

29  
14



Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Química



EXAMENES PROFESIONALES  
FAC. DE QUÍMICA

COMPORTAMIENTO DEL FLUJO DE UN  
FLUIDO COMPRESIBLE EN UN EQUIPO  
DISEÑADO COMO CAMBIADOR DE CALOR

T E S I S

Que Para Obtener el Título de:  
INGENIERO QUIMICO

P R E S E N T A:  
EDGAR CABRERA RODRIGUEZ

México, D. F.

1986



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## CONTENIDO

	Págs.
Introducción	1
CAPITULO 1	9
1.1 Primera y Segunda ley de la termodinámica	10
1.2 Relación del teorema de Bernoulli	18
1.3 Descripción del flujo de un fluido compresible	20
1.4 Conductos no cilíndricos	20
CAPITULO 2	35
2.1 Descripción del sistema	36
2.2 Especificación de variables	40
2.3 Resultados experimentales	42
CAPITULO 3	45
3.1 Tratamiento de los datos obtenidos	46
3.2 Evaluación de la relación $e/D$ y del factor de fricción	50
3.3 Análisis termodinámico del sistema	58
3.4 Obtención del coeficiente de flujo del tubo Pitot	85
3.5 Análisis de los perfiles de velocidad	104
3.6 Conclusiones	118
CAPITULO 4	126
4.1 Objetivo	127
4.2 Introducción	127
4.3 Descripción del equipo	143

	Págs.
4.4 Técnica de arranque y operación del equipo	147
4.5 Trabajo posterior a la práctica	148
4.6 Cuestionario	149
Conclusiones	157
Nomenclatura	159
Bibliografía	162

## Introducción

El conocimiento del comportamiento de un fenómeno no se restringe a simples especulaciones cualitativas. Aunque parece exagerado, se puede decir que un fenómeno se conoce cuando la evaluación es cualitativa y cuantitativa y se relacionan entre sí. Esto se logra mediante la forma en que se lleva a cabo la experimentación y la consideración de la influencia de las diferentes formas de energía. Ahora bien, no todas las propiedades de un sistema son útiles para su estudio, sino solo aquellas independientes que dan lugar en sí, o provocan, el fenómeno; esto es, solo aquellas que sean necesarias y suficientes para la descripción y estudio del fenómeno. De lo contrario la cuantificación del fenómeno no solo proporciona datos incorrectos, sino que su conocimiento será erróneo y falso. Es en esta parte donde se pone mayor atención y cuidado en la descripción total del fenómeno, así como su control.

Para el estudio se toman como base los conceptos fundamentales establecidos por: la primera y segunda ley de la termodinámica, el principio de la conservación de la materia y del momentum.

El objetivo principal de este estudio es establecer la posibilidad de desarrollar una práctica para el estudio del flujo de un fluido compresible en el laboratorio de Ingeniería Química.

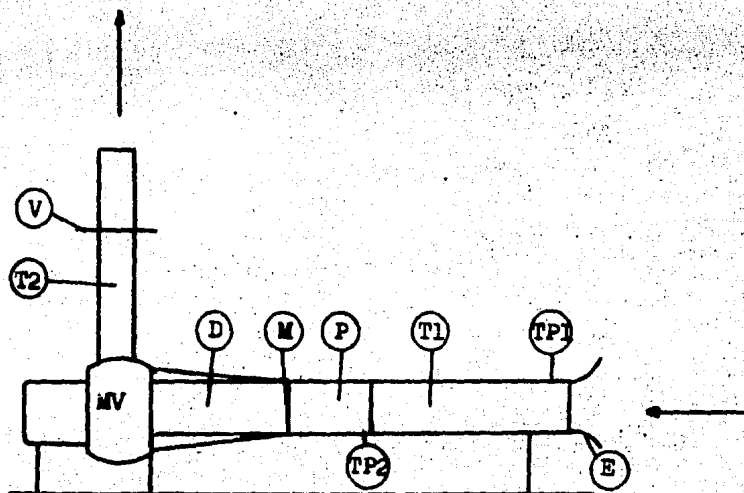
El equipo donde se llevó a cabo el estudio es un cambiador de calor de flujo cruzado; cuyo fluido de trabajo es aire, diseñado

por la firma PLINT & PARTNERS LTD ENGINEERS (fig.1). Este equipo cuenta con un tubo Pitot del cual se desconoce su coeficiente de flujo, también permite el estudio del flujo del fluido en un conducto de sección transversal cuadrada y constante sin necesidad de modificarlo físicamente. El sistema está localizado en el tubo cuadrado, limitado por las secciones de paso 1 y 2 (fig.2), donde se lleva a cabo el análisis.

En este estudio se verá la influencia de un accesorio del equipo sobre el comportamiento del flujo del fluido en el sistema delimitado y que en este caso es una malla (fig.1).

Esta tesis se presenta de la siguiente manera:

En el primer capítulo, se presenta la teoría relacionada con el estudio del flujo del fluido. Este se desarrolló deduciendo la primera y segunda ley de la termodinámica en su forma más general, ya que se puede adaptar con facilidad, en algunos casos según las necesidades, para la descripción y el estudio de cualquier sistema o proceso. Aplicando estas relaciones a un sistema donde el fluido es compresible, bajo un proceso estacionario y de dos secciones de paso, una de entrada y una de salida del fluido, se establece la relación de Bernoulli y las relaciones que describen al comportamiento del coeficiente de fricción en función de las propiedades de estado, cuando el sistema está sujeto a un proceso isotérmico o cuando está sujeto a un proceso adiabático. En este capítulo además, se establecen las relaciones que describen el comportamiento del coeficiente de fricción en un conducto cerrado



- D: difusor  
 E: entrada en forma de boca de campana  
 M: malla  
 MV: ventilador con motor eléctrico  
 P: sección de plástico transparente  
 T1: tubo cuadrado  
 T2: tubo circular  
 TP1: toma de presión en 1  
 TP2: toma de presión en 2  
 V: válvula de compuerta

Figura 1

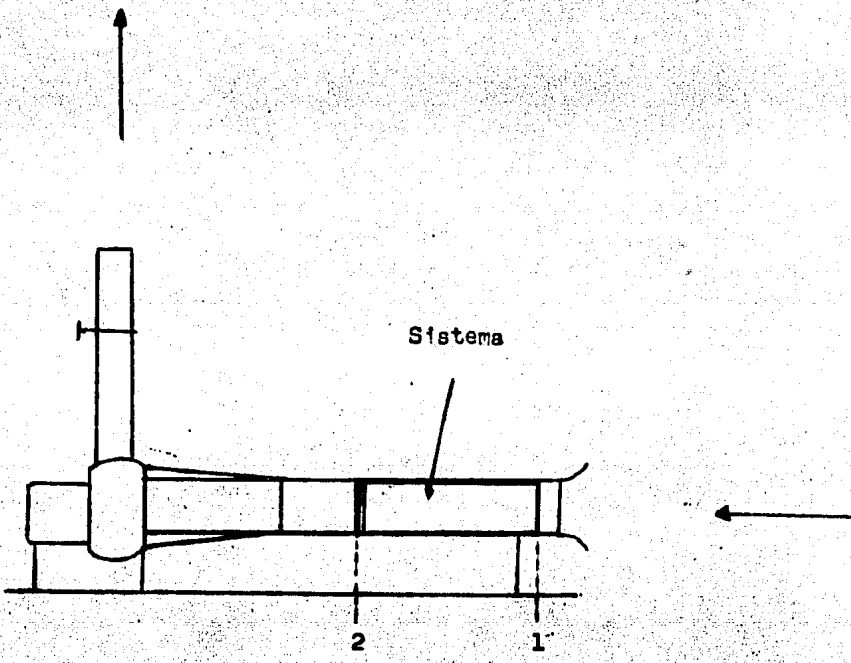


Figure 2



y circular en función de las propiedades del flujo, del fluido y de las características del conducto; es decir, de las relaciones de:  $(L/D)$ ,  $(e/D)$  y No.Re. Se establece también el criterio del diámetro equivalente, deduciendo la relación correspondiente, para cuando la geometría de la sección de paso del conducto no sea circular.

En el segundo capítulo, se describe el equipo y la localización del sistema que se estudiará, así como la determinación de las variables que lo describen, el desarrollo del experimento y los resultados experimentales obtenidos.

En el tercer capítulo, se describe el estudio del comportamiento del sistema. Esto es, con los fundamentos establecidos en el capítulo 1, empleando las relaciones en su forma general, y fijando las consideraciones y condiciones necesarias se lleva a cabo el estudio. Se plantea que el flujo puede ser isotérmico o adiabático y se evalúa la relación  $e/D$ . Observando los resultados experimentales de presión manométricos en las secciones de paso 1 y 2, se concluye que no se puede aceptar como comportamiento del sistema, un proceso del flujo de un fluido a través de un conducto cerrado por sí solo, sino que se debe tomar en cuenta además, la interacción de los alrededores sobre el sistema, en este caso es la malla en forma de panel (fig.1). Así, se plantea que el comportamiento del sistema está dado por dos procesos consecutivos e independientes:

Proceso I: El flujo del fluido a través del conducto cerrado

Proceso II: La interacción de la malla sobre el sistema.

El resultado de la suma de ambos procesos da lugar al proceso total de acuerdo a los resultados experimentales observados. Con lo anterior se establece si el proceso total es adiabático o isotérmico. Esto se hace, comparando los resultados obtenidos cuando el proceso es isotérmico o cuando es adiabático con los experimentales; aquél que presente las menores desviaciones será el proceso que describa al sistema. Una vez determinado el proceso total del sistema se asume, y se evalúa el comportamiento del sistema en todo el intervalo de operación. Establecido el comportamiento del sistema, se aplica éste en la determinación del coeficiente de flujo del tubo Pitot y la posibilidad de considerar a la sección de paso del conducto como circular. Como complemento se presenta el análisis de los perfiles de velocidad, mostrando la influencia de la malla sobre el sistema, experimentalmente, y la cuantificación de esta influencia en el centro de la sección de paso. Es aquí donde se establecen las condiciones para el desarrollo de una práctica. De acuerdo a los resultados que se obtienen se pueden presentar varias prácticas. Sin embargo, la mayoría son tediosas y abstractas, siendo poco didácticas y sencillas, contribuyendo muy poco a la formación del alumno. Así, el criterio de la longitud equivalente aplicado a la resistencia al flujo que ofrece una entrada de fluido en forma de boca de campana, es el tema de práctica más adecuado que cumple con lo anterior para desarrollarse en el Laboratorio de Ingeniería Química en el equipo sin modificarlo físicamente.

En el cuarto capítulo se presenta la práctica a desarrollar en el laboratorio, enfocada a la determinación de la longitud equivalente de un accesorio, en este caso, es la entrada del aire en forma de boca de campana.

El estudio del sistema en el equipo permitió determinar que el flujo del fluido es turbulento e isotérmico y las paredes del tubo cuadrado se comportan como lisas. En la evaluación de la velocidad con el tubo Pitot en la sección de paso 2, se puede considerar a la sección transversal cuadrada como circular. Además, se determinó el coeficiente de flujo del tubo Pitot, cuyo valor es igual a 0.964, el cual es independiente del número de Reynolds en el intervalo de operación del equipo.

Con todo lo anterior, no se estudio:

- La influencia de la geometría de la sección de paso en el perfil de velocidades y en el radio hidráulico.
- La influencia de la malla sobre el sistema en varias posiciones e inclinaciones.
- La validez del radio hidráulico en el flujo laminar.

Esto no se lleva a cabo debido a que se requieren conductos de secciones transversales de diferentes geometrías y tamaños, así como conductos de diferentes tamaños y colocar la malla en soportes variables en posición. Al realizar esto, se modifica físicamente el equipo y por tanto, el comportamiento del sistema.

Las evaluaciones se llevan a cabo en el sistema Incoles de Ingeniería, ya que es frecuente en la literatura así como en el

curso de la carrera de Ingeniería Química en la Facultad de Química de la U.N.A.M., el empleo de este sistema de unidades, sin embargo, en los ejemplos resueltos de esta tesis se presentan además, las equivalencias de los resultados en el sistema de unidades internacional.

**CAPITULO 1**

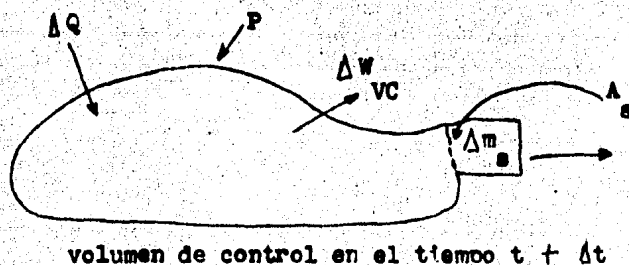
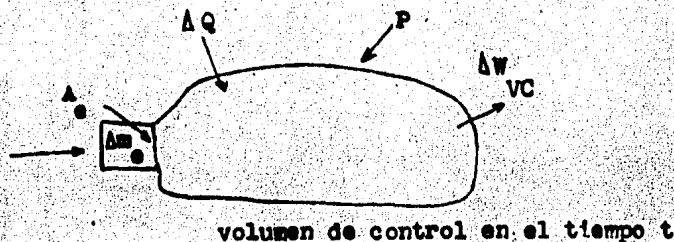
- 1.1 Primera y segunda ley de la termodinámica.**
- 1.2 Relación del teorema de Bernoulli**
- 1.3 Descripción del flujo de un fluido compresible.**
- 1.4 Conductos no cilíndricos.**

### 1.1 Primera y Segunda ley de la termodinámica.

En la práctica profesional hemos de tratar, en la mayoría, con sistemas dinámicos. De aquí que se apliquen las leyes fundamentales de la termodinámica, como son: la primera y segunda ley.

Nuestro estudio se centrará en un espacio limitado, denominado volumen de control. Al entorno de este volumen se le denomina superficie de control. En nuestro estudio se considera que esta superficie permite el intercambio de momentum, masa y energía con los alrededores en un intervalo de tiempo.

Así, el incremento de masa  $\Delta m_e$  entra al volumen de control a través de la sección de paso  $A_e$  en el tiempo  $t$ , y la masa  $\Delta m_s$  sale por la sección de paso  $A_s$  en el tiempo  $t + \Delta t$ .



Supondremos que los incrementos de masa a la salida y entrada tienen propiedades uniformes y el trabajo total desarrollado por el sistema estará constituido en dos partes; aquella desarrollada por el intercambio de masa a través de la superficie de control y aquél que comprende todas las formas distintas a la anterior; como son: el caso del trabajo asociado a una flecha que atraviese la superficie de control, etc. Es conveniente recordar que tanto el trabajo como el calor son una función de trayectoria.

En el caso de la energía total del sistema en el intervalo de tiempo, se considerará constituida en dos partes; una debida a la energía involucrada en el volumen de control y otra dada por el intercambio de masa con los alrededores a través de la superficie de control.

El cambio de energía con el incremento de masa en el volumen de control en un intervalo de tiempo infinitesimal, se tiene de acuerdo a la primera ley de la termodinámica:

$$dE/dt = dQ/dt - dW/dt \quad (1)$$

W: trabajo desarrollado por el sistema en los alrededores

Q: calor de intercambio por el sistema con los alrededores

si:

E: energía total del sistema

$E_{VC}$ : energía total del volumen de control

e: energía por unidad de masa

entonces,

$$E = E_{VC} + edm \quad (2)$$

al derivar (2) con respecto al tiempo, tenemos:

$$dE/dt = dE_{VC}/dt + d(edm)/dt \quad (3)$$

y si,

$W$ : trabajo total desarrollado por el sistema

$W_{VC}$ : trabajo total desarrollado por el volumen de control

$W'$ : trabajo desarrollado por el intercambio de masa

entonces

$$W = W_{VC} + W' \quad (4)$$

derivando (4) con respecto al tiempo;

$$dW/dt = dW_{VC}/dt + dW'/dt \quad (5)$$

sustituyendo (3) y (5) en (1)

$$dE_{VC}/dt + d(edm)/dt = dQ/dt - (dW_{VC}/dt + dW'/dt) \quad (6)$$

El término  $W'$  es el llamado trabajo de flujo, el cual está asociado con la masa que cruza la superficie de control. Existe una fuerza que actúa sobre los incrementos de masa a la entrada y salida en las superficies de paso respectivamente, dada por el esfuerzo. Esta fuerza presenta sus componentes normal y tangencial, donde la fuerza normal será el producto de la componente normal del esfuerzo por la sección de paso.

Como sabemos el esfuerzo normal toma en cuenta la presión



y la viscosidad. Así, suponiendo que el perfil de velocidades tanto a la entrada como a la salida son semejantes, el trabajo de flujo será:

si,  $\nabla_n$ : esfuerzo normal

entonces,

$$-\nabla_n v dm = P v dm \quad (7)$$

Esto es, el trabajo efectuado sobre la masa al entrar al volumen de control será:  $-P v dm$

Por tanto,

$$\dot{W}'/dt = d(Pvdm)/dt \quad (8)$$

así, sustituyendo (8) en (6)

$$dE_{VC}/dt + d(edm)/dt = \dot{Q}/dt - \dot{W}'_{VC}/dt - d(Pvdm)/dt \quad (9)$$

arreglando (9)

$$dE_{VC}/dt + d((dm/dt)e) + d((dm/dt)(Pv)) + \dot{W}'_{VC}/dt = \dot{Q}/dt \quad (10)$$

Ahora bien, al definir los siguientes términos de (10) como:

$$\dot{W}'_{VC}/dt = \dot{W}'_{VC} \quad (11), \quad \dot{Q}/dt = \dot{Q} \quad (12) \text{ y } dm/dt = \dot{m} \quad (13)$$

sustituyendo (11), (12) y (13) en (10)

$$\frac{dE_{VC}}{dt} + \dot{m}(e + Pv) + \dot{W}_{VC} = \dot{Q} \quad (14)$$

si,

$h$ : entalpia por unidad de masa

$u$ : energia interna por unidad de masa

$Zg/g_c$ : energia potencial por unidad de masa

$V^2/2g_c$ : energia cinética por unidad de masa

entonces, como:

$$h = u + Pv \quad (15) \quad \text{y} \quad e = u + Zg/g_c + V^2/2g_c \quad (16)$$

al sustituir (15) y (16) en (14) resulta:

$$\frac{dE_{VC}}{dt} + \dot{m}(h + Zg/g_c + V^2/2g_c) + \dot{W}_{VC} = \dot{Q} \quad (17)$$

Considerando las propiedades locales uniformes en la sección de paso, del volumen de control y una posible dependencia del tiempo, tenemos que los siguientes términos de (17) serán:

$$\dot{m}/dt = \int \rho v dA \quad (18)$$

$$\frac{dE_{VC}}{dt} = (d/dt) \int e \rho d\tau \quad (19)$$

sustituyendo (18) y (19) en (17),

$$\therefore (d/dt) \int e \rho dV + \int (h + Zg/g_c + V^2/2g_c) \rho v dA + \dot{W}_{vc} = \dot{Q} \quad (20)$$

Ahora bien, considerando cantidades con magnitud, dirección y sentido, teniendo presente que la energía es una cantidad escalar, resulta:

$$(d/dt) \int e \rho dV + \int (h + Zg/g_c + V^2/2g_c) \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA + \dot{W}_{vc} = \dot{Q} \quad (21)$$

$\vec{n}$ : vector unitario normal al área de la sección transversal de paso.

Esta relación (21) es la primera ley de la termodinámica aplicable a cualquier sistema.

Ahora bien, en el caso de la segunda ley siguiendo un procedimiento y supuestos similares se tiene:

si,

T: temperatura

PI: pérdidas irreversibles de energía

S: entropía total del sistema

entonces:

$$dS/dt = d(Q/T)/dt = d(PI/T)/dt \quad (22)$$

El sistema en un instante de tiempo relacionado con un

elemento diferencial de masa resulta:

si,

$S$  : entropía del volumen de control  
 $s$  : entropía por unidad de masa

entonces,

$$S = S_{vc} + sdm \quad (23)$$

asi, diferenciando (23)

$$dS/dt = dS_{vc}/dt + d(sdm)/dt \quad (24)$$

sustituyendo (24) en (22)

$$dS_{vc}/dt + d((dm/dt)s) = -d(Q/T)/dt + -d(\dot{P}\dot{T}/T)/dt \quad (25)$$

Ahora bien, como el término  $-d(Q/T)/dt$  implica una temperatura uniforme sobre la superficie de control en un instante y  $-d(\dot{P}\dot{T}/T)/dt$  implica una temperatura uniforme interna en un instante.

si,

$$\dot{P}\dot{T} = -d\dot{P}/dt \quad \text{y} \quad \dot{Q} = dQ/dt$$

entonces,

$$-d(Q/T)/dt = (1/dt) \int ((dQ/A)/T) dA = \int ((\dot{Q}/A)/T) dA \quad (26)$$

$$-d(\dot{P}\dot{T}/T)/dt = (1/dt) \int ((-d\dot{P}/V)/T) dV = \int ((\dot{P}'/V)/T) dV \quad (27)$$

sustituyendo (26) Y (27) en (25)

$$dS_{vc}/dt + d\dot{m}(s) = \int ((\dot{Q}/\Lambda)/T)d\Lambda + \int ((\dot{P}/\dot{v})/T)d\dot{v} \quad (26)$$

considerando, como en el caso anterior de la primera ley de la termodinámica, una posible dependencia en el tiempo, de (26) resulta:

$$(d/dt) \int s \rho d\dot{v} + \int s \rho v d\Lambda = \int ((\dot{Q}/\Lambda)/T)d\Lambda + \int ((\dot{P}/\dot{v})/T)d\dot{v} \quad (27)$$

que en forma más general, se tiene:

$$(d/dt) \int s \rho d\dot{v} + \int s \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) d\Lambda = \int ((\dot{Q}/\Lambda)/T)d\Lambda + \int ((\dot{P}/\dot{v})/T)d\dot{v} \quad (28)$$

Un tipo de modelo frecuente al tratar con sistemas hace las siguientes suposiciones:

1. El volumen de control no tiene efectos de traslación y rotación.
2. Las propiedades de estado de la masa puntual no varían con el tiempo en el volumen de control.
3. Las propiedades de estado y densidad de flujo másico son uniformes en la sección de paso.

ahora bien, si

$$\int \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) d\Lambda = 0 \quad (29)$$

y aplicando (29) a las relaciones (21) y (28), resulta:

$$\int (h + z\alpha/g_c + v^2/2\alpha_c) \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA + \dot{W}_{vc} = \dot{Q} \quad (30)$$

$$\int \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = \int ((\dot{Q}/A)/T) dA + \int ((\dot{W}/\dot{v})/T) d\dot{v} \quad (31)$$

A este modelo se le conoce comunmente como proceso de estado y flujo estable ó proceso estacionario.

### 1.2 Relación del teorema de Bernoulli.

Considerando un volumen de control cualquiera y suponiendo un proceso de estado y flujo estable y el flujo normal a la sección de paso de la superficie de control, las relaciones de la primera y segunda ley de la termodinámica, (30) y (31) respectivamente, serán:

$$\dot{Q} = \int (h + z\alpha/g_c + v^2/2\alpha_c) \rho v dA + \dot{W} \quad (32)$$

$$\int \rho v dA = \int ((\dot{Q}/A)/T) dA + \int ((\dot{W}/\dot{v})/T) d\dot{v} \quad (33)$$

Ahora bien, si se consideran dos secciones de paso, una de entrada y una de salida y las propiedades de estado y velocidad en la sección de paso como medias globales, se tiene de (32)

$$\dot{Q} = \dot{m}_e (h + z\alpha/g_c + v^2/2\alpha_c)_e - \dot{m}_s (h + z\alpha/g_c + v^2/2\alpha_c)_s + \dot{W} \quad (34)$$

de (33)

19

$$s_s \dot{m}_s - s_e \dot{m}_e = \int ((\dot{Q}/A)/T) dA + \int ((\dot{P}I/\phi)/T) d\phi \quad (35)$$

de (29)

$$\dot{m}_s - \dot{m}_e = 0 \quad (36)$$

Suponiendo un sistema adiabático,

$$\int ((\dot{Q}/A)/T) dA = 0 \quad (37)$$

sustituyendo (36) y (37) en (35)

$$s_s \dot{m}_s - s_e \dot{m}_e = \int ((\dot{P}I/\phi)/T) d\phi = \dot{P}I/T_r = \dot{m}(s_s - s_e) = \dot{m} \Delta s \quad (38)$$

donde,

$T_r$ : temperatura media, representativa del proceso en el volumen de control

como,

$$T_r \Delta s = \Delta h - \int v dP \quad (39)$$

sustituyendo (39) en (38)

$$\dot{m} T_r \Delta s = \dot{P}I = \int v dP - \Delta h \quad (40)$$

Al sustituir (36) en (34) resulta:

$$\dot{Q} = \dot{m}(\Delta h + \Delta Zg/g_c + \Delta V^2/2g_c) + \dot{W} \quad (41)$$

Como,

$$PI = \dot{P}I/\dot{m} \quad (42), \quad q = \dot{Q}/\dot{m} \quad (43), \quad w = \dot{W}/\dot{m} \quad (44)$$

sustituyendo (43) y (44) en (41)

$$q = \Delta h + \Delta Zg/g_c + \Delta V^2/2g_c + w \quad (45)$$

sustituyendo (40) y (42) en (45), recordando además que  $q = 0$

$$0 = \int v dP + PI + \Delta Zg/g_c + \Delta V^2/2g_c + w \quad (46)$$

$$\int v dP + \Delta Zg/g_c + \Delta V^2/2g_c + PI = -w \quad (47)$$

Cuando se tiene  $w = 0$ , la relación (47) recibe el nombre de ecuación de Bernoulli. Esta relación (47), es muy empleada en la descripción energética de un sistema estacionario, es aplicable para cuando el flujo o el sistema es isotérmico o adiabático.

### 1.3 Descripción del flujo de fluidos compresibles

La relación de Bernoulli en la descripción del flujo de un fluido es la más adecuada. Así, en forma diferencial para un flujo ideal, resulta:

$$v dP + v dV/g_c + (\alpha/g_c) dZ = 0 \quad (48)$$



Para un flujo irreversible se tiene:

$$vdP + VdV/g_c + (g/g_c)dZ + d(PI) = 0 \quad (49)$$

donde PI son las pérdidas de energía irreversibles; al considerar que éstas son debidas al tipo de flujo, rozamiento y geometría del sistema, se evalúan con la relación de Darcy (50).

$$PI = f(V_m^2/2g_c)(L/D) \quad (50)$$

donde:

f: factor de fricción

$V_m$ : velocidad media

L: longitud del conducto

D: diámetro del conducto

El flujo de un fluido se puede tratar de varias formas: isotérmico, adiabático o la combinación de ambos.

Al tratar el flujo analíticamente se toman varias consideraciones:

- i) se supondrá comportamiento ideal del fluido en cuanto a sus propiedades de estado.
- ii) el flujo del fluido se desarrolle como un proceso de estado y flujo estacionario.

De acuerdo a lo anterior, para un fluido isotérmico compresible en un conducto de sección transversal circular, área constante y recto, se tiene la siguiente relación:

$$f(L/D) = \frac{g_c P}{2 G v_1} (1 - (P_2/P_1)^2) - \ln(P_1/P_2)^2 \quad (51)$$

donde:

$G$ : densidade de flujo másico

$(L/D)$ : relación de longitud a diámetro del tubo

$f$ : factor de fricción.

$P_2, P_1$ : presión a la salida y entrada al conducto respectivamente

La relación (51) se justifica de la siguiente forma:  
de (49) considerando  $(g/g_c)dZ = 0$

$$vdP + VdV/g_c + d(PI) = 0 \quad (52)$$

sabemos que,

$$d(Pv) = 0 = PdV + vDP \quad (53)$$

$$d(G) = 0 = \frac{vdV - Vdv}{v} \quad (54)$$

así,

arreclando:

$$\text{de (53)} \quad PdV = -vDP \quad (55) \quad P/v = -dP/dv \quad (55)'$$

$$\text{de (54)} \quad vdV = Vdv \quad (56) \quad dv/v = dV/V \quad (56)'$$

sustituyendo (55) en (52)

$$-PdV + d(V^2)/2g_c + d(PI) = 0 \quad (57)$$

$$-2g_c PdV/V^2 + d(V^2)/V^2 + 2g_c d(PI)/V^2 = 0 \quad (58)$$

$$\text{como} \quad P_1 v_1 = Pv \quad (59)$$

sustituyendo (59) en (58)

$$-2g_c (P_1 v_1/V^2)dv/v + d(V^2)/V^2 + 2g_c d(PI)/V^2 = 0 \quad (60)$$

integrando (60),

$$-\int_1^2 2g_c P_1 v_1 dv/v^3 + \int_1^2 d(V^2)/V^2 + \int_1^2 2g_c d(PI)/V^2 = 0$$

asi,

$$g_c P_1 v_1 (\bar{v}_2^2 - \bar{v}_1^2) + \ln(V_2/V_1)^2 + \int_1^2 2g_c d(PI)/V^2 = 0 \quad (61)$$

$$\text{como } v_1/v_2 = V_1/V_2 = P_2/P_1 \quad (62)$$

sustituyendo (62) en (61)

$$\frac{g P v}{2 v_1} ((V_1/V_2)^2 - 1) + \ln(V_2/V_1)^2 + \int_1^2 2g_c d(PI)/V^2 = 0 \quad (63)$$

ahora bien, como:

$$\int_1^2 2g_c d(PI)/V^2 = 2g_c PI/V_m^2 \quad (64) \quad \text{y} \quad PI = f(V_m^2/2g_c)(L/D) \quad (50)$$

sustituyendo (64) y (62) en (63)

$$\frac{g P}{2 G v_1} ((P_2/P_1)^2 - 1) + \ln(P_1/P_2)^2 + 2g_c PI/V_m^2 = 0 \quad (65)$$

finalmente sustituyendo (50) en (65) resulta:

$$f(L/D) = \frac{g P}{2 G v_1} (1 - (P_2/P_1)^2) - \ln(P_1/P_2)^2$$

que no es otra cosa que la relación (51).

Para el caso adiabático tomando en cuenta las suposiciones anteriores: gas ideal, tubo horizontal de sección transversal constante y partiendo de la relación de Bernoulli (52), se obtiene una relación que describe al flujo adiabático. Esto es:

$$vdP + VdV/\rho_c + d(PI) = 0 \quad (52)$$

El objetivo es establecer una función del tipo  $(P, V) = 0$ , donde  $PI$  es la variable dependiente.

Partiendo de la primera ley de la termodinámica y tomando en cuenta los supuestos para un elemento diferencial por unidad de masa, tenemos:

$$-dq = dh + VdV/\rho_c \quad (66)$$

como;

$$dh = Tds + vdP \quad (67)$$

sustituyendo (67) en (66)

$$-dq = dh + VdV/\rho_c = Tds + vdP + VdV/\rho_c + Pdv - Pdv \quad (68)$$

$$-dq = Tds + d(Pv) + VdV/\rho_c - Pdv \quad (69)$$

como

$$du = Tds - Pdv \quad (70)$$

sustituyendo (70) en (69), tomando en cuenta que  $-dq = 0$

$$-dq = du + d(Pv) + VdV/\rho_c = 0 \quad (71)$$

$$-d(Pv) = VdV/\rho_c + du \quad (72)$$

como,

$$du = C_v dT \quad (73).$$

$$d(Pv) = R dT \quad (74)$$

sustituyendo (74) en (73)

$$du = C_v(d(Pv))/R \quad (75)$$

sustituyendo (75) en (72)

$$-d(Pv) - \frac{C_v}{R} d(Pv) = V dV / \alpha_c \quad (76)$$

arreglando (76) y recordando que  $R = C_p - C_v$

$$\int -\frac{C_p}{R} d(Pv) = \int V dV / \alpha_c \quad (77)$$

integrando (77)

$$Pv = -\frac{R}{C_p - 2\alpha_c} (V^2) + C_1 \quad (78)$$

para las condiciones en la frontera:  $V_1 \leftrightarrow P_1 V_1$ ,  $V_2 \leftrightarrow P_2 V_2$  y  
sustituyendo en (78)

$$C_1 = \frac{R}{C_p - 2\alpha_c} (V_1)^2 + P_1 V_1 \quad (79)$$

arreglando términos de (78),

$$P = -\frac{R}{C_p - 2\alpha_c} GV + C_1 G/V \quad (81)$$

si  $C_2 = - \frac{Rg}{C_p} \frac{2g_c}{c}$  (82)

sustituyendo (82) en (81)

$$P = C_2 V + C_1 G/V \quad (83)$$

derivando (83)

$$dP = C_2 dV - 2C_1 G dV/V^2 \quad (84)$$

$$dP = (C_2 - 2C_1 G/V^2) dV \quad (85)$$

multiplicando (85) por  $v$

$$v dP = (C_2 (V/G) - 2C_1/V) dV \quad (86)$$

sustituyendo (86) en (52)

$$-(C_2 (V/G) - 2C_1/V) dV = V dV/R_c + d(PI) \quad (87)$$

dividiendo (87) entre  $V^2$

$$-(C_2 (1/GV) - 2C_1/V^3) dV = dV^2/2R_c V^2 + d(PI)/V^2 \quad (88)$$

arreglando e integrando (88)

$$- \int_1^2 (C_2/G + 1/R_c) dV/V + \int_1^2 2C_1 dV/V^3 - \int_1^2 d(PI)/V^2 = 0 \quad (89)$$

asi, (89)

$$(C_2/G + 1/R_c) \ln(V_1/V_2) + C_1 (\Delta(1/V^2)) + PI/V_m^2 = 0 \quad (90)$$

como:

$$(C_2/G + 1/g_c) = - \frac{RG}{G C_p 2g_c} + 1/g_c = \frac{k+1}{2g_c k} \quad (91)$$

$$C_1 = \frac{KV^2}{C_p 2g_c} + P_1 v_1 = \frac{k-1}{k 2g_c} (V_1^2) + P_1 v_1 \quad (92)$$

sustituyendo (91) y (92) en (90)

$$\frac{k+1}{2g_c k} \ln(v_1/v_2) + \frac{(k-1)}{2g_c k} \left( \frac{V_1^2}{1} \right) + P_1 v_1 (\Delta (1/V^2)) + P_1/V_m^2 = 0 \quad (93)$$

que es la función buscada.

Arreglando términos y sustituyendo (50) en (93)

$$\frac{k+1}{2k} \ln(v_1/v_2)^2 + \left( \frac{(k-1)G v + 2g k P}{2k G v_1} \right) ((v_1/v_2)^2 - 1) + f(L/D) = 0 \quad (94)$$

La relación (94) es la que describe a un proceso adiabático irreversible, provocado por el efecto de rozamiento a través de una sección transversal constante.

A primera instancia se encontró la dependencia del factor de fricción con el número de Reynolds para sistemas semejantes dinámicamente. Sin embargo, se observó en experimentos posteriores que dicho factor dependía de más variables para el flujo de un fluido

en tubos. Así, se trató de establecer una relación entre el factor de fricción, las propiedades del fluido, las propiedades del tubo y las características propias del movimiento relativo.

Al realizar un análisis dimensional se encuentra una relación entre el factor de fricción, el número de Reynolds y la rugosidad relativa. Al graficar los tres parámetros se obtiene las gráficas de Moody. En un intento por establecer una relación analítica entre estas variables que prediga con bastante exactitud cualquiera de algunas de éstas en función de las restantes, Coulborn propone una relación empírica tomando en cuenta todos los tubos comerciales posibles con base a los trabajos elaborados por Nikuradse, obteniendo lo siguiente:

$$1/\sqrt{f} - 2\log(D/e) = 1.14 - 2\log(1 + 9.35/(\text{No. Re.}(e/D)\sqrt{f})) \quad (95)$$

teniendo una mayor aceptación en la zona de transición.

Logicamente para tubos rugosos,

$$1/\sqrt{f} - 2\log(D/e) = 1.14$$

para tubos pálidos,

$$1/\sqrt{f} - 2\log(D/e) = -0.8 + 2\log(\text{No. Re.}(e/D)\sqrt{f})$$

para tubos lisos,

$$1/\sqrt{f} = (2\log(\text{No. Re.}\sqrt{f}) - 0.8$$



#### 1.4 Conductos no cilíndricos

En ciertos casos un fluido se ha de transportar a través de un conducto cerrado no cilíndrico de sección transversal constante. Esto, sin embargo, presenta ciertos problemas para interpretar al flujo y poder compararlo con el de los conductos más comunes que son los cilíndricos y de los que se tiene una descripción más clara y precisa del comportamiento. Ello no obstante, no es imposible ya que se tienen criterios para poder usar toda la información disponible sobre los conductos cilíndricos y determinar por comparación el comportamiento del flujo en el conducto no cilíndrico.

Así, consideremos un elemento diferencial del fluido en donde el efecto del campo gravitatorio es despreciable, los perfiles de velocidad, a la entrada y a la salida, son semejantes, el movimiento relativo entre las paredes del conducto y el fluido existe, flujo permanente, continuo y unidireccional.

De la relación de Navier - Stokes:

$$g_c \rho \frac{DV_x}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z} + \frac{\partial z}{\partial x} \right) \quad (96)$$

desarrollando el segundo miembro de (96)

$$g_c \rho \frac{DV_x}{Dt} = g_x \rho - \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \left( 2 \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \vec{v}) + \nabla^2 v_x + \nabla (\partial v / \partial x) \right) \quad (97)$$

$$\text{como } g_x \rho = 0 \quad (98)$$

y

$$g_c \rho \frac{DV_x}{Dt} = g_c \rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = 0 \quad (99)$$

$$\nabla^2 V_x = 0 \quad (100)$$

sustituyendo (98), (99) y (100) en (97) y desarrollando

$$0 = -\partial P / \partial x + \partial / \partial y \mu (\partial V_x / \partial y) + \partial / \partial z \mu (\partial V_x / \partial z) \quad (101)$$

como:

$$\tau_{yx} = \mu \partial V_x / \partial y \quad (102) \quad \text{y} \quad \tau_{zx} = \mu \partial V_x / \partial z \quad (103)$$

ya que

$$\partial V_x / \partial x = 0 \quad \text{y} \quad \partial V_x / \partial x = 0$$

sustituyendo (102) y (103) en (101)

$$0 = -dP/dx + d \tau_{yx} / dy + d \tau_{zx} / dz \quad (104)$$

multiplicando (104) por dx dy dz,

$$0 = -dP dy dz + d(\tau_{yx}) dx dz + d(\tau_{zx}) dx dy \quad (105)$$

integrando (105), segun las condiciones en la frontera

$$P_1 \leftrightarrow P_2, \quad -x' \leftrightarrow x', \quad -y' \leftrightarrow y', \quad -z' \leftrightarrow z'$$

$$0 = - \int_{P_1}^{P_2} \int_{-y'}^{y'} \int_{-z'}^{z'} dP dy dz + \int_{-z'}^{z'} \int_{-x'}^{x'} \int_{-y'}^{y'} d(\tau_{yx}) dx dz + \int_{-z'}^{z'} \int_{-x'}^{x'} \int_{-y'}^{y'} d(\tau_{zx}) dx dy$$

$$0 = -\Delta P_2 y' z' + 2 \tau_{yx} (4x' z') + 2 \tau_{zx} (4x' y') \quad (106)$$

$$\text{si: } x = (x' - (-x')), \quad (107)$$

$$y = (y' - (-y')) \quad (108)$$

$$z = (z' - (-z')) \quad (109)$$

sustituyendo (107), (108) y (109) en (106)

$$0 = - \Delta Pyz + 2 \sum_{yx} (xz) + 2 \sum_{zx} (xy) \quad (110)$$

ahora bien, como

$$\sum_{yx} (2xz)(\vec{u}_y \cdot \vec{u}_y) + \sum_{zx} (2xy)(\vec{u}_z \cdot \vec{u}_z)$$

desarrollando lo anterior

$$\left( \sum_{yx} \vec{u}_y + \sum_{zx} \vec{u}_z \right) \cdot (2xzu_y + 2xyu_z) = \vec{C} \cdot \vec{B}$$

entonces

$$\vec{C} = \sum_{yx} \vec{u}_y + \sum_{zx} \vec{u}_z, \quad \vec{B} = 2xzu_y + 2xyu_z$$

$$\therefore \vec{C} \cdot \vec{B} = \sum B$$

es decir:

$$\sum_{yx} (2xz) + \sum_{zx} (2xy) = \sum B \quad (111)$$

así,

$$B = pl \quad (112) \quad \text{y} \quad A = vz \quad (113)$$

donde:

- p: perímetro de contacto entre el fluido y las paredes del conducto
- l: longitud del conducto
- C: esfuerzo cortante entre el fluido y las paredes del conducto
- A: área de la sección transversal

sustituyendo (111) y (113) en (110)

$$0 = - \Delta P A + \tau B \quad (114)$$

sustituyendo (112) en (114) y arreglando

$$\Delta P A = \tau p l \quad (115)$$

$$\tau = A/p(\Delta P/l) = r_h (\Delta P/l) \quad (116)$$

donde  $r_h = A/p$

$r_h$ : radio hidráulico

Ahora bien, como nuestro propósito es relacionar un conducto cilíndrico con uno no cilíndrico, considerando la sección transversal del conducto no circular reducida a una circular equivalente, se tiene:

$$r_h = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D}$$

$$D = 4r_h$$

Esto es, el diámetro equivalente es cuatro veces el radio hidráulico. Este diámetro equivalente es el que se empleará en todas las relaciones donde aparezca una dimensión lineal característica de la sección transversal circular. Relacionando así un conducto cilíndrico y uno no cilíndrico, asumiendo el comportamiento del cilíndrico al emplear las relaciones establecidas para un conducto de sección transversal circular.

Ahora bien, este método del diámetro equivalente es útil cuando se trabaja en regímenes de flujo turbulento, para cuando el flujo es laminar se presenta mucha imprecisión en cuanto a

la determinación del coeficiente de rozamiento.

Este es aplicable cuando la forma geométrica de la sección transversal es muy semejante a la circular como es el caso de conductos parcialmente llenos, rectangulares, cuadrados y elípticos. Esto es, que no presenten configuración geométrica muy angosta; es decir, un conducto de sección transversal cuadrada dará mejor precisión en la determinación del coeficiente de fricción que uno triangular.

Algunas investigaciones recientes sobre flujo turbulento a través de conductos de sección transversal no circular, muestran que el patrón de distribución de velocidad, isoclinas de velocidad, presentan una geometría semejante a la que tiene la sección transversal del conducto (fig.1). Sin embargo, se encontró la presencia de flujos secundarios, donde las partículas del fluido fluyen desde la porción central a las esquinas (fig.2).. Este fluido secundario se sobrepone al flujo longitudinal de las partículas del fluido, transfiriéndose momento al resto de la sección del flujo hacia las esquinas, dando como resultado, comparativamente, grandes velocidades en las esquinas. Así, las líneas de velocidad constante serán transportadas en la dirección del flujo secundario. Esto es, las líneas son empujadas hacia las esquinas y hacia el centro del conducto en las cercanías de las paredes (fig.3).

Una sección de paso circular será equivalente a una rectangular cuando las pérdidas irreversibles debidas a la fricción por unidad de longitud sean iguales; a una densidad de flujo másico.

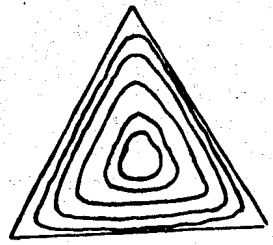


Figura 1

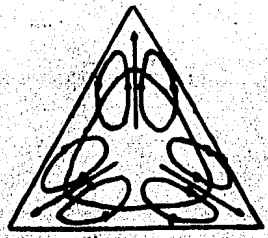


Figura 2

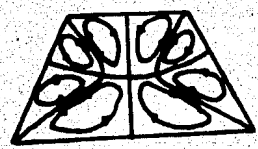


Figura 3

**CAPITULO 2**

- 2.1 Descripción del sistema**
- 2.2 Especificación de variables.**
- 2.3 Resultados experimentales**

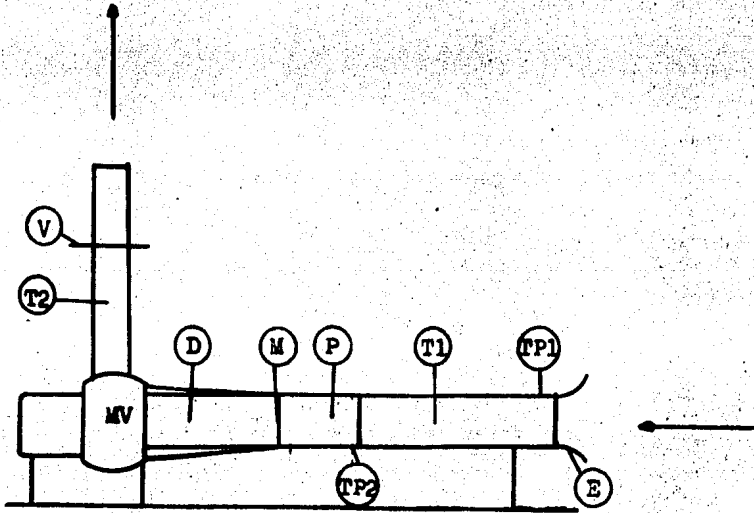
## 2.1 Descripción del Sistema

El equipo donde se lleva a cabo la fase experimental está constituido por: Un tubo cuadrado, un ventilador centrífugo con un motor eléctrico de 1 hp., una toma de fluido en forma de boca de campana que toma el fluido desde el exterior hacia el tubo cuadrado, un difusor que conecta directamente a la succión del ventilador, una sección de plástico transparente que une la entrada del difusor con la salida del tubo cuadrado, una malla cuya configuración es de un panel en posición vertical a la entrada del difusor con el objeto de distribuir mejor el fluido. La descarga del ventilador se lleva a cabo a través de un tubo circular. El flujo del fluido se controla por medio de una válvula, tipo compuerta, colocada en el tubo circular a la descarga del ventilador; está calibrada en % de área, que permite el paso, al total (fig.1). En el tubo cuadrado; cerca de la toma en forma de boca de campana, se tiene una toma de presión.

La sección de plástico cuenta, en la parte superior, con 5 orificios circulares separados regularmente, 2.5 cm.; colocados en línea recta y transversalmente a la dirección del flujo (fig.2a). En la parte inferior, abajo de los orificios, se encuentra una toma de presión (fig.2b).

En el estudio del flujo del fluido compresible, se fijó como volumen de control del sistema al espacio comprendido entre el tubo cuadrado y parte de la sección de plástico transparente hasta los orificios circulares, longitudinalmente. Transversal-





- D:** difusor  
**E:** entrada en forma de boca de campana  
**M:** malla  
**MV:** ventilador con motor eléctrico  
**P:** sección de plástico transparente  
**T1:** tubo cuadrado  
**T2:** tubo circular  
**TP1:** toma de presión en 1  
**TP2:** toma de presión en 2  
**V:** válvula de compuerta

Figura 1

Dimensiones en milímetros

vista horizontal superior

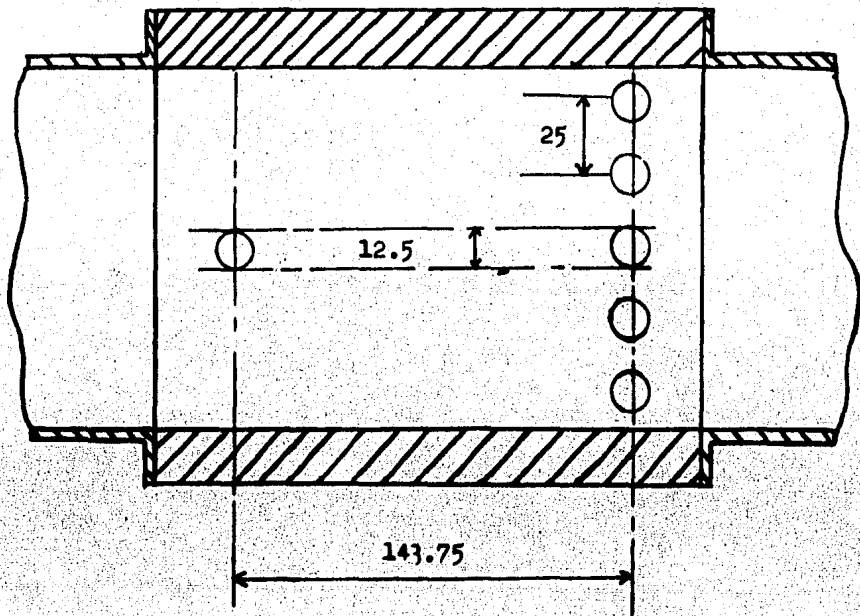


Figure 2a

Dimensiones en milímetros  
vista lateral

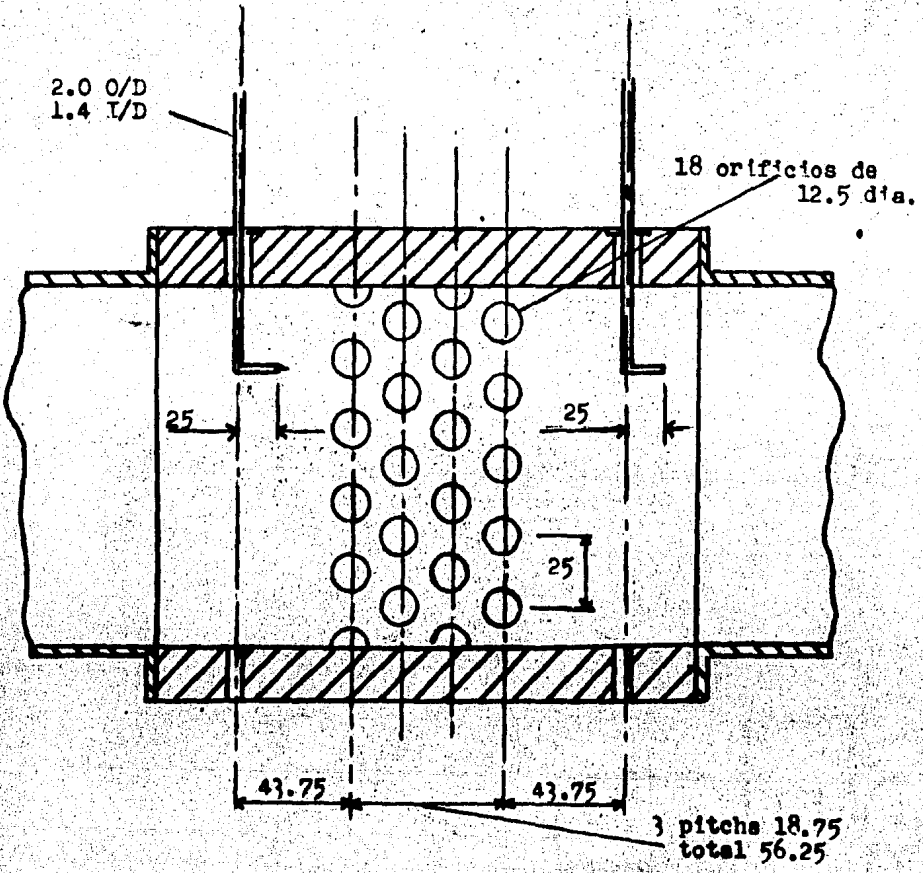


Figura 2b

mente, limitado por la toma de presión justo después de la toma en forma de boca de campana y la sección transversal establecida por los orificios circulares de la sección de plástico transparente y la toma de presión abajo de éstos. A estas secciones se les designa como puntos 1 y 2 respectivamente (fig.3).

La superficie de control del sistema es el tubo cuadrado, parte de la sección de plástico y las secciones de paso limitadas por los puntos 1 y 2 (fig.3). El fluido circula a través del sistema de 1 a 2.

El equipo cuenta con un tubo Pitot del cual se desconoce el coeficiente de flujo. Presenta una escala acotada en mm, que permite determinar con precisión la posición del tubo Pitot con respecto a las paredes del tubo, además de poder asegurar la posición normal del tubo Pitot a la dirección del flujo. El tubo Pitot propiamente establece la presión dinámica en un punto específico.

## 2.2 Especificación de variables.

El análisis que se lleva a cabo resalta el aspecto termodinámico en un sistema abierto, en el caso específico del flujo de un fluido compresible a través de un conducto no circular.

Definido el volumen de control, se acepta el intercambio, a través de la superficie de control de masa y energía con el exterior. El sistema no se mueve relativamente al punto de referencia, que en este caso es el laboratorio de Ingeniería Química. El estado de la masa dentro del sistema no varía con el tiempo.

$$\Delta P \text{ lb/in}^2 = \Delta P \text{ mm H}_2\text{O} \left( \frac{1 \text{ atm.}}{10.33272 \cdot 10^3 \text{ mm H}_2\text{O}} \right) \left( \frac{1 \text{ lb/in}^2}{6.804 \cdot 10^2 \text{ atm.}} \right)$$

En la sección 1 ó 2;

$$P = P_{\text{atm.}} + \Delta P_{\text{m}} \quad \text{lb/in}^2$$

### Características del Equipo

Dimensiones del tubo cuadrado:  $a = 12.5\text{cm.}$   $b = 12.5\text{cm.}$

Diámetro del tubo circular de descarga;  $D = 11.92\text{cm.}$

Longitud del sistema, 1-2;  $L = 44.5\text{cm.}$

Altura del tubo de descarga al eje medio del ventilador,

$Z = 92\text{cm.}$

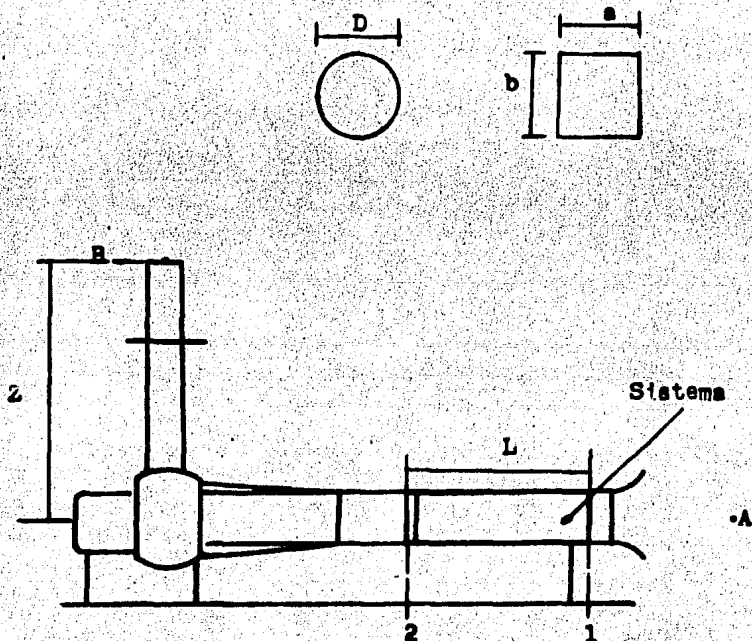


Figura 3

El cambio en el tiempo es nulo para el estado termodinámico y la velocidad del fluido en la sección de paso. Así, el proceso que se desarrolla en el sistema es estacionario, donde las intensidades de transferencia de calor y trabajo son constantes.

Tomando en cuenta lo anterior, las propiedades del sistema que permites llevar a cabo el análisis del fluido son:

1. Presión y temperatura en la sección de paso 1
2. Presión y temperatura en la sección de paso 2
3. Flujo másico o densidad de flujo másico.

### 2.3 resultados experimentales

Para llevar a cabo las mediciones se emplea un micromanómetro con capacidad de medir centésimas de mm. de agua, termómetro y el tubo Pito del equipo.

El experimento se desarrolla de la siguiente manera:

1. Se cubren los orificios adicionales de la sección de plástico con los tapones correspondientes.
2. Se selecciona una abertura de la válvula de descarga o posición de válvula PV.
3. Se conecta el micromanómetro a las tomas de presión según la sección de paso. Una de las tomas del micromanómetro se deja libre a la atmósfera. Para evitar alteraciones en la lectura de la presión manométrica, se coloca, el extremo libre lo más alejado posible del ventilador y la entrada en forma de boca de campana.
4. Se arranca el ventilador, y se esperan unos segundos,

- 15 - 20, para alcanzar el estado estacionario.
5. Se mide la temperatura con ayuda del termómetro en cada sección transversal.
  6. Con el tubo Pitot se toman las caídas de presión puntuales en la sección de paso 2. Para este efecto se dividió la sección de paso 2 en áreas iguales y semejantes a la original, dando lugar a 25 puntos distintos.
  7. Se elige otra densidad de flujo másico con ayuda de la válvula y se repite el proceso hasta la densidad de flujo másico límite operativo del equipo; es decir, 100%.

Antes de prender el ventilador, la válvula de descarga debe estar cerrada. Una vez prendido éste se abre la válvula hasta la posición o densidad de flujo másico deseado. Se verifica el punto de referencia constantemente al tomar los datos de presión con el micromanómetro, que en este caso es cero, de no ser así, se hace el ajuste.

Los datos de presión manométricos fueron obtenidos en mm. de agua y la temperatura en °C. Los datos se manejan en el sistema Inglés de Ingeniería, ya que es común tanto en la literatura como en el curso de la carrera de Ingeniería Química en la Facultad de Química de la U.N.A.M. manejar los datos y llevar a cabo las evaluaciones en este sistema de unidades, sin embargo, en esta tesis, en los ejemplos resueltos, los resultados se presentan además en el sistema Internacional de Unidades.

Los datos experimentales de cambios de presión obtenidos con el tubo Pitot en la sección de paso 2, se presentan en el capítulo 3 sección 3.4.

## T - 1

## Resultados Experimentales

Posición de válvula PV	$-\Delta P_1$ mm agua	$-\Delta P_2$ mm agua	$T_{C1}$ °C	$T_{C2}$ °C
1	0.275	0.250	20	20
2	1.125	0.925	21	20
3	2.700	1.975	21	20
4	5.400	3.650	20	20
5	10.25	7.550	20	20
6	16.25	11.75	20	20
7	23.75	17.75	20	19.5
8	33.00	23.50	21	20
9	39.50	28.00	20	19.5
10	42.50	30.50	20	20

$$T_1 = T_2 \approx 20^\circ \text{C}$$



## CAPITULO 3

- 3.1 Tratamiento de los datos obtenidos
- 3.2 Evaluación de la relación  $e/D$  y del factor de fricción
- 3.3 Análisis termodinámico del sistema
- 3.4 Obtención del coeficiente de flujo del tubo Pitot
- 3.5 Análisis de los perfiles de velocidad
- 3.6 Conclusiones

### 3.1 Tratamiento de los datos obtenidos.

Para llevar a cabo el estudio del flujo de fluidos compresible, a través de una tubería de sección transversal cuadrada en el equipo, se tienen las siguientes consideraciones:

- i) La toma en forma de boca de campana se considera con una resistencia al flujo despreciable.
- ii) Realizando un balance de energía entre los puntos A y 1 (fig.1), se obtiene la velocidad en 1.
- iii) La influencia de la malla en forma de panel sobre el sistema, es despreciable de PV-0 a PV-1.
- iv) El comportamiento del fluido en cuanto a sus propiedades de estado, se establece por las relaciones de la ecuación de estado de gas ideal.

En el análisis del flujo del fluido se emplean las relaciones siguientes:

Primera ley de la termodinámica (Cap.1, sec.1-1, ec.(21))

$$\dot{Q} = \frac{d}{dt} \int e \rho \, dV + \int (h + V^2/2\alpha_c + Z\alpha/\alpha_c) \rho \, V \, dA + \dot{W} \quad (1)$$

Relación de continuidad

$$\frac{d}{dt} \int \rho \, dV + \int \rho \, V \, dA = 0 \quad (2)$$

Relación del comportamiento de gas ideal

$$Pv = RT$$

Relación de Coulbourn (Cap.1, sec.1-3, ec(95))

$$1/\sqrt{f} - 2lg(D/e) = 1.14 - 2lg\left(1 + \frac{9.35}{\text{No.Re.}(e/D)\sqrt{f}}\right) \quad (3)$$

relación del comportamiento adiabático del gas (Cap.1, sec.1-3, ec.(94))

$$f(L/D) = \frac{2k\gamma P + (k-1)GV^2}{2kG v_1} (1 - (v_1/v_2)^2) - \frac{k+1}{2k} \ln(v_2/v_1)^2 \quad (4)$$

relación del comportamiento isotérmico del gas (Cap.1, sec.1-3, ec.(51))

$$f(L/D) = \frac{g P}{G v_1} (1 - (P_2/P_1)^2) - \ln(P_1/P_2)^2 \quad (4')$$

$$\text{No.Re.} = \rho DV/\mu \quad (5)$$

y si las pérdidas irreversibles de energía son iguales a las pérdidas de energía por fricción, entonces (Cap.1, sec.1-3, ec.(50))

$$PI = f(V^2/2g_c)(L/D) \quad (5')$$

Una vez definido el sistema en el Cap.2, sec.2-1 (fig.3), y establecidas las consideraciones anteriores, se tienen las siguientes condiciones:

La rapidez del estado de masa en cada punto del volumen de control es nulo, lo mismo ocurre con la energía. Esto da como resultado el que la intensidad de flujo total a través del área de paso, en cualquier momento, no presente cambio.

El sistema no realiza trabajo, así como tampoco se desarrolla en él. Con esto, se tiene que el flujo total de energía, a través de la superficie de control es idénticamente igual al intercambio de calor con el medio exterior. Esto es, ya sea que reciba calor o que lo ceda; según el caso, se tomará en cuenta el sentido por medio del signo establecido convencionalmente.

Al hacer el balance de energía en A-1, en el análisis del sistema, 1-2 (fig.1), tomando en cuenta las consideraciones anteriores; esto es,  $\Delta P_{A-1} \approx 0$  y  $f \approx 0$ , el flujo del fluido es reversible e isotérmico.

Como  $\Delta P_{1-2}$  del sistema no es muy apreciable, se supondrá que la velocidad en la sección de paso 1 es muy semejante a la de la sección de paso 2 y casi iguales a la media entre las secciones de paso 1 y 2. Aquí, se considera un flujo irreversible donde la contribución del cambio de la energía cinética es despreciable al cambio total de energía del sistema. Tomando en cuenta el que el flujo pueda ser isotérmico o adiabático se evalúa la relación de la rugosidad relativa y el coeficiente de fricción.

El criterio para determinar el comportamiento del flujo; esto es, si es isotérmico o adiabático, está basado en la primera ley de la termodinámica.

Una vez definido el comportamiento termodinámico del flujo,

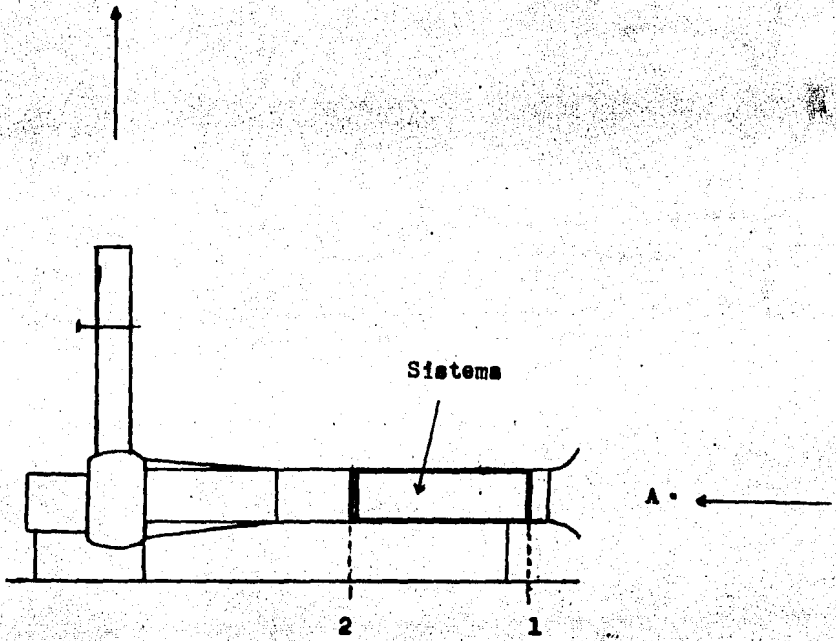


Figure 1

se obtiene el coeficiente de fricción, las propiedades de estado y velocidad media en la sección de paso 2.

En número de Reynolds se considera constante en cualquier punto del sistema, debido a la poca efectividad del  $\Delta P_{1-2}$  en provocar un cambio suficiente en el volumen específico del fluido al pasar a través del sistema de la sección de paso 1 a 2.

Una vez conocida la velocidad en la sección de paso 2, se evalúa el coeficiente de flujo del tubo Pitot y se determina la distribución de la velocidad puntual en la sección de paso 2, así como la relación entre la velocidad media y puntual máxima.

En las próximas secciones de este capítulo, se llevan a cabo estas evaluaciones. La notación FV se refiere a la posición de la válvula multiplicada por 10 en % del área de paso total. Es decir, FV-1 se refiere a la posición de la válvula al 10% del área total.

### 3.2 Evaluación de la relación e/D y del factor de fricción.

Para determinar e/D se tienen varias consideraciones:

- i) El criterio del diámetro equivalente se acepta como válido.
- ii) La temperatura media se considera constante e igual a la del medio ambiente; evidencia experimental.

Ahora bien, realizando un balance de energía entre A y 1 (fig.1) para FV-1 tenemos, que la velocidad en la sección de paso 1 y el No.Re. son:

para aire:

$$R = 53.34 \text{ lb pie/lbm } ^\circ R \quad T_m = 20.5 \text{ } ^\circ C = 528.3 \text{ } ^\circ R$$

$$\rho_{\text{aire}} \text{ a } 20.5^{\circ}\text{C} = 1.2022 \times 10^{-5} \text{ lbm/s pie}$$

$$P_A = 11.332 \text{ lb/plg}^2 = 7967.184 \text{ kg/m}^2$$

de la tabla T-1 (Cap.2, sec.2-3)

$$P_1 = 11.3316 \text{ lb/plg}^2 = 7966.903 \text{ kg/m}^2$$

de (1)

$$V_1^2 / 2g_c = \Delta P_{A-1} / \rho \quad (\text{A})$$

arreglando (A)

$$V_1 = \sqrt{2g_c \Delta P_{A-1} / \rho} \quad (\text{B})$$

como

$$\rho = P/RT$$

entonces de los datos:

$$\frac{\Delta P_{A-1}}{\rho} = 9.7273686 \times 10^{-1} \text{ lb pie/lbm} = 0.2965 \text{ kg m/kgm}$$

sustituyendo en (B)

$$V_1 = 7.915 \text{ pie/s} = 2.412 \text{ m/s}$$

ahora bien, como

$$De = 4r_h \quad \text{y} \quad De = 4 \frac{ab}{2(a+b)}, \text{ además de que } a = b$$

$$\text{entonces} \quad De = D = a$$

así.

$$De = a = 12.5 \text{ cm.} = 4.101 \times 10^{-1} \text{ pies}$$

que al sustituir en (5)

$$\text{No.Re.} = \rho V D / \mu = 1.5634151 \times 10^4$$

para PV-10, siguiendo el mismo procedimiento

$$\text{de tabla T-1 } P_1 = 11.271548 \text{ lb/plg}^2 = 7024.683 \text{ kg/m}^2$$

$$\frac{\Delta P_{A-1}}{\rho} = 1.5113325 \times 10^2 \text{ lb pie/lbm} = 46.065 \text{ kg m/kg}_m$$

que al sustituir en (B)

$$V_1 = 98.656 \text{ pie/s} \quad 30.070 \text{ m/s}$$

de (5)

$$\text{No.Re.} = 19.384224 \times 10^4$$

De los calculos anteriores se puede observar como a PV-10, totalmente abierta la válvula, se tiene un número de Reynolds del orden de  $2 \times 10^5$ , lo cual implica flujo turbulento. Lo mismo ocurre a PV-1, donde el número de Reynolds es del orden de  $1 \times 10^4$ .

El método para evaluar la relación  $e/D$  toma en cuenta el tipo de flujo, esto es: flujo isotérmico o flujo adiabático, además de las relaciones del factor de fricción en función de  $e/D$  y el No.Re.

Así, las relaciones a emplear son:

$$1/\sqrt{f} = 1.14 + 2 \log(D/e) - 2 \log\left(1 + \frac{9.35(D/e)}{\text{No.Re.} \cdot \sqrt{f}}\right) \quad (3)$$

$$1/\sqrt{f} = 2 \log(\text{No.Re.} \cdot \sqrt{f}) - 0.8 \quad \text{si. } e/D = 0 \quad (7)$$

$$r(L/D) = \frac{2k_g P_1 + (k-1)G^2 v_1}{2G v_1} (1 - (v_1/v_2)^2) \quad (8)$$



$$f(L/D) = \frac{\kappa P v}{2} \frac{1}{v_1} (1 - (P_2/P_1)^2) \quad (9)$$

Arreglando en forma explícita las relaciones anteriores, tenemos:

$$\text{si} \quad A15 = \left( \frac{2\kappa P (144)v}{2v_1} + \frac{k-1}{2} \right) (1/k)$$

entonces de (8)

$$(1 - f/A15)^{1/2} = (v_1/v_2) \quad (10)$$

$$\rho_2 = (v_1/v_2) \rho_1 \quad (11)$$

$$v_2 = G/\rho_2 \quad (12)$$

si

$$A17 = (\Delta P_{1-2}/\rho) 2R_c/(L/D)$$

entonces de (50) y que  $PI = \Delta P_{1-2}/\rho$

$$V_{\square}^m = (A17/f)^{1/2} \quad (13)$$

donde  $V_{\square}^m$  es una velocidad media debida a datos supuestos.

Ahora bien, observando los datos experimentales se aprecia que  $P_2 > P_1$  (table T-1, Cap2, sec.2-3). Si se considera el flujo como isotérmico, se puede ver con la relación (9) que obtendríamos datos incongruentes; un coeficiente de fricción negativo, por lo que no se lleva a cabo.

Para el caso del flujo adiabático la evaluación se llevó a cabo de la siguiente manera:

- i) Se fija la densidad de flujo másico al cual se efectúa la evaluación.
- ii) Con el No.Re. y suponiendo  $e/D$  se evalúa  $f$ .
- iii) Con este valor se calcula la relación  $(v_1/v_2)$ .
- iv) Se evalúa  $V_m$ .
- v) Con  $f$  y la relación de Darcy se calcula  $V_m''$ ; donde  $V_m''$  es una velocidad media resultante de la suposición.
- vi) Al compara  $V_m''$  y  $V_m$ ; si son iguales el  $e/D$  supuesto es correcto; sino, se repite la secuencia.

De acuerdo a la secuencia se tiene para cada  $f$  obtenida con 3 o con 7, el siguiente procedimiento:

- i) Con 10 se evalúa  $v_1/v_2$ .
- ii) Con 11 se evalúa  $\rho_2$ .
- iii) Con 12 se evalúa  $V_2$ .
- iv) Con 13 se evalúa  $V_m''$ .

Así, llevando a cabo la evaluación para cuando el flujo es adiabático para PV-1 y PV-10, tenemos los siguientes resultados en la tabla T-3 con ayuda de la tabla T-2.

Como:

$$P_A = 11.332 \text{ lb/pla}^2$$

$$\text{a } 20^\circ\text{C} = 1.2022 \times 10^{-5} \text{ lbm/s pie}$$

$$k = 1.4$$

$$L/D = 3.56$$

T - 2

Para PV-1 :

$$\rho_1 = 5.7905584 \times 10^{-2} \text{ lbm/pt}^3 = 0.9276 \text{ kgm/m}^3$$

$$V_1 = 7.915 \text{ pt/s} = 2.412 \text{ m/s}$$

$$G = 4.581204 \times 10^{-1} \text{ lbm/s pt}^2 = 2.237 \text{ kgm/s m}^2$$

$$P_1 = 1.1331609 \times 10^1 \text{ lb/plg}^2 = 7966.910 \text{ kg/m}^2$$

$$P_2 = 1.1331644 \times 10^1 \text{ lb/plg}^2 = 7966.934 \text{ kg/m}^2$$

$$\Delta P_{1-2}/\rho = 8.7038238 \times 10^{-2} \text{ lb pt/lbm} = 2.653 \times 10^{-2} \text{ kg m/kgm}$$

$$\Delta P_{1-2} \frac{2g_c (144)/(L/D)}{\rho} = 1.5925514 (\text{pt/s})^2 = 0.148 (\text{m/s})^2$$

$$\Delta 15 = 4.0685714 \times 10^3$$

$$\text{No. Re.} = 1.5634151 \times 10^4$$

Para PV-10 :

$$\rho_1 = 5.7598668 \times 10^{-2} \text{ lbm/pt}^3 = 0.9226 \text{ kgm/m}^3$$

$$V_1 = 98.656 \text{ pt/s} = 30.07 \text{ m/s}$$

$$G = 5.6824468 \text{ lbm/s pt}^2 = 27.74 \text{ kgm/s m}^2$$

$$P_1 = 1.1271548 \times 10^1 \text{ lb/plg}^2 = 7924.683 \text{ kg/m}^2$$

$$P_2 = 1.1288617 \times 10^1 \text{ lb/plg}^2 = 7936.683 \text{ kg/m}^2$$

$$\Delta P_{1-2}/\rho = 4.2673487 \times 10^{-1} \text{ lb pt/lbm} = 13.007 \text{ kg m/kgm}$$

$$(\Delta P_{1-2}/\rho) \frac{2g_c (144)/(L/D)}{\rho} = 7.7195275 \times 10^2 (\text{pt/s})^2 = 71.717 (\text{m/s})^2$$

$$\Delta 15 = 2.6227535 \times 10^1$$

$$\text{No. Re.} = 19.384224 \times 10^4$$

## T - 3

Calculo de velocidad media con los datos de la table T-2

PV-1			
e/D	$f \times 10^2$	$(v_1/v_2) \times 10^1$	$\int_2 \times 10^2$
0.0005	2.8472712	9.9999650	5.7905381
0.015	4.6440228	9.9999429	5.7905254
	2.5420940	9.9999688	5.7905403
0	2.7521901	9.9999662	5.7905388

e/D	$v_2$	$v_m$	$\Delta v_m \%$
0.0005	7.915	7.478	-5.5109
0.015	7.915	5.856	-26.014
	7.915	7.915	-
0	7.915	7.607	-3.8920

PV-10			
e/d	$f \times 10^2$	$(v_1/v_2) \times 10^1$	$\int_2 \times 10^2$
0.0005	1.8868562	9.9964023	5.7577946
0.015	4.3866109	9.9916339	5.7550480
0.062	7.9192426	9.9848914	5.7511644
0	1.5735798	9.9969997	5.7581387

continúa T - 3

$e/D$	$V_2$	$V_m''$	$\Delta V_m \%$
0.0005	98.691	202.267	104.900
0.015	98.738	132.651	34.400
0.062	98.805	98.731	-
0	98.685	221.488	124.474

De los resultados en T-3 a PV-1 encontramos que el tubo puede considerarse como de paredes lisas, debido a las menores desviaciones en la velocidad media; esto es, para  $e/D = 0$ ,  $V_m \%$   $\sim -4\%$ . Para PV-10 se observa un coeficiente de fricción y una rugosidad relativa igual a 0.08 y 0.06 respectivamente para una desviación en la velocidad media igual a cero.

Efectuando la evaluación considerando el tubo como de paredes lisas para PV-10, se obtiene una desviación muy fuerte, alrededor de 120%, en la predicción de la velocidad media.

Este método, sin embargo no es suficiente en la descripción del comportamiento del flujo en el sistema, aceptarlo sería tanto como aceptar, el que la energía involucrada en las pérdidas por rozamiento son la causa del comportamiento del flujo en el sistema, lo cual es erróneo. No obstante, solo podemos asegurar; dado los pequeños cambios de presión entre las secciones de paso del sistema, que a la mínima densidad de flujo, el tubo se comporta como de paredes lisas. Experimentalmente se corrobora este hecho, como se demuestra en la sección 3.6.

Ahora bien, el que el tubo se comporte como de paredes lisas se toma como base en la evaluación cuantitativa del comportamiento del fluido en el sistema. Para ello, se presenta en la siguiente sección, que el proceso del fluido total en el sistema es una consecuencia de 2 procesos consecutivos e independientes. Con ésto se explica el comportamiento observado en el sistema.

### 3.3 Análisis termodinámico del sistema

De acuerdo a la sección anterior, el sistema no se puede tratar como el proceso del flujo de un fluido solamente. Observando los datos de la tabla T-1, resulta que  $P_2 > P_1$ . Esto muestra la presencia de la interacción de los alrededores con el sistema. Esta interacción; se establece como un tipo de energía cedida al sistema, la cual es debida a la interacción de la malla en forma de panel (Cap.2, sec.2-1, fig.1) sobre el sistema, que es un tipo de trabajo o de choque a la que se simboliza como  $w_{ch}$ . Este tipo de energía durante la transferencia puede ser irreversible o reversible. Este hecho justifica sin lugar a dudas el incremento de la presión entre las secciones de paso del sistema (volumen de control), sin embargo, no permite la evaluación. A este defecto se toman las siguientes consideraciones.

El sistema se desarrolla en dos procesos consecutivos e independientes.

1) El flujo del fluido a través del sistema 1 - 2, se lleva a cabo isotérmicamente o adiabáticamente de un estado 1 a un estado 2'.

II) Una vez alcanzado el estado 2', que será un estado hipotético; denominando a sus propiedades y velocidad mediante un punto superior en la simbología correspondiente, se lleva a cabo una transferencia de energía en este estado al sistema, provocando el cambio del estado 2' al estado 2 real. Es aquí, en este proceso, donde a la superficie de paso 2 se le considera como un subsistema, termodinámicamente hablando, ya que es ahí donde se produce el cambio de estado hasta alcanzar el correspondiente al determinado experimentalmente.

Así, para el caso del cambio de presión se tiene para el sistema 1 - 2:

$$\begin{aligned} \text{proceso I: } \Delta P_{1-2'} &= P_2' - P_1 \\ \text{proceso II: } \Delta P_{2' - 2} &= P_2 - P_2' \end{aligned}$$

El proceso total del estado 1 a 2,

$$\Delta P_{1-2'} + \Delta P_{2' - 2} = P_2' - P_1 + P_2 - P_2' = P_2 - P_1$$

así,

$$\Delta P_{1-2} = P_2 - P_1$$

Para decidir el comportamiento de los procesos I y II, se determina por comparación de la energía involucrada en el cambio de presión del sistema experimental con la calculada de acuerdo al comportamiento del flujo asumido. Esto es, el término  $\int v dP$  se considera como una consecuencia de los procesos descritos anteriormente. Es decir,

$$\int vdP = \int_t vdP + \int_m vdP \quad (15)$$

donde:

$\int_t$  : se refiere a la energía involucrada en el cambio de presión, por efecto de rozamiento directamente.

$\int_m$  : se refiere a la energía involucrada en el cambio de presión, por efecto de la interacción de la malla sobre el sistema. Provocando el cambio del estado ficticio 2' al real 2.

El primer miembro de la relación (15) se evalúa con ayuda de la relación del gas ideal y se compara con la experimental. Esto es, se toma en cuenta la  $\Delta P_{1-2}$  y se considera su influencia en la variación de la densidad del fluido de la sección de paso 1 a 2 despreciable. A esta densidad del fluido se toma como una media entre las secciones de paso 1 y 2. Así pues, se tiene como promedio al cambio experimental de la energía debida al cambio de presión; designando a éste con un subíndice c, así;

$$\int_{\text{exp.}} vdP = \Delta P / \rho_m = \int_c vdP \quad (16)$$

En el proceso I se considera que el flujo puede ser isotérmico o adiabático, evaluando con ello el coeficiente de fricción, las propiedades de estado hipotético y la velocidad correspondiente. Aquí, es obvio que, si  $P_2' < P_1 \Rightarrow V_2' > V_1$ . Esto nos permite evaluar el primer término del segundo miembro de la relación (15).



$$\int_t v dP$$

Evaluado el estado hipotético, se puede conocer el proceso II. Aquí, se considera como un subsistema a la sección de paso 2, ya que es en ésta donde se produce el cambio. En la descripción se especifican dos tipos de comportamiento: adiabático o isotérmico.

Si en el proceso II el flujo es adiabático, entonces el segundo término del segundo miembro de (15) es:

$$\int_{2^m}^2 v dP = - \frac{P_2 v_2 \left( \left( \frac{v_2'}{v_2} \right)^2 - \left( \frac{v_2'}{v_2} \right)^{2n_m} \right)}{2 \left( 1 - \frac{1}{n_m} \right)} \quad (17)$$

Si en el proceso II el flujo es isotérmico, entonces el segundo término del segundo miembro de la relación (15) es:

$$\int_{2^m}^2 v dP = \frac{P_2 v_2}{2} \ln \left( \frac{P_2'}{P_2} \right) \quad (18)$$

Una vez especificado el comportamiento de los distintos procesos, al aplicar la relación de Bernoulli se evalúa la energía transmitida al sistema definiendo así el sistema.

Para determinar el comportamiento de los procesos se sigue el siguiente procedimiento. El análisis se efectúa a PV-1 y a PV-10.

- 1) Se toman los valores de las propiedades de estado así como la velocidad y el No.Re. evaluados en la sección de paso 1.
- 2) Se especifica en el proceso T el tipo de flujo a evaluar; esto es, si es isotérmico o si es adiabático.
- 3) Tomando en cuenta el valor del coeficiente de fricción y la PV seleccionada, se evalúan las propiedades del estado hipotético.
- 4) Si se considera al flujo isotérmico,  $n_t = 1$ , el primer término del segundo miembro de la relación (15) se evalúa por medio de la relación de gas ideal así,

$$\int_1^{2^*} v_t dp = P_1 v_1 \ln(v_1/v_2)$$

Si es adiabático,  $n_t = 1.4$ , el primer término se evalúa con ayuda de la siguiente relación:

$$\int_1^{2^*} v_t dp = \frac{(P_2^{n_t} v_2^{n_t} - P_1 v_1)}{(1 - 1/n_t)}$$

- 5) Para el proceso II, al considerar flujo isotérmico el segundo término del segundo miembro de la relación (15) se evalúa con (18). Si se considera flujo adiabático entonces, el segundo término del segundo miembro de la relación (15) se evalúa con (17).
- 6) Una vez determinados ambos términos del segundo miembro

de la relación (15), se evalúa el primer miembro de la relación (15).

- 7) Se compara el valor del primer miembro de la relación (15) con el del segundo miembro de la relación (16) y se establece la desviación respecto al segundo miembro de (16).

De acuerdo a lo anterior, se tienen los siguientes resultados registrados en la tabla T-5 con ayuda de los datos de la tabla T-4. Aquí, se comparan los resultados al asumir un comportamiento isotérmico con los obtenidos experimentalmente y los obtenidos al suponer un comportamiento adiabático con los experimentales. En esta tabla además, se puede comparar las desviaciones con respecto a los resultados experimentales del comportamiento isotérmico con los del comportamiento adiabático.

T-4

Datos de apoyo para la obtención de los resultados de T-5

	PV-1	PV-10
$\rho_1 \times 10^2$	5.7905584	5.7598668
$v_1$	7.915	98.656
$G \times 10^1$	4.5831204	56.824468
$P_1 \times 10^{-1}$	1.1331609	1.1271548
$\Delta P_{A-1} \times 10^1$	9.7273776	1511.3325
$\Delta P_{1-2} \times 10^2$	8.7038238	4267.3487
$\Delta P_5 \times 10^{-1}$	406.85714	2.6227535
$No. Re. \times 10^{-4}$	1.5634151	19.384224
$P_2 \times 10^{-1}$	1.1331644	1.1288617

Evaluación de las desviaciones con respecto a los datos exp. al asumir un comportamiento isotérmico o un comportamiento adiabático, con los datos de la tabla T-4.

PV - 1		
Término	Isotérmico	Adiabático
$\int_m v dP$	$1.823507 \times 10^{-1}$	$2.204734 \times 10^{-1}$
$-\int_t v dP$	$9.5246785 \times 10^{-2}$	$9.5311598 \times 10^{-2}$
$\int_c v dP$	$8.7103915 \times 10^{-2}$	$1.2516187 \times 10^{-1}$
$\delta(\Delta P_{1-2}/P)\%$	$7.524 \times 10^{-2}$	43.801
PV - 10		
Término	Isotérmico	Adiabático
$\int_m v dP$	$5.1156555 \times 10^{-1}$	$5.4473073 \times 10^{-1}$
$-\int_t v dP$	8.4687382	8.4560038
$\int_c v dP$	$4.2687617 \times 10^{-1}$	$4.6017070 \times 10^{-1}$
$\delta(\Delta P_{1-2}/P)\%$	$3.4447 \times 10^{-2}$	7.8367

Observando los resultados de la tabla T-5, se puede concluir lo siguiente: Al evaluar el término  $\int_c v dP$  de la relación (16) tanto isotérmicamente como adiabáticamente, se encuentra una predicción muy acertada por parte del proceso isotérmico. El proceso adiabático presenta una desviación del orden del 40% mayor al experimental a PV-1. Sin embargo, conforme aumenta la densidad de flujo másico del sistema, las desviaciones del proceso adiabático disminuyen hasta un valor mínimo de alrededor del 7%. Esto nos indica, que el proceso isotérmico describe mejor el flujo del fluido a través del sistema.

Si bien al aplicar la relación de Bernoulli, considerando al cambio de energía cinética despreciable, no nos a clara nada más que la magnitud de la energía intercambiada por la interacción de la malla con el sistema. Existe una diferencia pequeña, pero existe al comparar los dos tipos de flujos, es decir: el flujo adiabático con el flujo isotérmico (tabla T-5). Aquí, la cantidad de energía intercambiada por el sistema es mayor para el proceso adiabático; desde el punto de vista del valor absoluto. Así, la cantidad de energía obtenida por el sistema será mayor para el proceso adiabático; desde el punto de vista del valor absoluto. Así, la cantidad de energía obtenida por el sistema será mayor para el proceso adiabático. Este resultado se conserva a través de todo el intervalo de operación del sistema.

La energía proporcionada por la malla es reversible. Esta aseveración, parte del siguiente análisis cualitativo del comportamiento del sistema. Así, considerando que el proceso total de cambio del estado 1 al 2, está formado por 2 procesos

consecutivos e independientes: Proceso I; del estado 1 al 2' y el proceso II; del estado 2' al 2, tenemos:

sabemos que,

$$q = q_m + q_t \quad (A)$$

y

$$PI = PI_m + PI_t \quad (B)$$

en el proceso I

$$- \int_t v dP - \Delta V^2 / 2g_c = PI_t \quad (C)$$

en el proceso total,

$$\int v dP + \Delta V^2 / 2g_c + PI = w_{ch} \quad (D)$$

$$\text{si, } \Delta V^2 / 2g_c \approx 0 \quad (E)$$

sustituyendo (E) en (D)

$$\int v dP + PI = w_{ch} \quad (F)$$

en el proceso II

$$\int_m v dP + \Delta V_m^2 / 2g_c = w_{ch} - PI_m \quad (G)$$

ahora bien, de (G)

$$w_{ch} - PI_m > 0 \quad (H) \quad \text{como, } PI_m > 0$$

$$\therefore w_{ch} > PI_m \quad (I)$$

pero como

$$T \Delta s_m = - \int_m v dP \quad (J) \quad \text{donde, } \Delta s_m < 0 \quad (K)$$

y de la segunda ley de la termodinámica de acuerdo a ec.(33) (sec. 1-3, Cap.1),

$$T \Delta s_m = q_m + PI_m \quad (L)$$

comparando (L) con (K)

$$PI_m + q_m < 0 \quad , \quad PI_m < -q_m \quad , \quad |PI_m| < |-q_m|$$

$$\therefore |-q_m| > |PI_m| \quad (M)$$

y de acuerdo a la primer ley de la termodinámica ec.(32) (sec. 1-3, Cap.1),

$$q_m = \Delta V_m^2 / 2\alpha_0 - w_{ch} \quad (N)$$

$$q_m - \Delta V_m^2 / 2\alpha_0 = -w_{ch} \quad \text{si, } \Delta V_m^2 / 2\alpha_0 \approx 0 \quad (O)$$

sustituyendo (O) en (N)

$$q_m \approx -w_{ch} \quad (O)$$

comparando (O) con (I) y (M), resulta:

$$\therefore q_m < 0 \quad (P)$$



Ahora bien, sustituyendo (J) en (I) y ésta en (G), tenemos:

$$2 \int_m v dP + \Delta V_m^2 / 2\alpha_c = q_m + w_{ch} - 2PI_m \quad (Q)$$

sustituyendo (N) en (Q)

$$2 \int_m v dP = q_m + w_{ch} - 2PI_m \quad (R)$$

sumando:  $|q_m| > |PI_m|$  (I) y  $|w_{ch}| > |PI_m|$  (M)

resulta:

$$|q_m| + |w_{ch}| > 2 |PI_m| \quad (S)$$

pero como,

$$2 \int_m v dP > 0 \quad (T)$$

que al comparar (S) con (T) en la relación (R) escrita el siguiente forma explícita, resulta la siguiente conclusión:

$$q_m + w_{ch} = 2 \int_m v dP + 2PI_m$$

$PI_m$  puede tomar valores desde 0 hasta  $\infty$ .

Ahora bien, si se consideran valores altos de  $PI_m$  indicaría la aceptación de una amplia transferencia de calor acosta de un pequeño gradiente de temperatura, lo que involucraría un área de transferencia mayor a la máxima posible que es la resultante del

espacio involucrado en el desarrollo del proceso II cuyo límite mínimo es la sección de paso 2. Esto a la vez implicaría una entrega de energía  $w_{ch}$  al sistema, considerable. Así, tomando en cuenta lo anterior además de los cambios producidos en las propiedades de estado a través del volumen de control y las posibles dimensiones de la superficie de transferencia en el desarrollo del proceso II, resulta que  $PI_m \cong 0$ .

Por tanto

$$PI = PI_t \quad (U)$$

así, sustituyendo (U) en (E) y ésta en (C) resulta:

$$\int v dP + \Delta V^2 / 2g_c + PI_t = w_{ch}$$

De hecho en el sistema, el proceso II se lleva a cabo a través de un espacio pequeño en comparación al del proceso I, si bien podría considerarse un elemento de volumen cuya base es el plano correspondiente a la sección de paso 2. Esto es a causa del pequeño cambio en la energía cinética registrado, dando lugar a un efecto instantáneo por parte de la interacción de la malla sobre el sistema en la sección de paso 2.

Así, en la evaluación cuantitativa del sistema se adopta un proceso isotérmico total, en todo el intervalo de operación.

Las relaciones empleadas son:  
de (9)

$$(1 - f(\alpha))^{1/2} = (P'_2/P_1)$$

donde:

$$\alpha = \frac{3.56}{R_0} \int_1^1 \frac{v^2}{(144)P_1}$$

$$P_1(P'_2/P_1) = P'_2 \quad (10)$$

como:  $(P_2/P'_2) = (v'_2/v_2)$

$$\int_1 (P'_2/P_1) = (v_1/v'_2) \int_1 = \int_2$$

$$\int_2 (v'_2/v_2) = \int_2$$

$$Q/\int_2 = v_2 \quad (12)$$

de (18)

$$\int_{2'}^2 v dP = \frac{144P'}{\int_2} \ln(v'_2/v_2) \quad (20)$$

$$\int_1^{2'} v dP = \frac{144P}{\int_1} \ln(v_1/v'_2) \quad (21)$$

$$\int_1^2 v dP = \int_{2'}^2 v dP + \int_1^{2'} v dP \quad (15)$$

$$f = \frac{0.046}{(32.2)^{0.2}} \frac{V^2}{m} \quad (22)$$

$$w_{ch} = \int_c v dP + \Delta V^2 / 2g_c + fL \quad (23)$$

La evaluación tendrá la secuencia siguiente:

- 1) Se evalúa el número de Reynolds con la relación (5).

$$No.Re. = \frac{4.101 \times 10^{-1}}{1.2022 \times 10^{-5}} \quad (\rho V)$$

- ii) Con el valor especificado de e/D, e/D = 0, por medio de la relación (7) se evalúa el coeficiente de fricción. Esta evaluación se lleva a cabo por iteraciones del propio coeficiente.
- iii) Conocido el coeficiente de fricción se evalúa (P<sub>2</sub><sup>o</sup>/P<sub>1</sub>) con (9)
- iv) Del valor anterior y P<sub>1</sub> se evalúa P<sub>2</sub><sup>o</sup> con (19)
- v) Obteniendo el inverso del valor en iii), se encuentra (v<sub>2</sub><sup>o</sup>/v<sub>2</sub>).
- vi) Multiplicando el valor de f<sub>1</sub> con el obtenido en iii), se encuentra f<sub>2</sub><sup>o</sup>.
- vii) Al multiplicar el valor anterior y el obtenido en iii), se encuentra f<sub>2</sub>.
- viii) Con este valor y la relación (12) se obtiene V<sub>2</sub>.
- ix) Con la relación (15) se evalúa  $\int_c v dP$ , evaluando previamente los términos  $\int_m v$  y  $\int_t$  con ayuda de las relaciones (20) y (21) respectivamente.

- x) Con el valor del coeficiente de fricción y la relación (22), previo conocimiento de  $V_m$ , se evalúa PI.
- xi) Empleando la relación (23) y evaluados los términos del segundo miembro, se evalúa  $w_{ch}$ .

Al llevar a cabo la evaluación se obtienen los siguientes resultados registrados en la tabla T-6.

Así por ejemplo, siguiendo la secuencia de cálculo para PV-1

$$1) \quad \text{No.Re.} = \frac{4.101 \times 10^{-1}}{1.2022 \times 10^{-5}} \rho_1 V_1$$

$$\rho_1 = 5.7905584 \times 10^{-2} \text{ lbm/pt}^3 = 0.9276 \text{ kg/m}^3$$

$$V_1 = 7.915 \text{ pt/s} = 2.412 \text{ m/s}$$

$$\text{No.Re.} = 1.5634151 \times 10^4$$

$$2) \quad 1/\sqrt{f} = 2 \log \text{No.Re.} \sqrt{f} - 0.8$$

por iteración se obtiene  $f$

$$f = 2.7521901 \times 10^{-2}$$

$$3) \quad (1 - f^\alpha)^{1/2} = (P_2'/P_1)$$

$$\alpha = \frac{3.56 \rho_1 V^2}{g_c (144) P_1} = \frac{3.56 (5.7905584 \times 10^{-2}) (7.915)^2}{32.2 (144) (1.1331604 \times 10^1)}$$

$$\alpha = 2.4578905 \times 10^{-4}$$

$$(1 - (2.7521901 \times 10^{-2}) (2.4578905 \times 10^{-4}))^{1/2} = (P_2'/P_1)$$

$$(P_2'/P_1) = 9.999662 \times 10^{-1}$$

$$4) \quad P_1 (P_2'/P_1) = P_2'$$

$$1.1331609 \times 10^1 (9.999662 \times 10^{-1}) = 1.13315171 \times 10^1$$

$$P_2' = 1.13315171 \times 10^1 \text{ lb/pt}^2 = 7966.883 \text{ kg/m}^2$$

$$5) \quad (v_2^*/v_1) = (P_1/P_2^*) = 1.0000065$$

$$6) \quad \rho_1^*(v_1/v_2^*) = \rho_1^*(P_2^*/P_1) = \rho_2^*$$

$$\rho_2^* = (5.7905584 \times 10^{-2}) (9.9999662 \times 10^{-1})$$

$$\rho_2^* = 5.7905763 \times 10^{-2} \text{ lbm/ft}^3 = 0.9276 \text{ kg/m}^3$$

$$7) \quad \rho_2 = \rho_2^*(v_2^*/v_2)$$

$$\rho_2 = 5.7905388 \times 10^{-2} (1.0000065)$$

$$\rho_2 = 5.7905763 \times 10^{-2} \text{ lbm/ft}^3 = 0.9276 \text{ kg/m}^3$$

$$8) \quad v_2 = G/\rho_2$$

$$G = 4.5831204 \times 10^{-1} \text{ lbm/s ft}^2 = 2.238 \text{ kg/s m}^2$$

$$v_2 = 4.5831204 \times 10^{-1} / 5.7905763 \times 10^{-2}$$

$$v_2 = 7.915 \text{ ft/s} = 2.412 \text{ m/s}$$

$$9) \quad \int_c v dP = \int_m v dP + \int_t v dP$$

$$\int_m v dP = \frac{(144)P_2^*}{\rho_2^*} \ln(v_2^*/v_2)$$

$$\int_m \text{vdP} = \frac{144(1.1331571 \times 10^1)}{5.7905388 \times 10^{-2}} \ln(1.0000065)$$

$$\int_m \text{vdP} = 1.831669 \times 10^{-1} \text{ lb pie/lbm} = 5.583 \times 10^{-2} \text{ ke m/keem}$$

$$\int_t \text{vdP} = \frac{144 P_1}{f_1} \ln(v_1/v_2)$$

$$\int_t \text{vdP} = \frac{144(1.1331609 \times 10^1)}{5.7905584 \times 10^{-2}} \ln(0.9999662 \times 10^{-1})$$

$$\int_t \text{vdP} = -9.5246785 \times 10^{-2} \text{ lb pie/lbm} = -2.903 \times 10^{-2} \text{ ke m/keem}$$

$$\int_c \text{vdP} = 8.7920110 \times 10^{-2} \text{ lb pie/lbm} = 2.680 \times 10^{-2} \text{ ke m/keem}$$

10)

$$PI = f \frac{3.56}{2(32.2)} V_m^2$$

$$f = 2.7521901 \times 10^{-2}$$

$$V_m = \frac{V_1 + V_2}{2} = 7.915 \text{ pie/s} = 2.412 \text{ m/s}$$



$$PI = \frac{(2.7521901 \times 10^{-2})(3.56)}{2(32.3)} (7.915)^2$$

$$PI = 9.5311301 \times 10^{-2} \quad 1b \text{ pie/lbm} = 2.005 \times 10^{-2} \text{ kg m/ksm}$$

$$11) \quad w_{ch} = \int_c^0 v dP + \Delta V^2 / 2g_c + PI$$

$$\Delta V^2 / 2g_c = 0$$

$$w_{ch} = 8.7920110 \times 10^{-2} + 9.5311301 \times 10^{-2}$$

$$w_{ch} = 1.8323141 \times 10^{-1}$$

$$w_{ch} = 1.8323141 \times 10^{-1} \quad 1b \text{ pie/lbm} = 5.585 \times 10^{-2} \text{ kg m/ksm}$$

T - 6

## Evaluación energética del sistema.

FV	$\rho_1 \times 10^2$	$V_1$	G	No.Re. $\times 10^{-4}$
1	5.7905584	7.915	4.5831204	1.5634151
2	5.7899406	16.009	9.2693229	3.1619941
3	5.7887957	24.804	14.358554	4.8980559
4	5.7868332	35.084	20.302619	6.9257228
5	5.7833050	48.351	27.963066	9.5388800
6	5.7789468	60.903	35.195386	12.006012
7	5.7734954	73.663	42.529073	14.507713
8	5.7667719	86.881	50.102345	17.091143
9	5.7620474	95.092	54.792568	18.691093
10	5.7598668	98.656	56.824468	19.384224

FV	$P_2 \times 10^{-1}$	$P_1 \times 10^{-1}$	$\Delta P_{1-2} / \rho \times 10^2$	$\Delta P_{A-1} / \rho \times 10^{-1}$
1	1.1331644	1.1331609	8.8430850	9.7273686
2	1.1330684	1.1330400	70.751980	39.798064
3	1.1329191	1.1328160	256.52730	95.534242
4	1.1326808	1.1324319	619.41343	191.13328
5	1.1321261	1.1317420	956.24877	363.02043
6	1.1315287	1.1308886	1594.9500	575.95452
7	1.1306752	1.1298218	2128.6093	842.57451
8	1.1298574	1.1285061	3374.2275	1172.1001
9	1.1292173	1.1275815	4087.9402	1404.1186
10	1.1288617	1.1272548	4267.2017	1511.3325

PV	$f \times 10^2$	$P_2' \times 10^{-1}$	$(v_2'/v_1')$	$(P_2'/P_1') \times 10^1$
1	2.7521901	1.1331571	1.0000065	9.999662
2	2.3199480	1.1330268	1.0000367	9.9998834
3	2.0991293	1.1327873	1.0001164	9.9997467
4	1.9452408	1.1323787	1.0002668	9.9995303
5	1.8171137	1.1316477	1.0004228	9.9991666
6	1.7324595	1.1307460	1.0006922	9.9987393
7	1.6670227	1.1296213	1.0009330	9.9982254
8	1.6132196	1.1282365	1.0014367	9.9976109
9	1.5848979	1.1272644	1.0017324	9.9971882
10	1.5735798	1.1268161	1.0018154	9.9969951

PV	$P_2' \times 10^2$	$\int_2' \times 10^2$	$v_2'$	$v_m'$
1	5.7905388	5.7905763	7.915	7.915
2	5.7898731	5.7900857	16.010	16.010
3	5.7886490	5.7893226	24.802	24.803
4	5.7865614	5.7881051	35.076	35.080
5	5.7837900	5.7862352	48.327	48.339
6	5.7782183	5.7822178	60.868	60.890
7	5.7724708	5.7778564	73.607	73.635
8	5.7653942	5.7736772	86.777	86.820
9	5.7604272	5.7704065	94.954	95.023
10	5.7581360	5.7685892	98.507	98.581

PV	$\int_m v dP \times 10^1$	$-\int_t v dP \times 10^2$	$\int_c v dP \times 10^2$	$-\Delta V^2 / 2g_c \times 10^3$
1	1.831669	9.5246785	8.7920110	-
2	10.341698	32.857605	70.559376	-
3	32.799060	71.379578	256.61102	1.5405500
4	75.172942	132.36231	610.36710	8.7155280
5	119.04527	234.85573	955.59701	36.029068
6	194.04527	355.28150	1594.6303	66.170891
7	262.79237	500.11832	2127.8054	128.06087
8	404.56465	673.31728	3372.3293	280.44140
9	487.75965	792.46308	4085.1334	407.24143
10	511.10725	846.89382	4264.1787	456.16905

PV	$PI \times 10^2$	$w_{ch} \times 10^1$
1	9.5311301	1.8323141
2	32.871918	10.343129
3	71.385786	32.784275
4	132.32950	75.082505
5	234.60857	118.32584
6	355.07424	194.30865
7	499.65959	261.46589
8	672.33732	401.66224
9	791.08454	483.54038
10	845.35542	506.30172

$\Delta P_{A-1}$  mm agua vs PV  
 $V_1$  pie/s vs PV

G - 1

$\Delta P_{A-1}$   
mm agua

$V_1$   
pie/s

100

50

10

0

PV

40

30

20

10

0

2

4

6

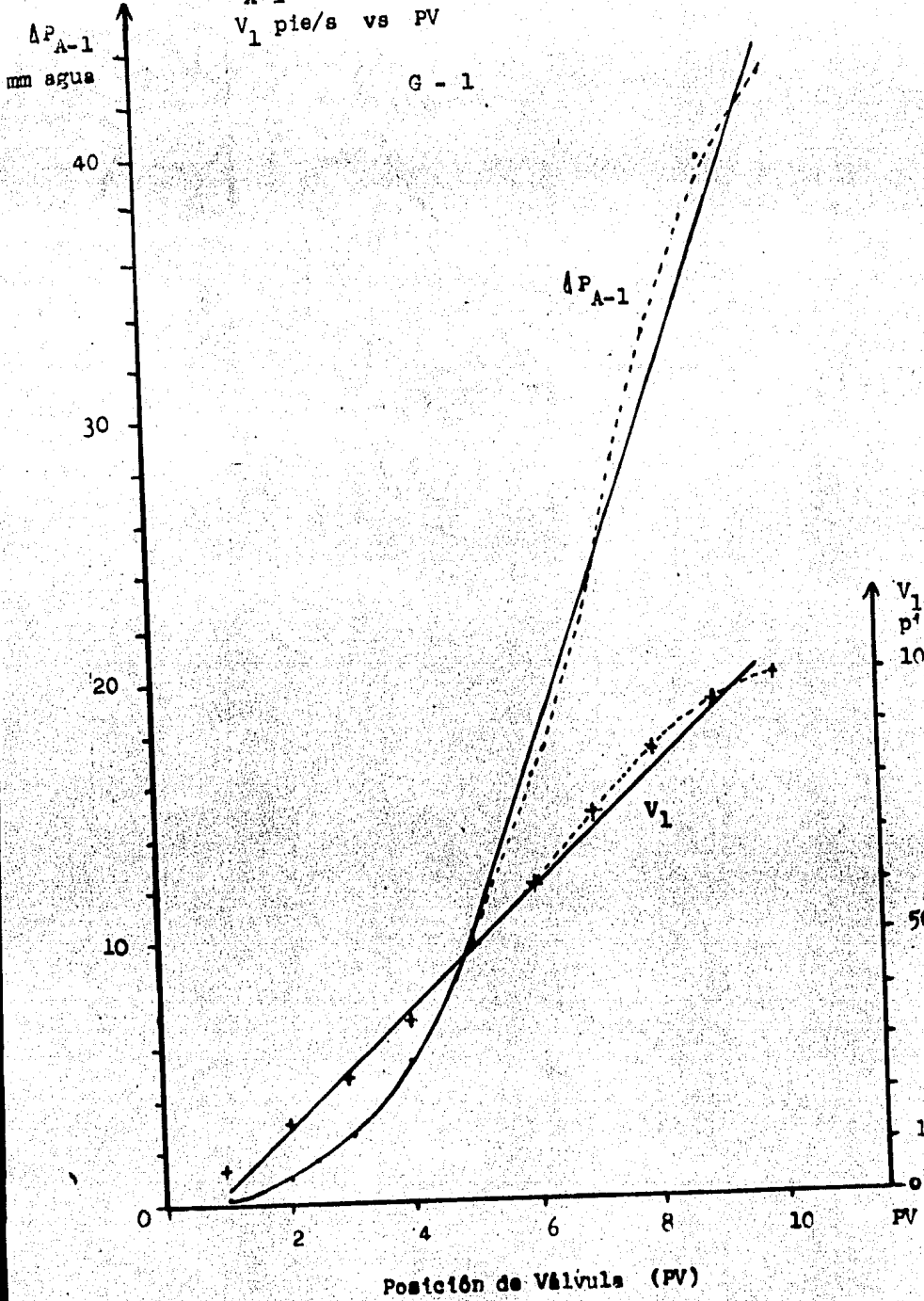
8

10

Posición de Válvula (PV)

$\Delta P_{A-1}$

$V_1$

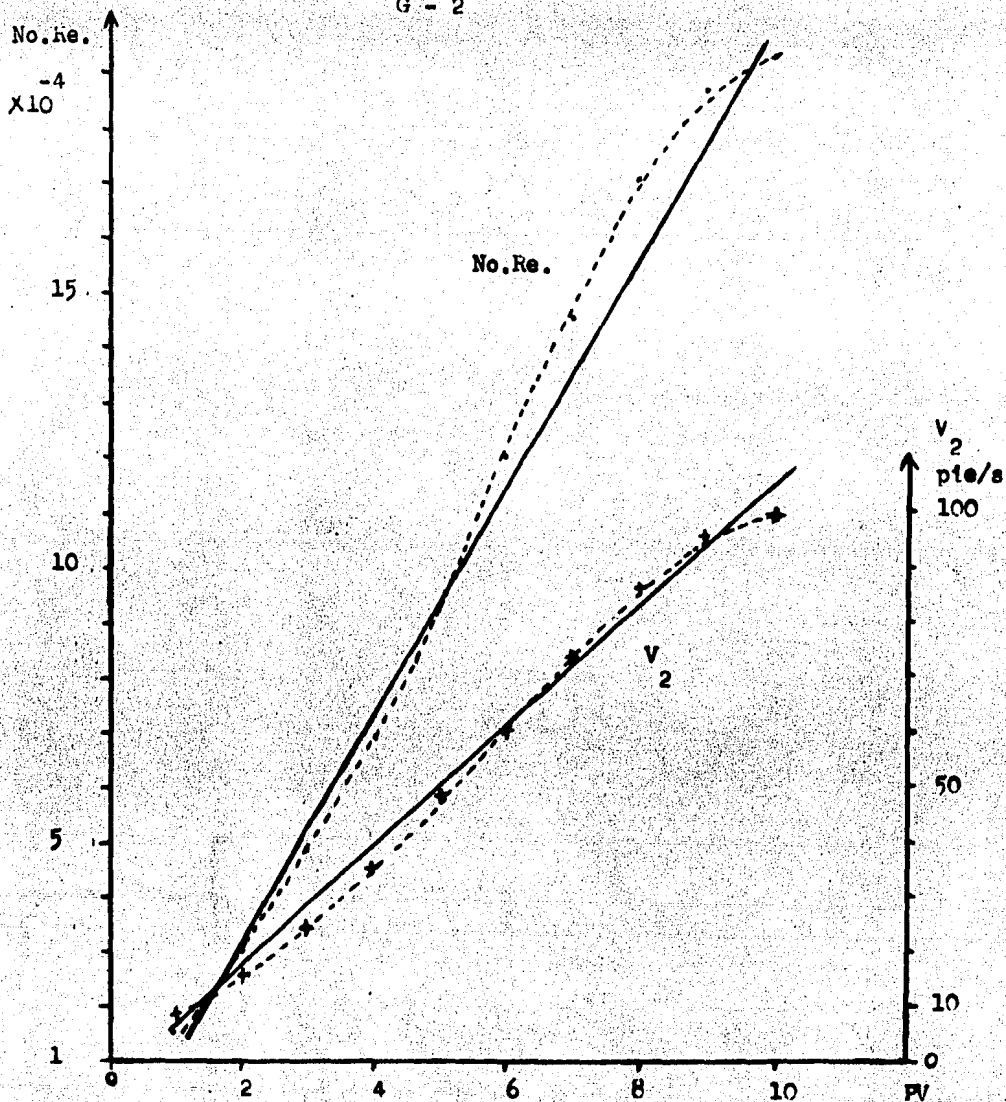


No. Re. vs PV

82

$V_2$  pie/s vs PV

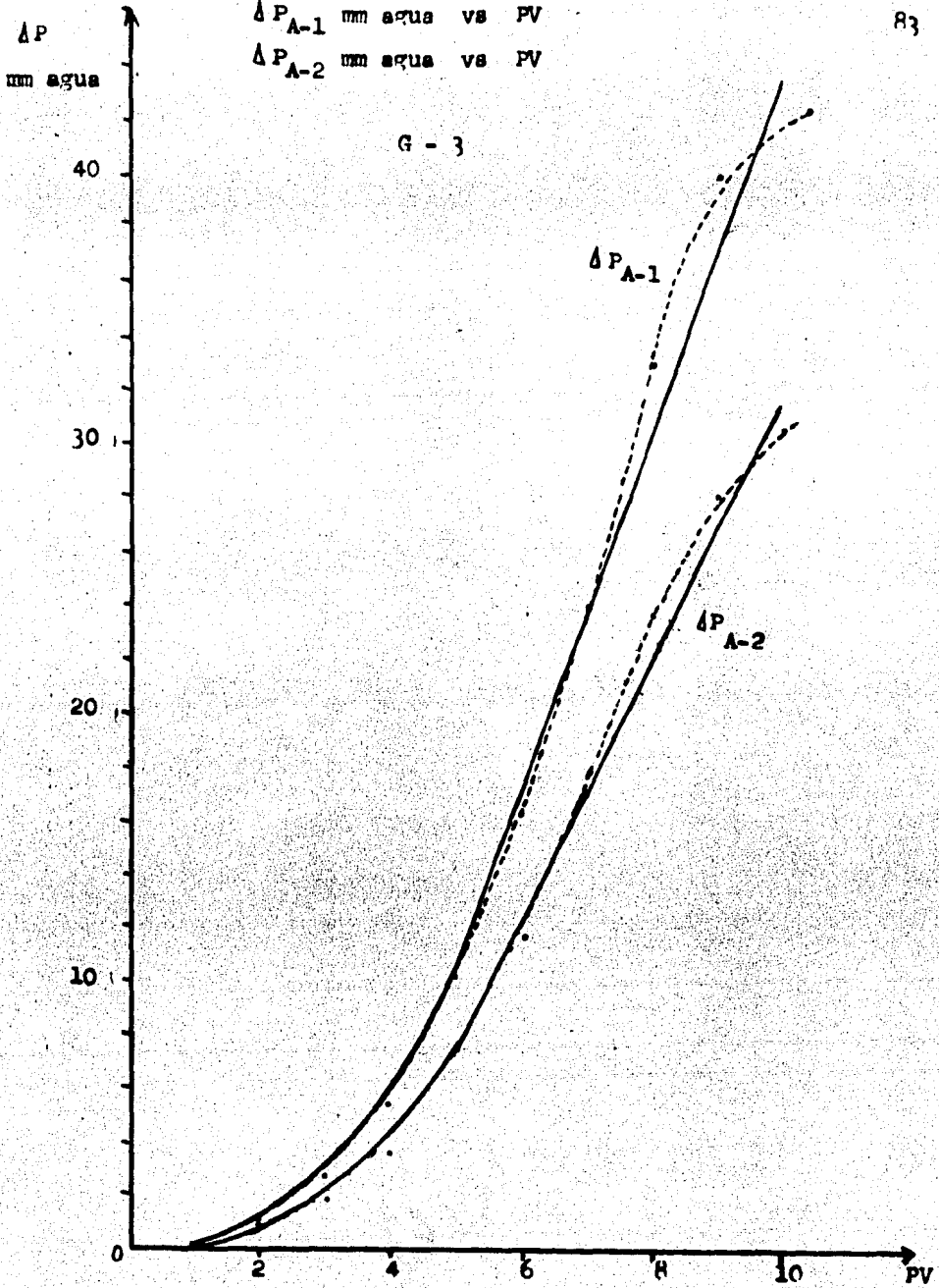
G - 2



Posición de Válvula (PV)

$\Delta P_{A-1}$  mm agua vs PV  
 $\Delta P_{A-2}$  mm agua vs PV

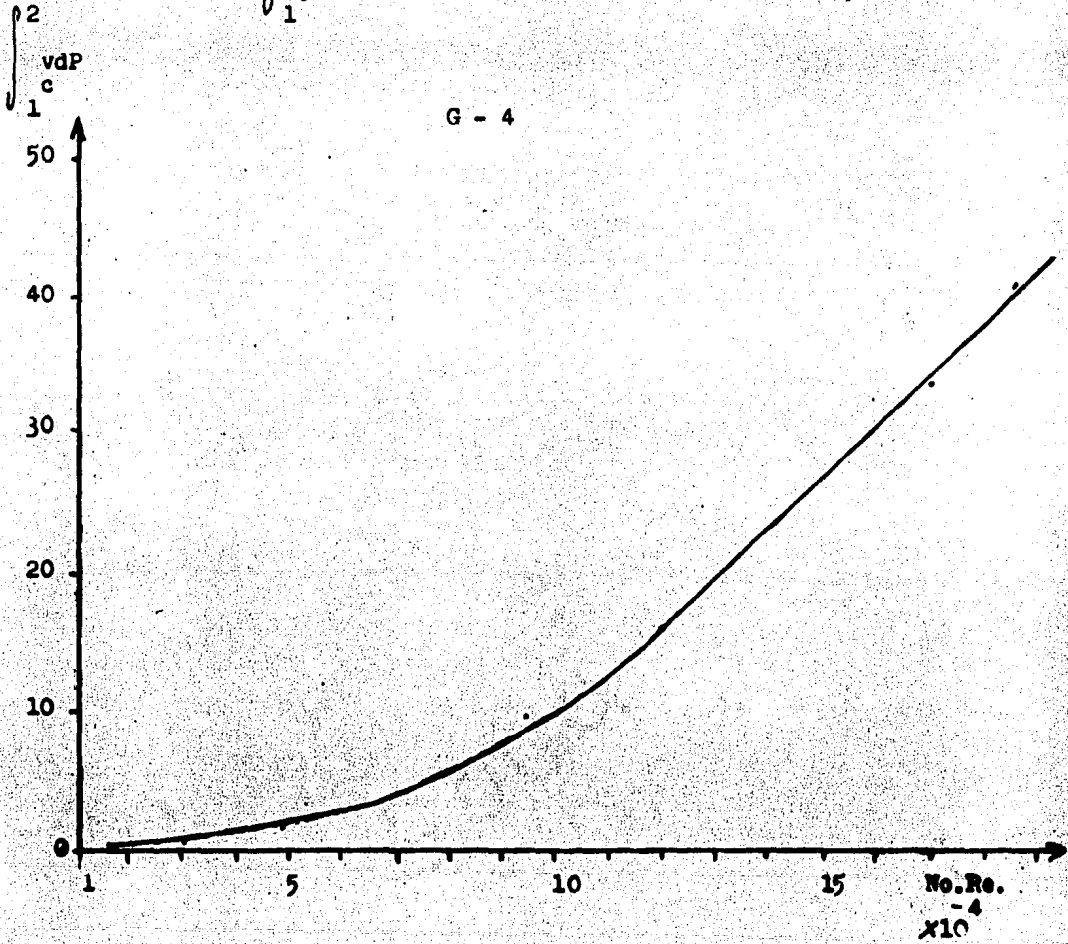
G - 3



Posición de Válvula (PV)

$\int_1^2 \frac{vdP}{c}$  lb pie/lbm vs No.Re.

G - 4





### 3.4 Obtención del coeficiente de flujo del tubo Pitot.

Al llevar a cabo un balance de energía alrededor del tubo Pitot, tomando en cuenta las consideraciones referentes, se tiene la siguiente relación:

$$V_p = c \sqrt{2g_c (\Delta P / \rho)} \quad (24)$$

dónde:

$c$ : coeficiente de flujo

$V_p$ : velocidad puntual

En la evaluación del coeficiente de flujo,  $c$ , se consideran varios métodos;

- 1) aquél que está basado en la determinación de la velocidad media analíticamente.
- 2) llevando un promedio sobre todas las lecturas registradas en la sección de paso transversal,
- 3) evaluando el promedio de los valores puntuales a la un medio, como exponente, de la sección de paso.

En la obtención de los datos puntuales, se dividió la sección transversal de paso 2 en 25 partes iguales, con una lectura de cambio de presión específico a cada punto; los datos se toman en el centro de cada elemento de área. Cada elemento tiene la misma configuración geométrica que la sección transversal cuadrada.

Dado que la zona de plástico (fig.1, Cap.2, sec.2-1), esta dividida transversalmente en 5 elementos posicionales fijos; cada uno está separado del otro exactamente 2.5 cm., según esquema fig.2; a y b (Cap. 2, sec. 2-1). Para la obtención del elemento de area cuadrado, se desliza el tubo Pitot fijando posiciones, para la toma de datos, cada 25 mm. según la escala adjunta al propio tubo Pitot.

Así, los resultados obtenidos para todas las PV, estan registrados en la tabla T-7.

T - 7

 $\Delta P$  en 2 mm. de agua

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	
PV	10.5	37.5	62.5	87.5	112.5	v
	0.20	0.275	0.265	0.25	0.20	$v_5$
	0.27	0.27	0.26	0.26	0.225	$v_4$
1	0.275	0.275	0.275	0.25	0.22	$v_3$
	0.27	0.28	0.27	0.255	0.21	$v_2$
	0.25	0.22	0.24	0.23	0.28	$v_1$
	0.85	0.95	0.95	0.925	0.85	$v_5$
	0.95	1.00	0.975	0.95	0.825	$v_4$
2	1.00	1.25	1.00	0.975	0.85	$v_3$
	0.95	1.05	0.975	0.95	0.90	$v_2$
	0.85	0.975	0.975	0.95	0.85	$v_1$

continda

T - 7

		$\Delta P$ en 2 mm. de agua					
		$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	
PV		10.5	37.5	62.5	87.5	112.5	$y$
		1.90	2.125	2.15	2.15	1.70	$y_5$
		2.175	2.175	2.25	2.20	2.05	$y_4$
3		2.10	2.50	2.25	2.20	2.00	$y_3$
		2.15	2.225	2.25	2.175	1.80	$y_2$
		1.85	2.00	2.25	2.15	1.75	$y_1$
		4.20	4.35	4.40	4.50	3.90	$y_5$
		4.35	4.55	4.45	4.45	3.95	$y_4$
4		4.40	4.60	4.45	4.55	4.35	$y_3$
		4.40	4.55	4.55	4.50	4.20	$y_2$
		4.30	4.45	4.60	4.55	4.05	$y_1$
		7.95	8.25	8.40	8.35	6.85	$y_5$
		8.25	8.50	8.60	8.55	7.60	$y_4$
5		8.15	8.65	8.55	8.50	7.55	$y_3$
		8.35	8.60	8.65	8.60	7.35	$y_2$
		8.25	8.35	8.55	8.40	7.35	$y_1$

. continúa

T - 7

	$\Delta P$ en 2 mm. de agua					
	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	
PV	10.5	37.5	62.5	87.5	112.5	$y$
	11.125	11.75	11.125	11.75	10.125	$y_5$
	12.125	12.125	12.00	12.00	9.75	$y_4$
6	12.00	12.125	12.00	11.75	10.125	$y_3$
	12.125	12.125	12.00	11.50	11.125	$y_2$
	11.75	11.75	12.125	12.125	10.50	$y_1$
	16.50	16.75	16.125	16.125	14.50	$y_5$
	17.125	17.125	17.50	16.50	14.75	$y_4$
7	17.75	17.50	17.125	16.00	14.75	$y_3$
	16.50	17.50	17.50	17.125	16.00	$y_2$
	15.50	17.125	17.75	16.125	15.75	$y_1$
	23.50	23.50	21.175	23.75	21.00	$y_5$
	23.75	24.00	24.00	23.75	22.00	$y_4$
8	23.50	23.75	23.75	23.125	21.50	$y_3$
	23.75	23.75	23.75	23.00	21.125	$y_2$
	24.00	23.75	24.125	23.50	21.50	$y_1$

continúa

T - 7

 $\Delta$  P en 2 mm. de agua

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	
PV	10.5	37.5	62.5	87.5	112.5	y
	27.50	28.00	27.50	27.50	22.00	y <sub>5</sub>
	28.00	28.00	28.00	27.00	24.00	y <sub>4</sub>
9	27.75	28.50	28.00	27.50	23.50	y <sub>3</sub>
	28.00	28.00	28.00	27.00	28.50	y <sub>2</sub>
	27.50	27.50	29.00	26.50	28.00	y <sub>1</sub>
	29.50	30.00	30.00	29.50	27.00	y <sub>5</sub>
	30.50	30.50	29.50	30.50	25.00	y <sub>4</sub>
10	30.00	31.00	30.50	30.50	26.00	y <sub>3</sub>
	30.50	30.50	30.50	30.00	25.00	y <sub>2</sub>
	30.00	30.00	30.50	31.00	28.00	y <sub>1</sub>

Registrados los datos puntuales de  $\Delta P$  de la sección de paso 2, se lleva a cabo la evaluación del coeficiente de flujo.

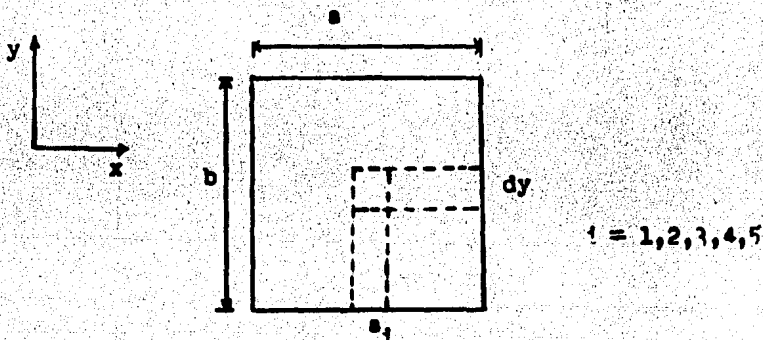
Del método 1 se tiene: Tomando en cuenta la velocidad media de la sección de paso 2 del sistema y las propiedades de estado termodinámico del fluido con las consideraciones establecidas en la definición del comportamiento del sistema, evaluados en la sección anterior tenemos:

$$\text{si } V_1 = \frac{Q}{A} \quad (25)$$

$$\text{donde, } V_1 \hat{=} \frac{\text{pie}^3/\text{s}}{\text{pie}^2}, \quad Q \hat{=} \frac{\text{pie}^3}{\text{s}}, \quad A \hat{=} \text{pie}^2$$

$$V_2 = V_1$$

Considerando la sección de paso 2:



donde la dimensión  $a$  se divide en 5 partes fijas e iguales. La dimensión  $b$  se divide en partes infinitesimales  $dy$ .

asi,

$$\lambda = \int_0^A \frac{V}{P} dA \quad (I)$$

si  $A = ab$  y según lo anterior,  $b$  es variable  
entonces;  $dA = a dy$  (II)

$$\text{asi, } dA = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5) dy = dA_1 + dA_2 + dA_3 + dA_4 + dA_5 \quad (III)$$

Tomando en cuenta nuestro sistema de referencia e integrando por zonas a lo largo de  $a$ , para despues incluir en un solo resultado cada sección  $a_i$ , se obtiene el area total de la sección transversal. Debido a los recursos con los que se cuenta y manteniendo cuadrda la geometria de cada elemento de area, la sección de paso 2 se dividió en 25 partes; 5 partes en  $a$  y 5 partes en  $b$ .

sustituyendo (II) en (I)

$$\lambda = \int_0^A \frac{V}{P} dA = \int_0^b \frac{V}{P} a dy \quad (26)$$

$$\lambda = a \int_0^b \frac{V}{P} dy \quad (27)$$

sustituyendo (26) y (III) en (25)

$$V'_m = (1/A)(a_1 \int_0^b v_{p1} dy + a_2 \int_0^b v_{p2} dy \dots + a_5 \int_0^b v_{p5} dy)$$

$$V'_m = (1/ab) \sum_{i=1}^{k=5} a_i \int_0^b v_{pi} dy \quad (28)$$

sustituyendo (24) en (28)

$$V'_m = (1/ab) \sum_{i=1}^{k=5} a_i \int_0^b c'_i (\Delta P/\rho)^{1/2} dy$$

como,  $c'_i = c(2\pi_c)^{1/2}$

finalmente,

$$\frac{V'_m(ab)}{c} = (2\pi_c)^{1/2} \sum_{i=1}^{k=5} a_i \int_0^b (\Delta P/\rho)^{1/2} dy \quad (29)$$

Una vez obtenidos los valores de  $(\Delta P/\rho)^{1/2}$ ; considerando al cambio de presión puntual obtenido con el tubo Pitot en la sección de paso 2, insuficiente en provocar alteraciones importantes en la densidad del fluido en la sección de paso 2, tomando como válidos los obtenidos en la sección anterior(3.3), se efectúa la integración de (29). Esta lleva a cabo analíticamente según el método del trapecio.



Ahora bien, si en lugar de llevar a cabo dicha interacción de la relación (29), evaluáramos el promedio de los datos  $(\Delta P/\rho)$  elevados a la raíz cuadrada, obtendríamos sin mayor dificultad el valor del coeficiente de flujo. Esto es, aplicaríamos el segundo método propuesto.

Así, de (24)

$$V'_m = c'_2 (\Delta P/\rho)_m^{1/2}$$

$$c'_2 = c_2 (2g_o)^{1/2}$$

$$\frac{V'_m}{c_2} = (2g_o)^{1/2} ((\Delta P/\rho)_m)^{1/2} \quad (30)$$

Del método 3 se tiene: Como en el caso anterior, la evaluación del coeficiente de flujo se llevará a cabo por medio de la obtención del valor medio de los datos registrados en la sección de paso 2. Sin embargo, el valor medio se efectúa sobre la raíz cuadrada de los datos de cambio de presión puntuales. Obteniendo el cuadrado y dividiéndole por la densidad, se obtiene el valor medio de  $(\Delta P/\rho)$ ,  $(\Delta P/\rho)_m$ . Con este dato y el valor correspondiente de  $V_2$ ,  $V'_m$ ,  $c$  es obtenido.

Así, de (24)

$$V'_m = c'_3 (((\Delta P)^{1/2})_m^2 / \rho)^{1/2}$$

$$c'_3 = c_3 (2g_o)^{1/2}$$

$$\frac{V'_m}{c_3} = (2g_o)^{1/2} (((\Delta P)^{1/2})_m^2 / \rho)^{1/2} \quad (31)$$

Así, evaluando el primer miembro de las relaciones (29), (30) y (31) con ayuda de los datos en las tablas T-7 y T-8 se tienen los siguientes resultados en la tabla T-9 y los valores de  $c$ , según los 3 métodos en la tabla T-10.

## T - 8

Datos de apoyo para la obtención de los resultados en T-9

PV	$(\Delta P / \rho)_m^{1/2}$	$(\Delta P)_m^{1/2} / \rho^{1/2}$
1	0.9347315	0.9347312
2	1.8324466	1.8324340
3	2.7239520	2.7239520
4	3.9396509	3.9296153
5	5.3912848	5.3914339
6	6.4313326	6.3993326
7	7.6434224	7.6490590
8	9.0604110	8.2096908
9	9.8324628	9.6768409
10	10.227124	10.459406

T - 9

Evaluación del primer término de las relaciones: (29) s'n (ab), (30) y (31).

PV	$V_m$ pie/s	$V_m/c_1$	$V_m/c_2$	$V_m/c_3$
1	7.915	5.1418719	7.5011839	7.0115884
2	16.010	11.819738	14.705313	14.705211
3	24.803	17.591852	21.859609	21.856090
4	35.080	25.335614	31.615546	31.615260
5	48.328	34.678875	43.264851	43.266047
6	60.890	41.150769	51.611194	51.354395
7	73.635	49.210710	61.338167	61.383400
8	86.829	58.220333	72.709445	72.712041
9	95.023	63.158238	78.905131	78.942292
10	98.581	65.622632	82.072268	82.072268

T - 10

Evaluación del coeficiente de flujo del tubo Pitot según los 3 métodos

PV	$c_1$	$c_2$	$c_3$
1	1.5393227	1.0551668	1.1288455
2	1.3544717	1.0887222	1.0887297
3	1.4099141	1.1346080	1.1346498
4	1.3846122	1.1095807	1.1095908
5	1.3935862	1.1170269	1.1160960
6	1.4796807	1.1797829	1.1856824
7	1.4963206	1.2004760	1.1995914
8	1.4913862	1.1941950	1.1941180
9	1.5045227	1.2042690	1.2037021
10	1.5022409	1.2011487	1.2011487

De los resultados registrados en la tabla T-10, se encuentra que al aplicar el método 1 el valor del coeficiente de flujo para las diferentes PV son muy altos. Sin embargo, al aplicar el método 2 resultan menores pero mayores a los presentados en la práctica común, resultando casi iguales a los establecidos por el método 3.

Ahora bien, tomando en cuenta lo establecido en la sección anterior (3.3); referente a la interacción de la malla sobre el sistema, resultan coeficientes de flujo de acuerdo a los que se tienen en la realidad.

Los datos registrados por el tubo Pitot no son el resultado del efecto de la velocidad de acuerdo al comportamiento establecido por un tubo Pitot aislado, sino que son valores aparentes. Tomando en cuenta esta energía de interacción recibida,  $w_{ch}$ , se tiene;

$$V_m/c_r' = ((V_m/c_a')^2 + w_{ch})^{1/2} \quad (32)$$

donde los subíndices se refieren a :

r: valor real para el tubo Pitot

a: valor aparente para el tubo Pitot

Así, aplicando la relación (32) se obtienen los valores de  $c$  de acuerdo al comportamiento establecido y registrados en la tabla T-11, con los datos de  $c_2$  de la tabla T-10.

Al considerar al tubo cuadrado como un tubo de sección trans-

## T - 11

Obtención del valor del coeficiente de flujo del tubo Pitot  $c_{2r}$ , con los datos de  $c_2$  de T-10.

PV	No.Re. $\times 10^{-4}$	$c_{2r} \times 10^1$
1	1.5634151	9.5935615
2	3.1619941	9.5193799
3	4.8980559	9.4493741
4	6.9257228	9.1091567
5	9.5388899	9.4167210
6	12.006012	9.7314285
7	14.507713	9.9778520
8	17.091143	9.7855337
9	18.691093	9.7996441
10	19.384224	9.8595689

versal circular, tomando como diámetro al diámetro equivalente del tubo cuadrado y los datos a lo largo de  $a_3$ , se aplicó la relación (33);

derivando (25) e integrando para un tubo de sección transversal circular,

$$V_m / c'_c = \frac{8 \int_0^R (\Delta P / \rho)^{1/2} r dr}{D} \quad (33)$$

se obtienen los valores de  $c_c$  correspondientes. Como la relación se desarrolla a lo largo del eje radial de un círculo, se considera éste dividido en 3 puntos, tomando en cada punto los valores registrados por el tubo Pitot. Así,

para:

- punto 0: el valor central en  $y_3$ ,
- punto 1: el valor medio entre  $y_2$  y  $y_4$ ,
- punto 2: el valor medio entre  $y_1$  y  $y_5$ ,
- punto 3: un valor nulo

aplicando (33) se obtiene  $c_{c1}$ , donde

$$c_{c1} = \frac{c'_c}{(2\alpha_c)^{1/2}}$$

Tomando al radio dividido en 2 partes, considerando los

registrados por el tubo Pitot como:

punto 0: el valor central en  $y_3$

punto 1: el valor medio entre  $y_2$  y  $y_4$  como suficiente

punto 2: el valor medio entre  $y_1$  y  $y_5$  como suficiente

aplicando (33) se obtiene  $c_{c2}$ , ya que:

$$c_{c2} = \frac{c'_{c2}}{(2g_c)^{1/2}}$$

Así, los valores de  $c_{c1}$  y  $c_{c2}$  están registrados en la tabla T-12.

De los resultados en la tabla T-12, se observa que los valores de  $c_{c1}$  son muy altos variando de 1.5 a 1.8, aumentando conforme a la densidad de flujo másico. No obstante, los valores de  $c_{c2}$  son pequeños a comparación de los valores de  $c_{c1}$ , variando de 1.03 a 1.2, presentando la misma característica que  $c_{c1}$ ; directamente proporcionales a  $\sqrt{V}$ .

Ahora bien, tomando en cuenta la energía de interacción de la malla sobre el sistema,  $w_{ch}$ , para obtener los valores reales de  $c_{cr}$  se aplica la relación (32). Los resultados se registran en la tabla T-13 y se observa como el comportamiento de  $c_{cr1}$  se invierte variando de 1.26 a 1.23;  $c_{cr2}$  se invierte también con la misma característica, dando valores semejantes a los obtenidos en la evaluación de  $c_2$  y ambos de acuerdo a los observados en la práctica común.

Coeficiente de flujo del tubo Pitot, cuando el conducto del flujo del fluido es considerado como de sección transversal circular.

T - 12

PV	$V_m/c_1$	$c_1$	$V_m/c_2$	$c_2$
1	5.0961734	1.5531261	7.6754931	1.0312041
2	9.8931968	1.6182838	14.855822	1.0776020
3	14.982172	1.6550090	22.515666	1.1015886
4	21.350496	1.6430532	32.025940	1.0053618
5	29.396510	1.6440047	44.159391	1.0943001
6	34.519078	1.7639521	51.917978	1.1728115
7	41.615729	1.7694159	62.540118	1.1774042
8	51.962084	1.6710069	76.932093	1.1286447
9	53.529878	1.7751395	80.236561	1.1842856
10	55.410566	1.7791011	83.058046	1.1868028



Tomando en cuenta el efecto de la interacción de la malla sobre la sección de paso 2 del sistema, se obtienen los valores de  $c_c$ ,  $c_{cr1}$  y  $c_{cr2}$ , registrados en T-13.

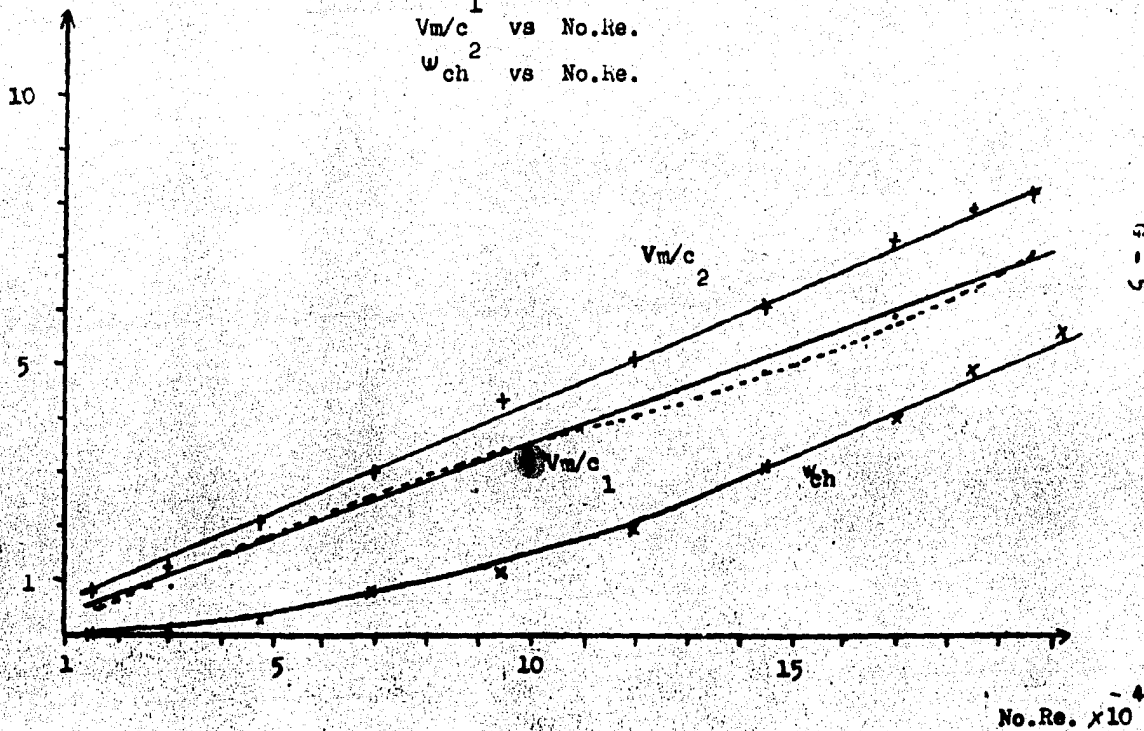
T - 13

PV	$c_{cr1}$	$c_{cr2}$
1	1.2664941	0.94124000
2	1.2483261	0.94453834
3	1.1883987	0.92558340
4	1.1445640	0.90299892
5	1.1984376	0.92800081
6	1.2319465	0.96021037
7	1.2599271	0.98441027
8	1.1941802	0.94150103
9	1.2288421	0.97225097
10	1.2389111	0.97802646

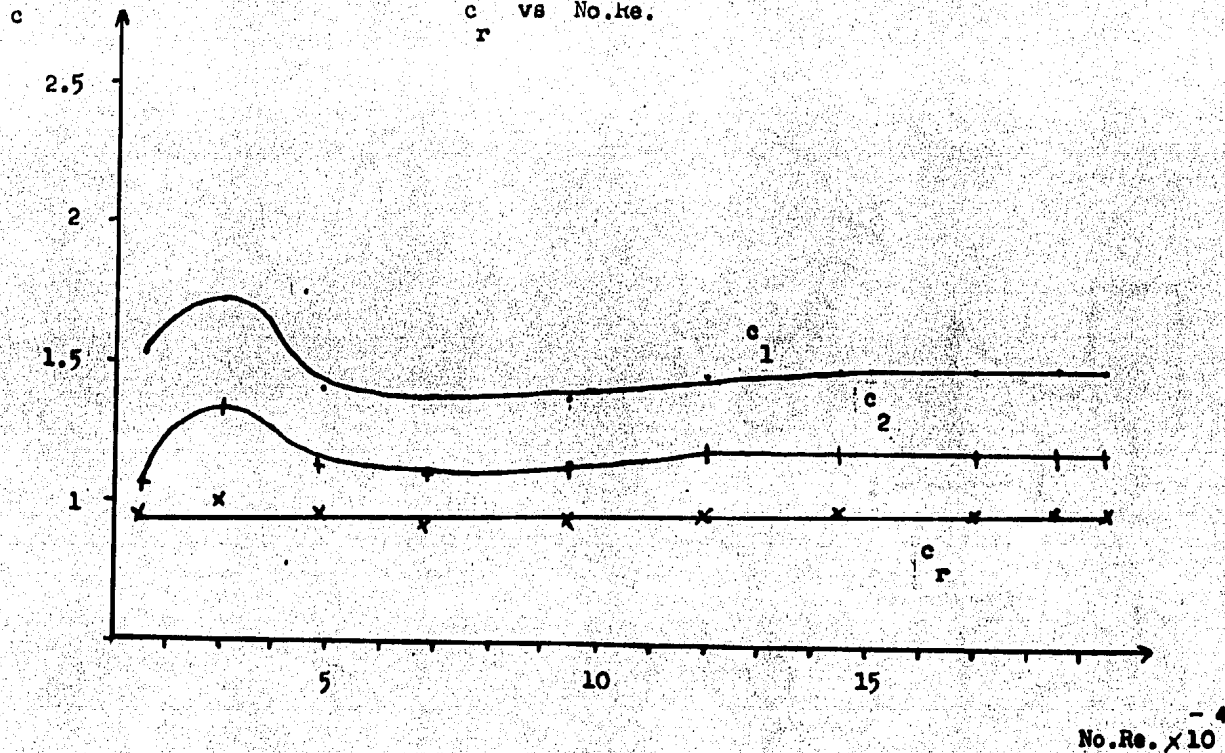
El comportamiento de  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_{cr}$  y de  $w_{ch}$  al variar el No.Re., se aprecia en las gráficas G-5 y G-6.

$V_m/c - 1$   
 $w_{ch} \times 10^4$

$V_m/c$  vs No.Re.  
 $V_m/c_1$  vs No.Re.  
 $w_{ch}^2$  vs No.Re.



$c_1$  vs No.Re.  
 $c_2$  vs No.Re.  
 $c_r$  vs No.Re.



G-6

### 3.5 Análisis de los perfiles de velocidad.

Para visualizar como varía la razón de la velocidad media a la puntual máxima en la sección de paso 2, se lleva a cabo un gráfico de  $V_m/V_p$  vs. No.Re. Esto es posible con la ayuda de la relación (34), la cual toma en cuenta exclusivamente los valores experimentales y relativos a la evaluación de la velocidad media. Es aquí donde se pueden obtener varios valores de  $V_m/V_p$  experimentales. Al aplicar el método 2 de la sección anterior (3.4) para obtener c, se emplea la relación (35). Los datos para evaluar las relaciones (34) y (35) se toman a lo largo del eje  $y_3$  para toda  $a_1$ .

$$(V_m/V_p)_1 = (a/A) \frac{\int_0^b (\Delta P/\rho)^{1/2} dy}{(\Delta P/\rho)_p^{1/2}} \quad (34)$$

$$(V_m/V_p)_2 = \frac{((\Delta P/\rho)^{1/2})}{(\Delta P/\rho)_p^{1/2}} \quad (35)$$

Los resultados obtenidos están registrados en la tabla T-14 y graficados en la gráfica G-7.

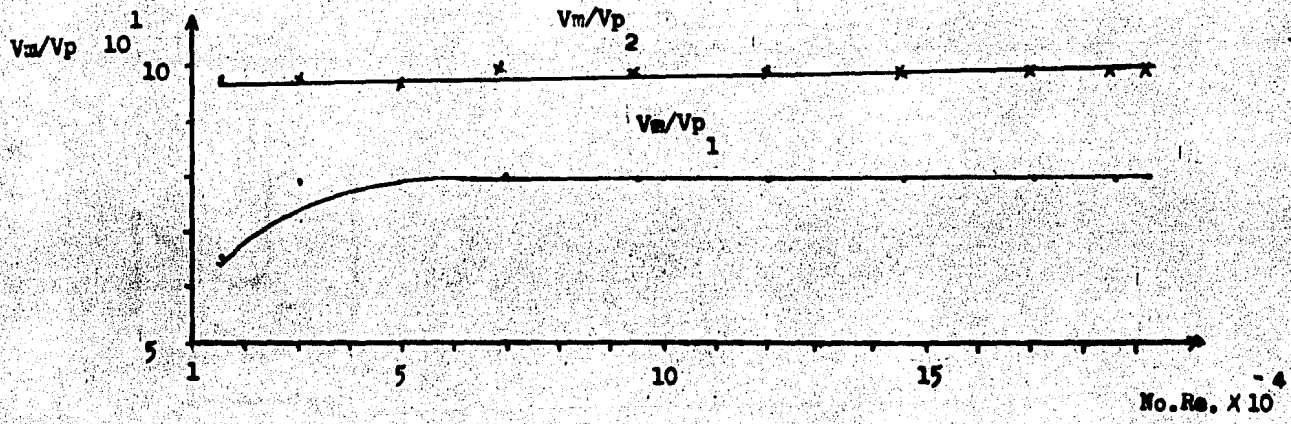
T - 14

Obtención de la razón de la velocidad media a la puntual máxima

PV	No.Re. -4 $\times 10^4$	$(V_m/V_p)_1$ $\times 10^1$	$(V_m/V_p)_2$ $\times 10^1$
1	1.5634151	6.4965148	9.7123152
2	3.1619941	7.8308734	9.7426390
3	4.8980559	7.7692611	9.6540723
4	6.9257228	7.9549460	9.9267360
5	9.5388899	7.8529965	9.7072820
6	12.0060120	7.8627945	9.8614975
7	14.5077130	7.8673607	9.8061882
8	17.0911430	7.8990446	9.8648551
9	18.6910930	7.8886866	9.8555291
10	19.3842240	7.8510089	9.9852045

$V_m/V_p$  vs No.Re.

$V_m/V_p$  vs No.Re.



G-7

De la gráfica G-7 se observa como la relación de velocidades  $V_m/V_p$  aumenta proporcionalmente al No.Re. A partir de un valor de No.Re. de  $5 \times 10^4$ , esta relación de velocidades permanece constante a la variación del No.Re. Para los valores de  $(V_m/V_p)_2$  se tiene una independencia con el No.Re.

Al graficar los valores de  $(\Delta P/l)$  puntuales para las posiciones de  $a$  en  $y_3$  y de  $y$  en  $a_3$  en G-8 y G-9, se observa una distribución plana hasta PV-5 ( $y_1$  en  $a_3$ ). A partir de esta PV se presenta una cierta curvatura entre las posiciones de  $y_4$  y  $y_5$  en  $a_3$  de la sección de paso 2. Para el caso de  $a_1$  en  $y_3$  se tiene un comportamiento similar al anterior.

En la gráfica G-10 y G-11 se compara el comportamiento de los valores de  $(\Delta P/l)$  puntuales del eje diagonal ( $(a_1 - y_1)$ ,  $(a_2 - y_2)$ , etc.) con el del eje horizontal ( $a_1 - y_3$ ). Aquí, se observa un resultado similar al anterior.

De esto, podemos afirmar que el flujo es completamente turbulento.

Ahora bien, sabemos que el flujo es turbulento, sin la existencia de la interacción de accesorios sobre el sistema en la descripción del perfil de velocidades, la evaluación de la razón de la velocidad media a la puntual se determina de la siguiente manera:

Para flujo turbulento en un conducto cerrado, resulta:

Perfiles de velocidad puntuales para el eje vertical  
y horizontal

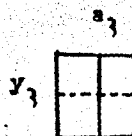
$(\Delta P/\rho)^{1/2}$  vs  $y_i$  en  $a_j$

$(\Delta P/\rho)^{1/2}$  vs  $a_i$  en  $y_j$

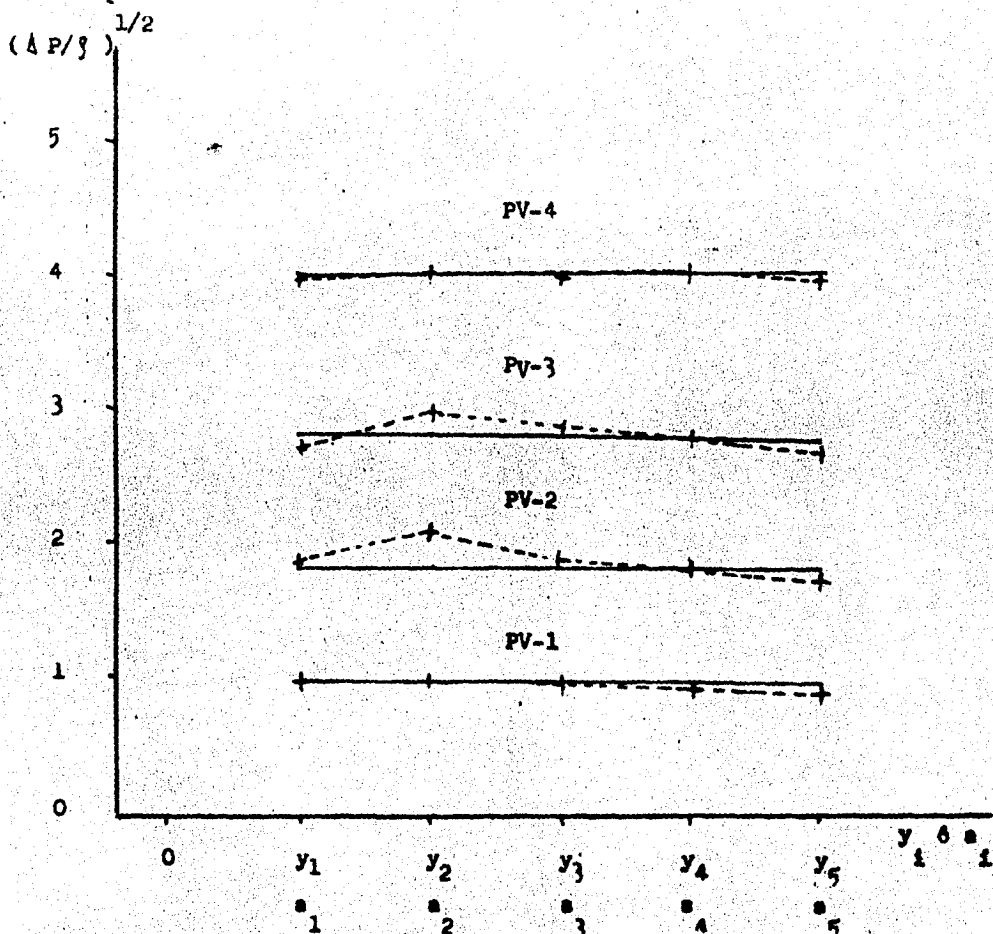
para cada PV  
j

donde  $i = 1, 2, 3, 4, 5$

$j = 1, 2, 3, 4$



G - 8





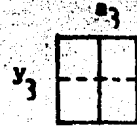
Perfiles de velocidad puntuales para el eje vertical  
y horizontal

$(\Delta P/\rho)^{1/2}$  vs  $y_i$  en  $a_j$

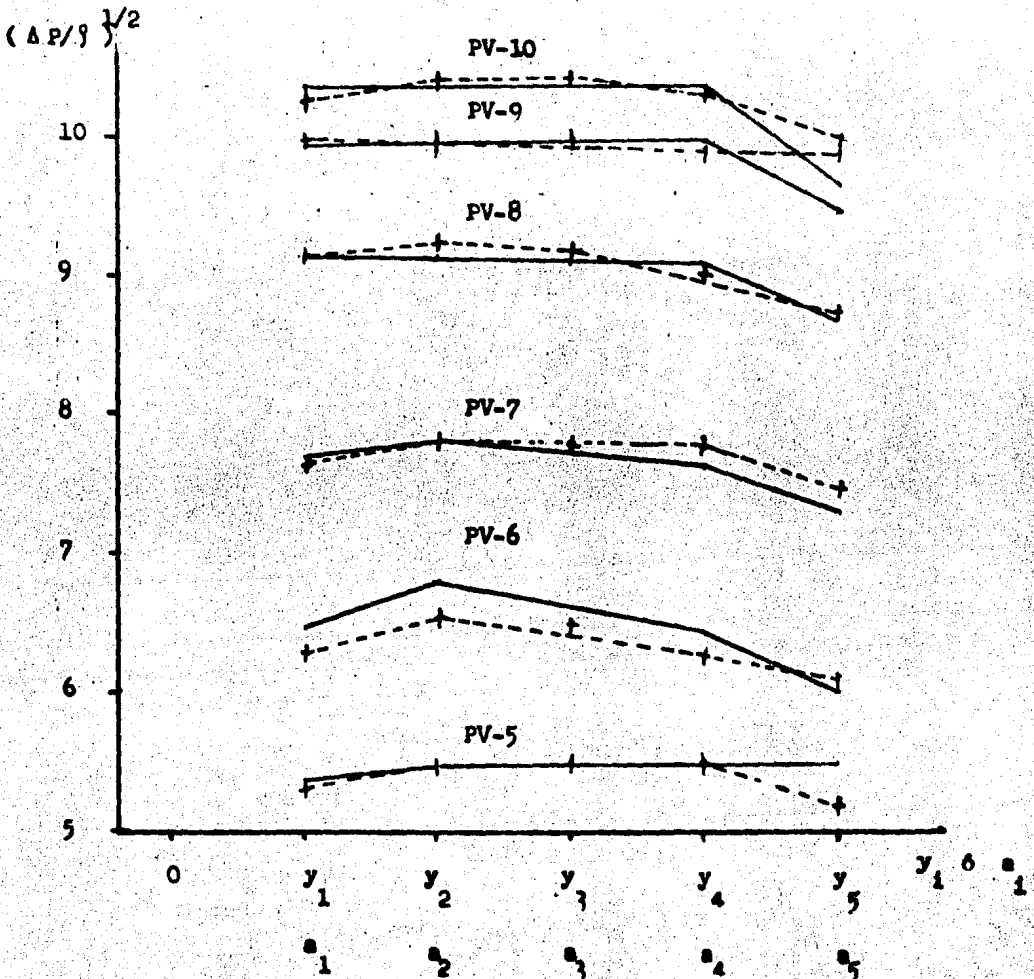
$(\Delta P/\rho)^{1/2}$  vs  $a_i$  en  $y_j$   
para cada PV  $j$

donde  $i = 1, 2, 3, 4, 5$

$j = 5, 6, 7, 8, 9, 10$



G - 9



Perfiles de velocidad puntuales para el eje horizontal  
y diagonal

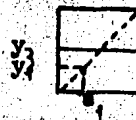
$$(\Delta P/f)^{1/2} \text{ vs } a_1 \text{ en } y_j$$

$$(\Delta P/f)^{1/2} \text{ vs } (a_1 - y_1)$$

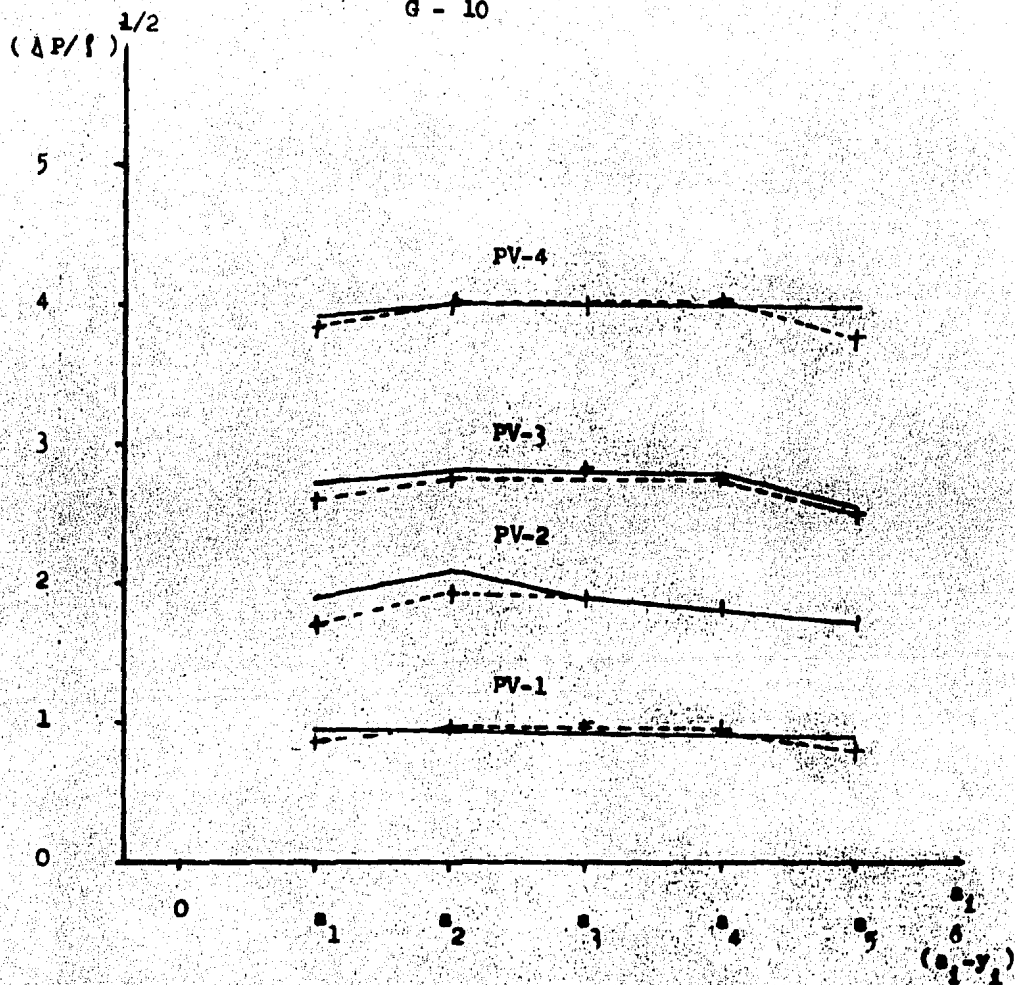
para cada PV

donde  $i = 1, 2, 3, 4, 5$

$j = 1, 2, 3, 4$



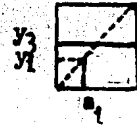
G - 10



Perfiles de velocidad puntuales para el eje horizontal y diagonal

$(\Delta P/\rho)^{1-2}$  vs  $a_1$  en  $y_3$

$(\Delta P/\rho)^{1/2}$  vs  $(a_1 - y_1)$

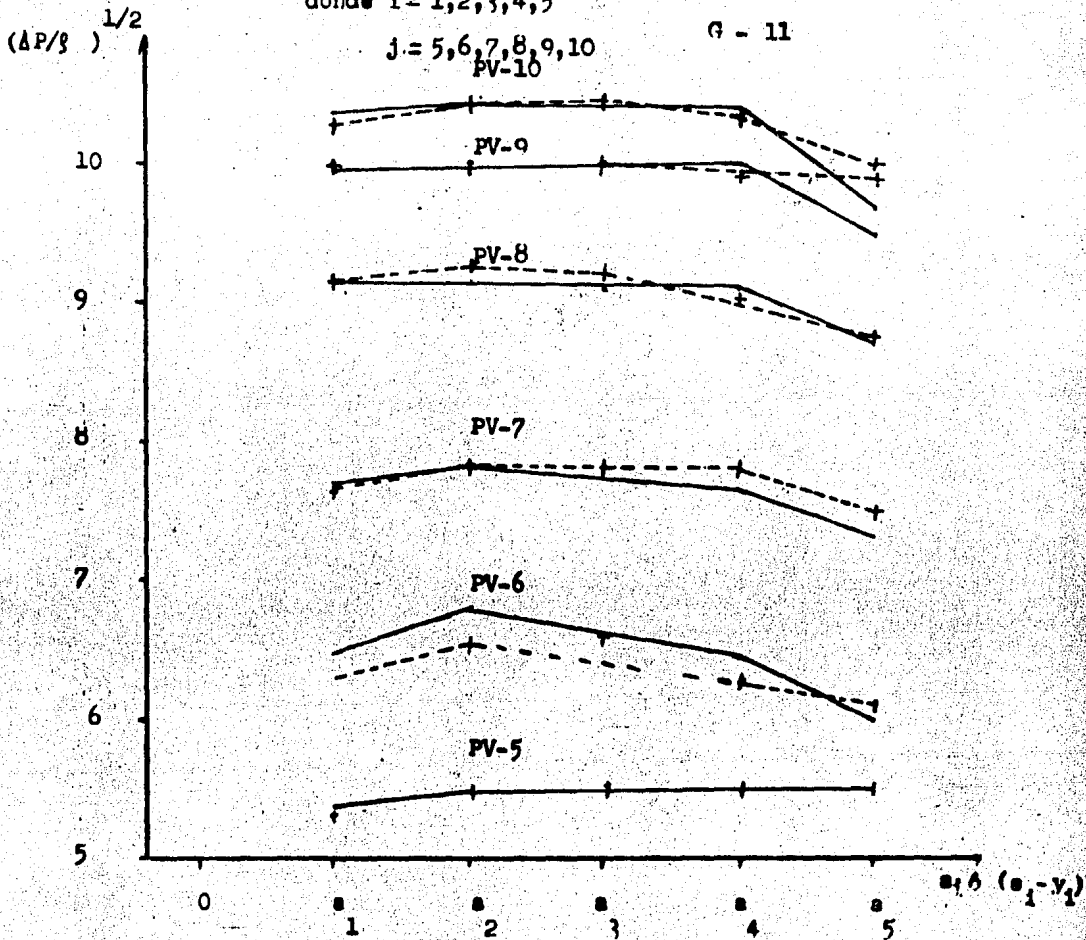


para cada PV<sub>j</sub>

donde  $i = 1, 2, 3, 4, 5$

$j = 5, 6, 7, 8, 9, 10$   
PV-10

G - 11



$$\zeta (1 - y/R) = K^2 = \frac{(dv/dy)^4}{(d^2 V/dy^2)^2} \quad (36)$$

que al integrar la ecuación (36), considerando el conducto de sección transversal circular, resulta:

$$\frac{V'_2}{V_p} = \frac{1}{1 + (3/2K) \sqrt{r/8}} \quad (37)$$

que es la razón de la velocidad media de la sección de paso 2 a la puntual máxima, considerando la interacción del accesorio sobre el sistema. En investigaciones anteriores; en la descripción de perfiles de velocidad con la relación (37), se encontró que  $K \approx 0.3686$ . Sin embargo, esta relación no es muy exacta ya que  $K$  varía de punto a punto conforme se desarrolle el flujo; así, para fines prácticos es confiable considerar a  $K$  como una constante.

La influencia de la malla a PV-10 sobre la velocidad puntual máxima ( $a_3 - y_3$ ) se determina de la siguiente forma.

$$\text{si } \Delta P_r = P_{dr} - P'_2 \quad (38)$$

donde:

$\Delta P_r$ : cambio de presión puntual real registrada por el tubo P'tot.

$P_{dr}$ : presión dinámica real; toma en cuenta el efecto de la malla

$P'_2$ : presión estática en sección de paso 2; toma en cuenta el efecto de la malla.

y como

$$P'_2 = P_2 - \beta \quad (39), \quad P_{dr} = P_d + \beta' \quad (40)$$

$$\beta + \beta' = \gamma \quad (41)$$

sustituyendo (41) en (39)

$$P'_2 = P_2 - (\gamma - \beta') \quad (42)$$

sustituyendo (41) y (42) en (38)

$$P_{dr} - P'_2 = P_d - P_2 (\gamma - \beta') + \beta' \quad (43)$$

arreglando (43)

$$P_{dr} = P_d - P_2 + P'_2 + \gamma$$

$$\therefore P_{dr} - P'_2 = P_d - P_2 + \gamma \quad (44)$$

si:

$\Delta P$ : cambio de presión registrado por el tubo Pitot, sin tomar en cuenta la influencia de la malla.

$P_d$ : presión dinámica, sin tomar en cuenta el efecto de la malla.

$P_2$ : presión estática en sección de paso 2, sin tomar en cuenta el efecto de la malla.

entonces,

$$\Delta P = P_1 - P_2 \quad (45)$$

sustituyendo (45) y (38) en (44)

$$\Delta P_r = \Delta P + \delta \quad (46)$$

$$\therefore \Delta P_r > \Delta P$$

Considerando el anterior resultado, la influencia de la malla sobre el sistema se conoce al comparar  $\Delta P_r$  con  $\Delta P$ , ó evaluando  $\gamma$ .

Así, para determinar la influencia de la malla sobre el sistema comparando la  $\Delta P_r$  con  $\Delta P$ , se tiene el siguiente ejemplo desarrollado para cuando se tiene la máxima densidad de flujo másico, es decir; PV-10.

sabemos que

$$f = 1.5735798 \times 10^{-2}$$

y de (37) con  $K = 0.3686$

$$V_2'/V_p = 8.4709374 \times 10^{-1}$$

para evaluar la  $\Delta P_r$  se considera la relación (35), que si tomar en cuenta la influencia de la malla sobre el sistema  $V_m = V_2'$  y la relación (35) toma la forma de la relación (47).

$$\left(\frac{V_2'}{V_p}\right)_2 = \frac{\left(\left(\frac{\Delta P}{f}\right)_r^{1/2} + w_{ch}\right)}{\left(\frac{\Delta P}{f}\right)_p^{1/2}} \quad (47)$$

donde:

$$\left( \left( \Delta P / \rho \right) \right)_m^{1/2} = 10.227124 \text{ (lb pie/lbm)}^{1/2} = 5.646 \text{ (kg m/kgm)}^{1/2}$$

$$w_{ch} = 50.639172 \text{ lb pie/lbm} = 15.435 \text{ kg m/kgm}$$

$$\rho_2^* = 5.758136 \times 10^{-2} \text{ lbm/pie}^3 = 0.9224 \text{ kg/m}^3$$

así, de (47)

$$\left( \left( \Delta P / \rho \right) \right)_r^{1/2} = 1.8325391 \times 10^2 \text{ lb pie/lbm} = 55.856 \text{ kg m/kgm}$$

como,

$$\Delta P = 4.3383129 \times 10^{-2} \text{ lb/plg}^2 = 30.501 \text{ kg/m}^2$$

$$\rho_2^* = 5.758136 \times 10^{-2} \text{ lbm/pie}^3 = 0.9224 \text{ kg/m}^3$$

resulta,

$$\Delta P_r = 7.3277842 \times 10^{-2} \text{ lb/plg}^2 = 51.519 \text{ kg/m}^2$$

que al aplicar (46)

$$\gamma = 2.9894713 \times 10^{-2} \text{ lb/plg}^2 = 21.018 \text{ kg/m}^2$$

por tanto, al comparar  $\Delta P$  con  $\Delta P_r$  se tiene

$$\Delta (\Delta P_r)\% = -40.80$$

Realizando la misma secuencia de evaluación en todo el intervalo de operación del sistema, se encuentra que la influencia de la malla sobre la velocidad puntual máxima es del 40% disminuida con respecto aquellos valores de velocidad obtenidos si la malla no existiera. Esto quiere decir: al tratar con los valores obtenidos

con el tubo Pitot, estos deberán aumentarse en un 70% para la posición central ( $a_3 - y_3$ ) para tomar en cuenta el efecto de la malla.

Para los valores de ( $a_1 - y_1$ ) que no sean centrales, la influencia de la malla en todo el intervalo de operación se evalúa como sigue:

Como la posición central ( $a_3 - y_3$ ) recibe la mayor influencia y según la gráfica G-7, la curva exp.  $(V_m/V_p)_2$  es plana y por tanto independiente del No.Re., las posiciones no centrales tendrán una razón de la velocidad media a la puntual promedio iguales, para todo el intervalo de operación; para mayor claridad ver la figura 2.

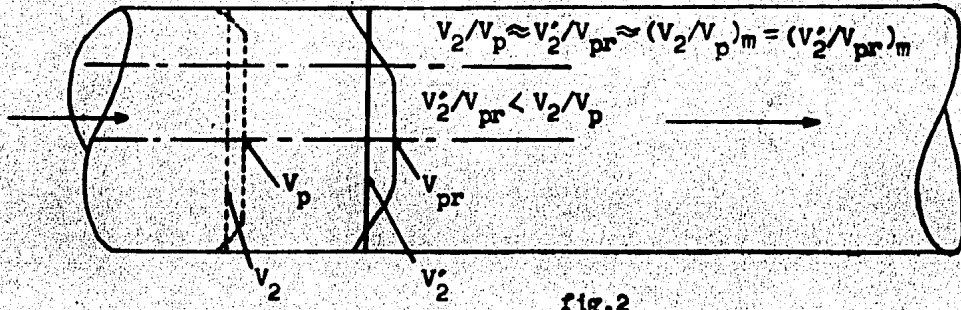


fig.2

Así, sacando un promedio de los valores registrados en la segunda columna de la tabla T-14 resulta:

$$(V_2'/V_{pr})_m = (V_2/V_p)_m = 9.8206319 \times 10^{-1}$$

de (47)

$$\left( \left( \Delta P / \rho \right)_r \right)_p^{1/2} = 1.5806848 \times 10^2 \text{ lb pie/lbm} = 48.18 \text{ kg m/kcm}$$



asi,

$$\Delta P_r = 6.3206952 \times 10^{-2} \text{ lb/plg}^2 = 44.44 \text{ kg/m}^2$$

que al aplicar (46) y como,

$$\Delta P = 4.267193 \times 10^{-2} \text{ lb/plg}^2 = 30.30 \text{ kg/m}^2$$

tenemos:

$$\gamma = 1.9823803 \times 10^{-2} \text{ lb/plg}^2 = 13.94 \text{ kg/m}^2$$

por tanto, al comparar  $\Delta P$  con  $\Delta P_r$  se tiene

$$\Delta(\Delta P)\% = 46.46$$

Al efectuar la misma evaluación en todo el intervalo de operación del sistema, se encuentra que los valores puntuales no centrales obtenidos con el tubo Pitot deberán aumentarse en un 46%, para tomar en cuenta el efecto de la malla.

### 3.6 Conclusiones

Los valores registrados en la tabla T-1, para el caso de PV-1 es del orden de  $3 \times 10^{-1}$  mm. de agua; fueron posibles empleando un micromanómetro electrónico, MICROMANOMETER MDC FCOOL Furness Control L.T.D. Este aparato es capaz de registrar hasta centésimas de presión en mm. de agua. Al emplearlo se estableció el punto de referencia cero para cada escala empleada, obteniendo datos reales.

En el análisis a PV-1, se verifica un  $e/D \approx 0$ ; poniendo de manifiesto que a una  $\Delta P \rightarrow 0$  se presenta un  $e/D \rightarrow 0$ . Esto se verifica experimentalmente si la posición de la válvula se encuentra entre 0 y 1; como se muestra en la tabla T-15. Dado que no se encuentra graduada la válvula en esta zona, no se tiene precisión en cuanto a posición de la válvula. Sin embargo, cualitativamente se observa como en esta tabla T-15, la  $\Delta P$  disminuye al disminuir PV.

PV	T-15
	$\Delta P$ mm. agua
1	0.10
3/4	0.03
1/2	-0.07
1/4	-0.52

Al registrar los valores de  $\Delta P_1$  y  $\Delta P_2$  manométricos, se observa como  $\Delta P_{1-2} > 0$ , lo cual no corresponde a un comportamiento de flujo de fluidos tal y como se conoce. La aceptación del mismo daría resultados como  $e/D < 0$ . Es por ésto que se propone como una explicación del comportamiento observado del flujo del fluido a través del sistema, a la interacción de la malla sobre el sistema. Sin embargo, por sí solo esta consideración no explica por completo el comportamiento, de aquí que se propone que el proceso de cambio de estado, de 1 a 2, total, se desarrolle como dos procesos consecutivos e independientes. Esto es,

Proceso I: El debido al flujo del fluido, a través de un conducto de sección transversal constante.

Proceso II: El debido a la interacción de la malla sobre nuestro sistema.

Del análisis se encuentra que, los procesos I y II son isotérmicos. Esto se comprueba experimentalmente al tomar las temperaturas de entrada y salida, aunque no son del todo reales, si lo es el cambio, que es aproximadamente nulo; como se muestra en la tabla T-1 (Cap. 2, secc.2-3).

Ahora bien, termodinámicamente el sistema cede energía en forma de calor a la frontera. Así mismo, esta cantidad de calor es suficiente en la medida de provocar una disminución de entropía del sistema, ya que la cantidad de energía que se pierde en forma irreversible, en el transcurso del proceso 1-2, no es apreciable

comparativamente con el calor intercambiado del sistema a los alrededores.

El calor cedido no es más que la combinación de los calores intercambiados en ambos procesos, esto es:

si:

$q_t$ : calor transmitido a efecto del flujo a través del tubo (proceso I)

$q_m$ : calor transmitido a efecto de la interacción de la malla sobre el sistema (proceso II)

$q$ : calor total intercambiado por el sistema con los alrededores

entonces,

$$q = q_t + q_m$$

La energía intercambiada en el proceso I en forma de calor es hacia el sistema provocando un aumento de entropía. Esto es debido, a efecto del aumento de la velocidad y el afán por restablecerse el equilibrio en el sistema. Esta energía es contrarrestada por el segundo proceso, ya que las pérdidas irreversibles no se ven incrementadas. De hecho, es en este segundo proceso donde la influencia de la malla induce a una desaceleración, debido al aumento de presión del fluido a efecto de la transferencia de energía hacia el sistema, manifestándose esta energía como una especie de trabajo al sistema. Sin embargo, una pequeña parte de esta energía, 1.00% a FV-10, se emplea en esta desaceleración cediendo el resto en forma de calor al medio exterior debido a

los torbellinos propios de la desaceleración, recuperándose así el equilibrio en el sistema. Como se ve es importante la cantidad de energía transferida al medio externo, con un pequeño cambio en la energía cinética. Es así, como se tiene una disminución considerable de entropía, provocando un comportamiento reversible aparente, con una consecuente disminución de entropía total.

Así, partiendo de que el sistema se comporta como un proceso isotérmico, la descripción del sistema analíticamente concuerda con los datos obtenidos experimentales en todo el intervalo de operación.

Al obtener los perfiles de velocidad en la sección transversal de paso 2 con el tubo Pitot, se encuentra una distribución simétrica al graficar los datos obtenidos contra la posición, desde PV-1 hasta PV-5. A partir de PV-6 hasta PV-10 no hay simetría en cuanto a la distribución de los datos. Esto se hizo para varios ejes: Primero, tomando los datos sobre el eje vertical  $z_3$ ; exactamente a la mitad de la pared horizontal del tubo. Segundo, tomando los datos sobre el eje horizontal  $y_3$ ; exactamente a la mitad de la pared vertical del tubo. Tercero, tomando los datos sobre el eje diagonal cuyo lugar geométrico está definido por los puntos:  $a_1-y_1$ ;  $a_2-y_2$ ; . . . ;  $a_5-y_5$ .

Al combinar en una gráfica los datos registrados en el eje vertical y horizontal y en otra los del eje vertical y diagonal, se muestra de una manera directa y física la perturbación provocada por la interacción de la malla en el sistema. Esto quiere

decir que el efecto de la malla es de tomarse en cuenta en la evaluación de la velocidad en la sección de paso 2 con el tubo Pitot.

Para evaluar el coeficiente de flujo, el método estadístico 2 de la sec. 3.4, es el que proporciona los mejores resultados. Con los valores registrados por el tubo Pitot, se encuentra un coeficiente mayor a uno con un valor máximo de 1.32. Tomando en cuenta la influencia de la malla sobre el sistema se obtienen valores entre 0.91 y 0.99. En la gráfica G-6, el coeficiente de flujo del tubo Pitot contra el No.Re. se observa como la curva es casi plana, estableciéndose así, una total independencia del coeficiente para con el número de Reynolds. Por lo que el valor medio del coeficiente es de 0.964. Así, prácticamente el coeficiente puede considerarse con un valor de uno ( $c \cong 1$ ).

La relación de la velocidad media a la puntual aplicando el método estadístico 2 de la sección 3.4, es muy cercano a 1, variando de 0.97 a 0.98 en todo el intervalo de operación. Por lo que el flujo es completamente turbulento aún tomando en cuenta el efecto de la malla.

Si en la evaluación de  $V_1$  se tomara en cuenta el efecto de la entrada en forma de boca de campana, el valor de  $V_1$  será muy semejante con aquél donde no se toma en cuenta el efecto;

si;

$V_1$ : valor de velocidad sin tomar en cuenta el efecto de la boca en forma de campana

$h$ : coeficiente de resistencia al fluido de la entrada en forma de boca de campana.

$V$ : valor de velocidad, tomando en cuenta el efecto de la entrada en forma de boca de campana.

entonces:

$$V^2/2g_c = \Delta P_{A-1}/\rho - hV^2/2g_c \quad (48)$$

arreglando (48)

$$V^2(1+h) = 2g_c \Delta P_{A-1}/\rho \quad (49)$$

$$\text{pero, } 2g_c \Delta P_{A-1}/\rho = V_1^2 \quad (50)$$

sustituyendo (50) en (49)

$$V = \frac{V_1}{(1+h)^{1/2}} \quad (51)$$

como

$$h = 0.04, \text{ entonces; } (1+h)^{1/2} = 1.02 \quad (52)$$

$$\text{esto es; } (1+h)^{1/2} \cong 1 \quad (53)$$

Por tanto, de (51) al sustituir (53)

$$V = V_1$$

Por tanto, de todo lo anterior se puede asegurar que:

- El proceso del sistema es isotérmico.
- El flujo del fluido es completamente turbulento.
- Las paredes del conducto del sistema se comportan como lisas.
- El efecto de rozamiento es la causa principal de las pérdidas irreversibles de energía del sistema.
- Al emplear el método estadístico 2 de la sección 3-4 se tiene mayor exactitud en la determinación de la velocidad media de la sección de paso 2 a partir de los datos registrados por el tubo Pitot.
- El coeficiente de flujo del tubo Pitot es independiente del No. Re. con un valor de 0.964.
- La determinación de la velocidad media de la sección de paso 2, del sistema, con los datos registrados por el tubo Pitot, deberá tomarse en cuenta la influencia de la malla energéticamente.
- El conducto del sistema puede ser considerado como un tubo de sección transversal circular.
- La influencia de la malla sobre la velocidad puntual máxima es de una disminución del 40% en todo el intervalo de operación sobre los valores de  $\Delta P$  obtenidos con el tubo Pitot.
- Los valores no centrales de  $\Delta P$  obtenidos con el tubo Pitot deberán aumentarse en un 46% para tomar en cuenta el efecto de la malla.
- Los perfiles de velocidad puntuales permanecen simétricos hasta PV-5, a partir de PV-6 se rompe la simetría.
- El número de Reynolds es constante en todo el sistema.



Por todo lo anterior se puede concluir que la realización de una práctica para el estudio del flujo de un fluido compresible en un conducto no circular es factible. Esta se desarrollará, como el tratamiento de los efectos de la resistencia al flujo de algún accesorio, en este caso una entrada de fluido en forma de boca de campana, sabiendo que el flujo es turbulento e isotérmico y además de que la influencia de la pared sobre el sistema es importante.

Esta práctica es la más funcional desde el punto de vista didáctico, ya que contribuye a la formación del alumno. Sin embargo, para que el alumno entienda la práctica que se propone, se requieren los conocimientos adquiridos al cursar la materia de Ingeniería Química 3 y realizado las prácticas de flujo de fluidos del laboratorio de Transferencia de Momentum y Calor: Factor de Fricción, Perfiles de Velocidad y Bernoulli.

**CAPITULO 4****Propuesta de una Práctica**

- 4.1 Objetivo
- 4.2 Introducción
- 4.3 Descripción del equipo
- 4.4 Técnica de arranque y operación del equipo
- 4.5 Trabajo posterior a la práctica
- 4.6 Cuestionario

## Longitud Equivalente

### 4.1 Objetivo

Determinar la resistencia al flujo de un fluido de una entrada en forma de boca de campana, mediante el criterio de la longitud equivalente.

### 4.2 Introducción

El flujo de un fluido estacionario a través de un conducto recto de diámetro uniforme, está caracterizado por un patrón de distribución de velocidades a lo largo del diámetro del tubo. Sin embargo, cuando se tiene la presencia de algún obstáculo, como puede ser una válvula o algún accesorio, se alterará el patrón de velocidades creando turbulencia con remolinos causando pérdidas de energía mayores que si éstos no estuvieran presentes, dando lugar a una caída de presión adicional. Estas pérdidas se expresan generalmente en términos de longitud equivalente en diámetros de tubería.

Supóngase que se tienen dos tuberías de igual longitud y diámetro, pero una de ellas tiene algún accesorio como se muestra en la figura (1). Al medir las caídas de presión en ambas, se obtiene que  $\Delta P_1 > \Delta P_2$ . Esto es, la caída de presión provocada por el accesorio será:  $\Delta P_1 - \Delta P_2$ .

Estas pérdidas de energía causadas por el accesorio, son debidas a cambios en la velocidad. De hecho, experimentalmente

se encontró que estas pérdidas de energía varían aproximadamente con el cuadrado de la velocidad, esto es:

si:

$h$ : Pérdidas de energía debidas al accesorio

$V$ : velocidad

$K$ : coeficiente de resistencia al flujo

$$h' = K \frac{V^2}{2g_c} \quad (1)$$

donde  $K$  es una función del comportamiento del flujo del fluido a través del accesorio y principalmente de la geometría de éste o de las conexiones de la tubería, según el caso.

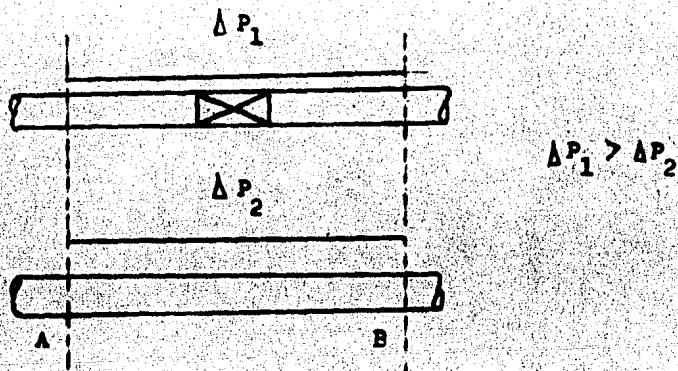


fig. (1)

Ahora bien, cuando esta pérdida de energía es equivalente a la obtenida por el flujo del fluido a través de un conducto recto de sección transversal circular y cerrado, y las pérdidas irreversibles de energía son las debidas a la fricción solamente, tenemos:

Aplicando la relación de Darcy

si:

PI: pérdidas irreversibles de energía/unidad masa

f: coeficiente de fricción del flujo

L'/D: relación de longitud a diámetro del conducto, equivalente.

entonces:

$$PI = f \frac{V^2}{2g_c} (L'/D) \quad (2)$$

como

$$PI = h'$$

igualando (1) y (2)

$$K = f (L'/D) \quad (3)$$

Esto es, el coeficiente de resistencia al flujo es una función del factor de fricción.

De pruebas experimentales, se ha encontrado que el coeficiente de resistencia al flujo aumenta cuando la rugosidad aumenta ó cuando el número de Reynolds disminuye. Sin embargo, esta dependencia con el No.Re. es despreciable cuando el flujo es turbulento. Este comportamiento del coeficiente de resistencia al flujo del

accesorio es comparable con el comportamiento del factor de fricción, lo cual corresponde al descrito por la relación (3).

( $L/D$ ) de la relación (3), es la longitud equivalente en diámetro de tubería recta, la cual dará la misma caída de presión que la debida al accesorio en las mismas condiciones de flujo. Así, para un conducto de diámetro  $D$ , recto y de longitud  $L'$ , será equivalente a un accesorio con secciones de paso circulares de diámetro  $D$ .

Así, cuando el flujo es turbulento, el coeficiente de resistencia al flujo del fluido depende de la geometría del accesorio.

Supóngase el sistema formado por los puntos 1 y 2 mostrados en la figura (2). Esto es, un ensanchamiento súbito donde el fluido es incompresible.

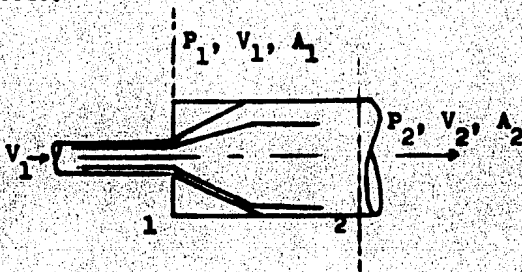


fig.(2)

Aplicando el principio de la conservación del momentum, la relación de Bernoulli y el de continuidad al fluido entre las secciones 1 y 2, se puede evaluar las pérdidas de energía  $h'$ , esto es;

del principio de conservación del momentum entre 1 y 2, tenemos

$$(P_2 - P_1)A_2 = \rho(A_1V_1^2 - A_2V_2^2)/g_c$$

$$(P_2 - P_1)/\rho = ((A_1/A_2)V_1^2 - V_2^2)/g_c \quad (2)$$

y de la relación de Bernoulli, considerando a las pérdidas irreversibles como PI,

$$\frac{(P_2 - P_1)}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g_c} + PI = 0 \quad (3)$$

como PI son las pérdidas irreversibles de energía y al considerar al efecto por fricción despreciable, entonces PI corresponde a la pérdida de energía debida al efecto del accesorio. Así,

$$PI = h' \quad (4)$$

sustituyendo (4) en (3)

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g_c} + h' = 0 \quad (5)$$

combinando (2) y (5)

$$((A_1/A_2)V_1^2 - V_2^2)/g_c + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g_c} + h' = 0 \quad (6)$$

como,

$$A_2V_2 = A_1V_1 \quad (7)$$

sustituyendo (7) en (6)

$$2(V_2 V_1 - V_2^2) + V_2^2 - V_1^2 + 2g_c h' = 0 \quad (8)$$

por tanto,

$$h' = (V_1 - V_2)^2 / 2g_c \quad (9)$$

A esta relación, (9), se le denomina con frecuencia "Pérdida de Borda-Carnot", desarrollada por dichos autores originalmente.

De pruebas experimentales, se encontró que las pérdidas de energía debida al accesorio está dada por la relación (1), para cuando el flujo es turbulento y  $V = V_1$ . Así,

de (1)

$$h' = K_s \frac{V^2}{2g_c} \quad (10)$$

$K_s$ : coeficiente de resistencia al flujo del ensanchamiento súbito  
empleando la relación de continuidad (7) y la relación (9) resulta,

$$h' = (1 - A_1/A_2)^2 \frac{V^2}{2g_c} \quad (11)$$

igualando (10) con (11), tenemos que

$$K_s = (1 - A_1/A_2)^2 \quad (12)$$

la relación (12) está de acuerdo a la evidencia experimental:  
si  $A_1/A_2 = 0$ ,  $K_s = 1.0$ ; si  $A_1/A_2 = 1.0$ ,  $K_s = 0$ .



Para el caso de un ensanchamiento gradual (fig.3) la relación (10) da resultados excelentes. Así, las pérdidas de energía dependen de la forma del ensanchamiento, ya que  $K_a$  toma en cuenta el efecto de rozamiento en las paredes así como el de los remolinos, dando lugar a un comportamiento sumamente complejo.

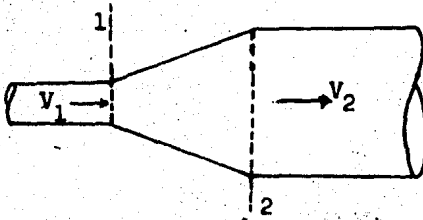


fig.(3)

La pérdida de energía debida a los estrechamientos graduales (fig.4) de perfil aerodinámico es casi despreciable. De pruebas experimentales realizadas en estos accesorios, se encontró que las pérdidas de energía están dadas por la relación (13)

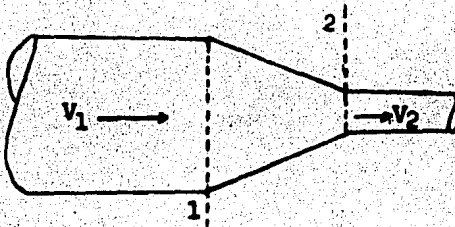


fig.(4)

$$h' = K_D \frac{v^2}{2g_c} \quad (13)$$

$K_D$ : coeficiente de resistencia al flujo del estrechamiento gradual

donde el coeficiente de resistencia al flujo tiene un valor nominal de 0.04,  $K_b = 0.04$ . Para el caso de que los estrechamientos estén bien proyectados y sean cortos, el coeficiente de resistencia al flujo puede tomar valores hasta de 0.02.

En los estrechamientos súbitos (fi.5), el flujo del fluido se caracteriza por la formación de una vena contracta.

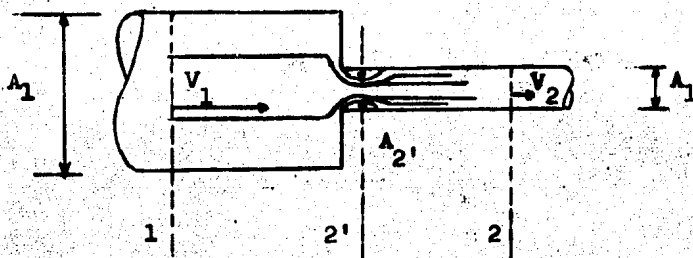


fig.(5)

En pruebas experimentales se ha encontrado que las pérdidas de energía debidas al accesorio siguen la relación (1), para cuando el flujo es turbulento y  $V = V_2$ . El coeficiente de resistencia al flujo toma valores de 0.5 cuando  $A_2/A_1 = 0$  hasta 0 cuando  $A_2/A_1 = 1.0$ .

La pérdida de energía debida al accesorio se considera como el resultado de la suma de dos causas independientes: Esto es; el paso del fluido de la sección 1 a 2' se considera como un estrechamiento gradual y al paso del fluido de la sección 2' a 2 se considera como un ensanchamiento súbito.

Así, de (1)

$$h' = K_c \frac{V^2}{2g_c} \quad (14)$$

$K_c$ : coeficiente de resistencia al flujo del estrechamiento súbito de acuerdo a lo anterior; sustituyendo las relaciones (10) y (13) en (14), resulta

$$\begin{aligned} \text{como: } h'_{1-2} &= h'_{1-2'} + h'_{2'-2} \\ K_c \frac{V^2}{2g_c} &= K_b \frac{V^2}{2g_c} + K_a \frac{V^2}{2g_c} \end{aligned} \quad (15)$$

sustituyendo (12) en (15) y poniendo el segundo término del segundo miembro de la relación (15) en función de  $V_2$ , para cancelar términos semejantes resulta:

$$K_c = (K_b/\alpha) + (1/\alpha - 1) \quad (16)$$

donde,  $\alpha = A_2/A_1$

cuando:  $K_c = 0.5, \alpha = 0.66$   
 $K_c = 0, \alpha = 0$

Aunque el método no es riguroso, la relación (16) da resultados aproximados para un estudio sencillo del comportamiento complejo de la turbulencia que resulta.

El comportamiento de las relaciones (16) y (12) se muestra en la siguiente gráfica G - 1, al graficar  $K$  vs.  $D_1/D_2$  o  $D_2/D_1$ .

Una entrada de borde afilado de un tubo tiene la forma mostrada en la figura (6). Esta entrada se puede comparar con un estrechamiento súbito donde  $A_1/A_2 = 0$ , por lo que  $K_c = 0.5$ . En pruebas experimentales se encontró que las pérdidas de energía

debida a la entrada sigue la relación (14), donde el coeficiente de resistencia al flujo toma el valor de 0,5, para el caso de flujo turbulento

G - 1

Coeficiente de resistencia al flujo  $K$  vs.  $D_1/D_2$  o  $D_2/D_1$   
 ensanchamiento súbito  $K_a$   
 estrechamiento súbito  $K_c$

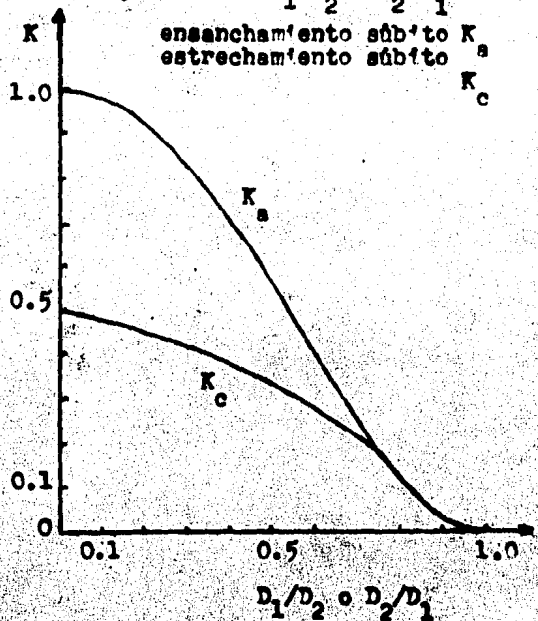
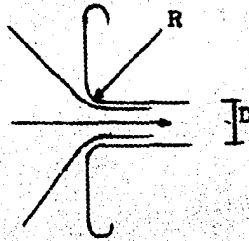


fig. (6)

Cuando los bordes de la entrada tienen la forma de boca campana (fi.7), el coeficiente de resistencia al flujo vale aproximadamente 0.04, dependiendo de la geometría de la entrada. Sin embargo, cuando el radio ( $k$ ) de la redondez, a la entrada, es mayor que  $0.04D$ , se evitará la formación de la vena contracta y por tanto se eliminan las pérdidas de energía debidas al accesorio (fig.7).



$$K \sim 0.04$$

$$\text{Para } R > 0.14D$$

$$K = 0$$

137

fig.(7)

Para determinar experimentalmente la longitud equivalente de una entrada en formada boca de campana, debemos estudiar el flujo del fluido a través de un conducto cerrado corriente arriba. Al considerar que tanto el conducto como la entrada son del mismo material y que el flujo es turbulento e incompresible, se obtiene la longitud equivalente con los datos obtenidos del comportamiento del flujo del fluido a través del conducto; según las relaciones (1) y (14).

Debido a que en las posiciones para determinar los valores de presión del fluido en el conducto corriente abajo de la entrada, pueden estar influenciados por la presencia de algún accesorio adicional (alrededores), la descripción del flujo del fluido deberá tomar en cuenta la influencia de estos alrededores, al considerar el comportamiento del flujo del fluido. Es por esto que se presenta a continuación, la descripción del flujo del fluido a través de un conducto cerrado y la descripción del mismo flujo cuando la interacción de los alrededores es inevitable.

En la descripción del flujo de un fluido, hemos de emplear las leyes de la termodinámica, el principio de continuidad y del momentum lineal.

El Ingeniero Químico, en el campo profesional, generalmente trata con sistemas abiertos; esto es, un intercambio de energía

y materia a través de la frontera con los alrededores. En la mayoría de los casos, estos procesos de intercambio se llevan a cabo en dos formas: como un proceso de estado y flujo estable ó como un proceso de estado y flujo uniforme. Generalmente se trabaja con sistemas que se desarrollan bajo un proceso de estado y flujo estable; comunmente estacionario.

Ahora bien, el cambio de estado del flujo de un fluido a través de un conducto cerrado, se puede llevar a cabo bajo distintas formas; isotérmicamente, adiabáticamente ó una combinación de ambos. Como el proceso es real, se trata de un proceso irreversible. De aquí que debemos tener en cuenta, por el simple hecho de existir el proceso, las pérdidas irreversibles.

Al combinar la primera y segunda ley de la termodinámica damos lugar a la relación (12)

$$\int_1^2 v dP + \Delta V^2 / 2g_c + \Delta Zg/g_c + PI = -w \quad (12)$$

donde:  $w$ : trabajo desarrollado por el sistema por unidad de masa.

$PI$ : pérdidas irreversibles por unidad de masa

$v$ : volumen específico.

El término  $w$  incluye todo tipo de trabajo aprovechable desarrollado por el sistema.

Cuando el flujo del fluido a través de un conducto cerrado y recto se comporta de manera isotérmica, considerando que el fluido se comporta o sigue el modelo de gas ideal, el coeficiente de

fricción queda determinado en función de sus propiedades de estado (fig. 8). Esto es,

$$\text{si} \quad PI = f \frac{V^2}{2g_c} (L/D) \quad (A)$$

donde:

$f$ : coeficiente de fricción del flujo

$V$ : velocidad media.

$L/D$ : relación de longitud a diámetro del conducto

combinando (A) con(12) resulta

$$f(L/D) = \frac{g P}{2 G v_1} (1 - (P_2/P_1)^2) - \ln(P_1/P_2)^2 \quad (18)$$

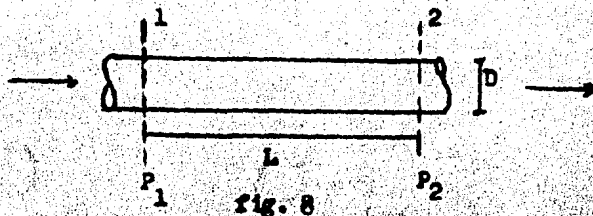


fig. 8

Cuando la contribución del cambio de la energía cinética es despreciable, el último término del segundo miembro de la relación (18) es despreciable.

Ahora bien, en el caso de existir alguna interacción de los alrededores con el sistema, ello deberá tomarse en cuenta en la descripción correcta del comportamiento del fluido. Este efecto se considera debido a dos causas consecutivas y mutuamente independientes. La primera será el flujo del fluido y la segunda

debida a la interacción de los alrededores con el sistema.

Con la relación de Bernoulli y considerando a la interacción como un efecto trabajo sobre el sistema, se obtiene una descripción cabal del proceso total.

Se asignará un estado termodinámico hipotético en la transición de los procesos, para dar lugar al proceso global 1 - 2.

Es decir, al estar el fluido en un estado 1 y pasar a otro, 2, el fluido tiene que pasar por un estado hipotético, 2', entre 1 y 2.

Ahora bien, despreciando la contribución de la energía cinética y potencial a la energía total del sistema y representando a la interacción de los alrededores sobre el sistema energéticamente como  $w_{ch}$ , tenemos:

de (17)

$$\int_1^2 v dP + P I = w_{ch} \quad (18)$$

$w_{ch}$ : energía de interacción de los alrededores por unidad de masa en el proceso del flujo del fluido

$$\int_1^{2'} v dP = 144 P_1 v_1 \ln(P_2'/P_1) \quad (19)$$

en el proceso de la interacción de los alrededores sobre el sistema,

$$\int_{2'}^2 v dP = w_{ch} \quad (20)$$



resolviendo la integral (21) y designando a las propiedades de estado hipotético por medio de una coma superior, tenemos:

$$144P_2'v_2' \ln(P_2/P_2') = w_{ch} \quad (22)$$

sustituyendo (20) y(22) en (19)

$$144P_1v_1 \ln(P_2'/P_1) + 144P_2'v_2' \ln(P_2/P_2') + PT = w_{ch}$$

$$-144P_1v_1 \ln(P_2'/P_1) = PT \quad (23)$$

sustituyendo (A) en (23)

$$f = \frac{(144)^2 g_c P^2}{2 c l} \ln(P_1/P_2') \quad (24)$$

HTG (L/D)

donde:

- T: temperatura en °R
- R: constante de gas ideal en lb pie/lbm °R
- G: densidad de flujo másico en lbm/pie<sup>2</sup> s
- P<sub>1</sub>: presión en 1 en lb/pl<sup>2</sup>
- P<sub>2</sub>': presión hipotética en 2' en lb/pl<sup>2</sup>
- g<sub>c</sub>: 32.2 lbm pie/lb s<sup>2</sup>
- f: coeficiente de fricción

Una manera de evaluar la velocidad media en una sección transversal es empleando, un tubo Pitot colocado en la sección de paso; como es bien sabido la relación que describe el comportamiento de un tubo Pitot es:

$$V_p = c(2g_c \Delta P / \rho)^{1/2} \quad (144)^{1/2} \quad (25)$$

donde:

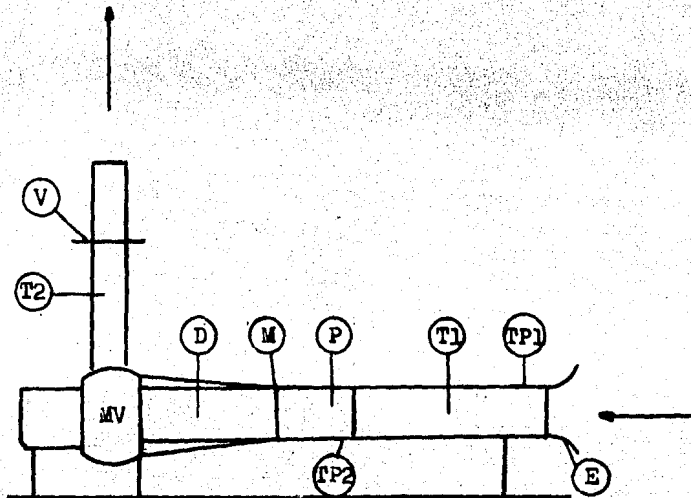
- $V_p$ : velocidad puntual en pie/s
- $\Delta P$ : cambio de presión en lb/pla<sup>2</sup>
- $\rho$ : densidad en lbm/pie<sup>3</sup>
- $c$ : coeficiente de flujo

### 4.3 Descripción del equipo.

El equipo donde se llevará a cabo la práctica está constituido por: un tubo cuadrado, un ventilador con un motor eléctrico de 1 hp., una toma en forma de boca de campana colocada en un extremo del tubo cuadrado, un difusor que conecta directamente a la succión del ventilador, una sección de plástico transparente que une la entrada del difusor con la salida del tubo cuadrado, una malla cuya configuración es de un panal en posición vertical en la entrada del difusor, con el objeto de distribuir mejor el fluido. La descarga del ventilador se lleva a cabo a través de un tubo circular. El flujo del fluido se controla por medio de una válvula colocada en el tubo circular a la descarga del ventilador; está calibrada en % de área que permite el paso al total (fig.9). En el tubo cuadrado cerca de la toma en forma de boca de campana se tiene una toma de presión (fig.9).

La sección de plástico cuenta en la parte superior 5 orificios circulares separados entre a centro 2.5 cm., colocados en línea recta y transversalmente a la dirección del flujo. En la parte inferior, abajo de los orificios, se encuentra una toma de presión.

En el estudio del flujo del fluido compresible, se fija como volumen de control del sistema al espacio comprendido entre el tubo cuadrado y parte de la sección de plástico transparente hasta los orificios circulares longitudinalmente. Transversalmente, limitado por la toma de presión que está después de la toma en forma de boca de campana en la dirección del flujo y la sección establecida por los orificios circulares en la sección de plástico trans-



- D: difusor
- E: entrada en forma de boca de campana
- m: malla
- MV: ventilador con motor eléctrico
- P: sección de plástico transparente
- T1: tubo cuadrado
- T2: tubo circular
- TP1: toma de presión en 1
- TP2: toma de presión en 2
- V: válvula de compuerta

Figura 9

parente y la toma de presión abajo de éstos. A éstas secciones transversales se les designa como (1) y (2) respectivamente (fig.10).

La superficie de control del sistema será; el tubo cuadrado, la sección de plástico y las secciones limitadas por los puntos 1 y 2 (fig.10).

El equipo cuenta con un tubo Pitot como accesorio. Presenta una escala acotada en mm. que permite determinar con precisión la posición del tubo Pitot con respecto a las paredes del tubo, además de poder asegurar la posición normal del tubo a la dirección del flujo. El tubo propiamente establece la presión dinámica en un punto específico.

Los orificios circulares colocados en la parte superior, permiten la exploración del patron de velocidades puntuales en esta sección (2) con el tubo Pitot. La toma inferior determina la presión estática correspondiente.

Así, el sistema del flujo del fluido es el tubo cuadrado, como se muestra en la figura 10, tiene como accesorios a la malla en forma de panal y a la entrada en forma de boca de campana (fig.0). Aquí, la influencia de la entrada en forma de boca de campana en el comportamiento del flujo en el sistema es despreciable, además  $e/D = 0$  y flujo isotérmico.

En un estudio previo en el equipo se encontró: que el coeficiente de flujo del tubo Pitot tiene un valor de 0.064 en todo el intervalo de operación del sistema, el flujo es completamente turbulento y los valores de  $\Delta P$  obtenidos con el tubo Pitot se deben corregir en un 46% para tomar en cuenta el efecto de la malla en las posiciones no centrales.

Para evaluar la velocidad en la sección transversal (2) con

$$\Delta P \text{ lb/in}^2 = \Delta P \text{ mm H}_2\text{O} \left( \frac{1 \text{ atm.}}{10.33272 \cdot 10^3 \text{ mm H}_2\text{O}} \right) \left( \frac{1 \text{ lb/in}^2}{6.804 \cdot 10^2 \text{ atm.}} \right)$$

En la sección 1 ó 2;

$$P = P_{\text{atm.}} + \Delta P_m \quad \text{lb/in}^2$$

### Características del Equipo

Dimensiones del tubo cuadrado:  $a = 12.5\text{cm.}$   $b = 12.5\text{cm.}$

Diámetro del tubo circular de descarga;  $D = 11.92\text{cm.}$

Longitud del sistema, 1-2;  $L = 44.5\text{cm.}$

Altura del tubo de descarga al eje medio del ventilador,

$$Z = 92\text{cm.}$$

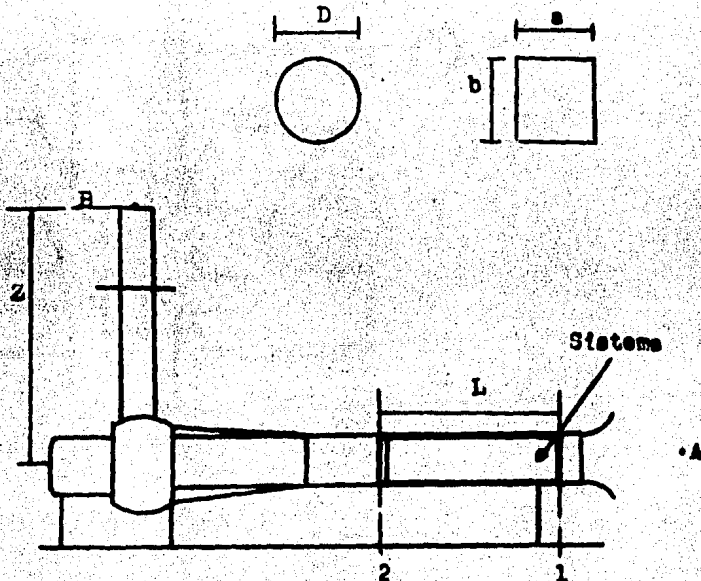


Figure 10

los datos obtenidos con el tubo Pitot, el conducto puede considerarse como circular.

Así, diferenciando (25) e integrando para el caso de un conducto circular, tenemos:

$$V_2 = \frac{c(2g_c)^{1/2} \int_0^R (\Delta P / \rho)^{1/2} r dr (144)^{1/2}}{D} \quad (26)$$

$$c = 0.964$$

#### 4.4 Técnica de arranque y operación del equipo

1. Se cubren los orificios adicionales de la sección de plástico con los tapones correspondientes.
2. Se selecciona una abertura de la válvula de descarga: 40, 70 ó 100%
3. Se conecta el manómetro a las tomas de presión según la sección que se especifica
4. Se arranca el ventilador y se esperan unos segundos, 15-20, para alcanzar el estado estacionario.
5. Se mide la temperatura del medio ambiente
6. Con el tubo Pitot se toman los cambios de presión puntuales en la sección 2. Para este efecto se divide la sección en áreas iguales y semejantes a la original, dando lugar a 25 puntos distintos.

7. Se elige otra densidad de flujo con ayuda de la válvula y se repite el procedimiento.

Antes de prender el ventilador, la válvula de descargas deberá estar cerrada. Una vez prendido éste, se abre la válvula hasta la posición o densidad de flujo másico deseado.

#### 4.5 Trabajo posterior a la práctica.

- Aumentar en un 46% los valores de  $\Delta P$  obtenidos con el tubo Pitot, para tomar en cuenta el efecto de la malla en las posiciones no centrales.
- Evaluar la velocidad en la sección de paso 2 con ayuda de la relación (26), la densidad de flujo másico y la velocidad en la sección de paso 1.
- Evaluar el coeficiente de fricción, sabiendo que el tubo se comporta como de paredes lisas.
- Evaluar las pérdidas irreversibles con la relación (23).
- Evaluar la velocidad media con la relación (A).
- Evaluar la longitud equivalente de la entrada en forma de boca de campana y compararla con aquella si su coeficiente de resistencia al flujo es igual a 0.04.
- Haciendo un balance entre un punto A y la sección de paso 1, (fig.10), evaluar la velocidad en la sección de paso 1 y compararla con la determinada en el segundo inciso. En el balance de energía despreciese el efecto de la entrada sobre el flujo.



#### 4.6 Cuestionario

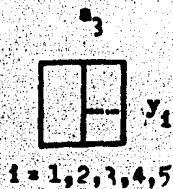
Trabajo anterior a la practica.

1. ¿A que llamamos volumen de control?
2. ¿Explicar que es un proceso de estado y flujo estable ó proceso estacionario.
3. Explicar que es un proceso de estado y flujo uniforme
4. ¿Que es y como se define el radio hidráulico?
5. ¿Es válido tanto para el flujo turbulento como en el laminar el radio hidráulico?, ¿Por qué?
6. Como la densidad de flujo másico tiene dimensiones de  $M/L^2t$ , ¿cual será su relación en función del volumen específico?
7. ¿Que es y que usos tiene el tubo Pitot?
8. De la relación (25), diga las condiciones bajo las cuales se estableció.
9. ¿Como se emplea el tubo Pitot?
10. ¿Que diferencia existe entre un tubo de paredes pulidas y uno de paredes lisas?

Datos:

PV	$\Delta P_1$ mm agua	$\Delta P_2$ mm agua	P <sub>1 2</sub> lb/plg <sup>2</sup>	P <sub>2 2</sub> lb/plg <sup>2</sup>	V <sub>1</sub> pte/s

PV	$\Delta P$ en a <sub>3</sub> mm agua				
	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	y <sub>3</sub>	y <sub>4</sub>	y <sub>5</sub>



P =  
A =  
T =  
1  
T =  
2

## BIBLIOGRAFIA

1. Mataix Claudio, "Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas"  
Ed. Harper and Row 1970  
pag. 97 - 124
2. Crane, "Flow of Fluids through Valves, Fittings and Pipe"  
Ed. Crane Co. 1972
3. Smith J.M. y Van Ness H.C., "Introduction to Chemical  
Engineering Thermodynamics"  
Ed. Mc Graw-Hill 1975  
pag. 439 - 465
4. Valiente Barderas A. y Co., "Prácticas de Laboratorio de  
Momentum y Calor"  
Ed. Facultad de Química U.N.A.M. 1970  
pag. 69 - 85, 53 - 68 y 107 - 123
5. Cabrera Rodríguez Edgar, "Comportamiento del Flujo de un Fluido  
compresible en un Equipo diseñado como  
Cambiador de Calor"  
Facultad de Química U.N.A.M. 1985  
Tesis Profesional

Así, por ejemplo a PV - 8

Datos Experimentales

PV	$\Delta P_1$ mm agua	$\Delta P_2$ mm agua	$P_1$ lb/plg <sup>2</sup>	$P_2$ lb/plg <sup>2</sup>	$V_1$ pte/s
8	-33.00	-23.50	11.285	11.209	86.88

PV	$\Delta P$ en $a_3$ mm agua				
	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$
8	24.125	23.75	23.75	24.00	21.175

$$P_A = 586 \text{ mm Hg}$$

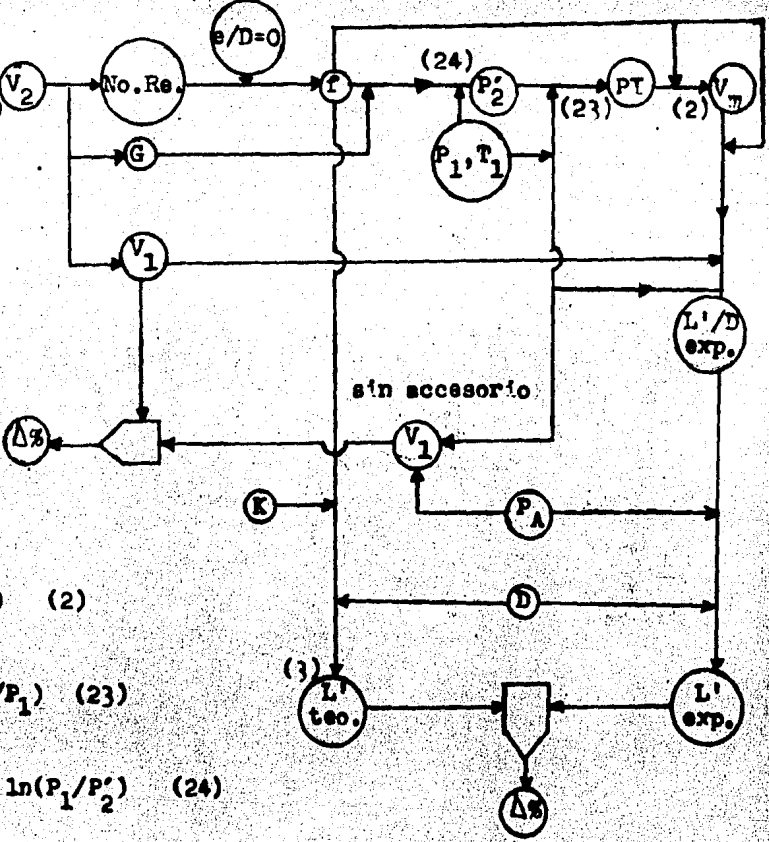
$$T_1 = 20^\circ \text{C}$$

$$T_2 = 20^\circ \text{C}$$

Algoritmo para evaluar la práctica

gráfica

Con datos de  $\Delta P$  exp. Tabla



Relaciones:

$$K = f(L'/D) \quad (3)$$

$$PI = f(V_1^2/2g_c)(L'/D) \quad (2)$$

$$PI = -144P_1V_1 \ln(P_2/P_1) \quad (23)$$

$$f = \frac{(144)^2 2g_c P^2}{K^2 G^2 (L'/D)} \ln(P_1/P_2) \quad (24)$$

$$V_2 = \frac{c(2g_c)^{1/2} \int_0^R 8(\Delta P/\rho)^{1/2} r dr (144)^{1/2}}{D^2} \quad (26)$$

$$c = 0.964$$

Resolución a PV - 8

T - II

1. T - I

y	$\Delta P$ mm agua	$\Delta P$ corregido
y <sub>5</sub>	21.175	30.916
y <sub>4</sub>	24.000	35.040
y <sub>3</sub>	23.750	34.675
y <sub>2</sub>	23.750	34.675
y <sub>1</sub>	24.125	35.223

R	mm H <sub>2</sub> O $\Delta P$	lb pie/lbm $(\Delta P/\rho)^{1/2}$
R <sub>2</sub>	33.060	10.831
R <sub>1</sub>	34.858	11.120
0	34.675	11.000

2.

de T - II y (26)  $V_2 = 84.91 \text{ pie/s} = 25.88 \text{ m/s}$ 

$$G = V_2 \rho_2 = 4.9023 \text{ lbm/pie}^2 \text{ s} = 23.94 \text{ kgm/m}^2 \text{ s}$$

$$V_1 = G/\rho_1 = 85.01 \text{ pie/s} = 25.91 \text{ m/s}$$

3.

$$\text{No. Re.} = \frac{\rho DV}{\mu} = \frac{(5.7736 \times 10^{-2})(4.101 \times 10^{-1})(84.91)}{1.2022 \times 10^{-5}}$$

$$\text{No. Re.} = 1.6723 \times 10^5$$

en gráfica  $f = g(\text{No. Re.})$  cuando  $e/D = 0$ 

$$f = 1.63 \times 10^{-2}$$

4.

de (24)

$$\left( \exp.((fRTG^2(L/D))/(144)^2 \rho_0 P_1^2/P_2^2) \right)^{-1} = P_2^2$$

$$P_2' = 1.1282 \times 10^1 \text{ lb/plg}^2 = 7932.03 \text{ kg/m}^2$$

$$(P_2'/P_1) = 9.9977 \times 10^{-1}$$

de (23)  $PI = 6.5129 \text{ lb pie/lbm} = 2 \text{ kg m/kgm}$

5. de (2)  $((2g_c PI)/f(L/D))^{1/2} = v_m = 85.01 \text{ pie/s} = 25.91 \text{ m/s}$

6.

$$\frac{\Delta P_{A-1}}{f} + r \frac{v^2}{2g_c} (L'/D) = v_1^2/2g_c$$

$$(-\Delta P_{A-1}/f - v_1^2/2g_c)(2g_c/rv_1^2) = L'/D$$

$$\Delta P_{A-1}/f = 1.1721 \times 10^2 \text{ lb pie/lbm} = 35.73 \text{ kg m/kgm}$$

$$L'/D_{\text{exp.}} = 2.7304 \text{ como } D = 12.5 \text{ cm. } L'_{\text{exp.}} = 34.13 \text{ cm}$$

longitud equivalente (exp.) del accesorio 34.13 cm

de (3)  $(L'/D)_{\text{teo.}} = K/f = 0.04/1.63 \times 10^{-2} = 2.454$

como  $D = 12.5 \text{ cm}$ ,  $L'_{\text{teo.}} = 30.67 \text{ cm}$ .

si  $K = 0.02$   $L'/D = 1.227 \Rightarrow L'_{\text{teo.}} = 15.337 \text{ cm}$ .

comparando las longitudes equivalentes con respecto a la teórica cuando  $K = 0.04$   $\Delta\% = 11.28$

7.  $\Delta P_{A-1}/f = v_1^2/2g_c$   $v_1^2 = (2g_c(\Delta P_{A-1}/f))^{1/2}$

$$\text{como } \rho_1 = P_1/RT = (144)(11.28506)/(53.34)(528.3)$$

$$\rho_1 = 5.7667 \times 10^{-2} \text{ lbm/ptc}^3 = 0.9226 \text{ kgm/m}^3$$

$$\Delta P_{A-1}/\rho = 1.1721 \times 10^2 \text{ lb ptc/lbm} = 35.73 \text{ kg m/kgm}$$

$$V_1 = (2(32.2)(1.1721 \times 10^2))^{1/2}$$

$$V_1 = 86.881 \text{ ptc/s} = 26.481 \text{ m/s}$$

Comparando la velocidad ( $V_1$ ) del inciso 2 con respecto a esta última,

$$\Delta\% = -2.154$$

La comparación de la longitud equivalente experimental y teórica con respecto a la longitud física de la entrada, tomando como punto de referencia a C.G., se ve en las figuras (11) y (12) respectivamente. El punto donde se encuentra la presión más baja en el fluido corriente abajo de la entrada, determine el punto C.G.

$L_b$ : longitud del borde de la entrada hasta TPI

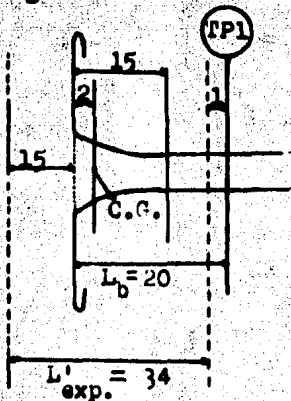


fig.(11)

Act: cm.

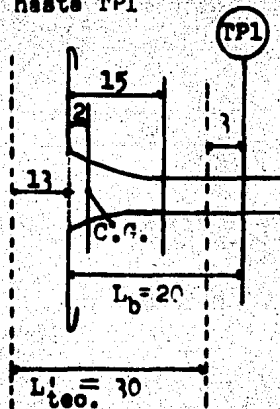


fig.(12)



### Conclusiones:

La manera de tomar en cuenta la influencia de los alrededores sobre el sistema, como se hace en la tesis, no es más que una forma de interpretación del comportamiento de un fluido compresible. Esto es, cuando se estudia un sistema y se encuentran presentes accesorios que no pueden ser removidos que influyen en el comportamiento del sistema. Su interacción sobre este sistema debe tomarse en cuenta considerandolo como el resultado de la suma de dos procesos independientes y consecutivos; el primero, el comportamiento del sistema aislado y el segundo, la influencia del accesorio sobre el sistema. El orden puede cambiar, ya sea que la interacción sobre el sistema sea corriente arriba o corriente abajo.

Esta forma de evaluar la influencia de los alrededores sobre el sistema, no estudia como interactúan los alrededores sobre el sistema ni la turbulencia que resulta, solo permite una evaluación precisa de tales efectos, de acuerdo a los objetivos de la tesis que son: estudiar el flujo de un fluido a través de un conducto cerrado de sección transversal constante en el equipo, determinando con ello las bases para la proposición y condiciones para el desarrollo de una práctica didáctica en el laboratorio de Ingeniería Química.

El desarrollo de una práctica didáctica en el equipo del laboratorio es factible. Así, con base en el estudio del comportamiento del sistema en el equipo, se presenta en esta tesis (Cap.4)

una práctica didáctica y funcional. De hecho, se cumple con nuestro propósito al proponer una práctica didáctica que contribuya a la formación del alumno de la carrera de Ingeniería Química.

El hecho de proponer una sola práctica funcional, no quiere decir que no se puedan elaborar otras en este equipo. Esto será posible en la medida de que el equipo se lleven a cabo ciertas modificaciones, dependiendo de los estudios que se quieran realizar dentro del campo del flujo de un fluido compresible a través de un conducto cerrado.

## NOMENCLATURA

- $\dot{Q}$ : calor transmitido al sistema en unidad de tiempo  
 $q$ : calor transmitido al sistema por unidad de masa  
 $\dot{W}$ : trabajo realizado por el sistema en unidad de tiempo  
 $w$ : trabajo realizado por el sistema por unidad de masa  
 $\dot{P}_i$ : pérdidas irreversibles en unidad de tiempo  
 $PI$ : pérdidas irreversibles por unidad de masa  
 $P_i$ : pérdidas irreversibles  
 $w_{ch}$ : energía de interacción de los alrededores sobre el sistema por unidad de masa  
 $e$ : energía interna por unidad de masa  
 $h$ : entalpía por unidad de masa  
 $s$ : entropía por unidad de masa  
 $h'$ : pérdidas de energía debidas a un accesorio por unidad de masa  
 $V'_n$ : velocidad media en secc. transversal  
 $V_1$ : velocidad media en la sección de paso 1  
 $V_2$ : velocidad media en la sección de paso 2  
 $V_p$ : velocidad puntual  
 $l$ : flujo volumétrico  
 $G$ : densidad de flujo másico  
 $Z$ : posición respecto a un punto de referencia  
 $L$ : longitud del sistema  
 $D$ : diámetro de la sección de paso del sistema  
 $(L'/D)$ : relación de longitud a diámetro, equivalente

- $L'$ : longitud equivalente  
 $T$ : temperatura  
 $P$ : presión absoluta  
 $P'$ : presión absoluta en un estado hipotético  
 $\beta$ : influencia de la malla sobre la presión estática en la secc. de paso  
 $\beta'$ : influencia de la malla sobre la presión dinámica en la secc. de paso  
 $\gamma$ : influencia de la malla sobre el cambio total de presión en la secc. de paso  
 $v$ : volumen específico  
 $\rho$ : densidad del fluido  
 $\mu$ : viscosidad del fluido  
 $K$ : coeficiente de resistencia al flujo  
 $K_a$ : coeficiente de resistencia al flujo de un ensanchamiento súbito  
 $K_b$ : coeficiente de resistencia al flujo de un estrechamiento gradual  
 $K_c$ : coeficiente de resistencia al flujo de un estrechamiento súbito  
 $c$ : coeficiente de flujo del tubo Pitot  
 $f$ : coeficiente de fricción  
 $d\theta$ : diferencial de volumen de control  
 $dA$ : diferencial de superficie de control  
 $dl$ : diferencial de longitud del volumen de control  
 $\vec{B}$ : vector del área superficial  
 $B$ : magnitud del área superficial  
 $D_e$ : diámetro equivalente

- $\vec{F}$ : fuerza vectorial sobre el volumen de control  
 $\vec{V}$ : velocidad vectorial  
 $\vec{n}$ : vector unitario normal al area de la secc. transversal  
 $\tau_{ij}$ : esfuerzo contante perpendicular al eje  $i$  en dirección  $j$   
 $R$ : constante de los gases ideales por unidad de masa. Para aire es igual a 53.34 lb pie/lbm °R  
 $k$ : relación de  $C_p/C_v$ , calores específicos a presión y volumen constante. Para el aire es igual a 1.4  
 $g_c$ : 32.2 lbm pie/lb s<sup>2</sup>  
 $PV$ : posición de la válvula multiplicada por 10 en % del area de paso total. Es decir, PV-1 se refiere a la posición de la válvula al 10% del area total.

## BIBLIOGRAFIA

1. Binder R.C., "Fluid Mechanics"  
Ed. Printice-Hall 1959  
pag. 320 - 336
2. Albertson L. Maurece y Co., "Fluid Mechanics for Engineers"  
Ed. Printece-Hall 1960  
pag. 198 - 228
3. Streeter L. Victor, "Fluid Mechanics"  
Ed. Mc Graw-Hill 1979  
pag 156-173
4. Sharves A. Irving, "Mechanics of Fluids"  
Ed. Mc Graw-Hill 1962  
pag. 339 - 369
5. Pao H.F. Richard, "Fluid Mechanics"  
Ed. John Wiley and Sons 1961  
pag. 75 - 214
6. Whitaker S., "Introduction to Fluid Mechanics"  
Ed. Printice-Hall 1968  
pag. 128 - 186
7. Batchelor F.R.S., "An Introduction to Fluid Dynamics"  
Ed. Cambridge to the University Press 1970  
pag. 73 - 79 y 141 - 151
8. Bird Byron R. y Co., " Transport Phenomena"  
Ed. John Wiley and Sons 1960  
pag.

9. Knudsen G. James, "Fluid Dynamics and Heat Transfer"  
Ed. Mc Graw-Hill 1958  
pag.
10. Enzo Levi, "Mecánica de los Fluidos"  
Ed. Facultad de Ingeniería U.N.A.M. 1965  
pag.
11. Mataix Claudio, "Mecánica de fluidos y Máquinas Hidráulicas"  
Ed. Harper and Row 1970  
pag. 97 - 124
12. Barnard N. William y Co., "Heat-Power Engineering"  
Ed. John Wiley and Sons Part III 1933  
pag. 781 - 870
13. Benedict P. Robert, "Fundamentals of Pipe Flow"  
Ed. John Wiley and Sons 1980  
pag. 66 - 133 y 178 - 228
14. Hernandez Garifar Edusordo, "Fundamentos de Aire Acondicionado  
y Refrigeración"  
Ed. Limusa 1978  
pag 359 - 382
15. White Frank M., "Fluid Mechanics"  
Ed. Mc Graw-Hill 1979
16. Foust, Wenzel y Co., "Principles of Unit Operations"  
Ed. John Wiley and Sons 1962

17. Perry and Chilton, "Chemical Engineering Handbook"  
Ed. Mc Graw-Hill 1973
18. Crane, "Flow of Fluids through Valves, Fittings, and Pipe"  
Ed. Crane Co. 1972
19. Holland F.A., "Fluid Flow for Chemical Engineers"  
Ed. Edward Arnold 1973
20. Welty James R., "Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer"  
Ed. John Wiley and Sons 1976
21. Locky J., "The Thermodynamics of Fluids"  
Ed. Hunemann Educational Books LTD 1966
22. Strover J. Herman, "Ingenieria Termodinámica"  
Ed. C.E.S.S.A. 1974  
pag. 469 - 491
23. Smith J.M. y Van Ness H.C., "Introduction to Chemical Engineering  
Thermodynamics"  
Ed. Mc Graw-Hill Koskusha 1975  
pag. 439 - 465
24. Reynolds W.C., "Thermodynamics"  
Ed. Mc Graw-Hill 1968  
pag. 522 - 536
25. Zemansky M.W. y Van Ness H.C., "Basic Engineering Thermodynamics"  
Ed. Mc Graw-Hill 1966
26. SECOT, "Determinación del Flujo de Gases en un conducto por  
medio del tubo Pitot"  
Norma Oficial: DGN-AA-9-1973
27. Bakhmeteff, "The Mechanics of Turbulent Flow"  
Ed. Princeton University Press 1936