



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

“ARAGON”

# Criterios para Diseño en Presas de Contrafuertes

**TESIS PROFESIONAL**

Que para obtener el Título de:

**INGENIERO CIVIL**

Presenta:

**ENRIQUE SAMOANO VALENZUELA**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Co. 139  
Sgt 29565



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ARAGON  
DIRECCION

ENRIQUE SAMOANO VALENZUELA  
P R E S E N T E .

En contestación a su solicitud de fecha 4 de febrero del año en curso, relativa a la autorización que se le debe conceder para que el señor profesor, Ing. SERGIO ENRIQUE ZAPATA pueda dirigirle el trabajo de Tesis denominado " CRITERIOS PARA DISEÑO EN PRESAS DE CONTRAFUERTES ", con fundamento en el punto 6 y siguientes, del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobada su solicitud.

Sin otro particular, aprovecho la ocasión para reiterar a usted las bondades de mi distinguida consideración.

ATENTAMENTE  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
San Juan de Aragón, Edó. de Méx., febrero 13 de 1986  
EL DIRECTOR

LIC. SERGIO ROSAS ROMERO

c.c.p. Coordinación de Ingeniería  
Unidad Académica  
Departamento de Servicios Escolares  
Asesor de Tesis.



Con cariño para mis Padres  
por su esfuerzo y apoyo, -  
ya que gracias a ellos lo-  
gré realizar este momento.

Para mis Hermanos que me  
brindaron aliento hasta\_  
el final.

Con cariño para Ma. de -  
los Angeles, que con de-  
dicación ayudó en la rea-  
lización de este trabajo.

Con agradecimiento para el  
Ing. Sergio Enriquez Z. -  
por su valiosa colaboración

# I N D I C E

Página

I.	INTRODUCCION	
I.1	Objetivos .....	1
I.2	Bosquejo Histórico de las Cortinas de Contrafuertes.....	1
I.3	Funciones de una Presa .....	8
I.4	Estudios Previos .....	8
I.5	Ventajas y Desventajas de las Cortinas de Contrafuertes .....	10
II.	CLASIFICACION Y CONSIDERACIONES GENERALES	
II.1	Clasificación .....	12
II.2	Características .....	12
III.	ANALISIS DE LA CORTINA	
III.1	Generalidades .....	20
III.2	Fuerzas Actuantes .....	21
III.3	Importancia de Evitar la Subpresión .....	31
III.4	Método de Análisis .....	38
IV.	DISEÑO HIDRAULICO DE LA OBRA DE EXCEDENCIAS	
IV.1	Aspectos Generales .....	50
IV.1.1	Función .....	50
IV.1.2	Importancia .....	50
IV.1.3	Clasificación .....	50

	Página
IV.1.4 Partes que Componen una Obra de Exce- dencias .....	54
IV.1.5 Selección del Tipo de Vertedor .....	56
IV.2 Diseño de la Obra de Excedencias .....	58
IV.2.1 Canal de Acceso .....	58
IV.2.2 Estructura de Control Tipo Cimacio .....	58
a) Criterio del U.S.B.R. ....	59
b) Criterio del U.S.A.C.E. ....	74
IV.2.3 Vertedores de Caída Libre .....	83
IV.2.4 Vertedores de Canal Lateral .....	89
IV.2.5 Canal de Descarga .....	96
IV.2.6 Estructura Terminal .....	99
IV.3 Estabilidad del Cimacio .....	110
V.     APLICACIONES .....	113
VI.    COMENTARIOS Y CONCLUSIONES .....	148

# **CAPITULO I**

## INTRODUCCION.

I.1 OBJETIVOS. Revisar algunos criterios que se aplican usualmente al diseño de Presas de Contrafuertes, principalmente de la cortina y la Obra de Excedencias.

Se expondrán en este trabajo, algunas de las características relevantes de las estructuras mencionadas; así como ciertos límites de aplicación, y sus ventajas y desventajas; ilustrando con algún ejemplo práctico.

### I.2 BOSQUEJO HISTORICO DE LAS PRESAS DE CONTRA-

FUERTES. Los romanos fueron los que introdujeron por primera vez no sólo el arco, sino también las presas de contrafuertes. Posiblemente desarrollaron sus conceptos a partir de los muros para retener tierra hechos con contrafuertes. Se construyeron algunas presas de contrafuertes en Wadi Megen, en Libia y Olisipo cerca de Lisboa Portugal, -- que se encuentran apoyadas sobre paredes rectangulares de poco espesor, también en España se hicieron otras que se asemejan más a las de contrafuertes actuales; como la de Iturranduz al suroeste de Pamplona y la de Esparragalejo al noroeste de Mérida, que consisten en muros verticales unidos por medio de arcos aguas arriba, y fueron construidas de concreto rugoso y mampostería.

Después de la caída del Imperio Romano la construcción de presas en el mundo occidental se estancó, aunque continuó floreciendo en varias partes de Asia, pero --

prácticamente el concepto de presa de contrafuerte fue abandonado, pero al parecer se dió una excepción en la presa - Eruisk cerca de la Armenia Soviética, que fue construída con paredes dobles de roca volcánica, con un núcleo arcilloso entre las paredes y apoyadas en pequeños machones, esta estructura data desde el siglo V.

El verdadero resurgimiento de las presas de contrafuertes ocurrió después de más de mil años en España, cuando el país se encontraba en la cumbre de su poder económico y político bajo el Emperador Carlos V ( 1516-1556 ) - y su hijo el Rey Felipe II ( 1556-1598 ).

Algunas de estas son: la de Ontigola construída al sur de Madrid por el Ing. y Arq. Juan B. Herrera para regar los jardines reales de Aranjuez. Después se construyó otra más alta al noreste de Mérida con el fin de mover un molino y fue dirigida por Francisco Becerra. Casi al mismo tiempo Juanello Turiano ( 1500-1585 ) proponía inclinar la cara aguas arriba para ayudar a la estabilidad de la presa, pero sin embargo esta importante reflexión fue puesta en práctica 150 años después con cuatro presas de arcos al este de Bilbao, fueron de mampostería y eran utilizadas para mover molinos y forjas; el diseñador fue Pedro B. Villa - rreal de Berriz ( 1670- 1740 ), éste, desarrollo reglas empíricas para el diseño de presas de arcos múltiples y fueron publicadas en 1736.

Una década después se siguieron construyendo más presas al suroeste de España en gran escala con el fin de -

almacenar agua y servir a los molinos que eran colocados al pie de las presas, pero estas no se basaron en el código de Villarreal sino en el patrón de las presas de Trujillo, más adelante por medio del clérigo fueron transferidas las técnicas de presas de contrafuertes hacia México, donde la pionera fue la presa La Olla construida de 1742 a 1749 para proteger de inundaciones a la población minera de Guanajuato, posteriormente hubo una serie más de este tipo de presas en Aguascalientes para las reservas de irrigación y estánques para los molinos, la más grande, la de San Blas, al norte de Aguascalientes, mientras la más pequeña, la de Natillas-hecha de mampostería empedrada con guijarros, es poco común. Conviene mencionar algunas de las presas poco comunes hechas bajo los dominios de los Sultanes Otomanos en el bosque Belgrado. Al norte de Estambul, para proveer de agua a esa ciudad, la presa de Topúz acabada en 1620, es del tipo de gravedad con machones ligeros de sección transversal rectangular, diseñadas en forma singular presas de Topozlu y Valiede ( 1750 y 1796 respectivamente ), que son de una rara mezcla de presas de variedad de contrafuertes y con presas de arcos múltiples. Hubo otra presa llamada Gasco que fue empalizada en 1787 al noroeste de Madrid por el Ing. Francés Charles Lemaire, la cual llegó a alcanzar una altura de 87 m. - que en esa época era algo extraordinario y la habría puesto en primer lugar hasta las primeras décadas del siglo XX. -- Fue diseñada como presa de contrafuertes con cubiertas in--



clinadas cerrando los espacios intermedios en ambas caras - y para proveer un peso adicional fueron rellenos con tierra. Después de una pesada lluvia provocó una falla, ya que la tierra presionó la losa aguas abajo sacandola de su lugar y, finalmente quedó con una altura de 56 m. fig. 1.1.-- Existió otro fracaso con saldo catastrófico de 1000 muertos de la presa de gravedad Puentes, cerca de Lorca al sureste de España, en 1802, más adelante fue el azolvamiento de la presa de gravedad Valdeinfierno unos años después de su terminación en 1806, entonces la ingeniería Española decayó y se estancó en su desarrollo, como reflejo del deterioro político y económico del país que culminó con las guerras Napoleónicas. Entonces el liderazgo en el campo de la ingeniería se trasladó a Francia, donde las primeras grandes presas se construyeron cerca de la frontera con España, con el fin de suministrar el agua del memorable Canal Du Midi ( canal central ) construcción inicial de 1666-1681.

Entre otras, se encuentra la presa de contrafuertes de Lampy, concluida en 1782 al sureste de Toulouse Francia. También la presa Tillot terminada en 1838 al suroeste de Dijon. El Ing. Russle diseñó una presa de arcos múltiples en 1804 para llevar agua a Huderabad hecha de mampostería. -- La siguiente de las principales presas de arcos múltiples -- fue construida un siglo después 1896/97 a través del río Belubula al poniente de Sidney Australia, diseñada por Oscar Schulze.

Las presas del tipo de losas planas juegan un papel importante en el desarrollo de las presas de contrafuertes, que se tratan a continuación.

Con el uso del concreto reforzado aunque relativamente nuevo pero con una propagación rápida a los inicios del siglo XX, influyó bastante en algunas constructoras de presas, donde el competidor más poderoso de las presas de arcos múltiples fueron las del tipo de losas planas desarrolladas y planteadas por Nils F. Ambursen, nacido en Noruega y emigrado a Estados Unidos en 1876. Apenas cinco años después estableció la firma Ambursen & Sayles en Watertown, New York, convirtiéndose en 1903 en la Ambursen Hydraulic Construction Co de Boston, Massachussetts, donde ese mismo año completó su proyecto al norte de Watertown. En el segundo de sus proyectos que fue tres veces más alto en Schylerville al norte de Albany New York, y los siguientes, la estabilidad lateral fue asegurada por vigas horizontales. Pronto este tipo de presas Ambursen se hicieron populares y para finales de 1910 ya se habían construido 60. Las presas de este tipo se siguieron construyendo y para finales de los 20s había más de 200 sin contar las de arcos múltiples.

Fuera de Estados Unidos se adoptó a estas presas después de la II Guerra Mundial, donde se hicieron cerca de 50 en Noruega. A pesar de la popularidad de las presas de concreto reforzado, en especial las de losas planas de Ambur

sen, los factores económicos, esto es, el alza de los costos laborales en relación con los precios de materiales y la mecanización incidió grandemente contra ellas, varias se deterioraron rápidamente por las condiciones climatológicas a -- que eran expuestas y sufrieron quebraduras y derrames, entonces la medida de utilizar partes delgadas de concreto en presas fue cuestionada gradualmente, por lo que algunos ingenieros regresaron a la técnica de los arcos y losas pero sustituidos estos por ensanchamientos en la cabeza aguas arriba del contrafuerte, y más gruesos, lo que era más conveniente para las técnicas de concreto masivo. Estas soluciones fueron empleadas por Neotzli en Monterrey México en 1928 y por el Ing. Español Federico Cantero ( 1827-1946 ) en la presa de Burgomillodo concluida en 1929 al norte de Madrid España, donde utilizó una inclinación del 46% promedio en la cara aguas arriba para aprovechar el efecto de estabilización del agua, y así conseguir un espaciamiento lo más amplio posible de los contrafuertes. Después hizo la cara de aguas arriba convexa para reducir las presiones y el nombre del nuevo diseño se llamó: "Contrafuertes de Cabeza Redonda", de manera similar la aproximación poligonal de las cabezas redondas fue conocida como: "Presas de Contrafuertes de Cabeza de -- Diamante". Más aún, Neotzli introdujo alargamientos en forma de "T" en los extremos de aguas abajo para una mejor distribución de las cargas. En la presa Dixence al sur de Sion

en Suiza, las Ts se hicieron contiguas resultando los contrafuertes dobles en forma de "I". El diseño Dixence se adoptó durante la II Guerra Mundial por el Ing. Claudio Marcello -- ( 1910-1969 ), jefe de las plantas hidroeléctricas de la compañía Edison de Milán Italia, en las cuales emitió las Ts aguas abajo, además, en las presas que él diseñó, empleó declives de 45 a 50% en ambas caras y estandarizó las formas de las cabezas de contrafuertes y espacios intermedios.

La mayoría de las presas de contrafuertes de las últimas décadas siguieron el diseño de contrafuertes dobles de Marcello y el de contrafuertes sencillos de Neotzli, a veces con variaciones insignificantes, sin embargo ambos tipos de presas se han venido haciendo menos importantes, relativamente, por las mismas razones económicas que habían convertido a las presas de arcos múltiples y losas planas en contrafuertes. [Ref. 2]

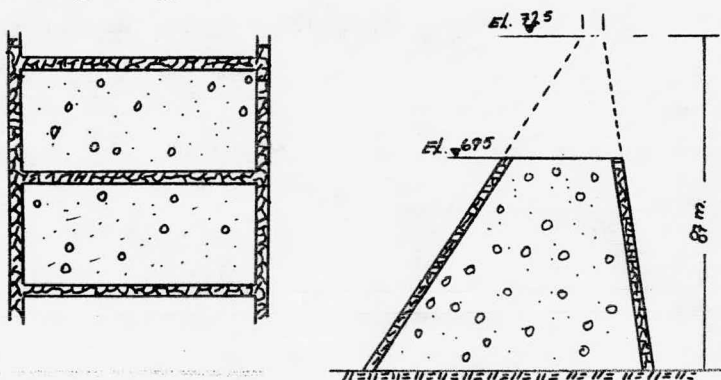


Fig. 1.1 Presa Gasco. Sección horizontal y vertical.

I.3 FUNCIONES DE UNA PRESA. Una presa es una obra que se construye para formar un obstáculo que se oponga a una corriente, teniendo como finalidad fundamental lograr uno de los siguientes propósitos:

- a).- Sobreelevar el nivel de agua, ya sea para generar energía eléctrica o derivar un caudal para riego o agua potable.
- b).- Crear un almacenamiento para regularizar el régimen hidrológico de una corriente. Esto es, cuando existen precipitaciones extraordinarias y por lo tanto grandes crecidas que puedan provocar inundaciones. Se almacena el agua en la presa para posteriormente derivarla de tal forma que no provoque daños.
- c).- Crear un almacenamiento de agua durante la época de lluvias para después aprovecharla en la época de secas.

Se hace notar que una presa no sólo puede cumplir una función, sino varias de las que se enumeraron siendo muy común esto y se les llama proyectos de propósitos múltiples.

#### I.4 ESTUDIOS PREVIOS.

Estudios hidrológicos. Después de conocer los objetivos para construir una presa, se investiga la demanda -

que existe y se compara con la disponibilidad de la zona, -- ver fig. 1.2.

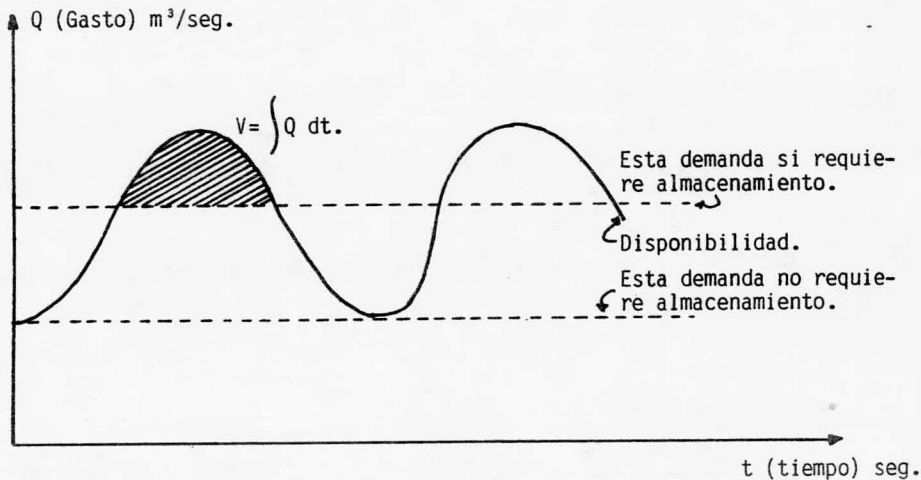


Fig. 1.2 Curva de disponibilidad, Q respecto a t.

Si se requiere una presa, se necesita saber de que tipo debe de ser almacenamiento o derivación?, hacer los estudios necesarios y encontrar su capacidad.

Estudios topográficos. Se hacen los estudios del vaso y de la boquilla por medio de las cartas topográficas, obteniendo la curva elevación-capacidad.

Estudios geológicos. Se hace un reconocimiento geológico superficial, una fotointerpretación y una interpretación de la geología regional.

Exploraciones preliminares. Perforaciones con máquinas rotatorias y broca de diamante con obtención de corazones.

Exploraciones finales. Estudios geofísicos y pruebas de permeabilidad, la resistencia se relaciona con la formación de la roca, fracturas, fallas, estratos, plegamentos, etc.

Estudios de materiales.

- 1.- Localización, fotografías aéreas, mapas y estudios topográficos.
- 2.- Realizar un reconocimiento por una brigada de personas capacitadas para identificación de materiales en el campo y obtener muestras representativas para efectuar con ellas estudios de laboratorio. El reconocimiento debe concluir con la formación de un croquis de la localización, donde debe anotarse: la clase de material, volumen aprovechable, accesos a los bancos y distancia al eje de la boquilla. [Ref.7]

#### I.5 VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LAS CORTINAS DE CONTRAFUERTES.

Las diferencias que existen en las presas de contrafuertes con respecto a las presas de gravedad [Ref. 1] son:

Ventajas:

- Una presa de contrafuertes utiliza menor volumen de concreto que una de gravedad.
- La excavación para la cimentación es menor.
- El tiempo de ejecución puede ser menor.
- Si el tiempo de ejecución es menor, se puede obtener

ner beneficios antes.

- La inspección es de mayor facilidad.
- En el proceso constructivo hay mayor disipación del calor fraguado.

Desventajas:

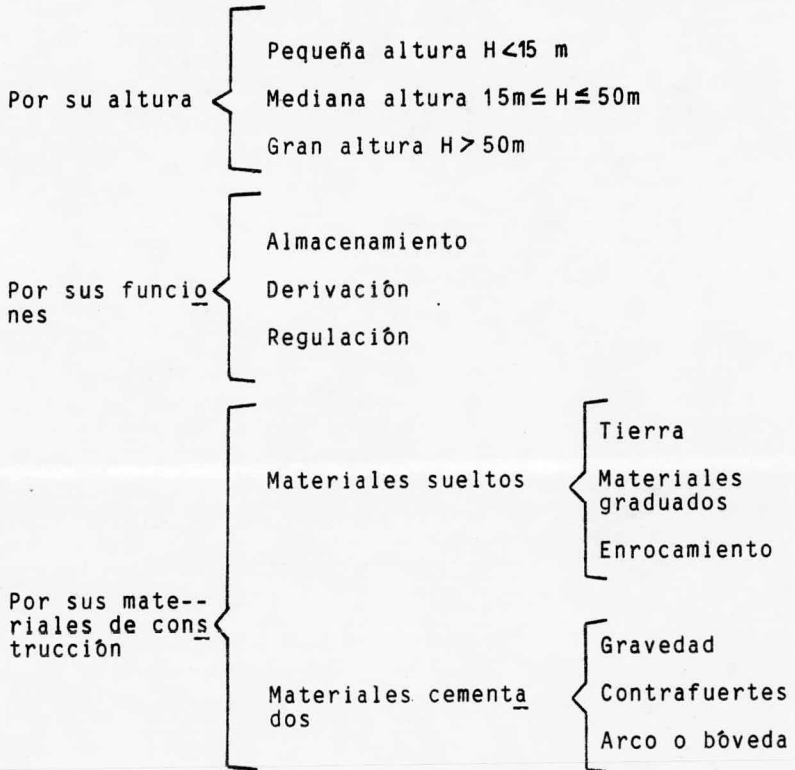
- El costo del concreto por m<sup>3</sup> es mayor.
- Se necesita mayor cantidad de obra falsa.
- El espesor del concreto y la geometría general - pueden ser desfavorables para algunos tipos de - vertedores para guiar la vena líquida.
- Se alcanzan mayores alturas en las presas de -- gravedad que en las de contrafuertes.
- Se necesitan mejores condiciones de cimentación.



# **CAPITULO II**

## CLASIFICACION Y CONSIDERACIONES GENERALES

II.1 CLASIFICACION: Las presas no tienen una clasificación general o única, sino que existen varias formas de hacerlo y esto es en base a sus principales características o funciones, se verán las más usuales y conocidas:



II.2 CARACTERISTICAS. Por su altura como se mencionó en el punto anterior se tienen tres tipos: pequeñas, medianas y grandes, donde  $H$  es la altura de la cortina.

Por sus funciones. Presas de almacenamiento, este tipo de presas se construye con el fin de embalsar o retener el agua cuando existen escurrimientos originados por la lluvia, y posteriormente poder hacer uso de ella en épocas de \_ escaséz. Los períodos de almacenamientos van a ser caracte-- rísticos de la región donde se ubique la presa, y también del uso que se le dé. Puede ser por estaciones o períodos anua-- les, semestrales o de la forma que se necesite.

Los principales objetivos para los cuales se hacen los almacenamientos son :

- a).- Abastecimiento de agua potable.
- b).- Generación de energía eléctrica.
- c).- Irrigación.
- d).- Recreo.
- e).- Cría de peces y animales salvajes.

Presas de derivación. El fin principal es el de ob tener una carga necesaria y después poder desviar el agua ha cia un lugar donde se necesite, como una zona de riego, para un uso industrial, para uso de las ciudades o una combinación.

Presas de regulación. También se les puede llamar \_ de protección, su trabajo consiste en retardar el escurri--- miento de las avenidas, para así proteger o disminuir los - efectos que producen aguas abajo.

Su funcionamiento puede ser de dos formas:

- a).- Una sería almacenar el agua temporalmente y - después dejarla salir por una obra de toma en

forma controlada no excediendo la capacidad - del cauce aguas abajo.

b).- En la segunda forma, se va almacenar el agua\_ el mayor tiempo posible, para que se infiltre por las laderas del valle o por la cimenta--- ción. También reciben el nombre de distribu--- ción o dique porque recargan los acuíferos - [Ref. 1] . Las presas reguladoras son muy úti- les para detener los sedimentos y se les co- noce con el nombre de presas para arrastres.

Por sus materiales de construcción. Materiales suel- tos. Son todas aquellas que se construyen a base de tierra o roca, o una combinación de las dos su construcción puede ser de varias formas, pero siempre y cuando cumplan con los re- quisitos de seguridad y funcionamiento hidráulico. Son muy - comunes pero no se profundizará más a cerca de ellas por no\_ estar dentro de los objetivos del presente trabajo.

Materiales cementados. Como su nombre lo dice son\_ las que estan formadas por materiales unidos por algún cemen- tante o liga; lo que se utiliza en este caso es el concreto. Generalmente se conocen tres tipos que son: de gravedad, ar- co bóveda y contrafuertes, siendo esta última en específico\_ a lo que se enfocará el estudio en los capítulos siguientes.

A continuación se dá una clasificación particular\_ de las presas de contrafuertes y algunos aspectos generales\_ [Ref. 1] .

Estas se clasifican en cuatro, basadas en el tipo de cubierta aguas arriba:

- a).- Cortinas tipo Ambursen.
- b).- Cortinas de arcos múltiples.
- c).- Cortinas de machones masivos.
- d).- Cortinas de gravedad aligeradas o machones tipo Marcello.

a).- Presas de contrafuertes tipo Ambursen. Se caracterizan porque su cortina está formada de losas planas, - apoyandose sobre los contrafuertes. Fig. 2.1.

La separación o espaciamento de los contrafuertes se encuentra haciendo un estudio de optimización para poder encontrar lo más económico, y a la vez cumplir en forma adecuada sus funciones. El diseño de la losa se hace libremente apoyada sobre los contrafuertes, y el motivo de esto es para que tanto la losa como el contrafuerte trabajen en forma independiente y evitar la transmisión de esfuerzos entre ellos. Estas presas se utilizan por lo general en valles amplios .

b).- Presas de contrafuertes de arcos múltiples. - En este tipo de presas se puede observar que tiene una serie de arcos o bóvedas en lugar de una losa, permitiendo obtener aún mayor espaciamento entre los contrafuertes. Fig. 2.2

Las primeras presas de esta forma que se fabricaron, utilizaron los contrafuertes separados a distancias cortas, por lo que resultaban los arcos de espesores pequeños y los contrafuertes de igual manera esbeltos, pero existía el

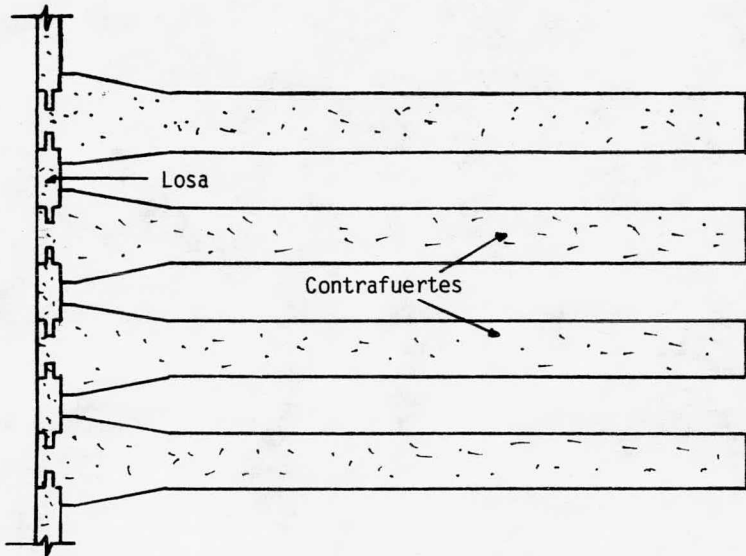


Fig. 2.1 Presa tipo Ambursen.

riesgo de falla por pandeo o efectos sísmicos por lo que se necesitaba mayor cantidad de acero de refuerzo, siendo más complicados los colados y se utilizaba mayor cantidad de cimbra y obra falsa, por lo que se empezaron a utilizar mayores separaciones de los contrafuertes resultando masivos y bóvedas de mayor espesor. Aprovechando un mayor espesor de arcos y utilizando concretos de mayor calidad casi se puede eliminar el acero de refuerzo.

Teóricamente los arcos deben trabajar a compresión simple, pero en la realidad van a existir esfuerzos de flexión que pueden ser causados por peso propio, sismos o bien por diferencias de presiones entre la clave y los atraques.

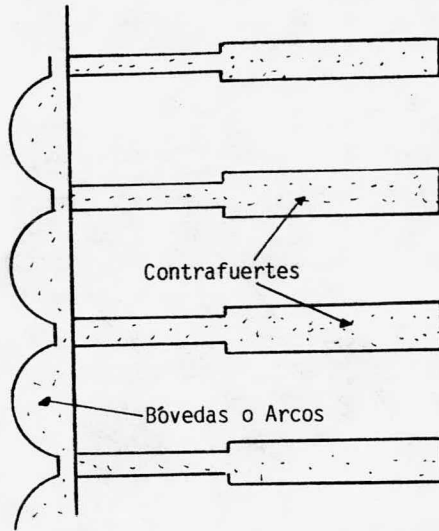


Fig. 2.2 Presas de Arcos Múltiples

c).- Presas de Machones. Aquí se va a eliminar por completo el uso de acero estructural como las presas de gravedad, para lograr esto se amplía el extremo del contrafuerte que está en contacto con el agua. A este tipo de cortinas según la forma que se le dé a la cabeza se clasifican en:

- 1.- Machones de Cabeza Redonda fig. 2.3.
- 2.- Machones de Cabeza de Diamante fig. 2.4.
- 3.- Machones de Cabeza en "T" fig. 2.5.

d).- Cortinas de Machones tipo Marcello. En los contrafuertes de este tipo se deja unos huecos dentro del cuerpo de los mismos, quedando en forma doble. Fig. 2.6.

Con esto se obtiene una mayor rigidez transversal que es útil contra el pandeo y los sismos.

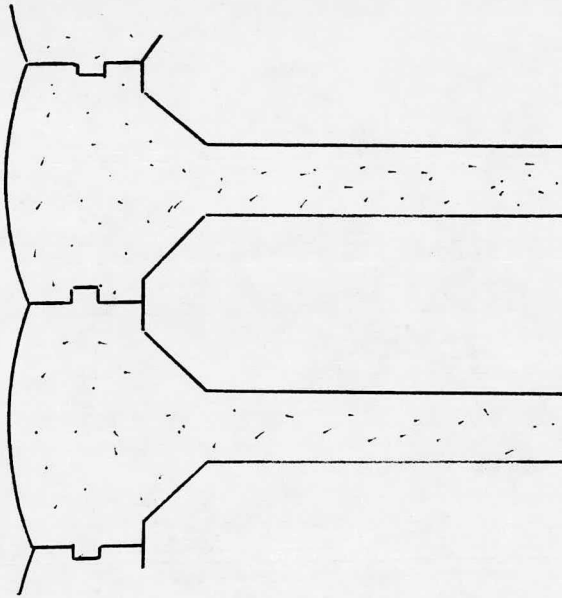


Fig. 2.3 Machones de Cabeza Redonda

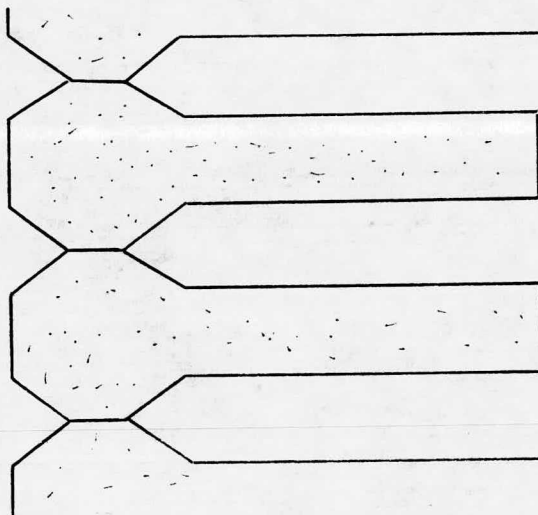


Fig. 2.4 Machones de Cabeza de Diamante.



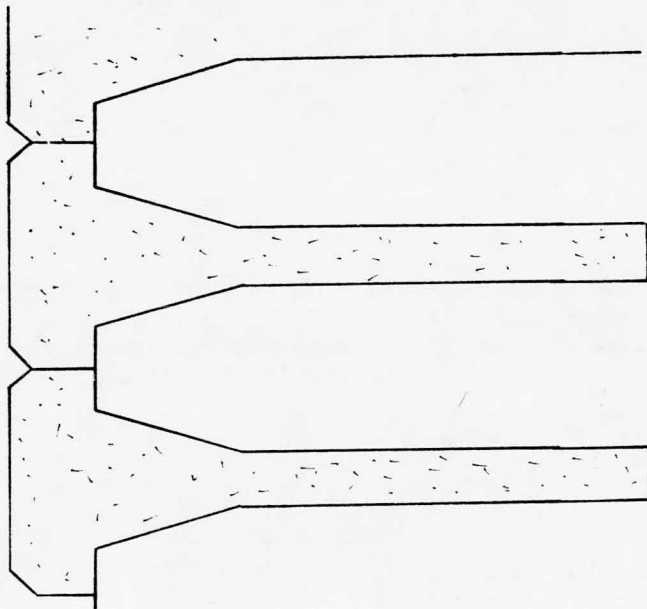


Fig. 2.5 Machones de Cabeza en "T".

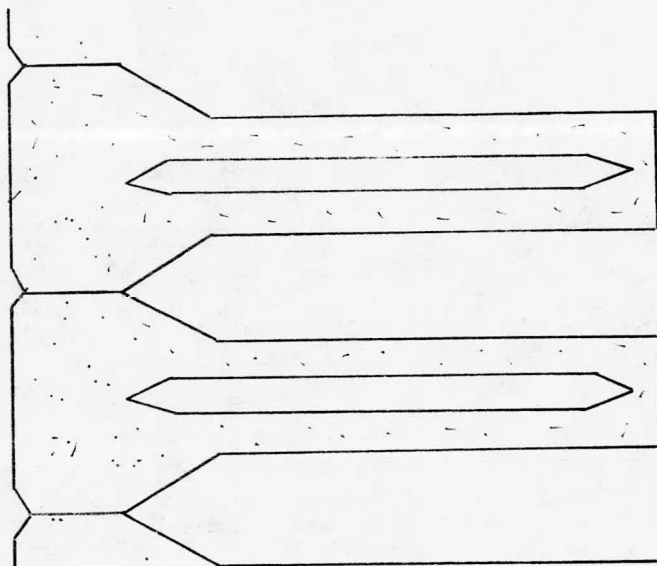


Fig. 2.6 Machones tipo Marcello.

# **CAPITULO III**

## ANALISIS DE LA CORTINA

III.1 GENERALIDADES. En las cortinas de contra-  
fuertes al igual que en las de gravedad deben cumplirse las  
condiciones básicas de seguridad: de volteo, arrastre y re-  
sistencia de los materiales de construcción. Las fuerzas que  
actúan son las mismas que se consideran en las presas de gra-  
vedad y se verán más adelante, el análisis no se hace por  
unidad de ancho como en otros casos sino para un elemento in-  
dividual de contrafuerte.

La estabilidad al volteo teóricamente se garantiza  
si la línea de acción de R que es la resultante de la suma  
de fuerzas horizontales y verticales ( H y V ) pasa por el  
interior del perímetro de la superficie de desplante, pero  
el criterio utilizado en la práctica consiste en evitar es-  
fuerzos de tensión en su extremo de aguas arriba y así preve-  
nir: la posible formación de grietas, el aumento de las fuer-  
zas de subpresión que tienden a voltear la estructura y redu-  
cir el área de contacto con la roca de cimentación, donde se  
presenta la resistencia al cortante que contribuye a la esta-  
bilidad del deslizamiento.

Para la condición de no deslizamiento que a veces  
influye importantemente en el diseño de los contrafuertes,  
se ha hecho común tomar el criterio del coeficiente de fric-  
ción que dice  $H \leq 0.75 V$ , si el plano de desplante es inclina-  
do las componentes tangencial y normal se toman en lugar de

la horizontal y la vertical respectivamente, sin embargo la tendencia moderna no solo considera lo anterior para valorar la seguridad sino también toma en cuenta la resistencia al esfuerzo cortante que se desarrolla en el concreto, en la superficie de contacto con la roca de cimentación y en la misma cimentación. Este criterio corresponde al uso del concepto de factor de seguridad de fricción-cortante. Si la calidad del concreto y de la roca de cimentación son buenas no resulta muy difícil obtener los valores adecuados del coeficiente de seguridad fricción-cortante. Debe tomarse en cuenta que este coeficiente es tan solo un factor de seguridad medio para el área de desplante, recomendándose revisar los valores locales que van a depender de la variación real de los esfuerzos cortantes y normales y de las características de la roca de cimentación.

III.2 FUERZAS ACTUANTES. Las fuerzas que actúan en una presa de contrafuertes como se mencionó anteriormente son las mismas que se consideran para las presas de gravedad, y son las siguientes:

- Empuje Hidrostático. Es producido por el agua y para su cálculo se hacen dos hipótesis:

a).- El peso específico del agua es  $1 \text{ ton/m}^3$ .

b).- La Ley de Pascal es válida y nos dice: "La presión actúa en cada punto, es de igual magnitud en todas las direcciones y senti--

dos; los empujes resultantes son normales - a las superficies sobre las que actúan".

- Empuje de Azolves. La corriente acarrea azolves depositandolos en el vaso y estos van a ejercer empujes sobre el paramento aguas arriba. El empuje horizontal  $D_h$  es producido por el suelo y según Rankine [Ref. 1] se calcula por la siguiente expresión:

$$D_h = \frac{\gamma' h d}{2} \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} \text{-----} ( 3.1 )$$

donde:

$\gamma'$  = peso del material sumergido.

$\phi$  = ángulo de fricción interna.

$hd$  = profundidad de la capacidad de azolves.

Si existe una inclinación del paramento de aguas arriba se produce un empuje vertical  $D_v$  y será igual al peso del suelo. Fig. 3.1

Para diseños preliminares el U.S.B.R. [Ref. 1] recomienda:

$$D_h = \frac{\gamma' h d^2}{2} \text{-----} ( 3.2 )$$

donde:

$\gamma' = 0.36 \text{ ton/m}^3$  para el empuje.

$\gamma' = 0.92 \text{ ton/m}^3$  para el peso.

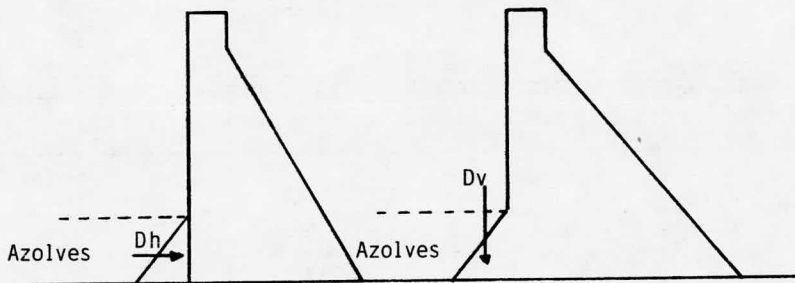


Fig. 3.1 Empuje por Azolves.

- Peso Propio. El peso propio es lo que pesa la es tructura y se calcula por:

$$W = \gamma_m V \text{ ----- ( 3.3 )}$$

donde:

$\gamma_m$  = peso del material ( para el concreto\_ 2.4 ton/m<sup>3</sup> ).

V = volumen.

Por lo general para calcular el peso se des-- precian las galerías y los volados en la corona, pero el peso de las pilas, puentes, compuertas y sus mecanismos si se consideran cada uno de ellos en su línea de acción.

- Subpresión. Es una fuerza vertical hacia arriba que produce el agua filtrada, se tienen dos formas de subpresión generales: cuando se utilizan drenes y cuando no existen, en las figuras 3.2 y 3.3 se muestran sus diagramas respectivamente.

Donde:  $H_i$  según el U.S.B.R. ( 1975 ) se calcula por:

$$H_i = H_2 + 0.33 ( H_1 - H_2 ) \text{ ----- ( 3.4 )}$$

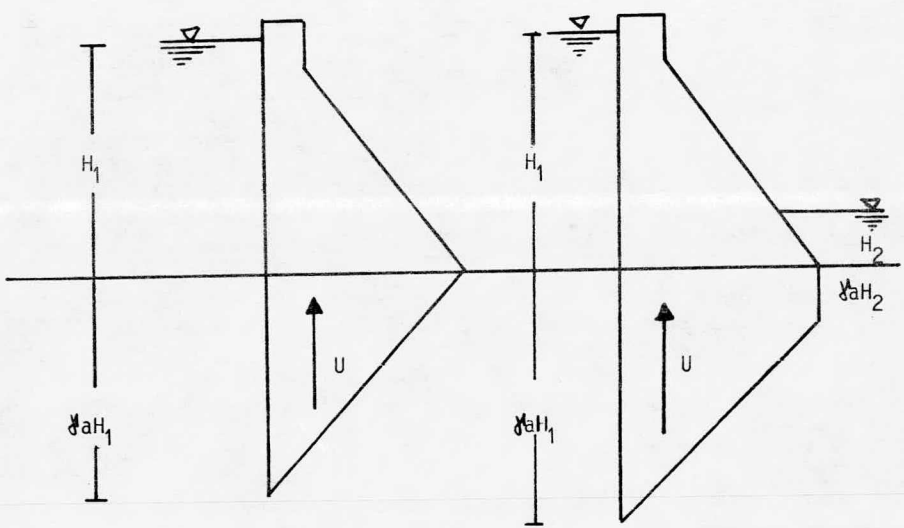


Fig. 3.2 Diagrama de Subpresión sin drenaje.

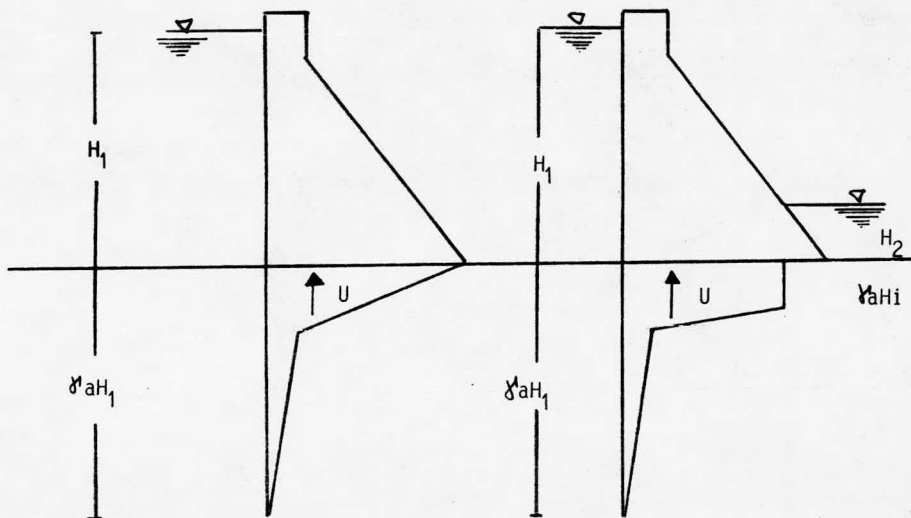


Fig. 3.3 Diagrama de Subpresión con Drenes.

- Hielo. El hielo produce un empuje debido a su dilatación, en general se considera este empuje en la superficie libre del agua con un valor de 15 ton. por metro de espesor de la tajada de cortina que se analiza. [Ref. 1]
- Sismo. Al igual que las cargas del hielo se consideran accidentales, cuando sucede el sismo le transmite unas aceleraciones a la presa donde pueden -



aumentar las presiones del agua y los esfuerzos -  
 en la misma presa. El sismo va a producir fuerzas  
 horizontales que actúan en el paramento aguas -  
 arriba y fuerzas verticales que se traducen en -  
 choques de la cimentación. En este texto no com-  
 prende la discusión de métodos sísmicos como los\_  
 dinámicos, se dará un análisis pseudo-estático. -  
 La combinación de cargas producidas por el sismo\_  
 se muestran en la fig. 3.4

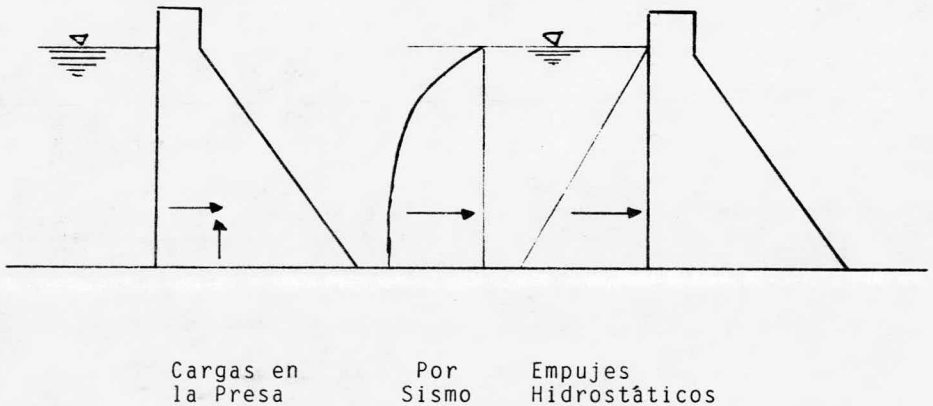


Fig. 3.4 Combinación de Cargas Producidas por el Sismo.

El empuje hidrostático adicional producido por el sismo es de forma parabólica como se muestra - en la fig. 3.4..

Para las fuerzas que actúan sobre la presa hay un criterio [Ref. 1] que considera las aceleraciones diferentes en cada nivel fig. 3.5, siendo  $\beta$  - en la cimentación igual al regional y en la corona al doble o triple del  $\beta$  regional.

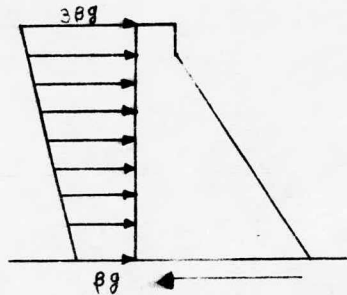


Fig. 3.5 Aceleraciones diferentes para cada nivel.

Para calcular el empuje del agua producido por el sismo se aplican las siguientes fórmulas debidas a Zangar [Ref. 1] .

$$P_{\text{sismo}} = C \gamma_a k H \text{ ----- ( 3.5 )}$$

donde:

$\gamma_a$  = peso específico del agua.

$k$  = coeficiente sísmico del lugar.

$C$  = coeficiente del agua.

Para calcular el coeficiente "C" se utiliza la siguiente expresión:

$$C = \frac{C_m}{2} \left[ \frac{h}{H} \left( 2 - \frac{h}{H} \right) + \sqrt{\frac{h}{H} \left( 2 - \frac{h}{H} \right)} \right] \text{----- ( 3.6 )}$$

donde:

$h$  = nivel de análisis variable. Fig. 3.7

$H$  = altura del agua en la cortina.

$C_m$  = coeficiente máximo y se calcula por la tabla 3.6, que da valores para diferentes ángulos entre la vertical y el paramento de aguas arriba.

$\theta$	$C_m$
0	0.726
10	0.670
20	0.600
30	0.540

Tabla 3.6 Valores de  $C_m$  para diferentes inclinaciones.

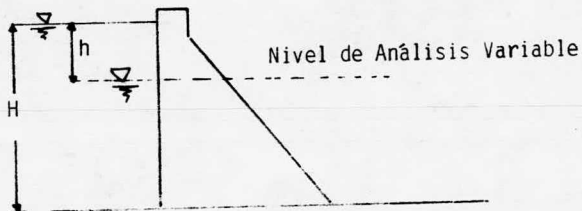


Fig. 3.7 Niveles de Análisis.

Si el paramento aguas arriba es vertical se -  
puede usar:

$$P_{\text{sismo}} = \frac{7}{8} \gamma_a k \sqrt{H} h \text{ ----- ( 3.7 )}$$

Para el cálculo del empuje hidrostático dinámico total de cada nivel se utiliza la siguiente -  
fórmula:

$$E_{sa} = \frac{a C_m}{2} \gamma_a k H^2 \sec \theta \text{ ----- ( 3.8 )}$$

Aplicado a una profundidad  $h_{sa} = b h$  donde los  
parámetros  $a$  y  $b$  se dan en la tabla 3.8.

$\frac{h}{H}$	$a$	$b$
0.0	0.00	0.389
0.1	0.04	0.385
0.2	0.11	0.383
0.3	0.22	0.383
0.4	0.34	0.384
0.5	0.50	0.385
0.6	0.69	0.388
0.7	0.86	0.390
0.8	1.05	0.394
0.9	1.24	0.397
1.0	1.43	0.402

Tabla 3.8 Valores de los Parámetros  $a$  y  $b$  en  
función de  $h/H$ .

Algunas de las cargas de una presa varían con el tiempo, es decir el nivel del agua no es constante por lo que se recomienda hacer el análisis de estabilidad de la cortina por las siguientes condiciones de carga [Ref. 8] .

- a).- Condiciones extremas. Agua al NAMO, azolves, subpresión y sismo.
- b).- Condiciones ordinarias. Agua al NAMO, azolves y subpresión.
- c).- Condiciones extraordinarias. Agua al NAME, azolves y subpresión.
- d).- Presa vacía. Sin o con sismo.

Quedando a juicio del proyectista otras condiciones especiales.

A continuación se definen los términos para las combinaciones de carga fig. 3.9.

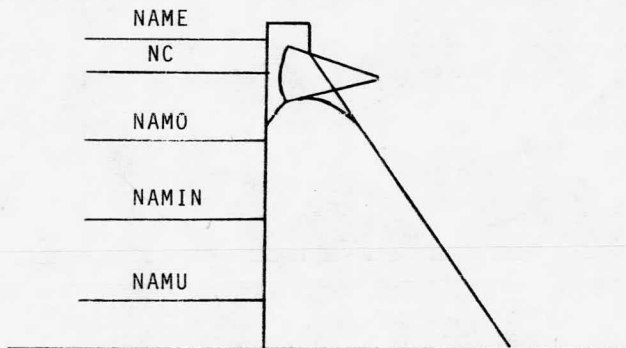


Fig. 3.9 Niveles de Operación característicos de una Presa.

NAME: Nivel de Aguas Máximo Extraordinario. Es el nivel máximo de una presa, cuando la obra de excedencias trabaja a su máxima capacidad.

NC: Nivel de Control. Este es el máximo nivel donde se controlan las extracciones por cualquier salida.

NAMO: Nivel de Agua Máximo Ordinario. Es el nivel máximo para aprovechamiento.

NAMIN: Nivel de Agua Mínimo. Nivel mínimo de operación de la toma.

NAMU: Nivel de Aguas Muertas. Bajo este nivel no se puede extraer el agua.

III.3 IMPORTANCIA DE EVITAR LA SUBPRESION. Una de las principales ventajas que se obtiene sobre las cortinas de gravedad al utilizar las de contrafuertes es eliminar en gran escala la subpresión, a continuación con un ejemplo ilustrativo se podrá ver esta importancia:

Primeramente se verá el talud necesario para garantizar la estabilidad de una presa de gravedad. Sea un muro triangular como se muestra en la fig. 3.10

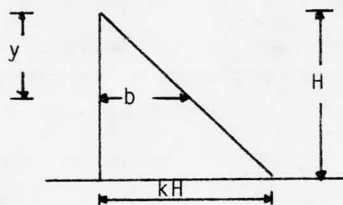


Fig. 3.10 Muro triangular.

El grueso  $b$  es igual a  $kH$  y aumenta con la profundidad.

El área del triángulo es:

$$A = \frac{(kH) H}{2} = \frac{k H^2}{2} \text{ ----- ( 3.9 )}$$

Si  $H = y$  entonces:  $\frac{kH^2}{2} = \frac{ky^2}{2}$  si el muro tiene un ancho unitario el volumen será:

$$V = \frac{ky^2}{2} ( 1 ) = \frac{ky^2}{2} \text{ ----- ( 3.10 )}$$

El peso del muro se calcula por:

$$W = \gamma_m V \text{ ----- ( 3.11 )}$$

donde:

$\gamma_m$  = peso específico del material

$V$  = volumen.

El empuje del agua sobre el muro es como se muestra en la figura 3.11

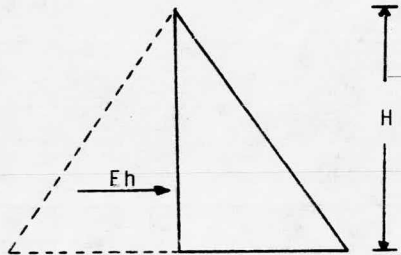


Fig. 3.11 Efecto del agua sobre la cortina.

Eh tiende a arrastrar el muro hacia el lado de aguas abajo y voltearlo alrededor del pie de la presa. Si no existiera liga entre el muro y el piso la tendencia a voltear el muro lo levantaría del talón permitiendo la entrada del agua, y esta agua producirá una fuerza de subpresión o flotación - por lo que es conveniente evitar toda posible tensión en el talón, y esto se logra si el peso del muro transmite tales esfuerzos de compresión para que contraresten a los de tensión, en la figura 3.12 se presenta un diagrama de esfuerzos del muro.

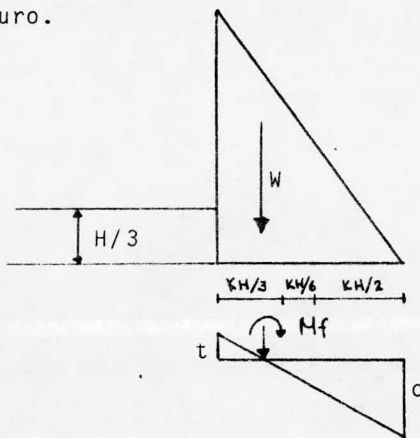


Fig. 3.12 Esfuerzos en la base de la cortina.

El momento flexionante es:

$$M_f = Eh \left( \frac{H}{3} \right) - W \left( \frac{H}{6} \right) \text{ ----- ( 3.12 )}$$

Pero  $Eh = \gamma_a \frac{H^2}{2}$  ;  $W = \gamma_m k \frac{H^2}{2}$  por lo tanto:



$$M_f = \gamma_a \frac{H^2}{2} \times \frac{H}{3} - \gamma_m \frac{k H^2}{2} \times \frac{k H}{6} \text{ ----- ( 3.13 )}$$

La fuerza normal de la presa es:

$$N = W = \gamma_m \frac{k H^2}{2} \text{ ----- ( 3.14 )}$$

Calculando la tensión que se produce en el talón - inducido por el momento se tiene:

$$\sigma_t = \frac{M_f X_t}{I_G} \text{ ----- ( 3.15 )}$$

donde:

$$X_t = \frac{kH}{2} - \text{ distancia al centro de gravedad.}$$

$$I_G = \frac{b h^3}{12} - \text{ momento de inercia.}$$

El muro tiene un espesor unitario  $b = 1$  y la longitud es  $k H$ , entonces:

$$I_G = \frac{1 (k H)^3}{12}$$

Sustituyendo en ( 3.15 )

$$\sigma_t = \frac{\left[ \gamma_a \frac{H^2}{2} \frac{H}{3} - \gamma_m \frac{k H^2}{2} \frac{k H}{6} \right] \frac{k H}{2}}{\frac{k H^3}{12}} \text{ ----- ( 3.16 )}$$

Haciendo operaciones y considerando que

$\gamma_a = 1 \text{ ton/m}^3$  se obtiene:

$$\sigma_t = \frac{H}{k^2} - \frac{\gamma_m H}{2} \text{-----} ( 3.17 )$$

por otra parte el esfuerzo de compresión se obtiene de la siguiente manera:

$$\sigma_c = \frac{N}{A} = \frac{\frac{\gamma_m k H^2}{2}}{\frac{k H (1)}{1}} = \frac{\gamma_m k H^2}{2 k H} = \frac{\gamma_m H}{2} \text{-----} ( 3.18 )$$

para que la tensión sea cero se iguala  $\sigma_t$  y  $\sigma_c$  :

$$\frac{H}{k^2} - \frac{\gamma_m H}{2} = \frac{\gamma_m H}{2} \text{-----} ( 3.19 )$$

despejando  $k$  y  $\gamma_m = 2.4 \text{ ton/m}^3$  :  $k = \sqrt[4]{1/2.4} = 0.645$ .

Este es el talud mínimo para garantizar la estabilidad en una presa sin subpresión, a continuación se hará el análisis si existe subpresión. El diagrama de fuerzas es como se muestra en la fig. 3.13

El agua que se filtra produce una fuerza hacia arriba:

$$U = V \gamma_a \quad ; \quad U = \frac{k H^2}{2} \text{-----} ( 3.20 )$$

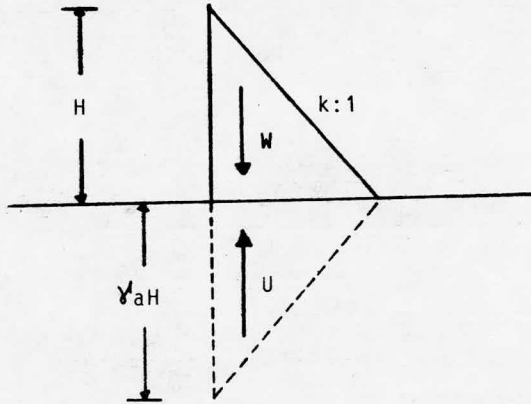


Fig. 3.13 Diagrama de subpresión

El momento que se produce en el talón es:

$$M_u = \frac{k H^2}{2} \frac{k H}{6} = \frac{k^2 H^3}{12} \text{ ----- ( 3.21 )}$$

El esfuerzo de tensión es el calculado en el caso anterior agregando \$M\_u\$ y haciendo operaciones se obtiene:

$$\sigma_t = \frac{H}{k^2} + \frac{H}{2} (1 - \gamma_m) \text{ ----- ( 3.22 )}$$

El esfuerzo de compresión es:

$$\sigma_c = \frac{N}{A} = \frac{\frac{m H^2}{2} - \frac{k H^2}{2}}{k H} = \frac{(\gamma_m - 1) H}{2} \text{ ----- ( 3.23 )}$$

Igualando  $\sigma_t$  y  $\sigma_c$  se tiene:

$$\frac{H}{k^2} + \frac{H}{2} (1 - \gamma_m) = \frac{(\gamma_m - 1) H}{2} \quad ( 3.24 )$$

haciendo operaciones y simplificando:

$$k^2 = \frac{H}{H (\gamma_m - 1)} = k = \sqrt{\frac{1}{\gamma_m - 1}} \quad ( 3.25 )$$

si  $m$  para el concreto es igual a 2.4 ton/m<sup>3</sup> entonces  
 $k = 0.845$ .

Una vez calculado los taludes necesarios para garantizar la estabilidad en los dos casos se puede calcular su volumen por la fórmula ( 3.10 ).

Volumen sin subpresión:

$$V_1 = \frac{0.645}{2} H^2 = 0.323 H^2$$

Volumen con subpresión:

$$V_2 = \frac{0.845}{2} H^2 = 0.423 H^2$$

$V_2$  es mayor que  $V_1$  en un 31% por lo que se puede ver claramente la importancia de suprimir la subpresión.

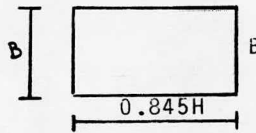
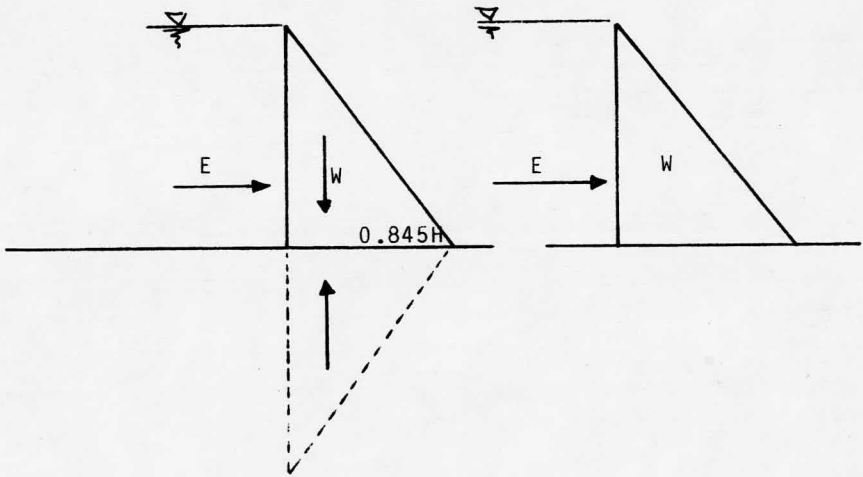
III.4 METODO DE ANALISIS. Como ya se vió en una -  
presa con subpresión se necesita un talud mínimo para garan-  
tizar la estabilidad  $k = 0.845$ , siendo la base  $0.845H$ , fig.-  
3.14a. Si de alguna manera se elimina la subpresión dejando\_  
el mismo valor de  $k$  y manteniendo las demás condiciones - -  
igual, el grueso del contrafuerte necesario para garantizar\_  
la estabilidad sin que existan tensiones es de 58.3% del an-  
cho  $B$  de la cubierta fig. 3,14b.

Ahora, si se inclina el paramento aguas arriba has-  
ta igualar los taludes, el agua produce un efecto estabili-  
zante y el grueso  $B$  del contrafuerte se reduce a  $0.542B$  fig.  
3.14c.

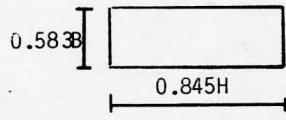
Si se mantiene la simetría de la sección y se am-  
plía la base del triángulo el volumen de concreto requeri-  
do va a ser menor, si se aumenta a  $0.9H$  el grueso del con--  
trafuerte sólo va a necesitar  $0.404$  del  $B$  anterior para se-  
guir garantizando la estabilidad fig. 3.14d.

Si se sigue planteando así el problema se puede -  
llegar hasta casi eliminar el grueso del contrafuerte, sin -  
embargo esto en la realidad no se puede hacer pues los es- -  
fuerzos a que se sometería al contrafuerte, serían muy altos  
y sobrepasarían a los permisibles, por lo que en el diseño -  
de la geometría del contrafuerte interviene en gran parte el  
diseño estructural que se verá más adelante.

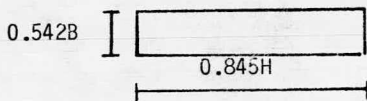
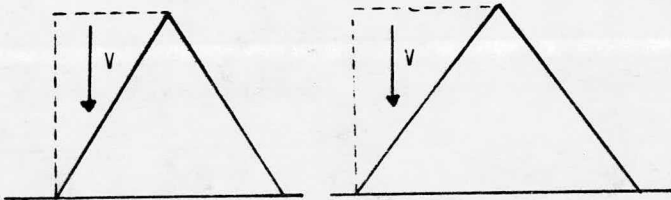
Indices de seguridad. Además de revizar los es- -  
fuerzos permisibles en la cortina es necesario hacerlo tam--



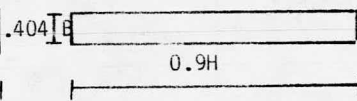
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 3.14

bién por volteo y deslizamiento hacia aguas arriba [Ref. 8].

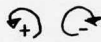
Factor de seguridad al volteo "FV". Se define mediante la siguiente expresión:

$$FV = \frac{M(+)}{M(-)} \text{ ----- ( 3.26 )}$$

donde:

M(+) = suma de momentos positivos ( estabilizantes )  
respecto al pie de la presa.

M(=) = suma de momento negativos ( desestabilizantes )  
respecto al pie de la presa.

Convención: 

Debe de ser por lo general no menor de 2.

Factor de deslizamiento "FD". Se define de la siguiente manera:

$$FD = \frac{\text{Suma de fuerzas horizontales}}{\text{Suma de fuerzas verticales}} \quad ( 3.27 )$$

Este valor deberá ser menor de uno. Los valores de 0.6 a 0.7 se consideran aceptables.

Factor de fricción-cortante "FC". Se define con la siguiente fórmula:

$$FC = \frac{C A (\sum F_v - U) \tan \phi}{\sum F_h} \text{ ----- ( 3.28 )}$$

donde:

$C$  = cohesión del concreto (  $0.10f'c$  ).

$A$  = área de la sección horizontal en el plano de análisis.

$\phi$  = ángulo de fricción interna del concreto (  $45^\circ$  ).

$\sum F_v$  = suma de fuerzas verticales excluyendo la subpresión.

$U$  = fuerza producida por la subpresión.

$\sum F_h$  = suma de fuerzas horizontales.

Dependiendo de la condición de carga analizada puede ser de 1 a 3. El U.S.B.R. en su libro "Diseño de Presas - Pequeñas" recomienda valores para cada caso.

Revisión de esfuerzos en el contrafuerte. La distribución de esfuerzos en el cuerpo del contrafuerte varían en forma vertical y horizontal, para los esfuerzos en sentido vertical se va a utilizar el método propuesto por el Dr. Marcello [Ref. 8] y para los esfuerzos en planos horizontales mediante la Función de Esfuerzos de Airy [Ref. 8], y que a continuación se presentan:

Esfuerzos en sentido vertical. Cálculo de esfuerzos en el contrafuerte, la determinación se hará mediante el equilibrio de trozos de tajadas horizontales.

Se parte de considerar una distribución de esfuerzos verticales sobre planos horizontales con variación lineal, por lo que se utiliza la fórmula de la Escuadría para calcular los esfuerzos verticales:



$$\sigma_x \begin{matrix} \text{max.} \\ \text{min.} \end{matrix} = \frac{\sum N}{A} \pm \frac{\sum M}{I} Y \quad \text{-----} ( 3.29 )$$

donde:

$\sigma_x$  = esfuerzo vertical ton/m<sup>2</sup>.

$\sum N$  = suma algebraica de todas las fuerzas verticales -  
actuantes en ton.

A = área de la sección en el plano de análisis en m<sup>2</sup>.

$\sum M$  = suma algebraica de los momentos de todas las fuer-  
zas actuantes respecto al centro de gravedad de -  
la sección, en ton-m.

Y = distancia del centro de gravedad de la sección a -  
la fibra más alejada en m.

I = momento de inercia de la sección en el plano de -  
análisis en m<sup>4</sup>.

El método consiste en que una vez determinados los esfuerzos verticales, se puede calcular los esfuerzos cortan-  
tes verticales y horizontales  $\tau_{xy}$ , y los esfuerzos horizonta-  
les  $\tau_y$ . Una vez conocidos todos estos esfuerzos se valúan el  
primer y segundo esfuerzo principal así como su dirección.

Supóngase que se quiere determinar los esfuerzos -  
principales en el punto F del plano BB fig. 3.15. Los planos  
CC y DD se encuentran a la misma distancia del plano BB, a--  
plicando la ecuación ( 3.29 ) sobre los tres planos BB, CC y  
DD se encuentran  $\sigma_x$  máximo y  $\sigma_x$  mínimo para cada uno de - -  
ellos. Para obtener suficiente precisión la distancia entre -  
los planos debe de ser relativamente pequeña, se recomienda -  
valores de 1 a 4 mts.

Lo siguiente es hacer pasar un plano vertical que -

intercepte los planos horizontales en los puntos E, F y G, - se encuentra un prisma elemental ECBF y se aísla para su visualización fig. 3.16, este se encuentra en equilibrio debido a las fuerzas que actúan sobre él, siendo estas:

- La resultante de los esfuerzos verticales en el plano EC:

$$\int_C^E \sigma_x dA \text{ -----( 3.30 )}$$

- La resultante de los esfuerzos verticales en el plano FB:

$$\int_F^B \sigma_x dA \text{ -----( 3.31 )}$$

- Y el peso elemental del prisma  $W_m$ .

Si se plantea la ecuación de equilibrio vertical - en el prisma ECBF se encuentra la fuerza cortante que actúa en el plano EF, y siendo esta:

$$V_{EF} = \int_C^E \sigma_x dA - \int_F^B \sigma_x dA + W_m \text{ -----( 3.32 )}$$

El esfuerzo cortante  $V_1$  en la sección EF es:

$$V_1 = \frac{V_{EF}}{\text{Area de EF}} \text{ -----( 3.33 )}$$

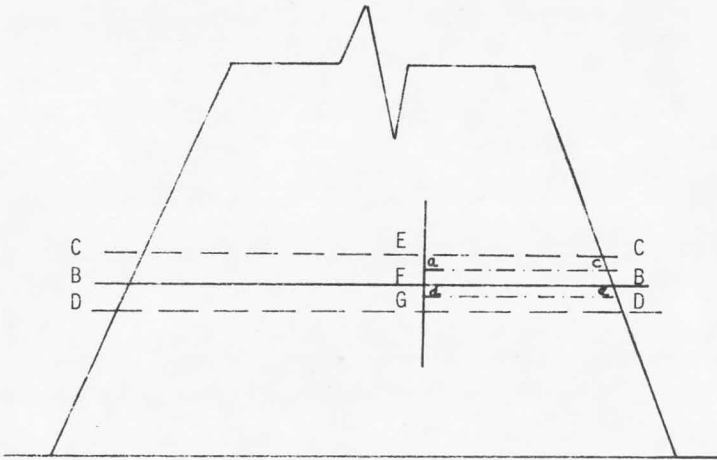


Fig. 3.15

$$V_{EF} = \int_C^E \sigma_x dA + Wm - \int_F^B \sigma_x dA$$

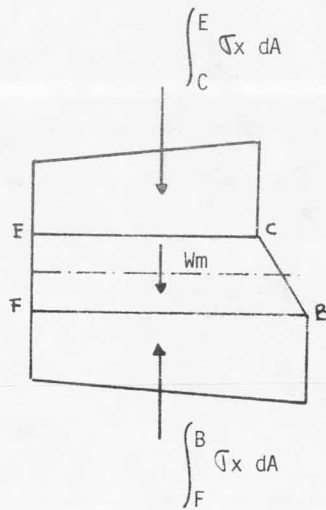


Fig. 3.16

De manera similar se puede encontrar el esfuerzo cortante  $V_2$  en FG:

$$V_2 = \frac{V_{FG}}{\text{Area de FG}} \text{-----} ( 3.34 )$$

Entonces el esfuerzo cortante en el punto F será:

$$\tau_{xy} = \frac{V_1 + V_2}{2} \text{-----} ( 3.35 )$$

Ahora aislando el prisma acde y considerandolo en equilibrio horizontal bajo el efecto de las fuerzas cortantes, puesto que los esfuerzos cortantes verticales son iguales a los horizontales, esto es  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ . Las fuerzas cortantes que actúan sobre los planos ac y de se pueden calcular por integración aritmética, la diferencia entre las dos fuerzas va a ser la fuerza horizontal normal  $N_y$  aplicada en el área ad y normal al plano EF, y se expresa así:

$$N_y = \int_c^a \tau_{xy} dA - \int_e^d \tau_{xy} dA \text{-----} ( 3.36 )$$

El esfuerzo normal horizontal es:

$$\sigma_y = \frac{N_y}{\text{Area ad}} \text{-----} ( 3.37 )$$

Una vez determinados  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\tau_{xy}$  se calculan los esfuerzos principales y su dirección empleando las siguientes fórmulas:

$$\sigma_I = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \text{ ----- ( 3.38 )}$$

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \text{ ----- ( 3.39 )}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x} \text{ ----- ( 3.40 )}$$

Esfuerzos en sentido horizontal. El análisis de esfuerzos en el contrafuerte se puede tratar cómo un estado bidimensional de deformaciones, por lo que se consideran las siguientes hipótesis:

- No existe deformación normal unitaria en la dirección OZ, ni deformaciones angulares en planos paralelos a esa dirección.
- Las deformaciones en el plano XY dependen solamente de las coordenadas (x,y), esto implica que ni la carga externa ni las dimensiones del cuerpo varíen en el sentido Z.
- Los esfuerzos cortantes en la cara de los planos son nulos, y el normal es función únicamente de (x,y).

Para valuar las magnitudes de los esfuerzos se hace uso de las ecuaciones elásticas de equilibrio interno:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \text{ -----( 3.41 )}$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \text{ -----( 3.42 )}$$

y de la ecuación de Levy [Ref. 8] que es deducida a partir de las ecuaciones de compatibilidad de las deformaciones, y de la Ley de Hooke generalizada:

$$\nabla^2 (\sigma_x + \sigma_y) = 0 \text{ -----( 3.43 )}$$

Para la solución del problema también deben de cumplirse las condiciones de frontera:

$$\bar{X} = i \sigma_x + m \tau_{xy} \text{ -----( 3.44 )}$$

$$\bar{Y} = m \sigma_y + i \tau_{xy} \text{ -----( 3.45 )}$$

dónde:

$\bar{X}, \bar{Y}$  = componentes de las fuerzas de superficie por unidad de área en el punto de la frontera.

$i, m$  = cosenos directores de la normal a la frontera en el punto considerado.

El método usual para solucionar el sistema formado por las ecuaciones ( 3.41, 3.42, 3.43 ) es introduciendo una nueva función, denominada de esfuerzos.

Para satisfacer las ecuaciones ( 3.41 y 3.42 ) se introduce una función de esfuerzos  $\phi(x,y)$  tal que:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \text{-----} ( 3.46 )$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \text{-----} ( 3.47 )$$

$$\tau_{xy} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \text{-----} ( 3.48 )$$

Siendo la solución del problema aquel que también satisfaga la condición de compatibilidad ec. ( 3.43 ).

Sustituyendo las ecuaciones ( 3.46, 3.47, 3.48 ) - en la ecuación ( 3.43 ):

$$\nabla^4 \phi = \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 0 \text{-----} ( 3.49 )$$

Entonces la solución de esta ecuación consiste en encontrar una función  $\phi(x,y)$ , donde debe de cumplir con la existencia y continuidad de sus derivadas parciales hasta de cuarto orden, esta función es conocida como: "Función de esfuerzos de Airy".

Para calcular los valores de  $\phi$  en la frontera se utiliza las ecuaciones siguientes; que se obtienen de establecer una analogía entre la frontera de la región de integración y una barra de la misma forma:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{P_i} = - \sum_{P_o}^{P_i} F_y \text{ ----- ( 3.50 )}$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_{P_i} = \sum_{P_o}^{P_i} F_x \text{ ----- ( 3.51 )}$$

$$(\phi)_{P_i} = \sum_{P_o}^{P_i} M_{P_i} F \text{ ----- ( 3.52 )}$$

dónde:

$F_x$  y  $F_y$  = Fuerzas exteriores que actúan en la frontera entre el punto  $P_o$  origen arbitrario y el punto  $P_i$ , en el sentido X y Y respectivamente.

M = Momento respecto a  $P_o$  de las mismas fuerzas.

Una vez obtenidos los valores de  $\phi$  en la frontera, se cubre con una malla cuadrada el área de integración y por medio de diferencias finitas se encuentran los valores de  $\phi$  para los otros puntos, aquí se va a formar un sistema de ecuaciones que puede ser solucionado por cualquier método.



# **CAPITULO IV**

## DISEÑO HIDRAULICO DE LA OBRA DE EXCEDENCIAS

### IV.1 ASPECTOS GENERALES.

IV.1.1 Función. La obra de excedencias es una estructura esencial en una presa, sea de almacenamiento o derivación, siendo su función la de dejar salir los volúmenes excedentes. Estos volúmenes se dejan pasar siempre y cuando se haya satisfecho la capacidad de aprovechamiento de la presa, retornandolos al mismo cauce del río por medio de estructuras de descargas, o a otros ríos [Ref. 5].

IV.1.2 Importancia. La obra de excedencias juega un papel muy importante en una presa, se puede decir que es su válvula de seguridad. Muchas de las fallas de presas se han debido a vertedores mal proyectados o capacidad insuficiente del mismo [Ref. 3].

Una amplitud adecuada de la obra de excedencias y por tanto de su capacidad de descarga en una presa de tierra o enrocamiento es muy importante, por que de otra manera, corre el riesgo de ser destruída por el agua si es rebasada; mientras que en las de concreto se pueden admitir derrames moderados.

IV.1.3 Clasificación. La clasificación de las obras de excedencias se hace por lo general tomando en cuenta sus características más importantes.

Con respecto a su forma de control se clasifica

cómo de cresta libre y cresta controlada.

Los de cresta libre son aquellos en los que no existe ningún tipo de control para vertir o regular la descarga - de agua y cuándo llega a cierto nivel ésta pasa.

Los de cresta controlada si tienen control en su -- descarga, el cuál puede ser por compuertas de cualquier tipo, como las de bisagra, tambor, deslizantes, radiales o de segmento, o inclusive agujas.

La clasificación con respecto al tipo de descarga - es: vertedores en túnel y vertedores a cielo abierto.

Después de estas clasificaciones las obras de excedencias o vertedores de excedencias se conocen por nombre propio que les proviene de sus características particulares, los que se conocen:

- vertedores de caída libre.
- vertedores de cimacio.
- vertedores en abanico.
- vertedores en medio abanico.
- vertedores de canal lateral.
- vertedores en rápida.
- vertedores en embudo.
- sifones vertedores.

Vertedores de caída libre. Son aquellos que tienen una caída libre y se localizan en la parte superior de un embalse. La cresta puede ser recta o curva y puede o no existir el control. Se debe de cuidar la ventilación para las presio-

nes negativas y la protección en la caída del agua.

Este tipo de vertedores están asociados a cortinas de arco y contrafuertes, ya que el espesor y la geometría general no son favorables para guiar la vena líquida desde la cresta hasta la parte inferior. No se recomiendan caídas mayores de 10 mts. y si por algún motivo se hacen, deben construirse una buena obra de amortiguación.

Vertedores de cimacio. Se les llama así a aquellos que son construídos para que la curva superior del cimacio, se ajuste lo más posible al perfil de la superficie inferior de una lámina de agua con ventilación cayendo de un vertedor de cresta delgada.

Vertedores en rápida. Estos se componen de un cimacio recto normal a un canal que le sigue. La cresta se hace ajustándose a la vena líquida para condiciones de gasto máximo.

Vertedores de abanico. Un vertedor de abanico es aquel en que su cimacio es en forma cóncava con relación a la dirección media del escurrimiento y el sentido del mismo.

La descarga la recibe un tanque que proporcione un resalto al pie del cimacio y un escurrimiento lento a la salida. Sus partes componentes son similares a las de un abanico por eso reciben ese nombre.

Vertedores de medio abanico. Es una variante de vertedor de canal lateral y de abanico, es como si un vertedor de abanico se partiera en dos por la línea de corriente media obteniendo dos de medio abanico. Para su funcionamiento

to hidráulico se pueden seguir las reglas de un vertedor de abanico.

Vertedores de canal lateral. Son en los que el vertedor de control se coloca a un costado y paralelo al canal de descarga. El agua que se vierte sobre la cresta cae a un conducto angosto opuesto al vertedor, girando aproximadamente en ángulo recto y luego continúa hasta caer al canal de descarga principal. Las características de descarga son similares a los vertedores ordinarios y dependen del perfil elegido de la cresta.

Vertedores de embudo. Los vertedores de embudo tienen su estructura de control formada por un cimacio de perfil especial, cuya cresta en planta es circular, después de que el agua pasa por la cresta cae a una lumbrera que puede ser vertical o inclinada, esta se conecta a la zona de descarga con el río a través de un conducto casi horizontal. Se componen de cinco elementos principales: cresta vertedora, transición, lumbrera vertical o inclinada, codo y túnel de descarga.

Sifones vertedores. Es un conducto de sección variable, puede ser circular, rectangular u otra forma. Su desarrollo tiene forma de "U" invertida; uno de los extremos se coloca dentro del vaso de la presa siendo la entrada del sifón, casi siempre se encuentra sumergido y el otro extremo puede o no estar ahogado. Su trabajo es por medio de presiones negativas por lo que tiene que ser lo suficientemente rí

gido para resistir las fuerzas.

IV.1.4 Partes que componen una obra de excedencias. Las estructuras que componen una obra de excedencias son las siguientes:

- 1.- Canal de acceso o llamada.
- 2.- Estructura de control.
- 3.- Conducto de descarga.
- 4.- Estructura terminal.
- 5.- Canal de salida.

1.- Canal de acceso o llamada. Su función es captar el agua del vaso para conducirla a la estructura de control. Esta parte puede ser eliminada y lo cuál depende del tipo de obra, por ejemplo, en una cortina vertedora no es necesaria.

2.- Estructura de control. Esta parte es muy importante en la obra de excedencias ya que controla y regula los derrames del vaso. Su forma va a variar y esto depende del tipo de topografía y por lo tanto de la obra de excedencias, también pueden ser con control o sin el, un factor muy importante que no hay que olvidar es el económico ya que este depende mucho su elección.

3.- Conducto de descarga. El volúmen de agua que halla pasado por la estructura de control va a haber la necesidad de conducirla hacia aguas abajo, y de esta función se

encarga el conducto de descarga. El conducto debe recubrirse con materiales resistentes a la socavación por las altas velocidades con que funcionan, también deben de ser diseñados estructuralmente adecuados para soportar otro tipo de fuerzas como sería la subpresión, empujes de tierra, cargas dinámicas, etc.

4.- Estructura terminal. Cuando el agua llegue a esta parte va a poseer mucha energía, la función de la estructura terminal es disipar un alto porcentaje de esta energía y así evitar los daños que pudiese provocar. También se puede lanzar el agua hacia adelante con la misma finalidad de evitar los daños.

Para esto se utilizan tanques amortiguadores en el primer caso y en el segundo se utilizan las llamadas cubetas de lanzamiento. Para su elección es necesario hacer una revisión para así hacer uso de lo más adecuado, utilizar cubetas de lanzamiento casi siempre resulta más económico que otro tipo de estructura, aún incluyendo que el depósito de material socavado por el chorro produzca remansos que afecten a otras estructuras, también hay que ver el uso que se le vaya a dar; si por ejemplo, se utilizara para generación de energía eléctrica disminuiría la carga de trabajo y a lo mejor no es conveniente, otra sería revisar la remoción del material depositado.

5.- Canal de salida. Por último este canal se en-

carga de conducir el agua que capta de la estructura terminal hasta donde escurra en forma natural como a un río o canal, esto no siempre se requiere construirlo y depende de las condiciones topográficas, la calidad de la roca o de otras estructuras.

IV.1.5 Selección del tipo de vertedor. Para la selección del tipo de vertedor hay que considerar debidamente todos aquellos factores que influyan en el tamaño y tipo, relacionarlos con los elementos principales de las alternativas posibles, por lo que se pueden utilizar muchas combinaciones posibles.

Primeramente se determina el tamaño hidráulico y las características de descarga mediante los estudios hidrológicos que son proporcionados por la variación de niveles, que produce la avenida de proyecto [Ref. 3].

Avenida de diseño es aquel régimen de escurrimiento que entra a un vaso de almacenamiento en determinado tiempo, este escurrimiento va a tener un tránsito que produce condiciones de descarga y estas son utilizadas para determinar la capacidad de la obra de excedencias.

Hay dos aspectos muy importantes que hay que considerar para la selección de la avenida de diseño:

- 1.- El riesgo que desee aceptar y,
- 2.- La magnitud de la avenida que sea congruente con dicho riesgo.

En el primer caso hay que evaluar que daños causarían una falla, tanto en vidas que son irrecuperables como en



bienes materiales, por ejemplo, si existe una ciudad o un poblado aguas abajo de la presa sería muy riesgoso una falla de la obra de excedencias, o si existen grandes extensiones de tierra de cultivo, alguna zona industrial, etc. sería muy costoso por lo tanto el riesgo es muy alto.

Para el punto número dos lo podemos tomar como un caso de ingeniería, ver cosas que sean razonables previsibles [Ref. 5] .

Después de haber determinado lo anterior entonces se puede elegir las dimensiones generales del sistema de control y empezar a elaborar el proyecto específico, tomando en cuenta otros aspectos como la topografía y las condiciones de cimentación, la adaptación de la estructura de control y las demás componentes a las condiciones que se tengan.

Hay otra serie de factores que deben tenerse en cuenta para la selección, como: la inclinación del terreno que pasa por el canal de control y de descarga del vertedor, que clase de excavación se va a efectuar y su volumen, si hay posibilidades de utilizar el material excavado, posibles erosiones en superficies excavadas y cómo prevenirlas, la permeabilidad y resistencia de la cimentación, estabilidad de taludes y otros que puedan surgir.

Tomar una forma especial o una forma de arreglo puede influir en las formas de las demás componentes de una obra de excedencias. También hay que considerar que un vertedor puede ser parte integrante de una presa o una estructura

separada, e incluso combinarse.

Entonces el tipo, la localización y el tamaño de las estructuras auxiliares pueden influir en la selección de la localización del vertedor.

Y por último el plan final va a depender del estudio económico del conjunto y de la eficiencia hidráulica y estructural [Ref. 3] .

#### IV.2 DISEÑO DE LA OBRA DE EXCEDENCIAS.

IV.2.1 Canal de Acceso. Para el diseño de este canal lo más común y en la mayoría de los casos se adapta a la topografía del terreno, para después probarse y ajustarse con modelos hidráulicos, porque también cabe la posibilidad de determinar la geometría en planta por medio de una red de flujo sin embargo esto no es muy común en la práctica.

Por lo general las pérdidas en estos canales no son de consideración, pero se recomienda hacer el análisis, para en caso contrario tomar las medidas adecuadas [Ref. 4] .

Aplicando el teorema de Bernoulli se encuentran los tirantes y las velocidades medias, el análisis se debe hacer a partir de la sección de control hacia aguas arriba.

IV.2.2 Estructura de Control Tipo Cimacio.-  
Como se vió en el punto IV.1.3 las estructuras de control tipo cimacio son aquellas que se ajustan lo más posible al perfil inferior del agua de la descarga del vertedor. Para

su diseño se hará una revisión de los principales factores - que lo afectan, se hará un análisis por dos criterios: por - el que propone el "UNITED STATES BUREAU OF RECLAMATION" - [Ref. 3] , y por el "U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS" [Ref.4,6] .

a).- Criterio del U.S.B.R. Para vertedores de descarga libre se tiene la siguiente ecuación:

$$Q = C L H_e^{3/2} \text{ -----( 4.1 )}$$

donde:

Q = descarga.

C = coeficiente descarga.

L = longitud efectiva de la cresta.

H<sub>e</sub> = carga total sobre la cresta ( incluye la velocidad de llegada ).

Cálculo de la longitud efectiva "L". Las pilas y los estribos que tienen cierta forma producen contracciones laterales sobre la descarga, entonces la longitud neta "L'" se reducirá conforme la siguiente expresión:

$$L = L' - 2 (N K_p + K_a) H_o \text{ -----( 4.2 )}$$

donde :

L = longitud efectiva de la cresta.

L' = longitud neta de la cresta.

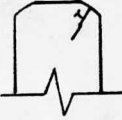

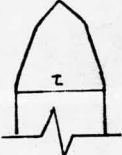
N = número de pilas.

K<sub>p</sub> = coeficiente de contracción de las pilas.


$K_a$  = coeficiente de contracción de los estribos.

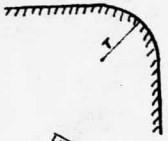
$H_o$  = carga total sobre la cresta.

El coeficiente  $K_p$  depende de la forma y ubicación del tejamar de las pilas, el espesor y la carga hidráulica en relación a la de proyecto, y la velocidad de llegada. Se dan los siguientes valores [Ref. 3] .

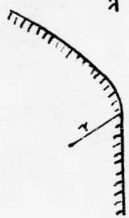
Forma de la pila		Valor de $K_p$
	cuadrada con esquina redondeada $r=0.1 t$ .	0.02
	tejamar redondo	0.01
	tejamar triangular	0.00

El coeficiente de contracción del estribo  $K_a$  lo afecta la forma, el ángulo entre el muro de llegada de aguas arriba y el eje de la corriente [Ref. 3] .

Forma del estribo		Valor de $K_a$
	cuadrados con muros a $90^\circ$	0.20



estribos redondeados con  
muros de cabeza a  $90^\circ$  con  
la dirección de la co-  
rriente cuando:  
 $0.5H_o \geq r \geq 0.15H_o$ . 0.10



para estribos redondeados  
en los que  $r > 0.5H_o$  y el  
muro de cabeza está colo-  
cado a no más de  $45^\circ$  con  
la dirección de la co-  
rriente. 0.00

En el coeficiente de descarga intervienen los si-  
guientes:

- Efecto de profundidad.
- Efecto de cargas diferentes a las de proyecto.
- Efecto de talud del paramento aguas arriba.
- Efecto de interferencia del lavadero aguas abajo y de la sumergencia.

Efecto de profundidad de llegada. Para valores gran-  
des de  $P$  la velocidad de llegada es pequeña, y entre menor -  
sea la profundidad de llegada va a aumentar la velocidad. -  
Con la relación  $\frac{P}{H_o}$  y de la fig. 4.1 se encuentra el valor de  
 $C_o$  para diferentes profundidades de llegada. Esto es válido -  
solo cuando la sección de la cresta del cimacio sigue la for-  
ma ideal de la lámina, es decir  $\frac{H_e}{H_o} = 1$ .

Efecto de cargas diferentes a las de proyecto. -  
Cuando a la cresta se le da una forma diferente a la ideal, -  
o cuando se le ha dado una forma para una carga diferente a  
la que se consideró para el diseño ya sea menor o mayor, en

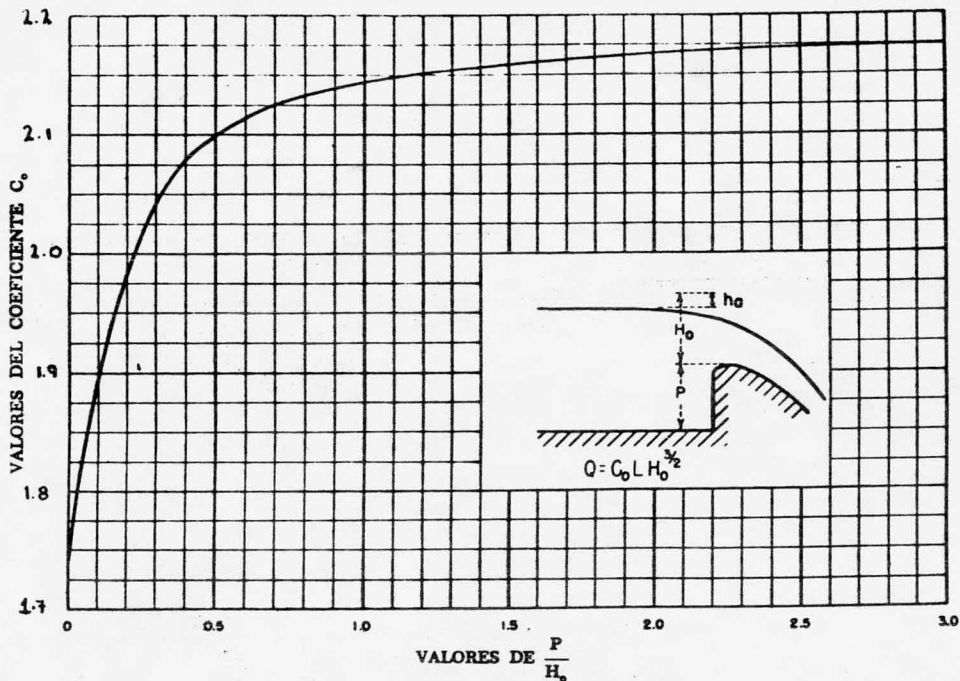


Fig. 4.1 Coeficiente de descarga para las crestas de cimacio de pared vertical [Ref. 3].

tonces el coeficiente calculado en la fig. 4.1 se corregirá con la fig. 4.2. Lo que produce esto es que al variar la sección inferior del agua que vierte, y como no va a coincidir con la cresta del cimacio se van a producir presiones negativas o positivas haciendo que varíen las descargas, reduciendo o aumentando respectivamente. Con la relación  $\frac{H_e}{H_0}$  donde:  $H_e$  = carga real que se está considerando, se encuentra la variación del coeficiente.

Efecto del talud del paramento aguas arriba. Al inclinar el paramento de aguas arriba antes de la cresta produ

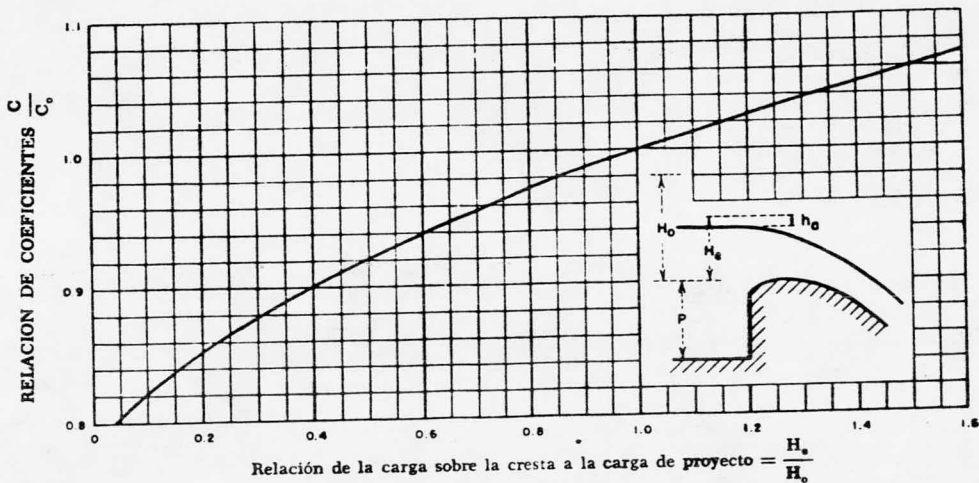


Fig. 4.2 Coeficientes de descarga para cargas diferentes a las de proyecto [Ref. 3]

ce variaciones en el coeficiente de descarga, para relaciones pequeñas de  $\frac{P}{H_0}$  produce un aumento, y para relaciones grandes una disminución. De la fig. 4.3 con el valor de  $\frac{P}{H_0}$  se encuentra la relación  $\frac{C \text{ inclinado}}{C \text{ vertical}}$ , siendo el C vertical el que se encontró en la fig. 4.1 ( y ajustado por la fig. 4.2 si lo requiere ).

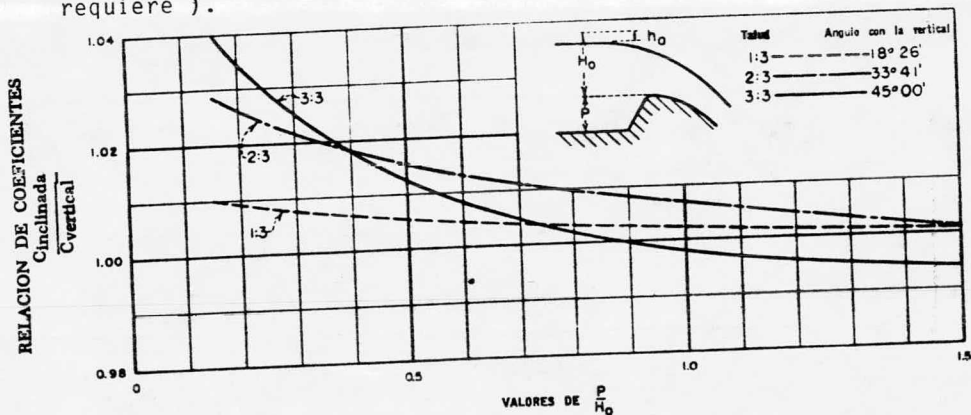


Fig. 4.3 Coeficiente de descarga para una cresta de cimacio con paramento de aguas arriba inclinado [Ref. 3] .

Efecto de interferencia de lavadero aguas abajo y de la sumergencia. El flujo después de ser vertido su régimen puede tomar diferentes formas que van a depender de la posición del lavadero y del nivel del agua aguas abajo, afectando el coeficiente de descarga. Las formas pueden ser:

- 1.- Régimen supercrítico.
- 2.- Ocurre un salto hidráulico parcial.
- 3.- Verdadero salto hidráulico.
- 4.- Salto ahogado.
- 5.- No se forma un salto.

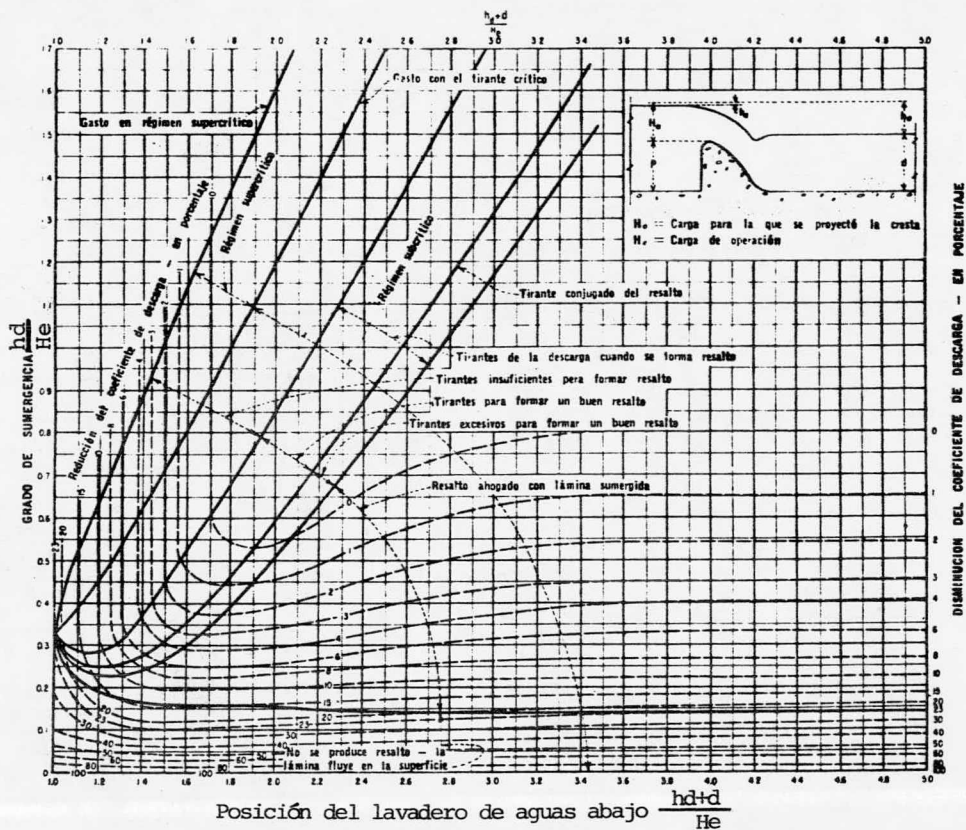
La reducción del coeficiente en porcentaje en caso de afectar la descarga se obtiene de la fig. 4.4, con las relaciones  $\frac{hd + d}{He}$  y  $\frac{hd}{He}$ .

La forma de la sección transversal de la cresta para cimacio sin control depende de la carga, de la inclinación del paramento de aguas arriba, de la elevación de la sección vertedora sobre el piso del canal de llegada y esto influye en la velocidad de llegada.

Para la mayor parte de las condiciones el U.S.B.R. da un resumen de acuerdo con la fig. 4.5, donde la parte de aguas arriba la define como una curva simple y una tangente o, como una curva circular compuesta fig. 4.8, la parte de aguas abajo por la parábola cuya ecuación es:

$$\frac{y}{H_0} = - K \left( \frac{x}{H_0} \right)^n \text{ -----(4.3)}$$





donde:  $K$  y  $n$  son constantes que dependen de la inclinación - aguas arriba y de la velocidad de llegada, en la fig. 4.6 se dan los valores para diferentes condiciones.

De la fig. 4.7 se obtienen los factores necesarios para el trazo de la sección del vertedor aguas arriba.

La sección para una cresta con paramento de aguas arriba vertical y velocidad de llegada despreciable, también

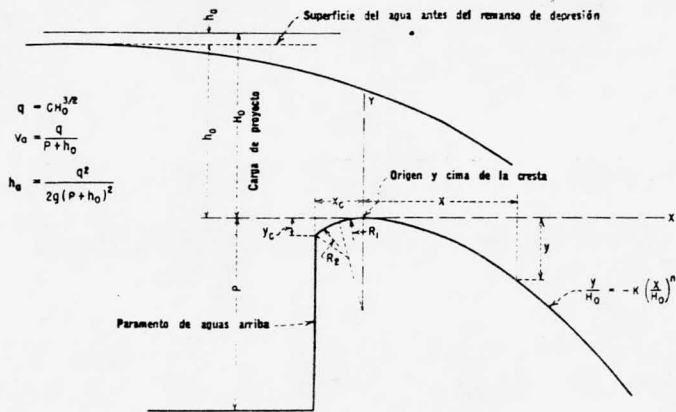


Fig. 4.5. Elementos de la sección transversal de la cresta. [Ref. 3]

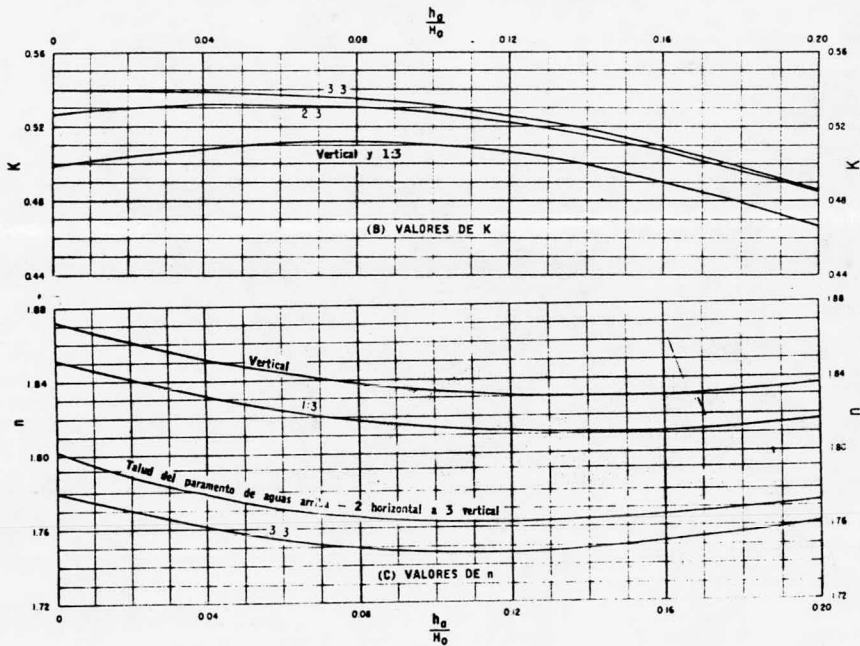


Fig. 4.6 Valores de K y n para la determinación de las secciones de aguas abajo. [Ref. 3]

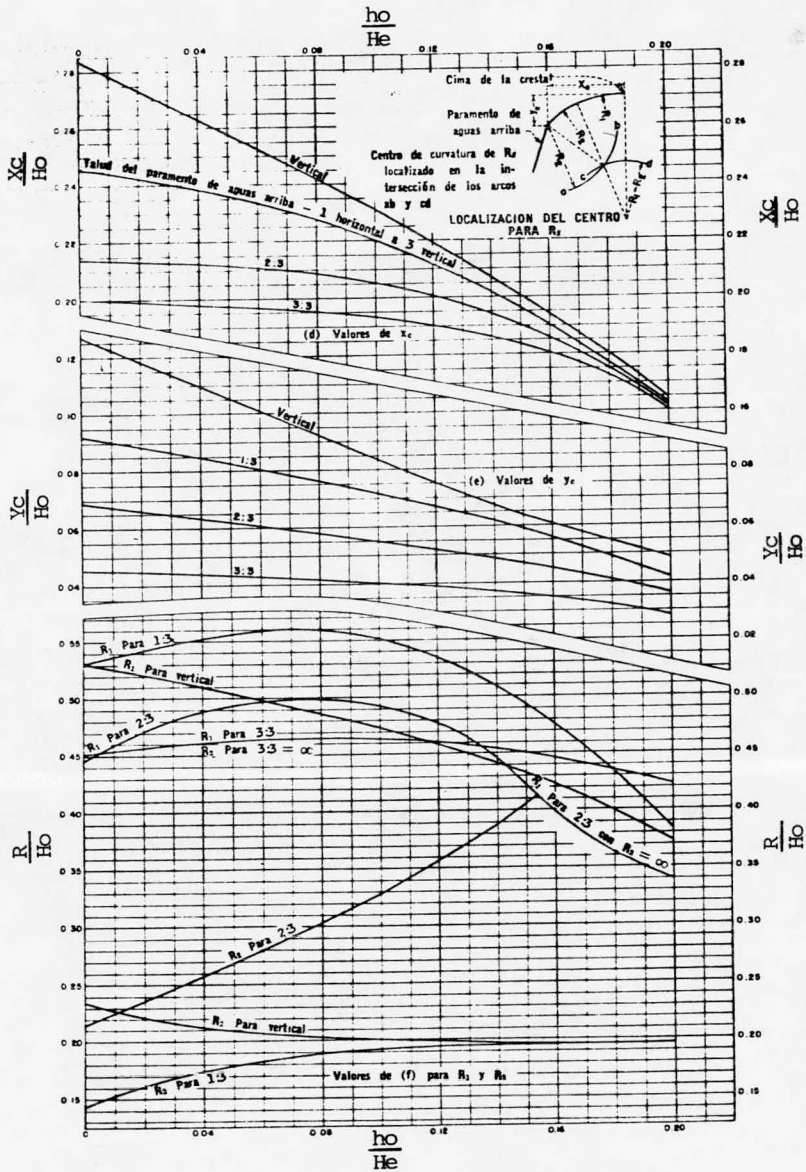


Fig. 4.7 Factores para la sección aguas arriba.

la podemos encontrar conforme la fig. 4.8, esta sección esta formada como una curva circular compuesta con los radios expresados en función de  $H_0$ . Esta forma es más sencilla que la anterior porque evita la resolución de una ecuación exponencial.

Para condiciones ordinarias de proyecto y vertedores de demasías pequeños y si  $P \geq \frac{H_0}{2}$  es suficientemente confiable utilizar este método, pero si  $P < \frac{H_0}{2}$  se debe determinar conforme la fig. 4.5.

Presiones sobre la cresta del vertedor. El perfil del vertedor se diseña para que las presiones sobre él sean nulas, pero por razones prácticas el perfil ideal trabaja para alturas diferentes a las de proyecto, si las alturas son menores que las de diseño la presión aumenta y para alturas mayores las presiones van a disminuir. El U.S.B.R. dice que las pruebas han demostrado que en las crestas que siguen la forma ideal de la lámina, las presiones menores que la atmosférica o sea las negativas no son mayores de aproximadamente  $\frac{H_0}{2}$ , siempre y cuando  $He \leq 1.25H_0$ . Para vertedores pequeños - dichas presiones en la mayoría de los casos, los estudios indican que no alcanzan valores suficientes para producir cavitación por lo que son confiables, pero hay que tener cuidado al darle la forma a la cresta porque las irregularidades producidas por salientes bruscas, depresiones o proyecciones amplifican la magnitud de las presiones hasta llegar a produ--

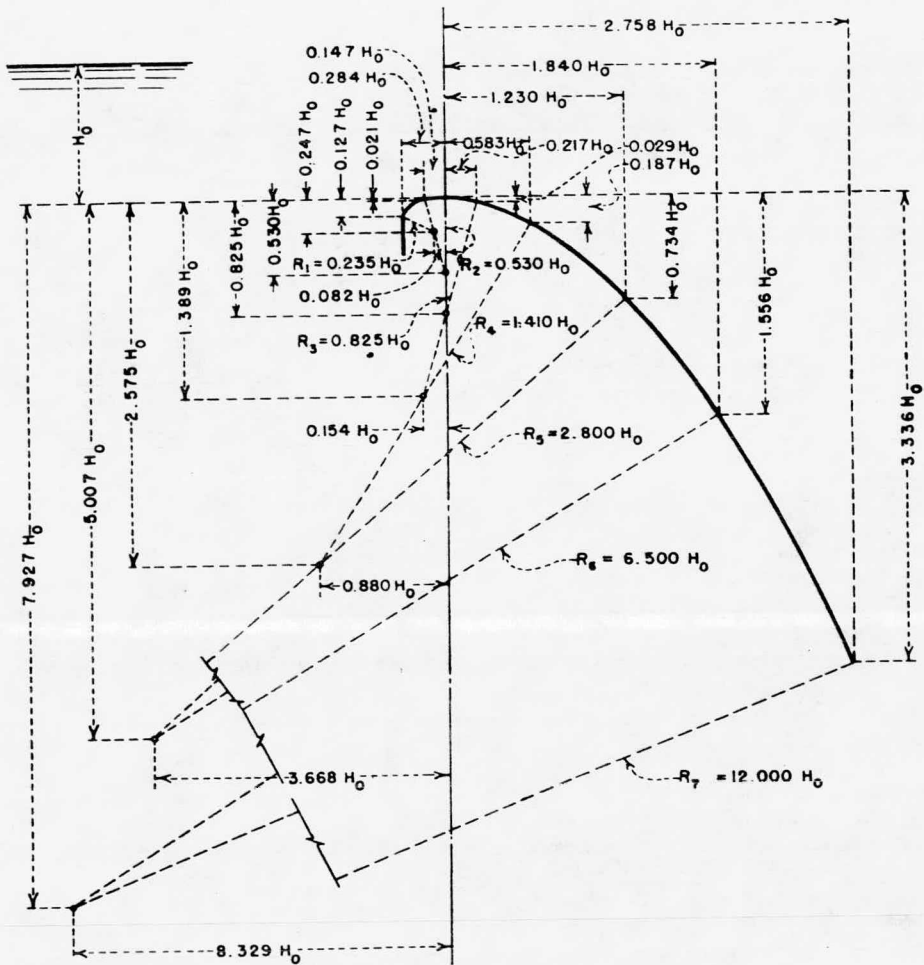


Fig. 4.8 Sección de cresta de cimacio formada con curvas compuestas. [Ref. 3]

cir cavitaciones. En la fig. 4.9 se muestra un diagrama de presiones negativas para  $\frac{H_o}{H_e} = 0.75$ . Para relaciones de  $\frac{H_o}{H_e}$  intermedias varían en forma lineal considerando que cuando  $\frac{H_o}{H_e} = 1$  no existen presiones negativas.

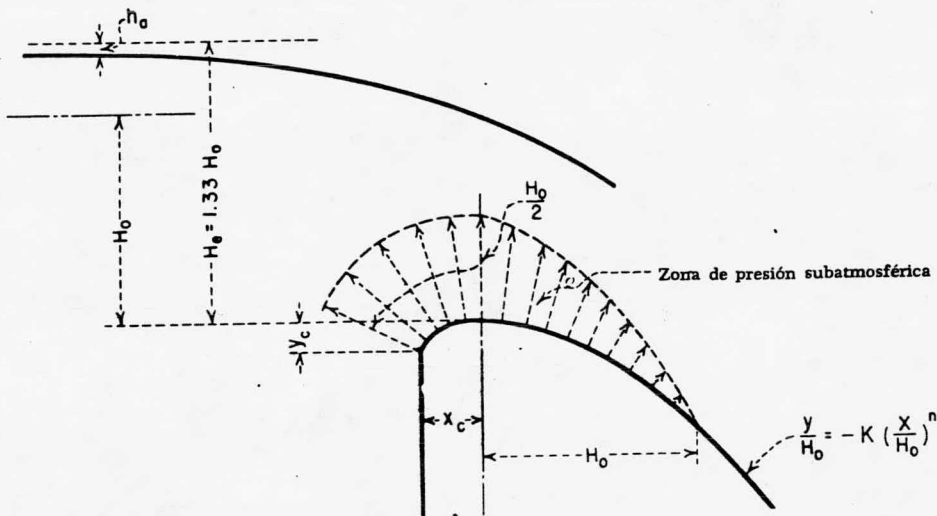


Fig. 4.9 Diagrama de presiones para  $\frac{H_o}{H_e} = 0.75$ .  
[Ref. 3]

Vertedores de tipo cimacio controlados. Para encontrar la descarga en un vertedor con compuertas cuando están parcialmente abiertas fig. 4.10, se hace con la ecuación ( 4.4 ) que es semejante a la de un orificio con poca carga.

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} C L (H_1^{3/2} - H_2^{3/2}) \text{ ----- ( 4.4 )}$$

donde:

$H_1$  y  $H_2$  = cargas totales ( incluyendo la carga de velocidad de llegada ).

$C$  = coeficiente de descarga.

$L$  = longitud efectiva de la cresta.

$g$  = aceleración gravitacional.

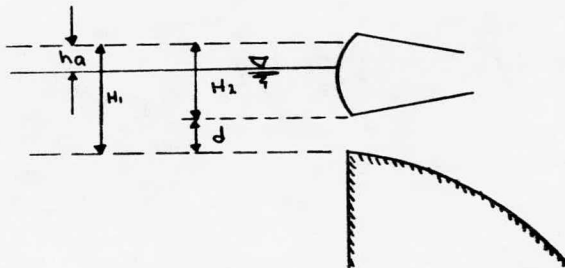


Fig. 4.10 Vertedores controlados.

El coeficiente "C" de descarga se obtiene de la fig. 4.11, donde se muestra el valor para relaciones de  $\frac{d}{H_1}$ , esta curva representa promedios determinados para diferentes condiciones de aberturas de la compuerta, ya que el coeficiente difiere con distintas combinaciones de compuertas y crestas, en las que influyen las condiciones de llegada por afectar la contracción del chorro, pero estos valores son lo suficientemente seguros para vertedores pequeños.

Cuando las compuertas se encuentran parcialmente abiertas el funcionamiento es como un orificio y la trayectoria de la descarga se encuentra de igual forma a la de un chorro saliendo de un orificio, se utilizan las siguientes -

COEFICIENTE DE DESCARGA, C, PARA LA CIRCULACION DEL AGUA POR ORIFICIOS

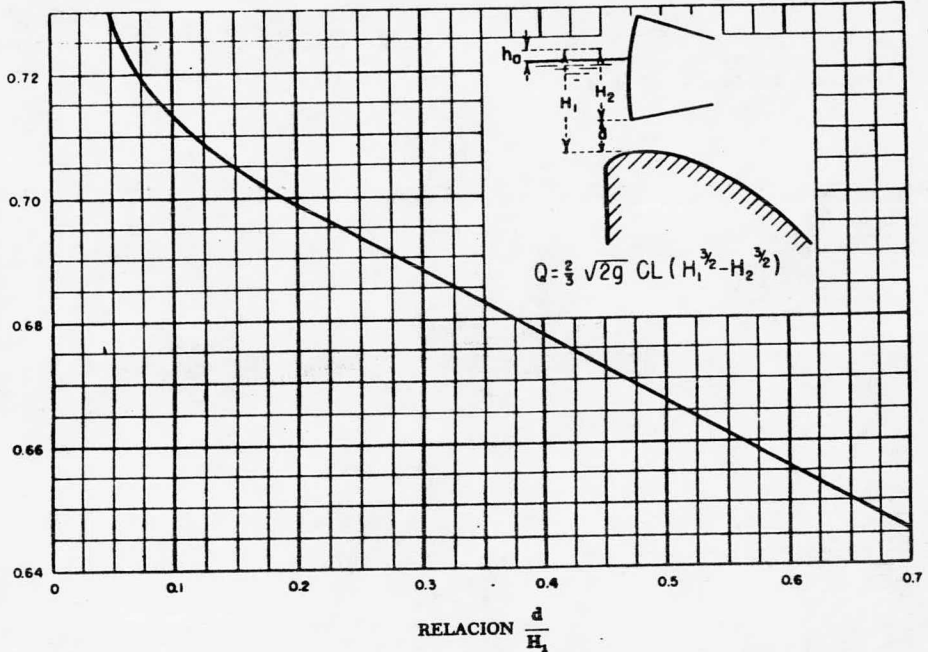


Fig. 4.11 Coeficiente de descarga para vertederos con compuertas. [Ref. 3]

fórmulas:

orificio vertical -  $y = \frac{x^2}{4H}$  ----- ( 4.5 )

orificio inclinado -  $y = x \tan \theta + \frac{x^2}{4H \cos \theta}$  - ( 4.6 )

donde:

x, y = coordenadas.

H = cargas sobre el centro de la abertura.

$\theta$  = ángulo de inclinación a partir de la vertical.



El perfil de aguas abajo puede hacerse siguiendo la trayectoria del chorro o la descarga libre, los experimentos han demostrado que para aberturas pequeñas y cargas grandes se producen presiones negativas aguas abajo de la compuerta, si el cimacio fuera más delgado que el que sería si se ajustara al de la trayectoria libre para la carga máxima, y serían aproximadamente de  $\frac{H_o}{10}$ , ver fig. 4.12.

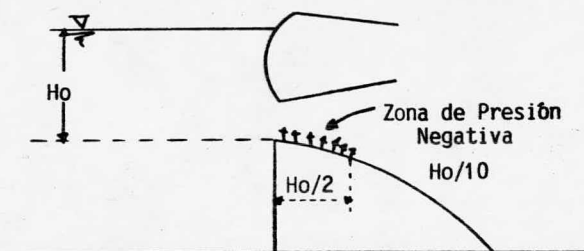


Fig. 4.12 Presiones negativas que se producen debajo de las compuertas. [Ref. 3]

Cuando se adopta por un perfil siguiendo la trayectoria de un chorro en lugar de la lámina vertiente, esto se hace aguas abajo del umbral de la compuerta, da como resultado un cimacio más ancho y cuando la compuerta está completamente abierta hay una disminución de la eficiencia en la descarga.

Para evitar las presiones negativas en la cresta, y por algún motivo es necesario un cimacio más ancho se puede adoptar el perfil de un chorro siempre y cuando no impor-

te la eficiencia de la descarga. Si al cimacio se le da la forma ideal de la lámina vertiente para la carga máxima, se puede disminuir el área de la presión negativa colocando el umbral de la compuerta aguas abajo de la cresta del cimacio, y así el orificio quede inclinado para que la trayectoria del chorro se ajuste más a la forma de la lámina vertiente.

b).- Criterio del U.S.A.C.E. Ahora se verá el diseño de las mismas estructuras de control estudiadas en "a", pero con el criterio que propone el U.S. Army Corps of Engineers, cabe mencionar que existen algunas similitudes que se notaran conforme el transcurso.

A estos vertedores les llaman tipo WES ( Waterways Experiment Station ).

Vertedores de descarga libre. Para encontrar la descarga  $Q$  utiliza la misma fórmula ( 4.1 ). En el cálculo del coeficiente  $C$  considera los mismos efectos de la siguiente manera:

Efecto de profundidad. Cuando  $P > 1.33h_o$  o lo que es lo mismo  $\frac{P}{h_o} > 1.33$  el efecto de velocidad es despreciable y  $H_o = h_o$ , el coeficiente  $C_d = 2.22$ . Si  $\frac{P}{h_o} < 1.33$  en vertedores bajos la velocidad de llegada sí es considerable y el coeficiente de descarga  $C$  se encuentra por la fig. 4.13, basados sobre los datos Waterways Experimental Station. Con la relación  $H_o/h_o$  se encuentra el valor de  $\frac{C}{C_d}$  donde  $C_d = 2.22$  para paramentos verticales.

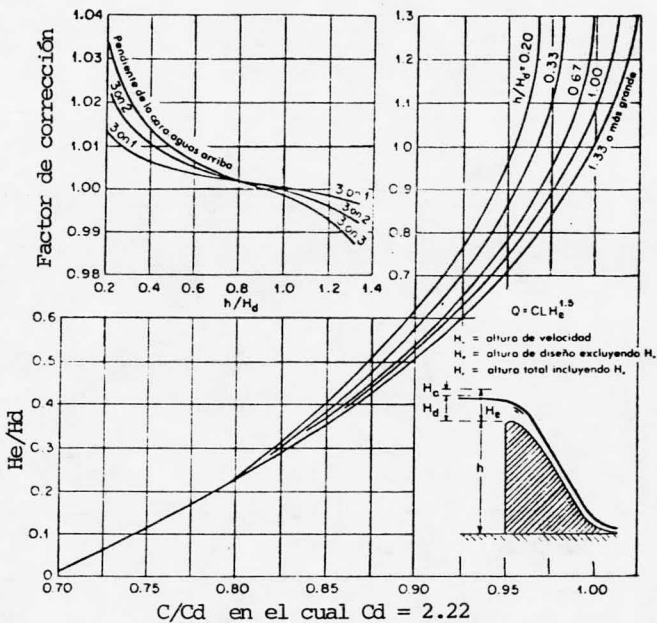


Fig. 4.13 Valores del coeficiente de descarga  $C$ . [Ref. 6]

Efecto de cargas diferentes a las de proyecto. Este criterio dice que cuando se tenga este caso de cargas diferentes para el cual fué diseñado el perfil, si son alturas menores la presión sobre la cresta será mayor que la atmosférica pero no que la hidrostática. Trabajando con alturas mayores la presión será menor que la atmosférica y pueden ser tan bajas que produzcan la separación del flujo. Los experimentos de modelos hechos en los laboratorios dicen que a lo más se pueden exceder un 50% de la altura de diseño, más puede ser perjudicial al producir cavitación. Para los vertederos tipo WES se pueden utilizar las curvas de la fig. 4.13 -

para encontrar el coeficiente de descarga.

Bradley desarrolló una curva universal basada en muchas crestas de vertedores de cimacio y diferentes condiciones que se muestra en la figura 4.14, con la relación de la carga de trabajo a la de diseño se encuentra  $\frac{C}{C_d}$  donde:  $C_d$  es el que corresponde a la carga de diseño.

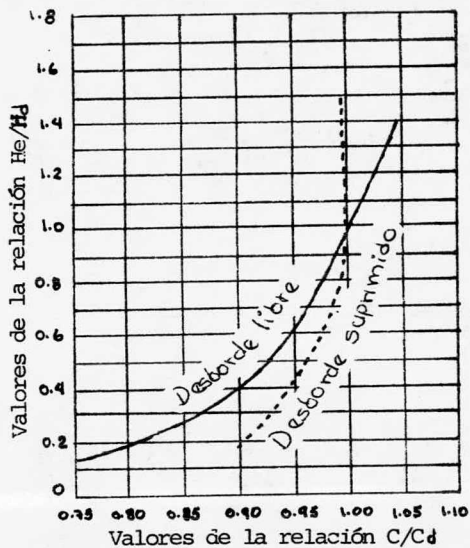
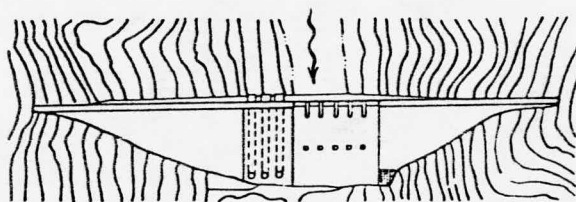
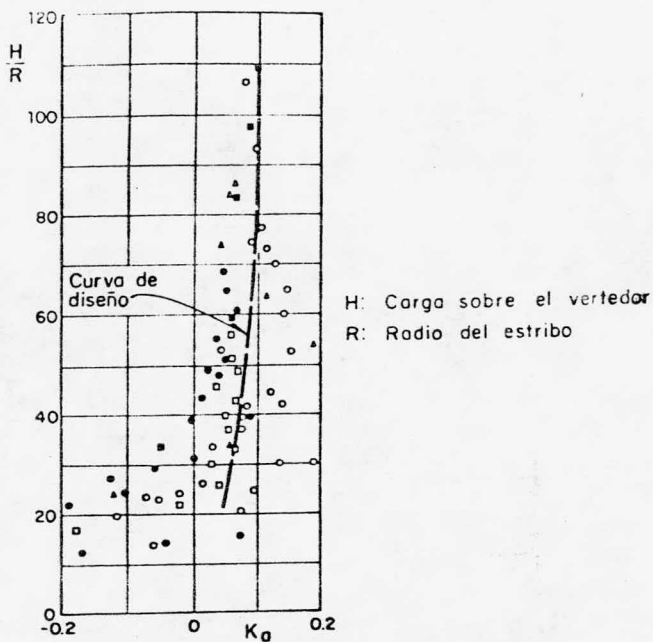


Fig. 4.14 Coeficiente de descarga para cargas diferentes a las de proyecto. [Ref.6]

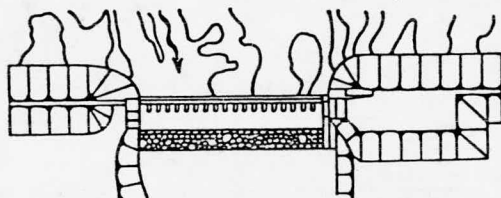
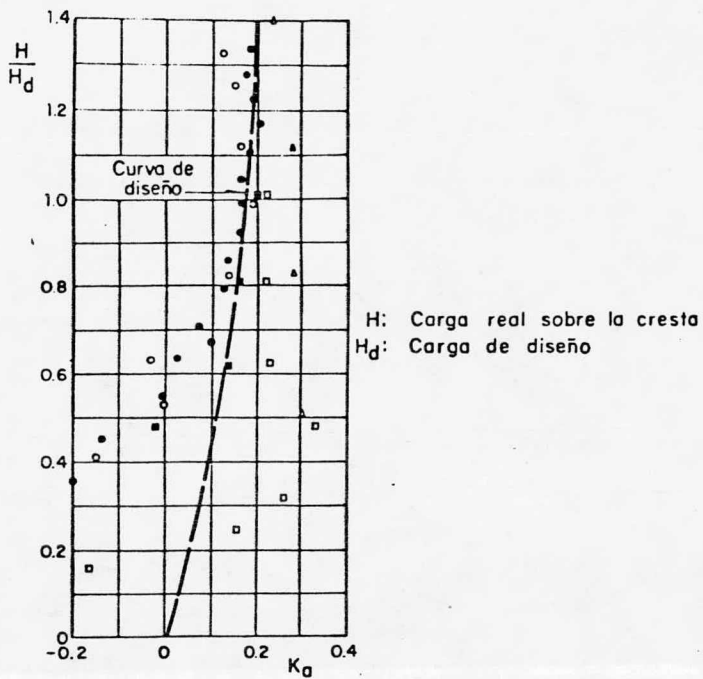
Efecto de interferencia del lavadero aguas abajo y de la sumergencia. Se utiliza el criterio del U.S.B.R., como se vio anteriormente y de la misma forma con la ayuda de la figura 4.4.

Para el cálculo de la longitud efectiva "L" se utiliza la misma ecuación 4.2, y los valores de  $K_p$  y  $K_a$  se obtienen de las figuras 4.15, 4.16 y 4.17.



Sección gravedad vertedora, con secciones adyacentes de concreto

Fig. 4.15 Coeficiente de contracción por estribo con secciones adyacentes de concreto. [Ref. 4]



Sección gravedad vertedora, con secciones adyacentes de enrocamiento

Fig. 4.16 Coeficiente de contracción por estribo con secciones adyacentes de enrocamiento. [Ref. 4]

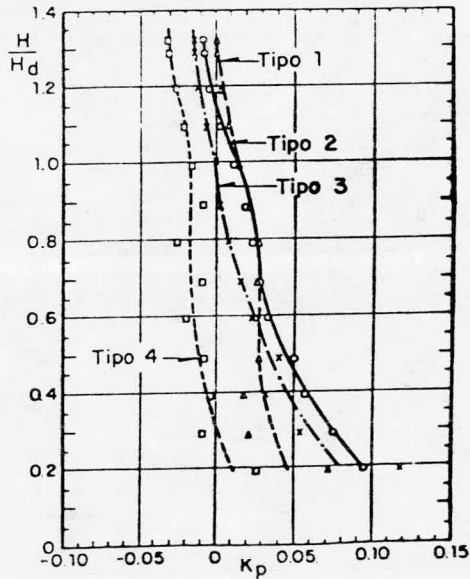
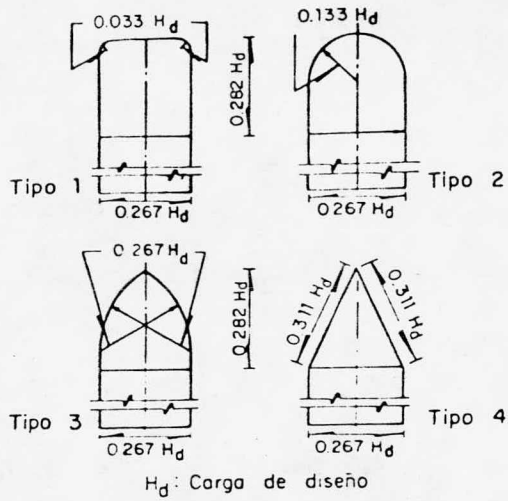


Fig. 4.17 Coeficiente de contracción por pilas.  
[Ref. 4]

El criterio del U.S.A.C.E. basándose en estudios elaborados por el U.S.B.R. proporciona unas formas para el diseño del cimacio, teniendo como base la ecuación ( 4.7 ):-

$$X^n = K Hd^{n-1} Y \text{ -----( 4.7 )}$$

dónde:

X,Y = son las coordenadas del perfil.

Hd = altura de diseño excluyendo la altura de velocidad del flujo.

K y n = parametros que dependen de la pendiente de la cara aguas arriba. Fig. 4.18

Pend. de la cara aguas arriba	K	n
vertical	2.000	1.850
3 a 1	1.936	1.836
3 a 2	1.939	1.810
3 a 3	1.837	1.776

Fig. 4.18 Valores de K y n.

Para valores intermedios de inclinación del paramento los valores de K y n se obtienen de la fig. 4.19, donde  $\theta$  es el ángulo que forma el paramento con la horizontal.

En la fig. 4.20 se muestran las formas de los vertedores para las pendientes descritas en la fig. 4.18.

Presiones negativas sobre la cresta del cimacio. - Los ensayos de modelos dicen que la distribución de presiones sobre la cresta con o sin pilas, bajo tres diferentes relaciones de alturas basadas sobre los CW 801 de las formas -



WES, se pueden ver en la fig. 4.21, las presiones intermedias se interpolan de la misma figura.

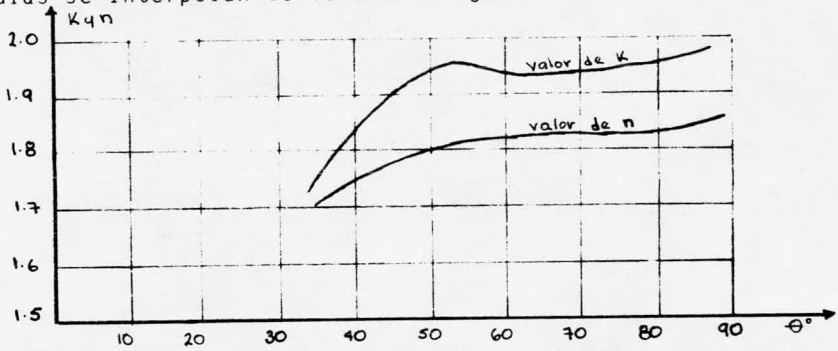
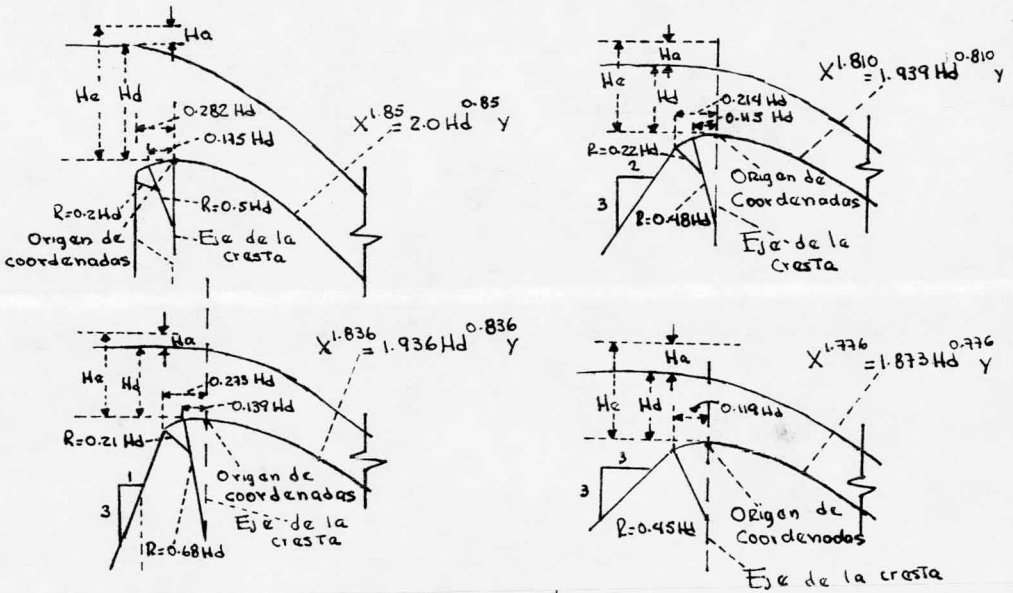


Fig. 4.19 Valores de K y n en función de la pendiente de la cara aguas arriba.



Fórmula General  

$$X^n = k Hd^{n-1} y$$

Fig. 4.20 Formas WES estándar de vertedores.

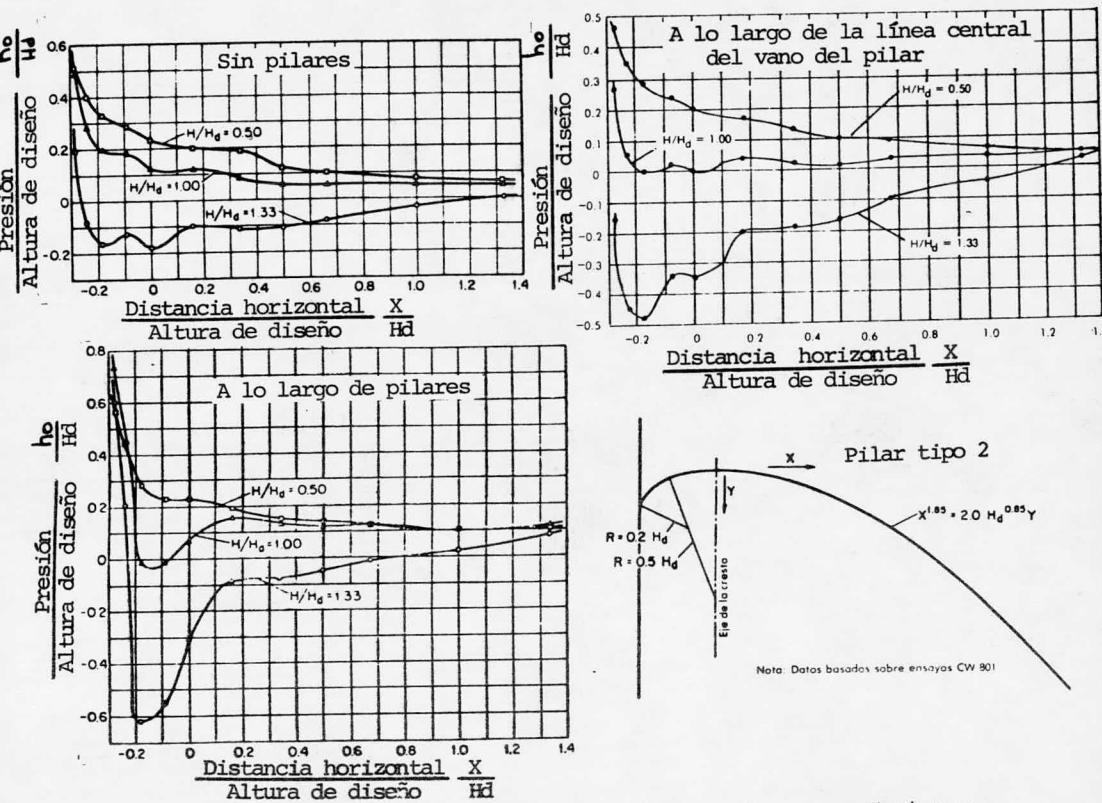


Fig. 4.21 Presiones sobre la cresta en vertedores WES. [Ref. 6]

Cimacios controlados. Para el perfil del cimacio en vertedores de descarga controlada se adaptará a los de cresta libre conforme a la ecuación 4.7, donde la carga de diseño es igual a la carga máxima para compuertas totalmente abiertas. Cuando existen aberturas pequeñas de las compuertas se van a producir presiones negativas, y se tratarán de forma semejante a las de vertedores sin control. Si existe una compuerta de tambor y si la profundidad del canal de acceso medida a partir del punto más alto de la compuerta, es mayor o igual a dos veces la carga  $H$  sobre la cresta, el

valor de "C" se calcula por la fig. 4.22, donde solamente se considera función de H, r y  $\theta$ .

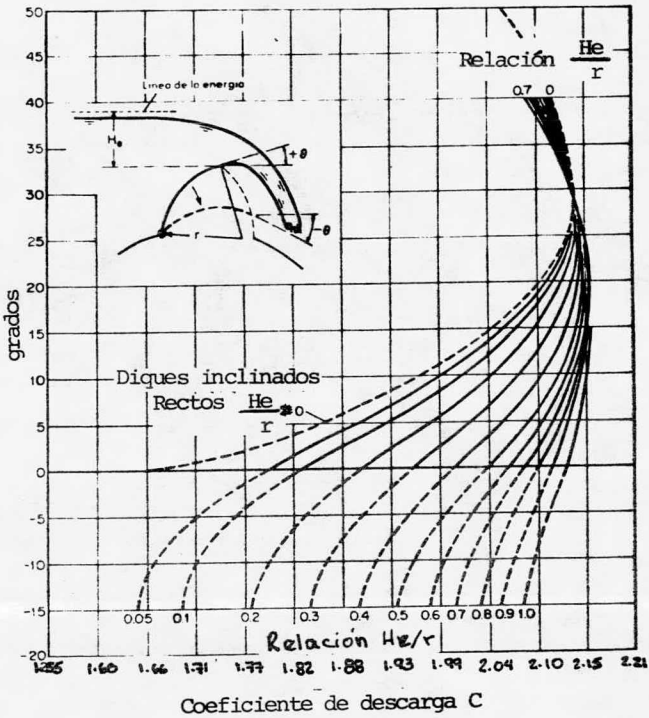


Fig. 4.22 Curvas para determinar el coeficiente de descarga en vertedores con compuertas de tambor. [Ref. 4]

IV.2.3 Vertedores de caída libre. Su nombre lo dice y como ya se vió anteriormente son aquellos donde la caída del agua es libre y por lo general y casi siempre la descarga también, pueden ser de pared delgada o gruesa.

Para calcular la descarga Q se utiliza la ecuación ( 4.1 ).

El coeficiente de descarga para vertedores de cresta delgada y si  $P \geq \frac{1}{5}H_o$  es  $C = 1.82$ , y para valores menores de  $\frac{1}{5}H_o$  la contracción vertical disminuye y el coeficiente se hace menor, en caso de que la altura del vertedor sea cero entonces se convertirá en un canal y el coeficiente de descarga es  $C = 1.704$  [Ref. 3].

Para evitar su abatimiento por la reducción de la presión se introduce aire abajo de la lámina vertiente, para lograr esto se hacen los costados del control de tal forma que exista contracción lateral completa y queden espacios para permitir la entrada del aire. La forma que deben tener los costados se logra con muros de cabeza a escuadra o salientes rectangulares a lo largo de las pilas o muros opuestos a la cresta.

La longitud efectiva se calcula con la ecuación ( 4.2 ), donde  $K_p$  y  $K_a$  son aproximadamente 0.20 cada uno [Ref. 3] .

En el diseño hidráulico de este tipo de vertedores de caída libre, por lo general el mayor problema se refiere a las características de control y disipación de energía en el estanque aguas abajo.

A continuación se tratan algunas formas comunes para disipar la energía:

Con un salto hidráulico. Para provocar el salto hidráulico de caída recta se necesita construir un tanque cuyas características son básicamente las mismas a las que se

verán más adelante en estructuras terminales, excepto que en los de caída recta no es tan fácil localizar el principio.

Las dimensiones del tanque se pueden relacionar con dos variables independientes, "Y" que es la distancia de caída y "q" el gasto unitario.

Utilizando la ecuación para tirante crítico:

$$dc = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \text{ ----- ( 4.8 )}$$

agregando "Y" en ambos lados de tal forma que no se altere:

$$\frac{dc}{Y} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{gY^3}} \text{ ----- ( 4.9 )}$$

Haciendo una inspección de las dimensiones, se puede ver que  $\frac{q^2}{gY^3}$  es adimensional, se le llama número de caída y se conoce por D.

De la fig. 4.23 y con el número de caída "D" se encuentra la distancia donde inicia el salto  $L_d$ ,  $d_1$  y el Número de Froude F.

Una vez localizada la distancia  $L_d$  el diseño del tanque se hace siguiendo los lineamientos de IV.2.6.

Estanques del tipo de bloques de impacto. Los tanques de este tipo producen una buena disipación de energía para cargas pequeñas, aceptan una variación amplia del tirante de descarga.

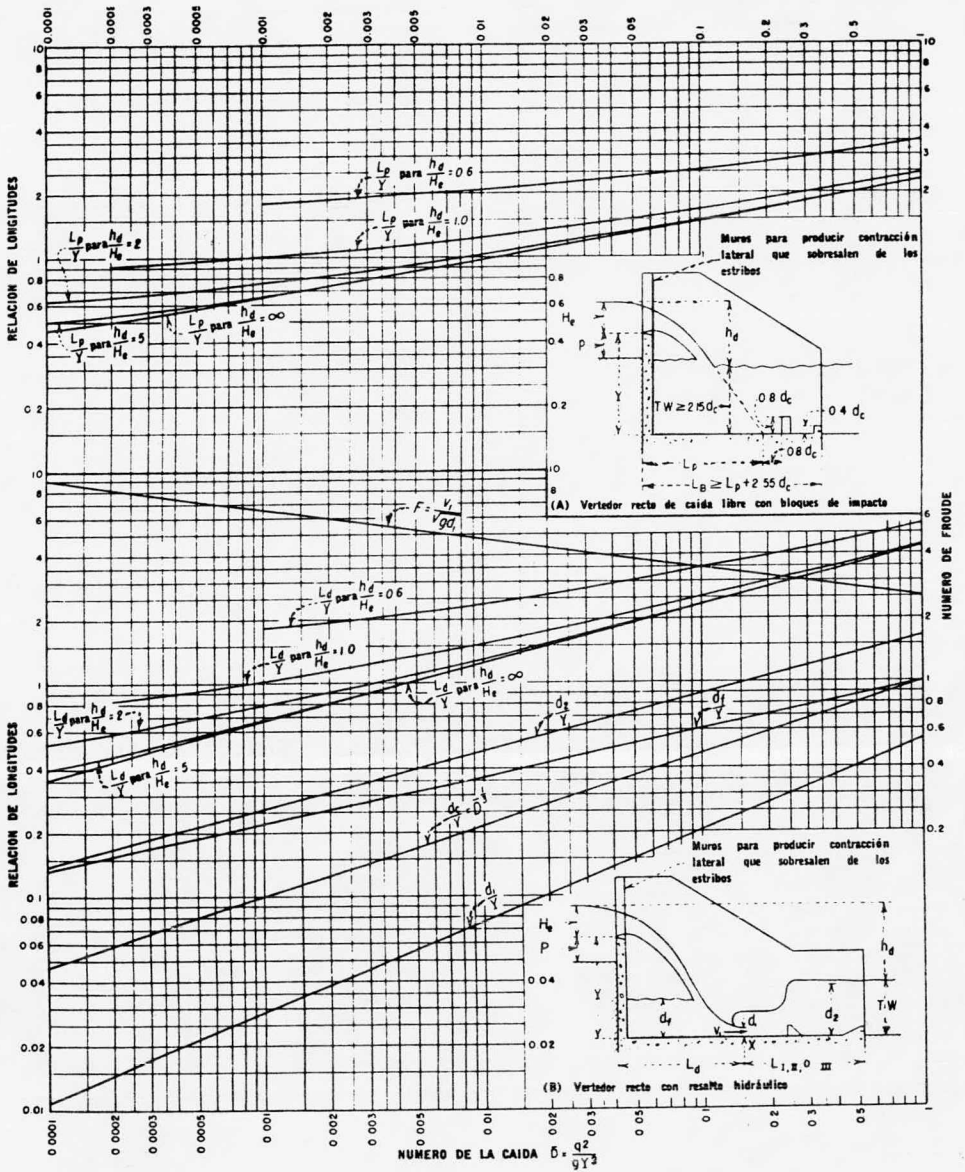


Fig. 4.23 Características hidráulicas de los vertedores de caída libre [Ref. 3].

El principio de los estanques de bloques de impacto es producir una turbulencia al hacer chocar la corriente de llegada contra los bloques, y así disipar la alta de energía. A continuación se dan unas proporciones para su diseño:

Longitud mínima del tanque (m)

$$LB = L_p + 2.55d_c \text{ -----( 4.10 )}$$

Longitud mínima hasta la cara aguas arriba del bloque: =  $L_p + 0.8d_c$  -----( 4.11 )

Tirante mínimo de descarga (m):

$$dtw = 2.15d_c \text{ -----( 4.12 )}$$

Altura mínima del bloque (m):

$$= 0.8d_c \text{ -----( 4.13 )}$$

Anchura y separación del bloque amortiguador:

$$= 0.4d_c + \frac{\text{altura óptima del umbral terminal}}{0.4d_c} \text{ ---( 4.14 )}$$

Disipador de rejillas. El disipador de rejillas se usa para pequeñas caídas, este sistema lo que hace es separar la lámina vertiente en varios segmentos largos y delgados cayendo casi verticalmente en el estanque que queda aguas abajo, donde se produce una turbulencia y la disipación de la energía ver fig. 4.24 . Las estructuras de rejillas se han probado para No. de Froude entre 2.5 y 4.5 determinados al nivel del lavadero.

La longitud  $L_G$  debe ser la suficiente para que to-

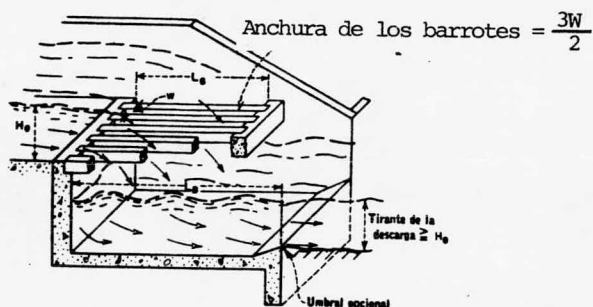


Fig. 4.24 Disipador de rejilla.

da la corriente caiga por las ranuras, por lo que va a estar en función de la descarga total, de la velocidad de llegada y del área de las ranuras de las rejillas, los experimentos hechos dan unas relaciones para un proyecto efectivo:

$$L_G = \frac{Q}{0.245wN\sqrt{2gH_e}} \text{ ----- ( 4.15 )}$$

donde:

$L_G$  = longitud de la rejilla (m).

$w$  = anchura de las ranuras (m).

$N$  = número de ranuras.

$H_e$  = tirante de la corriente aguas arriba de la caída.

La longitud del estanque  $L_B \approx 1.2L_G$  ----- ( 4.16 )



Se puede construir un umbral opcional semejante al del tanque tipo I, para un mejor funcionamiento hidráulico,- el diseño se verá más adelante.

IV.2.4 Vertedores de Canal Lateral. Los vertedores de canal lateral se componen de una cresta vertedora y un canal colector, se llaman de canal lateral porque la cresta vertedora se encuentra sobre uno de los taludes del canal, - ver fig. 4.25 .

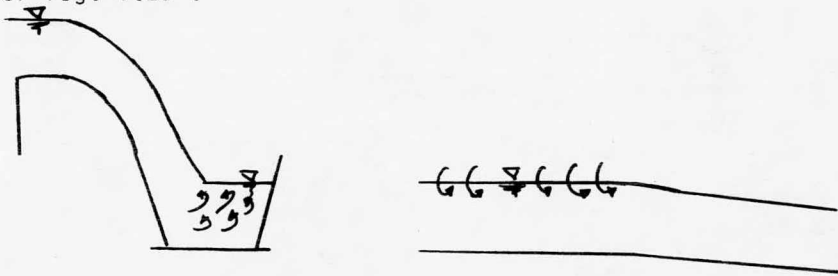


Fig. 4.25 Vertedor de canal lateral.

El diseño hidráulico de este tipo de vertedores se hace por separado la cresta y el canal.

Diseño de la cresta vertedora. Es una estructura de control tipo cimacio y su diseño se vió en IV.2.2 . Para reducir excavaciones en el canal colector se permite sumergir el cimacio  $\frac{2}{3}$  de la carga máxima.

Diseño del canal colector. La función que tiene el canal colector es: primeramente como su nombre lo dice recibir los gastos del vertedor y cambiar el sentido medio del -

escurrimiento y; por último, disipa la mayor parte de la energía que provoca la caída desde el vertedor, para hacer una entrega regular a la estructura que le sigue.

Se recomienda seguir los siguientes pasos para su diseño:

a).- En base a los estudios del vaso de la presa se determinan las características de la obra de excedencias y por lo tanto se conoce la longitud de la cresta vertedora y su gasto, ya que el criterio de diseño de estos vertedores dice que la longitud de la cresta vertedora corresponde a la longitud del canal.

b).- Se seleccionan las características geométricas del canal tomando en cuenta el funcionamiento hidráulico, el costo y lo práctico. Los taludes dependen una parte de la cresta vertedora, del funcionamiento hidráulico, de la economía ya sea de excavaciones o en volúmenes de concreto, de la estabilidad y de otros factores que puedan intervenir.

Selección del ancho de plantilla  $b$ . Si la relación del ancho a la profundidad es grande fig. 4.26, el tirante será pequeño y habrá una mala mezcla del gasto del vertedor en el canal.



Fig. 4.26

De lo contrario cuando la relación anchura profundidad son mínimas, habrá un funcionamiento hidráulico adecuado. Aquí las profundidades serán mayores pero van a estar restringidas por: el ancho mínimo de plantilla para evitar los problemas de construcción, la estabilidad de la estructura y la ladera que puede ser dañada por un corte muy profundo, fig. 4.27.

Por lo tanto debe de elegirse la plantilla mínima compatible considerando aspectos prácticos como estructurales.

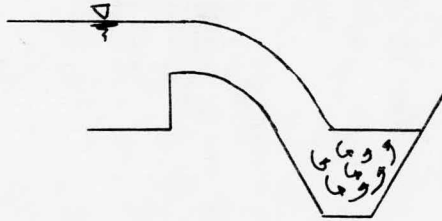


Fig. 4.27

c).- Se establece una sección de control a la salida del canal colector.

d).- Se calcula las características hidráulicas en la última sección del canal, aplicando el teorema de Bernoulli entre la sección de control y la última sección del canal.

e).- Se determina la pendiente  $S_0$  del canal colector considerando lo siguiente: el canal puede trabajar en régimen supercrítico, subcrítico, o en ambos.

Si se trabaja con régimen supercrítico se va a tener tirantes pequeños y velocidades grandes, esto implica -- una altura mayor desde la cresta a la superficie libre del a gua del canal colector, mayor turbulencia y vibraciones en la obra que si se trabajara en régimen subcrítico por lo que se recomienda tener este último. Esto se puede lograr obli-- gando una sección de control al final del canal como un es-- trechamiento o un escalón además debe cumplir con la siguiente condición para garantizar el régimen subcrítico:

$$\frac{S_0 L}{Y_0} \leq \frac{2}{3} (1 + Fro^2) \text{-----} (4.17)$$

donde:

$S_0$  = pendiente del canal

$L$  = longitud del canal colector

$Y_0$  = tirante del canal colector en la última sección

$Fro$  = número de Froude en la última sección

f).- Se cálcula el perfil del agua. El funciona-- miento de los vertedores de canal lateral se basan en la ley de la conservación de la energía, supone que la energía nece-- saria para mover el agua a lo largo del canal se adquiere -- una vez que las partículas de agua llegan a la corriente del canal, o sea que la energía que pasa a través de la cresta - se disipa al mezclarse con el agua del canal y por lo tanto no interviene en el movimiento de está sobre el.

Considerese un tramo de longitud corto  $\Delta x$ , la velo

cidad y la descarga en la sección aguas arriba serán  $v$  y  $Q$ , y en la sección de aguas abajo  $v + \Delta v$  y  $q(\Delta x)$ ;  $q$  es el gasto por unidad de longitud de la cresta.

La cantidad de movimiento será:

$$\text{Aguas arriba } M_u = \frac{Qv}{g} \text{ ----- ( 4.18 )}$$

$$\text{Aguas abajo } M_d = \frac{[Q + q(\Delta x)][v + \Delta v]}{g} \text{ ----- ( 4.19 )}$$

A la ecuación ( 4.19 ) se le resta la ecuación -- ( 4.18 ) y se obtiene el incremento de cantidad de movimiento:

$$\Delta M = M_d - M_u = \frac{[Q + q(\Delta x)] [v + \Delta v]}{g} - \frac{Qv}{g} \text{ ----- ( 4.20 )}$$

haciendo operaciones:

$$\Delta M = \frac{Q(\Delta v)}{g} + \frac{q(\Delta x)}{g} (v + \Delta v) \text{ ----- ( 4.21 )}$$

dividiendo por  $\Delta x$ :

$$\frac{\Delta M}{\Delta x} = \frac{Q}{g} \frac{v}{\Delta x} + \frac{q}{g} (v + \Delta v) \text{ ----- ( 4.22 )}$$

La variación de cantidad de movimiento con relación al tiempo, considerando " $v$ " veces la variación con respecto a " $x$ " y la velocidad media  $[v + 1/2\Delta v]$ , entonces la ecuación ante

rior se puede describir:

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{Q(\Delta v)}{g(\Delta x)} \left[ v + \frac{1}{2}(\Delta v) \frac{q}{g} (v + \Delta v) \right] \left[ v + \frac{1}{2}(\Delta v) \right] \text{-----} ( 4.23 )$$

$\frac{\Delta M}{\Delta x}$  es una fuerza aceleradora y es igual a la pendiente de la superficie del agua multiplicada por la descarga media, por lo tanto la ecuación ( 4.23 ) se transforma en:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \left[ Q + \frac{1}{2}(\Delta Q) \right] = \frac{Q(\Delta v)}{g(\Delta x)} \left[ v + \frac{1}{2}(\Delta v) \right] + \frac{q}{g}(v + \Delta v) \left[ v + \frac{1}{2}(\Delta v) \right] \text{-----} ( 4.24 )$$

despejando y que es el cambio de elevación de la superficie del agua, y simplificando:

$$\Delta y = \frac{Q_1 (v_1 + v_2)}{g (Q_1 + Q_2)} \left[ (v_2 - v_1) v_2 \frac{(Q_2 - Q_1)}{Q_1} \right] \text{-----} ( 4.25 )$$

donde:

$Q_1$  y  $v_1$  = valores al principio del tramo.

$Q_2$  y  $v_2$  = valores al final del tramo.

La ecuación ( 4.25 ) es la integración numérica de la ecuación para el escurrimiento espacialmente variado en un canal con régimen subcrítico, y con ella se calcula el perfil del canal colector.

El procedimiento de cálculo es el siguiente: se divide el canal colector en tramos pequeños llamados  $\Delta x$  y los limitamos por 1 y 2, en el tramo siguiente las condiciones -

de 1 pasan a ser las de 2. Los valores de la sección 2,  $Q_2$  y  $v_2$  son conocidos, los de la sección 1 el gasto se puede calcular y la velocidad resultará un valor supuesto, la solución se encuentra suponiendo incrementos de "y" hasta satisfacer la ecuación, así se aplica para cada tramo. El cálculo se hace a partir de la última sección del canal hacia aguas arriba.

Las pérdidas por fricción si son de consideración se pueden calcular por Manning e incluirlas en el cálculo del perfil.

h).- Se revisa la pendiente transversal de la superficie libre del agua por la ecuación de Viparelli:

$$P_x = \frac{q \sqrt{2g Z_x}}{g Y_x (b + 2k Y_x)} \text{ ----- ( 4.26 )}$$

donde:

$P_x$  = pendiente transversal de la superficie libre del agua en cada sección.

$k$  = talud del canal colector.

$b$  = ancho de la plantilla.

$q$  = gasto unitario.

$Y_x$  = tirante de la sección.

$Z_x$  = desnivel entre el nivel del agua en el vaso y de la superficie libre del canal en la sección de estudio.

Para garantizar un funcionamiento adecuado del canal colector  $P_x$  debe ser menor de 8%.

IV.2.5 Canal de Descarga. El canal de descarga recibe los gastos del vertedor para conducirlos hacia aguas a-bajo. Por lo general la descarga en la estructura de control pasa con tirante crítico y entra al canal de descarga con régimen supercrítico, conviene mantenerlo a lo largo de todo - el canal para evitar un salto hidráulico abajo de la estruc-tura de control. El flujo en el canal puede ser: uniforme, - acelerado o retardado y esto depende de las pendientes, di-mensiones del canal y de la caída total.

El gasto en cualquier punto va a depender de la e-nergía específica, las velocidades y tirantes se fijan eli-giendo pendientes y dimensiones de las secciones transversa-les.

Los canales con superficie libre fig. 4.28, sean - abiertos o entubados siguen los principios de la conservación de la energía que se expresan por el teorema de Bernoulli - que dice: "La energía total en una sección es igual a la e-nergía total en una sección aguas abajo más las pèrdidas, - cc. ( 4.27 )".

$$Z + d_1 + hv_1 = d_2 + hv_2 + h_l \text{ ----- ( 4.27 )}$$

El término  $h_l$  considera todas las pèrdidas por - fricción, turbulencia, impacto y transiciones. Pero en la mayor parte de los canales los cambios se hacen graduales y se desprecian las pèrdidas excepto las de fricción, que se pue-



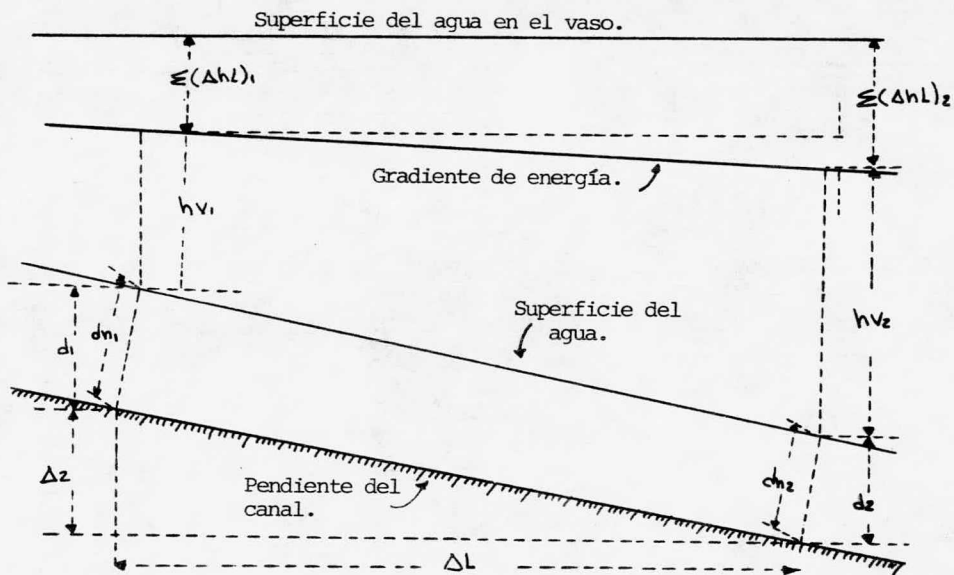


Fig. 4.28 Canal con superficie libre. [Ref. 3]

den calcular por medio de la fórmula de Manning:

$$hf = \left( \frac{v n}{Rh} \right)^2 L \text{ ----- ( 4.28 )}$$

donde  $n$  depende del tipo de superficie del canal, si se tiene un canal revestido de concreto  $n$  tomará un valor de 0.018 para tomar en cuenta el arrastre del aire, efecto de turbulencia, etc. Cuando se calculan las energías específicas para el diseño de las estructuras disipadoras de energía se supone un valor de  $n$  de 0.008 [Ref. 3] .

El perfil del canal se hace por lo general ajustándose a la topografía del terreno y condiciones geológicas, - y casi siempre se define por tramos rectos unidos por curvas verticales, evitando que sean bruscas para que no existan - funcionamientos defectuosos. Las curvas pueden ser cóncavas\_

o convexas, y a continuación se dan algunas limitaciones para un buen funcionamiento:

Curvas Convexas. Para evitar la separación del agua del piso y por lo tanto las presiones negativas debe de seguir la siguiente trayectoria:

$$-y = x \tan \theta + \frac{x^2}{k 4 (d + hv) \cos^2 \theta} \text{ ----- ( 4.29 )}$$

donde  $\theta$  es el ángulo de la pendiente del piso aguas arriba de la curva; se puede ver que la ecuación es muy similar a la de la trayectoria de un chorro con descarga libre de un orificio inclinado, y para asegurar una presión positiva  $k \geq 1.5$ ; "y" y "x" son las coordenadas; d el tirante; hv carga de velocidad.

Curvas Concavas. En estas curvas la presión que se ejerce sobre el piso por la fuerza centrífuga varía directamente con la energía e inversamente con el radio, por lo que:

$$R = \frac{2 d v^2}{p} \text{ ----- ( 4.30 )}$$

donde:

R = radio de curvatura mínimo (m).

v = velocidad (m/seg.).

d = tirante (m).

p = presión dinámica normal ejercida sobre el piso Kg/m<sup>2</sup>.

Si se toma  $p = 488 \text{ Kg/m}^2$  se obtienen valores aceptables de R, pero nunca debe de ser menor de 10d, los experimentos han demostrado que para la curva al pie del cimacio - valores no menores de 5d han sido aceptables.

#### IV.2.6 Estructura Terminal.

Trampolines. Este tipo de estructura terminal consiste en proyectar directamente el agua de un vertedor hacia el río, sin necesidad de construir una estructura para amortiguar la energía. El agua sale siguiendo la trayectoria de un chorro libre y cae delante del vertedor a cierta distancia, donde la trayectoria va a depender de la energía del flujo en el extremo y del ángulo de salida del chorro, y se obtiene por la ecuación ( 4.29 ). Donde el origen de las coordenadas se toma a la salida,  $\theta$  es el ángulo de salida con la horizontal y K factor igual a 1 para chorro teórico.

La resistencia del aire, las turbulencias internas y la desintegración del chorro producen una pérdida de energía y reducción de velocidad, y para compensar esto, se utiliza  $K \approx 0.9$ .

Para encontrar el alcance horizontal del chorro x, se hace  $y = 0$  de la ecuación ( 4.29 ):

$$x = 2 K(d + hv) \text{ sen } 2\theta \text{ -----( 4.31 )}$$

El valor máximo de  $x$  es cuando  $\theta = 45^\circ$  o sea igual a  $2K(d + hv)$ , pero en el ángulo de salida influyen el radio del trampolín y por lo general  $\theta$  se limita a  $30^\circ$ .

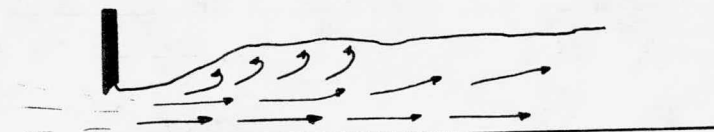
El radio del trampolín debe diseñarse de tal forma que la corriente al pasar sea concéntrica.

Las limitaciones de la curvatura son las mismas que las curvas verticales del canal de descarga, para que así las presiones en el piso no alteren la distribución laminar de la corriente. El radio de curvatura mínimo se puede obtener por la ecuación ( 4.30 ). Los valores de  $R$  en la práctica han resultado satisfactorios siempre y cuando "p" no exceda de  $2440 \text{ Kg/m}^2$ ,  $R$  no debe ser menor que cinco veces el tirante del agua.

Tanques Amortiguadores. La función de un tanque amortiguador es disipar la energía del flujo del vertedor antes de descargarla al cauce del río, esta es una medida efectiva para reducir la velocidad de salida.

Todos los tanques amortiguadores se basan en los principios del salto hidráulico, este salto hidráulico que se forma tiene características especiales y una forma definida que depende de la energía que se debe disipar con relación al tirante. Las características y su forma se relacionan con el Número de Froude, en la figura 4.29 se pueden ver.

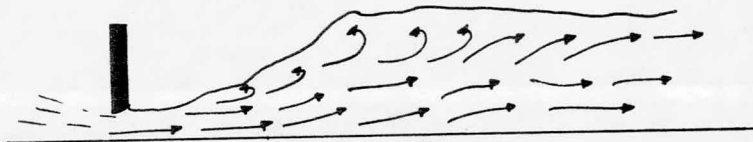
Para el diseño de los tanques amortiguadores en relación con el Número de Froude se describen de la siguiente manera:



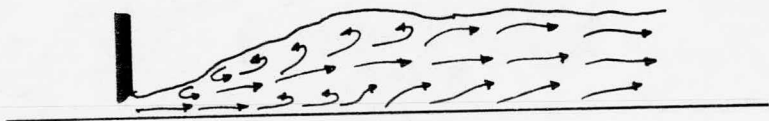
F entre 1.7 y 2.5  
Régimen antes del salto.



F entre 2.5 y 4.5  
Régimen de transición.



F entre 4.5 y 9.0  
Zona de salto bien balanceado.



F mayor de 9.0  
Salto efectivo pero muy irregular aguas abajo.

Fig. 4.29 Formas que toma el salto hidráulico en relación al No. de Froude [Ref. 3].

- 1.- Tanques con No. de Froude menores de 1.7
- 2.- Tanques con No. de Froude entre 1.7 y 2.5
- 3.- Tanques con No. de Froude entre 2.5 y 4.5
- 4.- Tanques con No. de Froude mayores de 4.5.

1.- Tanques con No. de Froude menores de 1.7. En este caso el tirante conjugado  $d_2$  es aproximadamente el doble al de llegada o un 40% mayor que el tirante crítico, la velocidad de salida es aproximadamente menor a la mitad de la velocidad de llegada o un 30% que la crítica, no es necesario emplear tanque amortiguador, excepto que las longitudes del canal más allá del punto donde el tirante comienza a cambiar no deben ser menores que aproximadamente  $4d_2$ . No es necesario emplear deflectores ni otros dispositivos amortiguadores.

2.- Tanques con No. de Froude entre 1.7 y 2.5. La forma que toma se dice que es una etapa previa al salto como se ve en la fig. 4.29. Como no existe una turbulencia muy activa el tanque no necesita de amortiguadores ni umbrales, nada más hay que dar la longitud necesaria para que se produzca la retardación de la corriente. En la fig. 4.30 se encuentran los tirantes conjugados y las longitudes del estanque para su diseño.

3.- Tanques con No. de Froude entre 2.5 y 4.5. Aquí se encuentra en un régimen de transición, o sea no se forma un verdadero salto hidráulico. Los tanques de este tipo son

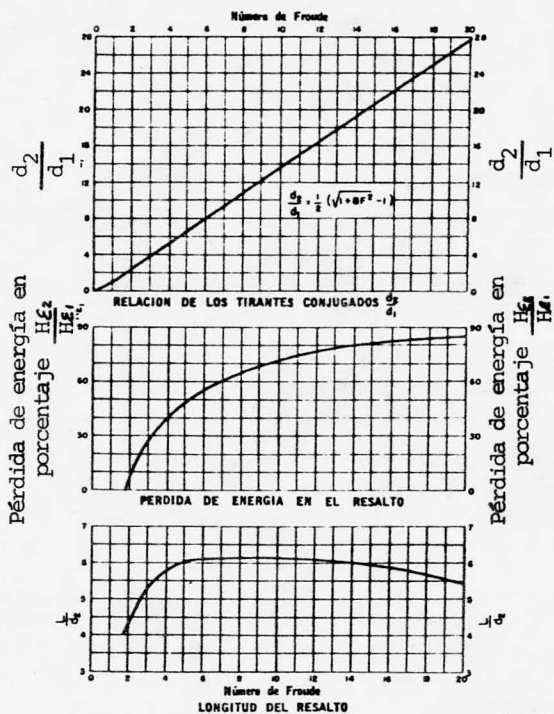
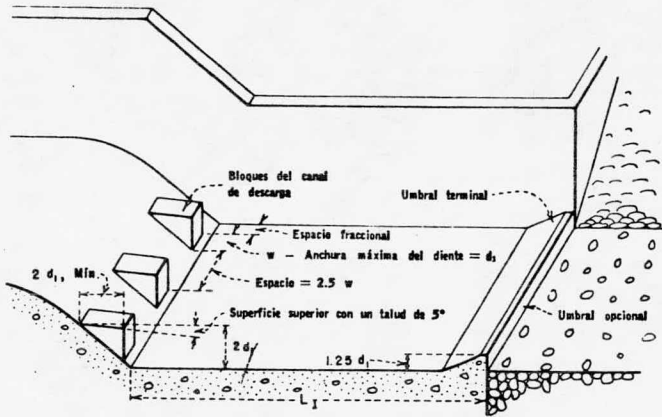


Fig. 4.30 Propiedades del salto hidráulico con relación al No. de Froude [Ref. 3].

menos adecuados para una disipación efectiva, ya que se produce un oleaje que no se puede controlar con los dispositivos usuales y van más allá del tanque, estas ondas deben controlarse por medios diferentes del tanque para evitar erociones. A estos tanques se les nombra del tipo I, y con la figura 4.31 se obtienen sus elementos para su diseño.

Como un medio para suprimir el oleaje y debido a la tendencia de cambio del lugar del salto, los tirantes del tanque deben ser 10% mayores que el tirante conjugado calculado.



(A) DIMENSIONES DEL ESTANQUE TIPO I

NUMERO DE FROUDE

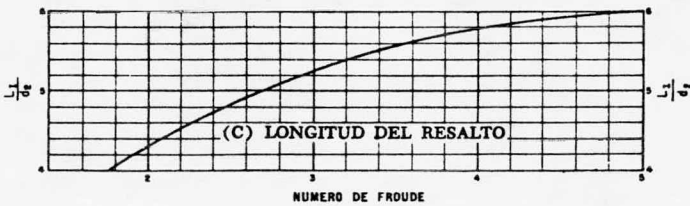
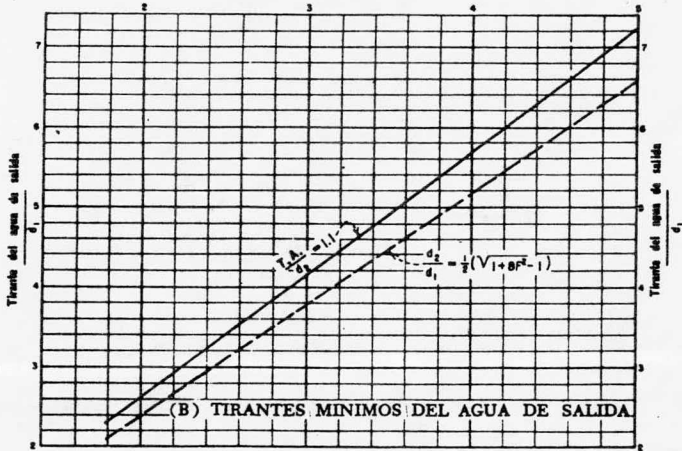


Fig. 4.31 Características de los tanques con No. de Froude entre 2.5 y 4.5 [Ref. 3]



lado. Se recomienda que de ser posible cambiar las dimensiones para quedar fuera de las condiciones de transición, hacerlo.

4.- Tanques con No. de Froude mayores de 4.5. Aquí se forma un verdadero salto hidráulico y sus elementos varían según el No. de Froude y se encuentran en la fig. 4.30 .

Para el diseño se tienen dos formas de tanques posibles: tipo II y tipo III.

El tipo II se utiliza cuando la velocidad de llegada no es mayor de aproximadamente 15 m/seg., aquí se utilizan bloques, bloques amortiguadores y un umbral terminal, para así acortar la longitud del salto y disminuir la elevada velocidad de circulación dentro del tanque.

Existen unas cargas adicionales que deben considerarse, estas cargas con puestas sobre el piso por la fuerza dinámica producida sobre la cara de aguas arriba de los dados amortiguadores, y es aproximadamente igual a la de un chorro que choca contra un plano normal a la dirección de la corriente y se calcula por:

$$\text{Fuerza} = 2wA (d_1 + hv_1) \text{ ----- ( 4.32 )}$$

donde:

$(d_1 + hv_1)$  = energía específica del agua que entra al tanque.

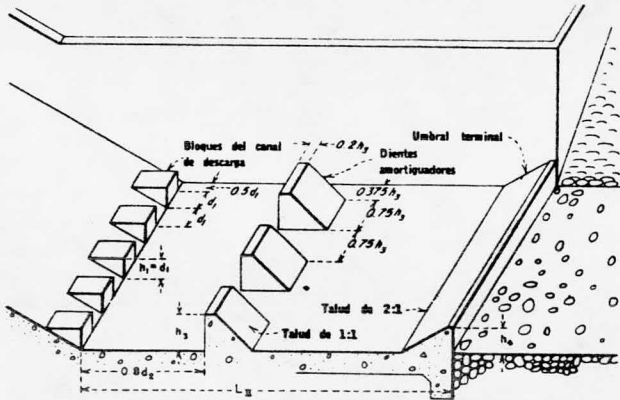
w = peso unitario del agua.

A = área de la cara de aguas arriba del bloque.

También se produce una presión negativa en la cara posterior de los bloques que aumentaría la carga total, pero como los bloques amortiguadores se colocan a  $0.8d$  adelante - de donde se inicia el salto, entonces se producirá un efecto amortiguador cuando el chorro de llegada alcance a los bloques por lo que la fuerza de (4.32) será menor, pero si se considera toda se despreja la presión negativa como una forma de compensación. Para el diseño de los tanques tipo II se utiliza la fig. 4.32 .

Se utiliza un tanque de tipo III cuando la velocidad de llegada es mayor de 15 m/seg. Aquí se tendrán longitudes mayores del tanque debido a que la disipación se debe principalmente al salto hidráulico, pero sin embargo se puede tener una reducción de la longitud utilizando los bloques del canal de descarga y el umbral terminal dentado. Existe una seguridad reducida de que no se corra el salto y debido a esto el tirante del agua en el tanque debe de ser aproximadamente 5% mayor que el tirante conjugado calculado. Para ver sus dimensiones utilizar la fig. 4.33 .

Trampolines Sumergidos. El trampolín sumergido se utiliza cuando el tirante de descarga es demasiado grande - para formar un salto hidráulico. Se caracterizan porque en su funcionamiento hidráulico se forman dos remolinos, uno - en la superficie situado arriba del trampolín curvo y gira -



(A) DIMENSIONES DEL ESTANQUE TIPO II

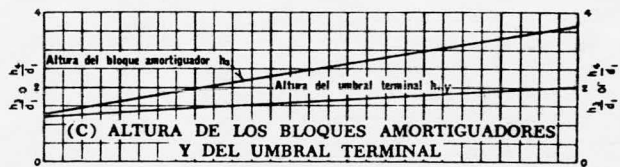
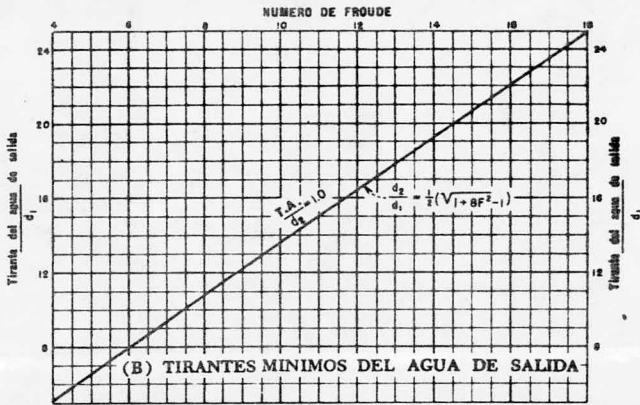
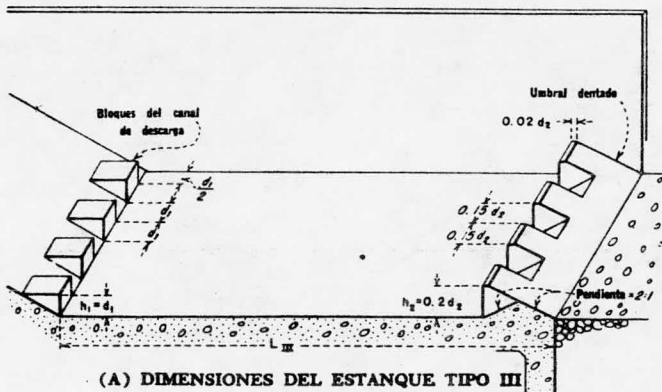
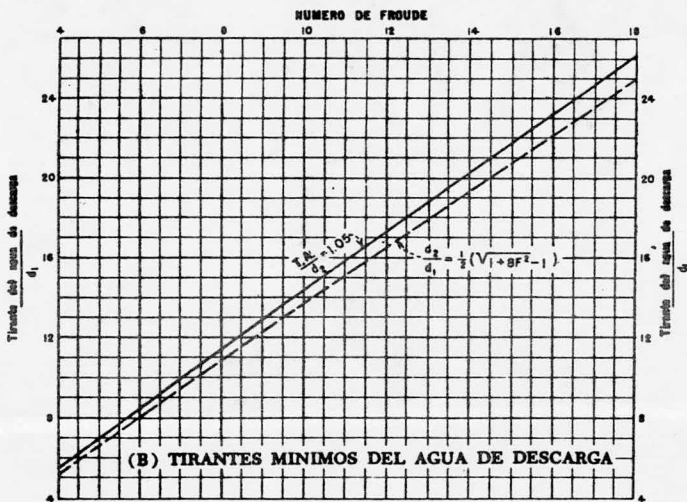


Fig. 4.32 Características para los tanques con No. de Froude mayor de 4.5 y velocidad no mayor de 15 m/seg. [Ref. 3]



(A) DIMENSIONES DEL ESTANQUE TIPO III



(B) TIRANTES MINIMOS DEL AGUA DE DESCARGA



(C) LONGITUD DEL RESALTO

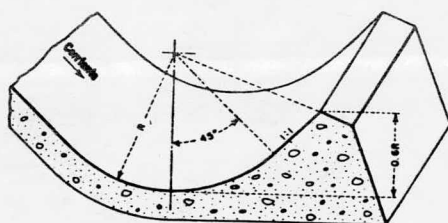
Fig. 4.33 Características para los tanques con No. de Froude mayor de 4.5 y velocidad mayor de 15 m/seg. [Ref. 3]

en sentido contrario al de las manecillas del reloj, y el otro gira en dirección de las manecillas del reloj y se encuentra sobre el piso aguas abajo del trampolín. La forma en que se disipa la energía es por la combinación de los remolinos y la mezcla del agua de llegada.

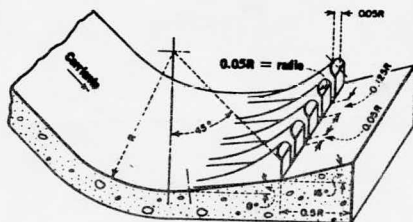
Se han elaborado dos tipos de trampolines sumergidos, lisos y estriados y su forma y dimensiones se pueden ver en la figura 4.34. Su funcionamiento hidráulico tienen las mismas características pero difieren en las limitaciones de cada uno de ellos.

Bordo Libre en el Tanque Amortiguador. El U.S.B.R. [Ref. 3] por medio de una forma empírica recomienda:

$$\text{Bordo Libre en m} = 0.1(v_1 + d_2) \text{ -----( 4.33 )}$$



Trampolín liso



Trampolín estriado

Fig. 4.34 Trampolines Sumergidos.

IV.3 ESTABILIDAD DEL CIMACIO. El análisis de esta bilidad que se hace en el cimacio es semejante al de la cortina, en cuanto a fuerzas que actúan sobre el, los índices de seguridad y las condiciones de carga.

- Fuerzas actuantes:
  - . Peso propio
  - . Presión hidrostática
  - . Subpresión
  - . Sismo
- Indices de seguridad
  - . Revisión de esfuerzos
  - . Deslizamiento
  - . Agrietamiento
- Combinaciones de carga
  - . Ordinaria
  - . Extraordinaria
  - . Extrema
  - . Vacía

Para el análisis se pueden seguir los siguientes pasos:

1.- Obtener el peso total  $W$  y su punto de aplicación, para mayor facilidad se recomienda dividir el cimacio en dovelas.

2.- Calcular las fuerzas que actúan sobre el cimacio para las diferentes condiciones de carga y su punto de aplicación.

3.- Aplicar la fórmula de la Escuadría ( 4.34 ) en la base del cimacio, determinando los esfuerzos máximos y mínimos para cada una de las condiciones de carga.

$$\sigma_{BA} = -\frac{N}{A} + \frac{M}{I} Y \times FS < f'c \text{ ----- ( 4.34 )}$$

donde:

$\sigma_{B,A}$  = Esfuerzos. B de compresión si se considera el signo positivo. A de tensión si se considera el signo negativo.

N = Cargas normales.

A = Area de contacto entre la cimentación y el cimacio.

M = Momento actuante.

I = Momento de inercia.

$Y_{m\grave{a}x}$  = Distancia m\u00e1xima al punto de an\u00e1lisis.

Fs = Factor de seguridad.

4.- Revisar por el factor cortante:

$$F_c = \frac{CA(\sum F_v - U) \text{ Tan } \phi}{\sum F_h} < FS \text{ ----- ( 4.35 )}$$

donde:

C = Cohesión del concreto.

A = Area de la sección horizontal en el plano de ánalisis.

$\sum F_v$  = Suma de fuerzas verticales excluyendo subpresión.

$\sum F_h$  = Suma de fuerzas horizontales.

$\phi$  = Angulo de fricción interna del concreto ( $45^\circ$ ).

U = Fuerza producida por la subpresión.

Fs = Factor de seguridad.

5.- Revisar el agrietamiento por la siguiente expresión:

$$\sqrt{z_u} = "p" \cdot h - \frac{f't}{FS} < 0.10 f'c \text{-----} ( 4.36 )$$

donde:

h = Subpresión máxima.

"p" = Término de reducción de subpresión igual a 1 si no hay drenes y 0.4 si los hay.

f't = Resistencia última a la tensión en el concreto.

Se debe considerar los dos casos, "p"=0.4 y "p"=1 - por si llegaran a fallar los drenes si es que existen.

6.- Verificar que se cumplan con los factores de seguridad, que son los siguientes:

CONDICION	FS
Ordinaria	3
Extraordinaria	2
Extrema	2
Vacía	1



# **CAPITULO V**

## APLICACIONES.

### EJEMPLO No. 1

En la fig. 5.1 se muestra un machón tipo Marcello del proyecto de la Presa Huites del Río Fuerte Sinaloa, [Ref. 8].

Se calcularán las fuerzas que actúan sobre el, así como sus puntos de aplicación. Los índices de seguridad FS, FD y FC se obtendrán para las diferentes condiciones de carga: ordinaria, extraordinaria, extrema y vacía; también se encontrarán los esfuerzos principales en un plano de estudio ( a 42 m de la base ) para mostrar como se calcula, ya que para el análisis de los esfuerzos en toda la presa se recomienda el uso de un programa en computadora debido a su gran extensión, recordando que para cada plano se hace de forma similar al que se muestra.

A continuación se presentan las características de la presa:

Altura: 160 m.

NAME: 157m.

NAMO: 150m.

Nivel de Azolves: 100m.

Peso Total de la Estructura: 462,560 ton.

Coefficiente Sísmico: 0.1

Resistencia del Concreto a la Compresión:  $f'c = 150 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$ .

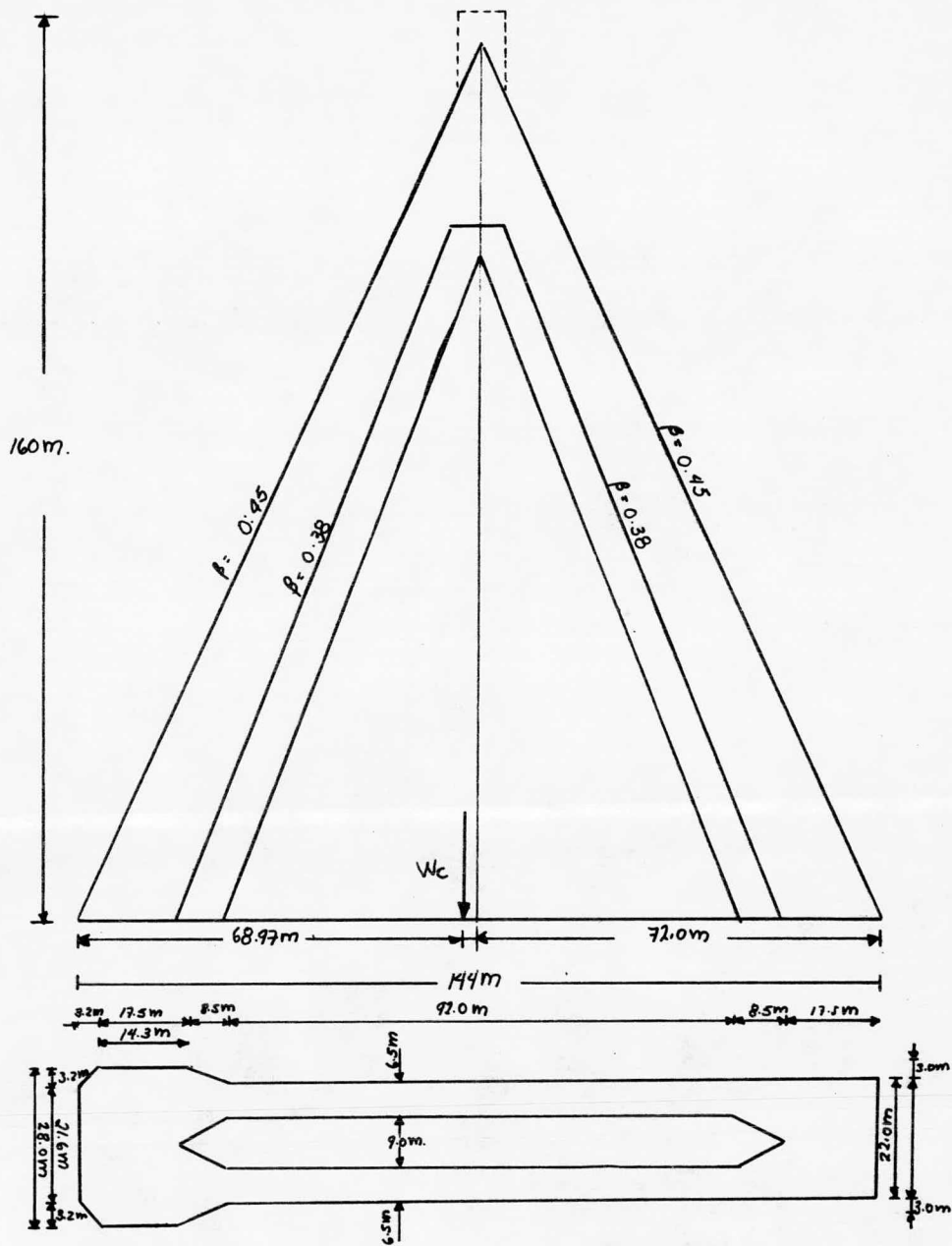
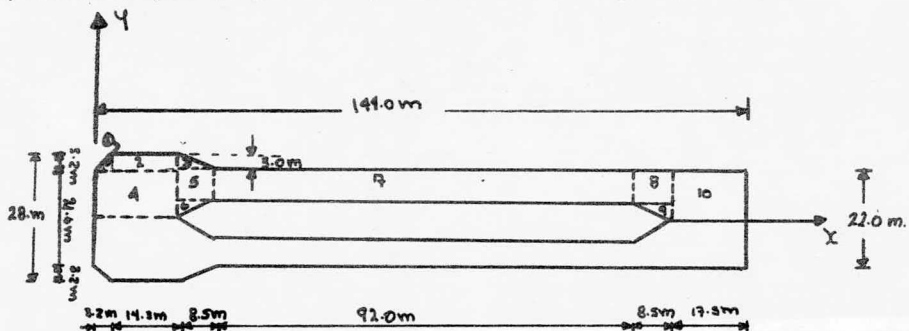


Fig. 5.1 Machón tipo Marcello.

La subpresión se considera que decrece linealmente desde un valor inicial en la cara aguas arriba, igual a la carga total del embalse, hasta un décimo de ésta en donde empieza la reducción de la cabeza, y de ahí decrece de igual forma hasta cero en la cara de aguas abajo.

Para calcular el punto de aplicación de la fuerza producida por el peso se procedió de la siguiente manera:



Miembro	Area (m) A	Dist. del Centroide al eje Y. $\bar{X}$	$\bar{X}A$
1	5.12	2.13	10.906
2	45.76	10.35	473.616
3	12.75	20.33	259.208
4	189.00	8.75	1653.750
5	55.25	21.75	1201.688
6	19.13	20.33	388.811
7	598.00	72.00	43056.000
8	55.25	122.25	6754.313
9	19.13	123.67	2365.189
10	192.50	135.25	26035.625

$$\Sigma 1191.89$$

$$\Sigma 82199.106$$

Aplicando la siguiente fórmula se obtiene el punto de aplicación de "W":

$$C_{Gx} \cdot A_t = \sum_i^n (XA)$$

donde:

$C_{Gx}$  = distancia del centro de gravedad al eje Y.

$A_t$  = área total.

$n$  = número total de áreas.

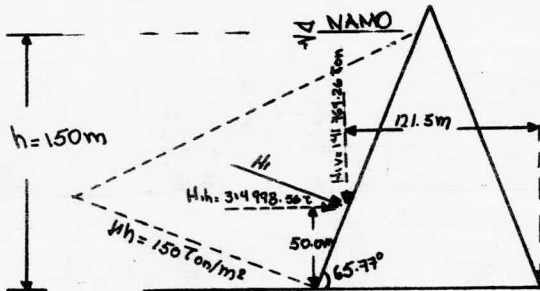
$i$  = valor inicial igual a 1.

$$C_{Gx} = \frac{\sum_i^n (XA)}{A_t} = \frac{82199.106}{1191.880} = 68.97m$$

La distancia de 0 a el punto de aplicación del peso total es igual a  $L_t - C_{Gx} = 144 - 68.97 = 75.03m$ .

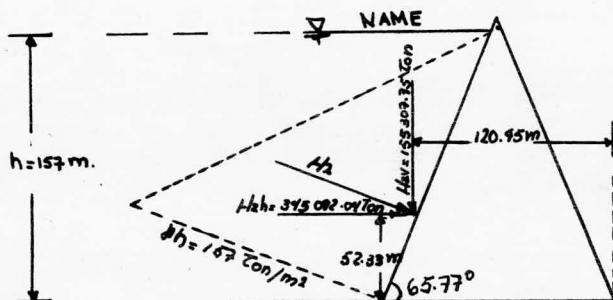
#### FUERZAS PRODUCIDAS POR EL AGUA.

Empuje hidrostático con el agua al NAMO.



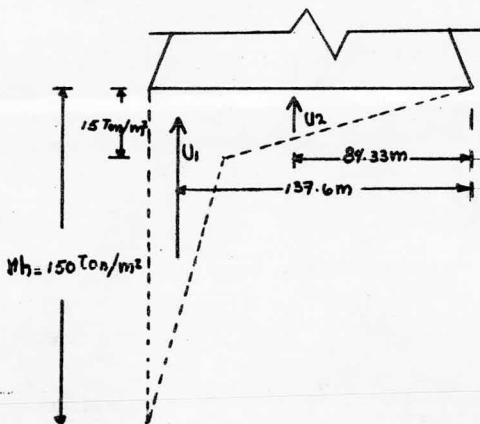
$$H_1 = \frac{150 \times 164.49}{2} \times 28.0 = 345\,429 \text{ ton.}$$

Empuje hidrostático con el agua al NAME.



$$H_2 = \frac{157 \times 172.17}{2} \times 28 = 378\,429.66 \text{ ton.}$$

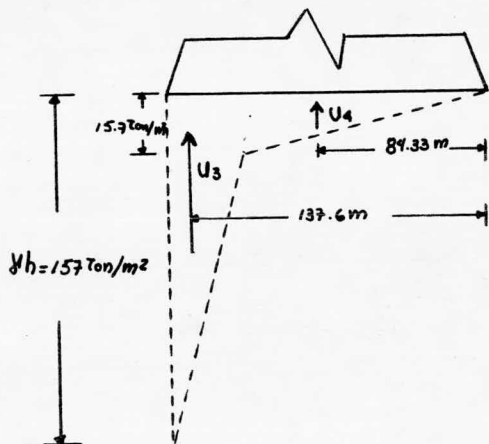
Subpresión con agua al NAM0.



$$U_1 = \frac{150 + 15}{2} \times 17.5 \times 28 = 40\,425 \text{ ton.}$$

$$U_2 = \frac{15 \times 125.5}{2} \times 13 = 12\,333.75 \text{ ton.}$$

Subpresión con agua al NAME.

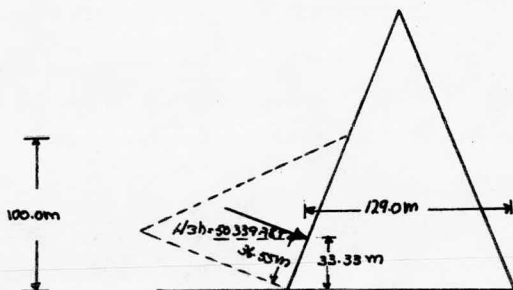


$$U_3 = \frac{157 + 15.7}{2} \times 17.5 \times 28 = 42\,311.5 \text{ ton.}$$

$$U_4 = \frac{15.7 \times 126.5}{2} \times 13 = 12\,909.33 \text{ ton.}$$

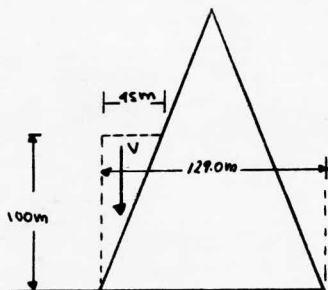
FUERZAS PRODUCIDAS POR AZOLVES.

Empuje de Azolves.



$$H_3 = \frac{36 \times 109.66}{2} \times 28 = 55\,268.64 \text{ ton.}$$

Peso de Azolves.



$$V = \frac{45 \times 100}{2} \times 28 \times 0.92 = 57\,960 \text{ ton.}$$

SISMO AL NAMO.

Sismo en el Cuerpo de la Presa.

Coefficiente sísmico  $\beta = 0.1$

$$S_p = \beta W$$

donde:

$S_p$  = fuerza producida por el sismo.

$W$  = peso total de la estructura.

$$S_p = 0.1(462\,560) = 46\,256 \text{ ton.}$$

el momento que produce esta fuerza es:

$$M_p = 46\,256(160/3) = 2\,466\,832.5 \text{ ton-m}$$

Sismo en el Agua.

Para calcular la fuerza producida por el sismo en el agua se utilizó la fórmula de Zangar ( 3.8 ).



Para un valor de  $\theta = 24.23^{\circ}$  de la tabla 3.6 -

$$C_m = 0.575 .$$

$$E_s = 1.43 \times \frac{0.575}{2} \times 1 \times 0.1 \times 150^2 \sec 24.23^{\circ}$$

$$E_s = 1014.39 \text{ ton/m.}$$

Multiplicando por el ancho del machón da la fuerza total.

$$E_s = 1014.39 \times 28 = 28\,403.03 \text{ ton.}$$

Aplicado a una profundidad de

$$h_s = b h = 0.402 (150) = 60.3 \text{ m.}$$

a y b se obtuvieron de la tabla 3.8

El momento que produce es:

$$M_a = 28\,403.03 \times 60.3 = 1\,712\,702.7 \text{ ton-m.}$$

$$M_{\text{total}} = M_p + M_a = 2\,466\,832.5 + 1\,712\,702.7$$

$$M_t = 4\,179\,535.18 \text{ ton-m.}$$

#### CALCULO DE LOS FACTORES DE SEGURIDAD.

Para el cálculo de los factores de seguridad se aplicaron las fórmulas expuestas en el capítulo III ( 3.26, - 3.27 y 3.28 ).

Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

CONDICIONES ORDINARIAS

M O M E N T O S   P O S I T I V O S			
FUERZA	MAGNITUD (ton)	DISTANCIA (m)	MOMENTO (ton-m)
Peso Propio	462 560.00	75.03	34'705 877
Peso del Agua	141 764.26	121.50	17'224 358
Peso de Azolves	57 960.00	129.00	7'476 840

≤ 59'407 075

M O M E N T O S   N E G A T I V O S			
FUERZA	MAGNITUD (ton)	DISTANCIA (m)	MOMENTO (ton-m)
E. Hidrostático	314 998.56	50.00	15'749 928
E. de Azolves	50 339.78	33.33	1'677 825
Subpresión U <sub>1</sub>	40 425.00	137.64	5'564 097
Subpresión U <sub>2</sub>	12 333.75	84.33	1'040 105

≤ 24'031 955

$$\leq F_v = 715\ 043 \text{ ton.}$$

$$\leq F_h = 365\ 338 \text{ ton.}$$

$$\leq U = 52\ 759 \text{ ton.}$$

$$FS = \frac{59'407\ 075}{24'031\ 955} = 2.47$$

$$FC = \frac{150(2383.78) + (715\ 043 - 52\ 759) \tan 45^\circ}{365\ 338} = 2.79$$

$$FD = \frac{365\ 338}{715\ 043} = 0.51$$

CONDICIONES EXTRAORDINARIAS

M O M E N T O S   P O S I T I V O S			
FUERZA	MAGNITUD (ton)	DISTANCIA (m)	MOMENTO (ton-m)
Peso Propio	462 560.00	75.03	34'705 877
Peso del Agua	155 307.75	120.45	18'706 818
Peso de Azolves	57 960.00	129.00	7'476 840

≤ 60'889 535

M O M E N T O S   N E G A T I V O S			
FUERZA	MAGNITUD (ton)	DISTANCIA (m)	MOMENTO (ton-m)
E. Hidrostático	345 092.04	52.33	18'058 666
E. de Azolves	50 339.78	33.33	1'677 825
Subpresión U <sub>3</sub>	42 311.50	137.64	5'823 755
Subpresión U <sub>4</sub>	12 909.33	84.33	1'088 644

≤ 26'648 890

$$\leq F_v = 731\ 048 \text{ ton.}$$

$$\leq F_h = 395\ 432 \text{ ton.}$$

$$\leq U = 55\ 221 \text{ ton.}$$

$$FS = \frac{60'889\ 535}{26'648\ 890} = 2.28$$

$$FC = \frac{150(2383.78) + (731\ 048 - 55\ 221) \tan 45^\circ}{395\ 432} = 2.61$$

$$FD = \frac{395\ 432}{731\ 048} = 0.54$$

CONDICIONES EXTREMAS

M O M E N T O S   P O S I T I V O S			
FUERZA	MAGNITUD (ton)	DISTANCIA (m)	MOMENTO (ton-m)
Peso Propio	462 560.00	75.03	34'705 877
Peso del Agua	141 764.26	121.50	17'224 358
Peso de Azolves	57 960.00	129.00	7'476 840

Σ59'407 075

M O M E N T O S   N E G A T I V O S			
FUERZA	MAGNITUD (ton)	DISTANCIA (m)	MOMENTO (ton-m)
E. Hidrostática	314 998.56	50.00	15'749 928
E. de Azolves	50 339.78	33.33	1'677 825
Subpresión U <sub>1</sub>	40 425.00	137.64	5'564 097
Subpresión U <sub>2</sub>	12 333.75	84.33	1'040 105
S. en la Presa	46 256.00	53.33	2'466 832
S. en el Agua	28 403.03	60.30	1'712 702

Σ28'211 489

$$\Sigma F_v = 715\ 043 \text{ Lon.}$$

$$\Sigma F_h = 439\ 997 \text{ ton.}$$

$$\Sigma U = 52\ 759 \text{ ton.}$$

$$FS = \frac{59'407\ 075}{28'211\ 489} = 2.11$$

$$FC = \frac{150(2383.78) + (715\ 043 - 52\ 759) \tan 45^\circ}{439\ 997} = 2.32$$

$$FD = \frac{439\ 997}{715\ 043} = 0.62$$

## PRESA VACIA

Unicamente se considera el peso propio y el sismo\_ en el cuerpo de la presa.

$$FS = \frac{34'705\ 877}{2'466\ 832} = 14.07$$

$$FC = \frac{150(2383.78) + (462\ 560)\tan 45^0}{46\ 256} = 17.73$$

$$FD = \frac{46\ 256}{462\ 560} = 0.1$$

### CALCULO DE ESFUERZOS.

Siguiendo el criterio del Dr. Marcello [Ref.8] ex- puesto en el capítulo III, y aplicandolo en un plano a una altura de 42 m, con un espesor de 2 m y en condiciones ordinarias. Se encontrarán los esfuerzos principales en el punto E, fig. 5.2 .

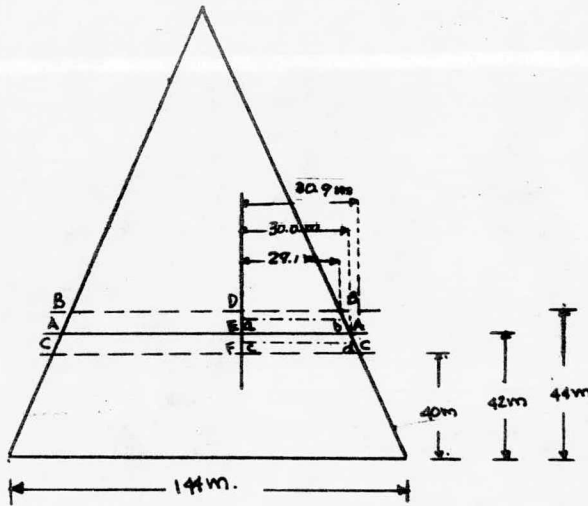
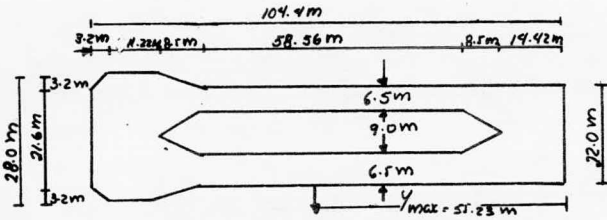


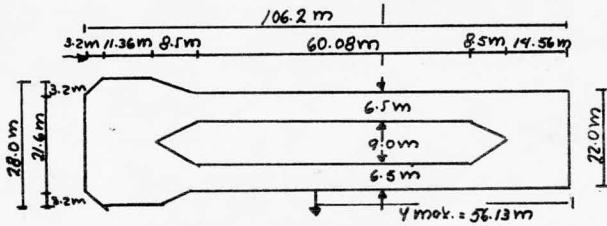
Fig. 5.2

SECCIONES DE LOS PLANOS

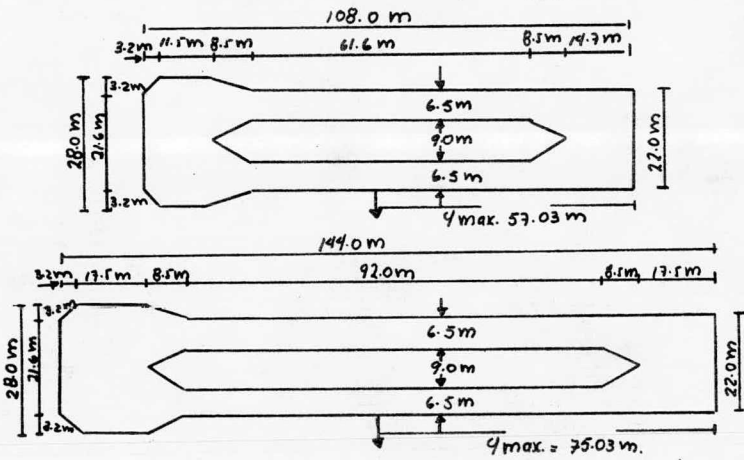
A



B

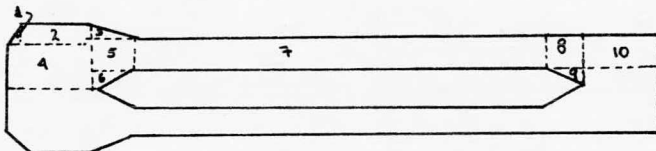


C



### CALCULO DE LAS AREAS

Para encontrar el área total de cada plano se dividieron en diez áreas parciales cada uno de ellos, como se muestra en la planta tipo:



PLANO	MIEMBRO	AREA
A	1	5.12
	2	35.90
	3	12.75
	4	155.74
	5	55.25
	6	19.13
	7	380.60
	8	55.25
	9	19.13
	10	158.62
SUMA		897.49
B	1	5.12
	2	36.35
	3	12.75
	4	157.25
	5	55.25
	6	19.13
	7	390.52
	8	55.25
	9	19.13
	10	160.16
SUMA		910.91
C	1	5.12
	2	36.80
	3	12.75
	4	158.76
	5	55.25
	6	19.13
	7	400.40
	8	55.25
	9	19.13
	10	161.70
SUMA		924.46

$$\times 2 = 1,794.98$$

$$\times 2 = 1,821.82$$

$$\times 2 = 1,848.92$$

## PESOS DE LA ESTRUCTURA PARA CADA PLANO

El peso que soporta cada plano es lo que pesa el machón desde el plano hacia arriba, y para su cálculo se procedió de la siguiente manera:

Plano "B"

$$\text{Area promedio entre la base y B} = \frac{2383.78 + 1794.98}{2} = 2089.38 \text{ m}^2$$

$$P = 462\ 560 - 2089.38 \times 44 \times 2.4 = 241\ 921 \text{ ton.}$$

Plano "A"

$$\text{Area promedio entre A y B} = \frac{1794.98 + 1821.82}{2} = 1808.4 \text{ m}^2$$

$$P = 241\ 921 + 1808.4 \times 2 \times 2.4 = 250\ 601 \text{ ton.}$$

Plano "C"

$$\text{Area promedio entre A y C} = \frac{1821.82 + 1848.92}{2} = 1835.37 \text{ m}^2$$

$$P = 250\ 601 + 1835.37 \times 2 \times 2.4 = 259\ 411 \text{ ton.}$$

## FUERZAS Y MOMENTOS PRODUCIDOS POR EL AGUA Y AZOLVES

Plano "B"

$$E_h = \frac{106 \times 106}{2} \times 28 \times 1 = 157\ 304 \text{ ton.}$$

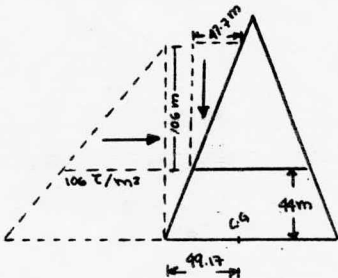
$$\text{Dist. al CG} = \frac{106}{3} = 35.33 \text{ m.}$$

$$M = 157\ 304 \times 35.33 = 5\ 557\ 550 \text{ t-m}$$

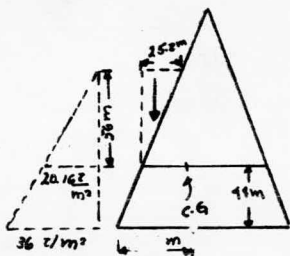
$$P_a = \frac{47.7 \times 106}{2} \times 28 \times 1 = 70\ 786 \text{ t.}$$

$$\text{Dist. al CG} = 49.17 - \frac{47.7}{3} = 33.27 \text{ m.}$$

$$M = 70\ 786.8 \times 33.27 = 2\ 355\ 077 \text{ t-m}$$







$$E_h = \frac{20.16 \times 56}{2} \times 28 \times 0.36 = 5690 \text{ t.}$$

$$\text{Dist. al CG} = \frac{56}{3} = 18.67 \text{ m.}$$

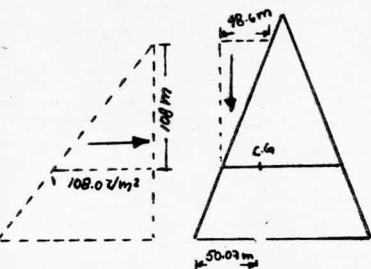
$$M = 5690 \times 18.67 = 106,232 \text{ t-m.}$$

$$P_a = \frac{56 \times 25.2}{2} \times 28 \times 0.92 = 18393 \text{ t.}$$

$$\text{Dist. al CG} = 49.17 - \frac{25.2}{2} = 40.77 \text{ m.}$$

$$M = 18\,393 \times 40.77 = 749,883 \text{ t-m.}$$

Plano "A"



$$E_h = \frac{108 \times 108}{2} \times 28 \times 1 = 163\,296 \text{ ton.}$$

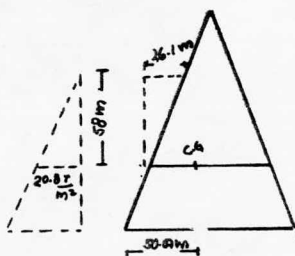
$$\text{Dist. al CG} = \frac{108}{3} = 36 \text{ m.}$$

$$M = 163\,296 \times 36 = 5'878,656 \text{ t-m}$$

$$P_a = \frac{108 \times 48.6}{2} \times 28 \times 1 = 73\,483.2 \text{ t.}$$

$$\text{Dist. al CG} = 50.07 - \frac{48.6}{3} = 33.87 \text{ m.}$$

$$M = 73\,483.2 \times 33.87 = 2'488,876 \text{ t-m}$$



$$E_h = \frac{20.8 \times 58}{2} \times 28 \times 0.36 = 6080.3 \text{ t.}$$

$$\text{Dist. al CG} = \frac{58}{3} = 19.33 \text{ m.}$$

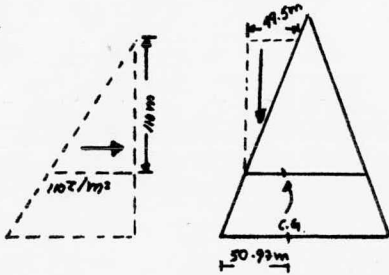
$$M = 6080.3 \times 19.33 = 117\,532 \text{ t-m.}$$

$$P_a = \frac{58 \times 26.1}{2} \times 28 \times 0.92 = 19\,498 \text{ t.}$$

$$\text{Dist. al CG} = 50.07 - \frac{26.1}{3} = 41.37 \text{ m.}$$

$$M = 19\,498 \times 41.37 = 806\,632 \text{ t-m.}$$

Plano "C"



$$Eh = \frac{110 \times 110}{2} \times 28 \times 1 = 169\,400 \text{ t.}$$

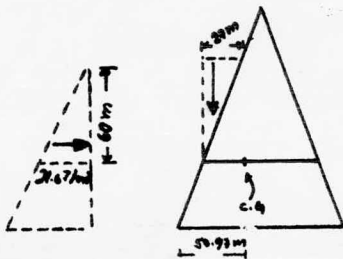
$$\text{Dist. al CG} = \frac{110}{3} = 36.67 \text{ m.}$$

$$M = 169\,400 \times 36.67 = 6'211,898 \text{ t-m}$$

$$Pa = \frac{110 \times 49.5}{2} \times 28 \times 1 = 76\,230 \text{ t.}$$

$$\text{Dist. al CG} = 59.97 - \frac{49.5}{3} = 34.47 \text{ m.}$$

$$M = 76\,230 \times 34.47 = 2'627,648 \text{ t-m.}$$



$$Eh = \frac{21.6 \times 60}{2} \times 28 \times 0.36 = 6\,532 \text{ t.}$$

$$\text{Dist. al CG} = \frac{60}{3} = 20 \text{ m.}$$

$$M = 6\,532 \times 20 = 130\,640 \text{ t-m.}$$

$$Pa = \frac{60 \times 27}{2} \times 28 \times 0.92 = 20\,866 \text{ t.}$$

$$\text{Dist. al CG} = 50.97 - \frac{27}{3} = 41.97 \text{ m.}$$

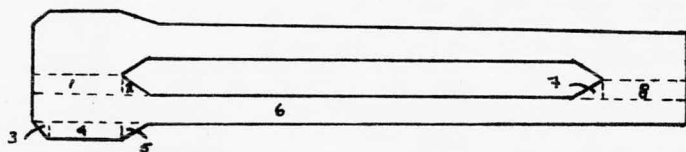
$$M = 20\,866 \times 41.97 = 875\,746 \text{ t-m.}$$

MOMENTOS DE INERCIA

Para el cálculo de los momentos de inercia se dividió en áreas como se muestra en la siguiente figura, y aplicando:

$$I \text{ rect.} = \frac{bh^3}{12}; \quad I \text{ triángulo} = \frac{bh^3}{36}$$

El momento de inercia de la sección es la suma de todos, y como se tomó únicamente la mitad se multiplica por dos.

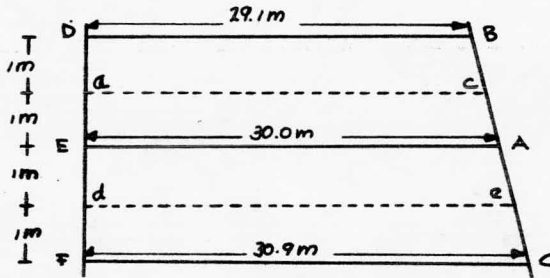


I MOMENTOS DE INERCIA m										
PLANO	1	2	3	4	5	6	7	8	SUMA	x 2
B	1124.4	76.8	2.25	353.1	51.2	616358.8	76.8	1124.4	619167.8	1'238335.6
A	1157.4	76.8	2.25	355.5	51.2	648792.3	76.8	1157.4	651679.7	1'303359.4
C	1191.2	76.8	2.25	380.2	51.2	682344.0	76.8	1191.2	685313.7	1'370627.4

Aplicando la fórmula de la Escuadría ( 3.29 ) se obtienen los esfuerzos verticales  $\sigma_x$  max. y  $\sigma_x$  min. y se presentan en la siguiente tabla.

PLANO	FN(ton)	M (t-m)	A (m <sup>2</sup> )	I (m)	Y max(m)	$\sigma_{max}$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{min}$ (Kg/cm <sup>2</sup> )
B	331100.8	2'558822	1794.98	1'238335.6	55.23	29.8	7.04
A	343582.2	2'700680	1821.82	1'303359.4	56.13	30.49	7.23
C	366507.0	2'839144	1848.92	1'370627.4	57.03	31.10	7.47

Areas para el cálculo de las fuerzas producidas por los esfuerzos, con lá ayuda de las secciones de los planos de la pagina - 125 se tiene:



$$A_{DB} = [158.62 + 19.13 + 55.25 + 6.18(6.5)] \times 2 = 546.34\text{m}^2$$

$$A_{EA} = [160.16 + 19.13 + 55.25 + 6.94(6.5)] \times 2 = 559.30\text{m}^2$$

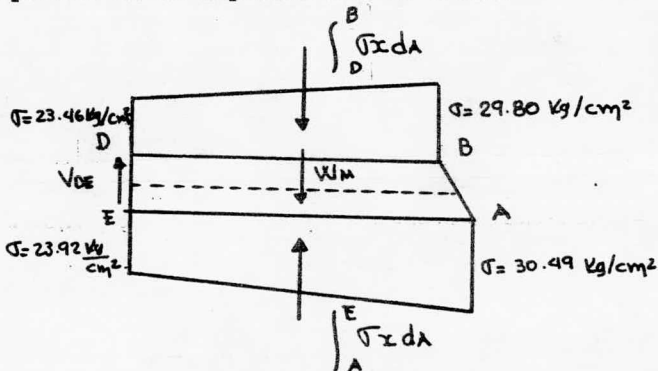
$$A_{FC} = [161.70 + 19.13 + 55.25 + 7.7(6.5)] \times 2 = 572.26\text{m}^2$$

$$A_{ac} = \frac{A_{DB} + A_{EA}}{2} = \frac{546.34 + 559.30}{2} = 552.82\text{m}^2$$

$$A_{de} = \frac{A_{EA} + A_{FC}}{2} = \frac{559.30 + 572.26}{2} = 565.78\text{m}^2$$

$$A_{DE} = A_{EF} = A_{de} = (6.5 \times 2) \times 2 = 26\text{m}^2$$

Aislando el prisma elemental DBEA y aplicando el criterio expuesto en el Capítulo III se tiene:



$$\int_B^D \sigma_x dx = \frac{298.0 + 234.6}{2} \times 546.34 = 145\,490 \text{ ton.}$$

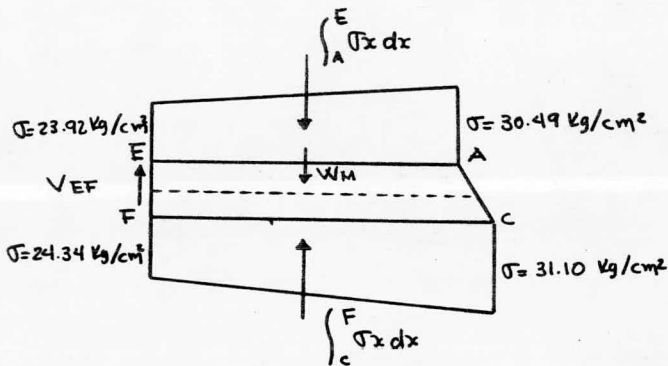
$$W_M = A_{ac} \times 2 \times 2.4 = 561.82 \times 2 \times 2.4 = 2\,653.54 \text{ ton.}$$

$$\int_E^A \sigma_x dx = \frac{304.49 + 239.2}{2} \times 559.30 = 152\,157.57 \text{ ton.}$$

$$F_{ED} = 152\,157.57 - (145\,490 + 2\,653.54) = 4\,013.69 \text{ ton.}$$

$$V_{ED} = \frac{F_{ED}}{A_{ED}} = \frac{4\,013.69}{26} = 154.37 \text{ ton/m}^2 = 15.44 \text{ Kg/cm}^2$$

Se hace lo mismo para el prisma EAFC



$$\int_E^A \sigma_x dx = 152\,157.57 \text{ ton.}$$

$$W_M = A_{de} \times 2 \times 2.4 = 565.78 \times 2 \times 2.4 = 2715.74 \text{ ton.}$$

$$\int_F^C \sigma_x dx = \frac{243.4 + 311.0}{2} \times 572.26 = 158\,630.47 \text{ ton.}$$

$$F_{EF} = 158\ 630.47 - (152\ 157.57 + 2715.74) = 3\ 757.16 \text{ ton.}$$

$$V_{EF} = \frac{F_{EF}}{A_{EF}} = \frac{3\ 757.16}{26} = 144.51 \text{ ton/m}^2 = 14.45 \text{ Kg/cm}^2$$

$$xy = \frac{V_{ED} + V_{EF}}{2} = \frac{15.44 + 14.45}{2} = 14.95 \text{ Kg/cm}^2$$

$$N_y = \int_a^b \tau_{xy} da - \int_c^d \tau_{xy} da$$

$$N_y = (149.5 \times 552.82) - (149.5 \times 565.78) = 1937.52 \text{ ton.}$$

$$y = \frac{N_y}{A_{ad}} = \frac{1937.52}{52} = 74.52 \text{ ton/m}^2 = 7.45 \text{ Kg/cm}^2$$

Esfuerzos principales:

$$\sigma_{1,2} = \frac{23.69 + 7.45}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(23.69 - 7.45)^2 + 4(14.95)^2}$$

$$\sigma_1 = 15.57 + 17.01 = 32.58 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = 15.57 - 17.01 = -1.44 \text{ Kg/cm}^2$$

## EJEMPLO No. 2

Diseñar un cimacio utilizando los criterios del U.S.B.R. y del U.S.A.C.E., con una profundidad de llegada  $P = 6.0$  m. y una carga de diseño  $H_o = 5.0$  m. El talud del para<sub>mento</sub> aguas arriba vertical. Hacer su análisis de estabilidad considerando el coeficiente sísmico  $\beta = 0.1$  fig. 5.3 .

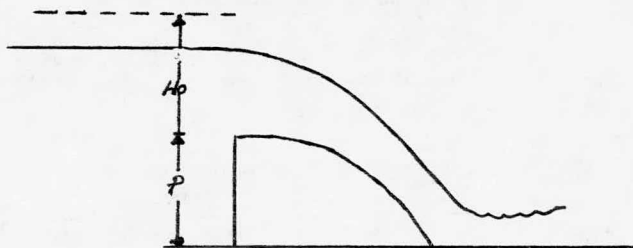


Fig. 5.3

### CRITERIO U.S.B.R.

Con la relación  $P/H_o$  y de la figura 4.1 se obtiene el valor de  $C$  para una pared vertical:

$$C = 2.15$$

En este caso no es necesario corregirlo.

$$q = C H_o^{3/2} = 2.15 (5.0)^{3/2} = 24.04 \text{ m}^3/\text{seg/m}$$

Trazo de la curva aguas arriba:

$$h_a = \frac{q^2}{2g (P + h_o)^2}; \quad h_a = H_o - h_a$$

Sustituyendo la ecuación de la derecha en la ecuación de la izquierda y los valores conocidos se obtiene :

una ecuación de 3º :

$$ho^3 + 7ho^2 + 24ho - 150.54 = 0$$

donde la solución es:

$$ho_1 = 4.74 ; ho_2 = -0.36 \text{ y } ho_3 = -0.64$$

de estos tres valores se toma el de  $ho_1$  entonces:

$$ha = 5.0 - 4.74 = 0.26m.$$

Con la relación  $ha/ho = 0.26/5.0 = 0.052$  y de la figura 4.7 se obtiene:

$$R_2/Ho = 0.21 \quad R_2 = 1.05m.$$

$$R_1/Ho = 0.505 \quad R_1 = 2.525m.$$

$$Yc/Ho = 0.104 \quad Yc = 0.52m.$$

$$Xc/Ho = 0.257 \quad Xc = 1.285m.$$

La curva aguas abajo se define por la ecuación ( 4.3 )

$$Y = - K \left( \frac{X}{Ho} \right)^n$$

donde:

Y, X = coordenadas

Ho = carga de diseño

K y n = constantes que se obtienen de la fig. 4.6

$$K = 0.510$$

$$n = 1.848$$

sustituyendo:

$$- Y = 0.510(5) \left( \frac{X}{5} \right)^{1.848}$$

$$- Y = 0.13027 X^{1.848}$$



X	Y(-)
1.0	0.13
2.0	0.47
3.0	0.99
4.0	1.69
5.0	2.55
6.0	3.57
7.0	4.75
8.0	6.08
7.95	6.00

En la figura 5.4 se muestra el cimacio con los valores obtenidos.

#### CRITERIO DEL U.S.A.C.E.

Considerando el valor calculado anteriormente de  $h_o = 4.74$ .

Como  $1.33h_o = 6.30$  entonces el efecto de velocidad de llegada es despreciable por lo tanto :

$$C = 2.22$$

$$q = C H_o^{3/2} = 2.22 (5)^{3/2} = 24.82 \text{ m}^3/\text{seg/m}$$

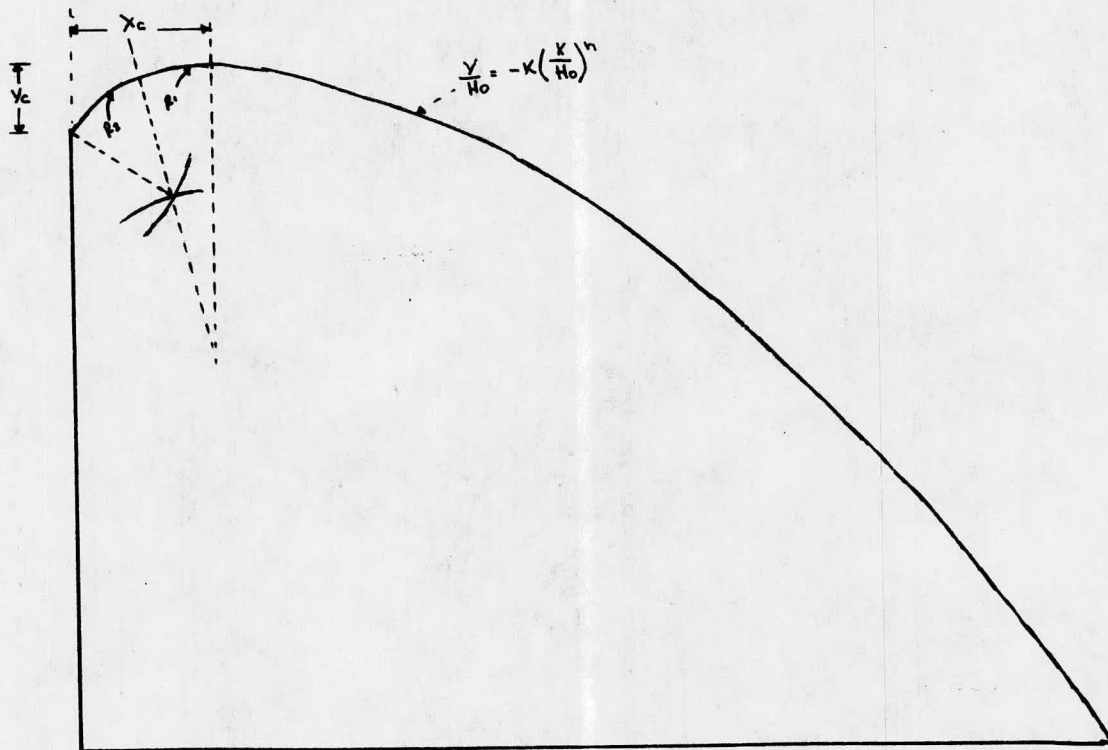
Para la curva aguas abajo se utiliza la ecuación ( 4.7 ) :

$$X^n = K H_d^{n-1} Y$$

donde :

X, Y = coordenadas

Fig 5.4 CRITERIO DEL U.S.B.R.



Hd = altura de diseño excluyendo ha  
 K y n= parametros que dependen de la cara aguas arriba  
 y se obtienen de la figura 4.18

$$Hd = 4.7m.$$

$$K = 2.0$$

$$n = 1.85$$

sustituyendo:

$$x^{1.85} = 2.0 (4.7)^{0.85} Y$$

$$x^{1.85} = 7.4527 Y$$

$$-Y = 0.1341795 x^{1.85}$$

X	Y(-)
1.0	0.13
2.0	0.48
3.0	1.02
4.0	1.74
5.0	2.64
6.0	3.69
7.0	4.91
7.81	6.00

Su dibujo se muestra en la figura 5.5 . En la figura 5.6 se pude ver la diferencia que existe entre los dos criterios.

La curva aguas arriba para este criterio se hace conforme la figura 4.20.

Fig. 5.5 CRITERIO DEL U.S.A.C.E

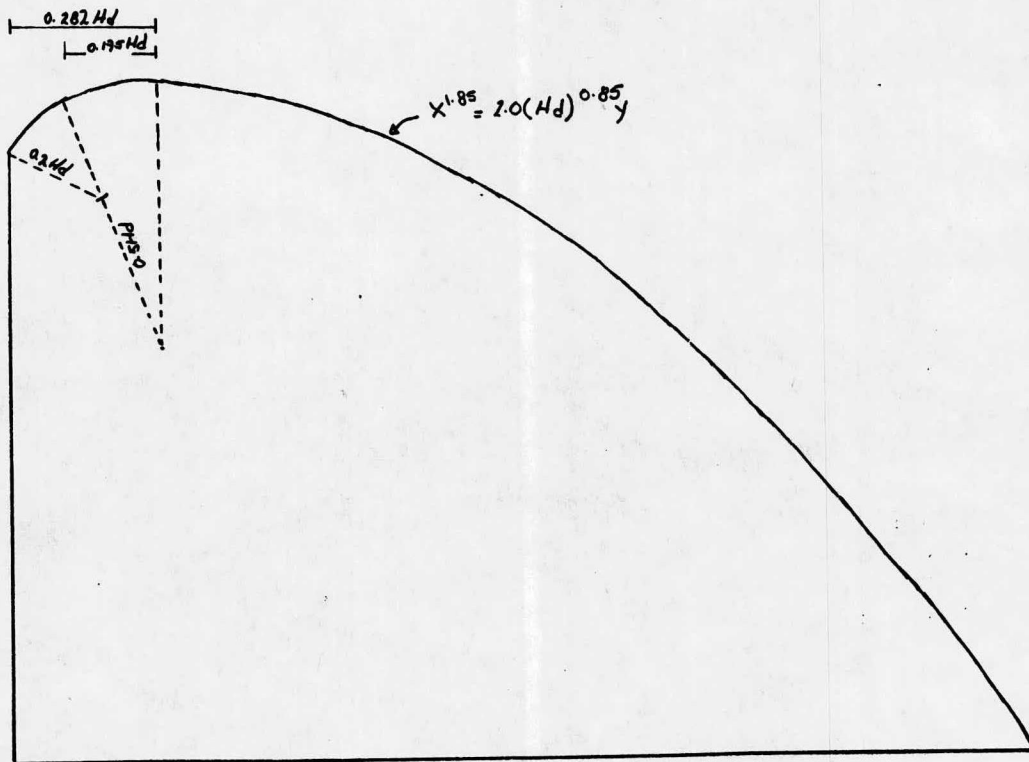
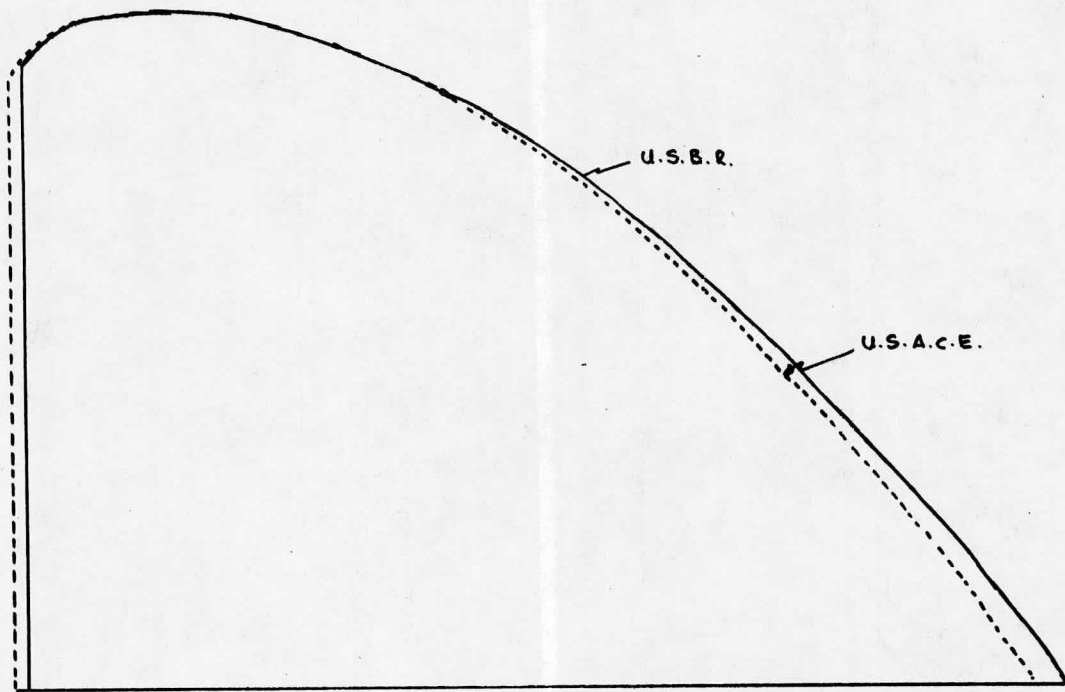


Fig. 5.6 COMPARACION DE LOS CRITERIOS



## ANALISIS DE ESTABILIDAD

Dividimos el cimacio en dovelas como se muestra en -  
fig. 5.7.

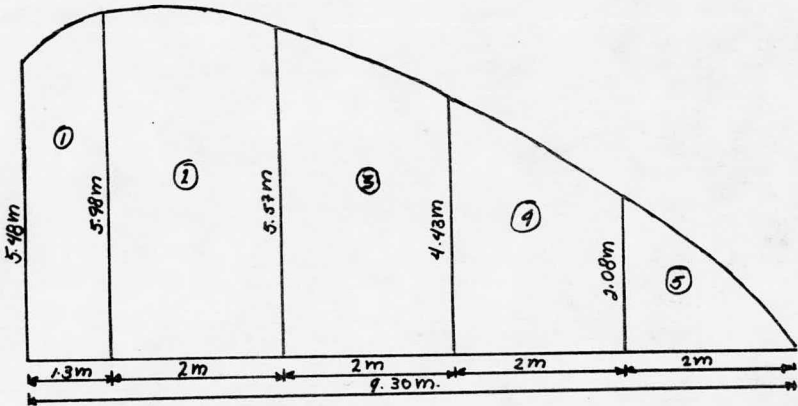


Fig. 5.7

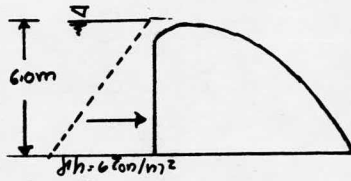
Para calcular el centro de gravedad respecto a "X" -  
se procedio de la siguiente manera:

DOVELA	AREA m.	PESO ton.	DIST. DEL C.G. A Ycm	MOMENTO t-m
1	7.45	17.88	0.64	11.44
2	11.55	27.72	2.29	63.48
3	10.00	24.00	4.26	102.24
4	6.51	15.62	6.18	96.56
5	2.08	4.99	7.97	39.77
		90.21		313.49

$$X = \frac{M_i}{P_i} = \frac{313.49}{90.21} = 3.48\text{m.}$$

## EMPUJES HIDROSTATICOS

Agua al NAMO.

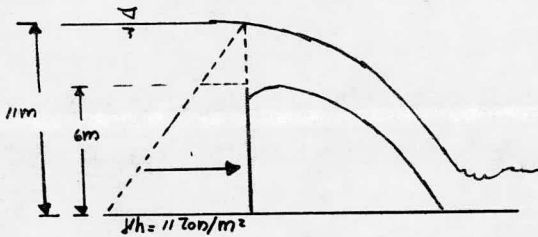


$$Eh_1 = \frac{6 \times 6}{2} \times 1 = 18 \text{ ton.}$$

$$dh_1 = 1/3 (6) = 2\text{m.}$$

$$M = 18 \times 2 = 36 \text{ ton-m}$$

Agua al NAME.



$$Eh_2 = \frac{11 + 5}{2} \times 6 \times 1 = 48 \text{ ton.}$$

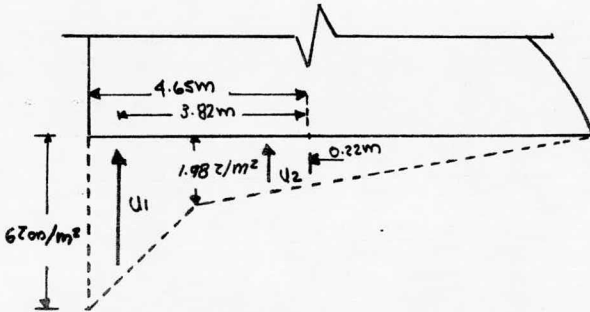
$$dh_2 = \frac{6}{3} \left( \frac{2 \times 5}{5 + 11} + 11 \right) = 2.625\text{m.}$$

$$M = 48 \times 2.625 = 126 \text{ ton-m.}$$

## SUBPRESION

Se utilizaran drenes a 2m. de distancia de la pared aguas arriba, por lo tanto la subpresión se reducirá a un 33% del valor máximo en el punto donde se encuentran los drenes.

Agua al NAMO.



$$U_1 = \frac{6 + 1.98}{2} \times 2 \times 1 = 7.98 \text{ ton.}$$

$$X_c = \frac{2 (2 \times 1.98) + 6}{1.98 + 6} = 0.83 \text{ m.}$$

$$U_2 = \frac{1.98 \times 7.3}{2} \times 1 = 7.23 \text{ ton.}$$

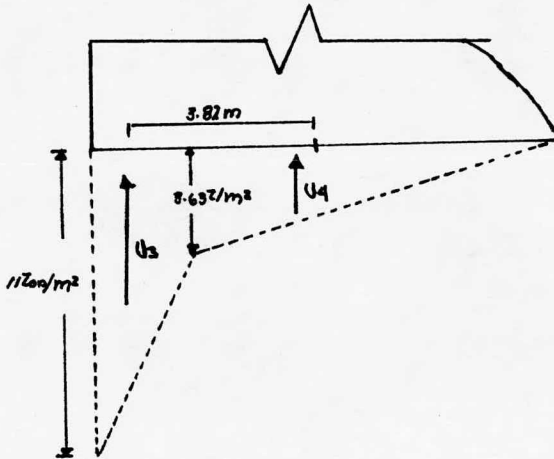
$$X_c = \frac{7.3}{3} = 2.43 \text{ m.}$$

$$M_1 = 7.98 (4.65 - 0.83) = 30.48 \text{ ton-m.}$$

$$M_2 = 7.23 (4.65 - 2 - 2.43) = 1.59 \text{ ton-m.}$$



Agua al NAME.



$$U_3 = \frac{11 + 3.63}{2} \times 2 \times 1 = 14.63 \text{ ton.}$$

$$X_c = \frac{2}{3} \frac{(2 \times 3.63) + 11}{3.63 + 11} = 0.83 \text{ m.}$$

$$M_3 = 14.63 (4.65 - 0.83) = 55.89 \text{ ton.}$$

$$U_4 = \frac{3.63 \times 7.3}{2} \times 1 = 13.25 \text{ ton.}$$

$$X_c = \frac{7.3}{3} = 2.43 \text{ m.}$$

$$M_4 = 13.25 (4.65 - 2 - 2.43) = 2.92 \text{ ton-m.}$$

\*NOTA: Los momentos son respecto al centro de gravedad de la base.

#### SISMO.

En la masa del cimacio.

$$S = \beta W = 0.1 \times 90.21 = 9.02 \text{ ton.}$$

Punto de aplicación Y.

DOVELA	AREA	Y <sub>i</sub>	A <sub>i</sub> Y <sub>i</sub>
1	7.45	2.98	22.20
2	11.55	2.89	33.38
3	10.00	2.52	25.20
4	6.51	1.70	11.07
5	2.08	0.69	1.44
	Σ37.59		Σ93.29

$$Y = \frac{\sum A_i Y_i}{\sum A_i} = \frac{93.29}{37.59} = 2.48 \text{ m.}$$

El momento es:

$$M = 9.02 \times 2.48 = 22.37 \text{ ton-m.}$$

Sismo en el Agua ( Al NAMO )

El U.S.B.R. recomienda usar la siguiente ecuación.

$$P = C \beta h^2$$

donde:

C = constante ( para este caso = 0.562 ).

$\beta$  = coeficiente sísmico.

h = altura del agua.

$$P = 0.562 (0.1) (1) (6)^2 \times 1 = 2.02 \text{ ton.}$$

Y el punto de aplicación respecto a X.

$$P_{sa} = 0.412h$$

$$P_{sa} = 0.412 (6) = 2.47 \text{ m.}$$

El momento que produce es:

$$M = 2.02 \times 2.47 = 4.99 \text{ ton-m.}$$

En la siguiente tabla se presentan las fuerzas y los momentos para diferentes condiciones, así como los esfuerzos\_

máximos y mínimos, el factor de deslizamiento FC y el esfuerzo que produce el agrietamiento.

Los factores de seguridad son:

Condiciones ordinarias = 3

Condiciones extraordinarias = 2

Condiciones extremas = 2

Vacía = 1

Se propone utilizar un concreto de  $f'c = 70 \text{ Kg/cm}^2$ .

Los esfuerzos máximos y mínimos se calcularon con la ecuación ( 4.34 ), donde no deben rebasar el permisible - propuesto; el análisis de deslizamiento se obtiene por la ecuación ( 4.35 ) donde debe cumplirse FC FS; y por último para el análisis de agrietamiento se utilizó la ecuación (4.36), no debe rebasar  $f't = 0.05f'c$ .

CONDICION	ORDINARIA		EXTRAORDINARIA		EXTREMA		VACIA	
	FZA (ton)	MOM (t-m)	FZA.	MOM.	FZA.	MOM.	FZA.	MOM.
Peso Propio	90.21	105.55	90.21	105.55	90.21	105.55	90.21	105.55
Empuje Hidrostático	-18.00	- 36.00	-48.00	-126.00	-18.00	- 36.00		
Subpresión	- 7.98	- 30.48	-14.63	- 55.89	- 7.98	- 30.48		
	- 7.23	- 1.59	-13.25	- 2.92	- 7.23	- 1.59		
Sismo Masa					- 9.02	- 22.37	- 9.02	- 22.37
Sismo Agua					- 2.02	- 4.99	- 2.02	- 4.99
Fy	75.00		62.33		75.00		90.21	
Fx	-18.00		-48.00		29.04		-11.04	
M		37.48		-79.26		10.12		78.19
A (Kg/cm <sup>2</sup> )	1.07		0.12			0.88	1.51	
B (Kg/cm <sup>2</sup> )	0.55		1.22			0.74	0.43	
FC	40.33		14.86		25.00		67.13	
zu <sub>1</sub> (Kg/cm <sup>2</sup> )	- 0.93		- 1.51		- 1.51		- 3.26	
zu <sub>2</sub> (Kg/cm <sup>2</sup> )	- 0.57		- 1.15		- 1.15		- 2.90	

# **CAPITULO VI**

## CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

De acuerdo con lo expuesto en este trabajo, pueden obtenerse las siguientes conclusiones:

- 1.- Comparando las cortinas de contrafuerte con las de concreto-gravedad, las ventajas más notables son:
  - a) El volumen de una presa de contrafuertes es menor que en una gravedad.
  - b) La excavación para la cimentación es menor.
  - c) El tiempo de ejecución puede ser menor, lo cual resulta en beneficios a un plazo menor que en los de gravedad.
  - d) Mayor facilidad de inspección.
  - e) En cortinas de contrafuertes hay mayor disipación del calor fraguado.
  - f) Este tipo de cortinas son adecuadas en valles amplios.
  - g) Al reducir el area de apoyo disponiendo de huecos (convenientemente elegidos), se aminora en gran parte la subpresión.  
Por otra parte, al inclinar su paramento aguas arriba se aprovecha el peso de agua sobre él, para la estabilidad del conjunto.
  - h) Si la calidad de los materiales es buena el resultado son factores de seguridad adecuados.
  - i) El método utilizado para revisar la estabilidad de este tipo de cortinas es muy parecido al de las cortinas de gravedad, por lo cual se sabe que es posible elaborar programas de computadora para este fin; y esto puede reducir el tiempo de diseño.

## DESVENTAJAS:

- a) El costo de un m<sup>3</sup> de concreto es ligeramente mayor.
  - b) La cortina de contrafuertes requiere mejores condiciones de cimentación.
  - c) La esbeltez de los contrafuertes puede hacerlos -- sensibles al pandeo.
- 2.- Los contrafuertes con espaciamiento muy cerrado pueden ser menos masivos siendo las losas delgadas, pero se necesita más cantidad de obra falsa y cimbra, el - espaciamiento óptimo de contrafuerte es el que dá el costo mínimo.

- 3.- Respecto a la obra de excedencias se exponen con amplitud suficiente, dos de los criterios mas utilizados actualmente, pudiéndose ver que los resultados en --- cuanto a la forma del perfil son semejantes, y se complementan en cuanto al análisis de su funcionamiento.

En los ejemplos expuestos puede verse en forma didáctica los procedimientos de cálculo para el diseño y revisión de las cortinas de contrafuertes; por lo cual - debe considerarse que los resultados pueden presentar algunas diferencias respecto a los resultados obtenidos utilizando programas de computadora.

Se recomienda considerar debidamente todos aquellos -- factores adicionales a los mencionados en el Cap. III; así como el estudio de modelos hidráulicos en los casos que así lo amerite por su complejidad.

## BIBLIOGRAFIA

### 1.- PRESAS DE ALMACENAMIENTO Y DERIVACION

División de Estudios de Posgrado

Facultad de Ingeniería U.N.A.M.

Oscar Vega Roldan; Felipe I. Arreguín Cortés, 1981.

### 2.- WATER POWER & DAM CONSTRUCTION (International Jour.)

Junio de 1984

By N.J. Schnitter

### 3.- DISEÑO DE PRESAS PEQUEÑAS

United States Department of the Interior

Bureau of Reclamation.

Floy E. Domuny,

Editorial C.E.C.S.A.

### 4.- MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES

Hidrotécnica

A.2.10 Obra de Excedencias

Comisión Federal de Electricidad

Instituto de Investigaciones Eléctricas, 1981.

### 5.- OBRAS HIDRAULICAS

F. Torres Herrera

Editorial LIMUSA.



6.- HIDRAULICA DE CANALES

Ven Te Chow

Editorial DIANA, 1982.

7.- APUNTES DE CLASE DE PRESAS

Oscar Vega Roldan

F. I. U.N.A.M., 1976.

8.- ANALISIS PRELIMINAR DE ESFUERZOS EN PRESAS DE CONTRAFUER-

TES.

Carlos Espinoza González

Tesis Profesional

U.N.A.M., 1977.