

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS GEOTECNICO DE UNA CIMENTACION SUPERFICIAL

T E S I S
QUE PARA OBTENER
EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
PRESENTA
OSCAR RAUL COUTTOLENC ECHEVERRIA

MEXICO, D. F.

1982



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



ESTADOS UNIDOS MEXICANOS
AÑO CLXXV

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-1-310.

Señor OSCAR RAUL COUTTOLENC,
P r e s e n t e .

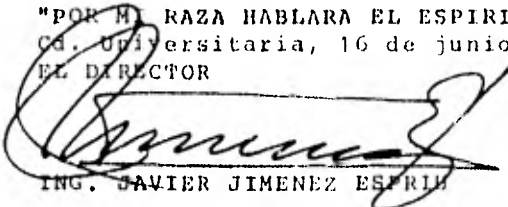
En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que aprobado por esta Dirección, propuso el Profr. Ing. FRANCISCO ZAMORA MILLAN, para que lo desarrolle como tesis para su Examen Profesional de la carrera de Ingeniero CIVIL.

"ANALISIS GEOTECNICO DE UNA
CIMENTACION SUPERFICIAL"

- I. Introducción
- II. Características del proyecto
- III. Condiciones del Subsuelo
- IV. Selección y análisis de la cimentación
- V. Conclusiones y recomendaciones.

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento con lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Coordinación de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

A t e n t a m e n t e ,
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, 16 de junio de 1982
EL DIRECTOR


ING. JAVIER JIMENEZ ESPINOZA

JJE/OFLH/ychl.

CONTENIDO

	hoja
INTRODUCCION	1
I. ESTUDIO E INTERPRETACION DE LAS CARACTERISTICAS DEL PROYECTO	4
II. DETERMINACION DE LAS CARACTERISTICAS DEL SUBSUE LO.	8
II.1. Exploración y muestreo	8
II.2. Estratigrafía y propiedades del subsuelo	14
III. ELECCION Y ANALISIS DE LA CIMENTACION MAS ADE-- CUADA	26
III.1. Elección de la cimentación	26
III.2. Cálculo de capacidad de carga por resistencia a la ruptura.	28
III.3. Análisis de asentamientos	33
III.4. Análisis estructural de la cimentación	39
III.5. Empuje de tierras en muros perimetrales	65
IV. RECOMENDACIONES PARA EL DISEÑO Y CONSTRUCCION - DE LA CIMENTACION.	70
APENDICE	77

INTRODUCCION.-

Uno de los objetivos principales de la Mecánica de Suelos dentro de la Ingeniería Civil, es proporcionar la cimentación más adecuada desde el punto de vista de seguridad, economía y funcionalidad a las obras civiles.

La Mecánica de Suelos se apoya para lograr el propósito anterior, en los datos e información proporcionada por los estudios geotécnicos, cuya importancia se refleja desde el proyecto mismo hasta la culminación de la obra.

El objetivo fundamental de este trabajo es hacer ver la importancia y el criterio que se sigue en el proyecto, realización, análisis e interpretación de los estudios geotécnicos para una cimentación. Se pretende asimismo, que este estudio sirva de complemento y ayuda para la clase de Cimentaciones, al ser incluido en la serie de ejercicios que para dicha materia se están realizando en el departamento de Geotécnia. Es por eso que se tratará de dar un enfoque didáctico, explicando y justificando cada uno de los pasos y procedimientos que comprenden los estudios geotécnicos.

Como es bien sabido, existe una gran variedad de suelos, así como de tipos de obras, y dependiendo los estudios geotécnicos precisamente de estos dos aspectos, sería prácticamente imposible pretender desarrollar un desglose o análisis total de todos los tipos de estudios que se pueden hacer.

Debido a lo anterior, para la realización de este trabajo se analizará una obra común y en uno de los suelos típicos que tiene la ciudad de México, y que debido a estas dos generalidades podrá servir como un criterio de análisis aplicable a otros casos.

Como ya se ha mencionado (y se seguirá insistiendo en ello), estos estudios en cuanto a su magnitud y alcance dependerán de dos factores fundamentales: características e importancia del proyecto y las condiciones del subsuelo, y todos los análisis y consideraciones que se hagan serán determinadas por alguno de estos dos aspectos, por ambos, o por la intervención de un tercer factor circunstancial como pueden ser los factores ambientales.

Desde el punto de vista general, un estudio geotécnico comprende cuatro etapas básicas de ejecución, que son las que se seguirán para la realización de este trabajo. Estas etapas son las siguientes:

- I.- Estudio e interpretación de las características del proyecto.
- II.- Determinación de las condiciones de subsuelo.
- III.- Elección y análisis de la cimentación más apropiada para la obra en estudio.
- IV.- Recomendaciones y normas a seguir en el diseño estructural y construcción de la cimentación.

A continuación se desarrollan cada una de las etapas mencionadas para una obra en particular.

CAPITULO I.-

ESTUDIO E INTERPRETACION DE LAS CARACTERISTICAS DEL PROYECTO

A continuación se presentan los datos más importantes referentes a la obra que servirá para la realización de este estudio.

La obra es la del Centro Urbano Insurgentes, el cual está situado al Sur de la ciudad de México, en la esquina de la avenida Insurgentes y la calle de Fresnos, tal como se muestra en la figura 1.

El proyecto consiste de dos sótanos, planta baja y dos -- torres de 13 pisos cada una, además de los cuartos de máquinas y elevadores que estarán ocupando una fracción del área. En total, incluyendo sótanos y planta baja, las torres tienen 16 pisos.

La superficie del predio es de aproximadamente 1890 m², y los sótanos y la planta baja ocuparán toda el área del mismo, como se muestra en la figura 2. En lo que se refiere a las torres, una de ellas quedará comprendida entre los ejes C, D, 2 y 8, y la otra entre los ejes F, G, 3 y 9.

La estructura es a base de marcos de concreto con el siguiente dimensionamiento: En la dirección longitudinal y vistas en planta, las torres consistirán de un cajón de 10 m de ancho,

y en la dirección transversal de 6 cajones de 5.2 m de ancho cada uno.

En la misma figura 2 se indica la magnitud de las descargas en las columnas del segundo sótano en la segunda torre, las cuales son exactamente las mismas que para la primera. Como - puede notarse, la máxima descarga es del orden de 600 ton.

En la figura 3 se puede ver un corte de la obra, donde se aprecia la profundidad de los sótanos.

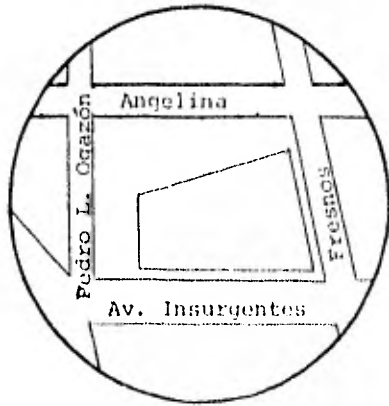


FIG: 1

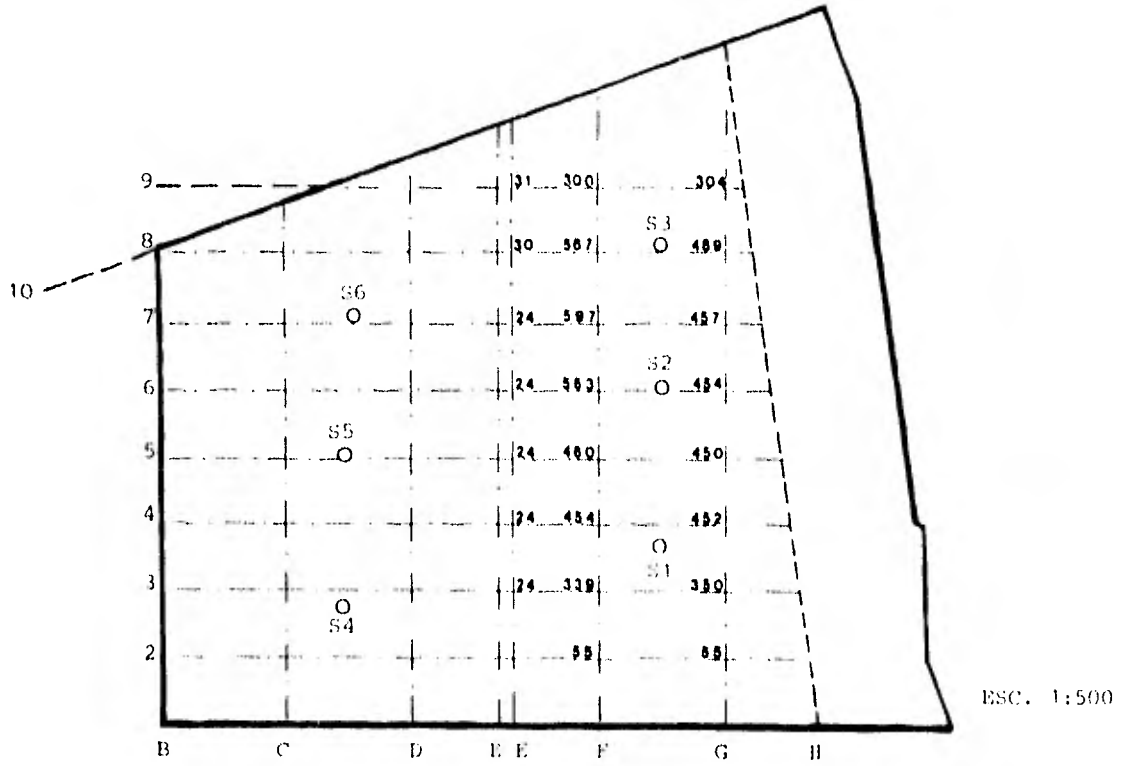
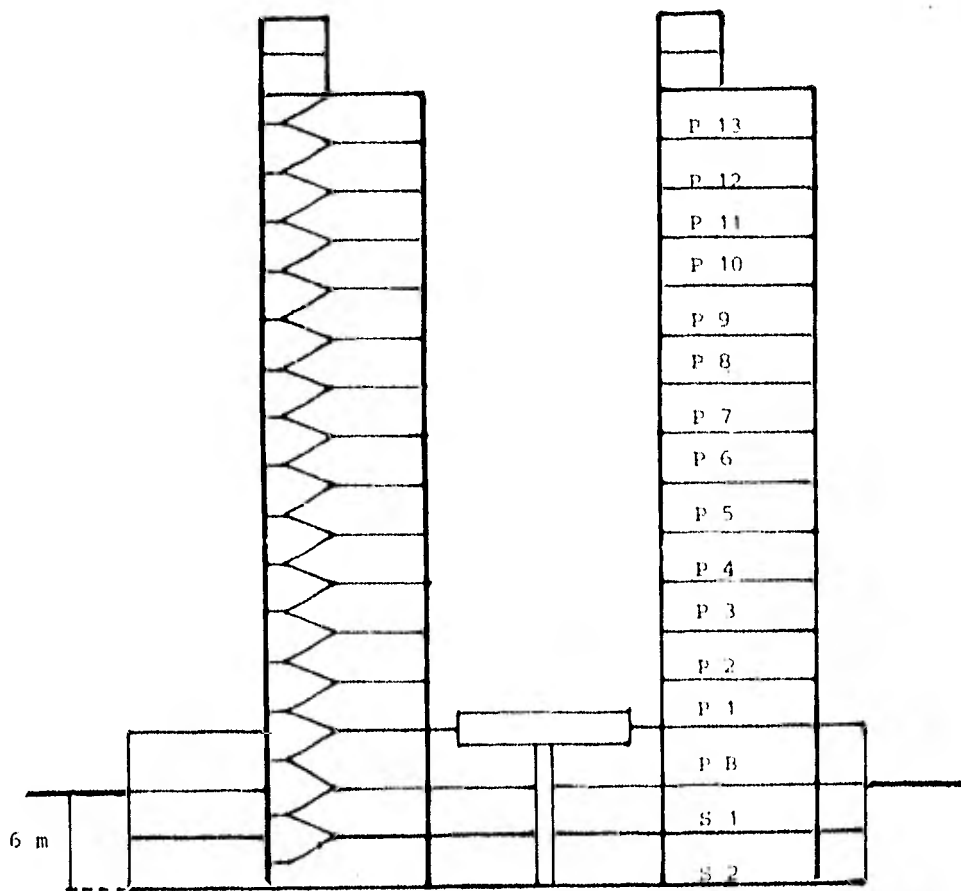


FIG: 2



ESC. 1:400

FIG: 3

CAPITULO II.-

DETERMINACION DE LAS CARACTERISTICAS DEL SUBSUELO.

II.1. Exploración y muestreo

El proyecto de una cimentación no puede realizarse de una manera adecuada si no se tiene una idea más o menos exacta de las condiciones de los suelos sobre los cuales se vaya a trabajar. Las investigaciones necesarias para obtener esta información es lo que se conoce como exploración o estudio del subsuelo.

Como primer paso se ubicará la obra con respecto a las zonas establecidas del D.F. La figura 4 muestra que la obra se encuentra en la zona llamada de Lomas (referencia 1.a), caracterizada por estar formada de terrenos compactos con suelos arenolimosos y a veces con intercalaciones de gravas o tobas pumáticas.

Existen varios criterios basados principalmente en la experiencia, que ayudan a determinar el tipo, número, espaciamiento y profundidad de las perforaciones exploratorias.

En este caso se aplicarán los criterios más usuales recomendados por diferentes autores.

Cabe aclarar que a partir de este momento se hará referencia a una sola de las torres, entendiéndose que los mismos criterios y procedimientos se aplicarán a la segunda torre.

Además como puede observarse en la figura 2, el programa de exploración se limitará exclusivamente a la superficie ocupada por las torres, ya que las descargas provocadas por el resto de la estructura son muy pequeñas. Esto lleva a considerar un área rectangular de 10 m de ancho por 31.2 m de largo (seis cajones de 5.2 m de ancho).

En lo referente al número mínimo de sondeos, un primer criterio recomienda una perforación por cada 60 m o fracción del --perímetro para las zonas I y II en el D.F. (Ref. 1.b.) En este caso el perímetro total será de:

$$P = 2 \times 10 + 2 \times 31.2 = 82.4 \text{ m}$$

Esto obliga a un mínimo de dos sondeos en el área considerada.

Otro criterio indica para edificios, la ejecución de una --perforación por cada 200 m² de la superficie ocupada por el edificio, y una recomendación más es realizar una exploración por cada 15 metros en los sentidos principales (referencia 2)

Teniendo un área $A = 10 \times 31.2 \text{ m}^2 = 312 \text{ m}^2$, el número de sondeos será de 2, uno por cada 200 m² de superficie o fracción.

Conforme a la última recomendación mencionada, se deberán realizar dos sondeos en el sentido longitudinal y otro en el sentido transversal, que puede anularse si los resultados de los dos primeros sondeos que están relativamente cercanos, son semejantes.

Como se ve, aún siguiendo procedimientos distintos, en obras cuyas dimensiones en planta no sean muy grandes, los criterios -- coinciden y en éste caso el número mínimo de perforaciones re -- comendado es igual a dos.

En cuanto a la profundidad de los sondeos, la mayoría de las recomendaciones coinciden en que estos deberán llevarse a una profundidad que va entre 1.5 y 3 veces el ancho en planta del área de la estructura, a menos que se detecten estratos resistentes a menor profundidad (ref. 1.b, 3, 4). También es común que cuando se sabe que el suelo es arenoso y no presenta estratos compresibles, es suficiente con explorar a una profundidad de 5 a 10 m bajo la cimentación, porque la resistencia de la arena crece rápidamente con el peso propio que soporta.

Teniendo un ancho de 10 m (hay que recordar que se analiza el área ocupada por la torre), la profundidad del sondeo debería ser de 20 m, pero por la segunda consideración mencionada, tentativamente las perforaciones se llevaron hasta los 11 m aproximadamente.

La profundidad anterior se refiere a la distancia bajo el piso del segundo sótano, es decir, a 6 m bajo la banquetta, con lo que la

cota hasta la cual se llevarán los sondeos será de 16 m a partir del nivel del terreno libre.

La ubicación de los sondeos se define por el tipo de obra y características del proyecto, y por lo general se realiza bajo los sitios de las descargas mayores. La ubicación en este caso es evidente y se muestra también en la figura 2.

A continuación se indica la profundidad a la que se llevó a cada perforación en los dos cuerpos. Hay que mencionar que basados en los criterios expuestos, se optó por la última recomendación mencionada sobre el número de sondeos, haciéndose un total de 3 para cada torre y así cubrir mejor la superficie por cargar:

<u>SONDEO</u>	<u>PROFUNDIDAD (m)</u>
S1	11.60
S2	10.55
S3	10.45
S4	14.40
S5	10.20
S6	10.80

Finalmente, en los que se refiere al tipo de exploraciones, se ejecutaron sondeos de penetración estándar por las siguientes razones:

- a). En los suelos friccionantes, la prueba de penetración

estándar proporciona información útil y confiable sobre las características del subsuelo gracias a las correlaciones que se han podido establecer en función del número de golpes, las cuales se anexan en el apéndice de este trabajo. Además:

- b). El conocimiento previo que se tiene de los suelos en esta zona hace injustificable otro tipo de muestreo, a lo que hay que añadir:
- c). La dificultad y elevado costo de la obtención de muestras inalteradas en suelos friccionantes, ya sea por pozos a cielo abierto o por algún otro tipo de muestreador, todo lo cual señaló que la penetración estándar es la indicada para explorar el subsuelo de esta obra.

Los resultados de las pruebas de penetración se reportan en las gráficas denominadas "número de golpes" de las figuras 5 a 10. Las muestras secas, alteradas, representativas obtenidas de la prueba se clasificaron determinándose el contenido de agua en el laboratorio. La variación de este último se indica en las mismas figuras (5 a 10). así como el perfil estratigráfico de cada sondeo, habiéndose obtenido la clasificación mostrada por inspección visual en el campo.

En ninguno de los sondeos se encontró el nivel freático y -

así se reporta. En otras exploraciones hechas en la zona, se conoce que el nivel de aguas freáticas se encuentra a más de 20 m de profundidad.

II.2 Estratigrafía y propiedades del subsuelo.

De los resultados de las pruebas de exploración realizadas se puede hacer la descripción aproximada del perfil estratigráfico para las zonas en que se encuentran las torres.

Para la torre número 2, a la que corresponden los sondeos S1, S2, S3, se pueden tener las siguientes conclusiones:

De los 0 m a 8 m aproximadamente, se encuentra un estrato de limo arenoso con pequeños lentes de arena.

De los 8 a los 10 m se localizó un estrato de arena mediana con algunas intercalaciones de gravilla y limo cementado. Finalmente, después de los 10 m y hasta la profundidad a la que se llevaron los sondeos (entre 10.45 m y 11.60 m) se encuentra una capa de limo arenoso compacto.

El número de golpes de la prueba de penetración estándar durante los 3 primeros metros tiene un promedio de 20 golpes, aumentando con la profundidad. De los 3 m a los 5.5 m aproximadamente el número de golpes es de 50 o más, por lo que se trata de un estrato sumamente compacto. De los 5.5 m hasta los 10 metros el promedio de golpes es de 30, y después de esta profundidad vuelve a aumentar, siendo mayor de 50 golpes.

El contenido de agua en los primeros 8.5 m varía entre 20 y 25% aumentando hasta 70% en el estrato de arena que llega hasta los 10 m. En el último tramo el contenido de agua vuelve a ser aproximadamente 20%

Es necesario hacer notar que el contenido de agua reportado puede ser mayor que el natural debido al agua empleada en la perforación.

En lo que se refiere al perfil de la primera torre, los sondeos S3, S4, S5, mostraron lo siguiente:

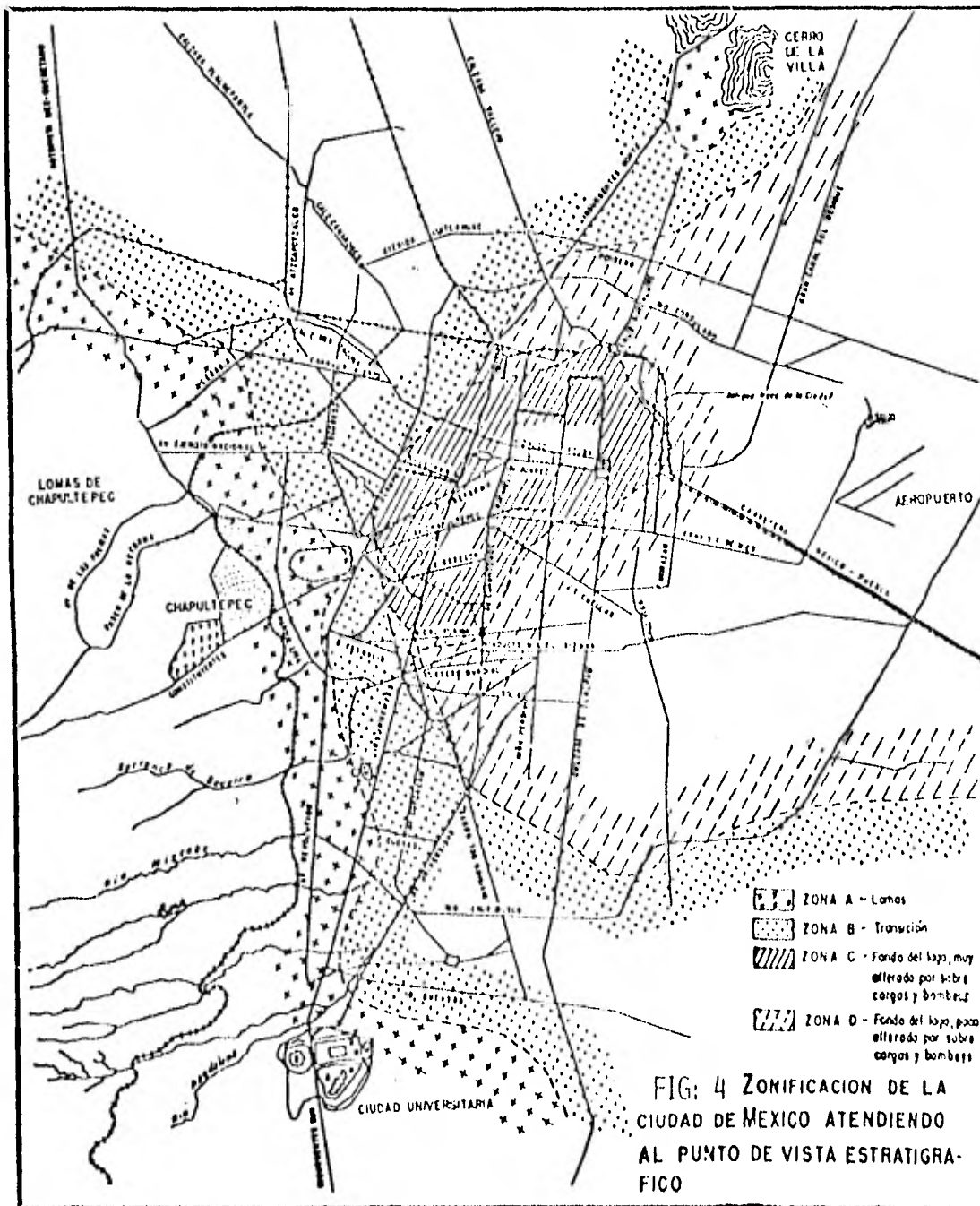
Los primeros 8 m están constituidos por limo arenoso con pequeñas intercalaciones de arena fina cuyo número de golpes aumenta con la profundidad, yendo de 10 a 20 golpes en los primeros 3 m y teniendo 50 golpes o más desde los 3 m hasta los 8 metros aproximadamente en dos de los sondeos y el mismo número de golpes pero de 3 m a 6 m en el tercero de ellos.

De los 8 a los 10.5 m se encontró un estrato de arena mediana y gruesa con un número de golpes igual a 25. Solo uno de los sondeos se llevó después de los 11 m encontrándose un estrato limo arenoso cuyo número de golpes aumenta con la profundidad.

En lo que respecta al contenido de agua, este se mantiene casi constante en 25% a lo largo de la perforación a excepción

del tramo entre 9.5 m y 10.5 m en que aumenta hasta un 75% aproximadamente.

En las figuras 11 y 12 se muestra un perfil estratigráfico aproximado para ambas torres en el sentido longitudinal.



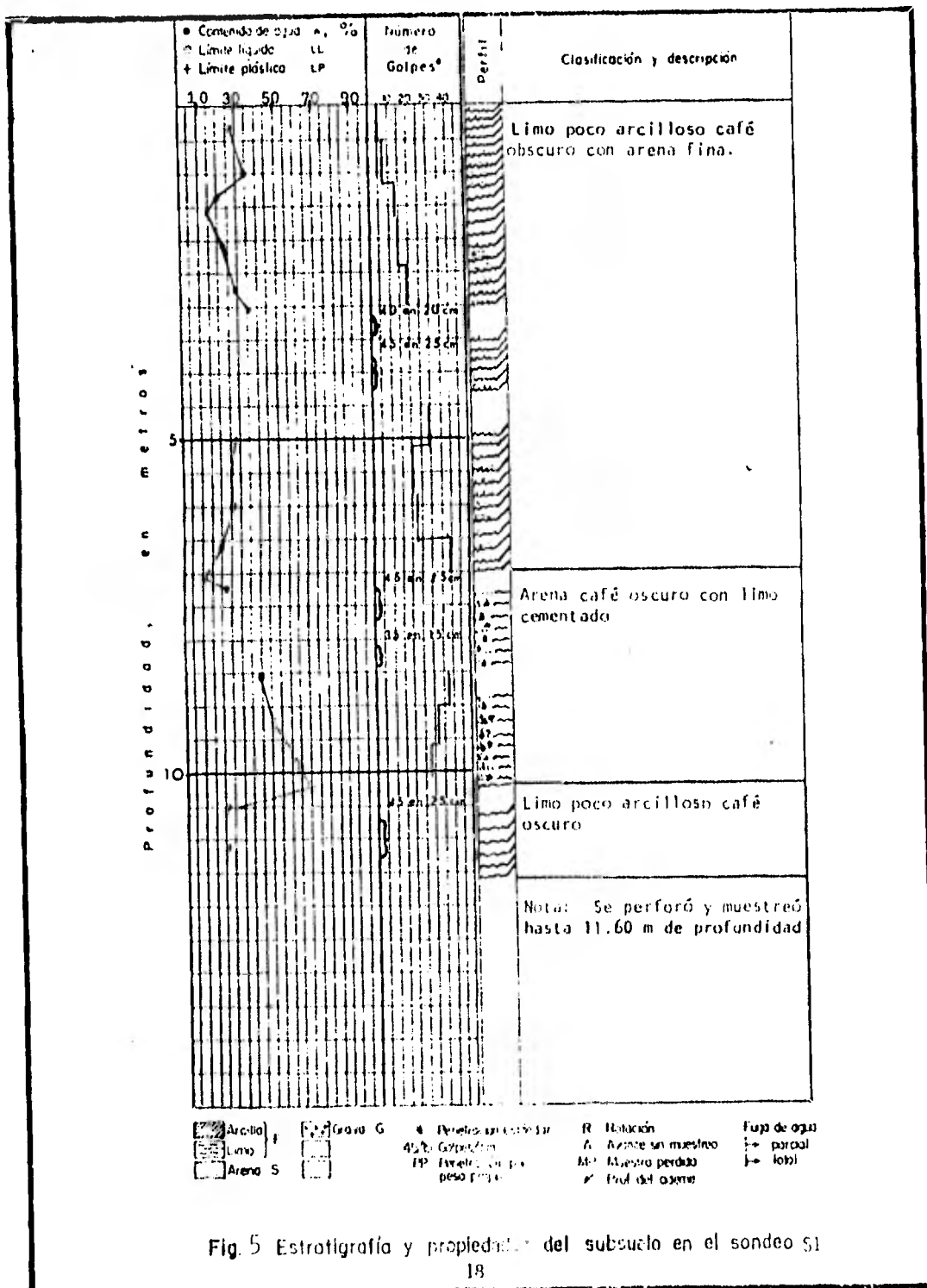


Fig. 5 Estratigrafía y propiedades del subsuelo en el sondeo S1

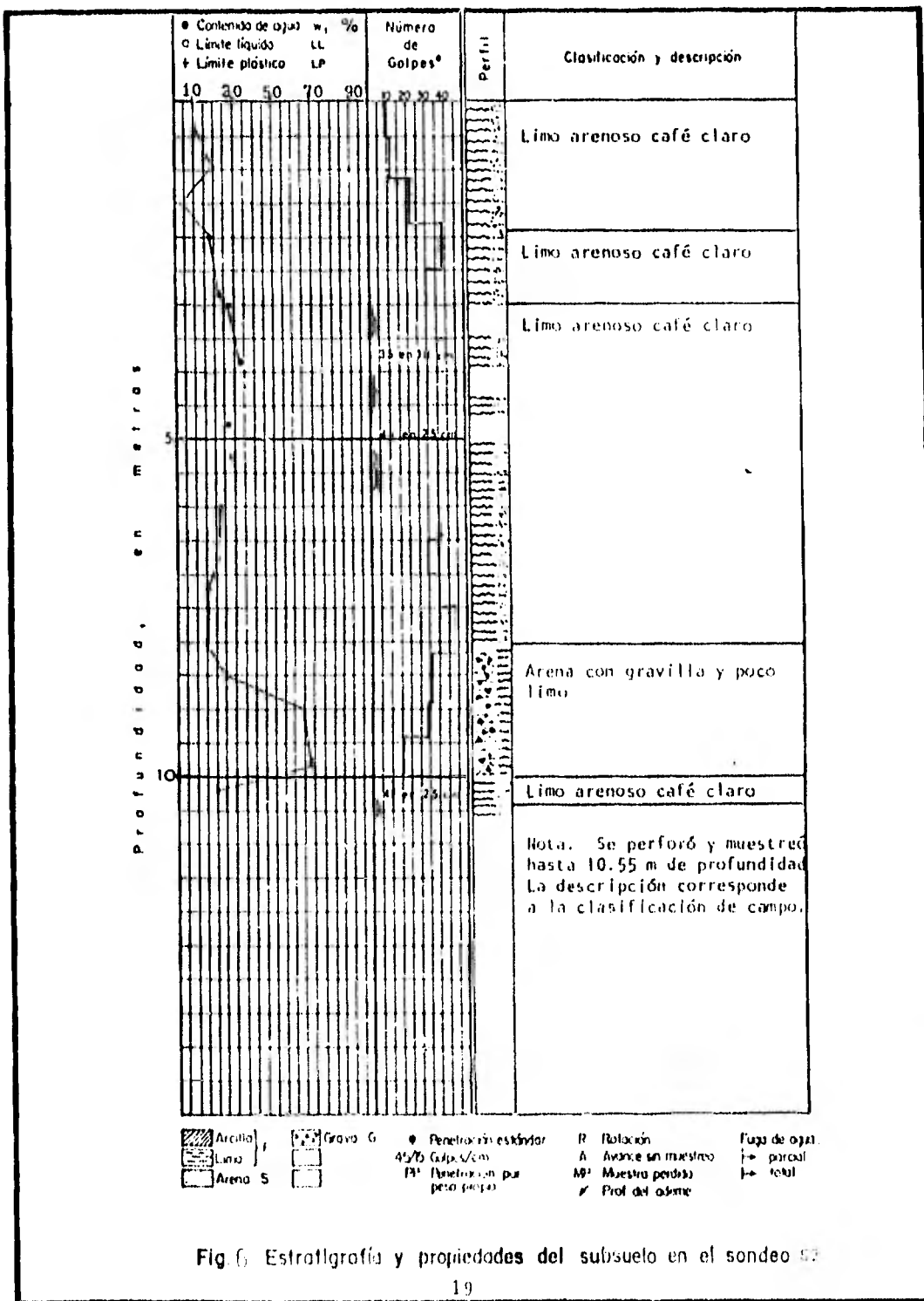
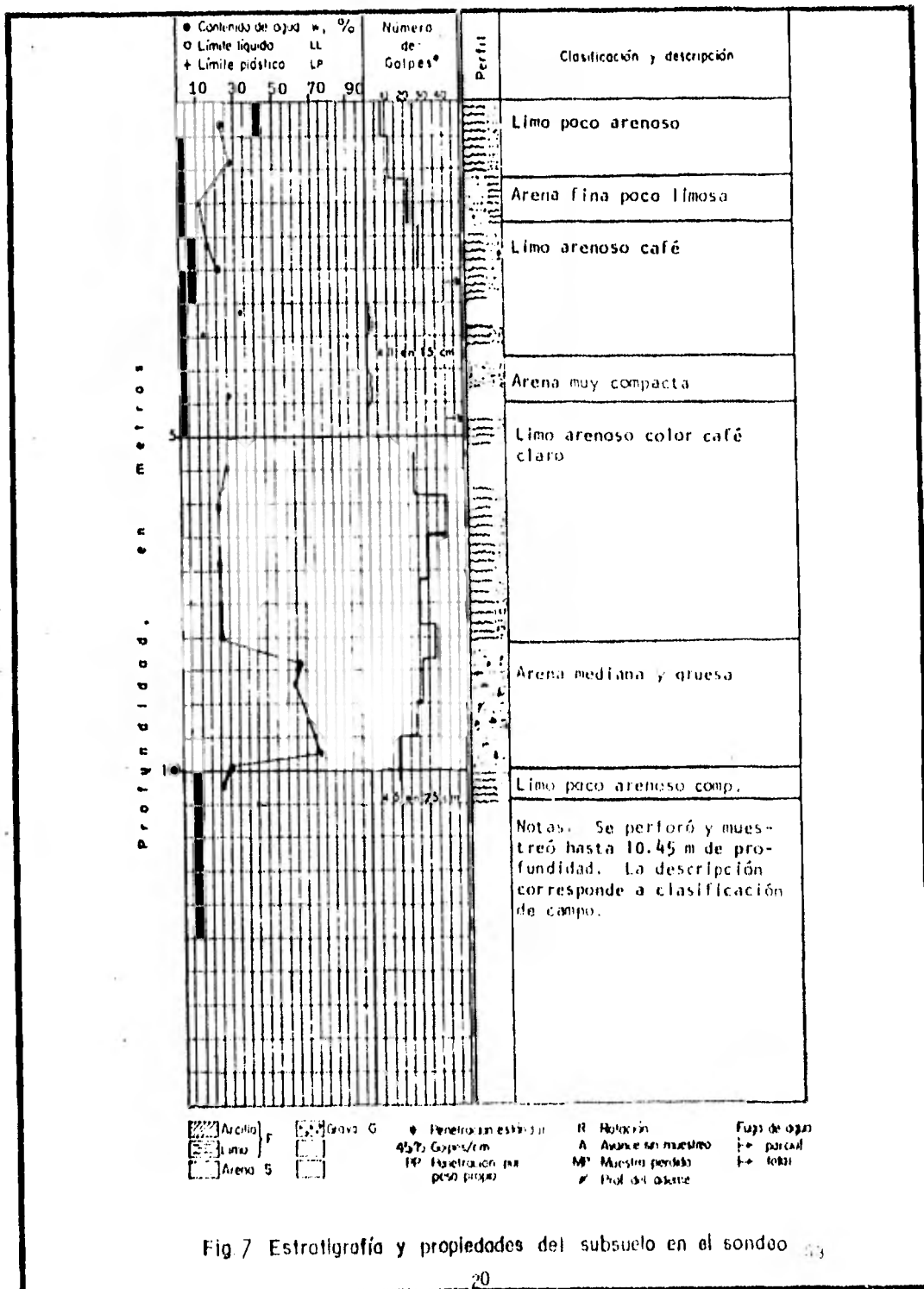
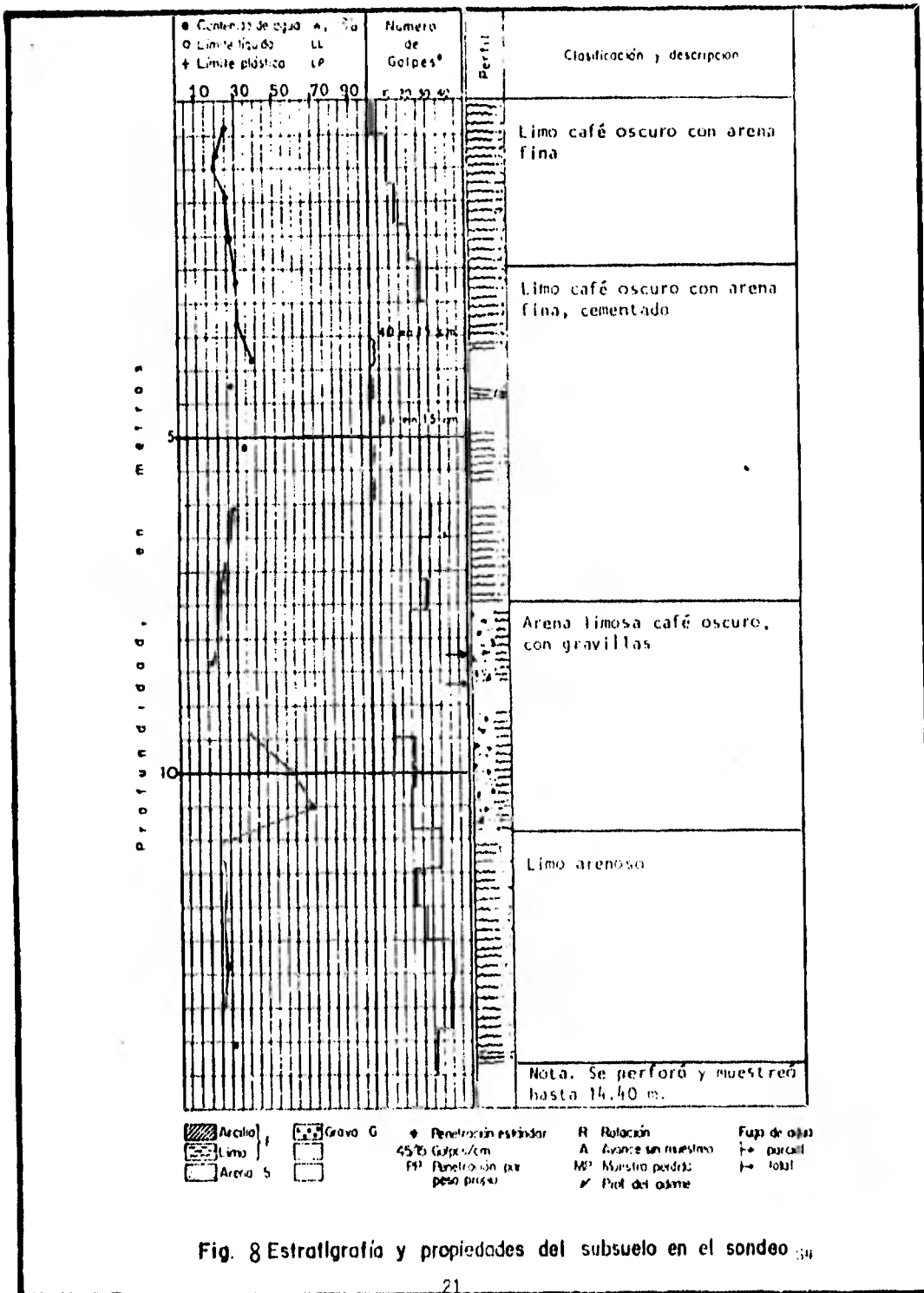


Fig. 6 Estratigrafía y propiedades del subsuelo en el sondeo 57





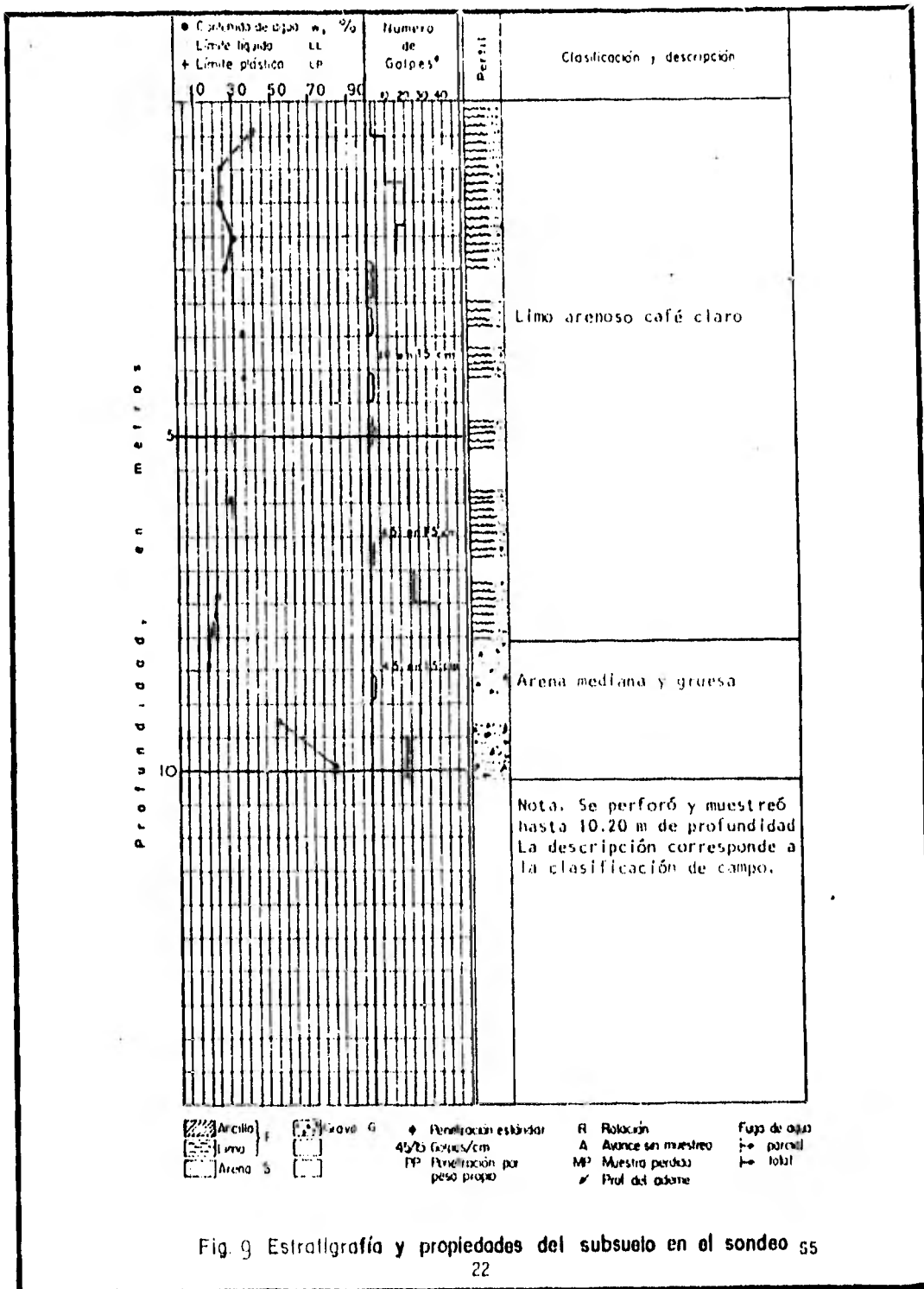


Fig. 9 Estratigrafía y propiedades del subsuelo en el sondeo 55

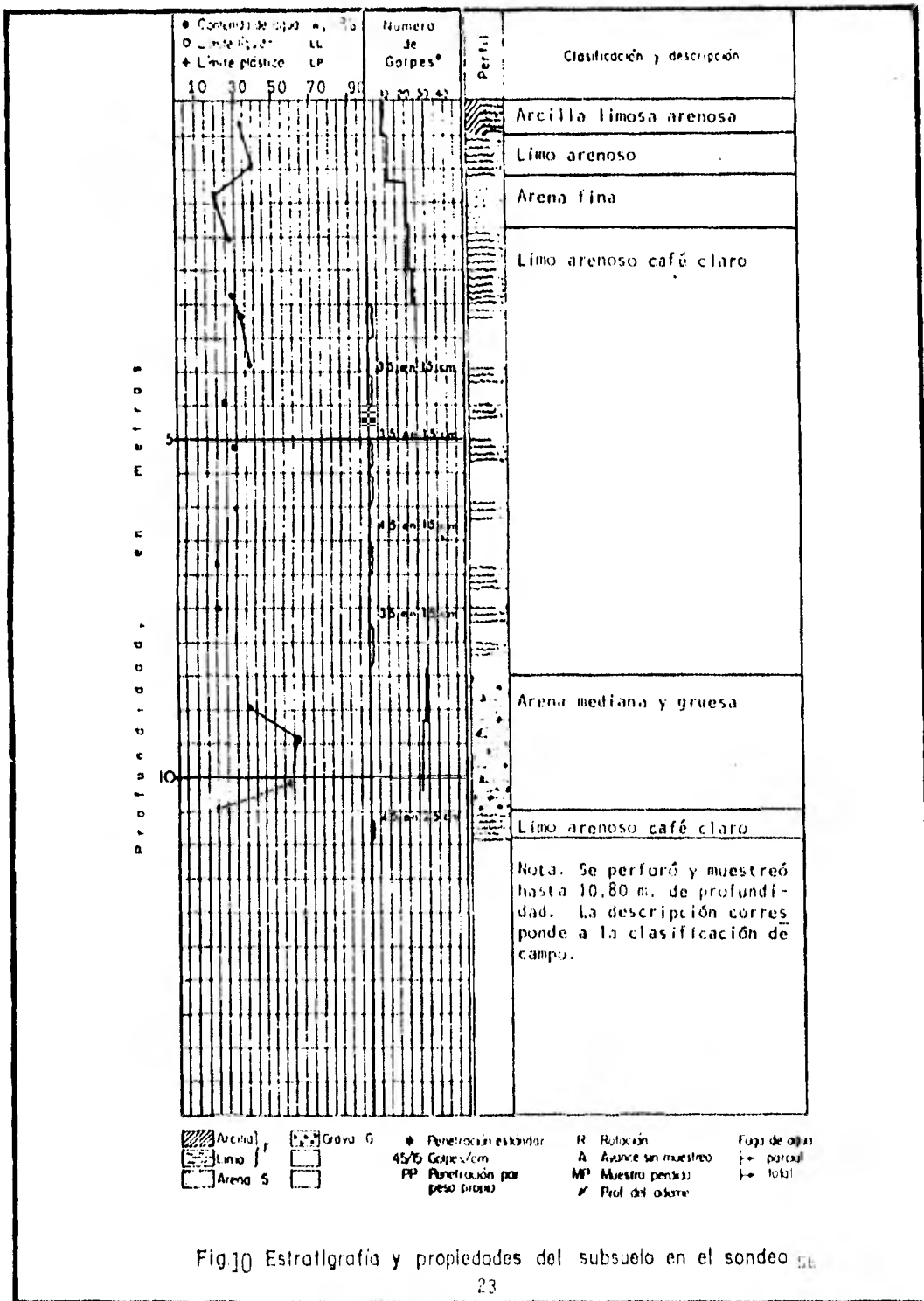
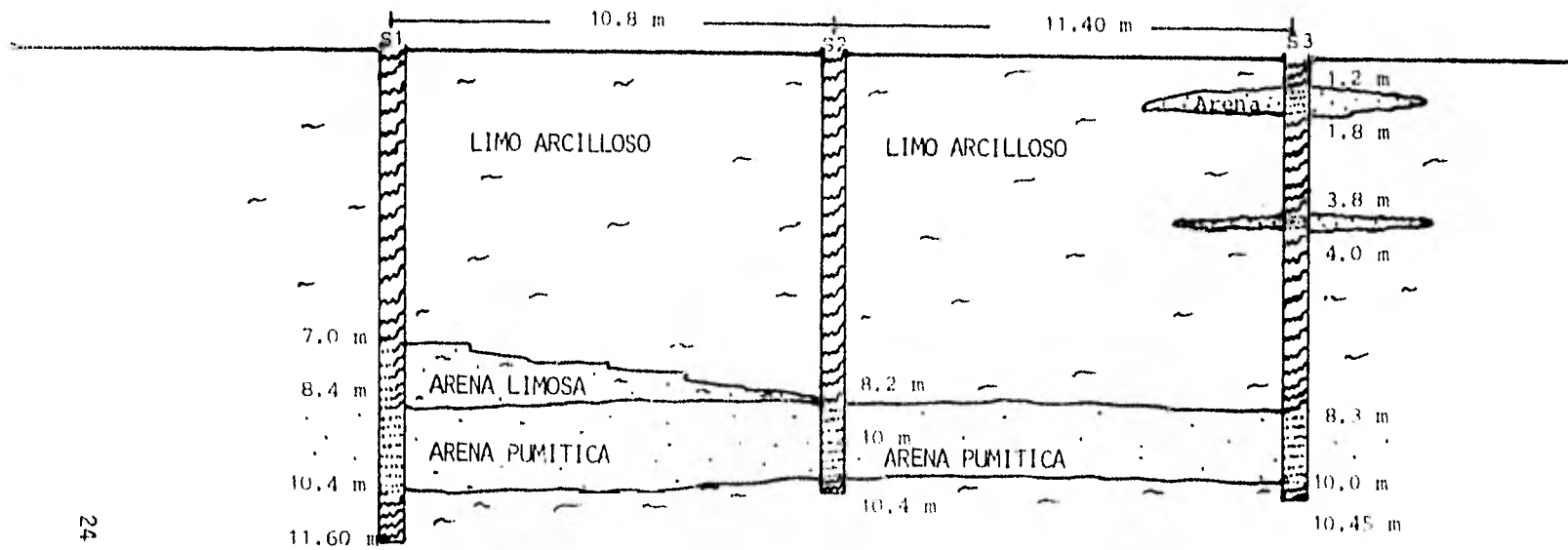


Fig.10 Estratigrafía y propiedades del subsuelo en el sondeo SE



24

ESC: 1:150

NOTA: LAS PROFUNDIDADES SE REFIEREN AL PISO DE LA EXCAVACION (ELEV. - 6 M)

FIG: 11

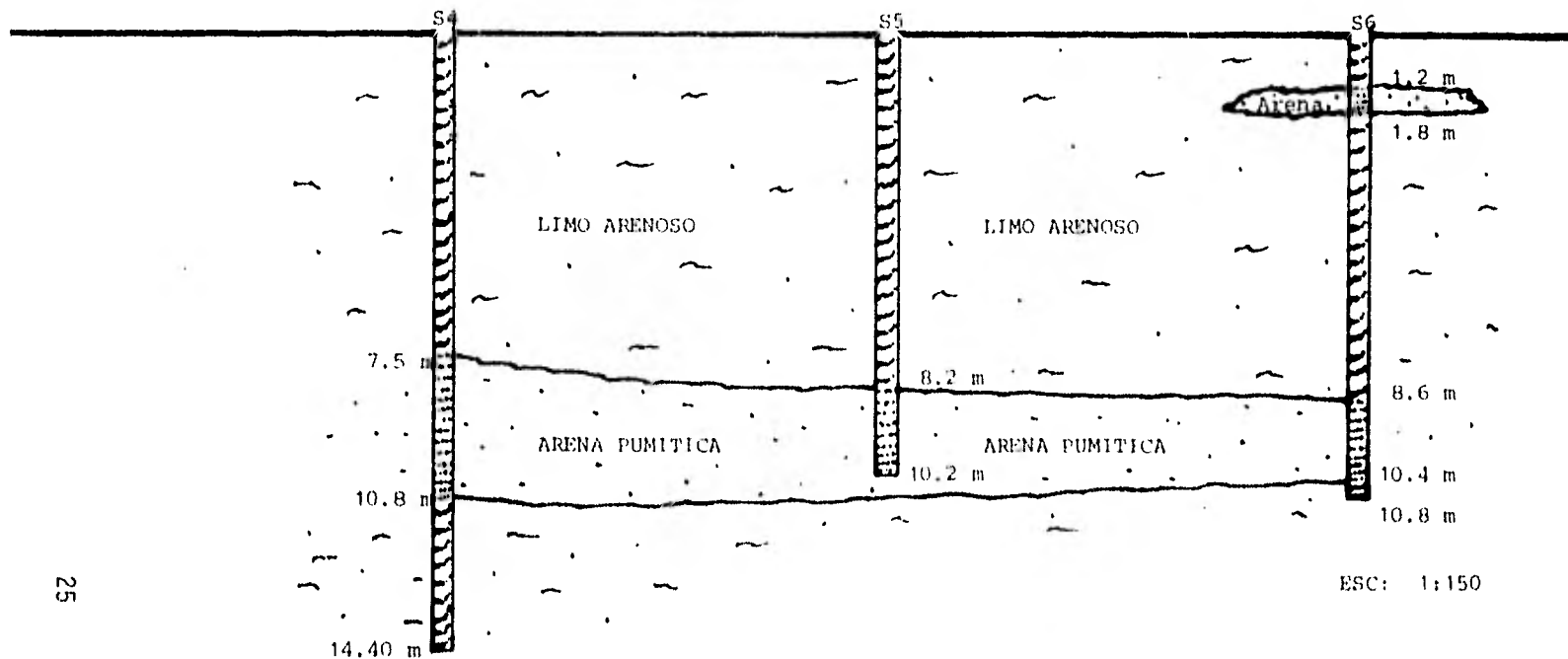


FIG: 12

CAPITULO III

ELECCION Y ANALISIS DE LA CIMENTACION MAS ADECUADA.

III.1. Elección de la cimentación.

Existen tres requisitos fundamentales que debe cumplir la cimentación para proporcionar un buen comportamiento, a la estructura que soportará. Estos requisitos son los siguientes.

- a). La cimentación deberá ser segura contra fallas por resistencia al corte del subsuelo.
- b). La cimentación no deberá asentarse o deformarse más allá de los valores tolerables por la estructura.
- c). La cimentación deberá localizarse y protegerse adecuadamente contra probables agentes externos cuya influencia pudiera afectar su comportamiento.

Estos aspectos están determinados a su vez por las condiciones impuestas por el suelo y la estructura. Estas condiciones para el caso que se analiza son:

- a). Es un suelo compacto y bastante resistente. De los sondeos realizados, cinco de ellos reportaron una capa dura a los

3 metros de profundidad y sólo en uno se encontró a más de 3 m.

b). El suelo presenta condiciones hidráulicas favorables, ya que no se encontró ni se teme que aparezcan aguas freáticas a un nivel que afecte el comportamiento del suelo o de la cimentación.

c). Se tiene un suelo bastante homogéneo que no presenta ningún lente o estrato compresible hasta la profundidad en que se exploró, ni tampoco se han localizado cambios de material en otros estudios de zonas cercanas.

d). Por otra parte, aún cuando las cargas que provoca la estructura son de cierta consideración, la descarga neta será bastante menor debido a la excavación que se hará para alojar los sótanos.

e). En descripción del proyecto no se menciona la existencia de estructuras vecinas, por lo que este aspecto no representa un factor que influya en la selección de la cimentación.

Todas estas condiciones, aunadas al hecho de que una cimentación profunda por lo general solo se utiliza cuando se tiene estratos compresibles en la superficie, lleva a concluir de una forma bastante clara, que el tipo de cimentación más apropiado para este problema es el superficial, apoyándose en la capa dura que se encuentra a 3 m de profundidad. Hay que recordar que esta

distancia se mide a partir del piso del segundo sótano del edificio hacia abajo.

El uso de una losa de cimentación implica una excavación de mayor volúmen, por lo que se optó como conveniente cimentar la estructura mediante zapatas, y dependiendo de la capacidad de carga por ruptura y los asentamientos de los estratos afectados podrán ser aisladas o continuas. Aún cuando estos dos aspectos se calculan independientemente, cualquiera de ellos puede influir en forma determinante para decidir si una zapata es aislada o corrida; asimismo, la superficie total que cubren las zapatas y la distribución de ella (la superficie), influye en esta determinación.

A continuación se presenta el análisis tanto de la resistencia a la ruptura como de asentamientos para la cimentación propuesta:

III.2. Cálculo de capacidad de carga por resistencia a la ruptura.

Existen varias teorías de capacidad de carga, y la que mejor se adapta a las condiciones de este estudio (cimentación superficial sobre suelo friccionante) es la teoría del doctor Karl Terzaghi.

La teoría Terzaghi utiliza el valor de la cohesión (c) y el ángulo de fricción interna (ϕ) del suelo, así como el ancho de la cimentación por diseñar, la profundidad de desplante que se pretende y el peso específico del material en que se cimenta, y los relaciona en la siguiente expresión, que se utiliza para zapatas de longitud muy grande y ancho B :

$$\text{Capacidad de carga última } q_u = CN_c + \gamma D_f N_q + 0.5 \gamma B N_\gamma$$

En donde N_c , N_q y N_γ son los parámetros de capacidad de carga, que son función exclusivamente del ángulo de fricción interna ϕ .

Dado que en los estudios del suelo no se reportó el peso volumétrico (γ) del material, lo cual es un error, se supondrá del valor de este parámetro, y para arenas compactas se puede tomar $\gamma = 1.8 \text{ ton/m}^3$.

De los estudios hechos con anterioridad y con las tablas del apéndice, se obtienen los siguientes datos que servirán para los cálculos que siguen.

De los estudios del subsuelo analizados en el Capítulo II, se concluye que el número de golpes promedio de la prueba de penetración estándar en el estrato que interesa es $N = 55$.

Con $N = 55$ golpes y ángulo de fricción $\phi = 37^\circ$ (tabla 1), los factores de capacidad de carga de Terzaghi son (Tabla 2):

$$N_c = 0$$

$$N_q = 45$$

$$N_\gamma = 45$$

Estos factores serán utilizados en la expresión general de Terzaghi para calcular la capacidad de carga última en el suelo friccionante que se analiza, y adoptando un factor de seguridad F.S. = 5, se tiene que la capacidad de carga admisible es:

$$q_a = \frac{q_u}{F.S.} = \frac{q_u}{5}$$

Como D_f = profundidad de desplante y se supone de 3 m, y B es el ancho de la zapata, se tiene:

$$q_u = cN_c + \gamma D_f N_q + 1/2 \gamma B N_\gamma \text{ ----- (1)}$$

$$q_u = 0 + 1.8 \times 3 \times 45 + 1/2 \times 1.8 \times B \times 45$$

Para tener una idea aproximada de las dimensiones de las zapatas, y dado que la descarga máxima es del orden de 600 ton., las zapatas tendrán que cumplir lo siguiente:

$$q_a = \frac{600}{A} \text{ donde } A \text{ es el área de la zapata.}$$

Si se supone que $A = B^2$, la expresión de Terzaghi antes

mencionada se modifica ligeramente, pues se trata entonces de una zapata cuadrada. Igualando con esta expresión se tiene:

$$1/5 (1.3 cNc + \gamma D_f N_q + 0.4 \gamma B N_{\gamma}) = 600/B^2$$

Sustituyendo:

$$1/5 (0 + 1.8 \times 3 \times 45 + 0.4 \times 1.8 \times 45) = 600/B^2$$

$$48.6 + 6.4 B = 600/B^2$$

$$6.4 B + 48.6 B^2 = 600$$

Resolviendo la ecuación, $B = 2.975 \text{ m}$

Con este ancho de zapata se produciría una q_a de:

$$q_a = 48.6 + 6.4 \times 2.975 = 67.6 \text{ ton/m}^2$$

Este valor está por encima de los valores usuales, y es probable que aunque el suelo sea capaz de resistirlo, se produzcan asentamientos diferenciales que sean intolerables para la estructura. Terzaghi propone valores para capacidad de carga en función del material y del ancho de la zapata larga que producen asentamientos tolerables (Tabla 3).

Suponiendo una zapata de 2 m de ancho y con 55 golpes del penetrómetro estándar como medio, el valor recomendado es de:

$$q_a = 6.1 \text{ Kg/cm}^2 = 61 \text{ ton/m}^2$$

Aceptando este valor como adecuado para q_a , las dimensiones de la zapata rectangular para soportar la carga en el punto más desfavorable serán:

$$\frac{600 \text{ Ton}}{A \text{ m}^2} = 61 \text{ Ton/m}^2$$

Si $A = BL$ y $B = 2 \text{ m}$, se tiene:

$$600/2L = 61 ; L = 4.90 \text{ m}$$

Las dimensiones de las zapatas serán de 2 m X 4.90 para garantizar un adecuado funcionamiento con respecto a la ruptura y asentamientos del suelo.

El área de las zapatas de cimentación debe estudiarse para que resulte económica. En este caso la distancia que queda entre las zapatas es pequeña, por lo que se puede obtener una solución más económica cambiando la forma de distribución de los esfuerzos. No es lo mismo una cimentación resuelta a base de grandes zapatas aisladas en la que el cálculo se basa en una hipótesis de vigas planas en cantiliver, que un sistema como el de cimientos corridos en que los momentos flexionantes que se producen son relativamente más pequeños. Por esta razón, en este caso se utilizarán zapatas corridas de 2 m de ancho en el sentido longitudinal.

III.3 Análisis de asentamientos

En el subsuelo de la zona de estudio, los asentamientos a largo plazo o diferidos no serán significativos. En suelos arenosos es conveniente revisar los asentamientos inmediatos producidos por la descarga de la estructura. El asentamiento que se produce es debido a la deformación elástica y plástica del material.

El análisis de deformaciones verticales se puede dividir en dos partes: primero, la estimación de los asentamientos totales y diferenciales, y segundo, la revisión de estos asentamientos con respecto a los máximos permisibles.

Los asentamientos elásticos se pueden estimar a partir de los esfuerzos provocados por la carga en cada punto (obtenidos con la solución de Boussinesq), que a su vez producen deformaciones, cuya integración da la solución siguiente:

$$H_e = \frac{WB}{E} \frac{(1-\nu^2)}{2} I_f \text{ ----- (2)}$$

Donde:

H_e , asentamiento de un área unitaria.

W , carga uniformemente repartida.

B , ancho del cimiento.

ν , relación de Poisson.

I_f , factor de forma,

E , módulo de elasticidad del suelo.

La carga W se fija suponiendo que las descargas de las columnas están repartidas en forma uniforme a lo largo de la zapata. Así pues, sumando las descargas para la primera zapata se -- tendrá (ver figura 2) :

$$\text{Carga total} = 304 + 489 + 457 + 454 + 450 + 452 + 350$$

$$\text{Carga total} = 2956 \text{ ton.}$$

$$\text{Area de la zapata} = 2 \times 31,2 = 62,4 \text{ m}^2$$

$$W = \frac{2956}{62,4} = 47,37 \text{ t/m}^2 = 4,373 \text{ Kg/cm}^2$$

El problema que tiene el cálculo de asentamientos con ex-- presiones como la mencionada anteriormente, es la determinación adecuada de ν y de E .

El rango de variación de ν es pequeño, como puede observar se en la expresión que representa el cambio volumétrico, $\Delta V = \frac{\tau_x + \tau_y + \tau_z}{E} (1-2\nu)$, ya que ν no puede ser mayor de 0.5, como puede observarse en los valores experimentales obtenidos que se muestran en la tabla 4 (ref. 5). Siendo ν menor o igual que 0.5 y expresado al cuadrado en la expresión (2), el efecto que pueda producir los cambios de ν no es muy grande.

Terzaghi (ref. 6) recomienda un valor de $\nu = 0.3$ para suelos arenosos compactos, y será el valor que se tome para los cálculos posteriores.

El módulo de elasticidad tiene mayor influencia en la expresión y es difícil de determinar pues su valor está influenciado por un gran número de variables (tipo del suelo, profundidad o presión de confinamiento, presión bajo el cimientó, contenido de agua, etc.), además de que en general la curva deformación-tiempo no es recta y es necesario establecer una relación deformación esfuerzo con una secante a la curva. La secante deberá fijarse por consideraciones varias.

En la práctica E se determina de las curvas esfuerzo-deformación axial obtenidas de pruebas de compresión triaxial, sin embargo en este caso no se efectuaron estas pruebas, por lo que se usarán otros criterios para su estimación.

Un criterio que se puede usar en arenas es el siguiente (referencia 7)

$$E = 5 (N + 15), \text{ Kg/cm}^2$$

donde N es el número de golpes de la prueba de penetración estándar. En este caso se tendrá:

$$E = 5 (55 + 15) = 350 \text{ Kg/cm}^2$$

En la tabla 5 (referencia 7) se tienen valores de E para algunos suelos. Estos valores son experimentales y pueden considerarse más aceptables que el obtenido anteriormente.

De ésta última tabla se fijó el valor que se usará en este trabajo y que es $E = 500 \text{ Kg/cm}^2$.

El factor de forma I_f se puede obtener de la tabla 6 (ref 5).

En el caso que se analiza, la relación $\frac{L}{B} = \frac{31.2}{2} = 15.6$, por lo que en la tabla 6 se tomará el valor de 2.54 como factor de influencia para el centro, y para la esquina de 1.27.

En resumen, el cálculo de asentamientos para la zapata I - (ver. fig. 13) se hará con los siguientes datos:

$$W = 4.737 \text{ Kg/cm}^2$$

$$B = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$$

$$v = 0.3$$

$$I_f \text{ centro} = 2.54$$

$$I_f \text{ esquina} = 1.27$$

$$E = 500 \text{ Kg/cm}^2$$

$$H_e \text{ centro} = \frac{4.737 \times 200 (1-0.3^2) 2.54}{500} = 4.38 \text{ cm}$$

$$H_e \text{ esquina} = \frac{4.737 \times 200 (1-0.3^2) 1.27}{500} = 2.19 \text{ cm}$$

Para la zapata II (ver fig. 13), los datos son los mismos, a excepción de W , que será:

$$W = \frac{300 + 567 + 597 + 563 + 460 + 454 + 339}{2 \times 31.2} = \frac{3280}{62.4}$$

$$W = 52.56 \text{ ton/m}^2 = 5.256 \text{ ton/m}^2$$

Por lo tanto se tiene:

$$H_e \text{ centro} = \frac{5.256 \times 200 (1 - 0.3^2) 2.54}{500} = 4.86 \text{ cm}$$

$$H_e \text{ esquina} = \frac{5.256 \times 200 (1 - 0.3^2) 1.27}{500} = 2.43 \text{ cm}$$

En la figura 13 se muestra la disposición de las zapatas y los asentamientos totales que sufrirán. Se observa que la relación entre el asentamiento diferencial (diferencia de asentamientos entre dos puntos) y el claro en que se produce para la zapata I es de:

$$R_e = \frac{4.38 \text{ cm} - 2.19 \text{ cm}}{15.6 \times 100 \text{ cm}} = 0.0014$$

Para la zapata II:

$$R_e = \frac{4.86 \text{ cm} - 2.43 \text{ cm}}{15.6 \times 100 \text{ cm}} = 0.0015$$

La razón de obtener estos valores es que los asentamientos máximos permisibles se especifican en función de esta relación.

Existen diversos criterios que fijan si los asentamientos obtenidos son aceptables. Los valores siguientes se refieren

a la relación asentamiento diferencial entre el claro en que se producen (Re):

a) Criterio Skempton - McDonald (ref 8)

$Re < 0.0033$, no aparece ninguna grieta

$0.0033 < Re < 0.004$. daños probables en acabados

$Re > 0.005$, agrietamiento de elementos estructurales.

Por criterio de seguridad establecen un máximo de

0.002 para Re.

b) Criterio Skempton (ref 9)

Para edificios recomienda un valor máximo de $Re = 0.003$

c) Criterio D.D.F. (ref. 1. c.)

Para marcos de concreto esta relacion tiene un valor permisible $Re = 0.004$.

Los asentamientos diferenciales estimados están bajo los máximos permisibles, por lo que se puede decir que la cimentación es adecuada.

III.4 ANALISIS ESTRUCTURAL DE LA CIMENTACION

Obtener el diagrama de reacciones del suelo que solicita a un cimiento, así como determinar la magnitud de los esfuerzos que se provocan en él para poder realizar el dimensionamiento del concreto y el acero de refuerzo en la subestructura, es un problema relacionado con el cálculo estructural, y cuyo análisis corresponde secundariamente al objetivo fundamental de este trabajo, que es la presentación del problema geotécnico, por lo cual solo se hace un análisis estructural general, que no pretende constituir un análisis completo. Se incluye este estudio con dos propósitos principales:

1). Para proporcionar un marco de referencia sobre los aspectos principales que influyen sobre las cimentaciones superficiales, y 2). Para romper la disociación tan grande que actualmente existe entre los análisis de Mecánica de suelos y los de estructuras, disociación que constituye un grave error, ya que ni el especialista en suelos, ni el estructural, toman en cuenta la importancia que tiene la relación entre el suelo y la estructura en el diseño de las cimentaciones.

Para alcanzar los objetivos anteriores se usará un método de análisis que considera la acción del suelo en contacto con la estructura, y la acción de ésta sobre el suelo.

Al analizar las estructuras que se asientan sobre suelos compresibles, es necesario tomar en cuenta por un lado, la rigidez de la estructura, y por otro lado las características de deformación del suelo.

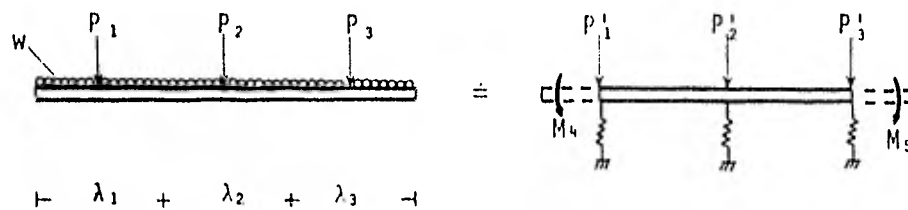
Existen varios procedimientos desarrollados por distintos investigadores (ref. 10) para obtener la solución del problema de la interacción suelo-estructura, así como diversos trabajos y ejemplos ya publicados.

La exposición detallada de alguno de estos métodos está fuera del propósito de este trabajo, razón por la que solo se hace referencia a los elementos y procesos indispensables para hacer comprensible el método que se usó en el análisis de la cimentación en estudio, dándose las referencias necesarias para una explicación más detallada.

El procedimiento utilizado se desarrolló en la Facultad de Ingeniería de la UNAM por los ingenieros Pablo Enríquez M. y José Luis Sánchez Martínez (ref. 11), y en él se plantea un método no interactivo de análisis de cimentaciones superficiales, teniendo en cuenta la interacción entre el suelo y la estructura. El método analiza al conjunto suelo-estructura como un solo sistema estructural, resolviéndolo por el método general de las rigideces (ref. 12) que se utiliza en el análisis estructural.

El método utilizado considera a la cimentación como una viga continua sujeta a solicitaciones producidas por las descargas de la superestructura (por medio de muros o columnas) y por las reacciones del suelo, el cual a su vez se idealiza considerándolo como una serie de soportes interdependientes

colocados en los puntos donde se producen las descargas de la estructura. Lo anterior se puede ilustrar de la siguiente manera:



donde P_1 , P_2 y P_3 son las cargas reales producidas por la superestructura, w es la carga uniformemente repartida por peso propio de la viga, y P'_1 , P'_2 , P'_3 , M_4 y M_5 son las cargas y momentos que se utilizan para la aplicación del método, y que se obtienen de la siguiente manera:

$$P'_1 = P_1 + w\lambda_1, \quad P'_2 = P_2 + w\lambda_2, \quad \text{etc.}$$

$$M_4 = \frac{w}{2} \left(\frac{\lambda_1}{2} \right)^2, \quad \text{etc.}$$

Para facilitar el uso de este método los autores desarrollaron un programa de computadora que se encuentra grabado y listo para operarse en una microcomputadora Radio-Shack Mod. II de la División de Ingeniería Civil de la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

El programa grabado representa una gran ventaja, ya que solo se requiere proporcionar los datos que la computadora pide en la pantalla, y ella calcula cada una de las etapas necesarias para la obtención de las reacciones y los elementos mecánicos en cada uno de los nudos de la viga.

La secuencia de cálculo en forma general es la siguiente:

El método requiere el número de claros y la longitud de ellos, el módulo de elasticidad del material de que está hecha la estructura, el ancho de la cimentación y el momento de inercia de la viga; con estos datos el programa calcula la matriz de rigideces de la viga. Enseguida la computadora requiere las características de compresibilidad de los estratos de suelo en que se apoya la cimentación, concretamente, los coeficientes de deformación volumétrica de cada estrato, así como el espesor de los mismos (figura 14), datos de los cuales obtiene la matriz de flexibilidades del suelo. Después se le proporcionan las cargas que transmite la estructura y los momentos (si es que los hay) producidos por el peso propio de la cimentación. Proporcionados estos datos el programa calcula los desplazamientos debidos a las cargas y momentos; enseguida calcula la inversa de la matriz de flexibilidades (la matriz de rigideces del suelo), que sumada a la de la estructura representa a la matriz de rigideces del sistema. Invirtiendo esta última matriz el programa encuentra el vector de desplazamientos desconocidos y finalmente calcula las

reacciones en el terreno y los elementos mecánicos (momentos y fuerza cortante) en la viga de cimentación correspondientes al área tributaria de cada soporte que constituye la idealización del sistema en el contacto suelo-estructura.

Es necesario hacer notar que las reacciones obtenidas mediante un análisis que considere la interacción entre la estructura y el suelo, no deben sobrepasar la capacidad de carga de esta última obtenida anteriormente. En caso contrario, se deberá hacer una redistribución de esfuerzos hasta lograr que las reacciones sean menores a la capacidad del suelo.

En lo que se refiere a la geometría de la cimentación, el ancho y longitud de las zapatas ya han sido determinadas en incisos anteriores. El peralte (la tercera dimensión que se necesita) se analizó en el tramo de la zapata que corresponde al área tributaria de la columna más cargada, utilizando el criterio que establece el reglamento de construcción del D.D.F. (referencia 13). Este criterio determina el peralte basándose en la resistencia al esfuerzo cortante del material de la estructura y revisándolo después por penetración. En el procedimiento se considera a la zapata como si fuera una viga cuyo ancho es el ancho total de la zapata. La sección crítica para esta condición es considerada igual que en vigas, es decir, a un peralte efectivo del paño de la columna. El esfuerzo cortante admisible es también el mismo

especificado para vigas, o sea, $vc = 0.5 F_R \sqrt{F^*c}$; Para el cálculo del peralte utiliza la siguiente expresión:

$$d = \frac{(L-a)}{2(vc + q)} q$$

donde d es el peralte efectivo de la zapata, L es la longitud de la viga, "a" es la longitud del lado de la columna paralelo a la longitud de la zapata, vc es el esfuerzo cortante que resiste el concreto y q es la reacción del terreno definida como la carga total entre el área en que actúa.

La expresión anterior para calcular d es fácilmente deducible del análisis de equilibrio entre fuerzas resistentes y fuerzas actuantes.

Asimismo fué necesario determinar los coeficientes de deformación volumétrica (Mv) de los diferentes estratos en que se puede dividir el suelo de apoyo, coeficientes que han sido propuestos por un investigador mexicano, el Dr. Leonardo Zeevaert en base a las características de compresibilidad del suelo, y de cuyo trabajo fueron tomados para usarse en este estudio (tabla 7, referencia 7).

En la figura 14 se muestra un esquema en que se aprecia el conjunto suelo-cimentación, con algunos de los datos que intervinieron en la solución de este problema, y enseguida se presenta el desarrollo del programa de computadora, así como los resultados obtenidos con el mismo, resultados que posterior

mente se utilizarán para la determinación del dimensionamiento de la contratrabe de cimentación.

ZAPATA I

INTERACCION SUELO ESTRUCTURA DE UNA VIGA CONTINUA

MODULO DE ELASTICIDAD 1581140-17M2

CLARO (M)	LONGITUD (M)	MOMENTO DE INERCIA (M4)
12.50	12.50	0.288000
12.50	12.50	0.288000
12.50	12.50	0.288000
12.50	12.50	0.288000
6	12.50	0.288000

MATRIZ DE RIGIDEZES DE LA VIGA

38862.7	38862.7	0	0	0	0	0	0	101043	101043
38862.7	77725.5	38862.7	0	0	0	0	0	-101043	0
101043	0	0	0	0	0	0	0	0	-101043
38862.7	77725.5	38862.7	0	0	0	0	0	0	0
101043	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38862.7	77725.5	38862.7	0	0	0	0	0	0	0
101043	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38862.7	77725.5	38862.7	77725.5	38862.7	0	0	0	0	0
101043	0	0	0	0	0	0	0	350283	175141
38862.7	77725.5	38862.7	77725.5	38862.7	0	0	0	175141	700566
101043	0	0	0	0	0	0	0	0	175141
38862.7	77725.5	38862.7	77725.5	38862.7	0	0	0	0	0
101043	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38862.7	77725.5	38862.7	77725.5	38862.7	0	0	0	0	0
101043	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38862.7	77725.5	38862.7	77725.5	38862.7	0	0	0	0	0
101043	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38862.7	77725.5	38862.7	77725.5	38862.7	0	0	0	0	0
101043	0	0	0	0	0	0	0	0	0

CARACTERISTICAS DE LOS ESTRATOS DEL SUELO

ESTRATO	ALFO X (CM3)	ESPESOR (M)
1	0.0000	2.00

5

0.00330
0.00500

2.00
2.00

MATRIZ INVERSA

4124.54	457.990	-16.6206	-7.1291	-2.7183	-1.26565	-70833
-457.990	4175.4	-456.153	-15.8294	-6.82848	-2.58059	-1.26565
16.6206	456.153	4175.47	456.125	-15.8206	-6.82848	-2.7183
-7.1291	-15.8294	-456.125	4175.48	-456.125	-15.8274	-7.12908
-2.7183	-6.82848	-15.8206	456.125	4175.47	456.153	-16.6206
-1.26565	-2.58059	-6.82848	-15.8294	-456.153	4175.4	-457.990
70833	1.26565	-2.7183	-7.12908	-16.6207	-457.990	4124.54

MATRIZ DE RIGIDEZES SUELO-ESTRUCTURA

42987.3	39320.7	16.6206	7.1291	-2.7183	-1.26565	-70833	101043	101043
0	0	0	0	0	0	0	0	0
39320.7	61900.9	-39316.9	-15.8294	-6.82848	-2.58059	-1.26565	-101043	0
101043	0	0	0	0	0	0	0	0
16.6206	39316.9	61901	-39316.9	-15.8206	-6.82848	-2.7183	0	-101043
0	101043	0	0	0	0	0	0	0
7.1291	-15.8294	-39316.9	61901	-39316.9	-15.8294	-7.12908	0	0
-101043	0	101043	0	0	0	0	0	0
-2.7183	-6.82848	15.8206	-39316.9	61901	-39316.9	-16.6206	0	0
0	-101043	0	101043	0	0	0	0	0
-1.26565	-2.58059	-6.82848	-15.8294	-39316.9	61900.9	-39320.7	0	0
0	0	-101043	0	101043	0	0	0	0
70833	1.26565	-2.7183	-7.12908	-16.6207	-39320.7	42987.3	0	0
0	0	0	-101043	-101043	0	0	0	0
101043	101043	0	0	0	0	0	350283	175141
0	0	0	0	0	0	0	0	0
101043	0	101043	0	0	0	0	175141	700566
175141	0	0	0	0	0	0	0	0
0	161043	0	101043	0	0	0	0	175141
700566	175141	0	0	0	0	0	0	0
0	0	161043	0	101043	0	0	0	0
175141	700566	175141	0	0	0	0	0	0
0	175141	0	161043	0	-101043	0	0	0
0	0	0	175141	0	0	-101043	0	0
0	0	175141	700566	175141	0	-101043	0	0
0	0	0	0	0	101043	-101043	0	0
0	0	0	175141	700566	175141	101043	-101043	0
0	0	0	0	175141	700566	101043	-101043	0

MATRIX INVERSION

7.079E-04	0.52459E-05	1.64359E-05	6.92114E-06	5.07209E-06	9.7917E-06	2.64793E-07	2.96287E-05	1.06202E-05
0.17938E-06	-1.87915E-06	7.1478E-07	2.19221E-07	3.58407E-07	2.29636E-06	-8.90121E-06	7.88735E-06	-1.00346E-06
0.52459E-05	-1.10071E-06	-7.50508E-06	3.07315E-05	7.85505E-06	1.0929E-07			
9.55066E-06	-6.65571E-06	-7.95172E-06	7.7224E-07	1.0929E-07				
1.69329E-05	7.50508E-06	1.09923E-06	-7.76279E-05	3.30576E-05	5.855E-06	-9.0771E-06	-1.15046E-05	-1.0929E-05
4.33574E-08	-9.33042E-06	-7.06402E-06	-3.265E-07	2.4538E-07				
6.92114E-06	3.07315E-05	-7.743E-05	1.6928E-06	7.7224E-07	3.07314E-05	-6.92114E-06	6.79619E-06	-0.1303E-06
0.74672E-06	-1.28466E-11	-9.34673E-06	0.13072E-07	2.70219E-06				
7.07789E-06	5.85504E-06	3.30576E-05	7.76279E-05	1.09923E-06	7.90585E-05	1.09923E-06	2.95757E-06	7.62752E-05
7.04681E-06	9.33079E-06	4.33494E-06	1.0929E-05	-1.10071E-06				
4.94171E-06	2.95635E-06	9.85501E-06	3.07314E-05	7.50505E-05	1.10071E-06	9.85504E-06	1.05349E-07	7.72705E-07
3.95171E-06	4.05545E-06	7.55034E-07	1.04345E-06	2.34734E-06				
5.07209E-06	4.94171E-06	7.07714E-06	6.92114E-06	1.09923E-05	0.52459E-05	2.1029E-06	8.82403E-07	5.19773E-07
5.14569E-07	1.83513E-06	0.17938E-06	1.04345E-06	2.1029E-06	1.05349E-07	8.82403E-07	1.07117E-05	2.57237E-06
5.96287E-05	7.84734E-06	1.15046E-05	6.79619E-06	2.95757E-05	1.05349E-07	8.82403E-07	1.07117E-05	2.57237E-06
5.5517E-07	-1.0014E-06	-1.3052E-07	-7.03139E-07	-1.2495E-07	7.72705E-07	9.19974E-07	2.62239E-06	4.69563E-05
1.86202E-05	1.0014E-06	1.0523E-05	0.1303E-06	3.67732E-06	7.72705E-07	9.19974E-07	2.62239E-06	4.69563E-05
7.1928E-07	-0.00103E-07	7.30574E-07	-4.1028E-07	2.4113E-07	2.7517E-05	5.143E-07	5.55171E-07	3.1929E-07
0.17949E-06	9.55066E-06	7.30574E-06	7.30574E-06	7.06601E-06	2.7517E-05	5.143E-07	5.55171E-07	3.1929E-07
1.022E-06	7.0373E-07	-7.6685E-07	7.06601E-07	2.4113E-07				
1.83513E-06	6.85571E-06	7.33041E-06	1.31014E-11	9.33037E-05	6.35369E-06	1.03513E-06	-1.00815E-06	-0.80193E-07
2.04721E-07	4.9144E-07	2.04721E-07	0.0015E-07	1.0931E-07	9.35064E-06	0.17944E-06	6.30522E-07	7.30574E-07
0.1429E-07	3.93173E-06	7.05861E-06	9.34673E-06	4.33494E-06				
0.66885E-07	2.04721E-07	4.33494E-06	3.1929E-07	4.8817E-07				
9.19971E-07	7.74708E-07	3.69352E-06	0.13072E-07	1.09923E-05	1.05345E-05	1.05345E-05	2.34734E-07	6.10236E-07
3.30574E-07	-0.00173E-07	3.1929E-07	3.1929E-07	3.1929E-07	7.94736E-05	7.94736E-05	1.3015E-07	2.83139E-07
6.88482E-07	1.83513E-06	7.40734E-06	7.40734E-06	1.15046E-05				
3.30574E-07	-1.30914E-06	5.55171E-07	5.55171E-07	1.09923E-05				

RESULTADOS

NUDO	DESPLAZAMIENTO VERTICAL (M)	GIRO (RAD)
1	-0.107	-0.006
3	-0.133	-0.004
5	-0.150	-0.002
7	-0.153	-0.003
9	-0.143	-0.002
11	-0.134	-0.004
13	-0.112	-0.005

ELEMENTOS MECANICOS

MIEMBRO	NUDO	FUERZA CORTANTE (TON)	MOMENTO (T-M)
1	1	55.68	0.00
1	2	-55.68	289.53
2	2	-18.30	-269.57
2	3	18.30	194.35
3	3	-13.34	-194.35
3	4	13.34	125.01
4	4	-2.90	-125.01
4	5	2.90	140.08
5	5	-7.05	-140.08
5	6	7.05	176.74
6	6	-11.79	-176.74
6	7	11.79	0.00

REACCIONES EN EL TERRENO

NUDO	ESFUERZO (T-M)
1	-37.30
3	-41.78
5	-46.19
7	-47.37
9	-45.06
11	-41.81
13	-37.30

MATRIZ DE FLEXIBILIDADES DEL SUELO

1.27339E-04	1.94582E-05	3.02248E-06	7.5427E-07	2.60624E-07	1.11312E-07	5.49298E-08
1.94582E-05	1.27339E-04	1.94582E-05	1.27339E-04	7.5427E-07	2.60624E-07	1.11312E-07
3.02248E-06	1.94582E-05	1.27339E-04	1.94582E-05	3.02248E-06	7.5427E-07	2.60624E-07
7.5427E-07	3.02248E-06	1.94582E-05	1.27339E-04	1.94582E-05	3.02248E-06	7.5427E-07
2.60624E-07	7.5427E-07	3.02248E-06	1.94582E-05	1.27339E-04	1.94582E-05	3.02248E-06
1.11312E-07	2.60624E-07	7.5427E-07	3.02248E-06	1.94582E-05	1.27339E-04	1.94582E-05
5.49298E-08	1.11312E-07	2.60624E-07	7.5427E-07	3.02248E-06	1.94582E-05	1.27339E-04

DAIOS DE CARGAS EN LAS JUNTAS

NUDO	CARGA AXIAL (TON)	MOMENTO (T-M)
1	310.00	0.00
2	520.00	0.00
3	220.00	0.00
4	530.00	0.00
5	487.00	0.00
6	481.00	0.00
7	353.00	0.00

DESPLAZAMIENTOS EN SUELO 100% FLEXIBLE

- .0540831
- .0762669
- .125442
- .100589
- .0644048
- .0806991
- .0564626

RESULTADOS

NUDO	DESPLAZAMIENTO VERTICAL (M)	GIRO (RAD)
1	-0.060	-0.006
2	-0.089	-0.009
3	-0.107	-0.009
4	-0.101	0.001
5	-0.091	0.002
6	-0.077	0.003
7	0.038	0.004

ELEMENTOS MECANICOS

MIEMBRO	NUDO	FUERZA CORTANTE (TON)	MOMENTO (T-M)
1	1	58.96	0.00
1	2	58.96	306.50
2	2	-7.12	306.58
2	3	-7.12	269.56
3	3	33.62	269.56
3	4	33.62	146.74
4	4	-23.03	-146.74
4	5	-23.03	-26.98
5	5	15.01	26.98
5	6	-15.01	165.04
6	6	20.20	165.04
6	7	20.20	0.00

REACCIONES EN EL TERRENO

NUDO	ESFUERZO (T-M)
1	-35.31
2	-49.09
3	-56.00
4	-55.66
5	-40.00
6	-42.42
7	-36.15

A continuación se presenta el dimensionamiento de la viga de cimentación, en base a los resultados obtenidos. Para ello será necesario considerar los siguientes datos:

$$f'c = 250 \text{ Kg/cm}^2, \quad f''c = 170 \text{ Kg/cm}^2, \quad fy = 2530 \text{ Kg/cm}^2$$

La sección de las columnas que se apoyan en la viga será de 50 X 90 cm, con el lado largo paralelo al ancho de la viga, por lo que el ancho "b" de la contratrabe será ligeramente mayor que el lado largo de la columna, por lo que $b = 95 \text{ cm}$.

Con anterioridad se obtuvieron los porcentajes máximo y mínimo de acero, de acuerdo a los materiales usados, y que serán los siguientes: $p_{\text{mfn.}} = 0.0043$ y $p_{\text{máx.}} = 0.027$. Se escogerá un porcentaje $p = 0.01$, por lo que el valor del factor -- "q" será de : $q = 0.01 \times \frac{2530}{170} = 0.148$

Finalmente, en los resultados obtenidos con el programa de computadora se observa que el momento máximo es de 306.58-- t-m, que afectado por un factor de carga de 1.4, tendrá un valor definitivo de: $M_P = 306.58 \times 1.4 = 429.2 \text{ t-m}$.

Sustituyendo los datos anteriores en la expresión que permite diseñar elementos de concreto con el criterio de resistencia se tiene:

$$M_R = F_R f''c b d^2 q (1 - 0.5 x q)$$

$$429.2 \times 10^5 = 0.9 \times 170 \times 95 d^2 \times 0.148 (1 - .5 \times .148)$$

de donde se obtiene que $d = 146$ cm , por lo que la sección definitiva de la viga de cimentación será de:

$$b = 0.95 \text{ m } \text{ y } d = 1.45 \text{ m}$$

TRABES DE LIGA

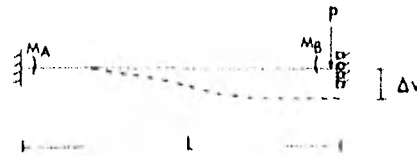
La cimentación debe evitar que sus elementos se muevan, llegando a producir efectos dañinos en la estructura (falla de servicio), lo que obliga a que las dos zapatas necesarias para soportar las cargas verticales deban ligarse; esto se logra con elementos que las unan, lo que se consiguió con trabes de liga en el sentido transversal al eje de las zapatas, tal como se muestra en la figura 13.

Las trabes de liga se pueden analizar desde dos aspectos: primero, considerando la posibilidad de movimientos diferenciales en el sentido vertical, y segundo, tomando en cuenta un posible movimiento horizontal de "alejamiento" entre ambas zapatas.

Existen dos factores que limitan la posibilidad de deslizamiento horizontal: primero, la profundidad de desplante de la cimentación con respecto al nivel de la banqueta (9 m.), y segundo, el tipo de material en que se está cimentando (arenas compactas), factores que impiden que las zapatas se muevan en forma horizontal, separándose.

Lo anterior limita el análisis a los posibles movimientos verticales diferenciales que pueda haber entre las dos zapatas.

Para efectuar este análisis se supondrá la condición mas desfavorable de que una de las zapatas permanece fija, mientras que la otra sufre un asentamiento, el producido por la fuerza que actúa en el extremo de la viga y que ha originado la deformación del suelo. La fuerza a su vez, provoca momentos en los extremos de la viga. Este efecto se muestra en el siguiente esquema:



donde $M_A = PL/2$ y $M_B = 3PL/2$

Mediante el método de análisis estructural del trabajo virtual o carga unitaria, se obtiene una expresión para calcular la deformación Δv producida por la carga P en la trabe de liga. Esta expresión es la siguiente:

$$\Delta v = \int_0^L \frac{Mm}{EI} dx \text{ - - - - - (3)}$$

donde Δv es la deformación que sufre la viga, M es el momento producido por la carga P, m es el momento producido por una carga unitaria que actúa en el punto donde se quiere conocer la deformación y en el sentido de la misma. Finalmente E e I son el módulo de elasticidad del material de la viga y el momento de inercia de la misma, respectivamente.

Desarrollando la expresión anterior para la viga en estudio y utilizando el mayor de los momentos (M_B) se tiene :

$$\Delta v = \int_0^l \frac{3}{2} Px \cdot \frac{3(1)x}{2EI} dx$$

$$\Delta v = \int_0^l \frac{9}{4} \frac{Px^2}{EI} dx$$

$$\Delta v = \frac{9}{4} \frac{P}{EI} \frac{x^3}{3} \Big|_0^l$$

$$\Delta v = \frac{3}{4} \frac{PL^3}{EI}$$

donde $L = 10$ m (separación entre las dos zapatas), y

$$E = 10,000 \sqrt{TC}$$

Por otra parte, el asentamiento diferencial máximo que permite el reglamento del D.D.F. en relación al claro en que se produce es de 0.004 como se vió en el inciso III.3, esto es, en un claro de 10 m como en este caso, se permite un asentamiento diferencial máximo de 4cm. Esta disposición del reglamento se refiere al asentamiento diferencial máximo permisible para que la estructura no tenga una falla de servicio.

Sustituyendo datos en la expresión obtenida para Δv se tiene lo siguiente :

$$4 = \frac{3 P (1000)^3}{4 \cdot 10,000 \sqrt{f'c} I}$$

Utilizando concreto con $f'c = 250 \text{ Kg/cm}^2$ y despejando P :

$$\frac{16}{3} = \frac{P \times 10^5}{\sqrt{250} I}$$

$$P = 0,843 \times 10^{-3} I \text{ -----(4)}$$

Para el diseño de las trabes se supondrá $d=2b$, donde d es el peralte efectivo de la trabe y b es el ancho de la misma. Con esta última condición se puede calcular el momento de inercia I como sigue :

$$I = \frac{b d^3}{12} = \frac{b (2b)^3}{12} = \frac{2}{3} b^4$$

Sustituyendo I en la expresión (4) :

$$P = 0,843 \times 10^{-3} \times \frac{2}{3} b^4 = 0,562 \times 10^{-3} b^4$$

Además, se tiene que el momento resistente de una viga de concreto se obtiene como sigue:

$$M_R = F_R f'c b d^2 q (1 - 0,5 \times q) \text{ -----(5)}$$

donde $M_R = \frac{3}{2} PL \times \text{factor de carga}$. Sustituyendo datos :

$$M_R = \frac{3}{2} \times 0.562 \times 10^{-3} \times b^4 \times 1000 \times 1.4$$

$$M_R = 1.18 b^4$$

Además, $q = p \frac{f'_c}{f_y}$, por lo que es necesario determinar el porcentaje de acero (p) que se empleará. Utilizando acero de refuerzo con $f_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2$ se tiene lo siguiente :

$$p \text{ mín.} = 0.7 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.7 \frac{\sqrt{250}}{2530} = 0.0043$$

$$p \text{ máx.} = 0.75 \times \frac{f'_c}{f_y} \times \frac{4800}{6000 + f_y}$$

$$p \text{ máx.} = 0.75 \times \frac{170}{2530} \times \frac{4800}{6000 + f_y} = 0.027$$

$$\text{Escogiendo } p = 0.008, \text{ entonces } q = 0.008 \times \frac{2530}{170} = 0.119$$

Finalmente, sustituyendo M_R y q en la expresión (5) :

$$1.18 b^4 = 0.9 \times 170 \times b \times 2b^2 \times 0.119 (1 - .5 \times .119)$$

$$1.18 b^4 = 68.49 b^3$$

$$b \pm 60 \text{ cm. y } d \pm 120 \text{ cm.}$$

El área de acero requerida será :

$$A_s = pbd = 0.008 \times 60 \times 120 ; A_s = 57.6 \text{ cm}^2$$

III.5. Empuje de tierras en muros perimetrales.

Tal como se mencionó en el capítulo I, el proyecto consta de dos sótanos que llegan a una profundidad de 6 m. bajo el nivel de la banqueta, lo que hace necesaria la construcción de muros perimetrales de contención alrededor de los sótanos.

El empuje de tierras sobre los muros de contención se obtuvieron con la teoría de Rankine, considerando que el suelo se encuentra en estado de reposo (ref. 4,b).

La expresión de Rankine para la determinación del empuje de tierras es la siguiente:

$$E_o = K_o \frac{1}{2} H^2 \gamma, \text{ donde:}$$

E_o , empuje horizontal total en toneladas por metro lineal de muro.

K_o , coeficiente de presión de tierra en reposo.

γ , peso volumétrico del suelo en T/m^2

H , profundidad de desplante del muro en metros.

El coeficiente de presión K_o es un parámetro de proporcionalidad entre la presión vertical efectiva actuante sobre un elemento situado en el interior de un espacio de suelo en reposo, y la presión horizontal efectiva actuante sobre ese mismo elemento.

El valor de K_0 , a pesar de que teóricamente no es constante, en la práctica, y para facilitar los cálculos se toma como tal. Se ha observado que para suelos granulares, el valor de K_0 oscila entre 0.4 para arenas sueltas, y 0.8 para arenas muy compactas.

A pesar de que en los sondeos no se proporciona la información necesaria acerca del tipo de suelo en los 6 m verticales que abarcan los sótanos, por experiencias anteriores se sabe que en esta zona los primeros metros están constituidos principalmente por arenas medianamente compactas con pequeñas cantidades de limo, y un material de relleno en la parte superficial. Una arena natural medianamente compacta tiene un valor de K_0 del orden de 0.5, que será el valor utilizado para el cálculo del empuje en este caso.

El peso volumétrico del suelo se supuso de 1.6 T/m^3 .

Finalmente, la profundidad de desplante H es de 6 m, como puede observarse en la figura 3.

Sustituyendo los datos anteriores se tiene lo siguiente:

$$E_0 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 1.6 \times 6^2 = 14.4 \text{ T/m}$$

Considerando el muro como un elemento rígido y para efectos de cálculo de su estabilidad, el volumen de presiones que se forma puede ser sustituido por una fuerza concentrada cuya magnitud está dada por E_0 , y debido a la distribución lineal que se le da en la teoría de Rankine a esta presión, el punto

de aplicación de la fuerza está a un tercio de la altura del muro a partir de su base.

Para fines de diseño del muro, este puede considerarse como un elemento rígido, apoyado en sus extremos y con una carga actuante cuyas características (tipo, magnitud y punto de aplicación) ya han sido analizadas.

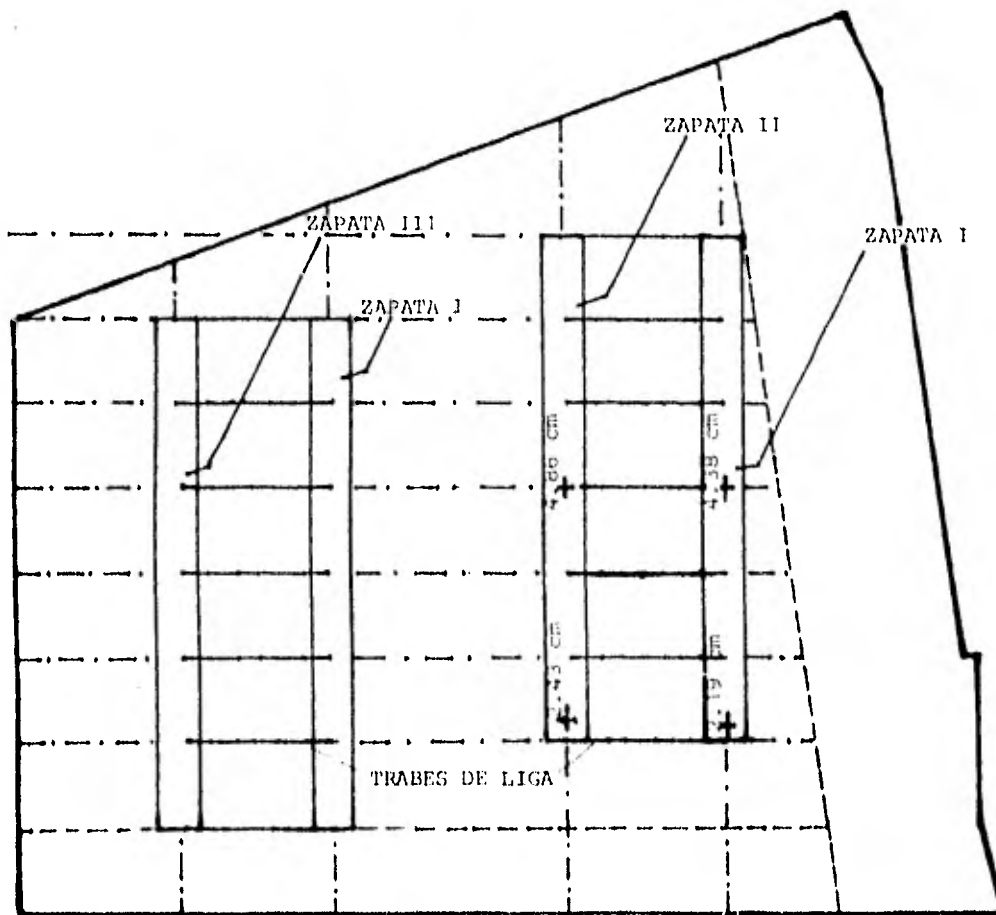
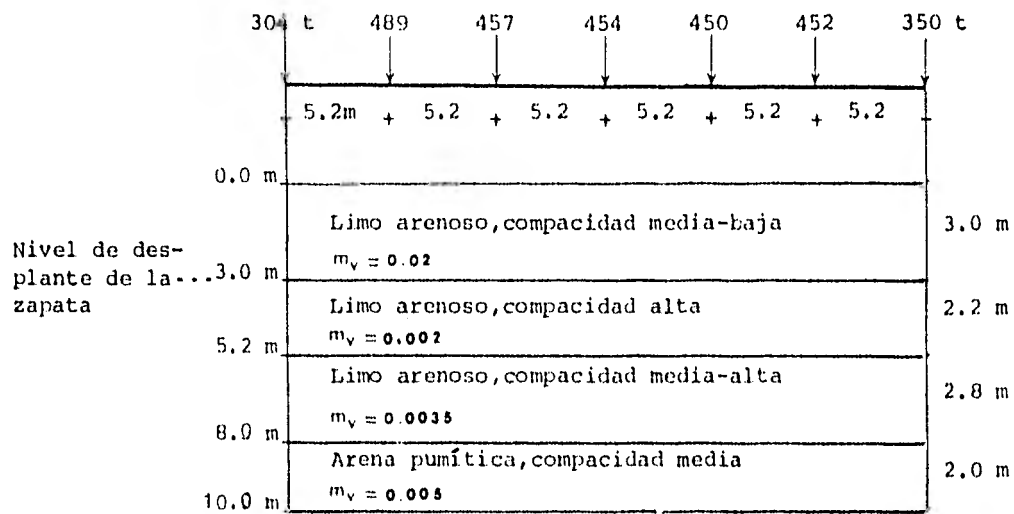


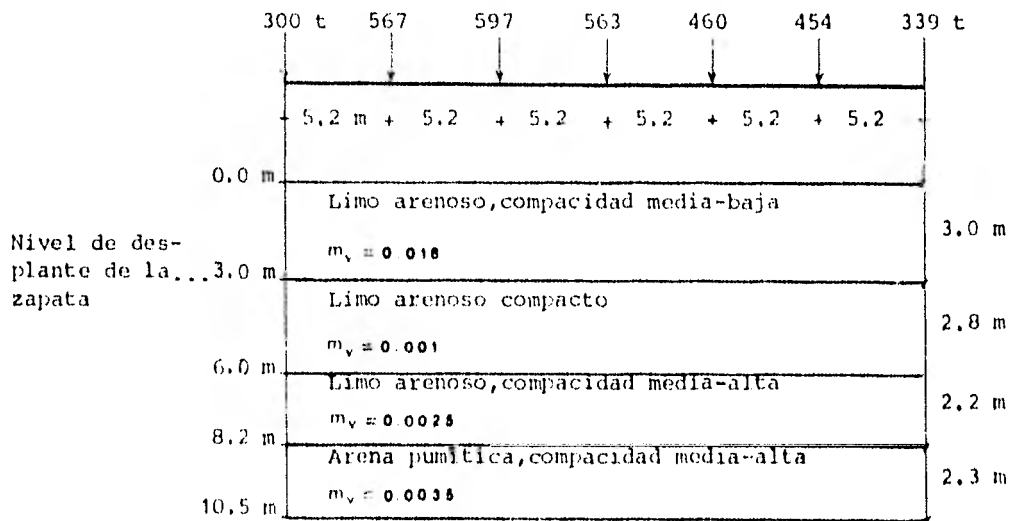
FIG. 13

ESCA: 1:400

ZAPATA I



ZAPATA II



Nota: la profundidad de 0 m, se refiere al piso del segundo sótano, es decir, 6 m, bajo el nivel de la banqueta.

FIG. 16

CAPITULO IV

RECOMENDACIONES PARA EL DISEÑO Y CONSTRUCCION DE LA CIMENTACION.

A continuación se presentan las conclusiones y recomendaciones derivadas del estudio realizado en los capítulos anteriores, y los cuales se exponen en la misma secuencia que se siguió en la realización de este trabajo.

1a. Recomendación. Respecto a los antecedentes del problema.

La descripción del proyecto debe presentarse en forma adecuada y precisa, sobre todo en lo que se refiere a las dimensiones, tanto en planta como en corte del mismo. En el ejemplo desarrollado existe el inconveniente que desde el punto de vista estructural, existen datos que han tenido que suponerse o investigarse directamente en la obra, ya que no se proporcionaron, -- pues normalmente no se le informan al ingeniero geotécnico. Como ejemplo de estos datos faltantes se tienen: los materiales -- usados para la cimentación, características de resistencia y rigidez de los mismos (f'_c , f_y , E_c , E_s), así como la geometría de -- elementos estructurales tales como secciones de travesaños y columnas. Esta omisión viene a demostrar una vez más el divorcio --- existente entre el análisis estructural y el de mecánica de suelos, pues desde el mismo momento en que se describe un proyecto para un estudio de cimentaciones, ya deben estar supuestos datos como los que se acaban de mencionar.

2a. Recomendación. Respecto a la obtención de los datos necesarios.

Como primer paso es importante localizar a la obra desde el punto de vista regional geotécnico, así como desde el punto de vista topográfico. En este caso no se presentó ningún problema a este respecto. A continuación se debe determinar el número, tipo y profundidad de los sondeos, explicando los criterios utilizados para ello.

Referente a esta segunda recomendación, y para este análisis en particular, es necesario hacer notar un error, ya que por descuido u omisión premeditada no se proporciona ninguna información respecto al material que existía en el lugar ocupado por los sótanos, ni tampoco del material que circunda las paredes de éstos. En la descripción del proyecto se menciona que los sondeos exploratorios se hicieron a partir del piso del segundo sótano, es decir, 6m. por debajo del nivel de la banquetta, lo que aparentemente significa que el material que había por encima de esa profundidad fué excavado sin conocer con exactitud ni su naturaleza ni las condiciones en que se hallaba, basándose quizás en informes o experiencias de obras vecinas, lo que definitivamente implica tanto riesgos como dificultades en el proceso de diseño y construcción de los sótanos.

Por otro lado, el resto de los datos proporcionados en este caso se presentan en forma clara, y permiten tener una idea pre-

cisa de las condiciones del subsuelo.

3a. Recomendación. Respecto a las hipótesis utilizadas y - criterios de análisis.

Primeramente es necesario establecer las características -- que condicionan el análisis para una cimentación, para posterior_u mente elegir el tipo de cimentación más apropiada, dándose las - razones de esta elección.

En el caso que nos ocupa se eligió una cimentación a base - de zapatas cuyo tipo y dimensiones fueron determinados a partir de los criterios de Terzaghi para cálculo de capacidad de carga del suelo.

Posteriormente se debe proceder el análisis y determinación de los asentamientos totales y diferenciales que se producirán - en la estructura. El criterio de análisis que se utilice depende básicamente del tipo de suelo en que se trabaje. En este caso se trata de un suelo friccionante y se estima necesario hacer las siguientes consideraciones al respecto:

Primeramente hay que tomar en cuenta que los mayores asenta mientos en suelos friccionantes ocurren en un lapso de tiempo re lativamente corto, y que no es aplicable la teoría de la consoli dación unidimensional utilizada para calcular asentamientos en -

suelos finos saturados.

Para el cálculo de asentamientos en arenas existen varios métodos propuestos por distintos autores, los cuales por lo general dan resultados diferentes entre sí, por lo que es conveniente que al calcular asentamientos en arenas se utilicen varios métodos y reportar el rango de valores obtenidos así como el valor promedio. Algunos de estos métodos han sido presentados recientemente, mientras que otros han estado en uso por muchos años, pero todos presentan la característica común de estar basados en las pruebas de penetración para materiales granulares, concretamente en la prueba de penetración estándar y en la prueba del cono holandés.

El primero de estos métodos es el propuesto por Terzaghi y Peck en 1948, y el cual sirvió de base para nuevos métodos tales como el de Gibbs y Holtz (1957), Alpan (1954), Meyerhof (1965), Peck y Bazaraa (1969) y Peck (1974). Otros métodos propuestos son los de Beer y Martins (1957), Schmertmann (1970), D'Appolonia (1970) y Parry (1971). Los dos últimos métodos son modificaciones de las ecuaciones clásicas de la elasticidad, que fué el instrumento usado en este trabajo para el cálculo de asentamientos. Todos los métodos anteriores se encuentran resumidos en el artículo de Eric F. Jordan de la revista Ground Engineering de enero de 1977.

Una evaluación correcta de asentamientos en arena depende -

básicamente del conocimiento que se tenga de los factores que --
afectan la compresibilidad de la misma. El razonamiento de es--
tos factores es esencial para lograr este propósito.

La compresibilidad, o la tendencia de un estrato de arena a
comprimirse o asentarse bajo una carga, depende de: a). densidad
relativa, b). presión debido a la sobrecarga, c) forma de los --
granos, d) mineralogfa, e) distribución granulométrica, f) in---
fluencia del agua y g) estado de esfuerzos en el sitio.

Resumiendo, la magnitud de los asentamientos en arena varfa
según el método utilizado. Esta variabilidad se debe primero a
la gran cantidad de factores que intervienen en un asentamiento,
y segundo, a las grandes dudas que aún quedan por resolver res--
pecto a la relación general que existe entre la resistencia a la
penetración y la compresibilidad de suelos granulares.

Como ya se dijo, los asentamientos deben ser calculados por
varios métodos para obtener un valor promedio. Es necesario que
el ingeniero tenga sentido común para determinar los asentamien-
tos definitivos para cada método, teniendo en cuenta la influen-
cia de los factores antes mencionados, así como la experiencia -
obtenida en el uso de estos métodos. Trabajos recientes reco---
miendan que una predicción de asentamientos razonable puede ser
obtenida mediante el uso de los métodos de Schmertmann, Meyerhof,
Alpan y Perry, cuando sea posible utilización, debido a que con
estos procedimientos se han obtenido resultados más aproximados

a los asentamientos observados en distintas estructuras.

Finalmente, a continuación se presentan algunas consideraciones respecto al análisis y diseño estructural de la cimentación.

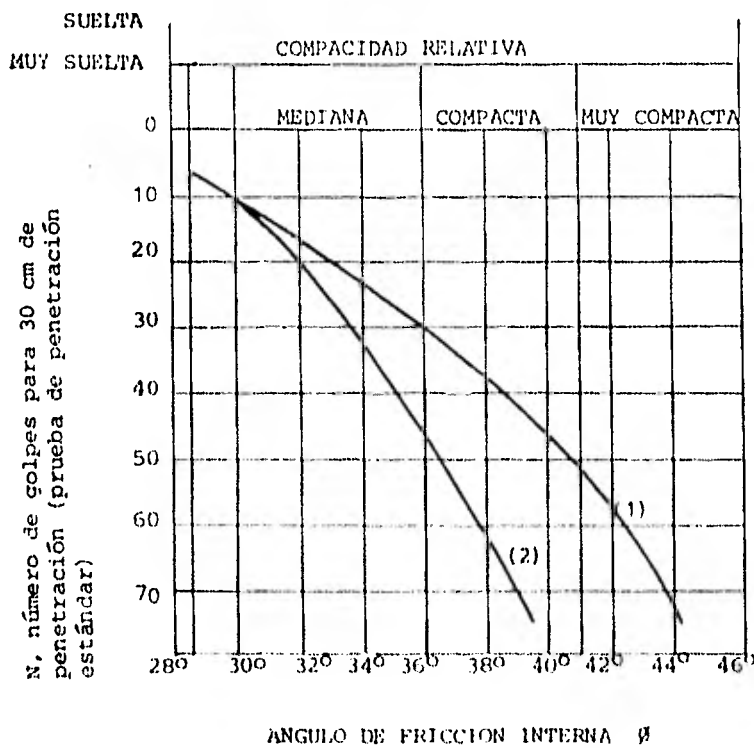
El enfoque que se trató de dar a este aspecto, y se insistió varias veces en ello, fue el hacer ver la importancia de considerar al suelo y a la estructura como un solo elemento sujeto a los análisis correspondientes. Esta consideración desgraciadamente es muy poco tomada en cuenta en la ingeniería práctica debido quizás a que hasta hace relativamente poco tiempo no existía un método de solución confiable y práctico para este problema. Sin embargo en los últimos años se han desarrollado procedimientos que aunados al cada vez más frecuente uso de las computadoras, facilitan el uso de métodos rápidos, y que aún cuando siguen perfeccionándose, ya permiten la obtención de resultados confiables.

El uso de alguno de los métodos que toma en cuenta la interacción que existe entre la estructura y el suelo en que se apoya, no solo representa una innovación a los criterios tradicionales de análisis y diseño de cimentaciones, no solo es un cambio teórico a este respecto, sino que tiene repercusiones en los aspectos de funcionalidad y sobre todo de economía de una cimentación, ya que al proporcionar resultados más apegados a la realidad, los factores de seguridad y los criterios demasiado conser-

vadores podrán utilizarse de una manera más flexible sin que por esto el aspecto de seguridad de las obras se vea afectado.

El propósito de la última parte de este trabajo no es precisamente hacer el diseño de la cimentación, aún cuando se le dió la debida importancia a este aspecto, sino hacer ver la facilidad y la seriedad con que puede utilizarse un método de análisis de cimentaciones que considere la interacción suelo-estructura.

A P E N D I C E



- (1) Relación para arenas de grano mediano o grueso.
 (2) Relación para arenas finas o arenas limosas

TABLA 1

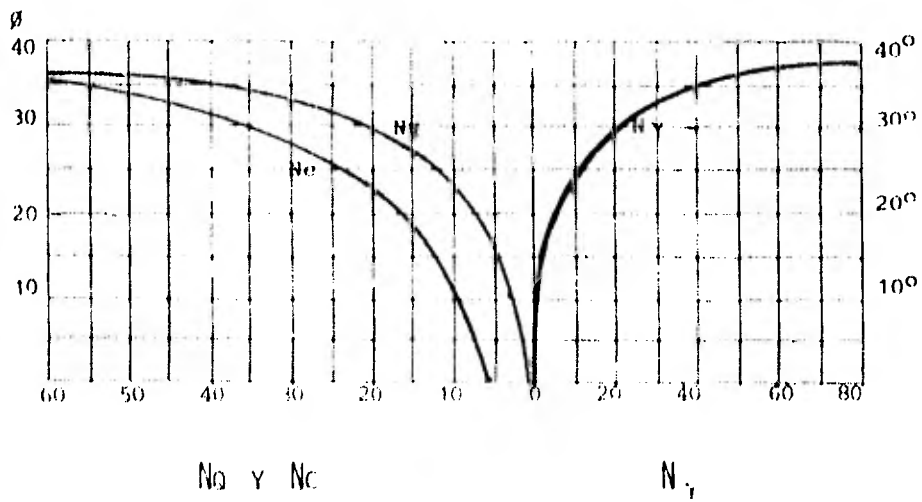
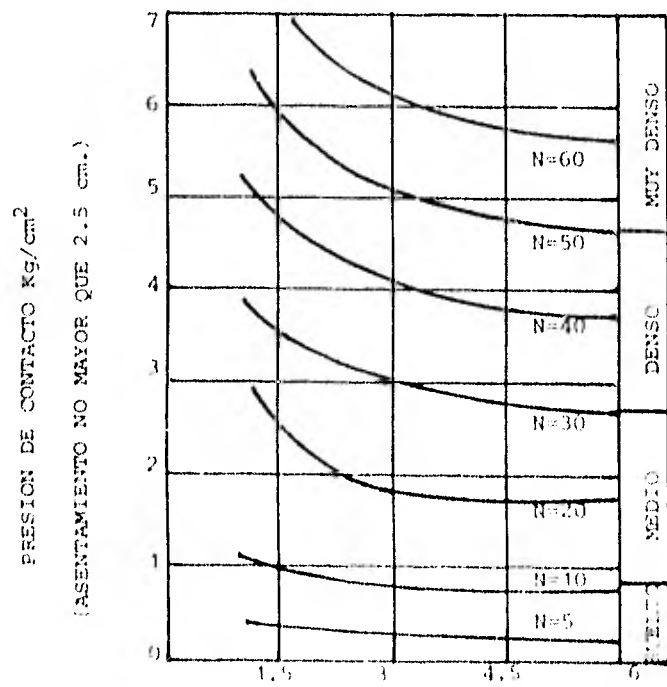


TABLA 2



ANCHO DE LA ZAPATA B
EN m.

TABLA 3

TIPO DE SUELO	ν
Arcilla, saturada -----	0.4 - 0.5
Arcilla, no saturada -----	0.1 - 0.3
Arcilla arenosa -----	0.2 - 0.3
Limo -----	0.3 - 0.35
Arena (densa) -----	0.2 - 0.4
gruesa (e=0.4 - 0.7) -----	0.15
fina (e=0.4 - 0.7) -----	0.25
Roca -----	0.1 - 0.4 (depende del tipo de roca)
Loess -----	0.1 - 0.3

Rango típico de valores para el módulo de Poisson (ν)

T A B L A 4

TIPO DE SUELO	E (Kg/cm ²)
ARCILLA	
Muy blanda	3 - 30
Blanda	20 - 40
Media	45 - 90
Dura	70 - 200
Arenosa	300 - 425
LOESS	150 - 600
ARENA	
Limosa	50 - 200
Suelta	100 - 250
Densa	500 - 1000
ARENA Y GRAVA	
Densa	800 - 2000
Suelta	500 - 1400
LIMO	20 - 200

Rango de valores del módulo de elasticidad (E) para suelos típicos.

T A B L A 5

FORMA DEL AREA CARGADA.	VALORES DEL I_f		
	BAJO EL CENTRO	BAJO LA ESQUINA	PROMEDIO
CUADRADO	1.12	0.56	0.95
RECTANGULO (L/B=2)	1.52	0.76	1.30
" (L/B=5)	2.10	1.05	1.83
" (L/B=10)	2.54	1.27	2.20
CIRCULO	1.00	0.64 (borde)	0.85

TABLA 6

COMPRESIBILIDAD	M_v (cm ² /Kg)	SEDIMENTO
Muy alta	mayor de 0.1	Limos y arcillas lacustres.
Alta	0.1 - 0.02	Arcillas, limos y limos arenosos. Suelos residuales.
Media	0.02 - 0.005	Arcillas y limos compactos. Sedimentos eólicos finos. Suelos residuales y sedimentos volcánicos semicompactos.
Baja	0.005 - 0.002	Arenas, limos compactos y suelos aluviales. Sedimentos compactos y bien graduados.
Muy baja	menor de 0.002	Gravas y arenas. Sedimentos aluviales compactos, cementados y bien graduados.

Valores del coeficiente de deformación volumétrica (M_v) para suelos con distinta compresibilidad.

T A B L A 7

B I B L I O G R A F I A

Apuntes para la clase de Cimentaciones.-
Ing. José Apringall C.

Mecánica de Suelos. Tomos I y II.-
E. Juárez Badillo y A. Rico Rodríguez
Ed. Limusa, 1979.

Soil Mechanics in Engineering Practice.-
K. Terzaghi - R. Peck
John Wiley and Sons Inc.

Reglamento de Contrucciones para el D.F.
Diseño y Construcción de Cimentaciones
Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, 1977.

Foundation Analysis and Design.-
J.E. Bowles, McGraw-Hill Kogakusha LTD., 1968.

Capacidad de Carga en Zapatas.-
Jacobo Chernovetxky H.
Tesis Profesional, 1970.

Interacción Suelo-Estructura en una Viga Flotante,
Programa en Lenguaje Basic.
Juan José Arriaga O.
Tesis Profesional, 1982.

Cimentaciones Superficiales.-
Fructuoso Maña
Ed. Blume, 1978.

REFERENCIAS

1. Diseño y Construcción de Cimentaciones. Normas técnicas del reglamento de construcciones para el D.F., 1977.
 - a) Art. 262, inciso I
 - b) Art. 262, inciso III
 - c) Tabla 7, parte 3.1.1.

2. Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica.- Karl Terzaghi y Ralph B. Peck
John Wiley and Sons Inc.
Art. 45

3. Cimentaciones Superficiales.- Fructuoso Maña
Editorial Blume, 1978.
Capítulo II

4. Mecánica de Suelos. Tomo II.- E. Juárez Badillo y A. Rico Rodríguez.
Editorial Limusa., 1979.
 - a) Apéndice.
 - b) Capítulo IV

5. Foundation Analysis and Design.- J.E. Bowles
Mc Graw-Hill Kogakisha LTD., 1968.
Capítulo II.

6. Theoretical Soil Mechanics.- Karl Terzaghi
John Wiley and Sons Inc., 1943.
Capítulo VIII

7. Foundation Engineering for difficult subsoil conditions.- L. Zeevaert
Van Nostrand Reinhold Co., 1973.

8. Conf. Calculated Observed Stresses Displacements.- Mac Donald and Skempton.
The Institute of Civil Engineers, London., 1955.

9. The Allowable Settlement of Buildings.- A.W. Skempton
Proc. Institute of Civil Engr., London. Vol. 5, 1956.

10. Ver referencias 6 y 7. Además:
" Un método para el análisis conjunto de la Estructura y el suelo ".-
Agustín Deméneghi C.
Revista Ingeniería, No. 3. Ed. Nueva Epoca,1980.
11. Un método de Solución al Problema de Interacción Suelo-Estructura en Cimentaciones Someras.- José Luis Sanchez M. y Pablo Enríquez M. (no publicado),1982.
12. Análisis Estructural.- R. Luthe
Representaciones y Servicios de Ingeniería S.A.,1971.
Capítulo V.
13. Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto.- Normas técnicas del reglamento de construcciones para el D. F.,1977.
Parte 1, inciso 2.1.5. Ejemplo 14.

RECONOCIMIENTO

QUISIERA HACER UN RECONOCIMIENTO A TODAS AQUELLOS PROFESORES, COMPAÑEROS Y DEMAS PERSONAS QUE CON SUS CONSEJOS, COMENTARIOS Y AYUDA, CONTRIBUYERON DE ALGUNA FORMA EN LA REALIZACION DE ESTE TRABAJO.

EN FORMA ESPECIAL QUISIERA MENCIONAR AL INGENIERO FRANCISCO ZAMORA MILLAN Y A LA SEÑORITA VIRGINIA PEGO B. POR SU VALIOSISIMA COOPERACION EN ESTA TESIS.

A TODOS ELLOS MI MAS PROFUNDO AGRADECIMIENTO.