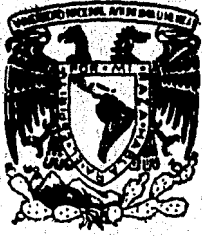


8
24



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Escuela Nacional de Estudios Profesionales
"AGATLAN"

PRINCIPALES PROBLEMAS DE APRENDIZAJE DEL CALCULO QUE SE PRESENTAN CON MAYOR FRECUENCIA EN EL PRIMER AÑO DE PRIMARIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
LICENCIADO EN PEDAGOGIA

P R E S E N T A

MA. GUADALUPE GARCIA ABAN

MEXICO



1986



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

INTRODUCCION	1
I LA MATEMATICA EN EL DESARROLLO DEL HOMBRE	5
1.1 Principales problemas de aprendizaje del cálculo.	6
1.1.1 Perspectiva Médica.	8
1.1.2 Perspectiva Psicopedagógica.	14
1.2 Consideraciones Psicogenéticas en torno al aprendizaje y los problemas de aprendizaje del cálculo.	17
1.3 La investigación en México en torno a los problemas de aprendizaje del cálculo.	19
II MATEMATICAS Y PSICOLOGIA	21
2.1 Evolución psicológica de las estructuras lógico-matemáticas.	22
2.1.1 Periodo Sensoriomotor	22
2.1.2 Periodo pre-operatorio	24
2.1.3 Periodo de las operaciones concretas	25
2.1.4 Periodo de las operaciones formales	27
2.2 La construcción del Pensamiento Cuantitativo.	27
2.2.1 La Cantidad Intensiva	27
2.2.2 La Cantidad Extensiva	28
2.2.3 Las Relaciones Numéricas	29
2.2.4 El Número	30
2.2.5 Los Números Enteros	32

III	APRENDIZAJE MATEMATICO Y PROMOCION ESCOLAR	35
3.1	Generalidades	37
3.2	Descripción de la población experimental	42
3.3	Aplicación de la batería	45
3.4	Planteamiento del Problema	46
3.5	Definición de los Instrumentos de Trabajo	49
3.5.1	Perfil Lógico-Matemático del Diseño Monterrey: Noción Elemental del Número Natural	49
3.5.2	Pruebas de Rendimiento Escolar	52
3.6	Tratamiento Estadístico de los Datos	57
IV	PRESENTACION DE LOS RESULTADOS	62
4.1	Las estructuras Cognitivas	62
4.1.1	Estructura cognitiva de la clasificación	63
4.1.2	Estructura Cognitiva de la seriación	64
4.1.3	Estructura Cognitiva de la conservación	66
4.1.4	Perfil lógico-matemático	68
4.2	Las pruebas de rendimiento escolar	70
4.2.1	Prueba de rendimiento escolar No. 1	70
4.2.2	Prueba de rendimiento escolar No. 2	73
4.2.3	Prueba de rendimiento escolar No. 3	75

4.2.4	Comparación de las tres pruebas de rendimiento escolar	77
4.2.5	Conformación de la Prueba de rendimiento escolar experimental	81
4.3	Análisis de correlación	86
4.3.1	La operacionalización de variables	86
4.3.2	La prueba de χ^2 de independencia	89
4.3.3	Coefficiente de contingencia	89
4.4	Comentarios	90
CONCLUSIONES		105
ANEXO 1		117
ANEXO 2		121
BIBLIOGRAFIA		148

INTRODUCCION

Si bien las matemáticas brindan hábitos de pensamiento infinitamente precisos y de gran alcance, también -- es cierto que representan una de las áreas que más dificultades da a los estudiantes a todos los niveles; Los índices de reprobación y de deserción escolar cobran singular importancia si son percibidos desde la perspectiva matemática.

De acuerdo a lo investigado, un gran número de -- estudiantes manifiestan una gran apatía por esta materia, -- ya que les acarrea una serie de problemas a lo largo de su vida académica; de ahí que surgiera el interés por encontrar cuáles són las causas de tal fenómeno.

Dado que en el primer año de primaria se inicia -- el estudio formal de esta ciencia y en él se cimentan los pilares de los conocimientos posteriores, es que la investigación se efectúa a este nivel; el interés de ésta es el poder conocer cuáles son los problemas de aprendizaje a los que se enfrentan los estudiantes de este nivel que podrían determinar en un momento dado su permanencia o su salida -- del sistema educativo.

Siguiendo la postura psicogenética, se considera que solamente se puede aprender aquello con lo que uno -- interactúa, aquello que uno mismo construye, aquello en lo que uno se ha comprometido, de tal manera que, para el -- caso del cálculo matemático se piensa que solamente se -- aprende aquello en lo que se han comprometido las estruc-

turas cognitivas y, por ello, se puede primero razonar y - después comprender los principios matemáticos puesto que no son fórmulas y técnicas a memorizar sino reflexión de las - estructuras operatorias de la inteligencia que el individuo emplea en su proceder.

Desde el primer año de primaria se espera que por medio del aprendizaje matemático formal, el niño conforme - un pensamiento cuantitativo relacional; empleando una práctica educativa rígida -con todas las características que -- esta postura trae consigo- y no haciendo caso a las condiciones cognitivas con las que ingresen los alumnos a este - ciclo, muy difícilmente podrá cumplirse verdaderamente tal objetivo.

Si se considera que la tendencia generalizada en lo referente al aprendizaje matemático es que el estudiante aprenda de memoria sin cuestionarse el por qué ni el cómo - de las fórmulas y las técnicas que tiene que aprender para calcular, resulta eminente que la evaluación que el profesor haga al respecto estará relacionada con la capacidad memorística del primero y no de su razonamiento. Así las ... pruebas de rendimiento escolar generalmente se encaminan a medir la capacidad de memoria y no de comprensión.

Por otro lado, y siguiendo la misma postura metodológica de un sistema educativo rígido, se tiene que el -- bajo rendimiento escolar tiende a justificarse por un ---- " problema de aprendizaje ". Por medio de este rótulo, la escuela manifiesta su queja como " este niño no memoriza -- tan bien como otros ", sin embargo, un problema de aprendizaje es mucho más profundo y no se reduce sólo a la memo--- ria; por tanto, es necesario buscar su etiología y detectar

el nivel de retraso en algún aspecto del desarrollo de las - habilidades mentales, por ejemplo.

Como estudioso de las características de los pro-- cesos educativos, le corresponde al pedagogo involucrarse -- en problemáticas del tipo de la presente investigación ya -- que al contar con una preparación encaminada a analizar prac-- ticas educativas que favorezcan la formación humanística in-- tegral del individuo, está obligado a reflexionar, desde su perspectiva, acerca de los problemas que de alguna manera de-- tienen la formación del estudiante en particular y de la edu-- cación del ser humano en general.

En el primer capítulo se comentan algunos concep-- tos para que sirvan de puntos de referencia para la mejor -- comprensión de este trabajo, así mismo, se presentan algunas de las investigaciones realizadas desde la perspectiva médica y psicopedagógica, la postura psicogenética y las investiga-- ciones efectuadas en nuestro país en torno a la problemática a tratar.

En el segundo capítulo se presenta el marco teóri-- co que sustenta al trabajo; en él se delimita la fundamenta-- ción del aprendizaje matemático, tanto en su aspecto de evo-- lución psicológica como de su construcción cuantitativa, des-- de la perspectiva psicogenética.

En el capítulo tercero se trata la metodología em-- pleada para llevar a cabo la investigación práctica, en la - que se delimita el problema, la población experimental, las condiciones de aplicación de la batería, los instrumentos de trabajo y el tratamiento estadístico de los datos.

En el último capítulo, se muestran los resultados obtenidos además de que se efectúan una serie de comentarios en torno a lo obtenido.

A las conclusiones que se llegan al finalizar el trabajo se vinculan en forma significativa los principios teóricos con los hallazgos prácticos para justificar la inquietud que me motivó a efectuarla.

Quizá la forma en que se planteó el problema tenga limitaciones - como cualquier otra investigación - , sin embargo, se piensa que ha sido un buen intento teniendo en cuenta la falta de experiencia personal, así como a los pocos profesionistas que se dedican a la investigación de esta área, las limitaciones y trabas que se ponen en todos los niveles para efectuar este tipo de trabajos.

I

LA MATEMATICA EN EL DESARROLLO DEL HOMBRE

La matemática se encuentra presente en todas las actividades que el hombre desarrolla día con día, ni siquiera las más rudimentarias prescinden del empleo de esta ciencia. A continuación se exponen algunas definiciones que se han considerado básicas para este trabajo. Estas fueron obtenidas de varias fuentes de consulta común ya que su presentación no tiene el propósito de crear polémicas sino solamente proporcionar puntos de referencia.

La *matemática* es la ciencia que tiene como objeto el estudio de las propiedades de la cantidad calculable, se basa en los razonamientos abstractos en donde las conclusiones se obtienen a partir de hipótesis previas y teniendo como auxiliar a la lógica.

Calcular significa hacer las operaciones necesarias para determinar el valor de una cantidad cuya relación con otra u otras se conoce. Según el procedimiento sistemático empleado para obtener los resultados deseados es que se puede hablar de varios tipos de cálculo como son: el mental, el escrito, el mecánico y el gráfico, entre otros. La noción de cálculo está basada sobre varios componentes, de entre los cuales se pueden enumerar la cardinación, la ordinación, la numeración decimal y las funciones operativas de adición, sustracción, multiplicación y división; la operatividad del cálculo se desarrolla en el pensamiento lógico.

gico y supone la descomposición de un número en sus partes.

Cantidad es todo aquello que es capaz de aumento o disminución y puede, por consiguiente, medirse o numerarse. Se puede distinguir entre lo numerable, sucesión de -- unidades concretas y lo medible, división de una magnitud -- continua en sus partes.

Debido a que en el primer ciclo de la educación -- primaria básica el estudio de la matemática se concentra -- principalmente en los números y en su operatividad, la presente investigación también se centrará en este aspecto.

1.1 PRINCIPALES PROBLEMAS DE APRENDIZAJE DEL CALCULO

Los problemas de aprendizaje del cálculo caen dentro de la rama de problemas de aprendizaje, la cual es una de las áreas más recientes de la educación especial. Todos aquellos niños que no logran aprender al nivel que se espera a través de los métodos que utiliza la escuela común, re quieren servicios de educación especial. En México, la -- Dirección General de Educación Especial ha clasificado a es te tipo de educación en las siguientes áreas :

- Individuos con deficiencia mental
- Individuos con trastornos de audición
y lenguaje
- Individuos con impedimentos motores
- Individuos con problemas de conducta
- Individuos con problemas de aprendizaje
- Individuos autistas
- Individuos superdotados (1)

Esta clasificación se estructuró con base en -- los rasgos dominantes que prevalecen dentro de cada deficiencia, con el fin de poder tener puntos de partida semejantes que pudiesen darle mayor homogeneidad a los servicios y optimizarlos.

Como se dijo en el primer párrafo, los problemas de aprendizaje del cálculo concurren directamente al área de los problemas de aprendizaje. Dar una definición exacta y precisa de lo que son las dificultades de aprendizaje es un tanto difícil por la gran discrepancia que hay entre los profesionales y especialistas de este campo. En términos generales, se considera que las *dificultades del aprendizaje* --- "son el resultado de un retraso en algún aspecto del desarrollo de las habilidades mentales" (2). Estos desórdenes se manifiestan principalmente en la lectura, escritura, ortografía y cálculo.

Los términos que con mayor frecuencia se emplean para referirse a los problemas de aprendizaje en matemáticas han sido "anaritmética, discalculia, disaritmética y acalculia". En este trabajo no se adentrará en la discusión de estos términos ni en sus polémicas, más bien se emplearán conforme la información se base en el o los autores que los ---

(1) Dirección General de Educación Especial. *Bases para una Política de Educación Especial*, p. 11 .

(2) Kinsbourne, Kaplan. *Problemas de atención y aprendizaje en los niños*, p. 13.

utilicen, aunque se le dará preferencia a *problemas de aprendizaje del cálculo*, ya que mediante este concepto nos referiremos a todos aquellos niños que se encuentren retrasados en algún aspecto del desarrollo normal de las habilidades mentales cognitivas en lo referente a la realización de las operaciones necesarias para determinar el valor de una cantidad cuya relación con otras ha de conocerse.

La etiología de los problemas del cálculo es diversa, hay muchos supuestos y controversias; sin embargo, ya se han llegado a algunos acuerdos. para propósitos de este trabajo sólo nos limitaremos a comentar brevemente dos perspectivas: la médica y la psicopedagógica.

1.1.1 PERSPECTIVA MEDICA

Desde la perspectiva médica los estudios en torno a la problemática del cálculo han sido abordados por la neurología. Fué a principios del siglo presente, cuando a raíz de los grandes descubrimientos de esta rama médica, se iniciaron las investigaciones respecto al tema que nos ocupa.

Lawandowsky y Saldemanan, en 1908, fueron los primeros que empezaron a relacionar los trastornos del cálculo con una lesión cerebral focal.

Algunos científicos han establecido una correlación entre la acalculia y el sistema gnósico ocular basándose en el hecho de que el trastorno del cálculo es más frecuente en las lesiones del lóbulo occipital.

Peritz (1918) y Kleist (1934) opinan que existe -

una relación funcional entre el cálculo y el sistema óptico.

Otros especialistas opinan que la acalculia debe relacionarse con un déficit de las concepciones espaciales .

Según Lang (1930), la discalculia es la incapacidad para utilizar las categorías de dirección en el espacio.

Otros autores abogan por la individualidad de la función del cálculo.

Para Benary (1922) y Sitting (1921), la cifra ha perdido su noción de volúmen y cantidad en los trastornos del cálculo.

Singer y Leww (1933) hacen la consideración que en la función del cálculo intervienen tanto la noción espacial como los factores de análisis y síntesis inherentes a esta función.

Gestman (1924) describe la acalculia como un síndrome de localización parieto-occipital izquierdo en la cual la agnosia digital estaba asociada a una indiscriminación derecha-izquierda y a la vez; con la apraxia constructiva.

Según Conrad (1936), la acalculia y ciertos elementos del síndrome de Gestman se relacionan con una falla de la facultad que permite captar la división del todo y sus partes.

Kingsbirne (1963) considera que la acalculia se da como dificultad para diferenciar o reunir las partes que for-

man un todo; de ahí la relación entre apraxia constructiva y acalculia.

Wertheirne piensa que una de las funciones primordiales del cálculo es la de poder diferenciar en un grupo mayor los grupos que lo componen y que son más pequeños.

Por su parte, Luria (1917) pone de relieve la relación entre determinadas fallas en la resolución de problemas que serían defectos cualitativos y una alteración neurológica concreta. Así, considera que una dificultad total para el cálculo simple automático supondrá una lesión de las divisiones parieto-occipitales provocando así una acalculia, en tanto que una falta de comprensión global del significado de un problema supondrá una lesión de las divisiones interoparietales y parieto-occipitales izquierdas que causan agnosia simultánea, apraxia constructiva y afasia sistemática.

Henschen (1919) utiliza el término acalculia para designar los trastornos del cálculo a causa de una lesión focal cerebral. Distingue dos tipos de acalculia :

- 1 *Acalculia en sentido amplio.* Emparentada con la dislexia (trastorno en la lectura y escritura de cifras).
- 2 *Acalculia en sentido estricto.* Trastorno específico del cálculo (dificultad para realizar operaciones).

Kleist (1934), tras de analizar un diagnóstico di

ferencial entre las diversas formas de trastornos del cálculo que aparecen después de una lesión cerebral, encuentra lo siguiente :

- 1 *Alexia de cifras*. Trastorno residual de la afasia y emparentada con la alexia en general.
- 2 *Agrafia de cifras*. Relacionada con la -- apraxia y agrafia de palabras que puede ser :
 - 2.1 *Apraxia ideocinética*, que se da -- con el movimiento escrito de la cifra por lo cual ésta debe ser es--crita por otro.
 - 2.2 *Apraxia constructiva*, que es en la que se pierde el valor de la cifra en el número, el orden de la cifra en el número está alterado a causa de una falta de orientación pero -- sin dificultad en el cálculo men--tal.

Por su parte, Berger, en 1926 y después de estudiar durante cinco años la acalculia, realiza la siguiente clasificación :

- 1 *Acalculia primaria*. Trastorno específico del cálculo unido a una lesión cerebral focal, la cual se manifiesta por una --

falla en la realización de operaciones.

- 2 *Acalculia secundaria*. Asociada a trastornos del lenguaje, desorientación espacio-temporal, baja capacidad de razonamiento, mal uso de los símbolos numéricos y mala realización de las operaciones.

Madame Borell (1960), hace coincidir el término -acalculia con lo que Berger denomina *acalculia secundaria*, ya que considera que ésta va acompañada de trastornos del habla; algunos individuos con fallas en el lenguaje presentan también problemas en la inteligencia de las nociones numéricas por lo que tienen gran dificultad para comprender el mecanismo de la numeración, para retener el vocabulario, para concebir las cuatro operaciones fundamentales, para contar mentalmente y para utilizar sus adquisiciones en cálculo en la resolución de problemas; a estos sujetos les denomina *disaritméticos*.

Hecaen (1949), llama a las dificultades del cálculo *acalculia* y establece la siguiente diferencia :

- 1 *Dificultades en el conocimiento de los signos numéricos y su reproducción*. Asociados generalmente con problemas de expresión oral, escrita o verbal.
- 2 *Anaritmética*. Correspondiente a la dificultad para realizar las operaciones aritméticas, hace referencia a la adquisición de los automatismos necesarios para

el cálculo; generalmente se encuentra -- acompañada de problemas de lenguaje, escritura y lectura de números.

- 3 *Acalculia espacial relacionada con la dificultad para ordenar los números según una estructura espacial.* Suele ir acompañada de una apraxia constructiva y una desorientación espacio-temporal.

Jonhson y Myklebust (1967), asocian la discalculia con ciertos tipos de disfunciones neurológicas que interfieren en el pensamiento cuantitativo. Suponen dos tipos de insuficiencias en aritmética :

- 1 *Relacionadas con trastornos lingüísticos,* que son por ejemplo, aquellos trastornos del lenguaje auditivo-receptivo, problemas de lectura y problemas de escritura.
- 2 *Perturbaciones en el pensamiento cuantitativo,* conocidas como discalculia, las cuales hacen referencia a la comprensión de los principios matemáticos en la que el niño lee y escribe pero no calcula.

Como se ha podido ver, desde la perspectiva médica las dificultades matemáticas están asociadas, en la mayoría de los casos, a una lesión cerebral, en mayor o menor grado, pero casi siempre detectable.

1.1.2 PERSPECTIVA PSICO-PEDAGOGICA

A diferencia de la perspectiva neurológica, la posición psico-pedagógica tiende a considerar que las dificultades del cálculo están relacionadas, en mayor o menor grado, con la inmadurez, ya sea de tipo biológico, psíquico o social; las principales consideraciones que se hacen en torno a la falta de comprensión de los principios matemáticos se relacionan con una falta de organización viso-espacial, de integración no verbal y de capacidad auditiva, a una distorsión de la imagen corporal, a una falta de integración viso-motora, a una lateralidad indefinida y a una inmadurez social, entre otras.

Giordano y sus colaboradores (1976) definen a la discalculia "como las dificultades específicas en el proceso de aprendizaje del cálculo que se observan entre los individuos de inteligencia normal, no reprobadores de grado y que concurren a la escuela primaria en forma regular, pero que realizan deficientemente una o varias operaciones matemáticas" (3). Así, señalan que todo niño que presenta discalculia escolar es porque tiene inmadurez neurológica que conforma un cuadro psíquico-médico-pedagógico. Distinguen tres tipos de discalculia :

- 1 *Discalculia escolar natural.* Es aquella que presentan los niños al iniciar el aprendizaje del cálculo. No se considera patológica.

(3) Giordano et al. *Discalculia Escolar. Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*, p. 21.

2. *Discalculia escolar verdadera.* Surge cuando los errores de la discalculia inicial se vuelven persistentes y se afianzan.
3. *Discalculia escolar secundaria.* Se presenta como síntoma de otro cuadro cada vez más complejo caracterizado por un déficit global del aprendizaje.

Las investigaciones que efectuó Casanave (1972), se encaminaron al establecimiento de la correlación entre la integración del lenguaje y el cálculo; pone de relieve la relación existente entre la integración del lenguaje y el aprendizaje matemático bajo la consideración de que para calcular se requiere la evocación de las nociones aprendidas, así como de la aplicación de los automatismos.

Lauriel (1972), encamina sus investigaciones hacia la demostración de la dependencia que existe entre el aprendizaje del cálculo y su re-educación con la noción del tiempo.

Richaud (1972), por su parte, se ha dedicado al estudio del número en niños con dificultades en la lectura y la escritura. En este estudio encuentra como causa común a todas estas dificultades un retraso en las adquisiciones correspondientes al estado operacional en el que surgen.

Las investigaciones de la adquisición de la noción del número en el niño deficiente mental realizadas por Metton-Granier (1972), han permitido observar en cámara len

ta los procesos de adquisición de la noción del número, lo cual facilita el análisis de las dificultades que se presentan en la adquisición de tal noción.

Sandaljian-Blanchard (1972), se han dedicado al estudio de la adquisición de las primeras nociones numéricas en niños sordos y encontraron que estos pequeños no se encuentran privados del pensamiento lógico-matemático.

Vergouts-Ryeff (1972), investigó los trastornos del aprendizaje del cálculo en niños epilépticos y encontró que sus dificultades se deben a una lentitud ideatoria y a la "viscosidad mental" y no a un trastorno específico de la función del cálculo.

Los trabajos realizados por Baroja y Llopiz (1979) se avocan al estudio de la discalculia como manifestación ó expresión de otros trastornos generales; esta investigación considera que las dificultades del cálculo no aparecen aisladas sino que acompañadas de otras alteraciones como son: problemas motores, perceptivos, lingüísticos, de personalidad y de inteligencia.

Como se ve, desde la perspectiva psico-pedagógica los problemas de aprendizaje del cálculo son conceptualizados con base en una gran cantidad de elementos como son las habilidades motoras, perceptivas, lingüísticas y cognitivas, entre otras.

1.2 CONSIDERACIONES PSICOGENÉTICAS EN TORNO AL APRENDIZAJE Y LOS PROBLEMAS DE APRENDIZAJE DEL CALCULO.

La teoría psicogenética se sustenta en una concepción de aprendizaje como proceso continuo en el que cualquier aprendizaje sólo se posibilita si, y sólo si, se sustenta en otros anteriores.

Las diversas estructuras lógico-matemáticas (4) - que se van presentando en el individuo como resultado de su acción, de su interacción con el medio ambiente, desde los esquemas sensorio-motores hasta la consolidación del pensamiento operatorio formal, son expresiones fieles de los distintos niveles de desarrollo por los que atraviesa en su búsqueda por lograr mejores formas de adaptación.

La generalización y la diferenciación a las que responde el desarrollo se debe a que cada periodo arraiga en una fase anterior y se continúa en el siguiente distinguiéndose uno del otro por la forma específica de organización de las estructuras mentales, dando así lugar a una jerarquización de estructuras a partir de la aparición de nuevas en las que las anteriores han sido reestructuradas y reintegradas a nivel de totalidades mayores manteniendo así, dentro de ésta, un equilibrio.

(4) Según Piaget, las *estructuras lógico-matemáticas* son el resultado de la experiencia lógico-matemática que "consiste igualmente en obrar sobre los objetivos pero descubriendo propiedades por abstracción a partir, no de los objetivos como tales sino de las acciones mismas que se ejercen sobre ellas".

El orden en el que se suceden las distintas etapas, niveles o periodos por lo que atraviesa el niño en su desarrollo, siempre es el mismo para todos; para llegar a el periodo de las operaciones formales, hay que pasar antes -- por el de las operaciones concretas, por el pre-operacional y por el sensorio-motor; lo que hace las diferencias en el desarrollo entre un individuo y otro es la rapidez o lentitud con que se consolidan los periodos y se pasa de uno a otro.

Si se considera que el aprendizaje consiste en -- las adquisiciones de conocimientos por las relaciones sucesivas en el tiempo en función de las relaciones con los objetos, se tiene que con base en ellas se debe conceptualizar todo el aprendizaje.

El tiempo, en función de las relaciones con los -- objetos, es el elemento que ha de tenerse en cuenta para el aprendizaje matemático formalizado; hay un momento justo para introducir al niño a este amplio campo del conocimiento humano, pero éste depende de cada persona según sean la influencia psíquicas, sociales, culturales, sin dejar de lado las características biológicas. Sumergir al niño en un mundo de símbolos y hechos antes de que alcance la madurez necesaria es no respetar su desarrollo ni su personalidad; lo único que se ganaría si se opta por esta línea de conducta es que el pequeño lejos de sentirse motivado por estas -- nuevas expectativas que se le presentan, se sienta perdido, no le encuentre sentido a lo que aprende y en el mejor de los casos, indiferente. Así como es importante el respeto -- de la evolución del desarrollo infantil también son importantes las relaciones con los objetos en el aprendizaje ma-

temático, ya que sin éstas, no se puede hablar de un verdadero aprendizaje puesto que sólo se llega a aprender realmente aquello con lo que se ha establecido un contacto objetivo por la extracción de experiencias lógico-matemáticas. Un aprendizaje verbalizado no garantiza de ningún modo resultados confiables; el individuo, y en especial el niño -- que se está iniciando en el aprendizaje formal de la matemática, requiere de todas las experiencias que lo enriquezcan y conduzcan hacia el mundo abstracto de las matemáticas de una forma no violenta.

Sólo hasta que el niño arribe al periodo de las operaciones concretas, y con ello logre comprometer las estructuras lógico-matemáticas necesarias para incursionar en el mundo del número y de su operatividad, es que se ha de formalizar el aprendizaje matemático.

1.3 LA INVESTIGACION EN MEXICO EN TORNO A LOS PROBLEMAS DE APRENDIZAJE DEL CALCULO.

Las investigaciones que se han hecho en torno a los problemas de aprendizaje del cálculo en nuestro país han sido realizadas principalmente, por la Dirección General de Educación Especial bajo la coordinación de la Doctora --- Margarita Gómez Palacios, a partir de 1974. Tomando como punto de partida el concepto de que toda estructura cognitiva es el resultado de un proceso integral, iniciaron su investigación en el Estado de Nuevo León con el fin de buscar las causas de la reprobación de los niños que cursan el primer año de primaria. Este estudio se conoce como *Proyecto Monterrey*. En el área de matemáticas de este trabajo se establece el Perfil de la Noción Elemental del Número Natural,

y toma en consideración al isomorfismo que guardan los aspectos lógicos y lógico-matemáticos con el desarrollo de la inteligencia del niño. Así mismo, sacaron una propuesta de enseñanza-aprendizaje para el acceso al número en pequeños que presentan problemas de aprendizaje. El empleo del perfil de la noción elemental del número natural ayuda a situarlo en el nivel en que se encuentra en relación a las adquisiciones del concepto numérico para que a partir de esta conceptualización se puedan trazar las estrategias adecuadas para obtener los soportes necesarios para adquirir el concepto del número y su operatividad. Un auxilio importante en la formulación de estrategias adecuadas es la guía de acceso al número formulada con este fin explícito.

El Diseño Monterrey representa un buen intento -- por explicar y dar solución acerca de los problemas de aprendizaje que afectan tan grandemente a la población escolar inicial en nuestro país, sin embargo, no debe considerarse como trabajo concluido, en el que se ha dicho todo, al contrario, ha de verse como un primer paso en la investigación para atender no sólo a la población que presentan en forma manifiesta problemas de aprendizaje sino como una buena aproximación que aliente la creación de métodos de enseñanza-aprendizaje extensivos a toda la población escolar emanados de las características y las necesidades de los niños mexicanos.

II

MATEMATICAS Y PSICOLOGIA

Desde la perspectiva de la matemática moderna y de la psicogenética es muy difícil establecer un límite exacto entre psicología y matemáticas debido a que ambas ciencias quedan estrechamente relacionadas en un momento dado.

Mientras que la psicogenética se avoca al estudio de las estructuras lógico-matemáticas presentes en las operaciones y acciones que dirigen el razonamiento y el proceder del individuo sin que éste los perciba como tales, la matemática, por medio de un lenguaje más técnico que implica un simbolismo específico y una capacidad de abstracción, lo incita a que reflexione sobre estas estructuras que él emplea tan a menudo. De tal manera que, aprender matemáticas, no es otra cosa que una reflexión dirigida, pero más abstracta y más generalizada acerca de las estructuras operatorias de la inteligencia; de aquí que, como comenta --- Piaget en su libro *Psicología y Pedagogía*, sólo en la medida en que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática se logre ajustar recíprocamente a las estructuras operatorias espontáneas de la inteligencia con un programa relativo al campo matemático enseñado en el que se pueda pasar de las estructuras naturales, pero no reflexivas, a la reflexión de tales estructuras y a su generalización es que se podrá ir dando paulatinamente el aprendizaje matemático verdadero.

2.1 EVOLUCION PSICOLOGICA DE LAS ESTRUCTURAS LOGICO - MATEMATICAS

A la forma como el individuo organiza sus estrategias de acción para interactuar con su medio se denomina estructuras cognitivas. (5)

Estas estructuras cognitivas se constituyen a partir de la consolidación de esquemas de totalidades de conductas organizadas. Para que estas formas de interacción sean consideradas operaciones es necesario que sean reversibles, se puedan coordinar con otras operaciones y puedan conformar leyes de totalidades mayores que engloben a todas aquellas operaciones de esa estructura.

Desde el punto de vista psicogenético de Piaget, el niño pasa a lo largo de su desarrollo por cuatro periodos: el sensoriomotor, el pre-operatorio, el de las operaciones concretas y el de las operaciones formales.

2.1.1 PERIODO SENSORIOMOTOR

El periodo sensoriomotor comprende desde el nacimiento hasta los dos años de vida aproximadamente. A través de una búsqueda activa de asimilación, el bebé combina reflejos primitivos dentro de patrones operativos de acción.

(5) La paulatina construcción psicológica de los diversos tipos de estructuras cognitivas dependen de la elaboración de la noción de conservación, ya que ésta es el testimonio del grado de reversibilidad alcanzado en la construcción de las estructuras operativas.

Al nacer, el mundo del niño se reduce a sus acciones. A lo largo de este periodo, las estructuras se constituyen en el plano de las acciones afectivas, esto es, en el plano del cuerpo y de los objetivos presentes con base en el juego de movimientos elementales y de la percepción, los cuales, ya desde sus inicios, distinguen una pluralidad indeterminada de elementos vinculados por semejanzas y diferencias. A partir de este momento, la cualidad y la cantidad se encuentran estrechamente vinculadas, ya que las relaciones que se establecen expresan niveles de extensión entre los términos calificados por sus semejanzas y sus diferencias, es decir, por extensión. Una vez que se da la combinación de estas acciones iniciales de separación y de reunión, las operaciones intelectuales irán constituyendo simultáneamente: a) las *clases*, que se formarán agrupando sus semejanzas más o menos generales o especiales; b) *las relaciones asimétricas*, donde se agrupan los objetos por sus diferencias ordenadas, y c) *los números* en donde los objetos son agrupados tanto como equivalentes como distintos. No obstante estos hechos, el niño se basa solamente en las relaciones perceptivas momentáneas de la actividad motriz ya que todavía no percibe la permanencia del objeto, es decir, no coordina las acciones entre sí, ni desde el punto de vista lógico ni del aritmético puesto que éstas son intransitivas, irreversibles, no asociativas y están desprovistas de toda identidad elemental, no se puede hablar todavía ni de clases, ni de relaciones, ni de números como tales puesto que no se han dado las características necesarias que le garanticen la invarianza de las combinaciones posibles. Al finalizar el primer año de vida, el niño ha cambiado su concepción del mundo y reconoce la permanencia del objeto cuando éste se encuentra fuera de su campo perceptivo; así mismo, a esta --

edad, el niño puede coordinar sus conductas en forma dirigida y puede inventar nuevas estrategias para ello. Dados los avances, es decir, con base en la consolidación de los esquemas prácticos (6) y de la permanencia del objeto (7) es que puede esbozarse - aunque de un modo muy general - los principios lógicos y numéricos pues, en este momento, ya se encuentra ante la posibilidad de repetir la misma acción en presencia de los mismos objetos o de generalizarla ante otros análogos pudiendo construir de esta forma mayores relaciones cualitativas y cuantitativas, logrando alcanzar, al finalizar este periodo, una especie de lógica de acciones, esto es, la prolongación de los comportamientos orgánicos hacia la materia a través de los mecanismos prácticos sensoriomotores.

2.1.2 PERIODO PRE-OPERATORIO

El periodo pre-operatorio comprende de los dos a los siete años aproximadamente y se caracteriza por un pensamiento de tipo representativo y prelógico. En el transcurso de esta etapa, el niño descubre que algunos objetos u cosas pueden ocupar el lugar de otras. El pensamiento infantil ya no está sujeto a acciones externas solamente, por lo tanto, éste se logra interiorizar. La representación interna proporciona el vínculo de mayor movilidad para su desarrollo in

(6) *Esquema práctico* es la coordinación de acciones a nivel sensoriomotor para la aprensión del medio ambiente que rodea al individuo.

(7) *Permanencia de objeto* es la síntesis de esquemas prácticos de desplazamientos en la que la posibilidad del retorno empírico es lo esencial.

telectual. Las formas de representación interna que emergen en forma simultánea al principio de este periodo son la imitación, el juego simbólico, la imagen mental y el lenguaje hablado; sin embargo, y no obstante estos grandes avances aunados con los del periodo anterior, el niño todavía no puede pensar a un nivel lógico debido a que es incapaz de invertir mentalmente una acción física para regresar un objeto a su estado original (irreversibilidad), tampoco puede retener mentalmente cambios en dos dimensiones al mismo tiempo (centración) ni toma en cuenta otros puntos de vista en forma simultánea (egocentrismo), por eso es que sus razonamientos son yuxtapuestos entre las coordinaciones mentales y las coordinaciones prácticas, que son los que le dan un carácter intuitivo a su pensamiento. Debido a que también son inflexibles al pensar no se da la conversión de los conjuntos por lo que el manejo de la cualidad y de la cantidad se ven sumamente afectados y se imposibilita el acceso a las relaciones numéricas debido a que, no obstante, las ventajas que da la palabra y la imagen mental de las diversas acciones reales éstas aun se encuentran atadas al plano intuitivo.

2.1.3 PERIODO DE LAS OPERACIONES CONCRETAS

El periodo de las operaciones concretas se sitúa aproximadamente entre los siete y los once años de edad. En esta etapa, el niño es capaz de manifestar un pensamiento lógico ante los objetos físicos. Esta facultad que ha adquirido recientemente le permitirá invertir mentalmente una acción que antes sólo llevaba a cabo físicamente. También será capaz de retener mentalmente dos o más variables cuando estudie los objetos y reconcilie datos aparentes entre -

contrarios. Estas nuevas capacidades mentales se demuestran, por una parte, como un rápido incremento en sus habilidades para conservar (8) ciertas propiedades de los objetos (número y cantidad) a través de los cambios de otras propiedades, y por la capacidad para efectuar con los objetos clasificaciones (9) y seriaciones (10); todos estos avances van a permitir que adquiera las nociones matemáticas debido a que ya puede pensar en objetos físicamente ausentes que se apoyan en imágenes vivas de experiencias pasadas; sin embargo, y no obstante a todos estos avances, su pensamiento aún estará limitado a cosas concretas sin llegar a ideas abstractas.

(8) *La conservación* es la operación lógica que permite al sujeto mantener mentalmente la invarianza de la cantidad y del número independientemente de la configuración perceptiva que éstos adopten.

(9) *La clasificación* es el proceso por medio del cual el sujeto es capaz de coordinar la reunión de clases con la disociación, logrando así, comparar cuantitativamente el todo con sus partes, llegando a coordinar la comprensión con la extensión.

(10) *La seriación* es el proceso por medio del cual se ordenan los elementos de una colección en un orden creciente o decreciente basadas en las propiedades de transitividad, reversibilidad y anticipación.

2.1.4 PERIODO DE LAS OPERACIONES FORMALES

Por último, de los once a los quince años aproximadamente se sitúa el periodo de las operaciones formales el cual se caracteriza por la habilidad para pensar más allá de la realidad concreta. Esta es ahora un subconjunto de las posibilidades para pensar. A diferencia de la etapa anterior, en donde sólo era capaz de desarrollar un número de relaciones y de apoyarse en materiales concretos, en este nuevo periodo podrá pensar sobre las relaciones que se utilizan para llegar a las ideas abstractas como son, por ejemplo, las preposiciones y los conceptos; también podrá manejar, a un nivel lógico, los enunciados verbales y las proposiciones, entenderá y apreciará las abstracciones simbólicas del álgebra dentro de muchos hechos. A este tipo de pensamiento se le ha denominado hipotético-deductivo.

2.2 LA CONSTRUCCION DEL PENSAMIENTO CUANTITATIVO

Para que el individuo logre manejar genuinamente el número y su operatividad es necesario que domine una serie de estructuras previas y contemporáneas que suscitan estas abstracciones matemáticas, es decir, para que llegue al dominio de las relaciones numéricas es necesario que antes logre manejar acertadamente la cantidad intensiva y la cantidad extensiva.

2.2.1 LA CANTIDAD INTENSIVA

La cantidad intensiva es propia de las clases y las relaciones asimétricas; una relación cuantitativa es de orden intensivo si sólo se sabe, en el caso de una clase,

que el todo es más grande que las partes pero sin poder determinar si una de las partes del todo es mayor, menor o igual que las otras partes complementarias de ese todo. En el caso de las relaciones asimétricas, al ser sólo definidas por las cualidades en términos seriados en el que se expresa una diferencia de cualidad, se tiene que sólo se conoce la existencia de una mayor o menor diferencia entre un término determinado y los otros de los cuales cualquiera puede ser el referente, más no se sabe nada acerca de las relaciones parciales que se establecen entre los términos de ese encaje ni tampoco se conocen las relaciones totales en las que se encuentran los encajes de estas relaciones. Así, la cantidad intensiva solo conoce las cantidades: uno, todos, algunos y ninguno, ya que este tipo de cantidad "expresa las relaciones cuantitativas que comprenden exclusivamente la desigualdad o la identidad de la parte con respecto del todo sin consideración de las relaciones cuantitativas entre una parte y las demás partes disyuntas pertenecientes al mismo todo o entre las partes de un todo y las correspondientes a otras totalidades". (11)

2.2.2 LA CANTIDAD EXTENSIVA

Al introducirse una nueva relación cuantitativa entre las partes complementarias de un mismo todo (entre las clases A y A' para la clase B o entre las relaciones a y a' para la relación b) y al especificarse las relaciones de extensión entre las partes, se logra el pasaje de la cantidad intensiva a la cantidad extensiva, es decir, se posibilita -

(11) Piaget. *Ensayo de Lógica Operatoria*, p. 24.

el paso de la lógica de clases y las relaciones cualitativas a la matemática propiamente dicha. Se les denomina extensiva "a las relaciones cuantitativas entre una parte y otras partes cualquiera pertenecientes a otras totalidades" (12) . Esta cantidad extensiva puede presentarse bajo dos aspectos: el métrico y el no métrico. El primero corresponde al dominio numérico mientras que el segundo al dominio geométrico. El concepto de cantidad propio de la cantidad extensiva es el de "casi todos" en que tanto para las clases como para las relaciones asimétricas significa que una relación o una clase determinada comprende o contiene a casi todos los elementos correspondientes excepto a una leve minoría. Si bien las relaciones de casi todos en la que no se emplea la numeración pueden hacer referencia a la cantidad intensiva, la supera puesto que ésta se limita a decidir entre todos y algunos pero no logra establecer relaciones intermedias como lo logra la cuantificación extensiva.

2.2.3 LAS RELACIONES NUMERICAS

Entre las relaciones extensivas se distinguen las relaciones numéricas o métricas. Este tipo de relaciones implica "la interacción de una unidad en las relaciones extensivas siempre que incluyan las relaciones sustitutivas entre partes disjuntas, pero con interacción de unidades" (13). De esta forma, se tiene que una cantidad numérica se hace presente cuando, por ejemplo, en un todo B las partes complementarias A y A' pueden reducirse a una unidad común o también, por ejemplo, donde A puede considerarse como equivalente a A' de donde se puede extraer la igualdad $B=A+A'$, lo cual equivale

(12) Idem, p. 94

(13) Ibidem, p. 94

a decir que el todo B se conforma con la suma de unidades de orden A. De esta forma, la cantidad numérica obtiene sus características específicamente matemáticas al introducirse el concepto de unidad en el establecimiento de relaciones entre los elementos de un conjunto; así, "para llegar a la cantidad métrica es necesario el pasaje de la cantidad intensiva a la cantidad extensiva en donde el empleo de una unidad como medio de establecer relaciones entre los conjuntos o los elementos de un conjunto implica el empleo operacional del número" (14).

2.2.4 EL NUMERO

El número se constituye mediante la transformación de los elementos de un conjunto de unidades, esto es, en poder sustituir dentro de una clase A por A' o por B al poder sustituir en una relación a' por b', todo esto dentro de cualquier clase o relación parcial o total. El establecimiento de estas relaciones de las partes mismas entre sí, equivale a fundir en un solo todo el principio de la seriación de las diferencias y el de las jerarquías de clases -- equivalente, ya que entonces todos los elementos son transformados en unidades que, a la vez, son equivalentes y distintas. Esta fusión operatoria sólo es posible en el terreno de los agrupamientos cualitativos, haciéndose abstracción de las cualidades diferenciales las cuales, al ser suprimidas, hacen posible que se generalice la equivalencia entre

(14) *Conjunto* es aquel que está formado por elementos susceptibles de poseer ciertas propiedades y de mantener entre sí relaciones (Bourbaki, 1939). Citado por Piaget en ensayo de lógica operatoria, p. 219.

los elementos singulares; a partir de entonces, privados de sus cualidades llegan a concebirse cada uno de ellos como - cualquiera (15). No obstante el hecho de nulificar la cualidad, aún se conserva la posibilidad de seriar estos elementos (posibilidad necesaria para poder diferenciarlos ahora que ya son todos equivalentes); la forma en que se seriarán estos elementos ya desprovistos de toda cualidad distintiva será el del orden más general; se generalizará el principio de la diferencia de la misma manera que se generalizó el principio de la semejanza (o equivalencia); de esta forma, lo que sucede es que todos los órdenes posibles serán semejantes entre sí puesto que en la sucesión A, A', B, B' , etc., siempre habrá un término que no tiene antecedente y uno que sucede al que se define (16). A partir de esta doble abstracción, ahora sí, "los elementos de un conjunto -- cualquiera pueden considerarse todos distintos pese a la ausencia de propiedades distintas ya que se relacionan unos con otros diferentemente en tanto que simultáneamente equivalentes y seriables a través de operaciones que sobrepasan las de la lógica del todo y de las partes. En efecto, la eliminación de toda cualidad, así como la similitud generalizada de los distintos órdenes de enunciación posible, liberan a los elementos de sus encajes anteriores, es decir, los libera de las clases y de las relaciones concretas o -- cualificadas por unirlos diferentemente entre sí, en tanto elementos homogéneos" (17). Por otra parte, todos los ele-

(15) Este despojo de la cualidad y la conversión de los elementos en "cualquiera" es lo que posibilita la transformación de éstos en unidades al ser tomados en cuenta independientemente del tipo de encaje mantenido dentro de determinada clase o relación lógica.

(16) A este hecho se le conoce como *orden vicariante*.

(17) Piaget. *Ensayo de Lógica Operatoria*, p. 227.

mentos de un conjunto consituyen una unidad cardinal y una unidad ordinal ya que, por ejemplo, en el caso en el que A sea igual a 1, se tendrá que el carácter cardinal de la unidad bien podría ser: $A+A=2A$, entre otras posibilidades; en tanto que el carácter ordinal estará implicando, sea cual fuere el orden elegido, la existencia de un primer elemento que no tiene precedente; luego, la existencia de un segundo elemento que es el sucesor del primero y precedente del tercero, y así en forma sucesiva.

2.2.5 LOS NUMEROS ENTEROS

Por la forma en que se va constituyendo el número, se tiene que los números enteros son el producto de una fusión operatoria entre los agrupamientos cualitativos de -- las clases y las cualidades referenciales sobre las que se basan esos agrupamientos, ya que al igual que el número, -- "se van elaborando en estrecha relación solidaria con la elaboración gradual de los sistemas de inclusión (jerarquía de clases) y de las relaciones asimétricas (series cualitativas) de tal manera que la serie de los números se constituye como síntesis de la clasificación y de la seriación: - las operaciones lógicas y asimétricas aparecen como una síntesis total y psicológicamente natural donde las segundas, las asimétricas, resultan de la generalización y fusión de las primeras - las operaciones lógicas - bajo sus dos aspectos complementarios de la inclusión de clases y seriación - de las relaciones pero por supresión de la cualidad" (18).

(18) Piaget. *Génesis del número en el niño*. p.10

Con esto queda claro que, en la medida en la que las correspondencias cualitativas o lógicas se transforman en correspondencias "cualquiera", surge el número y su operatividad de donde se pueden deducir dos de los más notables grupos aritméticos, a saber:

El grupo *aditivo* de números enteros, cuyas características son:

Composición: $1+1 = 2$; $2+1 = 3$
Asociatividad: $(1+1)+1 = 3$; $1+1 + (1) = 3$
Inversión: 1 , $- 1$; 2 , $- 2$
Identidad: 0
Interacción: $1+1 = 2$; $1+2 = 3$

El grupo *multiplicativo* de números positivos con sus correspondientes propiedades grupales:

Composición: $1 \times 1 = 1$; $1 \times 2 = 2$
Asociatividad: $1 \times (2 \times 3) = (1 \times 2) \times 3$
Inversión: 1 , $- 1$; 2 , $- 2$
Identidad: 1

Estos dos grupos se encuentran en estrecha relación con los agrupamientos lógicos ya que, por una parte, se desarrollan contemporáneamente y, por otra, están lógicamente relacionados de tal forma que el grupo aditivo es una síntesis de la adición de clases y las relaciones asimétricas, mientras que el grupo multiplicativo es una síntesis de la multiplicación biunívoca de clases y de la multiplicación biunívoca de relaciones. Por todo lo dicho hasta aquí, y en especial a partir de la interrelación existente entre

los grupos aritméticos y los agrupamientos lógicos, es que muy difícilmente se puede lograr una genuina captación del número y de su operatividad sin la previa adquisición de -- las operaciones lógicas de las que constituye una síntesis. Así, en la medida en la que el niño domine los principios - generales de los agrupamientos lógicos estará, en buena forma. determinada su capacidad para comprender los principios matemáticos básicos correspondientes al número entero.

III

APRENDIZAJE MATEMATICO Y PROMOCION ESCOLAR

Aprender matemáticas significa mucho más que memorizar algoritmos en forma automática; implica la *comprensión* (19) y el *razonamiento* (20) de las nociones que se involucran en las fórmulas y las técnicas para poderlas utilizar en forma adecuada. Por supuesto, estas capacidades no se adquieren de un modo repentino sino que sólo pueden obtenerse como resultado de un proceso en el que el individuo va reorganizando sus estructuras cognitivas con el pensamiento matemático.

Antes de pasar a la formalización de la matemática sería conveniente cerciorarse de que los alumnos cuenten con los cimientos cognitivos necesarios para iniciar este tipo de aprendizaje; ya que de contar con ellos, se corre el riesgo de que éste se convierta en un conjunto de fórmulas y técnicas aprendidas de forma memorística, mecánica y automatizada y en el que la importancia de este aprendizaje recaiga en la obtención de un resultado correcto y no en la comprensión de las nociones de cálculo

(19) *Comprender*: implica la posibilidad de percibir una relación.

(20) *Razonar* : implica tanto un determinado número de acciones mentales como las operaciones de inclusión, seriación y clasificación de relaciones y en las que la actividad categorial fundamenta todo razonamiento además de ser la que permite establecer las relaciones entre diversos elementos.

Desde el momento que se suscita esta concepción - equívoca de lo que significa aprender matemáticas es que se puede hablar de problemas de aprendizaje en forma potencial.

Así, cuando aprender matemáticas significa contar, hacer las cuentas, hacer las operaciones y resolver algunos problemas perfectamente, los verdaderos problemas del cálculo permanecen ocultos por la aplicación satisfactoria de estos cánones, de tal manera que una promoción escolar enmarcada bajo esta concepción, lejos de ser reflejo de un aprendizaje matemático, se convierte en encubridora de un posible problema de aprendizaje. Mas sin embargo, como comenta Freinet, " mientras que existan los exámenes que controlen solamente las adquisiciones formales y unos mecanismos sin referencia al despertar del espíritu, a la movilidad de la inteligencia y a la sutilidad de la cultura, la escuela se verá reducida a controlar lo que mide y el inspector a velar por cuanto se pide en los exámenes " (21).

Si se ha de comprender el aprendizaje matemático como conflicto cognitivo, como reflexión consciente de las estructuras lógico-matemáticas y como comprensión de las -- abstracciones que se desprenden de las acciones concretas, sería muy conveniente que se tomaran las medidas pertinentes para que antes de que los niños se iniciaran en el --- aprendizaje formal de las matemáticas contaran con las estructuras cognitivas solidarias que posibilitan el razonamiento matemático. Por otra parte, sería conveniente adoptar tanto situaciones metodológicas de aprendizaje como de evaluación que sustenten el aprendizaje verdadero de la matemática en el que los automatismos sean abolidos para favo

(21) Freinet, *La Enseñanza del Cálculo*. p. 31

recer a la evolución espontánea de espíritu, de búsqueda, de creación y de razonamiento fundamentados en el análisis de la situación inherente a la matemática, ya que aprender matemáticas requiere aprender a razonar desde el comienzo y no solamente el aprendizaje de los simples mecanismos puesto que " tan importante es enseñar al niño a realizar operaciones como importante y fundamental en la preparación de su mente matemática es enseñarlo a establecer relaciones tanto con objetos como con ideas puesto que son éstas las relaciones, las que van a conducir con paso firme hacia las operaciones " (22).

3.1 GENERALIDADES

La matemática es una de las áreas que mayores posibilidades de conocimiento da al individuo pero a la vez es una de las que mayores dificultades de aprendizaje causa. El proceso de enseñanza aprendizaje de esta materia es uno de los que requiere mayor compromiso para los profesionales de la educación, ya que dependerá de una adecuada instrucción de acuerdo a las capacidades de sus estudiantes el que éstos logren comprender y aprender verdaderamente los principios de esta ciencia. Este compromiso profesional ha de manifestarse desde el inicio de la educación primaria básica, pues es ahí donde se fincan las bases para las adquisiciones posteriores. En la medida en que los profesores conozcan los elementos que han de ponerse en juego para que el estudiante, en este caso el de primer año de primaria, logre un verdadero aprendizaje matemático y que constate que

(22) Olivares *Didáctica de la Matemática Moderna*. p.13

los problemas de aprendizaje del cálculo no siempre van acompañados de un rendimiento bajo en esta materia, se podría atenuar, y con ello modificar las estadísticas concernientes a fracasos escolares, a causa de esta materia. Al sacar a la luz qué es lo que en cuanto a estructuras cognitivas determinan un verdadero aprendizaje y su carencia, crea y/o fermenta un problema de aprendizaje como también el cuestionamiento de qué tan válidos son los criterios de aprovechamiento escolar basados en las pruebas de rendimiento, para la determinación de un aprendizaje o de un problema de aprendizaje, fue lo que me motivó el llevar a cabo esta investigación como un intento de aproximación a la problemática.

La investigación se efectuó en una prestigiada escuela particular del Estado de México; la elección de tal, se debió a que fué en la que se me dieron más facilidades y además, por el interés que el personal mostró en ella puesto que, como comentó el director de la institución encargado de la primaria, el problema a tratarse afecta grandemente tanto a estudiantes --en cuanto a proceso de aprendizaje-- como a profesores -- en cuanto a estrategias de enseñanza. La población de esta escuela para el primer grado es de 214 alumnos, cuyas edades oscilan entre los seis y -- los ocho años en promedio; todos ellos han cursado previamente el pre-escolar y son varones. La preparación de los padres de familia es a nivel profesional.

Este intento por explicar la problemática del aprendizaje y los problemas de aprendizaje del cálculo se desarrolló en tres etapas: la primera, que comprende los capítulos 1 y 2, se consagró a la revisión bibliográfica y

constituyen el marco teórico y de referencia del trabajo; - la segunda, capítulo 3, trata de la investigación de campo, v, la tercera, capítulo 4, corresponde a la interpretación teórica-práctica de la información recabada.

Los instrumentos de medición empleados en la investigación de campo fueron los siguientes:

1.- *Perfil Lógico-Matemático del Diseño Monterrey*. El Diseño Monterrey es una batería compuesta de dos secciones.

1 Conceptualización de la lecto-escritura

2 Noción Elemental del Número Natural.

Esta batería se inscribe dentro de la teoría psicogenética; considera que en la adquisición de la lecto-escritura y del Número, el niño pasa por diferentes estadios en los que las estructuras cognitivas se reorganizan paulatinamente a partir de los procesos simultáneos de asimilación y acomodación hasta llegar al dominio de estas formas de comunicación. El Diseño Monterrey ha sido piloteado y empleado en México desde 1974 con niños, que tras de haber cursado el primer año de primaria en forma regular, no han podido apropiarse de tales procesos; ha sido objeto de cinco revisiones, la empleada en la investigación corresponde a la de año de 1983, que es la más reciente.

2.- *Pruebas de rendimiento escolar en su aspecto correspondiente al número entero y a su operatividad*
Pese a que el objetivo general propuesto por la Secretaría de Educación Pública respecto al aprendizaje matemático concerniente al primer año de la educación primaria

básica (23) es único para ser cumplido por todos los estudiantes de este nivel y los aspectos a trabajar a lo largo del año escolar son los mismos (manejo del número entero y su operatividad, líneas y figuras geométricas básicas y elementos de probabilidad y estadística), la conceptualización en cuanto a grado de dificultad, capacidades a dominar y aspectos a enfatizar, etc., varían de institución a institución, es por lo que, para efectos de la investigación se fusionan 3 diferentes pruebas de rendimiento escolar (24) en su aspecto concerniente al número entero y a su operatividad, en una sola, para de esta forma "normalizar" el instrumento empleado para determinar las adquisiciones matemáticas formales en este trabajo.

(23) El objetivo general propuesto por la Secretaría de Educación Pública para el aprendizaje de la matemática en el primer año es el siguiente: "Desarrollar el pensamiento lógico-cuantitativo y relacional. Contribuir al desarrollo de la disposición y capacidad que tiene el niño para hacer observaciones sobre tamaños, formas, números y regularidades para comparar objetos y sucesos, para extraer conclusiones cualitativas y cuantitativas a partir de dichas observaciones. Manejar con destreza las nociones de número, forma, tamaño y azar en relación con el mundo que nos rodea. El niño realizará experimentos sencillos y será capaz de expresar sus resultados; ello lo llevará a efectuar operaciones aritméticas, a diferenciar las formas geométricas y percibir y a calcular el tamaño de los objetos y a considerar algunos casos de carácter azaroso". (Secretaría de Educación Pública. *Libro para el maestro*, primer grado p.24).

(24) Las pruebas que se unieron en la elaboración del instrumento experimental fueron las siguientes: la denominada prueba # 1: el examen oficial que se maneja por las escuelas primarias federales y elaborada por un equipo de profesores especialistas llamada Evaluación del Aprendizaje por Módulos del Primer Grado de Educación Primaria (al respecto de su origen no se pudo obtener información ya que las autoridades competentes se negaron a proporcionarlas); prueba #2 elaborada por los profesores del grado en la escuela donde se efectuó la investigación; la prueba #3 es el examen em-

Los datos obtenidos del estudio teórico-práctico fueron interpretados desde la perspectiva psicogenética; para analizar la información arrojada por el Proyecto Monterrey se empleó el perfil del mismo creado con tal fin explícito (25); para el caso de analizar los datos dados por las pruebas de rendimiento escolar se emplearon técnicas de estadística descriptiva. Posteriormente, se confrontaron los resultados de los dos aspectos investigados, empleando para ello métodos no paramétricos de estadística inferencial para poder determinar si la relación de independencia entre estructuras cognitivas y rendimiento escolar propuestas a lo largo de todo el trabajo era probable o no para el universo estudiado.

La aplicación de la batería a los estudiantes se llevó a cabo en una habitación especial que normalmente es empleada en la institución como cubículo de psicología, las condiciones del lugar correspondieron a un clima idóneo para la investigación; por otra parte, se buscó que las condiciones temporales de aplicación fueran las más acertadas para que los estudiantes pudieran rendir al máximo, por lo que se consideró pertinente la aplicación de la batería en un horario que fluctuó entre las 8:30 y las 10:30 de la ma

pleado por las escuelas primarias del Estado de México elaborado por la Unidad de Servición de Descentralizar en el Estado de México, por la Subdirección General de Planeación Educativa, por el Departamento de Apoyo a los Servicios Educativos y por la Oficina de Evaluación y Proyectos.

(25) Dirección General de Educación Especial. *Diseño* ---
Monterrey . (reproducción informal, p. 1-29).

fiana. La forma en que se organizaron las sesiones fue la siguiente: primero, se aplicó la parte de la batería correspondiente a la introspección de las estructuras Lógico-Matemáticas de todos los estudiantes; posteriormente, se aplicaron los exámenes 1, 2 y 3, cada uno en una sesión. La duración de cada sesión fue de acuerdo al ritmo de trabajo de cada niño (ya que éstas eran completamente individuales), pero procurando que nunca fuera mayor de una hora. Nunca se aplicaron dos o más pruebas el mismo día, por la misma razón que se procuraba que las sesiones no duraran arriba de una hora con el fin de evitar la posible interferencia de factores como cansancio, aburrimiento, falta de motivación entre otros.

A continuación se pasará a una descripción más detallada de la población con que se trabajó, las condiciones de aplicación de la batería, el planeamiento del problema, la definición de los instrumentos de trabajo y el tratamiento estadístico empleado en la evaluación de los resultados obtenidos.

3.2 DESCRIPCION DE LA POBLACION EXPERIMENTAL

En la elección de la población experimental se trató de buscar que el medio socio-cultural fuera de lo más favorable para tratar de evitar que factores como alimentación, higiene, salud y estimulación entre otros, pudieran interferir en los resultados esperados.

De un universo de 214 estudiantes que cursaban el primer grado de educación primaria básica en el ciclo escolar 1984-1985, se eligieron en forma aleatoria simple, sin remplazos, 34 niños para conformar la muestra de la -----

población (26).

Ninguno de estos niños es reprobador de grado, todos cursaron el pre-escolar y sus edades fluctúan de la siguiente manera :

EDAD	FRECUENCIA	PORCENTAJE
6-5 a 6-9	9	26.4
7-0 a 7-5	22	64.7
8-1 a 8-2	2	5.8

(26) Dada la fórmula

$$M = \frac{\frac{t^2 (\alpha \infty)}{E^2} \frac{S^2}{\bar{X} N^2}}{1 + \frac{1}{N} \frac{T^2 (\alpha \infty)}{E^2} \frac{S^2}{\bar{X}^2 n}}$$

Donde

α = Nivel de significancia (.05)

E = Error permisible (.10)

N = Población

t = (.05 ∞) = 1.96 Convergencia a la normal

\bar{X}_n = Promedio poblacional

$\frac{S}{\bar{X}_n}$ = Coeficiente de variación

\bar{X}_n

Referencia : Sukhatme. P.V. *Teoría de Encestos por muestreo con aplicaciones*. p.p. 20, 21.

Como se puede ver, la edad media cae en un intervalo de 7-0 a 7-5, lo cual indica que tal como lo propone la teoría psicogenética y los lineamientos en que se basa la SEP en cuanto a la edad requerida para cursar el 1° año, hipotéticamente, el niño se encuentra apto para el aprendizaje matemático formal, al menos cronológicamente.

La distribución de la preparación y ocupación de los padres es la siguiente :

NIVEL DE PREPARACION	PADRE		MADRE	
	FREC	%	FREC	%
Maestría	01	03	--	--
Licenciatura	24	74	15	47
Media Superior	06	14	05	15
Estudios Técnicos	01	03	12	35
Media Básica	02	06	02	03

OCUPACION	PADRE		MADRE	
	FREC	%	FREC	%
Profesional	23	70	07	18
Empleado	06	17	02	06
Comerciante	06	12	02	06
Hogar	--	--	23	70

Con un 74% de padres y un 47% de madres con estudios de licenciatura y con un 70% de ellas dedicadas al hogar, e igual porcentaje de ellos dedicados a actividades profesionales, se presupone que hay buenas oportunidades para que el desarrollo infantil, sea adecuado ya que se presu

me que no hay restricciones tales como: falta de atención, falta de estimulación, desnutrición, enfermedades, etc., -- que lo limiten, o al menos en la medida como los afectaría en los medios socio-económicos en desventaja.

3.3 APLICACION DE LA BATERIA

El sitio en el que se efectuó la aplicación de la batería fue un cubículo especial que tiene la escuela para la realización de estudios de psicología. Este lugar está libre de ruidos y de elementos que puedan distraer la atención; la ventilación y la iluminación son adecuados.

En el momento de la aplicación, el alumno estaba instalado de frente al examinador; en medio de ambos se encontraba el escritorio, encima del cual el alumno procedía a la ejecución de las pruebas en tanto que el examinador efectuaba sus observaciones por debajo del mismo y teniendo cuidado de no distraer al pequeño.

La aplicación de las pruebas se hizo en bloques, de tal manera que sólo se podía pasar a la aplicación de la siguiente prueba hasta que todos los sujetos investigados ya se les había aplicado el anterior.

El orden de sucesión de la aplicación de la batería fue indiscriminado ya que los resultados no se emparetaban en ninguna forma por el orden de aplicación, ni tampoco, los elementos a investigar guardaban una dependencia entre ellos.

El horario de aplicación fluctuó entre las 8:30 y las 10:30 de la mañana, y por un espacio no mayor de una ho

ra para cada niño.

La aplicación de la batería fue en forma individual y por un solo examinador.

3.4 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El aprendizaje es un proceso por medio del cual el sujeto interacciona con el medio ambiente al poner en juego los procesos de asimilación y de acomodación, en búsqueda de estados mayores de equilibrio que aseguren una mejor adaptación.

En este proceso intervienen en forma conjunta factores tan importantes como son los siguientes :

La *maduración*. Hace referencia a las influencias genéticas y biológicas sobre el desarrollo.

La *experiencia física*. Se refiere a la diferenciación que hace el individuo de las distintas propiedades de los objetos físicos.

La *inter-acción social*. Hace referencia al aspecto educativo en su sentido amplio.

La *experiencia lógico-matemática*. Se refiere al resultado de la elaboración de relaciones entre las acciones que se efectúan sobre los objetos.

Todos estos factores son importantes para que se dé el proceso de aprendizaje. En la presente investigación

se indaga acerca de las experiencias lógico-matemáticas necesarias para que se logre un verdadero aprendizaje matemático en su aspecto formal.

La evaluación del aprendizaje matemático-formal se efectúa, casi exclusivamente, mediante el empleo de las pruebas de rendimiento escolar, las cuales están destinadas a medir resultados finales independientemente de si se han adquirido con base en las capacidades de memoria, o de comprensión de los procesos; no obstante esta limitación, son comúnmente empleadas para decidir cuándo un niño ha aprendido y cuándo no lo ha logrado, ya sea debido, a un problema de aprendizaje o a otras causas, y con ella determinar la promoción escolar y el tipo de ésta.

Ya esclarecidas las dos cuestiones a tratar en la investigación, se presenta el planteamiento hipotético sobre el que se trabajó :

H_0 Las pruebas de rendimiento escolar de primer año son parámetros adecuados para detectar niños con problemas de aprendizaje del cálculo porque logran expresar la relación que guardan las estructuras cognitivas y el aprendizaje formal de la matemática.

H_1 Los criterios establecidos para la promoción escolar en el primer año de primaria, lejos de ser instrumentos indicadores de los problemas de aprendizaje del cálculo, son solapadores, ya que no logran expresar la dependencia que han de guardar las estructuras cognitivas con los aprendizajes matemáticos formalizados.

Con base a la experiencia de que hay un número significativo de estudiantes que " han aprendido matemáticas " pero no han logrado hacer de esta ciencia una parte formativa de su propia vida, y además de tomar en cuenta -- también los datos del marco teórico, se establece una hipótesis de relación entre las variables manejadas, de tal manera que las experiencias conocidas y las reflexiones teóricas son las que conducen al planteamiento hipotético; la -- puesta en marcha de un proceso de relación permite verificar la existencia de las ligazones previstas; así el valor de la hipótesis propuesta para explicar los problemas de -- aprendizaje del cálculo en el primer año de primaria son válidas en tanto que la hipótesis alternativa es aceptada en el sentido previsto y, a la vez, es rechazada la hipótesis nula.

Los resultados que se obtengan al evidenciarse la hipótesis alternativa daña indicios de cuál es la problemática que afecta con mayor frecuencia a los estudiantes de -- primer año de primaria en el aprendizaje del cálculo, desde la perspectiva tratada en este trabajo. Como el objetivo -- de éste es indagar acerca de la situación estructural cognitiva y del aprovechamiento escolar para, a partir de los datos que arrojen tales inspecciones, establecer la relación que guardan entre sí tales variables, se considera que en -- la medida en la que la hipótesis alternativa propuesta es planteada y fundada, debe existir una relación en el sentido esperado entre los aspectos investigados, lo cual querrá decir que se demuestra la existencia de una compatibilidad con la explicación causal propuesta (27).

(27) Es conveniente aclarar que las hipótesis propuestas -- quizá no sean las únicas o las más óptimas para explicar --

3.5 DEFINICION DE LOS INSTRUMENTOS DE TRABAJO

Como ya se ha mencionado anteriormente, los instrumentos de trabajo que se emplearon fueron :

- a) Perfil Lógico-Matemático del Diseño Monterrey :
Noción Elemental del Número Natural.
- b) 3 Pruebas de Rendimiento Escolar en su aspecto correspondiente al Número Entero y a su Operatividad.

A continuación se pasará a la definición de cada uno de ellos.

3.5.1 PERFIL LOGICO-MATEMATICO DEL DISEÑO MONTERREY: NOCION ELEMENTAL DEL NUMERO NATURAL.

Este aspecto de la batería Monterrey también es conocido como " *Pruebas Operatorias* " ; éstas se inscriben dentro de la teoría psicogenética ya que brindan la posibilidad de apreciar la estructura lógico-matemática del individuo en aquellas áreas básicas sobre las que se sustenta el aprendizaje matemático formal en su aspecto correspondiente al número. Dado que los fundamentos del número natural tienen como base constitutiva a la lógica de clases y a la lógica de relaciones asimétricas o de series (cuantificación intensiva o cualitativa) así como a la conservación de la cantidad o invarianza numérica de tipo lógica-matemática (cuantificación extensiva o cuantitativa) se tiene que son precisamente sobre estos tres aspectos (28): clasificación -

Los resultados que se obtuvieron en la investigación, pero han servido de guía para las conclusiones finales.

(28) Todos los datos tomados que siguen a continuación fueron tomados del Manual Diseño Monterrey.

(a), seriación (b) y conservación (c) en sus tres niveles : no operatorio (A), pre-operatorio (B) y operatorio (C) en los que se basa el perfil de esta prueba.

El material empleado para esta prueba es el siguiente :

Para la clasificación :

- 24 formas geométricas (bloques lógicos) que se diferencien en : Forma (cuadrados, triangulos, círculos), Color (2 colores cualquiera pero con trastantes), Tamaño, (grandes y chicos), grosor (finos y gruesos).

Para la seriación :

- 10 regletas de madera de color natural que fluctúen entre ellas en un centímetro de longitud. (la más pequeña debe medir ocho centímetros).

Para la conservación :

- 30 fichas de plástico de tres centímetros de diámetro, quince de un color y quince de otro.
- Dos bolsitas de plástico transparente.
- Una hoja de cartoncillo de treinta centímetros por veinticinco centímetros.

A partir de un interrogatorio semi-estructurado (29) acerca de las acciones que va realizando el niño como

(29) Vease Anexo # 1 . p.117.

respuesta a las peticiones del examinador, es que se ubica al infante en cualquiera de los siguientes sub-niveles cognitivos:

Primer estadio : No operatorio (A)

(a) Clasificación : Figural.

(a) alineamientos: una dimensión.

(a') objetos colectivos: dos o tres dimensiones.

(a'') objetos complejos.

(b) Seriación : Error.

(a₁) colección de algunos elementos más o menos paralelos y verticales entre sí sin ordenación propiamente dicha.

(a₂) series por pares o tríos entre sí.

(a₃) series de 4 ó 5 elementos, figuras en forma de techos, subida o bajada de la línea cúspide, escalera correcta por la cúspide sin cuidar la línea base o escalera correcta por la base pero sin cuidar la línea cúspide.

(c) Conservación de la cantidad discontinua : no conservación franca.

(a₁) no conservación franca de la cantidad sin correspondencia inicial.

(a₂) no conservación franca de la cantidad pero con correspondencia inicial.

Segundo estadio : Pre-operatorio (B)

- (a) Clasificación : No figural.
 - (b₁) pequeñas colecciones sin criterio único con o sin residuo homogéneo.
 - (b₂) colecciones abarcativas con criterio único sin la posibilidad de establecer sub-colecciones o también imposibilidad de pasar de sub-colecciones a colecciones abarcativas mayores.
 - (b₃) colecciones abarcativas con criterio único con la posibilidad de establecer sub-colecciones abarcativas mayores sin acceso a la inclusión.
- (b) Seriación : Ordenación por ensayo y error logrando establecer la serie.
- (c) Conservación : No conservación de la cantidad término a término después de las transformaciones.

Tercer estadio : Operatorio (C)

- (a) Clasificación : Operatoria. Logra la inclusión y la exclusión de clases.
- (b) Seriación : Operatoria. Seriación al primer intento sin ensayos.
- (3) Conservación : Operatoria. Conservación después de las transformaciones.

3.5.2. PRUEBAS DE RENDIMIENTO ESCOLAR

Como ya se ha comentado previamente, se emplearon tres diferentes pruebas de rendimiento escolar; todas ellas

están destinadas a evaluar el objetivo propuesto por la Secretaría de Educación Pública en lo concerniente al Número Entero y a su Operatividad correspondiente al Plan Integrado para el primer año de primaria, el cual centra su atención en que el alumno, "establezca el concepto de número, use los signos mayor que, menor que, e igual, tenga idea de antecesor y sucesor, conozca los conceptos de base y posición en un sistema de numeración y aplique estos conceptos en el uso de un sistema de numeración decimal, establezca los conceptos de adición, sustracción, multiplicación y división, y que conozca las propiedades de las operaciones de los algoritmos correspondientes en la resolución de operaciones y problemas. Al cumplirse este objetivo se espera que el niño logre desarrollar el pensamiento cuantitativo y relacional para que logre utilizar la matemática como lenguaje en situaciones de experiencia cotidiana" (30).

Estas pruebas se inscriben dentro de la categoría de lápiz y papel (31).

El modo en que cada uno de estos tres exámenes conceptualizan la evaluación de este objetivo es como sigue:

EXAMEN No. 1

No. de reactivo	Aspecto que mide	Items
1	Adición en recta numérica (hasta 10)	3

(30) Secretaría de Educación Pública. *Libro para el Maestro* (primer año). p. 24.

(31) Véase anexo # 2. p. 121.

No. de reactivo	Aspecto que mide	Items
2	Adiciones verticales (hasta 90)	7
3	Problema de adición en <u>re</u> ta numérica (hasta 15)	1
4	Adiciones horizontales con sumandos incógnitos (hasta 20)	6
5	Adición con referente grá- fico (hasta 13)	3
6	Problema de adición con <u>re</u> ferente gráfico (hasta 12)	1
7	Adición con referente grá fico (hasta 10)	1
8	Adición de agrupamientos base 10 (hasta 30)	3
9	Sucesión numérica cardinal (hasta 50)	1
10	Adición de agrupamientos base diez (hasta 60)	5
11	Diferenciación mayor que y menor que con objetos	1
12	Agrupamientos base 10 (hasta 25)	1
13	Adiciones horizontales (hasta 100)	6
14	Problemas de sustracción (con referente gráfico) (minuyendo hasta 15)	1

No. de reactivo	Aspecto que mide	Items
15	Adición con referente grá fico (hasta 12)	2
16	Sustracciones horizontales con elementos incógnitos (minuyendo hasta 15)	8
17	Adición de agrupamientos base diez (hasta 90)	5
18	Sustracciones (hasta 80)	5
19	Adiciones verticales (minuen do hasta 89)	5

PRUEBA No. 2

No. de reactivo	Aspecto que mide	Items
1	Codificación y decodifica- ción numérica (hasta 600)	3
2	Sucesión ordinal (hasta el 6)	1
3	Adiciones mentales (hasta 100)	3
4	Adiciones verticales (hasta 1800)	4
5	Sustracciones verticales (minuyendo hasta 900)	4
6	Problemas de adición (hasta 43)	1
7	Problema de sustracción (mi- nuendo hasta 46)	1

PRUEBA No. 3

Reactivo	Aspecto que mide	Items
1	Discriminación de tamaños	1
2	Correspondencia cantidad-símbolo (unidades)	1
3	Identificación cantidad-símbolo (unidades)	3
4	Identificación cantidad-símbolo (unidades)	3
5	Identificación cantidad-símbolo (unidades)	5
6	Adiciones horizontales con apoyo gráfico (unidades)	5
7	Adiciones horizontales con apoyo gráfico (unidades)	2
8	Discriminación cantidad-símbolo (unidades)	5
9	Discriminación de decenas	1
10	Adición horizontal con apoyo gráfico (unidades)	1
11	Correspondencia cantidad-símbolo (unidades)	3
12	Correspondencia símbolo-cantidad (unidades)	3
13	Agrupamiento base 10	1
14	Problema de adición con apoyo gráfico (hasta 95)	1

Reactivo	Aspecto que mide	Items
15	Problema de adición en recta numérica (en unidades u decenas (hasta 50 unidades ó decenas)	1
16	Adiciones horizontales (hasta 11)	4
17	Adiciones verticales (hasta 63)	4
18	Sustracciones verticales (minuendo hasta 28)	2
19	Ejercicio de seriación (cinco elementos)	1

Como se ha podido observar, el énfasis dado a cada aspecto a medir y el grado de dificultad de los mismos, para las áreas que nos interesan en este trabajo, en cada uno de los exámenes es diferente, de ahí que para fines de la investigación se tendiera a "normalizar" estas diferencias en una sola prueba mediante la fusión de ellas en una, denominandosele a ésta, prueba experimental. Este instrumento de evaluación será el utilizado para medir la variable correspondiente a aprendizaje matemático formalizado en su aspecto del número entero y de su operatividad en el primer año de primaria.

3.6 TRATAMIENTO ESTADISTICO DE LOS DATOS

Como el propósito de la investigación consiste en establecer la correlación existente entre los soportes cog-

nitivos del aprendizaje matemático formal inicial y el aprendizaje matemático formalizado correspondiente al primer ciclo de educación primaria básica hay que establecer los parámetros necesarios para poder efectuar tal análisis de aquí - que se realicen los siguientes estudios.

Con respecto a la variable concerniente a los soportes cognitivos que han de sustentar el aprendizaje matemático formal inicial se tiene que con base en las características que propone el Diseño Monterrey en su área de noción elemental del número natural (como elementos solidarios y con temporaneos en la psicogénesis del niño), y en tanto que el perfil que se deduce de su evaluación refleja el enfoque genético de la prueba, su interpretación implica una lógica de auto-regulación que valida la coexistencia posible de niveles cognitivos en un sujeto. Los principios generales que definen a esta prueba dentro de la psicometría genética y con base en los cuales se ha de considerar a cada uno de los sujetos investigados son los siguientes :

- 1.- Cada una de las nociones son en cuanto a la construcción psicogenética, transitivas (e irreversiblemente progresivas)

$$A < B$$

$$B < C$$

Para esta misma construcción psicogenética -- tiene características de absorción (por implicación inclusiva).

$$A + B = B$$

$$B + C = C$$

$$A + B + C = C$$

2.- La coordinación de los elementos de las nociones, poseen niveles o estadios generales. Cada nivel o estadio guarda una relación tatuto lógica entre los elementos que lo componen,

$$A_a + A_b + A_c = A$$

$$B_a + B_b + B_c = B$$

$$C_a + C_b + C_c = C$$

De aquí la operacionalización de esta variable sea:

No-operatorio (A) con una preponderancia de tal nivel en a, b, c.

Pre-operatorio (B) con una preponderancia de tal nivel en a, b, c.

Operatorio (C) con una preponderancia de tal nivel en a, b, c.

En cuanto a la otra variable a correlacionar, el rendimiento escolar como criterio para la determinación del aprendizaje matemático formal se operacionalizó con base en métodos de estadística descriptiva.

Cada una de las pruebas de rendimiento escolar fue ron analizadas por las siguientes medidas descriptivas :

1.- Medidas de tendencia central : media, mediana y moda.

2.- Medidas de posición relativa : percentiles, -
desviación intercuartilar.

3.- Medidas de disposición : gama, desviación stán
dar y varianza.

Al emplearse estas medidas se informa acerca de la
forma en que se encuentra la población investigada respecto
a la característica en cuestión.

Efectuado este análisis, se pasó a analizar las --
tres pruebas de rendimiento escolar en forma conjunta em---
pleando los métodos antes mencionados. El objetivo de éste
último estudio fué el de establecer los parámetros necesari-
os para "normalizar" la discrepancia de los resultados de
las pruebas y poder establecer los siguientes índices :

Rendimiento escolar bajo : por debajo del cuartil
uno.

Rendimiento escolar promedio : alrededor de la --
media.

Rendimiento escolar alto : por arriba del cuartil
tres.

Una vez operacionalizadas las dos variables, se -
pasó a realizar un análisis de estadística inferencial pa-
ra la verificación del planteamiento hipotético guiador de
la investigación mediante el empleo de las siguientes prue-
bas no paramétricas :

χ^2 de independencia para una muestra.

Coefficiente de contingencia.

Mediante el empleo de estas últimas pruebas ha de esperarse que se ratifique la independencia entre estructuras cognitivas básicas para el aprendizaje matemático formal y rendimiento escolar como expresión del aprendizaje matemático formal propuesto en la hipótesis alternativa.

En tanto que se demuestre la independencia propuesta, la presente investigación podrá dar puntos de referencia para la mejor comprensión de los problemas de aprendizaje del cálculo que se presentan con mayor frecuencia en el primer año de primaria en lo concerniente al número y a su operatividad desde la perspectiva psicogenética en cuanto a estructuras cognitivas lógico-matemáticas, y, de esta forma, proporcionar elementos de reflexión acerca de la práctica educativa correspondiente.

Si bien es pequeña la muestra y limitando el estudio de cualquier manera es un primer intento que se ha dado y que recalca la necesidad urgente de hacer investigaciones a conciencia sobre este tipo de problemas, ya que las matemáticas es una de las materias que más se dificulta en la vida escolar.

I V

PRESENTACION DE LOS RESULTADOS

Entre lo que verdaderamente se aprende y lo que parece que se aprende hay una gran diferencia; establecer un límite exacto dentro de una situación escolar es mucho más difícil ya que, por desgracia, lo importante en la escuela, por un lado es el adquirir una calificación y, de esta forma, lograr la promoción independientemente de las estrategias para lograrlo, y por el otro, juntar un número mínimo de alumnos aprobados independientemente si han aprendido o no.

Para disminuir de alguna forma los fracasos escolares a todos los niveles a causa de la matemática, sería muy conveniente propiciar una práctica educativa que se sustentara en la condición básica para un verdadero aprendizaje : la comprensión de los procesos.

4.1 LAS ESTRUCTURAS COGNITIVAS

Después de haberse aplicado a la muestra elegida el instrumento experimental para la identificación de estructuras cognitivas denominado Diseño Monterrey en su perfil lógico-matemático y en sus tres aspectos: clasificación, seriación y conservación; se obtuvieron los siguientes resultados.

4.1.1 ESTRUCTURA COGNITIVA DE LA CLASIFICACION

El 14.5% de la muestra se encuentran en un nivel cognitivo *no operatorio*, el tipo de colecciones que realizan estos niños corresponde a la denominada pertenencia partitiva, esto es, la relación que guardan los elementos clasificados no se basa en las semejanzas de ellos sino en el hecho de ser parte de un todo teniendo en cuenta una situación espacial; este tipo de colecciones no toman en cuenta las diferencias entre los elementos, razón por la cual se forma una colección continua; las semejanzas se establecen entre cada elemento y el anterior (asimilación sucesiva) -- por lo que se puede observar un aparente desorden en la colección (alternancia de criterios).

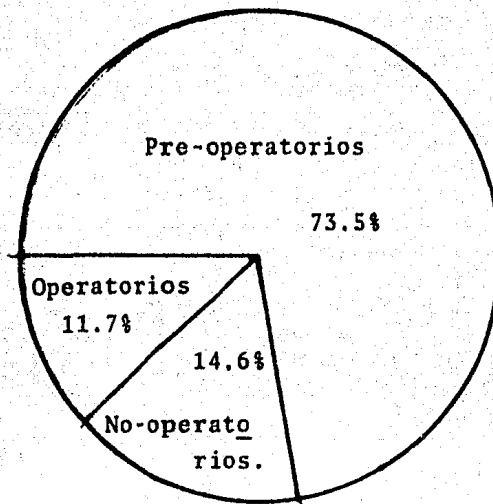
La gran mayoría de los niños de la muestra se encuentran en el nivel *pre-operatorio*. El pensamiento del 73.5% se caracteriza por el hecho de que al efectuar sus colecciones ya toman en cuenta las diferencias, así, de esta forma, sus colecciones son semejantes entre sí, pero diferentes de otras, la formación de sus colecciones se basa en la búsqueda de un máximo de semejanzas; hay una mayor coordinación entre la comprensión y la extensión, la cual se manifiesta en una pertenencia fundada en la comprensión.

En el *nivel operatorio*, en el que deberían estar todos los niños para llegar a una verdadera comprensión de los procesos matemáticos, solo se encuentra el 11.7% de la muestra. Estos niños han superado las limitaciones de los niveles anteriores, ahora son capaces de realizar verdaderas clasificaciones, ya que logran coordinar adecuadamente la comprensión y la extensión debido a que han conquistado

la reversibilidad pudiendo, por tal razón, llevar a cabo la inclusión y la exclusión de clases (Véase Gráfica No. 1).

GRAFICA No. 1

ESTRUCTURA COGNITIVA DE LA CLASIFICACION



4.1.2 ESTRUCTURA COGNITIVA DE LA SERIACION

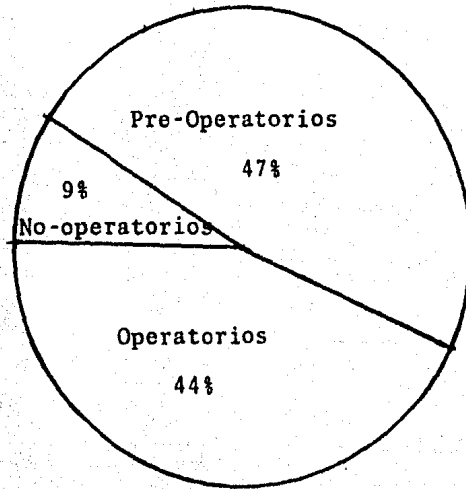
El 9% de la muestra, en cuanto a la estructura -- cognitiva de la seriación, se encuentra en un nivel *no operatorio*. Su característica principal es el pensamiento rígido en el que sólo existen los términos absolutos en tanto -- que sistemas seriables, en el que su centración es tal que no logran establecer ninguna relación--no pueden considerar todavía un elemento en función de otra para efectuar una -- seriación.

El 47% de los niños se encuentran en el nivel *pre-operatorio* en el que las estructuras cognitivas subyacentes a éstos se caracterizan por poder establecer relaciones, pero con base en una comprobación efectiva. Estos niños no han logrado construir el principio de la reciprocidad, ya que aunque pueden constatar que un elemento es mayor que otro, y éste puede ser, a la vez, menor que otro, aun no pueden deducir la inversión de la relación, por tanto, se encuentran imposibilitados para establecer la relación entre cualquier elemento con el anterior y el posterior de la serie en forma deductiva de tal manera que solo lo logra en forma sucesiva con base en la comprobación práctica, debido a que su pensamiento es aún intransitivo, es por tanto, incapaz de efectuar el proceso lógico de la deducción.

Un poco menos de la mitad de los niños -el 44%- ya ha conquistado todas las carencias de los niveles anteriores; estos niños ya lograron establecer con anticipación la serie completa porque ya han construido el principio de la transitividad y la reciprocidad; por la transitividad es capaz de deducir que la diferencia existente entre el primer elemento y el último de la serie es igual a la suma de las diferencias de los elementos intermedios. Por la reciprocidad puede invertir el orden de la comparación y establecer el criterio deductivo pero invertido; así mismo, puede considerar en forma simultánea que un elemento puede ser mayor que otro y a la vez menor que otro, todo esto debido a la relación que se establezca dentro de la serie. Por todos estos adelantos el niño que llega al dominio de esta forma de pensamiento se considera que está en un nivel *operatorio* (Véase Gráfica No. 2).

GRAFICA No. 2

ESTRUCTURA COGNITIVA DE LA SERIACION



4.1.3 ESTRUCTURA COGNITIVA DE LA CONSERVACION

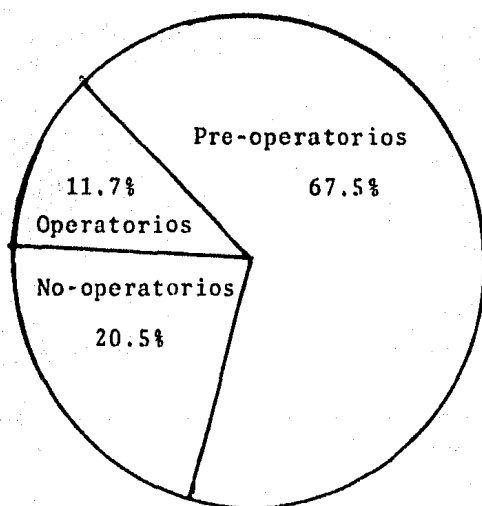
En cuanto a la estructura cognitiva de la conservación, se tiene que el 20,5% de los niños investigados se encuentran en nivel *no operatorio*, lo cual significa que su pensamiento aún está sumamente centrado en uno de los aspectos que intervienen en la conservación -la tendencia generalizada es hacia la centración perceptiva del espacio-cantidad- razón por la cual solamente se fijan en el resultado de las transformaciones efectuadas y no en la acción de --transformar.

Un poco más de la mitad de los niños, el 67.5%, - se encuentran en un nivel *pre-operatorio*, en el cual ya logran establecer la equivalencia cuantitativa y no espacial entre los elementos, esto es, ya han conquistado la correspondencia biunívoca pero con la deficiencia de ser frágil y que se rompe al efectuarse modificaciones perspectivas y que se restablece tan pronto como se recupera la correspondencia uno a uno en forma práctica.

Sólo el 11.7% de la muestra se encuentran en un nivel *operatorio* en cuanto a la estructura cognitiva de la conservación. Estos pocos niños ya logran establecer una verdadera conservación puesto que, pese a cualquier transformación perceptiva, no pierden la equivalencia numérica - pudiéndose establecer, de esta forma, la invarianza cuantitativa (Véase Gráfica No. 3).

GRAFICA No. 3

ESTRUCTURA COGNITIVA DE LA CONSERVACION



4.1.4 PERFIL LOGICO-MATEMATICO

En un nivel *no-operatorio* se encuentran el 15% de los niños investigados. Su pensamiento se encuentra muy im-pregnado de características tales como la irreversibilidad, la centración y el egocentrismo; efectúan colecciones figurales, seriaciones en términos absolutos y tienen una conservación no franca.

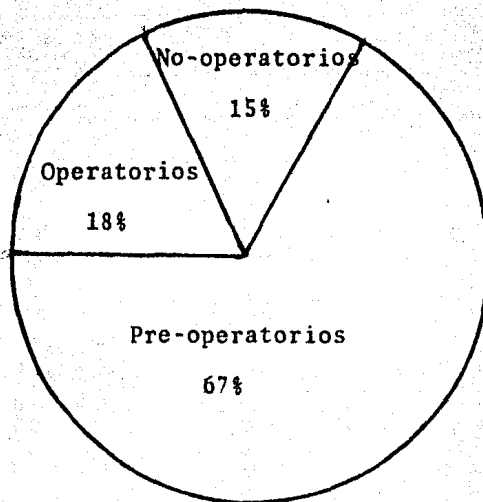
Más de la mitad de la muestra, el 67%, se encuentran en un nivel *pne-operatorio*, y se caracterizan por tener un pensamiento en transición al operatorio en el que se está pasando de un pensamiento rígido y estático -típico- del pensamiento no operatorio- a una forma de razonar y actuar flexible y móvil -esencia del periodo operatorio-. Estos niños, si bien ya logran efectuar colecciones no figurales, no logran establecer criterios únicos, por lo que muchas veces son heterogéneas y se quedan elementos sin ser clasificados; en cuanto a la seriación, logran efectuarla correctamente pero sólo por tanteos sucesivos sin una anticipación deductiva; y, por último, respecto a la conservación, logran la correspondencia biunívoca pero de una forma frágil, ya que la pierden o recuperan tan pronto como hay alteraciones perceptivas.

Sólo el 18% de los niños investigados se encuentran en un nivel *operatorio*; este pequeño porcentaje cuenta con los mecanismos operatorios que, en buena medida, aseguran la comprensión del proceso matemático debido que se encuentran bien cimentados los soportes cognitivos que lo posibilitan. Así mismo, logran el establecimiento de verdaderas colecciones en las cuales la comprensión y la extensión se encuentran en perfecta concordancia, dando lugar así a

clasificaciones operatorias. Pueden establecer la seriación por anticipación deductiva gracias al dominio de los principios de reciprocidad y reversibilidad, y, por último, ya asimilan la conservación de la cantidad, dado que han superado la diferencia perceptiva espacio-cantidad. Definitivamente, los niños que se encuentran en este nivel están mejor preparados para abordar el aprendizaje formal de las matemáticas. (Véase Gráfica No. 4).

GRAFICA No. 4

PERFIL LOGICO MATEMATICO



4.2 LAS PRUEBAS DE RENDIMIENTO ESCOLAR

Al concluirse el ciclo escolar, la aprobación o la reprobación está determinada por una calificación. En el caso específico del área matemática, esta calificación está dada, en buena medida, por los resultados obtenidos en el examen final. Este modo de otorgar la promoción escolar dificulta la apreciación del aprendizaje como proceso comprensivo puesto que, el basarse solamente en los resultados, deja de lado el principio fundamental del aprendizaje matemático; la adquisición de una calificación en los términos en que se obtiene en el sistema educativo formalizado actual no asegura la existencia de un verdadero aprendizaje.

4.2.1 PRUEBA DE RENDIMIENTO ESCOLAR No. 1

El modo en que se desempeñaron los 34 estudiantes investigados en la prueba de rendimiento escolar No. 1 se caracterizó por un promedio de 76.9, una mediana de 76.5 y una moda de 55.4, un rango de dispersión de 51, una desviación estándar de 5.76 y una intercuartelar de 10.7 .

En el intervalo de 41 a 50 se encuentra el 5.8% de la muestra; entre el 51 y el 60 está el 2.9%; entre el 61 y el 70 se encuentra el 11.7%; entre el 71 y el 80 está el 38.2%, entre el 81 y el 90 está el 32.3% y en el intervalo 91 a 100 está el 8.8% de la muestra.

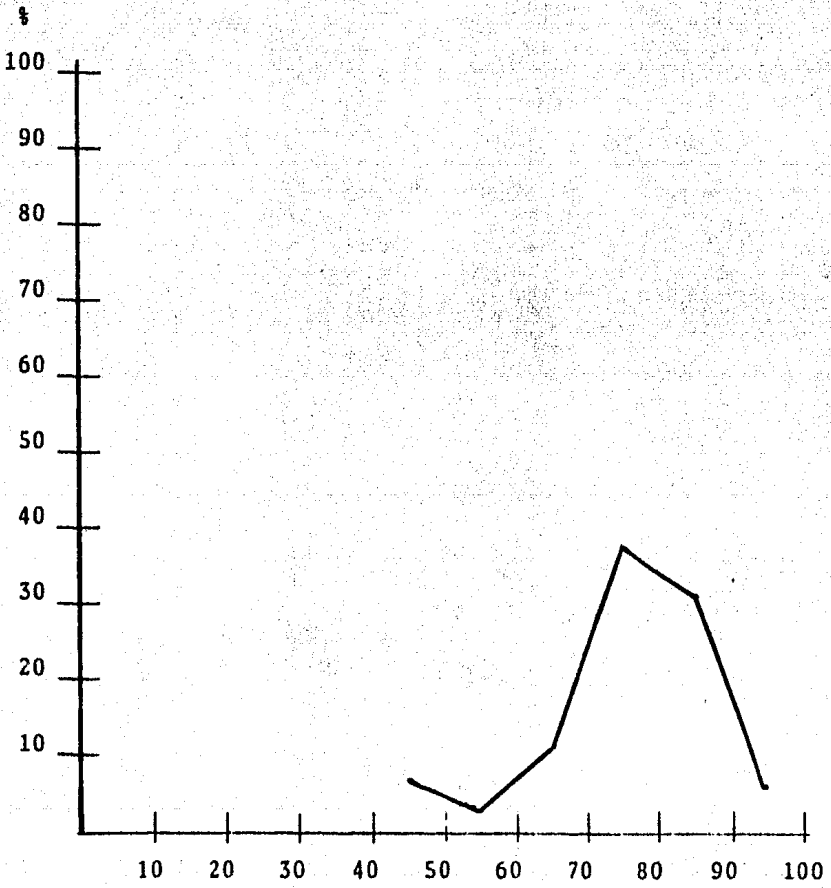
Por debajo del puntaje 63.5 se encuentra el 25% de las calificaciones, por debajo del 75.4 el 50%, por debajo del 84.5 el 75%.

Entre una calificación de 71.14 y el 82.66 está el 68.26% de la muestra, entre el 65.38 y el 88.42 está el 95.44% y entre el 59.62 y el 94.18 está el 99.74%.

Con una asimetría de 2 y una kurtosis de .72 se puede decir que la curva que mejor se adapta a los datos es asimétrica y en la que no hay gran diferencia de dispersión entre los datos (Véase Gráfica No. 5).

GRAFICA No. 5

PRUEBA DE RENDIMIENTO ESCOLAR # 1



Calificaciones

4.2.2 PRUEBA DE RENDIMIENTO ESCOLAR No. 2

La forma en que se desarrollaron los niños estudiados en la investigación en la prueba de rendimiento escolar No. 2 se caracterizó por una medida de 84.02, una mediana de 81.3 y una moda de 92, una desviación estándar de 8.6 una intercuartilar de 10.7 y un rango de dispersión de 31.

En el intervalo 61 a 70 se encuentra el 20.5% de la muestra, entre el 71 y 80 el 17.6%, entre el 81 y 90 el 17.6 y entre 91 y 100 el 44%.

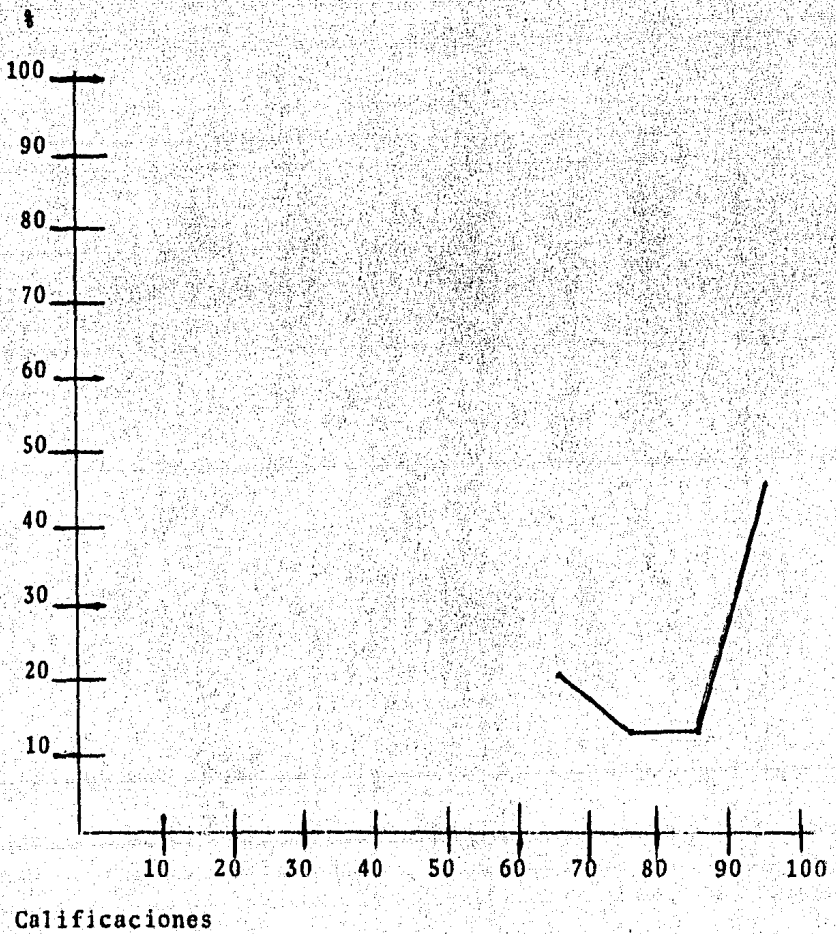
Por debajo del puntaje 71.5 se encuentra el 25% de la muestra ; por debajo del 84.02 , el 50% y por debajo del 92.2 está el 75%.

El 68.26% de los resultados cae dentro del 75.42 al 92.62 .

Son una simetría de .940 y una kurtosis de .66 se puede decir que la curva que mejor se asemeja a los datos - tiene una simetría aceptable a la vez que es platicúrtica - en la que no hay gran diferencia entre los datos. (Véase -- Gráfica No. 6).

GRAFICA No. 6

PRUEBA DE RENDIMIENTO ESCOLAR No. 2



4.2.3 PRUEBA DE RENDIMIENTO ESCOLAR No. 3

El modo en que se desempeñaron los estudiantes investigados en la prueba de rendimiento escolar No. 3 se caracterizó por una media de 92.5 , una mediana de 91.5 y una moda de 90.9 , una dispersión de 21, una desviación estándar de 1.7 y una intercuartilar de .975 .

El 5.8% de la muestra obtuvo puntajes correspondientes al intervalo 71 a 80; el 17.6% cae entre 81 a 90 y el 76.4% entre 91 a 100 .

Por debajo del valor de 90.5 se encuentra el 25% de la muestra; debajo de 92.5 , el 50% y debajo de 94.6 el 75% .

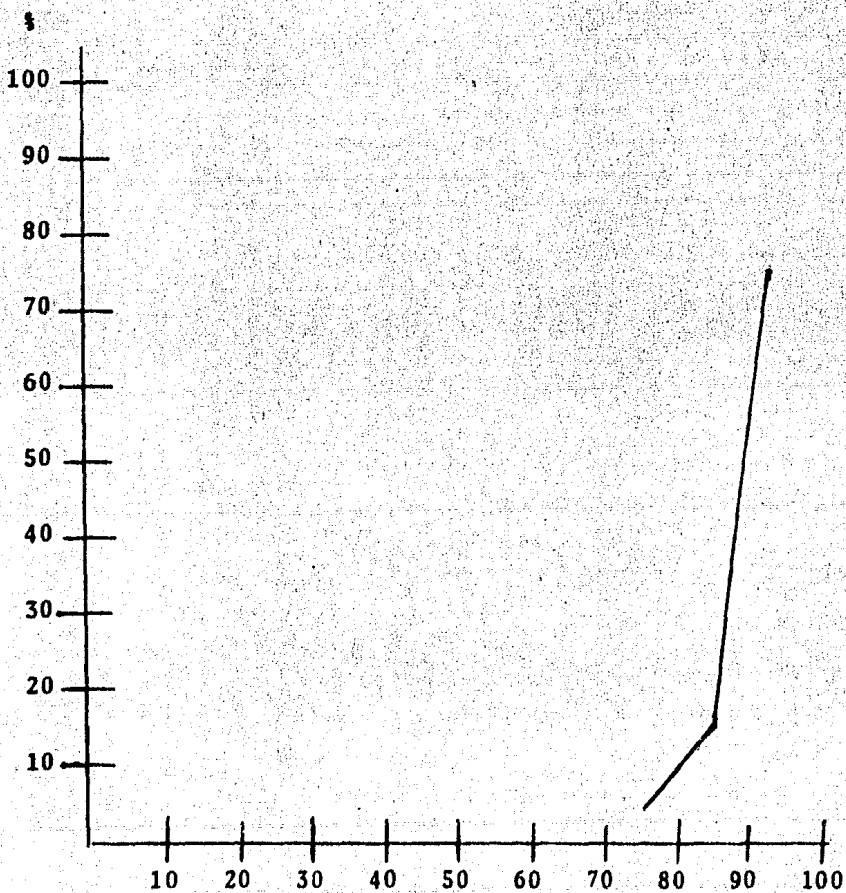
Entre las calificaciones de 90.8 y 92.5 se encuentra el 68.26% de la muestra; entre el 89.1 y el 95.9 , el 95.4% , y entre el 87.4 y el 97.6 , el 94.76% .

Con una asimetría de 1.76 y una kurtosis de .172 se puede decir que la curva que mejor se adapta a los datos es asimétrica y leptocúrtica, es decir, está nutrida de casos medios y en la que hay gran diferencia entre los datos. (Véase Gráfica No. 7).

GRAFICA No. 7

PRUEBA DE RENDIMIENTO ESCOLAR

No. 3



Calificaciones

4.2.4 COMPARACION DE LAS PRUEBAS DE RENDIMIENTO ESCOLAR

El grado de dificultad de las tres pruebas aplicadas es muy variado, lo cual se refleja en el desempeño de los alumnos. Después de hacer una comparación de las tres, se llegaron a las siguientes conclusiones :

- 1.- La gama de dispersión de las calificaciones es muy dispereja. Para el examen No. 1, los valores se distribuyen en un rango de dispersión de 51; para el examen No.2, en un rango de 31; y para el examen No. 3, los valores se distribuyen en una gama de 21. Esto significa que para la prueba No. 1, la distribución de los valores es mayor, en la prueba No. 3 es muy pequeña, y para la prueba No. 2, es intermedia en relación a los exámenes 1 y 2.
- 2.- Los puntajes más bajos se ubican en las diferentes pruebas en forma distinta. Para el examen No. 1, el punto medio es de 40.5 con una frecuencia acumulada de 5.8%. Para el examen No. 2, el punto medio es de 60.5 con una frecuencia acumulada de 20.5% y para el examen No. 3, el punto medio es de 70.5 con una frecuencia acumulada de 5.8%.
- 3.- En cuanto al valor del punto medio en el que concurren en forma significativa los tres exámenes, cae en el 70.5 . Para el examen No. 1 corresponde el 58.6% de frecuencia acumulada (un poco más de la mitad de la muestra); para

el examen No. 2 corresponde el 38.1% de las frecuencias (un poco más de un tercio de la muestra); y para el examen No. 3 corresponde el 5.8% de las frecuencias acumuladas (un poco más de la décima parte de la muestra).

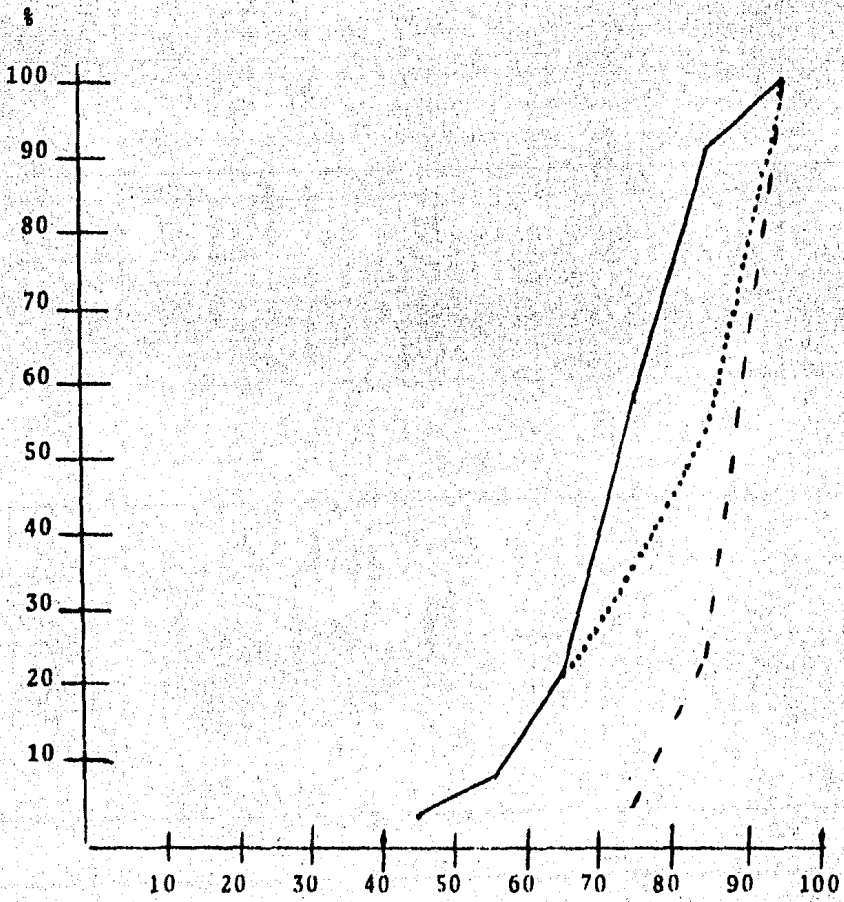
- 4.- El punto medio promedio de las tres pruebas es de 80.5% en el cual concurren de la siguiente manera: En el examen No. 1, el 90.9% de las frecuencias acumuladas (casi toda la muestra). En el examen No. 2, el 55.7% de frecuencias acumuladas (un poco más de la mitad de la muestra), y en el examen No. 3, el 23.4% de frecuencias acumuladas (un poco menos de una cuarta parte de la muestra).

Así pues, se tiene que el examen No. 1 presenta mayor dificultad, el examen No. 2 una dificultad media y el examen No. 3, una dificultad muy leve.

Si se tomara cada uno de estos exámenes por separado como parámetros para la determinación del aprendizaje matemático y, por ende, para el otorgamiento de la promoción, la situación sería correspondiente al grado de dificultad de los mismos; de tal manera que para el examen No. 3, el 76.4% de la muestra obtuvo un excelente aprendizaje; en el examen No. 2, el 44.1%; y para el examen No. 3, el 8.8% (Véase Gráfica No. 8).

GRAFICA No. 8

COMPARACION DE LAS TRES PRUEBAS
DE RENDIMIENTO ESCOLAR



Calificaciones

Acotaciones

Examen No. 1 _____

Examen No. 2
.....

Examen No. 3 - - - - -

4.2.5 CONFORMACION DE LA PRUEBA DE RENDIMIENTO ESCOLAR EXPERIMENTAL.

Debido a que los instrumentos con los que se determina el aprendizaje matemático tiene gran variabilidad es necesario, para continuar con la línea directriz de la investigación, encuadrar todos estos exámenes en una unidad experimental que brinde una varianza más pequeña. Para ello, se trabajarán las tres pruebas de rendimiento escolar como una sola para posibilitar de cierta forma una compensación y un límite de variabilidad individual y grupal menor. De la fusión de estas tres pruebas en una, se obtuvieron los siguientes datos :

Un rango de dispersión de 26, una desviación estándar de 8.04 y una intercuartilar de 6.5 .

El 32.3% de la muestra se encuentra en el intervalo de 71 a 80, el 44.1% de la muestra está en el intervalo de 81 a 90 y el 23.5% se encuentra en el intervalo de 91 a 100. (Véase Gráfica No. 9).

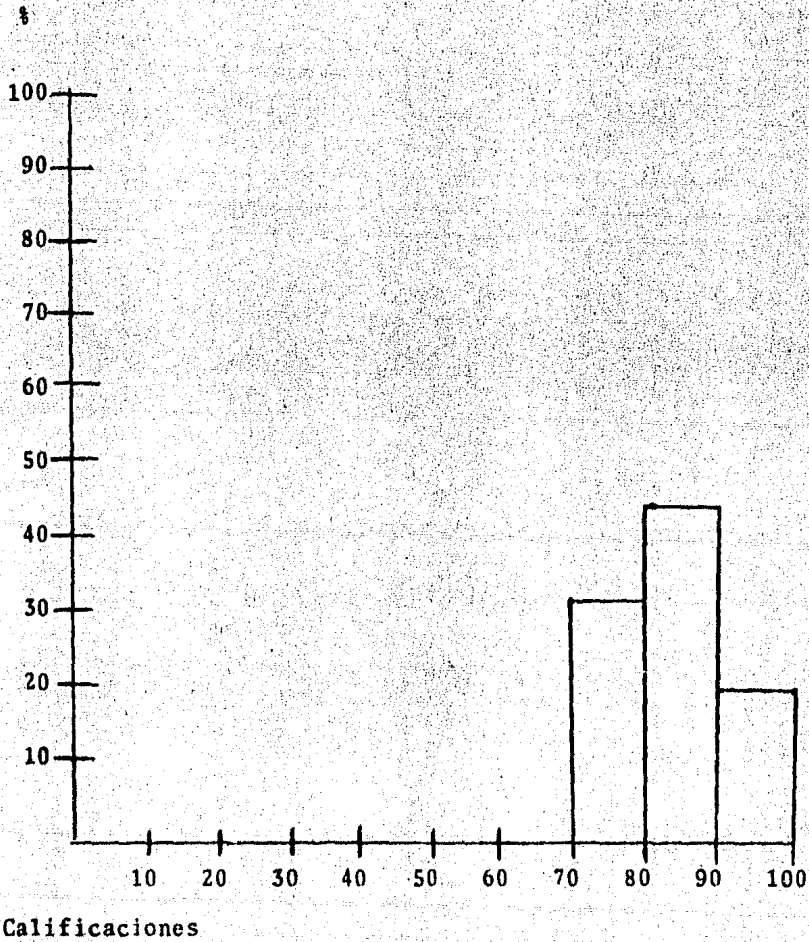
Por debajo del valor de 78.6 se encuentra el 25% de la muestra. Por debajo del puntaje de 85.14 se encuentra el 50% de la muestra, y por debajo del 91.6 está el 75% de la muestra. (Véase Gráfica No. 10).

Entre las calificaciones de 77.1 y 93.1 está el 68.26% de las calificaciones de la muestra; entre el 69.1% y el 93.4 esta el 95.4% de la muestra. (Véase Gráfica No. 11).

Con una asimetría de .075 y una kurtosis de .564 , se puede decir que la curva que mejor se adapta a los datos es simétrica y platicúrtica en donde no hay grandes diferencias entre los datos.

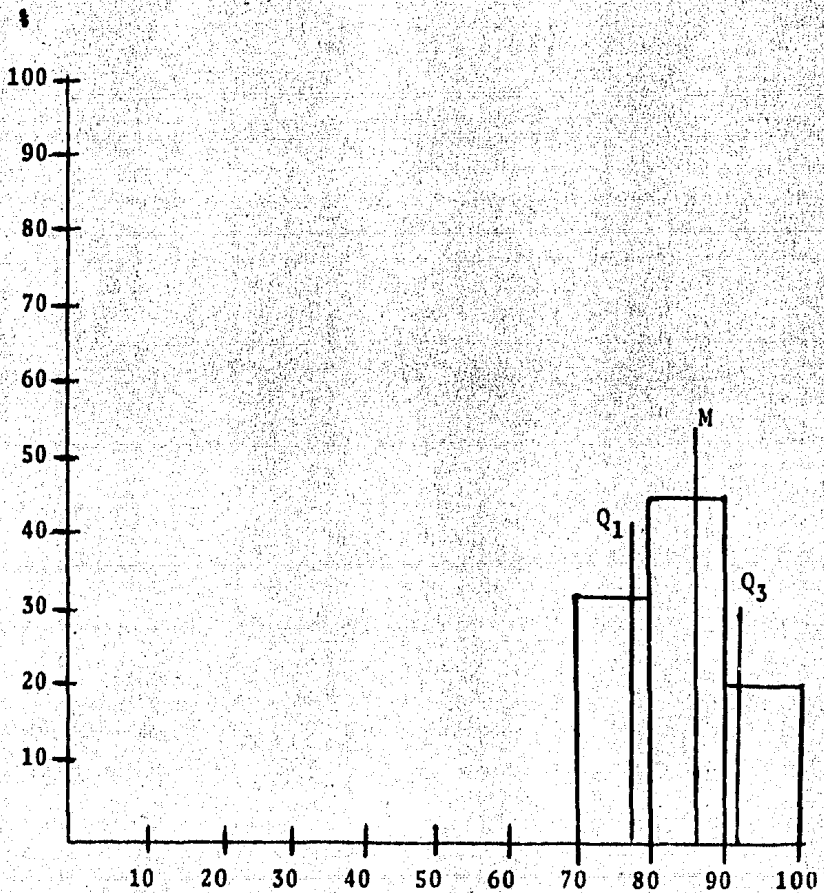
GRAFICA No. 9

DISTRIBUCION POR INTERVALO DE CLASE.
PRUEBA EXPERIMENTAL



GRAFICA No. 10

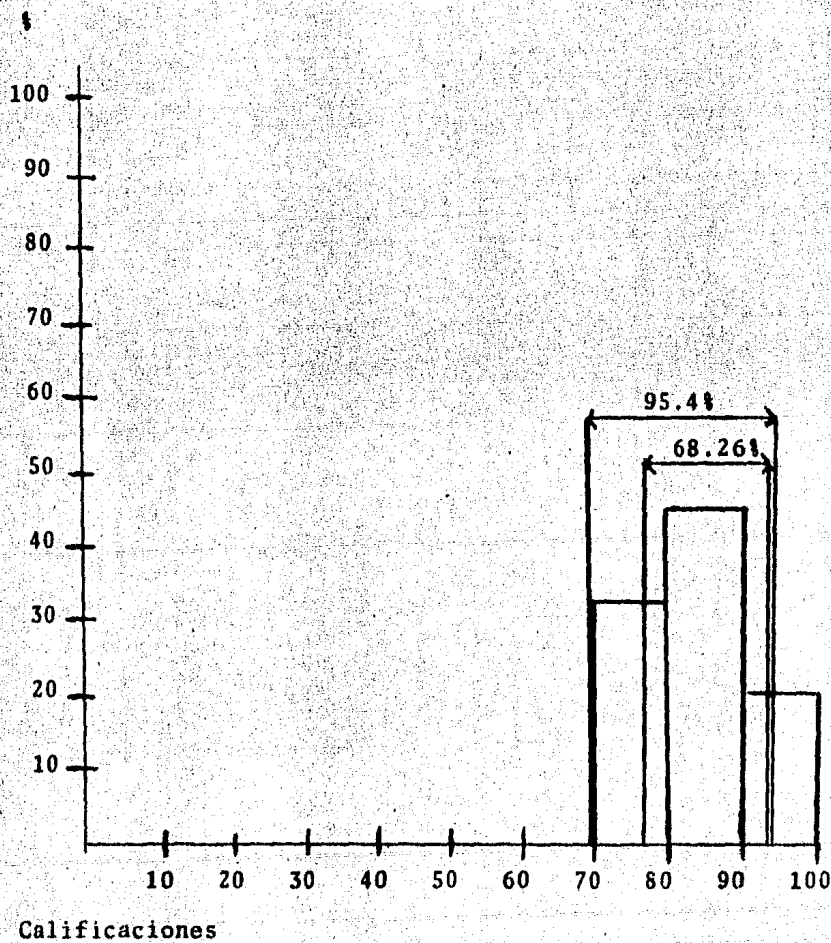
POSICIONES CUARTILARES. PRUEBA
EXPERIMENTAL



Calificaciones

GRAFICA No. 11

DISTRIBUCIONES ESTANDAR PRUEBA EXPERIMENTAL



4.3 ANALISIS DE CORRELACION

Uno de los aspectos fundamentales en toda la investigación teórico-práctica, es el poder saber, por una parte, si los datos que se obtienen se encuentran interrelacionados de alguna forma y, por la otra, poder determinar si las correlaciones que se obtienen dentro de la muestra son representativas del universo del que fueron extraídos los sujetos investigados. Para ello, el empleo de la estadística inferencial es sumamente importante. En el caso de la presente investigación, la aprobación y/o el rechazo del planteamiento hipotético estará determinado por los resultados que arrojen las pruebas no paramétricas de χ^2 de independencia para el caso de una muestra y el coeficiente de contingencia.

4.3.1 LA OPERACIONALIZACION DE VARIABLES

En tanto que la variable correspondiente a estructuras lógico-matemáticas se ha operacionalizado con base en la noción elemental del número natural como no operatorio, pre-operatorio y operatorio, la variable correspondiente a rendimiento escolar se ha operacionalizado con base en los cuartiles obtenidos de la fusión de las tres pruebas en una sola como rendimiento escolar bajo (por debajo del cuartil 1), rendimiento escolar regular (alrededor del cuartil 2) y rendimiento escolar alto (por arriba del cuartil 3).

Al ubicarse los resultados de las dos variables en un cuadro de doble entrada, se conformaría de la siguiente manera (Véase Cuadro No. 1).

CUADRO No. 1

OPERACIONALIZACION DE
VARIABLES

ESTRUCTURAS LOGICO MA REN- DIMIEN TO ESCO- LAR.	NO OPERATORIA	PRE OPERATORIA	OPERATORIA	
BAJO	2	5	2	9
REGULAR	2	12	2	16
ALTO	2	5	2	9
	6	22	6	

NOTA: Los números que aparecen en cada celdilla corresponden al número de individuos que se ubican en cada una de ellas.

- El 15% de los niños tienen estructuras cognitivas no operatorias.
- El 70% de los niños tienen estructuras cognitivas pre-operatorias.
- El 15% de los niños tienen estructuras cognitivas operatorias.
- El 26.4% de los niños tienen un rendimiento escolar bajo.
- El 47% de los niños tienen un rendimiento escolar regular.
- El 26.4% de los niños tienen un rendimiento escolar alto.
- El 5.8% de los niños tienen un rendimiento escolar bajo con estructura cognitiva no operatoria.
- El 5.8% de los niños tienen un rendimiento escolar regular con estructura cognitiva no operatoria.
- El 5.8% de los niños tienen un rendimiento escolar alto y estructuras cognitivas no operatorias.
- El 14.7% de los niños tienen un rendimiento escolar bajo y estructuras cognitivas pre-operatorias.
- El 35% de los niños tienen un rendimiento escolar regular y estructuras cognitivas pre-operatorias.
- El 14.7% de los niños tienen un rendimiento escolar alto y estructuras cognitivas pre-operatorias.
- El 5.8% de los niños tienen un rendimiento escolar bajo y estructuras cognitivas operatorias.
- El 5.8% de los niños tienen un rendimiento escolar regular y estructuras cognitivas operatorias.
- El 5.8% de los niños tienen un rendimiento escolar alto y estructuras cognitivas operatorias.

4.3.2 LA PRUEBA DE χ^2 DE INDEPENDENCIA.

El hecho de que un niño saque una determinada calificación no expresa la presencia o la ausencia de problemas de aprendizaje del cálculo.

Determinando un valor de significancia de $\alpha = .05$ para $N = 34$ estableciendo una región de rechazo de hipótesis si el valor observado de χ^2 es tal que la probabilidad asociada con su ocurrencia a 4 grados de libertad sea igual o menor que $\chi_{1-\alpha}^2 = \chi^2_{.95} = 9.49$ se tiene dado que $\chi^2 = 3.4168$ se rechaza la hipótesis de dependencia de H_0 y por lo tanto se acepta H_a en donde se plantea la no dependencia entre estructuras cognitivas y el aprendizaje matemático formalizado.

Con este análisis queda de manifiesto que una calificación bien puede expresar un aprendizaje de tipo memorístico de fórmulas y técnicas pero que muy difícilmente pueden expresar un aprendizaje por comprensión.

4.3.3 COEFICIENTE DE CONTINGENCIA

Los datos aportados por la prueba de χ^2 de independencia para la muestra son sumamente interesantes. Pero, ¿que tan valiosos son en relación al universo del que fueron extraídos?.

Con un coeficiente de Contingencia $(c) = 8.3056$ se determina que la probabilidad asociada a $.05$ para $N = 34$ es tal que la correlación observada en la muestra es significativa para el universo del que ésta fué extraída.

Así pues, ha de esperarse que los resultados de -- las 34 observaciones efectuadas muy probablemente sean com-- partidas por los 214 estudiantes de la escuela donde se efec-- tuó la investigación.

4.4 COMENTARIOS

La postura oficial en cuanto al ingreso de los niños a la educación primaria básica es que deben contar con seis años cumplidos ya que, según espera la Secretaría de -- Educación Pública, los pequeños de esta edad ya cuentan con una serie de capacidades que les permitirá iniciarse en la -- experiencia escolar en general y acceder a las matemáticas y a la lecto-escritura en particular. Por su parte, la teoría psicogenética afirma que los niños que se encuentran al rede-- dor de los siete años de edad cronológica supuestamente ya -- deberían haber arribado al periodo de las operaciones concre-- tas, lo cual implica una capacidad mental de reversibilidad, transitividad y descentratamiento que, en el área matemática, posibilita el acceso al número y a su operatividad. En el -- caso de los 34 niños investigados se tiene que, pese ya ha-- ber cumplido con el requisito cronológico impuesto por la -- Secretaría de Educación Pública para cursar el primer año de primaria, y por sobre los supuestos de la teoría psicogenéti-- ca de Piaget en cuanto a cronología abarcativa de los perio-- dos, solamente el 18% de ellos cuentan con las estructuras -- cognitivas necesarias para sustentar el aprendizaje matemáti-- co formal. Con una edad cronológica promedio de siete años ocho meses, la distribución modal en cuanto a estructuras -- cognitivas es la pre-operatoria,

De la realidad anterior, podemos desprender que el índice "edad" no puede considerarse como indicador absoluto

para determinar cuándo un niño se encuentra apto para iniciarse en una nueva experiencia como lo es el aprendizaje formal de la matemática, ya que su nivel de madurez estará determinado por muchos otros factores que van más allá de la edad. Para el caso de esta materia, las experiencias lógico-matemáticas son vitales y éstas son adquiridas en buena medida en forma independiente de la edad cronológica; el hecho de que un niño tenga seis, siete u ocho años, no asegura de ninguna manera que cuente con un pensamiento de tipo operatorio y, a la vez, tampoco implica que éste esté comprometido con el aprendizaje formal matemático.

Dada la importancia que tienen las experiencias lógico-matemáticas para la autoconstrucción de las estructuras cognitivas solidarias al pensamiento matemático formal, es necesario que todos aquellos niños que aún no logran la consolidación del pensamiento operatorio -el 82% para el caso de la muestra investigada-, puedan actuar sobre objetos para descubrir propiedades por abstracción a partir, no de los objetos como tales sino de las acciones que ejerza sobre ellos; ya que de no cimentarse de esta forma los soportes del aprendizaje formal de la matemática no se podrá en términos generales, desarrollar el pensamiento lógico-cuantitativo y relacional (objetivo general propuesto por la Secretaría de Educación Pública para el aprendizaje de la matemática en el primer año) puesto que no se puede desarrollar algo que ni siquiera se tiene establecido.

Cuando prevalece en forma eminente la cualificación, (en la muestra el 15%) resulta sumamente difícil que el niño pueda comprender las relaciones que se establecen en la cantidad extensiva ya que aún no tienen la madurez necesaria

para poder establecer relaciones intermedias entre los elementos en cuanto a un todo y de los elementos entre sí de ese mismo todo. Ante esta carencia, resulta casi imposible que el niño comprenda las relaciones que guardan los números entre sí en cuanto a sistemas numerables y en cuanto a sistema decimal, como componentes esenciales del grupo aditivo y -- multiplicativo al que se espera que acceda al final del primer año de primaria.

Así para que un niño pueda acceder adecuadamente a la incorporación de los aprendizajes matemáticos formales -- iniciales se requiere que cuente con las estructuras cognitivas de reversibilidad, de transitividad y de anticipación, -- que haya superado la centración y el egocentrismo --en el caso de la muestra solo el 18%-- no como obligación impuesta si no como requisito necesario para la comprensión de los procesos matemáticos básicos de los números enteros y de sus grupos aritméticos más notables; el aditivo y el multiplicativo.

Si se considera que el niño que tiene problemas de aprendizaje del cálculo es aquel que se encuentra retrasado en algún aspecto del desarrollo normal de las habilidades -- mentales cognitivas en lo referente a la realización de las operaciones necesarias para determinar el valor de una cantidad cuya relación con otras ha de conocerse, tenemos que, el 82% de los casos investigados presentan problemas de aprendizaje del cálculo. Este alto porcentaje de infantes no dominan la cantidad extensiva, y por ende, no comprende los principios del número entero y su operatividad ya que no cuentan o no tienen bien definidas las estructuras cognitivas operatorias que posibilitan el acceso comprensivo a éstos.

En la forma en que es apreciado, y los aspectos a considerar en la determinación de la existencia del aprendizaje matemático, por lo menos en lo que corresponde al número entero y su operatividad, la Secretaría de Educación Pública da un amplio margen de libertad para que cada organismo o institución educativa fije los elementos que considera más importantes para otorgar la promoción escolar o, en su defecto, obligar la repetición del ciclo. El único requisito que el organismo oficial impone es que los parámetros elegidos se encuentren dentro de los lineamientos generales propuestos para esta área. Por esta razón, tenemos que las pruebas empleadas como exámenes finales utilizados por distintas instituciones muestran, en diferentes jerarquías, los aspectos a considerar para aprobar o reprobar a un niño. Así tenemos que :

- 1.- El examen No. 1 califica con base en 19 reactivos, manejando la cuantificación de éstos hasta centena. Le da 10% de importancia al establecimiento del concepto del número; un 15% al empleo de los signos mayor que, menor que e igual y a la idea de antecesor y sucesor; un 15% al conocimiento del concepto de base en un sistema de numeración y aplicación de éstos en el uso de sistemas de numeración decimal; un 26% al establecimiento de los conceptos de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división (aunque sólo propone reactivos de suma y resta); y un 31% a la aplicación de las propiedades de las operaciones de los algoritmos en resolución de operaciones y problemas.

2.- *El examen No. 2* califica con base en 7 reactivos manejando la cuantificación de éstos hasta unidades de millar. Le da un 28% de importancia al establecimiento del concepto de número; un 14% al empleo de los signos mayor que, menor que, e igual y a la idea de antecesor y sucesor; no toma en cuenta la calificación del conocimiento del base y posición en un sistema de numeración decimal; un 28% al establecimiento de los conceptos de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división (aunque solamente propone reactivos de suma y resta); y un 28% a la aplicación de las propiedades de las operaciones de los algoritmos en la resolución de operaciones y problemas.

3.- *El examen No. 3* califica con base en 19 reactivos manejando la cuantificación de éstos hasta la novena decena pero con un predominio notable de unidades. Le da un 42% de importancia al establecimiento del concepto de número; un 10% al empleo de los signos mayor que, menor que e igual teniendo idea de sucesor y antecesor; un 10% al conocimiento del concepto de base y posición en un sistema de numeración y aplicación de éstos en el uso de sistemas de numeración decimal; un 26% al establecimiento de las operaciones de suma y resta, multiplicación y división (aunque solo propone reactivos de suma y resta); y un 10% a la aplicación de las propiedades de las operaciones de los algoritmos, en la resolución de operaciones y problemas.

En síntesis tendríamos un cuadro como el que sigue:

CONCEPTOS	PRUEBAS					
	1		2		3	
	# de reactivos		# de reactivos		# de reactivos	
Establecimiento del concepto de número.	2	10	2	28	8	42
Empleo de los signos mayor que, menor que e igual teniendo idea de antecesor y sucesor.	2	15	1	14	2	10
Conocimiento del concepto de base y posición en un sistema de numeración decimal.	3	15	-	--	2	10
Establecimiento de los conceptos de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división.	5	26	2	28	5	26
Aplicación de las propiedades de los algoritmos en la resolución de operaciones y problemas.	6	31	2	28	2	10

NOTAS :

PRUEBAS

- 1 18 reactivos, manejando una cuantificación hasta una centena.
- 2 7 reactivos, manejando una cuantificación hasta unidades de millar.
- 3 19 reactivos, manejando una cuantificación hasta la novena decena pero con predominio de unidades.

Como se ve, el margen de libertad que tienen las distintas instituciones para determinar qué aspectos calificarán y el grado de dificultad de ellos para dar un juicio acerca de si los estudiantes han aprendido o no con base en si han adquirido el aprendizaje matemático esperado o no, y teniendo como punto de referencia a las pruebas de rendimiento escolar y determinando, con base a un criterio absoluto, una calificación de seis, se tiene que el desempeño es bastante aceptable, de tal manera que en el examen No. 1, el 84% de los niños han aprendido; en el examen No. 2, el 100%; y para el examen No. 3, también el 100%. Como el parámetro empleado como indicador de la existencia de un aprendizaje o la carencia o deficiencia de tal, es el desempeño en las pruebas de rendimiento escolar, se tendría que según el examen No. 1 solamente el 16% tienen un deficiente rendimiento escolar. Considerando estos resultados, el objetivo propuesto por la Secretaría de Educación Pública, en los términos en que es manejada la práctica educativa respaldada por esta misma institución, se ha cumplido cabalmente, a excepción del examen No. 1, donde un 16% no ha tenido un buen rendimiento escolar.

Dada la conceptualización diferente que tienen las tres pruebas en cuanto al peso dado a los aspectos a calificar, el grado de dificultad de éstos y al emplear como criterio en la determinación de si se ha adquirido el aprendizaje matemático o no y el tipo de éste, se fusionaron los tres exámenes en uno y se tomó para la determinación de la calificación de éstos un criterio relativo, de tal manera que a partir del desempeño promedio de los estudiantes en las tres pruebas se determinaría, para motivos de la investigación, el criterio para calificar el aprovechamiento escolar. Al

tomarse esta postura, lo que se pretendió fue tratar dentro de lo posible, de normalizar las situaciones discrepantes -- que se presentaron con los instrumentos empleados para la -- calificación del aprendizaje matemático formal. Así, teniendo un promedio de calificación de 85.14, y por medio del empleo de las medidas de posición relativas, tendríamos a un -- 25% de la población por debajo de una calificación de 78.6%; otro 25% arriba de 91.6, y el resto de los estudiantes alrededor de la media; con base en este criterio, se considera -- que los que están por debajo de una calificación de 78.6 tienen un rendimiento escolar bajo, los que están por arriba -- del 91.6 tienen un rendimiento escolar alto y los que se encuentran entre una calificación de 78.6 y 91.6 su rendimiento escolar es regular.

Cabe aclarar que la forma en que fue normalizada -- la variable correspondiente al rendimiento escolar tiene como una de sus peculiaridades el ser compensatoria, ya que -- los resultados obtenidos en los tres exámenes se balancean. Así mismo es importante aclarar que la forma en que fueron -- determinados los grupos característicos correspondientes al rendimiento escolar con base en las posiciones relativas, -- son válidas para la muestra, de tal manera que si se efectuara el estudio con otra población, probablemente los intervalos establecidos por medio de las medidas de posición relativa serían otros.

Habiéndose operacionalizado las dos variables es -- importante comentar la correlación de ambas :

Conforme a los datos que proporciona el perfil lógico-matemático del Diseño Monterrey y con lo ya comentado,

tenemos que solamente el 18% de los niños se encuentran cognitivamente aptos para el aprendizaje formal de la matemática; en contraste a esto, era de esperarse que igual porcentaje de niños tuviera un rendimiento escolar alto si se considera a las pruebas de rendimiento escolar como adecuados indicadores del aprendizaje; sin embargo, tenemos que aprueban con excelentes calificaciones un 26.4%; por el otro lado, -- conforme a los resultados de las pruebas operatorias, el porcentaje de niños que tuvieron estructuras cognitivas no operatorias deberían ser el mismo al de niños con rendimiento escolar bajo; sin embargo, tampoco fue así, ya que el 26.4% de los niños tienen un bajo rendimiento escolar. Estos contrastes posibilita enjuiciar si se ha adquirido o no un aprendizaje y, sobre todo se justifica el tipo de éste, ya que si se considera a la memorización de fórmulas y técnicas como aprendizaje, entonces, 73.5% de los casos lo tendrían a un nivel bastante aceptable.

A partir de los contrastes observados entre las variables estudiadas y los resultados obtenidos de la correlación de ambos mediante el empleo de pruebas sencillas pero significativas de la estadística inferencial, resulta sumamente interesante el encontrar que habiendo un 5.8% de niños con estructuras cognitivas operatorias tienen un rendimiento escolar por debajo del promedio y el mismo porcentaje se encuentra en la situación contraria; presentan un rendimiento escolar alto poseyendo estructuras cognitivas no operatorias. (es importante mencionar que para los motivos de la investigación, el análisis de los casos intermedios no se considera muy significativo; sino sólo los extremos pues son los que brindan mayor información.)

La justificación que podría dar a tales hechos es que la evaluación formal del aprendizaje matemático se basa más en la memorización y el empleo automático de los algoritmos, fórmulas y técnicas que en la comprensión y el razonamiento de los procesos que en ellos se involucran de tal manera, que, lo más importante es obtener un resultado sin preocuparse demasiado por la comprensión del proceso que lleva a tal. Así, lo que se exige como aprendizaje matemático, está muy lejos de lo que realmente debería ser: comprensión y razonamiento de las nociones que se involucran en las fórmulas y las técnicas matemáticas para poderlas utilizar de manera adecuada. Obviamente, para poderse llevar a cabo un aprendizaje en los términos como los he formulado, es requisito indispensable que el individuo, antes de iniciarse en el aprendizaje formal de la matemática, cuente con los soportes lógicos-matemáticos que han de comprometerse en tal, ya que la esencia es el conducirlo hacia una reflexión dirigida, pero más abstracta y generalizada acerca de las estructuras operatorias de la inteligencia que él emplea en su desempeño.

Por otra parte, al calificar las pruebas de rendimiento escolar mas bien la memoria que la comprensión no pueden ser indicadores confiables en la detección de los problemas de aprendizaje del cálculo en los términos en que se ha definido tal concepto porque mientras que según las pruebas de aprovechamiento el 26.5% de la muestra tienen un rendimiento escolar inferior al promedio, el perfil lógico matemático del Diseño Monterrey nos indica que el 82% de los niños tienen problemas de aprendizaje en los términos siguientes: "estos niños no memorizan tan bien como sus compañeros", definición que no corresponde a la presentada en este trabajo.

Según las pruebas de rendimiento escolar, tenemos que el 26.4% tiene probablemente problemas de aprendizaje en los términos que éste parámetro indica; pero desde el análisis de las estructuras cognitivas y desde la posición de este trabajo, tenemos que el 82% de la muestra tienen problemas de aprendizaje. Haciendo un ajuste entre las dos variables tendríamos que del 26.4% de los niños que en las pruebas de rendimiento escolar obtuvieron un rendimiento bajo, desde la perspectiva de estructuras lógico-matemáticas solamente el 20.5% justifica tal calificativo porque no cuentan con estructuras cognitivas adecuadas. Por otra parte, solamente del 26.4% que en las pruebas de rendimiento escolar califican como bueno, solamente se justifican cognitivamente hablando, el 20.5% porque cuentan con estructuras lógico-matemáticas adecuadas.

En tanto que las pruebas de rendimiento escolar detectan un 26% de niños con problemas de aprendizaje, las pruebas operatorias detectan 82% de los niños detectados por las pruebas de rendimiento escolar (26%), desde la postura psicogenética, solamente requieren de educación especial el 20.5% -ya que el 5.5 restante tiene un rendimiento escolar bajo pese a tener estructuras cognitivas operatorias. La diferencia que hay entre el 82% de niños con problemas de aprendizaje y el 20.5% detectado por un rendimiento escolar deficiente es de 61.5%; el 20.5% de niños detectados aunque probablemente sean canalizados a un servicio especializado de psico-pedagogía y logren superar el verdadero problema de aprendizaje que presentan, esto es, muy probablemente logren comprometer las estructuras cognitivas de su inteligencia con los razonamientos matemáticos. Para el caso del 61.5% restante es completamente distinto ya que al tener un rendi---

miento escolar promedio, y en algunos casos superior a éste, los verdaderos problemas de aprendizaje del cálculo muy difícilmente serán detectados porque conforme a los criterios establecidos por la escuela, estos niños "han aprendido" -aunque solamente sea de memoria- ; mientras que lo importante a evaluar sea la memoria, estos niños no tendrán mayores dificultades; los problemas se manifestarán, probablemente cuando se le exija un nivel de comprensión de los principios matemáticos para lograr la promoción; es en este momento cuando los escolares ingresarán a la lista de fracasados escolares, ya sea por una reprobación persistente o una deserción escolar.

Si no se quiere que aumente el número de niños que desertan o que son reprobadores en los niveles superiores a causa de esta materia y que muchas de las elecciones vocacionales no se basen en la ausencia de la matemática en el plan de estudios, es necesario que desde que se empieza su formalización se evite un desfase entre la matemática y el individuo, entre lo que supuestamente debe aprender por matemáticas y lo que realmente habría de aprenderse.

Si de 34 niños tenemos que el 82% de ellos tiene problemas de aprendizaje, significa que la gran mayoría requiere una atención especial, esto es, necesitan que se emplee una metodología mas acorde a sus necesidades porque no logran aprender al nivel que se espera a través de los métodos que utiliza la escuela común; de ahí que se concluya que al no ser la metodología que utiliza la escuela común la más idónea para la mayoría de los niños entonces sea necesario replantear la práctica educativa en lo concerniente a esta área por lo menos.

En la elección de la población sobre la que se trabajó, intervino el interés justificado que fuera un universo un tanto "óptimo" en el que factores como alimentación, sustrato cultural, higiene, entre otros ya mencionados, pudieran interferir en los resultados (no niego que quizá la muestra se podría haber encontrado contaminada por otra serie de factores que escaparon a mi posibilidad de contemplarlos, pero es bien sabido de todos que las muestras "puras" muy difícilmente pueden encontrarse porque el individuo está influido por muchísimos factores que lo hacen ser único y diferente al resto de los demás). El mencionar esta justificación viene al caso por lo siguiente: estos 34 niños son representativos de una población total de 214 y si esto sucede con aquellos que no tienen limitaciones socio-económicas-culturales es de suponerse que hay mayor probabilidad de que el porcentaje de problemas del cálculo aumente en un medio menos favorecido.

Si se quiere que realmente haya un aprendizaje matemático, que disminuya la cantidad de niños que presentan problemas de aprendizaje en esta área, que la deserción escolar, la reprobación y los fracasos escolares disminuyan y -- que la elección vocacional no se efectue -- en muchos de los casos -- con base a la ausencia de esta ciencia, sería recomendable hacer una revisión más profunda y más abarcativa en el que se contemplen todos los aspectos que de alguna manera son determinantes en la práctica educativa mexicana para poder formular una metodología adecuada a la enseñanza del cálculo y que se evite el énfasis en los automatismos con el fin de favorecer la evolución espontánea mediante ejercicios que susciten el espíritu de búsqueda, de creación y de razonamientos

fundamentados en el análisis de la situación indispensable a las matemáticas, ya que su aprendizaje requiere del razonamiento desde el comienzo y no solamente del aprendizaje limitado de simples mecanismos del cálculo como fórmulas dadas - pero no comprendidas.

CONCLUSIONES

Casi todas las actividades que el hombre desarrolla requieren del empleo de la matemática, la cual tiene como objetivo el estudio de la cantidad calculable.

Calcular significa hacer las operaciones necesarias para determinar el valor de una cantidad cuya relación con otras se conoce.

La noción del cálculo se basa en la cardinación, la ordinación la numeración decimal y las funciones operativas de adición, sustracción multiplicación y división.

Cantidad es todo aquello que es capaz de aumento o disminución y, por tanto, puede medirse o numerarse.

Los problemas de aprendizaje del cálculo caen dentro de la rama de problemas de aprendizaje, la cual es una de las áreas de la educación especial.

Todos aquellos niños que no logran aprender al nivel que se espera a través de los métodos que utiliza la escuela común, son sujetos con requerimientos de educación especial.

Las dificultades del aprendizaje son el resultado de un retraso en algún aspecto del desarrollo de las habilidades mentales.

Un niño que presenta problemas de aprendizaje del cálculo es debido a que se encuentra restasado en algún as-

pecto del desarrollo de las habilidades mentales cognitivas en lo referente a la realización de las operaciones necesarias para determinar el valor de una cantidad cuya relación con otras ha de conocerse.

Desde la perspectiva médica, los problemas que presenta el individuo para efectuar cálculos matemáticos tienen como etiología una lesión cerebral, la cual está asociada -- con una lesión en el lóbulo occipital, a un síndrome de localización parieto-occipital izquierda y a una lesión de las divisiones interparietales correspondientes.

La perspectiva psico-pedagógica considera que las dificultades que se presentan en el aprendizaje del cálculo están relacionadas con una inmadurez ya sea biológica, psíquica o social, de tal manera que aspectos como la falta de organización viso-espacial, la capacidad de integración no verbal, de capacidad auditiva, una distorsión de la imagen corporal, una falta de integración viso-motora, una lateralidad indiferenciada y una inmadurez en relación al contacto y a la comunicación social, entre otros aspectos, contribuyen a que aparezcan las dificultades antes mencionadas.

El aprendizaje, desde la teoría psicogenética, es un proceso en el que el individuo pone en juego los procesos de asimilación y de acomodación para lograr mejores formas de equilibrio que traerán consigo una adaptación más móvil y, por ende, más estable.

El orden en el que se suceden las distintas etapas, niveles o períodos por los que atraviesa el niño en su desa-

rollo siempre es el mismo para todos, lo único que cambia de un individuo a otro es la rapidez o la lentitud con los que se consolidan las estructuras y se pasan de una a otras.

Dado que el aprendizaje consiste en la adquisición de conocimientos por las relaciones sucesivas en el tiempo y en función de las relaciones con los objetos, se tiene que, con base en ambos aspectos, se debe conceptualizar todo aprendizaje.

Las investigaciones que se han efectuado en nuestro país en torno a los problemas de aprendizaje del cálculo han sido realizadas, principalmente, por La Dirección General de Educación Especial bajo la coordinación de la doctora Margarita Gómez Palacios a partir de 1974 con el nombre de Proyecto Monterrey.

En tanto que la psicogenética se avoca al estudio de las estructuras lógico-matemáticas presentes en las operaciones y acciones que dirigen el proceder del individuo sin que éste las perciba como tales, la matemática, por medio de un lenguaje más sofisticado que implica un simbolismo específico y una capacidad de abstracción mayor, lo incita a reflexionar sobre estas estructuras que él emplea tan a menudo, de tal manera que aprender matemáticas no es otra cosa que una reflexión dirigida pero más abarcativa, más abstracta y más generalizada acerca de las estructuras operatorias de la inteligencia.

Desde el punto psico-genetista de Piaget, el niño pasa por cuatro periodos diferentes a lo largo de su desarrollo : el sensorio-motor, el pre-operatorio, el de las opera-

ciones concretas y el de las operaciones formales. A lo largo de esta evolución psicológica se van esbozando y reafirmando las diferentes estructuras lógico-matemáticas que harán posible que el individuo incursione satisfactoriamente en el mundo de las matemáticas.

Desde el periodo sensorio-motor, las estructuras que se construyen en el plano de las acciones del cuerpo y de los objetos cercanos con base en el juego de movimientos elementales y de la percepción, esbozan las estructuras lógicas elementales que darán origen al número ya que a partir de este momento todos los elementos son vinculados teniendo en cuenta sus semejanzas y sus diferencias, mas sin embargo, todo esto está limitado porque sus acciones, -que al final de este periodo ya pueden comportar una lógica de acciones - al prolongar hacia el mundo más distante los mecanismos prácticos correspondientes- desde el punto de vista lógico son intransitivas, irreversibles, no asociativas y desprovistas de toda identidad elemental.

Al llegar al periodo pre-operatorio el pensamiento infantil, al ya no estar sujeto solamente a acciones exteriores, puede interiorizarse logrando por ello una mayor movilidad en su desarrollo intelectual; mas sin embargo, a pesar de este avance, aun no puede pensar a nivel lógico, pues su pensamiento todavía está impregnado de la irreversibilidad, el egocentrismo y la centración, razones por las cuales sus razonamientos son yuxtapuestos ante las coordinaciones mentales y las prácticas; de aquí que al caracterizarse su pensamiento como intuitivo, las relaciones que se establecen entre la cantidad y la cualidad son inestables y se imposibilita el acceso a las relaciones numéricas.

A partir de que el niño arriba al periodo de las operaciones concretas, y al superar con ello la irreversibilidad, el egocentrismo y la centración se posibilita la comprensión de las nociones de conservación, clasificación y seriación y, por ello, puede acceder al número. Sin embargo, la gran limitación de este periodo es que todo esto se desarrolla a un nivel de objetos concretos.

El sujeto que llega al periodo de las operaciones formales puede pensar más allá de la realidad concreta; ahora, ésta es un subconjunto de las posibilidades para pensar; desde este momento puede efectuar relaciones para llegar a ideas abstractas, por lo que su pensamiento se caracteriza por ser de tipo hipotético-deductivo.

Para que se pueda manejar genuinamente el número y su operatividad es necesario que se dominen una serie de estructuras previas y contemporáneas; esto es, para llegar al dominio de las relaciones numéricas es necesario que antes se logre manejar acertadamente la cantidad intensiva y la extensiva.

Se dice que una cantidad es intensiva cuando solamente expresa las relaciones cuantitativas que únicamente comprenden la desigualdad o la identidad de una parte con respecto del todo sin considerar las relaciones cuantitativas entre una parte y las demás de un todo y las correspondientes a otras totalidades.

La cantidad extensiva hace referencia a las relaciones cuantitativas entre una y otras partes cualesquiera pertenecientes a una totalidad. Por medio de esta cantidad, una relación o una clase determinada comprende o contiene a

casi todos los elementos correspondientes excepto a una leve minoría.

Las relaciones numéricas se inscriben dentro de -- las relaciones extensivas; este tipo de relaciones implica -- la interacción de una unidad en el establecimiento de las re -- laciones entre los elementos de un conjunto.

El número se constituye mediante la transformación de los elementos de un conjunto en unidades. El estableci -- miento de estas relaciones de las partes mismas entre si, -- equivale a fundir en un todo, el principio de la seriación -- de las diferencias y el de las jerarquías de clases equiva -- lentes, ya que entonces todos los elementos son transforma -- dos en unidades que, a la vez, son equivalentes y distintos.

En la medida en que las correspondencias cualitati -- vas o lógicas se transformen en una correspondencia cualquie -- ra -al prevalecer el principio numérico- se deducen dos de -- los más notables grupos aritméticos: el aditivo y el multi -- plicativo.

El grupo aditivo es una síntesis de la adición de -- clases y de las relaciones asimétricas.

El grupo multiplicativo es una síntesis de la mul -- tiplicación biunívoca de clases y de la multiplicación biuní -- voca de relaciones.

Los índices de reprobación, deserción escolar y -- elección vocacional, están en buena medida determinados por -- la matemática.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de esta materia es uno de los que requiere mayor compromiso para los profesionales de la educación, ya que de una adecuada instrucción dependerá una metodología acorde a las capacidades de sus estudiantes para que éstos logren comprender y aprender verdaderamente los principios de esta ciencia.

Es en el inicio de la educación primaria básica -- donde se fincan las bases para las adquisiciones matemáticas posteriores.

Pese al requisito cronológico propuesto por la --- Secretaría de Educación Pública (seis años cumplidos) y pese también a los supuestos cronológicos de la teoría psicogenética (periodo de las operaciones concretas a partir de los siete años) se tiene que sólo el 18% de los niños investigados cuentan con las estructuras cognitivas suficientes para comprender el aprendizaje matemático formal.

En la muestra investigada, la edad cronológica promedio es de siete años ocho meses, con una distribución modal pre-operatoria en cuanto a las estructuras cognitivas.

En la autoconstrucción de las estructuras cognitivas solidarias al pensamiento matemático formal, las experiencias lógico-matemáticas son básicas.

Las experiencias lógico-matemáticas se basan en poder actuar sobre los objetos para descubrir propiedades por abstracción no a partir de los objetos como tales sino de -- las acciones que se ejercen sobre ellos.

Para que el niño pueda acceder al número es necesario que haya superado la irreversibilidad, el egocentrismo y la centración y, contemporáneamente a ello, logre el dominio de la cantidad intensiva y la extensiva. En la muestra solamente el 18% lo ha logrado.

Dado que sólo el 18% de los niños investigados --- cuentan con un pensamiento operatorio, tenemos que el resto de ellos -el 82%- probablemente presentan problemas de aprendizaje del cálculo.

En la determinación de la existencia ó ausencia de aprendizaje, la Secretaría de Educación Pública da un amplio margen de libertad para que cada institución determine el -- grado de dificultad y el peso de los aspectos a evaluar. Debido a ello, los parámetros empleados son de lo más diverso y de lo más contrastante.

La forma en que comúnmente es evaluado el aprendizaje matemático es por medio de las pruebas de rendimiento - escolar.

Las pruebas de rendimiento escolar generalmente no son parámetros adecuados para determinar la existencia, la - ausencia o la presencia de un problema de aprendizaje, ya -- que su formulación casi siempre está encaminada mas hacia la evaluación de la capacidad de memoria que a la capacidad de comprensión.

En las pruebas de rendimiento escolar se evalúa el empleo automático de los algoritmos, las fórmulas y las técnicas, y lo importante es la obtención de un resultado co--- rrecto y no la comprensión del proceso que llevó a tal.

Lo que realmente debería evaluarse como aprendizaje matemático es la comprensión y el razonamiento de las nociones que se involucran en las fórmulas y en las técnicas para poderlas utilizar en forma adecuada. Para lograr esto, es necesario que el individuo, antes de iniciarse en el aprendizaje formal de la matemática, cuente con los soportes lógico-matemáticos que han de comprometerse en tal, ya que la esencia de éste es el conducir al individuo hacia una reflexión dirigida acerca de las estructuras operatorias de la inteligencia.

El criterio que emplean las pruebas de rendimiento escolar en la calificación del aprendizaje es el desempeño en las pruebas. Por lo general, tiende a considerarse que un niño que tiene problemas en su rendimiento, tiene problemas de aprendizaje.

El concepto que generalmente se maneja desde la perspectiva de las pruebas de rendimiento escolar es el siguiente: un niño tiene problemas de aprendizaje en cálculo porque no tiene buena memoria.

Según los lineamientos utilizados en esta investigación en lo referente al rendimiento escolar: el 26% de los casos al tener un rendimiento escolar bajo, muy probablemente tienen problemas de aprendizaje. De este porcentaje sólo el 20.5% justifica tal situación, ya que no cuentan con estructuras cognitivas que sustenten un buen aprendizaje.

La diferencia que hay entre el 82% de los niños con problemas de aprendizaje y el 20.5% de los niños detectados -aunque sean con un parámetro no adecuado- es de 61.5%.

Muy probablemente el 20.5% tendrá que utilizar ser vicios de un centro psicopedagógico para lograr con ello com prometer su pensamiento y superar el verdadero problema que los aqueja. Sin embargo, el 61.5%, al manifestar en la escuela un rendimiento escolar aceptable, pasarán inadvertidos mientras se siga evaluado la memoria. Los problemas de este 61.5% probablemente se manifestarán cuando se les exija un nivel de comprensión de los principios matemáticos para lograr la promoción escolar: es en este momento cuando los escolares muy probablemente ingresen a la lista de fracasados escolares, ya sea por una reprobación persistente o una de serción escolar.

El que el 82% de niños tengan problemas de aprendi zaje expresa que la metodología empleada por la escuela común no está funcionando en cuanto a su objetivo global de formar hombres con un pensamiento cuantitativo-relacional que les ayuda a comprender su mundo y su realidad.

Si la correlación encontrada en una población socio-económica y culturalmente favorecida es tan desoladora, vemos entonces la urgencia de incursionar en poblaciones con mayores limitantes.

Es imprescindible una revisión más profunda y más abarcativa en la que se contemplen todos los aspectos intervinientes en la práctica educativa mexicana para poder formular una metodología en la que el proceso de enseñanza-aprendizaje se base en la abolición de los automatismos para favorecer la evolución espontánea mediante ejercicios que susciten el espíritu de búsqueda, de creación y razonamiento fundamentados en el análisis de la situación indispensable de las matemáticas ya que su aprendizaje requiere el razohamien

desde el comienzo y no solamente limitarse al aprendizaje de los simples mecanismos del cálculo como fórmulas dadas pero no comprendidas.

Es responsabilidad del pedagogo encontrar las causas de los problemas de aprendizaje del cálculo desde el punto de vista educativo así como diseñar métodos adecuados a las necesidades de los niños que atiende.

No se puede continuar en México con una actitud -- tan pasiva respecto a una materia que, según señalan las personas que se entrevistaron en la investigación, es la que -- presenta más problemas, tanto de enseñanza como de aprendizaje.

Si bien se ha llevado a cabo este trabajo con muchas limitaciones, se considera que se ha dado un primer paso, el cual ha costado un gran esfuerzo personal por las limitaciones propias de la falta de experiencia y preparación. Sin embargo, ha permitido tomar conciencia de la gravedad -- del problema y de la urgente necesidad de continuar en la -- búsqueda de caminos que de alguna manera ayuden a facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta materia. De -- allí que se piense continuar investigando, siguiendo a continuación, quizá, con los problemas que se presentan en la enseñanza del cálculo en el primer año de primaria.

Con base en mi experiencia, considero que el pedagogo debe recibir una preparación más enérgica y profunda en investigación y en problemas de aprendizaje, ya que de lo contrario, difícilmente se animará a llevar a cabo estudios como el que aquí se presenta, pues al no contar con armas su

ficientes, no permite centrarse adecuadamente en los puntos específicos a investigar, perdiendo un tiempo y esfuerzos valiosos. De cualquier manera, invito a las personas que se interesan por los problemas educativos a que se unan a la búsqueda de mejores alternativas para elevar la calidad de la enseñanza y prevenir dificultades en el aprendizaje.

ANEXO 1

INSTRUCTIVO DE APLICACION PRUEBAS OPERATORIAS (CONSIGNAS)

El cuestionario de esta prueba es semi-estructurado; las preguntas que se le van haciendo al niño dependen de sus acciones y las justificaciones que de ellas da.

CLASIFICACION

Se ponen los bloques lógicos sobre el escritorio y se le pide al niño que identifique las figuras geométricas.

- *Consignas iniciales:*

- Esto está todo revuelto, vas a acomodarlo poniendo -- junto lo que va junto.
- Haz montoncitos poniendo junto lo que va junto.
- Pon juntos los que se parecen.

- *Colecciones Figurales*

- ¿Qué hiciste?
- ¿Porqué los pusiste así?
- ¿Cómo se le puede llamar a cada montón?
- ¿Se podría acomodar de otra forma?
- ¿Te gustaría cambiar algo?

Fuente: Tomado textualmente del Instructivo *Manual Diseño - Monterrey* (reproducida en off-set, p.p. 1-19).

- *Colecciones no figurales :*

- ¿Qué hiciste?
- ¿Cómo se le puede llamar a cada montón?
- 1. Si deja elementos sin clasificar :
 - ¿Qué podemos hacer con éstos?
 - ¿Podemos seguir acomodando a los que quedan?
 - ¿Dónde crees que podemos poner los que quedan?
- 2. Si el niño agrupa por mínima semejanza :
 - ¿Cómo podemos acomodar para tener menos montones o grupitos poniendo junto lo que va junto?
- 3. Si agrupa por máxima semejanza :
 - ¿Puedes hacer más montones poniendo junto lo que va junto?

- *Clasificación Operatoria :*

- ¿Qué hay más (ejemplo al azar) cuadrados verdes (3) - o cuadrados (5)?
- ¿Qué hay más (ejemplo al azar) cuadrados (5) o cuadrados verdes (3)?

SERIACION

Se le entregan al niño en la mano las regletas.

- *Consignas Iniciales :*

- Haz una fila de la más chica a la más grande.
- Ordena estas regletas de la más chica a la más grande.
- Ordénalas en escalerita de la más chica a la más grande.

- **Fracaso :**

- Vas a ordenar todas las regletas de la más chica a la más grande.
- Dime cual es la más chica.
- ¿Están bien ordenadas de la más chica a la más grande?
- ¿Las puedes ordenar de la más chica a la más grande?

- **Ensayo y error :**

- ¿Puedes ordenar de la más chica a la más grande?

- **Operatoria :**

- Ahora voy a hacer la fila detrás de la pantalla y tú me vas a ir ordenando, una a una, de la más chica a la más grande.
- ¿Están bien ordenadas de la más chica a la más grande?
- ¿Me las diste bien para que yo las acomodara bien de la más chica a la más grande?

CONSERVACION

Se le dan a escoger al niño las fichas con las que quiera trabajar.

- **Consignas iniciales :**

- Vas a hacer una fila igual a la mía, ni una ficha -- más ni una ficha menos.

- *No conservación Franca :*
 - ¿Hay igual de fichas aquí (señalando una fila) que - que aquí (señalando la otra fila) o en una hay más y en la otra menos? ¿En qué te fijaste? ¿Cómo le haría mos para tener igual de fichas?.

- *Conservación de la cantidad término a término :*
 - ¿Y si transformo esta fila (haciendola más estrecha) tendremos igual de fichas en las dos hileras?
 - ¿Y si las vuelvo a poner igual tendremos igual de fi chas?
 - ¿Y si transformo esta fila (haciendola más extensa) tendremos igual de fichas en las dos hileras?
 - ¿Y si las vuelvo a poner igual tendremos igual de fi chas?
 - ¿Cómo haríamos para tener igual de fichas en las dos hileras?

- *Conservación Operatoria :*
 - ¿Si hago diferentes transformaciones tendremos igual de fichas?

ANEXO 2 PRUEBAS DE RENDIMIENTO ESCOLAR

Las pruebas que a continuación se presentan caen dentro de las de lápiz y papel, de administración económica. Están conformadas por preguntas cerradas. Las consignas, aunque también están impresas, se deben dar en forma oral por parte del examinador conforme se vaya avanzando en la prueba.

PRUEBA # 1
EVALUACION DEL APRENDIZAJE POR MODULOS DEL
PRIMER GRADO DE EDUCACION PRIMARIA
PARA ESCUELAS FEDERALES.

—Resuelve los siguientes ejercicios en las rectas numéricas.

$$8 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6 + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

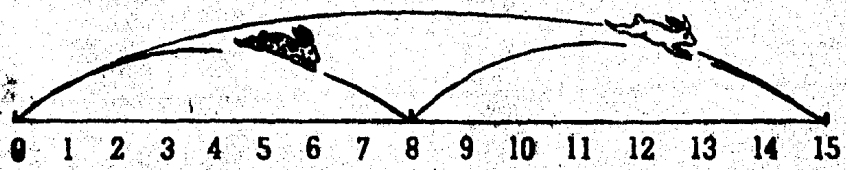
$$5 + 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$



—Realiza los siguientes ejercicios.

5	9	21	31	10	6	13
$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
8	6	10	7	20	9	72

—Escribe lo que falta.



El conejo pinto dio dos saltos $\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$




El conejo blanco dio un salto. $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Los dos conejitos llegaron al mismo lugar. $\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

—Resuelve los siguientes ejercicios.

$10 + \square = 14$	$\square + 5 = 12$
$12 + \square = 20$	$\square + \square = 16$
$10 + 10 = \square$	$10 + 5 = \square$

—Realiza el siguiente ejercicio.

 $\square + \square = \square$	 $\square + \square = \square$	 $\square + \square = \square$
--	--	---

—Resuelve el siguiente problema.

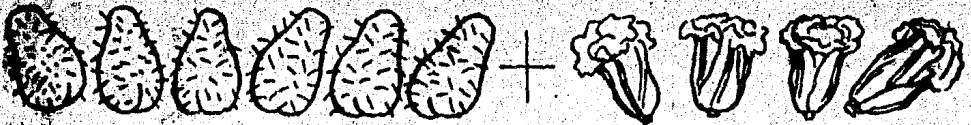
Felipe fue a una fiesta de cumpleaños y le dieron 4 paletas de limón y 8 paletas de naranja.

_____ + _____ = _____



¿Cuántas paletas le dieron en total a Felipe? _____

—Resuelve las siguientes adiciones.



_____ + _____ = _____

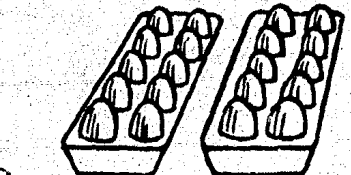
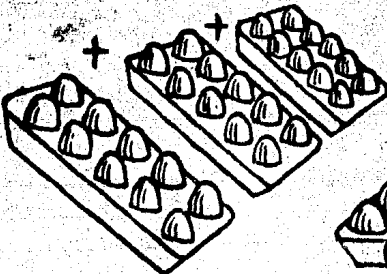
Hay _____ Chayotes. Hay _____ lechugas.

_____ es mayor que _____

—Realiza el siguiente ejercicio:

3 decenas = \square

\square decenas = 30



+ 10 + 10 = \square

—Sigue la numeración.



Realiza el siguiente ejercicio:

$$4 \text{ decenas} + 3 \text{ decenas} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ decenas.}$$

$$40 + 30 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \text{ decenas} + 2 \text{ decenas} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ decenas.}$$

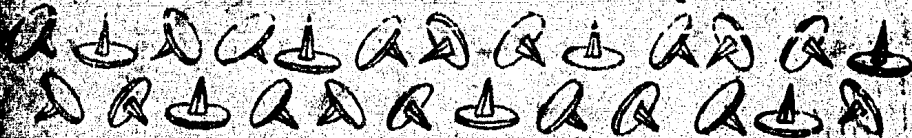
$$50 + \underline{\hspace{1cm}} = 60$$

$$45 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ decenas y } \underline{\hspace{1cm}} \text{ unidades}$$

Marca la silla más grande y la más corta.



Tacha las decenas y encierra las unidades que sobran.



Decenas sobran unidades.

Resuelve los siguientes ejercicios:

$$23 + 42 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$31 + 25 = \underline{\hspace{2cm}}$$

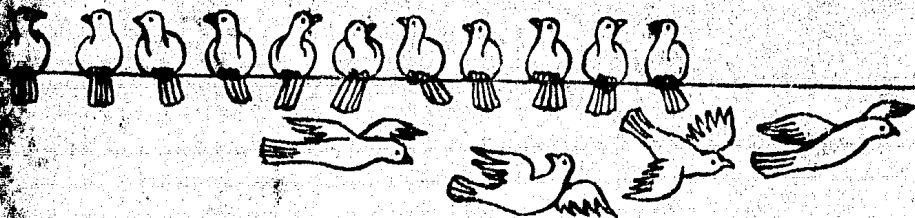
$$43 + 30 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$30 + 20 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$65 + 23 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$42 + 31 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Resuelve el siguiente problema.

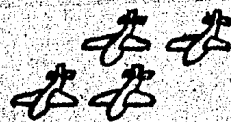


Estaban sentados pichónes

volaron

quedaron

-Resuelve los siguientes ejercicios.



$$\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

-Resuelve las siguientes sustracciones.

$10 - 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$11 - \underline{\hspace{2cm}} = 5$

$12 - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

$8 - \underline{\hspace{2cm}} = 3$

$18 - \underline{\hspace{2cm}} = 9$

$20 - 10 \underline{\hspace{2cm}} =$

$14 - 7 = \underline{\hspace{2cm}}$

$10 - 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

-Escribe el número que corresponda.

5 decenas 2 unidades = unidades.

9 decenas 1 unidades = unidades.

7 decenas 0 unidades = unidades.

3 decenas 2 unidades = unidades.

4 decenas 5 unidades = unidades.

-Resuelve los siguientes ejercicios.

$$\begin{array}{r} 74 \\ - 20 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ - 10 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 89 \\ - 19 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 62 \\ - 22 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68 \\ - 10 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 12 \\ \hline \end{array}$$

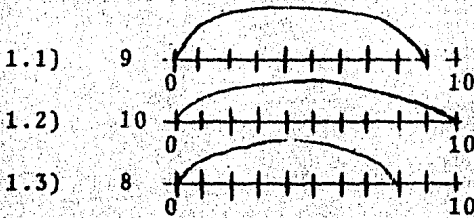
$$\begin{array}{r} 26 \\ + 10 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ + 13 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ + 25 \\ \hline \end{array}$$

CLAVE

1) Adición en recta numérica.



2) Adiciones verticales.

- 2.1) 13
2.2) 15
2.3) 31
2.4) 38
2.5) 30
2.6) 15
2.7) 85

3) Problemas de adición en recta numérica

- 3.1) $8 + 7$
3.2) 15
3.3) $8 + 7 = 15$

4) Adicionales horizontales con sumandos incógnitos.

- 4.1) 4
4.2) 10
4.3) 20
4.4) 7
4.5) libras
4.6) 15

5) Adiciones con referente gráfico

5.1) $9 + 3 = 12$

5.2) $5 + 7 = 12$

5.3) $7 + 6 = 13$

6) Problema de adición con referente gráfico.

6.1) $4 + 8 = 12$

7) Adición con referente gráfico.

7.1) $6 + 4 = 10$

7.2) 6, 4

7.3) 6, 4

8) Adición de agrupamientos.

8.1) 30

8.2) 3

8.3) 30

9) Sucesión numérica cardinal.

9.1) 46

9.2) 47

9.3) 48

9.4) 49

9.5) 50

10) Adición de agrupamientos.

10.1) 3

- 10.2) 70
- 10.3) 7
- 10.4) 10
- 10.5) 4, 5

11) Diferenciación

- 11.1) Primera
- 11.2) Última

12) Agrupamiento

- 12.1) 2, 5

13) Adiciones horizontales

- 13.1) 65
- 13.2) 73
- 13.3) 87
- 13.4) 56
- 13.5) 50
- 13.6) 73

14) Problemas de Sustracción

- 14.1) 15
- 14.2) 4
- 14.3) 11

15) Adición con referente gráfico

- 15.1) $7 + 4 = 11$
- 15.2) $8 + 4 = 12$

16) Sustracciones horizontales con elementos incógnitos.

- 16.1) 5
- 16.2) libre
- 16.3) 9
- 16.4) 7
- 16.5) 6
- 16.7) 5
- 16.8) 10
- 16.9) 8

17) Adición de agrupamientos

- 17.1) 52
- 17.2) 91
- 17.3) 70
- 17.4) 32
- 17.5) 45

18) Sustracciones verticales

- 18.1) 54
- 18.2) 91
- 18.3) 70
- 18.4) 40
- 18.5) 58

19) Adiciones verticales

- 19.1) 53
- 19.2) 56
- 19.3) 36
- 19.4) 63
- 19.5) 60

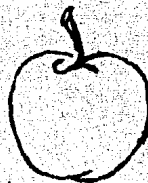
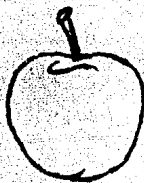
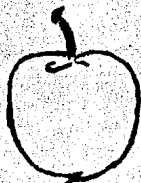
PRUEBA # 2
EVALUACION FINAL CORRESPONDIENTE AL PRIMER
GRADO DE PRIMARIA
COLEGIO CRISTOBAL COLON.

- Dictado de números:

- Escribe los números ordinales que faltan



- Cálculo Mental:



- Resuelve las operaciones siguientes:

$$\begin{array}{r} 746 \\ + 825 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 545 \\ + 218 \\ \hline 636 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 815 \\ + 229 \\ \hline 116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 40 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 976 \\ - 391 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 683 \\ - 246 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 385 \\ - 104 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 86 \\ - 13 \\ \hline \end{array}$$

...- Resuelve los problemas siguientes:
...- Isabel compró 15 paletas de limón, 12 de chocolate y 16 de naranja ¿Cuántas paletas compró en total?

...- Ignacio tenía 46 canicas, se le perdieron 19 ¿Cuántas canicas tiene ahora?

CLAVE

1) Codificación y decodificación numérica.

1.1) 35

1.2) 238

1.3) 599

2) Sucesión ordinal

2.1) 2*

2.2) 4*

2.3) 6*

3) Adiciones mentales

3.1) $3 + 15 = 18$

3.2) $91 + 3 = 94$

3.3) $55 + 20 = 75$

4) Adiciones verticales

4.1) 1787

4.2) 1399

4.3) 1150

4.4) 71

5) Sustracciones verticales

5.1) 585

5.2) 437

5.3) 271

5.4) 73

6) Problema de adición

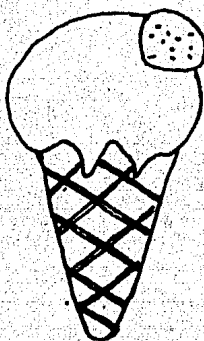
6.1) 43

7) Problema de sustracción

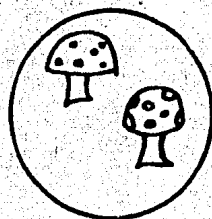
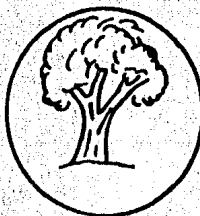
7.1) 32

PRUEBA # 3
UNIDAD DE SERVICIOS A DESCENTRALIZAR
EN EL ESTADO DE MEXICO. SUBDIRECCION GENERAL
DE PLANEACION EDUCATIVA. DEPARTAMENTO DE APOYO A
LOS SERVICIOS EDUCATIVOS. OFICINA DE EVALUACION
Y PROYECTOS. EVALUACION FINAL PARA EL
PRIMER GRADO.

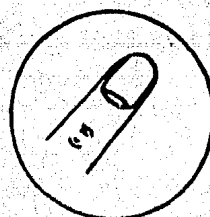
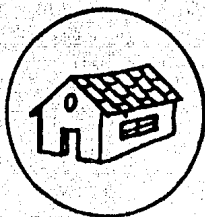
Encierra el helado más pequeño,
y pinta el más grande.



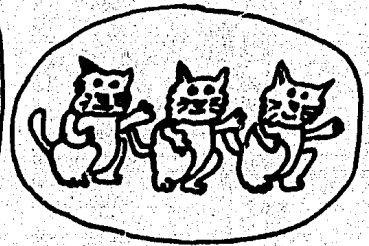
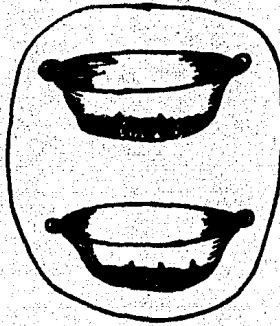
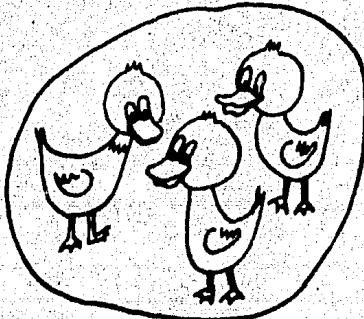
Une el conjunto con su número.



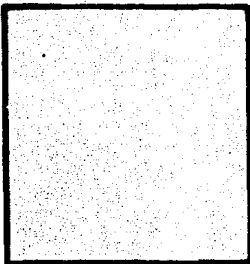
2 dos



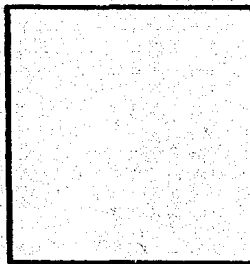
Escribe su número a cada conjunto.



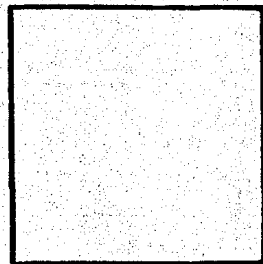
Dibuja en los cuadros el número de árboles que se pide.



3

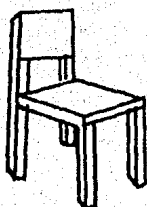


1

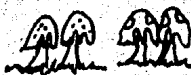


2

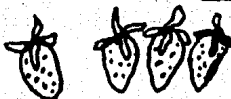
Escribe el número de patas que tiene cada dibujo.



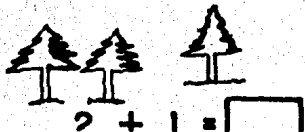
Resuelve las siguientes sumas.



$$2 + 2 = \square$$



$$1 + 3 = \square$$



$$2 + 1 = \square$$



$$1 + 1 + 2 = \square$$

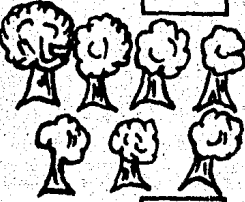


$$1 + 2 = \square$$

Suma:



$$\square + \square = \square$$

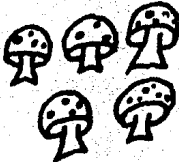


$$\square + \square = \square$$

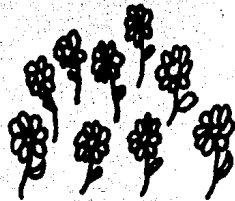
Encierra en un círculo el número que representan los dibujos.



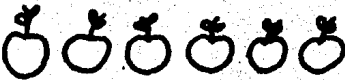
1 2 3 4 5 6 7 8 9



1 2 3 4 5 6



1 2 3 4 5 6 7 8 9

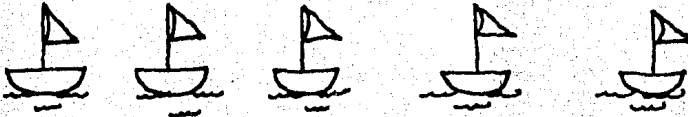


1 2 3 4 5 6 7 8 9



1 2 3 4 5 6

Pinta donde hay una decena.

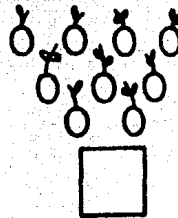
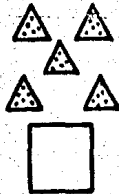


Escribe en los cuadritos el número que corresponda.

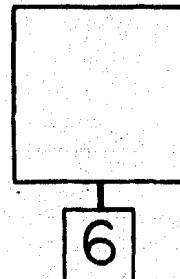
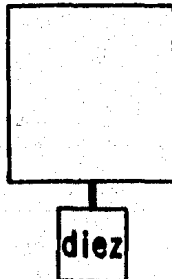
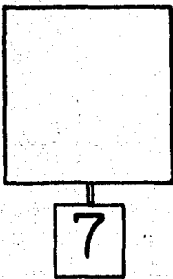


$$\square + \square = \square$$

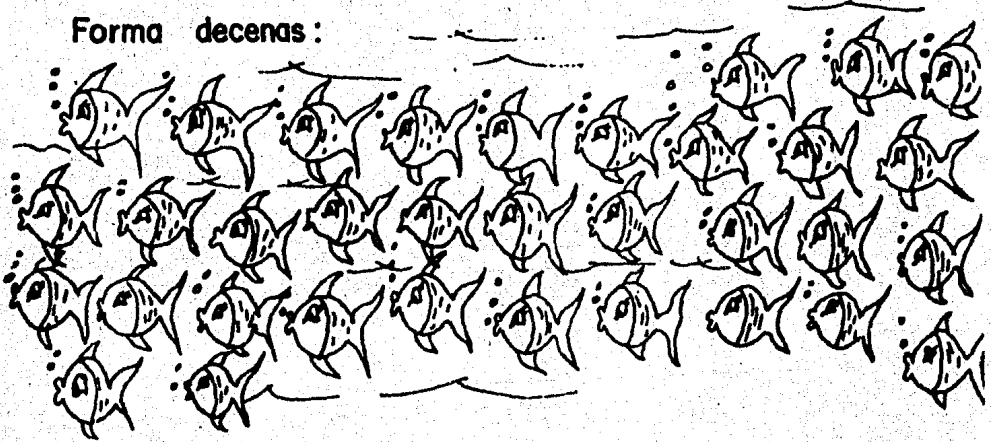
Escribe dentro de los cuadritos el número que corresponda.



Dibuja en los cuadritos el número de canicas que se indican.



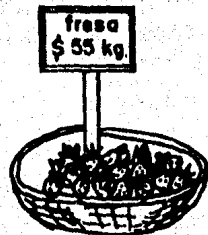
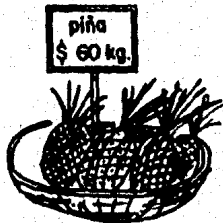
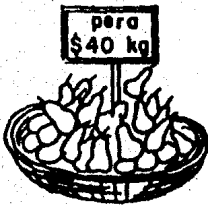
Forma decenas:



Cuántas decenas formaste =

Cuántas unidades sobran =

Escribe lo que falta en los cuadros.



La pera más la fresa cuesta

pera

piña

fresa

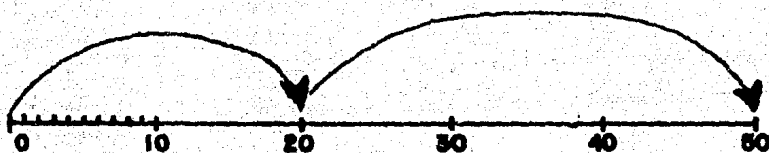
=

La piña más la manzana cuesta

manzana

=

Cristóbal juntó 20 estampas para su álbum su tío Plácido le regaló 30. ¿Cuántas tiene en total?



estampas + estampas =

decenas + decenas =

- Realiza las siguientes operaciones:

$7 + 2 = \square$

$\square + 3 = \square$

$\square - \square = \square$

$\square - 5 = \square$

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 10 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 12 \\ \hline \end{array}$$

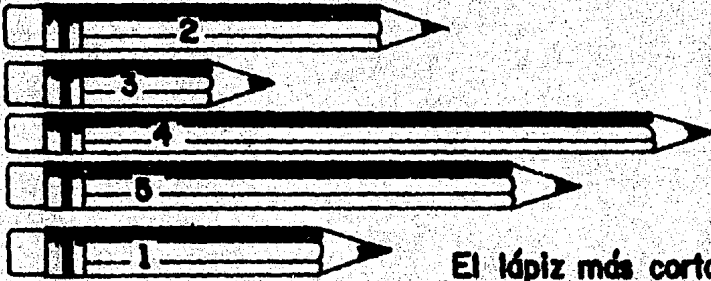
$$\begin{array}{r} 35 \\ + 28 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ - 16 \\ \hline \end{array}$$

Observa los lápices y el número que tienen.

El lápiz más largo es el _____



El lápiz más corto es el _____

De los lápices 1 y 2, el más largo es el _____.

Del 2 y 3, el más corto es el _____.

CLAVE

- 1 Discrimianción de tamaños
 - 1.1 Pintar el primero y encerrar el último
- 2 Correspondencia cantidad-símbolo
 - 2.1 Helados y Hongos
- 3 Identificación cantidad símbolo
 - 3.1 3
 - 3.2 2
 - 3.3 3
- 4 Identificación cantidad símbolo
 - 4.1 tres objetos cualquiera
 - 4.2 uno objeto cualquiera
 - 4.3 dos objetos cualquiera
- 5 Identificación cantidad-símbolo
 - 5.1 4
 - 5.2 3
 - 5.3 4
 - 5.4 5
 - 5.5 2
- 6 Adiciones horizontales con apoyo gráfico
 - 6.1 4

- 6.2 4
- 6.3 3
- 6.4 4
- 6.5 .3

7 Adiciones horizontales con apoyo gráfico

- 7.1 2, 6, 8
- 7.2 7, 1, 8

8 Discriminación cantidad-símbolo

- 8.1 9
- 8.2 5
- 8.3 9
- 8.4 6
- 8.5 1

9 Discriminación de decenas

- 9.1 Primera línea

10 Adiciones horizontales con apoyo gráfico

- 10.1 6, 4, 10

11 Correspondencia cantidad símbolo

- 11.1 1
- 11.2 5
- 11.3 9

12 Correspondencia símbolo-cantidad

12.1 siete objetos cualquiera

12.2 diez objetos cualquiera

12.3 seis objetos cualquiera

13 Agrupamiento base diez

13.1 3 decenas 4 unidades

14 Problemas de adición con apoyo gráfico

14.1 40, 55, 95

14.2 60, 28, 88

15 Problema de adición en recta numérica

15.1 20, 30, 50

15.2 2, 3, 5

16 Adiciones horizontales

16.1 9

16.2 8

16.3 7

16.4 0

17 Adiciones verticales

17.1 22

17.2 15

17.3 35

17.4 63

18 Sustracciones verticales

18.1 2

18.2 12

19 Ejercicio de seriación

19.1 4

19.2 3

19.3 2

19.4 3

BIBLIOGRAFIA

- Andé N. *Jean Piaget*, Fondo de Cultura Económico. México. 1978.
- Battro. *Diccionario de Epistemología Genética*. Prometeo. --- Buenos Aires. 1971.
- Beauverd B. *Antes del Cálculo*. Kapelusz. Argentina, 1967.
- Best J. *Cómo Investigar en Educación*. Morata. Madrid. 1981.
- Dirección General de Educación Especial. *Bases Para Una Política Educación Especial*. Secretaría de Educación Pública. - México. 1985.
- Fernández B, Llopsz, Pablo de R. *Niños con Dificultades Para matemáticas*. Ciencias de la Educación Pre-escolar y Especial. España. 1979.
- Flavel J. *Psicología Evolutiva de Jean Piaget*. Paidós. Buenos Aires. 1979.
- Freinet C, Beaugrand M. *La Enseñanza del Cálculo*. Laia. --- España. 1979.
- Giordano L, Ballent G, Giornado H. *Discalculia Escolar. Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas*. Ediciones I.A. R. Buenos Aires. 1976.
- Gómez Palacios M, Farha Valenzuela I. *Propuesta para el Aprendizaje de las Matemáticas en Grupo Integrado*. Dirección General de Educación Especial, Secretaría de Educación Pública - O.E.A. México. 1984.
- González Salazar J. *Como Educar la Inteligencia del Prescolar*. Trillas. México 1984.
- Inhelder B. *Aprendizaje y Estructuras del Conocimiento*. Morata Barcelona. 1975.

- Jack Levin. *Fundamentos de Estadística en la Investigación Social*. Haila. México. 1979.
- Kinsbourne, Kaplan. *Problemas de Atención y Aprendizaje en Los Niños*. La Prensa Médica Mexicana. México. 1979.
- Kreyszig. *Introducción a la Estadística Matemática. Principios y Métodos*. Limusa. México. 1983.
- Labinowics E. *Introducción a Piaget*. Fondo Educativo Interamericano. México. 1982.
- Lurcat L. *El Fracaso y el Desinterés Escolar en la Escuela Primaria*. Gedisa. Barcelona. 1979.
- Nathan I. *Nueva Luz Sobre la Idea de Niembro en el Niño*. Paidós. Buenos Aires. 1967.
- Neter J. *Fundamentos de Estadística*. Compañía Editorial Continental. México. 1973.
- Olivares A. *Didáctica de la Matemática Moderna*. Oasis. México. 1973.
- Oñativia. O. *Método Integral Para el Aprendizaje de la Matemática Inicial*. Guadalupe. Buenos Aires. 1984.
- Phillips J. *Los Orígenes del Intelecto*. Fontanella. España. 1977.
- Piaget J. *A Donde va la Educación*. Teide. España. 1979.
- Piaget J. *Biología y Conocimiento*. Siglo XXI. México 1981.
- Piaget J. *El Aprendizaje de la Matemática Moderna*. SXXI. -- México. 1981.
- Piaget J. *Ensayo de Lógica Operatoria*. Guadalupe. Buenos -- Aires. 1977.
- Piaget J. *Génesis de las Estructuras Lógico Elementales*. -- Guadalupe. Buenos Aires. 1976.

Piaget J. *Génesis del Número en el Niño*. Guadalupe. Buenos Aires. 1982.

Piaget J. *Problemas de Psicología Genética*. Ariel. México -- 1980.

Piaget J. *Psicología y Epistemología*. Ariel. México. 1975.

Piaget J. *Psicología del Niño*. Morata. España. 1981.

Piaget J. *Psicología y Pedagogía*. Ariel. México. 1979.

Piaget J. *Seis Estudios de Psicología*. Seix Barral. México. 1977.

Porquet M. *El Razonamiento Lógico y Matemático*. Laia. España. 1981.

Quirós J, Scragger O, *Fundamentos Neuropsicológicos en las -- Discapacidades de Aprendizaje*. Panamericana. Buenos Aires. 1980.

Sastre G, Moreno M. *Descubrimiento y Construcción del Conocimiento*. Gedisa. España. 1980.

Segura J. *Neuroanatomía Funcional. Síndromes Neurológicos*. Impresiones Modernas. México. 1974.

Secretaría de Educación Pública. *Libro para el Maestro. Primer Grado*. Secretaría de Educación Pública. México. 1984.

Secretaría de Educación Pública. *Prueba Monterrey*. Secretaría de Educación Pública. Dirección General de Educación Especial (Off Set). México. 1983.

Sidney S. *Estadística No Paramétrica Aplicada a las Ciencias de la Conducta*. Trillas. México. 1975.

Sukhatme P.V. *Teoría de Encuestas por Muestreo con Aplicaciones*. Indian Society of Agricultural. Statistics. USA. 1970.

Tarnopol I. *Dificultades para el Aprendizaje*. La prensa Médica Mexicana. México. 1983.

Thorndike R, Hagel E. *Test y Técnicas de Medición en Psicología*. Trillas. México. 1982.

Tirado B. *Como se Enseña la Aritmética*. Fernández Editores. México. 1975.

Universidad Pedagógica Nacional. *Concepto de Número. Construcción espontanea y consecuencias pedagógicas*. Secretaría de Educación Pública. México. 1983.

Van Dalen D, Meyer W. *Manual de Técnicas de la Investigación Social*. Paidós. Buenos Aires. 1971.