



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

COMPORTAMIENTO DINAMICO DE BLOQUES
RIGIDOS ESBELTOS SOMETIDOS A
MOVIMIENTO DE SU APOYO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

PRESENTAN

LILIA CAROLINA CARMONA PAREDES

FRANCISCO TORRES OSUNA



México, D. F. 1982



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central

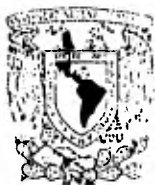


UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AYEREA

FACULTAD DE INGENIERIA
EXAMENES PROFESIONALES
60-1-255

A los Pasantes LILIA CAROLINA CARMONA PAREDES y
FRANCISCO TORRES OSUNA,
P r e s e n t e s .

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a ustedes a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Ing. Jorge Prince Alfaro, para que lo desarrollen como tesis en su Examen Profesional de Inge-
niero CIVIL.

"COMPORTAMIENTO DINAMICO DE BLOQUES RIGIDOS ESBELTOS
SOMETIDOS A MOVIMIENTO DE SU APOYO"

- I. Introducción.
- II. Influencia de los principales parámetros en la oscilación libre.
- III. Oscilaciones forzadas con impulsos triangulares.
- IV. Conclusiones.
- V. Bibliografía.
- VI. Apéndice. Programa de computadora utilizado.

Ruego a ustedes se sirvan tomar debida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberán prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

A t e n t a m e n t e
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, 3 de marzo de 1982
EL DIRECTOR

ING. JAVIER JIMENEZ ESPRIU

JJE/OB/II/ser

I N D I C E

I. INTRODUCCION	1
II. INFLUENCIA DE LOS PRINCIPALES PARAMETROS EN LA OSCILACION LIBRE	3
1. Introduccion	3
2. Influencia del ángulo inicial de inclinación θ_0	5
3. Influencia del tamaño y la esbeltez del bloque	8
III. OSCILACIONES FORZADAS CON IMPULSOS TRIANGULARES	13
1. Descripción del problema	13
2. Precisión en el programa	13
3. Bloque excitado con dos impulsos	20
4. Bloques excitados con varios impulsos sucesivos	41
IV. CONCLUSIONES	46
1. Oscilación libre	46
2. Oscilación forzada	46
V. BIBLIOGRAFIA	48
VI. APENDICE. PROGRAMA DE COMPUTADORA UTILIZADO	49
1. Programa para calcular las historias de desplazamiento y velocidad del bloque	49
2. Programa para calcular impulsos	69

I. INTRODUCCION

Es indudable que muchos de los avances de la ingeniería sísmica se han derivado de la observación y el análisis de estructuras de todas clases que han sufrido daños de severidad diversa, o que han fallado completamente, como resultado de la acción del movimiento del terreno al ocurrir temblores fuertes. En general, las enseñanzas provenientes de daños y fallas estructurales se diseminan con relativa eficiencia de un país a otro, y se aprovechan en lugares muy distantes de aquel que fue afectado por el temblor. Así, en la literatura especializada reciente se encuentran descripciones muy completas de los efectos de la mayoría de los sismos importantes, ocurridos prácticamente en todo el mundo.

Sin embargo, uno de los aspectos de los que se ha obtenido relativamente poca experiencia es el estudio de ejemplos singularmente positivos, es decir, de los casos en que el comportamiento sísmico ha sido inesperadamente bueno en mayor o menor grado. Esto ha sucedido en México durante los últimos temblores importantes ocurridos en la zona costera del Pacífico (1)*, que han afectado regiones en las que una parte significativa

*Los números entre paréntesis indican las referencias que aparecen en la bibliografía.

de la construcción es de mampostería de adobe de baja resistencia, muy semejante a la que produjo cerca de 20,000 muertos durante el temblor de Guatemala del 4 de febrero de 1976. Dado que los parámetros sísmicos relevantes del temblor de Guatemala (magnitud, distancia epicentral a los sitios afectados, profundidad focal, etc), y los correspondientes de los citados sismos mexicanos no difieren tanto como para explicar la diferencia en sus efectos sobre estructuras similares, se han emprendido algunos estudios que den luz sobre el por qué del comportamiento tan diferente de construcciones análogas, ante acciones sísmicas en apariencia muy semejantes. Uno de estos estudios es el tema de este trabajo y se refiere a la oscilación de bloques rectangulares, rígidos y homogéneos que se balancean sin deslizarse en su base.

El modelo analítico citado ha sido aplicado al estudio del comportamiento sísmico de estructuras diversas: primeramente Housner lo utilizó para explicar el comportamiento inesperadamente bueno de ciertos tanques elevados, aparentemente poco estables, durante los temblores de Chile de 1960 (2); posteriormente se ha empleado para estudiar las respuestas sísmicas de estructuras que pueden balancearse con respecto a su cimentación (3); para examinar el comportamiento de los bloques de concreto que se utilizan en plantas nucleares como blindaje contra radiación (4) y para revisar la vulnerabilidad de monumentos históricos ante la acción sísmica (5).

En el siguiente capítulo se examina la influencia que tienen los principales parámetros de bloques rígidos rectangulares en oscilación libre. En el capítulo III se estudia la oscilación de bloques cuando son excitados por impulsos triangulares y se obtiene el área necesaria de los impulsos para que la oscilación del bloque se conserve de amplitud constante. Las conclusiones se encuentran en el capítulo IV, y en el V aparece la bibliografía. En el Apéndice de este trabajo se presenta el manual del programa de computadora utilizado.

II. INFLUENCIA DE LOS PRINCIPALES PARAMETROS EN LA OSCILACION LIBRE

1. Introducción

En este capítulo se estudia el movimiento de bloques homogéneos, rígidos que oscilan libremente, cuando varían los principales parámetros: el ángulo inicial de inclinación (θ_0), el tamaño del bloque (L y A , fig 1), la relación de esbeltez (L/A) y el factor de rebote (FR), definido por la relación:

$$\frac{\dot{\theta}_{i+1}}{\dot{\theta}_i}$$

donde: $\dot{\theta}_{i+1}$ = velocidad inicial del semiciclo $i+1$, y

$\dot{\theta}_i$ = velocidad final del semiciclo i

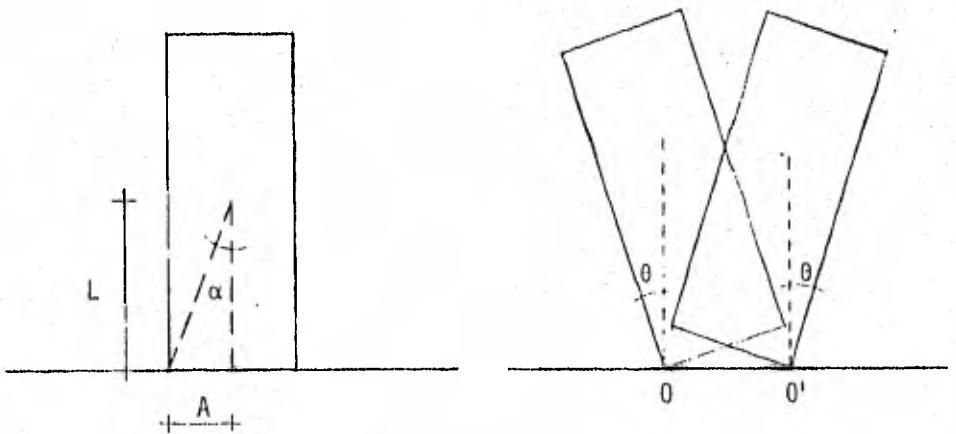


Fig 1. Sección transversal y oscilación del bloque

El FR representa la energía mínima que se pierde durante el movimiento, debido al cambio de eje de rotación del bloque, sólo depende de las dimensiones del mismo y se obtiene de la siguiente expresión (1,2,5):

$$FR = 1 - 1.5 \operatorname{sen}^2 \alpha \quad (1)$$

en donde

$$\alpha = \operatorname{ang} \tan A/L \quad (2)$$

La ec. 1 supone que el rebote es elástico, es decir, la única pérdida de energía durante el movimiento es la asociada a la rotación alternada de dos ejes paralelos, marcados 0 y 0' en la fig 1.

Este estudio se ha realizado con ayuda de un programa de computadora llamado MUSILUPI que calcula numéricamente los desplazamientos (θ) y velocidades ($\dot{\theta}$) angulares de acuerdo con las ecuaciones 11 y 12 que se presentan en el apéndice y que son las que gobiernan el fenómeno. Dicho programa está constituido por 6 subrutinas principales: MURO, SISMO, LIBRE, PICOS, MUROS Y TRANSF. Dependiendo del tipo de oscilación que se quiera estudiar, se escogerá una de las cuatro primeras subrutinas, y se alimentará con los datos requeridos según el tipo de oscilación, e internamente se llamará a las otras si es necesario, para así realizar los cálculos de tiempos, desplazamientos, velocidades y aceleraciones. (En el Apéndice se encuentra una descripción más detallada del uso y operación del programa).

En el caso de la oscilación libre que se estudia en este capítulo, el programa inicialmente llama a la subrutina LIBRE, a la que se le proporcionan los siguientes datos: dimensiones del bloque, ángulo inicial de inclinación, velocidad inicial ($\dot{\theta}_0$), incremento de tiempo (Δt) y número de puntos a analizar (NP); después la subrutina MUROS hace el cálculo, tanto de la velocidad como del desplazamiento angular para cada tiempo definido por el Δt proporcionado. Cuando existe un cambio de signo en el desplazamiento entre dos puntos consecutivos, esto nos indica que hubo un cambio

de eje de rotación y nos interesa conocer el tiempo en el cual ocurre, puesto que en ese instante se presenta una pérdida de energía debida al rebote elástico y da comienzo un nuevo semiciclo del movimiento con velocidad inicial menor que la velocidad final inmediatamente anterior. Para conocer ese instante, el incremento de tiempo entre los dos puntos consecutivos de diferente signo en el desplazamiento se divide en diez partes, obteniéndose un nuevo Δt reducido para ese intervalo y calculándose el desplazamiento y la velocidad angulares para cada punto de esta malla más cerrada, hasta encontrar un nuevo cambio de signo. Cuando esto sucede, se toman los valores inmediatos al cambio y se interpola para obtener el tiempo para el cual el valor del desplazamiento es cero. Una vez que se conoce el instante del cambio de eje de rotación, se calcula la velocidad para dicho instante y se afecta del factor de rebote (FR) para así conocer la velocidad inicial del siguiente semiciclo. Todo este proceso se repite para cada semiciclo hasta que se llega al número de puntos que se pidió analizar, o hasta que el desplazamiento máximo en un semiciclo sea menor de 0.05 grados, que es cuando se considera que el movimiento ha cesado.

Como ejemplo del tipo de problemas que se tratan en este capítulo, se tiene el siguiente:

A un bloque de dimensiones $L = 100$ cm y $A = 20$ cm (esbeltez = 5), se le da una inclinación inicial $\theta_0 = 0.95 \alpha$ y se libera. El bloque tiende a recuperar su posición de equilibrio, con lo que se obtiene una oscilación libre. El algoritmo con que se calcula el movimiento del bloque produce la historia del desplazamiento angular (θ) y de la velocidad angular ($\dot{\theta}$) con el tiempo. En nuestro estudio estas respuestas se obtienen a intervalos de 0.01 seg. El resultado se muestra en la fig 2

2. Influencia del ángulo inicial de inclinación θ_0

Para examinar cómo influye este parámetro en el movimiento del bloque, se estudiaron varios casos en los cuales se mantuvieron constantes todos los parámetros y se varió el ángulo inicial de inclinación (θ_0). Este tomó

cuatro valores diferentes para cada bloque. Los valores empleados para θ_0 fueron función del ángulo central α del bloque, fig 1. ($\theta_0 < \alpha$, si $\theta_0 \geq \alpha$ el equilibrio es inestable y no hay oscilación).

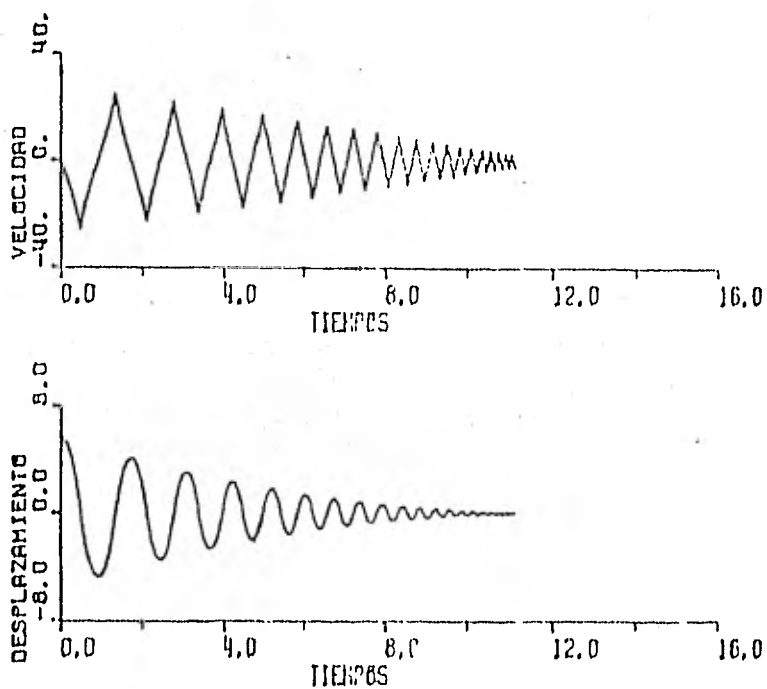


Fig 2. Historias de velocidad y desplazamiento (condiciones iniciales $\theta_0 = 5.655^\circ$; $\dot{\theta}_0 = 0$)

2.1 Variación del desplazamiento con el tiempo

Las gráficas θ - t se asemejan bastante a una senoide amortiguada (ver fig 3). Al comparar para un mismo bloque gráficas correspondientes a diferentes ángulos iniciales θ_0 , se puede apreciar claramente que la variación de θ con t es análoga en todos los casos, solo que la curva se defasa en el tiempo un cierto valor que depende de θ_0 .

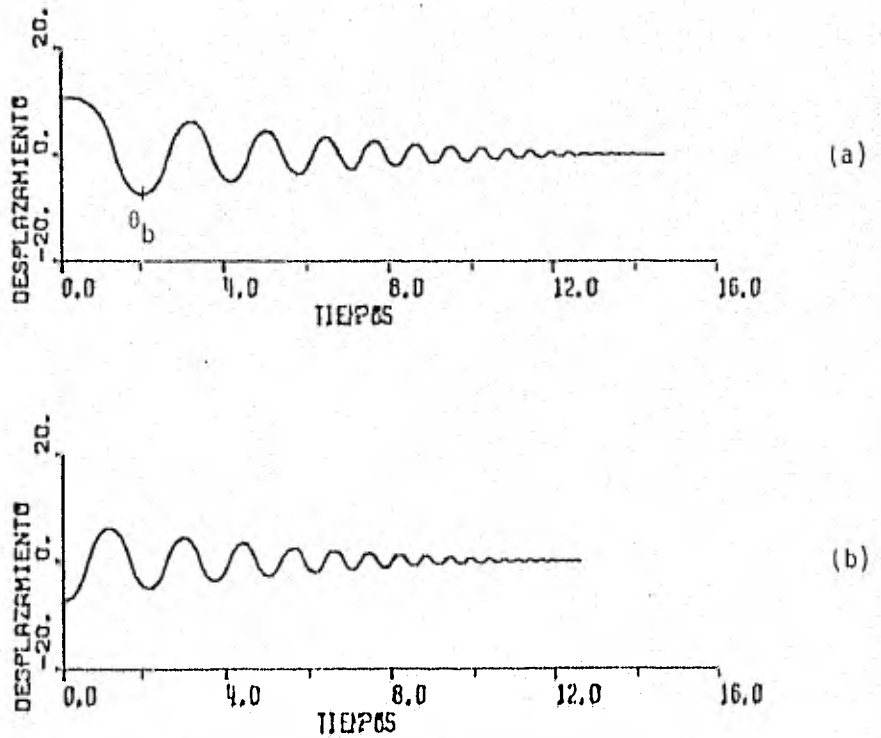


Fig 3. Variación del desplazamiento con el tiempo de un bloque de dimensiones $L = 100$ cm y $\Lambda = 20$ cm, para:
 a) $\theta_0 = 0,95 \alpha$ y b) $\theta_0 = \theta_b = 7,4863^\circ$

Al comparar la curva que resulta de aplicarle un cierto θ_0 a un bloque, con la curva obtenida al aplicarle al mismo bloque un ángulo inicial menor, e igual a un máximo de la primera "senoide", puede apreciarse que la segunda curva es la última parte de la primera (fig 3).

Estas figs corresponden a un bloque de dimensiones $L = 100$ cm y $A = 20$ cm, con relación de esbeltez de 5. Iguales resultados se obtuvieron al analizar en la misma forma otros once bloques de la tabla 1; algunos ejemplos adicionales se muestran en la tabla 2.

Tabla 1. Dimensiones y esbelteces de los bloques estudiados en vibración libre

L (cm)	A (cm)	L/A
80	20.00	4
80	16.00	5
80	13.33	6
100	25.00	4
100	20.00	5
100	16.66	6

L (cm)	A (cm)	L/A
120	30.00	4
120	24.00	5
120	20.00	6
140	35.00	4
140	28.00	5
140	23.33	6

3. Influencia del tamaño y la esbeltez del bloque

3.1 Variación del semiperiodo con el tamaño y la esbeltez

Para estudiar la variación del semiperiodo con el tamaño y la esbeltez, se examinó la oscilación libre de los bloques de la tabla 1, cada uno con ángulo θ_0 igual a 0.95, 0.75, 0.50 y 0.25 veces al semiángulo central α . Los resultados se muestran en la fig 4. En esta fig puede apreciarse lo siguiente:

Tabla 2. Comparación entre los desplazamientos máximos (en valor absoluto) que resultan al aplicarle un cierto θ_0 a un bloque, con los que resultan al aplicarle, al mismo bloque, un ángulo inicial menor e igual a un máximo de la primera senoide.

Bloque		# semi- ciclo	θ_{\max} (ver nota (a))		$\dot{\theta}_{\max}$	
L	A		$\theta_{\theta_1} = 13.334$	$\theta_{\theta_2} = 8.236$	$\dot{\theta}_{\theta_1} = 0$	$\dot{\theta}_{\theta_2} = 0$
140	35	1	13.334	8.236	31.638	28.846
		2	8.236	6.213	28.846	26.301
		3	6.213	4.865	26.301	23.980
		4	4.865	3.879	23.980	21.864
		5	3.879	3.128	21.864	19.935
		6	3.128	2.540	19.935	18.176
		7	2.540	2.074	18.176	16.572
		8	2.073	1.700	16.572	15.110
		9	1.699	1.397	15.110	13.777
		10	1.397	1.151	13.777	12.561
			$\theta_{\theta_1} = 8.989$	$\theta_{\theta_2} = 6.757$	$\dot{\theta}_{\theta_1} = 0$	$\dot{\theta}_{\theta_2} = 0$
120	20	1	8.989	6.757	23.229	22.287
		2	6.757	5.741	22.287	21.384
		3	5.741	5.005	21.384	20.517
		4	5.006	4.422	20.517	19.685
		5	4.423	3.940	19.685	18.887
		6	3.940	3.531	18.887	18.121
		7	3.531	3.177	18.121	17.387
		8	3.177	2.868	17.387	16.682
		9	2.869	2.597	16.682	16.005
		10	2.597	2.356	16.005	15.357

NOTA: a) Los resultados de desplazamiento que se presentan en esta tabla coinciden con los obtenidos con la fórmula 6 de la referencia 2.

- a) La variación del semiperiodo con $(\theta_{\text{máx}}/\alpha)$ es semejante para todos los tamaños y todas las esbelteces. (O sea, todas las curvas tienen la misma forma).
- b) Para todas las esbelteces se satisface que para un mismo valor de $(\theta_{\text{máx}}/\alpha)$ el semiperiodo es mayor para los bloques mayores.
- c) Para un cierto valor de $(\theta_{\text{máx}}/\alpha)$ y un tamaño dado, la esbeltez no influye en la duración del semiperiodo.

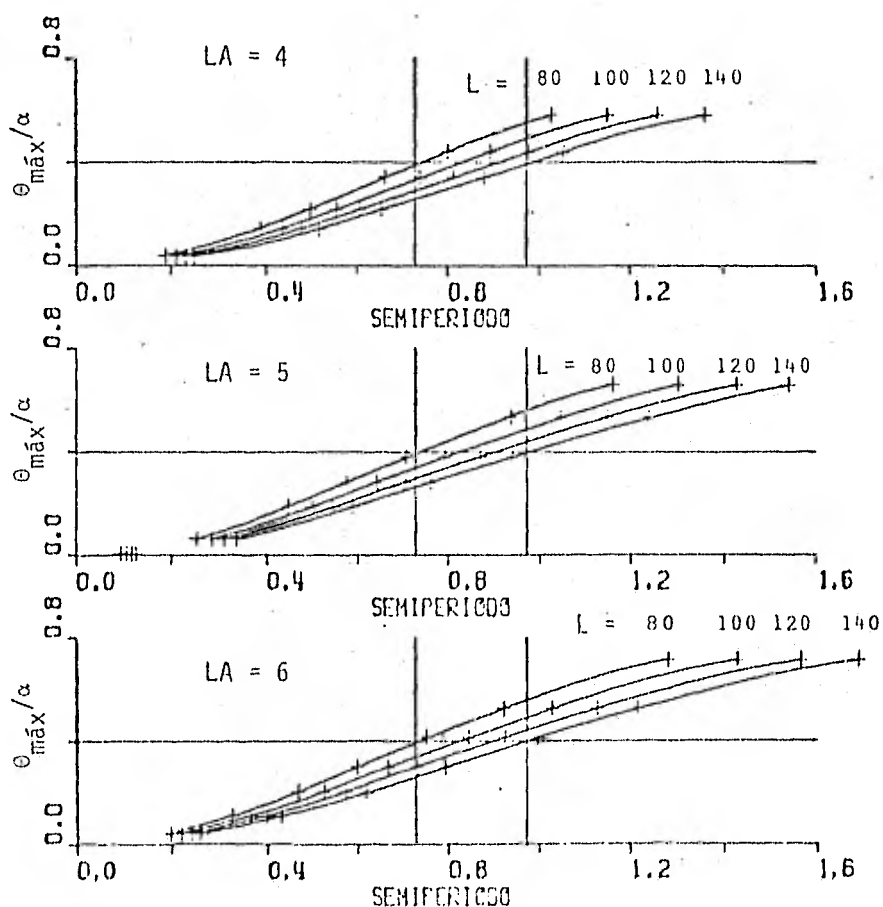


Fig 4. Variación de $\theta_{\text{máx}}/\alpha$ con el semiperiodo para diferentes tamaños y esbelteces de bloques

3.2 Variación del semiperiodo con el tiempo

La variación del semiperiodo en oscilaciones sucesivas se estudió para todos los bloques de la tabla 1, dándole a cada uno 0.95, 0.75, 0.50 y 0.25 veces al semiángulo central α . Los resultados obtenidos para una esbeltez de 5, con los tamaños máximo y mínimo de bloques, se muestran en la fig 5. (Los resultados obtenidos para otras esbelteces y tamaños de bloques son semejantes). En dicha fig 5 puede apreciarse que:

a) Para $(\theta_{\text{máx}}/\alpha)$ de igual valor, a mayor tamaño de bloque se tiene una mayor duración del semiperiodo (observación que coincide con la del inciso anterior).

b) La velocidad con que decrece la duración del semiperiodo es menor al transcurrir el tiempo. Es decir, el semiperiodo disminuye más rápido al principio que hacia el fin de la oscilación

c) A mayor θ_0 corresponde una disminución inicial más rápida del semiperiodo. Para ángulos iniciales más pequeños se tiene una variación que se aproxima más a la lineal.

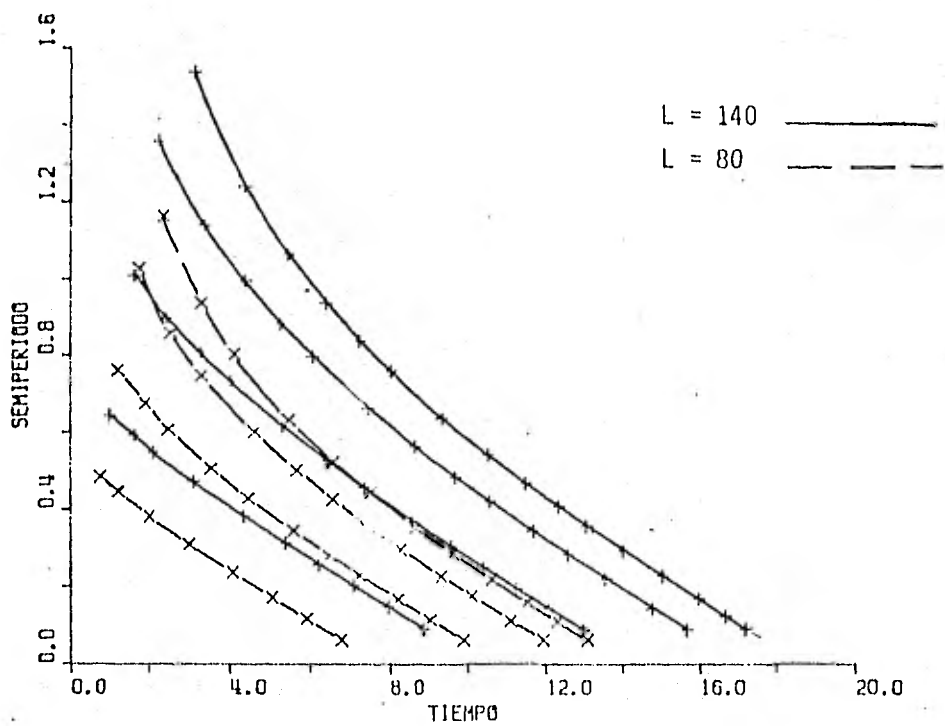


Fig 5. Variación del semiperiodo con el tiempo para dos bloques de esbeltez 5 y diferentes ángulos iniciales

III. OSCILACIONES FORZADAS CON IMPULSOS TRIANGULARES

1. Descripción del problema

Como se mencionó en la introducción, la oscilación de un bloque en reposo puede iniciarse cuando el movimiento experimentado por su base alcanza cierto nivel de aceleración.

Para esta parte del estudio, consideraremos sismos idealizados consistentes en una sucesión de impulsos de aceleración de forma triangular. Estos impulsos pueden ser manejados por el programa con que se obtiene la respuesta del bloque a excitaciones armónicas de su base; es decir, el programa incluye la descomposición de la excitación triangular en un agregado de componentes armónicas mediante la Transformada Rápida de Fourier (FFT) y, después de calcular la respuesta a cada una de ellas, las suma para obtener la respuesta total que corresponde a la excitación triangular.

Dado que el procedimiento descrito es válido para procesos rigurosamente lineales, fue necesario realizar algunos experimentos numéricos que permitieron definir el nivel de precisión que era de esperarse. Los resultados de estas pruebas se describen en el siguiente inciso.

2. Precisión en el programa

Para estimar la precisión global que se tiene con el programa, se estudió la respuesta de uno de los bloques citados en el capítulo II, excitándolo con un impulso triangular. El bloque utilizado tiene esbeltez 5, una altura de 200 cm ($L = 100$ cm) y un espesor de 40 cm ($A = 20$ cm), ($\alpha = 11.3099^\circ$). El impulso tiene una base de 0.2 seg, altura 810 gals y está aplicado del segundo 0.1 al 0.3 del tiempo de análisis, fig 6

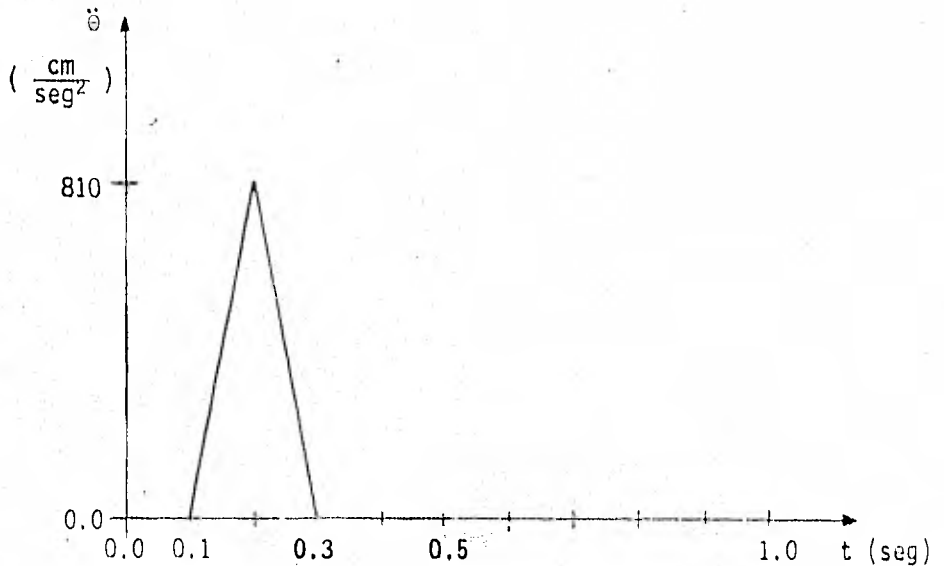


Fig 6. Impulso de excitación que inicia el movimiento del bloque

Para fijar las dimensiones del impulso debe asegurarse que se logre el movimiento del bloque, ya que existe una aceleración mínima (que denominamos crítica) para que se inicie dicho movimiento. Esta aceleración crítica depende de las dimensiones del bloque y de la aceleración de la gravedad (g). Para nuestro caso, la aceleración crítica requerida es de 196 gals. Este valor se obtiene de:

$$\text{Aceleración crítica} = \frac{A}{L} g$$

La variación del desplazamiento con el tiempo asemeja una senoide amortiguada. El movimiento resultante de la aplicación del pulso de disparo puede dividirse en dos partes, como se aprecia en la fig 7. La primera es en la que actúa el impulso y que corresponde a una vibración forzada. La segunda se inicia en el instante en que termina el impulso, dura hasta que cesa el movimiento y corresponde a una vibración libre.

Para este tipo de excitación se hicieron cálculos variando el número de puntos, con lo que se obtuvieron respuestas diferentes en cada caso, como se puede apreciar en esta fig 7.

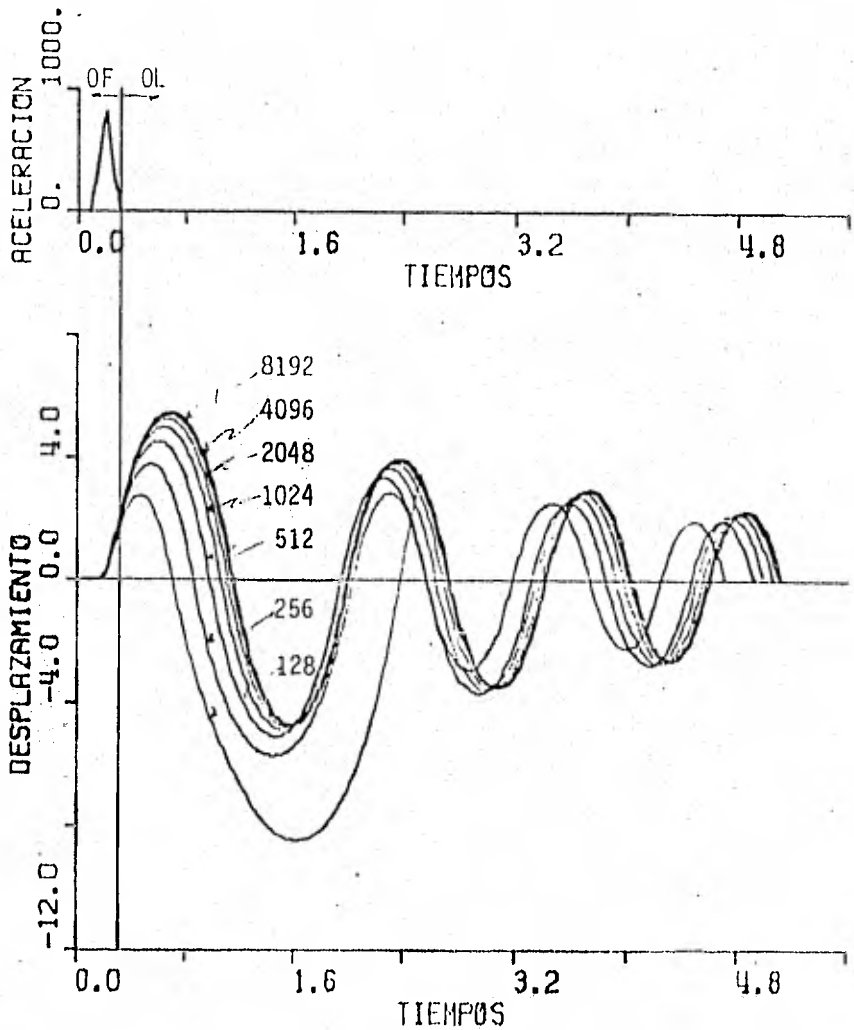


Fig 7, Variación de la historia de desplazamiento contra tiempo al calcular con diferente número de puntos.

NOTA: OF = Oscilación forzada

OL = Oscilación libre

Para obtener una medida de la precisión de cálculo numérico se obtuvo la respuesta del bloque en vibración libre, con velocidad y desplazamiento inicial iguales a los finales del intervalo anterior de vibración forzada en que actúa el impulso. Esto se tomó como solución "exacta" y se comparó para cada NP, con el resultado de considerar como vibración forzada todo el movimiento desde su inicio hasta su terminación. Al irse incrementando el número de puntos, la semejanza era más pronunciada y se tuvieron resultados muy similares para NP = 4096, como puede apreciarse en la fig 8. En esta fig aparecen las variaciones del valor absoluto del desplazamiento máximo con el tiempo, para vibración forzada y para vibración libre.

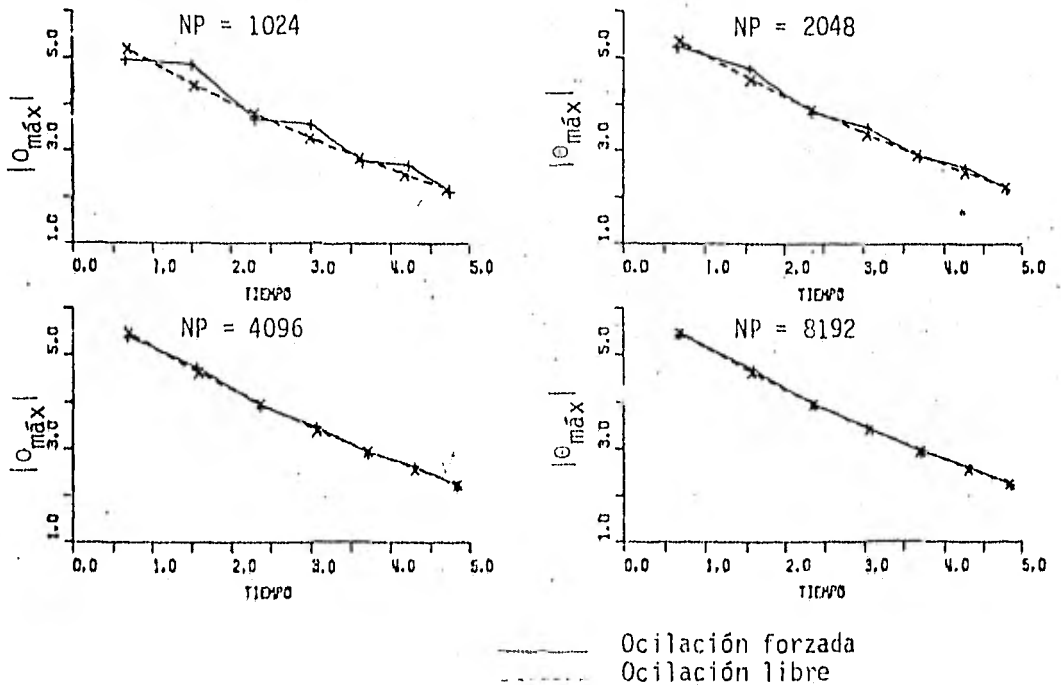


Fig 8. Variación del valor absoluto del desplazamiento máximo con el tiempo para oscilación forzada y libre

Ahora bien, para cuantificar el error que existe entre la oscilación libre y la forzada para cada número de puntos, se normalizaron los desplazamientos máximos de la vibración forzada, considerando los de la libre como unitarios; comparando estos valores obtenemos que, para un NP=1024 tenemos un error máximo en el desplazamiento del 10%, para 2048 del 5%, para 4096 del 2.2% y para 8192 del orden de 1.2%, como puede apreciarse en la fig 9.

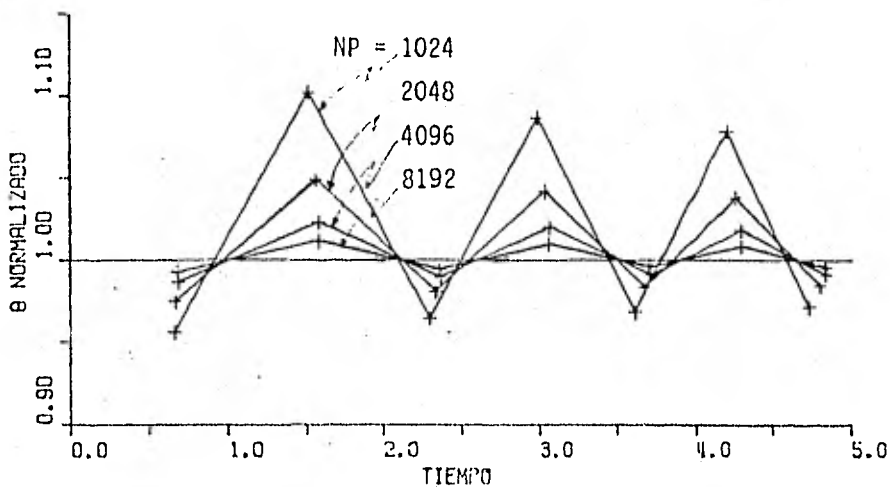


Fig 9. Normalización de los desplazamientos máximos de vibración forzada con respecto a los de oscilación libre

Con estos porcentajes, y puesto que a mayor número de puntos aumenta el tiempo de proceso de la computadora, se necesitaría usar NP = 2048 y 4096, para obtener errores del 5% o menores. Esto no será necesario por las razones que se aducen a continuación.

El problema de precisión que existe dentro del programa es debido a que, cuando se tiene un solo impulso triangular, en el dominio de la frecuencia aparece necesariamente una componente de frecuencia nula (proporcional al área del impulso triangular), que el programa no incorpora por no tratarse de una componente armónica. Por lo tanto, el error resultante puede corregirse si se le aplica al bloque otro impulso de la misma magnitud pero de signo contrario, de tal manera que el área total bajo los impulsos de aceleración sea nula. Dicho impulso de corrección deberá aplicarse fuera del intervalo en estudio, para que no interfiera en el movimiento (ver fig 10).

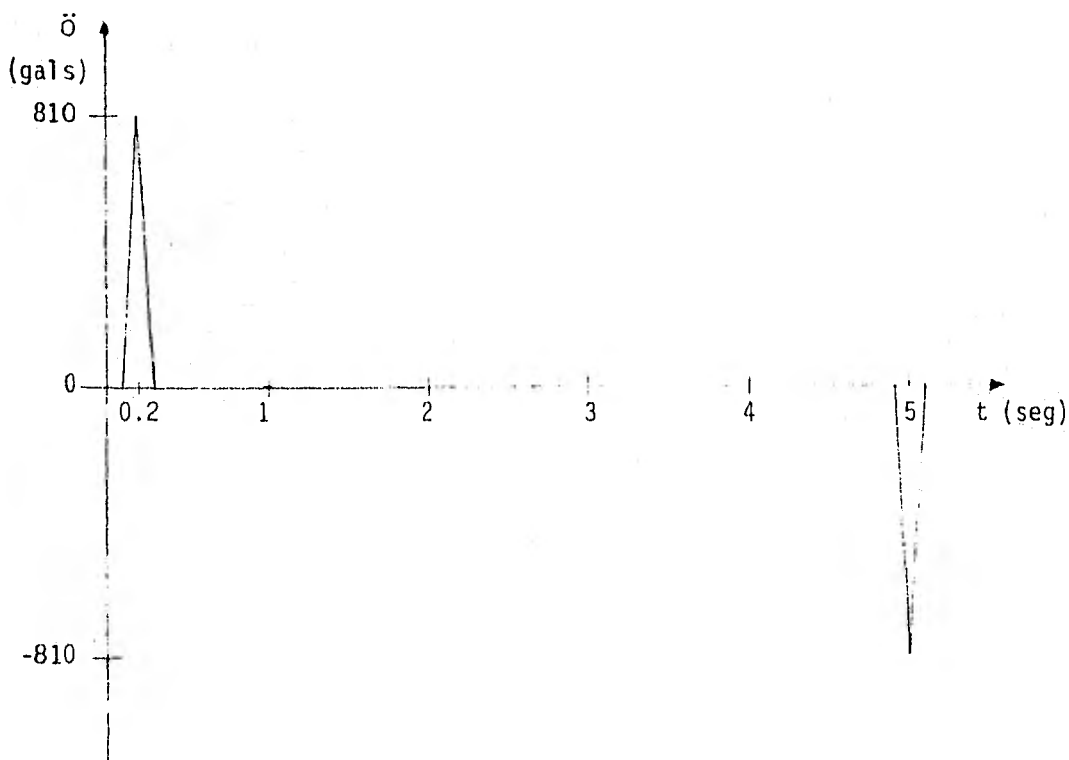


Fig 10. Impulsos de excitación y de corrección (ver texto)

Se estudió el movimiento del bloque con el impulso de corrección para un número de puntos de FFT (NP) igual a 512 y 1024. También se hizo el cálculo de la oscilación libre con los valores iniciales de θ y $\dot{\theta}$ según los resultados obtenidos con cada número de puntos, para así determinar la

diferencia que existe entre la oscilación libre y la forzada con los dos impulsos (el de disparo, al principio y el de "corrección" al final). Todos los valores obtenidos de este análisis se encuentran en las tablas 3 y 4 para NP= 512 y 1024 respectivamente.

Tabla 3. Comparación entre las respuestas máximas en oscilación libre y forzada para NP = 512. (Con impulsos de corrección)

TIPO DE ESTUDIO				$\frac{\theta_{OF}}{\theta_{OL}}$	$\frac{\dot{\theta}_{OF}}{\dot{\theta}_{OL}}$	ERROR (%)	
Oscilación forzada		Oscilación libre				θ	$\dot{\theta}$
θ_{OF}	$\dot{\theta}_{OF}$	θ_{OL}	$\dot{\theta}_{OL}$				
5.424	-26.067	5.484	-26.024	0.9892	1.0016	1.08	0.16
-4.728	24.563	-4.640	24.523	1.0187	1.0016	1.87	0.16
3.940	-23.146	3.973	-23.108	0.9918	1.0016	0.82	0.16
-3.483	21.811	-3.428	21.775	1.0160	1.0017	1.60	0.17

NOTA: OF = Oscilación forzada

OL = Oscilación libre

Tabla 4. Comparación entre las respuestas máximas en oscilación libre y forzada para NP = 1024. (Con impulsos de corrección).

TIPO DE ESTUDIO				$\frac{\theta_{OF}}{\theta_{OL}}$	$\frac{\dot{\theta}_{OF}}{\dot{\theta}_{OL}}$	ERROR (%)	
Oscilación forzada		Oscilación libre				θ	$\dot{\theta}$
θ_{OF}	$\dot{\theta}_{OF}$	θ_{OL}	$\dot{\theta}_{OL}$				
5.551	-26.133	5.557	-26.142	0.9989	0.9996	0,11	0.04
-4.693	24.625	-4.698	24.634	0.9990	0.9996	0,10	0.04
4.015	-23.204	4.019	-23.213	0.9990	0.9996	0,10	0.04
-3.463	21.866	-3.466	21.874	0.9990	0.9996	0,10	0.04

Comparando los errores obtenidos en este análisis con los que se habían obtenido sin el impulso de corrección, podemos apreciar que se obtienen mejores resultados con el impulso de corrección y un NP = 512, que sin la corrección y NP = 4096.

Por lo tanto, de esta manera, además de obtener resultados más confiables, se tiene un ahorro bastante notable en el tiempo de proceso en la computadora (por ser menor NP). En vista de la evidente ventaja de este artificio, se decidió incluir el segundo impulso (fuera del intervalo de tiempo de interés en todos los casos estudiados subsecuentemente).

3. Bloque excitado con dos impulsos

En el inciso anterior se hizo oscilar el bloque aplicándole en su base una aceleración en forma de impulso triangular. El movimiento resultante llega a cesar con el tiempo, debido a la pérdida de energía que se produce durante cada cambio de eje de rotación.

En este inciso se estudiará el tamaño y posición de pequeños impulsos triangulares que hagan que el bloque, una vez que se encuentra en movimiento, permanezca oscilando con amplitudes constantes. Para esto es necesario que dichos impulsos sean capaces de inyectarle nuevamente al bloque la energía perdida durante el movimiento.

Primeramente se estudiará el movimiento con el impulso de disparo y un segundo impulso que haga que el desplazamiento máximo en el segundo semiciclo sea igual al del primero.

3.1 Efecto de las dimensiones del segundo impulso

La energía adicional que se le transmite al bloque mediante un impulso triangular, puede aplicarsele lenta o rápidamente, lo cual depende de las dimensiones del impulso. Para esta parte del estudio se mantuvieron constantes el área (energía aplicada) y el tiempo medio de aplicación del mismo.

Para que exista un incremento en el desplazamiento, el signo del área del impulso debe ser el mismo que el de la velocidad en el momento de la aplicación.

Como ejemplo tenemos la excitación del bloque del inciso anterior, con un segundo impulso aplicado en un tiempo medio de 1.30 seg y de área constante e igual a -2 cm/seg. Las características de este segundo impulso se tomaron arbitrariamente, puesto que únicamente se estudiará en este punto la influencia de las dimensiones del impulso sobre el movimiento del bloque, manteniendo el área fija (posteriormente se estudiará el área necesaria para lograr nuestro objetivo). Se estudiaron los resultados obtenidos con tres impulsos diferentes, los cuales tienen las siguientes dimensiones: 0.10 seg de base por -40 gals de altura, 0.16 seg por -25 gals y 0.20 seg por -20 gals, las respuestas obtenidas en cada caso se encuentran en la tabla 5.

Tabla 5. Comparación entre las respuestas máximas de un mismo bloque ($L = 100$ cm, $A = 20$ cm) al aplicarle un segundo impulso de diferentes dimensiones, de área constante y para el mismo tiempo medio de aplicación

2do IMPULSO	RESPUESTAS MAXIMAS				O_2/O_1	O_2/\dot{O}_1
	1er semiciclo		2do semiciclo			
	O_1	\dot{O}_1	O_2	\dot{O}_2		
Area = 2.00 cm/seg TMED* = 1.30 seg						
base = 0.10 seg altura = -40 gals	5.551	-26.133	-4.987	25.175	0.8984	0.9633
base = 0.16 seg altura = -25 gals	5.551	-26.133	-4.987	25.176	0.8984	0.9634
base = 0.20 seg altura = -20 gals	5.551	-26.133	-4.988	25.177	0.8986	0.9634

De los tres casos anteriores y de los estudiados para otros bloques, se puede concluir que la influencia de la manera en que actúe el impulso es mínima, siempre y cuando éste se aplique durante un intervalo pequeño en comparación con el semiperiodo.

3.2 Efecto de la posición del segundo impulso

Para estudiar la influencia de la posición del impulso en la oscilación del bloque, se aplicó un pequeño impulso en diferentes instantes durante el segundo semiciclo. De esta manera se logró que variara la amplitud del desplazamiento en ciclos subsecuentes.

*TMED = Tiempo medio de aplicación del impulso

La magnitud de este pequeño impulso es de 0.1 seg de base y -40 gals de altura, con lo que se obtiene un área de -2 cm/seg y se aplicó en cuatro diferentes tiempos: 1.25, 1.30, 1.35 y 1.45 seg, como puede apreciarse en la fig 11, en donde también aparecen las respuestas de estos cuatro casos; en esta figura puede verse que el desplazamiento máximo obtenido en el segundo semiciclo es mayor mientras más cerca se coloque el impulso al tiempo del cambio anterior de eje de rotación (que ocurre en 1.177 seg). Debido a este resultado se vió la conveniencia de hacer el estudio para cuando el impulso se coloca antes y durante el cambio de eje de rotación del bloque, por ejemplo en 1.05 y 1.177 seg.

En la tabla 6 se encuentran los valores máximos del desplazamiento y la velocidad junto con el tiempo en el cual ocurren, tanto para el primer semiciclo como para el segundo en los seis casos estudiados. En dicha tabla puede apreciarse que el impulso tiene mayor influencia en el movimiento cuando se aplica en el instante del cambio de eje de rotación, puesto que la respuesta máxima en el desplazamiento durante el segundo semiciclo, es mayor cuando el impulso se coloca en dicho instante.

La influencia de la posición del impulso sobre el movimiento es debida a que, cuando el bloque pierde velocidad al cambiar de eje de rotación, la amplitud del desplazamiento también presenta consecuentemente cierta tendencia a disminuir y, al inyectarle la energía perdida en un instante diferente al del cambio de eje de rotación, la velocidad se va a recuperar pero el desplazamiento ya tiene una pérdida permanente. Lo anterior se puede apreciar en la fig 12, en donde se presenta la variación de la velocidad con el tiempo cuando existe pérdida de energía y cuando dicha energía se le reinyecta al bloque en el instante del cambio de eje de rotación y en un tiempo posterior al cambio. El área sombreada en dicha figura nos indica la pérdida en el desplazamiento cuando la energía perdida se le inyecta posteriormente al cambio de eje.

Por lo anterior, para que el bloque recupere totalmente la amplitud de su desplazamiento, es necesario aplicarle, además de la energía que pierde durante el cambio de eje de rotación, una energía adicional que le haga recuperar la pérdida en el desplazamiento.

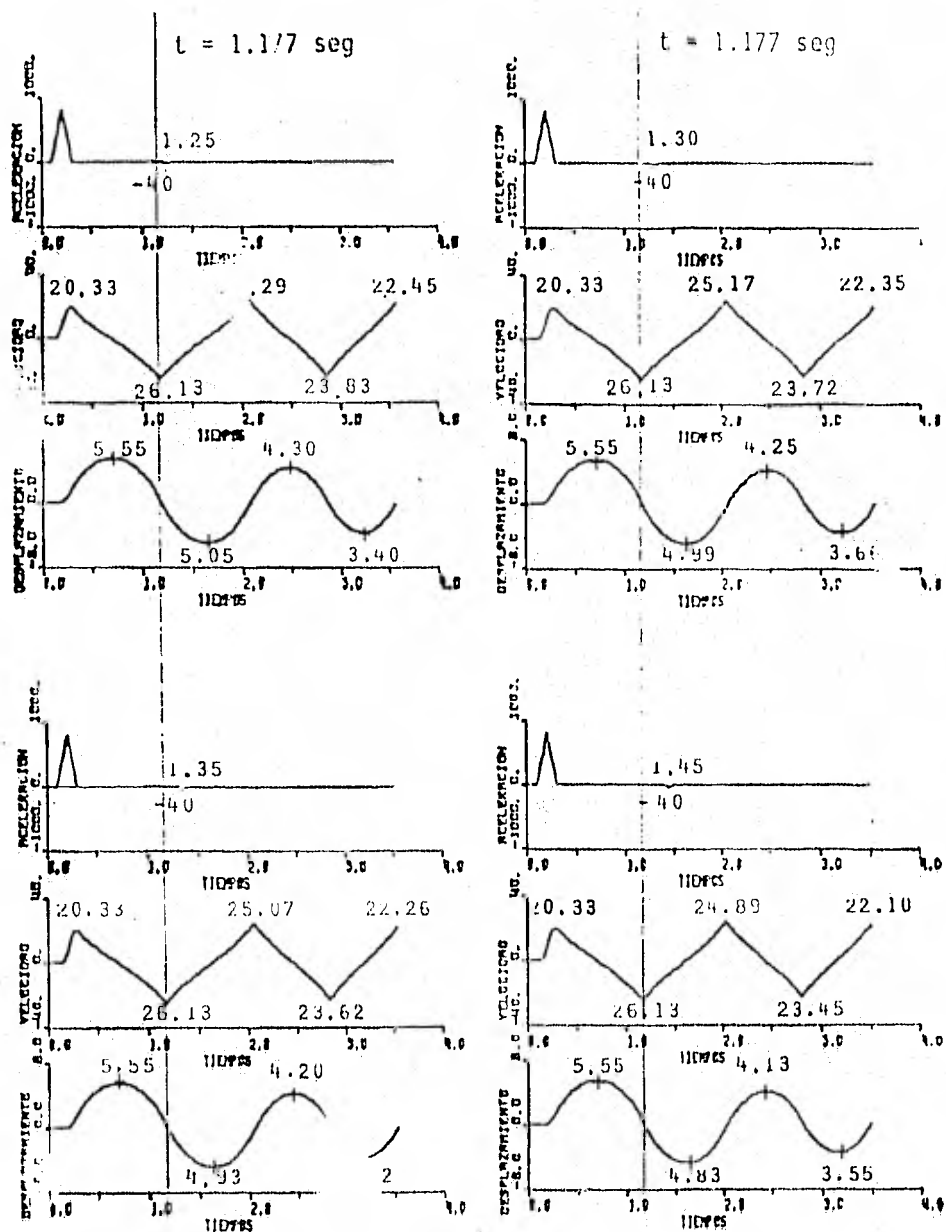


Fig 11. Historias de velocidad y desplazamiento angulares para cuando se aplica el segundo impulso en diferentes instantes.

Tabla 6. Comparación entre las respuestas máximas del bloque con un segundo impulso aplicado en diferentes tiempos

TMED*	1er SEMICICLO				2do SEMICICLO				θ_2/θ_1	$\dot{\theta}_2/\dot{\theta}_1$
	Desplazamiento máximo		Velocidad máxima		Desplazamiento máximo		Velocidad máxima			
	t	$\theta_{m\acute{a}x}$	t	$\dot{\theta}_{m\acute{a}x}$	t	$\theta_{m\acute{a}x}$	t	$\dot{\theta}_{m\acute{a}x}$		
1.050	0.69	5.551	1.173	-26.692	1.61	-4.974	2.055	25.152	0.8961	0.9423
1.180	0.69	5.551	1.177	-26.489	1.63	-5.116	2.079	25.404	0.9216	0.9590
1.250	0.69	5.551	1.177	-26.132	1.63	-5.049	2.072	25.286	0.9096	0.9676
1.300	0.69	5.551	1.177	-26.133	1.62	-4.987	2.065	25.175	0.8984	0.9633
1.350	0.69	5.551	1.177	-26.133	1.62	-4.930	2.058	25.072	0.8881	0.9594
1.450	0.69	5.551	1.177	-26.133	1.62	-4.831	2.048	24.887	0.8703	0.9523

3.3 Determinación del área necesaria para el segundo impulso

En los incisos 3.1 y 3.2 aplicamos un segundo impulso de área arbitraria y se analizó la influencia de las dimensiones y de la posición del mismo sobre el movimiento del bloque. Una vez conocidos estos efectos, se calculará un impulso de área tal que, independientemente de su posición, sea capaz de restituir la energía perdida durante el cambio de eje de rotación del bloque.

3.3.1 Determinación de las dimensiones del segundo impulso cuando es aplicado en el instante del cambio de eje de rotación

Con este segundo impulso debe lograrse que la amplitud del desplazamiento del

*TMED = Tiempo medio de aplicación del segundo impulso

1,177= Tiempo del cambio del eje de rotación

segundo semiciclo, únicamente, sea igual a la del primero. Como este impulso es aplicado durante el cambio de eje de rotación, solo debe proporcionar al bloque la energía perdida en ese instante, y se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Area} = \frac{4}{3} \frac{A^2 + L^2}{L} (1 - FR) \dot{\theta} \quad (3)$$

en donde:

A y L son las dimensiones del bloque

FR es el factor de rebote

$\dot{\theta}$ es la velocidad del bloque al final del semiciclo inmediato anterior a la aplicación del impulso (rad/seg)

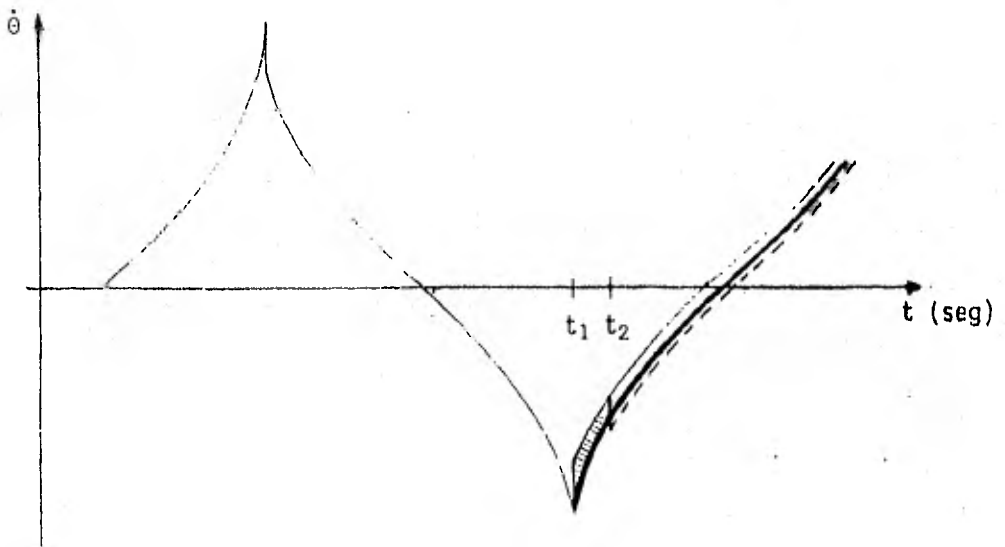


Fig 12

- Variación de la velocidad con el tiempo cuando es afectada por la pérdida de energía
- Variación de la velocidad cuando la energía perdida se le inyecta en el instante del cambio de eje de rotación (t_1)
- · - · - Variación de la velocidad cuando se le aplica la energía perdida después del cambio de eje (t_2)

Debido a que la ec (3) se deduce de considerar que el momento angular del bloque se mantiene constante antes y después del cambio de eje de rotación, es evidente que si el área del pulso de aceleración se calcula con (3), se compensa en su totalidad la energía perdida durante el cambio de eje de rotación.

Como ejemplo calcularemos el área de un segundo impulso, basándonos en el mismo bloque que hemos estudiado hasta aquí ($L = 100$ cm y $A = 20$ cm), al cual hicimos oscilar por medio de un impulso de disparo (0.2 seg de base y 810 gals de altura), y para el cual conocemos las historias tanto de desplazamiento como de velocidad.

Los datos requeridos para nuestro cálculo son los siguientes:

$$\begin{aligned} L &= 100 \text{ cm} & \alpha &= 11.3099^\circ \\ A &= 20 \text{ cm} & FR &= 1 - 1.5 \operatorname{sen}^2 (11.3099^\circ) = 0.9423077 \\ FR &= 1 - 1.5 \operatorname{sen}^2 \alpha & \dot{\theta} &= -26.133 \text{ grados/seg} \end{aligned}$$

El área del impulso será:

$$\text{Area} = \frac{4}{3} \frac{20^2 + 100^2}{100} (1 - 0.9423077) \frac{-26.133 \pi}{180}$$

$$\text{Area} = -3.64885 \text{ cm/seg}$$

Si lo aplicamos durante un tiempo de 0.1 seg, requerirá una altura de:

$$\text{Altura} = \frac{(-3.64885) 2}{0.1}$$

$$\text{Altura} = -72.977 \text{ gals}$$

Resumiendo, este segundo impulso tiene 0.1 seg de base, -72.977 gals de altura y se encuentra colocado en un tiempo igual a 1.177 seg (tiempo para el cual se presenta el cambio de eje de rotación).

Los resultados obtenidos al aplicar este impulso se encuentran en la tabla 7, en donde se aprecia un error en el desplazamiento menor de uno por ciento. Este error se debe a que, por limitaciones del programa utilizado, el impulso es colocado en 1.180 seg en vez de colocarse en 1.177 seg. Por la misma razón aparece también un error más notable en las velocidades (<3%). Así, las relaciones entre velocidades son un índice más crítico que las relaciones entre desplazamientos.

Tabla 7. Comparación entre las respuestas máximas del primer y segundo semiciclos del bloque de $L = 100$ cm y $A = 20$ cm, excitado con el impulso de disparo y un segundo impulso calculado para un TMED igual al tiempo de cambio de eje de rotación

# de semiciclo	DESPLAZAMIENTO MAXIMO			VELOCIDAD MAXIMA		
	t	$\theta_{m\acute{a}x}$	Relación 1:2	t	$\dot{\theta}_{m\acute{a}x}$	Relación 1:2
1	0.69	5.5510	1.0096	1.177	-26.7771	1.0279
2	1.66	-5.4982		2.135	26.0482	

3.3.2 Determinación del segundo impulso cuando se aplica después del cambio de eje de rotación

Para este estudio repetimos aquí las ecuaciones de desplazamiento y velocidad del bloque, mismas de las que partimos y que son:

$$\theta(t) = \left(\theta_0 - \alpha + \frac{BE}{A+\omega^2} \right) \cosh \sqrt{A} t + \frac{1}{\sqrt{A}} \left(\dot{\theta}_0 + \frac{BD\omega}{A+\omega^2} \right) \sinh \sqrt{A} t + \alpha -$$

$$\frac{BD}{A+\omega^2} \sin \omega t - \frac{BE}{A+\omega^2} \cos \omega t$$

$$\ddot{\theta}(t) = \left(\theta_0 - \alpha + \frac{BE}{\Lambda + \omega^2} \right) \sqrt{\Lambda} \operatorname{senh} \sqrt{\Lambda} t + \left(\dot{\theta}_0 + \frac{BD\omega}{\Lambda + \omega^2} \right) \cosh \sqrt{\Lambda} t - \frac{BD\omega}{\Lambda + \omega^2} \cos \omega t + \frac{BE\omega}{\Lambda + \omega^2} \sin \omega t$$

en donde:

α = semiángulo central del bloque

θ_0 = desplazamiento inicial del bloque

$\dot{\theta}_0$ = velocidad inicial del bloque

$$A = \frac{3g}{4L}$$

g = aceleración de la gravedad

L = semialtura del bloque

$$B = \frac{3}{4L}$$

E, D = componentes real e imaginaria de la señal de excitación en el dominio de la frecuencia, respectivamente

Teniendo en cuenta que durante el movimiento en estudio el bloque oscila libremente por no haber excitación del suelo, los factores E y D de las ecuaciones anteriores se anulan, reduciéndose las ecuaciones a:

$$\theta(t) = (\theta_0 - \alpha) \cosh \sqrt{\Lambda} t + \frac{1}{\sqrt{\Lambda}} \dot{\theta}_0 \operatorname{senh} \sqrt{\Lambda} t + \alpha$$

$$\dot{\theta}(t) = (\theta_0 - \alpha) \sqrt{\Lambda} \operatorname{senh} \sqrt{\Lambda} t + \dot{\theta}_0 \cosh \sqrt{\Lambda} t$$

En la fig 13 se encuentra representada la variación de la velocidad $\dot{\theta}$ con el tiempo para tres casos diferentes: la curva 1 es la relativa al movimiento del bloque cuando no existe pérdida alguna de energía (se considera $FR = 1$) y la amplitud de los desplazamientos máximos sucesivos es constante. La curva 2 nos representa la historia de la velocidad cuando sí existe pérdida de energía durante el cambio del eje de rotación que se presenta en un instante t_1 . La curva 3 es el resultado de inyectarle al bloque, en un instante t_2 , la energía necesaria para que el desplazamiento máximo se recupere y permanezca constante, cuando ya había sufrido una pérdida debido al cambio de eje de rotación del bloque, que produjo una disminución en la velocidad angular igual a $\dot{\theta}_{o1} - \dot{\theta}_{o2}$

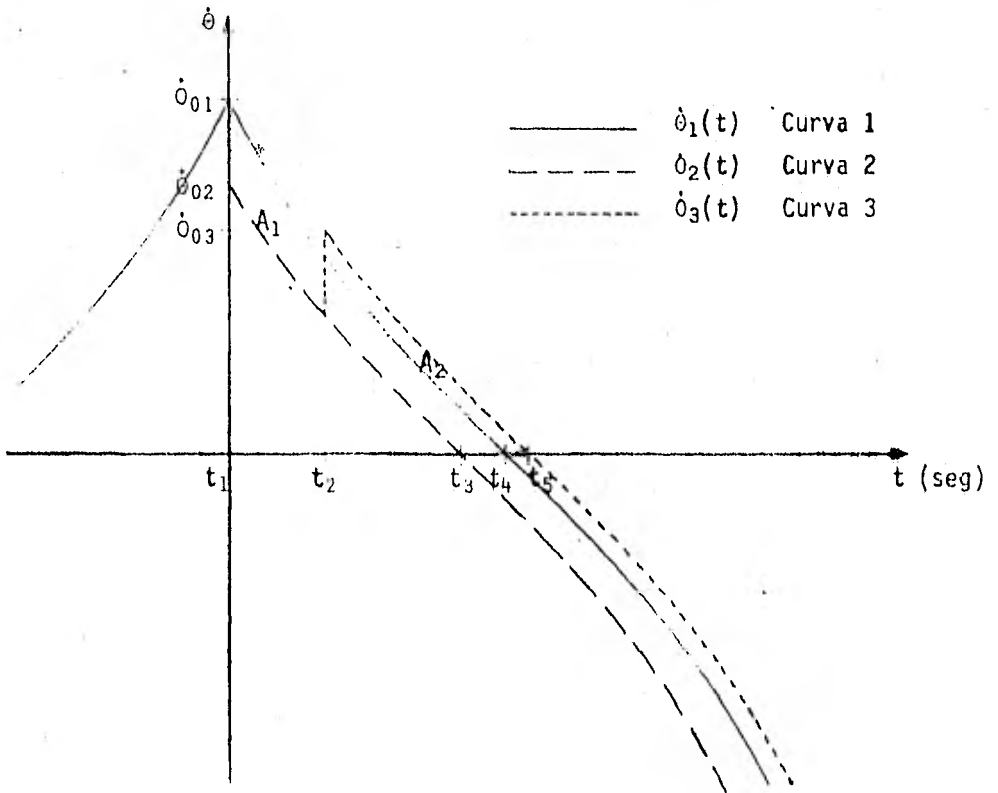


Fig 13

Teniendo en cuenta que el área bajo la curva de la velocidad con el tiempo representa un desplazamiento, se aprecia que las áreas sombreadas A_1 y A_2 , de la fig 13, deben ser iguales, puesto que el área A_1 representa el desplazamiento perdido hasta el instante en que se le inyecta energía al bloque y el área A_2 es el incremento en el desplazamiento cuando se le proporciona energía adicional.

Tomando en cuenta todo lo anterior, obtenemos la expresión para el cálculo de la energía necesaria para que el desplazamiento máximo permanezca constante, de la siguiente manera:

$$A_1 = A_2$$

$$A_1 = \int_{t_1}^{t_2} \dot{o}_1(t) dt - \int_{t_1}^{t_2} \dot{o}_2(t) dt$$

$$A_2 = \int_{t_2}^{t_5} \dot{o}_3(t) dt - \int_{t_2}^{t_4} \dot{o}_1(t) dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \dot{o}_1(t) dt = o_1(t) \Big|_{t_1}^{t_2}$$

$$= (o_{o_1} - \alpha) (\cosh \sqrt{\lambda} t_2 - \cosh \sqrt{\lambda} t_1) +$$

$$+ \frac{\dot{\theta}_{o_1}}{\sqrt{\Lambda}} (\sinh \sqrt{\Lambda} t_2 - \sinh \sqrt{\Lambda} t_1)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \dot{o}_2(t) dt = o_2(t) \Big|_{t_1}^{t_2}$$

$$= (o_{o_2} - \alpha) (\cosh \sqrt{\Lambda} t_2 - \cosh \sqrt{\Lambda} t_1) +$$

$$\frac{\dot{\theta}_{o_2}}{\sqrt{\Lambda}} (\sinh \sqrt{\Lambda} t_2 - \sinh \sqrt{\Lambda} t_1)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} |\dot{o}_1(t) - \dot{o}_2(t)| dt = (o_{o_1} - \alpha - o_{o_2} + \alpha) (\cosh \sqrt{\Lambda} t_2 - \cosh \sqrt{\Lambda} t_1) +$$

$$\frac{(\dot{\theta}_{o_1} - \dot{\theta}_{o_2})}{\sqrt{\Lambda}} (\sinh \sqrt{\Lambda} t_2 - \sinh \sqrt{\Lambda} t_1)$$

como $o_{o_1} = o_{o_2} = 0$ y $t_1 = 0$ se tiene:

$$\int_{t_1}^{t_2} |\dot{o}_1(t) - \dot{o}_2(t)| dt = \frac{\dot{\theta}_{o_1} - \dot{\theta}_{o_2}}{\sqrt{\Lambda}} \sinh \sqrt{\Lambda} t_2 \quad (4)$$

$$\int_{t_2}^{t_4} \dot{\theta}_1(t) dt = \theta_1(t) \Big|_{t_2}^{t_4} = (\theta_0 - \alpha) (\cosh \sqrt{A} t_4 - \cosh \sqrt{A} t_2) + \frac{\dot{\theta}_0}{\sqrt{A}} (\sinh \sqrt{A} t_4 - \sinh \sqrt{A} t_2)$$

Como el movimiento representado por la curva 3 inicia en el tiempo t_2 , se tiene:

$$\int_{t_2-t_2}^{t_5-t_2} \dot{\theta}_3(t) dt = \theta_3(t) \Big|_{t_2-t_2}^{t_5-t_2}$$

Si hacemos $t_6 = t_5 - t_2$:

$$\theta_3(t) \Big|_0^{t_6} = (\theta_{\theta_3} - \alpha) (\cosh \sqrt{A} t_6 - \cosh \sqrt{A} (0)) + \frac{\dot{\theta}_{\theta_3}}{\sqrt{A}} (\sinh \sqrt{A} t_6 - \sinh \sqrt{A} (0))$$

como $\theta_{\theta_3} = \theta_2(t_2)$, $\cosh \sqrt{A} (0) = 1$ y $\sinh \sqrt{A} (0) = 0$

se tiene:

$$\int_{t_2-t_2}^{t_5-t_2} \dot{o}_3(t) dt = |o_2(t_2) - \alpha| (\cosh \sqrt{A} t_6 - 1) + \frac{\dot{o}_{o_3}}{\sqrt{A}} \sinh \sqrt{A} t_6$$

$$\int_{t_2-t_2}^{t_5-t_2} \dot{o}_3(t) dt - \int_{t_2}^{t_4} \dot{o}_1(t) dt = |o_2(t_2) - \alpha| (\cosh \sqrt{A} t_6 - 1) +$$

$$\frac{\dot{o}_{o_3}}{\sqrt{A}} \sinh \sqrt{A} t_6 + \alpha (\cosh \sqrt{A} t_4 - \cosh \sqrt{A} t_2) - \frac{\dot{o}_{o_1}}{\sqrt{A}} (\sinh \sqrt{A} t_4 -$$

$$\sinh \sqrt{A} t_2)$$

(5)

Iguando las ecuaciones (4) y (5)

$$\int_{t_1}^{t_2} [\dot{o}_1(t) - \dot{o}_2(t)] dt = \int_0^{t_5-t_2} \dot{o}_3(t) dt - \int_{t_2}^{t_4} \dot{o}_1(t) dt$$

$$\frac{\dot{o}_{o_1} - \dot{o}_{o_2}}{\sqrt{A}} \sinh \sqrt{A} t_2 = |o_2(t_2) - \alpha| (\cosh \sqrt{A} t_6 - 1) + \frac{\dot{o}_{o_3}}{\sqrt{A}} \sinh \sqrt{A} t_6$$

$$+ \alpha (\cosh \sqrt{A} t_4 - \cosh \sqrt{A} t_2) - \frac{\dot{o}_{o_1}}{\sqrt{A}} (\sinh \sqrt{A} t_4 - \sinh \sqrt{A} t_2)$$

$$- \frac{\dot{o}_{o_3}}{\sqrt{A}} \sinh \sqrt{A} t_6 = o_2(t_2) \cosh \sqrt{A} t_6 - o_2(t_2) - \alpha \cosh \sqrt{A} t_6 + \alpha +$$

$$\begin{aligned}
& + \alpha \cosh \sqrt{\Lambda} t_4 - \alpha \cosh \sqrt{\Lambda} t_2 - \frac{\dot{\theta}_{o1}}{\sqrt{\Lambda}} \sinh \sqrt{\Lambda} t_4 + \frac{\dot{\theta}_{o1}}{\sqrt{\Lambda}} \sinh \sqrt{\Lambda} t_2 - \\
& \frac{\dot{\theta}_{o1}}{\sqrt{\Lambda}} \sinh \sqrt{\Lambda} t_2 + \frac{\dot{\theta}_{o2}}{\sqrt{\Lambda}} \sinh \sqrt{\Lambda} t_2 \\
& - \frac{\dot{\theta}_{o3}}{\sqrt{\Lambda}} \sinh \sqrt{\Lambda} t_6 = \theta_2(t_2) \cosh \sqrt{\Lambda} t_6 - \alpha (\cosh \sqrt{\Lambda} t_6 - \cosh \sqrt{\Lambda} t_4) - \\
& \frac{\dot{\theta}_{o1}}{\sqrt{\Lambda}} \sinh \sqrt{\Lambda} t_4 \\
\dot{\theta}_{o3} = & \frac{-\sqrt{\Lambda} \theta_2(t_2) \cosh \sqrt{\Lambda} t_6 + \alpha \sqrt{\Lambda} (\cosh \sqrt{\Lambda} t_6 - \cosh \sqrt{\Lambda} t_4) + \dot{\theta}_{o1} \sinh \sqrt{\Lambda} t_4}{\sinh \sqrt{\Lambda} t_6} \quad (6)
\end{aligned}$$

$$\dot{\theta}_3(t_6) = (\theta_{o3} - \alpha) \sqrt{\Lambda} \sinh \sqrt{\Lambda} t_6 + \dot{\theta}_{o3} \cosh \sqrt{\Lambda} t_6 = 0$$

$$\dot{\theta}_{o3} = \frac{-[\theta_2(t_2) - \alpha] \sqrt{\Lambda} \sinh \sqrt{\Lambda} t_6}{\cosh \sqrt{\Lambda} t_6} \quad (7)$$

Iguando las ecuaciones (6) y (7) :

$$\frac{-\sqrt{\Lambda} \theta_2(t_2) \cosh \sqrt{\Lambda} t_6 + \alpha \sqrt{\Lambda} (\cosh \sqrt{\Lambda} t_6 - \cosh \sqrt{\Lambda} t_4) + \dot{\theta}_{o1} \sinh \sqrt{\Lambda} t_4}{\sinh \sqrt{\Lambda} t_6} =$$

$$= \frac{- [O_2(t_2) - \alpha] \sqrt{A} \operatorname{senh} \sqrt{A} t_6}{\cosh \sqrt{A} t_6}$$

$$- \sqrt{A} O_2(t_2) \cosh \sqrt{A} t_6 + \alpha \sqrt{A} \cosh \sqrt{A} t_6 - \alpha \sqrt{A} \cosh \sqrt{A} t_4 + \dot{\theta}_{o_1} \operatorname{senh} \sqrt{A} t_4 =$$

$$\frac{- [O_2(t_2) - \alpha] \sqrt{A} \operatorname{senh}^2 \sqrt{A} t_6}{\cosh \sqrt{A} t_6}$$

$$- \sqrt{A} O_2(t_2) \cosh \sqrt{A} t_6 + \alpha \sqrt{A} \cosh \sqrt{A} t_6 + \frac{[O_2(t_2) - \alpha] \sqrt{A} \operatorname{senh}^2 \sqrt{A} t_6}{\cosh \sqrt{A} t_6} =$$

$$\alpha \sqrt{A} \cosh \sqrt{A} t_4 - \dot{\theta}_{o_1} \operatorname{senh} \sqrt{A} t_4$$

$$- \sqrt{A} [O_2(t_2) - \alpha] \cosh \sqrt{A} t_6 + [O_2(t_2) - \alpha] \sqrt{A} \frac{\operatorname{sen}^2 \sqrt{A} t_6}{\cosh \sqrt{A} t_6} =$$

$$\alpha \sqrt{A} \cosh \sqrt{A} t_4 - \dot{\theta}_{o_1} \operatorname{senh} \sqrt{A} t_4$$

$$\frac{- \cosh^2 \sqrt{A} t_6 + \operatorname{senh}^2 \sqrt{A} t_6}{\cosh \sqrt{A} t_6} = \frac{\alpha \sqrt{A} \cosh \sqrt{A} t_4 - \dot{\theta}_{o_1} \operatorname{senh} \sqrt{A} t_4}{\sqrt{A} [O_2(t_2) - \alpha]}$$

Recordando la siguiente igualdad trigonométrica:

$$\operatorname{senh}^2 \sqrt{A} t_6 - \cosh^2 \sqrt{A} t_6 = -1$$

tenemos:

$$\frac{-1}{\cosh \sqrt{A} t_6} = \frac{\alpha \sqrt{A} \cosh \sqrt{A} t_4 - \dot{\theta}_{o1} \sinh \sqrt{A} t_4}{\sqrt{A} |\theta_2(t_2) - \alpha|}$$

$$\cosh \sqrt{A} t_6 = \frac{\alpha - \theta_2(t_2)}{\alpha \sqrt{A} \cosh \sqrt{A} t_4 - \frac{\dot{\theta}_{o1}}{\sqrt{A}} \sinh \sqrt{A} t_4} = \frac{-\theta_2(t_2) + \alpha}{-\theta_1(t_4) + \alpha}$$

$$t_6 = \frac{1}{\sqrt{A}} \operatorname{ang} \cosh \left[\frac{\theta_2(t_2) - \alpha}{\theta_1(t_4) - \alpha} \right] \quad (8)$$

$$\dot{\theta}_1(t_4) = -\alpha \sinh \sqrt{A} t_4 + \frac{\dot{\theta}_{o1}}{\sqrt{A}} \cosh \sqrt{A} t_4 = 0$$

$$t_4 = \frac{1}{\sqrt{A}} \operatorname{ang} \operatorname{tanh} \left(\frac{\dot{\theta}_{o1}}{\alpha \sqrt{A}} \right) \quad (9)$$

$$\Delta \dot{\theta} = \dot{\theta}_{o3} - \dot{\theta}_2(t_2)$$

$$e = \frac{(L^2 + A^2) 4 \Delta \dot{\theta}}{3L} \quad (10)$$

En resumen, para oscilación libre $E = D = 0$:

$$\theta(t) = (\theta_0 - \alpha) \cosh \sqrt{A} t + \frac{\dot{\theta}_0}{\sqrt{A}} \sinh \sqrt{A} t + \alpha$$

$$\dot{\theta}(t) = (\theta_0 - \alpha) \sqrt{A} \sinh \sqrt{A} t + \dot{\theta}_0 \cosh \sqrt{A} t$$

$$t_4 = \frac{1}{\sqrt{A}} \operatorname{angtanh} \left(\frac{\dot{\theta}_0}{\alpha \sqrt{A}} \right)$$

$$t_6 = \frac{1}{\sqrt{A}} \operatorname{angcosh} \frac{\theta_2(t_2) - \alpha}{\theta_1(t_4) - \alpha} \quad t_6 = t_5 - t_2$$

$$\dot{\theta}_{03} = \frac{|\alpha - \theta_2(t_2)| \sqrt{A} \sinh \sqrt{A} t}{\cosh \sqrt{A} t_6}$$

$$\Delta \dot{\theta} = \dot{\theta}_{03} - \dot{\theta}_2(t_2)$$

$$e = \frac{(L^2 + A^2) 4 \Delta \dot{\theta}}{3L}$$

En donde:

$\theta(t)$ = variación del desplazamiento angular con el tiempo

$\dot{\theta}(t)$ = variación de la velocidad angular con el tiempo

$\theta_0, \dot{\theta}_0$ = desplazamiento y velocidad iniciales del bloque, respectivamente

$\theta_1(t_1), \theta_2(t_1)$ = desplazamiento del bloque en el instante " t_1 " para cuando: $FR = 1$ y $FR \neq 1$, respectivamente

$\dot{\theta}_{01}$ = velocidad del bloque inmediata anterior al cambio de eje de rotación

$\dot{\theta}_{03}$ = velocidad del bloque en el instante de aplicación del impulso, después de haberse aplicado éste

$\dot{\theta}_2(t_2)$ = velocidad del bloque en el instante de aplicación del impulso, antes de que sea aplicado

$\Delta\dot{\theta}$ = incremento en la velocidad del bloque en el instante TMED de la aplicación del impulso

e = energía que se deberá aplicar por medio del impulso

t_1 = tiempo para el cual ocurre θ_{01}

t_2 = tiempo de aplicación del impulso (TMED)

t_4 = tiempo para el cual $\theta_1 = 0$

t_5 = tiempo para el cual $\theta_3 = 0$

t_6 = Intervalo de t_2 a t_5

L, A = dimensiones del bloque

α = semiángulo interior del bloque

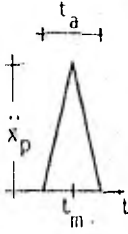
Nota: Ver fig 13

Como ejemplos se calcularon las energías requeridas de un segundo impulso colocado en diferentes TMED: 1.18, 1.30, 1.40 y 1.50 seg, para los cuales se obtuvo una altura de pico de -73.633, -108.148, -157.263 y -246.730 gals* respectivamente, para un ancho de pico en la base constante e igual a 0.10 seg. Los resultados de estos ejemplos se encuentran en la tabla 8 donde se puede notar que la velocidad máxima del primer semiciclo para el caso en que el impulso es colocado en TMED = 1.18 seg, es diferente y mayor que en los otros tres casos. Esto se debe a que la energía se empieza a aplicar en 1.13 (y hasta 1.23 seg) antes de que ocurra el cambio de eje de rotación (1.177 seg), por lo que la velocidad máxima sufre un incremento; también se puede ver que el error en el desplazamiento máximo es mayor en este caso que en los tres anteriores, y es debido a que cuando ocurre el cambio de eje de rotación, la energía aplicada por medio del impulso triangular también sufre una pérdida. Los errores en los desplazamientos máximos obtenidos en los otros tres casos, menores que 1

* 1 gal = 1 cm/seg²

porciento, son debidos a la precisión del programa de computadora utilizado, como ya hemos visto.

Tabla 8. Comparación de los resultados obtenidos para los dos primeros semiciclos de la excitación del bloque ($L=100$ cm, $A=20$ cm) para los cuatro impulsos calculados

Impulso de disparo	Impulso calculado			# de semiciclo	Desplazamiento			Velocidad		
	t_m	t_a	\ddot{x}_p		t	$v_{m\acute{a}x}$	Error	t	$v_{m\acute{a}x}$	Error
$t_m = 0.20$ $t_a = 0.20$	1.180	0.10	-73.633	1	0.69	5.551	0.81%	1.177	-26.783	2.77%
				2	1.66	-5.506		2.136	26.061	
$\ddot{x}_p = 810$	1.300	0.10	-108.148	1	0.69	5.551	0.17%	1.177	-26.133	0.05%
				2	1.67	-5.561		2.155	26.147	
	1.400	0.10	-157.263	1	0.69	5.551	0.06%	1.177	-26.133	0.01%
				2	1.69	-5.554		2.177	26.137	
	1.500	0.10	-246.730	1	0.69	5.551	0.01%	1.177	-26.133	0.01%
				2	1.73	5.550		2.200	26.131	

4. Bloques excitados con varios impulsos sucesivos

En el inciso anterior logramos que durante la oscilación del bloque (producida por el impulso de disparo), el desplazamiento máximo del segundo semiciclo se incrementara hasta llegar a ser igual al del primero, mediante un pequeño impulso que le proporcionaba energía adicional al bloque; sin embargo, a partir del siguiente semiciclo el desplazamiento disminuía hasta que el movimiento llegaba a cesar. Ahora bien, si le inyectamos al bloque la energía necesaria para que el desplazamiento permanezca constante en cada semiciclo, la oscilación del bloque deberá continuar indefinidamente.

Como ejemplos tenemos la oscilación que resulta al aplicarle al bloque ($L = 100$ cm, $A = 20$ cm) la energía necesaria cuando es aplicada en cada cambio de eje de rotación (caso trivial) y la que resulta cuando la cantidad de energía necesaria se calcula y se le aplica en diferentes instantes durante cada semiciclo. El cálculo de la energía requerida para restituir velocidad y desplazamiento en la proporción adecuada se efectúa con la ec 10 que se derivó en el inciso 3.3.2. Los resultados obtenidos se encuentran en la tabla 9.

En dicha tabla se puede apreciar, en las columnas correspondientes a las respuestas máximas normalizadas, que el error máximo en desplazamiento y velocidad, con respecto a los del primer semiciclo, son menores de 0.2% y de 3.1% respectivamente.

En la fig 14 se pueden apreciar tres oscilaciones diferentes del bloque: a) para cuando es excitado con el impulso de disparo únicamente, b) para cuando se le aplica energía adicional en cada cambio de eje de rotación y c) cuando la energía es aplicada en diferentes tiempos de cada semiciclo.

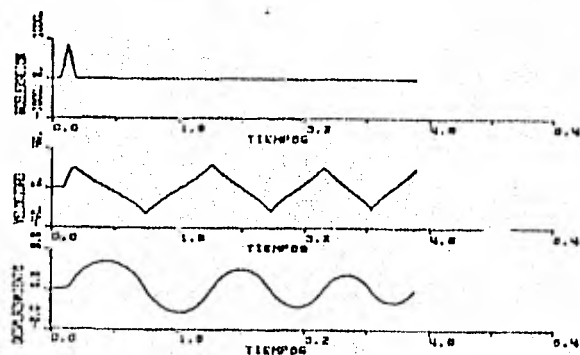
Los resultados de la oscilación de otros bloques se encuentran en las tablas 10, 11 y 12.

De todas estas pruebas podemos decir que si aplicamos a la oscilación de un bloque impulsos mayores a los calculados con la expresión 10, aumentarán los desplazamientos, y en caso contrario disminuirán.

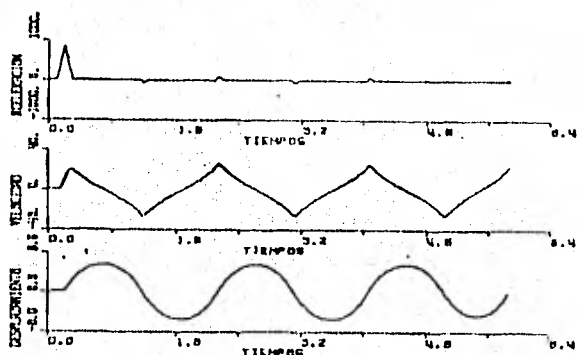
Tabla 9. Comparación entre las respuestas máximas de la oscilación del bloque ($L = 100$ cm, $A = 20$ cm) cuando su energía perdida se le reinyecta en diferentes instantes de cada semiciclo

No	Impulso			semi-ciclo	Desplazamiento Máximo			Velocidad máxima		
	Altura (gals)	Base (seg)	TMED (seg)		t (seg)	θ (grados)	$\frac{\theta}{\theta_1}^*$	t (seg)	$\dot{\theta}$ (grad/seg)	$\frac{\dot{\theta}}{\dot{\theta}_1}^*$
1	810.00	0.20	0.20	1	0.69	5.551	1.0000	1.177	-26.133	1.0000
2	-246.29	0.10	1.50	2	1.73	-5.548	0.9995	2.208	26.128	0.9998
3	156.74	0.10	2.43	3	2.72	5.550	0.9998	3.201	-26.932	1.0306
4	-77.19	0.10	3.20	4	3.68	-5.544	0.9987	4.166	26.121	0.9995
5	108.58	0.10	4.29	5	4.66	5.552	1.0002	5.142	-26.134	1.0000

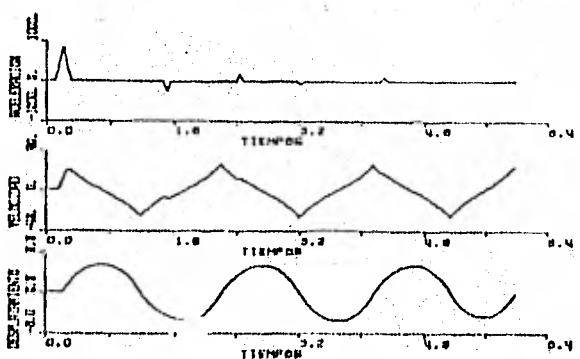
*Comparación de las respuestas máximas de los diferentes semiciclos con respecto a las del primero.



(a)



(b)



(c)

Fig 14. Historias de velocidad y desplazamiento angulares: a) cuando se aplica un solo impulso, b) cuando se le inyecta al bloque la energía perdida en el instante del cambio de eje de rotación y c) cuando la energía se le restituye en instantes preseleccionados.

Tabla 10. Comparación entre las respuestas máximas de la oscilación del bloque ($L = 80$ cm, $A = 20$ cm) cuando su energía perdida se le re-inyecta en diferentes instante de cada semiciclo

No	Impulso			# semi-ciclo	Desplazamiento máximo			Velocidad máxima		
	Altura (gals)	Base (seg)	TMED (seg)		t (seg)	(grados)	$\frac{\dot{\theta}}{\dot{\theta}_1}$ *	t (seg)	(grad/seg)	$\frac{\dot{\theta}}{\dot{\theta}_1}$ *
1	810.00	0.20	0.20	1	0.51	4.202	1.0000	0.814	-29.902	1.0000
2	-276.50	0.10	1.00	2	1.16	-4.323	1.0051	1.456	29.962	1.0020
3	158.18	0.10	1.55	3	1.77	4.245	1.0103	2.074	-30.027	1.0042
4	-542.57	0.10	2.35	4	2.49	-4.301	1.0237	2.797	30.184	1.0094
5	130.83	0.10	2.85	5	3.11	4.320	1.0281	3.414	30.242	1.0114

Tabla 11. Comparación entre las respuestas máximas de la oscilación del bloque ($L = 120$ cm, $A = 30$ cm) cuando su energía perdida se le re-inyecta en diferentes instante de cada semiciclo.

No	Impulso			# semi-ciclo	Desplazamiento máximo			Velocidad máxima		
	Altura (gals)	Base (seg)	TMED (seg)		t (seg)	(grados)	$\frac{\dot{\theta}}{\dot{\theta}_1}$ *	t (seg)	(grad/seg)	$\frac{\dot{\theta}}{\dot{\theta}_1}$ *
1	610.00	0.20	0.20	1	0.49	2.617	1.0000	0.760	-19.900	1.0000
2	-213.79	0.10	0.90	2	1.06	-2.629	1.0043	1.332	19.935	1.0018
3	141.38	0.10	1.40	3	1.61	2.641	1.0059	1.889	-19.978	1.0040
4	-365.79	0.10	2.10	4	2.23	-2.658	1.0155	2.501	20.039	1.0070
5	166.62	0.10	2.60	5	2.79	2.669	1.0197	3.067	-20.072	1.0087

*Comparación de las respuestas máximas de los diferentes semiciclos con respecto a las del primero.

Tabla 12. Comparación entre las respuestas máximas de la oscilación del bloque ($L = 140$ cm, $A = 28$ cm) cuando su energía perdida se le reinyecta en diferentes instantes de cada semiciclo.

No	Impulso			semi-ciclo	Desplazamiento máximo			Velocidad máxima		
	Altura (gals)	Base (seg)	TIED (seg)		t (seg)	θ (grados)	$\frac{\dot{\theta}}{\dot{\theta}_1}^*$	t (seg)	$\dot{\theta}$ (grad/seg)	$\frac{\dot{\theta}}{\dot{\theta}_1}^*$
1	810.00	0.20	3.20	1	0.62	3.537	1.0000	1.023	-19.058	1.0000
2	-77.34	0.10	1.03	2	1.43	-3.539	1.0005	1.836	18.645	0.9783
3	89.19	0.10	1.90	3	2.25	3.546	1.0024	2.654	-18.660	0.9791
4	-352.41	0.10	3.00	4	3.16	-3.545	1.0022	3.562	18.660	0.9791
5	335.23	0.10	3.90	5	4.06	3.544	1.0021	4.463	-18.657	0.9790

*Comparación de las respuestas máximas de los diferentes semiciclos con respecto a las del primero.

IV. CONCLUSIONES

1. Oscilación libre

a) Para todos los bloques estudiados, se observó que mientras mayor es el ángulo inicial de inclinación, mayores son los semiperiodos y mayor la duración total del movimiento.

b) La relación del semiperiodo con $(\theta_{m\grave{a}x}/\alpha)$ es de forma semejante para todos los bloques estudiados, para todas las dimensiones y esbelteces

c) Para todas las esbelteces estudiadas, se observó que para una dada y un mismo valor de $(\theta_{m\grave{a}x}/\alpha)$, el semiperiodo es mayor para los bloques mayores. Este es el efecto de escala observado por Housner.

d) Para un valor de $(\theta_{m\grave{a}x}/\alpha)$ y una altura dados, la esbeltez no influye en la duración del semiperiodo.

e) La velocidad con que decrece la duración del semiperiodo es menor al transcurrir el tiempo. Es decir, el semiperiodo disminuye más rápidamente al principio que hacia el fin de la oscilación. Esto también puede interpretarse como que para ángulos iniciales de inclinación mayores, se tiene una disminución inicial más rápida del semiperiodo. Para ángulos iniciales más pequeños se tiene una variación que se aproxima más a la lineal.

2. Oscilación forzada

a) Para que se inicie el movimiento, debe existir una aceleración mínima, "de disparo", igual a la aceleración de la gravedad dividida entre la esbeltez del bloque.

b) Lo que influye sobre el movimiento del bloque es la energía total que se le aplica, o sea el área del impulso triangular. Cuando la duración del impulso es pequeña comparada con el semiperiodo, el tiempo de aplicación del mismo no influye significativamente.

c) La energía que se debe aplicar al bloque para que su desplazamiento máximo permanezca constante, depende del instante de aplicación del impulso. Si éste se aplica en el instante del cambio de eje de rotación, la energía aplicada deberá ser igual a la pérdida en ese instante (caso trivial); si el impulso se aplica posteriormente, la energía aplicada deberá ser mayor que la pérdida, para que se recupere la pérdida que ya tuvo lugar en el desplazamiento. Las expresiones necesarias para determinar dichos valores han sido derivadas en este trabajo.

V. BIBLIOGRAFIA

1. Prince, J. and Alonso, L., "The Relatively Light Damage Produced by Two Strong Motion Earthquakes in Southern Mexico", Proc. VII World Conference on Earthquake Engineering Istanbul, Turkey. Sept. 1980.
2. Housner, G.W., "The Behavior of Inverted Pendulum Structures During Earthquakes", Bull. Seis. Soc. of Am., Vol. 53, No 2, Feb. 1963.
3. Priestley, M.J.N., Evison, R.J, and Carr, A.J., "Seismic Response of Structures Free to Rock on Their Foundations", Bulletin of the New Zealand National Society For Earthquake Engineering, Vol. 11 No 2, Sept. 1979.
4. Aslam, M., Godden, W.G. and Scalise, D.T., "Earthquake Rocking Response of Rigid Bodies", Journal of the Structural Division, Feb. 1980.
5. Yim, Ch., Chopra, A.K. and Penzien, J., "Rocking Response of Rigid Blocks to Earthquakes", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 8, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, California, 1980.

VI. APENDICE. PROGRAMA DE COMPUTADORA UTILIZADO

1. Programa para calcular las historias de desplazamiento y velocidad del bloque

1.1 Objetivo

Este programa sirve para calcular la historia del desplazamiento y la velocidad angulares de un bloque rígido, tanto en oscilación libre como cuando recibe una excitación en su base, que puede ser una senoide, un acelerograma o impulsos espaciados en el tiempo. Como condiciones iniciales de la oscilación libre se aceptan desplazamientos y velocidades iniciales.

1.2 Algoritmo principal utilizado en el programa

Las ecuaciones que el programa calcula numéricamente son las siguientes:

$$\theta(t) = \left(\theta_0 - \alpha + \frac{B E}{A + \omega^2} \right) \cosh \sqrt{A} t + \frac{1}{\sqrt{A}} \left(\dot{\theta}_0 + \frac{B D}{A + \omega^2} \right) \sinh \sqrt{A} t + \alpha -$$

$$\frac{B D}{A + \omega^2} \sin \omega t - \frac{B E}{A + \omega^2} \cos \omega t \quad (11)$$

$$\dot{\theta}(t) = \left(\theta_0 - \alpha + \frac{B E}{A + \omega^2} \right) \sqrt{A} \sinh \sqrt{A} t + \left(\dot{\theta}_0 + \frac{B D \omega}{A + \omega^2} \right) \cosh \sqrt{A} t - \frac{B D}{A + \omega^2} \cos \omega t + \frac{B E \omega}{A + \omega^2} \sin \omega t \quad (12)$$

donde

$$A = \frac{3 G}{4 \ell}$$

$$B = \frac{3}{4 \ell}$$

$$\ell = L/2$$

L = altura del bloque (cm)

$2a$ = espesor del bloque (cm)

t = tiempo (seg)

α = ángulo cuya tangente es la relación espesor-altura

θ_0 = ángulo inicial (grados)

$\dot{\theta}_0$ = velocidad inicial (grados/segundo)

G = aceleración de la gravedad (cm/seg²)

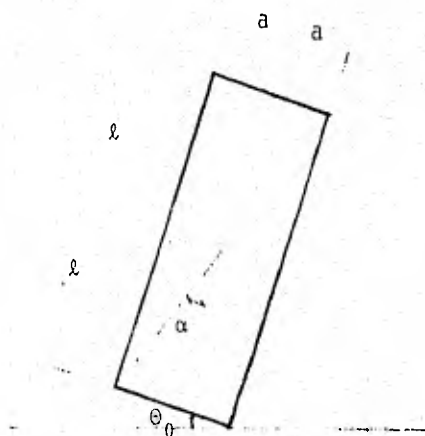


Fig 15

1.3 Operación del programa MUSILUPI*

El programa MUSILUPI calcula la historia del desplazamiento y velocidad angular de un bloque rígido, excitado en una de cuatro distintas formas.

Para excitar el bloque con una aceleración senoidal en su base con fre-

*Todas las variables empleadas en el programa se han reunido en el inciso 1.4 con las explicaciones correspondientes

cuencia dada e ir incrementándola, se usará la subrutina MURO.

Se puede hacer oscilar al bloque con los datos de un acelerograma, llamando a la subrutina SISMO.

Cuando al bloque se le da desplazamiento y/o velocidad como condiciones iniciales, oscilará libremente. Para este caso se hace uso de la subrutina LIBRE.

Si se quiere excitar el bloque en su base con impulsos de forma triangular, espaciados en el tiempo, se llama a la subrutina PICOS.

De acuerdo con lo anterior, al comenzar a funcionar el programa, preguntará la forma de excitar el bloque de la siguiente manera:

OPCION = ? (1 MURO), (2 = SISMO), (3 = LIBRE), (4 = PICOS) y se le dará un valor de 1 a 4 según el tipo de excitación deseada, con la cual llamará a la subrutina indicada. El diagrama de flujo de este programa se presenta en la fig 16. De aquí en adelante seguirá la subrutina escogida, por lo que se sugiere ver la operación de la subrutina a utilizar.

1.3.1 Subrutina MURO

Esta subrutina sirve para excitar un bloque de dimensiones conocidas con excitación de aceleración senoidal de frecuencia inicial dada y con incremento de frecuencia (DF).

Después de leer los datos necesarios para el programa, comienza con una frecuencia inicial a analizar la respuesta del bloque a una aceleración inicial de forma senoidal. Después de tener la respuesta del bloque con dicha aceleración, va incrementando la aceleración un cierto valor hasta llegar a la aceleración final, y calculando, para cada una de éstas, las respuestas del bloque con un máximo de diez veces para una misma frecuencia. Todo este proceso lo efectúa para cada frecuencia, incrementándose ésta un cierto valor "N" hasta llegar al número de frecuencias (NF). Lo

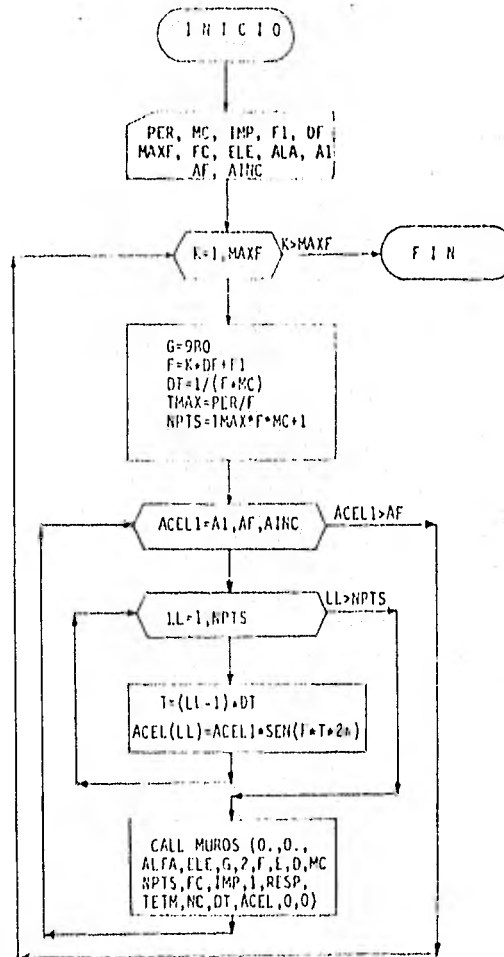
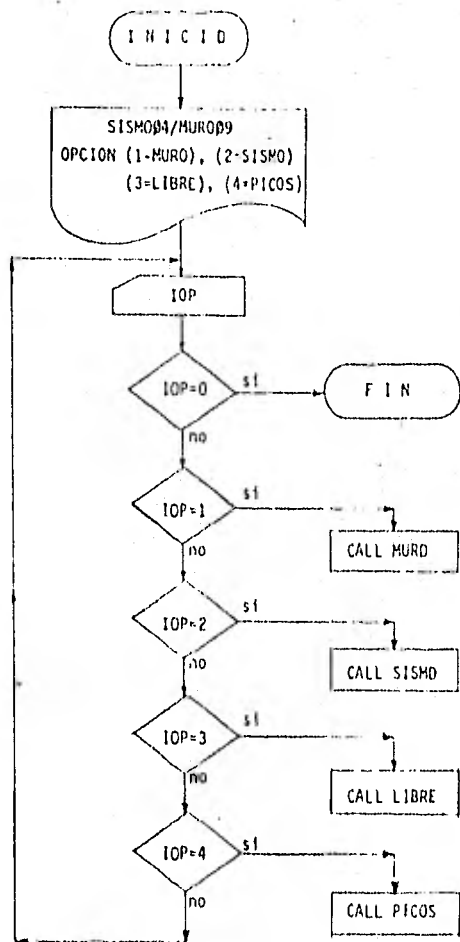


Fig 16 DIAGRAMA DE FLUJO DE LA PARTE PRINCIPAL DEL PROGRAMA MUSILIP)

anterior se presenta en el diagrama de flujo mostrado en la fig 17.

Datos que requiere la subrutina MURO.

PREGUNTA	LEE	SIGNIFICA
# PER	PER	Número de periodos
PTS/CICLO	MC	Número de puntos por ciclo
IMP	IMP	Nivel de impresión
F1	F1	Frecuencia inicial (1/seg)
DF	DF	Incremento de frecuencia (1/seg)
MAXF	MAXF	Número de frecuencias
FACREB	FC	Factor de rebote
L	ELE	Altura del bloque entre dos (cm)
A	ALA	Espesor del bloque entre dos (cm)
ACEL INICIAL	AI	Aceleración inicial (gals)
ACEL FINAL	AF	Aceleración final (gals)
INC ACEL	AINC	Incremento de aceleración (gals)

NOTA: 1 gal = 1 cm/seg²

1.3.2 Subrutina SISMO

Esta subrutina sirve para excitar un bloque de ciertas dimensiones con una historia de aceleración dada, la cual puede ser un acelerograma que se encuentra digitizado en la computadora, o bien una señal se conoce en el dominio de la frecuencia. Si la aceleración se encuentra en la computadora con un nombre, el programa puede leer la excitación mediante la función lógica llamada DISCO y posteriormente la transforma en una señal en el dominio de la frecuencia con la transformada rápida de FOURIER (FFT). Si no se desea lo anterior, se tendrá que dar la excitación en el dominio de la frecuencia. El diagrama de flujo se muestra en la fig 18.

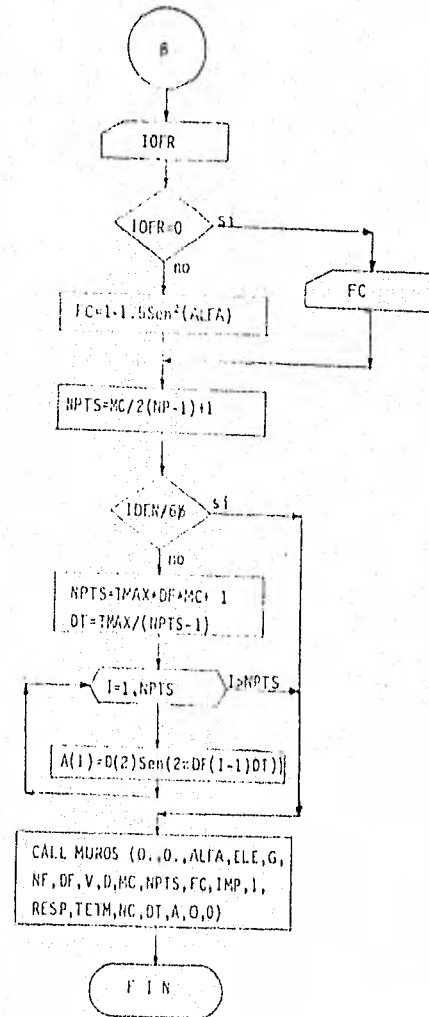
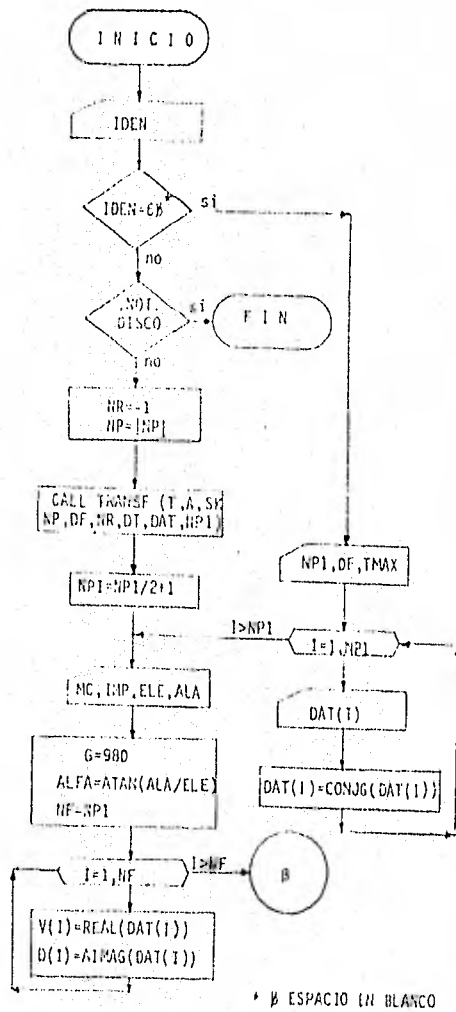


Fig 18 DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA SISMO

Datos que requiere:

PREGUNTA	LEE	SIGNIFICA
CVE	IDEN	Nombre de un acelerograma. Si se dan 6 β como nombre. Se requerirá dar NF, DF, y E, D para cada frecuencia
NF	NP1	Número de frecuencias
DF	DF	Incremento de frecuencias (seg^{-1})
TMAX	TMAX	Tiempo máximo (seg)
DAME E,D PUNTO I*	DAT (I)	Señal de dominio de la frecuencia (gals)
OPCION (0=SE DA FC), (1=CALCULE FC)	IOFR	Opción para calcular o dar el factor de rebote
FC	FC	Factor de rebote
PTS/CICLO	MC	Número de puntos por ciclo
IMP	IMP	Nivel de impresión
L	ELE	Altura del bloque entre dos (cm)
A	ALA	Espesor del bloque entre dos (cm)

*Esta "I" imprime el valor progresivo, iniciando con la unidad, hasta el número de frecuencias

1.3.3 Subrutina LIBRE

La subrutina libre calcula el comportamiento de un bloque con velocidad y desplazamiento inicial conocidos (por lo menos uno de ellos debe ser diferente de cero).

El desplazamiento inicial no puede ser mayor que α , ya que la fuerza normal del bloque saldría de la base del mismo provocando su volcamiento.

El diagrama de flujo de esta subrutina se puede ver en la fig 19

Datos que requiere la subrutina LIBRE

PREGUNTA	LEE	SIGNIFICA
DAME ANGULO INICIAL	TETO	Angulo inicial (grados)
DAME VELOCIDAD INICIAL	TETPO	Velocidad inicial (grados/segundo)
L	ELE	Altura del bloque entre dos (cm)
A	ALA	Espesor del bloque entre dos (cm)
DT	DT	Incremento de tiempo (seg)
# PUNTOS	NPTS	Número de puntos a calcular (2^n)
IMP	IMP	Nivel de impresión
OPCION (1), (0)	IOFR	Si IOFR = 1 calcula el factor de rebote; si IOFR = 0 se le da FC
DAME FACTOR DE REBOTE	FC	Factor de rebote

1.3.4 Subrutina PICOS

Esta subrutina calcula las respuestas de un bloque excitado mediante una aceleración idealizada, formada por impulsos triangulares con dimensiones conocidas, en los que la base del triángulo es la duración del impulso (seg) y la altura es la magnitud de la aceleración (gals). Estos impulsos se pasan al dominio de la frecuencia por medio de la transformada rápida de Fourier en la subrutina TRANSF, y se calcula la respuesta del bloque mediante la subrutina MUROS. En la fig 20 se presenta el diagrama de flujo de esta subrutina.

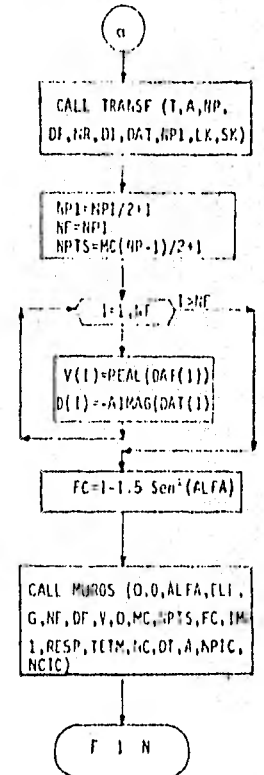
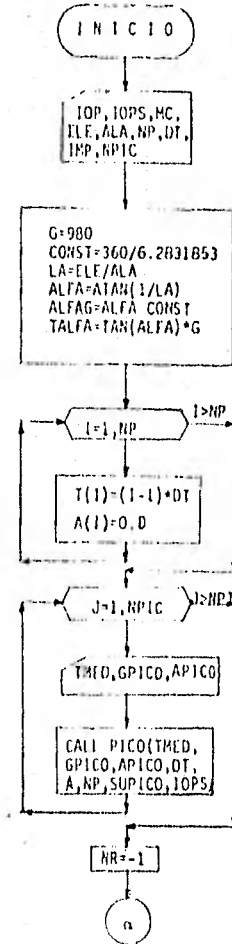
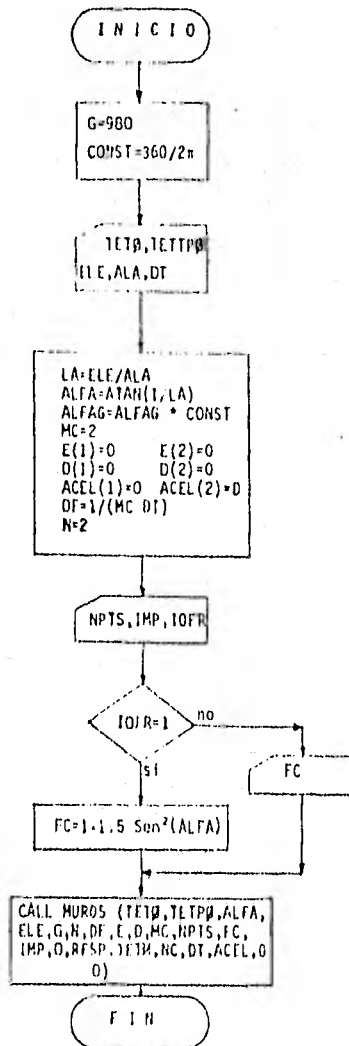


Fig 20 DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA PICO

Datos que requiere:

PREGUNTA	LEE	SIGNIFICA
IOP=? (0=), (1=)	IOP	Si IOP=1 pide los datos o si IOP=0 lee los datos de DATO*
OPCION=? (0=), (1=)	IOPS	Si IOPS=1 suaviza los picos o si IOPS=0 no los suaviza
PTS/CICLO	MC	Número de puntos por ciclo
L	ELE	Altura del bloque entre dos (cm)
A	ALA	Espesor del bloque entre dos (cm)
# PUNTOS	NP	Número de puntos a calcular (2^n)
INC TIEMPO	DT	Incremento de tiempo (seg)
IMP	IMP	Nivel de impresión
NCIC	NCIC	Número de ciclos a calcular. Si se da un valor de cero, esta variable no interviene en nada
TMED	TMED	Tiempo medio del pico (seg)
GPICO	GPICO	Ancho del pico (seg)
APICO	APICO	Altura del pico (gals)
OPCION (0=), (1=)	IOFR	Si IOFR = 0 se le da el factor de rebote; si IOFR = 1 calcula FC
FC=?	FC	Factor de rebote

*Forma de colocar los datos en el archivo llamado DATO

MC, IMP	NCIC	
ELE, ALA	NPIC	
NP, DT	TMED, GPICO, APICO	(para cada impulso)
	IOFR	

VARIABLES QUE SE IMPRIMEN EN LA SUBROUTINA PICOS

L	Altura del bloque entre dos (cm)
A	Espesor del bloque entre dos (cm)
LA	Relación de esbeltez del bloque
PUNTOS/CICLO	Número de puntos por ciclo
# PUNTOS	Número de puntos a calcular
INC. TIEMPO	Incremento de tiempo (seg)
# PICOS	Número de impulsos
PICO	Impulso número
TMED	Tiempo medio de cada impulso (seg)
GPICO	Base del impulso (seg)
APICO	Altura de cada impulso (gals)
SUPICO	Superficie de cada impulso
NR	\log_2 del número de puntos a calcular ($\log_2 \# \text{ PUNTOS} = \text{NR}$)
NP1	Número de puntos a calcular
FC	Factor de rebote

1.3.5 Subrutina TRANSF

Esta subrutina transforma, si es necesario, los diferentes tipos de excitación en la suma de senoídes, por medio de la transformada rápida de Fourier, para así poder entrar a la subrutina MUIROS. En la fig 21 se presenta su diagrama de flujo.

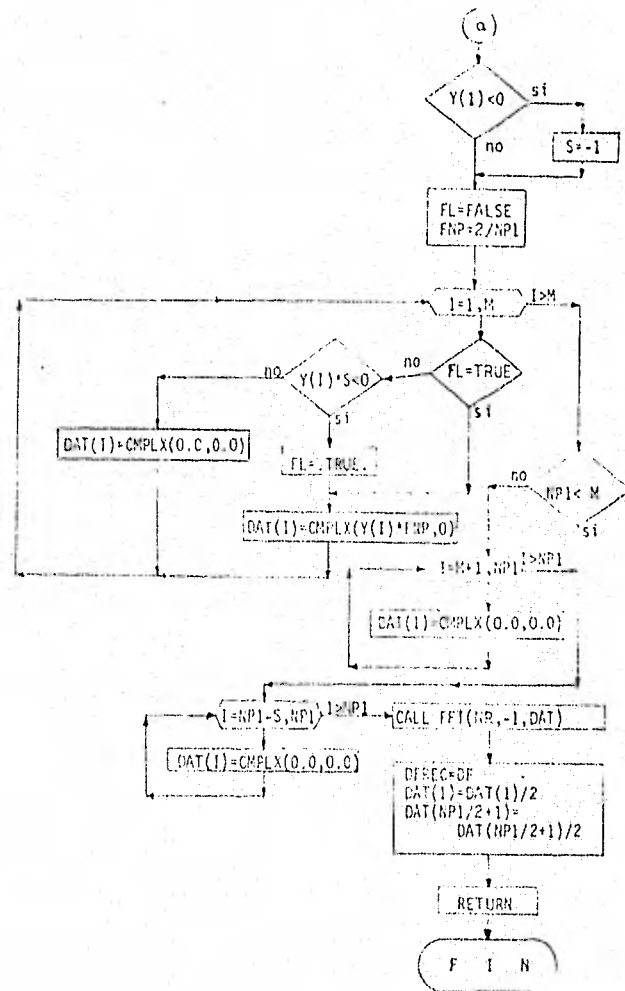
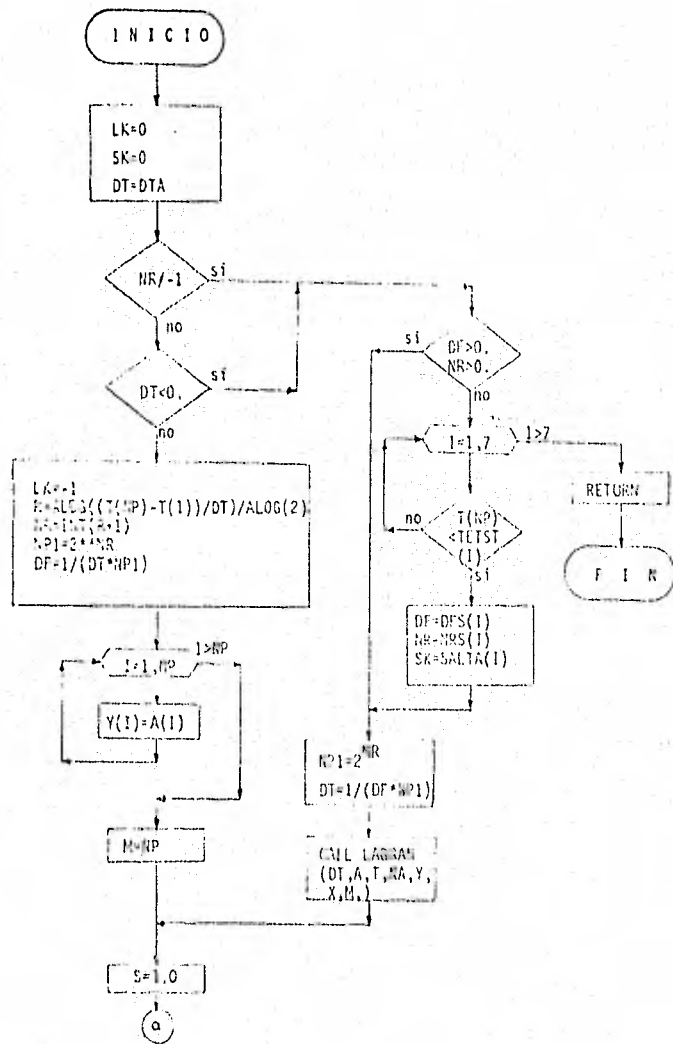


Fig. 21. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA TRANCE

1.3.6 Subrutina MUROS

La subrutina MUROS calcula las constantes que se requieren para determinar si existe movimiento y el momento en que se inicia la historia de desplazamiento y velocidad angular del bloque, y lleva un control del tiempo, desde el inicio del movimiento y desde el inicio de cada semiperíodo. Con la subrutina CTET calcula la velocidad y el desplazamiento en el tiempo "t" que requiera la subrutina, teniendo con ello la historia del desplazamiento y velocidad.

Finalmente examina si cesó el movimiento; si el bloque cae o si terminó de analizar el número de puntos y si aún continúa oscilando. Si es cierto lo último, el programa vuelve a calcular un número de puntos igual al ya calculado, pero como oscilación libre del bloque. El diagrama de flujo de esta subrutina se puede ver en la fig 22.

Durante el proceso se crea un archivo de datos llamado SALIDA, que se queda en el disco. Este archivo tiene la historia de desplazamiento y velocidad angular del bloque, quedando en el primer renglón el incremento de tiempo en que se obtuvo dicha historia. A continuación se tiene en cada renglón, en formato libre, el tiempo del movimiento en segundos, el desplazamiento angular en grados, la velocidad en grados/segundos y la aceleración de excitación del bloque en gals. En el último renglón del archivo se encuentran cuatro 999, separados por comas, indicando el final de la historia de velocidad y desplazamiento del caso calculado.

NOTA: de la fig 22

ALFA	Angulo cuya tangente es la relación espesor-altura
TALFA	Aceleración mínima para que se mueva el bloque (cm/seg ²)
TET	Desplazamiento (grados)
TETMAX	Desplazamiento angular máximo del último semiperíodo
X	Aceleración dada por la suma E + D (cm/seg ²)

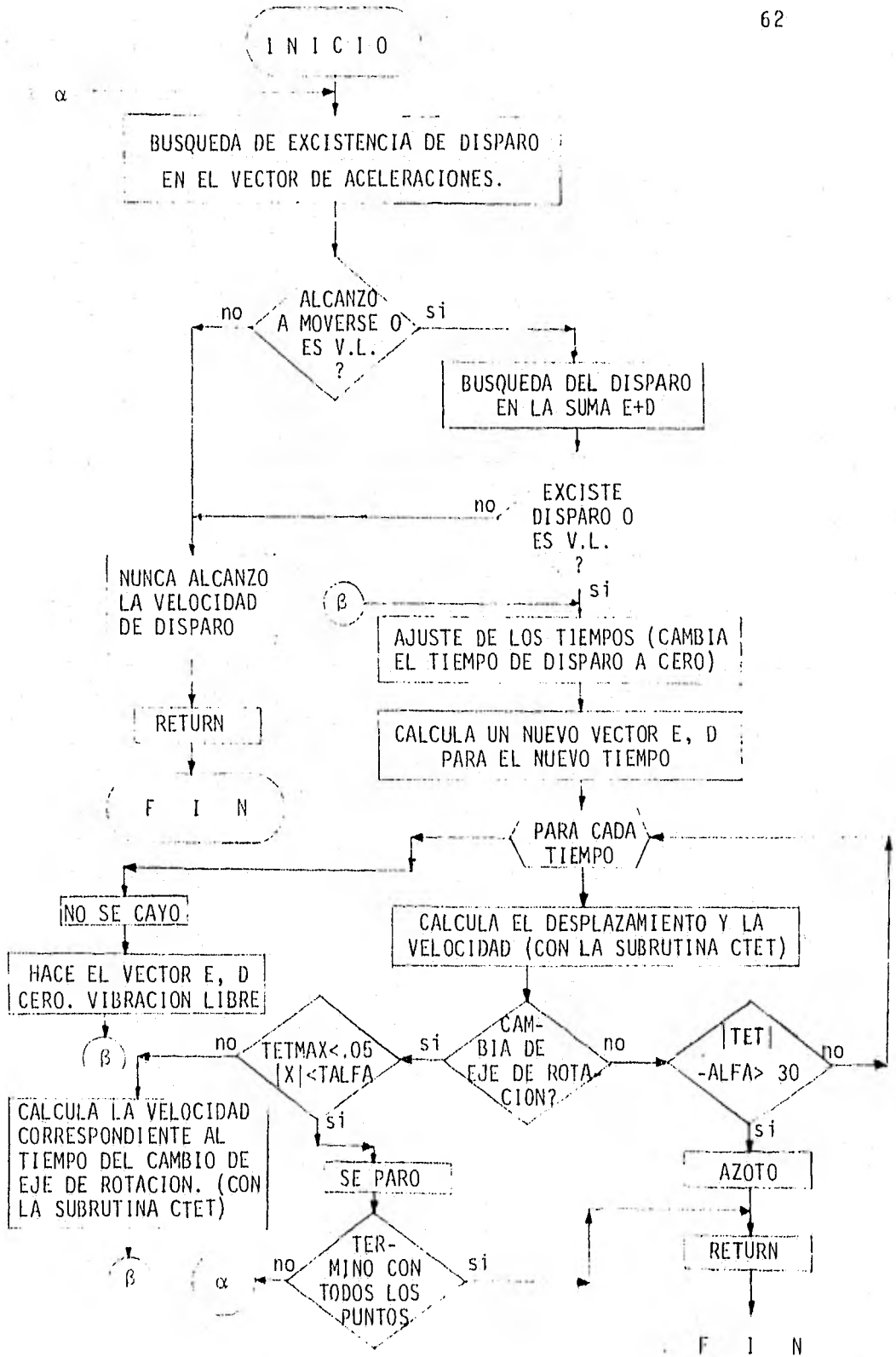


Fig 22 DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA MUROS

Variables de entrada a la subrutina MUROS

TETN	Desplazamiento angular inicial (grados)
TETPN	Velocidad angular inicial (grados/segundo)
ALF2	Angulo en radianes, cuya tangente es la relación espesor- altura
ELE2	Altura del bloque entre dos (cm)
G	Aceleración de la gravedad (cm/seg ²)
NF	Número de frecuencias
DF	Incremento de frecuencia (seg ⁻¹)
E	Parte real del dominio de la frecuencia (gals)
D	Parte imaginaria del dominio de la frecuencia (gals)
NPT	Número de puntos por ciclo
NP2	Número de puntos a calcular
FC	Factor de rebote
IMP	Nivel de impresión
IDIS	Tiene un valor de cero ó uno, de acuerdo a si es vibración libre o forzada, respectivamente
DT2	Incremento de tiempo en el cálculo (seg)
ACEL	Aceleración de excitación del bloque (gals)
NPIC	Número de impulsos. Es cero para la subrutina MURO, SISMO Y LIBRE
NCIC	Número de semiciclos a calcular

Variables que se imprimen

TETO	Angulo inicial de inclinación del bloque (grados)
TETPO	Velocidad inicial del bloque (grados/segundo)
L	Diagonal de la sección transversal del bloque entre dos (cm)

G	Aceleración de la gravedad (cm/seg ²)
NF	Número de frecuencias
DF	Incremento de frecuencia (seg ⁻¹)
DT	Incremento de tiempo (seg)
NP	Número de puntos a calcular
A, B	Constantes de cálculo para cada bloque
TALFAG	Aceleración con la cual se dispara el bloque
FACTOR DE REBOTE	Factor de rebote
I	Número de puntos en cada semiperiodo
T	Tiempo en cada semiperiodo (seg)
T3	Tiempo acumulado desde el principio del movimiento (seg)
TET	Desplazamiento (grados)
TET/ALFAG	Desplazamiento normalizado
TETP	Velocidad (grados/segundo)
X	Aceleración (gals)
TD	Tiempo de disparo (segundos)
T3	Tiempo de inicio del nuevo disparo (segundos)
T1	Diferencia entre T3 y TD (seg)
TETMAX	Desplazamiento máximo (grados)
TEMAX	Tiempo del desplazamiento máximo (segundos)
TETO	Valor inicial del desplazamiento para el nuevo semiperiodo (grados)
TETPO	Valor inicial de la velocidad para el nuevo semiperiodo (grados/segundo)

1.3.7 Subrutina CTET

Esta subrutina calcula el desplazamiento y la velocidad angular del bloque con las ecuaciones 11 y 12 respectivamente, para el tiempo "t".

1.4 Variables de las subrutinas MURO, SISMO, LIBRE Y PICOS

A	Aceleración de excitación del bloque en la subrutina SISMO Y PICOS (gals)
A1	Aceleración inicial en la subrutina MURO (gals)
ACEL	Aceleración de excitación del bloque en la subrutina MURO (gals)
ACEL1	Aceleración inicial incrementada N veces con el incremento de aceleración (AINC), en la subrutina MURO (gals)
AF	Aceleración final en la subrutina MURO (gals)
AINC	Incremento de aceleración en la subrutina MURO (gals)
ALA	Espesor del bloque entre dos (cm)
ALFA	Angulo en radianes, cuya tangente es la relación espesor-altura
ALFAG	Angulo en grados, cuya tangente es la relación espesor-altura
CONST	Constante de conversión de radianes a grados
D	Parte imaginaria de la señal del dominio de la frecuencia
DAT	Número complejo de la señal en el dominio de la frecuencia
DF	Incremento de frecuencia (seg^{-1})
DT	Incremento de tiempo (seg)
E	Parte real de la señal en el dominio de la frecuencia
ELE	Altura del bloque entre dos (cm)
F	Frecuencia inicial incrementada en "N" veces DF en la subrutina MURO (seg^{-1})
F1	Frecuencia inicial en la subrutina MURO (seg^{-1})

FC	Factor de rebote
G	Aceleración de la gravedad (cm/seg ²)
GPICO	Duración en que actúa cada impulso triangular, en la subrutina PICOS (seg)
IDEN	Nombre de un acelerograma que se el tiene que dar a la subrutina SISMO. Puede ser seis espacios en blanco y requerirá darle: NF, DF, TMAX y E,D para cada frecuencia
IMP	Nivel de Impresión de resultados parciales que va de 0 a 5. Con un valor menor de tres se obtienen los resultados parciales del cálculo de 0 y 0. Con un IMP de 3, se obtienen los resultados finales de 0 y 0 de cada punto calculado, y con un IMP de 4 y 5 se obtienen los valores máximos y el tiempo en que se presentó el desplazamiento y velocidad máxima, en cada semiciclo de oscilación del bloque
IOFR	Opción para calcular o darle el factor de rebote con un 1 ó un 0 respectivamente
IOP	Acepta valores de 0 y 1 en la subrutina PICOS según que se lean los datos del archivo llamado DATO, o se le dan los datos, respectivamente
IOPS	Toma valor de 1 ó 0 en la subrutina PICOS, si se redondean los vértices del impulso o no se redondean respectivamente
LA	Relación altura-espesor (esbeltez)
LK	Valor de salida de la subrutina TRANSF
MAXF	Número de frecuencias de la subrutina MURO
MC	Número de puntos por ciclo
MT	Contador auxiliar de NT
NC	Número de semiperiodos calculados, disminuído en una unidad
NCIC	Número de semiciclos a calcular. Si se le da valor de cero, esta variable no interviene en el proceso
NF	Número de frecuencias
NP	Número de puntos a calcular

NP1	Seminúmero de puntos a calcular, incrementado en una unidad
NPIC	Número de impulsos en la subrutina PICOS
NPTS	Número de puntos a calcular
NR	Logaritmo de base dos del número de puntos a calcular
PER	Número de periodos en la subrutina MURO
RESP	Valor de salida de la subrutina MUROS. Adquiere valores de -1, 0 y 1 si cae, no se cae, o se detiene el movimiento del bloque, respectivamente
SK	Valor de salida de la subrutina TRANSF
SUPICO	Area del impulso, en la subrutina PICOS
T	Tiempo en el cual ya se calculó la historia del desplazamiento y velocidad del bloque (seg)
TALFA	Aceleración mínima en la base del bloque para hacerlo oscilar (gals)
TETO	Angulo inicial que se le da al bloque en la subrutina LIBRE (grados)
TETPO	Velocidad inicial que se le da al bloque en la subrutina LIBRE (grados /segundo)
TMAX	Tiempo máximo para cada frecuencia en la subrutina MURO (seg)
TMED	Tiempo medio en que actúa el impulso en la subrutina PICOS (seg)

1.5 Tabla de valores equivalentes de entrada y salida de las subrutinas.

SUBROUTINA																					
MUOS	TIME	TIME	ALFA	ELE	G	NP	DF	E	D	NP	NP	FC	NP	DDIS	RESP	TRM	DC	DT	ACEL	NPIC	NPIC
MUO	0	0	ALFA	ELE	G	2	F	E	D	NP	NP	FC	NP	1	RESP	TRM	DC	DT	ACEL	0	0
SISO	0	0	ALFA	ELE	G	NP	DF	V	D	NP	NP	FC	NP	1	RESP	TRM	DC	DT	A	0	0
LIBRE	TIME	TIME	ALFA	ELE	G	H	DF	E	D	NP	NP	FC	NP	0	RESP	TRM	DC	DT	ACEL	0	0
PICO	0	0	ALFA	ELE	G	NP	DF	V	D	NP	NP	FC	NP	1	RESP	TRM	DC	DT	A	NPIC	NPIC

SUBROUTINA										
TRANSF	T	A	NP	DF	NR	DTA	DAT	NP	IK	SK
SISO	T	A	NP	DF	NR	DT	DAT	NP	IK	SK
PICO	T	A	NP	DF	NR	DT	DAT	NP	IK	SK

SUBROUTINA								
PICO	TIME	GPICO	APICO	DT	A	NP	SUPICO	IOPS
PICO	TIME	GPICO	APICO	DT	A	NP	SUPICO	IOPS

SUBROUTINA																	
CIET	TIME	TIME	ALFA	T	RA	RRA	E	D	B	A	DF	NP	TRT	TRT	IAF	ETP	X
MUOS	TIME	TIME	ALFA	T	RA	RRA	E	D	B	A	DF	NP	TRT	TRT	IAF	ETP	X

SUBROUTINA							
LAGRAN	DELTA	Y	X	NP	YNEW1	XNEW1	H
TRANSF	DT	A	T	NP	Y	X	M

SUBROUTINA			
FPT	NR	SIGN	DAT
TRANSF	NR	-1	DAT

2. Programa para calcular impulsos

2.1 Objetivo

El programa IMPULSO calcula, para un instante dado después del cambio de eje rotación del bloque, la cantidad de energía que se requiere para recuperar la perdida al cambiar a dicho eje de rotación.

2.2 Algoritmo principal utilizado en el programa

Definimos

$$E = \frac{4}{3} \frac{(\lambda^2 + a^2)}{\lambda} \Delta \dot{\theta}$$

donde:

$$\lambda = L/2$$

L = altura del bloque

$$a = A/2$$

A = espesor del bloque

$$\Delta \dot{\theta} = \dot{\theta}_{03} - \dot{\theta}_2(t_2)$$

(Ver figs 13 y 15)

2.3 Operación del programa

Para el funcionamiento del programa se requiere dar las características del bloque (λ y a), la velocidad (en radianes/segundo) que tiene en el tiempo T1 antes de la pérdida de energía, la cantidad de impulsos que se quieren calcular, y los tiempos T2 en que se quiere conocer la energía que se tendrá que dar.

Los resultados que se obtienen son: la energía que requiere el bloque para recuperar la que perdió durante el cambio de eje de rotación (proporciona) la base y la altura de un impulso que tiene como área la energía que se

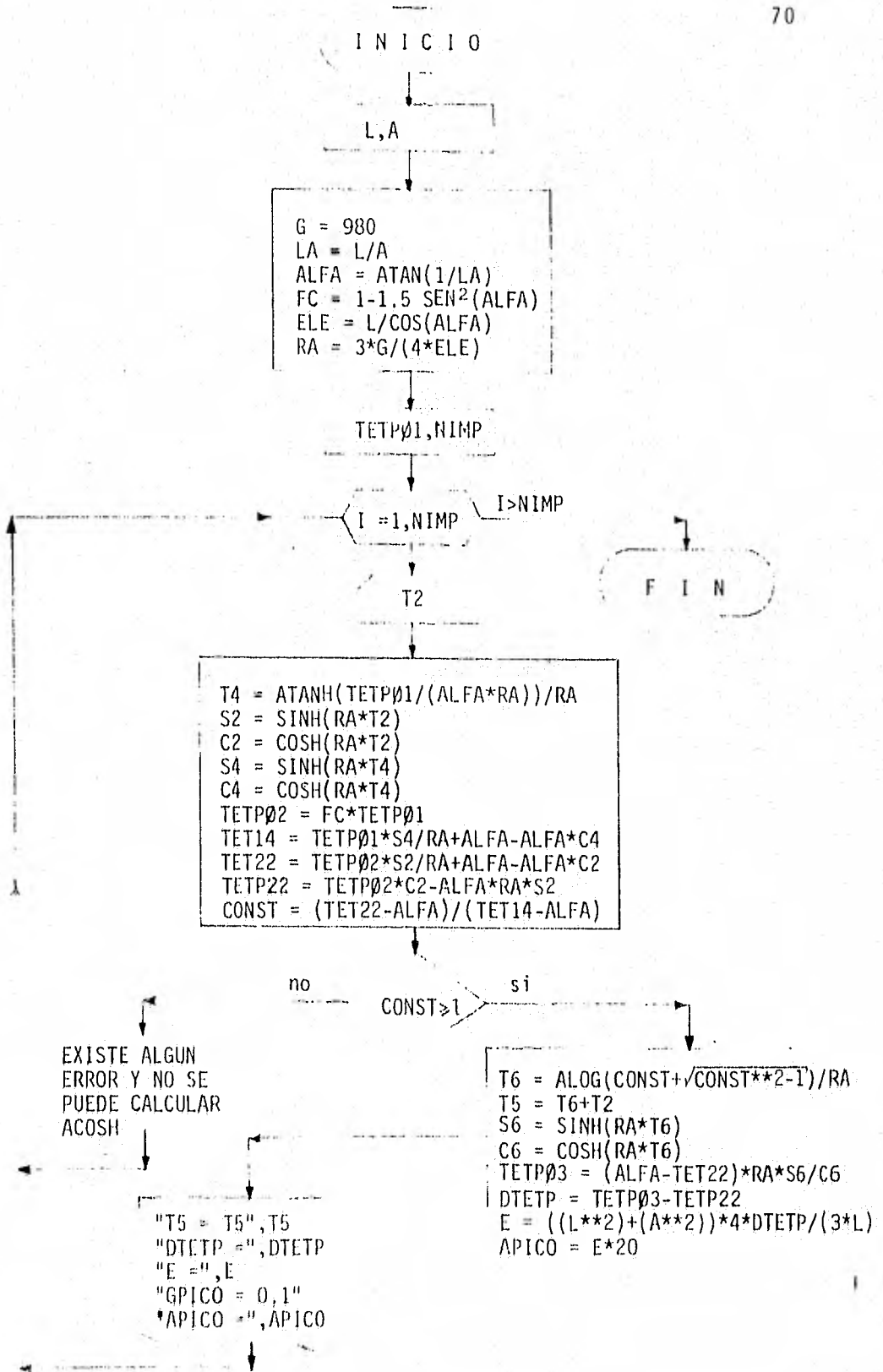


Fig 23 DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA IMPULSO

le tiene que dar al bloque).

El diagrama de flujo se presenta en la fig 23 y las ecuaciones que se usaron en el programa son: 7, 8, 9 y 10 deducidas en el inciso 3.3.2 del capítulo III de este trabajo.

2.4 Variables del programa IMPULSO

A	Semiespesor del bloque (cm)
ALFA	Angulo cuya tangente es la relación A/L
APICO	Altura del impulso que se calculó (gals)
CONST	Constante de cálculo
DTETP	Incremento de la velocidad del bloque en el tiempo T2, por la aplicación del impulso
E	Energía que se deberá aplicar por medio del impulso (cm/seg)
ELE	Dimensión de la semidiagonal del bloque
FC	Factor de rebote
G	Aceleración de la gravedad (cm/seg ²)
GPICO	Duración que deberá actuar el impulso (seg)
L	Semialtura del bloque (cm)
LA	Relación altura-espesor (esbeltez)
NIMP	Número de impulsos a calcularse
RA	Constante de cálculo
T2	Tiempo medio de aplicación del impulso (seg)
T4	Tiempo para el cual ocurre $\hat{\theta}_1 = 0$
T5	Tiempo para el cual $\hat{\theta}_3 = 0$
T6	Intervalo de T2 a T5 (seg)
TET14	Desplazamiento máximo del bloque ($\theta_1(t_1)$), cuando se considera que no existió pérdida de energía durante el cambio de eje de rotación anterior

- TET22 Desplazamiento del bloque en el tiempo T2 ($\theta_2(t_2)$), para el caso en que exista pérdida de energía durante el cambio del eje de rotación
- TETP01 Velocidad del bloque inmediata anterior al cambio de eje de rotación ($\dot{\theta}_{o_1}$)
- TETP02 Velocidad del bloque inmediata posterior al cambio de eje de rotación ($\dot{\theta}_{o_2}$)
- TETP03 Velocidad del bloque en el instante de aplicación del impulso, después de haberse aplicado éste ($\dot{\theta}_{o_3}$)
- TETP22 Velocidad del bloque en el tiempo T2 ($\dot{\theta}_2(t_2)$), para el caso en que existe pérdida de energía durante el cambio de eje de rotación.