



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-1-381

Señor RICARDO MARIO ANCIRA LOZANO,
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Dr. Luis Esteva Maraboto, para que lo desarrolle como tesis para su Examen Profesional de la carrera de Ingeniero CIVIL.

"ESTUDIOS SOBRE EFECTIVIDAD DE ABSORBEDORES DE ENERGIA EN EDIFICIOS"

- I. Introducción.
- II. Antecedentes.
- III. Planteamiento del problema.
- IV. Procedimiento de análisis.
- V. Casos por analizar.
- VI. Resultados.
- VII. Conclusiones y recomendaciones.
- VIII. Referencias.
- Apéndices.

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento con lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Coordinación de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

A t e n t a m e n t e
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, 25 de agosto de 1982
EL DIRECTOR

JAVIER JIMENEZ ESPRÍU

JJE/OLH/ser



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

INDICE

II.	INTRODUCCION	1
IX.	ANTECEDENTES	
II.1	Ecuaciones de Movimiento	3
II.2	Integración Paso a Paso	6
II.3	Amortiguamiento no Proporcional	12
II.4	Absorbedores de Vibraciones	19
III.	PLANTAMIENTO DEL PROBLEMA	
III.1	Frecuencias Naturales Complejas	33
III.2	Coefficientes de Amortiguamiento y Frecuencias Naturales	35
IV.	PROCEDIMIENTO DE ANALISIS	
IV.1	Cálculo de Frecuencias y Configuraciones Modales	39
IV.2	Análisis Dinámico	41
V.	CASOS POR REALIZAR	
V.1	Espectro Sísmico de las Estructuras	67
V.2	Diseño de Absorbedores de Vibraciones	87

VI.	RESULTADOS	
VI.1	Ejemplo # 1 .	56
VI.2	Ejemplo # 2 .	59
VI.3	Ejemplo # 3 .	62
VII.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	65
VIII.	REFERENCIAS	68
	RECONOCIMIENTOS	70
	APENDICES	
	Apéndice A	71
	Apéndice B	73
	Apéndice C	79

I N T R O D U C T I O N

Desde hace tiempo, se ha sugerido el uso de pequeños absorbedores amortiguados con el objeto de reducir las -- vibraciones de sistemas dinámicos. Den Hartog (1956) -- (Cap. II.4) ha demostrado que con el uso de sistemas masa resorte, se pueden reducir los movimientos de sistemas de un grado de libertad, sujetos a excitaciones armónicas.

De gran interés resulta el estudio hecho por Dong - (1976), en el cual encuentra que un apéndice ligero de un edificio actúa en beneficio del edificio y en perjuicio - del apéndice como absorbedor de energía, confirmando, de esta manera, que puede llegar a funcionar y a diseñarse - en la práctica como un sistema absorbedor.

Evidentemente, el problema real con los sistemas -- absorbedores no estriba en demostrar su efectividad para disminuir los efectos de sismos en edificios, sino en la elección de sus propiedades dinámicas, de manera de obtener un comportamiento sísmico adecuado del conjunto.

Por otra parte, comúnmente se analizan las estructuras en un solo plano, lo cual algunas veces no es acorde con la realidad, en la cual el comportamiento es tridimensional .

El objetivo de este trabajo es analizar el comportamiento de estructuras tridimensionales bajo solicitaciones de temblores, y demostrar el efecto de los absorbedores de vibraciones en los desplazamientos de las estructuras (y por lo tanto en los elementos mecánicos de los miembros de las estructuras), lo cual puede conducir a un diseño más económico de las estructuras en las cuales dominan los efectos de sismos como puede ser el caso del D.F.

I I

A N T E C E D E N T E S

II.1 ECUACIONES DE MOVIMIENTO

II.2 INTEGRACION PASO A PASO

II.3 AMORTIGUAMIENTO NO PROPORCIONAL

II.4 ABSORBEDORES DE VIBRACIONES

II.4a No Amortiguados

II.4b Amortiguados

II.1 Ecuaciones de Movimiento.

Se tratarán sistemas con parámetros constantes integrados por masas rígidas unidas entre sí y al terreno por medio de resortes y amortiguadores lineales carentes de masa. Algunas veces es posible simplificar el problema de análisis sísmico de las estructuras suponiendo que cada masa tiene solamente uno ó dos grados de libertad.

Con objeto de describir las configuraciones del sistema, es decir, sus desplazamientos y rotaciones, se necesitan tantas cantidades linealmente independientes como grados de libertad. Estas cantidades suelen llamarse desplazamientos generalizados. Estos desplazamientos pueden normalizarse si se hace el producto de un escalar y un vector. Se denomina al último coordenada generalizada.

Los desplazamientos escalares pueden disponerse en forma de columna según cualquier orden convencional. -- Cuando así se hace para un sistema que tiene N grados de libertad, los desplazamientos escalares constituyen un vector de N dimensiones que representaremos por x y al -- que llamaremos configuración generalizada del sistema.

Supongamos que al r -ésimo desplazamiento generalizado x_r se le obliga a tomar un valor finito, manteniendo simultáneamente todos los demás desplazamientos iguales a cero. Entonces se deformarán los elementos estructurales y aparecerán en ellos fuerzas y momentos (fuerzas generalizadas). Asociada a esta deformación y actuando a lo largo de la s -ésima coordenada habrá una fuerza elástica generalizada que representaremos por Q_{rs} . Si damos a x_r un valor igual a la unidad, entonces Q_{rs} se llama coeficiente r -ésimo de influencia de rigidez correspondiente al r -ésimo grado de libertad, y se representa con K_{rs} . A la matriz de los valores K_{rs} , ordenados de la misma manera que las x_r , usualmente se le llama matriz de rigidez. Se representa con K .

El recíproco K^{-1} de la matriz de rigidez se conoce comúnmente como la matriz de flexibilidad del sistema.

De manera semejante, si damos un valor finito \dot{x}_r (velocidad) manteniendo iguales a cero las derivadas de todos los demás desplazamientos con respecto al tiempo, entonces aparecerán desarrollados en una fuerza generalizada que representaremos por Q_{rs} . Si \dot{x}_r vale 1 entonces, Q_{rs} es un coeficiente de influencia de amortiguamiento.

La matriz C cuyos elementos son los coeficientes de influencia C_{rs} , ordenados de la misma manera que las x y las K , se conoce como matriz de amortiguamiento.

Dando a la aceleración \ddot{x}_r un valor unitario, al mismo tiempo que se mantienen todas las demás segundas derivadas de los desplazamientos generalizados iguales a cero, formamos un conjunto de fuerzas de inercia, o una fuerza de inercia generalizada cuya componente s -ésima representaremos con M_{rs} . La matriz M , del mismo orden que las anteriores, se llama matriz de masa o de inercia.

Podemos aplicar el principio de D'Alembert a cada grado de libertad. Así obtenemos tantas ecuaciones de la forma

$$\sum_s M_{rs} \ddot{x}_s + \sum_s C_{rs} \dot{x}_s + \sum_s K_{rs} x_s = P_r$$

como grados de libertad, donde P_r es la componente de la fuerza externa en la dirección de x_r . El sistema de estas ecuaciones puede escribirse en forma matricial

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = P$$

II.2 Integración Paso a Paso.

Existen varios procedimientos para llevar a cabo la integración numérica de la ecuación de movimiento (II.2.1) que es una representación del principio de D'Alembert con las variables en función del tiempo

$$m \Delta^2 x(t) + c(t) \Delta \dot{x}(t) + k(t) \Delta x(t) = \Delta p(t) \quad \text{II.2.1.}$$

La técnica presentada aquí tiene como característica su simplicidad, y la obtención de buenos resultados con relativamente pocos esfuerzos de cómputo. Se basa principalmente en aceptar que la aceleración varía linealmente dentro de cada intervalo de tiempo, mientras que las propiedades del sistema se mantienen constantes en ese intervalo.

El movimiento de la masa en el intervalo de tiempo se indica en la figura II.2.1. junto con las ecuaciones que suponen la variación lineal de la aceleración, y la correspondiente variación cuadrática y cúbica de la velocidad y el desplazamiento, respectivamente.

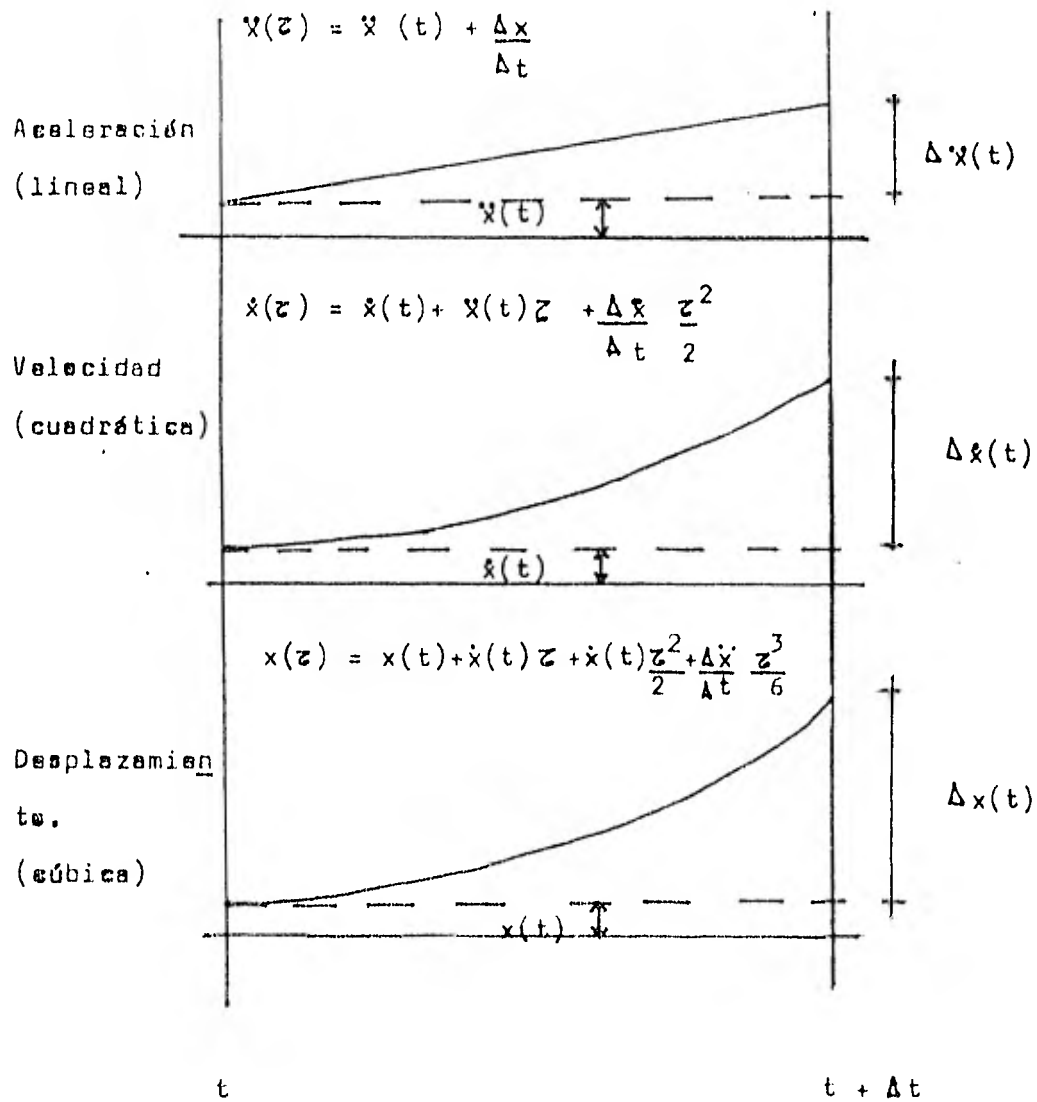


FIGURA 11.2.1

Verificación de la Aceleración, Velocidad
 y desplazamiento, en la integración Paso
 a Paso.

Evaluando estas dos últimas expresiones en el intervalo ($t \pm \Delta t$) se obtienen las siguientes ecuaciones para incrementos de velocidad y desplazamientos :

$$\Delta \dot{x}(t) = \dot{x}(t) \Delta t + \Delta \ddot{x}(t) \frac{\Delta t}{2} \quad \text{II.2.2a.}$$

$$\Delta x(t) = x(t) \Delta t + \dot{x}(t) \frac{\Delta t^2}{2} + \Delta \ddot{x}(t) \frac{\Delta t^2}{6} \quad \text{II.2.2b.}$$

Es conveniente usar los incrementos de desplazamiento como la variable básica del análisis. La ecuación II.2.2a se resuelve para el incremento de aceleración, y ésta expresión se substituye en la ecuación II.2.2b. para obtener

$$\Delta \ddot{x}(t) = \frac{6}{\Delta t^2} \Delta x(t) - \frac{6}{\Delta t} \dot{x}(t) - 3 \ddot{x}(t) \quad \text{II.2.3a.}$$

$$\Delta \dot{x}(t) = \frac{3}{\Delta t} \Delta x(t) - 3\dot{x}(t) - \frac{\Delta t}{2} \ddot{x}(t) \quad \text{II.2.3b.}$$

Substituyendo las ecuaciones II.2.3 en la ecuación --- II.2.1. resulta :

$$m \left[\frac{6}{\Delta t^2} \Delta x(t) - \frac{6}{\Delta t} \dot{x}(t) - 3\ddot{x}(t) \right] + c(t) \left[\frac{3}{\Delta t} \Delta x(t) - 3\dot{x}(t) - \frac{\Delta t}{2} \ddot{x}(t) \right] + k(t) \Delta x(t) = \Delta p(t)$$

Finalmente, refiriéndose a las velocidades asociadas con las condiciones en el inicio del lado derecho, surge

$$\tilde{v}(t) \Delta x(t) = \Delta \tilde{p}(t) \quad \text{II.2.4.}$$

donde:

$$\tilde{k}(t) = k(t) + \frac{6}{\Delta t^2} m + \frac{2}{\Delta t} c(t) \quad \text{II.2.5.}$$

La ecuación II.2.4. se resuelve para un incremento de tiempo y el valor del desplazamiento obtenido se sustituye en II.2.3b. para obtener el incremento de velocidad. Las condiciones iniciales para el próximo período de tiempo -- son entonces, la suma de los valores incrementados de las velocidades y desplazamientos al inicio del período de tiempo.

Este procedimiento de análisis numérico incluye dos aproximaciones significativas:

- 1º La aceleración varía linealmente con el tiempo.
- 2º Las propiedades de amortiguamiento y rigidez, permanecen constantes durante el período de tiempo considerado.

En general, ninguna de estas dos hipótesis son ciertas pero los errores cometidos son pequeños si el intervalo de tiempo también lo es.

Resumen del Procedimiento:

1º La velocidad y el desplazamiento inicial ($\dot{x}(t)$, $x(t)$) son conocidos, ya sea por las condiciones iniciales del problema ó por los valores obtenidos al final de cada incremento.

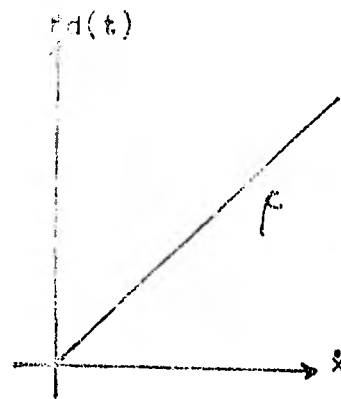
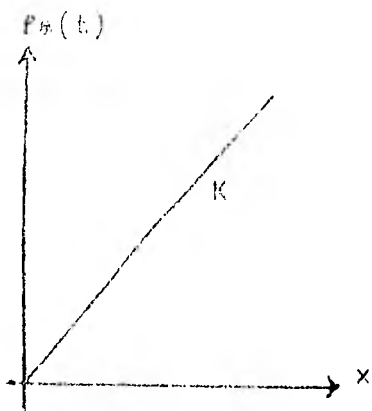
2º Usando éstos valores y las propiedades de la estructura (amortiguamiento y rigidez), se determinan la fuerza -- amortiguadora $f_D(t)$ y la restauradora $f_s(t)$ respectivamente (Fig. II.2.2).

3º La aceleración inicial está dada por:

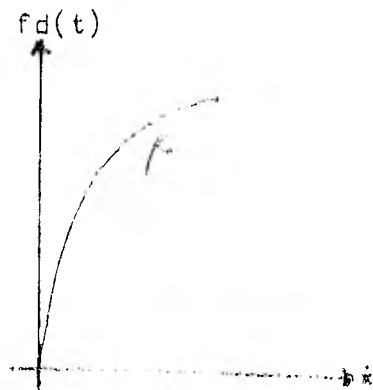
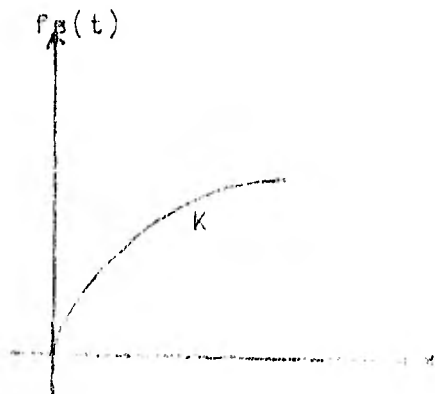
$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{m} [p(t) - f_D(t) - f_s(t)] \quad \text{II.2.6.}$$

que es un rearrreglo de la ecuación de equilibrio, para un tiempo t .

4º Se calculan los incrementos efectivos de carga $\Delta \tilde{p}$ y la rigidez efectiva $\tilde{k}(t)$ a partir de la ecuación II.2.5.



a) Variación lineal de las propiedades del material.



b) Variación no lineal de las propiedades del material.

FIGURA 11.2.2.

5º El incremento de desplazamiento está dado por la -- ecuación II.2.4. El incremento de velocidad se obtiene de la ecuación II.2.3b.

6º Finalmente la velocidad y desplazamiento al final - del intervalo de tiempo se obtiene como:

$$\dot{x}(t+\Delta t) = \dot{x}(t) + \Delta \dot{x}(t)$$

II.2.7.

$$x(t+\Delta t) = x(t) + \Delta x(t)$$

Como ya se mencionó, la efectividad del método y su exactitud, dependen de la amplitud del intervalo de tiempo que se tome (Δt). Deben considerarse tres factores en la selección de dicho intervalo:

- 1º La amplitud de variación de la carga aplicada $p(t)$.
- 2º La no linealidad de la rigidez y amortiguamiento.
- 3º El período natural de vibración de la estructura.

El incremento de tiempo debe ser suficientemente pequeño para permitir una confiable representación de todos estos factores, de los cuales, el último, está asociado - al comportamiento dinámico de la estructura.

En realidad, la variación de las propiedades del material no representa un factor crítica, ya que al no llegarse a presentar un cambio repentino significativa en las propiedades, se podría resolver introduciendo un incremento de tiempo subdividido. También el incremento de tiempo requerido para aproximar los espectros dinámicos significativos de la carga aplicada puede estimarse con cierta facilidad.

La elección del incremento de tiempo dependerá en parte del período de vibración de la estructura. Este método es estable generalmente si el incremento de tiempo es menor que la mitad del período, aproximadamente. Pero el incremento debe ser considerablemente menor que éste. Una exactitud razonable se logra con :

$$\frac{\Delta t}{T} \leq \frac{1}{10}$$

Puede llevarse a cabo otro análisis con la mitad del incremento propuesto; si los resultados no cambian notoriamente en el segundo análisis, puede decirse que los errores de la integración numérica son despreciables.

II.3 Amortiguamiento no Proporcional.

Con el fin de ilustrar la diferencia que existe en el comportamiento dinámico de un sistema en el cual su matriz de amortiguamiento es proporcional a la matriz de masa $[M]$ a la matriz de rigideces $[K]$, se da una combinación lineal de ambas

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad \text{II.3.1.}$$

donde $\alpha = \xi w$

$$\beta = \frac{2\xi}{w}$$

ξ = amortiguamiento de la estructura

w = frecuencia circular asociada al primer modo de vibrar de la estructura (rad/seg).

Con otro sistema en el cual no se cumple dicha proporcionalidad, se compararán las vibraciones libres de estructuras que se encuentren en ambos casos.

B) Vibraciones libres con amortiguamiento proporcional.

Las ecuaciones de movimiento de un sistema de "n" grados de libertad, expresado en coordenadas generalizadas x_1, x_2, \dots, x_n se define como:

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{p\} \quad \text{II.3.2.}$$

Esta ecuación se aplica a sistemas lineales, sea o no proporcional la matriz de amortiguamiento $[c]$ a $[m]$ o $[k]$. Si es proporcional, la n-ésima ecuación desacoplada expresada en función de las coordenadas normales, es:

$$\ddot{\eta}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{\eta}_n + \omega_n^2 \eta_n = \frac{N_n}{M_n} \quad \text{II.3.3.}$$

donde: η_n = n-ésima componente de la coordenada normal.
 ω_n = frecuencia natural de vibración.
 ξ_n = factor de amortiguamiento correspondiente al n-ésimo modo.

Esta ecuación es aplicable a sistemas de vibraciones libres con amortiguamiento proporcional, si el término del lado derecho es cero.

Si el movimiento en el sistema consiste en aplicar un desplazamiento inicial $\eta_n(0)$ en el tiempo $t=0$, la ecuación se resolverá para obtener los desplazamientos modales $\eta_n(t)$ en el tiempo t en función del desplazamiento inicial

$$\eta_n(t) = \eta_n(0) \frac{e^{-\xi_n \omega_n t}}{\sqrt{1-\xi_n^2}} \cos(\sqrt{1-\xi_n^2} \omega_n t + \psi_n) \quad \text{II.3.4.}$$

donde

$$\sqrt{1-\xi_n^2} \omega_n = \text{frecuencia de vibración libre amortiguada}$$

$$\psi_n = \text{ángulo de fase dado por:}$$

$$\tan \psi_n = \frac{\xi_n}{\sqrt{1-\xi_n^2}} \quad \text{II.3.5.}$$

La velocidad modal se obtiene derivando la ecuación - II.3.4. con respecto al tiempo :

$$\dot{\eta}_n(t) = \eta_n(0) \frac{\omega_n e^{-\xi_n \omega_n t}}{\sqrt{1-\xi_n^2}} \cos\left(\sqrt{1-\xi_n^2} \omega_n t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{II.3.6}$$

(Nota: las ecuaciones II.3.5. y II.3.6. son válidas para sistemas con amortiguamiento menor al crítico)

Con el fin de ilustrar la relación en fase del desplazamiento y la velocidad modal, éstos se muestran como vectores en el plano imaginario, en la figura II.3.1.

Se puede observar que el vector velocidad adelanta al vector desplazamiento por un ángulo de $\psi_n + \frac{\pi}{2}$. Ambos vectores disminuyen en amplitud exponencialmente con el tiempo.

El vector $\eta_n(t)$ representa la línea de acción de todas las componentes de $\{x^n\}$, donde $\{x^n\}$ es el vector que contiene las componentes de desplazamiento correspondientes al n-ésimo modo. De igual manera, el vector $\dot{\eta}_n(t)$ representa la línea de acción de todas las componentes del vector velocidad $\{\dot{x}^n\}$.

Si un sistema amortiguado sujeto a vibraciones libres tiene como configuración inicial uno de los modos naturales del sistema no amortiguado, éste continuará con la misma configuración modal original, pero con un decremento exponencial de amplitud en todos los grados de libertad del sistema, en la misma proporción.

Este tipo de vibraciones es muy parecido al de un sistema no amortiguado, excepto que el desplazamiento disminuye en amplitud hasta que el sistema se encuentra en reposo.

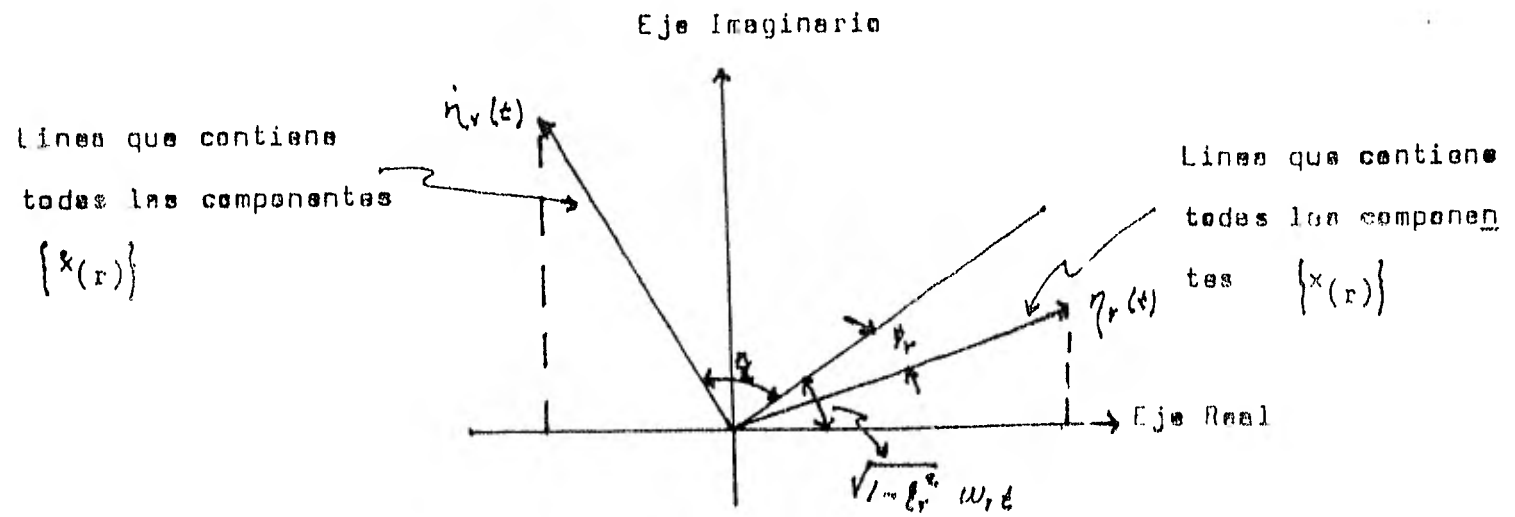


FIGURA 11.3.1.

R) Vibraciones libres con amortiguamiento no proporcional.

El movimiento de un sistema con amortiguamiento no proporcional difiere del anterior. Es posible elaborar una transformación relacionada con las coordenadas $\{x\}$ a un nuevo grupo de coordenadas $\{z\}$ en el cual las ecuaciones de movimiento se encuentren desacopladas

$$\{x\} = [\Delta] \{z\} \quad \text{II.3.7.}$$

Otra vez nos referimos al n-ésimo modo desacoplado en el cual el desplazamiento x^n está dado por

$$\{x^n\} = \{\Delta^n\} z_n(t)$$

donde $\{\Delta^n\}$ = n-ésima columna de $[\Delta]$

En sistemas con amortiguamiento menor al crítico sujetos a vibraciones libres con un desplazamiento inicial $z_n(0)$ la función $z_n(t)$ es una función cosenooidal, exponencialmente amortiguada.

En este caso, la matriz de transformación $[\Delta]$ es compleja, por lo que las componentes de $\{\Delta^n\}$ serán números complejos cada uno diferente entre sí en amplitud y fase. Consecuentemente, las componentes de $\{x^n\}$ difieren también en amplitud y en fase.

Considerándolos como vectores, como en la figura II.3.1 todas las componentes rotan a la misma velocidad β_0 y todas decrecen de amplitud en la misma proporción. Cada una tiene diferente ángulo de fase en general. Esto se ilustra mediante dos componentes típicas $x_i^n(t)$ y $x_j^n(t)$ en el plano de la figura II.3.2.

Aquí, las dos componentes $x_i^n(t)$ y $x_j^n(t)$ tienen ángulos de fase θ_i y θ_j respectivamente. En cada caso, los componentes de velocidad $\dot{x}_i^n(t)$ y $\dot{x}_j^n(t)$ se adelantan a su desplazamiento respectivo por el mismo ángulo $\psi_n + \frac{\pi}{2}$.

Para ilustrar el efecto del cambio de fase en el movimiento del sistema, consideremos la estructura de dos masas de la figura II.3.3. La figura II.3.3a muestra la estructura e identifica las dos coordenadas x_1 y x_2 que describirán el movimiento en los puntos de las dos masas. La figura II.3.3b muestra la relación de fase que podría existir entre los dos desplazamientos; el desplazamiento x_1 se adelanta a x_2 por 135° . La figura II.3.3c muestra el desplazamiento de la estructura en varios instantes de tiempo, designados por βt .

Es obvio que el movimiento no se caracteriza por la existencia de un modo fundamental, como sería el caso si los dos vectores estuvieran defasados 180° (como por ejemplo, si el sistema fuese no amortiguado o si el amortiguamiento fuese proporcional).

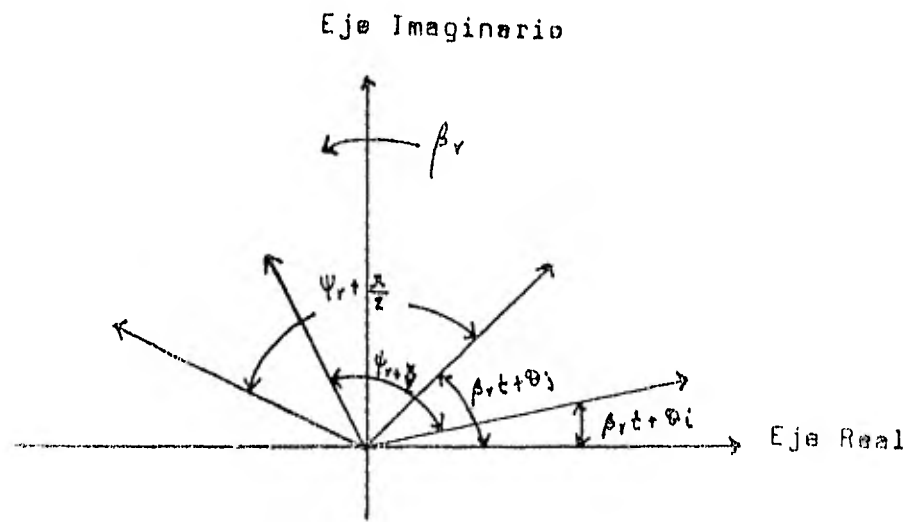
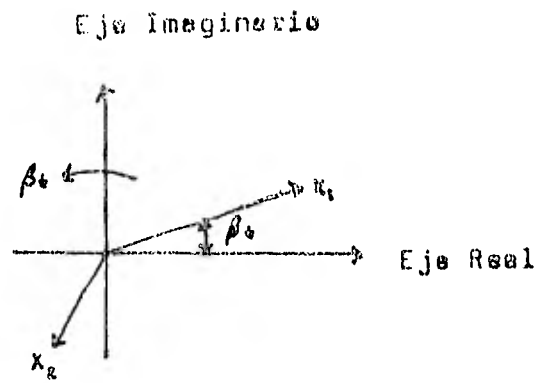


FIGURA II.3.2.



(a)



(b)



(c)

- $\beta_t = 0$
- x-x-x- $\beta_t = \pi/4$
- - - - $\beta_t = \pi/2$
- o-o-o- $\beta_t = 3\pi/4$
- . . . - $\beta_t = \pi$
- x-x-x- $\beta_t = 3\pi/2$

FIGURA 11.3.3.

En resumen, un sistema con amortiguamiento proporcional se podrá hacer que vibre libremente en un grupo de modos desacoplados, los cuales se parecerán, en configuración, a los modos del sistema no amortiguado, con una disminución de amplitud exponencial con el tiempo y uniforme en todo el sistema.

En contraste, un sistema con amortiguamiento no proporcional, también se podrá hacer que vibre libremente en un grupo de "modos" desacoplados en los cuales todos los puntos del sistema experimentan movimientos exponencialmente amortiguados, en la misma frecuencia, pero a diferentes ángulos de fase.

Para un análisis detallado de este tipo de sistemas -- puede acudirse a la Ref. 2.

II.4 Absorbedores de Vibraciones.

II.4a. No Amortiguado.

Un sistema ó parte de él, en el cual se encuentre actuando una fuerza perturbadora alternada, de frecuencia constante podrá adoptar vibraciones desfavorables, especialmente cuando las frecuencias del sistema y la fuerza están próximas.

Para mejorar esta situación, primero trataríamos de eliminar la fuerza, lo cual, por lo general, no es práctico y muchas veces es imposible. Como segunda opción, trataríamos de cambiar la masa ó la rigidez del sistema, para eliminar la condición de resonancia. Una tercera opción, es la aplicación de un absorbedor de vibraciones, inventado por Frahm en 1909.

El sistema bajo consideración puede estar representado por la combinación K, M , con la fuerza $P_0 \sin \omega t$ actuando sobre él (Fig. II.4.1).

El absorbedor de vibraciones consiste en un sistema pequeño con propiedades k, m , unidos a la masa M . La frecuencia natural del absorbedor es elegida de tal manera que sea igual a la frecuencia ω de la fuerza perturbadora.

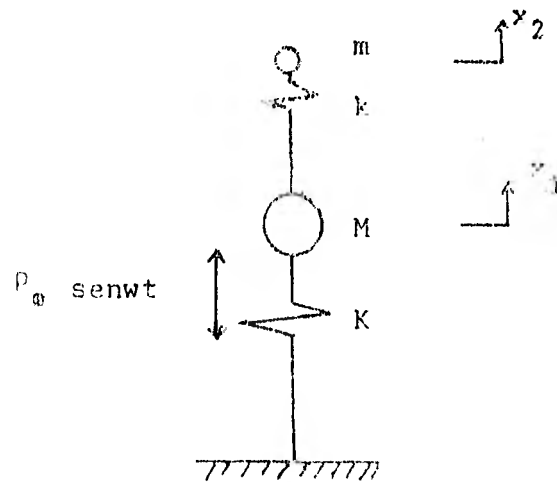


FIG. II.4.1.

La colocación de un pequeño sistema k - m a un sistema mayor principal K - M , evita las vibraciones del sistema principal, a pesar de la fuerza excitadora $P_0 \sin \omega t$.

Se mostrará entonces que la masa principal M no vibra en lo absoluto, y que el pequeño sistema k, m , vibra de tal manera que la fuerza que actúa en su resorte k , es en cualquier instante igual a $P_0 \text{sen} \omega t$ y de sentido contrario.

Para probarlo se parte de las ecuaciones de movimiento:

$$M\ddot{x}_1 + (K + k)x_1 - kx_2 = P_0 \text{sen} \omega t$$

II.4.1.

$$m\ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) = 0$$

donde: x_1 = desplazamiento de M debido a $P_0 \text{sen} \omega t$

x_2 = desplazamiento de m debido a $P_0 \text{sen} \omega t$

Los desplazamientos del sistema serán de la forma:

$$x_1 = a_1 \text{sen} \omega t$$

II.4.2.

$$x_2 = a_2 \text{sen} \omega t$$

Es evidente que, como las ecuaciones II.4.1. y II.4.2. no contienen la primera derivada \dot{x}_1 y \dot{x}_2 , la función seno permanece como tal después de dos derivadas sucesivas, y - suponiendo como correcta la ec. II.4.2., todos los términos de II.4.1. serán proporcionales a $\text{sen} \omega t$.

Sustituyendo y dividiendo entre $\sin \omega t$, se transforma la ecuación diferencial en una ecuación algebraica. El resultado es:

$$\begin{aligned} a_1 (-M\omega^2 + K + k) - ka_2 &= P_0 \\ -ka_1 + a_2 (-m\omega^2 + k) &= 0 \end{aligned} \quad \text{II.4.3.}$$

Por simplificación, transformaremos las ecuaciones a una forma adimensional, introduciendo los siguientes parámetros:

$x_{st} = P_0/K =$ deflexión estática de la masa del sistema -- principal.

$\omega_a^2 = k/m =$ frecuencia natural del absorbedor.

$\omega_n^2 = K/M =$ frecuencia natural del sistema principal.

$\mu = m/M =$ cociente de masas.

La ecuación II.4.3. queda:

$$\begin{aligned} a_1 \left(1 + \frac{k}{K} - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right) - a_2 \frac{k}{K} &= x_{st} \\ a_1 - a_2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2} \right) &= 0 \end{aligned} \quad \text{II.4.4.}$$

resolviendo para a_1 y para a_2 :

$$\frac{a_1}{x_{st}} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}\right) \left(1 + \frac{k}{K} - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) - \frac{k}{K}}$$

II.4.5.

$$\frac{a_2}{x_{st}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}\right) \left(1 + \frac{k}{K} - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) - \frac{k}{K}}$$

De la primera ecuación, la amplitud a_1 del sistema principal será nula cuando el numerador sea cero, y esto ocurre cuando la frecuencia de la sollicitación es la misma que la frecuencia del absorbedor.

Examinando la segunda ecuación, para el caso de $\omega = \omega_a$, la ecuación se reduce a :

$$a_2 = -\frac{k}{k} x_{st} = -\frac{p_0}{k}$$

Con la masa principal estática, y la masa del absorbedor con un movimiento $-p_0/k \cdot \text{sen} \omega t$, la fuerza en el resorte del absorbedor es igual y de sentido contrario a la fuerza externa.

II.4.2. Amortiguados

Si se considera un amortiguador colocado en paralelo al resorte k , entre las masas M y m , y se aplica la ley de Newton tenemos:

$$M\ddot{x}_1 + Kx_1 + k(x_1 - x_2) + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = P_0 \sin \omega t \quad \text{II.4.6.}$$

$$m\ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = 0 \quad \text{II.4.7.}$$

Los cuatro términos del lado izquierdo de la ecuación II.4.6 representan la fuerza de inercia de M , la fuerza del resorte principal, la fuerza del resorte del absorbedor, y la fuerza de amortiguamiento.

Estamos interesados en la solución de sistemas sujetos a vibraciones forzadas. Entonces, x_1 y x_2 son movimientos armónicos de frecuencia ω y pueden ser representados por vectores.

Suponiendo:

$$x_1 = x_1 e^{i\omega t} \quad \text{y} \quad x_2 = x_2 e^{i\omega t} \quad \text{y susti}$$

tuyendo en II.4.6. y II.4.7. se obtiene:

$$-M\omega^2 x_1 + Kx_1 + k(x_1 - x_2) + i\omega c(x_1 - x_2) = P_0$$

$$-m\omega^2 x_2 + k(x_2 - x_1) + i\omega c(x_2 - x_1) = 0$$

donde x_1 y x_2 son incógnitas; i es igual a $\sqrt{-1}$. Factorizan do :

$$(-M\omega^2 + K + k + i\omega c)x_1 - (k + i\omega c)x_2 = P_0$$

II.4.8.

$$-(k + i\omega c)x_1 + (-m\omega^2 + k + i\omega c)x_2 = 0$$

Estas ecuaciones pueden resolverse para x_1 y x_2 . Estamos principalmente interesados en el movimiento de la masa principal x_1 . Expresando x_2 en función de x_1 :

$$x_1 = P_0 \frac{(k - m\omega^2) + i\omega c}{((-M\omega^2 + K)(-m\omega^2 + k) - m\omega^2 k) + i\omega c(-M\omega^2 + K - m\omega^2)} \quad \text{II.4.9.}$$

expresión que puede reducirse a la forma:

$$x_1 = P_0 (A_1 + B_1 i) \quad \text{II.4.10.}$$

donde A_1 y B_1 son números reales.

El significado de II.4.9. es que, en una representación vectorial del desplazamiento x_1 , éste consiste en dos componentes, una en fase con la fuerza P_0 y la otra un cuarto de giro adelante de ella.

Sumando geoméricamente ambos vectores, la magnitud de x_1 se puede expresar como

$$x_1 = P_0 \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$$

Pero II.4.9. no es todavía de la forma II.4.10.; más bien es de la forma:

$$x_1 = p_0 \frac{A + iB}{C + iD}$$

Este se puede transformar como sigue:

$$x_1 = p_0 \frac{(A+iB)(C-iD)}{(C+iD)(C-iD)} = p_0 \frac{AC+BD+i(BC-AD)}{C^2 + D^2}$$

Así, la longitud del vector x_1 dividida entre p_0 es:

$$\frac{x_1}{p_0} = \sqrt{\left(\frac{AC+BD}{C^2+D^2}\right)^2 + \left(\frac{BC-AD}{C^2+D^2}\right)^2} = \sqrt{\frac{A^2+B^2}{C^2+D^2}}$$

lo que, aplicándole a II.4.9. nos permite escribir:

$$\frac{x_1}{p_0} = \frac{(k-mw^2)^2 + w^2c^2}{((-Mw^2+K)(-mw^2+k)-mw^2+k)^2 + w^2c^2(-Mw^2+K-mw^2)^2} \quad \text{II.4.11}$$

Aunque x_1 depende de siete variables (p_0, w, c, k, k, M, m), este número puede reducirse si escribimos la ecuación II.4.11 en forma adimensional, lo cual podemos lograr introduciendo las siguientes parámetros:

$\eta = c/B =$ coeficiente de amort.

$\omega_n^2 = k/m =$ frecuencia natural del absorbedor.

$\Omega_n^2 = k/M =$ frecuencia natural del sistema principal.

$f = \omega/\Omega_n =$ cociente de frecuencias naturales.

$g = \omega/\omega_n =$ cociente de frecuencias de excitación.

$x_{st} = p_0/k =$ deflexión estática del sistema.

$Cc = 2m\Omega_n\eta =$ amortiguamiento crítico.

La ecuación II.4.11. se transforma en :

$$\frac{x_1}{x_{st}} = \sqrt{\frac{2^2 \left(\frac{C}{C_c} g\right)^2 + (g^2 - f^2)^2}{\left(\frac{2Cg}{C_c}\right)^2 (g^2 - 1 + M g^2)^2 + (M f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)}} \quad \text{II.4.12.}$$

Este es el cociente de amplitudes de la masa principal con respecto a las cuatro variables $g, f, C/C_c, M$, . En la figura II.4.2. se muestra x_1/x_{st} como función del cociente de frecuencias, g , para el sistema definido : $f=1$, $M=1/20$ y para varios valores de C/C_c . En otras palabras, la figura describe el comportamiento de un sistema en el cual la masa principal es veinte veces mayor a la del absorbedor, mientras que la frecuencia del absorbedor es igual a la del sistema principal.

Es interesante hacer un análisis para diferentes amortiguamientos. Para $C/C_c = 0$, el pico es infinito; para $C/C_c = \infty$, también es infinito. Cuando la relación de amortiguamiento llega a infinito, las dos masas están virtualmente -- juntas, y tenemos un sistema de un grado de libertad con una masa igual a $21/20$ de M . Otras dos curvas se han dibujado, para $C/C_c = 0.10$ y 0.32 .

En algún lugar debe existir un valor para C/C_c en el -- cual el pico sea el mínimo.

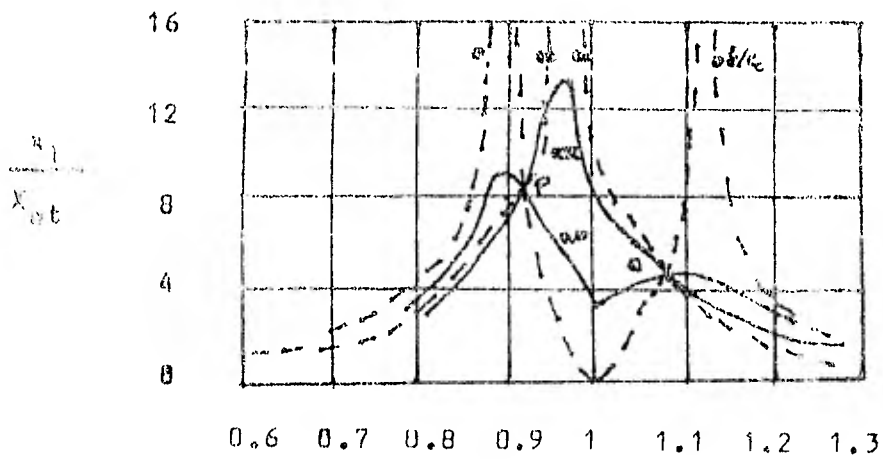


FIG. 11.4.2.

Esta situación puede entenderse físicamente, si se recuerda que, la amplitud de un sistema en resonancia de un grado de libertad está limitada únicamente por el amortiguamiento. La energía de amortiguamiento se disipa por ejemplo como calor y cuando la fuerza de amortiguamiento tiene una influencia considerable, la amplitud permanece pequeña.

Esta es una relación que también se cumple para sistemas más complicados. El trabajo realizado por la fuerza amortiguadora está dado por la fuerza multiplicada por el desplazamiento que opera. En nuestro caso, el desplazamiento es el movimiento relativo entre las dos masas.

Si $C/C_0=0$, el amortiguamiento es nulo, y ningún trabajo se realiza, y por lo tanto, la amplitud en resonancia es infinita. Pero cuando $C/C_0=\infty$, las dos masas están unidas una con la otra de tal manera que el desplazamiento relativo entre las dos masas es nulo, y tampoco se realiza ningún trabajo. En algún lugar entre cero e infinito, existe un amortiguamiento para el cual el producto de la fuerza amortiguadora y el desplazamiento es máximo, y entonces la amplitud es pequeña.

Antes de determinar el "amortiguamiento óptimo", observamos una peculiaridad especial en la figura II.4.2: las cuatro curvas se intersectan en los puntos P y Q.

Esto, como se verá más tarde, no es coincidencia; todas las curvas intersectan ambos puntos independientemente de su amortiguamiento.

Si podemos localizar ambos puntos, nuestro problema --- está casi resuelto, porque la curva más favorable será la -- que sea tangente a una horizontal en el mayor de los puntos P ó Q . La mejor amplitud a obtener, es la ordenada a ese punto (con el amortiguamiento óptimo).

Variando el valor f , los dos puntos P y Q pueden moverse hacia arriba ó hacia abajo de la curva $C/C_c=0$. Cambiando el valor de f , un punto tenderá a subir y el otro a bajar. Claramente se observa que el caso más favorable es aquel que de acuerdo a un valor apropiado de f , los dos puntos se ajustan a la misma altura, y segundo, que un valor adecuado de C/C_c la curva es ajustable para pasar con una tangente horizontal por uno de ellos. Se verá más adelante en la figura 11.4.3. que prácticamente no existe diferencia entre cual de los puntos elegimos.

Requiere ahora a la ecuación 11.4.1 se le sea de ver si existe algún valor f para el cual x_1/ω_1 es un valor constante de C/C_c . La fórmula es de la forma:

$$\frac{x_1}{x_{st}} = \sqrt{\frac{A(C/Cc)^2 + B}{C(C/Cc)^2 + D}}$$

Lo cual será independiente del amortiguamiento si $A/C = B/D$, o escrito de otra manera más completa :

$$\left(\frac{1}{g^2 - 1 + \mu g^2}\right)^2 = \left(\frac{g^2 - f^2}{\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)}\right)^2$$

Podemos eliminar ambas raíces cuadradas, pero entonces tenemos que agregar un \pm en cada ecuación. Después de multiplicar, y adoptando el signo menos, se tiene:

$$\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2) = -(g^4 - f^2)(g^2 - 1 + \mu g^2) \quad \text{II.4.13.}$$

simplificando: $f^2 = -g^2 + f^2$ lo que lleva a $g^2 = 0$

Este es un resultado trivial, pero cierto. Cuando $g=0$ ó $\omega=0$, la amplitud es x_{st} independientemente del amortiguamiento, simplemente porque el movimiento es tan lento, que no existe posibilidad de que se genere la fuerza amortiguadora.

La otra alternativa, es con el signo positivo, en el lado derecho de la ecuación II.4.13. Después de algunas simplificaciones, la ecuación se transforma en:

$$g^4 - 2g^2 \frac{1+f^2+\mu f^2}{2+\mu} + \frac{2f^2}{2+\mu} = 0 \quad \text{II.4.14.}$$

Esta ecuación cuadrática en g^2 , da dos valores que son los puntos que andamos buscando. A los dos raíces de la ecuación les denominamos g_1^2 y g_2^2 . Se puede observar que las coordenadas horizontales de los puntos P y Q son función de M y F .

El siguiente objetivo es ajustar el valor de f para -- que la ordenada x/x_{st} de P y Q sean iguales.

Como en P y Q el valor de x/x_{st} es independiente del a mortiguamiento, seleccionaremos un valor de C/C_0 tal que se reduzca la ecuación II.4.12. a su forma más simplificada. -- Este sucede cuando $C = \infty$, con lo que la ec. II.4.12. se convierte en :

$$\frac{x_1}{x_{st}} = \frac{1}{1 - g^2(1+M)} \quad \text{II.4.15.}$$

Sustituyendo g_1 y g_2 en esta ecuación, obtenemos:

$$\frac{1}{1 - g_1^2(1+M)} = \frac{1}{1 - g_2^2(1+M)} \quad \text{II.4.16.}$$

Este no es del todo correcto, puesto que la ecuación -- II.4.15. es la representación real de la curva x/x_{st} de la curva libre, sino de una curva que tiene valores negativos para valores de g mayores de $1/\sqrt{1+M}$. Como P y Q se encuentran en lados diferentes de este valor de g , la ordenada P será positiva y Q será negativa, por lo que la ec. -- II.4.16. debe corregirse con un signo menos en cualquiera --

La ecuación corregida queda:

$$g_1^2 + g_2^2 = \frac{2}{1 + \mu} \quad \text{II.4.17.}$$

No es necesario siquiera resolver la ecuación II.4.17. para g_1 y g_2 , si recordamos que el coeficiente negativo del término central de una ecuación cuadrática es igual a la suma de las raíces. En la ecuación II.4.14. tal forma es:

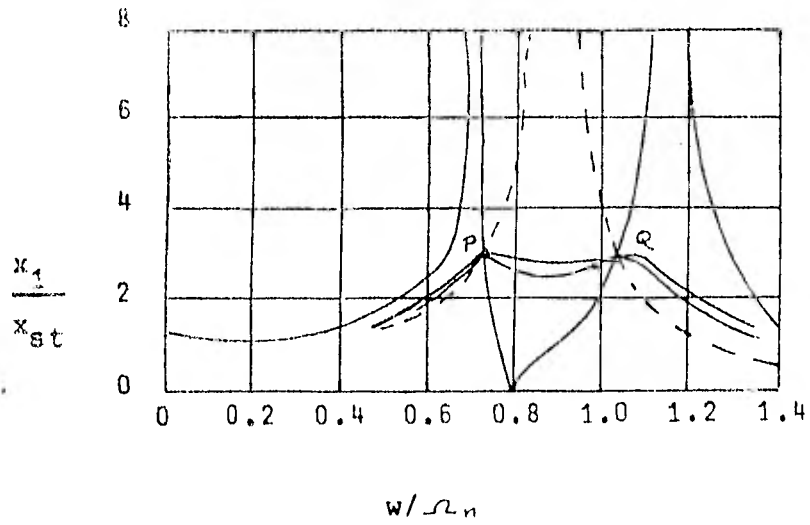
$$g_1^2 + g_2^2 = \frac{2(1 + f^2 + \mu f^2)}{2 + \mu}$$

que sustituyéndolo en la ecuación II.4.17. queda:

$$f = \frac{1}{1 + \mu} \quad \text{II.4.18.}$$

Esta es la fórmula simplificada que nos da el valor correcto de f en función del tamaño del absorbador respecto al tamaño de la masa del sistema principal.

Ahora sabemos como encontrar el valor de f , pero no conocemos que amplitud x/x_{st} obtendremos al final. La figura II.4.3. representa casos de tal sintonización (f), con $\mu = 0.25$. Ahí se han dibujado dos curvas. Una pasa con tangente horizontal en Q y no en P. Se ve que prácticamente no se comete error si se toma cualquiera de las dos coordenadas como la máxima amplitud de la curva. Esta amplitud puede calcularse fácilmente.



$$\mu = 0.25$$

FIG. II.4.3

Esto se hace substituyendo una raiz de la ec. II.4.14. en la expresi3n para x_1/x_{st} . Como en estos puntos (P,Q) - x_1/x_{st} es independiente del amortiguamiento, entonces la ec II.4.12. toma la forma de la ec. II.4.15. El resultado es:

$$\frac{x_1}{x_{st}} = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} \quad \text{II.4.19.}$$

Si la frecuencia natural del absorbedor difiere de la del sistema principal como se indica en 'II.4.18. la relaci3n de amplitudes dada por la ecuaci3n II.4.19. es la m3s favorable.

III

P L A N T E A M I E N T O

D E L P R O B L E M A

III.1 FRECUENCIAS NATURALES COMPLEJAS

III.2 COEFICIENTES DE AMORTIGUAMIENTO Y

FRECUENCIAS NATURALES.

III.1 Frecuencias Naturales Complejas.

Los sistemas absorbedores son normalmente de menor tamaño que los edificios en los que han sido instalados. Como se puede ver en la Ref.6, un análisis modal convencional para sistemas con grandes diferencias en los valores de sus masas, rigideces y coeficientes de amortiguamiento, conducen a resultados irreales, por lo que dicho análisis debe llevarse en el plano complejo. Esto es, que las frecuencias naturales complejas, y la configuración modal compleja deben de ser tomadas en cuenta.

El análisis modal para sistemas de este tipo, se detalla en la Ref.5. En éste análisis, se encontró que si un apéndice de varios grados de libertad se adapta a un edificio de varios grados de libertad, y si ambos sistemas tienen una frecuencia natural común ω_0 , dos modos de la estructura resultante tienen frecuencias naturales complejas, dadas aproximadamente por:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} (\xi_b + \xi_a) \omega_0 \pm i \omega_0 \left[1 - \frac{\omega_0}{2} \sqrt{(\xi_b + \xi_a)^2 - \xi_k^2} \right] \quad \text{III.1.1.}$$

donde λ_r representa la r -ésima frecuencia natural compleja, i es la unidad de los números imaginarios, ω_0 es la frecuencia natural común a los dos sistemas, consideradas independientemente; ξ_0 y ξ_k son los coeficientes de amortiguamiento, del edificio y del apéndice, respectivamente, consideradas separadamente, δ_k es la amplitud de la masa que soporta al apéndice en la configuración modal con frecuencia ω_0 del edificio independiente, γ es el cociente de masas del apéndice y del edificio, definido como:

$$\gamma = \frac{m_j^*}{M_i^*}$$

III.1.2.

donde m_j^* y M_i^* son las masas generalizadas del apéndice y edificio, respectivamente, consideradas independientemente, con sus respectivas configuraciones modales con frecuencia ω_0 .

La masa generalizada de un sistema de varias grados de libertad se define como

$$M_i^* = \sum_{n=1}^N M_n \dot{\delta}_n^2(t)$$

donde $\dot{\delta}_n(t)$ es la amplitud del n -ésimo modo del sistema a la altura de su n -ésima masa, y M_n representa al valor de dicha n -ésima masa.

III.2 Coeficientes de amortiguamiento y Frecuencias Naturales.

De acuerdo con la Ref.7, la r-ésima frecuencia natural compleja de un sistema es de la forma:

$$\lambda_r = - \xi_r \omega_r + i\omega'_r \quad \text{III.2.1.}$$

donde ξ_r es el coeficiente de amortiguamiento del sistema - en el r-ésimo modo, ω_r es la r-ésima frecuencia natural y

$$\omega'_r = \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \quad \text{III.2.2.}$$

De acuerdo con las ecuaciones III.1.1. , III.2.1, --- III.2.2. dos de los coeficientes de amortiguamiento de un edificio con un apéndice, estarán dados dependiendo de que se cumplan cualquiera de las dos desigualdades siguientes:

$$\text{Caso 1 : } |\xi_b - \xi_a| \geq |\phi_k \sqrt{\gamma}|$$

$$\text{Caso 2 : } |\xi_b - \xi_a| \leq |\phi_k \sqrt{\gamma}|$$

A partir de estas desigualdades se determinarán más adelante las propiedades dinámicas de los apéndices (Cap.V).

Si trabajamos con el Caso 2, el caso más favorable para diseñar el apéndice, sería en el cual se presentara la igualdad, ya que se presentaría el menor valor para γ y consiguientemente, el menor valor de m_j^* , lo que nos daría el diseño más económico.

I V

P R O C E D I M I E N T O

D E A N A L I S I S

IV.1 CALCULO DE FRECUENCIAS Y
CONFIGURACIONES MODALES .

IV.2 ANALISIS DINAMICO

De lo expuesto anteriormente en el Cap. II.2., podemos inferir que la solución numérica de este tipo de ecuaciones es a base de una serie de iteraciones, dentro de las cuales tenemos que hacer intervenir todas las variables mencionadas en los capítulos II.2 ($f_s(t), f_d(t), p(t)$); II.3 ; III.2 (ξ_b, ξ_a), hasta llegar a un resultado aceptable.

El llevar a cabo un análisis en el dominio del tiempo, manualmente, llevaría mucho tiempo, y se tendría que resolver cada caso que se presentara, en particular, lo cual generará un costo elevado de análisis; además, queda latente la posibilidad de incurrir en errores humanos durante el desarrollo de la solución numérica, lo cual nos conduciría a resultados poco confiables.

Por lo tanto, ante la necesidad de poder estudiar un amplio número de casos en un lapso de tiempo reducido, y con una confiabilidad en sus resultados, se buscó un programa para computadora que reuniera las características de cálculo y la capacidad necesaria para utilizarlo como herramienta para este fin.

El SEP IV es un programa de computadora de análisis estructural, de uso sencillo, ya que se encuentra codificado en la sección IV.

La capacidad del programa depende principalmente de el número de nodos en el sistema, de la computadora que se utilice y el número de valores característicos necesarios para el análisis dinámico.

Practicamente no existe restricción alguna respecto al número de elementos que se utilicen, al número de sistemas de cargas, ó a el orden de la matriz de rigideces. Cada punto nodal del sistema puede tener desde cero, hasta seis grados de libertad. Los elementos de las matrices de rigideces y masas se trabajan en forma condensada, por lo que el programa es igualmente eficiente para análisis de sistemas en una, dos ó tres dimensiones.

Primeramente, es necesario determinar las propiedades dinámicas de cada estructura primaria (configuración modal Frecuencia y Período natural de vibración). Posteriormente es necesario llevar a cabo el análisis dinámico Paso a Paso, de las estructuras sujetas a sollicitaciones, para determinar los desplazamientos máximas que sufren las estructuras primarias con y sin su apéndice. Para el caso de el análisis dinámico de la estructura primaria con su apéndice se debió tomar en cuenta la no proporcionalidad del amortiguamiento del sistema (Cap. 11.3), lo cual se logró gracias a la intervención del Dr. Roberto Villaverde Lazo, quién logró hacerle al programa los ajustes pertinentes.

IV.1 Cálculo de Frecuencias y Configuración Modal.

El análisis dinámico de una estructura, utilizando superposición de modos, requiere como primer paso, la solución del generalizado problema de los eigenvalores,

$$K \ddot{\delta} = \omega^2 M \delta \quad \text{IV.1.1.}$$

donde ω , δ , son las frecuencia de vibraciones libres, y la configuración modal, respectivamente. El programa supone que sólo el menor eigenvalor ω y su correspondiente eigenvector, son necesarios. Por lo tanto, la solución de IV.1.1. queda:

$$K \delta = M \delta \Omega^2 \quad \text{IV.1.2.}$$

donde Ω^2 es una matriz diagonal conteniendo los menores eigenvalores ω (ej. $\Omega^2 = \text{diag } \omega_i^2$) y δ contiene los correspondientes eigenvectores.

El programa tiene aquí, dos opciones, dependiendo del tamaño de la matriz de rigideces; si ésta se puede almacenar en un sólo bloque de memoria, se hace mediante la técnica de la búsqueda del determinante, y si no, por medio de iteraciones.

La primera opción, (utilizada en nuestro caso) es la mejor estudiada para sistemas donde la matriz de masas M y de rigideces K , tienen anchos de banda pequeños. Básicamente, el algoritmo de la solución combina una factorización triangular y una iteración inversa de vectores, de tal forma, que calcula los eigenvalores y eigenvectores necesarios los cuales son obtenidos en secuencia, comenzando por el último par dominante w_1^2, δ_1 . Se utiliza un procedimiento de iteraciones que opera con las características de polinomio

$$Q(w^2) = \det (K - w^2 M) \quad \text{IV.1.3.}$$

para obtener un cambio cerca del siguiente eigenvalor desconocido. El teorema de separación de eigenvalores se utiliza en esta iteración. Cada evaluación del determinante, requiere una factorización triangular de la matriz $K - w^2 M$.

Una vez que la aproximación cerca del eigenvalor desconocido es obtenida, se usa una iteración inversa para calcular el eigenvector; el eigenvalor se obtiene añadiendo el cociente de corrección de Rayleigh al valor aproximado.

IV. 2 Análisis Dinámico .

En el análisis dinámico, se requiere la solución de la ecuación

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = P(t) \quad \text{IV.2.1.}$$

donde $P(t)$ puede ser el vector de una carga que arbitrariamente cambie con el tiempo, ó cargas resultantes del movimiento del terreno. Especificamente, en el caso de movimientos del terreno, se asume que la estructura está sujeta a la aceleración del terreno \ddot{x}_g , donde la ecuación de equilibrio considerada es :

$$M \ddot{x}_r + C \dot{x}_r + K x_r = -M \ddot{x}_g \quad \text{IV.2.2.}$$

donde x_r es el desplazamiento relativo de la estructura con respecto al terreno ($x_r = x - x_g$).

La solución de la historia de respuesta puede ser llevada a cabo por superposición de modos, espectro de respuesta ó integración paso a paso. En nuestros ejemplos, preferimos emplear éste último procedimiento.

La solución de las ecuaciones de movimiento IV.2.1 y - IV.2.2. , pueden ser obtenidas por medio de integración directa. En el programa, se utiliza el método de la Θ de -- Wilson . Debe notarse que el amortiguamiento proporcional de Rayleigh ($C = \alpha M + \beta K$) se toma como correcto, -- por lo que hubo de hacerle una serie de modificaciones al programa, de acuerdo a lo expuesto en II.3

El algoritmo usado puede resumirse como sigue:

1.- Cálculos Iniciales :

1º Calcular las siguientes constantes:

$$\begin{aligned} \Theta &= 1.4 & z &= \Theta \Delta t & b_1 &= \beta a_4 \\ a_0 &= (6 + 3\alpha z) / (z^2 + 3\beta z) & a_8 &= \Delta t / 2 \\ b_0 &= \alpha - \beta a_0 & a_9 &= \Delta t^2 / 3 \\ a_1 &= 6 / z^2 + 3b_0 / z & a_{10} &= \frac{1}{2} a_9 \\ a_2 &= 6 / z + 2b_0 \\ a_3 &= 2 + z b_0 / 2 \\ a_4 &= 6 / (\Theta (3\beta z + z^2)) \\ a_5 &= 3b_1 / z - 6 / (z^2 \Theta) \\ a_6 &= 2b_1 - 6 / (z\Theta) \\ a_7 &= b_1 z / 2 + 1 - 3 / \Theta \end{aligned}$$

2º Formar la Matriz de Rigideces.

$$K^* = K + a_6 M$$

3º Triangularizar K^*

2.- Para cada incremento de tiempo:

1º Forma efectiva del vector de carga P_t^*

$$P_t^* = P_t + \theta (P_{t+\Delta t} - P_t) + M (a_1 x_t + a_2 \dot{x}_t + a_3 \ddot{x}_t)$$

2º Solución del vector de desplazamientos efectivos x_t^*

$$K^* x_t^* = P_t^*$$

3º Calcular nuevos vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento:

$$\ddot{x}_{t+\Delta t} = a_4 x_t^* + a_5 x_t + a_6 \dot{x}_t + a_7 \ddot{x}_t$$

$$\dot{x}_{t+\Delta t} = \dot{x}_t + a_8 (\ddot{x}_{t+\Delta t} + \ddot{x}_t)$$

$$x_{t+\Delta t} = x_t + t \dot{x}_t + a_9 \ddot{x}_t + a_{10} \ddot{x}_{t+\Delta t}$$

V C A S O S P O R

A N A L I Z A R

V.1 CARACTERISTICAS DE LAS ESTRUCTURAS

V.2 DISEÑO DE ABSORBEDORES DE VIBRACIONES

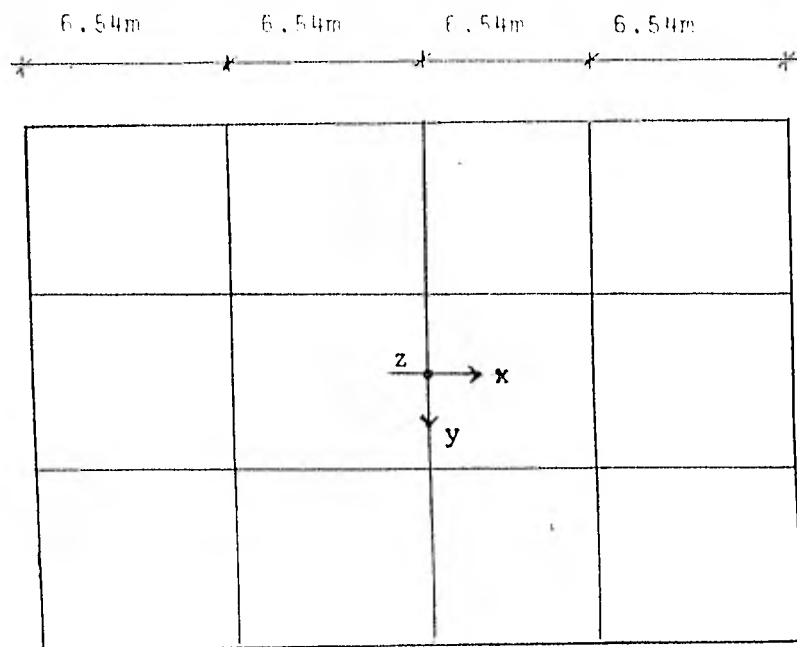
V.1 Características de las Estructuras.

Los edificios se idealizaron como estructuras esqueléticas, cuya geometría elemental es la barra de eje recto -- limitada por dos puntos nodales, contando cada nodo con dos grados de libertad : desplazamiento en la dirección "y" en la que actúa el sismo, y giro respecto a su eje "x", donde la sección permanece constante.

La geometría de las estructuras analizadas, se cita a continuación:

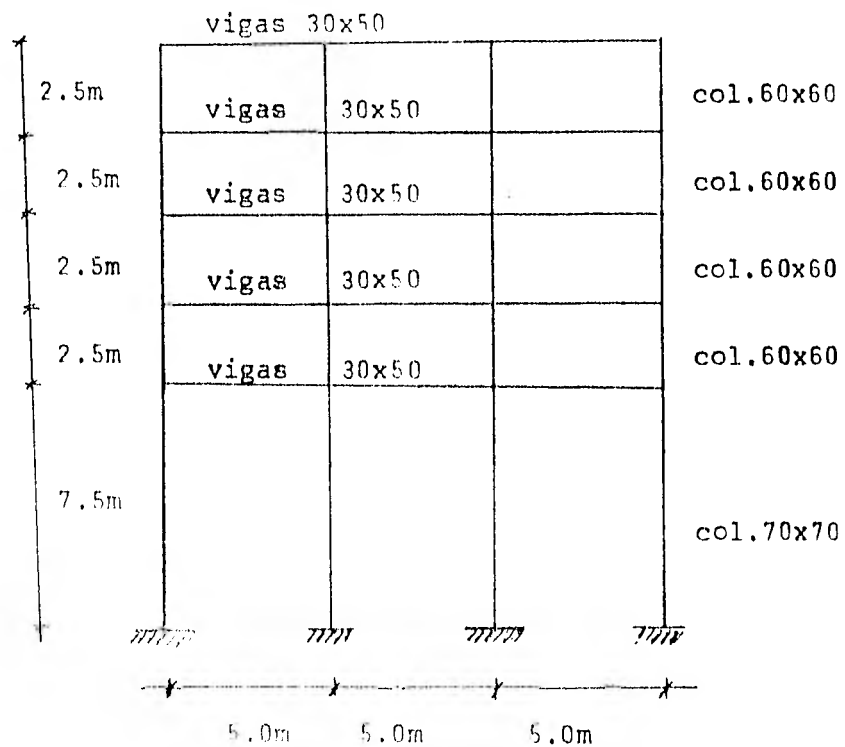
Ejemplo #1 : Edificio de 5 niveles (fig. V.1.1.), cuyas medidas se detallan en la misma figura. Se supone de concreto reforzado. Las trabes son de sección rectangular de 0.30mX0.50m. , mientras que las columnas son de sección cuadrada de 0.60mX0.60m y 0.70mX0.70m.

De acuerdo con la idealización del edificio como estructura esquelética, esta formada por ciento veinte puntos nodales y doscientas cincuenta y cinco barras. Puesto que cada punto nodal tiene dos grados de libertad (con excepción de la cimentación), la estructura constará de doscientos sesenta grados de libertad y por lo tanto requerirá de un número igual de ecuaciones para resolverla.



Descargas
por piso = 1ton/m²

PLANTA



ELEVACION

FIG. V.1.1.

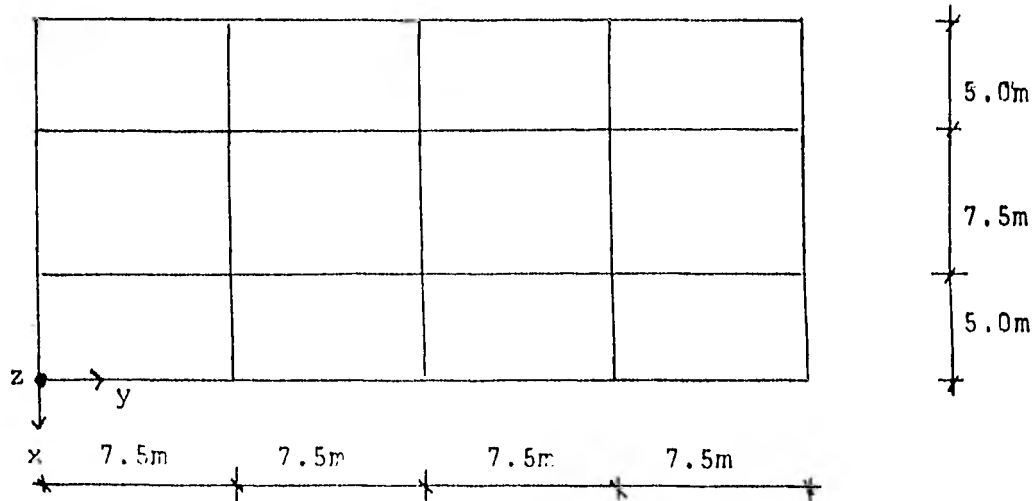
Por lo que respecta al material, se consideró que el comportamiento del concreto reforzado es elástico, lineal e isótropo, asociándole un módulo de Young de $141421.4 \text{ -- kg/cm}^2$ y una $f'c=200 \text{ kg/cm}^2$.

Ejemplo #2: Edificio de un solo nivel (fig.V.1.2.), cuyas medidas se detallan en la misma figura. Las trabes son de sección WF 18W35, las columnas de igual sección (WF) pero 12W85 .

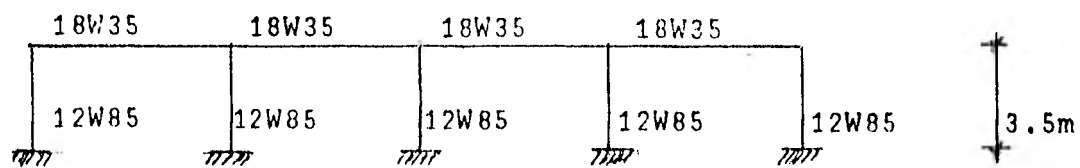
Esta estructura consta de cuarenta puntos nodales y cincuenta y un barras, teniendo cuarenta grados de libertad, requiriendo por lo tanto, de cuarenta ecuaciones para resolverlo.

Por lo que respecta al material, se consideró acero A-36 con comportamiento elástico, lineal e isótropo, asociándole un módulo de Young de $2000,000 \text{ kg/cm}^2$.

Ejemplo #3: Edificio de diez niveles (fig.V.1.3.). Las trabes de sección WF varían desde 18W50 hasta 27W94; las columnas varían desde 14W61 hasta 14W118, como se indica en la figura.



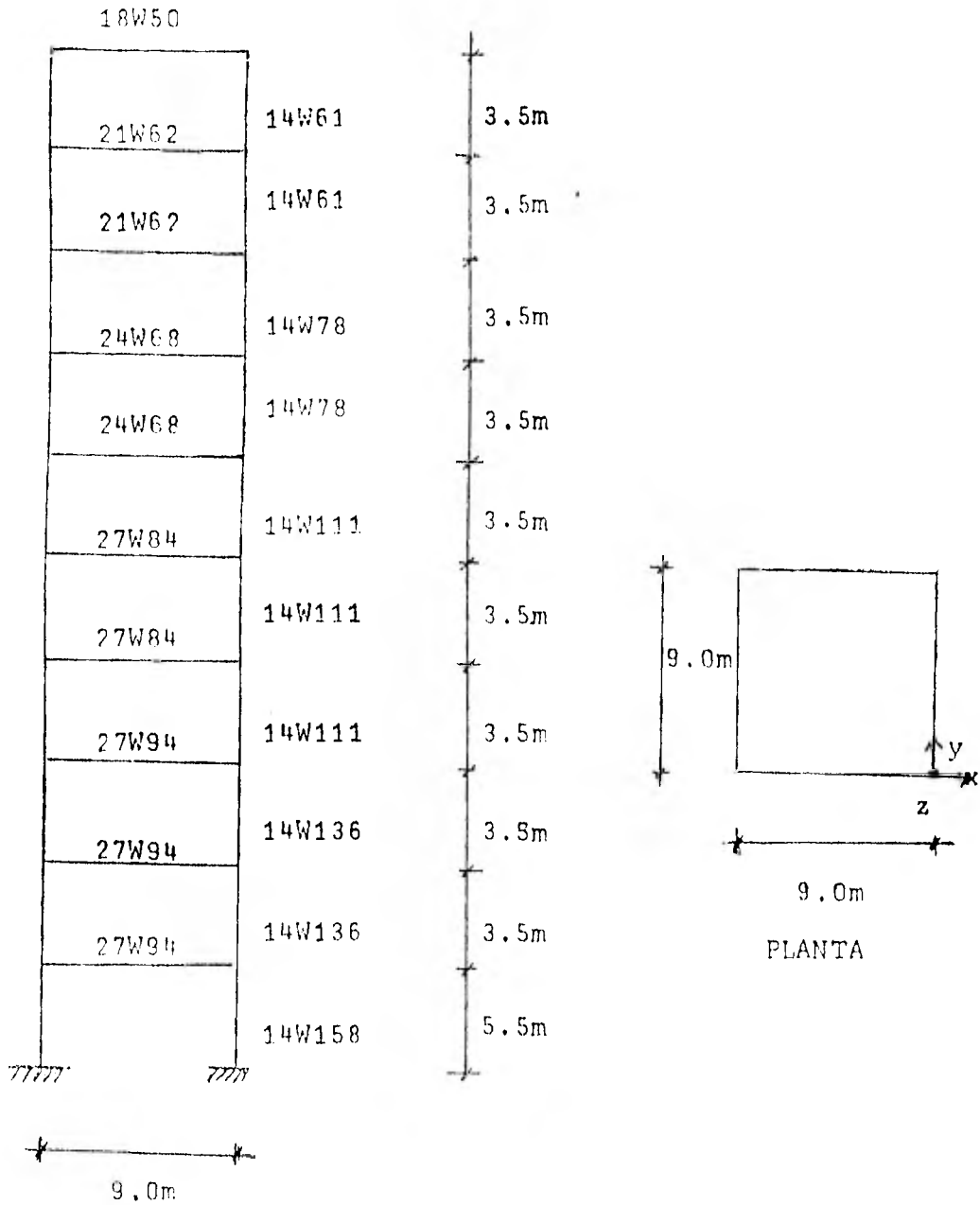
PLANTA



ELEVACION

Descarga = 500 kg/m^2

FIG. V.1.2.



FLEVACION

Descarga por piso = 1 ton/m^2

FIG. V.1.3.

Esta estructura cuenta con cuarenta y cuatro puntos nodales y ochenta barras, por lo que requiere de ochenta ecuaciones para resolverla.

El material es acero A-36, de las mismas características que en el Ejemplo #2.

Las solicitaciones utilizadas corresponden a los primeros tramos de tres temblores diferentes. Cada tramo de acelerograma es de 500 puntos a cada 0.02 de segundo, por lo que cada tramo dura 11 segundos. Los sismos utilizados son:

El Centro , Mayo 18 , 1940.

Pacoima , Febrero 9 , 1971

Taft. , Julio 21 , 1952.

V.2 Diseño de Absorbedores de Vibraciones.

Los absorbedores de vibraciones se idealizaron como vigas en cantilever, por facilidad de análisis y por el uso -- del programa de computadora, con una masa concentrada en el extremo libre de la viga (superior).

El diseño fué con base en tres condiciones:

$$1^{\circ} \quad |\xi_b - \xi_a| \leq |\xi_k \sqrt{\gamma}|$$

2^o Frecuencia del apéndice igual a frecuencia de edificio : $w_a = w_b$

3^o Amortiguamiento de los apéndices, grande en comparación con el del edificio (40% y 80% , comparado con 2%).

La rigidez del absorbador se tomó como la de una viga en cantilever, con un grado de libertad:

$$k = \frac{12 EI}{L^3}$$

donde:

E= módulo de Elasticidad.

I= momento de inercia.

L= longitud.

Procedimiento de Cálculo de las propiedades de los absorbedores:

1º Se obtienen las características dinámicas de las estructuras (w_b , δ , ξ_b) a partir de un análisis modal.

2º La masa generalizada del apéndice es, por ser de un grado de libertad, igual en valor, a la masa del mismo apéndice.

3º Se obtiene la masa generalizada de la estructura --- primaria (M^* , Cap. III.1).

4º De acuerdo a la primera condición de diseño (hoja anterior), se obtienen las masas de los apéndices con un 40% y 80% de amortiguamiento, según el caso.

5º Con la segunda condición de diseño ($w_a = w_b$) y conociendo los valores de las masas de los apéndices, obtenemos su rigidez : $k = m_a \omega_a^2$.

6º Se determina la longitud (L) de el absorbedor, arbitrariamente, y posteriormente, con un módulo de elasticidad $E = 2 \times 10^7 \text{ ton/m}^2$, se obtiene el momento de inercia de cada elemento, y su correspondiente sección transversal.

$$k_a = \frac{12 EI}{L^3}$$

Ejemplo #1 :

1a. Condición : Modo fundamental

$$w_D = 5.092 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$\Phi = \begin{Bmatrix} 1.787 \\ 1.698 \\ 1.549 \\ 1.322 \\ 1.000 \end{Bmatrix}$$

$$(\xi_b - \xi_a)^2 = \Phi_k^2 \frac{m^*}{M^*}$$

$$\xi_b = 0.02$$

$$\xi_a = 0.40 \text{ y } 0.80$$

$$m^* = \frac{(\xi_b - \xi_a)^2}{\Phi_k^2} M^*$$

$$\Phi_k = 1.787$$

$$M^* = \sum_{n=1}^2 M_n \Phi_n^2(r)$$

$$= ((1.787)^2 + (1.698)^2 + (1.549)^2 + (1.322)^2 + (1.000)^2) 40 \frac{\text{t} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

$$= 448.946$$

$$m^* = (1.000)^2 m_a$$

$$m_a = \frac{(0.02 - 0.40)^2}{(1.787)^2} 448.946 = 20.000 \frac{\text{ton} \cdot \text{seg}^2}{\text{m}}$$

$$m_a = \frac{(0.02 - 0.80)^2}{(1.787)^2} 448.946 = 85.533 \frac{\text{ton} \cdot \text{seg}^2}{\text{m}}$$

2a. Condición : Resonancia

$$w_a = w_b$$

$$w_b = 5.092 \text{ rad/seg}$$

$$w_a^2 = k_a/m_a$$

$$k_a = m_a w_a^2$$

$$k_{a_{40\%}} = 20.300 (5.092)^2 = 526.347 \text{ ton/m}$$

$$k_{a_{80\%}} = 85.533 (5.092)^2 = 2217.739 \text{ ton/m}$$

$$\text{con : } E = 2 \times 10^7 \text{ ton/m}^2$$

$$L_{40\%} = 2.00\text{m}$$

$$L_{80\%} = 1.50\text{m}$$

$$k_a = \frac{12 EI}{L^3}$$

$$I_{40\%} = 1.75449 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \quad \text{sección S7x20}$$

$$I_{80\%} = 3.11868 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \quad \text{sección WF 18W21}$$

Ejemplo #2:

$$1a. \text{ Condición: } (\xi_b - \xi_a)^2 = \bar{\phi}_k^2 \frac{m^*}{M^*}$$

Modo fundamental : $\omega_b = 23.16 \text{ rad/seg.}$

$$\bar{\phi} = \{ 1.000 \}$$

$$m^* = \frac{(\xi_b - \xi_a)^2}{\bar{\phi}_k^2} M^* \quad \begin{array}{l} \xi_b = 0.02 \\ \xi_a = 0.40 \text{ y } 0.80 \\ \bar{\phi}_k = 1.000 \end{array}$$

$$M^* = \sum_{i=1}^n M_n \bar{\phi}_n^2 (r) = 26.748 \frac{\text{ton} \cdot \text{seg}^2}{m} (1.000)^2$$

$$m^* = (1.000)^2 m_a$$

$$m_a = \frac{(0.02 - 0.40)^2}{(1.000)^2} 26.748 = 3.862 \frac{\text{ton} \cdot \text{seg}^2}{m}$$

40%

$$m_a = \frac{(0.02 - 0.80)^2}{(1.000)^2} 26.748 = 16.273 \frac{\text{ton} \cdot \text{seg}^2}{m}$$

80%

2a. Condición: Resonancia

$$w_a = w_b$$

$$w_b = 23.16 \text{ rad/seg}$$

$$w_a^2 = k_a / m_a$$

$$k_a = m_a w_a^2$$

$$k_a = 3.862 (23.16)^2 = 2071.5212 \text{ ton/m}$$

40%

$$k_a = 16.273(23.16)^2 = 8728.602 \text{ ton/m}$$

80%

$$\text{con } E = 2 \times 10^7 \text{ ton/m}^2$$

$$L = 1.5 \text{ mts.}$$

$$k_a = \frac{12 EI}{L^3}$$

$$I_{40\%} = 1.22745 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

sección : WF 14W30

$$I_{80\%} = 2.91307 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

sección : WF 10W15

Ejemplo #3:

$$1a. \text{ Condición: } (\xi_b - \xi_a)^2 = \bar{\phi}_k^2 \frac{m^*}{M^*}$$

$$\xi_b = 0.02$$

$$\xi_a = 0.40$$

$$\text{y } 0.80$$

Modo fundamental:

$$\omega_b = 2.68 \text{ rad/seg}$$

$$E_k = 5.526$$

$$\bar{\phi} = \left\{ \begin{array}{l} 5.526 \\ 5.276 \\ 4.864 \\ 4.372 \\ 3.804 \\ 3.295 \\ 2.783 \\ 2.235 \\ 1.673 \\ 1.000 \end{array} \right\}$$

$$M^* = \sum_{i=1}^n M_n \bar{\phi}_n^2(r)$$

$$= ((5.526)^2 + (5.276)^2 + (4.864)^2 + (4.372)^2 + (3.804)^2 + (3.295)^2 + (2.783)^2 + (2.235)^2 + (1.673)^2 + (1.000)^2) \frac{8.256 \text{ ton} \cdot \text{seg}^2}{m}$$

$$= 1180.9475$$

$$m^* = (1.000)^2 m_a$$

$$m_a = \frac{(0.02 - 0.40)^2}{40\% (5.526)^2} 1180.9475 = 5.583 \frac{\text{ton} \cdot \text{seg}^2}{m}$$

$$m_a = \frac{(0.02 - 0.80)^2}{80\% (5.526)^2} 1180.9475 = 23.523 \frac{\text{ton} \cdot \text{seg}^2}{m}$$

2a. Condición: Resonancia

$$w_a = w_b$$

$$w_b = 2.68 \text{ rad/seg}$$

$$w_a^2 = k_a / m_a$$

$$k_a = m_a w_a^2$$

$$k_a = 5.583 (2.68)^2 = 40.099 \text{ ton/m}$$

40%

$$k_a = 23.523 (2.68)^2 = 168.952 \text{ ton/m}$$

80%

con $E = 2 \times 10^7 \text{ ton/m}^2$

$$L = 3.5 \text{ m}$$

40%

$$L = 2.0 \text{ m}$$

80%

$$k_a = \frac{12 EI}{L^3}$$

$$I_{40\%} = 7.16354 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

sección WF 12W26

$$I_{80\%} = 5.63168 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

sección S12x40.8

V I R E S U L T A D O S

VI.1 EJEMPLO #1

TABLA VI.1 A TABLA VI.3

VI.2 EJEMPLO #2

TABLA VI.4 A TABLA VI.6

VI.3 EJEMPLO #3

TABLA VI.7 A TABLA VI.9

A continuación, se presentan los resultados obtenidos del análisis dinámico de los tres tipos de edificios citados anteriormente, sujetos a la acción de los sismos de El Centro, Pacoima y Taft.

En las tablas se presentan los desplazamientos máximos de las losas de entrepiso de cada edificio, como consecuencia de la excitación en la base de los mismos.

En la primera columna, se indica la losa de entrepiso en cuestión. En la segunda, se presentan los desplazamientos máximos de cada losa de entrepiso de la estructura primaria con un 2% de amortiguamiento ($\xi_v=2\%$).

En la siguiente columna, se indican los desplazamientos máximos de cada losa de entrepiso de la estructura original con su apéndice el cual tiene un 40% de amortiguamiento. En la parte baja de dicha columna, se compara el desplazamiento total que sufre el apéndice.

En la última columna se dan los resultados obtenidos del sistema compuesto por la estructura original y su apéndice, el cual tiene un 86% de amortiguamiento.

Losas de Entrepiso No.	Desplazamientos Máximos (cms)		
	$\xi_b=2\%$	$\xi_b=2\%$, $\xi_a=40\%$	$\xi_b=2\%$, $\xi_a=80\%$
1	32.0	7.9	8.9
2	42.0	10.5	12.0
3	49.0	12.5	14.3
4	54.0	13.9	16.2
5	57.0	14.9	17.4
Apéndice	-	29.2	25.9

TABLA VI.2 Ejemplo #1 Sismo Pacoima

Losa de Entrepiso No.	Desplazamientos Máximos (cms)			
	$\xi_b=2\%$	$\xi_b=2\%$,	$\xi_a=40\%$	$\xi_b=2\%$, $\xi_a=80\%$
1	9.4		2.5	2.8
2	12.5		3.4	3.8
3	14.6		3.9	4.6
4	16.1		4.3	5.2
5	16.9		4.6	5.6
Apéndice	-		8.5	8.6

TABLA VI.1 Ejemplo #1 Sismo El Centro

Losa de Entrepiso No.	Desplazamientos Máximos (cm)			
	$\xi_b = 2\%$	$\xi_b = 2\%$, $\xi_a = 40\%$	$\xi = 2\%$	$\xi = 80\%$
1	4.3	1.2	1.28	
2	5.7	1.7	1.7	
3	6.7	2.0	2.1	
4	7.4	2.2	2.4	
5	7.7	2.4	2.6	
Apéndice	-	4.5	3.8	

TABLA VI.3 Ejemplo #1 Sismo Taft

Losa de Entrepiso No.	Desplazamientos Máximos (cms).		
	$\xi_b = 2\%$	$\xi_b = 2\%$, $\xi_a = 40\%$	$\xi_b = 2\%$, $\xi_a = 80\%$
1	1.5	1.2	1.1
Apéndice	-	5.5	4.7

TABLA VI.4 Ejemplo #2 Sismo El Centro

Losa de Entrepiso No.	Desplazamientos Máximos (cms)		
	$\xi_b=2\%$	$\xi_b=2\%$, $\xi_a=40\%$	$\xi_b=2\%$, $\xi_a=80\%$
1	6.0	4.0	2.2
Apéndice	-	6.1	6.2

TABLA VI.5 Ejemplo #2 Sismo Pacoima

Losa de Entrepiso No.	Desplazamientos Máximos (cms)		
	$\xi_b = 2\%$	$\xi_b = 2\%$, $\xi_a = 40\%$	$\xi_b = 2\%$, $\xi_a = 80\%$
1	0.88	0.69	0.52
Apéndice	--	1.7	1.4

TABLA VI.6 Ejemplo #2 Sismo Taft

Losa de Entrepiso No.	Desplazamientos Máximos (cms.)		
	$\xi_b=2\%$	$\xi_b=2\%$, $\xi_a=40\%$	$\xi_b=2\%$, $\xi_a=80\%$
1	8.4	7.3	4.6
2	14.0	12.0	7.7
3	18.0	16.0	10.0
4	22.0	19.0	12.0
5	26.0	22.0	14.0
6	29.0	25.0	16.0
7	32.0	27.0	17.0
8	35.0	30.0	18.0
9	38.0	32.0	20.0
10	41.0	34.0	21.0
Apéndice	-	22.5	18.0

TABLA VI.7 Ejemplo #3 Sismo El Centro

Losa de Entrepiso No.	Desplazamientos Máximos (cms)		
	$\xi_b=2\%$	$\xi_b=2\%$, $\xi_a=40\%$	$\xi_b=2\%$, $\xi_a=80\%$
1	13.0	11.0	10.0
2	21.0	18.0	16.0
3	27.0	24.0	22.0
4	32.0	28.0	26.0
5	37.0	33.0	31.0
6	42.0	38.0	36.0
7	50.0	45.0	42.0
8	57.0	52.0	47.0
9	65.0	58.0	53.0
10	70.0	62.0	58.0
Apéndice	-	73.9	63.7

TABLA VI.8 Ejemplo #3 Sismo Pacoima

Losa de Entrepiso No.	Desplazamientos Máximos (cms)		
	$\xi_b=2\%$	$\xi_b=2\%$, $\xi_a=40\%$	$\xi_b=2\%$, $\xi_a=80\%$
1	2.0	1.8	1.2
2	3.3	3.0	2.0
3	4.3	3.9	2.7
4	5.1	4.6	3.3
5	5.7	5.1	3.8
6	6.3	5.6	4.1
7	7.4	6.3	4.9
8	8.3	7.1	5.6
9	9.3	7.8	6.2
10	10.0	8.5	6.8
Apéndice	..	8.8	8.0

TABLA VI.9 Ejemplo #3 Sismo Taft

V I I

C O N C L U S I O N E S

Y

R E C O M E N D A C I O N E S

Analizando las tablas de resultados, se puede observar que un absorbedor de vibraciones puede llegar a reducir en forma significativa la respuesta de edificios ante solici - taciones dinámicas.

La respuesta del ejemplo #1 ante el sismo de El Centro con el absorbedor de 40% de amortiguamiento fué del orden del 26%; ante el sismo de Pacoima 25%; ante el sismo Taft ; 31%, de la respuesta máxima del edificio con 2% de amorti - guamiento.

En el edificio de un solo nivel (ejemplo #2), la res - puesta del sistema edificio-absorbedor con 2% y 40% de amor - tiguamiento, respectivamente, fué del orden del 80% ante el sismo de El Centro; 66% ante el sismo de Pacoima; 78% ante - el sismo Taft, de la respuesta máxima del edificio con 2% de amortiguamiento. La respuesta del sistema edificio-absorbe - dor con 2% y 80% de amortiguamiento, respectivamente, fué - del orden del 73% ante el sismo de El Centro; 36% ante el - sismo de Pacoima; 59% ante el sismo Taft, de la respuesta - máxima del edificio con 2% de amortiguamiento.

Por lo que respecta al edificio de 10 niveles (ejemplo # 3), las respuestas del sistema edificio-absorbedor con 2% y 40% de amortiguamiento, respectivamente, fueron del orden del 84% ante el sismo de El Centro; 88% ante el sismo Pa - coima y 86% ante el sismo Taft de la respuesta máxima del - edificio con 2% de amortiguamiento.

La respuesta del sistema edificio-apéndice con 2% y -- 80% de amortiguamiento, respectivamente, fueron del orden - del 53% ante el sismo de El Centro; 82% ante el sismo Pacoj ma; 65 % ante el sismo laft, de la respuesta máxima del edi- ficio con 2% de amortiguamiento.

Cabe mencionar que una ventaja de este tipo de absorbe dores de vibraciones estriba en su utilidad para diferen- tes sismos .

El inconveniente que podría llegar a presentarse sería el costo del absorbedor, comparado con la reducción del cos te de la estructura primaria, tomando en cuenta el efecto - benéfico del absorbedor. Esto se ve reflejado principal- mente por la masa del absorbedor. Así tenemos que, en el - ejemplo #1, la masa del absorbedor con 40% de amortiguamien to es el 10% de la masa de la estructura primaria, mientras que la masa del absorbedor con 80% de amortiguamiento repre- senta el 80% de la masa de la estructura primaria. En el - edificio de un nivel, la masa del absorbedor con 40% de amortiguamiento es el 11% de la masa de la estructura prima- ria, y la del absorbedor con 80% de amortiguamiento es el - 60% de la masa de la estructura primaria. Por último, en - el edificio de 10 niveles, la masa del absorbedor con 40% de amortiguamiento representa el 6% de la masa de la estruc- tura primaria, y la del absorbedor con 80% de amortiguamien to representa el 28%.

Es muy importante el reconocer que todas estas ideas están basadas en que los sistemas absorbedores son capaces de soportar las deformaciones a que estarán sometidos durante un sismo (en el ejemplo #2, ante el sismo El Centro el apéndice tuvo desplazamientos de 458% y 427% del desplazamiento máximo del edificio, con apéndices con 40% y 80% de amortiguamiento, respectivamente) y por lo tanto deberá ser factible su diseño.

Además, este es un estudio teórico del comportamiento de dichos sistemas, por lo que es recomendable y necesario llevarlo a la práctica, a casos reales, y comparar los resultados, para poder llegar a concluir si efectivamente -- son recomendables ó no .

V I I I

R E F E R E N C I A S

- 1.- R. W. Clough and J. Penzien . "Dynamics of Structures"
Mc. Graw-Hill Book Company , 1975.
- 2.- R. W. Clough and J. Penzien . "Analysis of Dynamic
Response " . Mc. Graw-Hill Book Company .
- 3.- Den Hartog , J.P. "Mechanical Vibrations"
Mc. Graw-Hill . New York 1956.
- 4.- N.M. Newmark y E. Rosenblueth . "Fundamentos de Inge-
nería Sísmica " . Edit. Diana, México 1976.
- 5.- Villaverde R. , Newmark N.M. "Seismic Response of
Light Attachments to Buildings ". Structural Research
Series No. 469 . University of Illinois , Urbana III
February 1980.
- 6.- Villaverde R. "Earthquake Response of Systems with
Nonproportional Damping by the conventional Response
Spectrum Method". Proc. Seventh World Conference on
Earthquake Engineering . Istanbul, Turkey . 1980
- 7.- Villaverde R. "Damping Ratios of Systems without Cla-
ssical Modes " . Sometido a revisión para publicación
en la revista de Engineering Mechanics . División ASCE
- 8.- Villaverde R. "A Note on the Damped Vibration Absorber
in Buildings " .

- 9.- Klaus-Jürgen Bathe, E. L. Wilson, F. E. Peterson.
" SAP IV A Structural Analysis Program for Static
and Dynamic Response of Linear Systems ". A Report
to the National Science Foundation. College of ---
Engineering, University of California. Berkeley,
California, June 1973. Revised April 1974.

R E C O N O C I M I E N T O S .

Se agradece al Dr. Roberto Villaverde L. sus comentarios e ideas, así como el haber encauzado el proceso de investigación de este trabajo. A la Dra. Senia Ruiz C. por sus -- comentarios y sugerencias.

Muy especial agradecimiento al Dr. Luis Esteva Marabato, por haber dedicado parte de su valioso tiempo en dirigir y supervisar el desarrollo de este trabajo.

Este trabajo se realizó en el Instituto de Ingeniería, U. N.A.M.

A P E N D I C E S

APENDICE A : Modificaciones al instructivo del
usuario del programa SAP IV.

APENDICE B : Acelerograma sismo El Centro
Acelerograma sismo Pacoima
Acelerograma sismo Taft

APENDICE C : Datos Ejemplo #1 , 2% amortiguamiento.
Datos Ejemplo #1 , 2% amortiguamiento,
apéndice con 40% amortiguamiento.
Datos Ejemplo #1 , 2% amortiguamiento,
apéndice con 80% amortiguamiento.

Apéndice A .

IV. ELEMENT DATA

TYPE 2 - THREE-DIMENSIONAL BEAM ELEMENTS

B. Material Property Cards (15,3F10.0) (antes)
 *(15,5F10.0) (ahora)

Columna	1-5	Material identification number
	6-15	Young's modulus
	16-25	Poisson's ratio
	26-35	Mass density
	36-45	Weight density
*	46-55	Mass-Damping constant "Alfa"
*	56-65	Stiffness-Damping constant "Beta".

* Modificaciones al instructivo, sólo si NDYN=4 y si
 KDFD =1 (ver siguiente modificación)

VII. ANALISIS DINAMICO (NDYN=4)

A. Control Card (5I5,3F10.0) (antes)

* (5I5,1F10.0,15) (ahora)

Columns 1-5 Número de funciones respecto al tiempo
 6-10 Indicador de aceleración del terreno
 11-15 Número de tiempos de arribo diferentes
 16-20 Número de pasos de solución.
 21-25 Intervalos de impresión de desplazamientos, esfuerzos.
 26-35 Intervalo de tiempo
 * 36-45 Constante de amortiguamiento "Alfa"
 * 46-55 Constante de amortiguamiento "Beta"
 ** 56-60 KOFD : Kind of Damping
 Proportional, KOFD=0
 Non-proportional, KOFD=1

* Estas variables no intervienen si KOFD=1

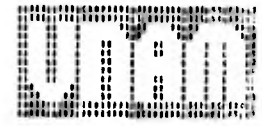
** Modificación para indicar la existencia de apéndice.

C. Time Function Cards (15,F10.0,12AI) (antes)

(2I5,F10.0,12AI) (ahora)

Columns * 1-5 NLA
 6-10 NLP
 11-20 Scale Factor
 21-75

59.00	-346.53198	-353.20423	-309.45808	-286.77140	-116.89105	-31.91859	117.67519	168.59700
60.00	160.74205	75.68514	101.43958	94.46467	113.67130	120.73047	116.44751	90.34763
61.00	160.46054	75.85990	106.47863	102.35022	3.13120	70.17044	125.56721	154.14423
62.00	-171.98028	-171.84700	-108.01071	62.36073	221.71420	303.34351	100.24626	50.75612
63.00	-24.96588	143.75510	148.96419	150.40035				
64.00	0.00							
65.00	0.00							
66.00	0.00							
67.00	0.00							
68.00	0.00							
69.00	0.00							
70.00	0.00							
71.00	0.00							
72.00	0.00							
73.00	0.00							
74.00	0.00							
75.00	0.00							
76.00	0.00							
77.00	0.00							
78.00	0.00							
79.00	0.00							
80.00	0.00							
81.00	0.00							
82.00	0.00							
83.00	0.00							
84.00	0.00							
85.00	0.00							
86.00	0.00							
87.00	0.00							
88.00	0.00							
89.00	0.00							
90.00	0.00							
91.00	0.00							
92.00	0.00							
93.00	0.00							
94.00	0.00							
95.00	0.00							
96.00	0.00							
97.00	0.00							
98.00	0.00							
99.00	0.00							
100.00	0.00							
101.00	0.00							
102.00	0.00							



No. 1 2323C

5900	-20.41470	-4.36368	-2.29789	-16.45459	-30.21156	-59.03033	-50.20057	-38.43020
6000	-38.37070	-76.73545	-4.45090	-40.14351	-75.69243	-75.03354	-62.65376	-50.33110
6100	-65.66315	-83.90711	-10.34506	-15.26045	-107.77145	-80.41107	-32.56441	-18.20390
6200	-60.61800	-122.77720	-143.93542	-49.36080	-48.42039	-14.70368	-1.70000	-20.04111
6300	-11.69057	-44.75064	-21.22087	-42.66413				
6400	0.00000							
6500	0.00000							
6600	0.00000							
6700	0.00000							
6800	0.00000							
6900	0.00000							
7000	0.00000							
7100	0.00000							
7200	0.00000							
7300	0.00000							
7400	0.00000							
7500	0.00000							
7600	0.00000							
7700	0.00000							
7800	0.00000							
7900	0.00000							
8000	0.00000							
8100	0.00000							
8200	0.00000							
8300	0.00000							
8400	0.00000							
8500	0.00000							
8600	0.00000							
8700	0.00000							
8800	0.00000							
8900	0.00000							
9000	0.00000							
9100	0.00000							
9200	0.00000							
9300	0.00000							
9400	0.00000							
9500	0.00000							
9600	0.00000							
9700	0.00000							
9800	0.00000							
9900	0.00000							
10000	0.00000							



RECEIVED

SECRET

SECRET

SECRET

SECRET

SECRET



