37	26675
2	1.706	8.76	196.14	50432
1	1.242	4.98	201.12	103804

CON INTERACCION



4.3 Marco rígido con disminución en planta en los pisos superiores.
Masas variables

$$\begin{aligned}
 I_{c_{10}} &= 0.003 \text{ m}^4 & A_{c_{10}} &= 0.202 \text{ m}^2 \\
 I_{c_9} &= 0.007 \text{ m}^4 & A_{c_9} &= 0.286 \text{ m}^2 \\
 I_{c_8} &= 0.010 \text{ m}^4 & A_{c_8} &= 0.350 \text{ m}^2 \\
 I_{c_7} &= 0.014 \text{ m}^4 & A_{c_7} &= 0.404 \text{ m}^2 \\
 I_{c_6} &= 0.017 \text{ m}^4 & A_{c_6} &= 0.452 \text{ m}^2 \\
 I_{c_5} &= 0.020 \text{ m}^4 & A_{c_5} &= 0.495 \text{ m}^2 \\
 I_{c_4} &= 0.024 \text{ m}^4 & A_{c_4} &= 0.534 \text{ m}^2 \\
 I_{c_3} &= 0.027 \text{ m}^4 & A_{c_3} &= 0.571 \text{ m}^2 \\
 I_{c_2} &= 0.031 \text{ m}^4 & A_{c_2} &= 0.606 \text{ m}^2 \\
 I_{c_1} &= 0.034 \text{ m}^4 & A_{c_1} &= 0.639 \text{ m}^2 \\
 I_{c_T} &= 0.003 \text{ m}^4 & A_T &= 0.202 \text{ m}^2 \\
 m_0 &= 51.37 \frac{\text{Ton-seg}^2}{\text{m}} \\
 M_1 &= 38.781 \frac{\text{Ton-seg}^2}{\text{m}} \\
 h_1 &= 16.241 \text{ m} \\
 k_h &= 7068,01 \text{ Ton/m}
 \end{aligned}$$

$$\theta_1 = 0.13$$

$$\theta_2 = 2.35$$

$$\theta_3 = 1.324$$

$$\theta_4 = 5.424$$

$$\theta_5 = 0.723$$

$$\alpha = 0.68$$

$$\hat{\omega}_1 = 3.393 \text{ rad/sec}$$

$$\hat{T} = 1.85 \text{ seg} \quad \therefore \quad T_1 + \hat{t} + T_2$$

$$a = c = 0.24$$

$$A(T_1) = ag = 2.354$$

aplicando AIC:

$$D_5 = 30 \text{ m}$$

$$k = 969.34 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$\bar{w}_i = 380.46 \text{ Ton}$$

$$k_h = 14123.69 \text{ Ton/m}$$

$$k_n = 1216947.3 \text{ Ton-m}$$

$$h = 16,241 \text{ m}$$

$$\bar{T} = 1.420 \text{ seg} \quad ; \quad T_1 < \bar{T} < T_2 \quad \bar{\omega} = 4.42 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$a = c = 0.24$$

$$A(T_1) = 2.354 \text{ m/sec}^2$$

MODO	PERIODO (seg)	FRECUENCIA (rad/seg)	$A(T_j)$ (m/seg ²)	$\frac{A(T_j)}{\omega^2}$	c_j
1	1.256	5.002	2.354	0.094	6.228
2	0.601	10.454	1.916	0.017	- 3.959
3	0.285	22.046	1.218	0.002	- 1.763
4	0.195	32.221	1.019	0.0009	- 1.948
5	0.133	47.241	0.882		1.013
6	0.096	65.449	0.801		- 1.356
7	0.076	82.673	0.757		- 0.758
8	0.056	112.192	0.713		- 0.971
9	0.049	128.228	0.696		- 0.571
10	0.037	169.815	0.672		0.753

NIVEL	FORMA MODAL X_{ij}									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0.2797	0.2521	-0.2816	0.1854	0.1850	0.0782	-0.0649	0.0153	-0.0099	-0.0003
9	0.2545	0.1678	0.0069	-0.1261	-0.3024	-0.2076	0.2227	-0.0689	-0.0501	0.0021
8	0.2196	0.0635	0.2196	-0.1995	-0.0710	0.1432	-0.3024	0.1572	-0.1351	-0.0072
7	0.1784	-0.0386	0.2610	-0.0472	0.2508	0.1117	0.1118	-0.2199	0.2451	0.0184
6	0.1360	-0.1181	0.1556	0.1283	0.1733	-0.1531	0.2159	0.1652	-0.3135	-0.0391
5	0.1008	-0.1552	0.0119	0.1510	-0.0699	-0.0958	-0.1125	-0.0365	0.1149	0.0391
4	0.0761	-0.1448	-0.0736	0.0112	-0.0846	0.1359	0.0225	-0.1459	-0.1071	-0.0940
3	0.0518	-0.1129	-0.1093	-0.1198	0.0190	0.0809	0.0914	0.1305	0.0453	0.1547
2	0.0287	-0.0681	-0.0891	-0.1464	-0.0962	-0.1234	-0.0484	0.0228	0.0496	-0.1881
1	0.0096	-0.0239	-0.0367	-0.0712	0.0622	-0.1241	-0.0898	-0.1573	-0.1055	0.1723

NIVEL	DESPLAZAMIENTO (m)			$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_{ij}^2}$ (m)	(m)	
	modo 1	modo 2	modo 3		modo 1	modo 2
10	0.163	-0.016		0.163	0.356	0.356
9	0.148	-0.011		0.148	0.324	0.324
8	0.128	-0.004		0.128	0.279	0.279
7	0.104	0.002		0.104	0.227	0.227
6	0.079	0.007		0.079	0.173	0.173
5	0.059	0.010		0.059	0.128	0.128
4	0.044	0.009		0.044	0.096	0.096
3	0.030	0.007		0.030	0.065	0.065
2	0.016	0.004		0.016	0.036	0.036
1	0.005	0.001		0.005	0.012	0.012

SIN INTERACCION

CON INTERACCION

NIVEL	ACCELERACION (m/seg^2)			$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$ (m/seg^2)	(m/seg^2)	$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$ (m/seg^2)
	modo 1	modo 2	modo 3			
10	1.365	-0.636	2.013	1.526	1.365	1.526
9	1.242	-0.423	-0.004	1.321	1.242	1.321
8	1.072	-0.160	-0.157	1.106	1.072	1.106
7	0.870	0.091	-0.186	0.902	0.870	0.902
6	0.663	0.298	-0.111	0.748	0.663	0.748
5	1.477	1.177	-0.026	1.919	1.477	1.919
4	1.115	1.098	0.153	1.587	1.115	1.587
3	0.759	0.856	0.234	1.202	0.759	1.202
2	0.420	0.516	0.019	0.775	0.420	0.775
1	0.140	0.181	0.078	0.351	0.140	0.351

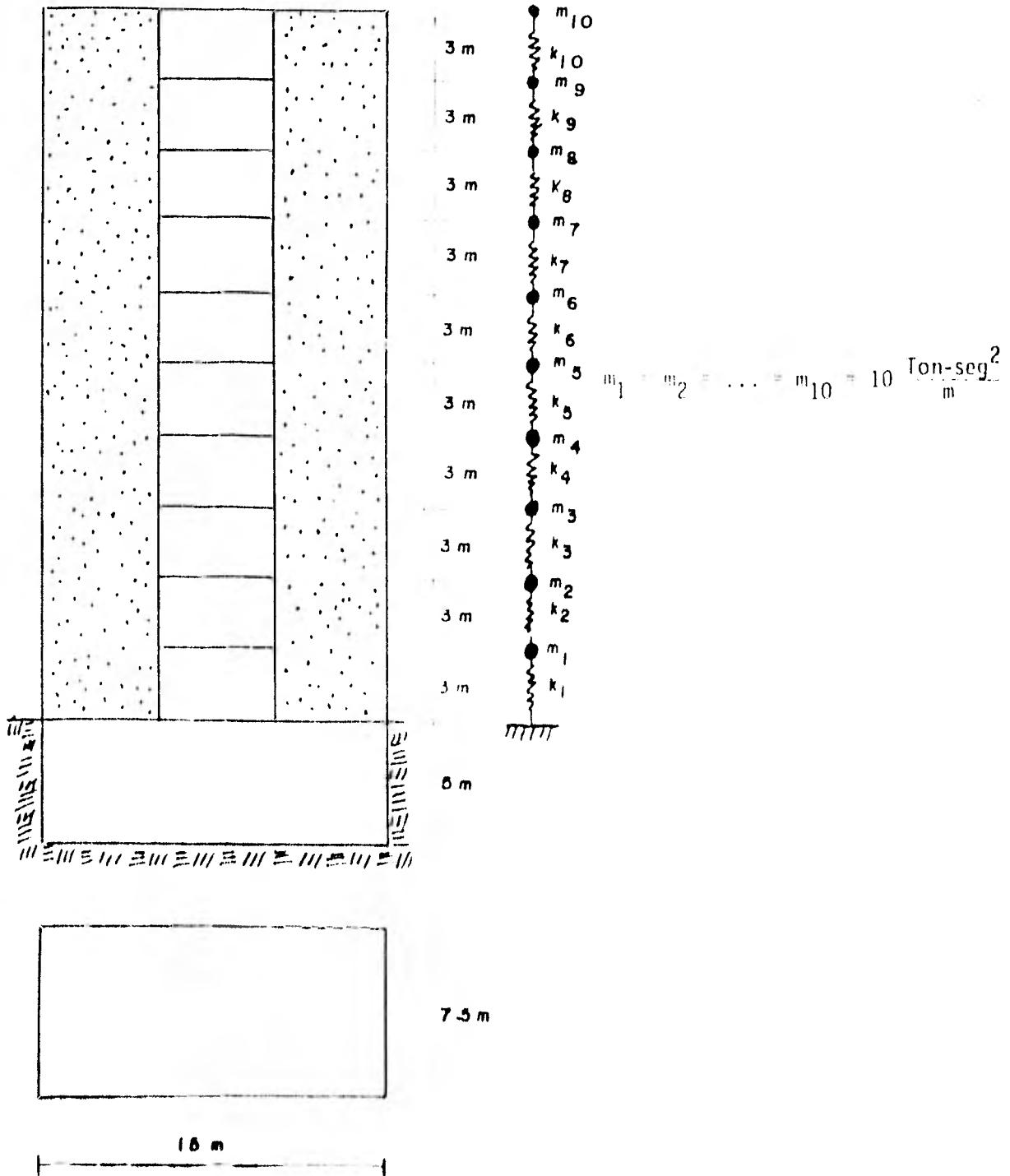
SIN INTERACCION

CON INTERACCION

NIVEL	FUERZAS (ton.)										$\sqrt{\sum_{i=1}^n F_i^2}$ (ton)	V (ton)	M (ton·m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
10	13.655	-6.367	2.013	-1.225	0.550	-0.282	0.124	-0.035	0.013	-0.0005	15.264	15.264	45
9	12.424	-4.238	-0.049	0.833	-0.899	0.750	-0.425	0.158	-0.066	0.003	13.215	28.471	131
8	10.720	-1.603	-1.570	1.318	-0.211	-0.517	0.577	-0.362	0.178	-0.012	11.069	39.548	295
7	8.709	0.975	-1.866	0.311	0.746	-0.404	-0.213	0.506	-0.336	0.031	9.029	48.577	618
6	6.639	2.983	-1.112	-0.848	0.515	0.553	-0.412	-0.380	0.414	-0.065	7.483	56.060	963
5	14.777	11.772	-0.255	-2.997	-0.624	1.040	0.645	-0.252	-0.456	0.197	19.190	75.250	2280
4	11.156	10.982	1.580	-0.222	-0.755	-1.476	-0.129	1.010	0.425	-0.475	15.870	91.122	4607
3	7.594	8.563	2.347	2.378	0.169	-0.878	-0.524	-0.903	-0.180	0.782	12.029	103.149	9251
2	4.207	5.165	1.913	2.906	0.859	1.340	0.277	-0.157	-0.197	-0.951	7.750	110.899	18527
1	1.407	1.812	0.788	1.413	0.555	1.347	0.515	1.089	0.419	0.871	3.519	114.418	37064

NIVEL	FZA.	$\sqrt{\frac{K}{C-1} F_1^2}$ (ton)	\tilde{V} (ton)	\tilde{M} (ton·m)
	modo 1			
10	13.655	15.264	15.264	45
9	12.424	13.215	28.471	131
8	10.720	11.069	39.548	295
7	8.709	9.029	48.577	618
6	6.639	7.483	56.060	963
5	14.777	19.190	75.250	2280
4	11.156	15.870	91.122	4607
3	7.594	12.029	103.149	9251
2	4.207	7.750	110.899	18527
1	1.407	3.519	114.418	37064

CON INTERACCION



4.4 Muros de cortante acoplados, con masa uniforme

$$I_{C_1} = 12.500 \text{ m}^4; \quad I_T = 0.001 \quad A_{C_1} = 1.50 \text{ m}^2$$

$$m_0 = 51.37 \frac{\text{Ton-seg}^2}{\text{m}}$$

$$M_1 = 67.396 \frac{\text{Ton-seg}^2}{\text{m}}$$

$$H_1 = 13.037 \text{ m}$$

$$c_h = 5.228$$

$$k_h = 7068.01 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$\theta_1 = 1.27$$

$$\theta_2 = 1.88$$

$$\theta_3 = 0.762$$

$$\theta_4 = 1.76$$

$$\theta_5 = 0.723$$

$$\alpha = 0.62$$

$$\tilde{\omega}_1 = 8.09 \text{ rad/seg}$$

$$\tilde{T}_1 = 0.87 \text{ seg} \quad T_1 = T - T_2$$

$$a = c = 0.24$$

$$A(T_1) = 2.354 \text{ m/seg}^2$$

del ATC se tiene:

$$D_s = 30 \text{ m}$$

$$\bar{k} = 9021.17 \text{ Ton/m}$$

$$\bar{w}_1 = 661.19 \text{ Ton}$$

$$k_h = 8908 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$k_0 = 1.217.236 \text{ T-m}$$

$$\tilde{T} = 0.982 \text{ seg} \quad T_1 = T - T_2 \quad \omega = 6.39 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$a = c = 0.24$$

$$A(T_1) = 2.354 \text{ m/seg}^2$$

MODO	PERIODO (seg)	FRECUENCIA (rad/seg)	$A(T_j)$ (m/seg ²)	$\frac{A(T_j)}{\omega^2}$	c_j
1	0.543	11.569	1.787	0.013	8.210
2	0.114	54.82	0.841	0.0002	-7.898
3	0.052	120.83	0.703		2.508
4	0.033	187.55	0.662		1.652
5	0.025	250.36	0.644		1.0767
6	0.020	305.00	0.634		-0.811
7	0.017	352.98	0.627		0.544
8	0.016	390.25	0.624		-0.376
9	0.015	416.10	0.621		-0.237
10	0.014	433.32	0.620		0.0178

NIVEL	FORMA MODAL x_{ij}									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0.1776	0.1421	0.1227	-0.1059	0.0917	0.0775	0.0631	0.0480	-0.0324	0.0163
9	0.1550	0.0719	0.0173	0.0381	-0.0849	-0.1194	-0.1348	-0.1282	0.1000	-0.0547
8	0.1321	0.0005	-0.0797	0.1264	-0.1170	-0.0499	0.0436	0.1189	-0.1384	0.0913
7	0.1093	-0.0631	-0.1257	0.0865	0.0369	0.1329	0.1111	-0.0127	0.1239	-0.1179
6	0.0869	-0.1108	-0.1014	-0.0433	0.1410	0.0399	-0.1175	-0.1005	-0.0673	0.1346
5	0.0655	-0.1362	-0.0207	-0.1345	0.0363	-0.1351	-0.0262	0.1375	-0.0144	-0.1387
4	0.0459	-0.1373	0.0753	-0.0982	-0.1202	-0.0245	0.1377	-0.0680	0.0902	0.1302
3	0.0288	-0.1160	0.1393	0.0331	-0.0925	0.1372	-0.0686	-0.0542	-0.1346	-0.1100
2	0.0148	-0.0789	0.1409	0.1369	0.0787	0.0076	-0.0874	0.1336	0.1301	0.0794
1	0.0050	-0.0362	0.0829	0.1179	0.1377	-0.1423	0.1334	-0.1121	-0.0809	-0.0423

NIVEL	DESPLAZAMIENTO (m)			$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$ (m)	(m)	$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$ (m)
	modo 1	modo 2	modo 3			
10	0.018			0.018	0.052	0.052
9	0.016			0.016	0.045	0.045
8	0.014			0.014	0.039	0.039
7	0.011			0.011	0.032	0.032
6	0.009			0.009	0.025	0.025
5	0.006			0.006	0.019	0.019
4	0.004			0.004	0.013	0.013
3	0.003			0.003	0.008	0.008
2	0.001			0.001	0.004	0.004
1	0.0005			0.0005	0.001	0.001

SIN INTERACCION

CON INTERACCION

NIVEL	ACCELERACION (m/seg ²)			$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_{ij}^2}$ (m/seg ²)	(m/seg ²)	$\sqrt{\sum_{i=1}^n \tilde{u}_{ij}^2}$ (m/seg ²)
	modo 1	modo 2	modo 3			
10	2.605	-0.944	0.216	2.783	3.432	3.569
9	2.274	-0.477	0.030	2.327	2.929	2.970
8	1.942	-0.003	-0.140	1.950	2.553	2.558
7	1.603	0.419	-0.221	1.676	2.112	2.168
6	1.274	0.735	-0.178	1.488	1.679	1.864
5	0.961	0.904	-0.036	1.330	1.265	1.565
4	0.673	0.911	0.132	1.150	0.887	1.657
3	0.423	0.770	0.245	0.918	0.556	0.387
2	0.217	0.524	0.2498	0.640	0.286	0.685
1	0.073	0.240	0.146	0.341	0.096	0.034

SIN INTERACCION

CON INTERACCION

NIVEL	ACCELERACION (m/seg ²)			$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_{ij}^2}$ (m/seg ²)	(m/seg ²)	$\sqrt{\sum_{i=1}^n \tilde{u}_{ij}^2}$ (m/seg ²)
	modo 1	modo 2	modo 3			
10	2.605	-0.944	0.216	2.783	3.432	3.569
9	2.274	-0.477	0.030	2.327	2.929	2.970
8	1.942	-0.003	-0.140	1.950	2.553	2.558
7	1.603	0.419	-0.221	1.676	2.112	2.168
6	1.274	0.735	-0.178	1.488	1.679	1.864
5	0.961	0.904	-0.036	1.330	1.265	1.565
4	0.673	0.911	0.132	1.150	0.887	1.657
3	0.423	0.770	0.245	0.918	0.556	0.987
2	0.217	0.524	0.2498	0.640	0.286	0.685
1	0.073	0.240	0.146	0.341	0.096	0.034

SIN INTERACCION

CON INTERACCION

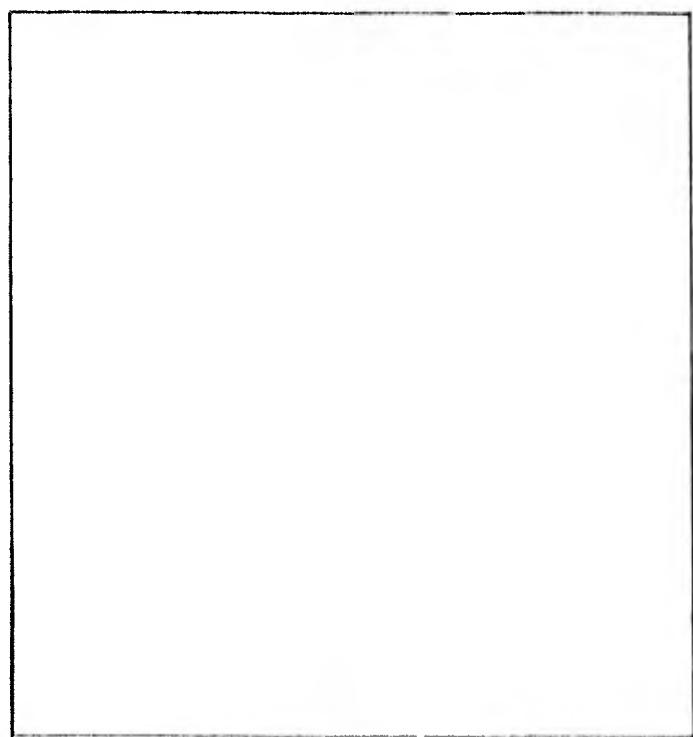
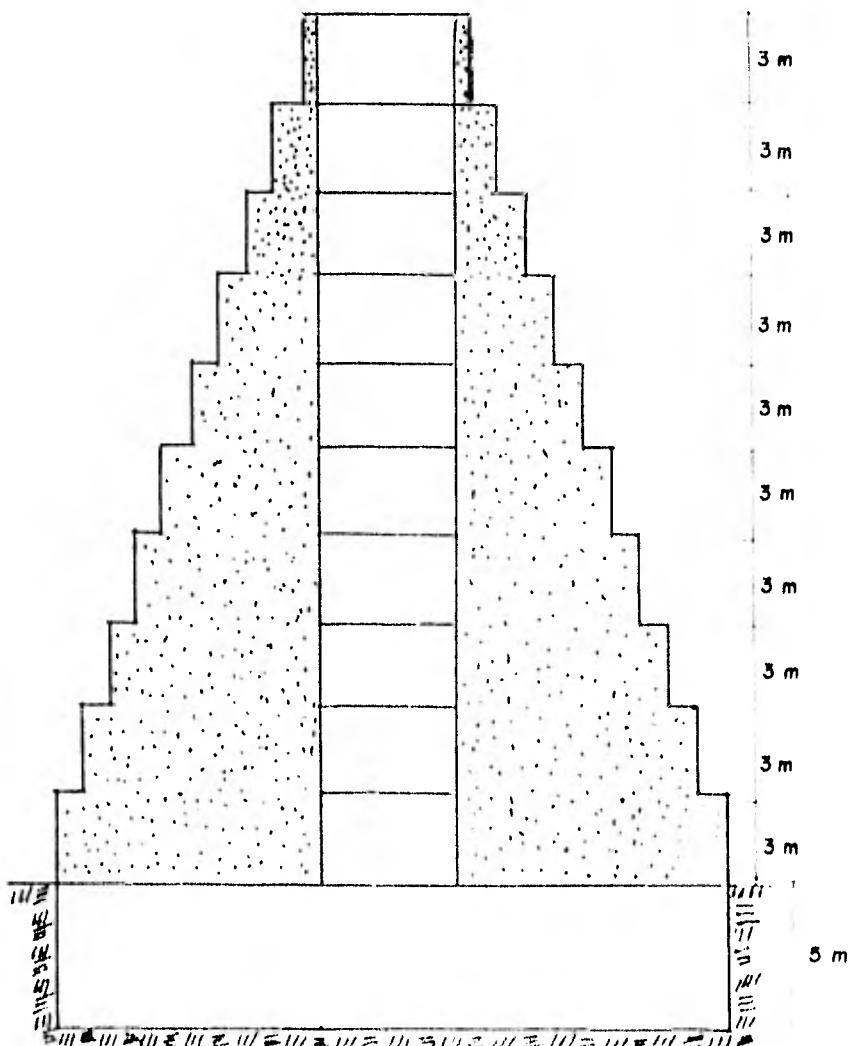
NIVEL	FUERZAS (ton.)										$\sqrt{\sum_{i=1}^n F_i^2}$ (ton)	V (ton)	M (ton·m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
10	26.050	-9.448	2.164	-1.115	0.635	-0.373	0.215	-0.112	0.047	0.001	27.835	27.835	83
9	22.744	-4.775	0.305	0.401	-0.588	0.576	-0.460	0.300	-0.147	-0.006	23.272	51.107	236
8	19.428	-0.033	-1.405	1.352	-0.811	-0.240	0.148	-0.279	0.203	0.010	19.504	70.611	352
7	16.035	4.191	-2.217	0.911	0.255	-0.641	0.379	0.029	-0.182	-0.013	16.769	87.38	697
6	12.749	7.359	-1.788	-0.456	-0.977	-0.192	-0.401	0.235	0.099	0.014	14.880	102.26	1677
5	9.611	9.046	-0.365	-1.416	0.251	-0.651	-0.087	-0.372	0.021	0.015	13.306	15.56	3394
4	6.735	9.119	1.328	-1.034	-0.833	0.118	0.470	0.159	-0.132	0.014	11.508	127.074	6124
3	4.235	7.704	2.457	0.348	-0.641	-0.661	-0.234	0.127	0.198	-0.012	9.187	136.26	12975
2	2.171	5.243	2.485	1.442	0.545	-0.036	-0.298	-0.313	-0.191	0.008	6.401	142.86	25970
1	0.733	2.404	1.462	1.241	0.954	0.688	0.455	0.263	0.119	-0.004	3.415	146.27	51950

NIVEL	FZA.	$\frac{\kappa}{c=1} F_1^2$ (ton)	\tilde{V} (ton)	\tilde{M} (ton·m)
	modo 1			
10	34.323	35.696	35.696	107
9	29.295	29.706	65.402	303
8	25.530	25.587	90.989	682
7	21.123	21.685	112.674	1430
6	16.794	18.648	131.322	2915
5	12.658	15.651	146.973	5878
4	8.870	16.570	163.543	11807
3	5.565	9.875	173.418	23644
2	2.860	6.855	180.273	47310
1	0.966	3.470	183.743	88751

CON INTERACCION

$$m_{10} = 1 \frac{\text{ton-seg}^2}{\text{m}}$$

m_{10}	=	1	$\frac{\text{ton-seg}^2}{\text{m}}$
m_9	=	2	"
m_8	=	3	"
m_7	=	4	"
m_6	=	5	"
m_5	=	6	"
m_4	=	7	"
m_3	=	8	"
m_2	=	9	"
m_1	=	10	"



25 m

4.5 Muros de cortante acoplados con marco variable

4.5.1 Rígidez lineal y masa variable

$$I_{c_1} = 12.500 \text{ m}^4 \quad A_{c_1} = 1.500 \text{ m}^2$$

$$I_{c_2} = 9.113 \text{ m}^4 \quad A_{c_2} = 1.350 \text{ m}^2$$

$$I_{c_3} = 6.400 \text{ m}^4 \quad A_{c_3} = 1.200 \text{ m}^2$$

$$I_{c_4} = 4.288 \text{ m}^4 \quad A_{c_4} = 1.050 \text{ m}^2$$

$$I_{c_5} = 2.700 \text{ m}^4 \quad A_{c_5} = 0.900 \text{ m}^2$$

$$I_{c_6} = 1.563 \text{ m}^4 \quad A_{c_6} = 0.750 \text{ m}^2$$

$$I_{c_7} = 0.800 \text{ m}^4 \quad A_{c_7} = 0.600 \text{ m}^2$$

$$I_{c_8} = 0.338 \text{ m}^4 \quad A_{c_8} = 0.450 \text{ m}^2$$

$$I_{c_9} = 0.100 \text{ m}^4 \quad A_{c_9} = 0.300 \text{ m}^2$$

$$I_{c_{10}} = 0.013 \text{ m}^4 \quad A_{c_{10}} = 0.150 \text{ m}^2$$

$$I_T = 0.001 \text{ m}^4$$

$$r_a = 14.104 \text{ m}$$

$$m_0 = 178.89 \frac{\text{Ton-seg}^2}{\text{m}}$$

$$M_1 = 24.090 \frac{\text{Ton-seg}^2}{\text{m}}$$

$$H_1 = 15.52 \text{ m}$$

$$\theta_1 = 0.407$$

$$\theta_2 = 1.10$$

$$\theta_3 = 7.425$$

$$\theta_4 = 8.618$$

$$\theta_5 = 0.354$$

$$\alpha = 0.605$$

$$\tilde{\omega} = 9.454 \text{ rad/seg}$$

$$\hat{T} = 0.668 \text{ seg}; \quad \hat{T} + T_1$$

$$A(\hat{T}_1) = 2.063 \text{ m/seg}^2$$

Por ATC.

$$k_h = 5890.76 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$k_h = 26629.88 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$k_0 = 5864.713 \text{ Ton-m}$$

$$T = 0.490 \text{ seg} \quad \hat{T} + T_1$$

$$A(\hat{T}_1) = 1.671 \text{ m/seg}$$

MODO	PERIODO (seg)	FRECUENCIA (rad/seg)	$A(T_j)$ (m/seg ²)	$\frac{A(T_j)}{\omega^2}$	C_j
1	0.4018	15.637	1.475	0.006	4.907
2	0.1566	40.122	0.934	0.0005	-3.439
3	0.0878	71.562	0.779		-2.769
4	0.0559	112.400	0.711		2.254
5	0.0386	162.776	0.673		1.732
6	0.0288	218.166	0.652		1.284
7	0.0229	274.374	0.639		0.910
8	0.0193	325.554	0.631		0.682
9	0.0170	369.599	0.626		0.479
10	0.0155	405.366	0.622		-0.310

NIVEL	FORMA MODAL X_{ij}									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0.4429	0.6265	-0.5374	-0.3095	0.1473	0.0651	0.0273	0.0104	0.0032	0.0006
9	0.3494	0.1965	0.1811	0.3708	-0.3267	0.2135	-0.1163	0.0531	-0.0187	-0.0039
8	0.2663	-0.0295	0.2449	0.0706	0.1859	-0.2825	0.2393	-0.1447	0.0615	0.0147
7	0.1970	-0.1338	0.1219	-0.1553	0.1758	0.0459	-0.2210	0.2305	-0.1334	-0.0387
6	0.1406	-0.1647	-0.0159	-0.1653	-0.0588	0.1925	-0.0133	-0.1950	0.2016	0.0784
5	0.0956	-0.1535	-0.1066	-0.0514	-0.1641	-0.0103	0.1827	0.0119	-0.2070	-0.1288
4	0.0607	-0.1213	-0.1389	0.0714	-0.0790	-0.1575	-0.0316	0.1566	0.1153	0.1738
3	0.0347	-0.0823	-0.1247	0.1346	0.0680	-0.0586	-0.1513	-0.1170	0.0370	-0.1933
2	0.0165	-0.0457	-0.0840	0.1248	0.1409	0.1093	0.0314	-0.0663	-0.1439	0.1680
1	0.0052	-0.0172	-0.0371	0.0667	0.0997	0.1273	0.1432	0.1439	0.1283	-0.0994

NIVEL	DESPLAZAMIENTO (m)			$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$ (m)	(m)	$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$ (m)
	modo 1	modo 2	modo 3			
10	0.013			0.013	0.050	0.050
9	0.010			0.010	0.039	0.039
8	0.007			0.007	0.030	0.030
7	0.005			0.005	0.022	0.022
6	0.004			0.004	0.015	0.015
5	0.002			0.002	0.010	0.010
4	0.001			0.001	0.006	0.006
3	0.001			0.001	0.003	0.003
2	0.0004			0.0004	0.001	0.001
1	0.0000			0.0000	0.0000	0.0000

SIN INTERACCION

CON INTERACCION

NIVEL	ACCELERACION (m/seg ²)			$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_{ij}^2}$ (m/seg ²)	(m/seg ²)	$\sqrt{\sum_{i=1}^n \tilde{u}_{ij}^2}$ (m/seg ²)
	modo 1	modo 2	modo 3			
10	3.205	-2.012	1.159	3.992	4.483	5.075
9	2.528	0.631	0.390	2.734	3.537	3.687
8	1.284	0.094	0.528	1.443	2.695	2.774
7	1.425	0.429	0.262	1.555	1.994	2.088
6	1.017	0.529	0.042	1.195	1.423	1.554
5	0.691	0.493	0.229	0.913	0.967	1.136
4	0.439	0.389	0.199	0.693	0.614	0.820
3	0.251	0.264	0.268	0.521	0.351	0.576
2	0.119	0.146	0.181	0.384	0.167	0.401
1	0.076	0.055	0.080	0.244	0.052	0.247

SIN INTERACCION

CON INTERACCION

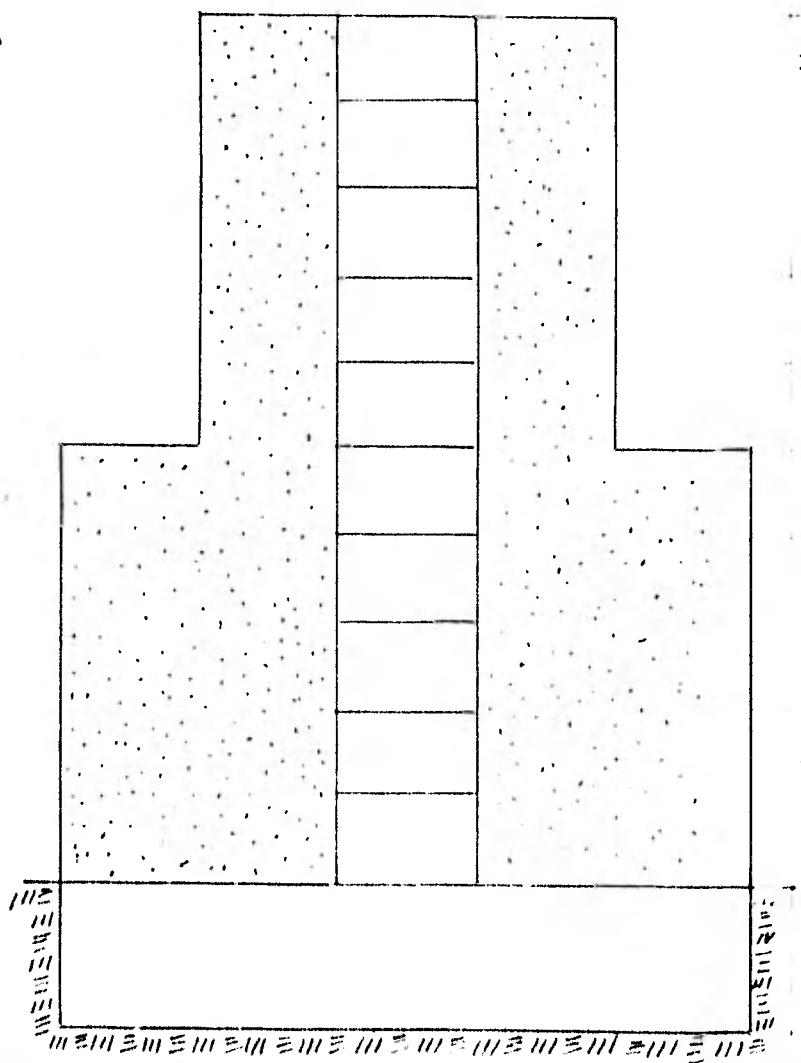
NIVEL	FUERZAS (ton.)										$\sqrt{\sum_{i=1}^n F_i^2}$ (ton)	V (ton)	M (ton·m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
10	3.205	-2.012	1.159	-0.496	0.1716	-0.05	0.015	-0.004	0.000	0.000	3.992	3.992	11
9	5.057	-1.262	-0.781	1.188	-0.761	0.357	-0.135	0.045	-0.011	0.005	5.469	9.461	40
8	3.854	0.284	-1.584	0.339	0.650	-0.709	0.417	-0.186	0.055	-0.008	4.329	3.781	93
7	5.703	1.719	-1.051	-0.995	0.819	0.153	-0.514	0.396	-0.160	0.029	6.222	0.006	206
6	5.088	2.645	0.171	-1.324	-0.342	0.809	-0.038	-0.419	0.302	-0.075	5.975	5.981	430
5	4.151	2.958	1.379	-0.494	-1.147	0.051	0.637	0.030	-0.372	0.149	5.478	1.459	376
4	3.075	2.727	2.097	0.809	-0.644	-0.922	-0.126	0.471	0.242	-0.234	4.852	6.311	1767
3	2.009	2.114	2.151	1.725	0.634	-0.392	-0.703	0.402	0.088	0.298	4.173	0.484	3547
2	1.074	1.321	1.630	1.800	1.478	0.823	0.164	-0.256	-0.388	-0.291	3.461	3.945	7105
1	0.376	0.552	0.300	1.068	1.162	1.065	0.832	0.619	0.386	0.191	2.443	6.388	14217

SIN INTERACCION

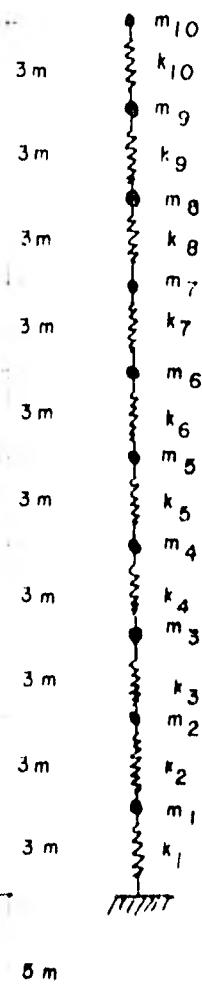
NIVEL	FZA.	$\sqrt{\frac{F_2}{c=1} F_1}$	\tilde{v} (ton)	\tilde{M} (ton·m)
	modo 1			
10	4.483	5.075	5.075	15
9	7.074	7.374	12.449	52
8	8.087	8.323	20.772	130
7	7.977	8.355	29.127	285
6	7.116	7.774	36.904	463
5	5.806	6.818	43.722	1078
4	4.301	5.743	49.465	2173
3	2.810	4.612	54.077	4360
2	1.503	3.617	57.694	8732
1	0.526	2.470	60.164	17472

CON INTERACCION

5 m 8 m 5 m



71



$$m_1 = m_2 = \dots = m_5 = 10 \frac{\text{ton-seg}^2}{\text{m}}$$

$$m_6 = m_7 = \dots = m_{10} = 5 \frac{\text{ton-seg}^2}{\text{m}}$$

25 m

25 m

4.5.2 Rígidez con salto brusco y masa variable

$$I_{c_1} = 1.553 \text{ m}^4 \quad A_1 = 0.750 \text{ m}^2$$

$$I_{c_2} = 12.5 \text{ m}^4 \quad A_{c_2} = 1.5 \text{ m}^2$$

$$I_T = 0.001 \text{ m}^4$$

$$r_a = 14.104 \text{ m}$$

$$m_0 = 178.89 \frac{\text{Ton}\cdot\text{seg}^2}{\text{m}^2}$$

$$M_1 = 39.382 \frac{\text{Ton}\cdot\text{seg}^2}{\text{m}}$$

$$H_1 = 12.876 \text{ m}$$

$$\theta_1 = 12.876 \text{ m}$$

$$\theta_2 = 0.912$$

$$\theta_3 = 4.542$$

$$\theta_4 = 6.74$$

$$\theta_5 = 0.354$$

$$\alpha = 0.75$$

$$\tilde{\omega}_1 = 10.072 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$T_1 = 0.623 \text{ seg} \quad T = T_1 \\ A(T_1) = 1.96 \text{ m/seg}^2$$

Obteniendo T por ATC

$$k = 6463.75 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$k_h = 5.854235 \text{ Ton-m}$$

$$h = 12.876 \text{ m}$$

$$T = 0.558 \text{ seg} \quad T = T_1$$

$$A(T_1) = 1.82 \text{ m/seg}^2$$

MODO	PERIODO (seg)	FRECUENCIA (rad/seg)	$A(T_j)$ (m/seg ²)	$\frac{A(T_j)}{\omega^2}$	c_j
1	0.467	13.454	1.620	0.008	6.620
2	0.152	41.336	0.925	0.0005	4.738
3	0.063	99.733	0.727		-2.695
4	0.040	157.072	0.678		2.133
5	0.027	232.710	0.650		1.037
6	0.022	285.599	0.638		-1.108
7	0.019	330.693	0.630		-0.470
8	0.017	369.599	0.626		0.546
9	0.016	418.879	0.623		-0.156
10	0.014	448.798	0.621		-0.278

NIVEL	FORMA MODAL X_{ij}									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0.2335	-0.2031	-0.1779	-0.1302	0.1327	0.0785	0.0889	-0.0389	-0.0462	0.0048
9	0.2261	-0.0866	0.0250	0.0785	-0.1672	-0.1429	0.2211	0.1146	0.1546	-0.0176
8	0.1787	0.0235	0.1731	0.1674	-0.1353	-0.0170	-0.1320	-0.1245	-0.2385	0.0330
7	0.1339	0.1104	0.1987	0.0677	0.1501	0.1601	-0.1192	0.0420	0.2438	-0.0473
6	0.0949	0.1590	0.1044	-0.1014	0.2065	0.0068	0.2387	0.0744	-0.1871	0.0654
5	0.0660	0.1603	-0.0295	-0.1475	-0.0400	-0.1404	-0.0511	-0.1214	0.0542	-0.0757
4	0.0463	0.1324	-0.0979	-0.0341	-0.1119	0.0699	-0.0756	0.1574	-0.0087	0.1471
3	0.0290	0.0968	-0.1287	0.0938	-0.0368	0.1419	0.0834	-0.0305	-0.0410	-0.1827
2	0.0150	0.0586	-0.1133	0.1531	0.0960	-0.0492	0.0389	-0.1335	0.0652	0.1611
1	0.0050	0.0241	-0.0619	0.1088	0.1091	-0.1629	-0.1025	0.1517	-0.0486	-0.0968

NIVEL	DESPLAZAMIENTO (m)			$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_{ij}^2}$ (m)	(m)	$\sqrt{\sum_{i=1}^n u_{ij}^2}$ (m)
	modo 1	modo 2	modo 3			
10	0.014			0.014	0.028	0.028
9	0.011			0.011	0.023	0.023
8	0.009			0.009	0.018	0.018
7	0.007			0.007	0.014	0.014
6	0.005			0.005	0.010	0.010
5	0.003			0.003	0.006	0.006
4	0.002			0.002	0.004	0.004
3	0.001			0.001	0.003	0.003
2	0.0007			0.0007	0.001	0.001
1	0.0000			0.0000	0.0005	0.0005

SIN INTERACCION

CON INTERACCION

NIVEL	ACCELERACION (m/seg ²)			$\sqrt{\sum_{i,j} u_{ij}^2}$ (m/seg ²)	(m/seg ²)	$\sqrt{\sum_{i,j} u_{ij}^2}$ (m/seg ²)
	modo 1	modo 2	modo 3			
10	2.933	-0.890	0.348	3.095	3.548	3.683
9	2.424	-0.379	-0.048	2.463	2.933	2.965
8	1.916	0.102	-0.339	1.966	2.318	2.359
7	1.435	-0.373	-0.389	1.575	1.732	1.853
6	1.017	0.696	-0.204	1.268	1.231	1.445
5	0.707	0.702	0.057	1.027	0.856	1.134
4	0.496	0.580	0.191	0.796	0.600	0.865
3	0.311	0.424	0.252	0.608	0.376	0.644
2	0.160	0.256	0.222	0.445	0.194	0.458
1	0.053	0.105	0.121	0.276	0.064	0.278

SIN INTERACCION

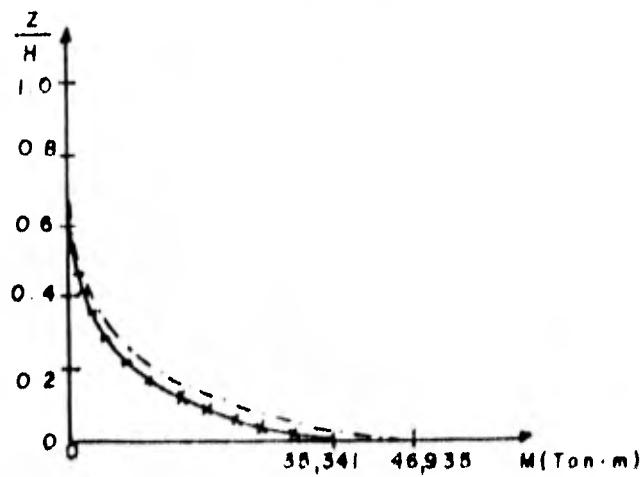
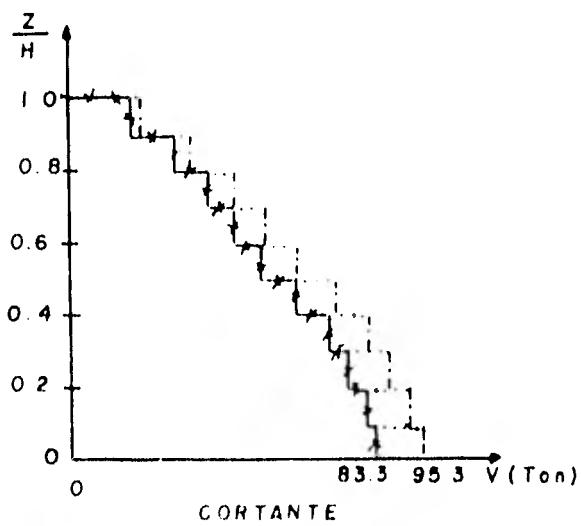
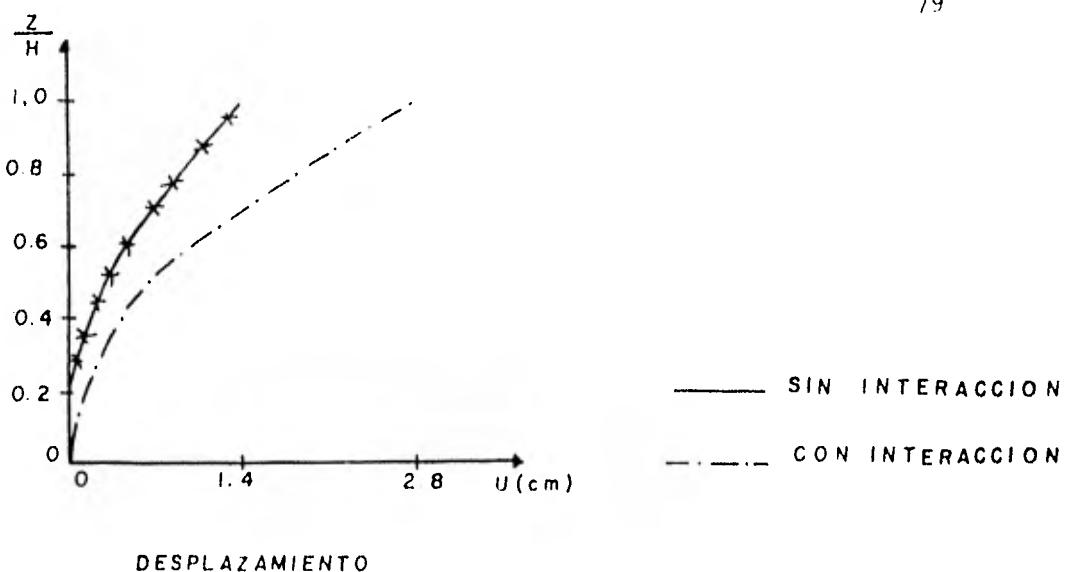
CON INTERACCION

NIVEL	FUERZAS (ton.)										$\sqrt{\sum_{i=1}^n F_i^2}$	V	M
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	(ton)	(ton)	(ton.m)
10	14.665	-4.450	1.744	-0.042	0.445	-0.272	0.131	-0.665	0.022	-0.004	15.476	15.476	46
9	12.123	-1.898	-0.245	0.568	-0.561	0.495	-0.327	0.196	-0.025	0.015	12.317	27.793	129
8	9.582	0.515	-1.697	1.211	-0.454	0.059	0.195	-0.213	0.115	-0.028	9.830	37.623	289
7	7.179	2.419	-1.948	0.453	0.504	-0.555	0.176	0.071	-0.118	0.040	7.875	45.498	601
6	5.088	3.484	-1.023	-0.733	0.693	-0.023	-0.353	0.127	0.090	-0.056	6.344	51.842	936
5	7.078	7.026	0.578	-2.134	-0.268	0.974	0.151	-0.415	-0.052	0.130	10.275	62.117	2190
4	4.965	5.803	1.019	-0.493	-0.751	-0.435	0.224	0.538	0.008	-0.245	7.965	70.082	4404
3	3.110	4.243	2.523	1.357	-0.247	-0.934	-0.747	-0.104	0.039	0.315	6.089	76.171	8826
2	1.608	2.568	2.221	2.216	0.604	-0.341	-0.115	-0.456	-0.063	-0.278	4.450	30.621	17666
1	0.536	1.056	1.213	1.574	0.732	1.173	0.394	0.916	0.047	0.167	2.766	83.387	35341

SIN INTERACCION

NIVEL	FZA.	$\sqrt{\sum_{i=1}^n F_i^2}$ (ton)	\tilde{v} (ton)	\tilde{M} (ton·m)
	modo 1			
10	17.743	18.418	18.418	55
9	14.668	14.828	33.246	155
8	11.593	11.798	45.044	345
7	8.686	9.269	54.313	718
6	6.156	7.228	61.541	1458
5	3.563	11.349	72.890	2951
4	6.007	8.652	81.542	5776
3	3.762	6.446	87.988	11724
2	1.946	4.582	92.570	23463
1	0.648	2.789	95.359	46935

CON INTERACCION



SOLUCION GRAFICA DEL PROBLEMA 4.5.2

5. CONCLUSIONES

En esta tesis se han presentado dos métodos para considerar, de manera sencilla, los efectos de interacción suelo-cimentación-estructura. Ambos conducen a planteamientos y desarrollos útiles en la práctica ingenieril.

Al aplicar el método de Representación Discreta Equivalente del Suelo de Cimentación y el procedimiento aceptado por el ATC, se tiene que la frecuencia fundamental de vibración se reduce un 30% en el primer ejemplo, para cuando se considera la interacción del edificio. En el segundo problema la frecuencia se reduce un 8%, en la tercera aplicación un 32%. Con esto se concluye que la frecuencia fundamental de vibración se reduce al aplicar la interacción.

En cuanto a la respuesta estructural puede observarse que los desplazamientos en cada nivel se incrementan para el primer ejemplo un 50%; para el segundo 20%; en el tercero un 55%; en el cuarto un 66%; para el quinto un 50% y finalmente en el sexto se desplaza en un 75%.

Las aceleraciones en las primeras tres aplicaciones se mantienen iguales con interacción y sin interacción, debido a que su periodo por modo se localiza en la meseta del espectro de diseño. En los dos ejemplos que si-

guen; se tiene que la aceleración aumenta un 19%, 16% y 21% respectivamente. Las cortantes de entrepiso al igual que la aceleración no se modifica en los tres primeros ejemplos y para los siguientes problemas su incremento es: 22%, 16% y 21%.

Los momentos de volteo en los tres primeros ejemplos no afecta la interacción. Se puede observar que los momentos de volteo no se afectan en el último tercio de la altura; sin embargo, en la base de la estructura para el cuarto caso se incrementa el 41%, el quinto 24% y el sexto un 18%; con ello se concluye que al aumentar el área de entrepiso, disminuye linealmente el momento de volteo.

Debe tenerse en mente que estos resultados difieren de acuerdo a cada caso específico y que los edificios están desplantados en la misma zona y con las mismas constantes, por lo que es necesario hacer un estudio previo en el lugar en el que se desea desplantar un edificio. Los datos necesarios para hacer estas aplicaciones son: forma modal de la estructura, módulo de rigidez al cortante, velocidad de ondas de cortante y módulo de Poisson.

6. REFERENCIAS

1. Elorduy, J, Nieto, J A y Szekely, E M "Dynamic response of bases of arbitrary shape subjectec to periodic vertical loading", Congreso sobre Dinámica de Suelos en Alburquerque, N M, USA, agosto, 1967
2. Balakrishna-Rao, H A, "A simplified method for computing resonant frecuency of square footing", Proc 2nd Symposium of Earthquake Engineering, Roorke, India, 1962
3. Borkan, D D, Dynamics of bases and foundations, Mc Graw-Hill Book Co., Inc. New York, 1962
4. Lysmer, J, "Vertical motion of rigid footings", Tesis Doctoral, Universidad de Michigan, 1965
5. Nieto, J A, Rosenblueth, E, y Rascón, O, "Modelo matemático para representar la interacción dinámica del suelo y cimentación", Primer Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Guadalajara, Jal., México, 1965
6. Rayleigh, Lord, "On waves propagated along the plane surface of an elastic solid", Procs. London Mathematical Society, 17, Inglaterra, 1887
7. Lamb, H. "On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid", Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 203, Inglaterra, September 1904
8. Sezawa, K, "Dispersion of elastic waves", Bulletin Earthquake Research Institute, Tokio, 3, Japón, 1927

9. Reissner, E, "Stationare, axissymmetrische durch eine schuttende mase erregte schwingungen eines homogenen elastischen halbraumes", Ingenieur-Archiv VII, Alemania 1936
10. Arnold, R N, Bycroft, G N y Warburton, G B, "Forced vibrations of a body on an infinite elastic solid" Journal of Applied Mechanics, 22, 3, sep. 1955
11. Bielak, J, y Martínez, B, "Análisis de la distribución de esfuerzos en una base circular apoyada en un estrato elástico", Instituto de Ingeniería, 335, México, abril 1974
12. Jennings, P C, y Bielak, J, "Dynamics of building-soil interaction", Bull. Seism. Soc. Am., pp 9-48, 1943
13. "Tentative provisions for the development of seismic regulations for buildings" Applied Technology Council, California, USA, 1978
14. Aranda, G R, "Edificios de cortante apoyados en suelo flexible", Memoria del V Congreso Nacional, Academia Nacional de Ingeniería, Morelia, Mich. México, pp 114-118, sep. 1979
15. Richart, Jr, F E, Hall Jr, J R, Woods, R D, Vibrations of soils and foundations, Prentice-Hall, 1970
16. Bielak, J, "Dynamic behavior of structures with embedded foundations" Instituto de Ingeniería, E8, p 36, México, 1974
17. Novak, M, "Effect of soil on structural response to wind and earthquake", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol 3, pp 79-76, 1974
18. León, J L, Rascón, O A, y Villarreal, A G, "Determinación de las probabilidades dinámicas de la arcilla en el vaso de Texcoco", Ingenería, UNA, Vol XLIV, No 2, pp 182-203, México, 1974

APENDICE

A.1 Introducción. A continuación se presentan los artículos del reglamento de construcciones del D. F. que se aplican en los problemas desarrollados en esta tesis.

A.2 Reglamento de construcciones para el D.F.

Artículo 234. Coeficiente sísmico para estructuras tipo B

ZONA	C
I (Terreno firme)	0.16
II (Terreno de transición)	0.20
III (Terreno compresible)	0.24

Artículo 236 para diseño sísmico

Cuando se aplica el análisis dinámico modal que especifica el artículo 241 de este Reglamento, dicho análisis se llevará a cabo de acuerdo con las siguientes hipótesis:

- I. La estructura se comporta elásticamente
- II. La ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico, "a", expresada como fracción de la aceleración de la gravedad, está dada por las siguientes expresiones, donde "c" es el coeficiente sísmico obtenido en la tabla del artículo 234.

$$a = a_0 + (c - a_0) \frac{T}{T_1}, \quad \text{si } T \leq T_1$$

$$a = c, \quad \text{si } T_1 < T \leq T_2$$

$$a = c \left(\frac{T_2}{T} \right)^r \quad \text{si } T > T_2$$

en donde "T" es el periodo natural de interés y T , T_1 y T_2 están expresados en segundos.

VALORES DE a_0 , T_1 , T_2 , r

ZONA	a_0	T_1	T_2	r
I	0.03	0.3	0.8	1/2
II	0.045	0.5	2.0	2/3
III	0.06	0.8	3.3	1

- III. Las ordenadas especificadas tienen en cuenta los efectos de amortiguamiento, por lo que, excepto la reducción por ductilidad, no debe sufrir reducciones adicionales a menos que estas se concluyan de estudios específicos aprobados por el Departamento.

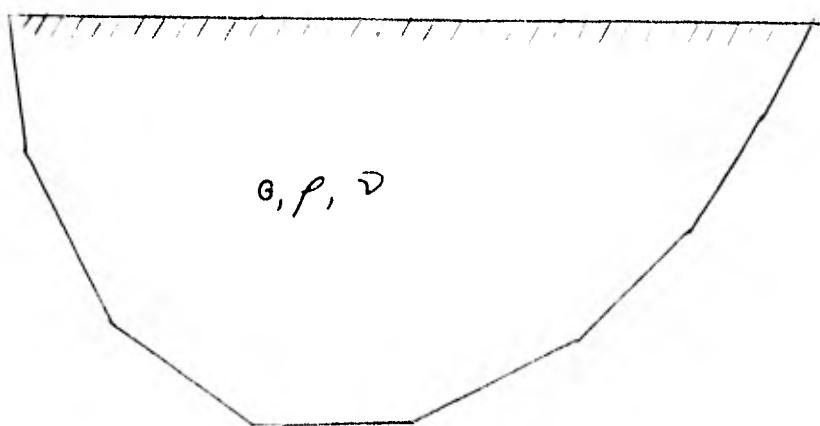


Fig. 1. SEMIESPACIO ELASTICO

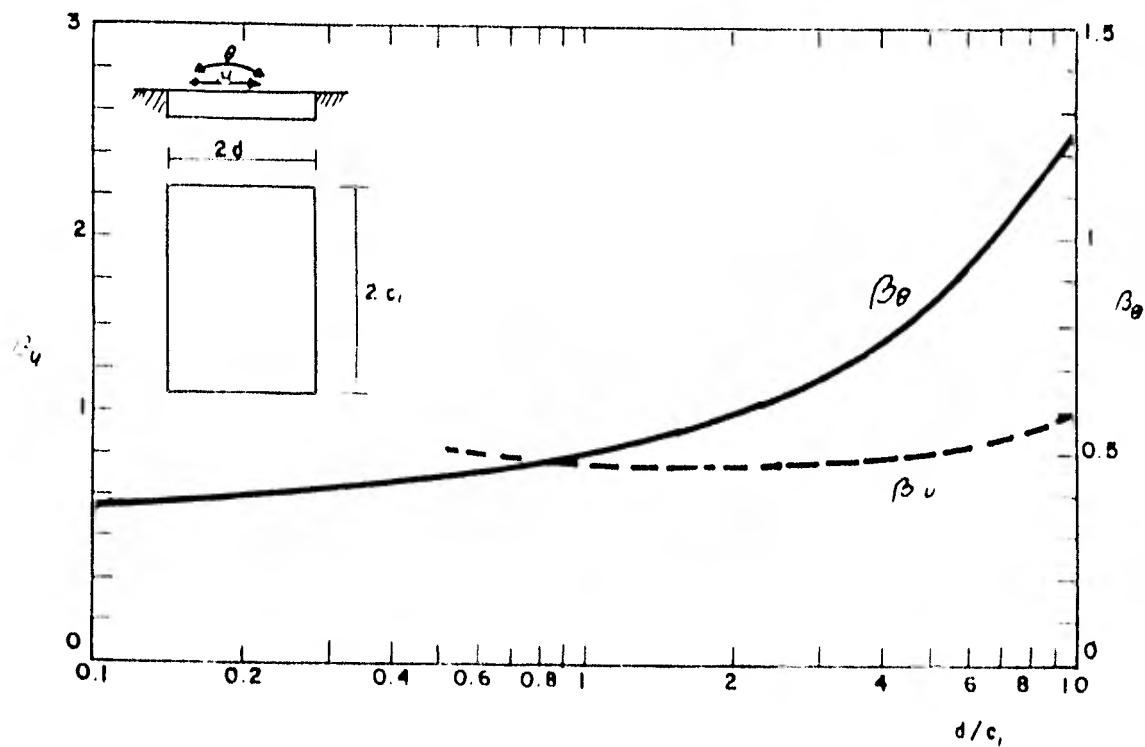


Fig. 7. COEFICIENTES β_u Y β_v PARA CIMENTACION RECTANGULAR

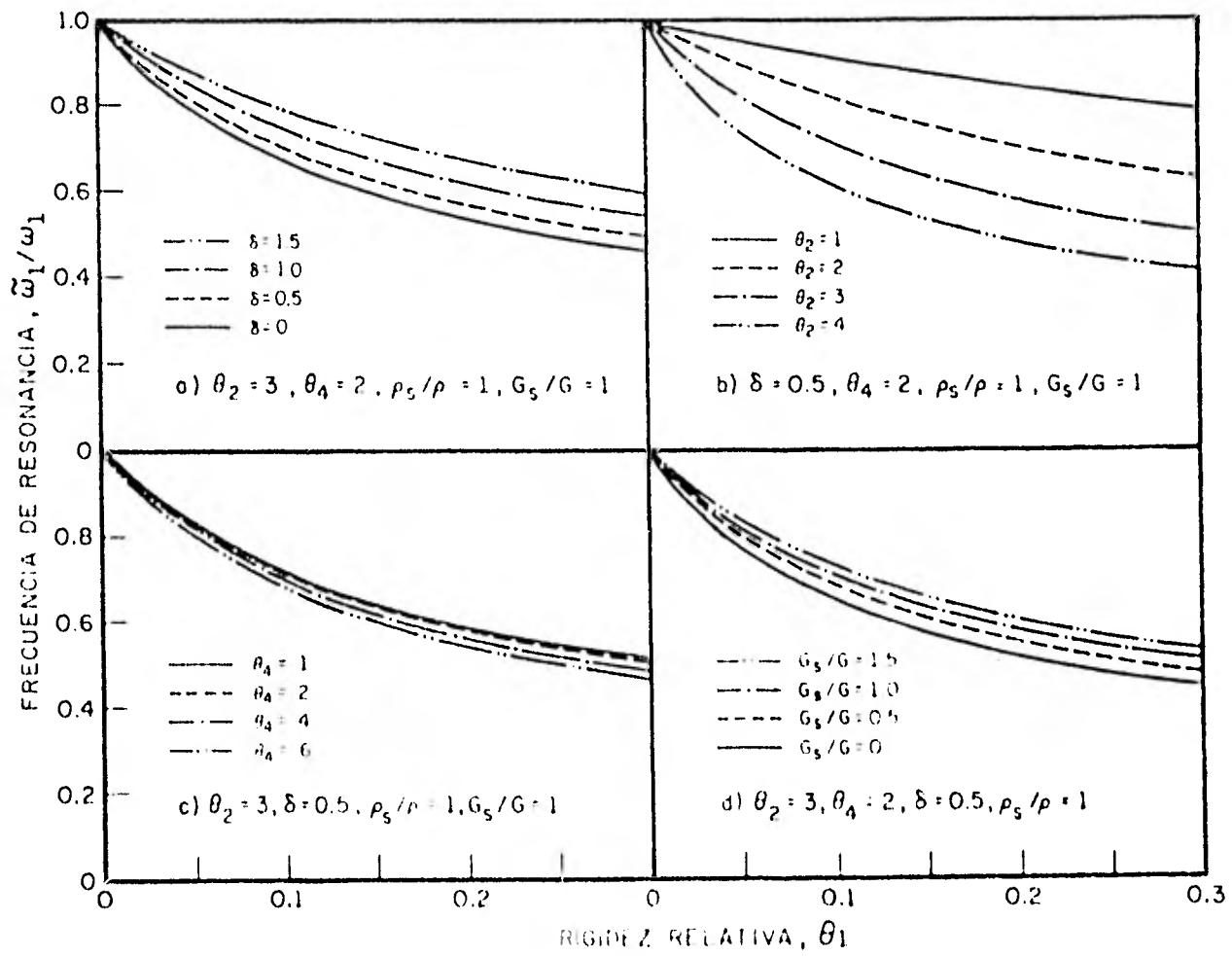


Fig. 3. FRECUENCIA FUNDAMENTAL DE RESONANCIA DEL SISTEMA DE INTERACCION DE UN EDIFICIO CON CIMENTACION ENTERRADA, $\epsilon = \omega_1/\omega_1$

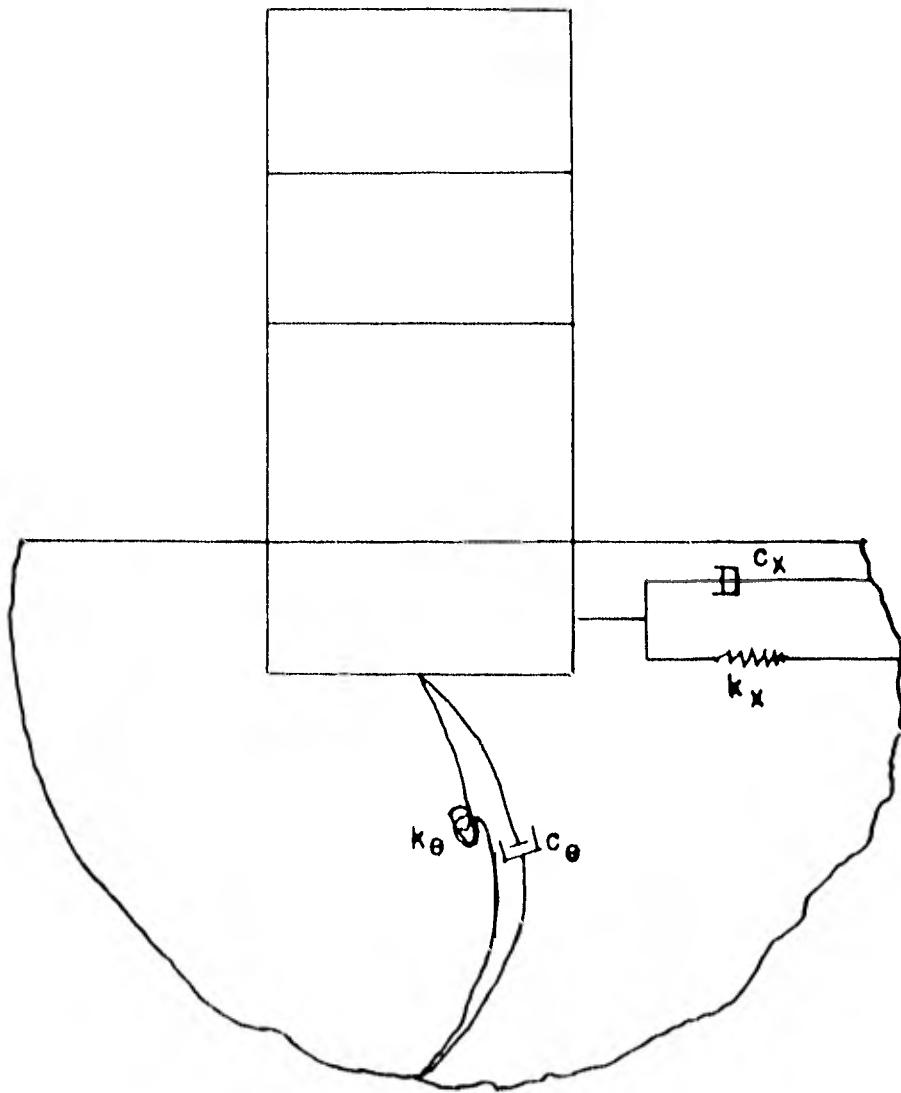


Fig. 4. REPRESENTACION DISCRETA EQUIVALENTE DEL SUELO EN CIMENTACION

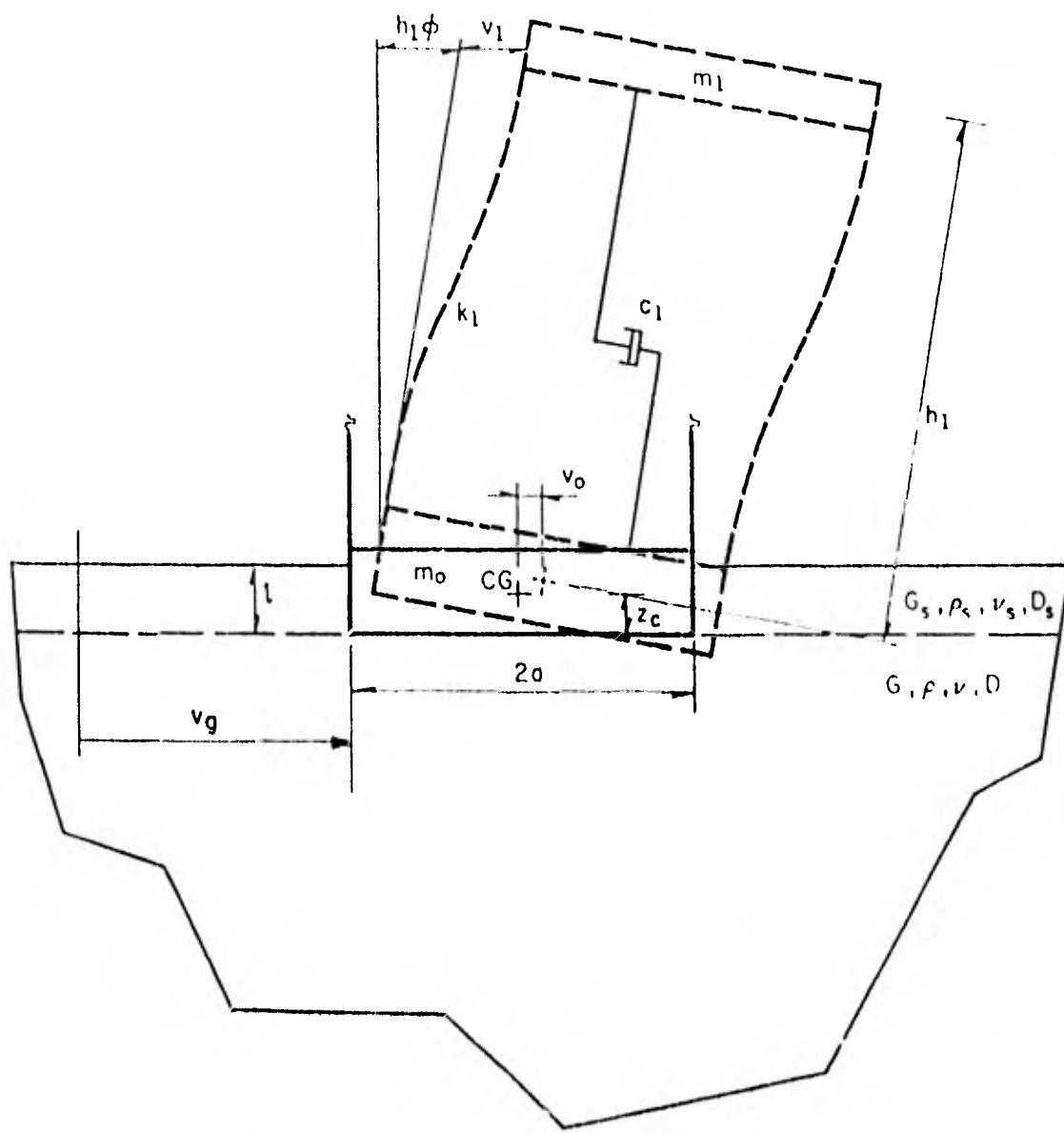


Fig. 5. MODELO DEL SISTEMA SUELO-ESTRUCTURA CON CIMENTACION ENTERRADA