



28
1941

*Serie de Ejercicios para la Asignatura
de Estructuras de Concreto*

Tesis Profesional

Erasto Vega MENESES

México, D. F.

1984



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

CAPITULO	PAGINA
I.- INTRODUCCION	
II.- ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO SUJETOS A CARGA AXIAL	
Generalidades	CA-1 a CA-3
Ejercicios	CA-4 a CA-12
III.- ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO SUJETOS A FLEXION	
Generalidades	F-1 a F-7
Ejercicios	F-8 a F-42
IV.- ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO SUJETOS A FLEJO - COMPRESION	
Generalidades	FC-1 a FC-6
Ejercicios	FC-7 a FC-37
V.- ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO SUJETOS A CORTANTE	
Generalidades	C-1 a C-7
Ejercicios	C-8 a C-27
VI.- ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO SUJETOS A TORSION	
Generalidades	T-1 a T-6
Ejercicios	T-7 a T-24
VII.- COMENTARIOS GENERALES	CG-1 a CG-6
AYUDAS DE DISEÑO	FIG.1 a FIG.17
BIBLIOGRAFIA	

C A P I T U L O I

I N T R O D U C C I O N

El presente trabajo tiene la finalidad de que sea un material de consulta para los alumnos que estudian la asignatura de estructuras de concreto, basado en las especificaciones del Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal-1977, y en la aplicación de la teoría de resistencia última para el diseño de estructuras de concreto reforzado. Aclarando que en la solución de los ejercicios, se presenta una secuencia lógica de cálculo para el diseño y revisión de los elementos estructurales y no un recetario para tal fin.

En los capítulos del II al VI que comprenden el diseño de las estructuras de concreto reforzado bajo efectos de: carga axial, flexión, flexocompresión, cortante y torsión; se describe la clasificación de los elementos de acuerdo a su geometría y características estructurales, a las solicitaciones a que se someta y su tipo de falla; se mencionan las especificaciones para el diseño por resistencia última que marca el reglamento; y por último se presenta en cada capítulo una serie de ejercicios resueltos por los métodos generales y por medio de las gráficas, de las ayudas de diseño, que se presentan al final del trabajo. En el capítulo VII se indican en forma general los criterios de diseño que aplica el reglamento de construcciones del D.D.F.

En el diseño estructural, el ingeniero al concebir una estructura, debe lograr la función a la que fue destinada, con un grado de seguridad razonable de manera que tenga un comportamiento adecuado en las condiciones normales de servicio, mantener su costo dentro de los límites económicos y satisfacer determinadas exigencias estéticas y, para lograrlo debe hacer acopio de su experiencia e intuición basado en el análisis y experimentación, a través del dominio de las técnicas de análisis y diseño estructural, y de la observación de las condiciones reales de ejecución, características de los materiales y calidad de mano de obra ejecutante.

Es por eso que, este trabajo trata de contribuir de manera esbelta y sencilla a la resolución de problemas tipo que se presentan en el diseño de las estructuras de concreto; a ejemplificar algunas de las características de trabajo de dichas estructuras, para dar idea en otros casos similares, y a servir, en todo caso, como pequeño breviarío acerca de un tema exacto, imaginativo, y por ende variable, como lo es el diseño de estructuras de concreto.

CAPITULO II
CARGA AXIAL

Las columnas de concreto reforzado se pueden clasificar de la siguiente forma:

1.- Considerando el tipo de refuerzo transversal tendremos:

- 1.1.- Columnas zunchadas
- 1.2.- Columnas con estribos.

2.- Considerando su esbeltez tendremos:

- 2.1.- Columnas cortas
- 2.2.- Columnas esbeltas
- 2.3.- Columnas muy esbeltas

3.- Atendiendo a la posición de aplicación de la carga:

- 3.1.- Columnas con carga axial
- 3.2.- Columnas con carga excéntrica

1.1.- COLUMNAS ZUNCHADAS

Las columnas zunchadas son generalmente circulares, confinadas mediante una hélice envolvente que se designa refuerzo helicoidal, de diámetro no menor a la barra del número 2. El porcentaje en volumen del refuerzo helicoidal P_s , no debe ser menor que el -- calculado por las siguientes expresiones:

$$P_s \geq 0.45 \left[\frac{A_g}{A_n} - 1 \right] \frac{f'_c}{f_y}$$

$$P_s \geq 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$$

$$\text{de donde } P_s = \frac{4 a_s}{D_n x S}$$

donde:

- A_g = Area transversal de la columna
- A_n = Area transversal del núcleo, hasta la circunferencia exterior de la hélice.
- a_s = Area del refuerzo transversal (hélice)

Dn = Diámetro del núcleo
 S = Paso de la hélice ó zuncho
 fy = Esfuerzo de fluencia del acero de la hélice.

1.2.- COLUMNAS DE ESTRIBOS

Por lo general son columnas de sección rectangular ó cuadrada, confinadas mediante estribos formados por - barras de diámetro no menor a la barra del número 2, y espaciados a la menor distancia que resulte de las siguientes tres condiciones:

1a. $\sqrt{\frac{850}{f_y}}$ veces el diámetro de la barra ó de la barra más delgada del paquete que forman el refuerzo longitudinal.
 fy en $\frac{kg}{cm^2}$ es el esfuerzo de fluencia de las barras - longitudinales.

2a. 48 diámetros de la barra del estribo

3a. la menor dimensión de la columna.

2.- Esbeltez de las columnas:

La esbeltez de las columnas es función de las dimensiones de la sección, la longitud, del tipo de sujeción que tenga en los extremos y de las restricciones que presente al desplazamiento, se mide por la relación de esbeltez que es el cociente entre la longitud efectiva de la columna y el radio de giro de su sección transversal.

El efecto de esbeltez no se considera en el diseño de columnas cortas, en cambio, para columnas esbeltas ó muy esbeltas, debe considerarse un momento de segundo orden originado por la esbeltez de la columna que por medio de un factor de amplificación modifica el momento de diseño.

3.- Columnas con carga axial.- El reglamento de construcciones del Departamento del Distrito Federal no admite el caso de carga axial, pues considera que frecuentemente se originan fallas humanas durante la construcción de las columnas, como lo es el desalineamiento de los ejes de columnas, además de que la propia continuidad de los miembros de la estructura, produce momentos que debe absorber la columna. Por estas razones, las cargas en las columnas se considerarán con una excentricidad accidental igual a $0.05 b \geq 2$ cm., donde b es la dimensión de la sección -

en la dirección que se analiza.

La serie de ejercicios que se presenta a continuación debe considerarse únicamente para fines didácticos, ya que por lo explicado en el inciso 3, tendremos columnas trabajando a flexotensión ó en flexocompresión.

EJERCICIO CA-1).- Determinación de la resistencia a carga axial de una columna de sección rectangular.

EJERCICIO CA-2).- Diseño de una columna de sección rectangular sometida a carga axial.

EJERCICIO CA-3).- Calcular la resistencia a carga axial de una columna de sección circular.

EJERCICIO CA-4).- Diseño de una columna de sección circular so metida a carga axial de compresión.

EJERCICIO CA-5).- Determinar la resistencia a carga axial de tensión de una columna de concreto reforzado.

C A R G A A X I A L

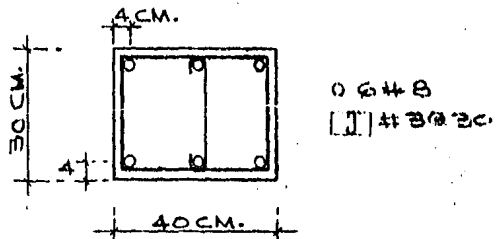
EJERCICIO CA-1

Calcular la resistencia a carga axial de una columna de concreto reforzado y sección rectangular.

DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$

Acero $fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$



SECCION DE COLUMNA

Resistencia del concreto a compresión:

$$f^*c = 0.8 f'c \qquad f''c = 0.85 f^*c \qquad \text{si } f^*c \leq 250$$

$$f''c = \left(1.05 - \frac{f^*c}{1250}\right) \qquad \text{si } f^*c > 250$$

$$f^*c = 0.8 (200) = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = 0.85 (160) = 136 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCION:

Obtención de los porcentajes de acero:

$$P_{\text{mín}} = \frac{20}{fy} = \frac{20}{4200} = 0.0048 \text{ (0.48\%)}$$

$$P_{\text{máx}} = 0.08 \text{ (8\%)}$$

$$P_{\text{sección}}: \qquad \text{Si } P_{\text{sección}} \leq 5\% \Rightarrow P_{\text{sección}} = \frac{A_s}{A_g} \text{ -- (1)}$$

$$\text{Si } P_{\text{sección}} > 5\% \Rightarrow P_{\text{sección}} = \frac{A_s}{A_c} \text{ -- (2)}$$

$$\text{de (1) } P_{\text{sección}} = \frac{A_s}{A_g} = \frac{6 \times 5.07}{30 \times 40} = \frac{30.42}{1200} = 0.0254 < 0.05 \therefore \text{Correcto}$$

Determinación de la carga última resistente

$$PuR = F.R [f''c A_g + A_s fy] \text{ -- (3) si } P_{\text{sección}} \leq 5\%$$

$$PuR = F.R [f''c A_n + A_s fy] \text{ -- (4) si } P_{\text{sección}} > 5\%$$

Donde F. R = factor de reducción = 0.85 para elementos que trabajan a flexocompresión.

$$\text{de } \textcircled{3} \quad \text{PuR} = 0.85 \left[136 \times 1200 + 30.42 \times 4200 \right] = 247,319 \text{ kg.}$$

CONCLUSION

La columna tiene una resistencia última de 247 Ton. bajo carga axial pura: $\text{PuR} = 247 \text{ Ton.}$

C A R G A A X I A L

EJERCICIO CA-2

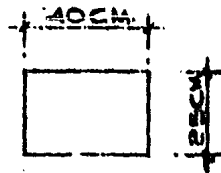
Diseñar la columna mostrada en la figura sometida una carga axial de 100 toneladas.

DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$

Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Carga de servicio: $P_s = 100 \text{ Ton.}$



SECCION DE COLUMNA

Resistencia del concreto a compresión:

$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2$; $f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$

SOLUCION:

Obtención de los porcentajes de acero máximo y mínimo.

$$P_{\min} = \frac{20}{f_y} = \frac{20}{4200} = 0.0048 \quad (0.48\%)$$

$$P_{\max} = 0.08 \quad (8\%)$$

Obtención de la cantidad de acero requerido.

Carga última actuante:

$$P_{\max} = F.C. \times P_s$$

Donde F.C. = Factor de carga = 1.4
para combinaciones de cargas permanentes de cargas variables.

$$P_{ua} = 1.4 \times 100 = 140 \text{ ton.}$$

Carga última resistente:

$$P_{uR} = P_{ua} ; \text{ suponiendo un } P_{sección} < 5\% ; P_{uR} = F.R. [A_g f''c + A_s f_y]$$

$$A_s = \left[\frac{P_{uR}}{F.R.} - f''c A_g \right] \frac{1}{f_y} = \left[\frac{140\,000}{0.85} - 136 \times 25 \times 40 \right] \frac{1}{4200} = 6.93 \text{ cm}^2$$

$$\text{Colocando 6 Vars. } \# 4 \ A_s = 6 \times 1.27 = 7.62 \text{ cm}^2$$

$$\text{El porcentaje de acero será: } P_{sección} = \frac{7.62}{25 \times 40} = 0.0076 < 0.05$$

$$P_{\min} = 0.0048 < P_{\text{sección}} = 0.0076 < P_{\max} = 0.08 \quad \therefore \text{Correcto}$$

REQUISITOS MINIMOS PARA REFUERZO TRANSVERSAL.

El esfuerzo de fluencia del estribo debe ser mayor ó igual de dos centésimas del esfuerzo de fluencia de la mayor barra ó el mayor paquete longitudinales que restringe.

$$(a_s \times f_y) \geq 0.02 (A_s \times f_y) \text{ V.L.}$$

Usanto estribos del # 2 $f_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$

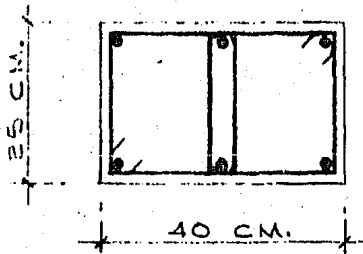
$$a_s = 0.02 \text{ AsVL. } \frac{f_y \text{ V.L.}}{f_y e} ; a_s = 0.02(1.27) \times \frac{4200}{2530} = 0.042 \text{ cm}^2$$

$$\text{Area de estribo \# 2} = 0.32 \text{ cm}^2 > 0.042 \text{ cm}^2$$

La separación máxima de estribos será el menor valor dado por las siguientes expresiones:

$$S_{\max} \leq \begin{cases} \frac{850}{\sqrt{f_y}} \times \phi_v = \frac{850}{\sqrt{4200}} \times 1.27 = \underline{16.65} \text{ cm} \\ 48 \times \phi_e = 48(.64) = 30.7 \text{ cm.} \\ t_{\min} = 25 \text{ cm.} = 25 \text{ cm.} \end{cases}$$

Separación máxima de estribos $S = 15 \text{ cm.}$



• 6 #4
 □ #2 @ 15 cm.

SECCION DE COLUMNA

CONCLUSION:

La sección requiere de 6 varillas del # 4 para resistir la carga axial última actuante de 140 toneladas y para el confinamiento adecuado del concreto se colocarán estribos del # 2 con separación de 15 cm.

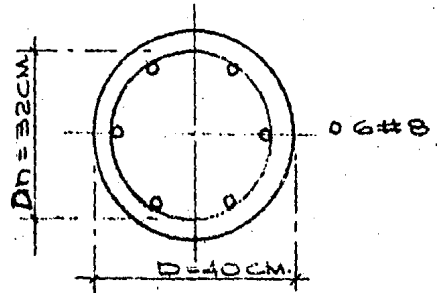
C A R G A A X I A L

EJERCICIO CA-3

Calcular la resistencia a carga axial de una columna de sección circular, con hélice de confinamiento.

DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 Recubrim. $r = 4 \text{ cm.}$
 Refuerzo transversal # 3 (as = 0.71)
 Paso de zuncho $S = 7 \text{ cm.}$



SECCION DE COLUMNA

Resistencia del concreto a compresión:

$$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCION:

Revisión de la cuantía de acero

$$P_{sección} = \frac{As}{Ag} = \frac{5.07 \times 6 \times 4}{3.1416 \times 40^2} = 0.0242 < 0.05 \quad \therefore \text{Correcto}$$

$$P_{mín} = \frac{20}{fy} = \frac{20}{4200} = 0.0048 \quad ; \quad P_{máx} = 0.08$$

$$P_{mín} = 0.0048 < P_{sección} = 0.0242 < P_{máx} = 0.08 \quad \therefore \text{Correcto}$$

Determinación de la carga última resistente

1^{er} MAXIMO:

$$PuR_1 = F.R \quad [f''c Ag + As fy]$$

$$PuR_1 = 0.85 \quad \left[\frac{136 \times 3.14 (40)^2}{4} + 30.42 \times 4200 \right] = 253 \ 867 \text{ kg.}$$

2^a MAXIMO

$$PuR_2 = F.R \quad [f''c An + 2 Ps An fy + As fy]$$

$$Ps = \text{porcentaje volumétrico del zuncho} \quad Ps = \frac{4 as}{Sdn}$$

$$P_s = \frac{4(0.71)}{7 \times 32} = 0.0127$$

$$A_n = \frac{3.14 (32)^2}{4} = 804.25 \text{ cm}^2$$

$$P_{uR_2} = 0.85 \left[136 \times 804.25 + 2 \times 0.0127 \times 804.25 \times 4200 + 30.42 \times 4200 \right]$$

$$P_{uR_2} = 274 \text{ 498 kg.}$$

Revisión del porcentaje volumétrico del zuncho

Se debe cumplir que:

$$P_s > \begin{cases} 0.45 \left(\frac{A_g}{A_n} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} = 0.45 \left(\frac{1256.64}{804.25} - 1 \right) \frac{200}{4200} = 0.0121 \\ 0.12 \frac{f'_c}{f_y} = 0.12 \times \frac{200}{4200} = 0.0057 \end{cases}$$

$$P_s = 0.0127 > \begin{cases} 0.0121 \\ 0.0057 \end{cases} \therefore \text{El refuerzo helicoidal es adecuado}$$

$$P_{uR_2} = 274.5 \text{ Ton.} > P_{uR_1} = 253.9 \text{ Ton.} \therefore \text{Correcto}$$

CONCLUSION

La carga axial última resistente de la sección circular es --
 $P_{uR} = 253.86$ Toneladas correspondiente a el primer máximo para el cual la columna funciona adecuadamente, si se tomara como resistencia última el segundo máximo, la columna presentaría grandes deformaciones ya que en ese caso se toma la contribución de la hélice de confinamiento a la resistencia de la columna, en el momento que falla el recubrimiento.

Debe tenerse en cuenta que al cumplir las dos restricciones -- para el porcentaje volumétrico del zuncho, se garantiza que la resistencia de la columna en el segundo máximo siempre será mayor que la del primer máximo.

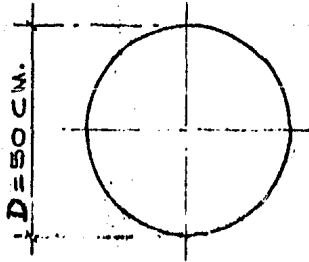
CARGA AXIAL

EJERCICIO CA-4

Diseñar la columna circular sometida a una carga axial de 300 toneladas.

DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 Carga axial $P_{ua} = 420 \text{ Ton.}$



SECCION DE COLUMNA

Resistencia del concreto a compresión.
 $f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2$ $f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$

SOLUCIÓN

Obtención de $P_{m\acute{a}x.}$ y $P_{m\acute{i}n.}$

$$P_{m\acute{i}n} = \frac{20}{f_y} = \frac{20}{4200} = 0.0048 \quad ; \quad P_{m\acute{a}x} = 0.08$$

OBTENCION DEL AREA DE ACERO

Considerando un recubrimiento de 4.5 cm. $D_n = 41 \text{ cm.}$

$$A_g = \frac{3.14 (50)^2}{4} = 1963.5 \text{ cm}^2 \quad ; \quad A_n = \frac{3.14 (41)^2}{4} = 1320.25 \text{ cm}^2$$

$$P_{uR_1} = F.R. \quad [f''c A_g + A_s f_y] \quad ; \quad A_s = \left[\frac{P_{uR_1}}{F.R.} - f''c A_g \right] \frac{1}{f_y}$$

$$P_{uR} = P_{ua} = 420000 \text{ kg.}$$

$$A_s = \left[\frac{420,000}{0.85} - 136 \times 1963.5 \right] \frac{1}{4200} = 54.1 \text{ cm}^2$$

$$\text{Colocando 12 Vars. \# 8} \quad A_s = 12 (5.07) = 60.84 \text{ cm}^2$$

$$P_{sección} = \frac{60.84}{1963.5} = 0.0310$$

$$P_{m\acute{i}n} = 0.0048 < P_{sección} = 0.0310 < P_{m\acute{a}x} = 0.08 \quad \therefore \text{Correcto}$$

DETERMINACION DEL REFUERZO HELICOIDAL.

$(a_s \times f_y)e \geq 0.02 (A_s \times f_y) \text{ V.L.} \quad a_s = 0.02 \times 5.07 = 0.10$

Proponemos hélice del # 4 $a_s = 1.27 \text{ cm}^2 \cong 0.10$

DETERMINACION DEL PASO DE ZUNCHO "S"

$1.5TMA < S < 7 \text{ cm.} \quad \text{Si } TMA = 1.90 \text{ cm} \quad 1.5TMA = 1.5 \times 1.90 = 2.85 \text{ cm.}$

Proponemos $S = 6 \text{ cm.}$

REVISION DEL PORCENTAJE VOLUMETRICO DEL ZUNCHO

$$P_s = \frac{4a_s}{S \cdot \pi \cdot d} = \frac{4(1.27)}{6 \times \pi \cdot 41} = 0.0207 > \begin{cases} .45 \left(\frac{A_g}{A_n} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} = .45 \left(\frac{1963.5}{1320.25} - 1 \right) \frac{200}{4200} = 0.0104 \\ 0.12 \frac{f'_c}{f_y} = 0.12 \left(\frac{200}{4200} \right) = 0.0057 \text{ Correcto} \end{cases}$$

Por lo tanto se presenta el 2º Máximo de PuR

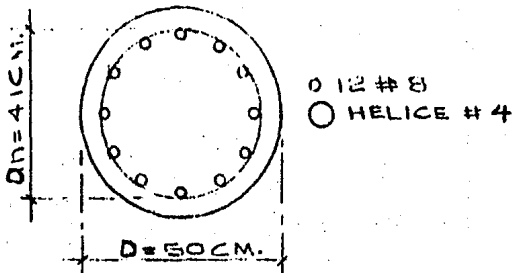
Revisión del recubrimiento supuesto.

El recubrimiento libre es el valor mayor de:

$$1. \begin{cases} 1.00 \text{ cm.} \\ \emptyset \text{ var.} \end{cases} = 2.54 \text{ (RIGE)} \quad \text{En paquetes: } r_l \geq \begin{cases} 1 \text{ cm} \\ 1.5 \emptyset \text{ varilla más gruesa.} \end{cases}$$

Recubrimiento total = $\frac{\emptyset \text{ var}}{2} + r_l = \frac{2.54}{2} + \frac{2.54}{2} = 3.81 \text{ cm} \cong 4 \text{ cm.}$

$r_T \text{ mínimo} = 4 \text{ cm} < r. \text{ supuesto} = 4.5 \text{ cm.} \therefore \text{ Correcto}$



SECCION DE COLUMNA

CONCLUSION:

La columna requiere de 12 varillas del # 8 y confinamiento por medio de hélice del # 4 con un paso del zuncho de $S = 6 \text{ cm.}$, - para resistir la carga de diseño.

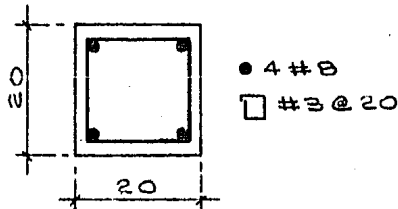
C A R G A A X I A L

EJERCICIO CA-5

Determinar la resistencia a tensión pura que tiene una columna de concreto reforzado.

DATOS:

Concreto $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$



SECCION DE COLUMNA

La resistencia del concreto a compresión es despreciable.

SOLUCION:

Determinación de la tensión última resistente.

$$T_uR = F. R. [A_s f_y]$$

$$T_uR = 0.85 [4 \times 5.07 \times 4200] = 72,399 \text{ kg.}$$

CONCLUSION:

La columna resiste una fuerza última de tensión de 72.4 toneladas. Debe hacerse notar que en los elementos de concreto reforzado que trabajan en tensión, la resistencia solo la proporciona el acero de refuerzo, ya que la contribución del concreto es insignificante y por ello despreciable, por lo que el concreto en estos casos sirve de protección contra el intemperismo a el acero de refuerzo.

CAPITULO III

FLEXION

A los elementos que trabajan a flexión se les designa con el nombre de vigas ó traveses, siendo generalmente de sección rectangular, en forma de "T", I ó L.

En general, la falla o ruptura de una viga puede ocurrir de dos formas: una de ellas se presenta cuando el acero de refuerzo alcanza su límite de fluencia (f_y), sin que el concreto llegue aún a su fatiga de ruptura ($f''c$). La viga se agrieta fuertemente del lado de tensión rechazando al eje neutro hacia las fibras más comprimidas, lo que disminuye el área de compresión, aumentando la fatiga del concreto hasta presentarse finalmente la falla de la pieza. Estas vigas se llaman SUBREFORZADAS su falla ocurre más o menos lentamente y va precedida de fuertes deflexiones y grietas que la anuncian con anticipación.

La segunda forma de ruptura se presenta cuando el concreto alcanza su límite $f''c$ mientras el acero permanece debajo de su fatiga f_y . Este tipo de falla es súbita y prácticamente sin ningún anuncio previo, lo cual la hace muy peligrosa. Las vigas que fallan por compresión se llaman SOBREFORZADAS.

Puede presentarse un tipo de viga cuya falla ocurra simultáneamente para ambos materiales; es decir, que el concreto alcance su fatiga límite de compresión $f''c$ a la vez que el acero llega también a su límite de fluencia f_y . A estas vigas se les da el nombre de vigas BALANCEADAS y también son peligrosas por la probabilidad de la falla en compresión.

Para evitar las vigas sobreforzadas, el Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal limita el porcentaje de refuerzo a un valor máximo que será igual al porcentaje balanceado para vigas que no deban resistir acciones accidentales de sismo y en 75% del porcentaje balanceado para vigas que deban resistir fuerzas sísmicas.

$P_{\text{máximo}} = P \text{ balanceado (Sin efecto sísmico)}$

$P_{\text{máximo}} = 0.75 P \text{ balanceado (Con efecto sísmico)}$

donde el $P \text{ balanceado} = P_b = \frac{f''c}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000}$

El porcentaje se define como el cociente que resulta del área de acero en tensión entre el peralte por el ancho de la viga.

$$P = \frac{A_s}{bd}$$

Por otra parte, también las vigas con porcentajes muy pequeños,

suelen fallar súbitamente, para evitar ese riesgo se limita el porcentaje mínimo de acero en tensión:

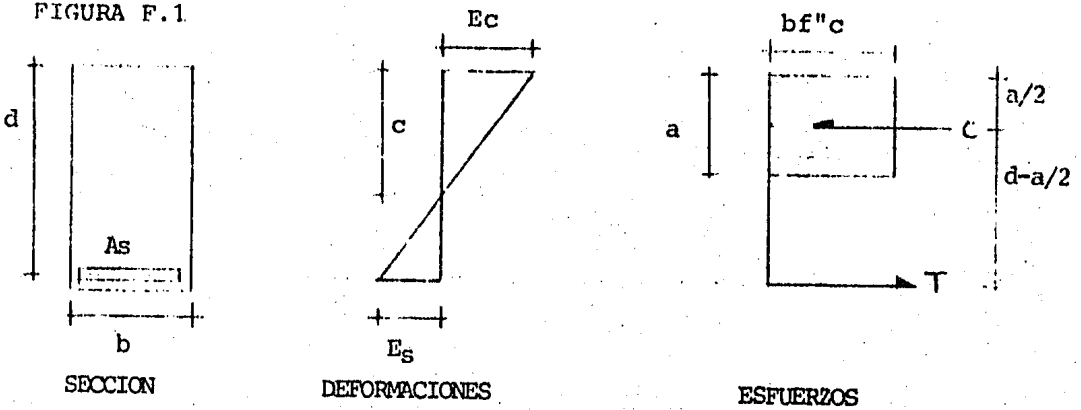
$$P_{\text{mínimo}} = \frac{0.7 \sqrt{f'c}}{f_y}$$

VIGAS RECTANGULARES SIMPLEMENTE ARMADAS.

Una viga rectangular es simplemente armada, cuando sólo tiene refuerzo para tomar la componente de tensión del par interno.

Los diagramas de deformaciones y esfuerzos en vigas rectangulares simplemente armadas, se presenta en la figura F-1

FIGURA F.1



$$\epsilon_s \leq \epsilon_y = 0.0021$$

$$\epsilon_c = 0.003$$

$$a = 0.8 C$$

$$T = A_s f_s \quad \text{si } f_s = f_y \quad T = A_s f_y$$

$$C = a b f''c \quad \text{y} \quad T = C$$

$$A_s f_y = a b f''c \quad a = \frac{A_s f_y}{b f''c}$$

Momento = fuerza por brazo de palanca:

$$M = C \times (d-a/2) \quad \delta M = T \times (d-a/2)$$

$$M = abf''c \times (d - \frac{a}{2})$$

$$M = \frac{Asfy}{bf''c} \times bf''c \times (d - \frac{Asfy}{bf''c \times 2})$$

$$\frac{M}{d^2} = \frac{Asfy}{bdf''c} \times bf''c \times (\frac{d}{d} - \frac{Asfy}{bdf''cx2})$$

$$p = \frac{As}{bd} \quad ; \quad q = \frac{Pfy}{f''c}$$

$$\frac{M}{d^2} = qbf''c \times (1 - 0.5q) \quad ; \quad M = bd^2f''c q (1 - 0.5q)$$

El momento último resistente de una sección rectangular simplemente armada será:

$$MuR = F.R. \cdot bd^2 f''c q (1 - 0.5q)$$

$$\delta \text{ bien } MuR = F.R. \cdot As fy d (1 - 0.5q)$$

Donde el factor de reducción F.R., será igual a 0.9 para elementos a flexión.

VIGAS RECTANGULARES DOBLEMENTE ARMADAS:

Una viga rectangular es doblemente armada cuando, además del refuerzo en el lado de tensión, tiene refuerzo en compresión.

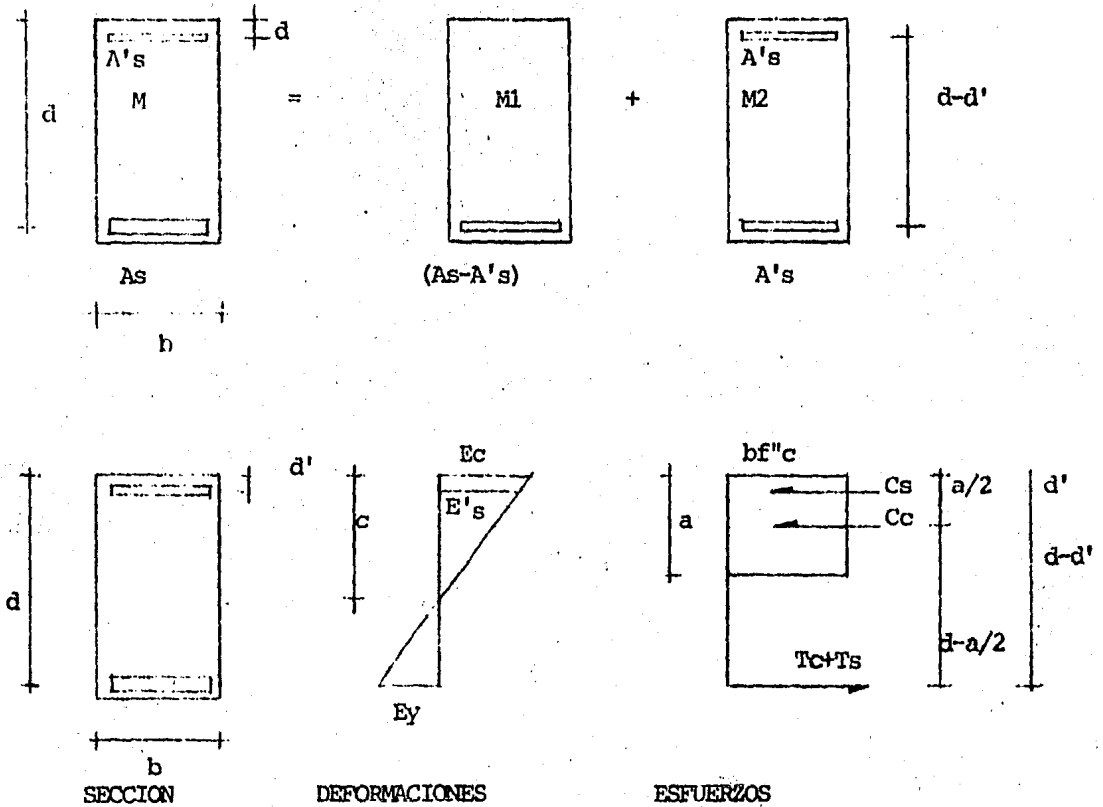
Las vigas doblemente armadas se presentan en la práctica cuando su sección queda fija de antemano por problemas de instalaciones de equipo, por razones arquitectónicas u otros motivos, y la viga debe absorber un momento flexionante mayor que el que puede llevar la sección con el porcentaje máximo.

Debe hacerse notar que en una sección subreforzada, el refuerzo en compresión no aumenta la resistencia de la viga sino que le da ductilidad, porque el momento resistente depende de la tensión cuyo valor $T = Asfy$ permanece constante durante todo el fenómeno de fluencia y el brazo del par interno casi no aumenta nada con la presencia del acero de compresión. El acero en la zona de compresión disminuye las deflexiones de la viga y da soporte y anclaje a los estribos.

Para efectos de análisis, una viga doblemente armada se considerará descompuesta en dos partes (figura F-2): una viga simplemente armada y reforzada con el porcentaje (P'-P') que tome

un momento M_1 y un par de acero $A's$ que tome un momento M_2 de tal manera que $M = M_1 + M_2$.

FIGURA F-2



$$T_c = (A_s - A's) f_y \qquad C_c = a b f'' c$$

$$T_s = A's f_y \qquad C_s = A's f_y$$

El momento último resistente para vigas rectangulares doblemente armadas es:

$$M_{uR} = F.R. \left[(A_s - A's) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A's f_y (d - d') \right]$$

$$\text{donde } a = \frac{(A_s - A's) f_y}{f'' c b}$$

F.R. = Factor de reducción = 0.9 para flexión.

A_s = Area del acero de tensión.

$A's$ = Area del acero en compresión

d' = Distancia entre el centroide del acero de compresión y la fibra extrema de compresión.

d = Peralte efectivo

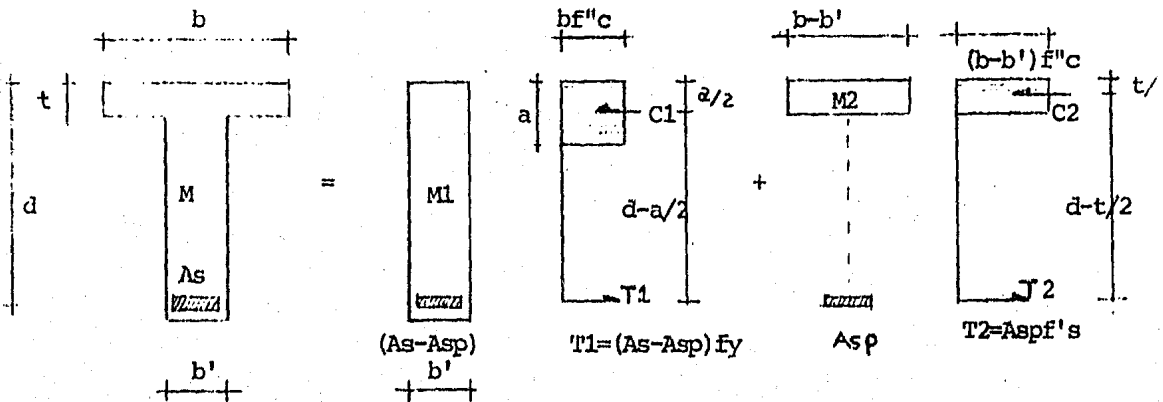
b = Ancho de la sección.

V I G A S "T"

Una viga "T" se forma cuando se cuela monolíticamente una losa con sus nervaduras y queda íntimamente unida a éstas por los estribos y por las barras dobladas cuando las hay. La losa recibe el nombre de patín y el alma, el de nervio o nervadura.

Aún cuando la sección transversal de una viga tenga la forma de "T", puede no ser realmente una viga "T" para los efectos del trabajo mecánico de la sección, sino una viga rectangular. Para que una viga sea realmente "T", es necesario que el eje neutro de la sección caiga más abajo del patín, sobre el alma o nervadura de la viga. Si el eje neutro cae en el límite del patín o dentro de él, la sección será rectangular con un ancho b igual al ancho del patín.

Para una viga "T", es decir, cuando $C > t$, conviene para el cálculo descomponer la sección de dos partes: una viga rectangular de sección $b'd$ y área de acero ($A_s - A_{sp}$) que toma un momento M_1 , y una sección compuesta por las aletas del patín en compresión y por el área A_{sp} en tensión, que toma un momento M_2 , de tal manera que el momento resistente total sea $M_R = M_1 + M_2$.



El momento último resistente para vigas "T" es:

$$M_{uR} = F.R. \left[A_{sp} f_y \left(d - \frac{t}{2} \right) + (A_s - A_{sp}) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \right]$$

donde $A_{sp} = \frac{f''_c (b - b') t}{F_y}$

$$a = \frac{(A_s - A_{sp}) f_y}{f''_c b'}$$

Es válida si $A_s \ll \frac{f''_c}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000} b' d A_{sp}$

- EJERCICIO F-1 Revisar una viga de sección rectangular simplemente armada.
- EJERCICIO F-2 Diseñar una viga simplemente armada de sección rectangular.
- EJERCICIO F-3 Determinar la resistencia de una viga de sección rectangular doblemente armada, el acero en compresión no fluye.
- EJERCICIO F-4 Determinar la resistencia de una viga de sección rectangular doblemente armada, el acero en compresión fluye.
- EJERCICIO F-5 Diseñar una viga de sección rectangular doblemente armada, con limitaciones de su sección.

- EJERCICIO F-6 Diseñar una viga de sección "T" que trabaja como viga "T".
- EJERCICIO F-7 Diseñar una viga de sección "T" que trabaja como rectangular.
- EJERCICIO F-8 Revisar una viga de sección "T" que trabaja como viga "T"
- EJERCICIO F-9 Revisar una viga de sección "T" que trabaja como rectangular.
- EJERCICIO F-10 Revisar una viga de sección rectangular sometida a flexión biaxial, empleando el método --- aproximado de Euler.
- EJERCICIO F-11 Revisar una viga de concreto reforzado con eje de simetría vertical y obtener el refuerzo mínimo y máximo.

MOMENTO FLEXIONANTE

EJERCICIO F-1

Revisar la viga de sección rectangular simplemente armada mostrada en la figura

DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$

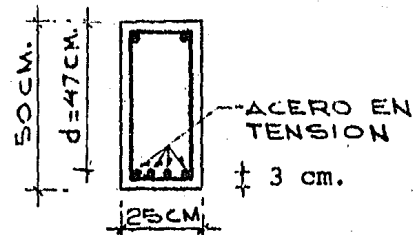
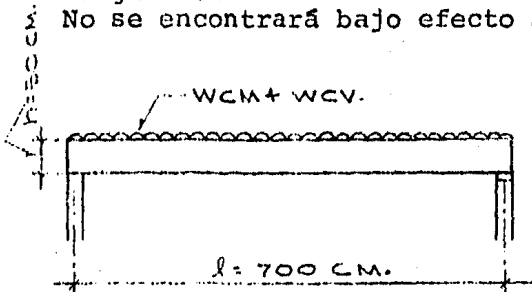
Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Area de acero en tensión 4 varillas del # 6 (11.4 cm^2)

Carga muerta sin peso propio $W_{cm} = 1.2 \text{ ton/m}$

Carga viva $W_{cv} = 0.3 \text{ ton/m}$

No se encontrará bajo efecto sísmico



SECCION

Resistencia del concreto a compresión:

$$f^*c = 0.8 f'c = 0.8 \times 200 = 160 \text{ kg/cm}^2 < 250 \text{ kg/cm}^2 \therefore$$

$$f''c = 0.85 f^*c = 0.85 \times 160 = 136 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCION:

1.- Obtención de los porcentajes de acero.

$$P_{\text{mín}} = 0.7 \frac{\sqrt{f'c}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.0024$$

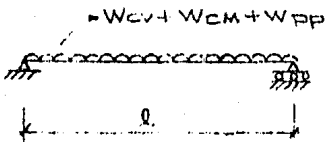
Debido a que no esta sujeta a efecto sísmico,

$P_{\text{máx}} = P$ balanceado.

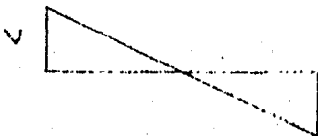
$$P_b = \frac{f''c}{f_y} \left(\frac{4800}{6000+f_y} \right) = \frac{136}{4200} \left(\frac{4800}{6000+4200} \right) = 0.0152$$

$P_{\text{mín}}$ y $P_{\text{máx}}$ se pueden obtener en las ayudas de diseño fig. N° 2

2.- Obtención de los momentos actuantes



$$M_{\text{MAX}} = \frac{Wl^2}{8}$$



$$V_{\text{MAX}} = \frac{Wl}{2}$$

$$W \text{ peso propio} = 0.25 \times 0.5 \times 2400 = 300 \text{ kg/m} = 0.3 \text{ ton/m}$$

$$M_{\text{max}} = \frac{(1.2 + 0.3 + 0.3) (7)^2}{8} = 11.03 \text{ ton-m}$$

$$M_{u1} = F.C. \times M_{max} = 1.4 (11.03) = 15.44 \text{ ton-m}$$

donde F.C. = 1.4 para combinaciones de acciones permanentes con acciones variables.

3.- Obtención del momento resistente:

$$M_{uR} = F.R. \times A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

F.R. = 0.9 para elementos de concreto reforzado sometidos a flexión:

$$A_s = \frac{M_{u1}}{f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)} = \frac{15.44 \times 10^5}{4200 \left(47 - \frac{14}{2}\right)} = 14 \text{ cm}^2$$

$$M_{uR} = 0.9 \times 14 \times 4200 \left(47 - \frac{14}{2}\right) = 17.23 \times 10^5 \text{ kg-cm.}$$

$$M_{uR} = 17.23 \text{ ton-m} > M_{u1} = 15.44 \text{ ton-m} \therefore \underline{\underline{\text{correcto}}}$$

CONCLUSION

El momento último resistente de la viga es mayor que el momento último actuante y se comporta como sección subreforzada.

MOMENTO FLEXIONANTE

EJERCICIO F-2

Disñar la viga mostrada en la figura dada la relación altura ancho para la sección.

DATOS:

Concreto $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$

Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Carga muerta sin peso de viga

$W_{cm} = 1.0 \text{ ton/m}$

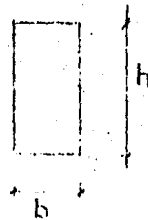
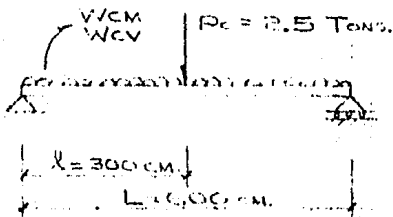
Carga viva

$W_{cv} = 0.5 \text{ ton/m}$

Carga concentrada

$P_c = 2.5 \text{ ton.}$

$$\frac{h}{b} = 2$$



SECCION

Resistencia del concreto a compresión:

$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$ $f''c = 170 \text{ kg/cm}^2$

SOLUCION:

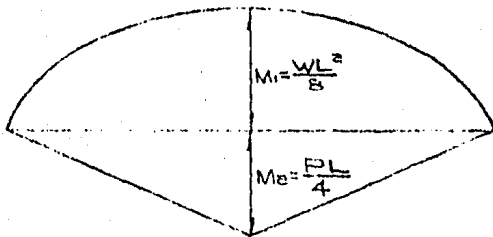
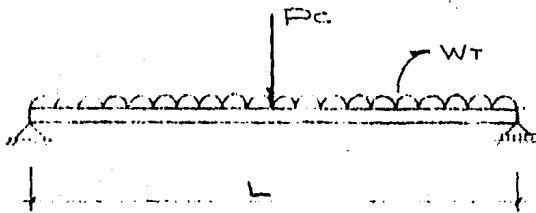
1.- Obtención del momento último actuante

Suponiendo $b = 30 \text{ cm.}$; y $h = \frac{1}{10} L = \frac{600}{10} = 60 \text{ cm.}$

$\frac{h}{b} = \frac{60}{30} = 2 \quad \therefore \text{correcto.}$

$$W_{pp} = 0.30 \times 0.60 \times 2.40 = 0.43 \text{ ton/m.}$$

$$W_t = W_{cv} + W_{cm} + W_{pp} = 1.0 + 0.5 + 0.43 = 1.93 \text{ ton/m}$$



$$M_{MAX} = M_1 + M_2$$

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{WL^2}{8} + \frac{PL}{4} = \frac{1.93 (6)^2}{8} + \frac{2.5 (6)}{4} = 12.44 \text{ ton-m.}$$

$$M_{ua} = F.C. \cdot M_{m\acute{a}x} = 1.4 (12.44) = 17.42 \text{ ton-m.}$$

F.C. = 1.4 para combinaciones de acciones permanentes con acciones variables.

2.- Obtenci3n del M_{uR} ; $M_{uR} = M_{ua} = 17.42 \text{ ton-m}$

3.- Obtenci3n de la cuantía de acero

Considerando un recubrimiento del total de 3 cm.

$$\therefore d = h - r = 60 - 3 = 57 \text{ cm.}$$

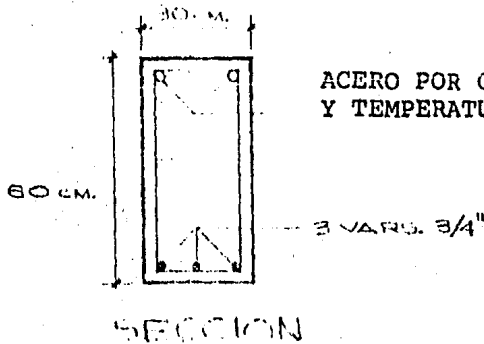
$$\frac{M_{uR}}{b d^2} = \frac{17.42 \times 10^5}{30 (57)^2} = 17.87$$

De la figura 3 de las ayudas de dise1o, entrando con el valor de 17.87 y la curva para $f_y = 4200$, obtenemos una $p = 0.005$, comprendido entre el $P_{m\acute{a}x}$ y $P_{m\acute{i}n}$, lo que nos indica que la secci3n es subreforzada.

$$P = \frac{A_s}{bd} ; A_s = pbd = 0.0050 \times 30 \times 57 = 8.55 \text{ cm}^2$$

Usando varillas del # 6

$$n = \frac{A_s}{a_s} = \frac{8.55}{2.85} = 3 \text{ varillas}$$



ACERO POR CONTRACCION
Y TEMPERATURA.

Revisión del recubrimiento
Recubrimiento libre:

$$r_l \geq \begin{cases} 1 \text{ cm.} \\ \emptyset \text{ varilla} = \underline{\underline{1.9 \text{ cm}}} \end{cases}$$

Recubrimiento total

$$r_T = r_l + \frac{\emptyset \text{ varilla}}{2} = 1.9 + \frac{1.9}{2} = 2.85 \text{ cm} \stackrel{\circ}{=} 3 \text{ cm. supuestos.}$$

CONCLUSION:

Las dimensiones de la viga son de $h = 60 \text{ cm.}$, y $b = 30 \text{ cm.}$, requiriendo 3 varillas del # 6 para resistir las solicitaciones a que se encuentra sometida, y su comportamiento es de sección subreforzada.

MOMENTO FLEXIONANTE

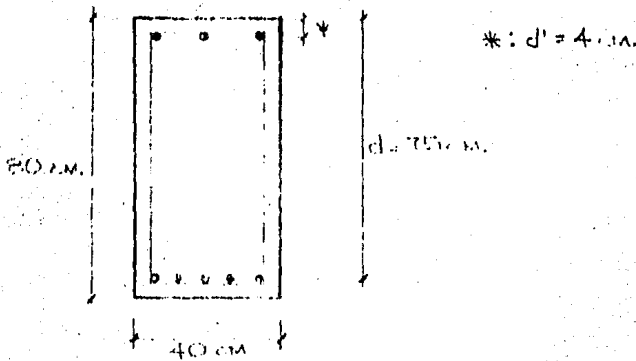
EJERCICIO F-3

Determine la resistencia a flexión de una viga de sección rectangular doblemente armada, cuya sección se muestra en la figura.

DATOS:

Concreto $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$A_s = 5$ Vrs. del # 8 ($A_s = 25.35 \text{ cm}^2$)
 $A'_s = 3$ Vrs. del # 8 ($A'_s = 15.21 \text{ cm}^2$)



Resistencia del concreto a compresión:

$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$; $E'c = 170 \text{ kg/cm}^2$

SOLUCION:

1.- Obtención de los porcentajes de acero:

$$P_{bDA} = P_{bSA} + p' \frac{f'_{sy}}{f_y}$$

$$p_{\min} = \frac{0.7 f'c}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{250}}{4200} = 0.0026$$

Por no tomar efecto sísmico ; P máx SA = P_b SA

$$P_{bSA} = \frac{f'c}{f_y} \frac{4800}{6000+f_y} = \frac{170}{4200} \frac{4800}{6000+4200} = 0.019$$

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{25.35}{40 \times 75} = 0.0084$$

$$p' = \frac{A's}{bd} = \frac{15.21}{40 \times 75} = 0.0051$$

2.- Determinación de la profundidad del bloque de esfuerzos.

Suponiendo que el acero en compresión fluye:

$$C_b = \frac{6000 \times d}{6000 + f_y} = \frac{6000 \times 75}{6000 + 4200} = 44.12 \text{ cm.}$$

$$\therefore E's_b = \frac{0.003(C_b - d')}{C_b} = \frac{0.003(44.12 - 4)}{44.12} = 0.0027$$

E's La consideramos = E's_b = 0.0027 > E_y = 0.0021 $\therefore f'_{sy} = f_y$

$$P_{bDA} = 0.019 + 0.0051 \frac{4200}{4200} = 0.0241$$

verificación si la suposición hecha es correcta.

$$a = \frac{(A_s - A's) f_y}{f'c \times b} = \frac{(25.35 - 15.21) 4200}{170 \times 40} = 6.26 \text{ cm.}$$

$$c = \frac{a}{0.8} = \frac{6.26}{0.8} = 7.82 \text{ cm.}$$

$$E's = \frac{0.003(c - d')}{c} = \frac{0.003(7.82 - 4)}{7.82} = 0.0015$$

(1) Como E's = 0.0015 < E_y = 0.0021 \therefore La suposición es incorrecta por no fluir el acero en compresión, y por lo tanto debemos de utilizar el procedimiento general. (por tanteos).

1er. Tanteo: Suponemos C = 9.8 cm.

$$a = 0.8C = 0.8(9.8) = 7.84 \text{ cm.}$$

$$T = A_s f_y = 25.35 \times 4200 = 106.5 \times 10^3 \text{ kg} = 106.5 \text{ ton}$$

$$C_c = a b f'c = 7.84 \times 40 \times 170 = 53.3 \times 10^3 \text{ kg.} = 53.3 \text{ ton}$$

$$C_s = A's f's$$

$$E's = \frac{0.003 (c-d')}{c}$$

$$E's = \frac{0.003 (9.8 - 4)}{9.8} = 0.00177$$

$$f's = E's E = 0.00177 \times 2.1 \times 10^6 = 3728.6 \text{ kg/cm}^2$$

$$C_s = A's \times f's$$

$$C_s = 15.21 \times 3728.6 = 56.71 \times 10^3 \text{ kg} = 56.71 \text{ ton}$$

$$C_c + C_s = 56.71 + 53.3 = 110 \neq T = 106.5 \text{ ton}$$

$$2^{\text{a}} \text{ TANTEO } C = 9.4 \text{ cm} ; a = 0.8 (9.4) = 7.52 \text{ cm.}$$

$$C_c = a b f''c = 7.52 \times 40 \times 170 = 51136 \text{ kg} = 51.14 \text{ ton}$$

$$E's = \frac{0.003(9.4 - 4)}{9.4} = 0.00172 ; f's = 0.00172 \times 2.1 \times 10^6 = 3619.15 \text{ kg/cm}^2$$

$$C_s = 15.21 \times 3619.15 = 55047.2 \text{ kg} = 55.05 \text{ ton}$$

$$C_c + C_s = 51.14 + 55.05 = 106.19 \text{ ton} \doteq T = 106.5 \text{ ton}$$

$$\therefore \underline{C = 9.4 \text{ cm.}}$$

Momento último resistente:

$$M_uR = F.R \left[abf''c (D-a/2) + A's f's (d-d') \right]$$

$$M_uR = 0.9 \left[51.13 \left(75 - \frac{7.52}{2} \right) + 55.05 (75-4) \right] = 6796 \text{ ton-cm}$$

$$M_uR = 67.96 \text{ ton-m.}$$

CONCLUSIONES:

Es recomendable en problemas de vigas doblemente armadas suponer que el acero en compresión fluye y de verificarse, el valor de C obtenido es correcto, con lo que se evita en varios casos la obtención de el valor C por el método de tanteos que señala el procedimiento general.

El momento último resistente de la sección es de 67.9 ton-m.

MOMENTOS FLEXIONANTES

EJERCICIO F-4

Determinar la resistencia a flexión de una viga doblemente armada, de sección rectangular, en la que el acero en compresión fluye.

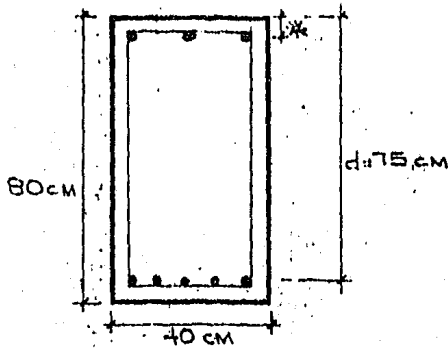
DATOS:

Concreto $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$

Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

As = 5 Vars. del # 8 (25.35 cm^2)

A's = 3 Vars. del # 6 (8.55 cm^2)



Resistencia del concreto a compresión:

$$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad f'c = 170 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCION:

Obtención de los porcentajes de acero:

$$P_{bDA} = P_{bS.A.} + P' \frac{f'sy}{f_y}$$

$$P_{mín} = \frac{0.7 \sqrt{f'c}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{250}}{4200} = 0.0026$$

$$P_{bS.A.} = \frac{f''c}{f_y} \times \frac{4800}{6000+f_y} = 0.019$$

$$P = \frac{A_s}{bd} = \frac{25.35}{40 \times 75} = 0.0084$$

$$P' = \frac{A's}{bd} = \frac{8.55}{40 \times 75} = 0.0029$$

Suponiendo que el acero en compresión fluye:

$$C_b = \frac{6000 \times d}{6000+f_y} = \frac{6000 \times 75}{6000+4200} = 44.12 \text{ cm.}$$

$$\therefore E's_b = \frac{0.003(C_b-d')}{C_b} = \frac{0.003(44.12-4)}{44.12} = 0.0027$$

Considerando $E's = E's_b \therefore E's = 0.0027 > E_y = 0.0021$

$$\therefore f'sy = f_y$$

Verificación de la suposición anterior.

$$a = \frac{(A_s - A's) f_y}{f''c \times b} = \frac{(25.35 - 8.55) 4200}{170 \times 40} = 10.38 \text{ cm.}$$

$$c = \frac{a}{0.8} = \frac{10.38}{0.8} = 12.97 \text{ cm}$$

$$E's = \frac{0.003(c-d')}{c} = \frac{0.003(12.97-4)}{12.97} = 0.0021$$

Como $E's = 0.0021 = E'y = 0.002 \therefore$ La suposición hecha es correcta y fluye el acero en compresión \therefore

$$M_uR = F.R. \left[abf''c \left(d - \frac{a}{2}\right) + A'sfy (d-d') \right]$$

$$M_uR = 0.9 \left[10.38 \times 40 \times 170 \left(75 - \frac{10.38}{2}\right) + 8.55 \times 4200 (75-4) \right]$$

$$M_uR = 67.29 \text{ ton-m.}$$

CONCLUSION:

Comparando los resultados obtenidos del ejercicio F-3 y F-4 observamos lo siguiente:

El porcentaje del acero en compresión en F-3 es mayor que en F-4, el acero en compresión no fluye en F-3 y sí fluye en F-4, se requiere mayor profundidad del bloque de esfuerzo $a=10.38$ cm. en F-4 que en F-3 donde $a=7.58$ cm., para equilibrar los esfuerzos de tensión y compresión. Se comprueba que el acero en compresión da ductilidad a la viga, pero no aumenta su resistencia:

$$M_uR = 67.9 \text{ ton-m} \quad \doteq \quad M_uR = 67.29 \text{ ton-m}$$

MOMENTO FLEXIONANTE

EJERCICIO F-5

Diseñar una viga de sección rectangular doblemente armada, con limitaciones de h y b .

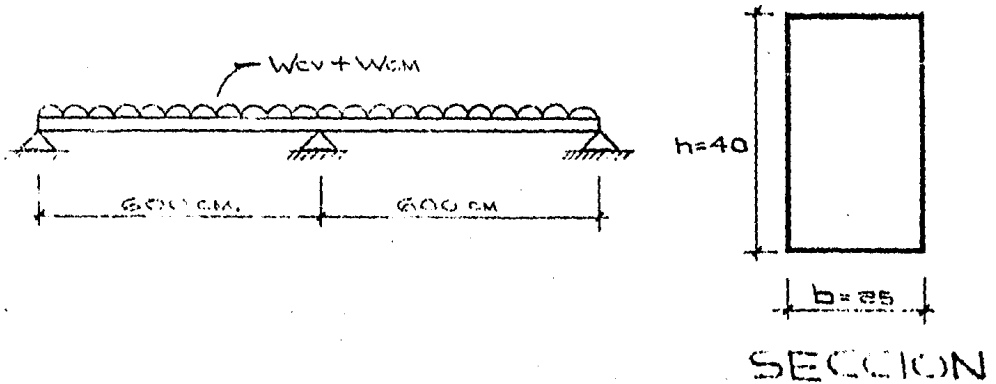
DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ Kg/cm}^2$

Acero $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$

Carga muerta + carga viva sin peso propio

$W_{cm} + c_v = 2.7 \text{ Ton/m}$.



Resistencia del concreto a compresión:

$f^*c = 160 \text{ Kg/cm}^2$

$f_y = 136 \text{ Kg/cm}^2$

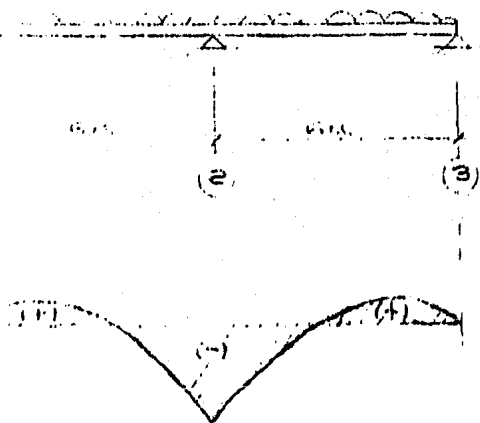
SOLUCION:

1.- Obtención de momentos último actuante.

$W = W_{cm} + c_v + W_{p.p}$

$W_{pp} = 0.25 \times 0.40 \times 2.4 = 0.24 \text{ Ton/m}$.

$W = 2.70 + 0.24 = 2.94 \text{ Ton/m}$.



$$-M = \frac{WL^2}{8} = \frac{2.94(6)^2}{8} = 13.23 \text{ ton.-m}$$

$$+M = \frac{9}{128} \times WL^2 = \frac{9}{128} \times 2.94(6)^2 = 7.44 \text{ ton.-m}$$

$$M_{ua} = F.C. \times M, \text{ donde } F.C. = 1.4$$

$$- M_{ua} = 1.4 (13.23) = 18.50 \text{ ton.-m}$$

$$+ M_{ua} = 1.4 (7.44) = 10.40 \text{ ton.-m}$$

DIAGRAMA DE MOMENTOS

2.- Para el momento último resistente:

$$M_{uR} \cong M_{ua}$$

$$- M_{uR} = 18.5 \text{ Ton.-m}$$

$$+ M_{uR} = 10.40 \text{ ton.-m}$$

3.- Obtención del acero requerido para momento negativo.

$$= \frac{-M_{uR}}{bd^2} = \frac{18.5 \times 10^5}{25 \times 37^2} = 54.05 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{tomando como } r_t = 3 \text{ cm: } d = h - r = 40 - 3 = 37 \text{ cm.}$$

(1) Para un valor de $\frac{M_{uR}}{bd^2} = 54.05$ en la gráfica número 2, observa-

mos que el porcentaje de acero correspondiente resultaría mucho mayor que el porcentaje balanceado, por lo que debemos recurrir a una sección doblemente armada.

Considerando que no se presentan efectos sísmicos:
 $P_{máx} = P_b$; de la figura No. 2 determinamos $P_{máx} = 0.015$

Para $P_{máx} = 0.015$ corresponde $\frac{M_{uR1}}{bd^2} = 44. \text{ kg/cm}^2$.

$$M_{uR1} = 44 bd^2 = 44(25)(37)^2 = 15.06 \times 10^5 \text{ kg.-cm.}$$

El acero máximo como sección simplemente armada es:

$$A_{smáx} S.A. = P_{máx} (bd) = 0.015 \times 25 \times 37 = 13.87 \text{ cm}^2$$

El acero faltante es:

$$A_{sf} = \frac{M_{ua} - M_{uR1}}{F.R. f_y (d - d')} = \frac{(18.5 - 15.06) \times 10^5}{0.9 \times 4200 (37 - 3)} = 2.68 \text{ cm}^2$$

El acero de la sección doblemente armada es:

$$A_{gDA} = A_{smáx} S.A. + A_{sf} = 13.87 + 2.68 = 16.55 \text{ cm}^2$$

El acero en compresión requerido = $A_{sf} = 2.68 \text{ cm}^2$

$$A_{gD.A.} = 16.55 \text{ cm}^2; \text{ Colocar } 6\#6 \text{ AS} = 17.10 \text{ cm}^2$$

$$A'_{s} = 2.68 \text{ cm}^2$$

4.- Acero requerido para momento positivo:

$$+ M_{ua} = + M_{uR} = 10.40 \text{ Ton.}$$

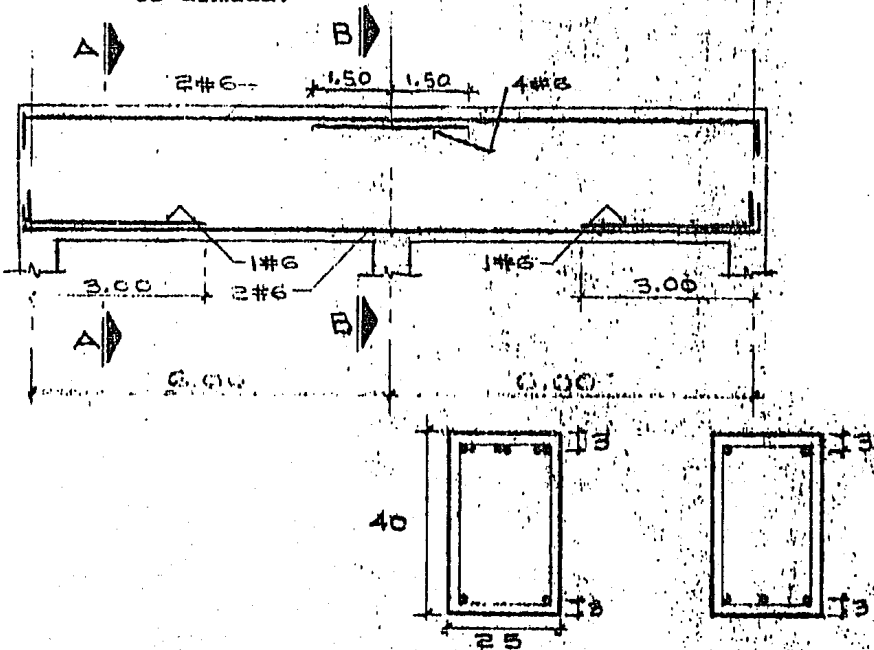
Considerando un $r_T = 3 \text{ cm}$, $d = 40 - 3 = 37 \text{ cm}$,

$$\frac{M_{uR}}{bd^2} = \frac{10.40 \times 10^5}{25 \times 37^2} = 30.4 \text{ Kg/cm}^2; \text{ de la fig. 2 } p = 0.0093$$

$$A_s = pbd = 0.0093 \times 25 \times 37 = 8.6 \text{ cm}^2$$

$$+ A_s = 8.6 \text{ cm}^2 \Rightarrow 3 \text{ varillas } \# 6$$

Como el acero requerido en compresión para el momento negativo es $A'_s = 2.68 \text{ cm}^2$, solo bastará correr dos varillas del $\# 6$ (5.70 cm^2) para satisfacer los requisitos de la viga doblemente armada.



CONCLUSION:

CORTE B-B CORTE A-A

Cuando el valor de $\frac{M_R}{bd^2}$ nos indique que el porcentaje de ac-

ero a utilizar es mayor que el porcentaje máximo (P_b o $0.7 P_b$), se debe colocar acero en compresión para garantizar que el elemento tendrá un comportamiento dúctil de sección sobreforzada, en este caso, solo bastó con correr una parte del acero positivo para cumplir con el acero en compresión requerido en la sección doblemente armada.

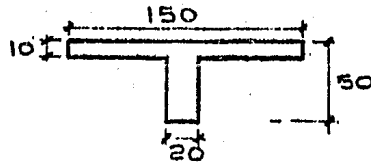
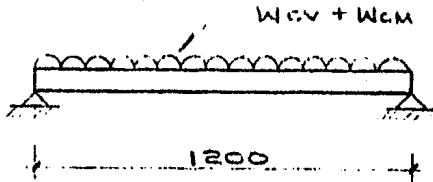
MOMENTO FLEXIONANTE

Ejercicio: F-6

Diseñar la viga "T" mostrada en la figura

DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ Kg/cm}^2$
 Acero $fy = 4200 \text{ Kg/cm}^2$
 W_{cm} sin p.p. = 250 Kg/m^2
 W_{cv} = 500 Kg/m^2



ACOT. EN CM.

SECCION

Resistencia del concreto a compresión:

 $f^*c = 160 \text{ Kg/cm}^2$ $f'c = 136 \text{ Kg/cm}^2$

SOLUCION:

1.- Obtención del momento último actuante:

$$W_{cv} = 0.5 \times 1.5 = 0.75 \text{ Ton/m}$$

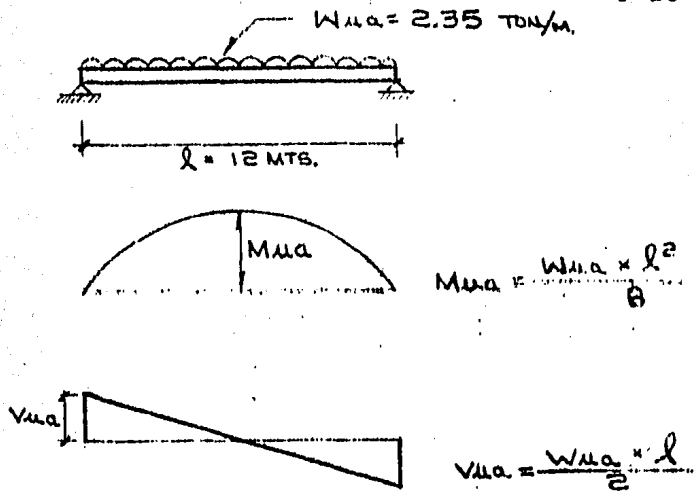
$$W_{cm} = 0.25 \times 1.5 = 0.375 \text{ Ton/m}$$

$$W_{pp} = (0.40 \times 0.20 + 1.50 \times 0.10) \times 2.4 = 0.552 \text{ Ton/m.}$$

$$W_{ua} = 2.35 \text{ Ton/m.}$$

$$W_{ua} = F.C. (W_{cv} + W_{cm} + W_{pp}) = 1.4 (0.75 + 0.375 + 0.552) = 2.35 \text{ ton/m}$$

F.C. = 1.4 para combinaciones de acciones permanentes con acciones variables.



$$M_{ua} = \frac{W_{ua} l^2}{8} = \frac{2.35 (12)^2}{8} = 42.3 \text{ Ton-m.}$$

2.- Obtención del momento último resistente.

$$M_{ua} = M_{uR} = 42.3 \text{ Ton-m.}$$

3.- Determinación si la viga trabaja como rectangular o como viga "T".

Suponiendo que la viga trabaja como rectangular:

(1) Para vigas "T" aisladas: $t \geq b' / 2$; $b \leq 4b'$.

Tomemos $b = 4b' = 4(20) = 80 \text{ cm}$.

Consideremos un recubrimiento de 6.5 cm; $d = h - r = 50 - 6.5 = 43.5 \text{ cm}$.

$$\frac{M_{uR}}{bd^2} = \frac{42.3 \times 10^5}{80 \times 43.5^2} = 27.94 \text{ Kg/cm}^2 \Rightarrow p = 0.0085$$

De la fig. 2 de las ayudas de diseño se obtuvo $p = 0.0085$
 $P_{\text{mín}} < p < P_{\text{máx.}}$: Correcto.

$$p = \frac{A_s}{bd} ; A_s = 0.0085 (80) (43.5) = 29.58 \text{ cm}^2$$

$c = a b f''c$; $C = T$; $abf''c = A_s f_y$
 $T = A_s f_y$

$$a = \frac{A_s f_y}{bf''c} = \frac{29.58 (4200)}{80 (136)} = 11.42 \text{ cm} > T = 10 \text{ cm.}$$

Conclusión: Como $a = 11.42 > t = 10 \text{ cm}$, la sección geométrica "T" trabaja como viga "T"

4.- Obtención de la cantidad de acero a utilizar.

$$a = d - \left[d^2 - \frac{2(Mua - F.R. (b-b') t f''c (d-t/2))}{F.R. b' f''c} \right]^{1/2}$$

$$a = 43.5 - \left[43.5^2 - \frac{2(42.3 \times 10^5 - 0.9(80-20)10 \times 136(43.5-10/2))}{0.9 \times 20 \times 136} \right]^{1/2}$$

$$a = 16.18 \text{ cm.}$$

$$As = \frac{a b' f''c}{f_y} + Asp$$

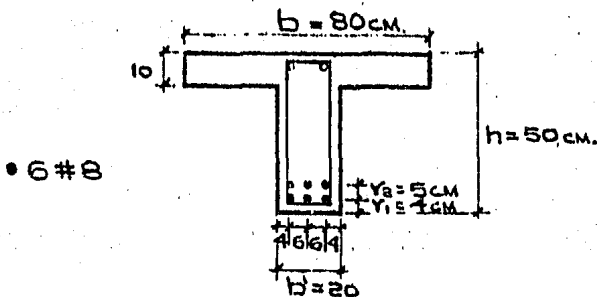
Asp = Area de acero en tensión necesaria para desarrollar la resistencia a compresión de los patines de la viga.

$$Asp = \frac{(b-b') t f''c}{f_y} = \frac{(80-20)10 \times 136}{4200} = 19.42 \text{ cm}^2$$

$$As = \frac{16.18 \times 20 \times 136}{4200} + 19.42 = 29.90 \text{ cm}^2$$

$$\text{Con 6 Vrs \# 8 } As = 30.42 \text{ cm}^2$$

5.- Revisión si el recubrimiento supuesto $r=6.5 \text{ cm}$ es correcto.



El recubrimiento libre de las varillas es : $r1 \geq \begin{cases} 1 \text{ cm} = 1 \text{ cm} \\ dv\#8 = 2.5 \text{ cm.} \end{cases}$

El recubrimiento total de las varillas: $rt = r1 = 1.5 dv = 1.5(2.50) = 4 \text{ cm.}$

Separación libre horizontal entre barras es:

$$SH \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} dv \#8 = 2.50 \text{ cm.} \\ 1.5 TMA = 1.5(3/4") 2.54 = 2.9 \text{ cm.} \end{array} \right\} < 6 - 2.54 = 3.46 \text{ cm. Correcto}$$

Separación libre en forma vertical entre varillas:

$$S \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} dv = 2.50 \\ 2 \text{ cm. } \frac{2.50}{2 \text{ cm}} \end{array} \right. \quad r2 = 2 dv = 2(2.50) = 5 \text{ cm.}$$

$$r = \frac{3(5.07)4 + 3(5.07)9}{6 \times 5.07} = 6.5 \text{ cm.}$$

El recubrimiento supuesto $r = 6.5$ cm. es igual al recubrimiento obtenido.

CONCLUSION:

El valor de "b" (ancho efectivo), se utiliza para definir la zona de patín que trabaja en compresión.

El valor del ancho total de la sección, se emplea para condiciones de carga y peso propio.

La viga diseñada, trabaja como sección "T", debido a que el valor de "a" (profundidad del block de esfuerzos en compresión) abarca una parte del alma de la viga. ($a = 16.18 \text{ cm} > t = 10 \text{ cm.}$)

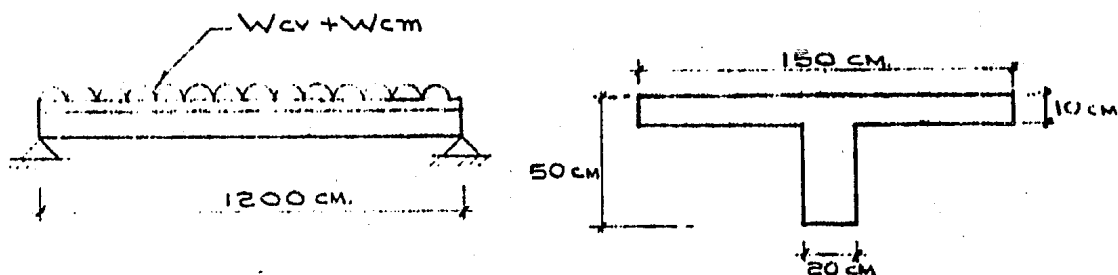
MOMENTO FLEXIONANTE

EJERCICIO F-7

Diseñar por flexión una viga de sección "T" que trabaja como rectangular.

DATOS:

Concreto $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 Momento último actuante $M_{ua} = 42.3 \text{ ton-m.}$



Resistencia del concreto a compresión:

$$f^*c = 200 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad f''c = 170 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCION:

- 1.- Como podemos observar se trata del mismo caso del ejemplo F-6, cambiando solamente el esfuerzo del concreto $f'c$.

$$M_u = 42.3 \text{ ton-m} = M_uR.$$

2.- Determinación de la forma en que trabaja la viga como T ó como rectangular.

A).- Suponiendo que la viga trabaja como rectangular:

- (1) Para vigas T aisladas $T \geq \frac{b'}{2}$; $b \leq 4b'$; tenemos $b=4b'$
 $b = 4(20) = 80 \text{ cm.}$ y consideremos un recubrimiento de 6.3 cm.
 $d = 50 - 6.3 = 43.70 \text{ cm.}$

$$\frac{M_uR}{bd^2} = \frac{42.3 \times 10^5}{80 \times 43.7^2} = 27.69 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

De la gráfica # 3 obtenemos $P = 0.008$; $P_{\text{mín}} < p < P_{\text{máx}} \therefore$ Correcto

$$P = \frac{A_s}{bd}; \quad A_s = 0.008 (80) (43.70) = 27.96 \text{ cm}^2$$

$$c = a b f''c; \quad c = T; \quad a b f''c = A_s f_y$$

$$T = A_s f_y$$

$$a = \frac{A_s f_y}{b f''c} = \frac{27.96 \times 4200}{80 (170)} = 8.63 \text{ cm} < t = 10 \text{ cm.}$$

Conclusión, como $a = 8.63 \text{ cm} < t = 10 \text{ cm}$, la sección geométrica "T" trabaja como viga rectangular.

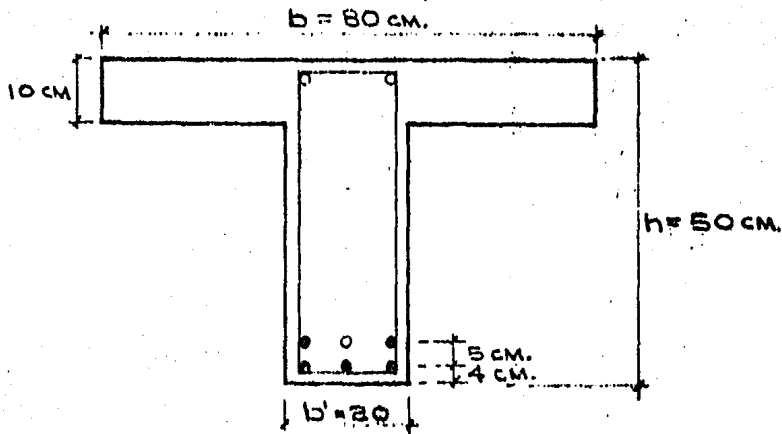
3.- Acero necesario en la sección.

El acero que se requiere es: $A_s = 27.96 \text{ cm}^2$

$$\begin{array}{l} \text{Colocando} \\ + 5 \text{ Vars. } \# 8; \quad A_s = 25.35 \text{ cm}^2 \\ + 1 \text{ Vars. } \# 6; \quad A_s = 2.85 \text{ cm}^2 \\ \hline A_s = 28.20 \text{ cm}^2 \end{array}$$

CONCLUSION.

Observamos que para las mismas condiciones del ejemplo F-6 pero con concreto de mayor resistencia, la sección ahora trabaja como rectangular ya que el eje neutro del diagrama esfuerzos deformaciones se corrió hacia el extremo superior de compresión, quedando dentro de los 10 cm., del patín de la viga ($a = 9.23 \text{ cm} < t = 10 \text{ cm}$).



SECCION TRABE

$$r_{\min} = \frac{3(5.07) \times 4 + 2(5.07)9 + 1(2.85)19}{5(5.07) + 2.85} = 6.30 \text{ cm} \therefore \text{correcto}$$

MOMENTO FLEXIONANTE

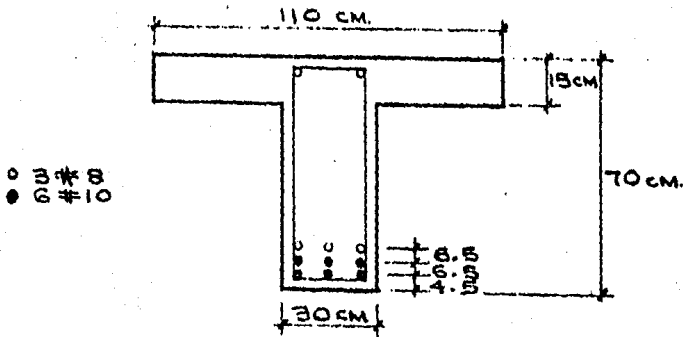
OBJETIVO

EJERCICIO F-8

Revisar el comportamiento de la sección mostrada en la figura y obtener el momento último resistente.

DATOS:

Concreto: $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero: $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 $A_s = 6 \# 10 + 3 \# 8 \text{ (} 62.73 \text{ cm}^2 \text{)}$
 Desprecie el acero en compresión.



Resistencia del concreto a compresión:

$$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCION

1.- Determinación del porcentaje de acero: y la forma en que trabaja la sección:

Para vigas T aisladas $b \leq 4b'$; si $b = 4b' = 4 \times 30 = 120 > 110$ cm.
 $\therefore b = 110$ cm.

$$t \geq \frac{b'}{2} \quad t = 15 \text{ cm} = \frac{b'}{2} = \frac{30}{2} = 15 \quad \therefore \text{Correcto}$$

El recubrimiento es:

$$r = (3(7.92) 4.5 + 3 (7.92) 11 + 3(5.07) 15.5) / 62.73 = 9.6 \text{ cm.}$$

$$d = h - r = 70 - 9.6 = 60.4 \text{ cm.}$$

$$\text{El porcentaje de acero es: } p = \frac{A_s}{bd} = \frac{62.73}{110 \times 60.4} = 0.0094$$

De la figura # 2, se observa que $P_{\min} < P < P_{\max}$ \therefore correcto.

$$C = T ; C = abf''c = T = Asfy$$

$$\therefore a = \frac{Asfy}{bf''c} = \frac{62.73 \times 4200}{110 \times 136} = 17.61 \text{ cm} > t = 15 \text{ cm.}$$

Como $a = 17.61 > t = 15$, la sección geométrica "T"

trabaja como viga "T"

2.- Análisis como viga "T"

$$A_{sp} = \frac{(b-b')t f''c}{f_y} = \frac{(110-30) \times 15 \times 136}{4200} = 38.86 \text{ cm}^2$$

A_{sp} = es el área de acero en tensión, necesaria para desarrollar la resistencia a compresión del patín de la viga.

El área de acero de la sección balanceada es:

$$A_{sb} = A_{sp} + \frac{4800}{6000 + f_y} \frac{f''c}{f_y} b'd = 38.86 + \frac{4800}{6000+4200} \times \frac{136}{4200} \times$$

$$A_{sb} = 66.47 \text{ cm}^2 \quad 30 \times 60.40$$

Como $A_s = 62.73 \text{ cm}^2 < A_{sb} = A_{s\max} = 66.47 \text{ cm}^2$, la sección tiene un comportamiento dúctil.

3.- Obtención de M_uR .

$$a = \frac{(A_s - A_{sp}) f_y}{b' f''c} = \frac{(62.73 - 38.86) \times 4200}{30 \times 136} = 24.57 \text{ cm.}$$

$$MuR = F.R. \left[Asp f_y (d-t/2) + (As - Asp) f_y (d-a/2) \right]$$

F.R. = 0.9 para elementos que trabajan a flexión.

$$MuR = 0.9 \left[38.86 \times 4200 \left(60.4 - \frac{15}{2} \right) + 23.87 \times 4200 \left(60.4 - \frac{24.57}{2} \right) \right]$$

$$MuR = 12\ 111\ 872\ \text{kg-cm.}$$

$$\underline{MuR} = 121.11\ \text{ton-m.}$$

CONCLUSION:

La viga "T" trabaja con sección "T", tiene un porcentaje de ace ro menor al porcentaje máximo, pero mayor al porcentaje mínimo, por lo que su comportamiento es de sección subreforzada. El mo mento último resistente de la viga es de 121.11 ton-m.

SOLUCION:

1.- Determinación del momento último actuante:

$M_{ua} = F.C. M_a$ donde F. C. = 1.4 para combinaciones de -
cargas permanentes con cargas
variables;

$$M_{ua} = 1.4 (27.6) = 38.64 \text{ ton-m.}$$

2.- Determinación del ancho del patín que trabaja a compresión:

$$b \leq \begin{cases} 16t + b' = 16 (15) + 25 = 265 \\ L/4 = 800/4 = \underline{200} \\ \text{c.a.c} = 500 \end{cases}$$

$$b = 200 \text{ cm.}$$

3.- Revisión si la viga trabaja como T ó como rectangular:

Suponiendo que la viga trabaja como rectangular.

Determinación del recubrimiento:

$$r = \frac{15.21 (4) + 10.14 (9)}{15.21 + 10.14} = 6 \text{ cm.} \quad ; \quad d = h-r = 50-6 = 44 \text{ cm.}$$

Determinación del porcentaje de acero

$$p = \frac{A_s}{b d} = \frac{25.35}{200 \times 44} = 0.0029 \quad (0.29\%)$$

de la figura 3 se observa que $P_{min} < p < P_{max}$ ∴ Correcto

$$a = \frac{A_s f_y}{b f' c} = \frac{25.35 \times 4200}{200 \times 170} = 3.13 \text{ cm.} < t = 15 \text{ cm.}$$

Como $a = 3.13 < t = 15 \text{ cm.}$; la sección geométrica "T"
trabaja como rectangular.

4.- Obtención del M_uR .

$$p = \frac{A_s}{b d} = 0.0029 \quad ; \quad \text{de la figura número 3 obtenemos:}$$

$$\frac{M_R}{b d^2} = 10 \quad M_R = 10 (200 \times 44^2) = 3872000 \text{ kg-cm.}$$

$$M_{uR} = M_R = 38.72 \text{ ton-m.}$$

CONCLUSION:

La viga tiene un porcentaje de acero adecuado, trabaja como viga rectangular y tiene un momento último resistente de 38.72 ton-m., igual al momento último actuante de 38.64 ton-m.

$$M_uR = 38.72 \text{ ton-m} = M_uA = 38.64 \text{ ton-m.}$$

MOMENTO FLEXIONANTE

EJERCICIO F-10

Revisar una viga de sección rectangular sujeta a flexión biaxial, empleando el método aproximado de Euler

DATOS:

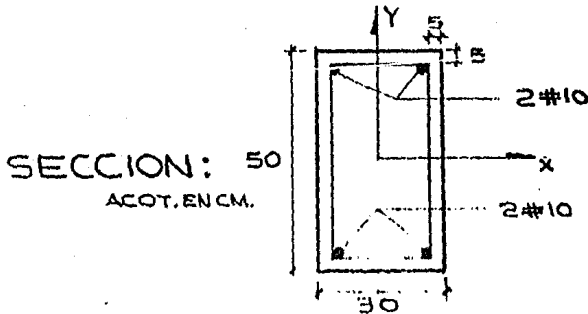
Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 Momentos últimos actuantes:

$M_{uax} = 6 \text{ ton-m}$

$M_{uay} = 4 \text{ ton-m}$

Area de acero

$A_s = 4 \text{ Vars. } \#10 \text{ (31.68 cm}^2\text{)}$



Resistencia del concreto a compresión:

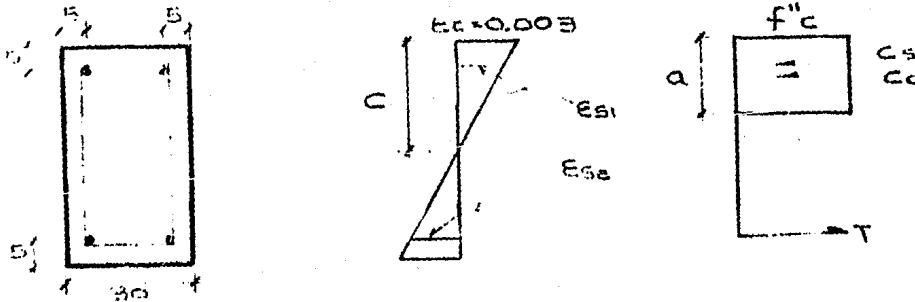
$$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCION

La ecuación de Euler $\frac{M_{uax}}{M'_{uRx}} + \frac{M_{uay}}{M'_{uRy}} \leq 1$

Donde M'_{uRx} es el momento último resistente de la sección con respecto a el eje "X", cuando el momento actuante en el eje "Y" es igual a cero, y M'_{uRy} es el momento último resistente con respecto a el eje "Y", cuando el momento último actuante en el eje "X" es igual a cero.

1.- Determinación de MÚRx (cuando Muay = 0)



ACOT. 1.33 CM.

Por tanteos: Suponiendo $C = 8.4 \text{ cm}$; $a = 0.8C = 6.72 \text{ cm}$
 Del diagrama de esfuerzo - deformación:

$$\epsilon_{s2} = \frac{\epsilon_c}{C} (d-C) = \frac{0.003}{8.4} (45-8.4) = 0.013 > \epsilon_y = 0.0021$$

$$\epsilon_{s1} = \frac{\epsilon_c}{C} (C-d') = \frac{0.003}{8.4} (8.4-5) = 0.0012 < \epsilon_y = 0.0021 \therefore \text{el}$$

acero en compresión no fluye.

$$f_{s1} = \epsilon_{s1} \times E = 0.0012 \times 2.1 \times 10^6 = 2520 \text{ kg/cm}^2$$

$$T = A_{s2} f_{s2} = 2 \times 7.92 \times 4200 = 66.5 \text{ ton}$$

$$C_s = A_{s1} f_{s1} = 2 \times 7.92 \times 2520 = 39.9 \text{ ton}$$

$$C_c = abf'c = 6.72 \times 30 \times 136 = 27.4 \text{ ton}$$

$T = 66.5 \approx C = 67.3 \text{ ton}$ por lo tanto el valor supuesto de "C" es correcto.

$$MÚRx = F.R. \left[C_s (d-d') + C_c \left(d - \frac{a}{2} \right) \right]$$

F.R. = 0.9 para elementos que trabajan a flexión

$$MÚRx = 0.9 \left[39.9 (45-5) + 27.4 \left(45 - \frac{6.72}{2} \right) \right] = 2463 \text{ ton-cm.}$$

$$MÚRx = 24.63 \text{ ton-m}$$

2.- Determinación de MÚRy (cuando Muax = 0)

Suponiendo $C = 7 \text{ cm}$; $a = 0.8 (7) = 5.6 \text{ cm}$.

$$Es_4 = \frac{0.003}{7} (25-7) = 0.0077 > 0.0021 \therefore fsy = fy$$

$$Es_3 = \frac{0.003}{7} (7-5) = 0.0009 < E'y = 0.0021 \therefore$$

El acero en compresión no fluye

$$fs_3 = Es_3 \times E = 0.0009 \times 2.1 (10)^6 = 1800 \text{ kg/cm}^2$$

$$T = As_4 fy = 15.84 \times 4200 = 66.5 \text{ ton}$$

$$Cs = As_3 fs_3 = 15.84 \times 1800 = 28.5 \text{ ton.}$$

$$Cc = abf''c = 5.6 \times 50 \times 136 = 38.1 \text{ ton.}$$

$C = 66.6 \text{ ton} \approx T = 66.5 \text{ ton}$; por lo tanto el valor supuesto de "C" es correcto.

$$M\acute{u}Ry = F.R. \left[Cs(d-d') + Cc(d-\frac{a}{2}) \right]$$

$$M\acute{u}Ry = 0.9 \left[28.5 (25-5) + 38.1 (25 - \frac{5.6}{2}) \right] = 1274 \text{ ton-cm.}$$

$$M\acute{u}Ry = 12.7 \text{ ton-m}$$

El m3todo de Euler da entre un 80 y 90% de aproximaci3n.

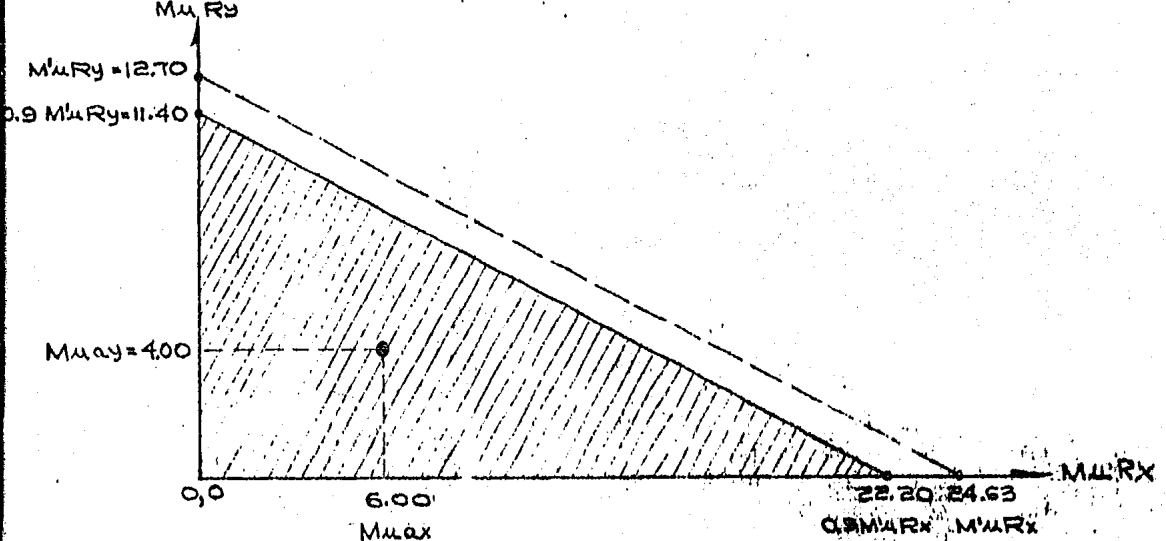
Considerando un 90% de aproximaci3n:

$$M\acute{u}Rx = 0.9 (24.63) = 22.2 \text{ ton-m}$$

$$M\acute{u}Ry = 0.9 (12.7) = 11.4 \text{ ton-m}$$

$$\frac{Mu_{ax}}{M\acute{u}Rx} + \frac{Mu_{ay}}{M\acute{u}Ry} = \frac{6}{22.2} + \frac{4}{11.4} = 0.62 < 1 \therefore \text{correcto}$$

Mu_{ay}



CONCLUSION:

La sección nos resiste las sollicitaciones de flexión biaxial a que esta sometida.

La resistencia de la viga a flexión biaxial, abarca toda las combinaciones de M_x con M_y que se encuentran dentro de el área sombreada.

MOMENTO FLEXIONANTE

EJERCICIO F-11

Revisar una sección de concreto reforzado sujeto a flexión, con eje de simetría vertical.

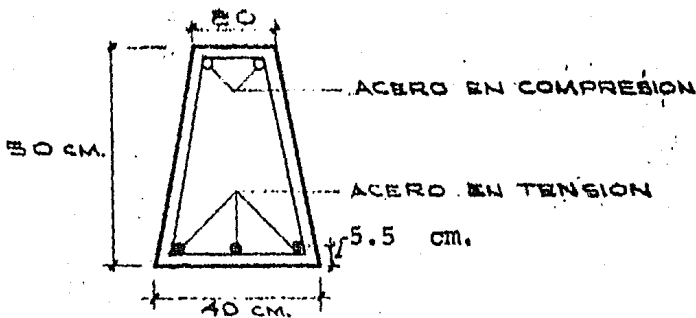
DATOS

Concreto $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Acero en tensión $A_s = 3 \text{ Vars. } \# 8 \text{ (15.21 cm}^2\text{)}$

No considerar los efectos del acero en compresión



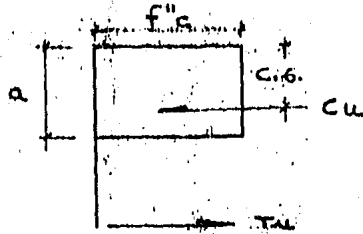
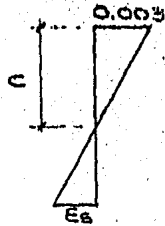
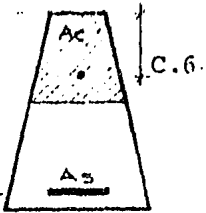
SECCION

Resistencia del concreto a compresión:

$$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2 ; f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCIÓN:

1.- Determinación de M_uR .



C.6. Distancia al centro de gravedad del trapecio de concreto a compresión.

Suponiendo que la sección es sobreforzada: $E_s = f_y$

$$\therefore T = A_s f_y = 15.21 \times 4200 = 63,882 \text{ kg.}$$

Por equilibrio de fuerzas $T = C = f''c A_c$

$$A_c = \frac{T}{f''c} = \frac{63,882}{136} = 469.72$$

$$A_c = \frac{20 + (20 + 0.4a)}{2} \times a = \frac{40 + 0.4a}{2} \times a = (20 + 0.2a) a$$

$$A_c = 0.2a^2 + 20a = 469.72 \quad ; \quad a^2 + 100a - 2348.6 = 0$$

$$a_{1,2} = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 + 4(2348.6)}}{2} \quad ; \quad a = 19.63 \text{ cm}$$

Revisión si la suposición se cumple:

$$c = \frac{a}{0.8} = \frac{19.63}{0.8} = 24.54 \text{ cm.} \quad ; \quad d - c = 44.5 - 24.54 = 19.96 \text{ cm.}$$

Por triángulos semejantes: $\frac{0.003}{E_s} = \frac{24.54}{19.96}$

$$E_s = \frac{0.003 \times 19.96}{24.54} = 0.0024 > E_y = 0.0021 \quad \therefore \text{Correcto.}$$

$$M_R \doteq T (d - C.6.) = 63,882 (44.5 - 10.35) = 2,181,570 \text{ kg-cm.}$$

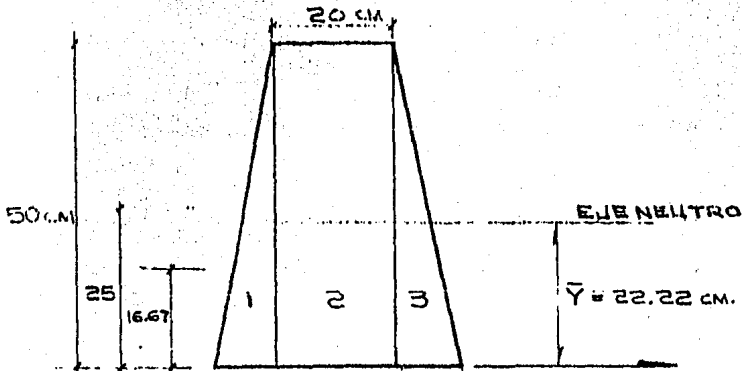
$$M_R = 21.81 \text{ ton-m.} \quad M_{uR} = F.RMR = 0.9 \times 21.81 = 19.63 \text{ ton-m.}$$

2.- Determinación del Refuerzo Mínimo

$M_{uR} \geq 1.5 \text{ Mag.}$ $\text{Mag} = \text{momento de agrietamiento}$

$$\text{Mag} = \bar{f} f \frac{I_{ag}}{Y} \quad ; \quad \bar{f} f = 2 \sqrt{f'c} = 2 \sqrt{200} = 28.28 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{Y} = \frac{2 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 50 \times \frac{1}{3} \times 50 + 20 \times 50 \times \frac{1}{2} \times 50}{250 \times 2 + 1000} = 22.22 \text{ cm.}$$



$$I_{ag} = \left[\frac{10 \times 50^3}{36} + \frac{1}{2} \times 10 \times 50 \times (5.55)^2 \right] \times 2 + \frac{20 \times 50^3}{12} + 20 \times 50 \times (2.78)^2$$

$$I_{ag} = 300,925.93 \text{ cm}^4$$

$$M_{ag} = 28.28 \times \frac{300925.93}{22.22} = 382,996.64 \text{ kg-cm.} = 3.83 \text{ ton-m.}$$

$$M_u R = 19.63 > 1.5 M_{ag} = 5.74 \text{ ton-m.}$$

∴ Cumple con el refuerzo mínimo

3.- Determinación del refuerzo máximo (falla balanceada)

Para una falla balanceada del diagrama de deformaciones:

$$\frac{0.003}{C_b} = \frac{0.003 + E_y}{d} ; \quad E_y = 0.0021 ; \quad d = 44.5 \text{ cm.}$$

$$C_b = \frac{44.5 \times 0.003}{0.003 + 0.0021} = 26.18 \text{ cm.}$$

$$ab = 0.8 C_b = 20.94 \text{ cm.}$$

Por equilibrio: $T = C$; $A_s b f_y = f'_c A_c$

$$A_c = 0.2 a_b^2 + 20 a_b = 0.20 \times 20.94^2 + 20 \times 20.94 = 506.50 \text{ cm}^2$$

$$A_s b' = \frac{f'_c A_c}{f_y} = \frac{136}{4200} \times 506.5 = 16.40 \text{ cm}^2$$

Como $A_s b' = 16.40 \text{ cm}^2 > A_s = 15.21$ la sección es subreforzada.

CONCLUSIONES:

La sección esta diseñada para resistir un MuR de 19.63 ton-m., cumple la condición para refuerzo mínimo y tiene una cuantía de acero inferior al máximo valor, por lo que es una sección subreforzada.

CAPITULO IV
FLEXOCOMPRESION

En este capítulo se presentan los procedimientos y especificaciones para determinar la resistencia de los elementos de concreto reforzado sujetos a la acción de carga axial y momento flexionante. Esta combinación de acciones se presenta de dos formas, que son:

- 1.- Flexocompresión axial.- La carga P esta aplicada sobre un eje de simetría de la sección figura F.C. 1
- 2.- Flexocompresión biaxial.- La carga P esta aplicada en un eje cualquiera figura F.C. 2.

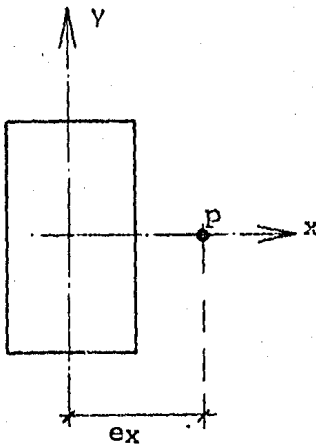


FIG. F.C. 1

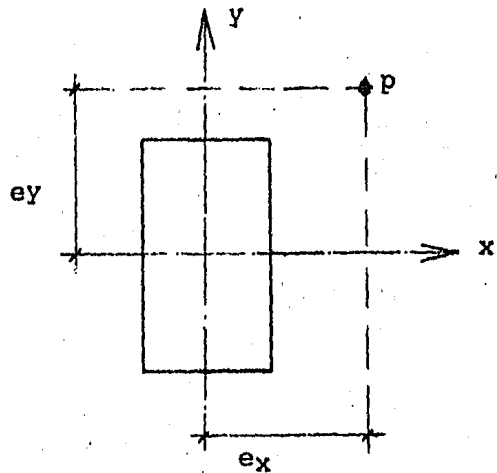


FIG. F.C. 2

De la ecuación de momento $M = P.e$, observamos que para algunas estructuras P y M varían en la misma proporción en una sección transversal dada, al variar las condiciones de carga externa. Esto equivale a afirmar que la excentricidad, e , permanece constante. Sin embargo, en otros casos P y M pueden variar en distinta forma y entonces e no es constante. Por lo tanto, un elemento puede alcanzar su resistencia bajo innumerables combinaciones de carga axial y momento flexionante. Estas combinaciones

Varían desde una carga axial máxima, P_o , de tensión ó compresión, y un momento nulo, hasta un momento M_o , aunado a una carga axial nula. El lugar geométrico de las combinaciones de carga axial y momento flexionante con la que un elemento puede alcanzar su resistencia se representa gráficamente por medio de un diagrama de interacción.

El diagrama de interacción se obtiene determinando varios puntos que lo definan. El procedimiento para encontrar un punto cualquiera esencialmente es el mismo usado en flexión para calcular las fuerzas de tensión y compresión una vez supuesta la profundidad del eje neutro, como se definió en el capítulo III. Sin embargo, no es necesario hacer varios tanteos hasta igualar dichas fuerzas, ya que en caso de que no sean iguales, la diferencia representa una fuerza normal, P , y el momento respecto a el eje geométrico representa el momento flexionante, M , que corresponde a el estado de deformaciones determinado por la profundidad supuesta del eje neutro.

Para determinar la resistencia de los elementos sometidos a flexocompresión biaxial, Bresler desarrolló la siguiente expresión:

$$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{P_x} + \frac{1}{P_y} - \frac{1}{P_o}$$

donde:

P_r = Carga normal máxima que actúa a excentricidades e_x y e_y

P_x = Carga normal máxima a una excentricidad e_x contenida en un plano de simetría ($e_y = 0$)

P_y = Carga normal máxima a una excentricidad e_y contenida en un plano de simetría ($e_x = 0$)

P_o = Carga axial máxima que puede resistir el elemento -----
($e_x = e_y = 0$)

La expresión propuesta por Bresler representa una familia de planos que aproximan los puntos de la superficie de interacción. Esta expresión es válida para valores de $P_r \leq 0.10 P_{oc}$, se utiliza para columnas rectangulares ó cuadradas y tiene 10% de error, -- aproximadamente.

EFECTO DE ESBELTEZ.

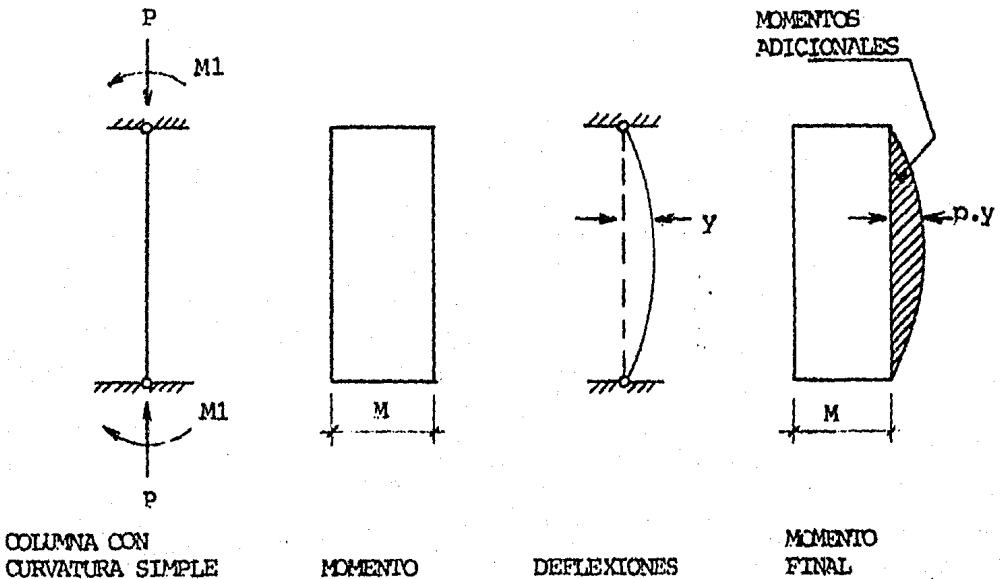
El efecto de esbeltez es la reducción de la resistencia de un elemento sujeto a flexocompresión, debido a que la longitud del elemento es grande en compresión con las dimensiones de su sección transversal.

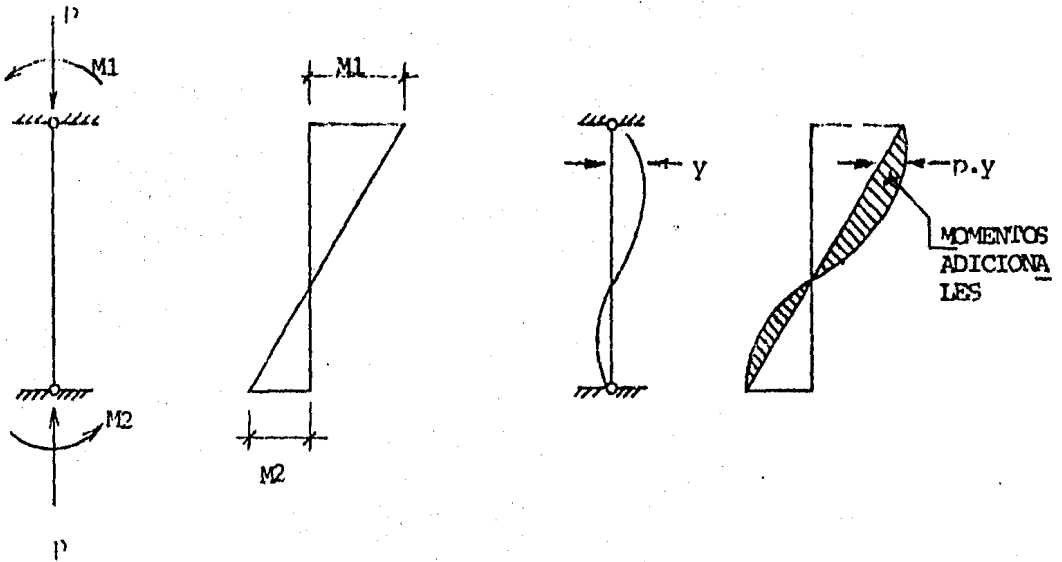
En columnas esbeltas el momento de diseño será igual al momento calculado en el análisis de la estructura más un momento adicional, producto de la deformación de la columna.

Las variables que influyen sobre la resistencia de una columna esbelta que forma parte de una estructura son:

- 1.- La rigidez a flexión de las trabes que restringen a la columna. Mientras mayor sea esta rigidez a flexión, es mayor el grado de empotramiento ó restricción de la columna en sus extremos y, por lo tanto, son menores las deflexiones de la columna y los momentos adicionales.
- 2.- Rigidez a flexión de la columna.- a mayor rigidez de la columna, su deflexión y momento adicional son menores.
- 3.- Relación de excentricidades en los dos extremos de la columna y tipo de curvatura.

La relación de excentricidades, ó sea, la relación entre los momentos en los dos extremos de la columna, influyen en la magnitud de las deflexiones y, por tanto, en los momentos adicionales por esbeltez. Con respecto al tipo de curvatura, para columnas con curvatura simple -- son mayores las deflexiones y momentos adicionales que -- para columnas con curvatura doble.





COLUMNA CON
CORVATURA
DOBLE

MOMENTOS

DEFLEXIONES

MOMENTOS
FINALES

- 4.- Desplazamiento lateral relativo entre los dos extremos de la columna.- Para marcos con desplazamiento lateral, los momentos adicionales son mayores que cuando los marcos no pueden desplazarse.
- 5.- Duración de la carga.- Cuando la carga actúa por un periodo prolongado de tiempo, las deflexiones aumentan por efecto de la contracción y el flujo plástico del concreto. Por lo tanto, aumenta también los momentos adicionales y la reducción de resistencia por efecto de esbeltez.

Criterios que marca el Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal para la clasificación de columnas y la obtención del factor de amplificación de momentos.

1.- Para miembros con extremos restringidos lateralmente:

Si $\frac{KH}{r} < 34-12 \left(\frac{M_1}{M_2}\right) \Rightarrow$ columna corta

Si $100 > \frac{KH}{r} > 34-12 \left(\frac{M_1}{M_2}\right) \Rightarrow$ columna esbelta

Si $\frac{KH}{r} > 100 \Rightarrow$ columna muy esbelta.

2.- Para miembros con extremos no restringidos:

- Si $\frac{KH}{r} < 22 \implies$ columna corta
- Si $100 > \frac{KH}{r} > 22 \implies$ columna esbelta
- Si $\frac{KH}{r} > 100 \implies$ columna muy esbelta.

Donde KH es la longitud efectiva de pandeo
 r es el radio de giro de la sección.

$M_1 < M_2$ son los momentos en los extremos de la columna, que incluyen las excentricidades accidentales para la condición más desfavorable.

- $(+ \frac{M_1}{M_2})$ Para curvatura simple
- $(- \frac{M_1}{M_2})$ Para curvatura doble.

Factor de amplificación de momentos (δ)

1.- Para miembros con extremos restringidos lateralmente:

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_c}} \geq 1.00 \quad C_m = 0.6 + 0.4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \geq 0.40$$

$$P_c = \frac{F_c R \sqrt{I}^2 EI}{(KH)^2}$$

$$EI = 0.40 \frac{E_c I}{(1 + \beta d)}$$

$$E_c = 10,000 \sqrt{f'_c}$$

I_g = inercia de la columna

β = Relación entre el máximo momento de diseño por carga muerta y el máximo momento de diseño total.

2.- Para miembros con extremos no restringidos lateralmente, se tomará el mayor valor que resulte la siguiente expresión, δ el obtenido por la expresión del inciso 1.

$$\delta = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_c}} \geq 1.00$$

Las sumas se refieren a todas las columnas del entrepiso.

La serie de ejercicios que a continuación se presenta se divide en dos partes:

I.- COLUMNAS CORTAS

- FC-1 Revisión de una columna de concreto reforzado sometido a flexocompresión axial, utilizando el método general.
- FC-2 Determinación del diagrama de interacción para una columna de sección rectangular.
- FC-3 Revisar una columna de sección rectangular, empleando las ayudas de diseño, sometida a flexocompresión axial.
- FC-4 Diseñar una columna de sección rectangular, empleando las ayudas de diseño, sometida a flexocompresión axial.
- FC-5 Revisar una columna de sección circular, empleando las -- ayudas de diseño.
- FC-6 Diseñar una columna de sección circular, empleando las -- ayudas de diseño.
- FC-7 Revisar una columna de sección rectangular, sometida a -- flexocompresión biaxial.

II.- COLUMNAS CON EFECTO DE ESBELTEZ.

- FC-8 Diseño de una columna sometida a flexocompresión axial, - de sección rectangular.
- FC-9 Diseño de una columna de concreto reforzado y sección circular.

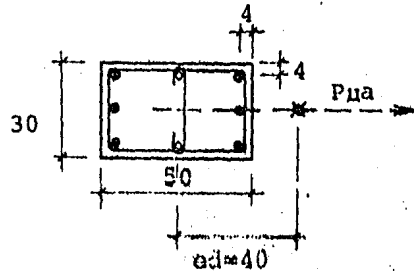
FLEXOCOMPRESION

EJERCICIO FC-1

Revisar la columna de concreto reforzado, aplicando el método general, sometida a efectos de flexocompresión axial.

DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 Carga muerta $Pcm = 20 \text{ ton}$
 Carga viva $Pcv = 12 \text{ ton}$
 Area de acero $6 \# 8 (30.42 \text{ cm}^2)$
 Excentricidad de diseño $ed = 40 \text{ cm}$.
 No considerar los efectos de las varillas que estan restringidas por la grapa



SECCION DE COLUMNA

Resistencia del concreto a compresión:

$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2$; $f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$

SOLUCION:

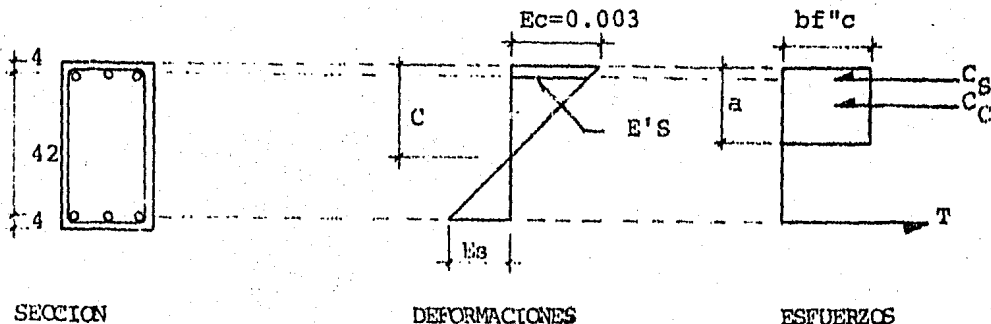
1.- Obtención de la carga y momento último actuante.

$Pua = F.C. (Pcm + Pcv) = 1.4 (20 + 12) = 44.80 \text{ ton}$.

F.C. = 1.4 para combinaciones de acciones permanentes con acciones variables.

$Mua = Pua \times ed = 44.80 \times 0.40 = 17.92 \text{ ton-m}$.

2.- Obtención de la carga y momento último resistente.



$$E's = \frac{0.003(C-4)}{C} \quad ; \quad Es = \frac{d \times 0.003}{C} - 0.003$$

Suponiendo $C = 27.9$ cm. ; $a = 0.8C = 0.8(27.9) = 22.32$ cm.

$$E's = \frac{0.003(27.9-4)}{27.9} = 0.0026 > Ey = 0.0021 \quad \therefore f's = fy$$

$$Es = \frac{46 \times 0.003}{27.9} - 0.003 = 0.0019 < Ey = 0.0021$$

$$fs = Es \times E = 0.0019 \times 2 \times 10^6 = 3892 \text{ kg/cm}^2$$

El acero en compresión fluye y el acero en tensión no llega a su límite de fluencia.

$$Cc = abf''c = 22.32 \times 30 \times 136 \times 10^{-3} = 91.07 \text{ ton-m.}$$

$$Cs = As fy = 3(5.07) \times 4200 \times 10^{-3} = 63.88 \text{ ton-m.}$$

$$-T = -Asfs = -3(5.07) \times 3892 \times 10^{-3} = -59.20 \text{ ton-m.}$$

FUERZA (Ton.)	BRAZO (m)	MOMENTO (Ton-m)
$Cc = +91.07$	0.1384	12.60
$Cs = +63.88$	0.210	13.41
$T = -59.20$	-0.210	12.43
$P = 95.75$		$M = 38.44$

$$PuR = F.R.P = 0.85 \times 95.75 = 81.388 \text{ ton}$$

$$MuR = F.R.M = 0.85 \times 38.44 = 32.674 \text{ ton-m.}$$

$$euR = \frac{MuR}{PuR} = \frac{32.674}{81.388} = 0.4015 \text{ m} = 40.15 \text{ cm.}$$

$$euR = 40.15 \text{ cm} \doteq ed = 40 \text{ cm.} \quad \therefore \text{el valor supuesto de}$$

$C = 27.9$ cm. es correcto.

La resistencia de los elementos de concreto sometidos a flexo-compresión se reduce en el 15%, esto es, el factor de reducción F.R. = 0.85.

CONCLUSIONES:

El método general consiste en asignar valores a C determinado el momento, la carga y su excentricidad para cada valor hasta igualar la excentricidad calculada con la excentricidad de diseño, - para ese valor la carga y el momento son los que resiste la sección.

 $P_{uR} = 81.39 \text{ ton}$

>

 $P_{uA} = 44.80 \text{ ton}$ $M_{uR} = 32.67 \text{ ton}$

>

 $M_{uA} = 17.92 \text{ ton-m}$

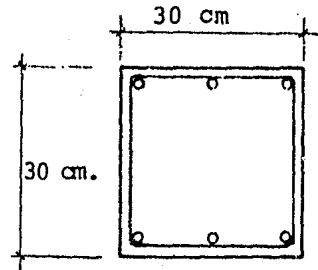
FLEXO COMPRESION

EJERCICIO FC-2

Determinar el diagrama de Interacción de una columna de concreto reforzado y sección rectangular.

DATOS

Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 $As = 6 \text{ Vars. } \# 6 (17.1 \text{ cm}^2)$



SECCION DE COLUMNA

Resistencia del concreto a compresión:

$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2$; $f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$

SOLUCION:

Nos limitaremos a la obtención de 7 puntos de la gráfica:

1.- Carga axial de compresión que resiste la sección "Poc".

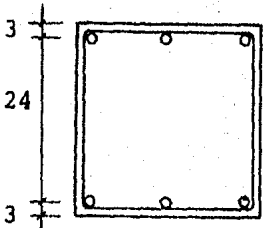
$Poc = Agf''c + Asfy = 900 (136) + 17.1(4200) = 194220 \text{ kg.}$

$Poc = 194.2 \text{ ton.}$

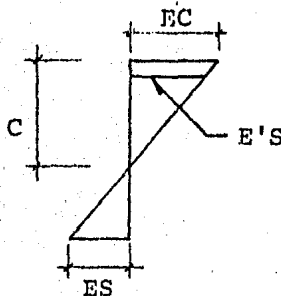
2.- Carga axial de tensión que resiste la sección "Pot".

$Pot = Asfy = 17.1(4200) = 71840 \text{ kg} = 71.8 \text{ ton.}$

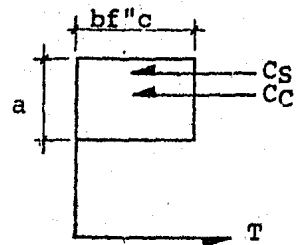
3.- Obtención de la condición balanceada (Pb y Mb)



SECCION



DEFORMACIONES



ESFUERZOS

$$E's = \frac{E_x (C-r)}{C} \text{ --- (1) ; } E_s = \frac{dE_c}{C} - E_c \text{ --- (2)}$$

$$E's = \frac{0.003 (C-3)}{C} \text{ ; } E_s = \frac{27 (0.003)}{C} - 0.003$$

$$C_b = C, \text{ de la ecuación (2) } C_b = \frac{dE_x}{E_s + E_c}$$

Como para la condición balanceada el acero en tensión fluye, tenemos que $E_s = E_y = 0.0021$.

$$C_b = 27 (0.003) / (0.0021 + 0.003) \text{ ; } c_b = 15.88 \text{ cm.}$$

$$ab = 0.8 C_b = 0.8 \times 15.88 = 12.70 \text{ cm.}$$

$$E's = 0.003 (15.88 - 3) / 15.88 = 0.0024 \text{ } E_y = 0.0021 \text{ } \therefore \text{ el}$$

acero en compresión fluye y $f's = f_y$

$$C_s = A's f's = 8.55 \times 4200 = 35910 \text{ kg} = 35.9 \text{ ton.}$$

$$C_c = ab \times b \times f''c = 12.7 \times 30 \times 136 = 51816 \text{ kg} = 51.8 \text{ ton.}$$

$$T = A_s f_y = 8.55 \times 4200 = 35910 \text{ kg} = 35.9 \text{ ton.}$$

FUERZA (TON)	BRAZO (CM.)	MOMENTO (TON-CM)
+Cc=51.80	(30/2)-(12.7/2)	448.07
+Cs=35.90	(30/2)-3	430.80
-T =35.90	- (30/2)-3	430.80
Pb =51.80		1309.67

$$P_b = 51.80 \text{ ton ; } M_b = 13.09 \text{ ton-m.}$$

4.- Para un valor de $C = 3 \text{ cm.}$, no trabaja el acero en compresión y el acero en tensión fluye.

$$C_c = ab f''c = 0.8 \times 0.3 (30 (136)) = 9792 \text{ kg} = 9.79 \text{ ton.}$$

$$T = A_s f_c = 8,55 (4200) = 35910 \text{ kg} = 25.91 \text{ ton.}$$

$$C_s = 0$$

FUERZA (TON)	BRAZO (CM)	MOMENTO (TON-CM)
Cs = 9.79	(30/2)-(3x.8/2)	135
T= - 35.91	- [(30/2) 03]	431
P1 = 26.12		M1 = 566

$$(P_1 = - 26.12 \text{ ton. } M_1 = 5.66 \text{ ton-m}).$$

5.- Para un valor de $C = 20$ cm. ; $a = 16$ cm.

$$E's = \frac{0.001(20-3)}{20} = 0.0026 > E_y = 0.0021 \quad \therefore \text{fluye el acero de compresión.}$$

$$f's = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = \frac{0.081}{20} = 0.003 = 0.0011 < E_y = 0.0021 \quad \therefore \text{no fluye el acero en tensión.}$$

$$f_s = E_s \times E = 0.0011(2 \times 10^6) = 2100 \text{ kg/cm}^2$$

$$C_c = abf''c = 16(30)(136) = 65,280 \text{ kg} = 65.28 \text{ ton.}$$

$$C_s = Asf_y = 8.55(4200) = 35,910 \text{ kg} = 35.91 \text{ ton.}$$

$$-T = Asf_s = 8.55(2100) = -17,955 \text{ kg} = -17.96 \text{ ton.}$$

FUERZA (TON)	BRAZO (M)	MOMENTO (TON-M)
+Cc=65.28	(0.15-0.08)	4.57
+Cs=35.91	(0.15-0.03)	4.31
-T = -18.85	-(0.15-0.03)	2.26
P2 = 82.34		M2 = 11.14

6.- Para un valor de $C = 27$ cm, no trabaja el acero en tensión y el acero en compresión fluye; $a = 0.8 C = 0.8 \times 27 = 21.6$ cm.

$$C_c = 21.6(30)(136) = 88128 \text{ kg} = 88.13 \text{ ton.}$$

$$C_s = 8.55(4200) = 35910 \text{ kg.} = 35.91 \text{ ton}$$

$$T = 0$$

FUERZA (TON)	BRAZO (M)	MOMENTO (TON-M)
+Cc=88.13	(0.15-0.108)	3.70
+Cs=35.91	(0.15-0.03)	4.31
P3 = 124.04		M3 = 8.01

7.- Para un valor de $C = 6$ cm. ; $a = 4.80$

$$E's = \frac{0.003(6-3)}{6} = 0.0015 < E_y = 0.0021$$

$$f's = E's \times E = 0.0015 (2 \times 10^6) = 3000 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = \frac{0.081}{6} - 0.003 = 0.0105 > E_y = 0.0021 \therefore f_s = f_y$$

$$+C_s = A_s f's = 8.55 \times 3000 = 25650 \text{ kg} = 25.65 \text{ ton}$$

$$+C_c = abf''c = 4.8 \times 30 \times 136 = 19584 \text{ kg} = 19.58 \text{ ton}$$

$$-T = A_s f_y = 8.55 \times 4200 = -35910 \text{ kg} = -35.91 \text{ ton.}$$

FUERZA (TON)	BRAZO (M)	MOMENTO (TON-M)
+Cc = +19.58	+(0.15-0.024)	2.47
+Cs = +25.65	+(0.15-0.03)	3.08
- T = -35.91	-(0.15-0.03)	4.31
P4 = 9.32		M4 = 9.86

PUNTO	CARGA TON	MOMENTO TON-M
Poc	+194.20	00.00
PoT	- 71.80	00.00
Cb	+ 51.80	13.09
C1	- 26.12	5.66
C2	+ 82.34	11.14
C3	+124.04	8.01
C4	+ 9.32	9.86

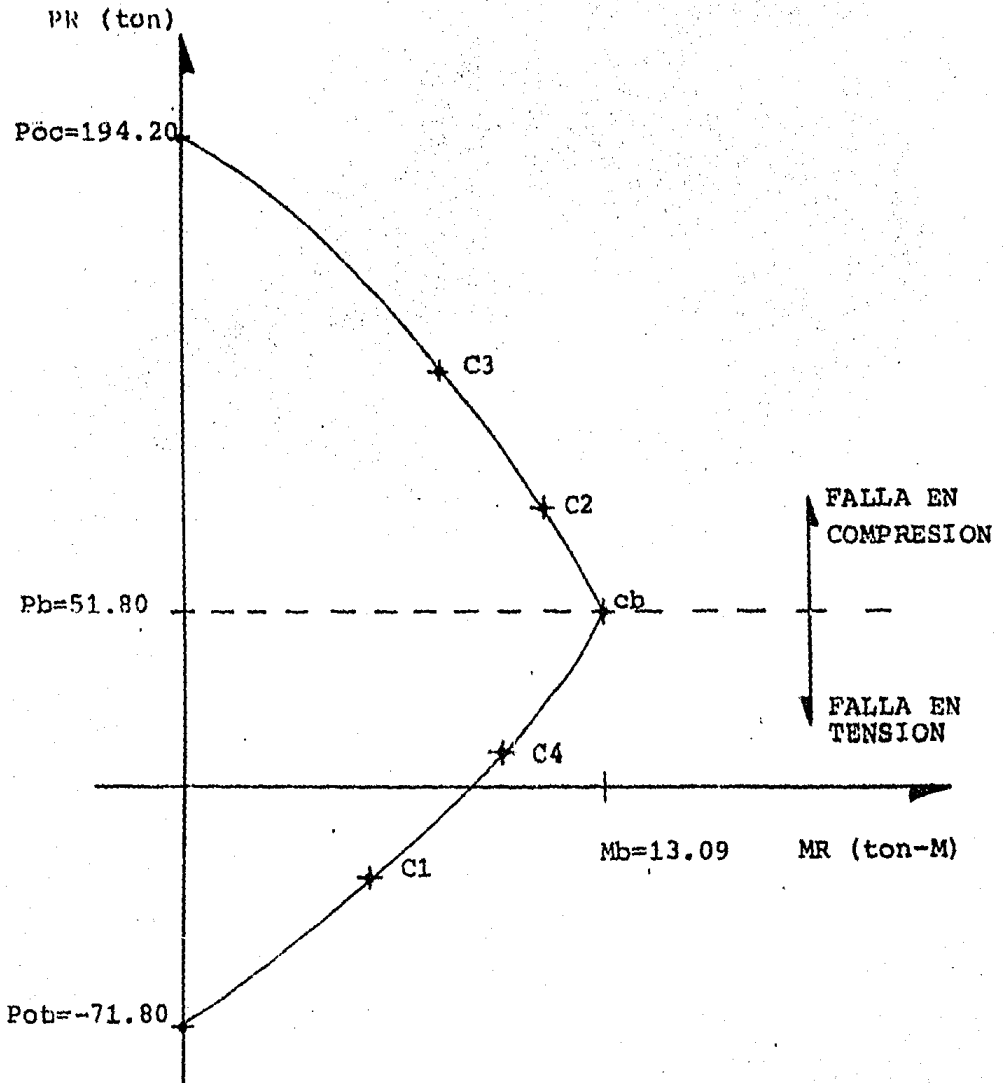


DIAGRAMA DE INTERACCION

CONCLUSION:

El diagrama de interacción es el lugar geométrico de las combinaciones de carga y momento que resiste la sección.

Los valores de PR y MR que se obtienen el diagrama de interacción, se deben multiplicar por un factor de reducción F.R. = 0.85 para obtener la resistencia última de la columna.

La condición balanceada divide el diagrama de interacción en dos zonas:

- 1.- Zona de flexocompresión, corresponde a los puntos del diagrama que se encuentra entre Poc y Cb.
- 2.- Zona de flexotensión, comprendida entre Pot y Cb.

FLEXOCOMPRESION

EJERCICIO FC-3

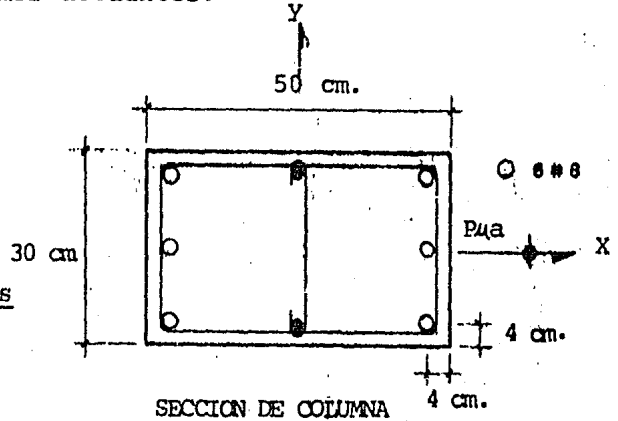
Determinar la carga axial última resistente y momento último resistente de una columna de concreto reforzado empleando los diagramas de interacción de las ayudas de diseño y compararlos con los elementos mecánicos últimos actuantes.

DATOS:

Concreto: $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero : $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$M_{ua} = 17.92 \text{ ton-m}$
 $P_{ua} = 44.80 \text{ ton-m}$

No considerar los efectos de las varillas que están res



Resistencia del concreto a compresión:

$$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCION:

1.- Determinación de la excentricidad de diseño "ed"

$$M = P \cdot e \quad ; \quad e = \frac{M}{P}$$

$$e_{ua} = ed = \frac{M_{ua}}{P_{ua}} = \frac{17.92}{44.80} = 0.40 \text{ mts.}$$

2.- Determinación de P_{uR} y M_{uR}

$$\frac{d}{h} = \frac{46}{50} = 0.92 \Rightarrow \text{utilizar la figura \# 5 de las ayudas de dise\~no.}$$

$$\frac{ed}{h} = \frac{40}{50} = 0.80$$

$$P = \frac{A_s}{bh} = \frac{6(5.07)}{30 \times 50} = 0.0203$$

$$q = P \frac{f_y}{f''c} = 0.0203 \frac{4200}{136} = 0.6263$$

De la figura # 5 obtenemos:

$$K = 0.47$$

$$R = 0.375$$

$$\therefore P_{uR} = K F.R. bh f''c = 0.47 \times 0.85 \times 30 \times 50 \times 136 = 81.49 \times 10^3 \text{ kg.}$$

$$M_{uR} = R F.R. b h^2 f'' c = 0.375 \times 0.85 \times 30 \times (50)^2 \times 136 = 32.51 \times 10^5$$

kg-cm.

$$P_{uR} = 81.49 \text{ ton} > P_{ua} = 44.80 \text{ ton}$$

$$M_{uR} = 32.51 \text{ ton-m} > M_{ua} = 17.92 \text{ ton-m.}$$

CONCLUSION:

La columna resiste los elementos mecánicos a que es sometida.

La carga y momento resistente obtenidos de las ayudas de diseño son iguales a los valores obtenidos por el método general del ejercicio FC-1.

$$P_{uR} = 81.49 \text{ } \hat{=} \text{ } P_{uR} = 81.39 \text{ ton.}$$

$$M_{uR} = 32.51 \text{ } \hat{=} \text{ } M_{uR} = 32.67 \text{ ton-m.}$$

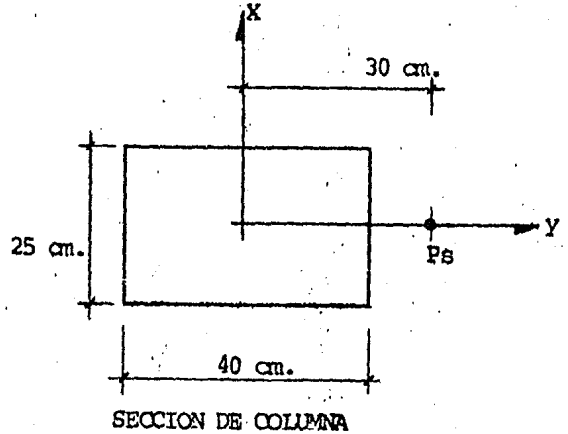
FLEXOCOMPRESION

EJERCICIO FC-4

Diseñar una columna de concreto reforzado y sección rectangular sometida a flexocompresión axial.

DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 Carga de servicio $P_s = 30 \text{ ton}$
 Momento de servicio $M_s = 9 \text{ ton-m}$



Resistencia del concreto a compresión:

$$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2 ; \quad f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCIÓN:

- 1.- Obtención de la excentricidad de diseño: "ed"
 excentricidad de diseño = excentricidad calculada + excentricidad accidental.

La excentricidad accidental tomará el mayor valor que resulte de las siguientes expresiones:

$$e_{acc.} > \begin{cases} 0.05 h = 0.05 (40) = 2 \text{ cm.} \\ \underline{2 \text{ cm.}} \end{cases}$$

$$ed = e_{calc.} + e_{acc.} = \frac{M_s}{P_s} + e_{acc.} = \frac{9}{30} + 0.02 = 0.32 \text{ m.}$$

- 2.- Obtención de P_{ua} y M_{ua}

$$P_{ua} = F.C. (P_s) = 1.4 (30) = 42 \text{ ton}$$

$$M_{ua} = P_{ua} \times ed = 42 (0.32) = 13.44 \text{ ton-m.}$$

3.- Obtención de As

Suponiendo un recubrimiento de 3 cm.

$$d = h - r = 40 - 3 = 37$$

$$\frac{d}{h} = \frac{37}{40} = 0.925 \Rightarrow \text{utilizar figura \# 5}$$

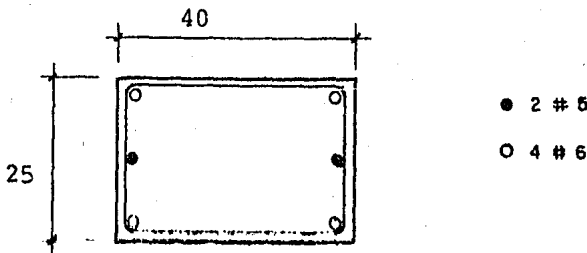
$$K = \frac{Pua}{F.R.bhf''c} = \frac{42 \times 10^3}{0.85(25)(40)(136)} = 0.36$$

$$R = \frac{Mua}{F.R.bh^2f''c} = \frac{13.44 \times 10^5}{0.85(25)(40)^2(136)} = 0.29$$

$$q = 0.44$$

$$p = \frac{qf''c}{fy} = \frac{0.44(136)}{4200} = 0.0142$$

$$As = PA_g = 0.0142(25)(40) = 14.25 \text{ cm con 4 Vars. \# 6 + 2 Vars. \# 5 } As = 15.38 \text{ cm}^2,$$



SECCION DE COLUMNA

CONCLUSION:

La columna requiere de 4 varillas del # 6 más 2 # 5 para resistir las sollicitaciones a que se somete,

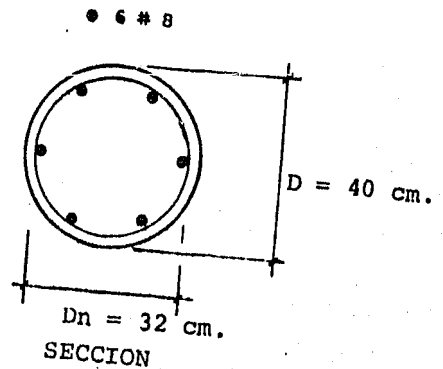
FLEXOCOMPRESION

EJERCICIO FC-5

Revisar una columna de sección circular sometida a flexocompresión axial, utilizando los diagramas de interacción.

DATOS:

Concreto : $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero : $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 Recubrimiento $r_T = 4 \text{ cm.}$
 Excentricidad $e_d = 20 \text{ cm.}$
 Area de acero $A_s = 30.42 \text{ cm}^2$



CONSTANTES DE CALCULO:

$$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCION:

$$\frac{D_n}{D} = \frac{32}{40} = 0.80 \rightarrow \text{utilizar la figura \#14 de las ayudas de dise\~{n}o:}$$

$$\frac{e_d}{D} = \frac{20}{40} = 0.5$$

$$P = \frac{4(30.42)}{\pi(40)^2} = 0.0242$$

$$q = 0.0242 \left(\frac{4200}{136} \right) = 0.75$$

De la fig. # 14

$$R = 0.215$$

$$K = 0.425$$

$$K = \frac{PqR}{F.R.D^2F''c} \quad ; \quad PqR = 0.425(0.85)(40)^2(136) = 78,608 \text{ kg.}$$

$$PqR = 78.61 \text{ ton.}$$

$$R = \frac{M_{uR}}{F.R.D^3 f''c} \quad ; \quad M_{uR} = 0.215(0.85)(40)^3(136) = 1'590,656 \text{ kg-cm}$$

$$M_{uR} = 15.91 \text{ ton-m.}$$

CONCLUSION:

La sección resiste una carga última de 78.61 ton y un momento último de 15.91 ton-m., para una excentricidad de diseño de 20 cm.

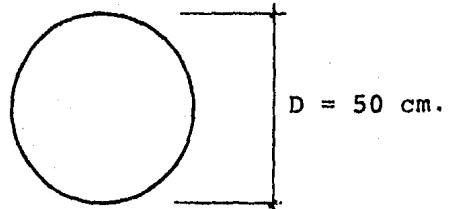
FLEXOCOMPRESION

EJERCICIO FC-6

Diseñar una columna de sección circular sujeta a flexocompresión axial utilizando los diagramas de interacción de las ayudas de diseño.

DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 Carga muerta $P_{cm} = 50 \text{ ton.}$
 Carga viva $P_{cv} = 25 \text{ ton.}$
 Excentricidad e calc. = 15 cm.



SECCION

Resistencia del concreto a compresión.

$$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCION:

1.- Obtención de la excentricidad de diseño "ed".

$$e \text{ acc. } \geq \begin{cases} 0.05 D = 0.05(50) = \underline{2.5 \text{ cm}} \\ 2 \text{ cm.} \end{cases}$$

$$ed = e \text{ calc. } + e \text{ acc. } = 15 + 2.5 = 17.5 \text{ cm.}$$

2.- Obtención de P_{ua} y M_{ua}

$$P_{ua} = F. C. (p_{cm} + P_{cv}) = 1.4 (50+25) = 105 \text{ ton}$$

$$M_{ua} = P_{ua} \times ed = 105 \times 0.175 = 18.4 \text{ ton-m.}$$

3.- Obtención del acero requerido.

Suponiendo un recubrimiento de 3 cm., y un zuncho de confinamiento, tenemos que:

$$D_n = D - r = 50 - (3)2 = 44 \text{ cm}$$

$$\frac{D_n}{D} = \frac{44}{50} = 0.88 \pm 0.9 \quad \therefore \text{Utilizaremos la figura \# 12 de las ayudas de diseño.}$$

$$\frac{e_d}{D} = \frac{17.5}{50} = 0.35$$

$$K = \frac{P_{ua}}{F.R.D^2 f''c} = \frac{105 \times 10^3}{0.85 \times (50)^2 \times 136} = 0.36$$

$$R = \frac{M_{ua}}{F.R.D^3 f''c} = \frac{18.4 \times 10^5}{0.85 \times (50)^3 \times 136} = 0.13$$

De la figura 12 encontramos que $q = 0.25$

$$P = \frac{q f''c}{f_y} = \frac{0.25 \times 136}{4200} = 0.0081 > P_{\min} = \frac{20}{f_y} = \frac{20}{4200} = 0.0048$$

$$P = \frac{A_s}{A_g} \quad ; \quad A_s = P A_g = \frac{0.0081 \times \pi \times (50)^2}{4} = 15.90 \text{ cm}^2$$

$$\text{Con 6 Vars. \# 6 } A_s = 17.10 \text{ cm}^2 > A_s \text{ requerido} = 15.90 \text{ cm}^2$$

\therefore Correcto.

CONCLUSION:

La columna requiere de 6 Vars. # 6 para resistir las sollicitaciones indicadas. El porcentaje de acero es mayor que el mínimo y menor que el máximo: $P_{\min} = 0.0048 < P = 0.0081 < P_{\max} = 0.08$.

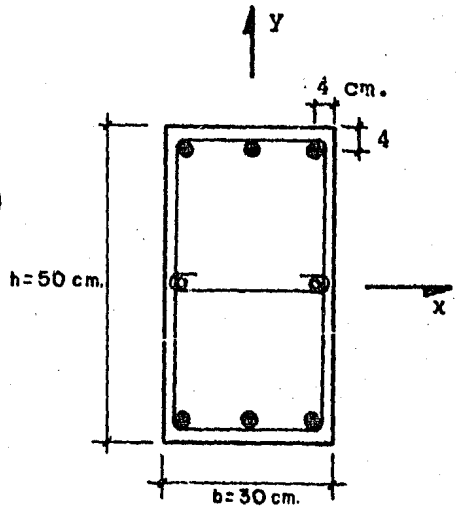
FLEXOCOMPRESION

EJERCICIO FC-7

Determinar la carga última resistente de una columna de sección rectangular sometida a flexión biaxial utilizando el método de Bresler.

DATOS:

Concreto $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 Area de acero $A_s = 6 \text{ Vars. \#8 } (30.42 \text{ cm}^2)$
 Excentricidad e calc. $y = 30 \text{ cm.}$
 Despreciar el efecto de las varillas que estan restringidas por la grapa.
 Excentricidad e calc. $x = 10 \text{ cm.}$



SECCION DE COLUMNA

Resistencia del concreto a compresión:

$$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCION:

1.- Determinación de e_{dx} y e_{dy} .

$$e_{acc. \ x} > \begin{cases} 2 \text{ cm} = \underline{2 \text{ cm}} \\ 0.05b = 0.05 (30) = 1.5 \text{ cm.} \end{cases}$$

$$e_{acc. \ y} > \begin{cases} 2 \text{ cm.} \\ 0.05h = 0.05 (50) = \underline{2.5 \text{ cm}} \end{cases}$$

$$e_{dx} = e_{calc. \ x} + e_{accx} = 10 + 2 = 12 \text{ cm.}$$

$$e_{dy} = e_{calc. \ y} + e_{accy} = 30 + 2.5 = 32.5 \text{ cm.}$$

2.- Determinación de P_{oc} .

$$P_{oc} = F.R. (A_g f''c + A_s f_y) = 0.85 \left[(30 \times 50 \times 136) + (30.42 \times 4200) \right]$$

$$P_{oc} = 282,000 \text{ kg} = 282 \text{ ton.}$$

3.- Determinación de $PuRy$

$$d = h - r = 50 - 4 = 46 \text{ cm.} ; \frac{d}{hy} = \frac{46}{50} = 0.92 \quad \text{utilizar fig. \#5}$$

$$P = \frac{As}{bh} = \frac{30.42}{50 \times 30} = 0.0203 ; \quad q = P \frac{fy}{f'c} = 0.0203 \frac{4200}{136} = 0.626$$

$$\frac{qdy}{h} = \frac{32.5}{50} = 0.65 \quad \therefore K = 0.55 ; R = 0.355$$

$$PuRy = K F.R.bhf'c = 0.55 \times 0.85 \times 30 \times 50 \times 136 = 95.37 \times 10^3 \text{ kg.}$$

4.- Determinación de $PuRx$

$$q = 0.626 ; \quad \frac{d}{b} = \frac{26}{30} = 0.866 \approx 0.85 ; \quad \frac{edx}{b} = \frac{12}{30} = 0.40$$

Para fines prácticos, la distribución del acero en la columna se considerará similar al de la figura # 10.

$$K = 0.64$$

$$PuRx = K F.R.bhf'c = 0.64 \times 0.85 \times 50 \times 30 \times 136 = 110.97 \times 10^3 \text{ kg.}$$

$$PuRx = 110.97 \text{ ton.}$$

5.- Determinación de PuR .

$$\frac{1}{PuR} = \frac{1}{PuRx} + \frac{1}{PuRy} - \frac{1}{Poc}$$

$$\frac{1}{PuR} = \frac{1}{110.97} + \frac{1}{95.37} - \frac{1}{282} = 0.0160$$

$$PuR = 62.69 \text{ ton.}$$

6.- Revisión de limitaciones:

$$PuR = 62.69 > 0.10 Poc = 0.10 \times 282 = 28.20 \text{ ton} \quad \text{correcto}$$

7.- Determinación de $MuRx$ y $MuRy$

$$MuRx = PuR \times e \text{ calc. } y = 62.69 \times 0.30 = 18.80 \text{ ton-m.}$$

$$MuRy = PuR \times e \text{ calc. } x = 62.69 \times 0.10 = 6.27 \text{ ton-m.}$$

Considerando que la fórmula de Bresler tiene un 10% de error:

$$P_uR = 0.9 \times 62.69 = 56.42 \text{ ton}$$

$$M_uRx = 0.9 \times 18.80 = 16.92 \text{ ton-m.}$$

$$M_uRy = 0.9 \times 6.27 = 5.64 \text{ ton-m}$$

CONCLUSION:

La sección resiste una $P_uR = 56.42 \text{ ton}$, $M_uRx = 16.92 \text{ ton-m}$ y un $M_uRy = 5.64 \text{ ton-m}$.

Al determinar los M_uRx , y se tomó la excentricidad calculada "e calc.", lo que nos proporciona un factor de seguridad mayor.

FLEXOCOMPRESION

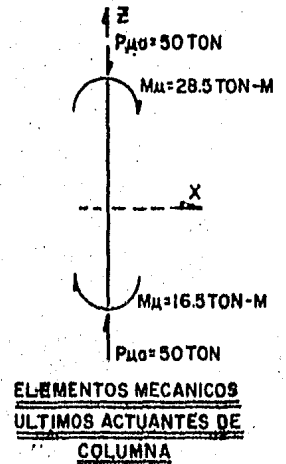
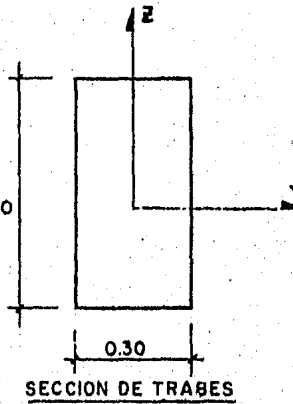
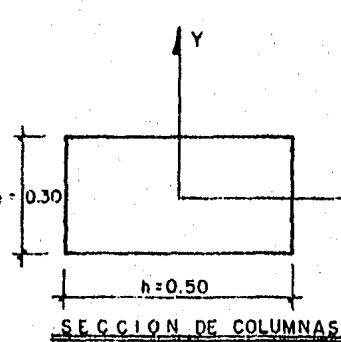
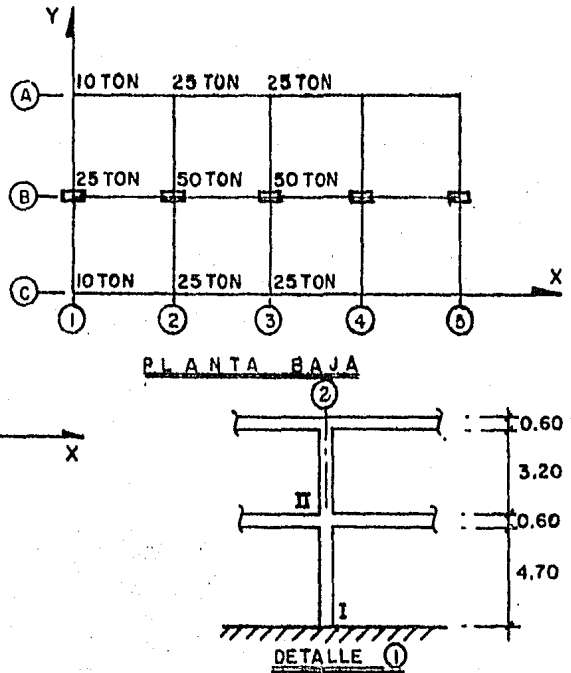
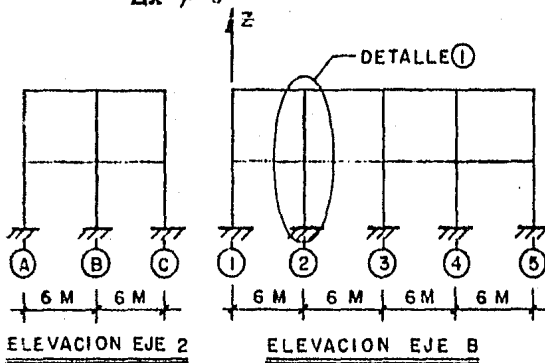
EJERCICIO FC-8

Diseñar la columna de concreto reforzado que se localiza en la intersección de los ejes ② - ③ de la planta baja, sometida a efectos de flexocompresión axial.

DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 $P_{ua} = 50 \text{ ton}$
 $Bd = 0.6$ (constante)

$\Delta x \neq 0$



Resistencia del concreto a compresión:

$$f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

SOLUCION:

1.- Clasificación de la columna:

$$H = 4.70 \text{ mts.} = 470 \text{ cm.}$$

$$r = 0.3 h = 0.3 \times 50 = 15 \text{ cm.}$$

$$I_c = \frac{30 \times 50^3}{12} = 312,500 \text{ cm}^4 \quad ; \quad I_t = \frac{30 \times 60^3}{12} = 540,00 \text{ cm}^4$$

$$\sum 1 \left(\frac{I}{HI} \right) \text{ columnas} = \frac{312500}{470} + \frac{312500}{320} = 1641.5 \text{ cm}^3$$

$$\sum 2 \left(\frac{I}{L} \right) \text{ trabes} = \frac{2 \times 540000}{600} = 1800 \text{ cm}^3$$

Nudo I $\Psi = 0$ por ser empotramiento

$$\text{Nudo II} \quad \Psi = \frac{\sum 1}{\sum 2} = \frac{1641.5}{1800} = 0.912$$

De la figura 16 de las ayudas de diseño, en el nonograma (b). obtenemos $K = 1.13$

$$\frac{KH}{r} = \frac{1.13 \times 470}{15} = 35.40 \text{ cm.}$$

Como $22 < \frac{KH}{r} = 35.40 < 100$ la columna es esbelta.

2.- Determinación del factor de amplificación de momentos:

Para miembros con extremos no restringidos lateralmente el factor de amplificación de momentos será el mayor valor que resulte de las expresiones siguientes:

$$\delta = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_c}} \geq 1.00 \quad \dots \quad 2.1$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_c}} \geq 1.00 \quad \dots \quad 2.2$$

$$\text{donde} \quad P_c = \frac{F.R. \cdot \pi^2 EI}{(KH)^2}$$

La ecuación 2.2 considera la columna con extremos restringidos.

2A).- Aplicando la ecuación 2.1 tenemos:

$$\sum P_{ua} = 3 \times 50 + 8 \times 25 + 4 \times 10 = 390 \text{ ton.}$$

Para las columnas de ejes 2, 3 y 4

$$P_c = \frac{F \cdot R \sqrt{I}^2 EI}{(KH)^2} ; \quad EI = 0.4 \frac{E_c I}{(1+\rho d)}$$

$$E_c = 10000 \sqrt{f'c} = 10,000 \sqrt{200} = 141,421 \text{ kg/cm}^2$$

$$I = I_c = 312,500 \text{ cm}^4$$

$$EI = \frac{0.4 \times 141,421 \times 312,500}{1 + 0.6} = 1.10 \times 10^{10} \text{ kg cm}^2.$$

$$P_c = \frac{0.85 \times 3.14^2 \times 1.10 \times 10^{10}}{(1.13 \times 470)^2} = 328,602.7 \text{ kg.} = 328.6 \text{ ton.}$$

Para columnas en ejes 1 y 5:

Nudo inferior I, $\psi = 0$ por ser empotramiento

Nudo superior II:

$$\sum I \left(\frac{I}{HI} \right) \text{ columnas} = 1641.5$$

$$\frac{I}{L} \text{ trabe} = \frac{540,000}{600} = 900$$

$$\psi = 1641.5/900 ; \quad \psi = 1.82$$

De la figura 16 de las ayudas de diseño, en el nomograma (b) obtenemos $K = 1.24$

$$KH = 1.24 \times 470 = 582.8 \text{ cm.}$$

$$P_c = \frac{0.85 \times 3.14^2 \times 1.10 \times 10^{10}}{(582.8)^2} = 272,888 \text{ kg} \doteq 272.9 \text{ ton.}$$

$$\sum P_c = 9 \times 328.6 + 6 \times 272.9 = 4594.8 \text{ ton.}$$

$$\sigma = \frac{1}{1 - \frac{390}{4594.8}} = 1.093$$

2B).- Revisión local de la columna, suponiendo sus extremos restringidos lateralmente aplicando la ecuación 2.2.

Revisión de la esbeltez de la columna.

Por flexionarse la columna en curvatura doble, los efectos de esbeltez no se consideran si $\frac{KH}{r} < 34-12 \left(-\frac{M1}{M2}\right)$ para $\Psi = 0$ y $\Psi = 0.912$ de la figura 16 de las ayudas de diseño en el nomograma (a) obtenemos $K = 0.62$.

$$\frac{KH}{r} = \frac{0.62 \times 470}{15} = 19.43$$

La condición más desfavorable para $34-12 \left(-\frac{M1}{M2}\right)$ se presenta para el menor valor que pueda tener $\frac{M1}{M2}$ y se obtiene al considerar las siguientes excentricidades.

$$e \text{ acc.} \geq \begin{cases} 0.05 H = 0.05 (60) = 3 \text{ cm} \\ 2 \text{ cm.} \end{cases} \text{ rige.}$$

$$e \text{ calc.1} = \frac{16.50}{50} = 0.33 \text{ m.}$$

$$e \text{ calc.2} = \frac{28.50}{50} = 0.57 \text{ m.}$$

$$M1 = Pu (e \text{ calc.1} + e \text{ acc.}) = 50(0.33+0.03) = 15 \text{ ton-m.}$$

$$M2 = Pu (e \text{ calc.2} + e \text{ acc.}) = 50(0.57+0.03) = 30 \text{ ton-m.}$$

$$34 - 12 \left(-\frac{15}{30}\right) = 40$$

Como $\frac{KH}{r} = 19.43 < 34-12 \left(-\frac{M1}{M2}\right) = 40$ los efectos de esbeltez se desprecian para esta condición y $\delta = 1.00$

CONCLUSION:

El diseño de la columna se realizará para el mayor valor de δ que resultó ser el del inciso 2A.

$$\delta = 1.093 \approx 1.10$$

3.- Determinación de M_{ua} .

El momento último actuante se obtiene de considerar la excentricidad accidental para la condición más desfavorable así como también el factor de amplificación de momentos.

$$M_{ua} = P_{ua} (e \text{ cal.2} + e \text{ acc.}) \times \phi$$

$$P_{ua} = P_u = 50 \text{ ton.}$$

$$M_{ua} = 50 (0.57 + 0.03) \times 1.10 = 33 \text{ ton-m}$$

$$M_{ua} = 50 (0.33 - 0.03) \times 1.10 = 16.5 \text{ ton-m.}$$

4.- Determinación del acero requerido:

$$M_{ua} = 33 \text{ ton-m.}$$

$$P_{ua} = P_u = 50 \text{ ton}$$

Considerando un recubrimiento de 3 cm. $d = 47 \text{ cm.}$

$$\frac{d}{h} = \frac{47}{50} = 0.94 \approx 0.95 \quad \text{utilizar la figura \#9 de las ayudas de diseño.}$$

$$K = \frac{P_{ua}}{F.R. bh^2 f''c} = \frac{50,000}{0.85 \times 30 \times 50 \times 136} = 0.288$$

$$R = \frac{M_{ua}}{F.R. bh^2 f''c} = \frac{33 \times 10^5}{0.85 \times 30 \times 50^2 \times 136} = 0.381$$

de la figura 9; $q = 0.92$

$$A_s = \frac{0.92 \times 30 \times 50 \times 136}{4200} = 44.68 \text{ cm}^2$$

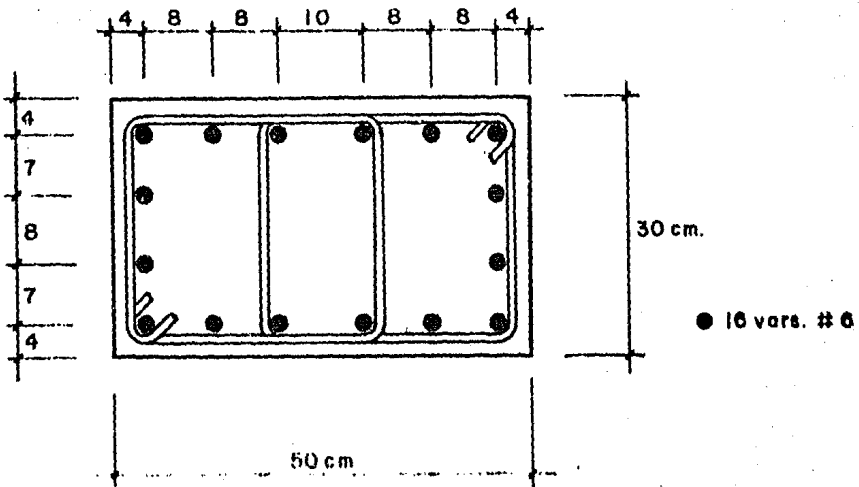
Usar 16 vars. #6 $A_s = 45.60 \text{ cm}^2$.

La distribución de varillas se hará conforme se indica en la figura 9

Revisión del porcentaje de acero

$$P_{\min} = \frac{20}{4200} = 0.0048 < P = \frac{45.60}{30 \times 50} = 0.0304 < P_{\max} = 0.08$$

\therefore Correcto.



SECCION DE COLUMNA.

CONCLUSION:

La columna requiere de 16 varillas #6 para resistir los elementos mecánicos a que se somete.

La columna resultó ser esbelta y predomina el factor de amplificación de momentos al considerar la columna con extremos no restringidos.

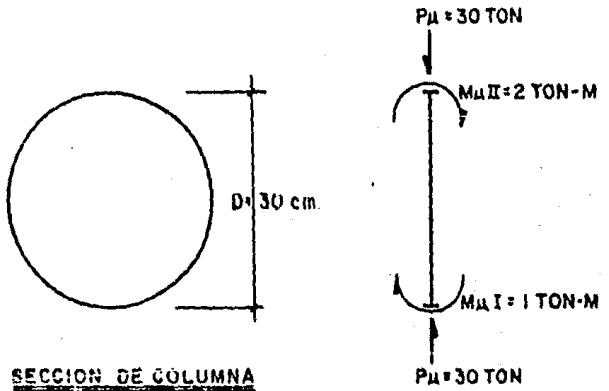
FLEXOCOMPRESION :

EJERCICIO FC-9 :

Diseñar la columna de sección circular localizada en la intersección de los ejes (1) - (2) de planta baja, sometida a esfuerzos de flexocompresión axial.

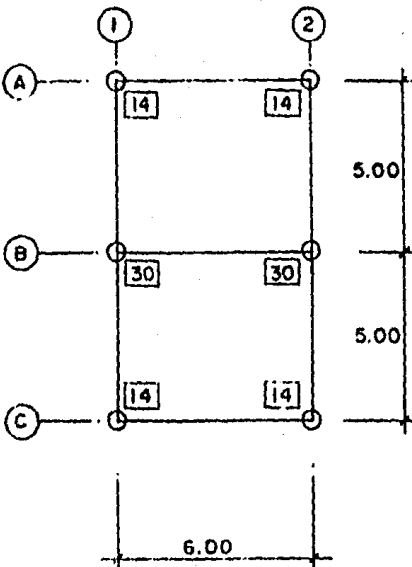
DATOS:

- Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$
- Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
- $P_u = 30 \text{ ton.}$
- $M_{uI} = 1 \text{ ton-m}$
- $M_{uII} = 2 \text{ ton-m}$
- $\beta d = 0.5$
- $I_{\text{columna}} = 39\,761 \text{ cm}^4$
- No está restringido el desplazamiento lateral.



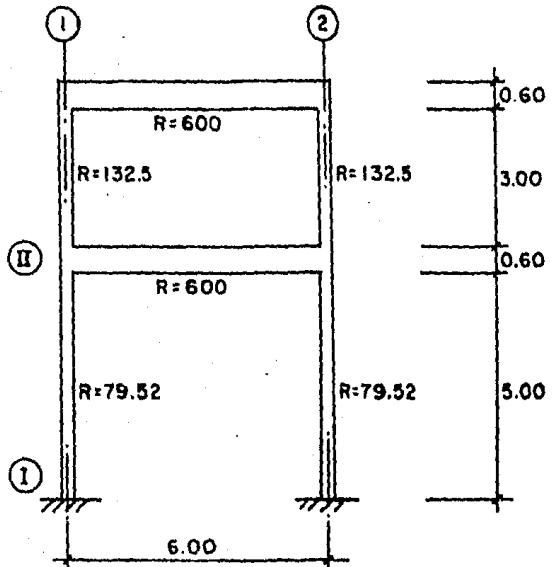
SECCION DE COLUMNA

ELEMENTOS MECANICOS



PLANTA BAJA

□ carga última sobre columna (ton.)



ELEVACION DE EJES A, B y C

SOLUCION:

1.- Clasificación de la columna:

Para columnas con desplazamiento lateral relativo

$$100 > \frac{KH}{r} > 22 \Rightarrow \text{columna esbelta}$$

$$\psi I = 0$$

$$\psi II = \frac{\sum k \text{ col.}}{\sum k \text{ traves}} = \frac{212.02}{600.00} = 0.35$$

Del nomograma "b" de la figura 16 de las ayudas de diseño se determina $K = 1.05$

$$r = 0.25 \quad D = 0.25 \times 30 = 7.50 \text{ cm.}$$

$$KH = 1.05 \times 500 = 525 \text{ cm.}$$

$$\frac{KH}{r} = \frac{525}{7.50} = 70 > 22 \therefore \text{la columna es esbelta.}$$

2.- Determinación del factor de amplificación de momentos.

$$\delta 1 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{2P_c}} \geq 1.00$$

$$P_c = \frac{F.R. \sqrt{I}^2 EI}{(H K)^2} ; \quad EI = 0.4 \frac{E_c I}{(1 + \beta d)}$$

$$EI = \frac{0.4 \times 10,000 \cdot \sqrt{200} \times 39761}{(1 + 0.5)} = 1'499,473 \text{ kg. cm}^2$$

$$P_c = \frac{0.85 \times \sqrt{I}^2 \times 1'499,473}{(525)^2} \times 10^{-3} = 45.64 \text{ ton.}$$

$$\sum P_u = 14 \times 4 + 30 \times 2 = 116 \text{ ton.}$$

$$\text{Por ser la estructura simétrica: } \sum P_c = 6 \times P_c$$

$$\sum P_c = 45.64 \times 6 = 273.84 \text{ ton.}$$

$$\delta 1 = \frac{1}{1 - \frac{116}{273.84}} = 1.73$$

3.- Revisión local de la columna, considerando que el desplazamiento lateral esta restringido.

3.1.- Clasificación de la columna:

$$100 > \frac{KH}{r} > 34-12 \frac{M_1}{M_2} \Rightarrow \text{columna esbelta}$$

la excentricidad accidental para la condición más desfavorable será:

$$e \text{ acc.} \geq \begin{cases} 0.05 D = 0.05 (30) = 1.5 \text{ cm.} \\ \underline{2 \text{ cm.}} \text{ rige.} \end{cases}$$

$$M_1 = M_{uI} - P_{ux} e \text{ acc.} = 1 - 30 \times 0.02 = 0.40 \text{ ton-m.}$$

$$M_2 = M_{uII} + P_{ux} e \text{ acc.} = 2 + 30 \times 0.02 = 2.60 \text{ ton-m.}$$

Se presenta curvatura doble, por lo tanto $\frac{M_1}{M_2}$ será negativo.

$$34-12 \left(\frac{-0.40}{2.60} \right) = 35.85$$

$$\begin{cases} \psi I = 0 \\ \psi II = 0.35 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{D el nomograma "a" de la figura 16} \\ \text{de las ayudas de diseño se determina} \\ K = 0.57 \end{array} \right.$$

$$\frac{K H}{r} = \frac{0.57 \times 500}{7.50} = 38 > 34-12 \frac{M_1}{M_2} = 35.85$$

∴ la columna es esbelta.

3.2.- Determinación del factor de amplificación de momentos:

$$P_c = \frac{0.85 \times \pi^2 \times 1'499,473}{(0.57 \times 500)^2} \times 10^{-3} = 154.87 \text{ ton.}$$

$$C_m = 0.6 + 0.4 \left(-\frac{M_1}{M_2} \right) = 0.6 - 0.4 \left(\frac{0.40}{2.60} \right) = 0.54$$

$$\delta_2 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_c}} = \frac{0.54}{1 - \frac{30}{154.87}} = 0.67 < 1 \quad \therefore \delta_2 = 1.00$$

CONCLUSION.

Predomina la condición para la columna con desplazamiento lateral relativo.

$$\delta_1 = 1.73 > \delta_2 = 1.00$$

4.- Obtención del momento amplificado:

$$P_{ua} = P_u = 30 \text{ ton.}$$

$$M_{ua} = (M_u + P_u \times e \text{ acc.}) \delta_1$$

$$M_{ua} = (2 + 30 \times 0.02) 1.73 = 4.50 \text{ ton-m.}$$

5.- Obtención del acero requerido:

$$K = \frac{P_{ua}}{F.R.D^2 f''c} = \frac{30 \times 10^3}{0.85 \times 30^2 \times 136} = 0.29$$

$$R = \frac{M_{ua}}{F.R.D^3 f''c} = \frac{4.50 \times 10^5}{0.85 \times 30^3 \times 136} = 0.144$$

Suponiendo un recubrimiento de 2 cm. $d = 30 - 2 \times 2 = 26$ cm.

$\frac{d}{D} = \frac{26}{30} = 0.867 \Rightarrow$ utilizar la figura 13 de las ayudas de diseño para $\frac{d}{D} = 0.85$ de la figura 13, $q = 0.33$

$$A_s = q \times \frac{f''c}{f_y} \times \frac{\pi D^2}{4} = 0.33 \times \frac{136}{4200} \times \frac{\pi \times 30^2}{4}$$

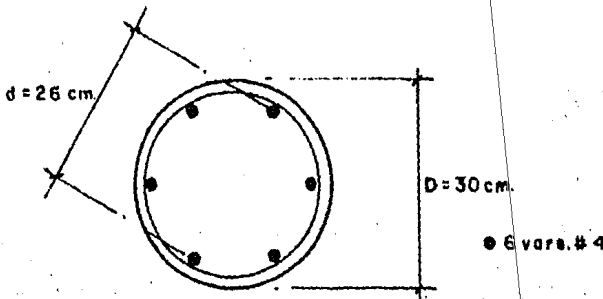
$A_s = 7.55 \text{ cm}^2$ colocando 6 Vars. # 4 $A_s = 7.62 \text{ cm}^2$.

Revisión del recubrimiento supuesto.

Especificando un tamaño máximo del agregado grueso de $\frac{1}{2}$ "

$$r_{\text{total}} \Rightarrow \begin{cases} 1.5 \phi \text{ var} = 1.5 \times 1.27 = 1.9 \text{ cm (rige)} \\ 1 \text{ cm} + \frac{1}{2} \phi \text{ var.} = 1 + \frac{1.27}{2} = 1.6 \end{cases}$$

$r_{\text{supuesto}} = 2 \text{ cm.} > r_{\text{total mínimo}} = 1.9 \text{ cm.} \therefore$ correcto



SECCION DE COLUMNA

CONCLUSION:

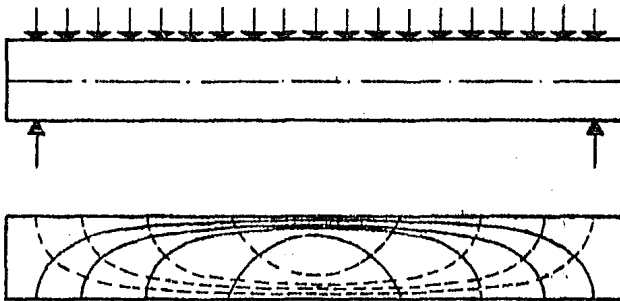
La columna resultó ser esbelta y requiere de 6 varillas del número 4 para resistir los elementos mecánicos últimos actuantes.

En la revisión local de la columna sin desplazamiento en el inciso 3, hay otra alternativa para valorar δ_2 , al considerar la excentricidad accidental actuando en el sentido opuesto, pero este valor sigue siendo menos crítico que δ_1 por lo que se omitió su cálculo.

CAPITULO V

CORTANTE

El efecto primordial en un elemento de concreto de la existencia de fuerza cortante es el desarrollo de esfuerzos de tensión inclinados con respecto a el eje longitudinal del miembro; son estos esfuerzos los que pueden originar la falla del elemento a una carga inferior a aquella que produciría una falla en flexión. Una forma conveniente de representar los estados de esfuerzos en los distintos puntos de un elemento consiste en trazar las redes de trayectorias de esfuerzos principales como se ilustra en la figura C-1, para el caso de una viga libremente apoyada sujeta a varias cargas concentrada.



————— trayectorias de esfuerzos de compresión
 - - - - - trayectorias de esfuerzos de tensión.

FIGURA C-1 Trayectorias de los esfuerzos en una viga rectangular simplemente apoyada.

De la figura C-1 podría concluirse que una forma razonable de reforzar vigas de concreto consistiría en colocar barras de acero siguiendo las trayectorias de los esfuerzos principales de tensión. Esto, sin embargo, es poco práctico, ya que las dificultades constructivas son obvias.

El refuerzo transversal que se utiliza en elementos de concreto para aumentar su resistencia a los efectos de la fuerza cortante puede ser de distintos tipos, como son, los estribos cerrados ó en forma de U que se pueden colocar en forma vertical ó inclinados, otro tipo de refuerzo consiste en aprovechar parte del acero principal de flexión, doblandolo en zonas donde ya no es requerido para tomar esfuerzos longitudinales, de manera que atraviese las regiones donde pueden aparecer grietas inclinadas.

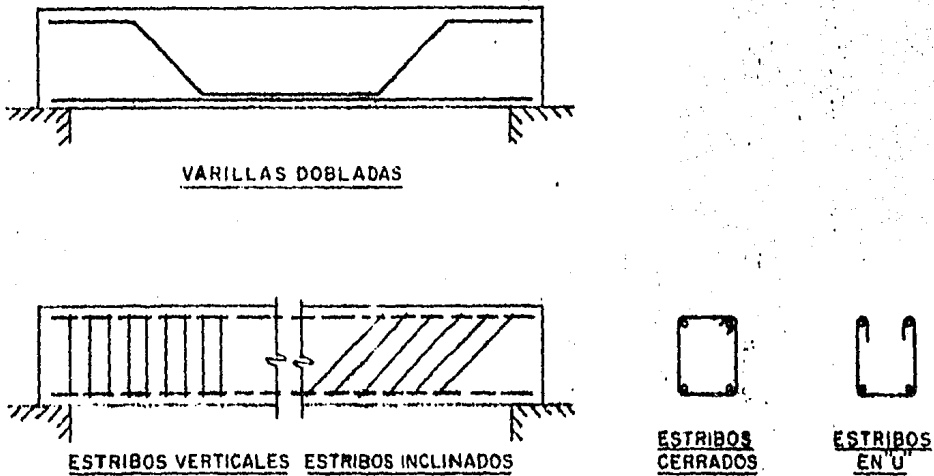


FIGURA C-2. TIPOS DE REFUERZO

La deducción de las fórmulas para el dimensionamiento de un elemento con refuerzo transversal se basan en la idealización propuesta por Ritter conocida como analogía de la armadura. Ritter supuso que una viga con refuerzo transversal, en la cual existen grietas causadas por tensiones inclinadas, puede idealizarse como una armadura en la que el refuerzo longitudinal funciona como la cuerda de tensión, el refuerzo transversal - como las diagonales de tensión, el concreto de la zona comprimida como la cuerda de compresión, y las porciones de concreto entre las grietas inclinadas como las diagonales de compresión. Esta idealización se muestra esquemáticamente en la figura C-3.

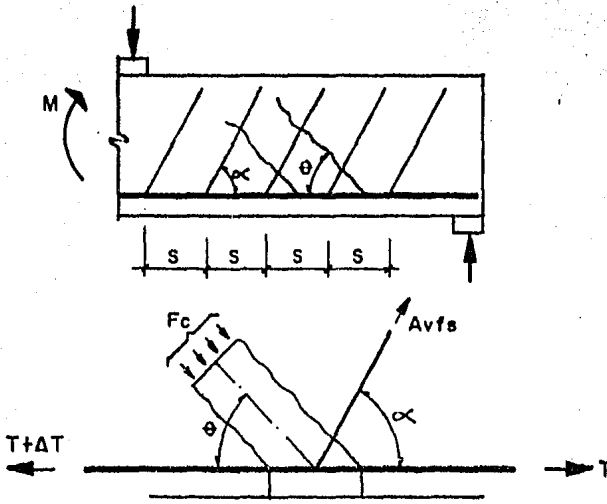


FIGURA C-3. ANALOGIA DE LA ARMADURA

Las especificaciones que contempla el Reglamento de Construcciones del D.D.F., para el diseño de estructuras de concreto sujetas a esfuerzos de cortante son:

1. Determinación del cortante que resiste el concreto V_{CR} .
- 1.- La siguiente tabla ejemplifica la manera de obtener V_{CR} para vigas con relación claro a peralte mayor de 5

$$\underline{L/h > 5}$$

0.- C O N C E P T O
1.- A_s (longitudinal)
2.- $b d$ (seccion)
3.- $P = A_s/bd$
4.- Si $p < 0.01$
5.- $V_cR = F.R. bd(0.2+30p) \sqrt{f^*c}$
6.- Si $p \geq 0.01$
7.- $V_cR = 0.5 F.R. l_x \sqrt{f^*c}$
8.- V_cR (5 6 7)
9.- Si $h > 1.00$ mts.
10.- $V_cR = 0.8 V_cR$ (8)
11.- Si $h/b > 6$
12.- $V_cR = 0.8 V_cR$ (8)
13.- Si $h > 1.00$ y $h/b > 6$
14.- $V_cR = 0.6 V_cR$ (8)
15.- V_cR (8 6 10 6 12 6 14)

- - - ECUACION ①

- - - ECUACION ②

- 2.- Para vigas con relación $\frac{L}{h} < 4$ y cuando las caras y reacciones comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga $V_{CR} = \left[\text{Ecuación } \textcircled{2} \times \left(3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd} > 1.00 \right) \right] < 1.5 \text{ F.R.} b d \sqrt{f^*c}$
- 3.- Para vigas con relación $\frac{L}{h} < 4$ y cuando las caras y reacciones no comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga, V_{CR} se valua con la ecuación $\textcircled{2}$.
- 4.- Para la relación $\frac{L}{h}$ comprendida entre 4 y 5, V_{CR} se hará variar linealmente hasta los valores dados por las ecuaciones $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$.

Para los incisos 2, 3 y 4 se deben seguir los pasos del 9 al 14 de la tabla anterior.

Para secciones T, en las expresiones anteriores se usará el ancho del alma, b' , en lugar de b . Si el patín esta a compresión, al producto $b'd$ se puede sumarse la cantidad t^2 , - siendo t el espesor del patín.

- 5.- Miembros sujetos a flexocompresión.

Si $P_u < 0.7 f^*c A_g + 2000 A_s$

$$V_{CR} = \left[1 + 0.007 (P_u/A_g) \right] \times \begin{cases} \text{Ecuación } \textcircled{1} \\ 6 \\ \text{Ecuación } \textcircled{2} \end{cases}$$

La Ecuación $\textcircled{1}$ se utiliza si $p < 0.01$ y la ecuación $\textcircled{2}$ en caso contrario. Para valuar p se usará el área de las varillas de la capa más próxima a la cara de tensión o compresión mínima en secciones rectangulares, y $0.33 A_s$ en secciones circulares y $b'd$ se sustituye por A_g .

Si $p_u > 0.7 f^*c A_g + 2000 A_s$ se hará variar linealmente V_{CR} , en función de P_u , hasta cero para $P_u = A_g f^*c + A_s f_y$.

A_g = área bruta de la sección
y A_s = área total de acero en la sección.

II Refuerzo por tensión diagonal en vigas y columnas.

Si $V_u > V_{CR}$, se requerirá refuerzo por tensión diagonal, la separación de estribos está dado por la expresión siguiente.

$$S = \frac{\text{F.R. } A_v f_y d (\text{sen } \theta + \text{cos } \theta)}{V_u - V_{CR}} < \frac{\text{F.R. } A_v f_y}{3.5 b}$$

AV = área transversal del refuerzo por tensión diagonal. (cm²)
 S = separación de estribos (cm).
 θ = Angulo entre el eje de la pieza y el estribo
 Vu y VcR (kg)
 b y d (cm)

$$\text{Si } Vu > 1.5 \text{ F.R. } bd \sqrt{f^*c} \Rightarrow s \leq \frac{d}{4}$$

$$\text{Si } VcR < Vu \leq 1.5 \text{ F.R. } bd \sqrt{f^*c} \Rightarrow s \leq \frac{d}{2}$$

En ningún caso Vu será mayor a 2.5 F.R. $bd \sqrt{f^*c}$

III Cuando una reacción comprime directamente la cara del miembro que se considera, las secciones situadas a menos de una distancia d del paño del apoyo pueden dimensionarse para la misma fuerza cortante de diseño que actúa a la distancia d.

IV Vigas con tensiones perpendiculares a su eje.

Si una carga se transmite a una viga de modo que produzca tensiones perpendiculares a su eje, como sucede en vigas que reciben cargas de losa en su parte inferior, se suministrarán estribos adicionales en la viga calculados para que transmitan la carga a la viga.

V Interrupción y traslape del refuerzo longitudinal.

En tramos comprendidos a un peralte efectivo de las secciones donde, en zonas de tensión, se interrumpa más del 33%--o traslape más que 50% del refuerzo longitudinal, la fuerza cortante máxima que puede tomar el concreto se considerará de 0.7 VcR.

VI Resistencia a fuerza cortante por fricción.

Estas disposiciones se aplican en secciones donde rige el cortante directo y no la tensión diagonal, por ejemplo en ménsulas cortas. El refuerzo que se utilice deberá ser perpendicular al plano crítico por cortante directo y deberá estar bien distribuido en la sección definida por el plano crítico. Dicho refuerzo deberá estar anclado a ambos lados de modo que pueda alcanzar su esfuerzo de fluencia en el plano mencionado.

La resistencia a fuerza cortante, VuR, se tomará como el menor de los valores calculados con las expresiones siguientes:

$$V_u R \leq \begin{cases} \text{F.R. } M (A_{vf} \times f_y + N_u) \\ \text{F.R. } [14 A + 0.8 (A_{vf} \times f_y + N_u)] \\ 0.3 \text{ F.R. } f_c A \end{cases}$$

donde A_{vf} = área del refuerzo por cortante por fricción (cm^2)
 A = área de la sección en el plano crítico (cm^2)
 N_u = fuerza de compresión normal al plano crítico (kg)
 M = coeficiente de fricción
 $M = 1.4$ para concreto colado monolíticamente
 $M = 1.0$ para concreto colado contra concreto endurecido.
 $M = 0.7$ para concreto y acero laminado.
 $f_y \leq 4200 \text{ kg/cm}^2$

Para ménsulas, A_{vf} se repartirá uniformemente en los dos tercios del peralte efectivo adyacente al refuerzo de tensión por flexión.

En la figura # 17 de las ayudas de diseño se muestran los requisitos de geometría y refuerzo para ménsulas.

Los ejercicios que a continuación se presentan son los siguientes:

- EJERCICIO C - 1 Revisar por cortante una viga de sección rectangular.
- EJERCICIO C - 2 Diseñar por cortante una viga de sección rectangular.
- EJERCICIO C - 3 Diseñar por cortante una viga de sección T, trabajando el patín en compresión.
- EJERCICIO C - 4 Diseñar por cortante una columna de sección rectangular.
- EJERCICIO C - 5 Diseño de una ménsula usando el concepto de cortante por fricción.

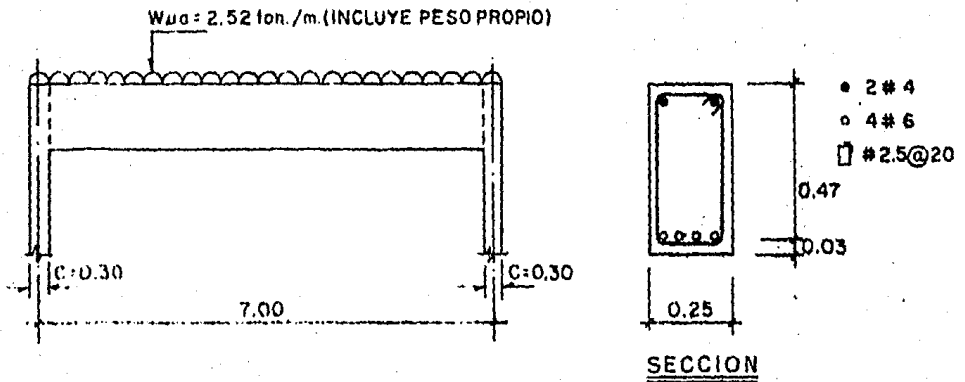
C O R T A N T E

EJERCICIO C - 1

Revisar por cortante la viga mostrada en la figura.

DATOS:

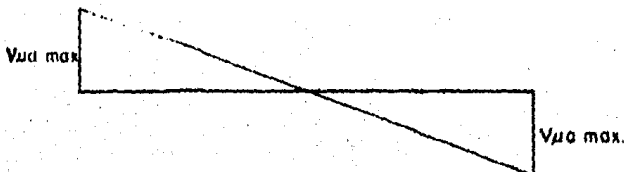
Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 $f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2$
 $f''c = 136 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 porcentaje de acero $p = 0.978$



SOLUCION:

1.- Obtención del diagrama de cortantes.

$$V_{ua \text{ máx}} = \frac{2.52 \times 7}{2} = 8.82 \text{ ton}$$



2.- Determinación de cortante crítico.

El cortante crítico se presenta a un peralte del paño del apoyo.

$$V_c = V_{ua \text{ máx}} - W_{ua} \left(\frac{c}{2} + d \right)$$

$$V_c = 8.82 - 2.52 \left(\frac{0.30}{2} + 0.47 \right) = 7.76 \text{ ton.}$$

$$V_{ua} = V_c = 7760 \text{ kg.}$$

3.- Determinación del esfuerzo cortante que resiste el concreto:

$$p = 0.97\% < 0.01 \quad ; \quad 30p = 30 \times 0.0097 = 0.2910$$

$$(0.2 + 30p) = 0.2 + 0.2910 = 0.4910$$

$$V_{cR} = F.R. \text{ bd } (0.2 + 30p) \sqrt{f^*c}$$

$$V_{cR} = 0.8 \times 25 \times 47 (0.4910) \sqrt{160} = 5838 \text{ kg.}$$

4.- La separación de estribos será:

$$s = \frac{F.R. \text{ Avfyd}}{V_u - V_{cR}} = \frac{0.8 \times (2 \times 0.49) \times 4200 \times 47}{7760 - 5838} = @ 80 \text{ cm.}$$

$$s = \frac{F.R. \text{ Avfy}}{3.5 b} = \frac{0.8 \times (2 \times 0.49) \times 4200}{3.5 \times 25} = @ 37 \text{ cm.}$$

$$\text{y } 1.5 \times FR \text{ bd } \sqrt{f^*c} = 1.5 \times 0.8 \times 25 \times 47 \sqrt{160} = 17,835.2 \text{ kg.}$$

como

$$V_{cR} = 5838 \text{ kg} < V_u = 7760 \text{ kg} < 1.5 \text{ Fr bd } \sqrt{f^*c} = 17,835.2 \text{ kg.}$$

La separación máxima admisible será $s \leq 0.5 d$

$0.5 \times 47 = 23.50 \text{ cm.}$ \therefore la separación de estribos del # 2.5 @ 20 es correcta.

CONCLUSION

Los estribos del # 2.5 con separación de 20 cm., en toda la viga, resisten los esfuerzos cortantes a que se somete la viga y cumple con la especificación de la separación máxima admisible de 23.50 cm.

CORTANTE

EJERCICIO C - 2

Diseñar por cortante la trabe mostrada en la figura.

DATOS:

Concreto: $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$
 $f^*_c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 Acero: $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

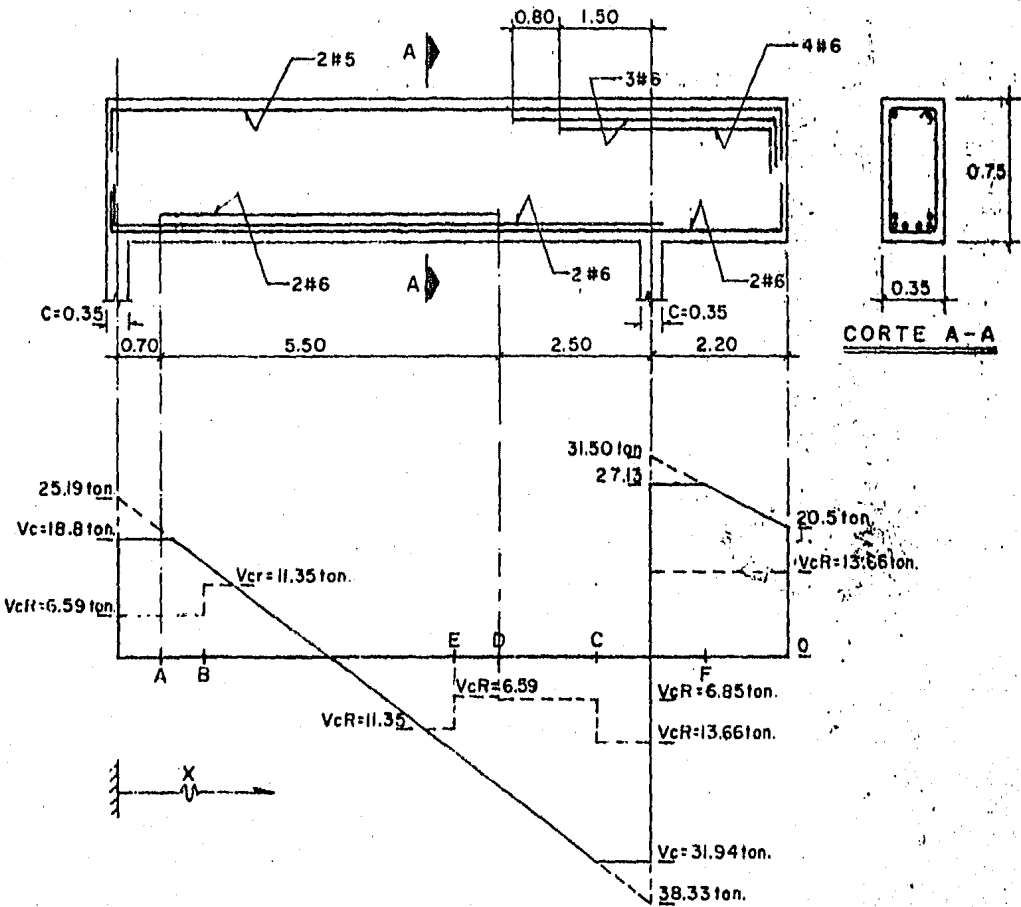
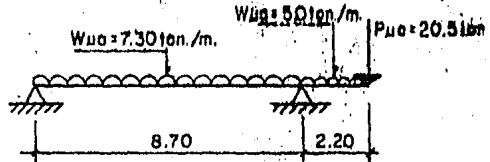


DIAGRAMA DE CORTANTE

SOLUCION:

1.- Revisión de las dimensiones de la trabe.

$$V_{ua \text{ max.}} \leq 2.5 \text{ F.R. } bd \sqrt{f^*c} \quad \text{F.R.} = 0.8 \text{ para cortante}$$

$$V_{ua \text{ máx}} = 38.33 \text{ ton} = 38330 \text{ kg} < 2.5 \times 0.8 \times 35 \times 70 \sqrt{200} = 69296 \text{ kg.}$$

∴ la sección es adecuada.

2.- Revisión de la separación de estribos por especificación:

$$\text{Si } V_{ua \text{ máx.}} \leq 1.5 \text{ F.R. } bd \sqrt{f^*c} \Rightarrow S_{\text{max}} \leq 0.5 d$$

$$V_{ua \text{ max}} = 38330 \text{ kg} < 1.5 \times 0.8 \times 35 \times 70 \sqrt{200} = 41578 \text{ kg.}$$

∴ $S_{\text{max}} = 0.5 d = 0.5 \times 70 = 35 \text{ cm.}$

3.- Diseño por cortante en el punto A a una distancia $x = 0.70 \text{ mts.}$

3.1.- Determinación del V_{ua}

En el punto A el cortante último actuante de diseño corresponde al cortante crítico V_c que se presenta a un peralte del apoyo.

$$V_{ua} \quad V_c = 25.19 - W_{ua} \left(d + \frac{c}{2} \right); \quad d = 70 \text{ cm.}$$

$$V_{ua} = 25.19 - 7.30 \left(0.70 + \frac{0.35}{2} \right) = 18.80 \text{ ton.}$$

$$V_{ua} = 18 \ 800 \text{ kg.}$$

3.2.- Determinación de V_{cR}

El área de acero en tensión es $A_s = 4 \text{ Vars. } \# 6$

$$A_s = 4 (2.85) = 11.40 \text{ cm}^2$$

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{11.40}{35 \times 70} = 0.0047 < 0.01 \quad \therefore$$

$$V_{cR} = \text{F.R. } bd (0.2 + 30p) \sqrt{f^*c}$$

donde F. R. = 0.80 para cortante.

$$V_{cR} = 0.8 \times 35 \times 70 (0.2 + 30 \times 0.0047) \sqrt{200} = 9413 \text{ kg.}$$

El acero que se interrumpe en el punto A es:

$$As \text{ interrumpido} = 2 \# 6 = 2 \times 2.85 = 5.70 \text{ cm.}$$

$$As \text{ total} = 6 \# 6 = 6 \times 2.85 = 17.10$$

$$As \text{ interrumpido} = 5.70 \text{ cm}^2 > 0.33 As \text{ total} = 0.33 \times 17.10 = 5.64 \text{ cm}^2$$

∴ El cortante calculado se reduce en 0.7 VcR.

$$VcR = 0.7 \times 9413 = 6589 \text{ kg.}$$

3.3.- Determinación del refuerzo por tensión diagonal.

$$V' = V_{ua} - VcR = 18\ 800 - 6589 = 12\ 211 \text{ kg.}$$

Usando estribos del # 3, la separación será:

$$S = \frac{F.R. A_v f_y d}{V'} \leq \frac{F.R. A_v f_y}{3.5 b}$$

$$S = \frac{0.8 \times (0.71 \times 2) \times 4200 \times 70}{12221} = 27.35 < \frac{0.80 \times (0.71 \times 2) \times 4200}{3.5 \times 35} = 38.94 \text{ cm.}$$

$$S = 27.35 < S \text{ max} = 35 \text{ cm.} \quad \text{correcto}$$

Usar $\square \# 3 @ 25 \text{ cm.}$

4.- Diseño por cortante en el punto B a una distancia $x = 1.40 \text{ mts.}$

4.1.- Determinación de V_{ua}

$$V_{ua} = 25.19 W_{ua} \times x = 25.19 - 7.30 (1.40) = 14.97 \text{ ton.}$$

4.2.- Determinación de VcR

El área de acero en tensión $A_s = 6 \text{ Vars. } \# 6 = 17.10 \text{ cm}^2$

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{17.10}{35 \times 70} = 0.0070 < 0.01 \therefore$$

$$VcR = F.R. bd (0.2 + 30p) \sqrt{f'c} = 0.8 \times 35 \times 70 (.2 + 30 \times 0.0070) \sqrt{200}$$

$$VcR = 11348 \text{ kg.}$$

4.3.- Determinación del refuerzo por tensión diagonal

$$V' = V_{ua} - VcR = 14970 - 11348 = 3622 \text{ kg.}$$

Con estribos del # 3

$$S = \frac{F.R. Av fyd}{V'} < \frac{F.R. Av fy}{3.5 b}$$

$$S = \frac{0.8 \times 0.71 \times 2 \times 4200 \times 70}{3622} = \underline{92.20} \text{ cm} < 38.94$$

$$S = 38.94 \text{ cm} < S \text{ max} = 35 \text{ cm.}$$

∴ Usar \square # 3 @ 35 cm.

5.- Diseño por cortante en el punto C a una distancia $x = 7.825$ mts., del eje del apoyo izquierdo δ a un peralte del paño del apoyo derecho.

5.1.- Determinación de $Vua = Vc$

$$Vua = Vc = 38.33 - Wua \left(d + \frac{C}{2} \right)$$

$$Vua = 38.33 - 7.30 \left(0.70 + \frac{0.35}{2} \right) = 31.94 \text{ ton.} = 31940 \text{ kg.}$$

5.2.- Determinación de VcR

De la especificación que en zonas de tensión donde se interrumpa más del 33% del refuerzo longitudinal, VcR se reduce a $0.7 VcR$ en tramos comprendidos a un peralte efectivo de la sección.

$$\text{As interrumpido} = 4 \# 6 = 11.40 \text{ cm}^2 > 0.33 \text{ As total} = \frac{7\#6 + 2\#5}{7.89} =$$

∴ $VcR = 0.7 VcR$. y el punto C esta en la zona de influencia donde se reduce VcR .

El área de acero en tensión que se considera es:

$$As = (3\#6 + 2\#5) = 12.51 \text{ cm}^2$$

$$p = \frac{As}{bd} = \frac{12.51}{35 \times 70} = 0.0051$$

$$VcR = 0.7 F.R. bd (0.2 + 30p) \sqrt{F'c}$$

$$VcR = 0.7 \times 0.8 \times 35 \times 70 (0.2 + 30 \times 0.005) \sqrt{200} = 6853 \text{ kg.}$$

5.3.- Determinación del refuerzo por tensión diagonal.

$$V' = Vua - VcR = 31940 - 6853 = 25087 \text{ kg.}$$

Usando estribos \square # 3

$$S = \frac{F.R. Av fyd}{V'} < \frac{F.R. Av fy}{3.5 b}$$

$$S = \frac{0.8 \times 2 \times 0.71 \times 4200 \times 70}{25087} = 13.31 \text{ cm} < 38.44$$

$$S = 13.31 \text{ cm} < S_{\text{max}} = 35 \text{ cm.} \quad \therefore \text{correcto.}$$

Usar \square # 3 @ 12 cm.

6.- Diseño por cortante en el punto D a una distancia $x = 6.20$

6.1.- Determinación de V_u .

$$V_u = 38.33 - W_u (8.70 - x)$$

$$V_u = 38.33 - 7.30 (8.70 - 6.20) = 20.08 \text{ ton} = 20080 \text{ kg.}$$

6.2.- Determinación de $V_c R$.

El área de acero en tensión que corresponde al punto D del refuerzo positivo es: $A_s = 4 \# 6 = 11.40 \text{ cm}^2$

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{11.40}{35.70} = 0.0047 < 0.01 \quad \therefore$$

$$V_c R = F.R. \cdot bd (0.2 + 30p) \sqrt{f \cdot c}$$

$$V_c R = 0.8 \times 35 \times 70 (0.2 + 30 \times 0.0047) \sqrt{200} = 9413 \text{ kg.}$$

El acero que se interrumpe en el punto D es:

$$A_s \text{ interrumpido} = 2 \# 6 = 5.70 \text{ cm}^2 > 0.33 A_s \text{ total} = 0.33 (6 \times 2.85) = 5.64 \text{ cm}^2$$

$$\therefore V_c R = 0.7 V_c R = 0.7 (9413) = 6589 \text{ kg.}$$

6.3.- Determinación del refuerzo por tensión diagonal.

$$V' = V_u - V_c R = 20080 - 6589 = 13491 \text{ kg.}$$

Con estribos del # 3, la separación será:

$$S = \frac{F.R. \cdot A_v f_y d}{V'} < \frac{F.R. \cdot A_v f_y}{3.5 b}$$

$$S = \frac{0.8 \times 2 \times 0.71 \times 4200 \times 70}{13491} = 24.75 \text{ cm} < 38.94 \text{ cm.}$$

$$S = 24.75 \text{ cm} < S_{\text{max}} = 35 \text{ cm.}$$

Usar $\square \# 3 @ 25 \text{ cm.}$

7.- Diseño por cortante en el punto E a una distancia $x = 5.50 \text{ mts.}$

7.1.- Determinación de V_u

$$V_u = 38.33 - W_u (8.70 - x)$$

$$V_u = 38.33 - 7.30 (8.70 - 5.50) = 14.97 \text{ ton} = 14970 \text{ kg.}$$

7.2.- Determinación de VcR

$$A_s = 6 \# 6 = 6 \times 2.85 = 17.10 \text{ cm}^2$$

$$p = \frac{17.10}{35 \times 70} = 0.0070 < 0.01 \therefore$$

$$V_{cR} = F.R. \text{ bd } (0.2 + 30p) \sqrt{f^*c}$$

$$V_{cR} = 0.8 \times 35 \times 70 (0.2 + 30 \times 0.0070) \sqrt{200} = 11348 \text{ kg.}$$

7.3.- Determinación del refuerzo por tensión diagonal.

Como podemos observar los valores de V_{ua} y V_{cR} son iguales a los obtenidos para el punto B en el inciso 4. por lo que la separación de estribos es la misma.

$$S = S_{\max} = 35 \text{ cm.} \therefore \text{ Usar } \square \# 3 @ 35 \text{ cm.}$$

8.- Diseño por cortante en el punto F a una distancia $x = 9.60$ mtr. que corresponde al cortante crítico V_c que se presenta en el volado.

8.1.- Determinación de $V_{ua} = V_c$

$$V_{ua} = V_c = 31.50 - W_{ua} = (d + \frac{c}{2})$$

$$V_{ua} = V_c = 31.50 - 5 (0.70 + \frac{0.35}{2}) = 27.125 \text{ ton} = 27125 \text{ kg.}$$

8.2.- Determinación de VcR

$$A_s = (7 \# 6 + 2 \# 5) = 7 \times 2.85 + 2 \times 1.98 = 23.91 \text{ cm}^2$$

$$p = \frac{A_s}{b d} = \frac{23.91}{35 \times 70} = 0.0098 < 0.01 \therefore$$

$$V_{cR} = F.R. \text{ bd } (0.2 + 30p) \sqrt{f^*c} = 0.8 \times 35 \times 70 (0.2 + 30 \times 0.0098) \sqrt{200}$$

$$V_{cR} = 13659 \text{ kg.}$$

8.3.- Determinación del refuerzo por tensión diagonal.

$$V' = V_{ua} - V_c = 27125 - 13659 = 13466 \text{ kg.}$$

$$S = \frac{F.R. A_v f_y d}{V'} = \frac{0.8 \times 0.71 \times 2 \times 4200 \times 70}{13466} = 24.80 \text{ cm.}$$

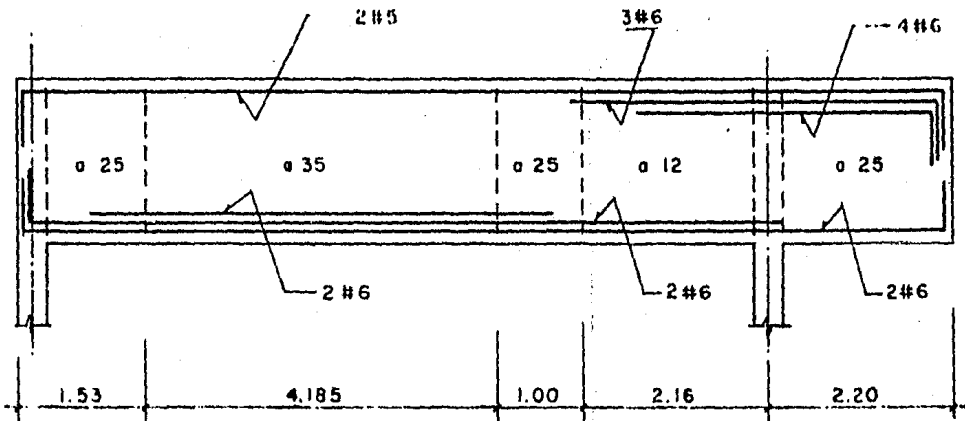
$$S = 24.80 \text{ cm} < S_{\max} = 35 \text{ cm.}$$

$$\text{Usar } \square \# 3 @ 25 \text{ cm.}$$

En resumen podemos sintetizar los cálculos anteriormente realizados en la siguiente tabla:

PUNTO		A	B	C	D	E	F
1.-	X	70	140	782.5	620	550	960
2.-	V _{ua}	18800	14970	31940	20080	14970	27125
3.-	As (tensión)	11.40	17.10	12.51	11.40	17.10	23.91
4.-	p = As/bd	0.0047	0.0070	0.0051	0.0047	0.0070	0.0098
5.-	(0.2+30p) = I	0.3396	0.4094	0.3532	0.3396	0.4094	0.4928
6.-	V _{cR} = F.R. bd I√f*c	9413	11348	9790	9413	11348	13659
7.-	Si As int. > 0.33 As tot.	5.7 > 5.6	-----	11.40 > 7.90	5.7 > 5.6	--	--
8.-	V _{cR} = 0.70 V _{cR}	6589	-----	6853	6589	-----	-----
9.-	Si As int. < 0.33 As tot.	-----	SI	-----	-----	SI	SI
10.-	V _{cR} = V _{cR}	-----	11348	-----	-----	11348	13659
11.-	V' = V _{ua} - V _{cR}	12211	3622	25087	13491	3622	13466
12.-	S = F.R. Avfyd/V'	<u>27.35</u>	92.20	<u>13.31</u>	<u>24.75</u>	92.20	<u>24.80</u>
13.-	S = F.R. Avfy/3.5b	38.94	38.94	38.94	38.94	38.94	38.94
14.-	S max = 35 cm.	35.00	<u>35.00</u>	35.00	35.00	<u>35.00</u>	35.00
15.-	S final	@ 25	@ 35	@ 12	@ 25	@ 35	@ 25

Finalmente el armado de la trabe queda de la forma siguiente:



ARMADO DE TRABE
ESTRIBOS Ø#3

OBSERVACIONES:

- 1.- Las fuerzas cortantes V_{ua} ya están afectadas por el factor de carga.
- 2.- En las secciones donde se interrumpe el acero de tensión, se previó dejar la separación mínima de estribos en el área de influencia comprendida en tramos a un peralte efectivo de la sección donde se reduce V_{cR} .

C O R T A N T E

EJERCICIO C-3

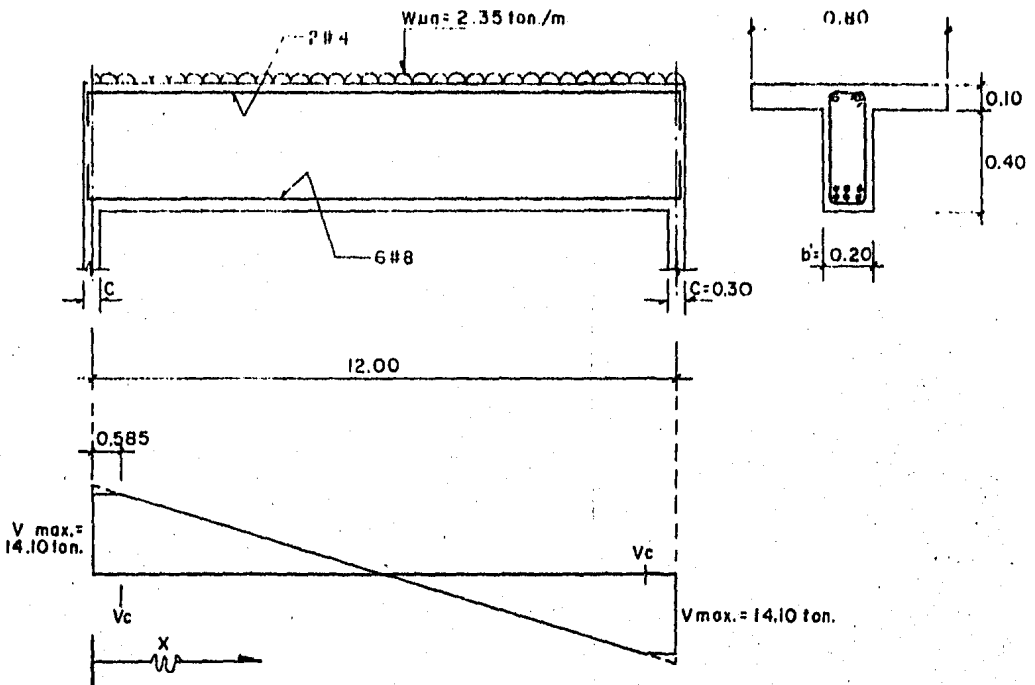
Diseñar por cortante la viga T del ejercicio F-6

DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 $f^*c = 160 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

peralte $d = 43.5 \text{ cm.}$

factor de resistencia F.R. = 0.8 para cortante



SOLUCION:

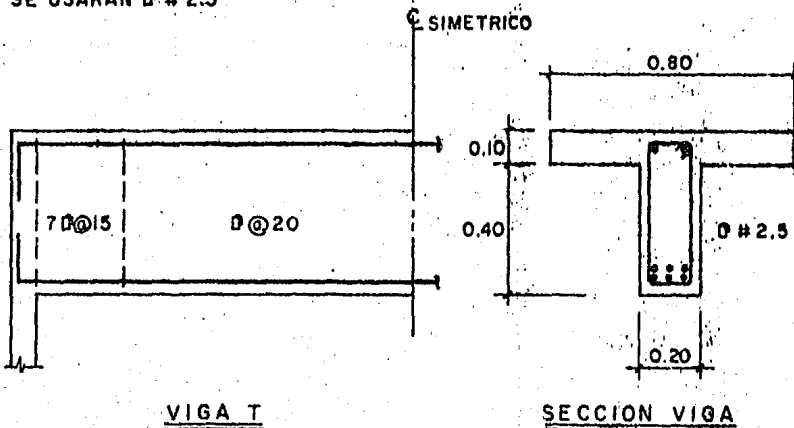
En la tabla siguiente se resumen los cálculos realizados para las secciones indicadas, con las características de la viga que se presentan a continuación:

$$l/h = \frac{1200}{50} = 24 > 5 ; A_s \text{ long.} = 6\#8 = 30.42 \text{ cm}^2 ; d = 43.5 \text{ cm};$$

$$b' = 20 \text{ cm} ; t = 10 \text{ cm.} ; h = 50 \text{ cm.} < 1.00 \text{ y } \frac{h}{b'} = \frac{50}{20} = 2.5 < 6$$

0.-	SECCION CONCEPTO	Vc	A
1.-	Distancia X	58.5	105
2.-	Vua	12725	11632
3.-	As long.	30.42	30.42
4.-	b'd	870	870
5.-	$p = A_s / b'd > 0.01$	0.035	0.035
6.-	$VcR = 0.5 F_c R (b'd + t^2) \sqrt{f'c}$	4907	4907
7.-	$V' = Vua - VcR$	7818	6725
8.-	$S = F.R. A_v f_{yd} / V'$	18.32	21.29
9.-	$S = F.R. A_v f_y / 3.5 b'$	47.00	47.00
10.-	$1.5 F.R. b'd \sqrt{f'c} = K$	13205	13205
11.-	$VcR < Vua < K$	SI	SI
12.-	$S_{max} = d/2$	22	22
13.-	$2.5 F.R. b'd = R$	22009	22009
14.-	$Vua < R$	SI	SI
15.-	S final	15	20

SE USARAN D # 2.5



CONCLUSIONES:

Para resistir el cortante actuante, se requieren de 7 estribos del No. 2.5 colocados en los extremos de la viga a partir del apoyo con una separación de 15 cm. dando un desarrollo longitudinal de 90 cm. y en el claro central se requieren estribos -- del No. 2.5 con una separación de 20 cm.

Lo cálculos se omitieron, presentado los resultados y la secuencia de los mismos en la tabla mostrada.

Notese la diferencia que existe para obtener el cortante que -- resiste el concreto VCR entre vigas rectangulares y vigas T con patín en compresión:

Si $p < 0.01$

Vigas rectangulares $V_{cR} = F.R. \cdot bd (0.2 + 30 P) \sqrt{f^*c}$

Vigas T $V_{cR} = F.R. (b'd + t^2) (0.2 + 30 P) \sqrt{f^*c}$

Si $p > 0.01$

Vigas rectangulares $V_{cR} = 0.5 F.R. \cdot bd \sqrt{f^*c}$

Vigas T $V_{cR} = 0.5 F.R. (b'd + t^2) \sqrt{f^*c}$

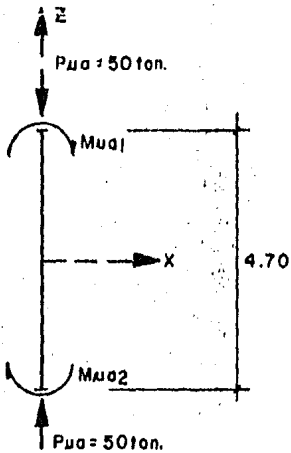
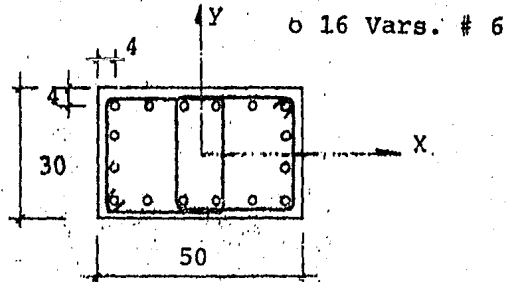
C O R T A N T E

EJERCICIO C-4

Diseñar por cortante la columna del ejercicio FC-8

DATOS:

Concreto $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 $f^*_c = 160 \text{ kg/cm}^2$
 $f''_c = 136 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$



$M_{u1} = 33.0 \text{ ton-m.}$
 $M_{u2} = 16.5 \text{ ton-m.}$

Los M_{u1} incluyen el factor
 de amplificación de
 momentos por efecto de esbeltez.

ELEMENTOS MECANICOS

SOLUCION:

1.- Determinación del diagrama de cortante:

$$V_{ua} = \frac{M_{u1} + M_{u2}}{H} = \frac{33 + 16.5}{4.70} = 10.532 \text{ ton} = 10532 \text{ kg.}$$

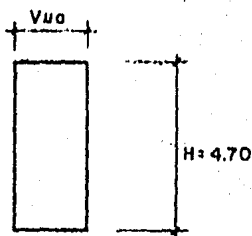


DIAGRAMA DE CORTANTE

2.- Determinación del cortante que resiste el concreto

$$P_{ua} = 50,000 \text{ Kg} < (0.7 f^*c A_g + 2000 A_s) = 0.7 \times 160 (30 \times 50) + 2000 (45.60)$$

$$P_{ua} = 50,000 \text{ Kg} < 259,200 \text{ Kg.}$$

$$p = \frac{A_s (\text{ten. y/o comp. mfn})}{bd}$$

$$p = \frac{4 \times 2.85}{30 \times 46} = 0.0083$$

Para valorar P, se deberá usar el área de las varillas de la capa más próxima a la tensión o compresión mínima. Para este ejercicio se considerarán 4 varillas # 6.

$$p = 0.0083 < 0.01 \therefore$$

$$V_{cR} = F.R. bd (0.2 + 30 p) \sqrt{f^*c} (1 + 0.007 (P_u/A_g))$$

$$V_{cR} = 0.8 \times 30 \times 46 (0.2 + 30 \times 0.0083) \sqrt{160} (1 + 0.007 (50,000/30 \times 50))$$

$$V_{cR} = 7,733 \text{ Kg.}$$

3.- Revisión de las limitaciones en las dimensiones de la columna:

$$h = 50 \text{ cm} < 100 \text{ cm}$$

$$\frac{h}{b} = \frac{50}{30} = 1.67 < 6$$

$$\frac{L}{h} = \frac{470}{50} = 9.40 > 5$$

Por lo tanto no hay reducción de V_{cR} .
 $V_{cR} = 7,733 \text{ Kg.}$

$$V_{ua} = 10532 \text{ Kg} < 2.5 F.R. bd \sqrt{f^*c} = 2.5 \times 0.8 \times 30 \times 46 \sqrt{160} = 34912 \text{ Kg.}$$

Por lo tanto las dimensiones de la sección son adecuadas.

4.- Obtención de la separación de estribos por cortante:

$$V' = V_{ua} - V_{cR} = 10532 - 7733 = 2799 \text{ Kg.}$$


Usando estribos del # 2.5

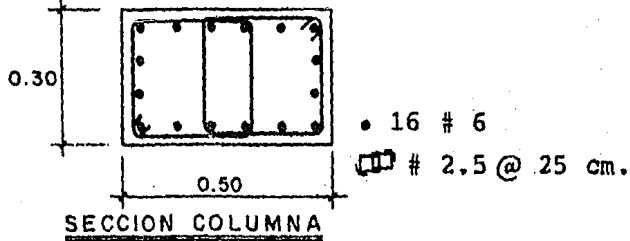
$$S = \frac{F.R. A_v f_y d}{V'} = \frac{0.8 \times 0.49 \times 2 \times 4200 \times 46}{2799} = 54.12 \text{ cm}$$

$$S < \frac{F.R. A_v f_y}{3.5 b} = \frac{0.8 \times 0.49 \times 2 \times 4200}{3.5 \times 30} = \underline{\underline{31.36 \text{ cm.}}}$$

5.- Revisión de la separación de estribos como columna por especificaciones:

$$S_{\text{máx}} \begin{cases} (850 / \sqrt{f_y}) \phi \text{ Var. long.} = (850 / \sqrt{4200}) 1.91 = \underline{\underline{25.05}} \text{ cm.} \\ 48 \phi \text{ estribo} = 48 \times 0.79 = 37.92 \text{ cm.} \\ b = 30 \text{ cm.} \end{cases} \quad \text{RIGE}$$

Usar  # 2.5 @ 25 cm.



CONCLUSION:

La separación de estribos para restringir las barras longitudinales contra el pandeo es menor a la requerida por constante, por lo que se requiere de estribos del # 2.5 @ 25 cm. para obtener un buen comportamiento de la columna.

C O R T A N T E

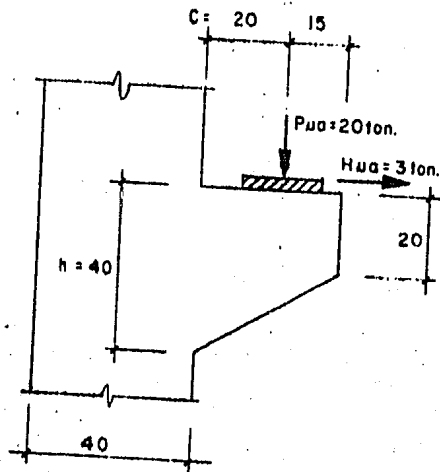
EJERCICIO C-5

Calcular el acero de refuerzo en una ménsula dada su geometría.

DATOS:

Concreto $f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$
 Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 Ancho de la ménsula $b = 30 \text{ cm}$.

La ménsula se colará monolíticamente con la columna.



GEOMETRIA DE LA MENSULA
ACOTACIONES EN CMS.

CONSTANTES DE DISEÑO:

$$f^*c = 0.8 f'c = 0.8 \times 300 = 240 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = 0.85 f^*c = 0.85 \times 240 = 204 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{por ser } f^*c < 250 \text{ kg/cm}^2)$$

$$\text{Por flexión, } p_{\text{mín}} = \frac{0.7 \sqrt{f'c}}{f_y} = \frac{0.7 \times \sqrt{300}}{4200} = 0.0029$$

$$\text{Factor de resistencia a flexión F.R.} = 0.90$$

$$\text{Factor de resistencia a cortante F.R.} = 0.80$$

$$\text{Coeficiente de cortante por fricción } M = 1.40$$

SOLUCION:

1.- Cálculo del área de acero de refuerzo para flexión

Así

$$\frac{c}{h} = \frac{20}{40} = 0.50 \quad \Rightarrow \quad \xi = 1.2 c = 1.2 \times 20 = 24 \text{ cm.}$$

$$M_{ua} = c P_{ua} = 20 \times 20,000 = 400,000 \text{ kg-cm.}$$

Cuando la carga actúa en la cara superior de la ménsula y si la cuantía, $p = A_s/bd$, es menor ó igual a 0.008, su resistencia a flexión se puede estimar con la ecuación siguiente:

$$M_u R = F.R. A_s f_y s \quad ; \quad M_u R = M_u a$$

$$A_s = \frac{M_u a}{F.R. f_y s} = A_{s1} \quad ; \quad A_{s1} = \frac{400,000}{0.9 \times 4200 \times 24} = 4.41 \text{ cm}^2$$

$$p = \frac{A_{s1}}{bd} \quad ; \quad \text{suponiendo } d = 37 \text{ cm.}$$

$$p = \frac{4.41}{30 \times 37} = 0.004 \quad ; \quad p_{\min} = 0.0029 < p = 0.004 < 0.008 \quad \therefore$$

Correcto

2.- Cálculo del área de acero de refuerzo por tensión directa A_{s2} .

$$H_{ua} = 3 \text{ ton} = 3000 \text{ kg.}$$

$$A_{s2} = \frac{H_{ua}}{F.R. f_y} = \frac{3000}{0.9 \times 4200} = 0.79 \text{ cm}^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 4.41 + 0.79 = 5.20 \text{ cm}^2$$

3.- Cálculo del acero de refuerzo para cortante por fricción, A_{vf}

La resistencia a fuerza cortante por fricción $V_u R$, se tomará como el menor de los valores calculados con las expresiones siguientes:

(A) ----- F.R. $M (A_{vf} f_y + N_u)$

(B) ----- F.R. $[14A + 0.8 (A_{vf} f_y + N_u)]$

(C) ----- 0.3 F.R. $f_c A$

de la ecuación (A) $V_u R = V_{ua} = F.R. M (A_{vf} \times f_y + N_u)$

$$A_{vf} = \frac{V_{ua}}{F.R. M f_y} \quad ; \quad N_u = 0$$

$$A_{vf} = \frac{20,000}{0.8 \times 1.4 \times 4200} = 4.25 \text{ cm}^2$$

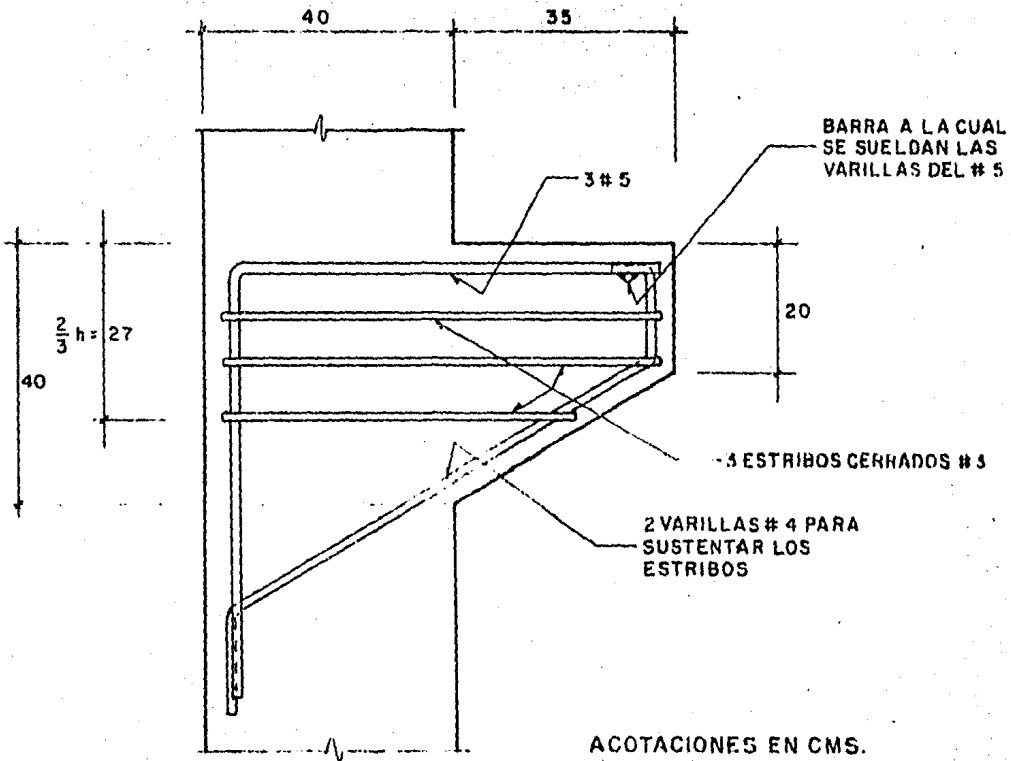
Revisión para las ecuaciones (B) y (C)

de (B) $V_u R = 0.8 [14(30 \times 40) + 0.8(4.25 \times 4200 + 0)] = 24869 \text{ kg.}$

$$V_u R = 24,869 \text{ kg} > V_u R = 20,000 \text{ kg.} \quad \therefore \text{ Correcto}$$

de (C) $V_u R = 0.3 \times 0.80 \times 240 \times 30 \times 40 = 69,120 \text{ kg.} > 20,000 \text{ kg.}$

Por lo que $A_{vf} = 4.25 \text{ cm}^2$ es correcto.

ARMADO PROPUESTO

$$\begin{array}{rcl}
 3 \text{ Vars. } \# 5 & A = & 5.85 \text{ cm}^2 \\
 A_s = A_{s1} + A_{s2} & = & 5.20 \text{ cm}^2 \\
 \text{Diferencia} & & 0.60 \text{ cm}^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 6 \text{ Vars. } \# 3 & A = & 4.26 \text{ cm}^2 \\
 \text{Suma} & = & 4.86 \text{ cm}^2 \text{ que es mayor que } A_{vf} = 4.25 \text{ cm}^2
 \end{array}$$

OBSERVACIONES:

Las cargas Pua y Hua son las de diseño, ya están afectadas por el factor de carga. El factor de resistencia F.R. para tensión, se supuso igual que el especificado para flexión. La geometría y el armado propuesto para la ménsula cumple con los requisitos que se indican en la figura # 17 de las ayudas de diseño.

CAPITULO VI
T O R S I O N

La torsión en un elemento resulta de un momento de torsión al rededor de su eje. Los elementos que se someten a efectos de torsión, se clasifican en dos grupos:

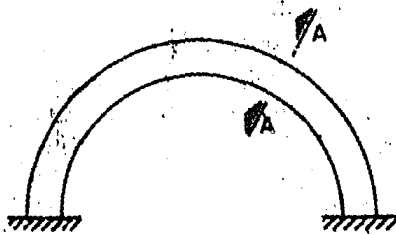
GRUPO I.- Torsión de equilibrio.

Son aquellos miembros cuya resistencia a torsión sea directamente necesaria para el equilibrio de la estructura o de parte de ella.

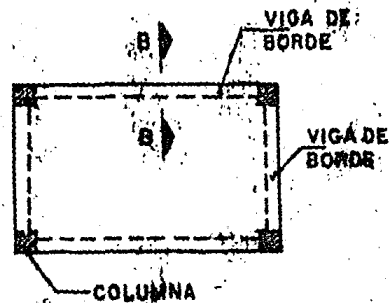
Por ejemplo en una viga aislada de planta curva, como las vigas curvas sin apoyo que algunas veces forman la esquina redonda de un edificio (figura T-1).

GRUPO II.- Torsión de compatibilidad.

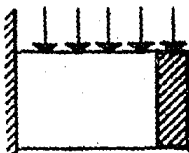
Son aquellos elementos cuya resistencia a torsión no sea directamente necesaria para el equilibrio de la estructura ó de parte de ella. Como cuando la losa de un piso se empotra en una viga y la flexión de la losa tiende a torcer la viga (figura T-2).



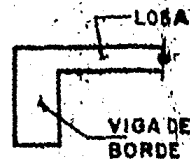
PLANTA VIGA CURVA



PLANTA LOSA



CORTE A-A



CORTE B-B

FIGURA T-1

FIGURA T-2

La torsión produce esfuerzos cortantes que son máximos alrededor de la cara de la viga, sin embargo, en las vigas de secciones prácticas, éstas, se alabean por la torsión y los esfuerzos unitarios no son proporcionales a su distancia del centro de rotación. Por ejemplo, en una viga rectangular, el esfuerzo cortante máximo queda a la mitad de la cara mayor, que es la más cercana al centro de rotación. Como la torsión aumenta el esfuerzo cortante en un lado de la viga y lo reduce en el lado opuesto, aumentan los esfuerzos de tensión diagonal en ese lado.

Por recomendación deben evitarse las cargas que producen principalmente torsión, siempre que sea posible.

Las disposiciones que nos indica el reglamento de construcciones del departamento del Distrito Federal, para elementos cuya longitud no sea menor que el doble del peralte total del miembro, y que estén sometidos a efectos de torsión son las siguientes:

1.- MOMENTO TORSIONANTE QUE RESISTE EL CONCRETO SIMPLE (TCR).

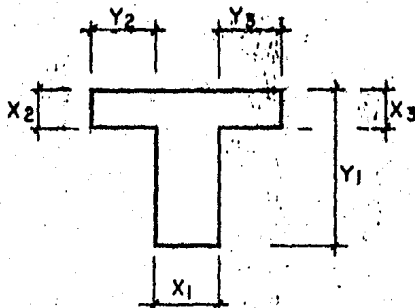
- 1.1 Para elementos sujetos a torsión y en combinación con los efectos de flexión, flexocompresión y cortante:

En Secciones Rectangulares $TCR = 0.6 F.R. b^2 h \sqrt{f^*c}$ --- ①

En Secciones "T", "I", ó "L" $TCR = 0.6 F.R. \sum X^2 Y \sqrt{f^*c}$ --- ②

Donde X y Y, son las dimensiones menor y mayor de los rectángulos en que queda descompuesta la sección, al considerar cada ala y el alma con el peralte completo de la sección, pero sin que se tome Y mayor que 3X.

El factor de reducción de resistencia por torsión F.R. = 0.8



$Y1 \leq 3X1$

SECCION VIGA "T"

1.2 Para elementos sujetos a torsión y tensión axial.

En Secciones Rectangulares: $T_{cR} = \text{Ecuación (1)} \times (1 - 0.03 \frac{T_{u a}}{A_g})$

En Secciones "T", "I" ó "L": $T_{cR} = \text{Ecuación (2)} \times (1 - 0.03 \frac{T_{u a}}{A_g})$

2.- REFUERZO POR TORSION.

Este refuerzo estará formado por estribos cerrados perpendiculares al eje del miembro, con una dobléz a 135° (refuerzo transversal) y por varillas longitudinales, (refuerzo longitudinal).

2.1 Refuerzo tranversal:

$$T' = \frac{F.R. A_{sv} F_{yv} \Omega X_1 Y_1}{S} \quad \text{--- (3)}$$

Donde:

T' es el momento torsionante que toman los estribos y resulta de: la diferencia entre el momento torsionante último actuante, y el momento torsionante que resiste la sección de concreto simple ($T' = T_{u a} - T_{cR}$)

F.R. es el factor de reducción de resistencia para torsión F.R. = 0.8

A_{sv} es el área transversal de una rama del estribo.

F_{yv} es el refuerzo de fluencia del estribo.

S separación de estribos.

X_1 lado menor del estribo medido centro a centro.

Y_1 lado mayor del estribo medido centro a centro.

$$\Omega = 0.67 + 0.33 Y_1/X_1 < 1.5$$

2.1.1 Refuerzo transversal por torsión de equilibrio -- (GRUPO I).

Para los elementos de este grupo, el esfuerzo torsionante que resiste la sección de concreto se desprecia ($T_{cR} = 0$), por lo que el área de acero re-

querida por torsión se obtiene despejando de la ecuación 3 :

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_T = \frac{Tua}{F.R.Fyv \Omega X1 Y1} \quad \text{--- ④}$$

2.1.2 Refuerzo transversal por torsión de compatibilidad (GRUPO II)

En los elementos de este grupo, se pueden despreciar los efectos de torsión si se presentan cualquiera de los siguientes casos:

$$\text{Si } \left(\frac{Tua}{TcR} \right)^2 + \left(\frac{Vua}{VcR} \right)^2 < 1$$

Si $Tua < T'cR$; donde $T'cR = 0.25 TcR$

De requerirse refuerzo transversal, se obtendrá de la siguiente expresión deducida de la ecuación ③

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_T = \frac{Tua - T'cR}{F.R.Fyv \Omega X1 Y1} \quad \text{--- ⑤}$$

2.2 Refuerzo longitudinal.

El refuerzo longitudinal se calcula de la siguiente forma:

$$AsL = 2 \left[\frac{Asv}{S} \right]_T (X1 + Y1) \frac{Fyv}{Fy}$$

Donde $X1$, $Y1$ y Fyv son los parámetros indicados en el inciso 2.1 ; $\left[\frac{Asv}{S} \right]_T$ es el obtenido de las ecuaciones

④ ó ⑤ ; Fy es el esfuerzo de fluencia del acero longitudinal.

3.- REFUERZO TRANSVERSAL POR CORTANTE MAS TORSION.

El refuerzo transversal para la combinación de los efectos de cortante más torsión, se calculará con la siguiente expresión:

$$\left[\frac{As}{S} \right]_{V+T} = \left(\frac{As}{S} \right)_T + \frac{1}{2} \left(\frac{As}{S} \right)_V$$

Donde; $\left(\frac{As}{S} \right)_T$ es el obtenido de las ecuaciones 4 6 5

Y; $\left(\frac{As}{S} \right)_V$ es el obtenido para dos ramas de área de acero de las especificaciones para cortante.

4.- RESTRICCIONES Y RECOMENDACIONES.

4.1 El área de refuerzo transversal (estribos) requerida por cortante y torsión, no será menor que la obtenida en la ecuación (6) expresada a continuación, la separación S , no será mayor que el ancho de los estribos ni que la mitad de su altura, ni mayor de 30 cm.

$$\left[\frac{Asv}{S} \right] (v + T) \text{ mín} + \frac{3 T' cR}{F.R. (X1 Y1 FyV)} \text{ --- (6)}$$

$$S < \begin{cases} X1 \\ Y1/2 \\ 30 \text{ cm.} \end{cases}$$

4.2 Para el refuerzo longitudinal mínimo requerido por torsión, la separación entre barras longitudinales no excederá de 50 cm., su diámetro no será menor que el de los estribos y se distribuirá en el perímetro de la sección transversal, colocando por lo menos una barra en cada esquina; determinándose con la siguiente expresión:

$$AsL \text{ mín} = 2 \left[\frac{Asv}{S} \right] (X1 + Y1) \frac{Fyv}{Fy}$$

$$\text{Donde; } \left[\frac{Asv}{S} \right] = \left[\frac{Asv}{S} \right] (V + T) \text{ mín (ecuación (6))}$$

4.3 El momento máximo admisible de diseño por torsión será:

$$Tua < 7 T' cR (1 - Vu a / 2.5 F.R. b d \sqrt{f*c})$$

- 4.4 En cuanto al diseño de los elementos a torsión, las secciones situadas a menos de un peralte efectivo - de la cara del apoyo, pueden dimensionarse para la torsión que actúa a un peralte efectivo.
- 4.5 En cuanto a la combinación del refuerzo requerido - por torsión con otras fuerzas interiores, se podrán realizar a condición de que el área suministrada no sea menor que la suma de las áreas individuales, y que se cumplan los requisitos más restrictivos de - espaciamiento y distribución del refuerzo.

Los ejercicios que se presentan en este capítulo son los siguientes:

- EJERCICIO T-1) Diseñar por cortante y torsión una viga "L" invertida de concreto reforzado.
- EJERCICIO T-2) Diseñar por cortante y torsión una viga "T" de concreto reforzado.
- EJERCICIO T-3) Diseñar por cortante y torsión una viga "L" invertida en volado de concreto reforzado.

TORSION

EJERCICIO T-1

Diseñar por cortante y torsión la viga de concreto reforzado mostrada en la figura.

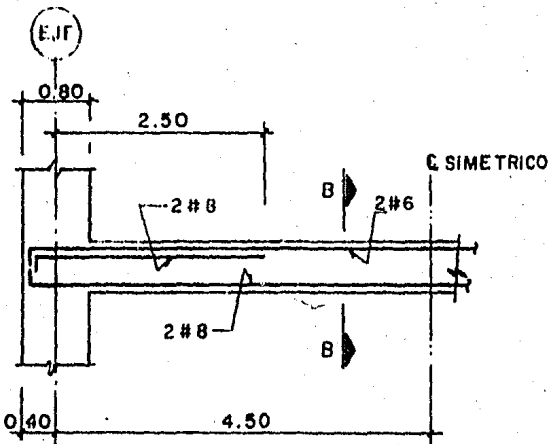
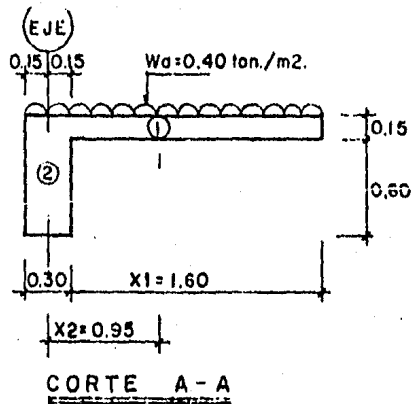
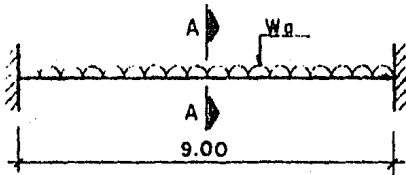
DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ Kg/cm}^2$

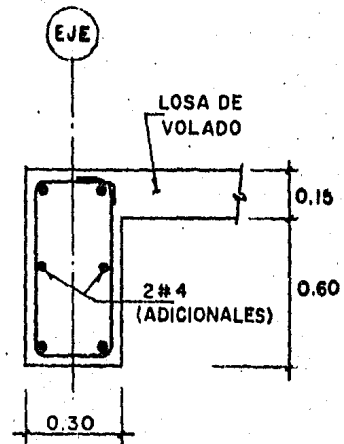
Acero $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$

Carga sobre losa $W_d = 400 \text{ Kg/m}^2$

Torsión de equilibrio (GRUPO I)



ARMADO DE VIGA



CORTE B-B

SOLUCION:

1.- Obtención de los diagramas de cortante y torsión:

Por cortante:

$$W_{ua} = F.C.W = 1.4 \left[(0.4 + 0.15 \times 2.4) 1.9 + 0.30 \times 0.60 \times 2.4 \right] = 2.63 \text{ ton/m.}$$

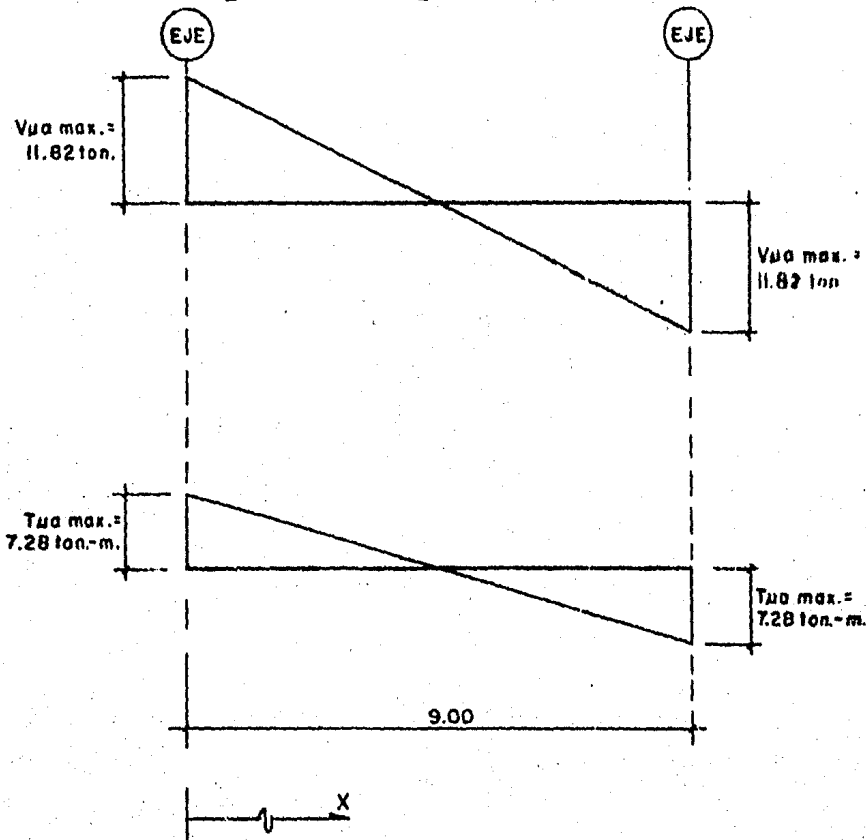
Donde F.C = 1.4 para combinaciones de acciones permanentes y variables.

$$V_{ua} = 9 \times 2.63/2 = 11.82 \text{ ton.}$$

Por torsión:

$$t_{ua} = F.C.W \times l_1 \times l_2 = 1.4 (0.4 + 0.15 \times 2.4) 1.60 \times 0.95 = 1.62 \text{ ton-m}$$

$$T_{ua} = t_{ua} \times \frac{L}{2} = 1.62 \times \frac{9}{2} = 7.28 \text{ ton-m.}$$



2.- Diseño por cortante y torsión.

2.1 Diseño para el punto de cortante y torsión críticos que se presentan a un peralte del paño del apoyo.

El porcentaje de acero en tensión es:

$$P = \frac{A_s}{bd} = \frac{5.07 \times 2 \times 2.85}{30 \times 70} \times 2 = 0.0075 < 0.01$$

El cortante que resiste el concreto será:

$$V_{cR} = F.R. \cdot bd (0.20 + 30p) \sqrt{f^*c'} = 0.8 \times 30 \times 70 \sqrt{(0.20 + 30 \times 0.0075) \cdot 160}$$

$$V_{cR} = 9059 \text{ Kg.}$$

El momento torsionante que resiste el concreto será:

$$T_{cR} = 0.6 F.R. \cdot \sqrt{X^2}; Y; \sqrt{f^*c'}$$

F.R. = 0.8 para torsión.

$$Y_3 = 75 \text{ cm} < 3X_3 = 3(30) = 90 \text{ cm.}$$

$$Y_4 < 3X_4 = 3(15) = 45 \text{ cm.}$$

$$Y_4 = 45 \text{ cm.}$$

$$T_{cR} = 0.6 \times 0.8 [30^2 \times 75 + 15^2 \times 45] \sqrt{160}$$

$$T_{cR} = 471\,306 \text{ Kg} \cdot \text{cm.}$$

$$T'_{cR} = 0.25 T_{cR} = 0.25 \times 471\,306 = 117\,827 \text{ Kg} \cdot \text{cm.}$$

El cortante crítico será:

$$V_{uac} = V_{max} - W_{ua} (0.40 + d) = 11.82 - 2.63 (0.40 + 0.70) = 8.94 \text{ ton.}$$

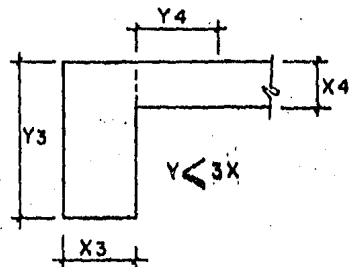
$$V_{uac} = 8940 \text{ Kg.}$$

El momento torsionante crítico será:

$$T_{uac} = T_{ua \text{ máx}} - t_{ua} (0.40 + d) = 7.28 - 1.62 (0.40 + 0.70);$$

$$T_{uac} = 5.5 \text{ ton} \cdot \text{m} = 550\,000, \text{ Kg} \cdot \text{cm.}$$

2.2 Revisión si se acepta la sección de la viga:



$T_{ua \text{ máx}} > T_{ua}$

$$T_{ua \text{ máx}} = 7 T'_{cR} (1 - V_{ua}/2.5 F.R. \text{ bd } \sqrt{f'c'})$$

$$T_{ua \text{ máx}} = 7 \times 117,827 (1 - 8940/2.5 \times 0.8 \times 30 \times 70 \sqrt{160})$$

$$T_{ua \text{ máx}} = 685,995 \text{ Kg} - \text{cm} > T_{uac} = 550,000 \text{ Kg} - \text{cm} \therefore \text{ la } - :$$

Sección es adecuada:

2.3 Obtención del acero transversal.

2.3 Para torsión, $T_{cR} = 0$ por clasificarse del grupo I (torsión de equilibrio)

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_T = \frac{T_{uac}}{F.R. f_y \Omega X Y}$$

$$\text{Donde } \Omega = 0.67 + 0.33 (Y/X) < 1.5 \quad ; \quad \Omega = 0.67 + 0.33 \times \frac{70}{25} = 1.59 > 1.5$$

RIGE

y X_1 y Y_1 son los lados mayor y menor del estribo medido c. ac.

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_T = \frac{550,000}{0.8 \times 4200 \times 1.5 \times 25 \times 70} = 0.0624 \text{ (para una rama).}$$

2.3.2 Por cortante :

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_V = \frac{V_{uac} - V_{cR}}{F.R. f_y d} = \frac{8940 - 9059}{0.8 \times 4200 \times 70} = < 0.00$$

2.3.3 Por especificación:

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_{V \text{ mín.}} = \frac{3.5 b}{F.R. f_y} = \frac{3.5 \times 30}{0.8 \times 4200} = 0.0313 \text{ RIGE (para dos ramas)}$$

2.3.4 El refuerzo de cortante más torsión será:

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_{V+T} = \left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_T + \frac{1}{2} \left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_{V \text{ mín}} = 0.624 + \frac{0.0313}{2} = 0.0781 \text{ RIGE}$$

2.3.5 Por especificación:

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_{(V+T) \text{ mín}} = \frac{T_u - T'_{cR}}{F.R. f_y \Omega X Y} \quad ; \quad \text{donde } T_u = 4 T'_{cR}$$

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right] (V + T) \text{ mfn.} = \frac{3 T'cR}{F.R. f_y \Omega X y} = \frac{3 (117827)}{0.8 \times 4200 \times 1.5 \times 25 \times 70} = 0.0401$$

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_{V + T} = 0.0781$$

Usando estribos del # 4.

$$S = \frac{A_s}{0.0781} = \frac{1.27}{0.0781} = 16.26 \quad \therefore \text{Colocar } \square \# 4 @ 15 \text{ cm.}$$

La separación máxima de estribos se toma del menor valor que resulte de los siguientes 3 valores:

$$s < \begin{cases} X = 25 \text{ cm. (RIGE)} \\ Y/2 = 70/2 = 35 \text{ cm. } S \text{ max} = 30 \text{ cm.} \\ 30 \text{ cm} = 30 \text{ cm.} \end{cases}$$

2.3.6 Acero de refuerzo longitudinal requerido por torsión (ASL)

$$A_{sL} = \left[2 \frac{A_{sv}}{S} \right]_T (X + y) \frac{f_y \text{ estribos}}{f_y \text{ vars. long.}}$$

$$A_{sL} = 2 \times 0.0624 (25 + 70) \frac{4200}{4200} = 11.86 \text{ cm}^2 \text{ (RIGE)}$$

$$A_{sL} \text{ mfn} = \left[2 \frac{A_{sv}}{S} \right]_{(V + T) \text{ mfn}} (X + y) \frac{f_y \text{ estribos}}{f_y \text{ vars. long.}}$$

$$A_{sL} \text{ mfn} = 2 \times 0.0401 (25 + 70) \frac{4200}{4200} = 7.62 \text{ cm}^2$$

Consideraremos que el armado longitudinal de la viga, satisface los requerimientos por flexión y torsión, por lo que se omitirá en lo subsecuente el cálculo de -- acero de refuerzo longitudinal requerido por torsión (ASL).

3.- Diseño por cortante y torsión a una distancia de 1.5 mts a partir del paño del apoyo de la viga.

3.1 Obtención de T_{ua} , V_{ua} , V_{cR} y T_{cR} .

A una distancia de 1.5 mts., a partir del paño del apoyo, la viga esta sujeta a momento flexionante - negativo, por lo que los valores de V_{cR} , T_{cR} y T'_{cR} son los obtenidos en el inciso 2.1.

$$V_{cR} = 9059 \text{ Kg.}$$

$$T_{cR} = 471\,306 \text{ Kg - cm.}$$

$$T'_{cR} = 117\,827 \text{ Kg - cm.}$$

El cortante último actuante es:

$$V_{ua} = V \text{ más } - W_{ua} (0.40+1.50) = 11.82 - 2.63 (1.90) = 6.823 \text{ ton.}$$

$$V_{ua} = 6823 \text{ Kg.}$$

El momento torsionante último es:

$$T_{ua} = T_{ua} \text{ máx } - t_{ua} (0.40+1.50) = 7.28 - 1.62 (1.90) = 4.20 \text{ ton - m}$$

$$T_{ua} = 420\,000 \text{ Kg - cm.}$$

3.2 Obtención del acero transversal.

3.2.1 Para torsión, $T_{cR} = 0$

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_T = \frac{420\,000}{0.8 \times 4200 \times 1.5 \times 25 \times 70} = 0.0476$$

3.2.2 Por cortante, en este caso, el acero requerido es por especificación ver incisos 2.3.2 y 2.3.3.

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_{V \text{ mín}} = 0.0313$$

3.2.3 El refuerzo de cortante más torsión será:

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_{V+T} = 0.0476 + \frac{0.0313}{2} = 0.0633 > \left[\frac{Asv}{S} \right]_{V+T \text{ mín}} = 0.0401$$

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_{V+T} = 0.0633$$

$$\text{Con estribos del \# 4 } S = \frac{1.27}{0.0633} = 20.06 \text{ cm} < S_{\text{máx}} = 30 \text{ cm.}$$

.. Colocar entribos del # 4@20 cm.

4.- Diseño por cortante y torsión a una distancia de 2.50 mts. a partir del paño del apoyo de la viga.

4.1 Obtención de T_{ua} , V_{ua} , V_{cR} y T_{cR} .

A una distancia de 2.50 mts. a partir del paño de apoyo, la viga esta sujeta a momento flexionante positivo, por lo que el valor de V_{cR} cambia, y los valores de T_{cR} y T'_{cR} son los mismos a los obtenidos en el inciso 2.1.

El cortante que resiste el concreto es:

$$V_{cR} = F.R. \cdot bd (0.20 + 30 p) \sqrt{f \cdot c}$$

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{5.07 \times 2}{30 \times 70} = 0.0048 < 0.01.$$

$$V_{cR} = 0.8 \times 30 \times 70 (0.20 + 30 \times 0.0048) \sqrt{160} = 7328 \text{ Kg.}$$

$$T_{cR} = 47 \cdot 1306 \text{ Kg} - \text{cm.}$$

$$T'_{cR} = 117827 \text{ Kg} - \text{cm.}$$

$$V_{ua} = V_{m\acute{a}x} - W_{ua} (0.40 + 2.50) = 11.82 - 2.63 (2.90) = 4.193 \text{ ton.}$$

$$V_{ua} = 4193 \text{ Kg.}$$

$$T_{ua} = T_{ua \text{ m\acute{a}x}} - t_{ua} (2.90) = 7.28 - 1.62 \times 2.90 = 2.582 \text{ ton-m.}$$

$$T_{ua} = 258200 \text{ Kg} - \text{cm.}$$

4.2 Obtención del acero transversal:

4.2.1 Para torsión, $T_{cR} = 0$

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_T = \frac{258 \cdot 200}{0.8 \times 4200 \times 1.5 \times 25 \times 70} = 0.0293$$

4.2.2 Por cortante:

Como $V_{cR} = 7328 \text{ Kg} > V_{ua} = 4193 \text{ Kg.}$, el acero transversal por cortante a colocar es por especificación.

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_{V \text{ mfn}} = 0.0313$$

4.2.3 Refuerzo de cortante más torsión:

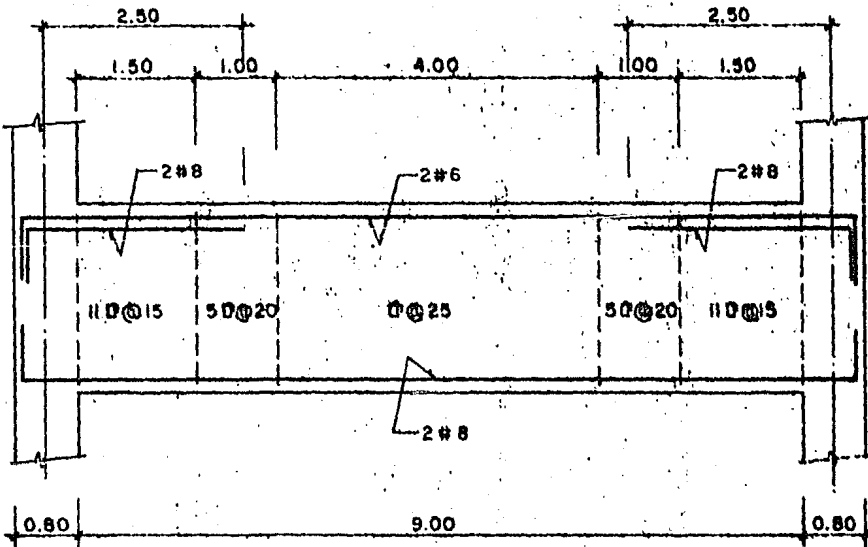
$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_{V+T} = 0.0293 = \frac{0.0313}{2} = 0.045 > \left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_{(V+T) \text{ mfn}} = 0.0401$$

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_{V+T} = 0.045$$

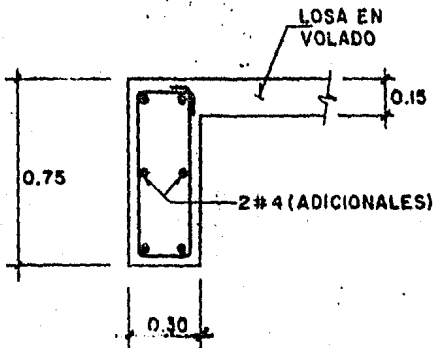
Con estribos del # 4, $S = \frac{1.27}{0.045} = 28.22 \text{ cm} > S_{\text{máx adm}} = 25 \text{ cm}$.

Ver inciso 2.3.5

Como podemos observar, la separación de estribos es la máxima admisible, por lo que para el claro central la separación de estribos será de 25 cm.



ARMADO DE VIGA
ESTRIBOS # 4



SECCION DE VIGA

CONCLUSION:

De gran importancia es el efecto de torsión que presenta la viga, ya que mientras para cortante se requiere refuerzo mínimo, para torsión y la combinación de ambos, el refuerzo transversal aumenta considerablemente.

TORSION

EJERCICIO T-2

Diseñar la viga T mostrada en la figura, considérese torsión de equilibrio (GRUPO I).

DATOS:

$$f'c = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

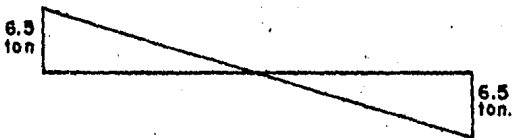
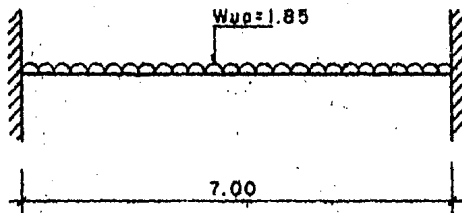
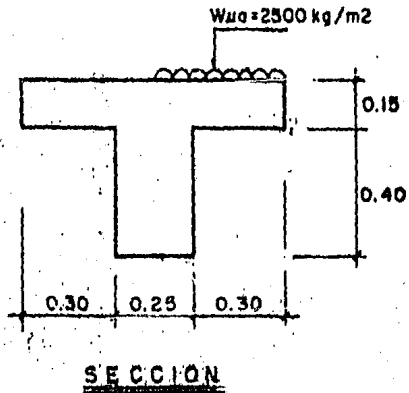
$$f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$p = \frac{A_s}{bd} = 0.0069$$

COSTANTES DE CALCULO

$$f^*c = 160 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f''c = 136 \text{ Kg/cm}^2$$



SOLUCION:

1.- Determinación de T_{ua} .

$$W_T = 2.5 \times 0.425 = 1.063 \text{ ton/m.}$$

$$T_{ua} = 1.063 \times 0.21 \times \frac{7}{2} = 0.781 \text{ ton - m}$$

2.- Determinación de T_{uac} y V_{uac} con $d = 50 \text{ cm.}$

$$V_{uac} = 6.5 - 1.85 \times 0.50 = 5.58 \text{ TN}$$

$$T_{uac} = 0.781 - 1.063 \times 0.21 \times 0.50 = 0.67 \text{ ton - m.}$$

3.- Diseño por cortante y torsión:

Considerando un porcentaje de acero por flexión.

$$p = 0.0069 < 0.01$$

$$V_{cR} = F.R. \cdot b \cdot d (0.20 + 30 p) \sqrt{f \cdot c}$$

$$V_{cR} = 0.8 \times 25 \times 50 (0.20 + 30 \times 0.0069) \sqrt{160} \times 10^{-3} = 5.15 \text{ TN.}$$

$$T_{cR} = 0.6 F.R. \zeta X^2 Y \sqrt{f \cdot c}$$

$$T_{cR} = 0.6 \times 0.8 \left[25^2 \times 55 + 2 \times 15^2 \times 30 \right] \sqrt{160} \times 10^{-5} = 2.907 \text{ ton-m.}$$

$$T'_{cR} = 0.25 T_{cR} = 0.25 \times 2.907 = 0.727 \text{ ton - m}$$

Revisión si la sección se acepta:

$$T_{ua} \leq T'_{cR} \left[1 - \frac{V_{ua}}{2.5 F.R. \cdot b d \sqrt{f \cdot c}} \right]$$

$$7 \times 72,700 \left[1 - \frac{5580}{2.5 \times 0.8 \times 25 \times 50 \sqrt{160}} \right] \times 10^{-5} = 4.19 \text{ ton-m}$$

$$T_{uac} = 0.67 \text{ ton-m} >$$

∴ La sección es adecuada.

4.- Obtención del acero transversal.

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_T = \frac{T_{uac}}{F.R. \cdot f_y \Omega X1 Y1.}$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33 \frac{Y1}{X1} \leq 1.5 ; \Omega = 0.67 + 0.33 \times \frac{50}{20} = 1.50 = 1.50$$

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_T = \frac{0.67 \times 10^5}{0.8 \times 4200 \times 1.5 \times 50 \times 20} = 0.0133 \text{ (de una rama)}$$

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_V = \frac{V_{Mac} - V_{CR}}{F.R. f_{yd}} = \frac{(5.58 - 5.15) \times 10^3}{0.8 \times 4200 \times 50} = 0.0026 \text{ (de dos ramas).}$$

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_{V \text{ mín}} = \frac{3.5 b}{F.R. f_y} = \frac{3.5 \times 25}{0.8 \times 4200} = 0.026 \text{ (RIGE POR CORTANTE)}$$

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_{V+T} = \left[\frac{Asv}{S} \right]_T + \frac{1}{2} \left[\frac{Asv}{S} \right]_{V \text{ mín}} = 0.0133 + \frac{0.026}{2} = 0.0263$$

Revisión:

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_{(V+T) \text{ mín}} = \frac{3 T' cR}{F.R. f_y \Omega X1 Y1}$$

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_{(V+T) \text{ mín}} = \frac{3 \times 72,700}{0.8 \times 4200 \times 1.5 \times 20 \times 50} = 0.0433 > 0.0263$$

RIGE LA ESPECIFICACION POR REFUERZO MINIMO REQUERIDO.

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_{(V+T) \text{ mín}} = 0.0433 ; S = \frac{Asv}{0.0433}$$

Usando varillas del # 2.5 ; $S = \frac{0.49}{0.0433} = 11.31 \text{ cm.}$

Usando varillas del # 3 ; $S = 0.71 / 0.0433 = 16.39 \text{ cm.}$

∴ Colocar \square # 3 @ 15 cm. EN TODA LA VIGA.

$$S_{\text{máx}} = \left\{ \begin{array}{l} X1 = 20 \text{ cm.} \\ Y1/2 = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm.} \\ 30 \text{ cm.} \end{array} \right\}$$

NO RIGE SEPARACION MAXIMA
ADMISIBLE.

∴ Colocar \square # 3 @ 15 cm.

Obtención del acero longitudinal.

$$A_{sL} = \left[\frac{2A_{sv}}{S} \right]_T (X_1 + Y_1) \frac{f_y \text{ est.}}{f_y \text{ long.}}$$

$$A_{sL} = 2 \times 0.0433 \times (50 \times 20) \times 1 = 6.06 \text{ cm}^2,$$

∴ Colocar 4 Vars. # 4, una en cada esquina y 2 Vars. # 3 intermedias a $d/2$, una en cada cara, adicionales - a las necesarias por flexión y en toda la viga.

$$A_s = 4 \# 4 (4 \times 1.27) + 2 \# 3 (2 \times 0.71) = 6.50 > 6.06$$

CONCLUSION:

La sección es adecuada para resistir los efectos de cortante y torsión a que se somete.

El refuerzo transversal requerido en la sección crítica por cortante y torsión, es inferior al mínimo especificado para la combinación de las solicitudes, por lo que rige esta última, - colocando estribos del # 3 a/c 15 cm.

El refuerzo longitudinal requerido por torsión, es adicional - al refuerzo por flexión.

T O R S I O N

EJERCICIO T- 3

Diseñar por cortante y torsión una viga L invertida, empotrada en uno de sus extremos.

DATOS:

Concreto $f'c = 200 \text{ Kg/cm}^2$

Acero $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$

Torsión de equilibrio (GRUPO I)

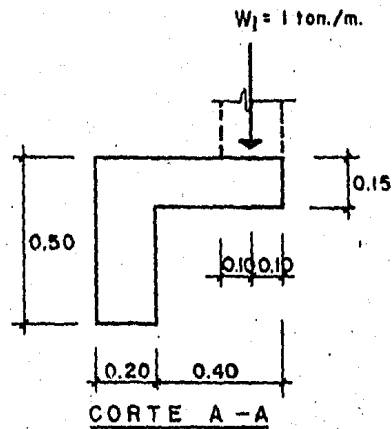
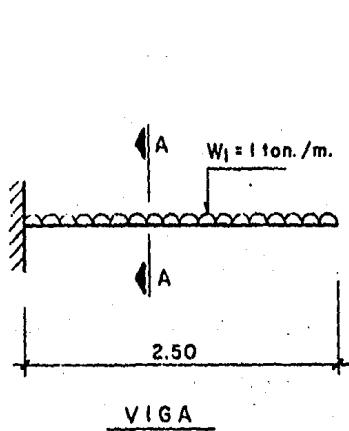
COSTANTES DE CALCULO:

$f^*c = 160 \text{ Kg/cm}^2$

Porcentaje de acero long. $p = 0.0042$

Peralte efectivo $d = 47 \text{ cm.}$

Peso volumétrico del concreto $\gamma^c = 2.4 \text{ ton/m}^3$



SOLUCION:

1.- Determinación de los diagramas de V_{ua} y T_{ua} .

$$w_{ua} = 1.4 \left[1 + (0.20 \times 0.50 + 0.40 \times 0.15) \cdot 2.4 \right] = 1.94 \text{ ton/m.}$$

$$V_{ua} = 1.94 \times 2.50 = 4.85 \text{ ton.}$$

$$t_{ua} = (1 \times 0.40 + 0.40 \times 0.15 \times 2.4 \times 0.30) \cdot 1.4 = 0.62 \frac{\text{ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$T_{ua} = 0.62 \times 2.50 = 1.55 \text{ ton} \cdot \text{m.}$$

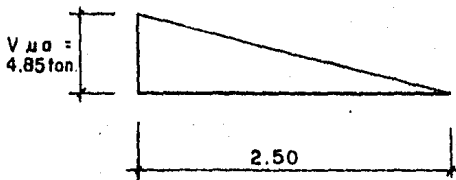
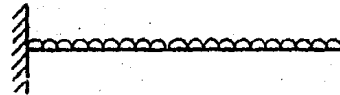
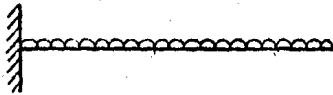


DIAGRAMA DE CORTANTE

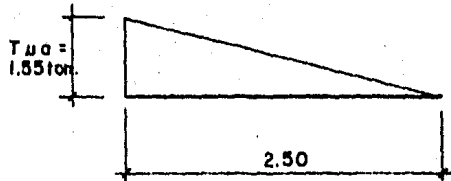


DIAGRAMA DE MOMENTO TORSIONANTE

Diseño por cortante y torsión.

.- Diseño por cortante y torsión críticos que se presentan a un peralte del paño del apoyo.

2.1 Determinación de T_{uac} , V_{uac} , V_{cR} , T_{cR} y T'_{cR}

$$V_{uac} = 4.85 - 1.94 \times 0.47 = 3.94 \text{ ton} = 3940 \text{ Kg.}$$

$$T_{uac} = 1.55 - 0.62 \times 0.47 = 1.26 \text{ ton-m } 126,000 \text{ Kg/cm}$$

$$V_{cR} = \text{F.R. bd } (0.2 + 30 p) \sqrt{f^*c} = 0.8 \times 20 \times 47 (0.2 + 30 \times 0.0042) \sqrt{160}$$

$$V_{cR} = 3100 \text{ Kg.}$$

$$T_{cR} = 0.6 \text{ F.R. } \leq X^2 Y ; \sqrt{f^*c}$$

$$T_{cR} = 0.6 \times 0.8 (20^2 \times 50 + 15^2 \times 40) \sqrt{160} = 176,075 \text{ Kg-cm.}$$

$$T'_{cR} = 0.25 \quad T_{cR} = 0.25 (176,075) = 44,018 \text{ Kg - cm.}$$

2.2 Revisión si la sección es adecuada:

$$T_{ua \text{ máx}} = 7 T'_{cR} (1 - V_{uac}/2.5 \text{ F.R. bd } \sqrt{f^*c})$$

$$T_{ua \text{ máx}} = 7 \times 44,018 (1 - 3940/2.5 \times 0.8 \times 20 \times 47 \sqrt{160})$$

$$T_{ua \text{ máx}} = 257,074 \text{ Kg - cm} > T_{uac} = 126,000 \text{ Kg - cm.}$$

∴ Correcto.

2.3 Obtención del acero transversal:

2.3.1 Por torsión, $T_{cR} = 0$ por clasificarse del Grupo I (torsión de equilibrio).

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_T = \frac{T_{uac}}{\text{F.R. } f_y \Omega X Y} ; \text{ donde } X = 47 \text{ cm, } Y = 17 \text{ cm.}$$

$$\Omega = 0.67 \times 0.33 (47) = 1.58 < 1.5 \quad \therefore \Omega = 1.5$$

17

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_T = \frac{126,000}{0.8 \times 4200 \times 1.5 \times 17 \times 47} = \frac{126,000}{4'026,960} = 0.0313$$

2.3.2 Por cortante:

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_V = \frac{V_{uac} - V_{cR}}{\text{F.R. } f_{yd}} = \frac{3940 - 3100}{0.8 \times 4200 \times 47} = 0.0053$$

Por especificación refuerzo mínimo por cortante:

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_{V \text{ mín}} = \frac{3.5 b}{\text{F.R. } f_y} = \frac{3.5 \times 20}{0.8 \times 4200} = 0.0208 \quad \underline{\text{RIGE POR CORTANTE}}$$

2.3.3 El refuerzo por cortante más torsión será:

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_{V+T} = \left[\frac{Asv}{S} \right]_T + \frac{1}{2} \left[\frac{Asv}{S} \right]_{V \text{ mfn}} = 0.0313 + \frac{0.0208}{2} = 0.0417$$

2.3.4 Refuerzo mínimo especificado por cortante más torsión:

$$\left[\frac{Asv}{S} \right]_{(V+T) \text{ mfn}} = \frac{3 T'cR}{F.R \cap X Y Fy} = \frac{3 \times 44018}{0.8 \times 1.5 \times 17 \times 47 \times 4200} = 0.0328$$

RIGE 2.3.3 $\left[\frac{Asv}{S} \right]_{V+T} = 0.0417$

Usando estribos del # 2.5 $S = \frac{0.49}{0.0417} = 11.75 \text{ cm.}$

∴ Colocar [] # 2.5 a/c 10 cm.

2.4 Refuerzo longitudinal requerido por torsión (AsL)

$$AsL = 2 \left[\frac{Asv}{S} \right]_T (X + Y) \frac{fy \text{ est.}}{fy \text{ vars. long.}} > 2 \left[\frac{Asv}{S} \right]_{(V+T) \text{ mfn}} (X+Y)$$

$\frac{fy \text{ est.}}{fy \text{ var. long.}}$

$$AsL = 2 \times 0.0313 (17+47) \times 1 = 4 \text{ cm}^2 \approx 2 \times 0.0328 (17+47) \times 1 = 4.20 \text{ cm}^2.$$

∴ AsL = 4.20 cm².

3.- Diseño por cortante y torsión a una distancia de 1.10 mts. a partir del paño del apoyo.

3.1 Determinación de Vual y Tual.

$$V_{ual} = 4.85 - 1.94 \times 1.10 = 2.73 \text{ ton} = 2720 \text{ Kg.}$$

$$T_{ual} = 1.55 - 0.62 \times 1.10 = 0.87 \text{ ton-m} = 87,000 \text{ Kg-cm.}$$

$$V_{cR} = 3100 \text{ Kg} ; T_{cR} = 176,075 \text{ Kg-cm} ; T'cR = 44,018 \text{ Kg-cm.}$$

3.2 Obtención del acero transversal:

3.2.1. Por torsión, T_{cR} = 0

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right] = \frac{T_{ua} 1}{F.R. f_y \Omega X Y} = \frac{87,000}{4'026,960} = 0.0216$$

3.2.2 En cortante rige por especificación.

$$\left[\frac{A_s}{S} \right]_{V \text{ mín}} = 0.0208$$

3.2.3 Refuerzo por cortante más torsión:

$$\left[\frac{A_{sv}}{S} \right]_{V+T} = 0.0216 + \frac{0.0208}{2} = 0.032 \approx \left[\frac{A_s}{S} \right]_{(V+T) \text{ mín}} = 0.0328$$

Usando estribos del # 2.5 $S = \frac{0.49}{0.0328} = 14.95 \text{ cm} \approx 15 \text{ cm}.$

3.2.3 Revisión de la separación máxima admisible:

$$S \text{ max} \leq \begin{cases} X = 17 \text{ cm.} \\ Y/2 = 47/2 = 23 \text{ cm.} \\ 30 \text{ cm.} \end{cases}$$

∴ Colocar estribos # 2.5 a/c 15 cm.

3.3 El refuerzo longitudinal requerido es el calculado en el inciso 2.4, ya que rige la especificación mínima.

$$A_{sL} = 4.20 \text{ cm.}$$

CONCLUSION:

El refuerzo que requiero la viga para soportar los elementos mecánicos a que se someta son:

- 1.- Refuerzo transversal: se requieren de 12 estribos del # -- 2.5 a/c 10 cm. iniciando el primer estribo en el paño del -- apoyo, que nos cubren una longitud de 110 cm (11 espacios -- X 10 cm = 110 cm). El resto de los estribos será del # 2.5 con una separación de 15 cm. y complen con la separación má xima admisible por torsión.
- 2.- Por refuerzo longitudinal se requiere de un área de 4.20 -- cm² (6 vars. # 3) a lo largo de toda la viga y adicionales al área necesaria para resistirlos efectos de flexión. La distribución que se propone para las varillas es la siguiente.

2 Vars # 3 En lecho superior.
2 Vars # 3 En lecho inferior.
2 Vars # 3 Intermedias.

CAPÍTULO VII

COMENTARIOS GENERALES

En este capítulo haré mención, en forma general, a los planteamientos obtenidos mediante la incorporación de la investigación a la práctica, en el desarrollo más completo del proyecto partiendo de la resistencia de ruptura, tomando en cuenta la compatibilidad de la deformación y la importancia que tienen en el proyecto los métodos de los factores de carga, el del proyecto al límite y el de la línea de fluencia, que han hecho posible la obtención de los criterios y las normas que señala el reglamento de Construcciones del D.D.F. 1977 para el diseño por la teoría de resistencia última para estructuras de concreto, que indican los requisitos mínimos necesarios para proteger al público de riesgos, eliminando los errores más comunes, especialmente los que ponen en peligro la seguridad, y definiendo los procedimientos para lograr un diseño razonable de las estructuras.

La teoría de diseño por resistencia última, representa los más recientes conocimientos sobre el diseño de estructuras de concreto reforzado. Con su uso se obtiene un factor de seguridad más uniforme, una economía mucho mayor en los materiales y un procedimiento de diseño menos empírico, que consiste en definir las acciones interiores correspondientes a las condiciones de servicio, mediante un análisis elástico y multiplicarlas por un factor de carga, para así obtener las resistencias de dimensionamiento. El factor, de carga puede introducirse también, incrementando las acciones exteriores para realizar después un análisis elástico de la estructura.

El reglamento indica que en el diseño de las estructuras de concreto se deben revisar los estados límite de falla y, en la determinación de resistencia de secciones de cualquier forma sujetas a flexión, carga axial ó una combinación de ambas, se efectuará a partir de las condiciones de equilibrio y de las siguientes hipótesis:

- a).- La distribución de deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal de un elemento es plana.
- b).- Existe adherencia entre el concreto y el acero de tal manera que; la deformación unitaria del acero es igual a la del concreto adyacente.

- c).- El concreto no resiste esfuerzos de tensión.
- d).- La deformación unitaria del concreto en compresión cuando se alcanza la resistencia de la sección es 0.003.
- e).- La distribución de esfuerzos de compresión en el concreto, cuando se alcanza la resistencia es uniforme en una zona cuya profundidad es 0.8 veces la del eje neutro, - definiendo este de acuerdo con las hipótesis anteriores. El esfuerzo uniforme se tomará igual $0.85 f'_c$ si $f'_c \leq 250 \text{ Kg/cm}^2$ e igual a $(1.05 - f'_c/1250)$ si $f'_c > 250 \text{ Kg/cm}^2$ el diagrama esfuerzo - deformación unitaria del acero de refuerzo se idealiza por medio de una recta que pase por el origen, con pendiente igual a E_s , y una recta horizontal que pase por la ordenada correspondiente al esfuerzo de fluencia del acero, f_y . Como ejemplifica en la figura 1.

La resistencia determinada con estas hipótesis, multiplicada por el factor de reducción de resistencia F.R. correspondiente, da la resistencia de diseño.

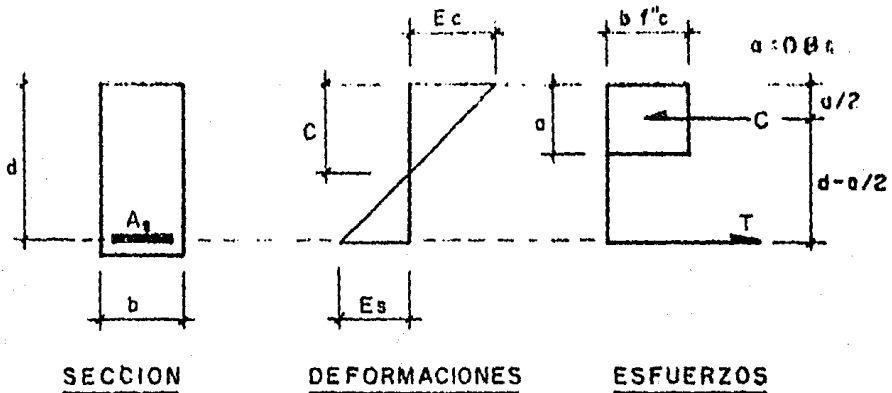


FIGURA 1

FACTORES QUE DETERMINAN LA SEGURIDAD.

El diseño por resistencia última utiliza factores de seguridad por varias razones de gran importancia, algunas son cuestiones que quedan fuera del control del ingeniero como la posibilidad de cargas futuras imprevistas. Otras quedan parcialmente bajo el control del ingeniero, por ejemplo, la calidad de los materiales usados en la construcción, que el ingeniero puede, cuando menos, controlar con las especificaciones e inspección. Otras se refieren a la importancia del elemento para mantener la integridad de la estructura; una falla local de una losa no es tan seria como el colapso de una columna. Además otros factores varían con el grado de seguridad que se justifique, como de pérdidas de vidas por el colapso de un edificio escolar, en comparación con el de un cobertizo sencillo para guardar material. Por lo que exigen factores de carga y de reducción de resistencia en el diseño de estructuras, para lo cual definiremos los diferentes tipos de acciones que pueden actuar en una estructura.

En el diseño de una estructura deberá considerarse el efecto combinado de todas las acciones, que tengan una probabilidad no despreciable de ocurrir simultáneamente, clasificándolas en la siguiente forma:

- 1.- Acciones permanentes. Son las que obran en forma continúa sobre la estructura y cuya intensidad no varía con el tiempo. Por ejemplo:

La carga muerta, debido al peso propio de los elementos estructurales y al peso de los elementos no estructurales incluyendo las instalaciones.

Empuje estático de tierras y líquidos, de carácter permanente.

Las deformaciones y los desplazamientos impuestos a la estructura tales como los debidos a presfuerzo ó movimientos diferenciales permanentes de los apoyos.

- 2.- Acciones variables. Son aquellas que obran sobre la estructura con una intensidad variable en el tiempo y, comprenderán los siguientes tipos:

La carga viva, que representan las fuerzas gravitacionales que obran en la construcción y no tienen carácter permanente.

Los efectos causados en las estructuras por los cambios de temperatura y por contracciones.

Las deformaciones impuestas y los hundimientos diferenciales que tengan una intensidad variable con el tiempo.

Los efectos de maquinaria y equipo, incluyendo, cuando sean significativas, las acciones dinámicas que el funcionamiento de máquinas induzca en las estructuras debido a vibraciones, impacto y frenaje.

De acuerdo con la combinación de acciones para la cual se esté diseñando, cada acción variable se tomará con tres posibles intensidades:

Intensidad media, cuyo valor nominal se sumará al de las acciones permanentes, para estimar efectos a largo-plazo.

Intensidad instantánea, cuyo valor nominal se empleará para combinaciones que incluyen acciones permanentes y accidentales.

Intensidad máxima, cuyo valor nominal se empleará en combinaciones que incluyen exclusivamente acciones permanentes.

- 3.- Acciones accidentales. Se consideran acciones accidentales las siguientes: Sismo, viento, otras acciones accidentales como explosiones, incendios y otras acciones que puedan ocurrir en casos extraordinarios para los cuales no será necesario incluirla en el diseño formal, sino únicamente tomar precauciones en la estructuración y en los detalles constructivos, para evitar comportamientos catastróficos de la construcción.

FACTOR DE CARGA. Trata de determinar la posibilidad de que se excedan las cargas de servicio prescritas, dentro de las más importantes tenemos las siguientes, con las salvedades que indica el título IV de requisitos de seguridad y servicio para las estructuras.

- 1.- Para combinaciones de acciones permanentes con acciones variables, el factor de carga F.C. = 1.4, excepto que se trate de estructurar donde pueda haber normalmente aglomeraciones de gente como escuelas, estadios, etc. donde F.C. = 1.5
- 2.- Para combinaciones de acciones que incluyan una acción accidental, además de las acciones permanentes y variables, se tomará F.C. = 1.1

FACTOR DE REDUCCION DE RESISTENCIA. Se consideran para tomar en cuenta las variaciones en los materiales, dimensiones de la construcción, aproximaciones de los cálculos, y se determinan por el tipo de esfuerzo ó elemento considerado, es decir, si es esfuerzo de flexión, cortante ó torsión ó si se trata del comportamiento del elemento a la compresión. Por lo que se especifican los siguientes factores:

F.R. = 0.9 para flexión.

F.R. = 0.8 Para cortante y torsión.

F.R. = 0.85 Para flexocompresión cuando el núcleo esté confinado con un zuncho ó estribos, y también cuando el elemento falle en tensión.

MATERIALES. En cuanto a los materiales, el concreto es un material pétreo artificial obtenido de la mezcla de cemento portland, agregados sanos y agua carente de impurezas nocivas. El cemento y el agua forman una pasta que rodea a los agregados, constituyendo un material heterogéneo. Algunas veces se añaden ciertas substancias llamadas aditivos que mejoran ó modifican algunas propiedades del concreto.

El concreto simple, sin refuerzo, es resistente a la compresión, pero es débil a la tensión, lo que limita su aplicabilidad como material estructural. Para resistir tensiones, se emplea refuerzo de acero, generalmente en forma de barras colocadas en las zonas donde se prevé que se desarrollarán tensiones, bajo las solicitudes de servicio. El acero restringe el desarrollo de las grietas originadas por la poca resistencia a la tensión del concreto. El acero de refuerzo también se emplea en zonas de compresión para dar ductibilidad al elemento en cuestión, y para proporcionar confinamiento lateral al concreto.

La resistencia especificada del concreto en compresión se denomina f'_c en Kg/cm², la resistencia nominal del concreto a compresión en la estructura se denomina $f_c = 0.8 f'_c$ en Kg/cm², y el módulo de elasticidad del concreto con peso mayor ó igual a 2 ton/m³ se denominará E_c y se supondrá igual a $10,000 \sqrt{f'_c}$, en Kg/cm².

El refuerzo ordinario para el concreto se hará con barras corrugadas de acero, y/o malla soldada de alambre, permitiendo también el uso de la barra lisa de 6.4 mm. de diámetro (No. 2) para estribos, conectores de elementos compuestos y como refuerzo para fuerza cortante

por fricción. Para calcular su resistencia se usarán - los esfuerzos de fluencia mínimos (f_y), y el módulo de elasticidad del acero de refuerzo ordinario, E_s , se supdrá igual a 2×10^6 Kg/cm².

Una vez definidos los criterios generales del reglamento de construcciones del D.D.F. - 1977, me resta mencionar que el estudio del concreto reforzado ha dejado de ser una simple prolongación de la teoría elástica de la resistencia de materiales, pues el concreto es un material no elástico, y en trabajo normal está sujeto a las discontinuidades de las grietas finas. Por lo que es una fortuna que siendo tan complejo, se pueda diseñar convenientemente, por los procedimientos relativamente sencillos, basados en la resistencia de ruptura - que marca el reglamento.

MOMENTOS RESISTENTES DE SECCIONES RECTANGULARES

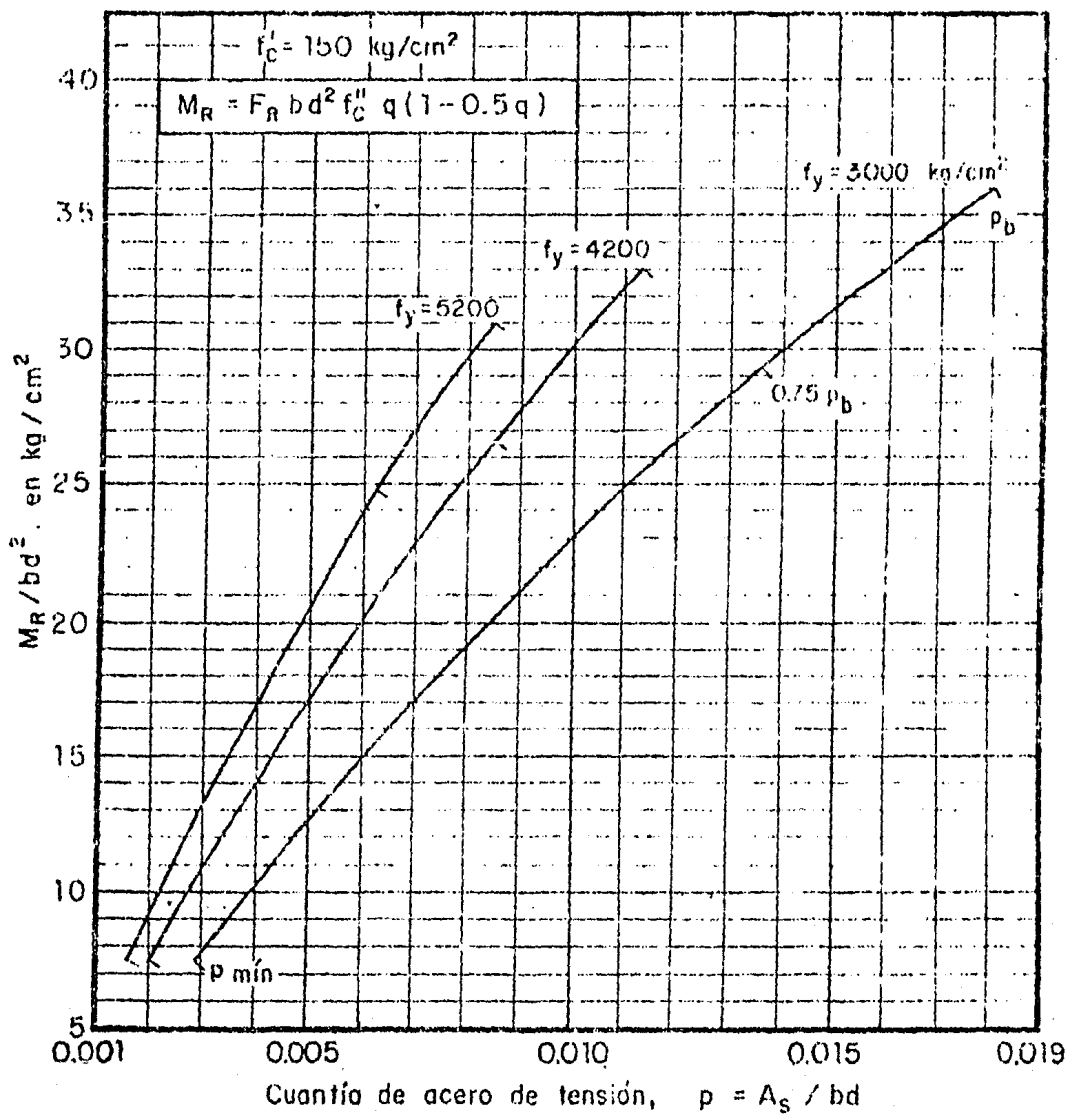


FIG. 1

MOMENTOS RESISTENTES DE SECCIONES RECTANGULARES

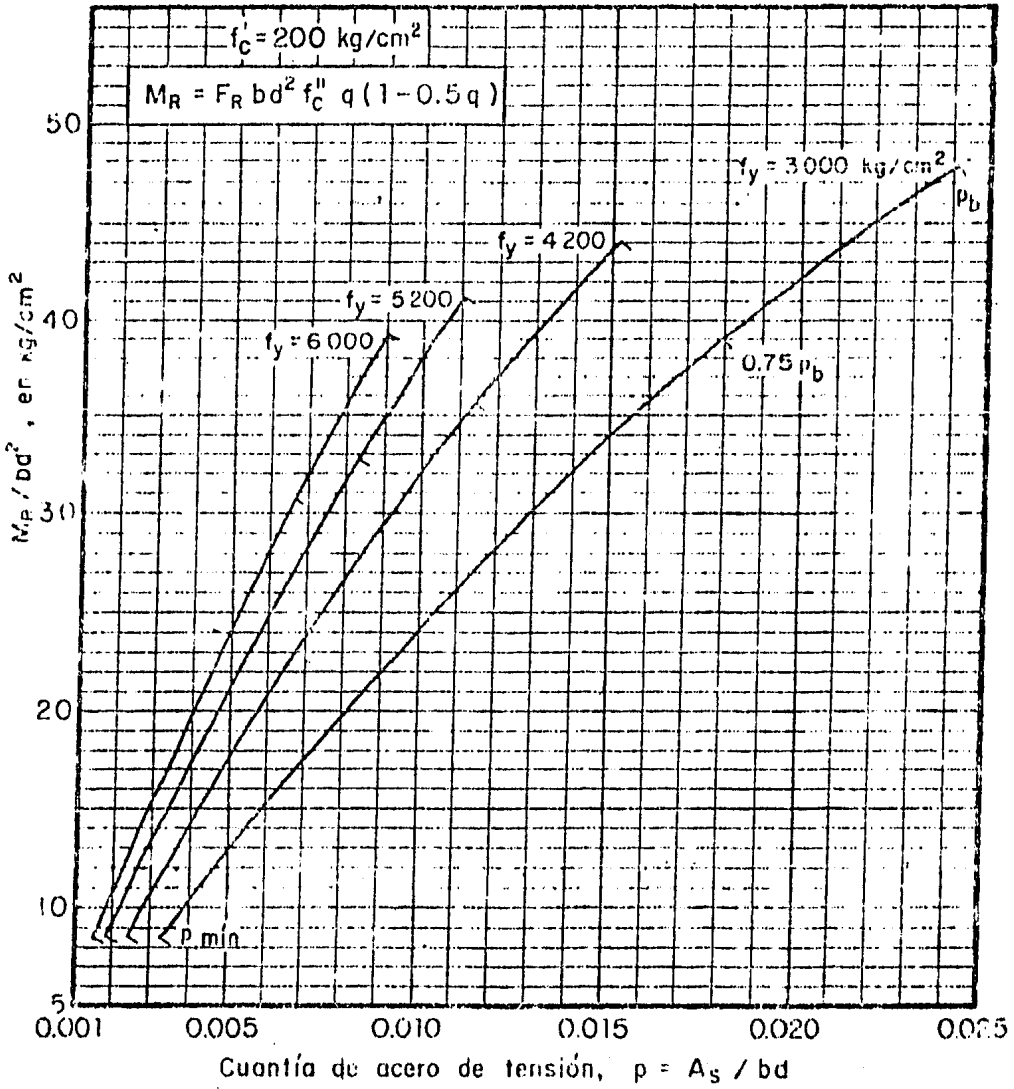


FIG. 2

MOMENTOS RESISTENTES DE SECCIONES RECTANGULARES

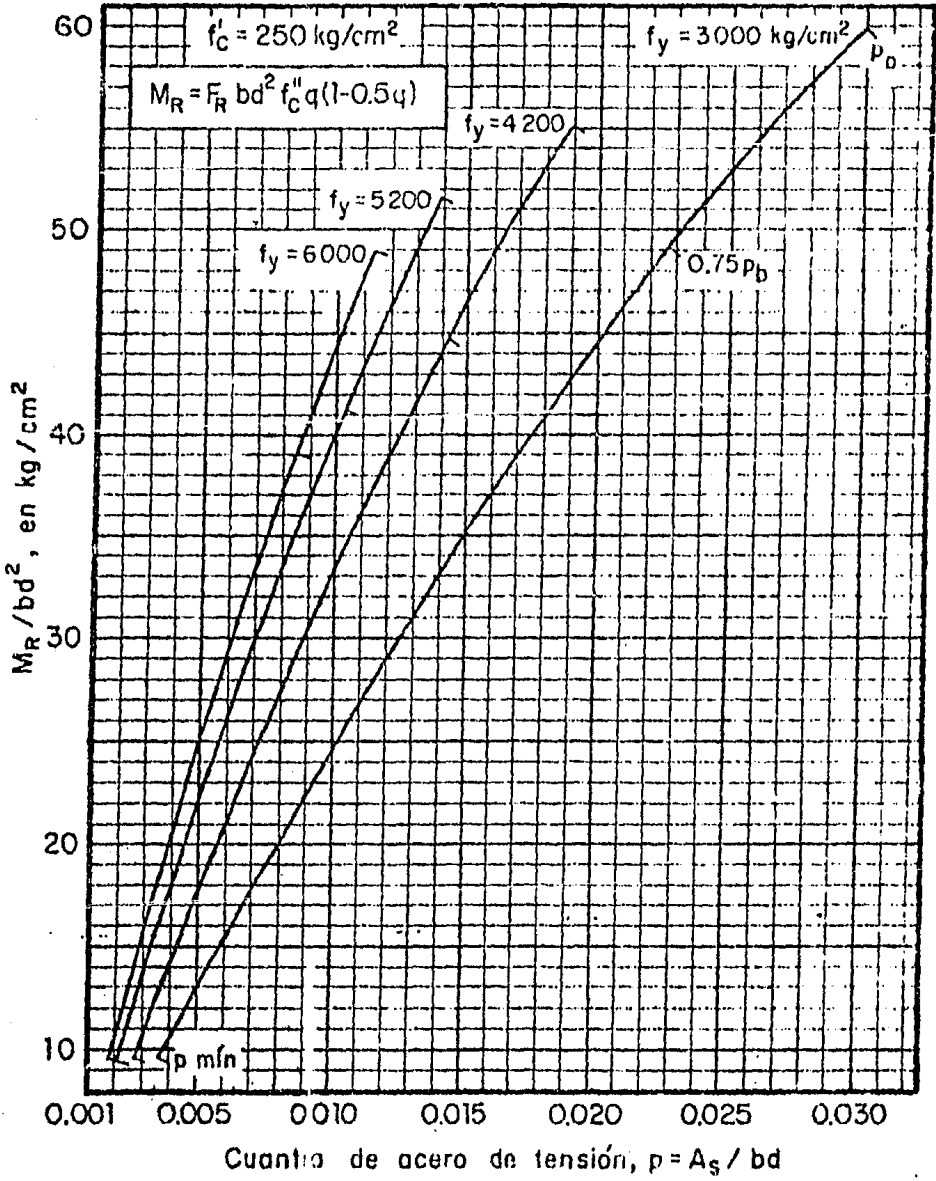
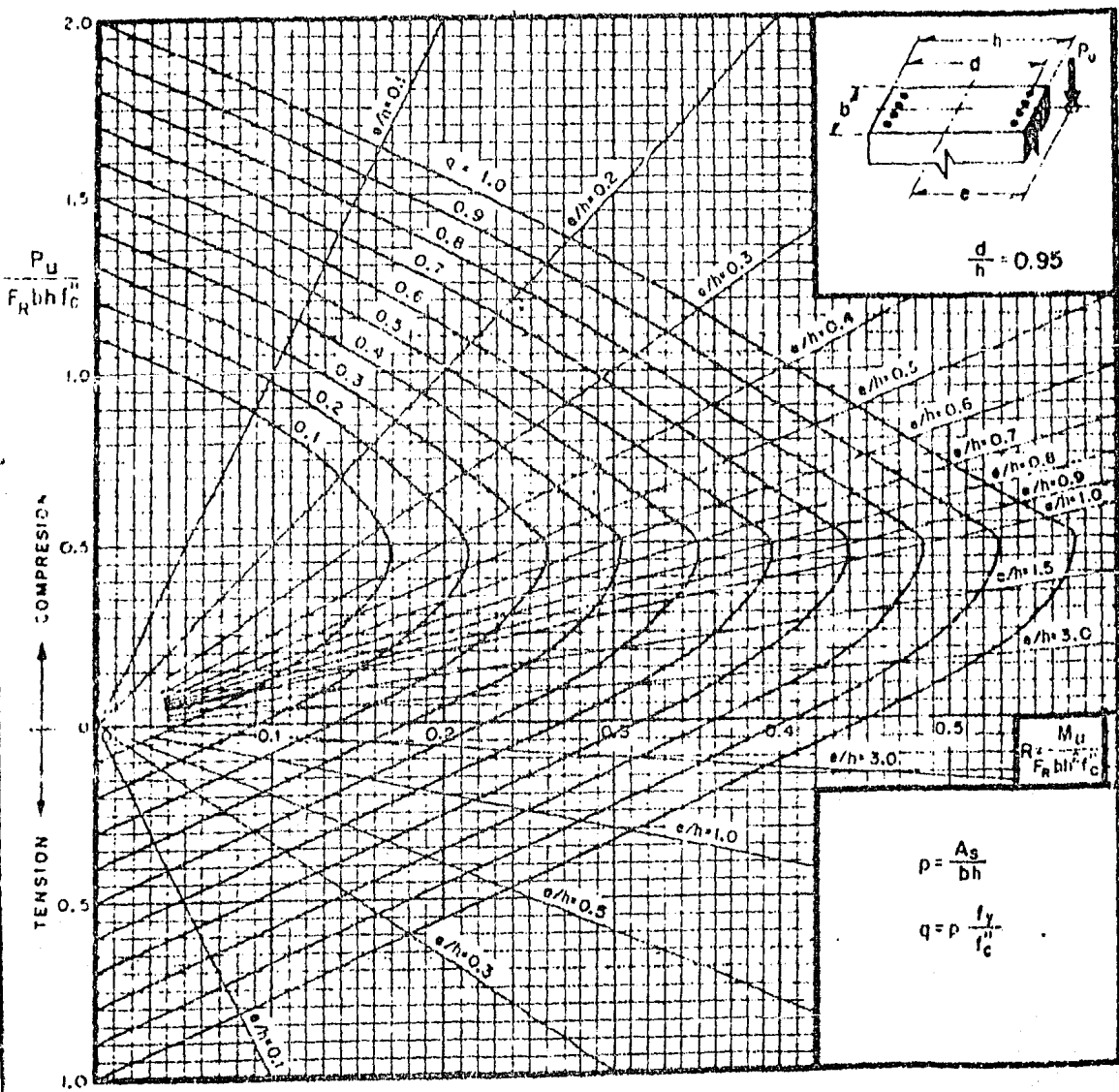
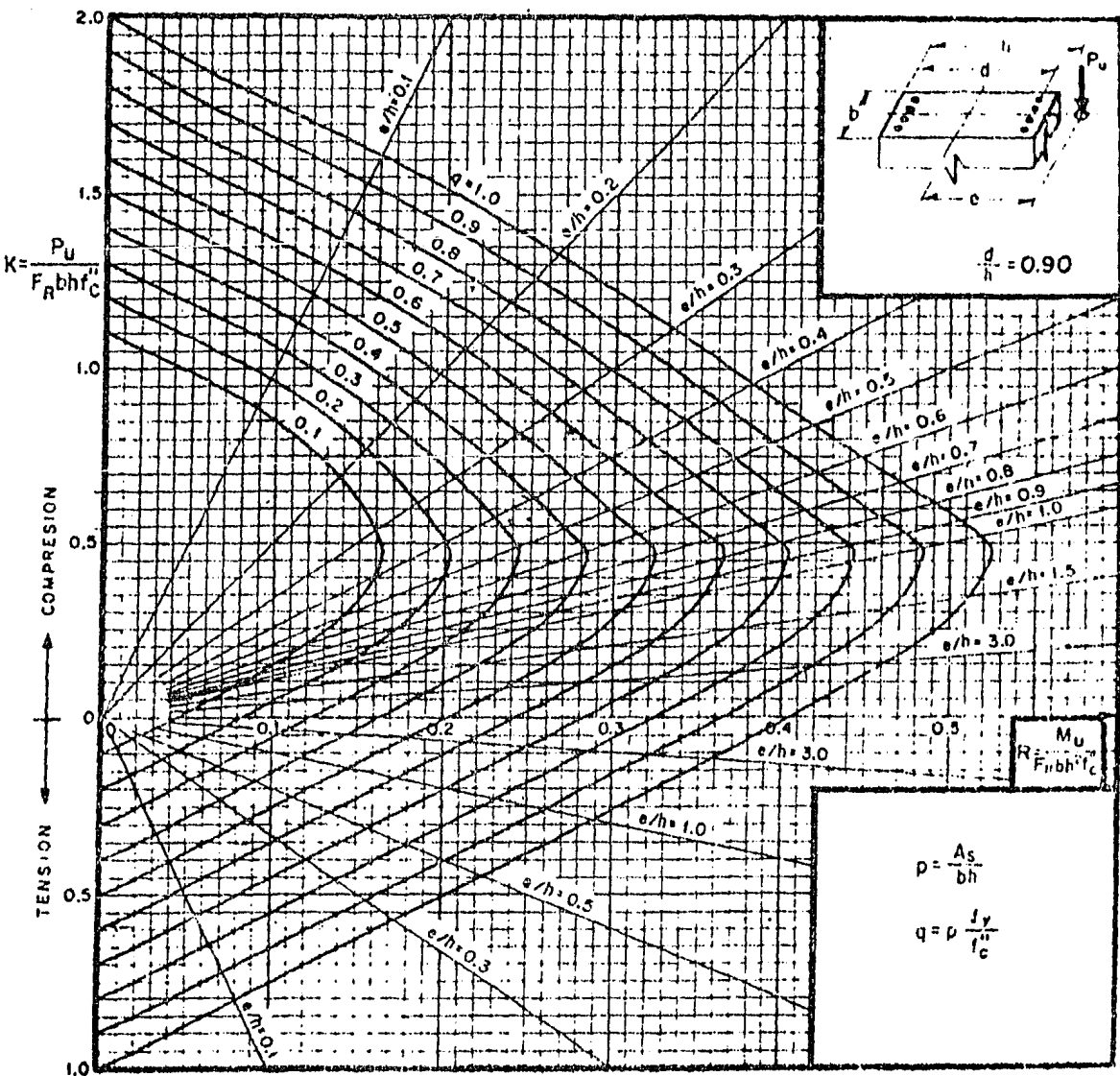


FIG. 3



A_s = Area total de refuerzo
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$; si $f_c^* \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f_c'' = \left(1.05 - \frac{f_c^*}{1250}\right) f_c^*$; si $f_c^* > 250 \text{ kg/cm}^2$
 M_u = Momento flexionante de diseño
 P_u = Carga axial de diseño

FIG. 4



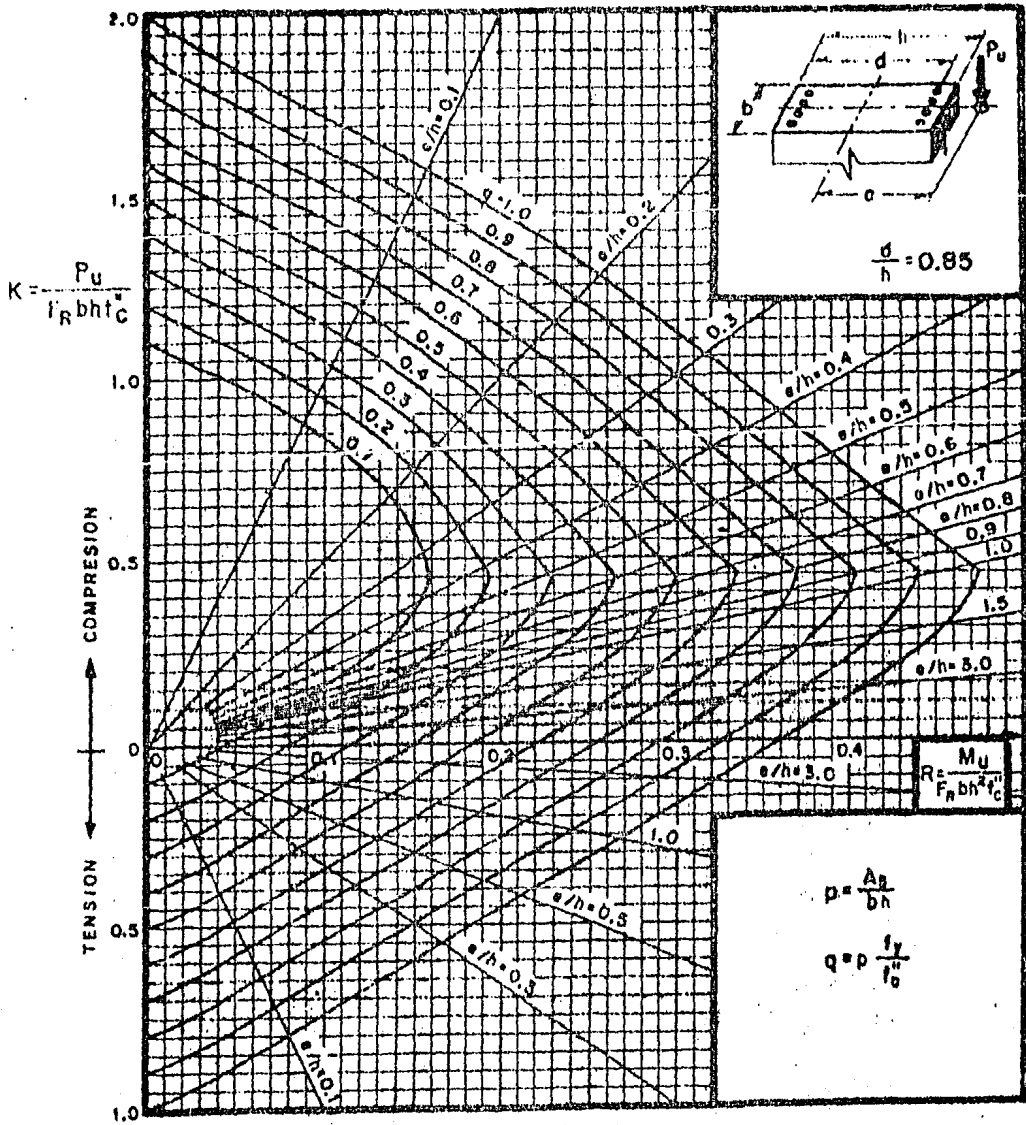
A_s = Area total de refuerzo

$f_c^* = 0.85 f_c$; si $f_c^* \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f_c^* = \left(1.05 - \frac{f_c^*}{1250}\right) f_c^*$; si $f_c^* > 250 \text{ kg/cm}^2$

M_u = Momento flexionante de diseño

P_u = Cargo axial de diseño

FIG. 5



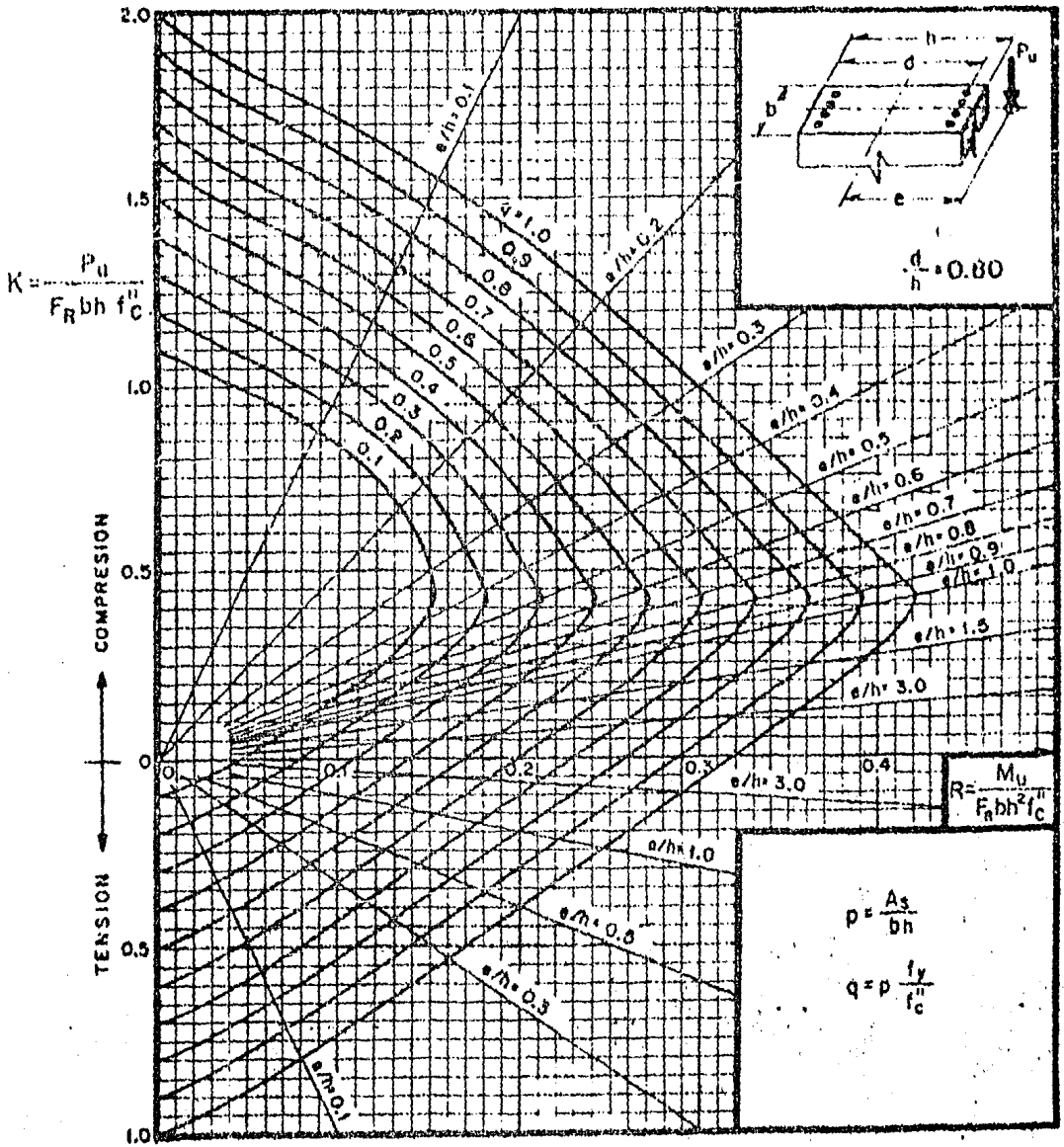
A_s = Area total de refuerzo

$f_c^* = 0.85 f_c^*$, si $f_c^* \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f_c^* = (1.05 - \frac{f_c^*}{1250}) f_c^*$; si $f_c^* > 250 \text{ kg/cm}^2$

M_u = Momento flexionante de dise\~no

P_u = Carga axial de dise\~no

FIG. 8



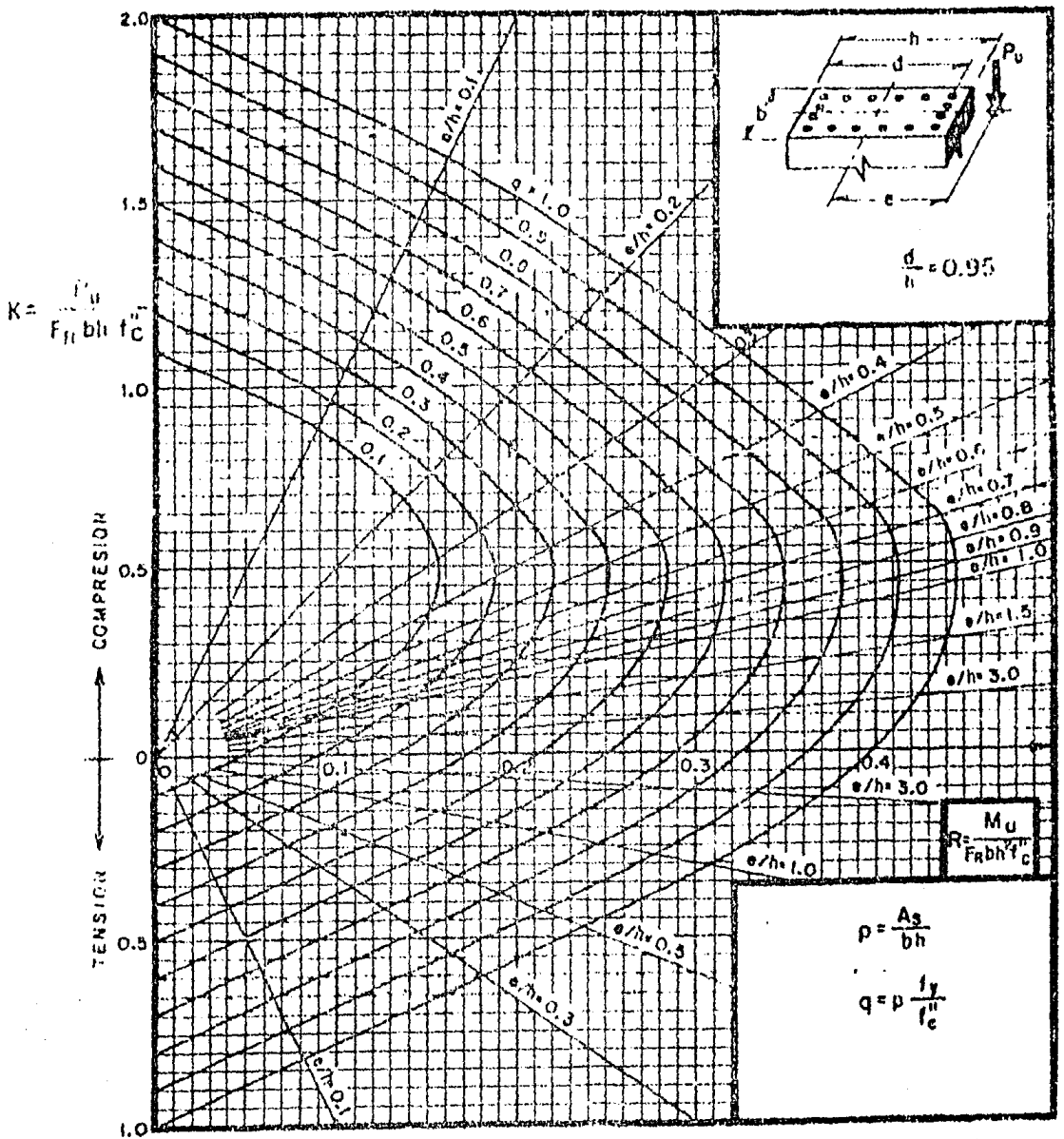
A_s = Área total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c'$; si $f_c' \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c'}{1250}) f_c'$; si $f_c' > 250 \text{ kg/cm}^2$

M_u = Momento flexionante de diseño

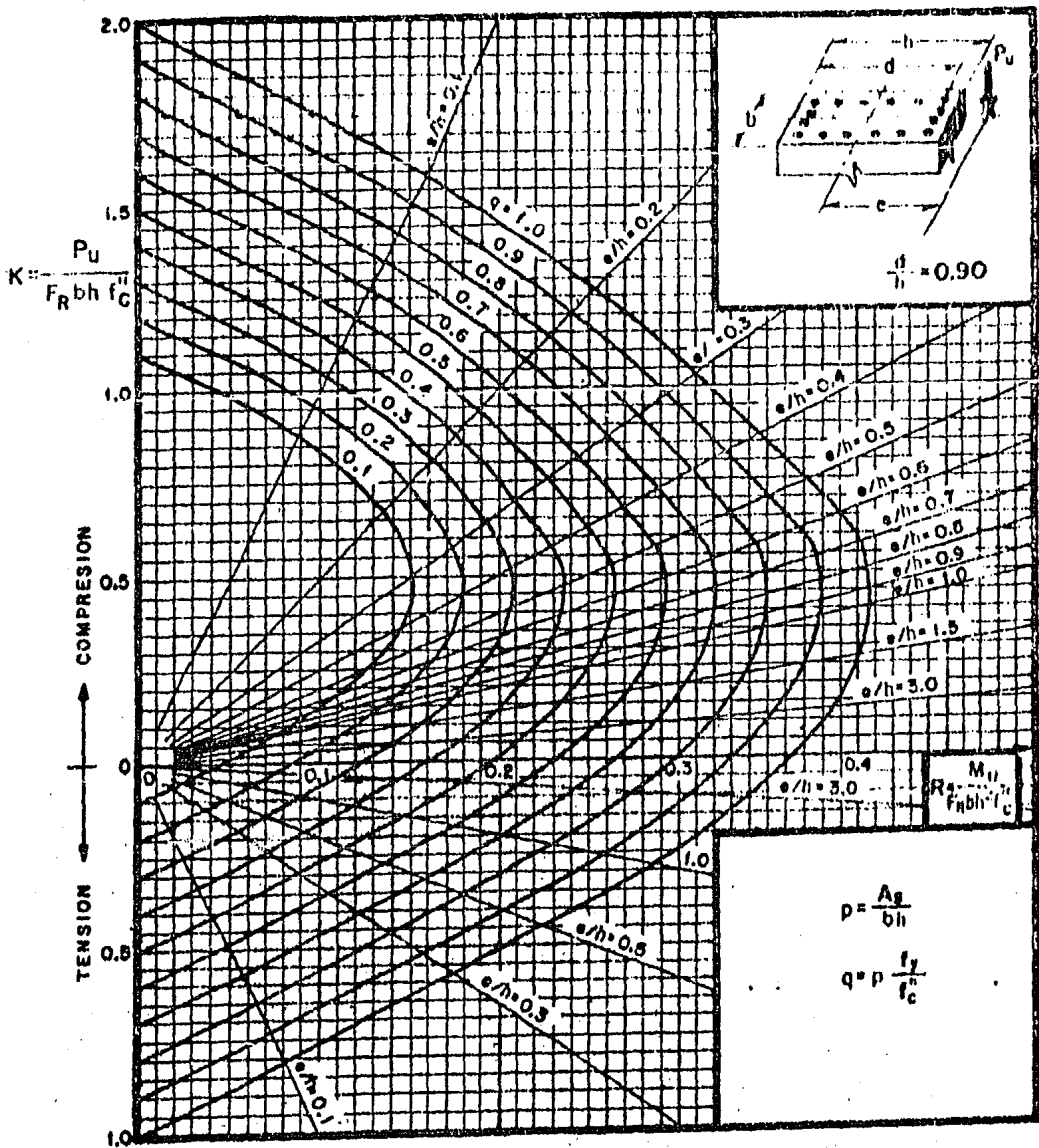
P_u = Carga axial de diseño

FIG. 7



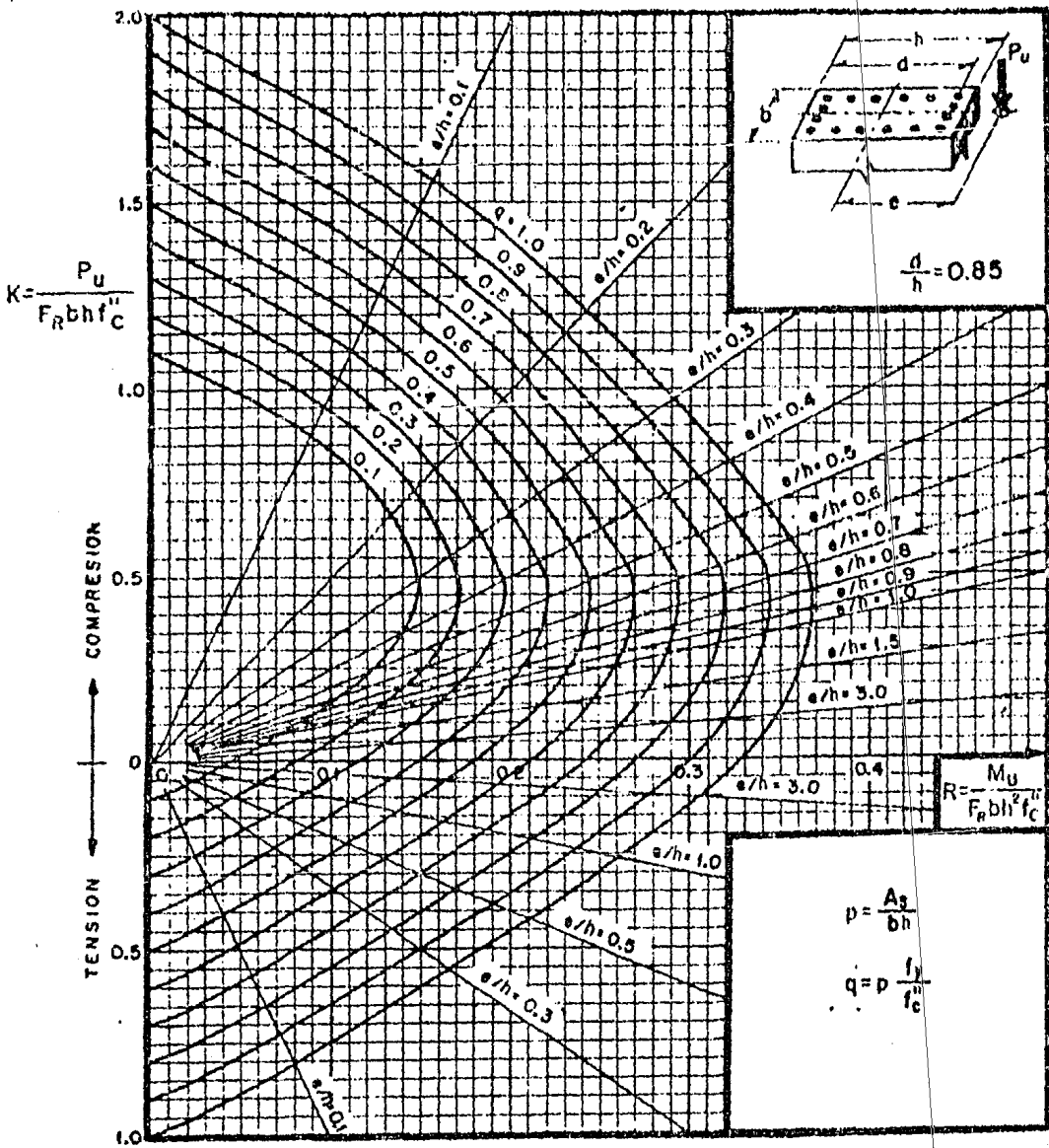
A_s = Area total de refuerzo
 $f'_c = 0.85 f_c^n$; si $f_c^n \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f'_c = (1.05 - \frac{f_c^n}{1250}) f_c^n$; si $f_c^n > 250 \text{ kg/cm}^2$
 M_u = Momento flexionante de diseño
 P_u = Carga axial de diseño

FIG. 8



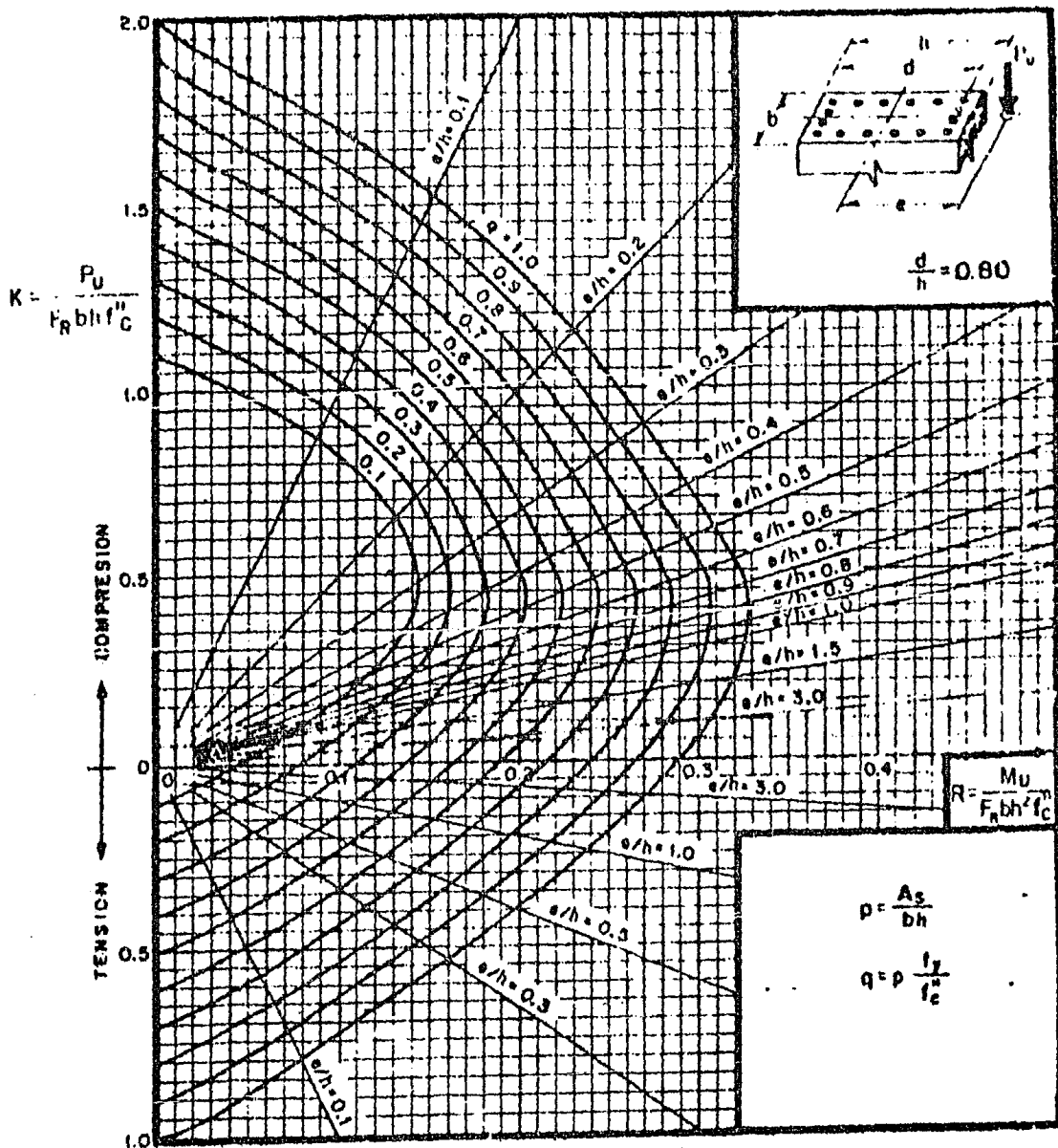
A_g = Area total de refuerzo
 $f_c^* = 0.85 f_c$; si $f_c \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f_c^* = \left(1.05 - \frac{f_c^*}{1250}\right) f_c^*$; si $f_c^* > 250 \text{ kg/cm}^2$
 M_u = Momento flexionante de dise\~no
 P_u = Carga axial de dise\~no

FIG. 9



A_s = Area total de refuerzo
 $f_c'' = 0.85 f_c'$; si $f_c' \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c'}{1250}) f_c'$; si $f_c' > 260 \text{ kg/cm}^2$
 M_u = Momento flexionante de diseo
 P_u = Carga axial de diseo

FIG. 10



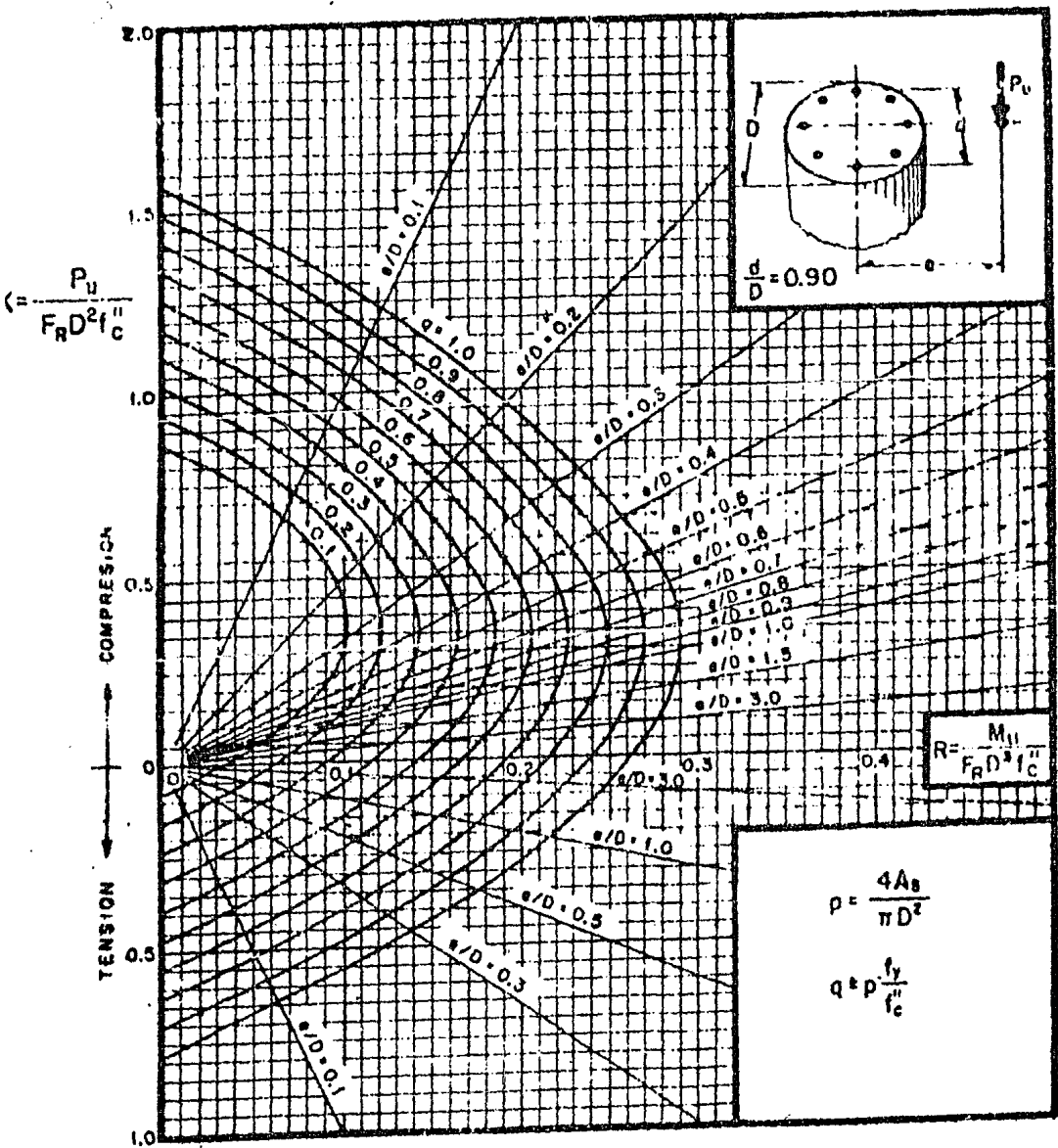
A_s = Area total de refuerzo

$f_c^* = 0.85 f_c$; si $f_c^* \leq 260 \text{ kg/cm}^2$; $f_c^* = \left(1.05 - \frac{f_c^*}{1250}\right) f_c^*$; si $f_c^* > 250 \text{ kg/cm}^2$

M_u = Momento flexionante de diseo

P_u = Carga axial de diseo

FIG. 11



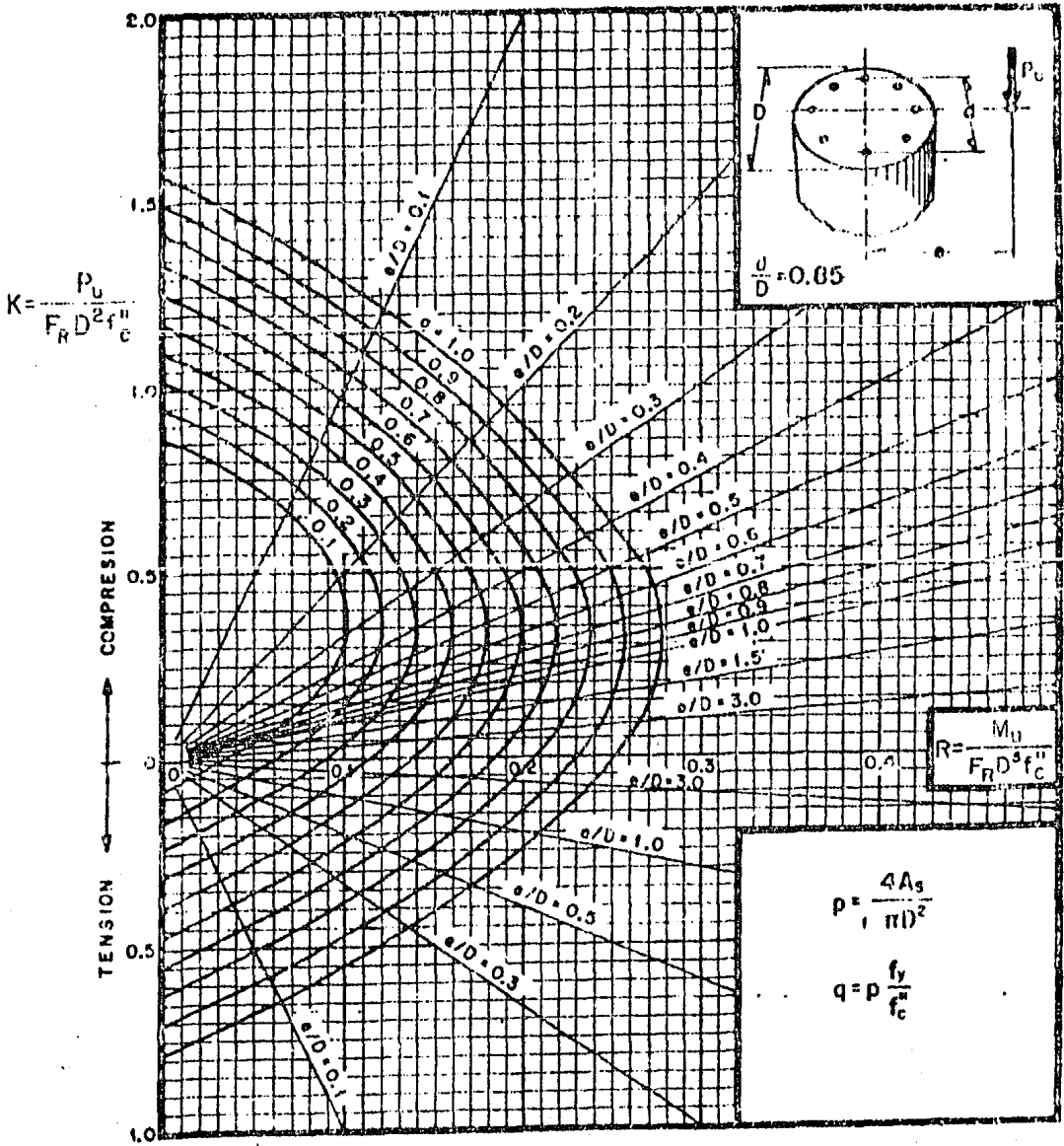
A_s = Area total de refuerzo

M_u = Momento flexionante de diseño

P_u = Carga axial de diseño

$f_c'' = 0.85 f_c'$; si $f_c' \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f_c'' = \left(1.05 - \frac{f_c'}{1250}\right) f_c'$; si $f_c' > 250 \text{ kg/cm}^2$

FIG. 12



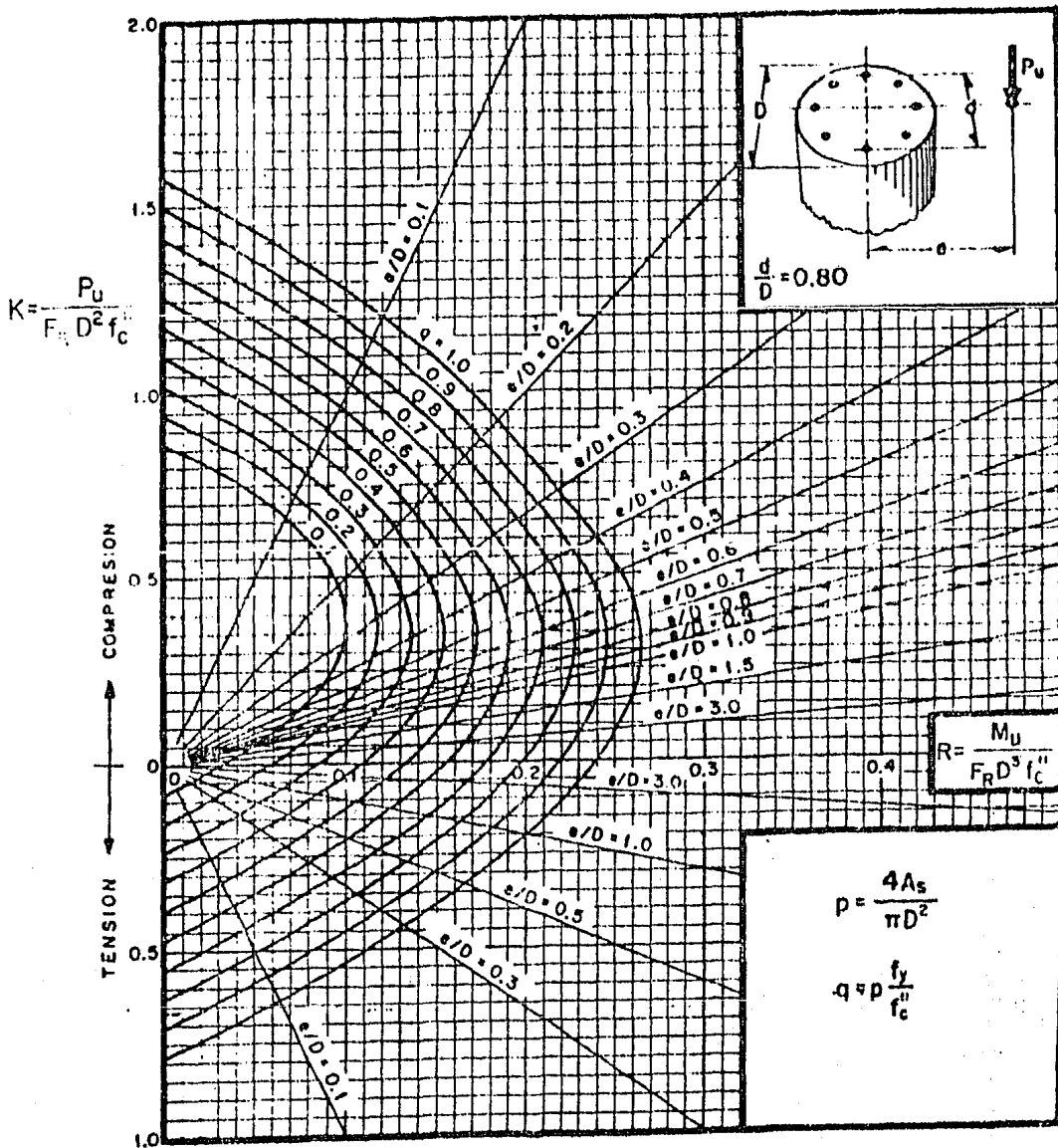
A_s = Area total de refuerzo

M_u = Momento flexionante de diseño

P_u = Carga axial de diseño

$f_c'' = 0.85 f_c'$; si $f_c' \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f_c'' = \left(1.05 - \frac{f_c'}{1250}\right) f_c'$; si $f_c' > 250 \text{ kg/cm}^2$

FIG. 13



A_s = Área total de refuerzo

M_u = Momento flexionante de diseño

P_u = Carga axial de diseño

$f_c'' = 0.85 f_c'$; si $f_c' \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c'}{1250}) f_c'$; si $f_c' > 250 \text{ kg/cm}^2$

FIG. 14

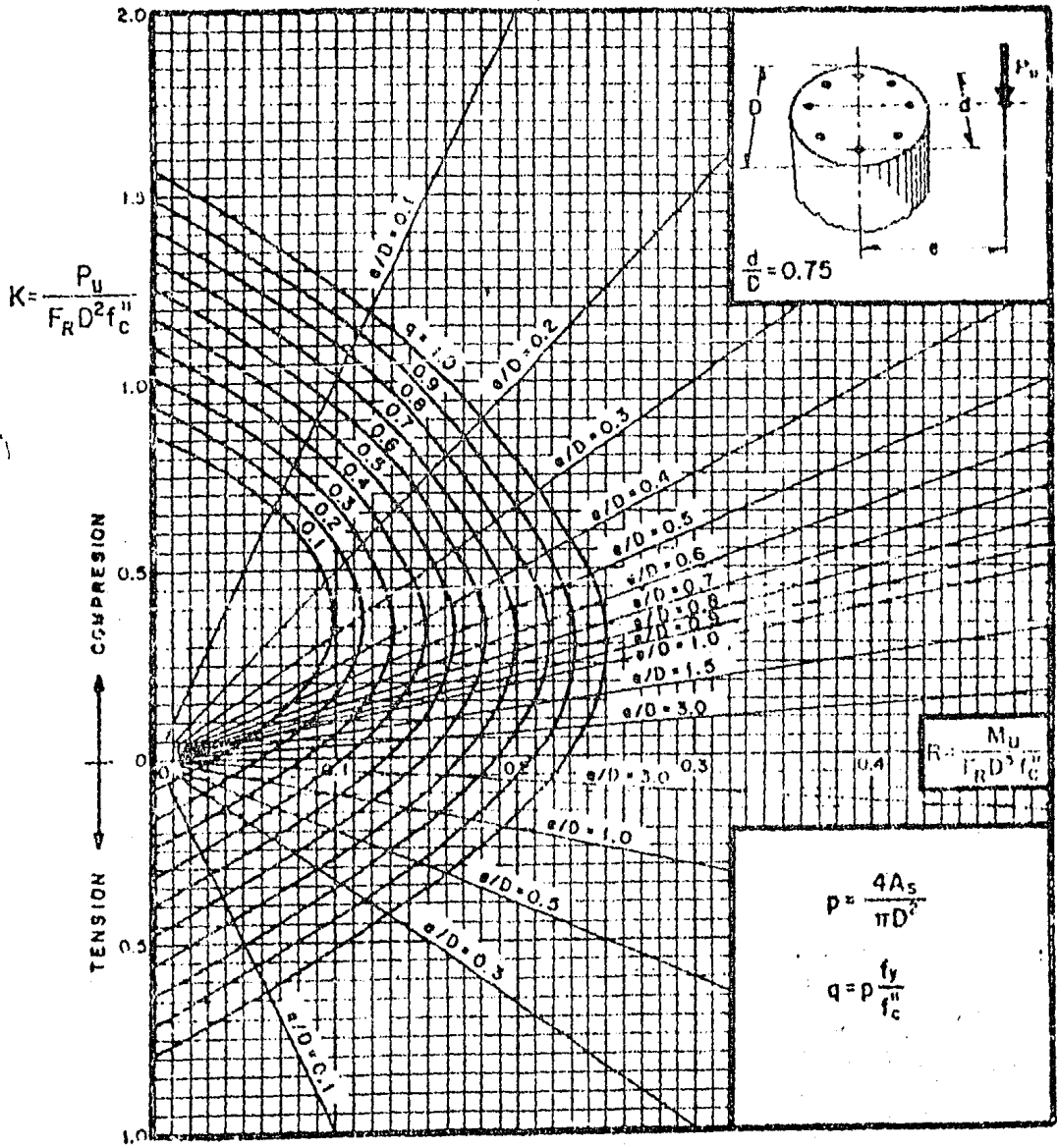
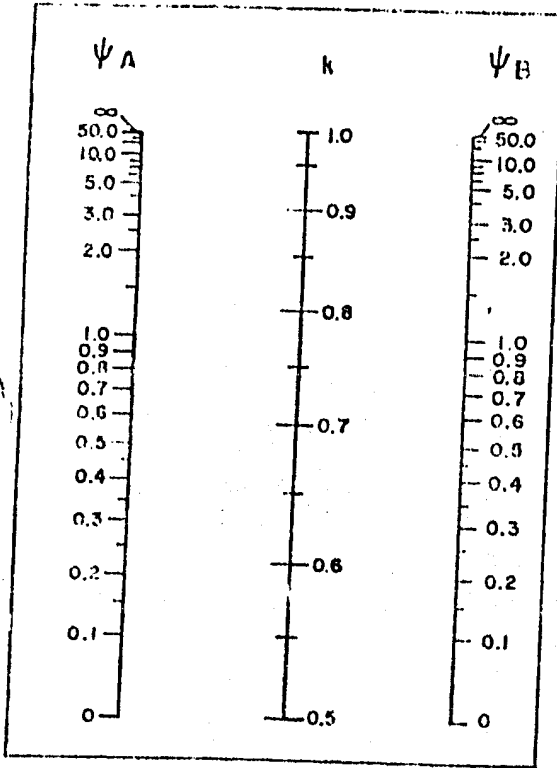
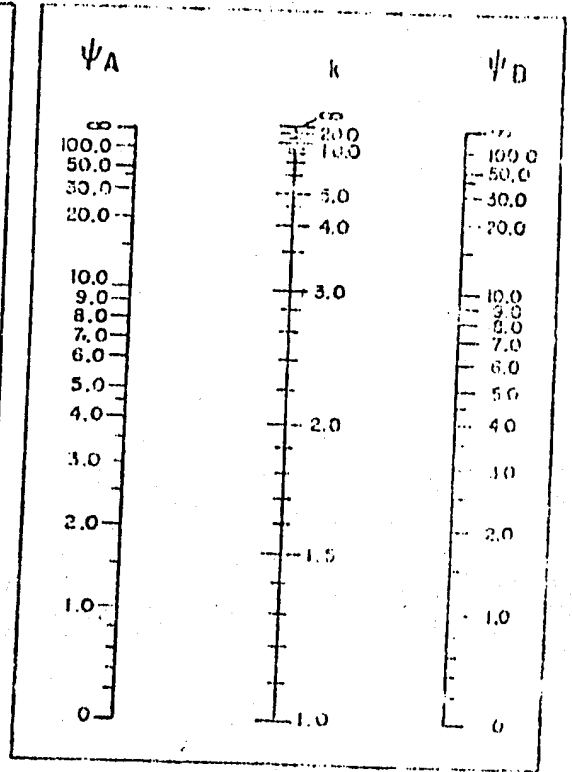


FIG. 15

(a)



(b)



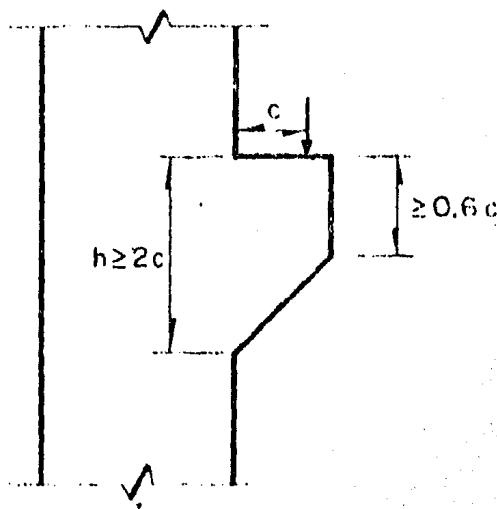
ψ = cociente de $\Sigma(I/L)$ de las columnas, entre $\Sigma(I/L)$ de los miembros de flexión que llegan a un extremo de una columna, en el plano considerado

$$H' = kH$$

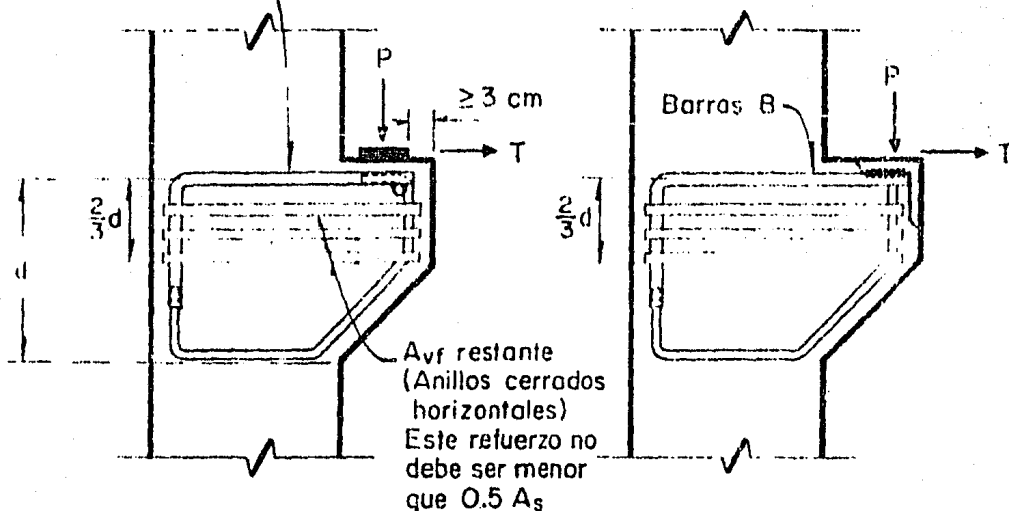
A y B son los extremos de la columna

NOMOGRAMAS PARA DETERMINAR LONGITUDES EFECTIVAS, H' ,
DE MIEMBROS A FLEXOCOMPRESION.

FIG. 16



Barras B
(A_s y parte de A_{vf})



Barras B soldadas a una barra transversal

Barras B soldadas a un ángulo

NOTAS: A_s se calcula para resistir la tensión debido a la flexión causada por P , y la tensión directa T

La soldadura del extremo de las barras B puede sustituirse por otro detalle que suministre el anclaje adecuado de dichas barras.

Cuando no se usa un ángulo, la distancia de la esquina de la ménsula al borde de la placa de apoyo o al paño lateral de la viga, si esta va de punta, no será menor de 3 cm

REQUISITOS DE GEOMETRIA Y REFUERZO DE MENSULAS,
CON RELACION $C/H \leq 0.5$

FIG. 17

B I B L I O G R A F I A

REGLAMENTO DE LAS CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL

Titulo IV

NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES
PARA EL DISTRITO FEDERAL

Universidad Nacional Autónoma de México.

ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL CONCRETO REFORZADO

O. Gonzalez, F. Robles, J. Casillas, R. Días de C.

TEORIA FUNDAMENTAL DEL CONCRETO REFORZADO

Phil M. Ferguson

DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO SUJETAS A TORSION

Editora Técnica , S.A.

México, 1967, Primera Edición

Dr. Henry J. Cowan.