

Lej 148

Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA



**DISEÑO DE ALGUNAS SOLUCIONES PARA SISTEMAS
DE PISO DE CONCRETO REFORZADO EN EDIFICIOS**

T E S I S

Que para obtener el título de:

I N G E N I E R O C I V I L

P r e s e n t a :

J O R G E R O M E R O G A R C I A

México, D. F.

1981



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

P R O L O G O

La elección de este tema surgió de la inquietud que -- siempre he tenido por el estudio del concreto reforzado, -- pues estoy plenamente convencido de que los cursos de mecánica de materiales y estructuras de concreto impartidos en la Facultad de Ingeniería, son una parte medular de la carrera de ingeniero civil. Esta opinión la baso en las experiencias obtenidas durante el ejercicio de la profesión, en la cual se presentan continuamente situaciones relacionadas con estructuras de concreto reforzado. De ahí la necesidad de resolver los problemas que traen consigo dichas situaciones, me han obligado a conocer lo que es el concreto y su amplio uso. Ahora, es bien sabido que en nuestro --- País se está viviendo la etapa del desarrollo económico, social y tecnológico, y es en este último aspecto en donde la función que desarrolla el ingeniero es vital.

Por lo que toca al avance tecnológico de la construcción y específicamente en la tecnología del concreto, el ingeniero civil juega un papel de suma importancia, debido a esto se hace necesaria la "especialización" y "actualización" del mismo, en este campo.

I N D I C E

I. INTRODUCCION

I.1. ¿QUE ES UN SISTEMA DE PISO?

I.2. SISTEMAS DE PISO DE CONCRETO REFORZADO

I.3. ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE UN SISTEMA DE PISO Y
SUS CARACTERISTICAS

I.4. ANALISIS DE LOSAS

I.4.A. METODO DE LOS COEFICIENTES

I.4.B. METODO DE LA ESTRUCTURA EQUIVALENTE

II. DISEÑO DE LA SOLUCION CON LOSA PERIMETRAL

II.1 LA LOSA PERIMETRAL

II.2 METODO DE ANALISIS POR COEFICIENTES DEL REGLA--
MENTO DEL DISTRITO FEDERAL

II.2.A. ORIGEN DEL METODO

II.2.B. LIMITACIONES PARA SU USO

II.3. EJEMPLO DE DISEÑO

III. DISEÑO DE LA SOLUCION FUNDAMENTADA EN LA ESTRUCTURA - EQUIVALENTE

III.1. EL METODO DE LA ESTRUCTURA EQUIVALENTE

III.2. VARIABLES QUE INTERVIENEN EN EL DESARROLLO DEL
METODO

III.3. SECUENCIA DE CALCULO

III.4. EJEMPLO DE DISEÑO

**IV. COMENTARIOS ACERCA DE SOLUCIONES DE SISTEMAS DE PISO
PREESFORZADOS**

IV.1. INTRODUCCION AL CONCRETO PREESFORZADO

**IV.2. DIVERSAS SOLUCIONES DE SISTEMAS DE PISO PREES-
FORZADOS**

IV.3. PROCEDIMIENTOS DE DISEÑO

V. CONCLUSIONES

I.1. ¿QUE ES UN SISTEMA DE PISO?

Cuando se habla de un sistema de piso se concibe éste como una combinación de elementos estructurales cuya finalidad es lograr una superficie horizontal de apoyo, con una capacidad dada para resistir las distintas sollicitaciones que en ella se puedan aplicar.

Conviene comentar que los primeros sistemas de piso -- construidos, estaban formados por una secuencia de tablones apoyados en vigas de madera, que a su vez transmitían las cargas a las columnas o muros. Este tipo de piso entró en desuso por sus limitaciones en cuanto a la longitud máxima de sus claros y a la magnitud de las cargas que podía soportar.

Actualmente existen otros tipos de materiales que integran un sistema de piso y que pueden sustituir con ventaja al sistema antes mencionado.

Uno de estos sistemas se forma empleando perfiles de acero combinados con tabique rojo recocido, formando bóvedas en las cuales se aplica un relleno y sobre éste un piso de cemento u otro material, para obtener una superficie horizontal.

Otro sistema de piso, puede ser el formado por viguetas de acero y losa de concreto reforzado conocido como sistema compuesto aunque no es muy usado, tiene algunas ventajas su empleo. Sin embargo ofrece la desventaja de un mayor costo debido a los materiales integrantes como las viguetas.

El concreto reforzado ofrece una solución más económica y con mayores posibilidades de aplicación, teniendo en cuenta que se pueden presentar distintos casos de losas. Algunas de sus ventajas son la facilidad de ejecución y su capacidad de resistencia.

1.2. SISTEMAS DE PISO DE CONCRETO REFORZADO

Dentro de la solución de sistemas de piso de concreto reforzado se tienen dos casos: el primero corresponde a las losas que se apoyan sobre traveses que a su vez descansan sobre columnas, y el segundo caso corresponde a las losas -- que se apoyan directamente sobre las columnas sin requerir el apoyo de las traveses. éstas reciben el nombre de losas planas.

En las losas planas se utilizan a veces ampliaciones en la zona de contacto de la columna con la losa. Como el tamaño de las traveses de apoyo de losas perimetralmente apoyadas puede ser cualquiera, las losas planas pueden considerarse como un caso particular de las losas perimetralmente apoyadas en las que las traveses se han ido reduciendo de sección

hasta desaparecer. Análogamente las losas perimetralmente apoyadas pueden visualizarse como losas planas en las que se han rigidizado los ejes que unen las columnas. Sin embargo se debe hacer la distinción debido a que se tiene un caso extremo de losa, y es la que se apoya sobre muros, por lo tanto se tienen tres distintos casos que son:

- a) Losas con trabes rígidas o apoyadas en muros (losas perimetrales).
- b) Losas con trabes de cierta rigidez.
- c) Losas sin trabes (losas planas).

Figura 1. (a), (b), (c).

De todos estos casos el sistema de piso más usual es el formado por la combinación de losa y trabes, colados monolíticamente, (caso b) logrando con esto un comportamiento más definido del conjunto. También se mejora la rigidez de la losa al permitir la condición de continuidad sobre las trabes y al incorporar a éstas el espesor de la losa, aquí cabe destacar que las losas de este tipo se diseñan suponiendo -- que primero ocurre la falla por flexión y que el cortante no llega a ser un efecto predominante.

Por otro lado en los sistemas de piso (caso c) sin tra-

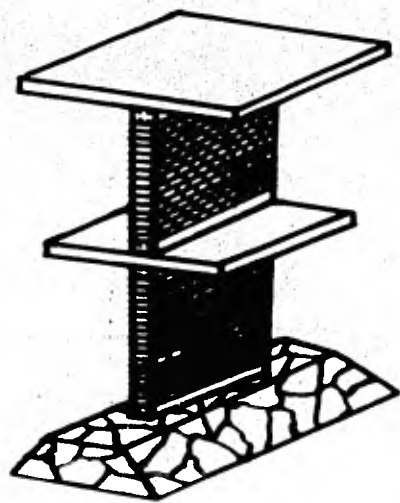


Fig. 1a) Losa apoyada en muros.

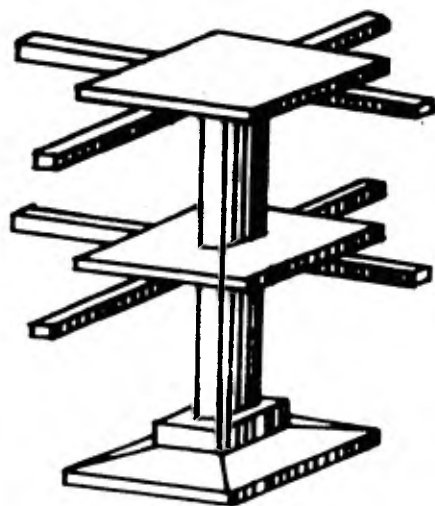


Fig. 1b) Losa apoyada en traves.

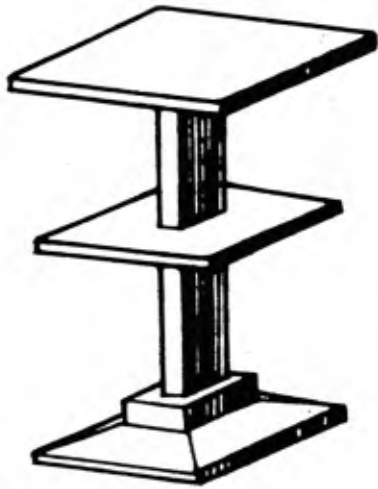


Fig.1c) Losa apoyada sobre columnas.

bes la losa toma el nombre de losa plana, esta losa tiene -- la ventaja de ofrecer una superficie plana en su parte inferior, fácil de cimbrar y a la que se le puede dar un acabado económico. Además como su peralte total es menor que el de un sistema de piso conformado por losas y trabes, reduce la altura total de la estructura de la cual forma parte.

En este caso para evitar que la losa falle por efectos de cortante, mucho antes de que se alcance la resistencia a flexión, debido a que la losa se encuentra sujeta a cargas concentradas altas por el hecho de estar apoyada directamente sobre las columnas, se hacen algunas modificaciones y ampliaciones tanto en la losa como en elemento soportante (columna). Generalmente se aumenta el espesor de la losa en la zona de contacto con la columna con el objeto de reducir los esfuerzos de compresión en los apoyos. Por la misma razón se reducen también el momento flexionante y el esfuerzo cortante en estos mismos puntos, al aumentar la sección resistente y disminuir simultáneamente el claro. A este engruesamiento en la losa también se le conoce con el nombre de abaco. (Ver fig. 2 a).

La ampliación que corresponde a la columna se conoce -- con el nombre de capitel, que es solamente un engruesamiento del fuste con forma de un cono truncado en la parte superior de la columna. (Ver fig. 2 b). Forma una liga rígida -- con la losa, capaz de transmitir momentos flexionantes. La

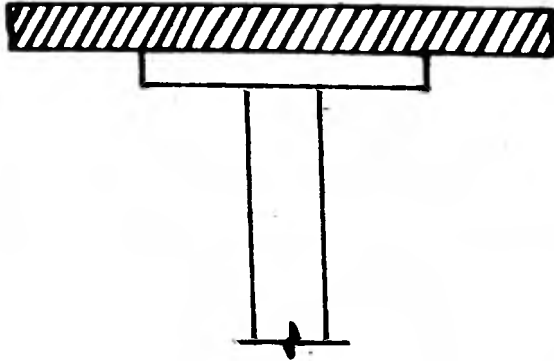


Fig. 2a) Losa con abaco.

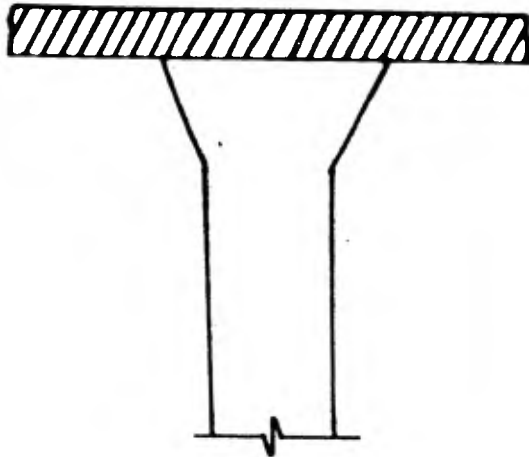


Fig. 2b) Columna con capitel.

importancia que tiene esta ligazón es de comprenderse puesto que se requiere que la columna tenga un momento de inercia - tal, que tenga la capacidad de formar junto con la losa una estructura con uniones rígidas.

1.3. ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE UN SISTEMA DE PISO Y SUS CARACTERISTICAS.

Es conveniente definir el funcionamiento mecánico de cada uno de los elementos estructurales que constituyen sistemas de piso.

El primer elemento y el que ocupa el desarrollo de este tema es la losa.

La losa es un elemento cuyas dimensiones en planta son relativamente grandes en comparación con su peralte (espesor). Las acciones principales sobre la losa, son cargas - normales a su plano, sin olvidar que en ocasiones actúan también fuerzas contenidas en su plano (sismo o viento).

En general la losa cubre tableros cuadrados o rectangulares, aquí conviene recordar que el comportamiento de las - losas se mejora notablemente si éstas son prácticamente cuadradas, pues para relaciones mayores o igual a dos, de claro largo a claro corto, la losa funciona como apoyada en un solo sentido. El funcionamiento de la losa en sí, es soportar cargas y transmitir las a los apoyos (trabes y/o columnas según sea el caso). también puede funcionar como un diafragma horizon-

tal que une y rigidiza a la estructura, distribuyendo los -- cortantes cuando se originan fuerzas horizontales causadas -- por sismo.

Una cualidad importante de la losa es que es altamente hiperestática, pues cuando se sobrecarga una franja, no sólo puede transportar la carga añadida a las franjas vecinas paralelas, sino que también puede transportarla a las franjas perpendiculares si éstas no se encuentran sobrecargadas. -- Gracias a esta tendencia la losa se hace más dúctil.

Al segundo elemento estructural constitutivo de un sistema de piso se le conoce con el nombre de trabe, ésta tiene como función principal, repartir y transportar cargas y momentos a las columnas y como función complementaria ligarlas formando con ellas marcos resistentes. Fundamentalmente es tán sometidas a flexión, bajo la acción de cargas perpendiculares a su eje, por lo que son muy importantes las deformaciones producidas por tal efecto y en menor grado por el esfuerzo cortante.

Cabe mencionar que este elemento no existe en el caso de losa plana, ya que se sabe que dicha losa se apoya directamente sobre las columnas, de ahí que este tipo de estructu ración es limitativo ante cargas laterales dada su flexibili dad.

I.4. ANALISIS DE LOSAS

A) Debido a la existencia de entrepisos formados con trabes y sin ellas se han generado dos diferentes métodos de análisis; el método de los coeficientes de Siess y Newmark y el método de la estructura equivalente, el primero es aplicable sólo al caso de losas perimetrales en tanto que el segundo es más general teniendo como solución particular el caso en que las trabes son de rigidez infinita o nula. Cabe comentar que ambos métodos están fundamentados en análisis elásticos correlacionados con coeficientes obtenidos experimentalmente.

Debido a que fundamentalmente el concreto reforzado no cumple con las hipótesis relativas a la homogeneidad y elasticidad del material dada la presencia del agrietamiento.

En el método de los coeficientes de Siess y Newmark basado en el análisis de placas, los momentos se determinan para cada tablero por medio de coeficientes, dependiendo éstos de la carga total que soporta cada uno, de las dimensiones del apoyo y principalmente del claro considerado, así el momento calculado se distribuye entre secciones de la losa llamada franjas, mediante los coeficientes determinados por el ensaye de losas. El reglamento del Distrito Federal presenta algunos casos en los que puede aplicarse este método.

B) El método del marco equivalente a diferencia del ante-

rior método, idealiza la estructura en marcos, en este caso acepta que la losa se integra a las columnas y trabes (en caso de haberlas) participando en la rigidez y resistencia del marco.

El análisis se lleva a cabo por cualquiera de los métodos convencionales de estructuras continuas.

En el capítulo siguiente se describe con mayor amplitud el método de los coeficientes.

CAPITULO II

C A P I T U L O I I . DISEÑO DE LA SOLUCION CON LOSA -
PERIMETRAL

II.1. LA LOSA PERIMETRAL

La solución con losa perimetral (llamada así porque se encuentra perimetralmente apoyada) encuentra su aplicación en sistemas de piso formados por losas con trabes rígidas o losas apoyadas en muros, y generalmente es maciza (ver figura - 3 a).

A efecto de que el peralte de la losa no resulte excesivo en el caso de claros importantes, se puede controlar el claro efectivo de la losa mediante trabes secundarias (ver figura 3 b).

Esta solución presenta el inconveniente de disminuir la altura libre de entrepiso dado el peralte de las trabes principales.

En el caso particular de que la losa trabaje principalmente en una dirección (relación de claro corto a claro largo menor que 0.5) el aligeramiento se logra incorporando tubos de cartón (sonotubos) con lo que se disminuye la carga por peso propio de la losa. (Ver figura 3 c)

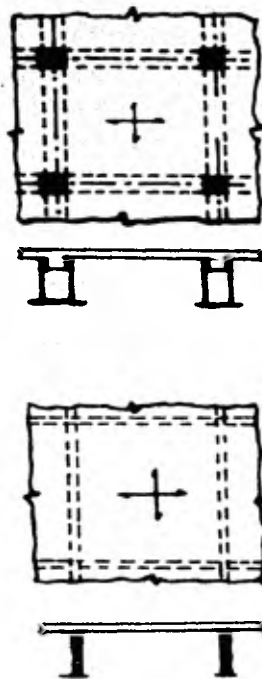


Fig. 3a) Losa apoyada en traves y muros.

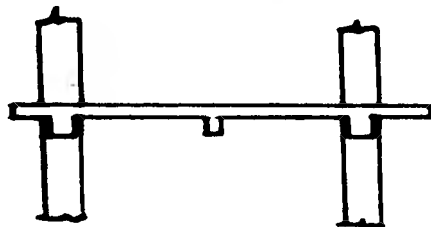


Fig. 3b) Losa con traves secundarias.

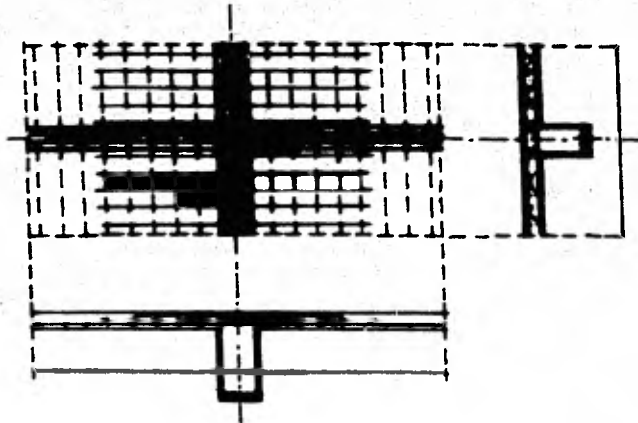


Fig. 3b) Detalle de armado de trabe secundaria.

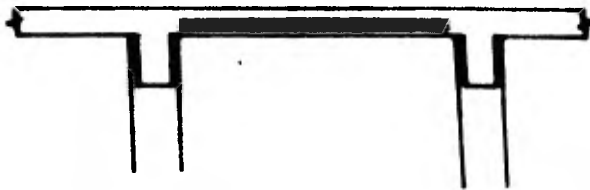


Fig. 3c) Losa aligerada con sonotubos.

II.2. METODO DE ANALISIS DEL REGLAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL

El método empírico de los coeficientes es un análisis usado con frecuencia para el tipo de losa perimetral, pues - al considerarse que los apoyos de todos los lados son rígidos, con flechas muy pequeñas casi insignificantes comparadas con las de la losa, se hace la suposición de que la losa resiste en gran parte las cargas y momentos que obran en ella. Por tal razón se determinan los elementos mecánicos aislando la losa de la estructura sin efectuar un análisis de conjunto en el que se considera a la losa trabajando con sus apoyos.

El análisis de losas mediante los "coeficientes" tuvo su origen en estudios basados en la teoría de la elasticidad, que aunque el concreto reforzado no cumple con las características ideales de los materiales homogéneos y elásticos, los resultados son aproximados. De los planteamientos de la teoría elástica se obtuvo la ecuación diferencial:

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = \frac{w}{N}$$

en la cual "z" representa las deflexiones de la losa en dirección normal a su plano, "x" y "y" representan las coordenadas en el plano de la losa, "w" representa la carga aplicada y "N" representa la rigidez de la losa.

Así para casos particulares de losas se tendría que resolver la ecuación anterior y con ello determinar las accio-

nes internas, esto conduciría a un proceso sumamente laborioso que no resulta aconsejable para fines prácticos. Sin embargo se han obtenido soluciones por casos comunes, en las que con modificaciones se han generado coeficientes de diseño. Este método consiste en utilizar coeficientes modificados para tomar en cuenta aspectos como los siguientes:

- a) Las distribuciones de momentos en losas de concreto reforzado son diferentes a las distribuciones elásticas, debido a la influencia del agrietamiento.
- b) Las condiciones de apoyo de losas de estructuras reales no corresponden a las condiciones ideales de las losas analizadas elásticamente. Pues se sabe que las losas reales suelen apoyarse sobre trabes que tienen una rigidez a flexión finita, es decir, que las trabes tienen cierta flexibilidad, mientras que las losas ideales se analizan soportadas sobre apoyos infinitamente rígidos.
- c) Las trabes de las estructuras reales trabajan como trabes "T" con un ancho de patín difícil de definir por lo que resultan incertidumbres en su rigidez. Este es uno de los aspectos no tomados en cuenta en los análisis elásticos comunes.
- d) De acuerdo con las distribuciones teóricas de momentos éstos varían a lo largo de los ejes de la losa, lo que impli

ca colocar el refuerzo con una distribución diagonal, dado que esto resulta impráctico y considerando por otra parte - que el reajuste o redistribución del momento flexionante in dica que el acero no tiene que colocarse exactamente en los lugares que requiera el momento elástico. (Ver figura 4 a, b.)

Con su sistema muy redundante de soportar la carga, la losa, antes de la falla, tenderá más a desviar los momentos a las secciones capaces de resistirlos. Pero no por esto se puede decir que cualquier distribución arbitraria del -- acero en cantidad suficiente para soportar la carga total, desarrollará antes de que la losa falle completamente, además podría resultar en la fluencia local del acero y por en de en grandes grietas y deformaciones. En la práctica es usual considerar dos o tres zonas de momentos constantes, - de esta manera se logran separaciones uniformes del acero - de refuerzo en zonas o franjas de la losa, en las cuales el refuerzo se va reduciendo de la franja central hacia los -- bordes del tablero.

Todas las consideraciones anteriores contemplan el com portamiento inelástico de las losas antes de la falla, con esto se originan reajustes en los coeficientes favorables - al análisis.

Para entender mejor el funcionamiento de una losa peri metral es menester conocer su comportamiento bajo carga, pa

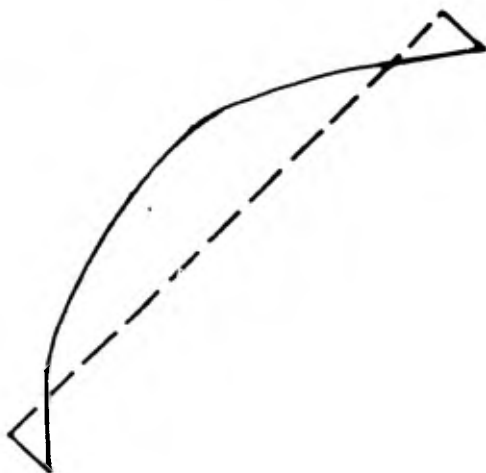
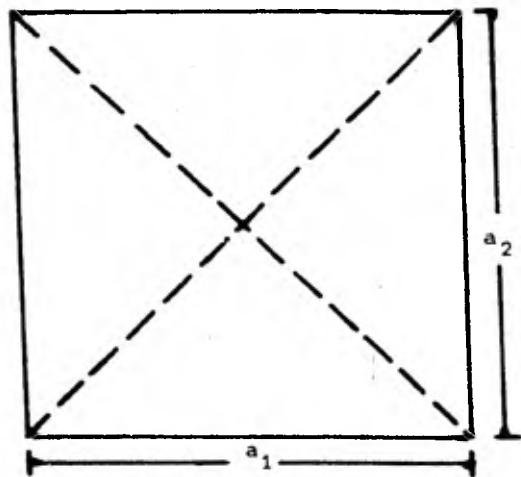


Fig. 4a) Ejes diagonales de momentos máximos.

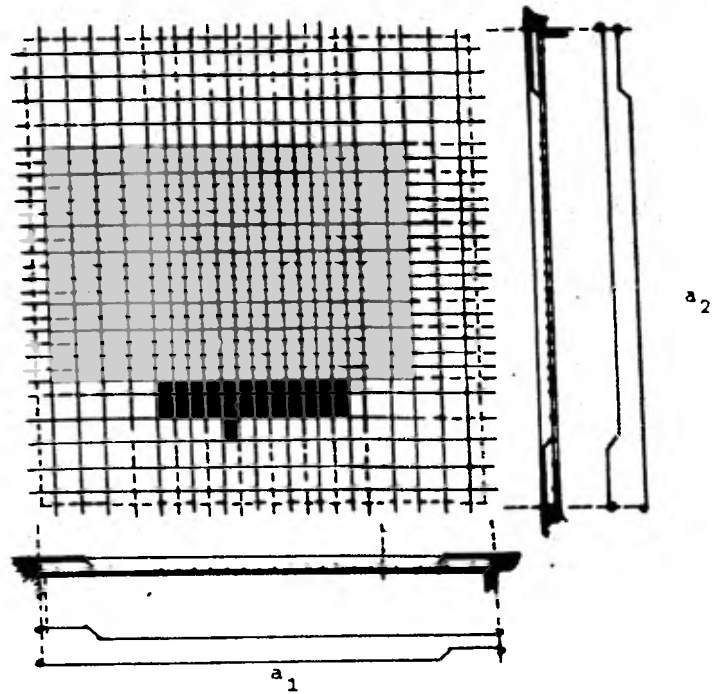


Fig. 4b) Detalle de armado de una losa perimetral.

ra tal efecto se tienen estudios de losas ensayadas en laboratorio. Es conveniente entender que con la palabra "comportamiento" de una losa se describe la secuencia de etapas de deflexión y agrietamiento de la misma hasta alcanzar su resistencia última (falla).

Una gráfica ilustrativa del comportamiento de una losa bajo cargas de prueba, es la obtenida por la correlación de la carga-deflexión, (ver figura 5) esto es, la losa se ensaya pasando por diferentes etapas de carga hasta la falla, midiendo los diversos grados de deflexión en el centro del claro.

La primera etapa corresponde al comportamiento lineal - que se designará con la trayectoria desde el origen hasta el punto "A" (0-A), es aquí en donde el agrietamiento del concreto en la zona de tensión es casi despreciable (ver figura 6) haciendo notar que las cargas de servicio de losas se encuentran generalmente cerca de la carga correspondiente al punto "A".

La segunda etapa del comportamiento corresponde a la -- trayectoria del punto "A" hasta el punto "B" y es en esta -- etapa en donde aparece el agrietamiento del concreto en la zona de tensión (ver figura 7) y el acero inicia su fluencia pero éste sin llegar al límite.

A la tercera etapa se le llama resistencia y corresponde a la trayectoria del punto "B" al punto "C". En esta --

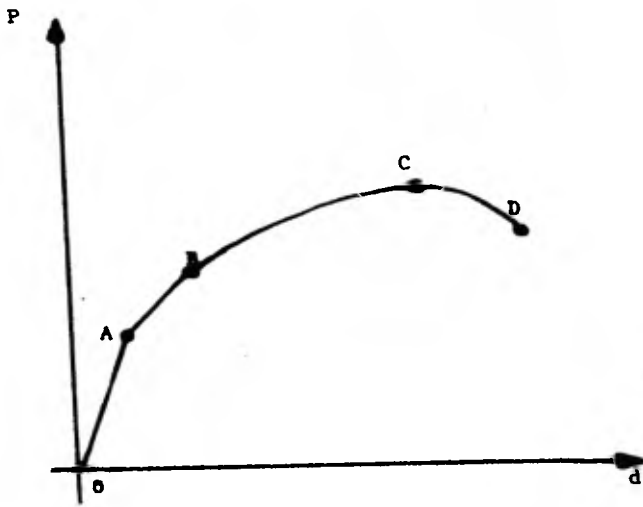


Fig. 5) Gráfica carga-deflexión de una losa.

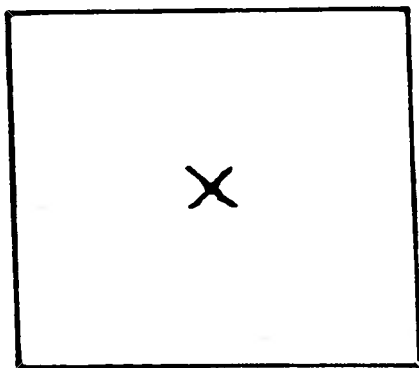


Fig. 6) Agrietamiento correspondiente a la trayectoria 0-A.

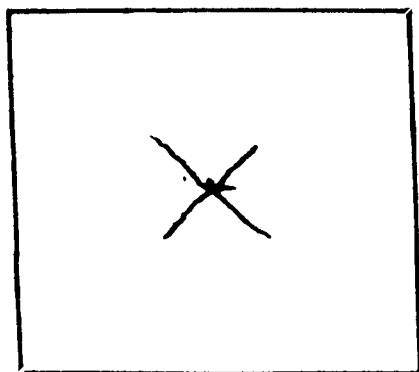


Fig. 7) Agrietamiento correspondiente a la trayectoria A-B.

etapa los esfuerzos en el acero sobrepasan el límite de fluencia al igual que el agrietamiento del concreto (ver figura 8). Dicha fluencia del refuerzo se inicia en las zonas de momentos flexionantes máximos y se propaga gradualmente hacia las zonas de momentos menores.

Es en la última etapa del comportamiento en donde ocurre la falla total de la losa y corresponde a la trayectoria de la curva del punto "C" al punto "D" (ver figura 9).

II.2.A. ORIGEN DEL METODO

El método del reglamento del Distrito Federal está fundamentado en el desarrollo original de Siess y Newmark, consiste en analizar las losas perimetrales usando coeficientes que afectan al producto ws^2 , siendo la dimensión "s" -- del claro corto y "w" la carga aplicada. Dicho producto -- resulta del análisis matemático pues se tiene que el momento negativo en una franja larga del tablero es aproximadamente el mismo, cualquiera que sea la longitud del claro -- (claro largo).

Los momentos obtenidos están dados por unidad de ancho. (Ton-m/m), posteriormente al cálculo de momentos se procede a obtener el porcentaje de refuerzo (acero) utilizando las fórmulas de flexión, como si se tratase de vigas de ancho unitario.

Es conveniente resaltar que las tablas de coeficientes

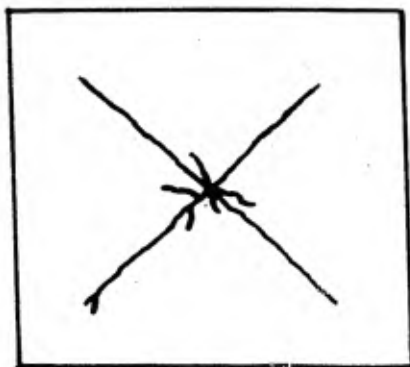


Fig. 8) Agrietamiento correspondiente a la trayectoria B-C.

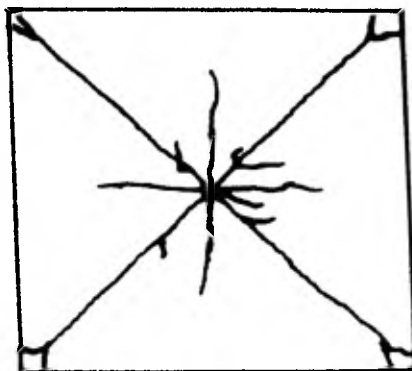


Fig. 9) Agrietamiento correspondiente a la trayectoria C-D, próximo al colapso.

incluyen losas coladas monolíticamente con sus apoyos y no coladas monolíticamente con ellos, desde luego que en el -- primer caso, los apoyos (trabes) proporcionan cierta res--- tricción a la losa contra el giro, lo que no sucede en el - segundo caso ya que la losa puede girar libremente.

Todas las losas analizadas por este método deben consi- derarse divididas, en dos franjas de borde y una central, - para cada claro. (Figuras 10 a, 10 b). La determinación de los anchos de franja se hace de la manera siguiente:

Para relaciones de claro corto a claro largo, mayores de 0.5 las franjas centrales tienen un ancho igual a la mi- tad del claro perpendicular a ellas y cada franja extrema - tiene un ancho igual a la cuarta parte del mismo.

Para relaciones menores de 0.5, la franja central per- pendicular al claro largo tiene un ancho igual a $a_2 - a_1$ y cada franja extrema igual a $a_1/2$ donde a_1 es el claro corto y a_2 es el claro largo.

Los momentos determinados con los coeficientes corres- ponden a las franjas centrales, para determinar los momen- tos de las franjas extremas sólo basta con multiplicar por 0.60 los momentos de franja central.

Después de determinados todos los momentos negativos y positivos actuantes en cada uno de los tableros, se procede a hacer un ajuste de momentos en los lados adyacentes de un tablero con otro para lograr un solo momento en dichos lados.

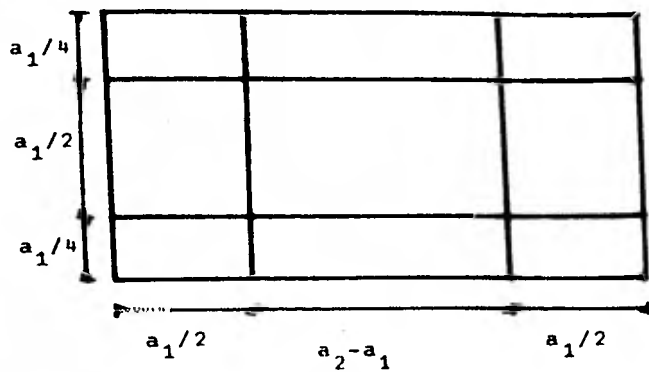


Fig. 10a) Relación de claro corto a claro largo menor de 0.5

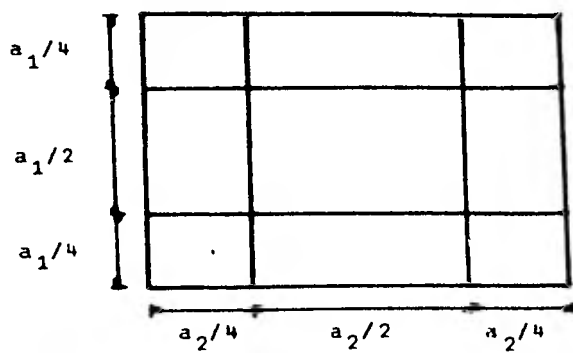


Fig. 10b) Relación de claro corto a claro largo mayor de 0.5

II.2.B. LIMITACIONES PARA SU USO

El método de análisis del reglamento del Distrito Federal puede aplicarse a losas perimetrales si se satisfacen -- las siguientes limitaciones:

- 1) Los tableros son aproximadamente rectangulares.
- 2) La distribución de las cargas que actúan sobre la losa es aproximadamente uniforme en cada tablero.
- 3) Los momentos negativos en el apoyo común no difieren entre sí en más de 50% del menor de ellos.
- 4) La relación de carga viva a carga muerta no es mayor que 2.5 para losas monolíticas con sus apoyos, ni mayor que 1.5 en otros casos.

Por medio de este método el dimensionamiento y la cantidad de acero de refuerzo resultan ser muy conservadores, --- pues se ha observado que las losas ensayadas resisten cargas sustancialmente mayores que las cargas de diseño.

El incremento de la resistencia se debe al hecho de que los coeficientes se obtuvieron de soluciones elásticas y por lo tanto debían sólo ser aplicables a cargas de servicio, lo cual no sucede en este método planteado, ya que se usa para la obtención de los momentos flexionantes la carga "w" que corresponde a la resistencia última de la losa.

II.3. EJEMPLO DE DISEÑO

Ejemplo de diseño de una losa perimetral por el método de los coeficientes del reglamento del Distrito Federal.

La estructura corresponde a un edificio destinado a oficinas, de tres niveles con tres crujfas en la dirección "X" y dos crujfas en la dirección "Y". (Ver Figura)

Datos generales:

Las columnas tienen una sección de 40 x 40 cm, las trabes o apoyos de la losa son monolíticos con ella y tienen -- una sección de 25 x 50 cm en el 1er nivel.

La resistencia del concreto es de 250 kg/cm^2 y la resistencia del acero de refuerzo es de $4,200 \text{ kg/cm}^2$.

Como primer paso se hará la estimación de la carga muerta.

1° Si se supone una losa de 15 cm de espesor, se tiene:

$$0.15 \text{ m} \times 2.4 \text{ t/m}^3 = 0.360 \text{ ton/m}^2$$

El piso y su acabado consistirán en un firme de mortero-cemento de 4 cm y losetas de mármol 30 x 30 de 4 cm de espesor, por lo tanto se tiene: $0.04 \times 2.2 \text{ t/m}^3 = 0.088 \text{ ton/m}^2$

$$0.04 \times 2.8 \text{ t/m}^3 = 0.112 \text{ ton/m}^2$$

Haciendo el resumen de carga muerta:

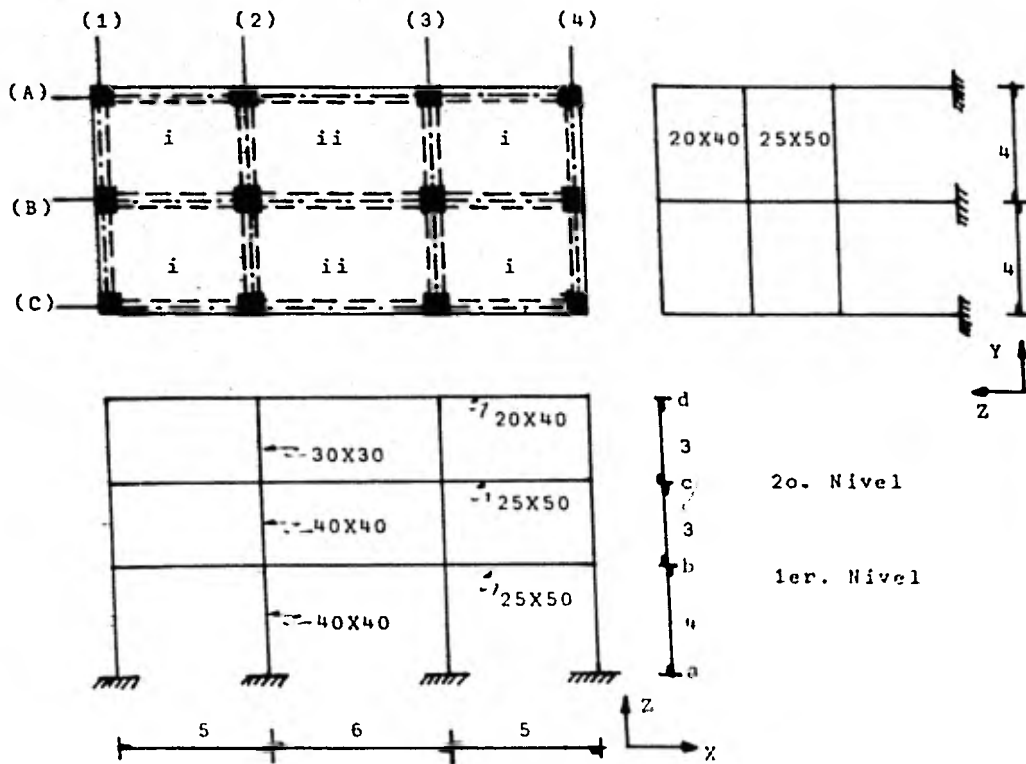


Fig. del ejemplo.

Losa de 15 cm.	0.360 ton/m ²
Firme de 4 cm	0.088 "
Loseta de mármol	<u>0.112 "</u>

$$\text{Carga muerta} = \text{C.M.} = 0.560 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{Con una carga viva de : } \text{C.V.} = \underline{0.400 \text{ ton/m}^2}$$

$$\text{Carga de servicio } W = 0.960 \text{ ton/m}^2$$

Para obtener la carga de diseño se multiplica la carga de servicio por el factor de carga que la incrementa en un 40%.

$$\text{F.c.} \times W ; 1.4 \times 0.960 = 1.34 \text{ ton/m}^2$$

$$\therefore W_u = 1.34 \text{ ton/m}^2$$

El segundo paso es hacer la estimación del peralte de la losa y compararlo con el peralte supuesto.

2° Es común obtener el peralte, de dividir el perímetro de la losa entre 200, con esto se evitan deflexiones excesivas en la losa.

$$d = \frac{a_1(2) + a_2(2)}{200}$$

en donde: a_1 = claro corto

a_2 = claro largo.

Se tiene que usar el tablero crítico de la losa, que en este caso resulta ser el tablero "ii" puesto que tiene mayor claro que el tablero "i".

$$d = \frac{(575 \times 1.25) + 575 + (375 \times 2)}{200}$$

$$d = \frac{2043}{200} = 10.22 \text{ cm}$$

Se observa que se tomaron las dimensiones de los claros en centímetros, y medidos a centros de los apoyos. También es visible que se incrementó el claro largo discontinuo 1.25 por ser un tablero de borde, monolítico con la trabe.

Con el peralte obtenido se procede a obtener el peralte mínimo según la siguiente ecuación propuesta por el reglamento del D.F. 1976:

$$d_{\text{mfn}} = d \times 0.034 \sqrt[4]{f_s \times w}$$

$$\text{donde: } f_s = 0.6 f_y = 0.6 \times 4200 \text{ kg/cm}^2 = 2520 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{se revisa que } 2520 \text{ kg/cm}^2 > 2000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{y } w = 960 \text{ kg/m}^2 > 380 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore d_{\text{mfn}} = 10.22 \times 0.034 \sqrt[4]{2520 \times 960}$$

$$d_{\text{mfn}} = 13.6 \approx 13 \text{ cm (peralte efectivo)}$$

y suponiendo un recubrimiento libre de 2 cm, se tiene un peralte de:

$$h = d + r = 13 + 2 = 15 \text{ cm}$$

$h = 15 \text{ cm}$ que resulta ser igual al peralte total su puesto en la estimación de cargas.

El tercer paso es revisar por flexión el peralte que se propuso.

3° Se debe cumplir que el porcentaje de acero de la losa sea menor o igual al porcentaje máximo.

$$p \leq p_{\text{max}} \quad \text{y} \quad p \geq p_{\text{mfn.}} \quad (\text{por temperatura}).$$

Se revisará con el momento negativo en el claro corto - del tablero "ii" por ser el momento máximo.

$$\text{Con la relación de claros} \quad m = \frac{a_1}{a_2}$$

$$m = \frac{375}{575} = 0.652$$

De la tabla I se obtiene:

$$\text{Relación de claros} = 0.6 \quad \text{---} \quad K = 514 \times 10^{-4}$$

$$\text{Relación de claros} = 0.7 \quad \text{---} \quad K = 453 \times 10^{-4}$$

e interpolando linealmente se tiene que:

$$K = 0.0483$$

y el momento último " M_u " :

$$M_u = K \times 10^{-4} \times a_1^2 \times W_u$$

$$M_u = 0.0483 \times (3.75)^2 \times 1.34$$

$$M_u = 0.951 \text{ Ton} - \text{m}$$

$$\frac{M_u}{bd^2} = \frac{95100 \text{ kg} - \text{cm}}{100 \times (10)^2} = 9.51 \text{ kg/cm}^2$$

Se calculó "d" como: $d = h - r - 3$ (peralte positivo)

$$d = 15 - 2 - 3 = 10 \text{ cm}$$

con estos datos de la figura "A" (del apéndice), se obtiene:

$$p = 0.0028$$

Para el cálculo de P máx. se calcula:

$$f^*c = 0.8 f'c = 0.8 \times 250 \text{ kg/cm}^2 = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = 0.85 f^*c = 0.85 \times 200 \text{ kg/cm}^2 = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{y } f''c < 250 \text{ kg/cm}^2 \text{ entonces:}$$

$$P_{\max} = P_b ; P_b = \frac{f'' c}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000}$$

$$P_{\max} = \frac{170}{4200} \frac{4800}{6000 + 4200} = 0.01$$

$$\therefore P < P_{\max}$$

$$\text{o sea } 0.0028 < 0.01$$

y el peralte se acepta por flexión.

El siguiente paso es calcular el refuerzo mínimo por --
temperatura.

4° Con la fórmula siguiente:

$$A'_{sm} = \frac{450 X_1}{f_y (X_1 + 100)} ;$$

X_1 = Menor dimensión del tablero

$$X_1 = h = 15 \text{ cm}$$

$$A'_{s \text{ mfn.}} = \frac{450 \times 15}{4200 (15 + 100)} = 0.0139 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Y para un ancho de 100 cm el área de acero será:

$$A_s \text{ mfn.} = A'_{s \text{ mfn.}} \times 100 \text{ cm} = 0.0139 \times 100 = 1.39 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Si se usan barras ϕ 3/8" (# 3) corresponde una separación de:

$$\text{Area de la barra \# 3} = 0.71 \text{ cm}^2$$

$$\text{y } S = \frac{100 A's}{A_s}$$

$$S = \frac{100 \times 0.71}{1.39} = 51 \text{ cm}$$

Pero en este caso S es mayor que S máx. de 50 cm y menor que 2 a 3 h.

∴ rige la máxima separación de 50 cm.

El paso que sigue es calcular los momentos flexionantes en base a la tabla de coeficientes I.

5°

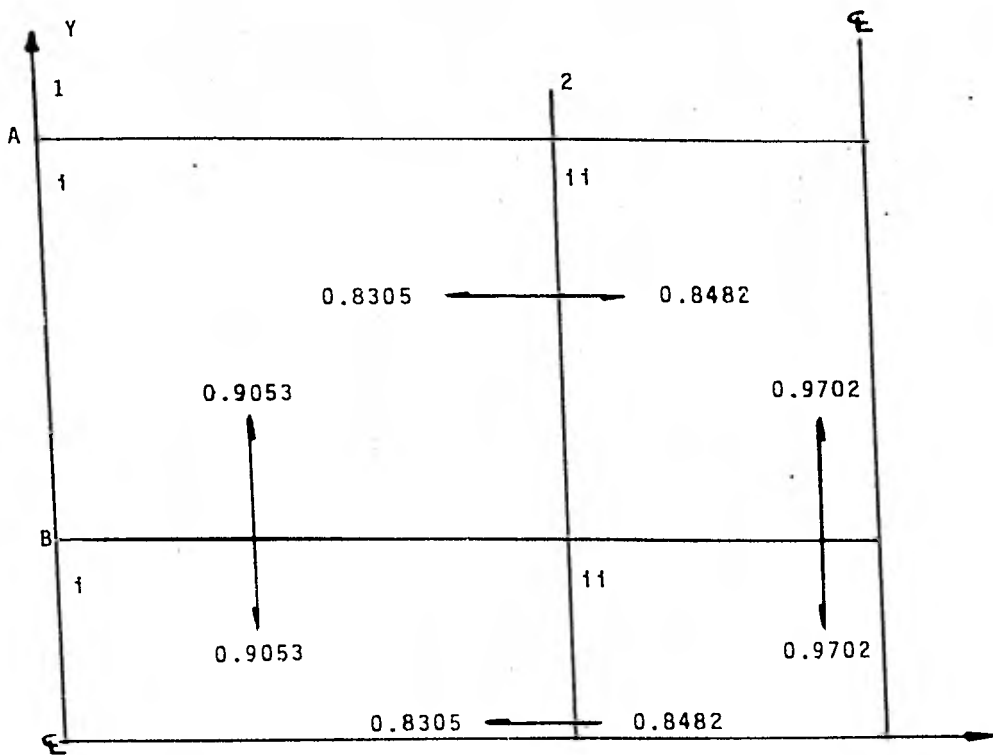
TABLERO	i	ii
TIPO	DE ESQUINA	DE BORDE UN LADO LARGO DISCONTINUO
a_1	3.75	3.75
$W_u a_1^2$	$1.34 \times 3.75^2 = 19.68$	$1.34 \times 3.75^2 = 19.68$
$\frac{a_1}{a_2}$	$\frac{3.75}{4.75} = 0.789$	$\frac{3.75}{5.75} = 0.652$

TABLERO	MOMENTO	CLARO	COEFICIENTE $K \times 10^{-4}$	MOMENTO POR UNIDAD DE ANCHO M_u $M_u = K W_u a_1^2 t - m$
	NEGATIVO EN BORDES INTE RIORES.	CORTO	0.0460	0.9053
		LARGO	0.0422	0.8305
i	NEGATIVO EN BORDES DISCONTINUOS	CORTO	0.0271	0.5333
ESQUINA		LARGO	0.0233	0.4585
	POSITIVO	CORTO	0.0250	0.4920
		LARGO	0.0142	0.2795
	NEGATIVO EN BORDES INTE RIORES	CORTO	0.0493	0.9702
		LARGO	0.0431	0.8482
ii	NEGATIVO EN BORDES DISCONTINUOS	CORTO	0.0308	0.6061
DE BORDE		CORTO	0.0270	0.5314
	POSITIVO	LARGO	0.0141	0.2775

TABLA II

De la columna 5 de la Tabla II se observan los diferentes momentos que ocurren en los dos tipos de tableros, y por esta razón es necesario hacer un ajuste de los momentos que actúan en el borde común de los tableros adyacentes. Para lo cual se deben distribuir 2/3 partes del momento de desequilibrio entre ambos tableros.

En el croquis se aprecia el momento negativo de desequilibrio entre ambos tableros, sobre el eje 2. (Faja central).



X

También se puede apreciar que a lo largo del eje B los momentos negativos coinciden, esto se debe a que los tableros adyacentes son iguales, es decir, existe una continuidad entre tableros de esquina (i) y lo mismo sucede entre tableros de borde (ii) por tener la estructura dos crujeas en la dirección "Y".

Para hacer la distribución de momentos se supone que la rigidez del tablero es proporcional al peralte efectivo elevado al cubo y dividido entre el claro corto.

Rigidez de Tablero (d^3/a_1)

Tablero "i" $13^3/375$

Tablero "ii" $13^3/375$

k Tablero i = 5.86 — 50%

k Tablero ii = 5.86 — 50%

$\Sigma k = 11.72$

∴ el momento de desequilibrio se distribuirá en ambos tableros en partes iguales.

El momento de desequilibrio es:

$$0.8482 - 0.8305 = 0.0177 \text{ ton - m}$$

y el momento a distribuir es:

$$2/3 \times 0.0177 = 0.0118 \text{ ton - m.}$$

TABLERO	RIGIDEZ	FACTOR
i	5.86	0.50
ii	5.86	0.50
	11.72	1.00

La distribución se hace de la manera siguiente:

i	ii
-0.8305	+0.8482
-0.0060	-0.0060
-0.8365	+0.8422

— Momentos ajustados
(Distribución elástica)

T A B L A I I I

(Distribución plástica)

TABLERO	MOMENTO	CLARO	MOMENTOS AJUSTA-- DOS	$Q = \frac{M_u}{bd^2f'_c}$	W	$P = w \frac{f'_c}{f_y}$	A_s cm ² /m	S Var #3 cm
1 ESQUINA	NEGATIVO EN BOR- DES INTERIORES	CORTO	0.9053	0.0214	0.0215	0.0012	2.6	25
		LARGO	0.8365	0.0197	0.0198	0.0011	2.6	25
	NEGATIVO EN BOR- DES DISCONTINUOS	CORTO	0.5333	0.0126	0.0130	0.0007	2.6	25
		LARGO	0.4585	0.0108	0.0110	0.0006	2.6	25
	POSITIVO	CORTO	0.4920	0.0116	0.0118	0.0007	2.6	25
		LARGO	0.2795	0.066	0.0068	0.0004	2.6	25
11 DE BORDE	NEGATIVO EN BOR- DES INTERIORES	CORTO	0.9702	0.0229	0.0240	0.0013	2.6	25
		LARGO	0.8422	0.0199	0.0200	0.0011	2.6	25
	NEGATIVO EN BOR- DES DISCONTINUOS	CORTO	0.6061	0.0143	0.0150	0.0008	2.6	25
		POSITIVO	CORTO	0.5314	0.0125	0.0125	0.0007	2.6
	LARGO	0.2775	0.0065	0.0066	0.0003	2.6	25	

De la Tabla III de momentos ajustados se observa que el porcentaje "p" de acero de refuerzo para todos los momentos, es menor que el porcentaje mínimo reglamentado "p mín", por esta razón se tomará el porcentaje mínimo.

$$p \text{ mín} = 0.002 \quad (A's \text{ mín} = 0.0139 \text{ cm}^2/\text{m})$$

Y con esto se calcularon tanto el área de acero como la separación de las barras.

$$A_s = p b d = 0.002 \times 100 \times 13$$

$$A_s = 2.6 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

y la separación usando varillas # 3 es:

$$s = \frac{100 A_s}{A_s} = \frac{100 (0.71 \text{ cm}^2)}{2.6 \text{ cm}^2/\text{cm}} = 27 \text{ cm}$$

$$\therefore s \approx 25 \text{ cm}.$$

Cabe destacar que el cálculo de momentos flexionantes, -
cuantía de acero y su separación corresponden hasta ahora a -
las franjas centrales de los tableros.

Para el cálculo de momentos en franjas de columna se de-
ben reducir los momentos anteriores (Tabla III) en un 40% y -
con éstos obtener la cuantía de acero y su separación. Pero
es obvio que al reducir los momentos, la cuantía de acero dis-
minuirá también, por lo tanto se ajustará ésta al 0.2% estipu

lado en el reglamento del D.F. y con esto se tendrá la misma separación de varillas en los tableros, formando una retícula de 25 cm por lado.

La colocación del acero de refuerzo en el tablero se debe hacer, de la manera siguiente:

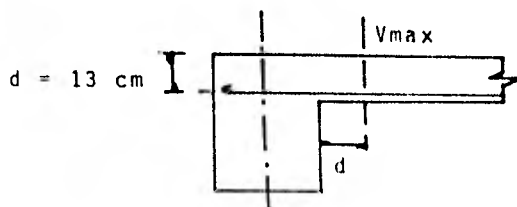
Como se tienen relaciones de claro corto a largo mayores de 0.5, las franjas centrales tienen un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a ellas, y cada franja extrema, igual a la cuarta parte del mismo. Ver figura de distribución de franjas y armados de la losa propuestos.

El último paso es llevar a cabo la revisión por fuerza cortante del peralte.

6° La fuerza cortante que obra en un ancho unitario se calcula con la fórmula siguiente:

$$V_u = \frac{(a_{1/2} - d) W}{1 + \frac{(a_1)^6}{a_2}}$$

Y dicha fuerza cortante es máxima cuando ocurre a un peralte efectivo de distancia del paño de apoyo, en este caso en el claro corto en donde obra el momento máximo.



Y además en este caso la fuerza cortante se debe incrementar en un 15% por tener un lado discontinuo el tablero -- considerado.

$$V_u = \frac{[0.5 (3.75) - 0.10] 1340}{1 + (0.652)^6} \times 1.15$$

$$V_u = . 2209 \times 1.15 = 2540 \text{ kg}$$

Ahora, se calculará la fuerza cortante de diseño en base a la siguiente fórmula:

$$V_{cr} = 0.5 Fr b d \sqrt{f^*c}; \quad Fr = 0.8$$

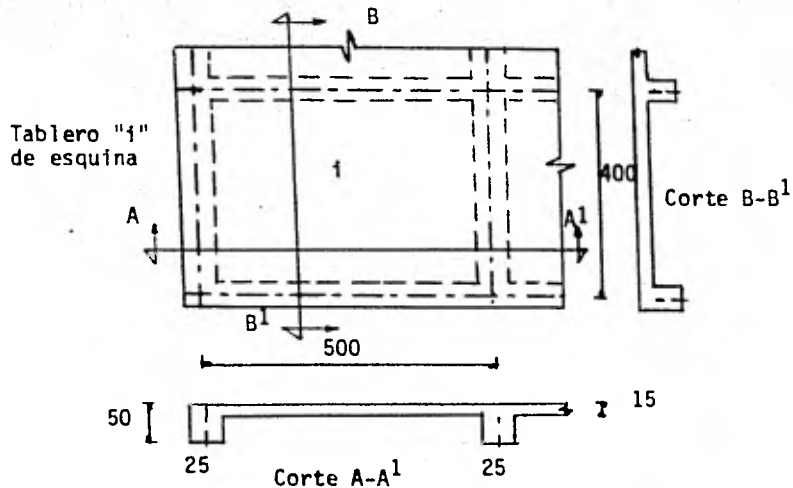
$$V_{cr} = 0.5 \times 0.8 \times 100 \times 10 \sqrt{200}$$

$$V_{cr} = 5657 \text{ kg}$$

∴ $V_{cr} > V_u$ y el peralte se acepta por fuerza cortante.

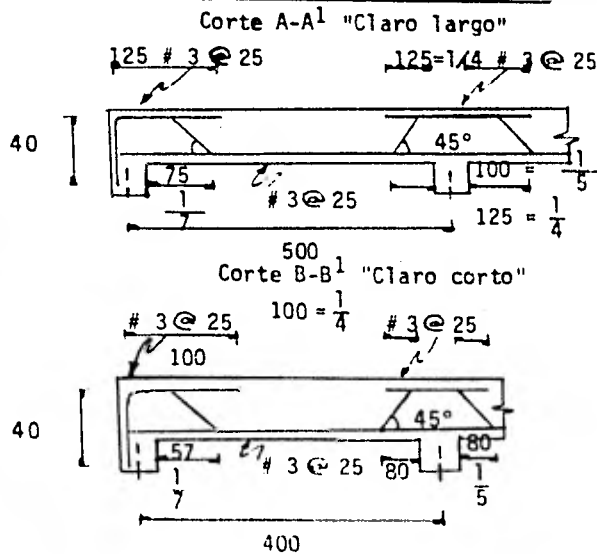
NOTA: El cálculo de deflexiones puede omitirse debido a que el peralte efectivo no propicia grandes flechas.

La colocación del acero de refuerzo en los tableros es:

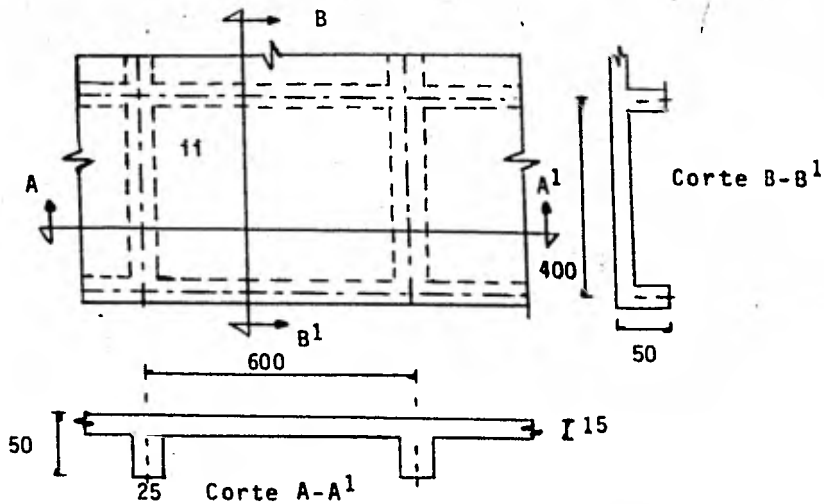


Nota: Acotaciones en cms.

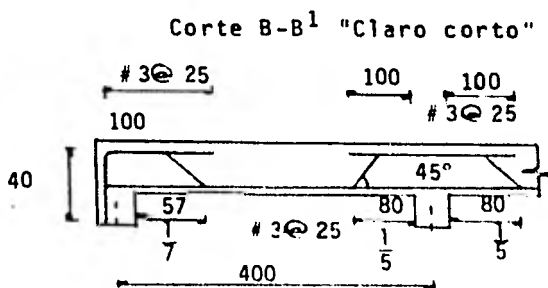
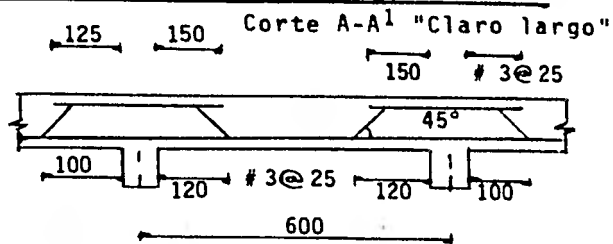
Franjas centrales y franjas de columna



Tablero "11" de borde.



Franja de columna y franjas centrales



C A P I T U L O I I I

C A P I T U L O I I I .

III.1. EL METODO DE LA ESTRUCTURA EQUIVALENTE

Este método de análisis tiene como característica idealizar a la estructura real tridimensional formada por losas, trabes y columnas, en marcos rígidos bidimensionales que soportarán las acciones permanentes (carga muerta, carga viva) y accidentales (sismo o viento), a las que estarán sujetos - durante su vida útil.

Por lo anterior, resulta que el análisis en estos métodos, contempla la acción conjunta de todos los miembros estructurales constitutivos del marco, siendo dicho análisis - un acierto, puesto que en la práctica las estructuras suelen ser continuas o monolíticas.

El método se puede aplicar tanto a estructuras de entrepisos con trabes, como de entrepisos en que no existen éstas, es decir, que se pueden analizar losas apoyadas sobre muros considerándolos como trabes de rigidez infinita, hasta losas planas (apoyadas en columnas), incluyendo obviamente losas - apoyadas en trabes de cualquier rigidez.

La razón por la cual el análisis elástico cubre a estos sistemas de piso es por el hecho de que en realidad funcio--

nan de manera semejante.

El método de análisis de la estructura equivalente es el método que ocupa a este capítulo y para su desarrollo se requiere el conocimiento de las variables principales que intervienen en él.

III.2. VARIABLES QUE INTERVIENEN EN EL DESARROLLO DEL METODO

Como se sabe, la distribución cuantitativa de momentos flexionantes en sistemas de piso, no se debe únicamente a -- las características propias de la losa, sino también a las -- características de otros elementos constitutivos del marco -- como son trabes (en caso de haberlas) y columnas. De este modo tanto la carga aplicada como los elementos estructura-- les son variables que tienen influencia directa en el compor-- tamiento del marco.

Como primera variable se tiene a las columnas, éstas influyen sobre la distribución de momentos en la losa, por la restricción a desplazamiento y a giro que ejercen sobre las trabes y la losa, es decir, por el empotramiento parcial que les proporcionan, luego entonces, si la rigidez flexionante de las columnas es grande en comparación con la rigidez flexionante de trabes y losa, resulta que la restricción de las columnas en los extremos de la trabe continua es grande y -- por ende los momentos flexionantes son también grandes, e inversamente si la rigidez flexionante de las columnas es pe--

queña en comparación con la rigidez de la trabe y la losa, - la restricción y los momentos flexionantes en los extremos - también son menores.

En teoría, si la rigidez flexionante de las columnas es nula, los momentos en los extremos de la trabe continua son nulos. Este caso correspondería a tener una trabe en apoyos articulados en el que se restringe el desplazamiento lateral pero no así el giro.

Otro aspecto en el que influye también la rigidez flexionante de las columnas es en el valor de los momentos flexionantes en otros tramos de la trabe continua, puesto que - por condiciones de equilibrio el momento estático " M_0 " de cada claro no cambia de valor, es decir, permanece constante. Por lo anterior los momentos componentes del momento estático se comportan de la siguiente manera: Al disminuir cualquiera de los momentos negativos necesariamente debe aumentar el momento positivo, y al disminuir el momento positivo necesariamente aumentan los momentos negativos.

La segunda variable que influye en el comportamiento -- del sistema de piso es la rigidez flexionante de las trabes, esta rigidez comparada con la rigidez flexionante de la losa, altera la distribución de momentos a lo ancho de la franja - en que se encuentre dicha trabe. Entonces, si las trabes - son muy peraltadas en relación con la losa, existe mayor rigidez flexionante de la trabe y como consecuencia gran por--

centaje del momento total en una sección transversal dada es resistido por las trabes y un pequeño porcentaje por la losa.

En el caso de losas planas en las que no existen trabes todo el momento que toca a trabes y losa es resistido únicamente por esta última a carga muerta y se dice que al ser mayor

Se puede concluir que cualquiera que sea el peralte de la trabe el momento total se distribuye entre la trabe y la losa, de acuerdo con sus rigideces flexionantes, con la rigidez torsional

La tercera variable que produce efectos en el comportamiento del piso es la rigidez torsional de las trabes, --- pues proporciona obviamente un empotramiento parcial a la losa. Para que se logre este efecto es necesario que en la

práctica las trabes sean coladas monolíticamente con la losa y con las columnas. Si no se cumplen estas condiciones de colado, las trabes no restringen o empotran a la losa y por lo tanto no pueden desarrollarse momentos flexionantes en los bordes del piso, y a su vez no se desarrollan momentos torsionantes en la trabe con la unión de la columna.

La cuarta variable es el tipo de carga, se considera como tal porque frecuentemente se presentan variaciones en su aplicación sin llegar a ser una carga uniformemente aplicada, éste es el caso práctico de almacenes y bodegas en donde la carga viva cambia constantemente.

Además pueden existir combinaciones desfavorables de --

El método de la estructura equivalente recibe su nombre, de sustituir una estructura tridimensional por una serie de marcos en dos dimensiones, que se analizan para las cargas que actúan en el plano de los marcos, no sin antes hacer algunas modificaciones a las columnas y vigas que los forman.

III.3. SECUENCIA DE CALCULO

El método involucra una secuencia de pasos, que son los siguientes:

- a) Sustitución de la estructura tridimensional por marcos bidimensionales formados por columnas y vigas - losa.
 - b) Determinación de las rigideces modificadas de los miembros que forman los marcos.
 - c) Análisis estructural de los marcos por métodos convencionales.
 - d) Distribución de los elementos mecánicos obtenidos en el análisis, entre los miembros que forman la estructura tridimensional.
 - e) Dimensionamiento de los miembros estructurales del sistema de piso.
- a) El primer paso corresponde a la sustitución de la estructura tridimensional por marcos bidimensionales, ésta

se logra a través del artificio de definir las rigideces a la flexión que reflejan los posibles giros torsionantes en el sistema tridimensional.

La estructura equivalente es aplicable a cualquier estructura regular, la cual se divide en una serie de marcos en dos direcciones (transversal y longitudinal), centrados en los ejes de las columnas o de los apoyos, el ancho de cada marco equivalente está limitado por los ejes centrales de los tableros adyacentes.

Un marco es interior cuando se delimita por los ejes centrales de tableros adyacentes y un marco es exterior --- cuando se extiende del borde de la estructura a la línea de eje del tablero adyacente.

El marco equivalente comprende tres partes:

- 1) La franja de losa horizontal, incluyendo cualquier viga que se extienda en dirección del marco.
- 2) Las columnas o cualquier otro miembro de apoyo que se extiende por arriba y por abajo de la losa.
- 3) Los elementos de la estructura que proporcionan -- transmisión de momentos entre los miembros horizontales y verticales.

Si los miembros verticales son muros que se extienden a lo largo de todo el ancho de la franja de la losa, la co-

nexión para transmisión de momento es 100% efectiva y el marco equivalente se puede manejar como un marco plano convencional. En el otro caso extremo, si el apoyo es una columna conectada a la franja de la losa únicamente en el borde, la eficiencia de la conexión para la transmisión de momentos se aproxima a cero. Para casos intermedios la flexibilidad de la conexión para la transmisión de momento depende de la rigidez reducida de la columna equivalente.

Las columnas equivalentes son iguales a las columnas de la estructura, modificadas de tal modo que, incluyen la viga perpendicular a la dirección del marco equivalente. Esta modificación se hace para tomar en cuenta el efecto de restricción por torsión que ejercen las vigas sobre la losa (viga transversal sujeta a torsión). En sistemas de piso sin vigas, se supone que existe una viga cuyo peralte es igual al de la losa y cuyo ancho es igual al de la columna o capitel en la dirección del marco equivalente. Si existen vigas que forman marcos con las columnas, se supone una acción de viga "T" o viga "L" con los patines extendidos a cada lado de la viga a una distancia igual a la proyección de la viga hacia arriba o hacia abajo de la losa, pero no mayor que cuatro veces el peralte de la losa.

Además, se supone que no existe una rotación por torsión en la viga en el ancho del apoyo. Los miembros adjuntos sujetos a torsión para uniones típicas de viga y losa se

ilustran en la fig. 11.

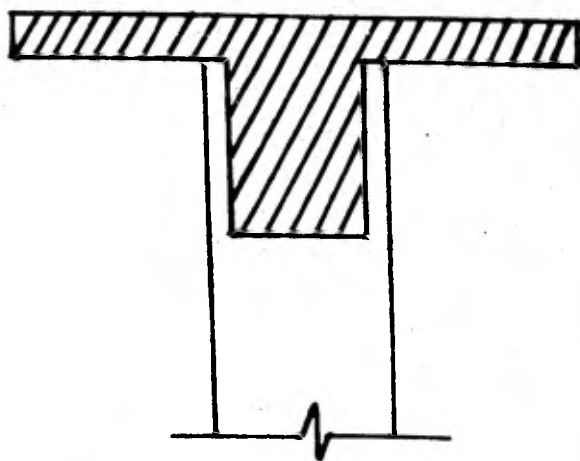
Las vigas de los marcos equivalentes en entrepisos con vigas, están formadas por la viga de la estructura y los tramos de losa comprendidos entre los ejes centrales de los tableros. En entrepisos sin vigas, las vigas de los marcos están formadas por los tramos de losa comprendidos entre los ejes centrales de los tableros únicamente.

b) La determinación de las rigideces de los miembros es el segundo paso del procedimiento, y para su obtención se debe tener en cuenta antes que nada, que se consideran únicamente secciones gruesas de concreto sin agrietar y sin tomar en cuenta el acero de refuerzo.

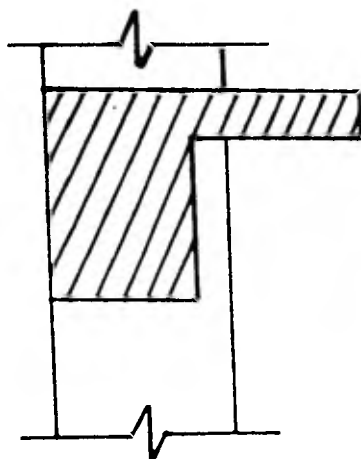
La determinación de rigideces es diferente para un sistema de piso sin vigas, que para un sistema con ellas.

Para el sistema de piso sin vigas se tienen tres diferentes casos de apoyo: la losa apoyada sólo en columnas; la losa con ábaco apoyada en columnas, y la losa con ábaco apoyada en columnas con capitel. Ver figura 12.

Para el primer caso, el momento de inercia de la viga-losa en la sección A-A es igual al momento de inercia de la losa; en la sección B-B del paño del apoyo (columna) a su eje se considera el momento de inercia de una viga "I" modificada por un divisor $(1 - \frac{c_2}{12})^2$ que considera las dimensiones de la columna y del claro, en dirección transversal a -

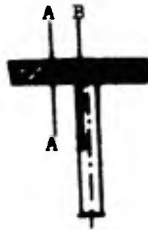


Trabe intermedia.

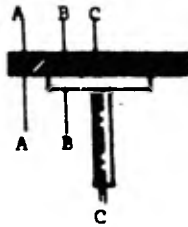


Trabe de borde.

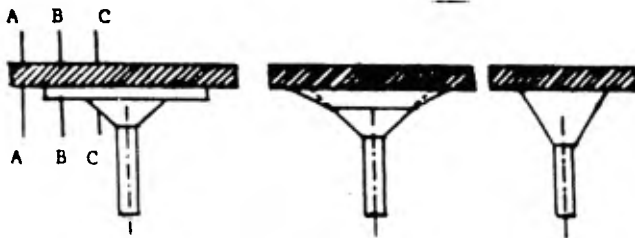
Fig. 11) Uniones típicas de viga y losa.



Caso 1



Caso 2



Caso 3

Fig. 12) Diferentes casos de apoyo de losas planas.

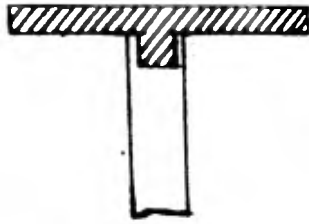
la del marco equivalente dado.

Para el segundo caso el momento de inercia en la sección A-A es igual al momento de inercia de la losa; en la sección B-B el momento de inercia es el de una sección compuesta; en la sección C-C el momento de inercia es igual al momento de inercia de la sección compuesta entre el divisor $(1 - \frac{c_2}{l_2})^2$, que toma en cuenta el ancho de columna transversal al marco equivalente.

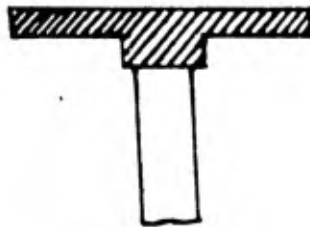
En el tercer caso el momento de inercia para la sección A-A es el de una sección rectangular correspondiente a la losa; el momento de inercia de la sección B-B es el de una sección compuesta; para la sección C-C el momento de inercia es el de una viga "T" que corresponde al momento de la sección compuesta dividida por $(1 - \frac{c_2}{l_2})^2$.

En los sistemas de piso con vigas, ver figura 13, se tienen dos casos: cuando las vigas transversales son menos anchas que la columna y cuando las vigas transversales son más anchas que la columna.

En el primer caso, el momento de inercia de la sección A-A es igual al momento de una viga de sección "T" con ancho de patín del claro transversal l_2 ; en la sección B-B el momento de inercia del eje al paño de la columna es igual al de la sección "T" dividido por el factor $(1 - \frac{c_2}{l_2})^2$.



Viga transversal menos ancha que la columna.



Viga transversal mas ancha que la columna.

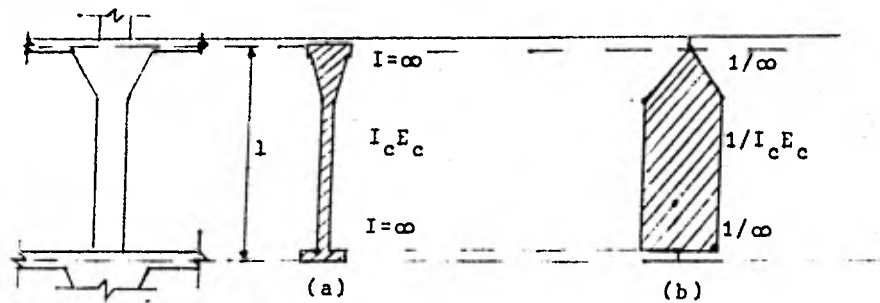
Fig. 13) Apoyos de losas perimetrales.

En el segundo caso el momento de inercia de la sección C-C es igual al de una sección rectangular de ancho l_2 , que es la dimensión del claro transversal al marco equivalente, en la sección D-D el momento de inercia es el de la sección rectangular anterior dividido por el factor $(1 - \frac{c_2}{l_2})^2$.

La rigidez de la columna equivalente depende del proyecto, es decir, si la estructura está proyectada con entrepisos sin vigas, la rigidez de la columna equivalente será diferente a la rigidez de una columna que forma parte de una estructura de entrepisos con vigas.

En estructuras con sistema de piso sin vigas la rigidez de la columna "Kc" se calcula con el momento de inercia de la sección gruesa de dicha columna, luego entonces, esta rigidez variará según los apoyos de la losa plana, pues si se tiene capitel en la columna el momento de inercia es constante entre la cara superior de la losa y la base del capitel del nivel superior, que el momento de inercia resulta ser infinito en el espesor de la losa, y que varía linealmente entre los dos valores anteriores en el peralte del capitel, en la figura 14 se muestran los diagramas de flexibilidades y rigideces.

Para calcular la rigidez de columnas en estructuras de entrepisos con vigas, se supone que tales miembros son compuestos, puesto que la columna equivalente está formada por



Sistema de losa con capiteles de columna.

Fig. 14) Diagrama de rigidez (a).
Diagrama de flexibilidad (b).

la columna misma más una viga que trabaja a torsión, restringiendo a la losa.

Por lo tanto la rigidez de este elemento compuesto, es igual a la suma de las rigideces de los tramos de columna en cima y debajo del nivel del piso considerado más la rigidez a torsión de la viga transversal. Esto puede expresarse como: $K_{ec} = K_t + \sum K_c$.

En donde:

K_{ec} = Rigidez de la columna equivalente, en momento por unidad de rotación.

$\sum K_c$ = Suma de las rigideces a flexión de los tramos de columna, comprendidos entre el nivel de piso considerado y los niveles superior e inferior.

K_t = Rigidez a torsión de la trabe o viga transversal al marco.

La rigidez torsionante " K_t ", de la trabe unida a la columna, se puede calcular con la ecuación siguiente:

$$K_t = \frac{9 E_{cs} C}{12 \left(1 - \frac{c_2}{12}\right)^3}$$

En donde:

E_{cs} = Módulo de elasticidad del concreto de la losa.

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y}\right) \frac{x^3 y}{3}$$

x = Dimensión total menor de una sección transversal rectangular.

y = Dimensión total mayor de una sección transversal rectangular.

La sumatoria que aparece se refiere a los rectángulos en que puede descomponerse la sección "T" o "L" de la trabe o viga, y se debe buscar el mayor valor de "C".

El cálculo de K_t se basa en la suposición de una distribución triangular de momentos torsionantes en la viga perpendicular al marco. Fig. 15 .

Si un tablero contiene una viga paralela a la dirección en que se determinen los momentos el valor de K_t obtenido con la ecuación anterior puede conducir a rigideces equivalentes de las columnas que sean demasiado bajas. En tales casos, - el valor de K_t debe aumentarse como sigue:

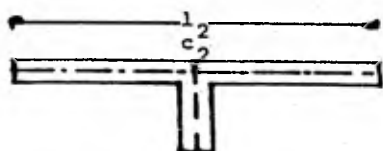
$$K_{ta} = K_t \frac{I_a}{I_s}$$

En donde:

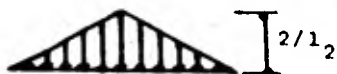
K_{ta} = Aumento de la rigidez a torsión debido a la presencia de la viga paralela.

I_a = Momento de inercia de la losa de ancho l_2 , incluyendo la viga.

I_s = Momento de inercia de la losa de ancho l_2 , excluyendo la parte del alma de la viga paralela que se



Combinación viga-columna.



Distribución del momento unitario de torsión.

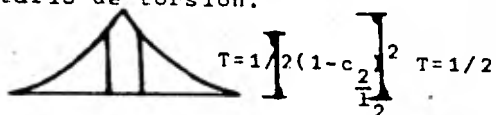


Fig. 15) Distribución supuesta del momento unitario de torsión en el eje de la columna.

proyecta arriba y abajo de la losa.

Por lo tanto I_a corresponde al momento de inercia de una sección "T", o "L" si es tablero de borde; e I_s corresponde al momento de inercia de un rectángulo con base l_2 y altura igual al peralte de la losa.

c) El análisis estructural de los marcos es el tercer paso del método; en éste se puede emplear cualquier procedimiento convencional para marcos de dos dimensiones.

El análisis por carga vertical puede realizarse aislando cada entrepiso, haciendo la suposición de que tanto las columnas superiores como inferiores se encuentran amputadas en sus extremos opuestos. Sin embargo, no se puede usar el anterior ardid cuando se efectúa el análisis por carga horizontal (viento, sismo) y en este caso se deben analizar los marcos completos.

d) La distribución de los momentos flexionantes y fuerzas cortantes obtenidas mediante el análisis, se realiza necesariamente puesto que dichos elementos mecánicos corresponden a trabes y columnas del marco equivalente. Por lo tanto se tienen que distribuir entre los miembros del sistema de piso.

Para hacer la distribución la franja de losa considerada en el marco equivalente, se divide en una franja de columnas y una o dos medias franjas centrales, en donde la franja de -

columnas incluye las vigas, en caso de que existan.

Después de hacer la división en franjas se distribuyen los momentos calculados entre la franja de columnas. Los momentos calculados se obtienen multiplicando los momentos totales por los porcentajes que se incluyen en la Tabla IV.

La distribución varía si se tienen sistemas de piso con vigas y sin vigas, ya que en pisos con vigas los momentos serán resistidos por la losa y la viga según sus características (ver Tabla V), en cambio, en pisos sin vigas, los momentos serán resistidos únicamente por la losa.

Los momentos distribuidos en las franjas centrales, resultan de restar los momentos de las franjas de columnas, de los momentos totales.

El cálculo de la fuerza cortante en las trabes fluctúa según un parámetro α_1 , que representa la relación entre la rigidez a flexión de la sección de la viga y la rigidez a flexión de los tramos de losa a cada lado de la viga. Esta viga debe considerarse de sección "T" o "L" con un ancho de patín a cada lado del alma, igual a la proyección del alma arriba o abajo de la losa, pero sin exceder cuatro veces el espesor de la losa.

El parámetro α_1 , multiplica a la relación de claros l_2/l_1 y si se satisface que este producto sea mayor o igual que la unidad, se calculan las fuerzas cortantes suponiendo

áreas tributarias de losa delimitadas por líneas a 45° , trazadas a partir de las esquinas de los tableros, y por líneas paralelas a los lados largos de los tableros. Si el producto $0 \alpha_1$ es igual con cero, se supone que las vigas no reciben carga. En el caso de tener valores intermedios de α_1 se debe interpolar linealmente.

e) El último paso del método es dimensionar los miembros del sistema de piso, en este punto se tiene implícita la acción de definir la cantidad de acero de refuerzo y su colocación. Es de suma importancia detallar la colocación del acero (armado) ya que se presentan diferentes estructuraciones de sistemas de piso, por ejemplo en losas apoyadas sobre columnas rige la penetración por cortante debido a las cargas gravitacionales y por ende es necesario reforzar la zona de contacto de losa con columna, con estribos que absorban dichos esfuerzos.

Para sistemas de piso con vigas el refuerzo y su colocación, están en función de las fuerzas que producen flexiones en la losa, y en cuanto al cortante, las vigas soportantes de la losa son las que absorben éste.

III.4. EJEMPLO DE DISEÑO

Ejemplo de diseño de una losa con vigas por el método de la estructura equivalente.

La estructura por analizar es la misma del ejemplo (Capítulo II) anterior y los materiales que la conforman tienen las mismas especificaciones. Ver figura.

La única diferencia estriba en el factor de carga aplicado a la carga de servicio "Ws", que se incrementa en un 30%, es decir, pasa de 1.4 a 1.7 según recomendaciones del A C I .

El análisis se hará únicamente para carga vertical y se analizará el eje 2 en la dirección "Y" tanto en el primer nivel como en el segundo nivel de la estructura. Los momentos obtenidos corresponderán al tablero de borde (ii) y el diseño se realizará mediante las gráficas de diseño por flexión.

1°) Determinación de la carga de diseño:

Carga muerta	———	0.560 ton/m ²
Carga viva	———	0.400 ton/m ²
Carga de servicio	—	0.960 ton/m ²

$$W_r = \text{Carga de diseño} = F.C. \times W_s = 1.7 \times 0.960$$

$$W_r = 1.63 \text{ ton/m}^2$$

Revisión de la relación de carga viva a carga muerta:

$$\frac{0.400}{0.560} = 0.714 \approx 3/4$$

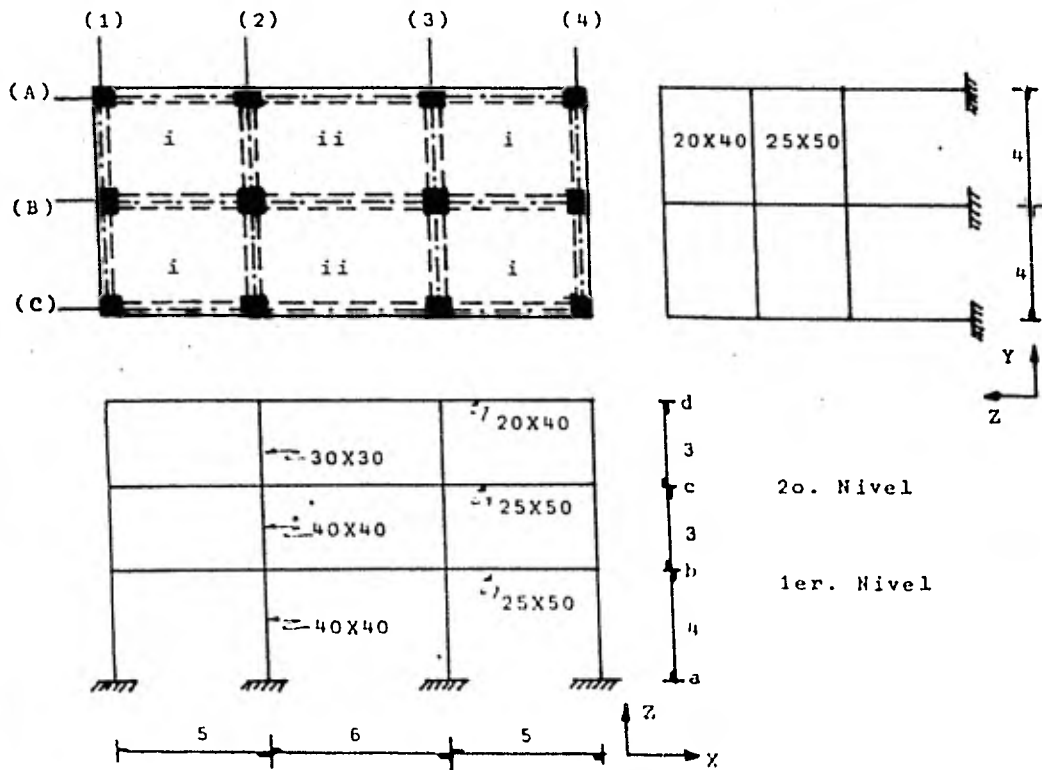
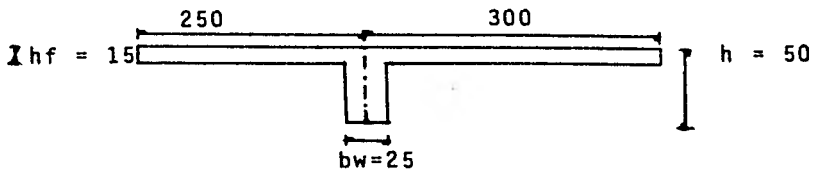


Fig. del ejemplo.

∴ No es necesario revisar la estructura por efectos desfavorables de la variación de carga viva.

2°) Definición de la viga-losa del marco equivalente eje 2 en 1° y 2° niveles.

Acotaciones en cms.



$$\frac{hf}{h} = \frac{15}{50} = 0.3$$

$$\frac{b}{bw} = \frac{550}{25} = 22$$

$$C_t = 2.75$$

Determinación del momento de inercia centroidal de la viga-losa.

$$I_{vl} = C_t b w \frac{h^3}{12} = 2.75 \times 25 \times \frac{50^3}{12}$$

$$I_{vl} = 716\,146 \text{ cm}^4$$

Momento de inercia del eje al paño de la columna.

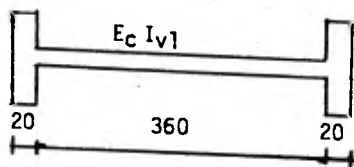
$$I_p = \frac{I_{v1}}{\left(1 - \frac{c_1}{l_1}\right)^2} = \frac{716\,146}{\left(1 - \frac{40}{550}\right)^2}$$

$$I_p = 832\,888 \text{ cm}^4$$

3°) Determinación de los diagramas de rigidez y flexibilidad.

El módulo de elasticidad del concreto "Ec" se tomará como $10\,000 \sqrt{f'c}$

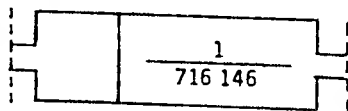
a) Diagrama de variación de rigidez "Ec I"



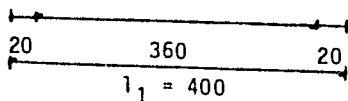
Ancho del Eje a paño de columnas

$$l_1 = 400$$

L) Diagrama de variación de flexibilidad " $\frac{1}{Ec I}$ "



$$\frac{1}{832\,880}$$



$$l_1 = 400$$

4°) Cálculo de la rigidez de los tramos AB, BC.

$$\frac{c_1}{l_1} = \frac{40}{400} = 0.100$$

$$\frac{c_2}{12} = 0.0727$$

De la tabla de constantes e interpolando se tiene:

$$k = 4.13$$

$$\mu = 0.0845$$

$$F.T. = 0.52$$

Cálculo de la rigidez "K"

$$K = k \frac{E_c I_v l}{1}$$

$$K = 4.13 \times \frac{E_c \times 716\,146}{400} = 7394 E_c$$

$$K = 7394 E_c$$

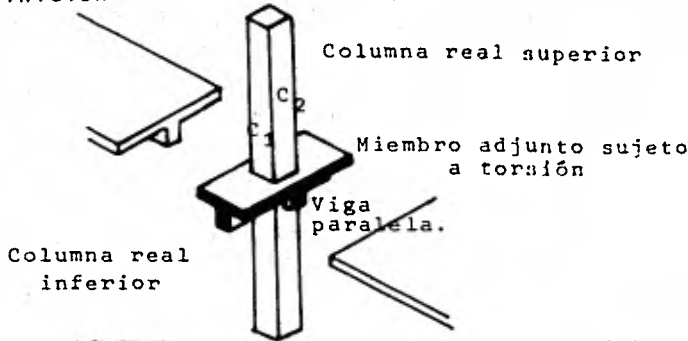
Cálculo del Momento "M"

$$M = \mu \times W_r l_2 l_1^2$$

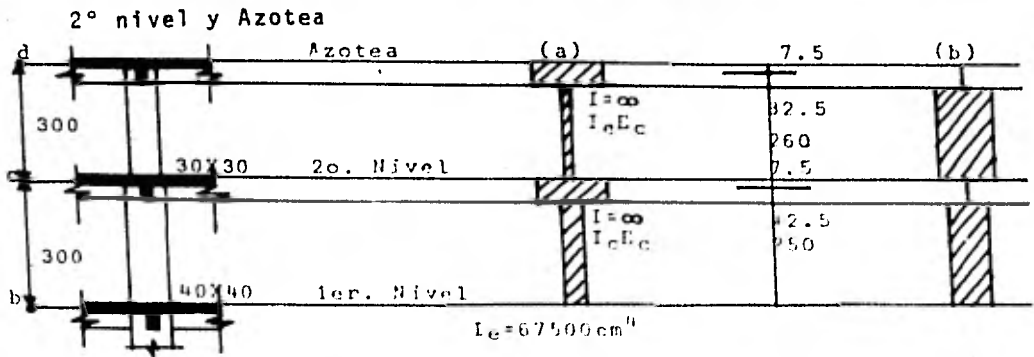
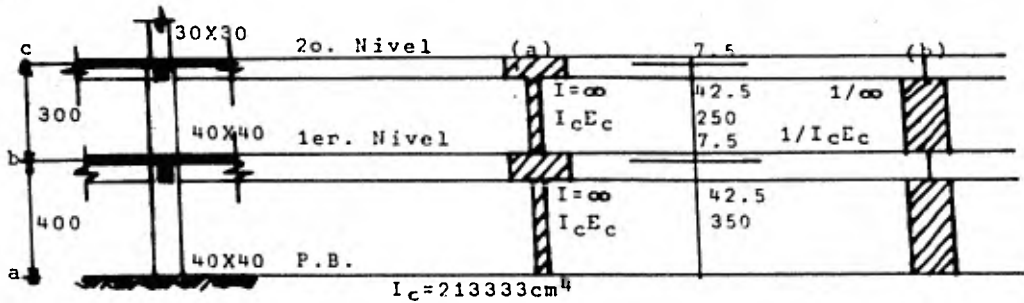
$$M = 0.085 \times 1.63 \times 5.5 \times 4^2$$

$$M = 12.2 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

5°) Definición de las columnas equivalentes



Diagramas de rigidez (a); y flexibilidad (b) para 1er. nivel y 2° nivel.



Momentos de inercia de la columna:

Tramos ab y bc:

$$I = \frac{b h^3}{12} = \frac{40 (40)^3}{12}$$

$$I_{ab, bc} = 213\,333 \text{ cm}^4$$

Tramo cd:

$$I = \frac{30 (30)^3}{12}$$

$$I_{cd} = 67\,500 \text{ cm}^4$$

Cálculo de las rigideces:

$$\text{Tramo } b a ; (\text{tabla VI}) \lambda = \frac{42.5}{400} = 0.1063 \quad \therefore k = 6.5$$

$$\text{Tramo } b c ; (\text{tabla VI}) \lambda = \frac{42.5}{300} = 0.142 \quad \therefore k = 7.5$$

$$\text{Tramo } c d ; (\text{tabla VI}) \lambda = \frac{42.5}{300} = 0.142 \quad \therefore k = 7.5$$

$$K = k \frac{E c I}{L} ; \quad L = \text{longitud de columna.}$$

$$\text{Nudo "b": } K_{b-a} = \frac{6.5 \times 213\,333 \times E c}{400}$$

$$K_{b-a} = 3467 E c$$

$$K_{b-c} = \frac{7.5 \times 213\,333 \times E c}{300} = 5333 E c$$

$$K_{b-c} = 5333 E c$$

Cálculo de la rigidez torsionante de la trabe unida a la columna.

Columnas A-2 y C-2

$$K_t = \frac{9 E_c C}{12 \left(1 - \frac{C_2}{I_2}\right)^3}$$

en donde C:

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y}\right) \frac{x^3 y}{3}$$

x = dimensión total menor de la sección transversal

y = " " mayor " " " "

Caso 1:

$$x_1 = 25 ; x_2 = 15$$

$$y_1 = 50 ; y_2 = 60$$

$$C_1 = \left[1 - 0.63 \frac{(25)}{50}\right] \frac{25^3 (50)}{3} + \left[1 - 0.63 \frac{(15)}{60}\right] \frac{15^3 (60)}{3} = 235\,254$$

$$\text{Caso 2: } x_1 = 25 ; x_2 = 15$$

$$y_1 = 35 ; y_2 = 60$$

$$C_2 = \left[1 - 0.63 \frac{(25)}{35}\right] \frac{25^3 (35)}{3} + \left[1 - 0.63 \frac{(15)}{60}\right] \frac{15^3 (60)}{3} = 157\,129$$

Rige el mayor valor de C.

$$\therefore C = C_1 = 235\,254$$

$$K_t = \frac{9 E_c (235\ 254)}{550 \left(1 - \frac{40}{550}\right)^3} = 4828 E_c$$

$$K_t = 4828 E_c$$

Ahora; es necesario modificar el valor de "Kt" o rigidez torsionante de la trabe por el hecho de existir trabes paralelas en la dirección del momento.

$$\text{Valor modificado} = K_{ta} = K_t \frac{I_A}{I_s}$$

$$I_{v1} = 716\ 146 \text{ cm}^4$$

$$I_{v1} = I_A = 716\ 146 \text{ cm}^4$$

Cálculo de I_s :

$$I_s = \frac{12h^3}{12} = \frac{550 (15)^3}{12}$$

$$I_s = 154\ 688$$

$$K_{ta} = 4828 E_c \times \frac{716\ 146}{154\ 688} = 22\ 352 E_c$$

La flexibilidad de la columna equivalente es:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum k_c} + \frac{1}{\sum k_{ta}} ; \quad \begin{array}{l} K_{ba} = 3467 E_c \\ K_{bc} = 5333 E_c \\ K_{ta} = 22352 E_c \end{array}$$

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{(3467 + 5333)E_c} + \frac{1}{22\ 352 E_c}$$

Para obtener la rigidez K_{ec} , se calcula el recíproco de $\frac{1}{K_{ec}}$, y se tiene:

$$\text{1er. nivel} \quad K_{ec} = 6314 \text{ Ec}$$

Para el 2o. nivel:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\Sigma k_c} + \frac{1}{k_{ta}}$$

Nudo "c":

$$K_{c-b} = \frac{7.5 \times 213\,333 \times \text{Ec}}{300} = 5333 \text{ Ec}$$

$$K_{c-b} = 5333 \text{ Ec}$$

$$K_{c-d} = \frac{7.5 \times 67\,500 \times \text{Ec}}{300} = 1688 \text{ Ec}$$

$$K_{c-d} = 1688 \text{ Ec}$$

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{(5333 + 1688)\text{Ec}} + \frac{1}{22\,352 \text{ Ec}}$$

$$\therefore K_{ec} = 5343 \text{ Ec}$$

Cálculo de la columna equivalente B-2.

1er. nivel:

Rigidez de los tramos ba y bc :

$$K_{ba} = 3467 \text{ Ec}$$

$$K_{bc} = 5333 \text{ Ec}$$

2° nivel:

Rigidez de los tramos cb y cd:

$$K_{cb} = 5333 E_c$$

$$K_{cd} = 1688 E_c$$

Cálculo de la rigidez torsionante de la viga:

$$K_t = \frac{9 E_c C}{12 (1 - \frac{C_2}{I_2})^3}$$

Caso 1:

$$x_1 = 25 ; x_2 = 15$$

$$y_1 = 50 ; y_2 = 120$$

$$C_1 = \left[1 - 0.63 \frac{(25)}{50} \right] \frac{25^3 (50)}{3} + \left[1 - 0.63 \frac{(15)}{120} \right] \frac{15^3 (120)}{3}$$

$$C_1 = 302\,754$$

Caso 2:

$$x_1 = 25 ; x_2 = 15$$

$$y_1 = 35 ; y_2 = 145$$

$$C_2 = \left[1 - 0.63 \frac{(25)}{35} \right] \frac{25^3 (35)}{3} + \left[1 - 0.63 \frac{(15)}{145} \right] \frac{15^3 (145)}{3}$$

$$C_2 = 252\,754$$

Rige el mayor valor de C:

$$\therefore C = C_1 = 302\,754$$

$$K_t = \frac{9 E_c \times 302\,754}{550 \left(1 - \frac{40}{550}\right)^3} = 6214 E_c$$

Ahora, se calcula el valor modificado de la rigidez torsionante debido a que existen trabes paralelas.

$$K_{ta} = \frac{I_{vt}}{I_s} ; I_{vt} = 716\,146$$

$$K_{ta} = \frac{6214 E_c \times 716\,146}{154\,688} = 28\,768 E_c.$$

Cálculo de la rigidez de la columna equivalente B-2.

1er. nivel:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{(3467 + 5333) E_c} + \frac{1}{28768 E_c}$$

$$K_{ec} = 6739 E_c$$

2o. nivel:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{(5333 + 1688) E_c} + \frac{1}{28768 E_c}$$

$$K_{ec} = 5644 E_c$$

Cálculo de los factores de distribución.

Nudos 2 - A y 2 - C :

1er. nivel:

	k	F. D.
	$\frac{104 E_c}{104 E_c}$	
K _{ec}	0.6739	0.48
KA-B		
KC-B	0.7394	0.52
	1.4133	1.00

2o. nivel:

	$\frac{k}{10^4 Ec}$	F.O.
Kec	0.5644	0.43
KAB	0.7394	0.57
KCB	1.3038	1.00

Cálculo de factores de distribución nudo 2 - B

1er. nivel:

	$\frac{k}{10^4 Ec}$	F.O.
Kec	0.6739	0.48
KBA KBC	0.7394	0.52
	1.4133	1.00

— F.O. losa

2o. nivel:

	$\frac{k}{10^4 Ec}$	F.O.
Kec	0.5644	0.43
KBA KBC	0.7394	0.57
	1.3038	1.00

— F.D. losa

6° Determinación de momentos mediante el método de -----
"Cross" :

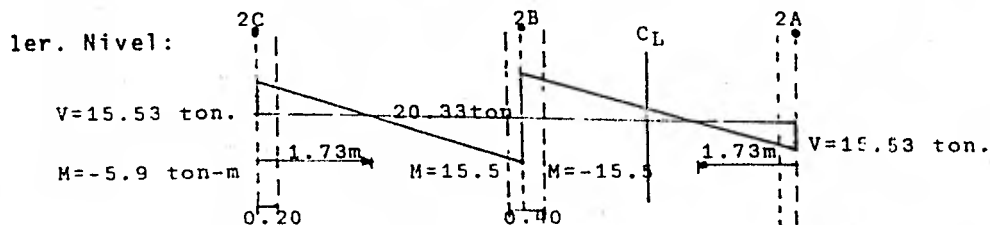
1er. Nivel:

NUDO	2 C	2 B		2 A
Miembro	2C - 2B	2B-2C	2B - 2A	2A - 2B
F.D.	0.52	0.52	0.52	0.52
F.T.	0.52	0.52	0.52	0.52
Momento de empotramien- to	-12.2 + 6.344 0	+12.2 0 3.3 0	-12.2 0 3.3 0	+12.2 - 6.344 0
M.F. (ton-m)	- 5.9	+15.5	-15.5	+ 5.9
RL	17.93	17.93	17.93	17.93
AV	- 2.4	+ 2.4	+ 2.4	- 2.4
V (Ton)	15.53	20.33	20.33	15.53
X (m)	1.73			1.73
Momento po- sitivo	+ 7.55			+ 7.55

2o. Nivel:

NUDO	2 C	2 B		2 A
Miembro	2C - 2B	2B - 2C	2B - 2A	2A - 2B
F.D.	0.57	0.57	0.57	0.57
F.T.	0.52	0.52	0.52	0.52
Momento de empotramien- to	-12.2 + 6.954 0	+12.2 + 0 + 3.62 0	-12.2 - 0 - 3.62 0	+12.2 - 6.954 0
M.F. (ton-m)	- 5.3	+15.82	-15.82	+ 5.3
RL	17.93	17.93	17.93	17.93
AV	- 2.63	+ 2.63	+ 2.63	- 2.63
V (ton)	15.3	20.56	20.56	15.3
X (m)	1.71			1.71
Momento po- sitivo	+ 7.76			+ 7.76

Cálculo de los momentos negativos de diseño.
(Momentos negativos en el paño de columnas)



Miembro CB, columna "2C":

$$W = 1.63 (5.5)$$

$$M_{\text{paño}} = -5.9 + 15.53 (0.2) - 1.63 (5.5) \left(\frac{0.2}{2}\right)^2 = -2.97$$

$$\text{Col. "2 C"} \quad M_{\text{paño}} = -2.97 \text{ ton-m.}$$

Miembro CB, columna "2B":

$$M_{\text{paño}} = -15.50 + 20.33 (0.2) - 1.63 (5.5) \left(\frac{0.2}{2}\right)^2 = -11.61$$

$$\text{Col. "2B"} \quad M_{\text{paño}} = -11.61 \text{ ton-m.}$$

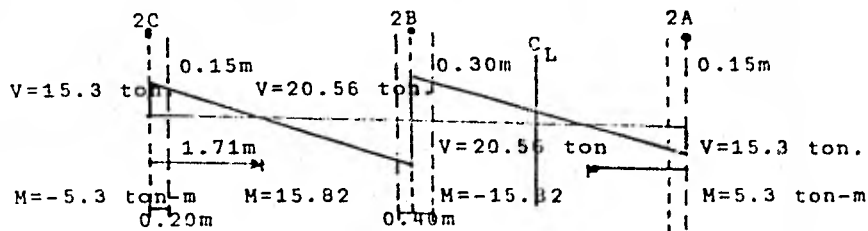
Miembro BA, columna "2B":

$$M_{\text{paño}} = -15.50 + 20.33 (0.2) - 1.63 (5.5) \left(\frac{0.2}{2}\right)^2$$

$$\text{Col. "2B"} \quad M_{\text{paño}} = -11.61 \text{ ton-m.}$$

Cálculo de los momentos negativos de diseño.

2o. Nivel: Reducción de columnas. (Acotaciones en m).



Miembro CB, columna "2C":

$$M_{\text{paño}} = -5.3 + 15.3 (0.2) - 1.63 (5.5) \left(\frac{0.2}{2}\right)^2 = -2.42$$

Col. "2C" $M_{\text{paño}} = -2.42 \text{ ton-m.}$

Miembro CB, columna "2B":

$$M_{\text{paño}} = -15.82 + 20.56 (0.2) - 1.63 (5.5) \left(\frac{0.2}{2}\right)^2 = -11.89$$

Col. "2B" $M_{\text{paño}} = -11.89 \text{ ton-m.}$

Miembro BA, columna "2B":

$$M_{\text{paño}} = -15.82 + 20.56 (0.2) - 1.63 (5.5) \left(\frac{0.2}{2}\right)^2 = -11.89$$

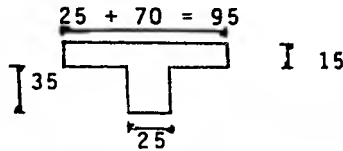
Col. "2B" $M_{\text{paño}} = -11.89 \text{ ton-m.}$

7°) Distribución de los momentos totales entre las zonas críticas.

Tablero de borde; 1° y 2° niveles:

Cálculo del parámetro α_1 :

$$\alpha_1 = \frac{I_b}{I_s}$$



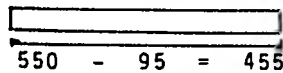
$$\left. \begin{aligned} \frac{hf}{h} &= \frac{15}{50} = 0.3 \\ \frac{b}{bw} &= \frac{95}{25} = 3.8 \end{aligned} \right\} C_t = 1.70$$

$$I_b = C_t bw \frac{h^3}{12} = 1.70 (25) \frac{50^3}{12} = 442\,708 \text{ cm}^4$$

$$I_s = (12 - b) \frac{hf^3}{12}$$

$$I_s = 455 \left(\frac{15}{2}\right)^3$$

$$I_s = 127\,969 \text{ cm}^4$$



$$\alpha_1 = \frac{I_b}{I_s} = \frac{442\,708 \text{ cm}^4}{127\,969 \text{ cm}^4} = 3.46$$

Cálculo de $\alpha_1 \frac{l_2}{l_1}$:

$$3.46 \frac{(550)}{400} = 4.758 > 1$$

Cálculo del parámetro " βt ":

$$\beta t = \frac{C}{2I s_1} \quad ; \quad C = 235\,254$$

$$I s_1 = I_2 \frac{(h_f)^3}{12}$$

$$I s_1 = 550 \frac{(15)^3}{12} \quad \begin{array}{c} \text{I 15} \\ \text{I}_2 = 550 \end{array}$$

$$I s_1 = 154\,688 \text{ cm}^4$$

$$\beta t = \frac{235\,254}{2 (154\,688)} = 0.76$$

Revisión del requisito $0.2 \frac{\alpha_1 I_2^2}{\alpha_2 I_1^2} \leq 5$:

$$\frac{\alpha_1 I_2^2}{\alpha_2 I_1^2} = \frac{3.46 (5.50)^2}{5.16 (4.0)^2} = 1.2677$$

$$\alpha_2 = \frac{I_b}{I s_2} = \frac{442\,708 \text{ cm}^4}{85\,781 \text{ cm}^4} = 5.16$$

$$I s_2 = (I_1 - b) \frac{h_f^3}{12} = 305 \frac{(15)^3}{12} = 85\,781 \text{ cm}^4$$

\therefore se cumple el requisito: $0.2 \frac{\alpha_1 I_2^2}{\alpha_2 I_1^2} \leq 5$; $0.2 \frac{1.2677}{5.16} = 0.049$

Para calcular el porcentaje de los momentos totales que se asignan a las franjas de columnas se utiliza la tabla IV - con los correspondientes valores de los parámetros $\alpha_1 \frac{I_2}{I_1}$ y βt .

Distribución de los momentos entre viga y losa en tablero de borde:

1er. Nivel:

Momentos totales (ton-m)	Franja de columna				Franja central	
	Coefficiente	Momento		Coefficiente		Momento
M _{CB} = -2.97	0.80	-2.38	Viga	0.85	-2.02	-0.59
			Losa	0.15	-0.36	
M ₍₊₎ = 7.55	0.64	4.83	Viga	0.85	4.11	+2.72
			Losa	0.15	0.72	
M _{BC} = -11.61	0.64	-7.43	Viga	0.85	-6.32	-4.18
			Losa	0.15	-1.11	

2o. Nivel :

Momentos totales (ton-m)	Franja de columna				Franja central	
	Coefficiente	Momento		Coefficiente		Momento
M _{CB} = -2.42	0.80	-1.94	Viga	0.85	-1.65	-0.48
			Losa	0.15	-0.29	
M ₍₊₎ = 7.76	0.64	4.97	Viga	0.85	4.22	+2.79
			Losa	0.15	0.75	
M _{BC} = -11.89	0.64	-7.61	Viga	0.85	-6.47	-4.28
			Losa	0.15	-1.14	

NOTA: Los momentos de la franja central son resistidos por la losa únicamente.

Cuantía de acero y su separación .

"Franja de columnas". 1er. Nivel

Momento	Claro	M (ton/m)	Q	w	$p = w \frac{f'c}{fy}$	As cm ² /m	S calc Var. ϕ 3/8	S (cm)
Negativo en borde interior	corto	-1.11	0.026	0.026	0.002	2.60	27	25
	largo	-0.72	0.017	0.017	0.002	2.60	27	25
Negativo en borde dis-- continuo	corto	0.36	0.008	0.008	0.002	2.60	27	25
	largo	0.72	0.017	0.017	0.002	2.60	27	25
Positivo	corto	0.47	0.011	0.011	0.002	2.60	27	25
	largo	0.47	0.011	0.011	0.002	2.60	27	25

"Franjas centrales". 1er. Nivel

Momento	Claro	M (ton/m)	Q	w	$p = w \frac{f'c}{fy}$	As cm ² /m.	S.calc. var. ϕ 3/8	S (cm)
Negativo en borde interior	corto	4.18	0.099	0.110	0.0065	8.45	8	10
	largo	2.51	0.059	0.065	0.0039	5.07	14	10
Negativo en borde dis-- continuo	corto	0.59	0.014	0.014	0.002	2.6	27	30
Positivo	corto	2.72	0.064	0.065	0.0039	5.07	14	10
	largo	1.63	0.039	0.040	0.0024	3.12	23	20

NOTA: En los porcentajes "p" que resultan ser menores que "p mfn" = 0.002, requerirá éste como porcentaje de diseño.

Cuantía de acero y su separación .

"Franja de columnas" 2o. Nivel

Momento	claro	M (ton-m)	Q	W	$p = w \frac{f'c}{fy}$	As cm ² /m	S calc. Var. $\frac{S}{3/8}$	S (cm.)
Negativo en borde interior	corto	1.14	0.027	0.028	0.002	2.60	27	25
	largo	0.74	0.018	0.020	0.002	2.60	27	25
Negativo en borde dis-- continuo	corto	0.29	0.007	0.007	0.002	2.60	27	25
	corto	0.75	0.018	0.020	0.002	2.60	27	25
Positivo	largo	0.49	0.012	0.012	0.002	2.60	27	25

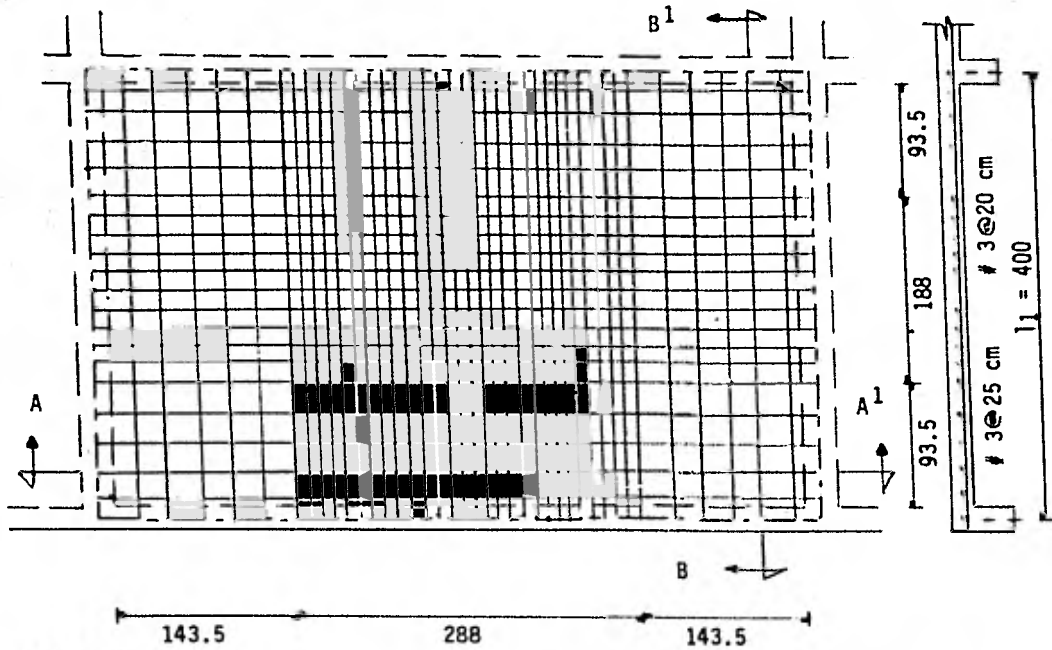
"Franjas centrales" 2o. Nivel

Momento	claro	M (ton-m)	Q	W	$p = w \frac{f'c}{fy}$	As cm ² /m	S calc. Var. $\frac{S}{3/8}$	S (cm)
Negativo en borde interior	corto	4.28	0.101	0.104	0.0062	8.06	9	10
	largo	2.57	0.061	0.062	0.0037	4.81	15	10
Negativo en borde dis-- continuo	corto	0.48	0.011	0.011	0.002	2.6	27	25
	corto	2.79	0.066	0.068	0.0041	5.33	13	10
Positivo	largo	1.67	0.040	0.041	0.0024	3.12	23	20

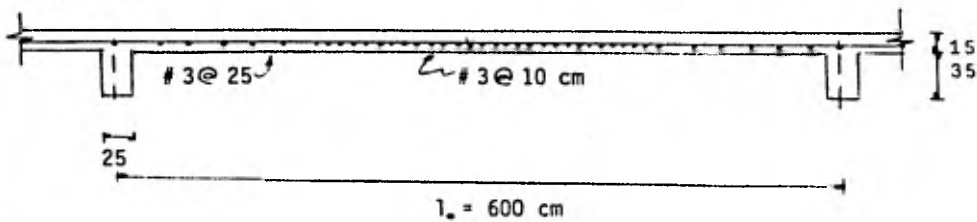
NOTA: En los porcentajes "p" que resulten ser menores que el porcentaje "p mfn" = 0.002, requerirá éste como porcentaje de diseño.

Armado y separaciones propuestas para el tablero de borde localizado en el 1er. nivel.

Corte B-B¹



Corte A-A¹

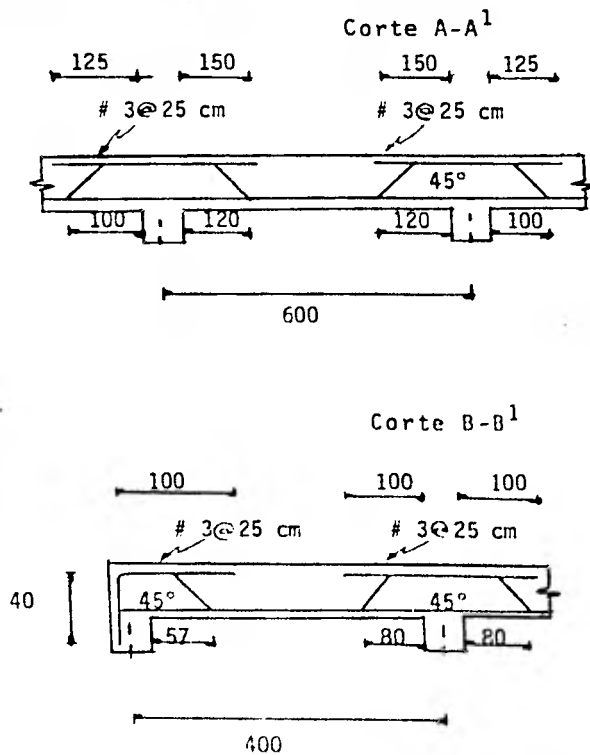


En el dibujo anterior se aprecia el tablero de borde visto de planta y la distribución del acero del emparillado, también se observan dos cortes: A-A¹ y B-B¹ que indican la posición que

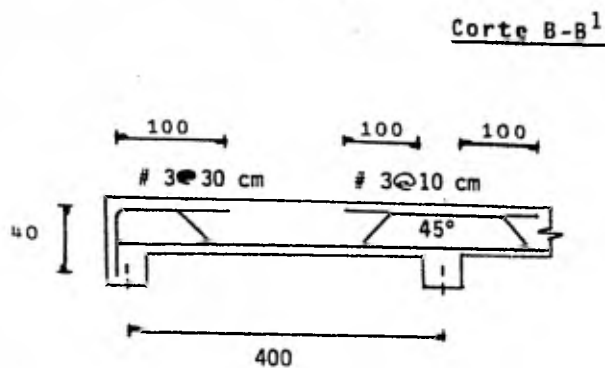
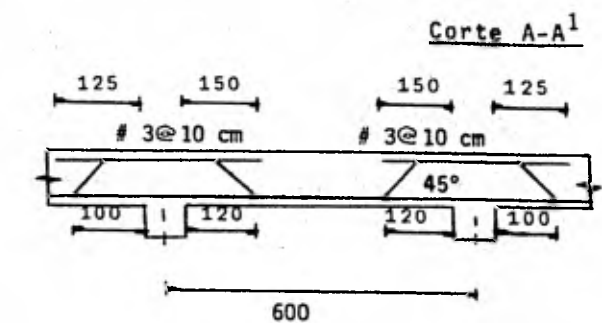
que debe guardar el acero de refuerzo positivo.

En los subsiguientes dibujos se tienen los detalles de los cortes A-A¹ y B-B¹ indicando la posición que debe guardar el acero de refuerzo negativo, y las longitudes de desarrollo necesarias.

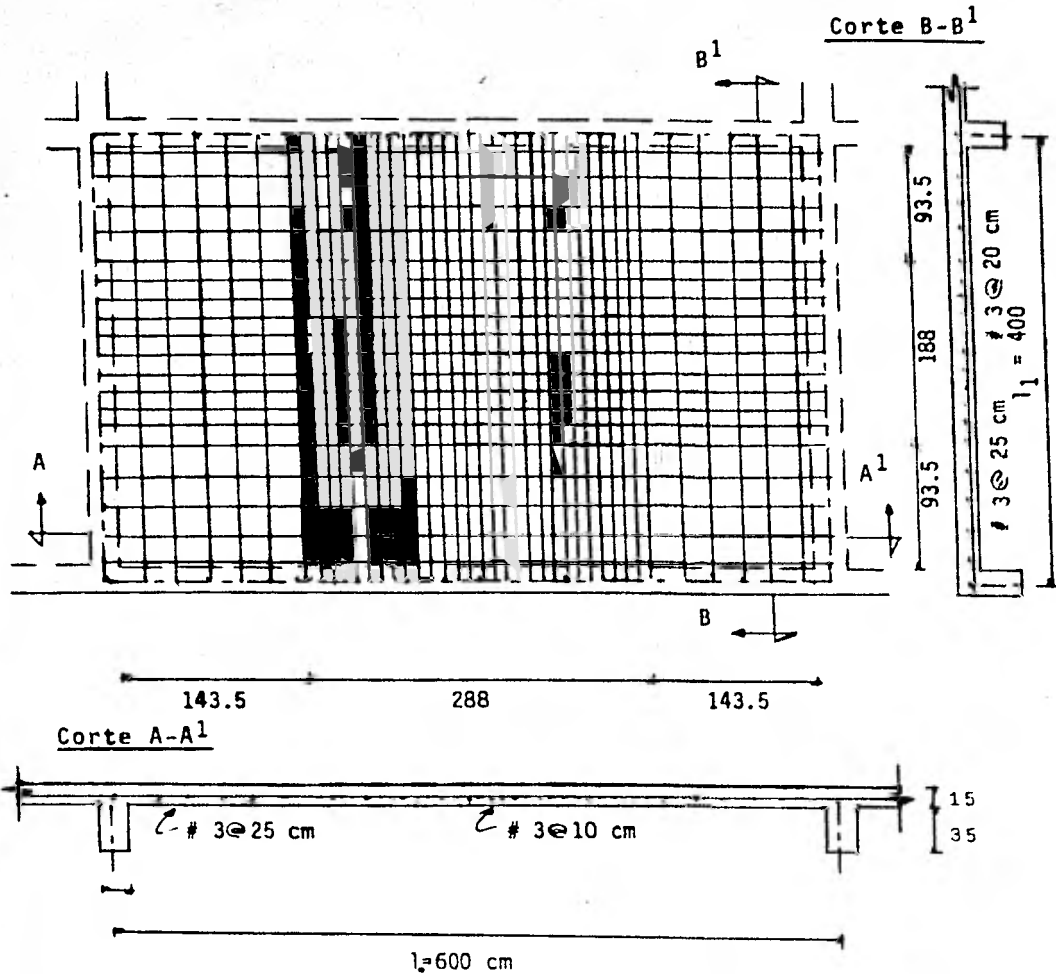
"Franjas de columna"



"Franjas centrales"



Armado y separaciones propuestas para el tablero de borde localizado en el 2° nivel.



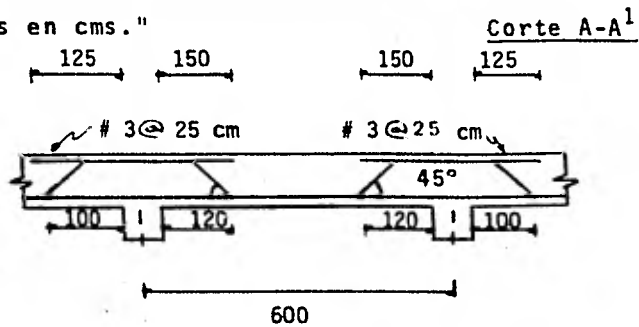
En el tablero anterior se aprecia el tablero de borde -- visto de planta y la distribución del acero del emparrillado, también se observan dos cortes; A-A¹ y B-B¹ que indican la

posición que debe guardar el acero de refuerzo positivo.

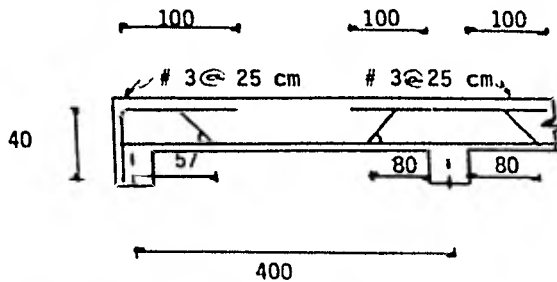
En los subsiguientes dibujos se tienen los detalles de los cortes A-A¹ y B-B¹ indicando la posición que debe guardar el acero de refuerzo negativo, y las longitudes de desarrollo necesarias.

"Franjas de columna"

"Acotaciones en cms."

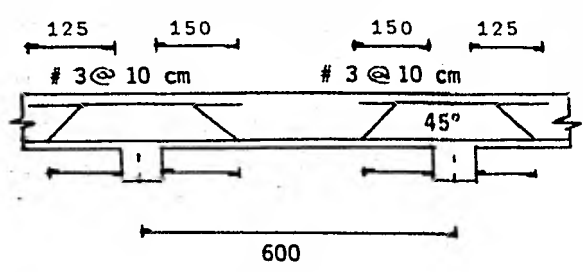


Corte B-B¹

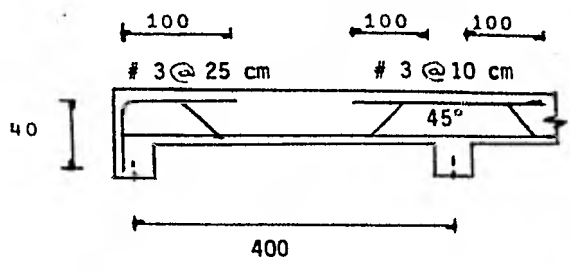


"Franjas centrales"

Corte A-A¹



Corte B-B¹



CAPITULO IV

C A P I T U L O I V

IV.1. INTRODUCCION AL CONCRETO PREESFORZADO

Preesforzado significa la creación intencional de esfuerzos permanentes en un elemento estructural o en una estructura, todo esto con el objeto de mejorar su comportamiento y resistencia bajo diversas condiciones de servicio.

El principio básico de preesforzado en el concreto, es que éste aunque resistente a la compresión, es bastante débil a la tensión y por lo tanto, si se preesfuerza el acero contra el concreto pone al concreto bajo un esfuerzo de compresión que puede ser utilizado para equilibrar cualquier esfuerzo de tensión producido por cargas vivas o muertas.

Se habla de preesforzar el acero contra el concreto, esto es, se da tensión al acero de alta resistencia y éste a su vez propicia en el concreto esfuerzos internos de compresión.

El preesfuerzo en el concreto se puede lograr mediante dos procedimientos:

a) El primer procedimiento es el pretensado. El término pretensado se emplea para describir cualquier método de

preesfuerzo en el cual se tensan los cables (acero de alta resistencia) antes de vaciar el concreto. Es evidente que los cables o tendones, como también se les llama, deberán estar - anclados temporalmente contra algunos cabezales o plataformas de esfuerzo en donde son tensados, para posteriormente cortar los y de este modo hacer la transferencia de esfuerzo al concreto después de que ha fraguado.

Este procedimiento se utiliza en plantas de precolado o prefabricado en donde existen plataformas permanentes para -- tal tensado, se puede aplicar también en el campo o lugar en donde se construyen económicamente dichos cabezales o contra-fuertes.

b) En contraste con el procedimiento del pretensado, el postensado es un procedimiento de preesfuerzo en el cual se - tensan los cables después de que el concreto ha fraguado, es decir, se ha endurecido, así el preesfuerzo se produce casi - siempre contra el concreto endurecido, y los cables se anclan contra él, inmediatamente después del preesfuerzo.

Este procedimiento puede aplicarse a miembros precolados o colados en el lugar (in situ).

IV.2. DIVERSAS SOLUCIONES DE SISTEMAS DE PISO PREESFORZADOS

Es necesario distinguir en este punto dos diferentes so-
luciones, la primera involucra a la solución más simple que -

es la losa sólida de forma rectangular empleada para cubrir claros cortos con facilidad y economía en su cimbrado.

Aunque esta solución advierte ciertas objeciones de carácter técnico cuando existe la necesidad de cubrir grandes claros, pues las distancias del núcleo central son pequeñas y el brazo de palanca disponible para el acero es limitado, además el concreto cerca del eje centroidal en el lado de la tensión no es efectivo para resistir el momento, especialmente en la etapa de resistencia. En este caso se pueden utilizar otras formas de elementos estructurales para sistemas de piso concreto preesforzado.

La segunda solución es la que precisamente incluye a este tipo de elementos preesforzados que por sí mismos pueden formar un sistema de piso o que en complemento con otras secciones coladas en el lugar lo forman también.

Este último sistema recibe el nombre de secciones compuestas.

Dentro de las secciones más usuales de concreto preesforzado están las siguientes:

- a) Sección simétrica en I
- b) Sección asimétrica en I
- c) Sección en T
- d) Sección en T invertida
- e) Sección en caja

- f) Sección rectangular
- g) Sección doble T
- h) Sección dynacore
- i) Sección spancrete o losa estruflada
- j) Sección canal.

(Ver figura 16)

a) La sección "I" simétrica puede usarse como una sección compuesta cuando la losa que soporta sea colada en sitio. Tiene la cualidad de que con ella se salvan claros importantes y es una sección relativamente ligera.

b) La sección en "I" asimétrica también se puede emplear económicamente en secciones compuestas en donde el patrón de tensión es precolado y el patrón de compresión es colado en el lugar.

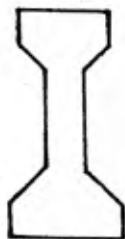
c y g) La sección en "T" tiene un funcionamiento similar a la de las vigas reforzadas con las diferencias de que soporta mayores cargas y salva claros grandes, es común emplearla en naves.

d) La sección en "T" invertida es una variación de la sección "I" asimétrica y en comportamiento y función son similares.

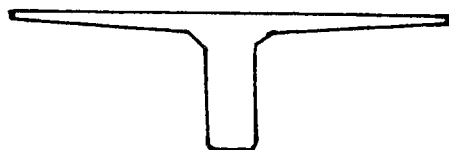
e) La sección en caja es comúnmente empleada como sistema de piso en puentes, tiene las mismas propiedades de la



16a) Sección simétrica
en I.



16b) Sección asimétrica
en I.

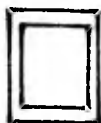


16c) Secciones en T.

Figura 16.



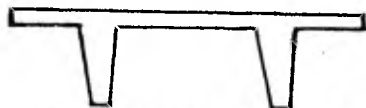
16d) Secciones en T invertida.



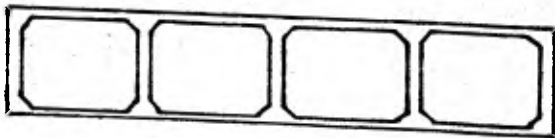
16e) Sección en caja.



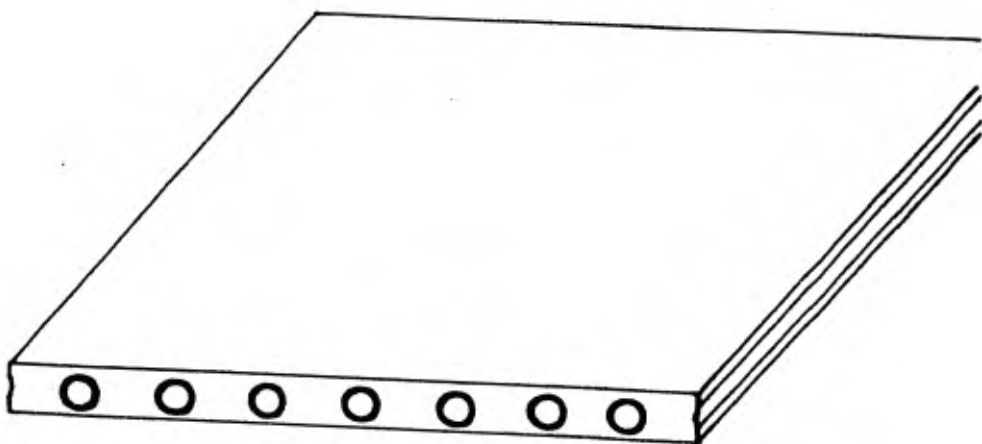
16f) Sección rectangular.



16g) Sección doble T.



16h) Sección dynacore.



16i) Sección spancrete.



16j) Sección canal.

sección en "I" para resistir los momentos. La adopción entre una y otra dependerá de los requerimientos prácticos de cada estructura.

f) La sección rectangular también es usada en sistemas de piso compuestos, soportando losas coladas en el lugar.

h) La sección dynacore también es muy usada en puentes y sólo es una variación de la sección en caja.

i) La losa estruñda o spancrete es frecuentemente usada en techos y pisos de edificios, cuando se desea tener un plafón plano.

IV.3. PROCEDIMIENTOS DE DISEÑO

Como se dijo en el punto anterior, existen dos soluciones a sistemas de piso preesforzados. La primera solución es usar una losa sólida rectangular preesforzada en dos direcciones perpendiculares; la segunda solución es usar elementos simples preesforzados tales como vigas I, T, doble T, o elementos compuestos, es decir, elementos preesforzados -- combinados con secciones coladas in situ.

Para el primer caso se tienen principalmente métodos de diseño elástico, ya que se considera al concreto preesforzado un material elástico y homogéneo, y uno de los métodos -- simplificados de este tipo es el del balanceo bidimensional de la carga. Este método consiste básicamente en hacer una

distribución uniforme de esfuerzos en cada dirección; todo esto sin provocar deflexiones o contraflechas bajo tal distribución.

De esta manera los cables que se usan para el preesfuerzo en ambas direcciones, ejercen una fuerza hacia arriba en la losa, y si la suma de los componentes hacia arriba equilibra la carga hacia abajo "w" se tiene entonces un diseño balanceado. (Ver figura 17)

Por lo tanto el preesfuerzo en una dirección será F_1 y el preesfuerzo en la otra dirección será F_2 y se debe cumplir que:

$$\frac{8 F_1 h_1}{l_1^2} + \frac{8 F_2 h_2}{l_2^2} = w$$

en donde:

h = Distancia del eje neutro de la losa al cable de preesfuerzo.

l_1 = Claro corto de la losa

l_2 = Claro largo de la losa

w = Carga de servicio.

Como en el caso del concreto reforzado el dimensionamiento de elementos se puede basar en la determinación de la resistencia última y verificar que éstos tengan un comportamiento adecuado bajo cargas de servicio, para esta condición.

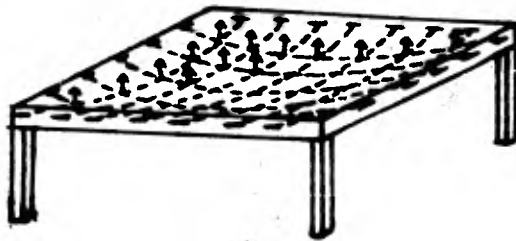


Fig. 17) Diseño balanceado de una losa
preesforzada.

IV.3.A. DISEÑO ELASTICO

Este se basa en la teoría elástica sin permitir esfuerzos de tensión en el concreto, tanto en la transferencia del preesfuerzo como bajo la carga de servicio.

Por su parte el hecho de no permitir la tensión en el concreto resulta ser un criterio sumamente conservador y lo más importante es que ayuda a simplificar el cálculo.

El método consiste básicamente en obtener una relación del momento de carga de la trabe con el que se determina la localización del centro de gravedad del acero (cable) y los esfuerzos en la transferencia, y el momento total el cual controla los esfuerzos bajo la acción de las cargas de servicio.

Dicha relación dará un resultado que de ser pequeño, se tratará de alojar el centro de gravedad del acero, fuera del eje neutro de la sección tanto como lo permita el momento de carga, si resultara un valor grande de esta relación entonces el centro de gravedad del acero se deberá localizar tan bajo como sea posible. Posteriormente, se calcula el preesfuerzo efectivo y el área de concreto que se requerirá de la sección preesforzada para esto se elegirá la sección que se adecúe a tales cálculos, facilitándose con las tablas de los catálogos en donde se puedan encontrar las diferentes propiedades de las secciones. Por último se revisa la sección para el preesfuerzo y por el área de concreto que se requieren.

Cabe destacar que es frecuente el uso de este método -- puesto que no permite esfuerzos de tensión en el concreto y por consiguiente es un método bastante seguro.

El diseño elástico para secciones compuestas es más complicado que el de las simples, esto es debido a que existen muchas posibles combinaciones en la construcción de una sección compuesta. Es conveniente recordar que una sección -- compuesta es aquélla que está formada por una porción preesforzada precolada que se combina con otra porción colada in situ.

El procedimiento de diseño es prácticamente igual al de secciones simples, aunque existe un concepto adicional, introducido para la acción compuesta que es la reducción de -- los momentos en la sección compuesta a momentos equivalentes en la porción precolada.

IV.3.B. DISEÑO DE RESISTENCIA ULTIMA

Este diseño es más simplificado que el método elástico, debido a que maneja fórmulas semi-empíricas. Para el diseño preliminar, se supone que el momento resistente a la ruptura de las secciones preesforzadas, está dado por la resistencia a la ruptura del acero actuando con un brazo de palanca. Este brazo de palanca varía con la forma de la sección y generalmente fluctúa entre 0.6 h y 0.9 h, con un valor pro

medio de $0.8 h$. Por lo tanto, el área de acero requerida - se aproxima por:

$$A_s = \frac{M_t \times m}{0.8 h \times f'_s}$$

en donde:

m = factor de carga

Suponiendo que el concreto en el lado de compresión es tá bajo un esfuerzo de $0.85 f'_c$ entonces el área de concreto requerida a la ruptura bajo compresión es:

$$A'_c = \frac{M_t \times m}{0.8 h \times 0.85 f'_c}$$

la cual es proporcionada por el patín de compresión. El --- área del alma y el área de concreto en el lado de tensión se diseña para proporcionar resistencia al esfuerzo cortante y - para recubrir el acero, respectivamente. Además, el concreto en el lado de tensión precomprimida tiene que soportar el preesfuerzo en la transferencia.

CAPITULO V

El desarrollo del presente estudio está basado en el -
diseño de losas mediante dos distintos métodos, a saber:

- 1) Método de los coeficientes del Reglamento del Distrito Federal.
- 2) Método del marco equivalente del American Concrete Institute (ACI-77).

El Método del Reglamento del D.F. analiza a la losa como un elemento aislado de la estructura (marcos) suponiendo que dicha losa absorbe los momentos actuantes en forma individual pues se considera que los apoyos poseen una rigidez flexionante muy grande con respecto a ella. Una ventaja - que se adjudica dicho análisis es la de propiciar un comportamiento más definido del sistema estructural bajo carga lateral, que resulta en un funcionamiento más específico de - cada momento. Tal método es aplicable únicamente a losas perimetrales, es decir, a losas con tableros apoyados en todos sus lados ya sea en muros o en trabes poco flexibles -- (con un gran momento de inercia).

Por su parte, el método de la estructura equivalente - contempla dentro del análisis la definición de marcos bidimensionales en los cuales la losa trabaja conjuntamente con las trabes y con las columnas, es decir, que se concibe la estructura en forma integral puesto que toma en cuenta la interacción entre los diferentes elementos estructurales. De lo anterior se concluye que cualquiera que sea el peralte de la trabe, el momento total será distribuido entre ella y la losa de acuerdo con sus rigideces flexionantes¹, por la misma razón la función de la losa se hace menos específica, bajo acciones laterales.

En cuanto a su aplicación este método se puede usar para losas perimetrales, sin embargo, es más común usarlo cuando se tiene losa plana (apoyada directamente en las columnas).

(1) En el caso de no existir trabes la losa se comporta como una viga-losa que toma el 100% de los momentos.

A P E N D I C E

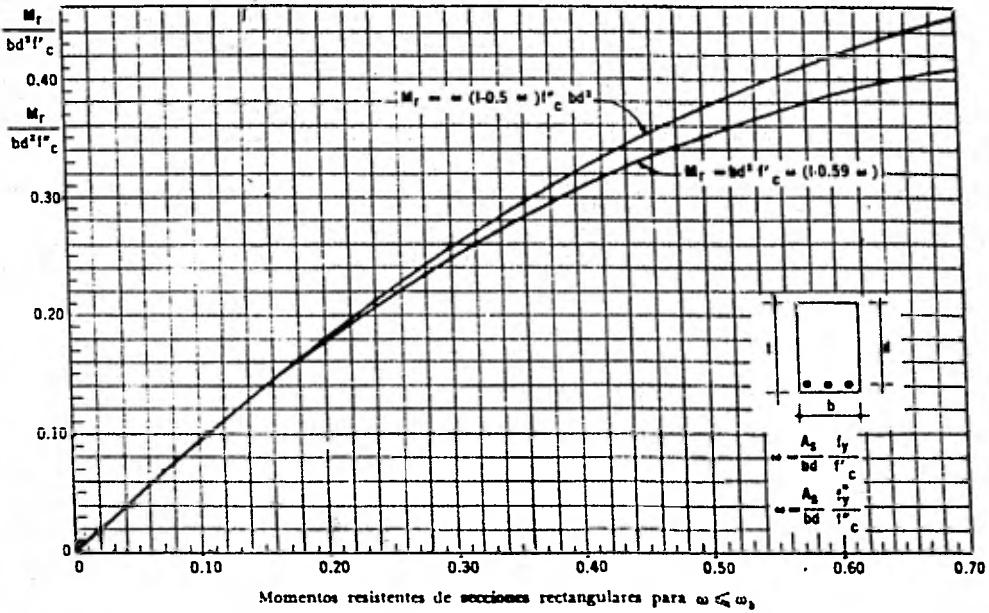


Figura "A"

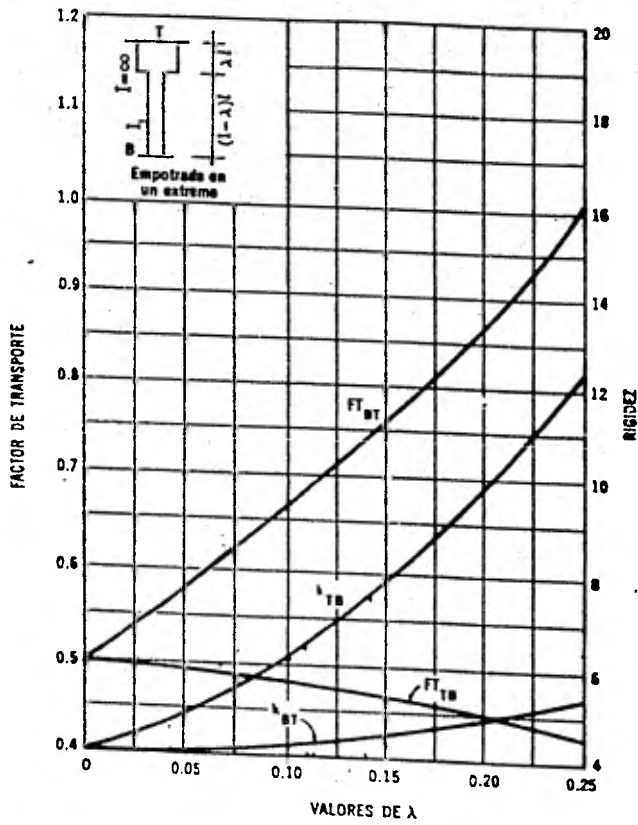


Figura "B"

COEFICIENTES DE MOMENTOS PARA TABLEROS RECTANGULARES, FRANJAS CENTRALES

Para las franjas extremas multiplíquense los coeficientes por 0.60

Tablero	Momento	Clase	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior Todas las bordes continuas	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	553	565	489	498	432	438	381	387	333	338	288	292
		largo	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	320	330	288	292
	positivo	corto	630	668	312	322	268	276	228	236	192	199	158	164	126	130
		largo	175	181	139	144	134	139	130	135	128	133	127	131	126	130
De borde Un lado corto discontinua	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	568	594	506	533	451	478	403	431	357	388	315	346
		largo	516	544	409	431	391	412	372	392	350	369	326	341	297	311
	Neg. en bordes dis. continuas	corto	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
		largo	630	668	329	356	292	306	240	261	202	219	167	181	133	144
De borde Un lado largo discontinua	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	583	624	514	548	453	481	397	420	346	364	297	311
		largo	587	687	465	545	442	513	411	470	379	426	347	384	315	346
	Neg. en bordes dis. continuas	corto	651	0	362	0	321	0	283	0	250	0	219	0	190	0
		largo	751	912	334	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129	135
De esquinas Dos lados adyacentes discontinuas	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	598	653	530	582	471	520	419	464	371	412	324	364
		largo	600	713	475	564	455	541	429	506	394	457	360	410	324	364
	Neg. en bordes dis. continuas	corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0
		largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
positivo	corto	751	912	358	416	306	354	259	298	216	247	176	199	137	153	
	largo	191	212	152	168	146	163	142	158	140	156	138	154	137	153	
Alzado cuatro lados dis- continuas	Neg. en bordes discontinuas	corto	570	0	530	0	530	0	470	0	430	0	380	0	330	0
		largo	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0
	positivo	corto	1100	1670	830	1380	800	1330	720	1190	640	1070	570	950	500	830
		largo	200	230	300	830	300	800	300	830	300	830	300	830	300	830

Caso I. losa colada monolíticamente con sus apoyos

Caso II. losa no colada monolíticamente con sus apoyos

Los coeficientes multiplicados por $10^{-4} w a_1^2$ dan momentos por unidad de anchoPara el caso I, a_1 y a_2 pueden tomarse como los claros libres entre paños de vigas; para el caso II se tomarán como los claros entre ejes, pero sin exceder el claro libre más dos veces el espesor de la losa.

TABLA "I"

Porcentaje de los momentos totales que se asignan a las franjas de columnas

Relación de rigideces		Valores de l_2/l_1			
		0.5	1.0	2.0	
Momentos negativos en apoyos interiores	$(\alpha_1 l_2/l_1) = 0$	75	75	75	
	$(\alpha_1 l_2/l_1) \geq 1.0$	90	75	45	
Momentos negativos en apoyos exteriores	$(\alpha_1 l_2/l_1) = 0$	$\beta_1 = 0$	100	100	100
		$\beta_1 \geq 2.5$	75	75	75
	$(\alpha_1 l_2/l_1) \geq 1.0$	$\beta_1 = 0$	100	100	100
		$\beta_1 \geq 2.5$	90	75	45
Momentos positivos	$(\alpha_1 l_2/l_1) = 0$	60	60	60	
	$(\alpha_1 l_2/l_1) \geq 1.0$	70*	75	45	

Puede usarse interpolación lineal entre los valores mostrados.

TABLA "IV"

Distribución de los momentos de las franjas de columnas entre vigas y losas

Relación de rigideces	Porcentaje que se asigna a la viga	Porcentaje que se asigna a la losa
$(\alpha_1 l_2/l_1) = 0$	0	100
$(\alpha_1 l_2/l_1) \geq 1.0$	85	15

Puede usarse interpolación lineal entre los valores mostrados.

TABLA "V"

B I B L I O G R A F I A

1. Reglamento de las construcciones de concreto reforzado - (ACI-318-77) y comentarios, IMCYC, A.C.
2. Diseño de estructuras de concreto
George Winter
Arthur H. Nielson
Edición Internacional del Estudiante
Mc Graw Hill, 9a. Edición.
3. Aspectos fundamentales del concreto reforzado
Oscar M. González Cuevas
Francisco Robles Fernández Villegas
Juan Casillas García de León
Roger Díaz de Cossío
Editorial Limusa,
México, 1974.
4. Diseño y construcción de estructuras de concreto, normas técnicas complementarias del reglamento de construcciones para el Distrito Federal.
Instituto de Ingeniería (No. 401)
México, 1977.
5. Requisitos de seguridad y servicio para las estructuras - Título IV del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.
Instituto de Ingeniería (No. 400)
México, 1977.

6. Estructuras de concreto reforzado
R. Park y T. Pauley
Ed. Limusa, 1979.

7. Criterios de diseño de estructuras de concreto
Horacio Ramirez de Alba
Victor M. Pavón
IMCYC, A.C., 1975.

8. Teoría elemental del concreto reforzado
Phil M. Ferguson
Compañía Editorial Continental, S.A.
México, 1978.

9. Diseño de estructuras de concreto preesforzado
T.Y. Lin
CEC, S.A.
México, 1978.

TESIS "CLASICAS"

PASEO DE LAS FACULTADES 32-D
FRACC. COPILCO UNIVERSIDAD
CIUDAD UNIVERSITARIA 20. D. F.