

227
43

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO



FACULTAD DE CIENCIAS

TOPOGRAFIA DE MOIRE PARA
DETECCION DE ESCOLIOSIS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

LICENCIADO EN FISICA

PRESENTA

LAURA SANCHEZ CORZO

CIUDAD UNIVERSITARIA D. F.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE.

PREFACIO.....	1
INTRODUCCION GENERAL.	3
CAPITULO I.	
BIOMECANICA DE LA ESCOLIOSIS.	
Introducción.	4
1.- Descripción Geométrica de la Deformación Tridimensional.	7
2.- Medición de la Deformación Escoliótica.	10
2.1 Evaluación Clínica.	10
2.2 Mediciones Radiográficas.	12
2.3 Mediciones Superficiales.	12
2.3.1 Topografía de Mairé.	12
2.3.2 Rastreo Fotográfico.	17
3.- Etiología de la Escoliosis.	18
3.1 Etiología Genética.	18
3.2 Etiología Neurológica.	18
4.- Consideraciones Biomecánicas de la Escoliosis.	19
4.1 Flexión de la Columna Vertebral.	19
4.2 Delgadez de la Columna Vertebral.	20
4.3 Actividad Mioeléctrica en los Músculos del Tronco.	21
4.4 Esfuerzos de los Músculos del Tronco.	21
5.- Modelos Biomecánicos de la Escoliosis.	26
5.1 Modelo de Somerville.	26
5.2 Modelo de Carey.	26
5.3 Modelo de Pope.	26
5.4 Modelo de Schultz.	26
5.5 Modelo de Andriacchi.	28
6.- Biomecánica del Tratamiento de la Escoliosis.	29
6.1 Tratamientos no Operativos.	31
6.1.1 Tracción, Moldes Enyesadas y Aparatos Ortopédicos.	31
6.1.2 Estimulación Eléctrica.	31
6.2 Manejo Quirúrgico.	31
6.2.1 Barras de Harrington.	35
6.2.2 Técnicas de Dwyer.	35
Referencias.	36

TOPOGRAFIA DE MOIRE.

Introducción.	37
1.- Desarrollo de la Topografía de Moiré.	39
1.1 Antecedentes.	39
1.2 Fundamentos Teóricos de la Topografía de Moiré.	39
1.3 Principios Básicos de un Sistema de Moiré por Sombreado.	40
2.- Análisis Geométrico de las Franjas de Moiré.	44
2.1 Ecuación General de la Profundidad de las Franjas de Moiré.	44
2.1.1 Ecuación para la Profundidad de las Líneas de Contorno.	47
2.1.2 Incremento de la Profundidad.	48
2.2 Descripción Geométrica de las Franjas de los Contornos de Moiré.	49
2.2.1 Ecuación general.	49
2.2.2 Punto de Iluminación y Observación a Distancia Finita.	51
3.- Análisis de Fourier de las Superficies de Contorno.	54
3.1 Modulación en fase.	54
3.2 Fuente y Observador a una Distancia Finita de la Rejilla.	56
3.2.1 Rejilla Senoidal.	56
3.2.2 Rejilla Unidimensional Generalizada.	61
3.3 Eliminación de Patrones no Deseados de los Mapas de Contorno de Moiré.	64
3.3.1 Rejilla Senoidal.	64
3.3.2 Rejilla Unidimensional Generalizada.	66
4.- Intensidad de las Franjas de Moiré.	71
4.1 Fuentes Luminosas de Dimensiones Finitas.	71
4.1.1 Intensidad de los Patrones sobre la Superficie del Objeto.	71
4.1.2 Intensidad del Contorno de Moiré.	74
4.2 Abertura de Observación de Dimensiones Finitas.	75
5.- Evaluación de la calidad de la Imagen.	83
5.1 Visibilidad de las Franjas de Moiré.	83
5.1.1 Modelo de Fuentes Luminosas.	83
5.1.2 Abertura de Observación.	84
5.2 Modelo de Rejillas.	84
5.2.1 Rejilla Senoidal.	85
5.2.2 Rejilla de Perfil Rectangular.	85
6.- Resultados de evaluaciones numéricas de un Sistema de Moiré.	88
6.1 Rejillas.	88
6.2 Fuentes de Luz y Abertura de Observación.	91
6.3 Geometría del sistema de Moiré (l y b).	93
6.4 Registro y Formación de Imágenes.	93

6.5 Limitaciones en el Tiempo de Exposición.	95
7.- Propiedades Geométricas y Físicas de Superficies Reflectantes.	96
8.- Correcciones de Perspectiva.....	98
8.1 Precisión.....	100
9.- Principios Básicos de un Sistema de Moiré por Proyección	101
9.1 Ecuación General para las Franjas de Moiré.	101
9.2 Moiré por Proyección con Rejillas Móviles.	104
Referencias.....	108

CAPITULO III.

DISEÑO Y CONFIGURACION EXPERIMENTAL.

Introducción.	109
1.- Dispositivo Experimental.	109
1.1 Rejilla.	109
1.1.1 Espaciamiento entre Líneas de la Rejilla...	111
1.1.2 Rejilla Móvil.	111
1.1.3 Mecanismo de Desplazamiento.....	113
1.1.4 Circuito Eléctrico para la Rejilla Móvil...	114
1.2 Sistema de Iluminación.	116
1.3 Método de Registro.	118
1.3.1 Abertura de Observación.....	119
1.3.2 Exposición y Tipo de Película Fotográfica.	119
2.- Configuración del Sistema de Moiré por Sombreado.....	120

CAPITULO IV.

METODOLOGIA EXPERIMENTAL Y RESULTADOS.

Introducción.....	123
1.- Alineación del Sistema.....	123
2.- Obtención de Planos de Contorno de la Superficie. ...	125
3.- Iluminación Mediante una y dos Fuentes.....	125
4.- Fotografías con Rejilla Fija y Rejilla Móvil.....	127
5.- Fotografías de Diferentes Tonos de Gris.....	127
6.- Fotografías de un Objeto Tridimensional.....	130
7.- Profundidad de Campo de las Fotografías.....	130
8.- Fotografías de la Espalda de Seres Humanos.....	131
9.- Película Rápida y Película Lenta.....	134
10.- Evaluación de la Escoliosis por Medio de la Topografía de Moiré.	134
CONCLUSIONES.....	138

PREFACIO.

Este trabajo pretende mostrar una técnica económica, no invasiva y suficientemente precisa para realizar el registro y control en pacientes con problemas de escoliosis. Este método puede usarse para complementar las mediciones radiográficas, de manera que la exposición a los rayos X y sus consecuencias nocivas disminuyan considerablemente.

El contenido de este trabajo consta de cinco capítulos, siendo el último de estos, las conclusiones obtenidas. A continuación se describe brevemente el contenido de cada capítulo.

CAPITULO I.

En este capítulo se describe la deformación de la columna vertebral, llamada escoliosis. Esta se caracteriza por la rotación e inclinación lateral de la espina dorsal. Para ello se presenta un breve estudio de la biomecánica involucrada en la enfermedad y los tratamientos empleados en su curación. Así mismo, se discuten las diversas técnicas de diagnóstico, tanto invasivas como no invasivas. Entre estas últimas se señalan las ventajas que ofrece la topografía de Moiré por su economía, sencillez de maniobrabilidad, que permiten llevar a cabo un análisis masivo y eficiente. Las mismas que adquieren gran importancia en nuestro país.

CAPITULO II.

En este capítulo, se mencionan las dos técnicas de Topografía de Moiré existentes: Moiré por sombreado y Moiré por proyección.

En la Topografía de Moiré por sombreado, solo se requiere de una rejilla periódica. Esta se proyecta sobre la superficie del objeto mediante una fuente de iluminación. Se observa el objeto a través de la rejilla viendo que sobre su superficie se forman franjas de interferencia, llamadas franjas de Moiré.

Bajo condiciones geométricas particulares, discutidas en este trabajo, dichas franjas constituyen un mapa topográfico de la superficie analizada. Por lo tanto, estas franjas de Moiré nos proporcionan información de la profundidad de la superficie con respecto a un plano de referencia. Para el caso de Moiré por sombreado, el plano de referencia lo constituye la rejilla plana colocada a unos centímetros de la espalda del paciente.

El arreglo general del método Moiré por proyección emplea más de una rejilla, pero los principios básicos son los mismos que en el método anterior.

CAPITULO III.

Empleando la teoría contenida en el capítulo anterior, se efectúan los cálculos para la determinación de los parámetros en los que se basa el diseño del sistema construido en el Centro de Investigaciones en Óptica, A. C. para la realización de la parte experimental de este trabajo.

El sistema de Topografía de Moiré construido para ese fin es del tipo Moiré por sombreado con rejilla móvil. Las dimensiones del sistema son tales que se puede llevar a cabo la Topografía de Moiré de la superficie de la espalda, tanto en niños como en adultos.

Las consideraciones técnicas del sistema incluyen las de iluminación y de registro de la información. Para favorecer una iluminación más uniforme sobre el objeto, se empleó un sistema de doble iluminación, lo cual no cambia la teoría desarrollada.

El sistema de registro de los patrones de Moiré lo constituyó una cámara fotográfica colocada en medio de las dos fuentes de iluminación. La película fotográfica era de 100 ASA y el tiempo de exposición de 1/4 seg.

CAPITULO IV.

Este capítulo consta de dos partes fundamentalmente. Primeramente, se describe la metodología experimental y en la segunda se discuten los resultados obtenidos.

INTRODUCCION GENERAL.

En un país como el nuestro, es importante conocer formas de diagnóstico que sean eficientes en el sentido de permitir la evaluación clínica a un gran número de pacientes, en forma económica.

La escoliosis, que se caracteriza por una rotación e inclinación de la columna, puede ser detectada fácilmente por medio de la Topografía de Moiré.

Convencionalmente se emplean radiografías para el diagnóstico de esta enfermedad, sin embargo, para la detección de la misma no se requiere necesariamente de una herramienta tan sofisticada y costosa. La Topografía de Moiré puede disminuir considerablemente la cantidad de radiación aplicada a los pacientes con escoliosis. Este sistema es tan sencillo que puede emplearse en cualquier clínica y presenta la ventaja de ser económico y no-invasivo.

Mediante la Topografía de Moiré es posible llevar a cabo el registro y control de pacientes con problemas de escoliosis. La efectividad de este método ha sido comprobada en otros países, en los cuales, el grado de sofisticación de este método se ha incrementado, ayudándose de procesamiento de imágenes. En este caso, los resultados se obtienen en siete minutos.

Por las características económicas de nuestro país, un sistema de diagnóstico como el de la Topografía de Moiré es de suma importancia puesto que las estadísticas conocidas muestran que la ocurrencia de escoliosis en la población es del 13.6%; de manera que en setenta millones de habitantes en la República Mexicana, es de esperar que alrededor de nueve millones padezcan esta enfermedad. Se ha encontrado además, que la escoliosis se presenta con mayor frecuencia en mujeres que en hombres (5 mujeres por cada hombre).

En el caso de la escoliosis, es relevante implementar una herramienta que permita el diagnóstico de la enfermedad a una edad temprana puesto que, los estudios muestran que su cura es imposible una vez que ha madurado el esqueleto. Si la enfermedad se detecta en el caso de un adolescente o un niño, la enfermedad puede detenerse y ayudar al adecuado crecimiento de la columna.

CAPITULO I

INTRODUCCION.

Cuando una persona que posee una espina sana se coloca en posición erecta, observando su espalda debe verse que esta cae en una línea recta. Si la columna aparece curvada hacia un lado, existe un caso de escoliosis.

Inicialmente la escoliosis se definió como una curvatura lateral de la espina. Esta descripción aún persiste a pesar de que la escoliosis es una anomalía tridimensional de la columna ósea, caracterizada por una inclinación lateral de la espina y una rotación de las vértebras que la componen.

La columna ósea está compuesta de 33 vértebras. Esta se divide en regiones para su estudio, la región cervical consta de siete vértebras denominadas de la C1 hasta la C7. La región torácica tiene doce, la lumbar cinco, la sacral cinco y la coxal cuatro vértebras. Las regiones sacral y coxal están fusionadas (fig. 1.1).

Las curvas escolióticas se designan de acuerdo a la localización de la vértebra más girada y más desviada del eje vertical. Generalmente, una curva está determinada como cervical cuando el vértice de mayor giro de la escoliosis se encuentra localizado entre las vértebras C1 y C6, cervo-torácica entre C7 y T1, torácica entre la T2 y T11, toracolumbar entre la T12 y L1, lumbar entre L2 y L4, y lumbosacral entre L5 y el sacro.

Los términos cifosis y lordosis (figura 1.1) se usan para describir curvaturas en el plano sagital. El plano sagital es el plano que divide el lado derecho del lado izquierdo del cuerpo.

La escoliosis frecuentemente se clasifica de acuerdo a la edad del paciente. De esta manera, se le llama escoliosis infantil si se diagnostica durante los primeros tres años de vida, escoliosis juvenil desde los 4 años hasta el comienzo de la pubertad, escoliosis adolescente después de la pubertad, y escoliosis adulta después de la madurez ósea. En promedio, un esqueleto se considera maduro pasando la edad de 17 años en mujeres y después de los 19 años en hombres. En general, la etapa de mayor progreso para la deformación ocurre a una temprana edad del desarrollo.

Algunas curvas laterales en la columna vertebral pueden llegar a ser casos significativos clínicamente en el periodo de rápido crecimiento de la adolescencia. Curvas escolióticas suaves resultan en deformaciones cosméticas del tronco. Esto crea problemas psicológicos en los niños que la padecen. Curvas escolióticas severas ocasionan deformaciones en el tronco de tal magnitud que usualmente afectan órganos internos y por lo tanto, resultan ser una amenaza a la vida. Para corregir la deformación espinal se emplean ejercicios activos, terapia de tracción o incluso cirugía dependiendo de la severidad de la deformación.

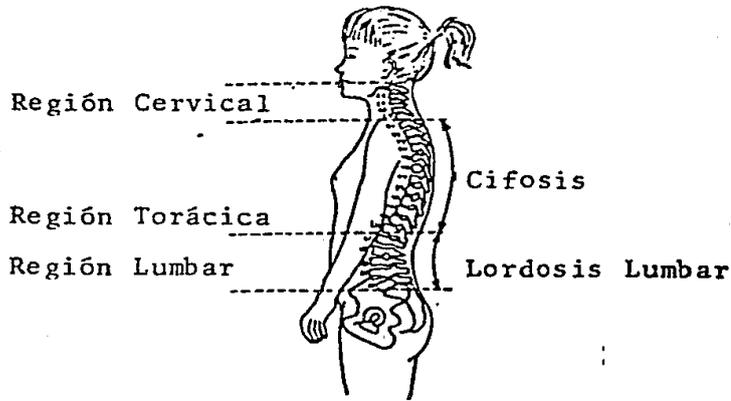


FIGURA 1.1 CURVAS Y REGIONES EN QUE SE DIVIDE LA ESPINA PARA SU ESTUDIO.

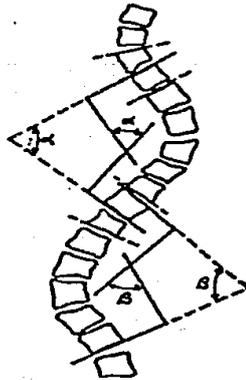


FIGURA 1.2 MEDICION DEL ANGULO DE COBB.

EL ANGULO DE COBB SE DEFINE COMO AQUEL QUE SE FORMA ENTRE LAS LINEAS QUE CORREN A TRAVES DE LA SUPERFICIE SUPERIOR E INFERIOR DE LAS VERTEBRAS DONDE COMIENZA Y PRINCIPIA LA CURVA.

La magnitud de la flexión lateral espinal puede medirse sobre radiografías antero-posteriores cuantificadas por medio del llamado ángulo de Cobb. El ángulo de Cobb (ref. 1) está definido como el ángulo entre las líneas que corren a través de la parte superior e inferior de los platos extremos de las vértebras (los puntos de flexión), como lo muestra la figura 1.2. El ángulo de Cobb fue el primer parámetro empleado en el diagnóstico de la escoliosis.

Puesto que la deformación de la espina ocasiona una asimetría en los hombros y en la línea divisoria de la espalda, se han desarrollado estudios mediante los cuales se realizan mediciones sobre la superficie de la espalda para el diagnóstico de la escoliosis. Uno de estos métodos emplea la topografía de Moiré, ya que ella proporciona mapas de contorno de la espalda cuyas líneas de igual nivel han sido empleadas por muchos investigadores para evaluar esta deformación.

1. DESCRIPCION GEOMETRICA DE LA DEFORMACION TRIDIMENSIONAL.

La descripción de la variación de la forma tridimensional de la espina y de la caja torácica a lo largo de la historia clínica del paciente puede contener la información necesaria y suficiente para describir el origen y la probabilidad de avance de la enfermedad. Así pues, la descripción geométrica total de la deformación es de gran importancia debido a que proporciona una caracterización tridimensional detallada de la escoliosis.

Para evaluar la escoliosis se requiere de técnicas complejas, tales como mediciones internas (radiografías) y externas (de la superficie de la espalda) de manera que se conozca la exacta posición de la columna. Las técnicas de medición tienen por objeto cuantificar la curvatura lateral y la rotación axial de la espina. Por curvatura lateral se entiende la inclinación de la espina escoliótica respecto a la recta vertical cuando el sujeto está en posición erecta. La rotación axial es el giro que experimentan las vértebras de la espina donde la escoliosis es más severa.

Cuando una persona con la espina sana imita la posición de una columna escoliótica, se observa que la curvatura lateral en la región lumbar está acompañada por una rotación en la misma dirección de la curva unas vértebras abajo del vértice de mayor inclinación, y por una rotación de las vértebras de la región torácica en sentido opuesto para compensar la inclinación (fig. 1.3).

En el caso de una columna escoliótica se observa, a diferencia de la anterior, una rotación máxima en el vértice de mayor inclinación lateral de la columna que está dirigido en el mismo sentido de la curvatura, como se muestra en la misma figura 1.3.

En la escoliosis existen usualmente al menos tres curvas identificables (una curva muy pronunciada con curvas compensadoras arriba y abajo de ella), mientras que observaciones de espinas normales durante flexiones laterales revelan solo una curva.

Se ha encontrado que la rotación axial está relacionada con la flexión y la extensión de la espina (ref. 12). Como se menciona anteriormente, en espinas normales, las curvas lumbares producidas por el doblamiento lateral están asociadas con una rotación del cuerpo vertebral hacia la concavidad de la curva. Sin embargo, ésta no es la dirección de la rotación en espinas escolióticas. En ellas, los cuerpos vertebrales giran en dirección opuesta a como sucede en un sujeto normal.

Por lo tanto, los cuerpos vertebrales de espinas con escoliosis tienden a orientarse hacia el lado convexo de la curva mientras que los procesos espinosos se deforman hacia

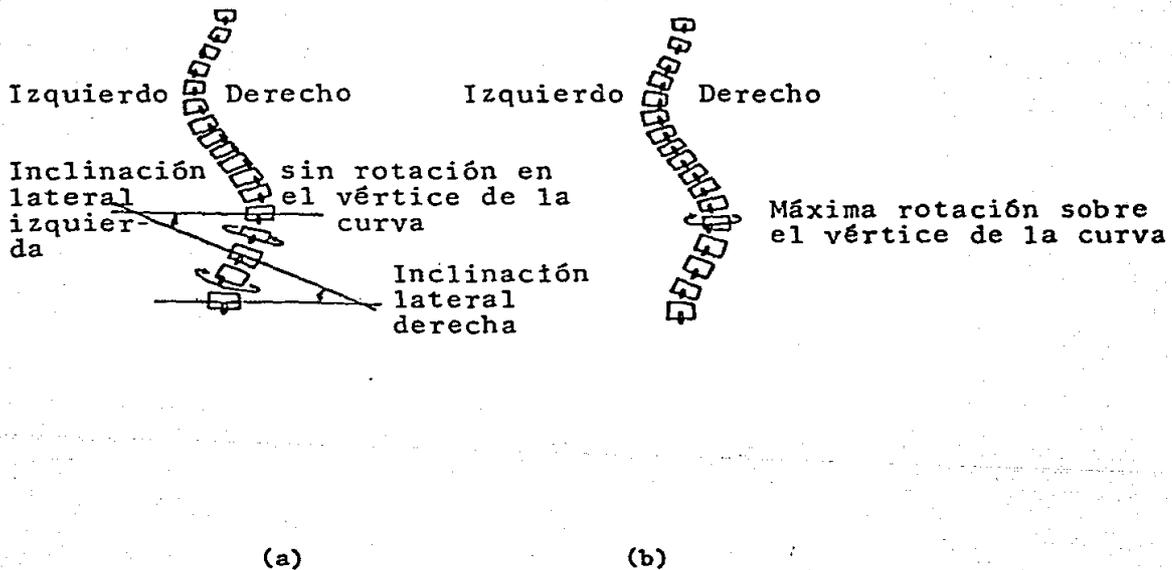


FIGURA 1.3 ROTACION DE LAS VERTEBRAS.

COMPARACION DE UNA COLUMNA ESCOLIOTICA CON UNA COLUMNA VERTEBRAL SANA.

(a) INCLINACION LATERAL CON ACOPLAMIENTO DE ROTACION EN UNA COLUMNA NORMAL.

(b) MAXIMA ROTACION EN EL VERTICE DE LA CURVA EN EL CASO DE LA ESCOLIOSIS.

al lado concavo de la curva. Los procesos espinosos son las prominencias posteriores de las vértebras.

Por último, se cree que la deformación escoliástica pueda ser el resultado final de un lento proceso de crecimiento y remodelación (o reacondo de la espina debido a la postura) (ref. 12).

2. MEDICIONES DE LA DEFORMACION ESCOLIOTICA.

En la actualidad, se usan varios métodos para medir la deformación del tronco. El primer método es la evaluación clínica que puede incluir el uso de técnicas especiales para medir la superficie del cuerpo y una prueba de flexión en la que el paciente es observado mientras se flexiona hacia adelante para tocar sus pies. El diagnóstico de curvas severas no es particularmente difícil. Sin embargo, en el caso de pequeñas deformaciones, éstas no pueden ser apreciadas fácilmente por personal clínico sin experiencia. Un problema con el diagnóstico clínico consiste en que la escoliosis no puede ser comparada entre dos exámenes clínicos independientes del mismo paciente.

Otras técnicas de medición emplean radiografías o el uso de métodos ópticos. En el primer grupo de técnicas, se realiza una serie de placas de rayos X que permiten registrar los incrementos de la deformación en la espina. Los análisis por medio de rayos X no son justificables económicamente debido a su alto costo, ni éticamente puesto que el daño producido por la exposición a rayos X es acumulativo (ref. 2).

Un método óptico no invasivo por su propia naturaleza, lo constituye la topografía de Moire aplicada a la espalda del paciente. Con la introducción de esta técnica se ha hecho posible un nuevo recurso para describir y documentar el estado de la espina. Este método permite diagnosticar aún muy pequeñas asimetrías de la espalda, las cuales son producidas por deformaciones de la espina (ref. 2).

2.1. EVALUACION CLINICA.

Una joroba llega a ser evidente en una espalda con escoliosis en flexiones hacia adelante (figura 1.4). Un inclinómetro puede emplearse para medir la rotación del tórax y la joroba. Una segunda medición clínica importante es el "balance" del torso o la desviación observada de la verticalidad de la columna desde su parte superior hasta su parte inferior. En ésta se cuelga una plomada cerca de la espalda del paciente y se mide la distancia entre la línea formada por la cuerda de la plomada y el nacimiento de la hendidura de la columna (figura 1.5).

Estos métodos no son adecuados para una discusión cuantitativa ya que generalmente la posición de las vértebras solo puede conocerse por palpación y un punto es insuficiente para conocer la rotación de la columna sin ambigüedades.

MEDICIONES CLINICAS.

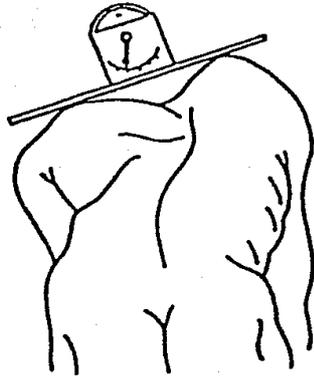


FIGURA 1.4 MEDICION DE LA ROTACION DE LA ESPALDA EMPLEANDO UN INCLINOMETRO.

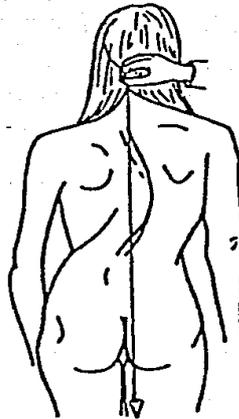


FIGURA 1.5 MEDICION DEL "BALANCE" EMPLEANDO UNA PLOMADA.

2.2. MEDICIONES RADIOGRAFICAS.

La medición del ángulo de Cobb (ref. 1) se refiere al ángulo de inclinación entre vértebras de la curva escoliótica, vistos desde el plano frontal. Por lo tanto, el ángulo de Cobb muestra la curva lateral de la espina debida a la escoliosis. Las mediciones de este ángulo producen un error de observación del 10%, por lo que no son muy reproducibles (ref. 2). Convencionalmente se usan radiografías anteroposteriores (AP) para documentar la escoliosis. Sin embargo, las radiografías AP tienen un gran número de desventajas, tales como una alta dosis de radiación en los tejidos del pecho, tiroides y ovarios (ref. 12).

Otra desventaja de las radiografías consiste en que proporcionan una amplificación distorsionada de la imagen debido a la divergencia de los haces de rayos X (figura 1.6). Con una gran distancia de la película de rayos X al tubo de haces de los rayos X se tendría una mínima divergencia y el resultado de distorsión se reduciría.

De cualquier forma, una radiografía nos proporciona información bidimensional de la deformación tridimensional. Por lo cual, una radiografía no es suficiente para definir completamente la configuración de la escoliosis. El ángulo de Cobb puede cambiar si la orientación del plano de los rayos X es diferente del anteroposterior.

2.3. MEDICIONES SUPERFICIALES.

Se han desarrollado nuevas técnicas en un intento por mejorar la documentación de la deformación escoliótica. Tales técnicas incluyen las fotografías de los patrones de la Topografía de Moiré y el rastreo fotográfico (ref. 3). Estas técnicas tienen las ventajas de ser métodos seguros, no invasivos, reproducibles e importantes para documentar la deformación.

2.3.1 LA TOPOGRAFIA DE MOIRE.

En 1970, Takasaki aplicó la topografía de Moiré a un cuerpo humano vivo por primera vez (ref. 4).

La producción de patrones de Moiré se debe a la interferencia óptica de dos rejillas. Estos patrones de interferencia, en el caso de la topografía de Moiré, están asociados a la profundidad de la superficie observada respecto a un plano de referencia, o sea que son líneas topográficas de la superficie. De manera que la topografía de Moiré proporciona información tridimensional de la superficie del objeto. En esta técnica se emplea una rejilla colocada cerca del objeto. El haz de una fuente luminosa pasa a través de una rejilla proyectándola sobre la superficie. La superficie es entonces observada a través de la misma rejilla a un ángulo diferente dando como resultado

MEDICIONES RADIOGRAFICAS.

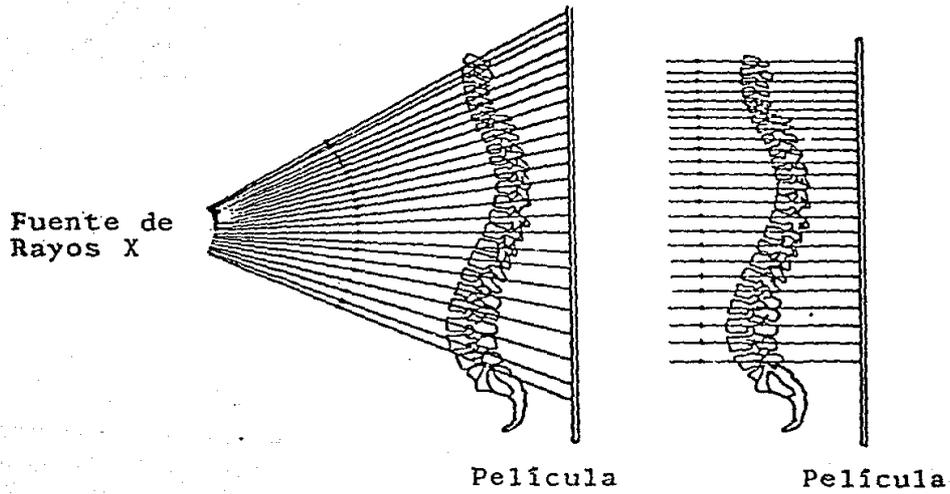


FIGURA 1.6 DISTORSION DEBIDA A LA DIVERGENCIA DE LOS RAYOS "X".

franjas (patrones) de interferencia.

Un refinamiento de esta técnica es el método de proyección que usa los mismos principios ópticos empleando dos rejillas, una colocada inmediatamente en frente del proyector, y una segunda rejilla colocada inmediatamente en frente de la lente de la cámara de observación.

Es importante hacer notar que la simplicidad de esta técnica permite que no se requiera de personal especializado para su aplicación.

Las técnicas de Moiré permiten una medición muy precisa de la forma de la superficie. Las variaciones topográficas de la superficie de la espalda del paciente con escoliosis pueden obtenerse con una precisión de 0.2% (ref. 5).

Como el método de Moiré ha mostrado ser muy sensible y registrar aún las más insignificantes asimetrías del tronco (ref. 2, 6, 7 y 8), se ha aceptado como "espinas normales" aquellas cuyas asimetrías están caracterizadas por desviaciones menores que el intervalo de una franja de Moiré (ref. 2). Es posible entonces, emplear las asimetrías de las franjas de Moiré vistas en las fotografías para facilitar el diagnóstico de la escoliosis (ref. 12).

Varias técnicas se han empleado para cuantificar los topogramas de Moiré. Uno de ellos cuantifica la sección transversal (figura 1.7) o el plano sagital (figura 1.8). Así mismo, se emplea una técnica de reconocimiento de franjas (ref. 12 y 16 de los topogramas de Moiré (figura 1.9). Con un grado de precisión razonable se puede detectar el nivel tipo de curva a partir de la información contenida en las franjas de Moiré de la sola superficie de la espalda.

En el Centro de Ingeniería Ortopédica de Oxford (Nuffield, Inglaterra) se está empleando exitosamente un sistema de procesamiento de imágenes denominado ISIS (ref. 13). Con él se obtiene, a partir de marcas superficiales, información sobre la rotación y flexión de la columna (ref. 14). Los resultados de estos exámenes se tienen en 5 ó 7 minutos.

Willner (ref. 2) reportó un coeficiente de correlación de 0.73 a 0.84 entre el ángulo de Cobb y la magnitud de la desviación de las franjas de Moiré sobre la espalda.

Es conveniente notar que existen grandes diferencias intrínsecas entre el ángulo de Cobb y los patrones de Moiré. Primero, el ángulo de Cobb es una representación bidimensional de una deformación tridimensional y presenta grandes errores de medición. Segundo, la caja torácica, la musculatura paraespinal y las clavículas modifican la relación entre la superficie de la espalda y la espina.

MEDICIONES SUPERFICIALES.

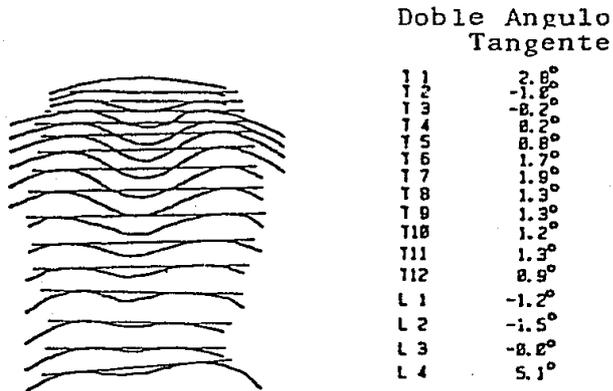


FIGURA 1.7 SECCIONES TRANSVERSALES HORIZONTALES DE UNA ESPALDA ESCOLIOTICA (GENERADAS POR MEDIO DE RASTREO FOTOGRAFICO).

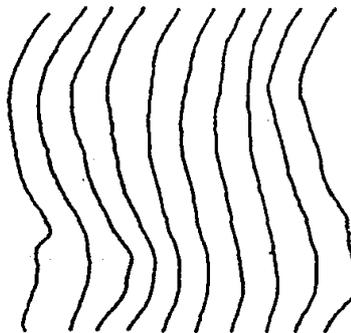
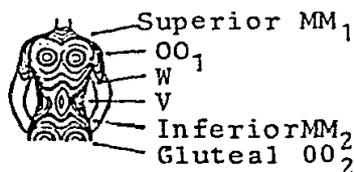
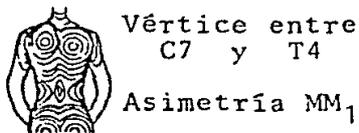


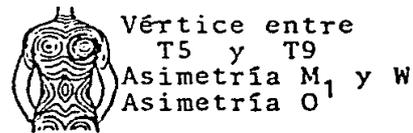
FIGURA 1.8 SECCIONES DEL PLANO SAGITAL DE UNA ESPALDA ESCOLIOTICA (GENERADA POR RASTREO FOTOGRAFICO).



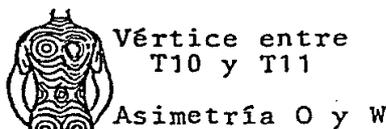
(a)



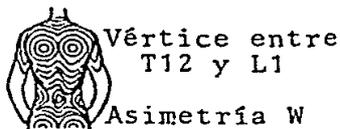
(b)



(c)



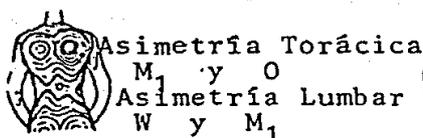
(d)



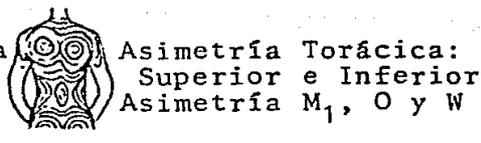
(e)



(f)



(g)



(h)

FIGURA 1.9 PATRONES DE MOIRE ASOCIADOS A VARIOS TIPOS DE DEFORMACIONES ESCOLIOTICAS.

- (a) Espalda Normal
- (b) Escoliosis Torácica Superior
- (c) Escoliosis Torácica Media
- (d) Escoliosis Torácica Inferior
- (e) Escoliosis Toracolumbar
- (f) Escoliosis Lumbar
- (g) Escoliosis Estructural Doble
- (h) Escoliosis Torácica Doble

2.3.2 RASTREO FOTOGRAFICO.

Se desarrolló el rastreoestereógrafo para grabar la forma de la espalda (ref. 12). En esta técnica, el patrón de una rejilla cuadrada se proyecta ópticamente sobre la espalda desde un ángulo oblicuo y los líneas distorsionadas por la superficie son comparadas con las mismas líneas del patrón proyectado sobre una superficie plana. Los cambios de los patrones de la superficie pueden procesarse empleando una computadora y representarse gráficamente, de manera que se observe la forma de la espalda en tres dimensiones.

El rastreoestereógrafo tiene grandes ventajas como una herramienta de investigación para análisis digital de la forma de las superficies aunque presenta la desventaja de ser una técnica indirecta, la cual requiere de procesamiento en computadora y por lo tanto, carece de inmediata representación visual.

Es importante recalcar que los resultados de las técnicas que involucran superficies tridimensionales, como en el caso del método de Moiré, proporcionan información de la rotación axial mientras que las radiografías son solo representaciones planas y por lo tanto, solo muestran el ángulo de flexión lateral de la curva.

3. ETIOLOGIA DE LA ESCOLIOSIS.

Existen diferentes tipos de escoliosis, que se clasifican de acuerdo a su probable causa (es decir, etiología), y son: idiopática, neuromuscular y congénita. La escoliosis idiopática es aquella cuyo origen se desconoce. La escoliosis idiopática constituye entre el 80 y 90% de todos los casos de escoliosis (ref. 12).

3.1 ETIOLOGIA GENETICA.

Se realizó un estudio estadístico (ref. 12), encontrándose que el 27% de los pacientes con escoliosis tiene antecedentes familiares de esa enfermedad. El peligro de llegar a padecer esta enfermedad, a parientes en primer grado de un sujeto escoliótico parece ser tres o cuatro veces mayor que en los niños de parientes sin afecciones. Parientes de pacientes escolióticos femeninos son afectados más frecuentemente que parientes de pacientes escolióticos masculinos.

3.2 ETIOLOGIA NEUROLOGICA.

Se han realizado estudios para conocer la causa de la escoliosis (ref. 12), en ellos se han cortado segmentos de los músculos, ligamentos, costillas, vértebras o de ramificaciones nerviosas, lo cual ha provocado escoliosis. Otra causa de la escoliosis es la postura (ref. 12); lo anterior se proyo cuando se inmovilizaron animales en posiciones escolióticas. Por lo tanto, desequilibrios en el sistema neuronal pueden ocasionar escoliosis.

4. CONSIDERACIONES BIOMECAICAS DE LA ESCOLIOSIS.

La escoliosis puede deberse a varios factores biomecánicos, los cuales pueden ayudar a describir la enfermedad.

4.1 FLEXION DE LA COLUMNA VERTEBRAL.

La columna vertebral puede considerarse como una barra larga y flexible. Una barra puede deformarse por fuerzas verticales, a lo que se le da el nombre de arqueo, y a la fuerza vertical necesaria para producir el arqueo se le denomina carga crítica (ref. 9).

Cuando se aplica una carga a una barra que tiene su base fija, de manera que la carga tenga que ser soportada por toda la barra y no se aplica una sujeción que restrinja la flexión lateral en la parte superior de la barra, la barra se arqueará fácilmente tomando forma de C (fig. 1.12).

Si se restringe el movimiento lateral en los extremos superior e inferior, pero se le permite girar, la fuerza necesaria para producir el arqueo de la barra aumenta por un factor de cuatro.

Restringiendo la desviación lateral del extremo superior de manera que se le permita girar, y en el extremo inferior se restringen tanto la desviación lateral como la rotación, se duplica el valor anterior de la carga crítica. Esto corresponde al caso de la columna vertebral del ser humano, en que se restringe la desviación lateral pero la parte superior de la columna puede girar libremente, al mismo tiempo que el extremo inferior se encuentra fijo a la pelvis a través del sacro. Comparada con el modelo sin sujeciones, esta última configuración requiere una carga 8 veces mayor para arquearse. La carga crítica puede maximizarse, creando una situación en la que tanto la desviación lateral como la rotación en los extremos superior e inferior estén restringidas.

Se ha encontrado que la carga necesaria para arquear una columna toracolumbar que se ha disecado y extraído del cadáver de un adulto es de 20 Newtons (ref. 9). Sin embargo, se requiere una carga crítica de 350 Newtons para arquear la columna de un cadáver humano adulto, que se mantiene unida al sacro y a las costillas. Resulta interesante que esta carga es equivalente al peso promedio combinado del torso, cabeza y brazos de un adulto normal.

La columna vertebral se encuentra flexionada de modo natural en el plano sagital o lateral (cifosis o lordosis postural) (fig. 1.1). Para que ocurra la escoliosis (flexión en el plano frontal), debe haber una rotación en la columna. Esto es cierto puesto que no es posible doblar una

barra flexible en dos planos perpendiculares entre si sin girarla (ref. 9).

La flexibilidad de la columna se debe, en gran parte, a los discos intervertebrales que permiten flexión, rotación y una cierta cantidad de inclinación y deslizamiento lateral de las vértebras. El movimiento más allá de esos límites requiere la interrupción del disco y de sus ligamentos asociados. Los discos contribuyen no solo en buena parte a la flexibilidad de la columna sino que también proporcionan una mayor sujeción entre vértebras durante el movimiento. La columna vertebral, los discos y los ligamentos presentan poca resistencia al arqueo.

Por lo anteriormente expuesto, la estabilidad de la columna involucra la presencia de factores estabilizadores extrínsecos. Estos son las fuerzas ejercidas por los músculos del tronco. En la mayoría de los casos, en una columna normal la contracción simétrica de estos músculos evita el arqueamiento, pero si la columna está girada y flexionada lateralmente como ocurre en el caso de la deformación escoliótica, los músculos que se encuentran a los lados de la línea media, pueden actuar como fuerzas deformantes adicionales.

Una vez ocurrido el desequilibrio, las fuerzas musculares están ya mal alineadas, sumadas al peso corporal, ocasionan que la curvatura progrese aún más. Si esto ocurre en un niño en su etapa de crecimiento, la adaptación al esfuerzo anormal ocasiona un crecimiento desigual de las vértebras, al igual que un acunamiento entre ellas y una curvatura ósea permanente. Aún después de que el crecimiento ha terminado, las fuerzas musculares anormales que actúan sobre una columna escoliótica en el adulto, por medio del proceso de remodelación de los tejidos blandos, pueden ocasionar que la curvatura aumente lentamente.

4.2 DELGADEZ DE LA COLUMNA VERTEBRAL.

La delgadez de la columna vertebral se entiende como la relación entre la longitud y las dimensiones de la sección transversal de la espina. Se ha explorado el posible papel que una espina delgada pueda tener en el progreso de la escoliosis idiopática (ref. 10), encontrando que las niñas tienen espinas significativamente más delgadas que los niños. Esta debilidad en la espina tal vez pueda ayudar a explicar la diferencia (en los sexos) en las tendencias del progreso de la enfermedad, pero no proporciona mayor información.

4.3 ACTIVIDAD MIOELECTRICA EN LOS MUSCULOS DEL TRONCO.

La actividad mioeléctrica en los músculos se refiere a las señales eléctricas transmitidas por los nervios para que ocurra la contracción de los músculos. Bajo circunstancias apropiadas, la amplitud de las señales de la actividad mioeléctrica está correlacionada con la magnitud de las fuerzas de contracción de los músculos.

Con frecuencia se ha reportado una actividad mioeléctrica asimétrica de los músculos del tronco en niñas con escoliosis idiopática. Algunos investigadores han estudiado este problema (ref. 10) encontrando que ocurren moderadas asimetrías en la actividad mioeléctrica de los músculos del tronco en niñas sanas así como en niñas que tienen escoliosis. También se observó que pacientes con curvas escolióticas severas muestran asimetrías fuertes de la actividad mioeléctrica, lo cual sugiere que dicha asimetría surge de la existencia de las curvas, en lugar de ser la causa que ayuda a crearlas.

4.4 ESFUERZOS DE LOS MUSCULOS DEL TRONCO.

En las secciones anteriores se ha mencionado cual es el efecto de cargas anormales sobre las curvas laterales de la espina. Por lo cual se han realizado investigaciones (ref. 10) sobre la influencia de estas cargas desarrolladas a través de la propia acción de los músculos del tronco o por el mal funcionamiento en el mecanismo encargado de mantener la postura erecta del tronco (vease la figura 1.10).

Supóngase que aunque solo sean pequeños desbalances en los momentos de flexión lateral los que deban resistirse continuamente por medio de inclinaciones laterales de la espina, estos provocarán eventualmente, esas grandes deformaciones laterales observadas en los estados avanzados de escoliosis. Por lo tanto, la aplicación de la carga del cuerpo sobre una espina curvada lateralmente puede provocar un incremento significativo en su curvatura. El incremento depende de la configuración inicial de la espina y de la naturaleza de la respuesta para enderezar la columna.

En espinas sanas, manteniendo una postura vertical relajada del tronco, la espina no necesitará resistir ningún momento de flexión lateral desbalanceado. El mecanismo neuronal controlador de la postura debe encargarse de enviar las señales correspondientes a los músculos del tronco cuando se presente algún momento de flexión, para volver a hacer cero los momentos aplicados sobre la espina.

Lo anterior suscitó la siguiente hipótesis: el avance de la escoliosis idiopática se encuentra en los defectos del sistema neuronal que controla la postura erecta del tronco (ref. 10).

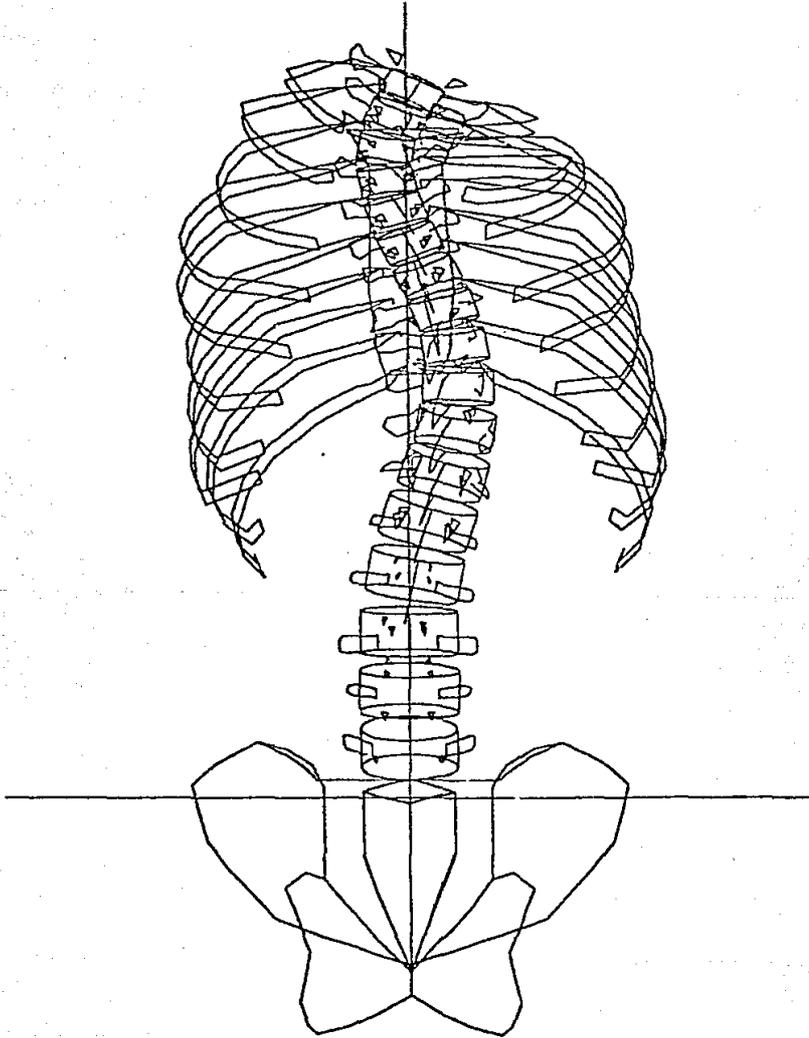


FIGURA 1.10 MODELO BIOMECANICO DE UNA ESPINA CON ESCOLIOSIS
SIMULADO POR COMPUTADORA.

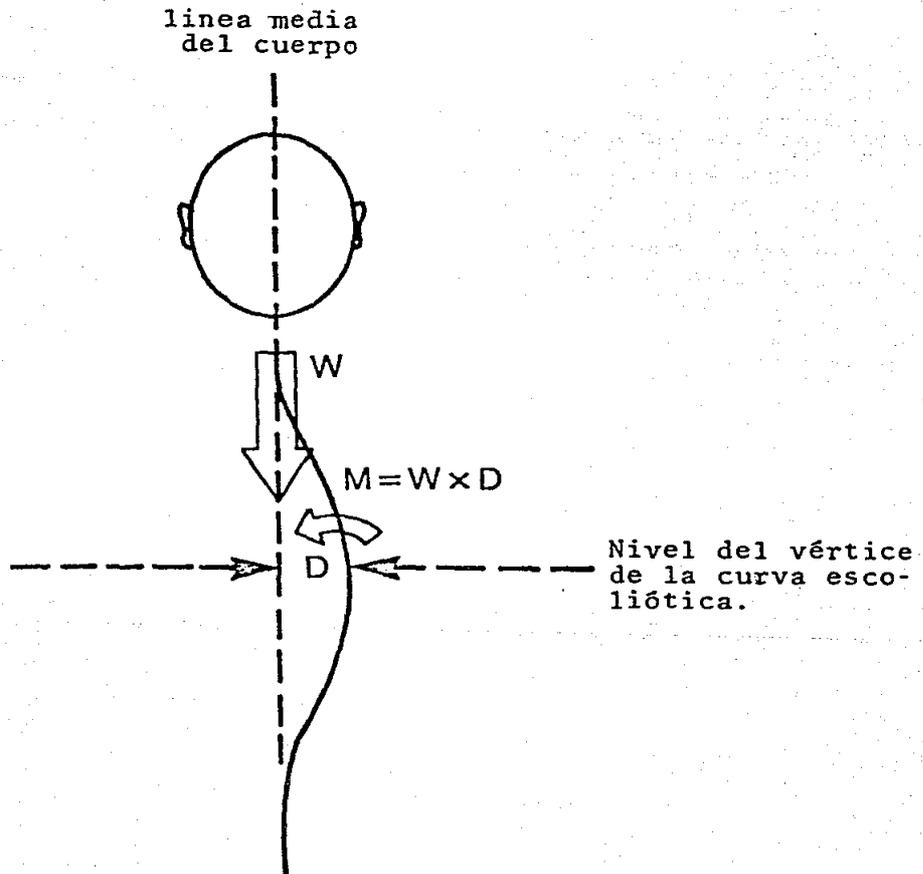


FIGURA 1.11 DIAGRAMA ESQUEMATICO DEL MOMENTO PRODUCIDO CUANDO EL PESO DEL CUERPO ACTUA SOBRE UNA ESPINA DESPLAZADA LATERALMENTE.

W denota el peso de todos los segmentos del cuerpo que están arriba del vértice de la curva escoliótica.

D representa el desplazamiento lateral de la vértebra apical respecto a la línea media del cuerpo.

M es el momento de flexión lateral en el vértice que resulta de su desplazamiento lateral.

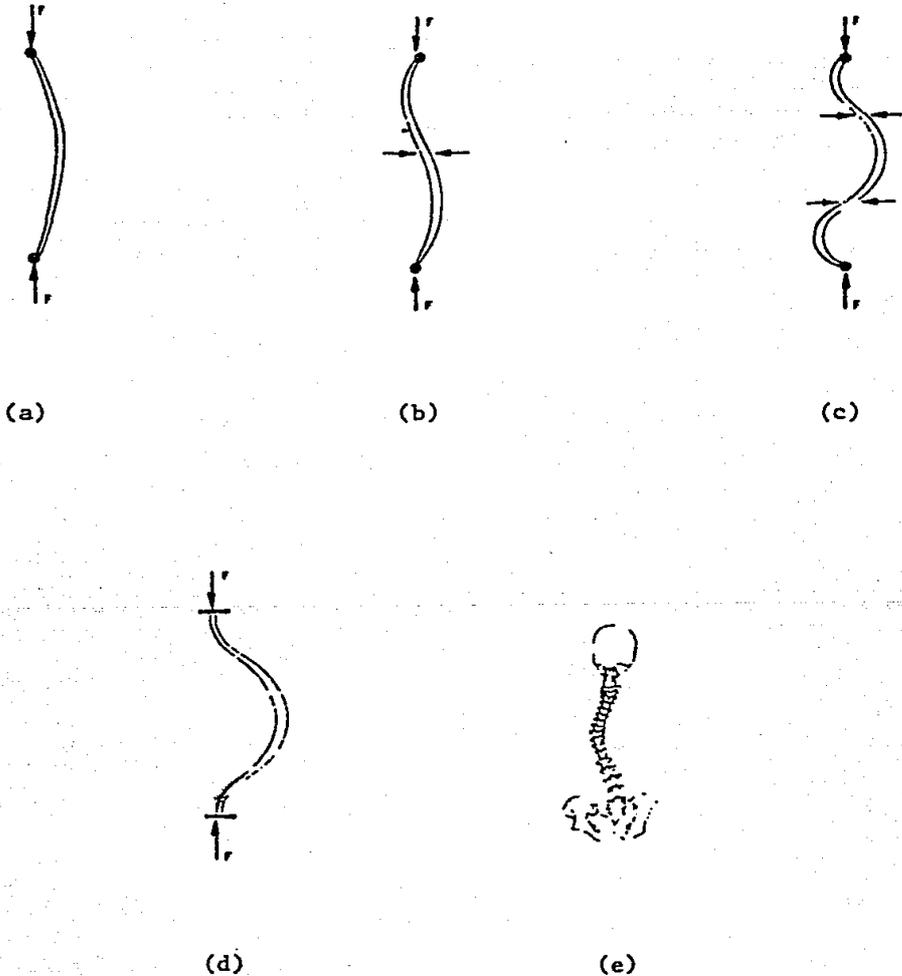


FIGURA 1.12 MODOS POSIBLES DE DOBLAMIENTO DE UNA BARRA DELGADA.

- (a) En forma de C cuando no está restringida.
- (b) Representa al doblamiento cuando tiene una restricción.
- (c) Doblamiento cuando existen dos restricciones.
- (d) En el caso en el que ambos extremos estén restringidos.
- (e) En el caso de la columna vertebral se tiene restricción en ambos extremos. La cabeza está restringida a permanecer encima de la pelvis.

Cuando existe una curvatura en la espina manteniendo el tronco erecto, la curva crea un momento de inclinación lateral que tiende a incrementarla (figura 1.11).

De acuerdo con lo anterior, se propuso que:

1. Un momento desbalanceado está potencialmente presente en la escoliosis y es una falla en la respuesta del sistema neuronal lo que promueve el progreso de la enfermedad (ref. 11). Esta hipótesis parece razonable como una condición necesaria pero tal vez no suficiente para que progrese una curva escoliótica.

2. Una curvatura en la espina aumenta si el desplazamiento lateral continua incrementándose hasta hacerse semipermanente debido a los continuos momentos de inclinación lateral que actúan sobre los discos intervertebrales (ref. 11).

5. MODELOS BIOMECANICOS DE LA ESCOLIOSIS.

Los modelos se han empleado durante largo tiempo para entender la biomecánica de la espina y particularmente, la biomecánica de la escoliosis.

5.1 MODELO DE SOMFRVILLE.

Este modelo se ilustra en la figura 1.13 (ref. 12). En él, unos cilindros de madera fueron separados por piezas de esponjas de hule, unos ganchos fueron insertados a la cara posterior de esos cuerpos para representar a los elementos posteriores (procesos espinosos) de las vértebras con los ganchos unidos entre si de tal forma que causarían lordosis. El modelo fue desarrollado particularmente para mostrar el papel del proceso espinoso. Con la ayuda de este modelo se demostró que la flexión hacia adelante primero causa cifosis y luego la rotación de las vértebras en el area de la lordosis. Se encontró que la rotación se incrementa con el esfuerzo de compresión y decrece con los esfuerzos de tensión.

5.2 MODELO DE CAREY.

Este modelo es más complicado (ref. 12). Las vértebras se formaron más cuidadosamente, los músculos se representaron por medio de resortes. Con la ayuda de este modelo, se demostró la influencia de diferentes grupos de músculos en la producción de diferentes configuraciones del modelo.

5.3 MODELO DE FOPE.

La figura 1.14 muestra un modelo que se ha desarrollado recientemente para estudiar el efecto de la orientación de las vértebras en tres dimensiones sobre la forma del torso (ref. 12). La dificultad de este modelo radica en la simulación de las interacciones entre la caja torácica y la espina.

5.4 MODELO DE SCHULTZ.

En éste, se consideran las vértebras conectadas por elementos de longitud fija, introduciendo así las restricciones geométricas (ref. 12). La complejidad del modelo se incrementa por el gran número y tipo de elementos entre las vértebras. Este modelo se usó para investigar la configuración de la espina en pacientes de escoliosis moderada a mediana.

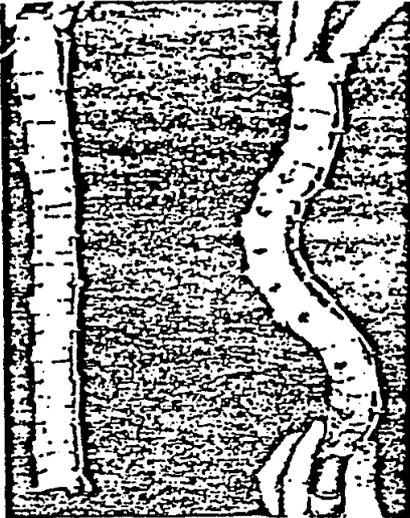


FIGURA 1.13 REPLICA DEL MODELO DE .
SOMERVILLE DE UNA ESPINA
CON ESCOLIOSIS.

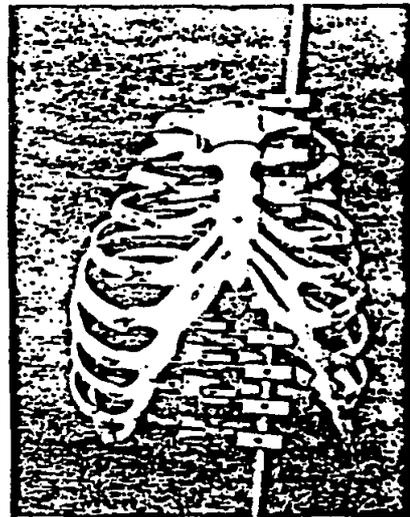


FIGURA 1.14 MODELO MECANICO DE
ESPINA Y CAJA TORA-
CICA PARA ESTUDIAR
LOS EFECTOS DE LA
ESCOLIOSIS SOBRE LA
FORMA DE LA SUPER-
FICIE DE LA ESPAL-
DA.

5.5 MODELO DE ANDRIACCHI.

Andriacchi et al (ref. 12) investigaron un modelo de elementos deformables. Este modelo considera las vértebras conectadas por elementos deformables (discos, ligamentos y cartílagos), los cuales son capaces de almacenar energía elástica. El modelo incluye la espina toracolumbar, el sacro, el esternón y las costillas. El modelo se comporta en forma similar a la observada clínicamente considerando también a las costillas. Se encontró que para una curva torácica superior, la caja torácica tiene un efecto significativo sobre la rigidez del tronco cuando se le aplica alguna fuerza de tracción, mientras que para curvas en el nivel inferior esta tiene poco efecto.

A. BIOMECANICA DEL TRATAMIENTO DE LA ESCOLIOSIS.

Se han realizado avances en los tratamientos no operativos y operativos de la escoliosis para reducir no solo la desviación lateral, sino también la deformación cosmética que está asociada a ella.

Se han encontrado que los resultados de los tratamientos mejoran si éste comienza a una edad temprana (cuando el columna ósea no ha alcanzado su madurez). Debido a esto, el interés en un diagnóstico temprano de estas deformaciones de la espina se ha desarrollado rápidamente.

Diferentes tipos de tratamientos se han usado desde los tiempos de Hipócrates. Todos los métodos comunes son de naturaleza mecánica y están orientados a reducir la deformación debido al efecto que las fuerzas producen en la espina. Por lo cual, la fuerza es importante, pero también lo es su punto de aplicación. Los tipos de fuerzas aplicadas a la espina para su corrección se ilustran en la figura 1.15.

El principio empleado para enderezar una columna curvada está basado en la tercera ley de Newton (a las fuerzas correctoras deben oponerse fuerzas iguales y contrarias).

Para enderezar la columna es necesario flexionarla (empujándola o jalándola) contra alguna resistencia (ref. 9). Por lo tanto, se deben aplicar fuerzas iguales y opuestas de tal modo que los extremos de la curva queden libres para moverse, alejándose uno del otro, a medida que progresa el enderezamiento de la columna.

Para poder corregir una curva escoliótica, las fuerzas deben actuar a una cierta distancia del vértice de la curva. La distancia perpendicular entre la línea de aplicación de la fuerza y el vértice de la curva se define como el brazo de palanca. Mientras más grande sea el brazo de palanca, mayor será el enderezamiento producido. La efectividad de este enderezamiento se determina multiplicando la fuerza por la longitud del brazo de palanca. Al producto de esta multiplicación se le denomina momento de la fuerza o momento de flexión.

De manera que, para que una fuerza correctora sea efectiva, requiere tener un brazo de palanca relativamente grande.

Es importante notar que los factores básicos de las fuerzas aplicadas son: su magnitud, su punto de aplicación, su brazo de palanca y la dirección sobre la cual se aplica. Comparando una fuerza de compresión aplicada horizontalmente, con otra de igual magnitud y punto de aplicación pero que se encuentre inclinado respecto a la horizontal, se observará que solo la componente horizontal de la fuerza contribuye a enderezar la curva. La componente vertical no tiene efecto

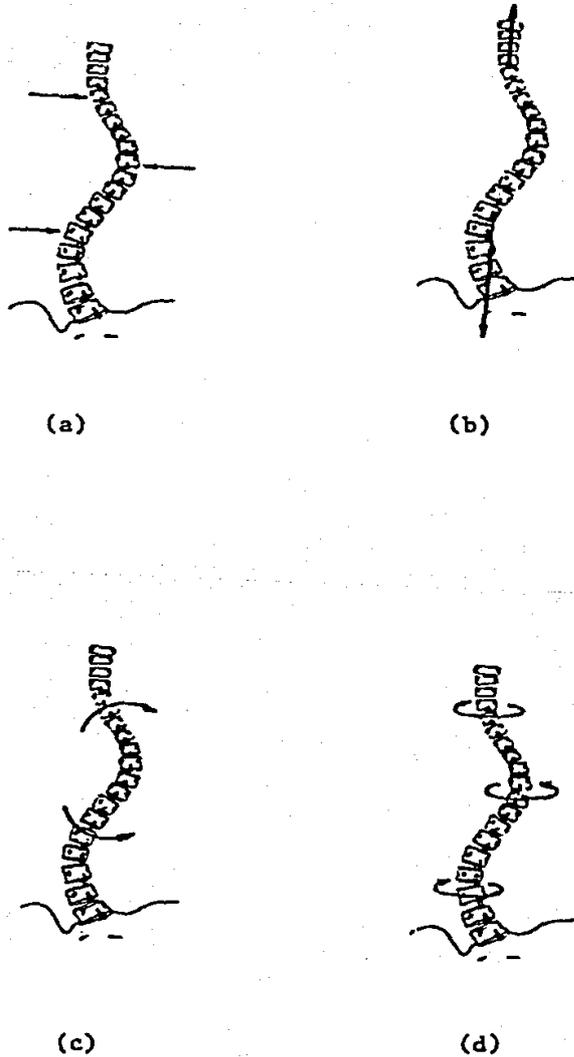


FIGURA 1.15 TIPOS DE FUERZAS APLICADAS A LA ESPINA DURANTE EL TRATAMIENTO DE LA ESCOLIOSIS.

- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------|
| (a) Fuerzas laterales. | (b) Fuerzas de tracción. |
| (c) Momentos de inclinación lateral. | (d) Momentos de rotación axial. |

Útil alguno en este caso.

6.1 TRATAMIENTOS NO OPERATIVOS.

La tracción, los moldes enyesados y los aparatos ortopédicos pueden jalar o empujar la columna vertebral y corregir la escoliosis, creando momentos de flexión.

6.1.1 TRACCION, MOLDES ENYESADOS Y APARATOS ORTOPEDICOS.

En el siglo quinto, Hipócrates intentó corregir la espina escoliótica usando tracción. Recientemente, se ha mostrado que ésta también corrige la componente de rotación de la deformación mientras se aplican las fuerzas.

Existen varios métodos para corregir la curvatura escoliótica mediante tracción, éstos son:

- + La tracción esquelética halo-femoral o halo-pélvica (fig. 1.16) (ref. 9 y 12).
- + El corse con tensores (fig. 1.17) (ref. 9).
- + El corse aplicado con localizador (fig. 1.18) (ref. 9).
- + El aparato de Milwaukee (fig. 1.19) (ref. 9 y 12).

El aparato de Milwaukee es el tratamiento común para una escoliosis moderada. El objetivo de emplear este aparato es prevenir un incremento, o aún para reducir la curvatura mientras se espera hasta que el paciente alcance la madurez de su esqueleto. Este aparato combina la tracción y las fuerzas de presión lateral, impidiendo desviaciones laterales y flexiones.

6.1.2 ESTIMULACION ELECTRICA.

Recientemente, la estimulación de los músculos se ha empleado para el tratamiento de la escoliosis (ref. 12). En esta técnica se colocan tres electrodos en la espalda del paciente y mediante una antena transmisora se controla el suministro de estimulación. Se concluyó que la estimulación eléctrica transcutánea lateral podía detener el aumento de una curva en el caso de escoliosis idiopática juvenil y adolescente.

6.2. MANEJO QUIRURGICO.

En algunos casos de escoliosis, los moldes enyesados y los aparatos ortopédicos no son capaces de corregir satisfactoriamente la curva. Lo indicado es la corrección quirúrgica y la fijación interna.

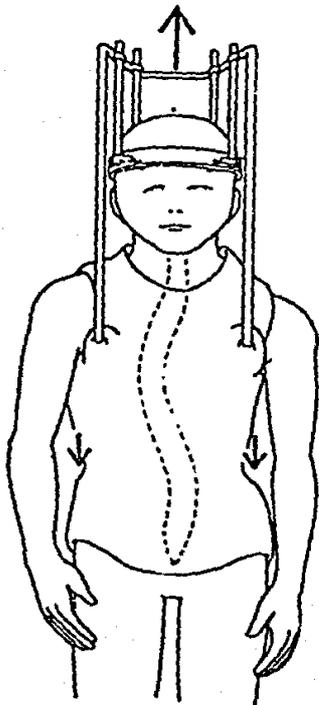
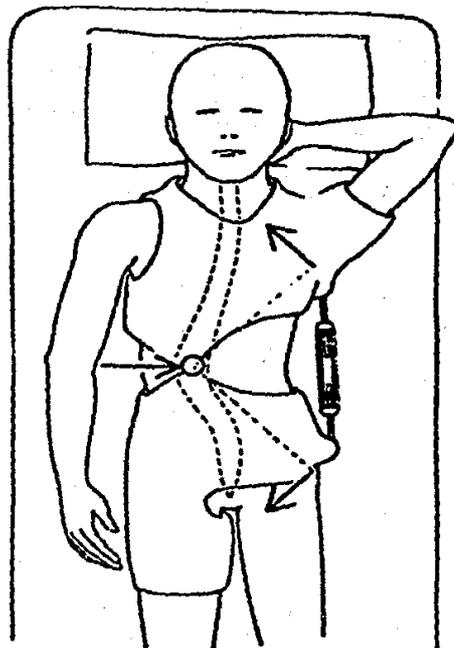


FIGURA 1.16 TRACCION HALO-FEMORAL O HALO-PELVICA.

FIGURA 1.17 CORSE CON TENSORES.



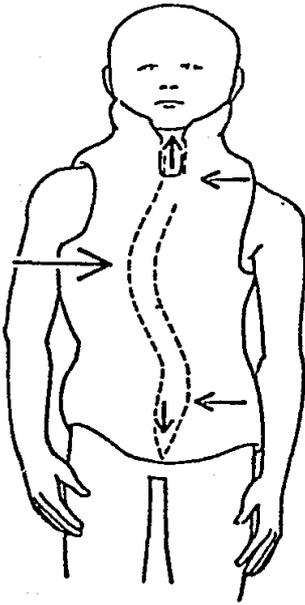


FIGURA 1.18 CORSE APLICADO CON LOCALIZADOR.

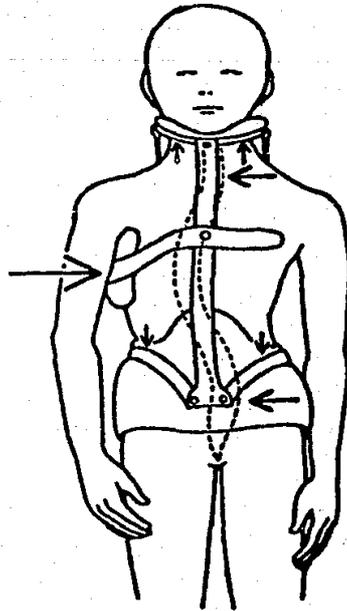


FIGURA 1.19 APARATO TIPO MILWAUKEE.



MOMENTO DE
CORRECCION

$$F \cdot d$$



MOMENTO DE
CORRECCION

$$F \cdot d$$

FIGURA 1.20 EL MOMENTO DE LA FUERZA CORRECTORA SOBRE LA ESPINA DISMINUYE CONFORME SE ALCANZA LA CORRECCION.

6.2.1 BARRAS DE HARRINGTON.

En la instrumentación de Harrington, la mayor parte de la corrección se realiza mediante barras de tracción que se fijan a la espina. Estas aplican una fuerza de tensión a la columna en la dirección longitudinal generando momentos de flexión (ref. 9 y 12). La efectividad de este método depende del momento aplicado por la fuerza, pues esta decrece conforme la corrección aumenta (fig. 1.20).

6.2.2 TECNICAS DE DWYER.

Dwyer (ref. 12) elaboró un dispositivo de fijación interna que no actúa mediante la aplicación de momentos de flexión. En esta técnica operativa, se extraen los discos intervertebrales y se endereza la columna manualmente. Se coloca un cable sustituyendo a los discos. El cable mantiene la corrección lograda por la extirpación de los discos.

Si se intenta utilizar el dispositivo de Dwyer para corregir la deformación (usándolo para aplicar momentos de flexión) en vez de que únicamente mantenga la corrección, se corre el riesgo de que se desprenda o se rompa el cable por la generación de fuerzas excesivas.

REFERENCIAS:

- 1). J.R. Cobb. (1948), Outline for the study of scoliosis, in The American Academy of Orthopaedic Surgeons: Instructional Course Lectures, Vol. 5, J.W. Edwards, Ann Arbor, pp. 251-275.
- 2). S. Willner. (1979), Moire topography for the diagnosis and documentation of scoliosis, Acta Orthop. Scand., 50, pp. 295-302.
- 3). W. Frobin, E. Hierholzer, B. Drerup (1982), Mathematical representation and shape analysis of irregular body surfaces, P. Soc. Photo. (SPIE)., 361, pp. 132-139.
- 4). H. Takasaki (1970), Moire topography, Appl. Opt., 9, pp. 1467-1472.
- 5). H. Takasaki (1973), Moire topography, Appl. Opt., 12, pp. 845-850.
- 6). T. Laulund, Jo. Sojbjerg, E. Horlyck (1983), Moire topography in screening for scoliosis. Meeting., Acta Orthopaedica Scand., 54(3), pp. 492-493.
- 7). M.M. El Sayyad (1984), A quantitative assessment of scoliosis by Moire Topography. Meeting., Physical Therapy 64(5), pp. 740.
- 8). T. Sahlstrand (1983), Reliability of the Moire method in diagnosis of structural scoliosis. Meeting., Acta Orth. Scand., 54(4), pp. 672.
- 9). E.L. Radin, Ed., Biomechanica Practica en Ortopedia.
- 10). A.B. Schultz (1984), Biomedical factors in the progression of idiopathic scoliosis, Annals Biomed. Eng., 12, pp. 621-630.
- 11). M. Reuber, A. Schultz, T. Mc Neill, D. Spencer (1983), Trunk muscle myoelectric activities in idiopathic scoliosis, Spine 8, pp. 447-456.
- 12). M.H. Pope, I.A.F. Stokes, M. Moreland (1984), The biomechanics of scoliosis. Review., CRC Critical Reviews Biomech. Eng., 11(3), pp. 157-188.
- 13). A.R. Turner-Smith (1982), Television scanning technique for topographic body measurements, P. Soc. Photo. (SPIE), 361, pp. 279-283.
- 14). A.R. Turner-Smith, D. Harris (1982), Back Shape Measurement, Extract from ODEC Annual Report No. 9, pp. 35-43.
- 15). A.R. Turner-Smith (1983), Back Shape Measurement, Extract from ODEC Annual Report No. 10, pp. 43-54.
- 16). M. Moreland, M.H. Pope, Armstrong (1981), Moire Fringe Topography and Spinal Deformity, Pergamon Press Ed. New York.

INTRODUCCION. CAPITULO II

Como se vió en el primer capítulo, la escoliosis se manifiesta como una rotación al igual que como una desviación lateral de la espina. Debido a lo anterior, toda la caja torácica se ve afectada, la espalda del paciente pierde simetría y la forma que adopta su superficie está relacionada con la deformación de la espina.

Recientemente, se ha demostrado que la información tridimensional de la superficie de la espalda puede conocerse fácilmente mediante las líneas de contorno que proporcionan la topografía de Moiré. Estas líneas de contorno muestran la profundidad de la superficie observada a partir de un plano de referencia.

Gracias al empleo de estas técnicas es posible lograr grandes ahorros en materiales radiográficos, disminuir la frecuencia de exposición a los rayos X sobre los pacientes, efectuar exámenes a un gran número de personas (principalmente niños en edad escolar) a costos mucho menores que si se emplearan técnicas radiográficas. Además de que esta técnica presenta la ventaja de proporcionar información tridimensional, a diferencia de las placas radiográficas.

En este segundo capítulo se mencionan las dos técnicas de Topografía de Moiré existentes: Moiré por sombreado, Moiré por proyección. Se describe ampliamente la técnica de Moiré por sombreado.

Se presenta el desarrollo matemático completo de la Topografía de Moiré a partir de dos puntos de vista. El primero de ellos es puramente geométrico y el segundo se lleva a cabo por medio de técnicas de Fourier.

Mediante el primer punto de vista se encuentra la ecuación geométrica general de las franjas de Moiré. A partir de ella puede desarrollarse una simulación en computadora de la visibilidad de franjas, en función de los diversos parámetros de construcción de los dispositivos experimentales.

La representación geométrica, si bien es una importante herramienta en simulación numérica, presenta escasas posibilidades para el estudio del comportamiento de las franjas de Moiré en función del tiempo y de la fase. Los cambios en la fase representan cambios locales en la pendiente de la superficie observada.

En este capítulo se demuestra que las curvas de igual nivel surgen de la interferencia de la rejilla con su sombra, proyectada ésta sobre la superficie en estudio. Es por esto que resulta conveniente representar a la rejilla por medio de una expansión en series de Fourier.

En todo sistema de Moiré con rejillas fijas, se forman franjas que oscurecen las verdaderas líneas de igual nivel del mapa topográfico de la superficie debidas a la interferencia de órdenes superiores entre la rejilla y su sombra. Por medio del análisis de Fourier se demuestra que el desplazamiento de la rejilla durante la exposición fotográfica permite que solo aparezcan las verdaderas líneas de contorno del objeto. Esto se debe a que las líneas de igual nivel de la superficie son las únicas que no dependen de la posición instantánea de la rejilla. Este efecto proporciona además, una mejor calidad en las imágenes fotográficas y un elevado número de franjas de nivel por unidad de área.

Se realiza un amplio análisis de los resultados encontrados en la literatura, respecto a las óptimas condiciones experimentales, en las que es conveniente llevar a cabo la exposición fotográfica, de la cual se obtendrá más tarde la información requerida para el diagnóstico de la escoliosis.

1. DESARROLLO DE LA TOPOGRAFIA DE MOIRE.

1.1. ANTECEDENTES.

Los años del decenio de 1960 pueden considerarse como el periodo en que se demostraron prácticamente la holografía y toda una variedad de aplicaciones de la óptica coherente. Entre las técnicas holográficas, se desarrolló una técnica para contornear objetos. Las finas franjas de interferencia de Young obtenidas con luz laser se proyectaron sobre un objeto de relieves suaves. Las franjas de interferencia se fotografiaron y procesaron. El negativo procesado fue entonces iluminado por dos haces de luz colimada desde dos direcciones simétricas y los dos frentes de onda difractados obtenidos, al interferir entre si mostraron un mapeo de contornos a iguales diferencias de alturas.

Aún cuando la explicación se hizo usando la terminología de óptica coherente, se señaló después que las franjas podían interpretarse como patrones de Moiré formados por el registro fotografico de las franjas proyectadas y la iluminación con estructura de rejilla debida a la interferencia de los dos haces colimados empleados en el proceso de reconstrucción. Si es así, las franjas que muestran el contorno de un objeto deben aparecer iluminando el objeto a través de una rejilla y observando el objeto a través de la misma rejilla desde un ángulo diferente. Este método es denominado "método de Moiré por medio de sombras".

1.2. FUNDAMENTOS DE LA TOPOGRAFIA DE MOIRE.

Se ha demostrado que la precisión obtenida en una medición empleando la topografía de Moiré es suficiente para poder evaluar, en forma muy precisa la deformación debida a la escoliosis.

Los métodos de Moiré se caracterizan por su simplicidad y por el hecho de que solo se usa equipo fácil de construir y sin sofisticaciones.

Los principios de la topografía de Moiré para poder obtener mediciones de un objeto tridimensional han sido discutidos por diversos autores como Takasaki, Meadows, Xenofos, etc. En estos desarrollos se supone que la fuente luminosa y la abertura de observación tienen dimensiones finitas y que se puede representar a la rejilla por medio de series de Fourier. Esto es importante, ya que en la práctica no es posible emplear ni fuentes luminosas puntuales ni fuentes luminosas infinitas, así como tampoco es posible emplear aberturas de observación de esas dimensiones.

La técnica de la Topografía de Moiré se logra mediante la superposición de dos distribuciones periódicas de la rejilla. Esta superposición se describe mediante el producto

de las intensidades, producidas simultaneamente. El producto de las intensidades proporciona franjas de Moiré de buen contraste y además, proporciona la información de la topografía de la superficie del objeto. Para el diagnóstico de escoliosis, este método es el único que proporciona la información requerida para conocer la topografía de la superficie de la espalda del paciente.

La observación de las franjas de Moiré se realiza a través de una o dos rejillas, dependiendo del tipo de sistema empleado para mapear la superficie del objeto observado. Estos dos sistemas para generar franjas de Moiré son:

- + Sistema de Moiré por sombreado.
- + Sistema de Moiré por proyección.

Es conveniente recalcar que se le da más énfasis al método de Moiré por sombreado debido a que el dispositivo experimental empleado corresponde a este tipo. El sistema de Moiré por proyección difiere del sistema de Moiré por sombreado en la configuración empleada pero los principios básicos son los mismos.

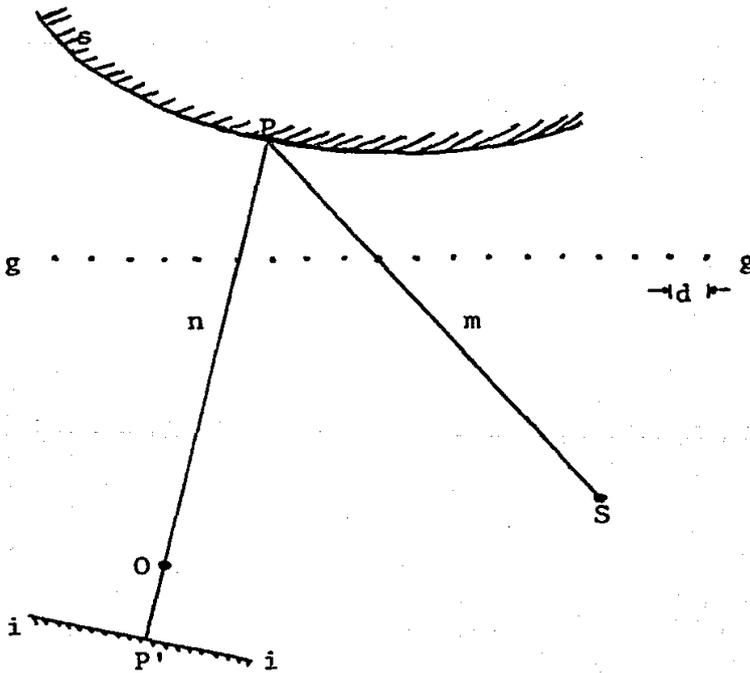
1.3. PRINCIPIOS BASICOS DE UN SISTEMA DE MOIRE POR SOMBREADO.

Los principios del método de Moiré por sombreado son fácilmente comprensibles si analizamos las figuras 2.1 y 2.2. Una fuente luminosa puntual S proyecta la sombra de una rejilla g sobre la superficie de un objeto. (Una fuente de luz rectilínea y paralela a las líneas de la rejilla es, inclusive, más conveniente que una fuente puntual). La rejilla está compuesta por líneas negras igualmente espaciadas (de período d), las cuales son rectilíneas y paralelas entre sí.

El objeto se observa a través de la rejilla desde un punto O . O es el punto central de una lente (o del ojo) cuyo eje óptico puede tener cualquier orientación. La rejilla g y su sombra sobre la superficie s del objeto, forman sus imágenes sobre el plano i , generándose un conjunto de líneas cuya interferencia geométrica produce las franjas de Moiré. Puesto que la rejilla g "filtra" su sombra, se obtienen franjas multiplicativas de Moiré de alto contraste. Un punto P' sobre i cae sobre una franja de Moiré por ser la imagen del punto P sobre s donde una línea m de proyección y una línea n de visión se intersectan pasando cada una de ellas por un elemento de la rejilla. Todos los puntos tales como P , que son intersecciones de líneas m y n que cruzan líneas adyacentes de la rejilla (fig. 2.2), generan una superficie cilíndrica cuyas generatrices son paralelas a las líneas de la rejilla.

Otras superficies cilíndricas son generadas en la misma forma por pares de líneas m y n que cruzan la rejilla, a través de parejas de líneas espaciadas por $d, 2d, 3d, \dots, Kd$

FIG. 2.1 Arreglo general de un sistema de Moiré por medio de sombras.



g: rejilla.

S: fuente de iluminación.

O: punto de observación.

i: plano imagen.

s: superficie del objeto.

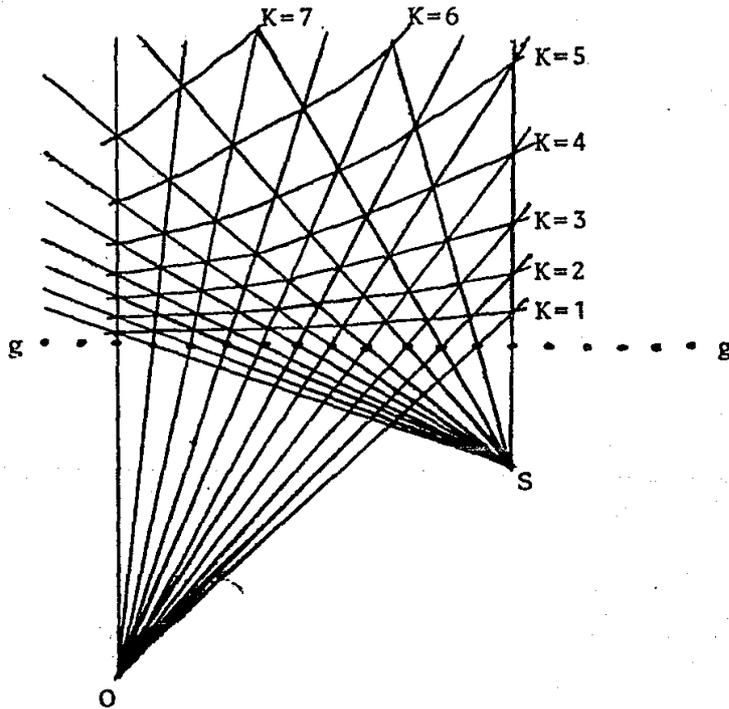


FIG. 2.2 GENERACION DE SUPERFICIES CILINDRICAS DE LOS PATRONES DE MOIRE POR SOMBREADO.

Cuando O y S se encuentran colocados a diferentes distancias del plano de la rejilla, - la superficie obtenida para cada franja es - cilíndrica.

(Figura 2.2). Estas superficies, que llamaremos "superficies de contorno", intersectan la superficie del objeto formando un conjunto de curvas en el espacio (las "líneas de contorno del objeto") las cuales forman su imagen sobre i como un conjunto de franjas de Moire ("líneas de contorno de la imagen").

Debe señalarse, puesto que las figuras 2.1 y 2.2 son cortes de un dispositivo tridimensional, que todas las líneas rectas de proyección m y n a través de S y O se encuentran sobre dos haces de planos, respectivamente, a través de S y O , y que contienen las líneas de la rejilla. Estos conjuntos, y entonces las superficies de contorno cilíndricas (y las "líneas de contorno del objeto"), no cambian si S y O son desplazadas a lo largo del eje del conjunto (una línea recta paralela a las líneas de la rejilla, es decir, perpendicular al plano de la figura 2.1). Cambiando la posición de S de esta forma, o usando fuentes múltiples o una fuente lineal, siempre y cuando estén sobre la misma paralela a las líneas de la rejilla, se seguirán obteniendo las mismas líneas de contorno de la imagen.

Cambiando la posición de O a lo largo de una recta paralela a las líneas de la rejilla o cambiando la dirección del eje óptico de la lente de observación tiene un obvio efecto sobre la perspectiva y, por lo tanto, sobre la imagen del objeto con sus líneas de contorno; sin embargo, éstas permanecen asociados a los mismos puntos del objeto (puesto que la forma de la superficie del objeto no cambia), y, entonces, se preservan las características de sus líneas de contorno, de donde los patrones de Moire observados sobre el objeto a través de la rejilla, proporcionan información tridimensional de la superficie del objeto.

2. ANALISIS GEOMETRICO DE LAS FRANJAS DE MOIRE.

Como se demuestra más adelante, bajo ciertas condiciones geométricas, la información tridimensional que se obtiene es un mapa de la topografía de la superficie del objeto; en este caso, las franjas de Moiré nos proporcionan la información correspondiente a la profundidad de cada una de las franjas observadas sobre el objeto, medida perpendicularmente desde el plano de la rejilla a la superficie. A continuación se obtiene la ecuación general de la profundidad de la K-ésima franja de Moiré.

2.1. ECUACION GENERAL DE LA PROFUNDIDAD DE LAS FRANJAS DE MOIRE.

Puesto que las franjas de Moiré surgen de la interferencia de la rejilla con su sombra, para poder evaluar la forma o topografía de la superficie, es importante poder calcular la profundidad o distancia que existe entre la rejilla y las franjas observadas sobre la superficie del objeto.

Así pues, se debe desarrollar un análisis cuantitativo general de un sistema de Moiré por sombreado (ref. 2). Para ello, obsérvese la figura 2.3. Las superficies de contorno solo dependen de las distancias $l_1 = |Z_0|$ y $l_2 = |Z_s|$ de O y S respectivamente medidas a partir de el plano de la rejilla y de la diferencia $b = X_s - X_0$ sobre la coordenada X de S y O. En particular, las superficies cilíndricas de contorno, cuyas generatrices son paralelas al eje Y, son independientes de las coordenadas Y, de S y de O.

No puede concebirse ninguna generalización más para este sistema. Cambiando la posición de O y/o S para una rejilla fija o trasladando y/o rotando en cualquier forma la rejilla para O y S fijos simplemente cambian los valores de l_1 , l_2 y b.

Un análisis geométrico elemental basado en las figuras 2.2 y 2.3 permite encontrar la ecuación de la superficie cilíndrica de contorno de K-ésimo orden.

$$ZK^2 (b - Kd) + ZK [bl_1 + X(l_2 - l_1) - Kd(l_1 + l_2)] - Kd l_1 l_2 = 0 \quad (1)$$

con $K = 0, 1, 2, \dots$

Si ZK en la ecuación (1) se considera como una coordenada de la superficie del objeto, ésta es también la ecuación de la curva de intersección en el espacio de la superficie del objeto con la superficie de contorno de K-ésimo orden; es decir, la ecuación (1) representa a la

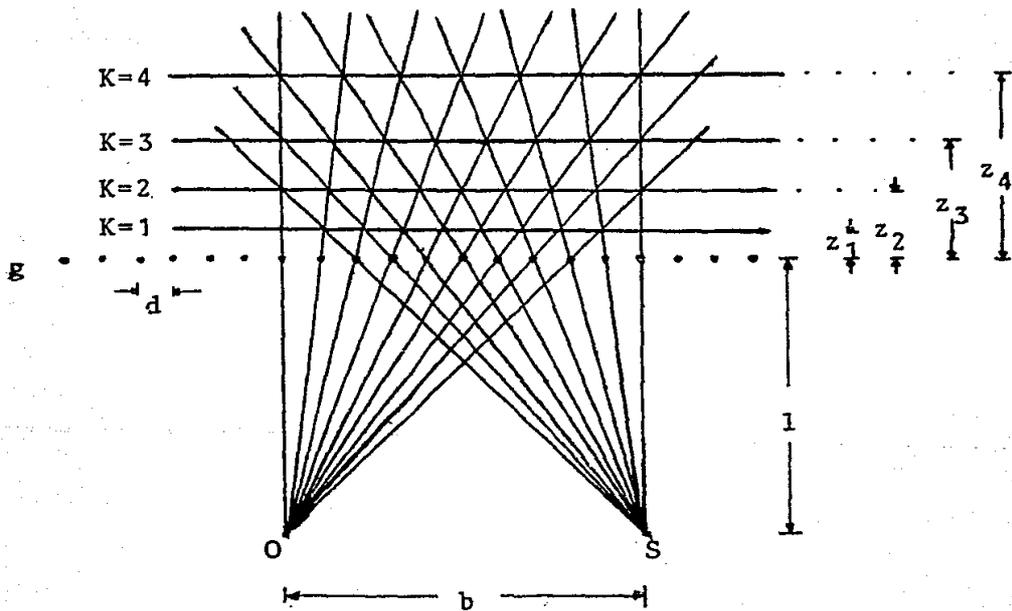


Fig. 2.4 Sistema de Moiré por medio de sombras. Las franjas de los patrones de Moiré son verdaderas líneas de contorno de la superficie del objeto.

línea de contorno de K-ésimo orden del objeto.

Mediante la ecuación (1) es posible conocer la profundidad de cada franja observada sobre el objeto respecto al plano de referencia de la rejilla.

2.1.1 ECUACION PARA LA PROFUNDIDAD DE LAS LINEAS DE CONTORNO.

Comparando las figuras 2.2 y 2.4 se observa que en la primera, las líneas de orden K forman superficies cilíndricas mientras que en la segunda estas líneas forman planos. Es claro entonces que en la figura 2.4 se obtienen verdaderas líneas de contorno topográfico pues la profundidad z del plano de la rejilla a un punto cualquiera sobre la K-ésima línea es siempre la misma distancia.

Se demostrará que si $l_1 = l_2 = 1$, las franjas de Moiré corresponden a verdaderas líneas de contorno.

Considérese $l_1 = l_2 = 1$, es decir, el punto de observación está situada a una distancia de la rejilla igual a la de la fuente luminosa (figura 2.4), la ecuación (1) toma la forma:

$$ZK^2 (b - Kd) + ZK [b1 + 2Kd1] - Kd1 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado para la profundidad ZK de la K-ésima línea de la rejilla se encuentran dos soluciones. La primera de ellas es:

$$ZK = 1 \frac{Kd - b}{b - Kd} = -1$$

lo cual representa al plano de la franja K-ésima (que se encuentra a una distancia ZK) proyectado por una reflexión en espejo, respecto al plano de la rejilla; es decir, sobre el punto de observación.

La segunda solución es:

$$ZK = 1 \frac{Kd}{b - Kd} \quad \text{con } K = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Esto significa que las superficies de contorno son planos, todos ellos paralelos al plano de la rejilla g (como lo muestra la figura 2.4). Esta ecuación es la misma que Takasaki (ref. 1) y Pirodda (ref. 2) encontraron que representa la profundidad de las franjas de contorno.

En la ecuación (2) tenemos una sola incógnita por determinar (el número de franja K), para conocer la profundidad a la que se encuentre cualquier franja de contorno; en la medida en que la profundidad z de un punto

sobre una franja arbitraria pueda calcularse, podrá conocerse el número K de cualquier otra.

La medición de la distancia de un punto particular de referencia sobre la superficie puede emplearse para asignar números a las franjas de Moire a través de la ecuación (2) resolviendo para K. El sistema, de cualquier manera, puede calibrarse en forma tal que el número de la franja pueda obtenerse de mediciones en la imagen a través de mediciones previas de la posición de un punto sobre el objeto (ref. 3).

2.1.2 INCREMENTO DE LA PROFUNDIDAD ENTRE LINEAS CONSECUTIVAS.

Las franjas no tienen el mismo incremento de profundidad ΔZ entre si, como puede verse en la figura 2.4. El incremento de profundidad entre franjas sucesivas aumenta con su número de orden. El resultado de este es:

$$\Delta Z = \frac{d \cdot 1}{b} \frac{(1 + \{ZK / 1\})^2}{1 - \frac{d}{b} \left(1 + \frac{ZK}{1}\right)} \quad \text{con } K = 0, 1, 2, \dots$$

..... (3)

El incremento de profundidad entre franjas sobre el objeto no es constante sino que aumenta al incrementarse el orden de los planos de contorno. Si, como sucede con frecuencia,

$$\frac{ZK}{1} \ll 1 \quad \text{y} \quad \frac{d}{b} \ll 1,$$

el incremento de profundidad toma un valor (prácticamente) constante:

$$\Delta Z = d \frac{1}{b}$$

Es lógico pensar que si se emplea un sistema con una sola fuente de iluminación, algunas partes de la figura no serán suficientemente iluminadas.

Refiriéndonos a la ecuación (2), es claro que se obtienen las mismas franjas solo si la distancia entre la fuente luminosa S y el punto de observación O es la misma, sin considerar de que lado del punto de observación está posicionada S. De esta manera, si usamos al mismo tiempo dos fuentes de luz colocadas en forma completamente simétrica con respecto al punto de observación O, la porción del objeto que anteriormente no estaba iluminada aparecerá cubierto por

franjas. Por lo tanto, se obtiene un mejor contraste en las franjas cuando las dos fuentes de iluminación producen conjuntos iguales de franjas al estar colocadas en posiciones perfectamente simétricas respecto del punto de observación O.

2.2. DESCRIPCIÓN GEOMÉTRICA DE LAS FRANJAS DE CONTORNO DE MOIRE.

En esta sección se encontrará la ecuación general de las franjas de Moiré a través de un punto de vista puramente geométrico (ref. 4). La importancia de este punto de vista radica en la posibilidad de desarrollar simulación por computadora para analizar los diferentes parámetros del diseño del dispositivo experimental con la finalidad de obtener una mayor visibilidad de los patrones de Moiré.

En el segundo punto, se obtendrá la ecuación de las franjas de Moiré para el caso en que estas sean producidas cuando el punto de iluminación y el punto de observación estén colocados a una distancia finita de la rejilla. En nuestro estudio, éste es el único caso de interés, puesto que prácticamente es imposible colocar al punto de observación o al punto de iluminación a una distancia infinita de la rejilla. Chiang (ref. 4), presenta los resultados obtenidos para diferente colocación geométrica de los elementos involucrados en la obtención de superficies de contorno.

2.2.1 ECUACION GEOMETRICA GENERAL DE LAS FRANJAS DE MOIRE.

Supóngase que el espaciamento sobre la coordenada X de las líneas paralelas en la rejilla de observación y de su proyección sobre la superficie observada son d y d' , respectivamente (fig. 2.5); entonces cualquier línea puede representarse como:

$$X_1 = md + c_1 \quad (\text{Sobre la rejilla}) \quad (4)$$

$$X_1 = nd' + c_2 \quad (\text{Sobre el objeto}) \quad (5)$$

donde m y n son enteros que corresponden al número de la línea de la rejilla (se designa a la línea central de la rejilla como la línea cero), con c_1 y c_2 sus constantes de fase. La proyección de líneas desde la superficie observada, a través de la rejilla hacia el punto de observación en $O(X_2, 0, l_2)$ se encuentra por simple geometría (fig. 2.5):

$$X_1 = X_2 \frac{Z(X, Y)}{l_2 + Z(X, Y)} + (nd' + c_2) \frac{l_2}{l_2 + Z(X, Y)} \quad (6)$$

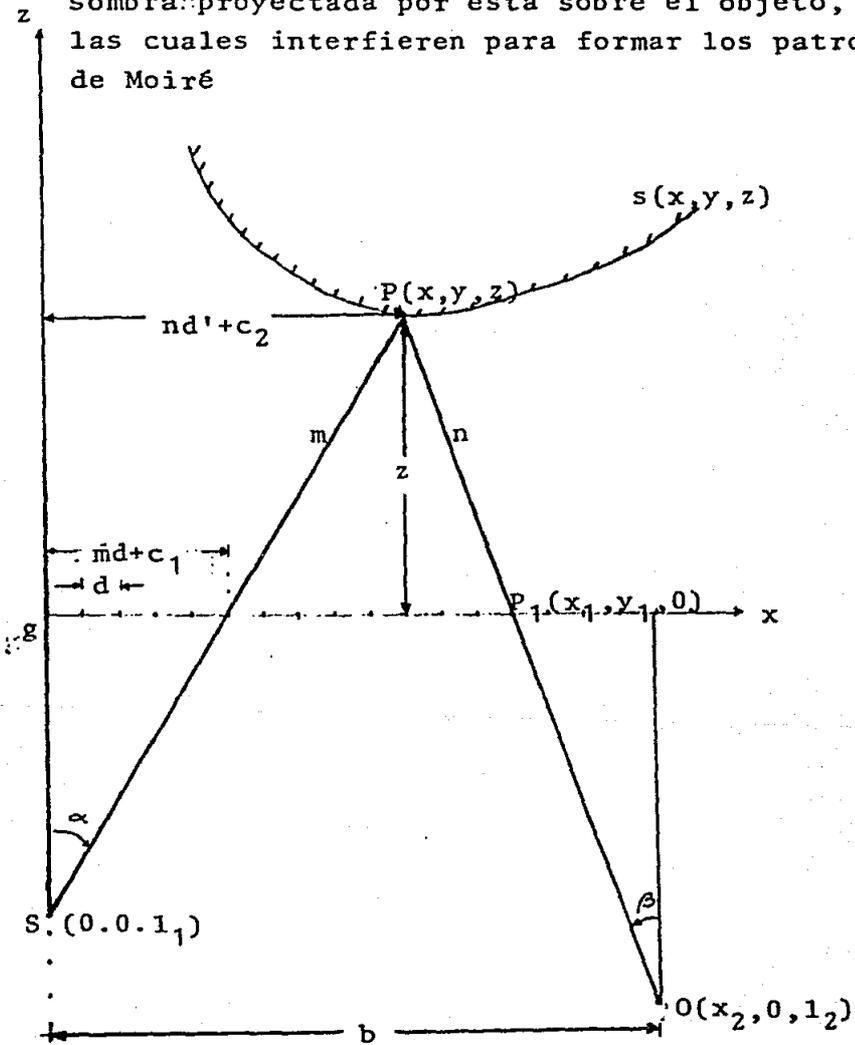
donde Z es la distancia entre la superficie y la rejilla de observación, con la coordenada sobre la superficie representada por X y Y .

Empleando la ecuación de "índice":

$$m - n = k$$

(7)

FIG. 2.5 Diagrama que demuestra la formación de franjas de Moiré sobre la rejilla de observación y la sombra proyectada por ésta sobre el objeto, - las cuales interfieren para formar los patrones de Moiré



puede obtenerse la ecuación geométrica general para los patrones de Moiré por combinación de las ecuaciones (4), (6) y (7).

Las coordenadas X y Y de la franja de Moiré sobre el objeto se describen mediante las siguientes ecuaciones:

$$X = (d'X_1 + dc_2 - c_1d' - dd'k)/d \quad (8)$$

$$Y = Y_1 (dX_2 - d'X_1 - dc_2 + c_1d' + dd'k)/d(X_2 - X_1) \quad (9)$$

La ecuación de la profundidad de los patrones de Moiré, escrita en función de la geometría del sistema, es:

$$Z \left(\frac{d'X_1 + dc_2 - c_1d' - dd'k}{d}, \frac{(dX_2 - d'X_1 - dc_2 + c_1d' + dd'k)Y_1}{d(X_2 - X_1)} \right) \\ = \frac{(d - d')X_1 - dc_2 + c_1d' + dd'k}{d(X_2 - X_1)} \quad l_2 \\ \dots\dots\dots (10)$$

Esta es la ecuación geométrica general de los patrones de Moiré producidos por una rejilla plana de periodo d y una superficie arbitraria.

2.2.2 PUNTO DE ILUMINACION Y PUNTO DE OBSERVACION A DISTANCIA FINITA.

En la práctica, el único caso de interés, se da cuando la distancia de la rejilla al punto de iluminación y la distancia de la rejilla al punto de observación son finitas.

Desde el punto de vista geométrico, la posición de cualquier línea de la rejilla de observación puede describirse como:

$$X_1 = md + c_1 \quad (11)$$

con la iluminación de una fuente puntual en S(0,0,1,) como se muestra en la figura 2.5, la coordenada X' de la proyección de la sombra de dicha línea desde la rejilla de observación sobre la superficie analizada será:

$$X' = (md + c_1) \frac{1 + Z(X,Y)}{1} \quad (12)$$

Comparando la ecuación (11) con la ecuación (5) e igualando las ecuaciones para las franjas m y $m+1$ formadas sobre el objeto, es posible obtener una ecuación que relaciona los espaciamentos de las líneas de la rejilla y de las franjas proyectadas sobre el objeto:

$$d' = \frac{l_1 + Z(X,Y)}{l_1} d \quad (13)$$

De la misma manera se encuentra una relación entre las constantes de fase,

$$c_2 = \frac{l_1 + Z(X,Y)}{l_1} c_1 \quad (14)$$

De las ecuaciones anteriores se obtiene la ecuación para la distancia $Z(X,Y)$ y las coordenadas X y Y , descrita en función de los parámetros geométricos del sistema:

$$Z \left((1 + Z/l_1)(X_1 - dk), \left[1 + \frac{dk(1 + Z/l_1) - ZX_1/l_1}{X_2 - X_1} \right] Y_1 \right) \\ = \frac{dkl_1 l_2}{X_2 l_1 - dk l_2 + X_1 (l_2 - l_1)} \quad (15)$$

Note que esta ecuación no tiene constantes de fase c_1 o c_2 , de manera que los patrones de Moiré serán estacionarios otra vez independientemente de cualquier movimiento paralelo de la rejilla.

La ecuación (15) muestra que el patrón de Moiré es muy complicado; de cualquier forma, bajo ciertas condiciones específicas, el patrón de Moiré puede simplificarse de tal forma que represente líneas de contorno de la superficie y estas pueden usarse para medir la topografía de la superficie.

a) Si $l_2 = l_1$, la ecuación (15) se simplifica a:

$$Z \left((1 + Z/l_1)(X_1 - dk), \left[1 + \frac{dk(1 + Z/l_1) - ZX_1/l_1}{X_2 - X_1} \right] Y_1 \right) \\ = dk l_1 / (X_2 - dk) \quad (16)$$

b) Si $l_2 = l_1$ y $X_2 \gg dk$, la ecuación (16) será:

$$Z \left((1 + Z/l_1)(X_1 - dk), \left[1 + \frac{dk(1 + Z/l_1) - X_1 Z/l_1}{X_2 - X_1} \right] Y_1 \right) \\ = dk l_1 / X_2 \quad (17)$$

Estas ecuaciones indican que los patrones de Moiré son líneas de contorno de la superficie bajo la condición de que la rejilla de observación sea iluminada desde el punto S y observada desde el punto O; si se satisfacen las condiciones: $l_2 = l_1$ y $X_2 \gg dk$.

De la comparación anterior, ($X_2 \gg dk$), se sigue que si dk es muy pequeña, entonces k es pequeña, por lo que solo aparecerán pocas líneas de contorno. Esta es una seria limitación para la medición del contorno de superficies. Aún más, si X_2 es muy pequeña, entonces la condición anterior no se cumple y las líneas que aparecen no son líneas de contorno. Entonces, las condiciones de que l_2 y l_1 sean iguales y grandes con respecto al periodo de la rejilla no son condiciones necesarias ni suficientes para que se cumpla la ecuación (17).

Solo cuando las condiciones que se presentan en el inciso b se satisfacen (son condiciones necesarias y suficientes) la ecuación (17) es cierta. Aún más, la ecuación (17) indica que las franjas observadas en este caso, no son verdaderas líneas de contorno y deben corregirse de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$X = (1 + Z/l_1)(X_1 - dk) \quad (18)$$

$$Y = \left\{ 1 + \frac{dk(1 + Z/l_1) - ZX_1/l_1}{X_2 - X_1} \right\} Y_1 \quad (19)$$

Dependiendo de las condiciones experimentales, la corrección puede variar.

3. ANALISIS DE FOURIER DE LAS SUPERFICIES DE CONTORNO DE MOIRE.

El análisis de Fourier facilita el estudio de los patrones de Moiré en función del tiempo y de los cambios en la superficie observada (la fase) (ref. 6).

Inicialmente, se demostrará que las curvas de igual nivel del mapa topográfico de la superficie del objeto, que se deben a la interferencia de la rejilla con la sombra de ésta, son un caso de modulación en fase de una frecuencia portadora. En nuestro caso, la señal modulada en fase es la sombra de la rejilla.

Así pues, para poder hablar de las superficies de contorno de Moiré generadas, primeramente se mencionará algo referente a la teoría de modulación de señales (ref. 5).

3.1. MODULACION EN FASE.

Una señal angularmente modulada tiene la forma (ref. 5):

$$X_c(t) = A_c \cos[W_c t + \phi(t)] \quad (20)$$

donde A_c y W_c son la amplitud y la frecuencia de la señal portadora respectivamente, consideradas como constantes y el ángulo de fase $\phi(t)$ es una función de la señal base $X(t)$ que contiene la información que se desea transmitir.

La fase instantánea de $X_c(t)$ se define como:

$$\theta_i(t) = W_c t + \phi(t) \quad (21)$$

y la frecuencia instantánea de la señal modulada se define como:

$$W_i(t) = \frac{d\theta_i(t)}{dt} = W_c + \frac{d\phi}{dt} \quad (22)$$

Las funciones $\phi(t)$ y $d\phi/dt$ expresan la desviación de fase y de frecuencia respectivamente, de la señal portadora, respecto de las que tendría en ausencia de la información transmitida.

La desviación de fase de la señal portadora $\phi(t)$ está relacionada con el mensaje de la señal base $X(t)$. Dependiendo de la naturaleza de la relación entre $\phi(t)$ y $X(t)$ se tienen diferentes formas de modulación angular.

En la modulación en fase, la desviación instantánea de fase de la señal portadora es proporcional al voltaje de la señal que constituye el mensaje o información que se desea

transmitir, esto es,

$$\phi(t) = K_p X(t) \quad (23)$$

donde K_p es la constante de la desviación de fase (expresada en radián/volt).

Para la modulación en frecuencia de las señales, la desviación de la frecuencia de la señal portadora es proporcional al mensaje de la señal, esto es,

$$\frac{d\phi}{dt} = K_f X(t) \quad (24)$$

o,

$$\phi(t) = K_f \int_{t_0}^{t_i} X(T) dT + \phi(t_0) \quad (25)$$

donde K_f es la constante de la desviación de frecuencia (expresada en [radián/segundo]/volt) y $\phi(t_0)$ es el ángulo inicial a $t=t_0$.

Usualmente se supone que $t_0 = -\infty$ y $\phi(-\infty) = 0$.

Combinando las ecuaciones (23) y (25) con la ecuación (20), se puede expresar la señal modulada angularmente como:

$$X_c(t) = \begin{cases} A_c \cos[\omega_c t + K_p X(t)] & \text{para modulación en fase} \\ A_c \cos[\omega_c t + K_f \int_{t_0}^{t_i} X(T) dT] & \text{para modulación en frecuencia} \\ \dots\dots\dots (26) \end{cases}$$

Como la modulación angular no es un proceso lineal, una descripción exacta del espectro de una señal modulada angularmente para una señal de mensaje arbitraria es difícil. Sin embargo, si $X(t)$ es senoidal, entonces la desviación instantánea en fase de la señal modulada angularmente es senoidal y el espectro puede obtenerse fácilmente.

Suponiendo que $X(t)$ es cosenoidal:

$$X(t) = A_m \cos(\omega_m t)$$

entonces la desviación instantánea en fase de la señal portadora modulada por la función $X(t)$ es:

$$X(t) = A_m \cos (\omega_m t)$$

entonces la desviación instantánea en fase de la señal portadora modulada por la función $X(t)$ es:

$$\phi(t) = \begin{cases} K_p A_m \cos (\omega_m t) & \text{para modulación en fase} \\ \frac{K_f A_m}{\omega_m} \sin (\omega_m t) & \text{para modulación en frecuencia} \\ \dots\dots\dots (27) \end{cases}$$

En nuestro caso, debido a la topografía de la superficie observada, la rejilla periódica empleada (senoidal o generalizada) se proyectará con algunas deformaciones sobre dicha superficie. Estas deformaciones, por la teoría arriba mencionada, constituyen desviaciones angulares de la periodicidad con respecto al periodo de la rejilla original.

Se ve que la ecuación (23) es la que corresponde a nuestro caso, puesto que la topografía de la superficie introduce cambios de fase constantes según sea su profundidad. Por lo tanto, la sombra de la rejilla sobre la superficie analizada es una modulación en fase de la rejilla original.

Al efectuar la observación de la superficie desde el punto O a través de la rejilla (fig. 2.6), estamos realizando la demodulación de la señal. En nuestro caso, esta demodulación se refleja como la identificación de la profundidad a la que se encuentra cada punto de la superficie respecto del plano de la rejilla.

3.2. FUENTE Y OBSERVADOR A UNA DISTANCIA FINITA DE LA REJILLA.

Como se mencionó anteriormente, en la práctica, el único caso de interés se presenta cuando la fuente de luz y el punto de observación se encuentran a una distancia finita con respecto al plano de la rejilla. Meadows (ref. 6) desarrolló también modelos matemáticos para otras condiciones en la configuración de la fuente de iluminación y el punto de observación.

3.2.1 REJILLA SENOIDAL.

En la figura 2.6, una rejilla de transmitancia con perfil senoidal es iluminada por medio de una fuente luminosa que está a una distancia l enfrente de ella, el observador se encuentra a una distancia l delante de la rejilla, y la fuente y el observador están separadas por una distancia b.

La intensidad de la modulación de la rejilla (ref. 6)

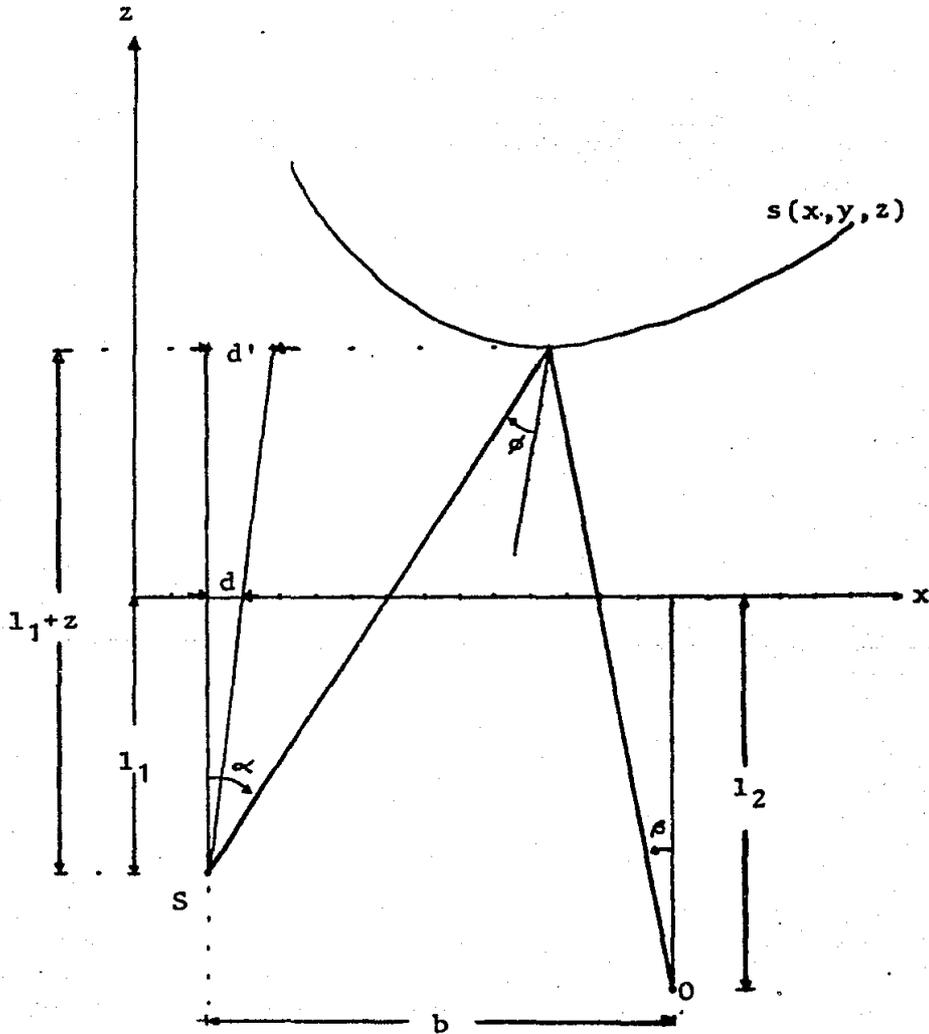


FIG. 2.6 Sistema de Contornos de Moiré con la fuente y el observador a distancia finita de la rejilla
Cuando $l_1=l_2=1$, los patrones de Moiré formados corresponden a verdaderas líneas de contorno del objeto.

está dada por la siguiente ecuación:

$$T(X) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sen} \left(\frac{2\sqrt{1} X}{d} \right) \quad (28)$$

donde d es el periodo de la rejilla.

Como la fuente luminosa no es colimada, el periodo de la proyección de la rejilla se incrementará conforme aumenta la distancia Z desde la rejilla. Más específicamente, si el periodo de la rejilla es d , el periodo de la sombra en $Z = 0$ también será d y el periodo d' en el plano $Z = Z(X, Y)$ será:

$$d' = \{ [1 + Z(X, Y)] / 1 \} d$$

Esta relación puede encontrarse mediante triángulos semejantes como se muestra en la figura 2.6.

Considerando a la superficie observada, como un difusor Lambertiano y tomando en consideración la ley del cuadrado inverso de la irradiancia, la intensidad observada de la sombra de la rejilla proyectada por la fuente sobre la superficie estará entonces dada por:

$$I_1(X, Y) = \frac{I}{r^2[X, Y, Z(X, Y)]} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sen} \left\{ \frac{2\sqrt{1} X}{[1 + Z(X, Y)]d} \right\} \right) \times \cos \phi[X, Y, Z(X, Y)] \quad (29)$$

donde $r(X, Y, Z)$ es la distancia desde la fuente a un punto particular de la superficie iluminada, y I es la intensidad de la fuente. Suponemos que la rejilla tiene un paso suficientemente ancho y que la superficie está suficientemente cerca de la rejilla de manera que los efectos de difracción sean despreciables y pueda usarse óptica geométrica de rayos.

Si se observa la superficie a través de una abertura pequeña, la intensidad $I_1(X, Y)$ en el punto (X, Y, Z) sobre la superficie vista por un observador, será la intensidad en ese punto particular multiplicada por la intensidad de transmisión de la porción de la rejilla a través de la cual pasa la luz en su camino hacia el observador. $I_2(X, Y)$ está dada por:

$$I_2(X, Y) = \frac{I}{r^2} \cos \phi[X, Y, Z(X, Y)] \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sen} \frac{2\sqrt{1} X}{d(1 + Z)} \right\} \times \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sen} \frac{2\sqrt{1}}{d} \left(\frac{bZ + 1 X}{1 + Z} \right) \right\}$$

La abertura debe ser suficientemente pequeña de manera que pueda considerarse que los rayos efectivamente pasan a través de un punto, pero no tan pequeña que ocurra difracción.

Si la distancia de la fuente a la rejilla es suficientemente grande comparada con la variación en profundidad de la superficie del objeto y $\phi(X, Y, Z)$ es relativamente constante sobre la superficie, el coeficiente

$$[I/4r^2(X, Y, Z)] \cos \phi(X, Y, Z) = C$$

será prácticamente constante sobre la superficie del objeto.

Desarrollando la ecuación (30) y escribiéndola se tiene:

$$I_p(X, Y) = C \left\{ 1 + \operatorname{sen} \frac{2\sqrt{d}}{d} \left(\frac{1X}{1+Z} \right) + \operatorname{sen} \frac{2\sqrt{d}}{d} \left(\frac{bZ + 1X}{1+Z} \right) - \frac{1}{2} \cos \frac{2\sqrt{d}}{d} \left(\frac{21X + bZ}{1+Z} \right) + \frac{1}{2} \cos \frac{2\sqrt{d}}{d} \left(\frac{bZ}{1+Z} \right) \right\} \dots\dots\dots(31)$$

Como el último término en la expresión anterior,

$$(C/2) \cos [2\sqrt{d}bZ / d(1+Z)], \quad (32)$$

solamente depende de Z, éste proporciona la información de contorno. Si, como se describió arriba, la profundidad varía suavemente sobre la extensión de la superficie, este término se distinguirá fácilmente de los otros términos en la ecuación (31).

Debido a la forma en que Z entra en los términos de contorno, las franjas no varían senoidalmente con Z. Por lo tanto, la diferencia en la profundidad entre dos puntos no puede determinarse simplemente por el número de franjas contorneadas entre esos puntos. Para determinar la diferencia de profundidad entre dos puntos cualesquiera (Z_1 y Z_2) se debe conocer el número de franjas N_1 entre los puntos Z_1 y $Z = 0$ y el número de franjas N_2 entre los puntos Z_2 y $Z = 0$.

En Z_1 , el argumento del término de contorno será:

$$2\sqrt{d}b Z_1 / d(1+Z_1) = 2\sqrt{d}N_1, \quad (33)$$

analogamente ocurre con Z_2 .

Entonces $\Delta Z = Z_2 - Z_1$, es:

$$\Delta Z = \frac{N_2 d l}{b - dN_2} - \frac{N_1 d l}{b - dN_1} \quad (34)$$

Prácticamente, puede ser difícil determinar el número de franjas entre Z_1 y $Z = 0$, puesto que la rejilla tendría que tocar la superficie del objeto, lo cual tal vez no sea deseable. Sin embargo, si el arreglo experimental es realizado de manera que l sea siempre mucho más grande que Z_1 , se puede hacer una simplificación. El argumento de

$$(C/2) \cos [2\sqrt{b}Z / d (1 + Z)] \quad (35)$$

puede expandirse en series de Taylor para $Z/l \ll 1$:

$$\frac{2\sqrt{b}Z}{d(1+Z)} = \frac{2\sqrt{b}}{d} \left(\frac{Z}{1} - \frac{Z^2}{1^2} + \frac{Z^3}{1^3} + \dots \right) \approx \frac{2\sqrt{b}Z}{1d} \quad (36)$$

Ahora, las líneas de contorno están dadas (aproximadamente) por:

$$(C/2) \cos (2\sqrt{b}Z / d l) \quad (37)$$

Como ΔZ entra como un factor lineal dentro del argumento del término de contorno, el número N de franjas entre dos puntos cualquiera determinará la diferencia en profundidad entre los puntos de acuerdo a:

$$\Delta Z = Z_2 - Z_1 = Nd l / b \quad (38)$$

De la ecuación (38) se puede concluir que el espaciamiento de las líneas de contorno aumenta conforme Z crece. El patrón de contorno de la ecuación (31), está dado por:

$$(C/2) \cos [2\sqrt{b}Z / d (1 + Z)] \quad (39)$$

Entonces, el patrón de contorno generado por una rejilla senoidal puede considerarse como una onda cosenoidal espacialmente modulada cuya frecuencia local está dada por $b/d(1 + Z)$. Entonces, al aumentar Z , la frecuencia de los contornos disminuye y la resolución a la que la superficie puede contornearse estará degradada para grandes valores de Z . La primera franja se forma en $Z=0$, y la última se forma cuando Z es muy grande, haciendo el argumento de la ecuación (39) aproximadamente igual a $2\sqrt{b}/d$. Efectivamente entonces, b/d franjas realizarán el contorneado.

Resumiendo, las franjas de Moiré que corresponden a los contornos pueden generarse sobre una superficie con un sistema de haces no colimados. Esto permite que superficies

grandes puedan contornearse sin el uso de un gran sistema de colimación óptica. Sin embargo, el número de franjas entre dos puntos y la diferencia en profundidad entre ellos ya no están relacionados linealmente como en el caso en que se empleaban haces colimados. La diferencia en profundidad entre dos puntos sobre la superficie contorneada está dada por la ecuación (34) en el caso general y por la ecuación (38) si la relación de Z/l es pequeña. La resolución del sistema de contorneado puede variarse cambiando los valores de d , l y b , según la ecuación (39).

3.2.2 REJILLA UNIDIMENSIONAL GENERALIZADA.

Se analizaron anteriormente los contornos de los patrones de Moiré formados por una rejilla senoidal. Es posible, sin embargo, generar contornos de patrones de Moiré empleando cualquier rejilla periódica, unidimensional. En particular, la rejilla empleada en el desarrollo de este trabajo es una rejilla periódica de perfil rectangular con la cual también se pueden generar patrones de contorno. Se realiza a continuación el desarrollo para el caso de una rejilla unidimensional generalizada.

Supóngase que el observador y la fuente se encuentran colocados en un plano paralelo al plano de la rejilla a una distancia l frente a ella y que la fuente y el punto de observación están separados entre sí por una distancia b .

Si la intensidad de transmitancia de esta rejilla está dada por:

$$T(X) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} g\left(\frac{2\sqrt{X}}{d}\right) \quad (40)$$

donde $g(2\sqrt{X}/d)$ es una función periódica arbitraria de valor promedio cero y siempre menor o igual, en valor absoluto, a la unidad. Entonces, la intensidad luminosa sobre la superficie que se desea contornear está dada por:

$$I_2(X, Y) = C \left\{ 1 + g\left(\frac{2\sqrt{lX}}{d(1+Z)}\right) \right\} \left\{ 1 + g\left(\frac{2\sqrt{(bZ+1)X}}{d(1+Z)}\right) \right\}$$

$$\text{donde } C = (I/4r^2) \cos \phi(X, Y, Z)$$

..... (41)

$g(2\sqrt{X}/d)$ puede escribirse como una serie de Fourier,

$$g\left(\frac{2\sqrt{X}}{d}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \sin \frac{2\sqrt{nX}}{d} + B_n \cos \frac{2\sqrt{nX}}{d} \right) \quad (42)$$

Sustituyendo en la ecuación (41) y realizando un

desarrollo semejante al caso de la rejilla senoidal, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 I_2(X, Y) = C \left\{ 1 + g \left(\frac{2\sqrt{1X}}{d(1+Z)} \right) + g \left(\frac{2\sqrt{bZ+1X}}{d(1+Z)} \right) \right. \\
 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{A_n^2 + B_n^2}{2} \cos \frac{2\sqrt{nbZ}}{d(1+Z)} \right. \\
 + A_n B_n \sin \frac{2\sqrt{n} \left(\frac{bZ+21X}{1+Z} \right)}{d} + \frac{B_n^2 - A_n^2}{2} \cos \frac{2\sqrt{n} \left(\frac{bZ+21X}{1+Z} \right)}{d} \left. \right] \\
 + \sum_{m \neq n}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{A_m A_n + B_m B_n}{2} \cos \frac{2\sqrt{(m-n)1X - nbZ}}{d(1+Z)} \right. \\
 + \frac{B_m B_n - A_m A_n}{2} \cos \frac{2\sqrt{(m+n)1X + nbZ}}{d(1+Z)} \\
 \left. + A_m B_n \sin \frac{2\sqrt{(m+n)1X + nbZ}}{d(1+Z)} \right] \left. \right\} \dots\dots\dots(43)
 \end{aligned}$$

La expresión del contorno, como sucede en el caso de la rejilla senoidal, está dada por los términos que dependen exclusivamente de Z en la ecuación (43):

$$f(Z) = C \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} (A_n^2 + B_n^2) \cos \frac{2\sqrt{nbZ}}{d(1+Z)} \right\} \quad (44)$$

Nuevamente se encuentra que el argumento del término coseno no depende linealmente de Z. Para obtener una dependencia lineal sobre Z, se aproxima el argumento por medio de una serie de Taylor para $|Z/1| \ll 1$:

$$\frac{2\sqrt{nbZ}}{d(1+Z)} = \frac{2\sqrt{nbZ}}{d} \left(\frac{Z}{1} - \frac{Z^2}{1^2} + \frac{Z^3}{1^3} + \dots \right) = \frac{2\sqrt{nbZ}}{d} \left(\frac{Z}{1} \right) \dots\dots\dots(45)$$

Las franjas de Moiré están dadas entonces por:

$$f(Z) = C \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} (A_n^2 + B_n^2) \cos \frac{2\sqrt{nbZ}}{d1} \right\} \quad (46)$$

Como en el caso de rejillas senoidales, la diferencia en profundidad entre dos puntos, Z_1 y Z_2 , está dada por:

$$\Delta Z = Nd1/b \quad (47)$$

donde N es el número de franjas entre Z_1 y Z_2 .

Observe que los desarrollos matemáticos seguidos para obtener las ecuaciones (31) en el caso de la rejilla senoidal y (43) para la rejilla unidimensional generalizada son semejantes. En ambos casos se emplean rejillas fijas y las condiciones geométricas son análogas, de manera que los resultados son también semejantes. Nótese también, que en ambas ecuaciones se obtienen, tanto términos de contorno como términos que corresponden a franjas de no-contorno que solo actúan como 'ruido' dificultando el registro fotográfico de las verdaderas líneas de nivel.

En la siguiente sección se realiza un desarrollo matemático que demuestra, mediante análisis de Fourier, que este 'ruido' desaparece al emplear rejillas móviles (ref. 7).

3.3. ELIMINACION DE PATRONES NO DESEADOS DE LOS MAPAS DE CONTORNO DE MOIRE.

Uno de los problemas más molestos que se presentan en las técnicas de contorno de Moiré son los patrones de no-contorno producidos junto con los patrones reales de Moiré. Los patrones de no-contorno o indeseables pueden oscurecer los verdaderos contornos o degradar la calidad de los mapas de contorno.

Si la rejilla posee un paso o espaciamiento entre líneas suficientemente grande y la superficie a ser contorneada se encuentra suficientemente cercana a la rejilla de forma tal que los efectos de difracción puedan ignorarse, la sombra de la rejilla es esencialmente proyectada sobre la superficie. Cuando un observador o una cámara se encuentra a la misma distancia de la fuente luminosa y observan la superficie a través de la rejilla, la interferencia de la rejilla con su sombra sobre la superficie se vuelve evidente. La interferencia de Moiré produce los mapas de contorno de la superficie así como también ciertos patrones no deseados que se pueden interpretar como la interferencia de los órdenes superiores.

A continuación se demuestra matemáticamente la solución a este problema para el caso en que se emplee una rejilla senoidal o una rejilla unidimensional generalizada (ref. 7).

3.3.1 REJILLA SENOIDAL.

Considérese inicialmente el caso de una rejilla senoidal de periodo d e intensidad de transmitancia $T(X)$ dada por:

$$T(X) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sen} \frac{2\sqrt{X}}{d} \quad (48)$$

la intensidad de los patrones $I_1(X,Y)$ los verá el observador (ecuación (31)) como:

$$I_1(X,Y) = \frac{C}{4} \left\{ 1 + \operatorname{sen} \frac{2\sqrt{X}}{d} \left(\frac{1X}{1+Z} \right) + \operatorname{sen} \frac{2\sqrt{X}}{d} \left(\frac{bZ + 1X}{1+Z} \right) - \frac{1}{2} \cos \frac{2\sqrt{X}}{d} \left(\frac{21X + bZ}{1+Z} \right) + \frac{1}{2} \cos \frac{2\sqrt{X}}{d} \left(\frac{bZ}{1+Z} \right) \right\} \dots\dots (49)$$

con $C = [I/r^2(X,Y,Z)] \cos \phi(X,Y,Z)$ como constante, l (como se mencionó en la sección anterior) es la distancia de la rejilla a la fuente y de ésta al observador, y $Z(X,Y)$ es la profundidad de la superficie medida desde la rejilla en el punto (X,Y) . El último término de la ecuación (49) solamente depende del valor de Z y es el término de contorno. Los

otros términos senoidales, no solo dependen de Z sino que además lo hacen de X, de manera que no representan contornos. Los patrones correspondientes a estos tres términos pueden oscurecer los contornos.

Una forma de eliminar los patrones no deseados es hacer cuatro exposiciones sobre la película con la rejilla en cuatro diferentes posiciones, cada posición separada por una distancia d/4. La figura resultante no tendrá los términos indeseables o patrones de no-contorno. Para ser más preciso, supóngase que la película en la cámara es expuesta grabando los patrones de intensidad como se especifica en la ecuación (49). Se traslada la rejilla una distancia d/4 de manera que la intensidad de transmitancia de la rejilla sea:

$$T'(X) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{2\sqrt{X}}{d} \quad (50)$$

Se realiza nuevamente la exposición de la película con la rejilla en la posición indicada por la ecuación (50). La intensidad I'(X) grabada por la película puede mostrarse por un análisis similar al anterior que es:

$$I'(X,Y) = C \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{2\sqrt{1X}}{d(1+Z)} \right\} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{2\sqrt{bZ+1X}}{d(1+Z)} \right\} \dots\dots\dots (51)$$

Si la rejilla es entonces trasladada distancias d/2 y 3d/4, las intensidades de transmisión de la rejilla son, respectivamente:

$$T''(X) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\sqrt{X}}{d} \quad (52)$$

y

$$T'''(X) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{2\sqrt{X}}{d} \quad (53)$$

Si siguiendo un procedimiento análogo al anterior se obtienen las siguientes intensidades grabadas en la película:

$$I''(X,Y) = C \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\sqrt{1X}}{d(1+Z)} \right\} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\sqrt{(bZ+1X)}}{d(1+Z)} \right\}$$

y

$$I'''(X,Y) = C \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{2\sqrt{1} X}{d(1+Z)} \right\} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{2\sqrt{1}(bZ + 1Z)}{d(1+Z)} \right\}$$

Si cuatro exposiciones de igual duración se hicieron con intensidades $I(X,Y)$, $I'(X,Y)$, $I''(X,Y)$, $I'''(X,Y)$, respectivamente, la exposición resultante de la película será proporcional a:

$$I = I(X,Y) + I'(X,Y) + I''(X,Y) + I'''(X,Y)$$

Por lo tanto, la exposición de la película es:

$$I = C \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos \frac{2\sqrt{1}}{d} \left(\frac{bZ}{1+Z} \right) \right\} \quad (54)$$

Note que la exposición resultante contiene solo un fondo de intensidad constante (bias) y el término del contorno.

De lo anterior se concluye que moviendo la rejilla de tal manera que para cuatro posiciones sucesivas durante la exposición, se tiene controlada la variación de los términos no deseados de suerte tal que que se cancelen, se obtiene en la fotografía solo el término de contorno. El término de contorno no se cancela por ser independiente de la coordenada X de la rejilla.

El método que se ha demostrado para rejillas senoidales puede extenderse para cualquier rejilla periódica, sea o no senoidal.

3.3.2 REJILLA UNIDIMENSIONAL GENERALIZADA.

El perfil particular de las franjas de contorno solo depende de la forma de la rejilla, pero el espaciamento del contorno depende solo del periodo de la rejilla. Considérese una rejilla con una función de transmisión de periodo d especificada por:

$$T(X) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} g \left(\frac{2\sqrt{1} X}{d} \right) \quad (55)$$

donde $g(2\sqrt{1}X/d)$ es la función periódica de periodo d y menor o igual a la unidad en valor absoluto. Expandiendo $g(2\sqrt{1}X/d)$ en una suma de Fourier se tiene:

$$T(X) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \sin \frac{2\sqrt{1} nX}{d} + B_n \cos \frac{2\sqrt{1} nX}{d} \right) \quad (56)$$

donde A_n y B_n son los coeficientes de Fourier apropiados.

El patrón de intensidad resultante observado (ecuación (43)) es:

$$\begin{aligned}
 I_2(X, Y) = C \left\{ \sum_{n \neq 0} \left(A_n \operatorname{sen} \frac{2\sqrt{n}X}{d(1+Z)} + B_n \operatorname{cos} \frac{2\sqrt{n}X}{d(1+Z)} \right. \right. \\
 + A_n \operatorname{sen} \frac{2\sqrt{n}(bZ+1X)}{d(1+Z)} + B_n \operatorname{cos} \frac{2\sqrt{n}(bZ+1X)}{d(1+Z)} \\
 + A_n B_n \operatorname{sen} \frac{2\sqrt{n}}{d} \left(\frac{bZ+21X}{1+Z} \right) + \frac{B_n^2 - A_n^2}{2} \operatorname{cos} \frac{2\sqrt{n}}{d} \left(\frac{bZ+21X}{1+Z} \right) \Bigg) \\
 + \sum_{m \neq n} \sum_{n \neq 0} \left[\frac{A_m A_n + B_m B_n}{2} \operatorname{cos} \frac{2\sqrt{m}}{d} \left(\frac{(m-n)1X + n bZ}{1+Z} \right) \right. \\
 + \frac{B_m B_n - A_m A_n}{2} \operatorname{cos} \frac{2\sqrt{m}}{d} \left(\frac{(m+n)1X + n bZ}{1+Z} \right) \\
 \left. + A_m B_n \operatorname{sen} \frac{2\sqrt{m}}{d} \left(\frac{(m+n)1X + n bZ}{1+Z} \right) \right] \\
 + 1 + \sum_{n \neq 0} \left. \frac{A_n^2 + B_n^2}{2} \operatorname{cos} \frac{2\sqrt{n}bZ}{d(1+Z)} \right\} \quad (57)
 \end{aligned}$$

El último término en la ecuación (57), que designamos:

$$f(Z) = C \left\{ 1 + \frac{1}{2} (A_n^2 + B_n^2) \operatorname{cos} \frac{2\sqrt{n}bZ}{d(1+Z)} \right\} \quad (58)$$

es el término de contorno, por ser independiente de X y depender solo de Z . Es fácil ver en la ecuación (58) que el periodo del contorno depende solo del periodo de la rejilla y no de su forma. En la ecuación (57) existen muchos términos de ruido que es necesario eliminar para obtener una imagen más nítida. Es en esta misma ecuación (57) donde se aprecia palpablemente que las franjas de no-contorno se deben a interferencias de órdenes superiores.

Como la ecuación (57) contiene términos de frecuencias arbitrariamente grandes, moviendo la rejilla a cuatro posiciones diferentes no cancelaremos todos los términos de 'ruido'. Para cancelarlos todos, tendría que moverse la rejilla a un número infinito de posiciones.

Una manera de hacerlo consiste en mover la rejilla

continuamente durante la exposición. Si la rejilla se mueve a una velocidad constante v , la función de transmisión de la rejilla estará dada por:

$$T'(X,t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} g\left(\frac{2\sqrt{X}}{d} (X - vt)\right)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \sin \frac{2\sqrt{X}n}{d} (X - vt) + B_n \cos \frac{2\sqrt{X}n}{d} (X - vt) \right) \quad (59)$$

Usando las identidades trigonométricas para la diferencia de dos ángulos y sustituyéndola en la ecuación (59) se encuentra que:

$$T'(X,t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n' \sin \frac{2\sqrt{X}nX}{d} + B_n' \cos \frac{2\sqrt{X}nX}{d} \right] \quad (60)$$

donde

$$A_n' = A_n \cos \frac{2\sqrt{X}n vt}{d} + B_n \sin \frac{2\sqrt{X}n vt}{d}$$

y

$$B_n' = -A_n \sin \frac{2\sqrt{X}n vt}{d} + B_n \cos \frac{2\sqrt{X}n vt}{d}$$

La ecuación (60) es igual a la ecuación (56), excepto que los coeficientes de Fourier de la ecuación (60) dependen del tiempo cuando se usa una rejilla en movimiento.

La intensidad $I_2(X,Y)$ producida por la rejilla en movimiento a velocidad v constante, es análoga a la ecuación (57). La diferencia existente entre ellas son los coeficientes, mientras que la ecuación (57) tiene como coeficientes a A_n y B_n , en la ecuación para la intensidad $I_2(X,Y)$ empleando la rejilla en movimiento a velocidad v constante se tienen A_n' y B_n' .

Entonces, todos los términos de ruido se promedian; puesto que el promedio en cualquier múltiplo entero del periodo de funciones periódicas tales como seno y coseno es cero, con lo cual desaparecen todos los términos indeseables que dependen de la posición X . Así, la única expresión que no resulta afectada por el movimiento de la rejilla es el término de contorno (que no depende de la posición X) en el caso de una rejilla en movimiento:

$$f(Z) = C \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} (A_n'^2 + B_n'^2) \cos \frac{2\sqrt{d}}{d} \left(\frac{nbZ}{1+Z} \right) \right\} \quad (61)$$

Sustituyendo las expresiones para A_n' y B_n' respectivamente:

$$A_n'^2 + B_n'^2 = A_n^2 + B_n^2$$

La ecuación (61) se reduce a:

$$f(Z) = C \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} (A_n^2 + B_n^2) \cos \frac{2\sqrt{d}}{d} \left(\frac{nbZ}{1+Z} \right) \right\} \quad (62)$$

En el proceso de integración realizado por la exposición fotográfica, se cancelan los términos indeseables dejando solo aquellos que corresponden al término de contorno que no se afecta por el movimiento de la rejilla.

El método que involucra el empleo de rejillas móviles es el más general debido a que este elimina los términos indeseables para cualquier rejilla periódica unidimensional.

La ecuación (62) para los patrones de Moiré presenta una gran cantidad de información de las franjas. Para proporcionar un arreglo experimental, se fija b y l , la ecuación para Z depende solamente del periodo de la rejilla y no de su forma. La ecuación (62) también proporciona información del diseño de la rejilla para producir una forma específica del perfil de las franjas de contorno. Los coeficientes C_n para el perfil de contorno deseado son simplemente escogidos y entonces una rejilla se diseña de manera que los coeficientes de Fourier A_n y B_n satisfagan la relación:

$$C_n = \frac{1}{2} (A_n^2 + B_n^2) \quad (63)$$

La forma del perfil de las franjas de los patrones de Moiré $f(Z)$ no es muy diferente de la forma del perfil de la rejilla, excepto que en el patrón de Moiré son más redondeados. Esta apariencia se crea debido a que el patrón de Moiré está compuesto de series de Fourier cuyos coeficientes son el cuadrado de los coeficientes de la rejilla. Por lo tanto, los términos de alta frecuencia se atenúan. Como los términos de alta frecuencia en la expresión de la rejilla representan bordes agudos, los bordes de las franjas de contorno estarán redondeados cuando estos términos se atenúan.

Experimentalmente, es más frecuente y conveniente usar una rejilla cuya intensidad de transmisión sea una onda cuadrada. Como la expansión en series de Fourier para una rejilla de onda cuadrada está dada por:

$$T(X) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{sen} \frac{2\pi nX}{d}$$

la ecuación para los términos de contorno de Moiré según la ecuación (62) son:

$$f(Z) = C \left\{ 1 + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos \frac{2\pi}{d} \left(\frac{nbZ}{1+Z} \right) \right\} \quad (64)$$

$$\text{con } C = [I/4r^2(X,Y,Z)] \cos \phi(X,Y,Z)$$

De lo anterior se deduce que si se expone la película fotográfica mientras la rejilla permanece inmóvil se observará que la imagen aparece degradada debido a que muchas de las franjas registradas se forman por la interferencia entre armónicas altas de la rejilla propiamente dicha y de su sombra, además de las verdaderas franjas de Moiré formadas por la interferencia de las frecuencias fundamentales. De modo que, si se usa para el experimento una rejilla que tenga modulaciones periódicas de transmitancia, estas franjas no aparecerán.

Si se realiza la exposición fotográfica con la rejilla en movimiento, en la fotografía no se verán aquellas franjas indeseables, pues se habrá eliminado por integración la interferencia de términos armónicos altos.

Como se demostró, las verdaderas franjas de Moiré no cambian si el movimiento de la rejilla se realiza sobre su propio plano, pero las franjas formadas por los armónicos altos con otros órdenes cambian sus posiciones y fases. Así que todos los ruidos de las fotografías desaparecen moviendo la rejilla sobre su propio plano durante el tiempo de exposición de la cámara. Otro importante resultado del movimiento de la rejilla es el efecto de captar una imagen promedio durante la exposición fotográfica, eliminando así cualquier error de paso en la rejilla.

4. INTENSIDAD DE LAS FRANJAS DE MOIRE.

Como se mencionó anteriormente, la formación de los mapas de contorno se producen cuando, una rejilla de líneas paralelas equiespaciadas es proyectada sobre una superficie $s(x,y,z)$ por una fuente de luz colocada en el punto $S(X,Y,Z)$, la cual posee una distribución de intensidad $I(X,Y,Z)$. Al observar la superficie desde el punto O las líneas de la rejilla se sobreponen sobre su sombra proyectada sobre el objeto y esta superposición (expresada por medio del producto de ambas distribuciones) da origen a un patrón de Moiré, el cual es una forma de mapeo topográfico de la superficie, puesto que las franjas de Moiré son líneas de igual nivel. Los resultados de intensidad en los patrones (I_p) está dada por el producto de la superposición de la distribución de intensidades.

En esta sección se deriva una expresión general que describe la intensidad de los patrones sobre la superficie como se observan desde el punto $O(X',Y',Z')$ a través de una abertura de observación de dimensiones finitas (figura 2.7). De esta expresión puede obtenerse la información de contorno requerida. Suponiendo que el espaciamiento de la rejilla no es muy pequeño, la difracción de la rejilla puede despreciarse aún para profundidades relativamente grandes de z . Debido a que, en la práctica, se tienen dimensiones finitas de la fuente y de la abertura de observación, los patrones de Moiré que se obtienen en la fotografía serán borrosos (ref. 8). Se realiza un desarrollo matemático completo bajo estas condiciones, para conocer los mejores dimensiones de la abertura de observación y de las fuentes, de manera que se obtenga un óptimo contraste en los patrones de contorno de Moiré.

4.1. FUENTES LUMINOSAS DE DIMENSIONES FINITAS.

4.1.1 INTENSIDAD DE LOS PATRONES SOBRE LA SUPERFICIE DEL OBJETO.

Supóngase que la abertura de observación en el punto O es de dimensiones muy pequeñas de tal manera que pueda considerarse como puntual, pero no lo suficientemente chica como para que la difracción sea importante. Las franjas de Moiré aparecen borrosas debido al hecho de que los rayos que viajan desde distintos puntos de la fuente hacia un punto en particular de la superficie, intersectan a la rejilla en puntos de diferentes valores de transmitancia. Considérese una rejilla simétrica representada por series de Fourier:

$$G(x_p) = E + \sum_{\substack{r \\ \neq 0}} F_r \cos(ar + x_p) \quad (65)$$

donde E es una constante, F_r son coeficientes de Fourier, e es la fase y $a = 2\pi/d$ con d como el espaciamiento o

periodo de la rejilla. El patrón de intensidad I_p de la proyección de la rejilla sobre la superficie en $s(x,y,z)$ se obtiene por integración de la fuente luminosa S (véase la figura 2.7) de la siguiente forma:

$$I = Co \iiint [E + \sum_r Fr \cos(\alpha_r(e+x_p))] I(X,Y,Z) dX dY dZ$$

..... (66)

La intensidad I_p de los patrones de Moire sobre la superficie alrededor del punto P sobre la rejilla observada desde el punto $O(X',Y',Z')$ sera entonces descrita por el producto de la rejilla y su sombra I

$$I_p = Co [E + \sum_m Fm \cos(\alpha_m(e+x_q))] \times \iiint [E + \sum_r Fr \cos(\alpha_r(e+x_p))] I(X,Y,Z) dX dY dZ$$

..... (67)

El factor Co depende de la geometría y de las propiedades físicas de la superficie reflectante, así como del sistema formador de imágenes que se encuentra en el punto $O(X',Y',Z')$. Suponiendo que no existen variaciones en ángulos sólidos y que la superficie $s(x,y,z)$ es un difusor perfecto, este factor puede ser considerado como constante ($Co = 1$).

Es necesario llevar a cabo la multiplicación anterior y expresar el producto de cosenos como suma y diferencias de cosenos. El resultado es:

$$I_p = I_{p_1} + I_{p_2} + I_{p_3} + I_{p_4} + I_{p_5} + I_{p_6} \quad (68)$$

donde

$$I_{p_1} = I_0 E^2$$

$$I_{p_2} = (1/2) \sum_r Fr \iiint \cos(\alpha_r(x_q - x_p)) I(X,Y,Z) dX dY dZ$$

$$I_{p_3} = (1/2) \sum_r \sum_m Fm Fr \iiint \cos(\alpha_r(m_e - r_e + mx_q - rx_p)) I(X,Y,Z) dX dY dZ$$

$$I_{p_4} = (1/2) \sum_r \sum_m Fm Fr \iiint \cos(\alpha_r(m_e + r_e + mx_q + rx_p)) I(X,Y,Z) dX dY dZ$$

$$I_{p_5} = E \sum_r Fr \iiint \cos(\alpha_r(e + x_p)) I(X,Y,Z) dX dY dZ$$

$$I_{p_6} = I_0 E \sum_m Fm \cos(\alpha_m(e + x_q))$$

con

$$I_0 = \iiint I(X,Y,Z) dX dY dZ$$

De lo anterior se puede notar que:

El término I_{p_1} representa a la propia rejilla a través de la cual se hace la observación (compárese con la ecuación (65)).

El término I_{p_2} es la sombra de la rejilla proyectada sobre el objeto (compárese con la ecuación (66)).

El término I_{p_3} es la suma de la sombra y la rejilla, es decir, son aquellas secciones de sombra sobre el objeto que debido a la suma de fases $m_e + r_e$ se observan a través de una abertura m_{x_3} de la rejilla.

El término I_{p_4} representa a las componentes de frecuencias superiores de la expansión en serie de Fourier de la sombra de la rejilla que pueden observarse a través de las aberturas de la rejilla.

El término I_{p_5} es el conjunto de las franjas de Moiré formadas por las sombras de franjas oscuras m_{x_5} observadas a través de franjas claras m_{x_5} de la rejilla cuando la fase correspondiente es idénticamente igual a cero.

El término I_{p_6} constituye el 'fondo' de iluminación del objeto.

Observe que el término I_{p_3} produce franjas espúreas (aliasing) que por su espaciamiento pueden llegar a confundirse con las verdaderas franjas de Moiré. Representa además, el resultado de la superposición de mayores armónicas cuando la superficie bajo examen presenta una gran inclinación a los haces de luz, es decir, se forma un 'aliasing' Moiré en lugares donde no corresponde a líneas de contorno.

Note que los términos anteriores ($I_{p_3} \dots I_{p_6}$) contienen el término de fase e , esto significa que es posible evitar su registro fotográfico si desplazamos la rejilla a lo largo del eje X durante el intervalo de exposición.

Observe también que solo I_{p_1} e I_{p_2} no poseen el término de fase, por lo que su valor no se altera durante el desplazamiento de la rejilla.

4.1.2 INTENSIDAD DEL CONTORNO DE MOIRE.

Escribiendo el patrón observado en la figura 2.7, en función de las coordenadas de los puntos de la superficie de la rejilla (el plano $x-y$), tendremos:

$$M(z) = I_0 E^2 + (1/2) \sum_r F_r \iiint \cos \left\{ ar \right. \\ \left. \times \left(\frac{z(X+b)}{1+z-Z} - \frac{xzZ}{(1+z-Z)(1+z)} \right) \right\} I(X,Y,Z) dX dY dZ$$

... (69)

Suponiendo que la fuente luminosa $S(X,Y,Z)$ es plana ($Z = 0$), la ecuación se simplifica:

$$M(z) = I_0 E^2 + (1/2) \sum_r Fr \iiint \cos \{hr(X + b)\} I(X,Y,Z) dX dY dZ$$

donde $h = az/(1+z)$

Empleando identidades trigonométricas para la suma de sus ángulos, se tiene:

$$M(z) = I_0 E^2 + (1/2) \sum_r Fr \iiint \{ \cos(hrX) \cos(hrb) - \sin(hrX) \sin(hrb) \} I(X,Y,Z) dX dY dZ$$

Puesto que X es muy pequeña, $\sin(krX) \approx 0$ y por lo tanto, la ecuación anterior se reduce a:

$$M(z) = I_0 E^2 + (1/2) \sum_r Fr \cos(hrb) I_r \quad (70)$$

con:

$$I_r = \int I_y(X) \cos(hrX) dX \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

$$I_y = \int I(X,Y) dY$$

$$h = az/(1 + z)$$

En un sistema práctico, el máximo valor de x será una pequeña fracción de b y/o 1. Xenofos y Jones (ref. 8) emplearon $l \geq 100$ cm y $b \geq 1/2$. Una buena aproximación se obtendría considerando que los patrones de Moiré $M(z)$ son independientes de la posición (x,y) del objeto. La importancia de los dos términos cosenos en la ecuación (70) pueden evaluarse comparando sus argumentos. Con lo que es claro que los patrones se deben a la rapidez de variación de la función coseno ($\cos(hrb)$) la cual es modulada por dos variaciones lentas de la función coseno de z (funciones coseno contenidas en la integral). Si estos dos términos que varían lentamente son comparados para un sistema típico con $b = 1/2$, el término $\cos(hrX)$ es el más importante pero nunca puede desprejiciarse la variación de z . Los patrones $M(z)$ entonces proporcionan información de contorno a través de la función $\cos(hrb)$.

4.2. ABERTURA DE OBSERVACION DE DIMENSIONES FINITAS.

Cuando la imagen es observada a través de una abertura finita, los rayos de luz que alcanzan la abertura de observación en O desde un punto en particular sobre la superficie, intersectarán a la rejilla en puntos que no

tienen la misma intensidad de transmisión (puntos P y P' de la figura 2.8). En este caso, una parte de la ecuación (67), la que se encuentra antes de la integral será:

$$I' = \iint [E + \sum_m F_m \cos(am(e + x_p))] Q(X', Y') dX' dY' \quad (71)$$

donde $Q(X', Y')$ es la función que describe a la abertura y x se muestra en la figura 2.8.

Escribiendo la ecuación (71) en términos del punto P y sustituyéndola en la ecuación (67), se obtiene la intensidad de los patrones observados a través de la abertura de observación:

$$I_p' = [E Q_0 + \sum_m F_m Q_m \cos(am(e + x_q))] * \iiint [E + \sum_r F_r \cos(ar(e + x_r))] I(X, Y, Z) dX dY dZ$$

Continuando, para obtener la expresión de los patrones de Moire observados, se debe realizar el producto de ambas intensidades:

$$I_p' = I_{p'_1} + I_{p'_2} + I_{p'_3} + I_{p'_4} + I_{p'_5} + I_{p'_6} \quad (72)$$

donde:

$$I_{p'_1} = I_0 Q_0 E^2$$

$$I_{p'_2} = (1/2) \sum_r F_r Q_r \iint \cos(ar(x_p - x_q)) I(X, Y) dX dY$$

$$I_{p'_3} = (1/2) \sum_r \sum_m F_m F_r Q_m \iint \cos(a(me - re + mx_p - rx_q)) * I(X, Y) dX dY$$

$$I_{p'_4} = (1/2) \sum_r \sum_m F_m F_r Q_m \iint \cos(a(me + re + mx_p + rx_q)) * I(X, Y) dX dY$$

$$I_{p'_5} = E \sum_r F_r \iint \cos(ar(e + x_q)) I(X, Y) dX dY$$

$$I_{p'_6} = I_0 E \sum_m F_m Q_m \cos(am(e + x_p))$$

con:

$$I_0 = \iint I(X, Y) dX dY$$

$$Q_0 = \iint Q(X', Y') dX' dY'$$

$$Q_m = \int Q_y(X') \cos(hmX') dX' \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$Q_y = \int Q(X', Y') dY'$$

Comparando la ecuación (72) con la ecuación (68) se observa que estas son similares, cambian tan solo en que (72)

tiene algunos factores Q_i . Los factores Q_i pueden considerarse como constantes para el manejo algebraico de esta ecuación.

Analógicamente a la ecuación (68), los dos primeros términos de la ecuación (72) representan a los términos de contorno, pero ahora registrados desde el punto de observación $O(X', Y', Z')$. Los otros términos de la ecuación (72) contienen a la constante de fase e , de manera que no interesan puesto que no proporcionan ninguna información sobre el contorno del objeto y además, como se demostró anteriormente, desaparecen al desplazar la rejilla durante la exposición fotográfica.

A fin de obtener los patrones de Moiré producidos por la combinación de una fuente luminosa finita plana y una abertura finita de observación, se realiza un desarrollo algebraico semejante al de la ecuación (68), con el cual se obtiene:

$$M(z) = I_0 Q_0 E^2 + (1/2) \sum_r F_r Q_r I_r \cos(hrzb) \quad (73)$$

con:

$$I_0 = \iint I(X, Y) dX dY$$

$$Q_0 = \iint Q(X', Y') dX' dY'$$

$$Q_r = \int Q_y(X') \cos(hrX') dX' \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

$$Q_y = \int Q(X', Y') dY'$$

Otra vez se observa que $M(z)$ proporciona información de contorno, debido al factor $\cos(hrzb)$ la cual es una función que varía rápidamente con z .

A continuación se explica cada uno de los factores que aparecen en la ecuación (73), a fin de que se logre una comprensión más amplia de su interpretación física.

$$\text{El factor } I(X) = \int I(X, Y) dY$$

representa a la intensidad de radiación luminosa que incide sobre una rendija de la rejilla (fig. 2.9).

$$\text{El factor } F_r I_r = F_r \int I(X) \cos(hrX) dX$$

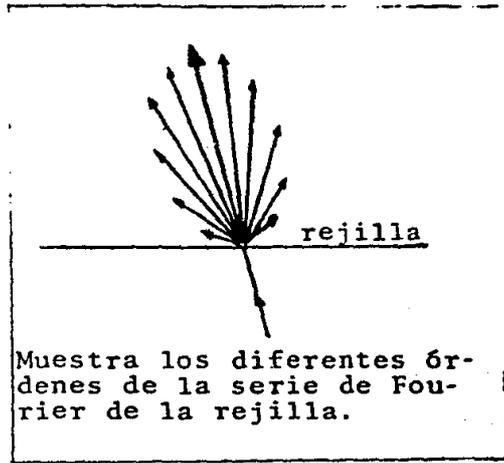
es la intensidad de una componente de la serie de Fourier que expresa a la rendija.

$$\text{El factor } I_s = \sum_r F_r I_r$$

es la intensidad luminosa total que incide sobre un

I_s es la intensidad total de radiación que incide sobre el objeto.

$I(X)$ representa la intensidad de luz emitida por la fuente $S(X,Y,Z)$ que incide sobre una rendija de la rejilla.



Muestra los diferentes órdenes de la serie de Fourier de la rejilla.

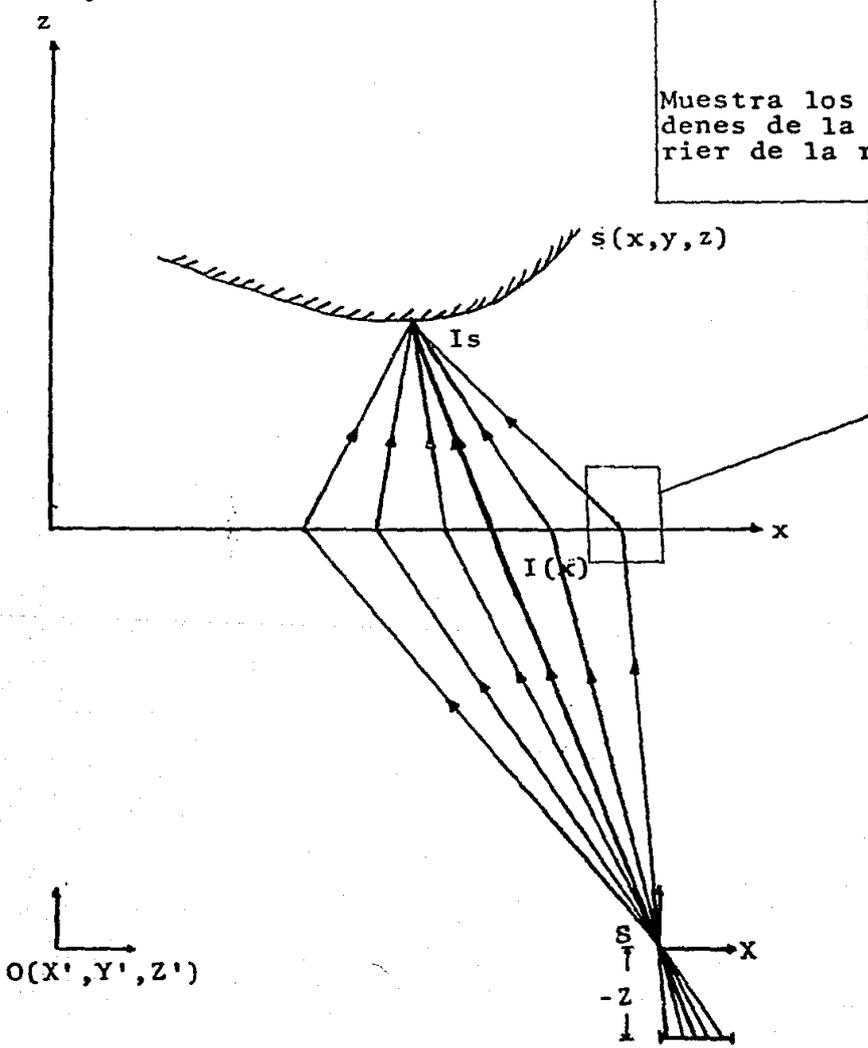


FIG. 2.9.

Muestra el camino recorrido por diversos haces provenientes de la fuente luminosa al atravesar por la rejilla y proyectarse sobre un mismo punto en el objeto.

I_s es la intensidad total de radiación que incide sobre el objeto.

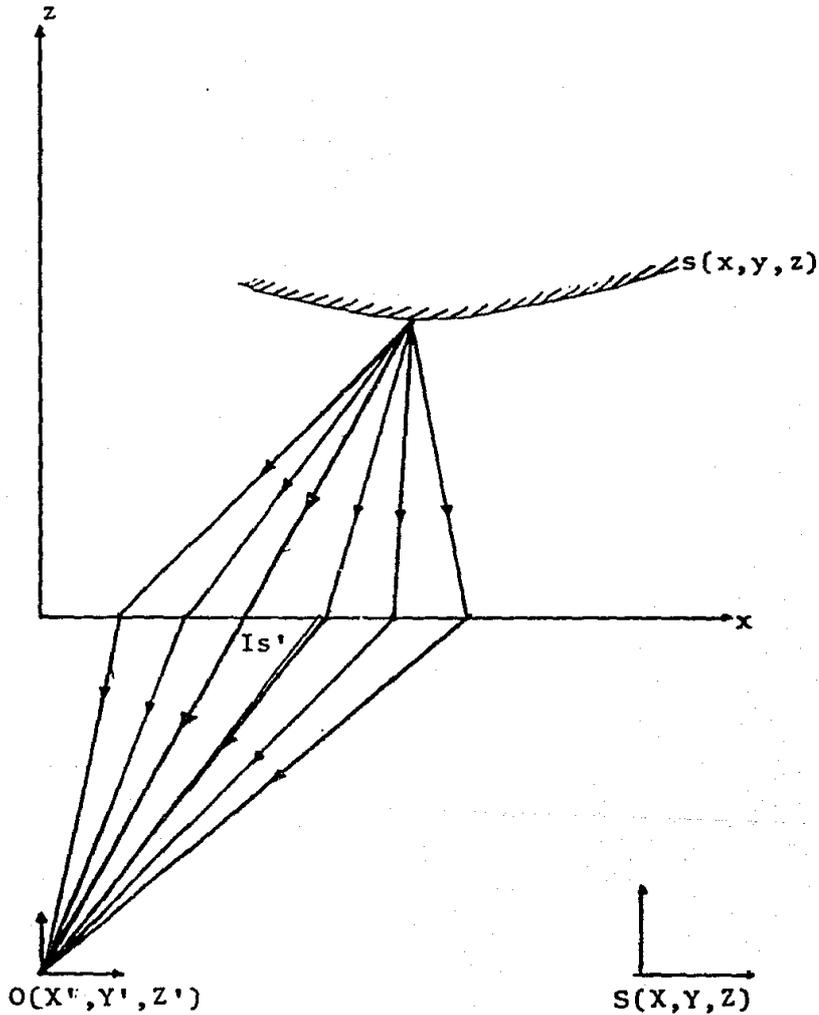


FIG. 2. 10 Muestra el camino recorrido por diversos haces después de reflejarse sobre el objeto, al atravesar la rejilla y entrar por la abertura del punto de observación.

I_s' es la intensidad de luz de el orden r de una rendija de la rejilla. Solo uno de los órdenes de cada rendija de la rejilla podrá pasar a través de la abertura Q del punto de observación O .

punto del objeto debida a los órdenes de las series de Fourier que expresan a toda la rejilla (fig. 2.9).

$$\text{El factor } Q_r = \int Q(X') \cos(hrX') dx'$$

representa a la intensidad transmitida a través de la abertura de observación para un orden r.

$$\text{El factor } I_s' = I_s F_r \cos(hrb)$$

es la intensidad del orden r de la serie de Fourier después de atravesar una rendija. En este proceso no se necesita realizar la suma sobre todos los órdenes de la rejilla, puesto que solo un orden de cada rendija podrá pasar a través de la abertura Q (fig. 2.10).

$$\begin{aligned} \text{El factor } I_c &= I_s' Q_r = I_s F_r Q_r \cos(hrb) \\ &= \sum_r F_r I_r Q_r \cos(hrb) \end{aligned}$$

expresa la intensidad que sensibiliza al medio detector (la retina en el caso del ojo o la película en una cámara).

$$\text{El primer término de la ecuación (73): } I_0 Q_0 E^2$$

es la intensidad luminosa de fondo que, sin pasar por la rejilla o ser reflejada por el objeto, entra a la abertura de observación en el punto D.

De la ecuación (73) se observa que las franjas de patrones de Moiré se deben a la rápida variación de la función coseno ($\cos \{ hrb \}$), modulada por dos funciones de z que varían lentamente. El término $\cos \{ hrb \}$ proporciona información sobre el contorno así como los términos $I_r Q_r$ solamente degradan la imagen de Moiré conforme la profundidad de z es incrementada. En términos generales esta degradación o borrono de la imagen se debe al hecho de que para una fuente de luz finita, rayos de luz de diferentes partes de la fuente dirigidos hacia el mismo punto de la superficie intersectan la rejilla en puntos de diferente transmisión dando como resultado contornos ligeramente diferentes. Un efecto similar se produce para los rayos que alcanzan la abertura de observación desde un punto particular sobre la superficie.

Entonces, las dimensiones finitas de la abertura y de la fuente producen una degradación en los patrones de Moiré que varía de acuerdo con el incremento de la profundidad z. La magnitud de la degradación depende de los detalles de $I_y(X, Z)$ y $Q_y(X')$ los cuales representan las proyecciones de la distribución de la fuente luminosa en el plano (X, Z) y de la

función de abertura sobre el eje X' respectivamente.

Cuando la fuente y la abertura de observación llegan a ser muy pequeñas, I y Q tienden a la función delta, y $M(z)$ llega a ser una función periódica con amplitud constante de oscilación. Cuando estas distribuciones de la fuente luminosa (I) y de la abertura de observación (Q) son angostas, la imagen de Moiré mejora.

Si suponemos que las integraciones en la ecuación (73) pueden realizarse independientemente entonces $M(z)$ es independiente de las distribuciones de la fuente luminosa y de la abertura a lo largo de las dimensiones Y , Y' respectivamente. Si las distribuciones de las fuentes de luz en X y Z tienen forma similar y la última no es más ancha que la primera, la dimensión Z tendrá poca influencia siempre que $b < 1$.

Se concluye entonces que las dimensiones más importantes en las distribuciones de fuentes luminosas y de abertura de observación son a lo largo de X y X' . Por lo cual, la calidad de la imagen de un contorno de Moiré puede ser adecuadamente evaluada estudiando un sistema unidimensional (X , X').

Notese que cuando se usan una fuente luminosa 'puntual' y una abertura de observación 'puntual', I_r y Q_r se convierten en constantes y entonces la amplitud de la oscilación de $M(z)$ es independiente de la profundidad z .

5. EVALUACION DE LA CALIDAD DE LA IMAGEN.

Para evaluar la calidad de la imagen, se hace uso de IB e ID, las intensidades de las franjas brillantes y oscuras, respectivamente (ref. 9). La distancia z donde estas franjas están localizadas se puede obtener de la ecuación (73) mediante la imposición de las siguientes condiciones:

$$\text{franjas brillantes} \quad hd = 2\sqrt{k} \quad (74)$$

$$\text{franjas oscuras} \quad hd = 2\sqrt{k-0.5} \quad (75)$$

donde k es un número entero positivo y es conocido como el número de franja. De esta forma obtenemos:

$$IB = I_0 Q_0 E^2 + (1/2) \sum_r Fr^2 Ir Qr \quad (76)$$

$$ID = I_0 Q_0 E^2 + (1/2) \sum_r (-1)^r Fr^2 Ir Qr \quad (77)$$

Los valores de Ir, Qr en las ecuaciones de arriba se refieren a la profundidad z donde tienen lugar las franjas de la frecuencia fundamental.

Considérese un sistema de observación lineal ideal en el que la función de transferencia de los sistemas de formación y registro de la imagen son independientes de la frecuencia y defínase el índice de densidad de franjas de Moiré FD como (ref. 8):

$$FD(z(n)) = \text{const.} \cdot \text{Log} (IB/ID) \quad (78)$$

Esta expresión (a través de las ecuaciones (65) y (77)) depende de la distancia (z), el periodo de la rejilla (d), la distribución de la fuente luminosa (I), la abertura efectiva de observación (Q) y la geometría del sistema (l y b). Como consecuencia, se podrá evaluar el efecto de cada uno de estos parámetros sobre el contraste de la franja.

5.1. VISIBILIDAD DE LAS FRANJAS DE MOIRE.

Para poder evaluar los efectos de los parámetros del sistema sobre el contraste de las franjas, deben considerarse diferentes modelos de rejillas y fuentes luminosas o aberturas, de suerte que Fr, Ir y Qr en las ecuaciones (76) y (77) puedan calcularse independientemente (ref. 9).

5.1.1 MODELO DE FUENTES LUMINOSAS

Consideremos una fuente luminosa con una distribución de intensidad rectangular de ancho 2w. En este caso Ir (ref.

9) esta dada por:

$$I_r = 2 \int_0^w (I_0/2w) \cos(hrX) dX = I_0 \text{sen}(hrw)/hrw \quad (79)$$

5.1.2 MODELO DE ABERTURA DE OBSERVACION

El mismo modelo se aplica para la función de abertura (ref. 9) encontrando:

$$G_r = 2 \int_0^u (I_0/2u) \cos(hrX') dX' = I_0 \text{sen}(hru)/hru \quad (80)$$

donde $2u$ es el ancho de la abertura de observación (diafragma de la cámara).

5.2. MODELOS DE REJILLAS

Se consideran dos modelos:

1. Una rejilla cuya transmisión tiene forma de onda rectangular llamada rejilla 'de perfil rectangular'. Está representada en series de Fourier (ref. 9) por:

$$G(x) = A + B(2f-1) + (4B/\pi) \left[\sum_{n=1}^{\infty} (\text{sen}(n\pi f)/n) \cos(n\pi(x/d)) \right] \dots \dots \dots (81)$$

donde f es la relación de la rejilla definida como el cociente del ancho del espacio transparente al periodo de la rejilla d . Las constantes A y B están definidas de tal forma que $A+B$ y $A-B$ son las transmisiones máximas y mínimas de la rejilla, respectivamente.

2. Una rejilla cuya transmisión es de la forma cosenoidal (ref. 9) se representa matemáticamente como:

$$G(x) = A + B \cos(a(e + x)) \quad (82)$$

Es claro que la visibilidad de las franjas dependerá no solo de las intensidades I_B e I_D sino también del ancho y la forma de las bandas brillantes y oscuras. Para una geometría dada, estas cantidades dependen de la rejilla seleccionada. Para una fuente luminosa puntual, la forma de las franjas obtenidas con una rejilla senoidal es senoidal. Para una rejilla de perfil rectangular con iguales espacios claros y opacos ($f=0.5$), la forma de las zonas de sombra ($M(z)$) es triangular. El ancho de las franjas en los valores más altos es infinitamente pequeña y el uso de I_B e I_D en la ecuación (78) es inapropiado. Se selecciona entonces para reemplazar I_B e I_D a sus intensidades medias. El valor medio es también usado para rejillas senoidales de forma que ambas rejillas puedan ser comparadas.

Para rejillas senoidales y rejillas de perfil rectangular con $f=0.5$, los términos variables en las

ecuaciones (76) y (77) deben ser multiplicadas por $2/\sqrt{r}$ y $1/2$ respectivamente, de manera que dichas ecuaciones representen los valores promedio respectivos.

5.2.1 REJILLA SENOIDAL.

En este caso, solo existe una componente armónica, de manera que el segundo término de las ecuaciones (76) y (77) se referirán a un solo orden de la serie de Fourier ($r = 1$).

El coeficiente F_r de Fourier proporciona información sobre la visibilidad de la onda senoidal, la cual está dada por la siguiente relación:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{(A + B) - (A - B)}{(A + B) + (A - B)} = \frac{B}{A}$$

La máxima intensidad de la onda senoidal transmitida $G(x)$, dada por la ecuación (82), corresponde al caso en que el coseno es igual a la unidad. La mínima intensidad sucede entonces, cuando el coseno toma el valor de menos uno (fig. 2.11).

Para garantizar la densidad promedio, la parte variable de las ecuaciones (76) y (77) se multiplica por $2/\sqrt{r}$, considerando que la función está normalizada, con lo cual E es igual a la unidad. De acuerdo con lo anterior, el índice de densidad de franjas para una rejilla senoidal es:

$$FD = \text{const. Log} \frac{I_0 Q_0 + (1/2)(2/\sqrt{r})(B/A) I Q}{I_0 Q_0 - (1/2)(2/\sqrt{r})(B/A) I Q}$$

Reduciendo se obtiene:

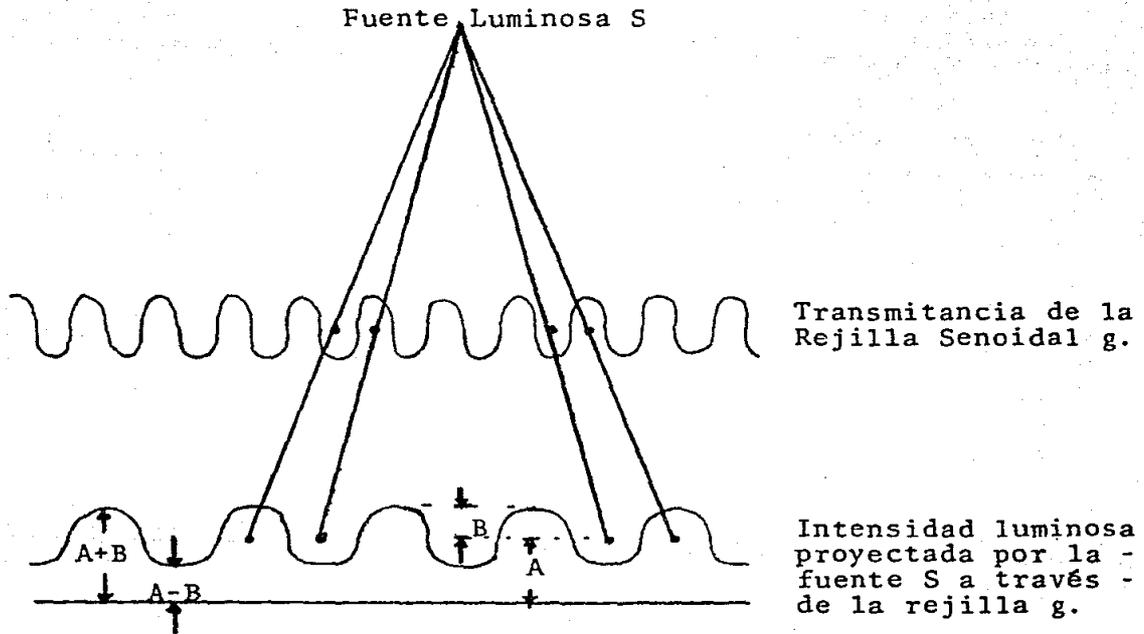
$$FD = \text{const. Log} \frac{2 I_0 Q_0 + (2/\sqrt{r}) M I Q}{2 I_0 Q_0 - (2/\sqrt{r}) M I Q} \quad (83)$$

5.2.2 REJILLA DE PERFIL RECTANGULAR.

La visibilidad, como se mencionó en el caso anterior, está dada en función de la máxima y mínima intensidad de la rejilla $G(x)$. En este caso, se refiere a la ecuación (81) de $G(x)$. Estas intensidades son:

$$I_{\max} = A + B(2f - 1) + (4B/\sqrt{r}) \left[\sum_r (\text{sen } r\sqrt{r}f)/r \right]$$

$$I_{\min} = A + B(2f - 1) - (4B/\sqrt{r}) \left[\sum_r (\text{sen } r\sqrt{r}f)/r \right]$$



A es el fondo constante debido a la rejilla.

FIG. 2.11 Diagrama esquemático que muestra la transmitancia de una rejilla senoidal y la intensidad luminosa observada producida por el empleo de ésta.

Con lo cual,

$$U = \frac{2(4B/\sqrt{\lambda}) \left[\sum_r \frac{(\sin r\sqrt{\lambda}f)/r}{r} \right]}{2 [A + B (2f - 1)]} = \frac{4(B/A\sqrt{\lambda}) \left[\sum_r \frac{(\sin r\sqrt{\lambda}f)/r}{r} \right]}{1 + (B/A) (2f - 1)}$$

La parte variable de las ecuaciones (76) y (77) se multiplica por (1/2), considerando que la función cuadrada está normalizada y por lo tanto, E = 1. El índice de densidad de franjas para una rejilla de perfil rectangular es:

$$FD = \text{const. Log} \frac{I_o Q_o + \frac{1}{4} \sum_r \left(\frac{(4M/\sqrt{\lambda}) \sin(r\sqrt{\lambda}f)/r}{1 + M(2f-1)} \right)^2 I_r Q_r}{I_o Q_o + \frac{1}{4} \sum_r \left((-1)^r \frac{(4M/\sqrt{\lambda}) \sin(r\sqrt{\lambda}f)/r}{1 + M(2f-1)} \right)^2 I_r Q_r}$$

Con lo cual se obtiene:

$$FD = \text{const. Log} \frac{2I_o Q_o [1+M(2f-1)]^2 + 8(M/\sqrt{\lambda})^2 \sum_r Fr^2 I_r Q_r}{2I_o Q_o [1+M(2f-1)]^2 + 8(M/\sqrt{\lambda})^2 \sum_r (-1)^r Fr^2 I_r Q_r} \dots\dots\dots (84)$$

donde M = B/A es la modulación de la rejilla (ecuaciones (77) o (78)) y Fr = sen(r√λf)/r.

6. RESULTADOS DE EVALUACIONES NUMERICAS DE UN SISTEMA DE MOIRE.

Los resultados que se muestran a continuación los obtuvieron Xenofos et al (ref. 9) evaluando por medio de computadora las ecuaciones (83) y (84).

6.1 REJILLAS.

La dependencia del índice de densidad de franja $FD(z(n))$ en función de la profundidad z , con $Gr=1$, se muestra en la figura 2.12. En ella se ve que la respuesta de la rejilla de perfil rectangular es mejor que la de la rejilla senoidal. Sin embargo, debido a la dependencia en frecuencia de un sistema real formador de imágenes, las dos curvas estarán más cercanas una a la otra que como se muestra en la figura 2.12. Cuando solo se consideran las primeras tres armónicas de la expansión en serie de Fourier, el valor inicial del contraste de las franjas para la rejilla de perfil rectangular se reduce en un 11%.

La figura 2.13 muestra el efecto del espaciamento de la rejilla d . De esta figura se concluye que es recomendable emplear un espaciamento grande entre líneas de la rejilla para que la diferencia de profundidad $Dz=(1/b)d$ entre franjas pueda conservarse constante al incrementar b en forma apropiada. Para valores Dz cercanos a 3 mm es aconsejable utilizar una rejilla con $d = 1.5$ mm.

El efecto del cociente f de la rejilla también se muestra en la figura 2.13 para dos rejillas con $f_1 + f_2 = 1$. (Esto produce franjas de forma similar). De acuerdo con lo anterior, se recomienda emplear un valor de f que sea pequeño. En la práctica, no deberán usarse rejillas con relaciones de f pequeñas porque las franjas de Moiré se verán borrosas debido a la difracción de luz en las líneas de la rejilla. El grado de borroneo aumenta con la profundidad. De manera que se sugiere que f se encuentre en el rango de 0.3 a 0.4. Se sugiere así mismo que para la rejilla de perfil rectangular con $f = 0.5$ se use ésta en conjunción con una fuente puntual, entonces, la intensidad correspondiente a las franjas oscuras será cero. La percepción de las franjas será mejorada entonces incrementando la exposición. Una rejilla con $f = 0.5$ puede ser considerada como una buena alternativa.

La modulación M de la rejilla también afecta el contraste de las franjas. Si por ejemplo en lugar de $M=1$ se toma $M = 0.95$, el contraste de las franjas se reduce aproximadamente en un 12%. Esto sugiere que M debe considerarse lo más cercano a la unidad.

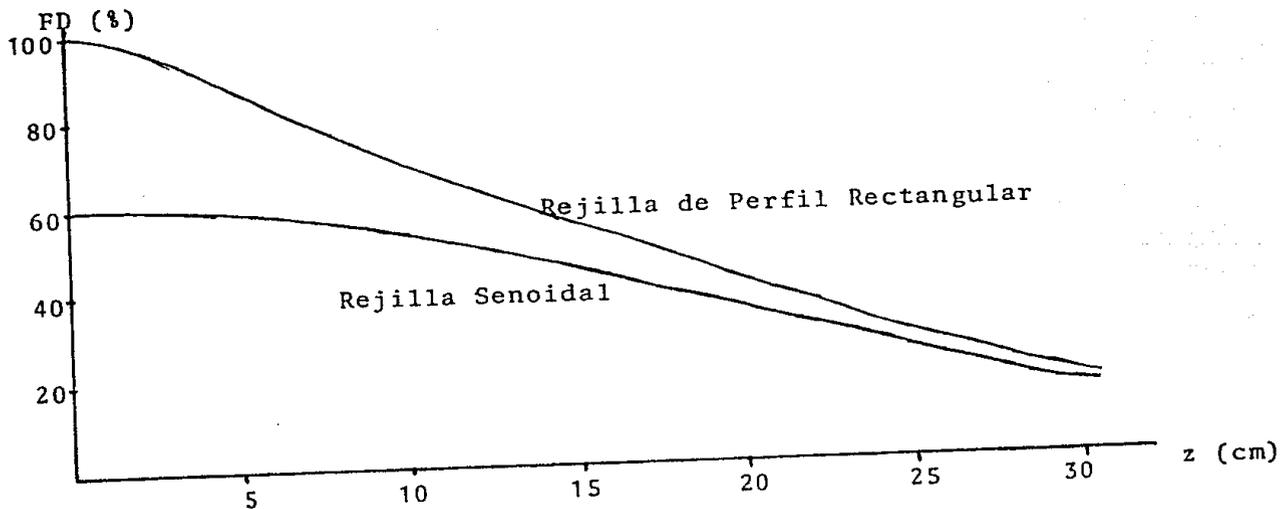


FIG. 2.12 Respuesta de la curva del índice de densidad de franjas con respecto a la profundidad para dos diferentes rejillas.
 Se consideraron los siguientes parámetros:
 $l=100\text{cm}$, $b=50\text{cm}$, $d=1\text{mm}$, $M=1$, $2w=3.5\text{mm}$.

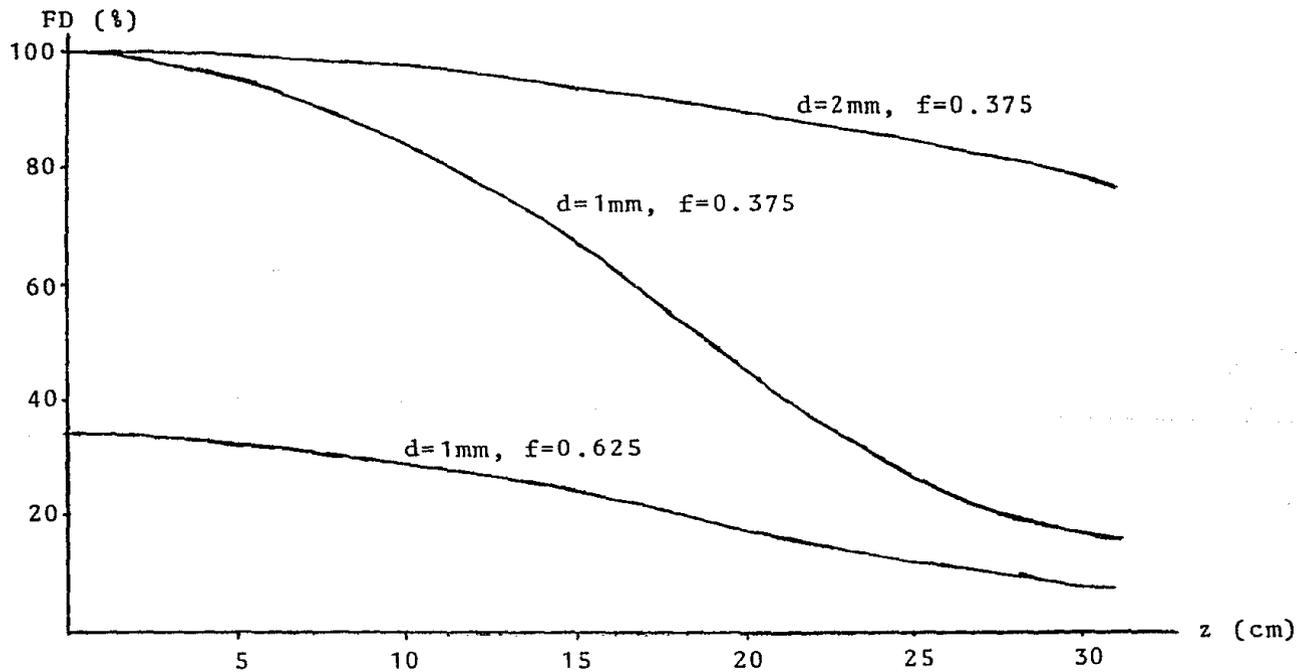


FIG. 2.13 Curva de respuesta del índice de densidad de franjas con respecto a la profundidad, cuando se usan rejillas de diferentes períodos d y relaciones de f entre las líneas de la misma. Los parámetros que permanecieron constantes fueron: $l=100$ cm, $b=50$ cm, $M=1$, $2w=2$ mm, $2u=3.5$ mm.

6.2 FUENTES DE LUZ Y ABERTURA DE OBSERVACION.

En la figura 2.14 se muestra el efecto de diferentes configuraciones de fuentes de luz y aberturas de observación de varios tamaños sobre el contraste de las franjas. Fuentes de luz y aberturas de observación pequeñas mejoran la respuesta del sistema a la profundidad de contraste de franja. Debido a que la longitud de la fuente (y de la abertura de observación) tiene poco efecto sobre el contraste, para incrementar la iluminación puede usarse una fuente lineal orientada en la dirección paralela a las líneas de la rejilla. La dispersión de la fuente luminosa también debe ser pequeña de manera que la distribución de intensidad sea angosta. En la práctica, la fuente luminosa está encerrada en un escudo con una pequeña abertura en el frente. Esto tiene la ventaja de reducir el fondo de iluminación y si la fuente es larga, éste también reduce el ancho efectivo de la fuente, con lo cual se realiza el contraste de franjas.

El uso de pequeñas aberturas de observación producen un incremento efectivo de la 'profundidad de campo'. Como el contraste de las franjas no depende significativamente de la longitud de la abertura, ésta deberá colocarse con su mayor dimensión de longitud paralela a las líneas de la rejilla. Si se usa una cámara en el punto de observación, uno podría introducir cerca del iris una abertura angosta pero de gran longitud, de manera que se mejore el contraste de las franjas. Debe asegurarse, sin embargo, que tal modificación no introduzca valores de aberración importantes en el sistema óptico que puedan reducir el contraste de la imagen.

Las curvas de la figura 2.14, con $2u = 3.5\text{mm}$ y $2u = 7\text{mm}$, correponderán en la práctica a una lente de 55 mm de distancia focal con una abertura relativa $F\#$ (el cociente de la distancia focal de la lente sobre la abertura empleada) de 16 y 8 respectivamente. Esto claramente muestra la necesidad de emplear pequeñas aberturas en la cámara. La curva de respuesta a la profundidad del contraste de las franjas correspondiente a la primera lente es mucho mejor que para la segunda. En la práctica esto es cierto solo si el número de franjas observadas (por unidad de longitud) no es muy grande y el contraste no se reduce por la dependencia en frecuencia del sistema formador de imágenes (la cámara).

De la figura 2.14 también se concluye que no hay una ganancia significativa en el contraste de la imagen si se usan fuentes pequeñas y una larga abertura o viceversa. La curva con $2w = 2u = 2\text{mm}$ indica la 'mejor' respuesta que puede obtenerse cuando, tanto la fuente como la abertura, son lo bastante pequeñas como para que el tiempo de exposición no sea muy largo cuando se fotografían sujetos humanos. El número máximo de franjas disponibles para contornear el sujeto (obtenido para $FD = 0$) es el menor de entre $b/2w$ y $b/2u$.

El efecto de inversión de fase observado en algunas de las curvas de la figura 2.14 se debe al modelo de fuente rectangular o de abertura considerada. Si se emplea un

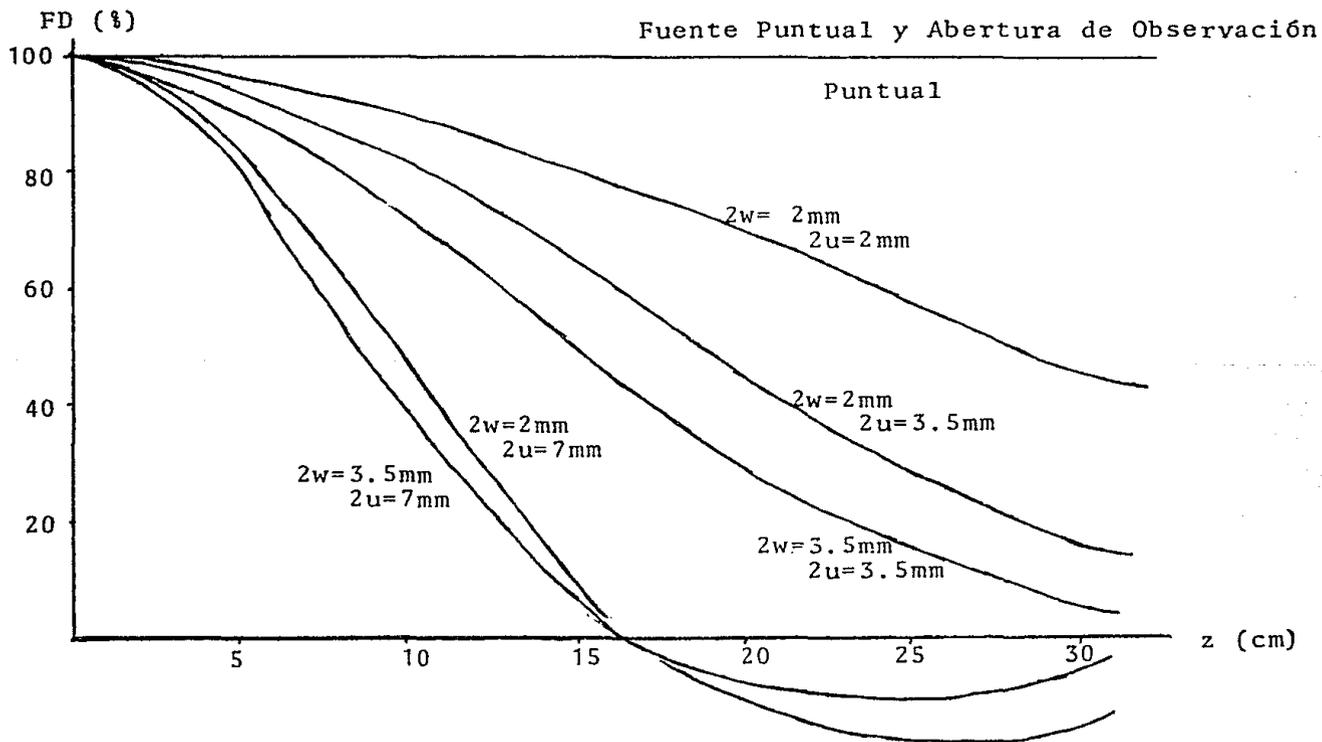


FIG. 2.14 Respuesta del índice de densidad de franjas con la profundidad para diferentes combinaciones de anchos en las fuentes de luz $2w$ y las aberturas de observación $2u$. Los valores de w y u son intercambiables. Los resultados se calcularon bajo las siguientes condiciones: $l=100\text{cm}$, $b=50\text{cm}$, $f=0.375$, $d=1\text{mm}$, $M=1$.

modelo gaussiano, no se presenta este efecto, lo cual recibe en óptica el nombre de apodización.

6.3 GEOMETRÍA DE MOIRE (l y b)

El contraste de franjas como una función de la distancia de observación l se muestra en la figura 2.15. En ella puede verse que el empleo de valores de l grandes es recomendable. Sin embargo, para un sistema real formador de imágenes, distancias muy largas (por ejemplo, $l > 200$ cm) no son recomendables porque la razón de mejora del índice de densidad de franjas es pequeño y al mismo tiempo, el decremento en la función de transferencia de modulación del sistema se hace más importante.

Se encontró que el efecto de cambiar el desplazamiento lateral b, con l y d constantes era insignificante. En la práctica, debido a la dependencia del sistema en frecuencia, el contraste de las franjas se reduce cuando b se incrementa, porque el número de franjas por unidad de longitud en el espacio objeto es aproximadamente proporcional a b. Es recomendable entonces una razón $l/b = 2$ de manera que no se produzca alguna degradación significativa en el contraste. Valores típicos de l están en el rango de 100 a 200 cm.

6.4 REGISTRO Y FORMACION DE IMAGENES.

La teoría descrita arriba no ha tomado en cuenta la dependencia en frecuencia del sistema formador de imágenes. Para incluir esto (en un sistema lineal), los terminos variables en la ecuación (83) y (84) deben multiplicarse por las MTFs (función de transferencia de modulación) del sistema de observación y del medio de registro.

Respecto al sistema de observación, la MTF de la lente incluye el efecto de difracción, aberraciones y otros defectos, por lo que se recomienda emplear lentes de buena calidad. El efecto de difracción aumenta conforme la abertura de observación reduce su tamaño, pero son despreciables para las aberturas comúnmente empleadas.

Respecto a la película fotográfica, ésta deberá ser de alto contraste y grano fino. Este tipo de película tendrá el efecto de incrementar la relación señal a ruido en la foto. Esto es importante para grandes profundidades z donde el patrón de Moiré constituye una información de baja relación señal a ruido. Por los requisitos anteriores se necesitará usar una película bastante lenta para mediciones sobre sujetos humanos donde el tiempo de exposición deba ser limitado. En la práctica se usan películas medianas o rápidas.

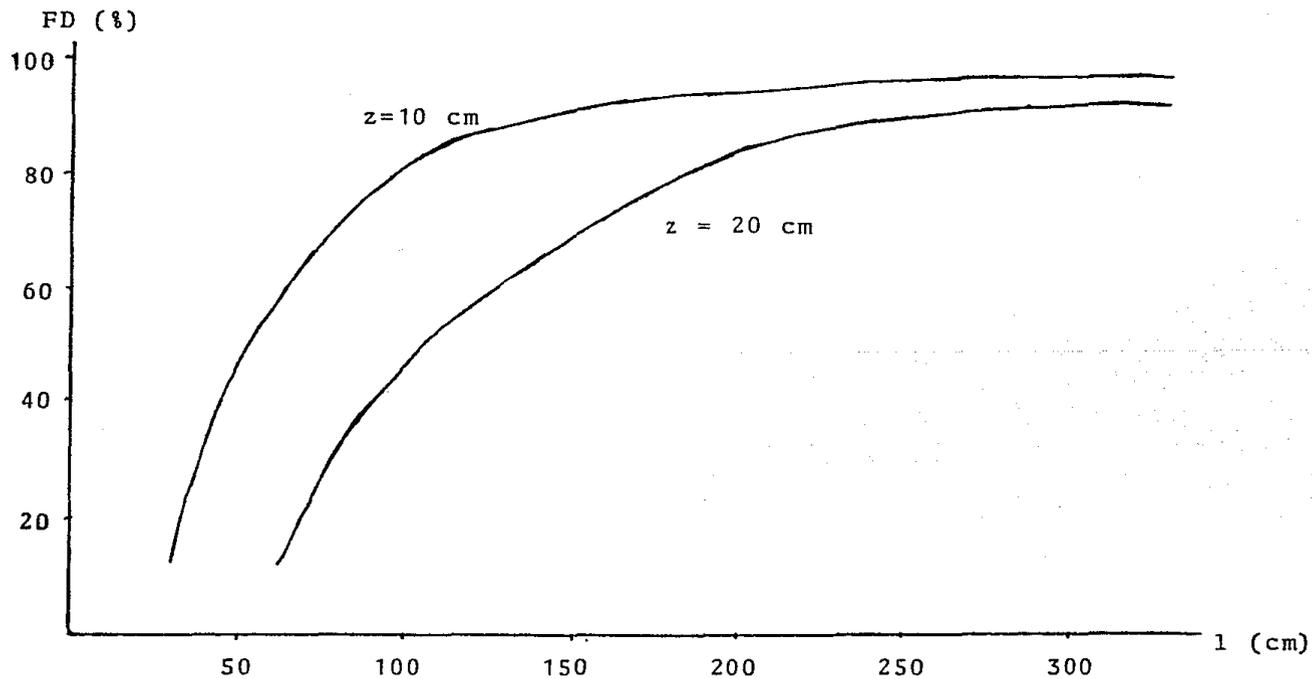


FIG. 2.15 Índice de densidad de franjas como función de la distancia de la rejilla al observador para dos diferentes profundidades de z , con las siguientes condiciones: $1/b=2$, $f=0.375$, $d=1\text{mm}$, $M=1$, $2w=2\text{mm}$, $2u=3.5\text{mm}$.

6.5 LIMITACIONES EN EL TIEMPO DE EXPOSICION.

La tarea más difícil en el trabajo de campo experimental es encontrar la forma de que los niños permanezcan en la posición correcta. Algunos niños, aun después de haberlos colocado, se mueven cuando se toma la fotografía y durante el análisis se tienen problemas con la interpretación de los resultados.

El problema puede solucionarse por dos métodos, el primero consiste en aumentar la velocidad de disparo. Esta deberá ser preferentemente menor de 1/8 de segundo (ref. 3).

El segundo método sugiere un ajuste que puede hacerse separando el proceso de la topografía de Moiré en dos etapas: el grabado de la rejilla proyectada sobre el objeto y la visualización de las franjas por medio de una rejilla de interferencia que sea ajustable, que se colocará sobre el positivo de la foto tomada (ref. 1).

En la primera etapa, se proyecta una rejilla lineal sobre una superficie empleando una lente gran angular que conserve el plano de la rejilla paralelo al plano de referencia cerca del objeto. La imagen de la rejilla proyectada sobre el objeto se fotografía. Durante la segunda etapa, la rejilla proyectada sobre el objeto se hace interferir con una rejilla ajustable. Esta rejilla ajustable se hace superponiendo dos rejillas lineales de alta frecuencia (bajo periodo), cambiando el ángulo relativo entre ellas. La superficie de una de las rejillas deberá ser esmerilada para que actúe como un buen difusor de luz.

La rejilla deformada se proyecta sobre la rejilla de interferencia a través de un espejo diagonal y de esta forma se visualizan las franjas de contorno de Moiré. La simetría de las franjas puede ajustarse ahora cambiando la dirección y el paso de la rejilla de interferencia.

La deformación característica de la escoliosis puede detectarse ajustando la rejilla para mostrar franjas simétricas sobre una región particular, la cadera por ejemplo, y observando las franjas sobre otras partes del cuerpo tales como los hombros. La precisión de la posición y por tanto, la labor del especialista se reducen y se evita así una equivocación en el análisis causada por la asimetría de las franjas. Esta técnica se denomina "topografía de Moiré empleando rejilla holográfica" (ref. 1), porque el registro fotográfico de la rejilla deformada por la proyección sobre un cuerpo es similar a algunos tipos de hologramas y contiene toda la información sobre la forma del objeto.

7. PROPIEDADES GEOMETRICAS Y FISICAS DE SUPERFICIES REFLECTANTES.

El presente estudio está basado en la suposición de que el ruido del sistema puede despreciarse. Como se vio antes, esto es cierto si se emplean rejillas móviles, pero si éste no es el caso entonces existe un número de franjas de no-contorno de Moiré o términos de ruido que deben considerarse. Este ruido se debe a la imagen de la rejilla misma, su sombra y la suma de ambas. Estas contribuciones a los patrones de contorno de Moiré son muy importantes cuando la superficie tiene pendientes significativas respecto al haz de iluminación. En este caso, la frecuencia del contorno de Moiré viene a ser comparable al de la rejilla y su sombra, y las franjas de contorno llegan a ser difíciles de identificar. Un no-contorno o ruido de Moiré está formado por los términos armónicos altos de la rejilla y su sombra (aliasing Moiré).

Cuando se aplica el movimiento de la rejilla, se elimina el efecto descrito. Pueden obtenerse imágenes de regiones del objeto con grandes ángulos de inclinación, debido al decremento en el ruido del sistema. El grado de movimiento requerido es del orden de unas cuantas decenas hasta unas cuantas centenas de espaciamiento de líneas. Cuando la inclinación de la superficie es muy grande, las frecuencias de las líneas sobrepuestas de la rejilla y sus sombras sobre el objeto son muy diferentes y el patrón de Moiré se hace difícil de identificar. Al mismo tiempo el número de franjas por unidad de longitud de la imagen se incrementa y debido a la dependencia en frecuencia del sistema formador de imágenes se reduce el contraste de las franjas. La degradación en el contraste de la imagen debido a estos efectos puede reducirse si se incrementa el cociente l/b . Esto significa que la diferencia de profundidad entre franjas $lZ = ld/b$ será incrementada en la misma proporción.

El factor más desfavorable para obtener una mejor visibilidad en las sombras proyectadas sobre un cuerpo viviente es la translucidez de la piel (ref. 3).

Cuando un objeto semi-translucido (tal como la piel) es iluminado por luz blanca, las franjas de Moiré debidas a las diferentes longitudes de onda no estarán completamente sobrepuestas. Esto se debe al hecho de que la luz de diferentes longitudes de onda se reflejará de la capa de piel a diferentes profundidades, lo cual contribuye a confundir el trazo de la sombra de la rejilla, produciéndose así una baja visibilidad de las franjas de contorno de Moiré.

En una primera aproximación, el efecto de 'borroneo' descrito arriba es proporcional al espesor total de la capa reflejante (≈ 0.2 mm), así como al ángulo entre la superficie de la piel y el plano de la rejilla. Por lo que el empleo de una rejilla de paso grueso ayuda a mejorar la visibilidad de las franjas debido a que la estructura gruesa

de la sombra no es susceptible al efecto de dispersión de la piel y a que el incremento del intervalo de contorno originado por este tipo de rejillas compensa la pérdida de visibilidad.

Además, este efecto es inversamente proporcional a la diferencia de profundidades sucesivas entre franjas DZ. Para pequeños valores de DZ, el uso de luz monocromática podrá ser ventajosa. La luz azulada es más fácilmente absorbida en la piel que la luz rojiza, produciendo franjas de alto contraste. Sin embargo, no es conveniente utilizarla en observación directa porque el ojo humano es muy poco sensible a ella.

B. CORRECCION DE PERSPECTIVA.

Existen varios métodos que pueden emplearse para evitar los errores debidos a la perspectiva en regiones de la fotografía lejanas al eje óptico de la lente de la cámara. Uno de ellos se ilustra a continuación.

Es claro que el contorno de Moiré obtenido por una fuente puntual colocada a una distancia finita l de la rejilla, no es igualmente espaciado, sino que el intervalo de profundidad de las franjas de Moiré se incrementa con el orden de las franjas. Además, el contorno obtenido por técnicas de Moiré, no es una proyección vertical de igual profundidad local como en el caso de un contorno en un mapa geográfico, sino la proyección central respecto del punto central de la pupila de la cámara al plano de la rejilla. Esto debe ser corregido.

Según la ecuación (2), la profundidad de el K -ésimo, contorno de Moiré del plano de la rejilla (ref. 2 y 3) está dada por:

$$ZK = l \frac{Kd}{b - Kd} \quad (2)$$

donde l es la distancia a la pupila de la cámara medida desde la rejilla, b es la distancia entre la pupila de la cámara y la fuente de luz, y d es el paso de la rejilla.

Usando l , b , y XK , la profundidad ZK (véase la figura 2.16) del contorno de Moiré y, puesto que $Kd = XK$ se obtiene (ref. 3 y 8):

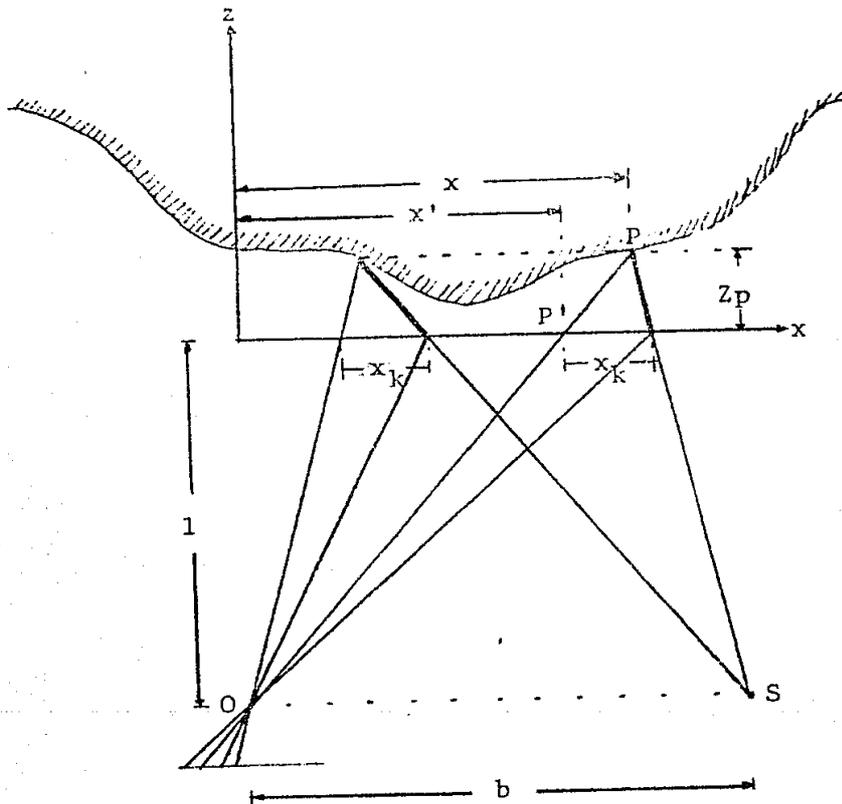
$$ZK = l \frac{XK}{b - XK} \quad (85)$$

La profundidad ZK de la K -ésima franja obtenida así, depende de la precisión con que se determina XK .

Refiriéndose a la figura 2.16, un punto P sobre un objeto "estará" en el punto P' sobre el plano de la rejilla cuando al ser observado desde el punto O . Para obtener un mapa de contorno en proyección vertical, la coordenada X debe obtenerse a partir del valor conocido de X' , l y Zp , el cual es la profundidad del punto desde la rejilla. La misma consideración es aplicable a la coordenada Y .

La coordenada z está dada por la ecuación de la profundidad del contorno de los patrones de Moiré (ecuación (2)) y las coordenadas X y Y están dadas por (ref. 3 y 8):

FIG. 2.16 Corrección de perspectiva.



- S: fuente de iluminación.
- O: punto de observación. (puede ser a través de una lente).
- l: distancia perpendicular de O y S desde el plano de la rejilla.
- x_k : distancia desde una línea de calibración al punto de intersección de un Contorno de Moiré y la sombra de la línea de la rejilla.
- z_p : profundidad del Contorno de Moiré bajo consideración para obtenerse desde x_k , l y b.

$$X = M_0 X' (1 + Z_p/l)$$

(86)

$$Y = M_0 Y' (1 + Z_p/l)$$

donde M_0 es el factor de amplificación correspondiente a la distancia l desde el primer punto nodal de las lentes de la cámara hasta el plano de la rejilla, y X' , Y' las coordenadas de los puntos sobre la K -ésima franja sobre la fotografía. La amplificación M_0 puede calcularse de las dimensiones sobre la imagen final en una escala de longitud conocida.

8.1. PRECISION

De la ecuación de profundidad de los contornos de Moiré y la ecuación (86) puede verse que los errores sistemáticos en x , y , z dependerán de la precisión con la cual sean medidos l , b , d (ref. 8). Otro error es introducido en las coordenadas (x, y) cuando el eje óptico del sistema formador de imágenes no es perpendicular al plano de la rejilla. Para errores muy pequeños, del orden de milésimas en las mediciones de longitud, el error en la coordenada z (que depende solo de las incertidumbres en la geometría del sistema) es del orden de 0.5% del valor de z (ref. 8).

El porcentaje de error en las coordenadas (x, y) se debe a errores sistemáticos y errores introducidos durante el análisis y depende tan solo de los valores de (x, y) . El orden de magnitud de los errores totales es $\pm 1 \mu m$ (ref. 8).

9.- PRINCIPIOS BASICOS DE UN SISTEMA DE MOIRE POR PROYECCION.

Los elementos básicos de un sistema de Moiré por proyección se presentan en la figura 2.17. Un proyector óptico (con punto central S) proyecta una rejilla maestra plana equiespaciada g sobre el objeto. El objeto es observado por medio de una lente (cuyo punto central es O). El plano imagen de esta lente contiene una rejilla de referencia, la cual es la imagen de la proyección de la rejilla g sobre un plano material de referencia r. Cuando la rejilla g se proyecta sobre el objeto y este último es observado a través de O, la rejilla de referencia interfiere con la imagen del conjunto de curvas formadas por las líneas proyectadas sobre el objeto, produciendo franjas de Moiré de alto contraste del tipo multiplicativo.

9.1. ECUACION GENERAL PARA LAS FRANJAS DE MOIRE.

Estas franjas pueden interpretarse fácilmente en términos de los principios anteriores de sombreado de Moiré. De hecho, comparando las figuras 2.1 y 2.17, puede observarse la perfecta equivalencia de los dos sistemas si la rejilla proyectada sobre el plano de referencia se considera en lugar de la rejilla de la figura 2.1, siempre y cuando su paso dr sea constante, es decir, el plano de la rejilla g y el plano de referencia son paralelos en la figura 2.17. De esto se sigue que los parámetros geométricos independientes que gobiernan un sistema de Moiré por proyección son otra vez b, l_1 , l_2 , y dr (como se dedujo de la figura 2.3) donde

$$dr = d l_2 / q$$

(figura 2.17) es el substituto de d (figura 2.1).

El útil concepto de las superficies de contorno de Moiré se preserva. Las superficies de contorno son cilíndricas si $l_1 \neq l_2$. Si $l_1 = l_2$ estas superficies corresponden a planos, todos ellos paralelos al plano de referencia r, es decir, la línea recta que une a S con O es paralela al plano de referencia (y al plano g, como se muestra en la figura 2.18). De cualquier manera, en principio esta línea no necesita ser perpendicular a las líneas de g o gr ya que las superficies de contorno son independientes de la posición de S y O a lo largo de líneas rectas paralelas a las líneas de g y de la dirección del eje óptico de O (ref. 2).

Las posiciones de S y O a lo largo de esas líneas y la dirección del eje óptico se seleccionan de acuerdo a los requisitos de una iluminación del objeto y una formación de imágenes apropiadas.

Las ecuaciones (1) y (2), para el método de Moiré por medio de sombras, encontradas geoméricamente a partir de la figura 2.1 pueden reescribirse apropiadamente para el método

FIG. 2.17 Arreglo general de un sistema de Moiré por proyección.

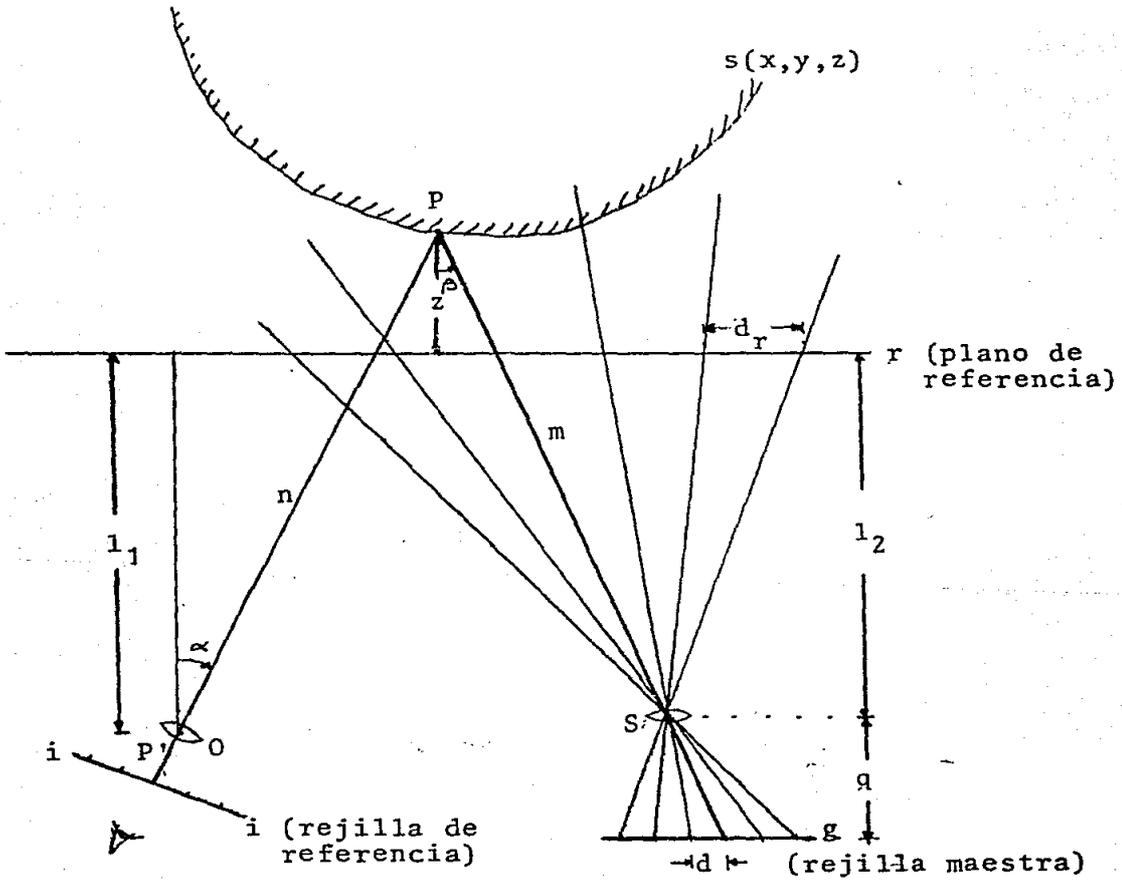
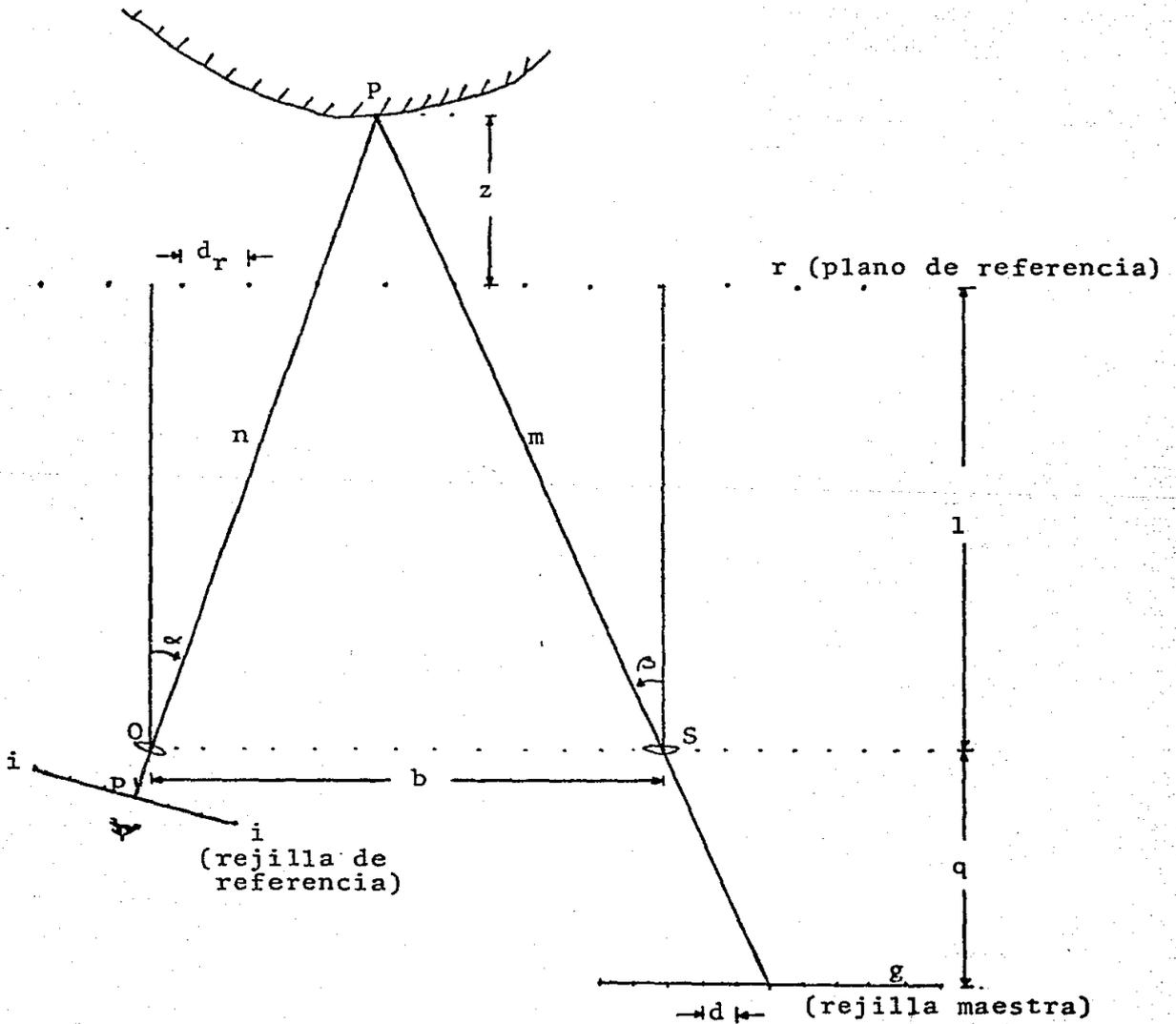


FIG. 2.18 Sistema de Moiré por proyección que proporciona planos y franjas de contorno.



de Moiré por proyección encontrando ecuaciones similares (donde d_r se substituye por d , y Z es medido desde el plano de referencia). Estas son, respectivamente:

$$ZK^2 (b - Kd l_2 / q) + 2K [b l_1 + X(l_2 - l_1) - Kd l_2 (l_1 + l_2) / q] - Kd l_1 l_2^2 / q = 0 \quad (87)$$

con $K = 0, 1, 2, \dots$

La ecuación (87) representa a la ecuación general de los patrones de Moiré para un sistema de Moiré por proyección.

$$ZK = l^2 \frac{K d}{bq - Kd l} \quad (88)$$

La ecuación (88) es la ecuación de la profundidad de las franjas de contorno de Moiré.

Para un arreglo típico de Moiré por proyección, el requisito de que el eje óptico de S sea perpendicular a r (o paralela a r) implica una proyección normal y, en general, una observación oblicua. Otros arreglos libres de tales restricciones pueden construirse pero son más complicados.

9.2. MOIRE POR PROYECCION CON REJILLAS MOVILES.

Al fotografiar los patrones de Moiré podemos observar que presentan un ruido inherente debido a la presencia de las rejillas originales, especialmente cuando se usan rejillas con un paso entre las líneas amplio. En suma, las franjas topográficas de Moiré están frecuentemente contaminadas por líneas espúreas de Moiré en las regiones de pendientes grandes. Se ha mostrado que, en arreglos de sombras de Moiré, se requiere usar técnicas de traslación con las rejillas para eliminar el ruido resultante de la rejilla.

Halioua et al (ref. 10), usaron un método de proyección de Moiré con movimiento de rejillas, el cual se presenta con ayuda de la figura 2.19. El deslizamiento de la rejilla usado en un proyector ordinario que es trasladado sobre su propio plano se realiza a velocidad constante. La rejilla móvil proyectada sobre el objeto forma su imagen deformada sobre el plano de la rejilla de referencia, y ésta es simultáneamente trasladada, también a velocidad constante. Para una geometría dada del arreglo experimental, es posible sincronizar las dos velocidades (en relación directa de la frecuencia de la rejilla) de manera que el patrón de franjas generado en el plano imagen permanezca constante. Una falta de sincronía produce un movimiento de las franjas. Una vez que la traslación está completamente sincronizada, una fotografía de larga exposición del plano imagen tomada con la ayuda de una cámara revelará franjas de Moiré con claridad, y

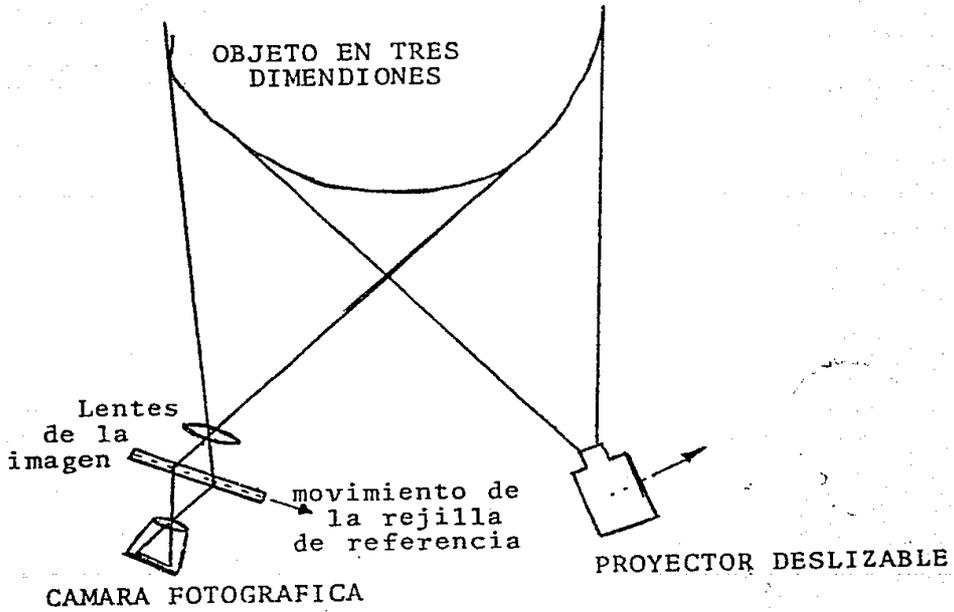


FIG. 2. 19 Arreglo esquemático de Moiré por proyección empleado por Halioua utilizando un sistema de iluminación sencilla.

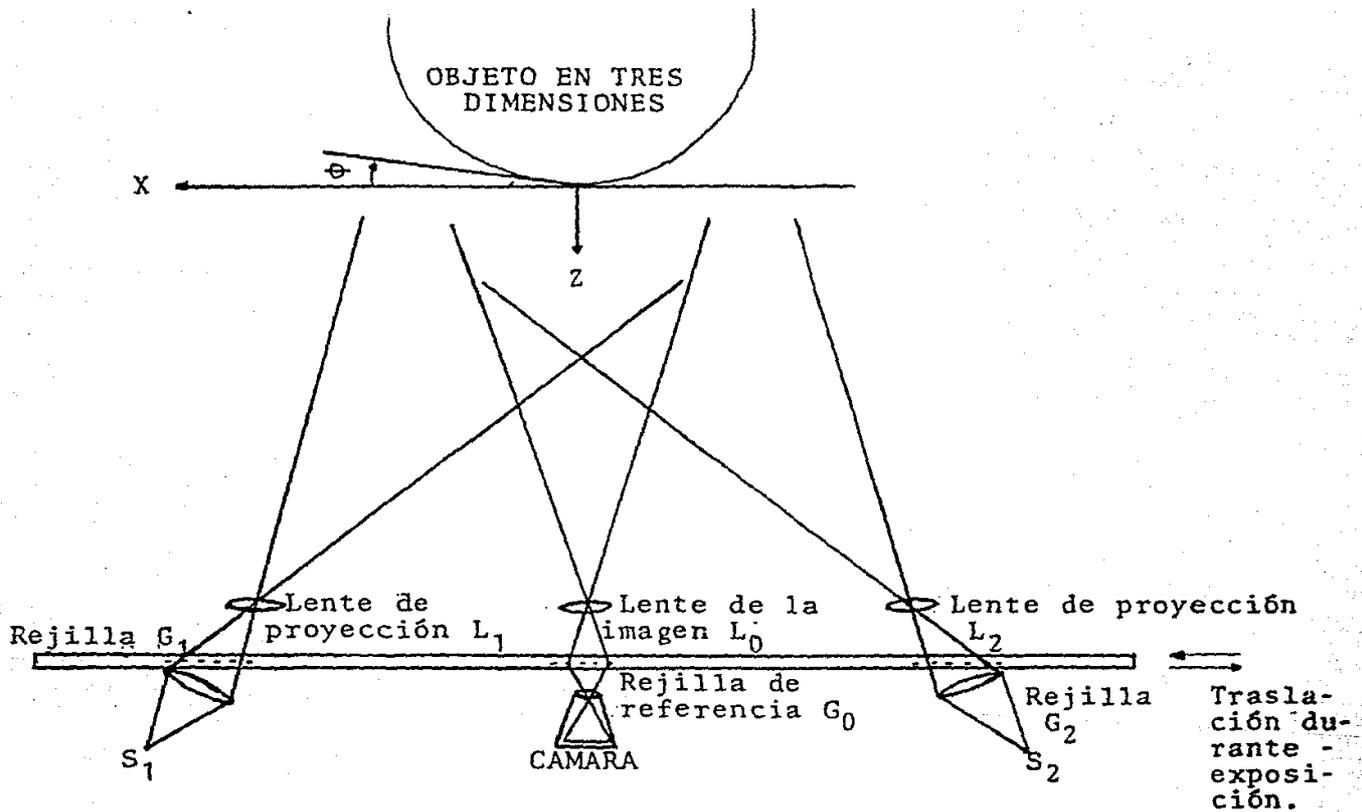


FIG. 2. 20 Arreglo esquemático de Moiré por proyección empleado por Halioua cuando se utiliza un sistema de doble iluminación.

el movimiento individual de las líneas de la rejilla será completamente eliminado en la fotografía.

En suma, cualquier patrón secundario o espureo de Moiré es totalmente eliminado revelándose solo las verdaderas franjas de contorno. Es posible entonces obtener franjas de densidad espacial mucho mayores que la frecuencia de la rejilla, las cuales de otra manera serían invisibles.

El arreglo inicial de la figura 2.19 requiere dos traslaciones independientes y puede carecer de la sencillez y facilidad de manejo deseadas. Sin embargo, se encontró, en el esquema de proyección sencilla, que el objeto podía no ser uniformemente iluminado, con lo cual, parte de la superficie no sería contorneada. Para resolver el problema se consideró un sistema de doble proyección usando un sistema de traslación más sencillo (fig. 2.20). Este método produce dos superposiciones idénticas de patrones de franjas del tipo multiplicativo en el plano G0. Es necesario efectuar una alineación cuidadosa de las rejillas individuales para obtener simetría, paralelismo y orientación de las rejillas G1 y G2 respecto al eje óptico de las lentes L1 y L2, y con ello asegurar la coincidencia de los dos patrones de franjas. Una traslación de las rejillas, no necesariamente a velocidad constante, durante la exposición fotográfica produce patrones de franjas de alto constrañe, sin ruido y libres de sombras (ref. 10).

Se ha encontrado que el método de proyección de las rejillas en movimiento para obtener imágenes de Moiré realza grandemente la visibilidad y definición del contorno de las franjas aún en las regiones en que exista una fuerte pendiente o profundidad.

REFERENCIAS:

- 1). H. Takasaki., The development and the present status of Moire topography, *Optica Acta*, 26(8), 1009, 1979.
- 2). L. Pirrodda., Shadow and projection moire techniques for absolute or relative mapping of surface shapes, *Optical Eng.*, 21(4), 640, 1982.
- 3). H. Takasaki., Moire topography, *Appl. Opt.*, 12(4), 845, 1973.
- 4). C. Chiang., Moire topography, *Appl. Opt.*, 14(1), 177, 1975.
- 5). K. Sam Shanmugam., *Digital and Analog Communication Systems*, John Wiley & Sons Ed., New York., 278, 1979.
- 6). D.M. Meadows et al., Generation of surface contours by Moire patterns, *Appl. Opt.*, 9(4), 942, April 1970.
- 7). J.B. Allen & D.M. Meadows., Removal of Unwanted Patterns from Moire Contour Maps by Grid Translation Techniques, *Appl. Opt.*, 10(1), 210, January 1971.
- 8). S.S. Xenofos & C.H. Jones., Theoretical aspects and practical applications of Moire topography, *Phys. Med. Biol.*, 24(2), 250 - 261, 1979.
- 9). S.S. Xenofos et al., Evaluation of a Moire Imaging System, *Phys. Med. Biol.*, 24(2), 262, 1979.
- 10). M. Halioua et al., Projection Moire with moving grating for automated 3-D topography, *Appl. Opt.*, 22(6), 850, March 1983.

CAPITULO III

DISERIO Y CONFIGURACION EXPERIMENTAL.

INTRODUCCION.

En el capítulo anterior se presentó la teoría de la topografía de Moiré, tanto por sombreado como por proyección. También se mencionó que las matemáticas desarrolladas para el método de Moiré por medio de sombras son válidas para el caso de Moiré por proyección.

En este capítulo se describirá el diseño del dispositivo experimental empleado, así como la configuración que se consideró más apropiada y la metodología seguida, antes y durante la exposición fotográfica, a fin de obtener un patrón de franjas nítidas. La aplicación de los resultados del capítulo dos dependió casi exclusivamente, de los materiales disponibles en el mercado.

1. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

La sofisticación del método de Moiré por proyección, supone el empleo de al menos dos rejillas, desplazables a través de los ejes ópticos de las lentes (tales como los mostrados en las figuras 2.19 y 2.20 del capítulo anterior). Lo cual, recae en el costo de materiales y fabricación de las lentes, así como en la complejidad del sistema. Por lo anteriormente expuesto, este trabajo se enfocó al método de Moiré por sombreado.

En el método de Moiré por sombreado este movimiento es mucho más sencillo puesto que solo se requiere dar a la rejilla un desplazamiento lineal. Así se tiene un dispositivo económico, cómodo y fácil de operar durante los experimentos.

1.1. REJILLA.

La evaluación de la escoliosis se realiza mediante registros fotográficos de la deformación de la espalda del sujeto. Así pues, se decidió que las dimensiones de la rejilla fueran las adecuadas para observar la espalda promedio de una persona adulta. Puesto que se considera que una persona adulta es alta cuando mide 180 cms y baja cuando mide 150 cms, se tomaron las siguientes como medidas óptimas para la rejilla: 100 cms de ancho por 80 cms de alto. La rejilla se colocó a una altura de 70 cms. de manera que cualquier persona adulta pudiera ser comprendida dentro de sus dimensiones para el registro fotográfico. En el caso de un niño, este podía ponerse en pie sobre un banco para

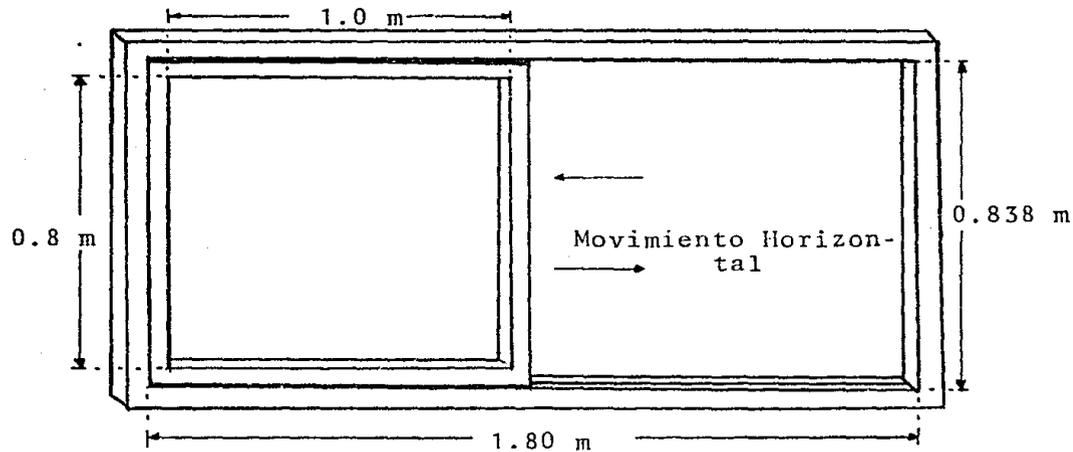


FIG. 3.1 Diagrama esquemático que muestra a la rejilla de perfil rectangular soportada sobre un marco que le permite movimiento horizontal. Las líneas de la rejilla son verticales y están alineadas con el marco de la rejilla. El espaciamiento entre ellas es de 1.555 mm.

obtener la correspondiente fotografía.

Es importante el diseño y la construcción de la rejilla, puesto que de ella depende la visibilidad y resolución de los patrones de contornos de Moiré que se observan. En la figura 2.12 puede verse que una rejilla de perfil rectangular proporciona franjas de mejor visibilidad en función de su profundidad. Es por esto y por la sencillez de su construcción que en nuestro dispositivo se empleó una rejilla de perfil rectangular (con líneas verticales equiespaciadas).

1.1.1 ESPACIAMIENTO ENTRE LINEAS DE LA REJILLA.

Es importante hacer notar que la relación f (el cociente del ancho de la franja brillante sobre el espaciamiento d entre líneas de la rejilla) no debe ser muy pequeña para evitar los efectos de difracción que harían borrosa la imagen. Sin embargo, como se observa en la figura 2.13 del capítulo anterior, el empleo de una f pequeña proporciona un mejor contraste en las franjas. De cualquier forma, la nitidez de las líneas se pierde al aumentar la profundidad z del objeto. Por lo tanto, se procuró que la relación f se encontrara entre 0.3 y 0.4, así como que el paso d de la rejilla estuviera entre 1.0 mm y 2.0 mm., como se sugiere de la gráfica mencionada.

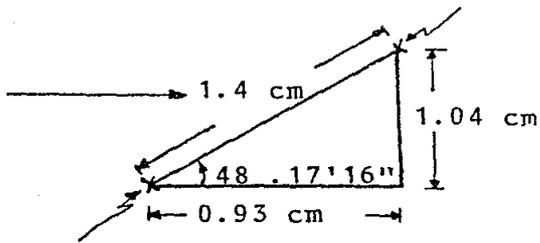
Se seleccionaron los materiales de entre los disponibles en el mercado, de tal forma que la rejilla construida se aproximase lo más posible a estas condiciones. Así, se obtuvo $f=0.3569$ y $d=1.555$ mm (la línea oscura de la rejilla es de 1.0 mm mientras que la línea brillante es de 0.555 mm). Las líneas de la rejilla se hicieron empleando sedal nylon para pesca de 1.0 mm de diámetro.

En la rejilla, el espaciamiento se logró mediante el empleo de una barra roscada de un metro de largo y 16 "hilos" por pulgada, de manera que cada hilo de nylon pasara a través de un "hilo" de la barra. En la figura 3.1 se ilustra esquemáticamente el dispositivo de la rejilla empleada.

Para asegurar la tensión del hilo nylon que constituye las líneas de la rejilla (fig. 3.2), éste se sujeta mediante tornillos colocados sobre el perfil frontal del marco móvil de la rejilla. La separación horizontal entre tornillos es de 18.66 mm, de manera que por cada tornillo pasan tres vueltas del hilo, formando así seis líneas de la rejilla.

1.1.2 REJILLA MOVIL.

En el capítulo anterior se vio que la interferencia de la rejilla con su sombra produce, además de las franjas de contorno de Moiré, algunas franjas espúreas que dificultan la visibilidad de las anteriores. También se demostró que estas franjas de no-contorno se debían a la interferencia de los órdenes armónicos superiores de la rejilla, los cuales



PERFIL FRONTAL DEL MARCO MOVIL

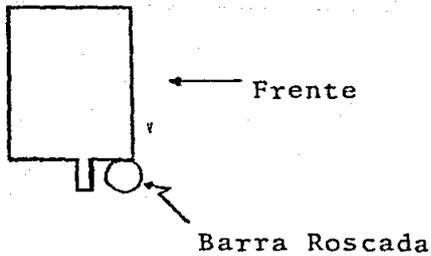
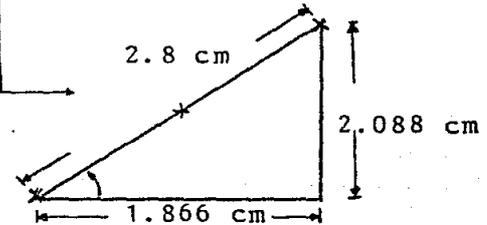
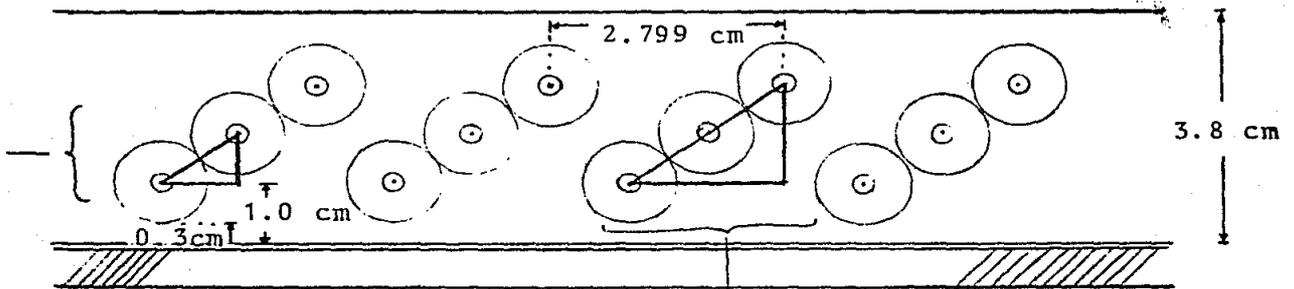


FIG. 3.2 Detalle frontal del perfil del marco de la rejilla que muestra la sujeción de los hilos de nylon a través de tornillos. También se ilustra la colocación de la barra roscada.

dependen de la posición instantánea de la rejilla.

Por lo tanto, de la teoría del capítulo 2, se concluye que para asegurar la obtención de topogramas de Moiré carentes del ruido debido a esta interferencia, la rejilla empleada debía desplazarse a velocidad constante durante la exposición fotográfica. Con este movimiento, los órdenes superiores se promedian y desaparecen.

De acuerdo con lo anterior, se construyó una estructura que soporta a la rejilla y sobre la cual, esta se desplaza impulsada por un motor. Las dimensiones de esta estructura son 180 cms de largo por 80 cms de alto (fig. 3.1).

Puesto que las líneas de la rejilla son verticales, el movimiento de la rejilla se produce sobre la dirección horizontal. Y entonces, las exposiciones fotográficas deben llevarse a cabo mientras el paciente permanece frente a ella.

1.1.3. MECANISMO DE DESPLAZAMIENTO.

Como se demostró en el capítulo anterior, la rejilla no requiere moverse más de diez líneas durante la exposición para que desaparezcan las franjas de no-contorno en las fotografías. Así pues, como se quiere registrar la imagen mientras tiene lugar el desplazamiento y el periodo es de 1.555 mm, entonces éste deberá ser aproximadamente de 15.55 mm.

Para el desplazamiento de la rejilla se adquirió un motor que mueve, a través de una polea, un cable de acero que desliza a la rejilla a velocidad constante. Con el fin de conocer la velocidad requerida para que se fotografieran diez líneas de la rejilla durante una exposición, se calculó el diámetro de la polea que movería al cable de acero.

El motor efectúa 36 revoluciones por minuto, lo cual equivale a 1.666 rev. por segundo.

Si las exposiciones fueran de 1/15 seg., se obtendrían:

$$(1.666 \text{ rev./seg.}) / (1/15) = 25 \text{ fotos de } 1/15 \text{ seg.} \\ \text{en cada rev. del motor.}$$

Este número de fotografías por revolución, multiplicado por el desplazamiento previamente calculado, proporciona el valor del perímetro de la polea que debe colocarse en el eje del motor. Esto es,

$$\begin{aligned} & \text{(desplazamiento de } 10 \\ 2\sqrt{R} &= \text{ líneas de la rejilla) } \times \text{(número de fotografías)} \\ &= 388.75 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Despejando R puede conocerse el radio interno que

requiere la polea para que la velocidad lineal de la rejilla sea tal que se desplace diez líneas durante una exposición de 1/15 de seg. Este es: $R = 61.87 \text{ mm}$, lo cual significa un diámetro de 123.74 mm.

Para fines prácticos, este radio se consideró demasiado grande, razón por la cual se decidió aumentar el tiempo de exposición a 1/8 seg. para cada fotografía. Así, se disminuirá el número de fotografías a 13 en 1/8 seg.

$$(1.666 \text{ rev./seg. }) / (1/8) = 13 \text{ fotos en una rev.}$$

Multiplicando nuevamente el desplazamiento de la rejilla por el número de exposiciones fotográficas se encuentra el perímetro de la polea para este nuevo tiempo de exposición.

$$2 \sqrt{R} = 207.33 \text{ mm.}$$

Así, el radio de la polea para estas nuevas condiciones es de 32.99 mm. (diámetro = 65.08 mm.). Por facilidad de construcción se decidió que su diámetro interno fuera de 62 mm.

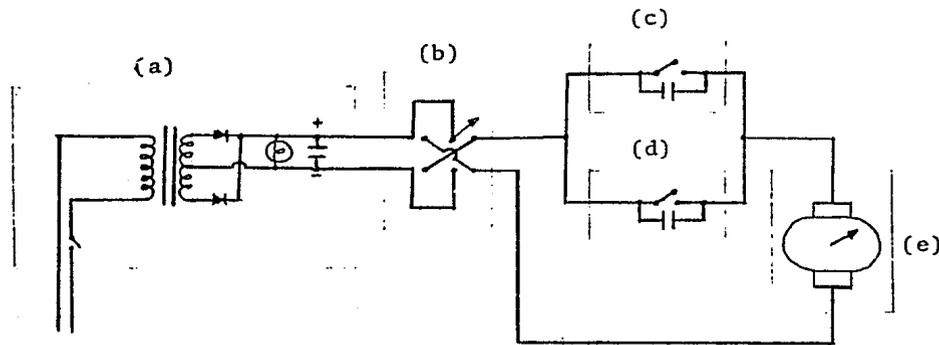
El diámetro de la polea asegura que, con un movimiento a velocidad constante de la rejilla durante la exposición, solo se obtendrán "verdaderas" franjas de contorno de Moiré en las fotografías.

1.1.4 CIRCUITO ELECTRICO PARA LA REJILLA MOVIL.

Se discute a continuación, el circuito eléctrico del sistema correspondiente al que controla el desplazamiento de la rejilla (fig. 3.3).

Primeramente, es conveniente hacer notar que el motor empleado trabaja a doce volts de corriente directa y la alimentación de la línea es de 110 volts de corriente alterna por lo cual, fue necesario construir un rectificador de voltaje para corriente DC de 12 volts. con capacidad de cuatro amperes.

Esta fuente de poder se conecta al motor a través de tres interruptores. El primero de ellos es del tipo denominado "dos tiros - dos polos" y está colocado en un bastón para que el observador pueda operarlo con solo un dedo desde el punto de observación. Los otros dos interruptores son "micro-switches" y se encuentran colocados en ambos extremos de la estructura sobre la que se desplaza la rejilla, de manera que cuando esta pasa por dichas posiciones, los acciona y se detiene. Esta combinación facilita el manejo del sistema y permite al operador fijar toda su atención en el manejo de la cámara fotográfica y en la correcta posición del sujeto.



110 Volts de
Corriente Alterna (AC)

FIG. 3.3 DIAGRAMA DEL CIRCUITO ELECTRICO QUE CONTROLA EL MOVIMIENTO DE LA REJILLA.

- (a) Representa a la fuente de poder de 12 Volts para el motor.
- (b) Representa al Switch General. Este está al alcance del operador. Se encuentra colocado en el punto de observación.
- (c) y (d) Son los Microswitches localizados en los extremos de la estructural que soporta a la rejilla móvil.
- (e) Representa al motor de Corriente Directa (DC) de 12 V.

1.2. SISTEMA DE ILUMINACION.

Se emplearon dos fuentes de luz colocadas simétricamente con respecto al punto de observación (fig. 3.3). Con esto no se alteran los resultados, puesto que no se modifica la teoría que se desarrolló en el capítulo 2, para el caso de una fuente luminosa. Además tiene la ventaja de proporcionar una iluminación uniforme sobre el objeto y de reducir la influencia del factor $\cos^2(X,Y,Z)$ en la ecuación (64).

La figura 3.4 ilustra el diseño óptico de la fuente de iluminación construida. Como puede observarse, la lámpara está rodeada por dos cilindros de vidrio entre los cuales circula agua y por dos lentes cilíndricas condensadoras. Se aprovechó la cara circular del cilindro más pequeño para aluminizarla y que actuara como un espejo cilíndrico. Mediante la acción de este espejo, la radiación reflejada por el aumenta prácticamente al doble la irradiancia emitida hacia la primera lente del sistema.

La primera lente se colocó a su distancia focal de la lámpara. Así, los haces que llegan a la segunda lente provienen en forma paralela con respecto al eje óptico del sistema. La segunda lente forma entonces, la imagen real del filamento a su distancia focal. A esta distancia se colocó una abertura de tres y medio milímetros. Con esto se asegura que la fuente luminosa actúa como si fuera plana y tuviera un ancho de 3.5 mm.

Encerrando el sistema de iluminación en una caja y orientándolo adecuadamente, de suerte tal que solo se ilumina el área de la rejilla, se logra disminuir sensiblemente la luz de fondo que, como se mencionó en el capítulo anterior, es otro factor que disminuye el contraste de las imágenes.

De la figura 2.14 del capítulo dos, se concluye que se obtiene una ganancia significativa en el contraste de la imagen si se emplean fuentes luminosas angostas y largas que estén alineadas con las líneas de la rejilla. La mejor respuesta de la curva de visibilidad de las franjas de Moiré es precisamente cuando el ancho de la abertura de observación de la cámara $2u$ y el ancho de la fuente luminosa $2w$ son iguales a 2 mm.

Lo anterior presenta un problema en el tiempo de exposición, pues la película deberá exponerse durante mucho tiempo en estas condiciones. Esto no es conveniente cuando se desea fotografiar a seres humanos, a menos que se ilumine mediante lámparas muy potentes y su empleo repercuta sensiblemente en el costo.

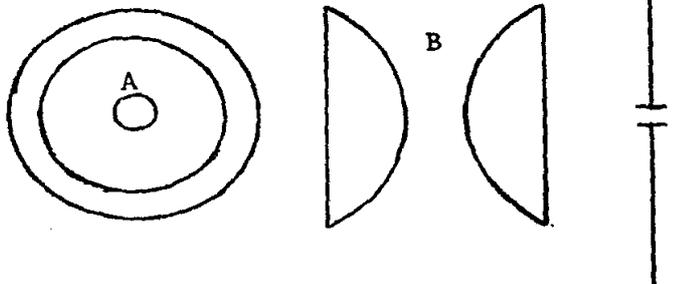
De lo anterior se deduce que se necesita de un valor mayor a 2 mm en los anchos de la abertura de observación $2u$ y en el de la fuente luminosa $2w$ para disminuir el tiempo de exposición de la película. Por lo tanto, la mejor solución es considerar un ancho $2w = 2u = 3.5$ mm.

FIG. 3.4 Diagrama esquemático que muestra el diseño de la fuente luminosa con una abertura de 3.5 mm.

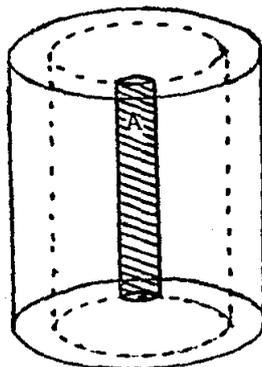
La fuente luminosa está formada por dos lentes cilíndricas compensadoras, una cuba de agua circular que envuelve a la lámpara de cuarzo halógeno. Esta última actúa como un refrigerante..

Se aluminizó la cara posterior del refrigerante con la finalidad de aumentar la irradiancia de la fuente luminosa.

- A: Lámpara de Cuarzo
- B: Pareja de Lentes Cilíndricas.
- C: Abertura Límite de 3.5 mm.



Vista superior que ilustra la colocación de los elementos empleados para la fuente luminosa.



- A: Lámpara de Cuarzo Halógeno envuelta por un refrigerante.

Esquema isométrico de la lámpara empleada.

Las lámparas seleccionadas para la iluminación fueron lámparas de cuarzo halógeno de 500 Watts. Estas presentan la ventaja de tener su filamento completamente lineal, con lo cual era relativamente sencillo producir aberturas 2w de iluminación alineadas con las líneas de la rejilla. Con este tipo de fuentes se garantiza además, una elevada irradiancia, reduciendo así un poco el tiempo de exposición de la película. Sin embargo, las lámparas de halógeno emiten demasiada radiación infrarroja y ultravioleta por lo que una exposición prolongada podría ser incómoda para el propio operador.

Para impedir la emisión de las dos radiaciones mencionadas, se rodea a cada lámpara con agua. El agua se mantiene continuamente circulando y así se protege también el sistema de lentes condensadoras cilíndricas empleadas (fig. 3.4).

Al agua de la cuba se le agregó una pequeña cantidad de anilina azul que actúa además como un filtro de color. Por lo tanto, solo se emite luz azulada, es decir, la intensidad espectral emitida se encuentra principalmente en el intervalo de 450 a 500 nanómetros de longitud de onda que, según el espectro de sensibilidad de las películas fotográficas, es el mejor registrado.

Por lo tanto, el agua que se hace circular por la cuba juega un doble papel. Además de proteger las lentes, al operador y al paciente, deteniendo la radiación infrarroja y ultravioleta, la luz azulada emitida proporciona un mejor contraste en las franjas de contorno pues se absorbe mejor en la piel, incrementando la visibilidad de los patrones de Moiré, es decir que, la cuasi-monocromaticidad de la luz impide el borronco de franjas por la difusión de la luz a través de la superficie de la piel.

1.3. METODO DE REGISTRO.

Se empleó un método de registro sencillo para poder comparar las observaciones realizadas en cada examen. Este consistió en el registro fotográfico.

La cámara se colocó en medio de las fuentes de iluminación, de tal manera que, tanto los puntos de iluminación como el punto de observación forman un plano paralelo al plano de la rejilla (fig. 3.5).

Para obtener un registro fotográfico adecuado, se estudiaron diferentes tipos de películas, tiempos de exposición y aberturas del diafragma de la cámara fotográfica. Se realizaron fotografías con dos películas diferentes, una de ellas era normal (100 ASA) y la otra era más rápida (400 ASA) para poder comparar las ventajas de un registro sobre el otro.

1.3.1. ABERTURA DE OBSERVACION.

Como se discutió para el caso de las fuentes luminosas, se empleó una pequeña abertura frente a la lente de la cámara (como sugiere la figura 2.14) con un ancho de ventana de 3.5 mm, que estaría alineada con las líneas de la rejilla. Esta abertura tiene la cualidad de aumentar la calidad en el contraste de las franjas y la visibilidad de las mismas al aumentar la profundidad.

Esta abertura coloca frente a la lente de la cámara proporciona una mayor profundidad de campo para el registro de las franjas de Moiré aunque presenta la desventaja de disminuir la cantidad de luz que sensibiliza la película, aumentando el tiempo de exposición para cada fotografía.

1.3.2. EXPOSICION Y TIPO DE PELICULA FOTOGRAFICA.

El tiempo de exposición se determinó considerando que se fotografiarían a seres humanos vivos. Por lo tanto, debían ser exposiciones bastante cortas. Por esta razón se requiere que la película empleada sea de velocidad entre mediana y rápida.

Otro importante factor lo constituye la función de transferencia de modulación (MTF) para las películas fotográficas. Como se mencionó en el capítulo anterior, la función de transferencia de modulación proporciona información de la visibilidad en función de la frecuencia espacial (cantidad de líneas por unidad de longitud).

Ya que se desea registrar con detalle y buen contraste los patrones de Moiré de la espalda del sujeto, lo recomendable para una película es que ésta sea de grano fino y alto contraste. Sin embargo, se debe tomar en cuenta que existe una fuerte limitación en el tiempo de exposición. De acuerdo con las consideraciones realizadas anteriormente, puede ser conveniente ceder un poco en relación con la calidad de la impresión a fin de disminuir el tiempo de exposición.

2. CONFIGURACION DEL SISTEMA DE MOIRE POR SOMBRADO.

Como se vió en el capítulo 2, los planos de contorno para distancias finitas se forman cuando $l_1 = l_2 = l$ (fig. 2.3), es decir, cuando la distancia desde el plano de la rejilla al punto de observación es la misma que del plano de la rejilla a las fuentes luminosas. Por lo tanto, el punto de observación y las fuentes luminosas deben estar sobre un mismo plano paralelo al plano de la rejilla. Solo bajo estas condiciones se obtienen verdaderos planos de contorno (fig. 2.4), de cualquier otra forma se tiene que $l_1 \neq l_2$ y las superficies obtenidas son cilíndricas (fig. 2.2).

La importancia de los planos de contorno radica en que aseguran que en cada uno de ellos se tendrá la misma profundidad y entonces, se puede calcular la profundidad de cada franja a través de la ecuación (2) contenida en el capítulo anterior. Esta misma ecuación hace evidente la dependencia de la profundidad de las franjas en relación a los parámetros l , b y d (fig. 3.5). Donde b es la distancia entre el punto de iluminación y el punto de observación, d es el periodo de la rejilla.

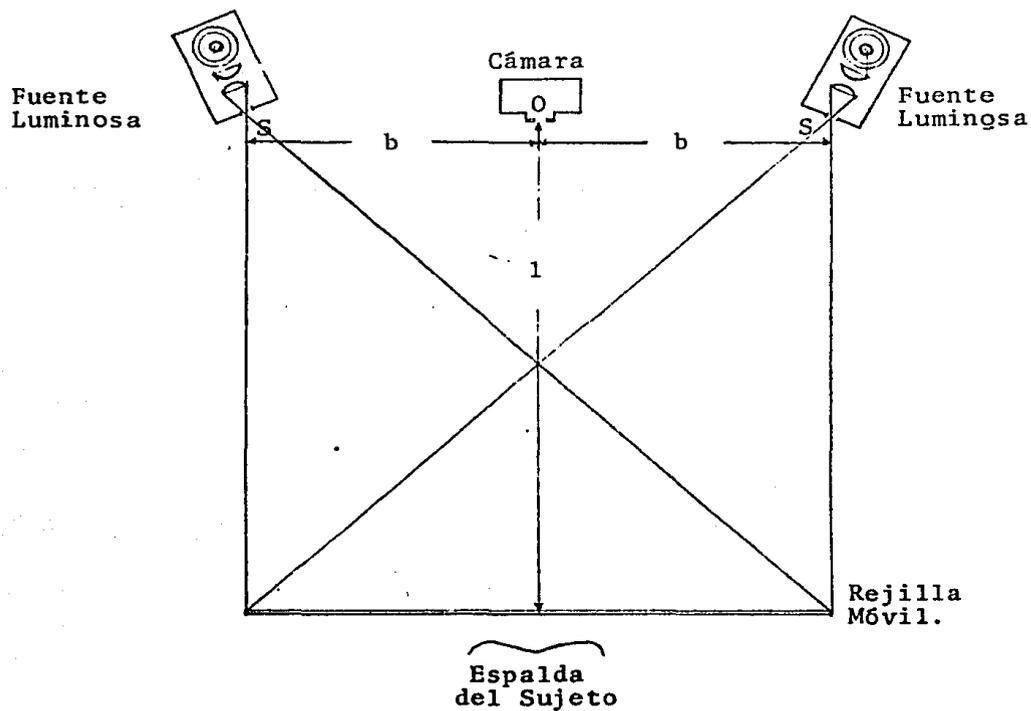
De cualquier forma, en el diagnóstico de la escoliosis no es necesaria la medición cuantitativa de la profundidad de las franjas, basta con observar la simetría de los patrones de Moiré formados en la espalda, a cada lado de la columna.

La figura 2.15 del capítulo anterior nos proporciona la información relacionada con la dependencia del contraste de las franjas respecto de la distancia l de la rejilla al punto de observación. Se observa que, teóricamente, una distancia l muy grande produce un mejor contraste; sin embargo, en la práctica no sucede así. Cuando la distancia l es muy grande, las franjas pierden visibilidad; éstas se observan borrosas y llegan a desaparecer. De acuerdo con lo anterior, se colocó el sistema de tal manera que la distancia entre el plano de la rejilla y las fuentes fuera de dos metros ($l = 2.0 \text{ m}$), con lo cual se obtiene que el campo de observación de la cámara fotográfica capta a toda la rejilla.

Como el número de planos de contorno por unidad de longitud de la profundidad z depende de la distancia b entre la fuente luminosa y el punto de observación, es importante considerar un valor para este parámetro tal que no reduzca el contraste de los patrones de Moiré (lo cual ocurre conforme b disminuye), ni que la densidad de las franjas proyectadas sobre el objeto sea tan grande que se confundan unas con otras, (lo cual ocurre cuando b aumenta). Por lo tanto, lo más adecuado es colocar la cámara (el punto de observación) a una distancia $b = l/2$, en medio de las fuentes (fig. 3.5), esto es, cada fuente se localiza a un metro de distancia a los lados derecho e izquierdo de la cámara.

Mediante este arreglo (fig. 3.5), la calidad de las

FIG. 3.5 Diagrama esquemático del sistema de Moiré por medio de sombras. Se colocó a las fuentes de iluminación simétricamente con el punto de observación (la lente de la cámara). La cámara y las fuentes tienen una abertura al frente de 3.5 mm.



b es de aproximadamente un metro.

$$1=2b$$

franjas de Moiré observadas sobre cualquier objeto es buena y la impresión de ellas en las fotografías también es nítida, aún sobre la piel de seres humanos vivos.

CAPITULO IV METODOLOGIA EXPERIMENTAL Y RESULTADOS.

INTRODUCCION.

En este capítulo se discute el procedimiento realizado, así como los resultados obtenidos con el dispositivo empleado.

Los primeros experimentos se llevaron a cabo con la finalidad de comprobar la teoría desarrollada y los siguientes se realizaron con el objetivo de obtener las óptimas condiciones para que las franjas sobre la piel presentaran buena definición en las fotografías.

1.- ALINEACION DEL SISTEMA.

Existe un problema en la práctica cuando se desea colocar los elementos del sistema de Moiré puesto que no están conectados entre sí. Este consiste en alinear todos los elementos del sistema para obtener verdaderas líneas topográficas de la superficie mediante un sistema por sombreado puesto que es muy difícil medir las distancias entre ellos y asegurar a su vez el paralelismo entre el plano de la rejilla y el de las fuentes. Así pues, se pensó en algún método para alinearlos que fuera rápido y sencillo. Este consistió en emplear un conjunto de tres hologramas, el cual proporciona puntos de referencia bien definidos.

Los principios ópticos de un holograma no son de la competencia de este trabajo, razón por la cual, su teoría no será expuesta.

El sistema holográfico obtenido permite alinear el sistema con bastante sencillez empleando la luz emitida por un laser. La colocación de los hologramas fue el siguiente: el primero se colocó entre la rejilla y la lente de la cámara, a una distancia de un metro de ambas; el segundo se encontraba junto a la rejilla de Moiré y el tercer holograma frente a la lente de la cámara fotográfica (fig. 4.1). El laser ilumina directamente al holograma que se encuentra colocado junto a la rejilla; este difracta dos haces a treinta grados y su orden cero (haz no difractado) incide sobre el segundo holograma que difracta dos haces a cuarenta y cinco grados, el haz no difractado incide sobre el holograma colocado frente a la lente de la cámara.

De cada holograma se obtienen dos haces difractados así como dos haces reflejados (como muestra la figura 4.1). Los haces reflejados de los hologramas se obtienen al pasar el haz del holograma al aire mientras que los rayos difractados

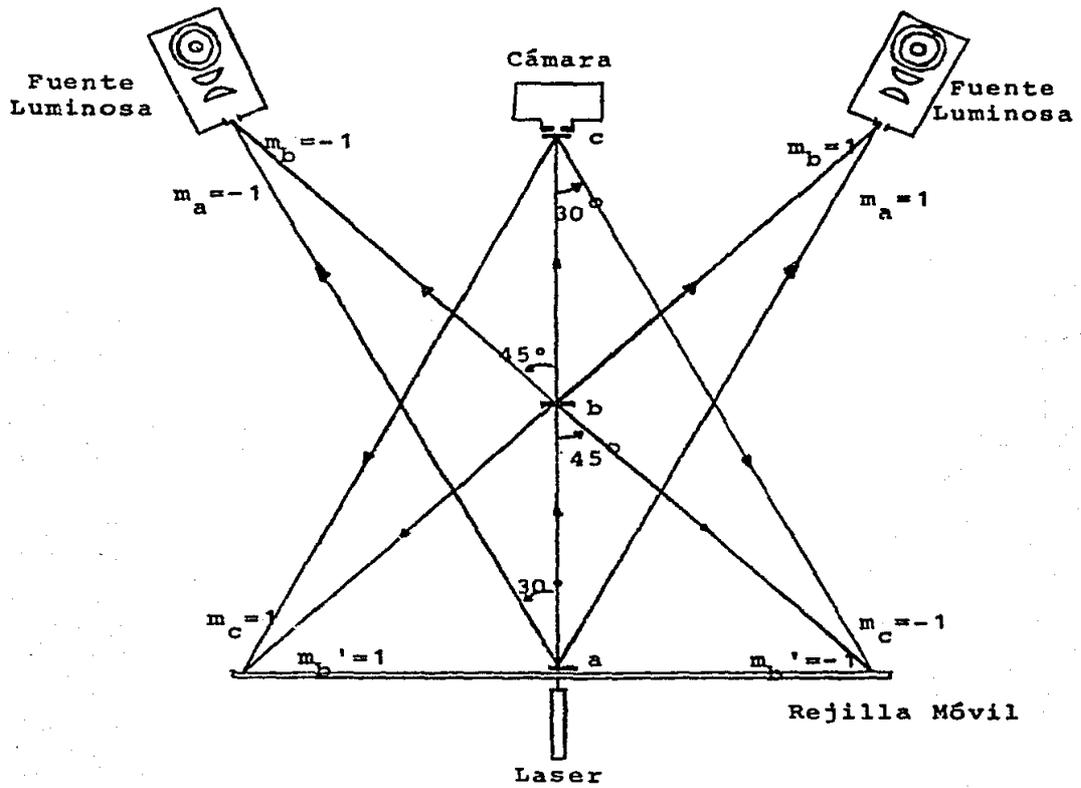
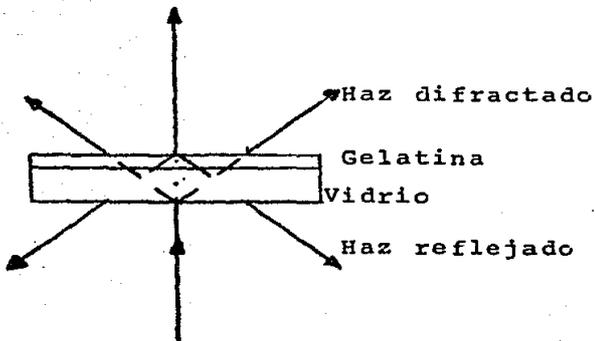


FIG. 4.1. Diagrama esquemático de la alineación del Sistema de Moiré por medio de Sombras.



Reflexiones y Difracciones dentro del holograma.

se obtienen cuando el haz atraviesa del aire al interior del holograma.

Los puntos generados por la difracción del haz al pasar por el primer y segundo holograma permiten colocar a las rendijas de las dos fuentes en forma simétrica con respecto a la cámara y a la intersección de las difracciones de los haces reflejados. La rejilla se alinea en forma similar a como se colocaron las fuentes. Al incidir el haz de luz del laser sobre los hologramas, estos reflejan rayos en la interfase aire-vidrio que permiten por medio de las intersecciones de los haces reflejados-difractados, colocar a la rejilla sobre un plano paralelo al de las fuentes de luz, con lo cual queda completamente alineado el sistema.

Puesto que los hologramas solo son empleados para la alineación de las componentes del sistema (fuentes de luz, cámara fotográfica y rejilla), estos se retiran una vez terminada esta etapa.

2.- ILUMINACION MEDIANTE UNA Y DOS FUENTES.

La teoría que se desarrolló en el segundo capítulo se concretaba al caso en que se iluminaba un objeto mediante una sola fuente de luz. Se mostrará fotográficamente las ventajas y desventajas del empleo de dos fuentes de luz (fig. 4.2).

En el primer caso, si se ilumina un objeto con una sola fuente de luz puede verse que la fotografía tomada al mismo aparece sombreada del lado opuesto al que se colocó la fuente de luz.

Cuando se emplean dos fuentes de luz correctamente alineadas se observa entonces que la intensidad del contraste de las franjas aumenta y se tiene una iluminación uniforme sobre el objeto fotografiado. Esto proporciona además, alto contraste, pues las franjas brillantes lo son más por el efecto de la suma de las intensidades luminosas de las dos fuentes.

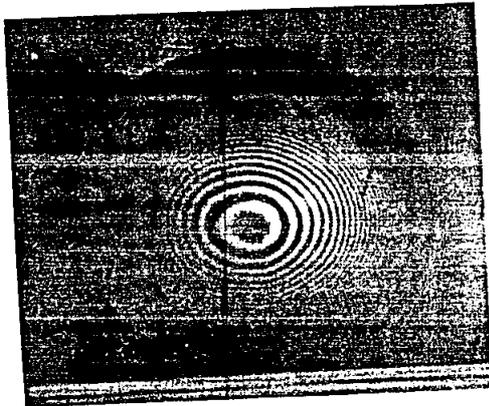
3.- OBTENCION DE PLANOS DE CONTORNO DE LA SUPERFICIE.

En la primera fase de experimentación, se colocó una estatuilla frente a la rejilla, pero se observó que tenía demasiado detalle. Por lo tanto, se optó por emplear una superficie lisa para observar el comportamiento de las franjas producidas por ambas fuentes de iluminación dependiendo de su posición con respecto al plano de la rejilla y al punto de observación.

Se comprobó que el contraste de las líneas disminuía al

FIGURA 4.2 Fotografía sobre un cuerpo esférico.

(a)
Muestra sombras debido a la iluminación de una sola fuente de luz.



(b)
Iluminación uniforme por el empleo de dos fuentes luminosas.

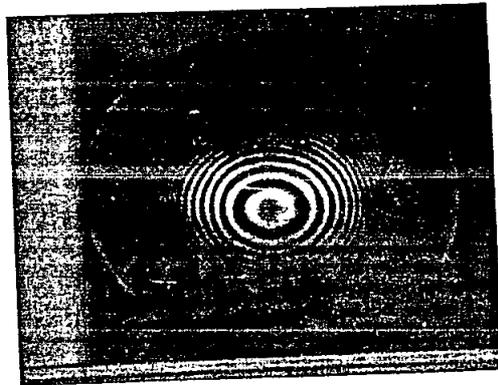
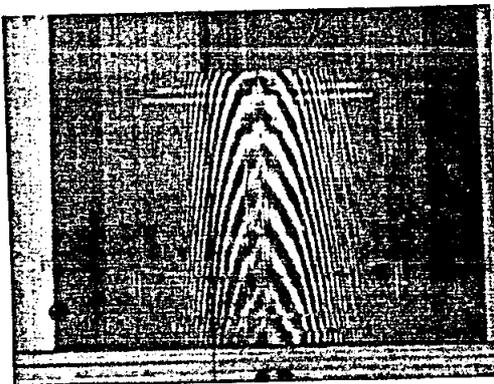
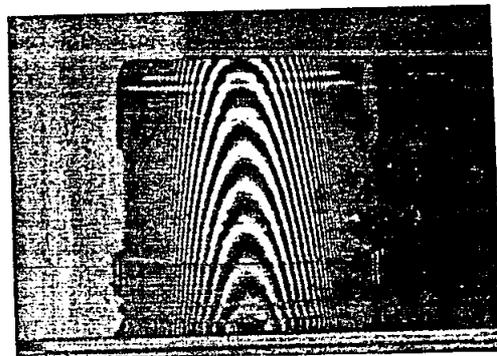


FIGURA 4.3 Fotografía de un cilindro.

(a)
Durante la exposición fotográfica se mantuvo a la rejilla fija.



(b)
La exposición se realizó con la rejilla en movimiento.



aumentar la profundidad entre la rejilla y el objeto. Así también, el periodo proyectado por la rejilla sobre el objeto, aumenta al aumentar la profundidad, hasta llegar a traslaparse una línea con otra.

Variando la posición de las fuentes con respecto al punto de observación pudo verse la forma en que cambian las franjas obtenidas sobre el objeto. Obstruyendo una fuente S1 y observando los patrones de la fuente S2 sobre el objeto y comparando los patrones obtenidos cuando esa fuente S2 se obstruía y se iluminaba solo con S1, se encontró que las franjas proyectadas no eran las mismas cuando se encontraban las fuentes S1 y S2 fuera del plano paralelo a la rejilla, a la altura del punto de observación O y sin simetría con él.

Los patrones de Moiré, observados sobre el objeto a través de la rejilla, eran iguales solo cuando ambas fuentes se localizaban, formando un plano paralelo al plano de la rejilla junto con el punto de observación O y colocando las fuentes en forma tal que guardaran simetría con el punto de observación O sobre ese plano. Por lo tanto, esto comprueba que a distancias finitas, solo se obtienen verdaderos 'planos de contorno' cuando, tanto el observador como las fuentes se encuentran a la misma distancia del plano de la rejilla.

4.- FOTOGRAFIAS CON REJILLA FIJA Y REJILLA MOVIL.

Se llevaron a cabo dos registros fotográficos (fig. 4.3) para la comprobación de la teoría desarrollada en este sentido, en el capítulo 2. En la primera de ellas se fotografió un objeto mientras que la rejilla permanecía fija, en la segunda se fotografió el mismo objeto mientras la rejilla se deslizaba a velocidad constante.

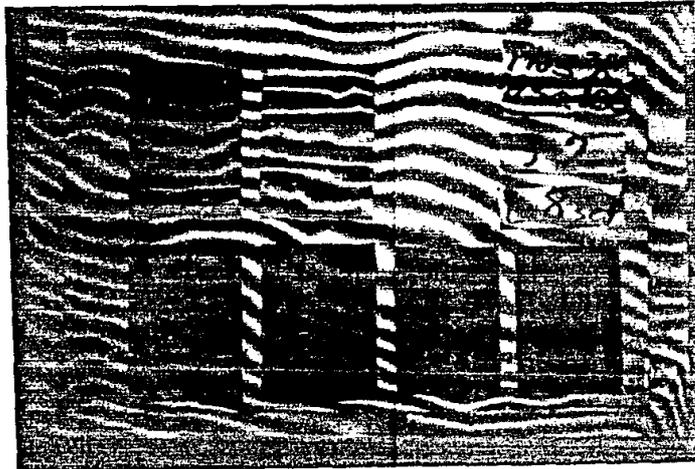
Mientras más detalles presentaba el objeto expuesto, mayor era la diferencia entre estos dos registros fotográficos. Pudo observarse que en el primero de ellos, aparecen franjas de no-contorno que dificultan la identificación de las verdaderas franjas de contorno; mientras que en el segundo, las franjas espureas habían desaparecido, como predice la teoría.

5.- FOTOGRAFIAS DE DIFERENTES TONOS DE GRIS.

Puesto que se considero que la mejor forma de llevar un registro de los exámenes practicados a los pacientes de escoliosis era mediante fotografías de películas en blanco y negro, se decidió tomar una fotografía a una cartulina sobre la que se colocaron rectángulos pintados en diferentes tonos de gris ya que el color de la piel varía en cada persona

FIGURA 4.4 Cuadros en diferentes tonos de gris.

- (a) La exposición se realizó empleando una rendija de 3.5 mm. frente a la lente de la cámara fotográfica.



- (b) Sin emplear la rendija se tiene la misma calidad en las franjas de Moiré con un tiempo de exposición mucho menor.

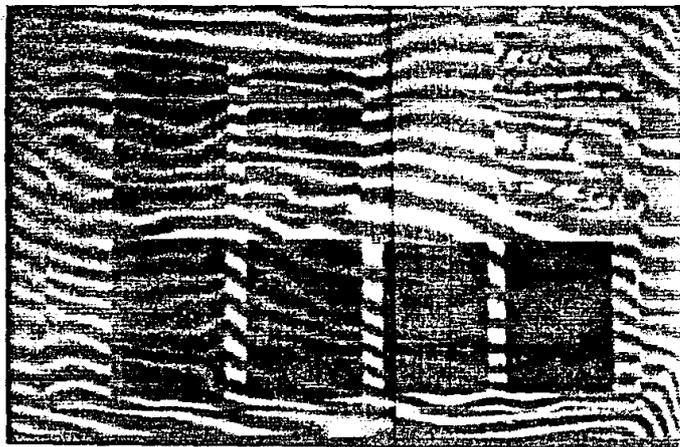
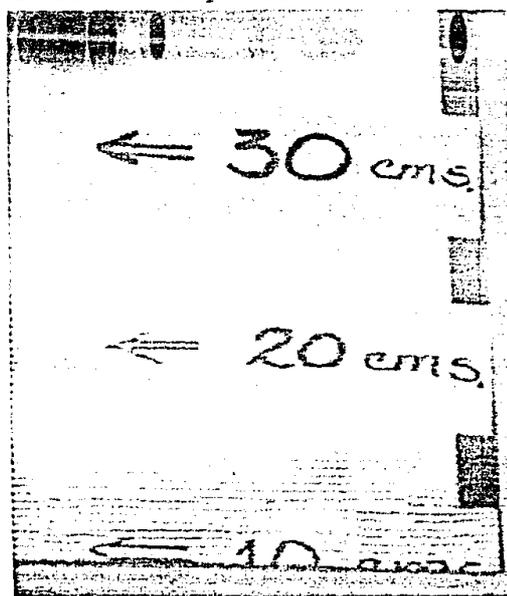
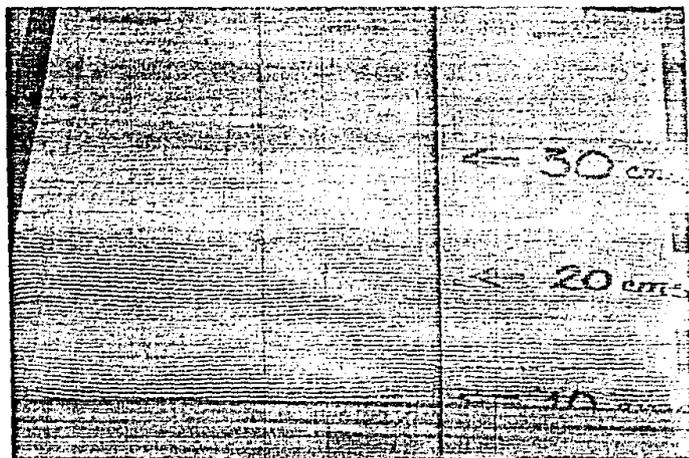


FIGURA 4.5 Fotografía de la Victoria de Samotracia con la rendija en movimiento. Se muestra una buena definición en las franjas.



FIGURA 4.6 Cartulina inclinada donde se observa la profundidad de campo de las franjas.



(fig. 4.4). Lo anterior se realizó con la idea de conocer la óptima abertura del diafragma de la cámara y el más adecuado tiempo de exposición para el tono de piel de la persona a fotografiar.

Las primeras fotografías se hicieron manteniendo una rendija de 3.5 mm al frente de la lente de la cámara fotográfica. En ellas se encontró que era muy pequeña la cantidad de luz que sensibiliza la película fotográfica y por lo tanto, el tiempo de exposición era también demasiado grande, lo cual no es conveniente cuando se fotografían seres humanos vivos.

La otra fotografía no empleó la rendija frente a la cámara, en ella se obtuvo un menor tiempo de exposición con la misma calidad de franjas.

En todos los tonos de gris se observaron franjas nítidas, sin importar el tamaño de diafragma empleado o el tiempo de exposición. Por lo tanto se concluye que, para la obtención de fotografías con franjas nítidas sobre cualquier tono de piel, es importante que se lleven a cabo sin la rendija frente a la lente de la cámara fotográfica, con la mayor abertura del diafragma y en el menor tiempo de exposición posible. Para disminuir aun más el tiempo de exposición, se aumentó un poco más el ancho de las rendijas en las fuentes de luz, de manera que se tenía una mayor iluminación en menor tiempo.

Puesto que se decidió quitar la abertura del frente de la cámara y abrir más de 3.5 mm las rendijas de las fuentes de luz, es importante resaltar que se está perdiendo profundidad de campo en las franjas, razón por la cual el sujeto debe colocarse a pocos centímetros de la rejilla de Moire.

6.- FOTOGRAFÍAS SOBRE UN OBJETO TRIDIMENSIONAL.

Se empleó una estatuilla de la Victoria de Samotracia para observar las franjas topográficas sobre un objeto de tres dimensiones (fig. 4.5). La estatuilla se colocó casi rozando la rejilla. Las franjas se observaron muy bien definidas, a pesar de la gran cantidad de relieves de su superficie.

7.- PROFUNDIDAD DE CAMPO EN LAS FOTOGRAFÍAS.

Un factor que se debía considerar para determinar el adecuado posicionamiento del paciente consistía en conocer la visibilidad de las franjas al ir aumentando la profundidad, es decir, al ir alejando el objeto de la rejilla. Para

lograr ésto, se colocó una cartulina inclinada detrás de la rejilla (fig. 4.6).

Las fotografías revelan que la nitidez de cada franja se va perdiendo conforme aumenta la profundidad. Esto nos sirvió de referencia para saber a que profundidad de la rejilla era conveniente colocar a la persona sobre la cual se practicaría el estudio. Por lo tanto, la persona debe colocarse a pocos centímetros de la rejilla.

8.- FOTOGRAFÍAS DE LA ESPALDA DE SERES HUMANOS.

Como se mencionó en el primer capítulo de este trabajo, los exámenes de la escoliosis deben poder documentarse de manera que sea posible llevar a cabo una comparación y una mejor evaluación del progreso de la enfermedad. Para ello se fotografían los patrones de 'contorno de Moiré' de la espalda del paciente. De esta manera, es posible evaluar la deformación de un examen a otro.

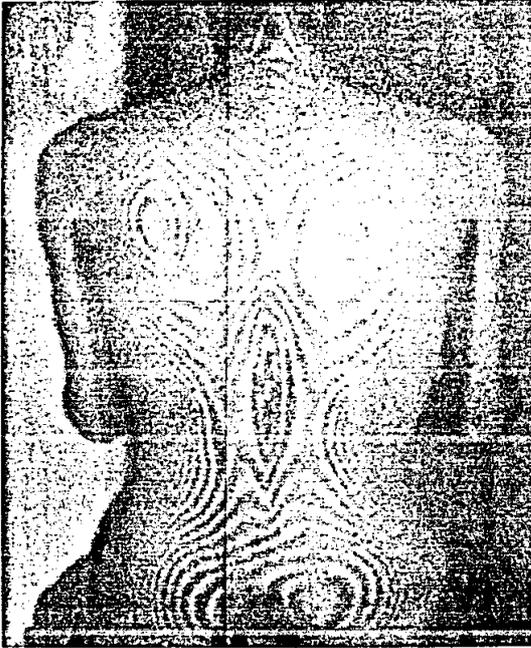
La forma de la espalda depende de la posición que tenga la columna, por lo que los topogramas de Moiré contienen información sobre la curvatura de la columna ya que estos proporcionan curvas de nivel de la espalda. De acuerdo con lo anterior, no se consideró necesario un cálculo geométrico de la profundidad de las líneas de contorno de igual nivel para su interpretación, ya que la escoliosis puede evaluarse a partir de la asimetría en los patrones de Moiré que se observan a los lados de la hendidura de la espalda.

Considerando el estudio biomecánico realizado por diferentes investigadores discutido en el capítulo uno, se creyó conveniente tomar dos fotografías (fig. 4.7).

Las posiciones elegidas fueron en posición sedente y de pie. En ambos casos se tomaron fotografías cuando los músculos que rodean la columna están relajados y manteniendo la posición erecta del tronco (lo que los pacientes consideraron posición erecta). La posición de los brazos varía en ambas posiciones. Cuando el sujeto permanece sentado, los brazos se cruzan sobre el pecho permitiendo que los hombros caigan libremente, sin alterar la posición de los homoplatos y las clavículas. Mientras el paciente está de pie, sus brazos deben colocarse a los costados, de manera que caigan con libertad.

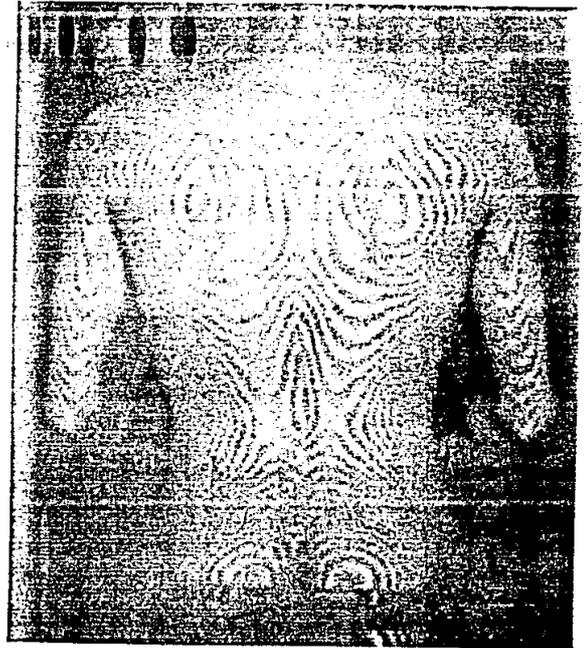
Un problema, sin embargo se presenta, éste consiste en el adecuado posicionamiento de los pacientes para que su espalda este paralela a la rejilla. Para ello se emplea una base giratoria. Se considera que está bien posicionado cuando las franjas que se observan a la altura de la cadera son simétricas en ambos lados de la columna.

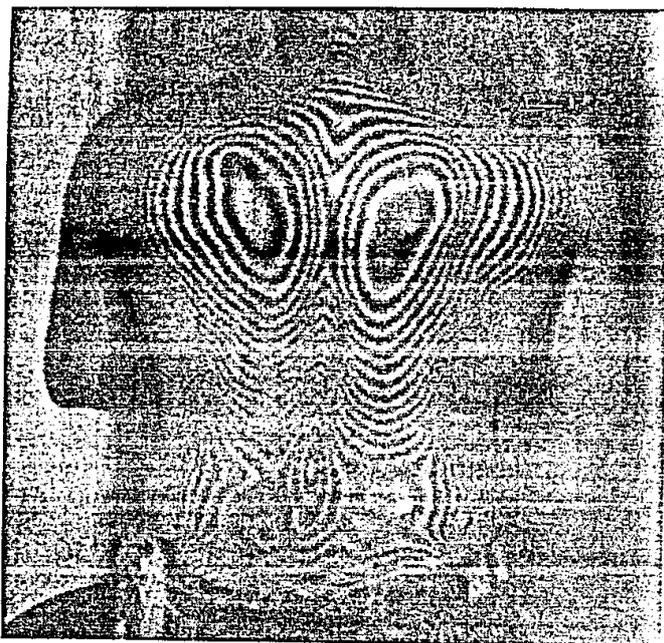
FIGURA 4.7 Curvas de nivel sobre la espalda de dos personas sanas. Exposición de 1/4 seg., abertura f2, película de 3.5mm. y 100 ASA. Longitud de 2m. entre la rejilla y la cámara, distancia de 1m. entre las fuentes de iluminación y el punto de observación.



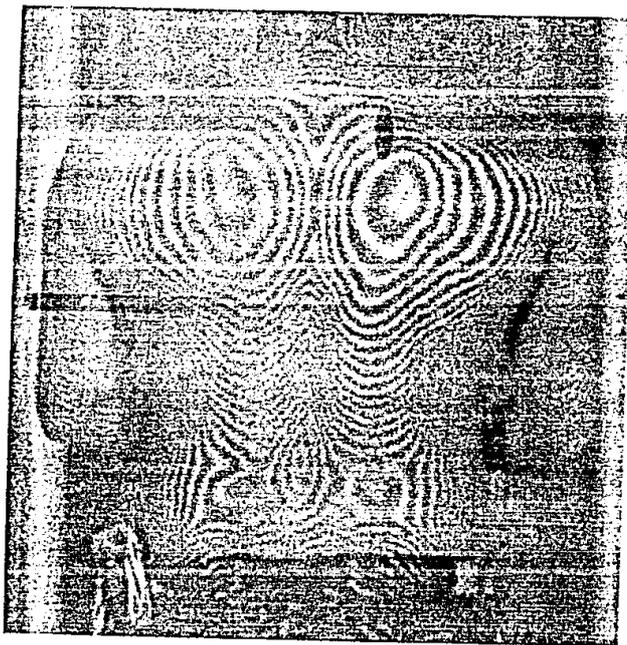
Posición sedente.

Posición erecta.
(de pie)





Posición sedente.



Posición erecta.
(de pie)

Note que en ambos casos, cuando el sujeto se encuentra en posición sedente, las franjas se deforman ligeramente. Por lo tanto, se decidió llevar a cabo las exposiciones fotográficas de los pacientes cuando ellos permanecían de pie.

9.- PELICULA RAPIDA Y PELICULA LENTA.

Como se mencionó anteriormente, un importante factor a considerar es el tiempo de exposición y por ende, la velocidad de la película. Así pues, se tomaron fotografías con dos diferentes películas, la primera tenía la característica de ser una película de 100 ASA mientras que la segunda era de 400 ASA. Se encontró que la diferencia en el tiempo de exposición entre ellas era muy pequeño mientras que la calidad de la impresión era mucho mejor en la película de 100 ASA. El tiempo de exposición que se tomó era de 1/4 seg. También se tuvo la experiencia de que si el paciente se movía (aunque muy ligeramente), el patrón de franjas desaparecía en las fotografías.

Pudo observarse también que la película de 400 ASA presenta el grano demasiado grueso, este impide una clara definición en las impresiones. En cambio, la película de 100 ASA lo tiene más fino y por lo tanto, la calidad de la impresión es mucho mejor.

10.- EVALUACION DE LA ESCOLIOSIS.

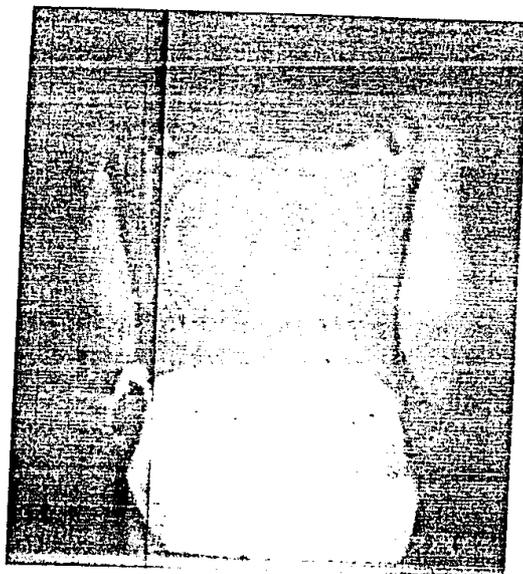
Como se mencionó en el primer capítulo, existen diversas formas de evaluar la enfermedad a través de líneas topográficas sobre la superficie de la espalda.

Para poder conocer el tipo de escoliosis se emplea una técnica de reconocimiento de franjas de los topogramas de Moiré (ref 16 del capítulo 1). Esta técnica permite conocer la región donde se tiene la mayor desviación de la columna (figura 1.9).

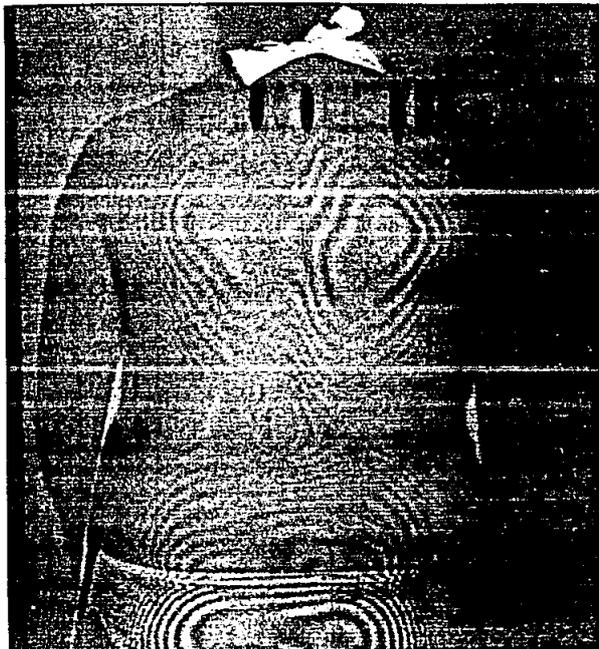
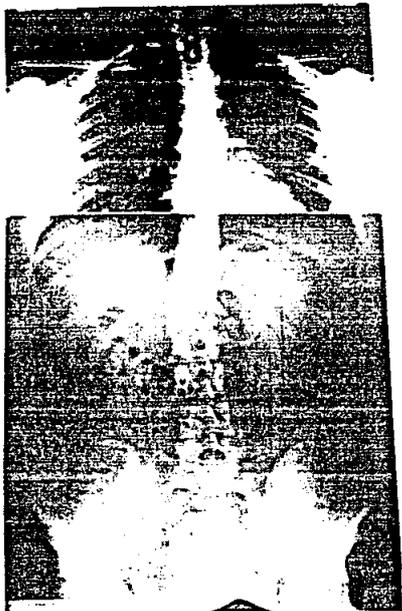
Es conveniente hacer notar que la separación del sujeto a la rejilla fue entre diez centímetros y treinta centímetros aproximadamente. Con lo cual la diferencia de profundidad entre franjas sucesivas era de 3.26 mm. y 3.58 mm. respectivamente. Por lo tanto, la posición del individuo debe encontrarse entre esos límites, con lo cual se obtiene una buena definición en la calidad del registro fotográfico (fig. 4.8). Las fotografías de los pacientes de escoliosis muestran notables asimetrías en las franjas de su espalda, esta asimetría demostró depender de en gran parte de la cantidad de tejido adiposo del sujeto.

FIGURA 4.8 Curvas de nivel sobre la espalda de tres pacientes en tratamiento. Exposición de 1/4 seg., apertura f2, película de 3.5mm. y 100 ASA. - Longitud de 1.2m entre la rejilla y la cámara, distancia de 0.6m entre las fuentes de iluminación y el punto de observación.

(a) Paciente con escoliosis congénita de 2 años 2 meses de edad. Se muestran las radiografías antero-posteriores y lateral con un ángulo de Cobb de 20 grados.



- (b) Paciente con una leve escoliosis lumbar derecha de 29 años de edad. Se muestra la radiografía antero-posterior con un ángulo de Cobb de 9 grados. Además de la desviación lateral, la paciente muestra una pronunciada curva lordótica.



(c) Paciente con una severa escoliosis debida a una caída.
Se muestra la radiografía antero-posterior.



CONCLUSIONES.

A lo largo de este trabajo se ha investigado la confiabilidad del método de la Topografía de Moiré para medir y detectar la deformación de la columna vertebral denominada escoliosis. Este es un problema costoso en términos del sufrimiento humano que ocasiona (problemas psicológicos y físicos) y del número de recursos económicos que se requieren en el cuidado de la salud (aparatos ortopédicos, cirugías, radiografías, consultas médicas, etc).

Los modelos conocidos no explican suficientemente el origen y el desarrollo de la enfermedad, ni permiten dar soluciones claras al problema. Sin embargo, algunos factores tales como la flexibilidad y la delgadez de la espina, la asimetría de la actividad muscular y la postura del tronco que se acostumbra adoptar, son aparentemente importantes en el avance de la enfermedad. Además, se ha visto que existe una componente genética en la enfermedad y que ella está modificada por factores externos al paciente.

Sería conveniente una más completa documentación de la orientación de las vértebras en una gran población de pacientes durante un largo periodo de tiempo para observar el desarrollo de la curvatura y la rotación que sufren las vértebras durante el proceso de crecimiento.

Esta enfermedad tiene un alto índice de pacientes en nuestro país que repercute en un elevado presupuesto de pensiones por incapacidad por parte del sector salud.

Debido a que la evidencia empírica obtenida en el tratamiento de la escoliosis mediante aparatos ortopédicos y estimulación eléctrica sugiere que la enfermedad no es reversible, es importante conocer un método de detección temprana. También se ha encontrado que una detección y un tratamiento temprano por métodos mecánicos tiene un efecto significativo, es decir, se puede remediar la enfermedad puesto que la columna vertebral aun no ha madurado, de ahí la gran importancia de detectar la enfermedad en sus inicios mediante análisis masivos. Estos análisis masivos ayudarían a prevenir las consecuencias económicas y sociales que acarrea esta enfermedad en nuestro país.

El método usual para cuantificar la severidad de la escoliosis, como se mencionó anteriormente, es la medición radiográfica de la curvatura lateral, el ángulo de Cobb. Sin embargo, este procedimiento presenta serias dificultades:

1. Es una medición en dos dimensiones de un objeto tridimensional y la radiografía depende de la posición en la que esté colocado el paciente.

2. Se introducen errores porque la placa radiográfica

es en realidad una proyección distorsionada producida por los haces de rayos X, al ser emitidos desde un punto hacia el plano de la radiografía. Dicha fuente emisora puede colocarse en muchas posiciones con respecto al paciente ocasionando así la irreproducibilidad entre placas aún tomadas en forma consecutiva.

3. La medición del ángulo de Cobb sobre una placa radiográfica es irreproducible puesto que un mismo observador puede trazar las rectas que parten de los bordes de las vértebras inicial y final de la curvatura escoliótica en diferentes formas. Algunas curvas difíciles de medir, han presentado errores mayores del 10% al evaluarse.

4. El equipo y el material radiográfico es caro y ambos son de importación. Sería económicamente incosteable realizar un análisis masivo con la finalidad de detectar esta enfermedad en sus inicios.

5. Para su aplicación se requiere de personal técnico especializado (radiólogos).

6. Los pacientes reciben radiación nociva sobre sus órganos internos. Cada vez es mayor el número de pacientes que cobra conciencia sobre el daño producido por la exposición a radiación.

De lo anterior se deduce que el ángulo de Cobb no es la mejor forma de evaluar la deformación escoliótica.

Un nuevo método que proporciona información tridimensional de la deformación de la columna de manera no invasiva (es decir, sin interaccionar con el organismo) es la Topografía de Moiré. Este método, a la vez que permite complementar las observaciones realizadas a través de mediciones radiográficas, puede ayudar a realizar un análisis masivo a bajo costo como primera detección de la enfermedad.

La deformación de la columna origina deformaciones superficiales en el tronco de los pacientes con escoliosis. Esta deformación superficial se mide mediante la aplicación del método de la Topografía de Moiré sobre su espalda.

La Topografía de Moiré proporciona grandes ventajas en términos de economía, confiabilidad y facilidad de operación, de manera que solo se requiere de personal con mediana capacitación.

Los bondades que el empleo que la Topografía de Moiré proporciona (de acuerdo con los resultados presentados) se comentan a continuación:

1. La alineación de los elementos aislados del prototipo experimental mediante el empleo de los tres hologramas resultó muy eficiente y rápido (aproximadamente

veinte minutos), permitiendo que las fuentes de luz proyectaran superficies planas y paralelas a la rejilla de Moire al atravesar la rejilla; es decir, se obtuvieron curvas de igual nivel para visualizar la topografía de la superficie del objeto colocado detrás de la rejilla de Moire. El mecanismo de alineamiento es económico, así como los elementos involucrados en el método de la topografía de Moire.

2. La geometría del sistema (longitud del plano de la rejilla al plano de las fuentes de iluminación y la distancia de las fuentes de luz al punto de observación) proporcionan un buen contraste entre las franjas de Moire observadas sobre el objeto. El empleo de dos fuentes de luz aumenta el contraste y proporciona una iluminación uniforme sobre el objeto.

3. Se observó que la mejor visibilidad de las franjas se obtenía cuando el objeto se colocaba lo más próximo a las líneas de la rejilla. Se determinó que la colocación del paciente debería estar entre 10 a 30 cms. de la rejilla.

4. El movimiento de la rejilla constituyó un importante factor para la identificación de las curvas de nivel, sin este movimiento aparecerían franjas espúreas que oscurecerían a las franjas topográficas de Moire.

5. El color de la piel de la persona sobre la cual se observan las franjas de Moire no constituyó problema alguno pues la visibilidad y el contraste de ellas era bueno, sin emplear algún pigmento o cosmético sobre su piel.

Los resultados indican que la posición que adopta el sujeto influye en los patrones observados, esto se debe en gran parte a los puntos de apoyo de las cargas sobre la columna vertebral; cuando una persona se encuentra de pie las cargas aplicadas a cada vertebra se encuentran distribuidas en diferente forma a cuando se encuentra sentada. En particular, durante el desarrollo experimental de este trabajo se llegó a la conclusión de que la mejor postura para evaluar la deformación se obtenía cuando el sujeto permanecía de pie, en posición erecta, con los brazos caídos a los costados.

Para el reconocimiento de la escoliosis basta con observar la forma de las franjas de Moire, pero cuando se desea un análisis cuantitativo de la deformación que la escoliosis produce sobre la espalda, puede contarse el número de franjas (ya sean claras u oscuras) desde la hendidura de la espalda hacia los costados. Considerando que, por la geometría del sistema empleado durante las exposiciones fotográficas (capítulo 2, sección 2.2.2), la profundidad entre franjas consecutivas es de 2.5 mm aproximadamente, se puede conocer la diferencia de profundidad entre cualesquiera dos puntos de la superficie de la espalda del paciente.

Cada persona presenta una configuración diferente de

franjas, sin embargo, existen algunas características similares entre ellas, como pueden observarse en las fotografías mostradas en el capítulo cuatro.

Las características generales de la configuración del dispositivo empleado son buenas como se comentó en los párrafos anteriores pues los resultados demostraron su confiabilidad; sin embargo el diseño presentó algunos problemas:

a). El tiempo de exposición de $1/4$ seg. resultó muy largo debido a que los niños son muy inquietos y por lo mismo se mueven durante la exposición, impidiendo el registro de los patrones de Moiré en algunas fotografías. Se requiere que el tiempo de exposición sea menor de $1/4$ de seg. para facilitar su registro, lo cual puede repercutir en dos cosas: aumentar el ancho de las rendijas de iluminación y/o emplear lámparas de 1000 ó inclusive de 1500 Watts.

Es conveniente recalcar que aunque el tiempo de exposición es bastante largo, en las fotografías se obtuvo una buena definición en los patrones de Moiré, especialmente cuando el paciente se colocaba cerca de la rejilla.

b). Puesto que el tanque de agua empleado estaba abierto, la habitación adquiría un ambiente húmedo, lo cual resultó un poco incómodo. Sin embargo, el enfriamiento que la camisa de agua proporcionó a las lámparas de cuarzo halógeno resultó muy eficiente.

En forma similar las lentes cilíndricas condensadoras proporcionaron una adecuada imagen de la lámpara en la rendija, de forma tal que actuó como si la fuente se ubicara en la rendija con la característica de linealidad y ancho adecuadas, permitiendo obtener un buen contraste entre los patrones topográficos de Moiré.

c). La rejilla que se empleó presentaba pequeños problemas de periodicidad, estos originaban que cuando su velocidad de desplazamiento era lento, se observaron franjas espureas y disminuiera el contraste de las franjas de Moiré sobre la piel. Por lo tanto, cuando el tiempo de exposición empleado era de $1/8$ seg. para las fotografías, en ellas se observaban líneas espureas que bajaban el contraste de las verdaderas franjas topográficas y las oscurecían.

Para evitar este problema se podrían emplear dos motores y una polea con el doble del tamaño del perímetro de la actual, lo cual también proporcionaría un movimiento uniforme con una velocidad mayor de desplazamiento.

Un mecanismo que minimizaría los problemas que representa el desplazamiento de la rejilla consistiría en emplear una rejilla horizontal con el movimiento de desplazamiento vertical puesto que se economiza en espacio y no presenta grandes problemas la velocidad de desplazamiento si se efectúa la exposición cuando la rejilla se desliza

hacia abajo, aprovechando la aceleración de la gravedad. Por lo tanto, la velocidad que el motor proporcione a la rejilla, para que ésta regrese a su posición original no tendrá importancia.

d). El diseño de la caja de metal que encerraba al sistema de la fuente de iluminación presentó otros inconvenientes. Primeramente se selló la trampa de agua para el enfriamiento de la lámpara de cuarzo halógeno de 500 Watts empleando cera para poder desmontar el sistema en caso necesario, pero se presentó la desventaja de que la cera se fundía al calentarse demasiado permitiendo las fugas de agua. Después de lo anterior se decidió aplicar silicón para sellar la trampa de agua a las bases de metal, esto repercutió sobre los tubos de vidrio pues al permanecer mucho tiempo trabajando se expandían. Puesto que el coeficiente de dilatación del metal no es el mismo que el del vidrio, éstos llegaron a presentar rajaduras al no poder expandirse adecuadamente.

La solución para este problema consistiría en implementar un sistema de sellado independiente de la caja, de suerte tal que los vidrios puedan dilatarse libremente con el calor sin poner en competencia la dilatación del metal con el vidrio.

e). La caja que contenía el sistema de iluminación se calentaba mucho después de que las lámparas se mantenían encendidas durante mucho tiempo, esto se debía a la luz que incidía en las paredes interiores de ella y que era absorbida por la pintura negra de que estaba recubierta. Para evitar estas reflexiones internas se propone aumentar la zona de aluminizado en el tubo de vidrio, de manera que solo se deje de recubrir la parte por donde sale la luz que incide en la primera lente cilíndrica.

f). Cuando se disminuyó la distancia entre el plano de la rejilla y el plano de las fuentes y el punto de observación, fue necesario colocar una rendija frente a la cámara fotográfica para obtener una buena definición en las franjas, pues 'el ancho aparente' de la pupila de la cámara, así como el de las rendijas de las lámparas, aumentó al acercarse.

Notemos que si se aumenta la intensidad de las lámparas es posible disminuir el ancho de las rendijas para que se obtenga la misma irradiancia aunque con el mismo tiempo de exposición, pero se gana definición en las franjas de Moiré sobre la espalda de los pacientes. De aquí la disyuntiva por aumentar la definición en las franjas de Moiré o disminuir el tiempo de exposición.

g). El modelo para la alineación del sistema no es complicado, sin embargo este podría ser más sencillo si la cámara fotográfica y las fuentes de iluminación están colocadas sobre una sola estructura, pues es más sencillo alinear dos planos entre sí que a elementos aislados. Lo

anterior presenta la ventaja de que la desalineación accidental de los dos planos difícilmente ocurriría.

De cualquier forma, los problemas anteriormente expuestos solo representan las desventajas del prototipo diseñado, mientras que los registros fotográficos acentúan el resultado positivo del método empleado y la configuración del sistema.

Por los resultados observados es posible recalcar que este método es el adecuado para realizar exámenes anuales de tipo escolar. Con esto se llevaría un registro de la población escolar, de manera que se puedan prevenir y detectar a tiempo cualquier problema de escoliosis en niños de temprana edad. Por lo tanto, sería un buen auxiliar en la detección y prevención de la escoliosis a nivel masivo.

Otra aplicación importante que tiene este método es el ser un buen auxiliar al método radiográfico, pues si bien es necesario el empleo de las radiografías para observar la posición de las vértebras, su frecuente empleo lesiona gravemente los órganos internos. En cambio, la Topografía de Moiré es no invasiva y permite el seguimiento de un paciente, disminuyendo grandemente la cantidad de exposiciones a la radiación.