1
2 ej.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ingeniería

"CALCULO DE FILTROS ELECTRICOS USANDO EL FILTRO DE BUTTERWORTH Y FUNCIONES VENTANA"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO GEOFISICO

P R E S E N T A :

OSCAR AARON ADAME RUEDAS

México, D. F. 1987

INDICE

INTRODUCCION

A lo largo de la historia de la humanidad encontramos que su premisa fundamental, es la de comprender el mundo que la rodea. Siguiendo esta línea, ha mantenido una inspiración de trabajo que le ha permitido conocer algunos aspectos de este objetivo. De esta forma, un análisis a nivel individual nos hace percatar que como elementos inmersos dentro de este patrón, nuestros anhelos no podrán variar por mucho de este propósito. Dentro de este contexto se forman las sociedades que instituyen la única forma de trabajo en grupo que conoce el ser humano, destinando así, a diferentes sectores, labores específicas, donde encontramos a la ciencia de la Geofísica, cuyo objetivo primordial es la de conocer los fenómenos físicos asociados a campos terrestres. Contando esta con diferentes especialidades, como por ejemplo la Geoeléctrica, encargada de estudiar la distribución a profundidad de alguna propiedad electromagnética.

El inicio de un estudio metodológico de la Geoeléctrica, lo realizan principalmente los hermanos Schlumberger, a principios de siglo. A partir de entonces, se han elaborado diversos métodos enfocados a solucionar los diferentes problemas que se presentan dentro de esta disciplina. Como muchas otras ramas del saber, la Geoeléctrica, a pesar de que ha experimentado un desarrollo acelerado en los últimos años, se sigue enfrentando en la actualidad, a un gran número de problemas que aún no tienen una solución satisfactoria. Uno de los cuales consiste en determinar a la Funciôn Transformada de Resistividades (TR(X)), a partir de los datos de campo. Slichter (1933), Vozoff (1958) y Koefoed (1968), por mencionar algunos, fueron los primeros que analizaron este aspecto, mediante procedimientos que requerîan de una gran inversiôn de tiempo de trabajo. En 1971, un renovador punto de vista es establecido por Ghosh, en su Teorîa del Filtraje Lineal. El que permite calcular a la funciôn TR(X) a travès de una Funciôn Filtro (F(X)). De ahî, se desprende la gran importancia que tiene el conocer la F(X). Desde entonces, un gran nûmero de autores, siguiendo esta lînea, han propuesto tècnicas para optimizar este câlculo, entre los que cabe destacar el trabajo propuesto por Koefoed (Koefoed, 1972); quien suguiere dar un cierto desplazamiento a la funciôn F(X), para reducir su tamano (nûmero de coeficientes). El cual ha tenido una gran aceptaciôn hasta nuestros dîas. No obstante, este mètodo implica en la prâctica dar un desplazamiento similar a la Funciôn de Resistividad Aparente (RA(x)), para calcular la TR(X).

Asî entonces, el tema estudiado en este trabajo de tesis, es concretamente, diseñar una funcion F(X) para el câlculo de la TR(X), sin la necesidad del desplazamiento mencionado anteriomente. Mansinha (1984) efectûa un interesante trabajo sobre este mismo objetivo, sin embargo, el procedimiento y los resultados que obtiene no son satisfactorios. Por tal motivo, se proponen en este trabajo dos tècnicas diferentes: la primera es retomada de la idea original de Mansinha, de multiplicar a la transformada directa de Fourier de la función F(X) con desplazamiento cero, por el Filtro de Butterworth, al que se le varía el número de onda de corte de acuerdo al intervalo de muestreo usado, así como también, el orden del filtro. Para la segunda, se sigue la idea tradicional de Ghosh, de efectuar un cociente con funciones previamente conocidas en el dominio del número de onda, para determinar la función F(X). Una vez calculada la función F(X) con desplazamiento cero, es multiplicada por la Ventana de Hanning, para obtener la funcion F(X) deseada.

El primer capítulo de este trabajo, expone en una forma breve, los más importantes métodos, que han sido propuestos con el fin de conocer a la función F(X) de una manera satisfactoria.

En el segundo capítulo, se estudian en detalle los métodos que han sido sugeridos en este trabajo, apoyados en el programa FILTER implementado por Seara (Seara, 1979).

Por último se incluye, un tercer capítulo de resultados, con el propósito de observar con claridad las diferencias que existen entre estos métodos. Con tal motivo, es elaborada una tabla comparativa a partir del programa FILTER.

Se tiene además, para finalizar, un apartado donde se exponen las conclusiones y recomendaciones pertinentes.

CAPITULO I

I. TEORIAS EMPLEADAS EN EL DISENO DE FILTROS ELECTRICOS

I.1. Conceptos teòricos

Diferentes autores como Koefoed (1979) y Orellana (1981), han establecido de una manera muy amplia, la teorìa para sondeos elètricos verticales, haciendo innecesario, profundizar en los desarrollos matemàticos que se requieren. Sin embargo, un resumen de estos se hace imprescindible para establecer un punto de partida dentro del diseño de filtros digitales.

Para calcular el potencial elèctrico U en la superficie de un medio estratificado de n capas, fig. I.1.1, donde cada una de ellas se considera como homogènea e isotròpica, se necesita recurrir a la ecuaciòn de Laplace,

$$\nabla^2 U = 0 \qquad \text{I.1.1}$$

que se cumple para todas las capas, excepto para la primera. Debido a que en esta existe una fuente de emisiòn, lo que implica que a la soluciòn general se le tenga que agregar una soluciòn particular. De esta forma, la soluciòn para U evaluada en Z=0, relacionada a una fuente puntual es, (Koefoed, 1979)

$$U = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^{\infty} K(\lambda) Jo(\lambda r) d\lambda \qquad \text{I.1.2}$$

donde I es la corriente inyectada al terreno, $Jo(\lambda r)$ la funciòn de Bessel de primera especie y orden cero y $K(\lambda)$ es

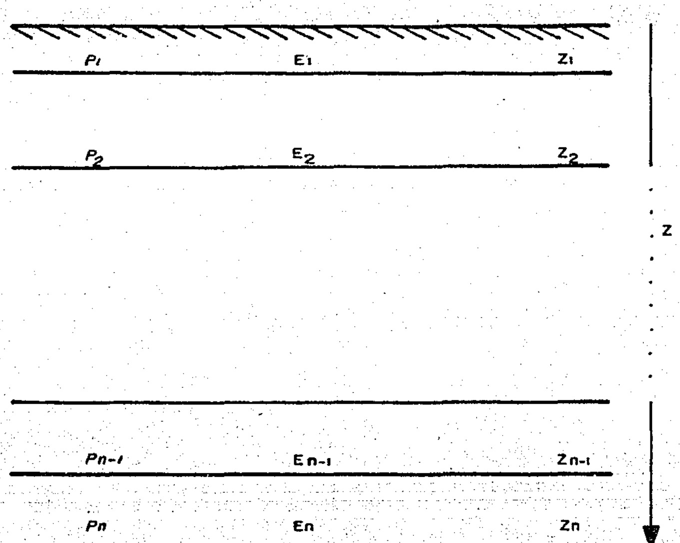


Fig. I.I.I MEDIO ESTRATIFICADO DE "n" CAPAS conocida como la funciòn Kernel de Slichter (KS); funciòn que involucra a los paràmetros del medio estratificado, y que pueden ser determinados a travès de la fòrmula de recurrencia de Pekeris, expresada como (Koefoed, 1979)

$$K_i = \frac{K_{i+1} + \rho_i \tanh(\lambda E_i)}{\rho_i + K_{i+1} \tanh(\lambda E_i)} \qquad \text{I.1.3}$$

Aunque en la actualidad, se usa màs comunmente el concepto de funciòn transformada de resistividades; $T(\lambda) = \rho_1 K(\lambda)$.

Ahora bien, para recopilar la informaciòn de los paràmetros del medio estratificado, se efectùan en el campo, una serie de mediciones (que conforman a la curva de resistividad aparente) mediante alguno de los arreglos o dispositivos electròdicos que existen en la literatura. Dentro de los cuales encontramos a los dispositivos tetraelectròdicos Schlumberger y Wenner, figuras I.1.2 y I.1.3 respectivamente, considerados por muchos autores como los de mayor aplicaciòn. El dispositivo Schlumberger consta de cuatro elementos: dos electrodos de corriente (A y B), que se desplazan de manera equidistante a un punto central "O", para cada abertura, y manteniendo siempre una separaciòn $\overline{AO}=\overline{OB}=\overline{AB}/2$, y por otra parte, dos electrodos de potencial (M y N) que se conservan fijos a una distancia que satisface las siguientes relaciones, $\overline{MO}=\overline{ON}=\overline{MN}/2$ y $\overline{MN}=\overline{AB}/5$. Mientras que para el arreglo Wenner, se tienen tambièn dos electrodos de corriente (A y B) y dos de potencial (M y N) que mantienen una simetrìa con respecto al centro "O" de la siguiente forma $\overline{AM}=\overline{MN}=\overline{NB}$.

De todo lo anterior es obvio suponer que existen

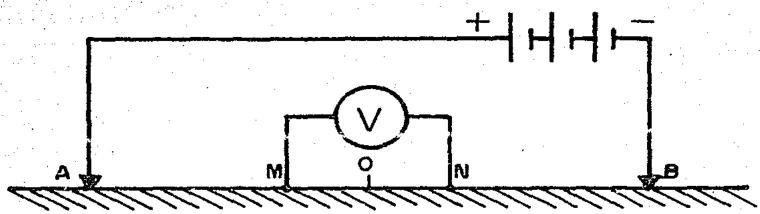


Fig. I.I.2 DISPOSITIVO TETRAELECTRODICO SCHLUMBERGER

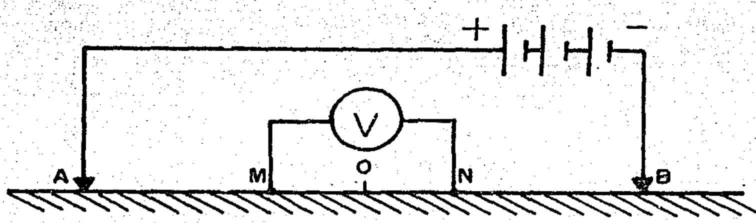


Fig. I.I.3 DISPOSITIVO TETRAELECTRODICO WENNER expresiones que relacionan a la funciôn transformada de resistividades y a la funciôn de resistividad aparente. Asi entonces, para la funciôn de resistividad aparente, en un medio estratificado, para el dispositivo Schlumberger tenemos (Koefoed, 1979)

$$\rho as(s) = \rho_1 + s^2 \int_0^\infty [T(\lambda) - \rho_1] J_1(\lambda s)\lambda d\lambda \qquad \text{I.1.4a}$$

y para T(λ), (Koefoed, 1979)

$$T(\lambda) = \int_0^\infty \frac{\rho as(s)}{s} J_1(\lambda s) ds \qquad \text{I.1.4b}$$

para el dispositivo Wenner la funciôn de resistividad aparente es (Koefoed, 1979),

$$\rho aw(a) = 2a \int_0^\infty T(\lambda)[Jo(\lambda a) - Jo(2\lambda a)] d\lambda \qquad \text{I.1.4c}$$

y T(λ) se presenta en forma explîcita segûn (Koefoed, 1979)

$$\frac{2T(\lambda)}{\lambda} - \frac{T(\lambda/2)}{\lambda} = \int_0^\infty \rho aw(a) Jo(\lambda a) da \qquad \text{I.1.4d}$$

relaciones que permiten observar que la curva de resistividad aparente depende del tipo de dispositivo empleado, y del corte geoelèctrico considerado.

De acuerdo a la ecuaciôn I.1.4b, se observa que es posible calcular a la funciôn transformada de resistividades, a partir de los datos medidos en campo. Lo que se conoce, dentro de los sondeos elèctricos verticales, como mètodo directo.

La importancia que tiene determinar la funciôn transformada de resistividades mediante el mètodo directo, radica en que, una vez establecida, es posible calcular los valores de los parÂmetros, esto es, espesores y resistividades del medio estratificado. Por esta razÔn, surgen diversos trabajos pioneros, siendo los mÂs importantes los que presentan Vozoff (1958) y Koefoed (1968). El metodo propuesto por Vozoff , principia asumiendo un modelo de n capas , con sus respectivos parÂmetros. Con los cuales se calcula una funciÔn KS teÔrica mediante el algoritmo de Sunde. Posteriormente pequeños cambios son efectuados a los valores del modelo original, hasta que la funciÔn KS teÔrica se aproxima lo mÂs posible a una funciÔn KS observada. La funciÔn KS observada se obtiene al aplicar una ecuaciÔn similar a I.1.4b a los datos de campo, y que Vozoff resuelve mediante una tÊcnica de integraciÔn numÊrica. A las funciones KS teÔrica y observada, establecidas por caminos diferentes, Vozoff aplica un mÊtodo de mÎnimos cuadrados para disminuÎr sus discrepancias con respecto a los espesores y resistividades. El que se expresa como

$$\sum_{j=1}^{m} [\, KS_{12\ldots n}(\lambda j) - KS(\lambda j) \,]^2 = Emc \qquad I.1.5$$

donde KS_{12} representa la funciÔn KS teÔrica y Emc el error deseado. Resolver la expresiÔn I.1.5, no representa gran dificultad, por lo que Ûnicamente se mencionan las tÊcnicas que fueron empleadas: MÊtodo de Newton (Von Sanden, 1923) y MÊtodo de Gradiente MÂximo (Householder, 1953). De todo esto, se puede observar que el mÊtodo propuesto por Vozoff, requiere de varios procedimientos independientes, representando cada uno de ellos demasiado trabajo. Por lo que esta tècnica, enfocada desde un punto de vista pràctico, resulta ser muy laboriosa. Por otra parte, el mètodo propuesto por Koefoed, conocido como mètodo de descomposiciòn, consiste en representar a la curva de resistividad aparente mediante la superposiciòn de varias funciones, denominadas Funciones Parciales de Resistividad Aparente (FPRA), cuyas funciones KS asociadas son calculadas en forma independiente y se les conoce como Funciòn Kernel Parcial (FKP). De esta forma el càlculo de la funciòn KS se realiza por medio de la sumatoria de todas las FKP, màs una constante, y su exactitud depende de la calidad de la aproximaciòn de la curva de resistividad aparente. Este mètodo fue ideado para el dispositivo Schlumberger, y una gran desventaja, esta relacionada a la etapa gràfica del mètodo. Debido a que en esta, se requiere de una gran inversiòn de tiempo de trabajo.

La Teoría del Filtraje Lineal establecida por Ghosh, marca una nueva era en el càlculo de la funciòn transformada de resistividades. Para ello, Ghosh, propone hacer un ùtil cambio de variables a los paràmetros de mediciòn de campo:

$$x = \ln s \qquad y \qquad y = -\ln \lambda \qquad \text{I.1.6}$$

con lo que las ecuaciones I.1.4a, I.1.4b, I.1.4c y I.1.4d se escriben como

$$\rho as(x) = \rho_1 + \int_{-\infty}^{\infty} [T(y) - \rho_1] J_1 (e^{x-y}) e^{2(x-y)} dy \qquad \text{I.1.7a}$$

$$T(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho\, as(x) J_1 (e^{x-y}) dx \qquad \text{I.1.7b}$$

$$\rho\, aw(x) = 2\int_{-\infty}^{\infty} T(y)[J_0(e^{x-y}) - J_0(2e^{x-y})]e^{x-y}\,dy \qquad \text{I.1.7c}$$

$$2T(y) - T(y/2) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho\, aw(x) J_0(e^{x-y}) e^{x-y}dx \qquad \text{I.1.7d}$$

expresiones que pueden ser interpretadas como integrales de convolución. Donde T(y) (por ejemplo para la ecuacion I.1.7b) es una función de salida, ρ as(X) una funcion de entrada y $J(e^{-X})$, se conoce como una funcion de filtro directo.

De esta manera, para calcular a la función transformada de resistividades, es necesario únicamente determinar a la función de filtro directo. Por lo que diversos autores han sugerido una gran variedad de têcnicas para su cálculo. De las cuales se presentan las más importantes, en las siguientes secciones de êste capitulo.

Para finalizar la presente sección, se hace un breve resumen de la Teoría del Anâlisis de Fourier. Debido a que la mayoría de las têcnicas estudiadas a lo largo de este trabajo, están fundadas sobre los conceptos que êsta teoría ofrece.

Dentro de la Teoría del Anâlisis de Fourier una función h(x) cualquiera, puede ser representada por

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} H(k)e^{j2\pi kx}dk \qquad \text{I.1.8}$$

siendo j la unidad imaginaria, x la variable independiente que representa al espacio y k el número de onda. H(k) es una función compleja y se conoce como el espectro de h(x). La ecuación I.1.8 es conocida como la Transformada Inversa de Fourier de H(k). De una manera semejante H(k) puede ser expresada como

$$H(k) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) e^{-j2\pi KX} dx \qquad \text{I.1.9}$$

donde I.1.9 es la Transformada Directa de Fourier de h(x) (se denotarâ en lo sucesivo a la Transformada Inversa de Fourier de la Funciôn Filtro como F(k). Mientras que F(x) representarâ la funciôn filtro en el dominio espacial).

La gran importancia de la Teorîa del Anâlisis de Fourier en el diseño de filtros elèctricos de resistividad, se debe principalmente al teorema de la convoluciôn, cuyo enunciado es; el espectro del nûmero de onda de la funciôn de salida es igual al producto de F(k) por el espectro del nûmero de onda de la funciôn de entrada, esto es, sean T(K) y R(k) las transformadas de Fourier de la funciôn transformada de resistividades y la funciôn de resistividad aparente, respectivamente. Entonces, de acuerdo al teorema de la convoluciôn, tenemos que

$$T(k) = R(k) \times D(k) \qquad \text{I.1.10}$$

$$R(k) = T(k) \times I(k) \qquad \text{I.1.11}$$

o, en forma alternativa como

$$D(k) = T(k) / R(k) \qquad \text{I.1.12}$$

$$I(k) = R(k) / T(k) \qquad \text{I.1.13}$$

donde D(k) es el espectro del nûmero de onda de la funciôn de filtro directo e I(k), es el espectro del nûmero de onda para la funciôn de filtro inverso.

I.2. Mètodo de transformada de Fourier

En 1971, Ghosh propone una têcnica para el diseño de filtros elèctricos de resitividad, llamada Teoría del Filtraje Lineal (mas ampliamente conocida como Mètodo de Transformada de Fourier). A travès de este mètodo, es posible conocer a la F(x), con una gran eficiencia. Los pasos que se llevan a cabo para su determinaciòn, son:

1) Elecciòn de un par de fùnciones auxiliares (ver secciòn II.1)

2) Obtenciòn de las transformadas directas de Fourier para el par de funciones auxiliares de 1)

3) Realizar el cociente entre los espectros del nùmero de onda del par de funciones auxiliares, mediante alguna de las ecuaciones I.1.12 o I.1.13; de acuerdo a la F(x) que se desee determinar.

4) Tomar la transformada inversa de Fourier de la F(x), calculada en el inciso 3.

Aunque, el procedimiento anteriormente descrito, esta enfocado para el càlculo de una F(x) continua, tambièn sirve para ejemplificar el caso de una F(x) discreta. Pero, con sus respectivas modificaciones de acuerdo a la Teoría del muestreo (Brigham, 1974).

Los coeficientes (valores muestreados de la F(x)) así determinados, cumplen con la condiciòn de que su suma es igual a la unidad, debido a una propiedad de la funciòn de Bessel de primera especie y orden uno (Bowman, 1958)

$$\int_{0}^{\infty} J_1(s)\frac{ds}{s} = 1 \qquad \text{I.2.1}$$

que sustituyendo s=e tenemos

$$\int_{-\infty}^{\infty} J_1(e^{x})dx = 1 \qquad \text{I.2.2}$$

Por otra parte, para reducir el nùmero de coeficientes obtenidos mediante este mètodo, Koefoed (1972), propone una tècnica que consiste en desplazar a la $F(x)$ hacia la izquierda una cantidad S, dada por

$$S = - \frac{\Delta X}{\pi}\emptyset(kn) \qquad \text{I.2.3}$$

donde Δx es el intervalo de muestreo usado y $\emptyset(kn)$ es el valor de la fase asociado al nùmero de onda de corte. Consiguiendo con esto, muestrear a la $F(x)$ en puntos cercanos a los cruces con el eje x, evitando de esta forma, las crestas y los valles de dicha funciòn.

Asì entonces, la integral de convolucion I.1.7b puede ser expresada como

$$T(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{as}(x+s)J_1(e^{-(y-x-S)})dx \qquad \text{I.2.4}$$

ya que trabajamos con sistemas invariables en el tiempo.

Para incorporar la tècnica de desplazamiento mencionada, dentro del càlculo de la $F(x)$, es necesario añadir (al inicio del mètodo anteriomente presentado), el siguiente conjunto de pasos:

a) Muestrear, el par de funciones auxiliares, al doble del intervalo de muestreo, para el que se desea conocer la F(x)

b) Obtener la Transformada Directa de Fourier del par de funciones auxiliares muestreados en a)

c) Realizar el cociente entre los espectros del nùmero de onda, del par de funciones auxiliares; segùn el tipo de filtro que desee (ecuaciones I.1.12 y I.1.13)

d) Establecer el valor de Ø(kn) correspondiente al intervalo de muestreo deseado

e) Calcular el desplazamiento S, a travès de la ecuaciòn I.2.3.

Hay que hacer notar que las etapas a y d antes mencionadas, se toma en cuenta el efecto de "aliasing" en el càlculo de la Ø(kn) correspondiente al valor de $\triangle x$ deseado, esto es; sean $\triangle x=Ln(10)/8$ el intervalo de muestrec deseado, entonces, para evitar la modificaciòn del espectro de fase se utiliza un nuevo intervalo de muestreo de $\triangle x=Ln(10)/16$, con el cual se calcula (a la mitad de este nuevo intervalo) el Ø(kn) para el $\triangle x$ deseado.

Para lograr una mejor comprensiòn de la aplicaciòn de la tècnica de desplazamiento dentro del mètodo de Transformada de Fourier. Se presenta en el apèndice A, el listado del programa Filter (Seara, 1979). Asì como tambièn se muestra, en la figura I.2.1, su diagrama de flujo.

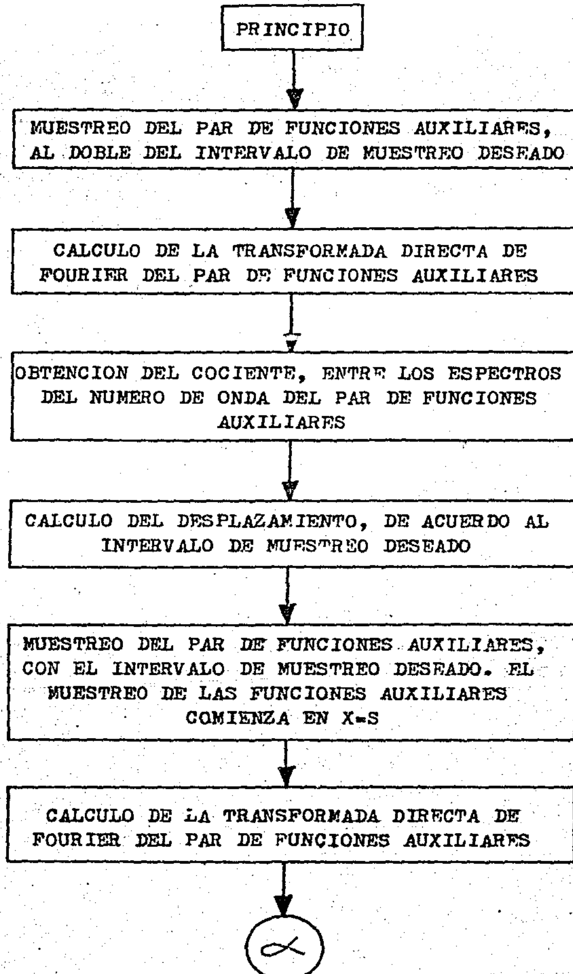
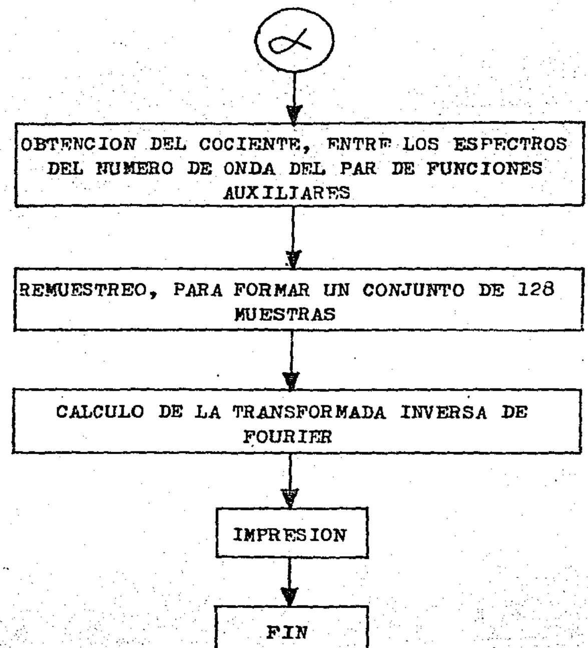

PRINCIPIO
MUESTREO DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES, AL DOBLE DEL INTERVALO DE MUESTREO DESEADO
CALCULO DE LA TRANSFORMADA DIRECTA DE FOURIER DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES
OBTENCION DEL COCIENTE, ENTRE LOS ESPECTROS DEL NUMERO DE ONDA DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES
CALCULO DEL DESPLAZAMIENTO, DE ACUERDO AL INTERVALO DE MUESTREO DESEADO
MUESTREO DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES, CON EL INTERVALO DE MUESTREO DESEADO. EL MUESTREO DE LAS FUNCIONES AUXILIARES COMIENZA EN X=S
CALCULO DE LA TRANSFORMADA DIRECTA DE FOURIER DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES
α

Fig. I.2.1


OBTENCION DEL COCIENTE, ENTRE LOS ESPECTROS DEL NUMERO DE ONDA DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES
REMUESTREO, PARA FORMAR UN CONJUNTO DE 128 MUESTRAS
CALCULO DE LA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER
IMPRESION
FIN

CONT. FIG. I.2.1

El mayor inconveniente que se tiene al utilizar el Mètodo de Transformada de Fourier es de que se requiere de un gran tiempo de càlculo y memoria de computadora.

I.3. Mètodo de integraciòn directa

Para el càlculo de la F(x) por este mètodo, es requisito necesario que en las expresiones matemàticas que relacionan a ρ (x) y T(y), aparezcan en forma explìcita segùn sea el caso de un filtro inverso o un directo, respectivamente. Esto implica, su reducida aplicaciòn pràctica.

El mètodo consiste en encontrar una expresiòn para la F(x), que permita evaluar integrales del tipo

$$T(\lambda) = \int_0^\infty \frac{\rho_{as}(s)}{s} J_1(\lambda s)\,ds \qquad \text{I.1.4b}$$

mediante algùn procedimiento de integraciòn directa.

Un anàlisis de èsta tècnica ha sido presentado por Bernabini y Carderelli (1978), quienes desarrollan su estudio para el dispositivo Schlumberger.

Bernabini y Cardarelli, utilizan un cambio de variables similar al de Ghosh, x=lg(s) y y=-lg(λ), logrando asì que la ecuaciòn de arriba se convierta en

$$T(y) = \mathrm{Ln}10 \int_{\infty}^{\infty} \rho\, as(x) J_1\left(\frac{1}{10^{y-x}}\right) dx \qquad \text{I.3.1}$$

donde $J_1(1/10^{y-x})$ es la F(x) a determinar.

Si se introduce una variable Δx, que representa un incremento logarìtmico constante, a la ecuaciòn I.3.1, tenemos

$$T(y) = \mathrm{Ln}10 \int_{-\infty}^{\infty}[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho\, as(n\Delta x)\,\mathrm{sinc}(x-n\Delta x)\,J_1(\frac{1}{10^{x-y}})\,dx] \qquad \text{I.3.2}$$

la cual también puede ser escrita como

$$T(m\Delta x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho\, as(n\Delta x)\,J_{1F}(\frac{1}{10^{\Delta x(m-n)}})\,\Delta x \qquad \text{I.3.3}$$

donde $y=m\Delta x$ y $J_{1F}(x)$ es derivada de la convolución de las funciones de Bessel y sinc, es decir

$$J_{1F}(x) = 2.3026 \int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{sinc}(t)\,J_1(\frac{1}{10^{x-t}})\,dt \qquad \text{I.3.4}$$

expresión que puede ser calculada en forma discreta por el sistema

$$J_{1F}(n\Delta a) = 2.3026 \sum_{K=L}^{m} J_1(10^{-K\Delta a})\,\frac{\mathrm{sen}[2\pi K_c(n-K)\Delta a]}{\pi(n-K)\Delta a} \qquad \text{I.3.5}$$

donde Δa es el intervalo de muestreo y kc es el número de onda de corte de la función sinc (Brigham, 1974).

De la ecuación I.3.5 se observa que otro inconveniente dentro de este método, es evaluar a los parámetros $l, m, \Delta a$ y kc. Además, debido al comportamiento oscilatorio de la función de Bessel, el valor de $J_{1F}(x)$ dependerá del último semi-arco considerado, correspondiente al límite superior de integración. Haciendo por lo tanto este método muy laborioso, pero que puede ser utilizado cuando se cuenta con una computadora de memoria reducida.

I.4. Método de mínimos cuadrados

La determinación de los coeficientes de la F(x) mediante este método, se realiza a través de un ajuste. De tal modo que los cuadrados de las diferencias entre una función de salida actual de la F(x) y una salida deseada, es minimizada.

Para la explicación del método se empleará la siguiente notación, sobre las funciones involucradas

$$f_i = \{ f_0 , f_1 , f_2 , \ldots\ldots , f_n \} \qquad \text{I.4.1a}$$

$$e_i = \{ e_0 , e_1 , e_2 , \ldots\ldots , e_n \} \qquad \text{I.4.1b}$$

$$a_i = \{ a_0 , a_1 , a_2 , \ldots\ldots , a_{n+m} \} \qquad \text{I.4.1c}$$

$$d_i = \{ d_0 , d_1 , d_2 , \ldots\ldots , d_{n+m} \} \qquad \text{I.4.1d}$$

donde f_i representa a los coeficientes de la F(x), e_i, a_i y d_i son los valores muestreados de la función de entrada, función de salida actual y función de salida deseada. Cabe destacar que la función de salida deseada y la función de entrada, pertenecen al grupo de funciones auxiliares (ver sección II.1). Con la notación anterior es posible escribir, en forma discreta, la ecuación I.1.7c de la siguiente manera

$$a_i = \sum_{j=0}^{n} f_j \, e_{i+j} \qquad \text{I.4.2}$$

Sea Emc la suma de los cuadrados de las diferencias entre las funciones de salida actual y deseada, es decir

$$Emc = \sum_{i=0}^{n+m} [\, a_i - d_i \,]^2 \qquad \text{I.4.3}$$

para que Emc sea un mínimo, las derivadas parciales con respecto a todos los coeficientes de la F(x), deben de ser cero. El coeficiente de la F(x) con respecto a la cual se toma la derivada parcial serà denotado por el subîndice p. Derivando parcialmente e igualando a cero, tenemos

$$\sum_{i=0}^{n+m} [\sum_{j=0}^{n} (f_j e_{i+j}) - d_i] e_{i+p} = 0 \qquad \text{I.4.4}$$

de donde

$$\sum_{i=0}^{n+m} [\sum_{j=0}^{n} (f_j e_{i+j}) e_{i+p} - d_i \; e_{i+p}] = 0$$

reordenando sumatorias

$$\sum_{j=0}^{n} [f_j \sum_{i=0}^{n+m} (e_{i+j} \; e_{i+p})] = \sum_{i=0}^{n+m} d_i \, e_{i+p}$$

y que puede ser escrita còmo

$$\sum_{j=0}^{n} f_j \, r_{j-p} = g \qquad \text{I.4.5}$$

donde r_{j-p} es la autocorrelaciòn de la funciòn de entrada y g_p la cros-correlaciòn de la funciòn de entrada con la funciòn de salida deseada. Si se considera que p varîa de 0 a n, entonces la ecuaciòn I.4.5 representa un sistema de ecuaciones lineales, que se escribe còmo

$$r_0 f_0 + r_1 f_1 + r_2 f_2 + \dots\dots\dots\dots\dots + r_n f_n = g_0$$

$$r_1 f_0 + r_0 f_1 + r_1 f_2 + \dots\dots\dots\dots\dots + r_{n-1} f_n = g_1$$

$$r_2 f_0 + r_1 f_1 + r_0 f_2 + \dots\dots\dots\dots\dots + r_{n-2} f_n = g_2$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$r_n f_0 + r_{n-1} f_1 + r_{n-2} f_2 + \dots\dots\dots\dots\dots + r_0 f_n = g_n$$

y tiene la caracterîstica, de que la matriz de los coeficientes en, r, es simètrica con respecto a la diagonal principal; propiedad que ha sido convenientemente aprovechada en el proceso de soluciòn, por el algoritmo publicado por Levinson (1949).

Un inconveniente que presenta este mètodo, està relacionado a la soluciòn del sistema de ecuaciones lineales. Ya que en el caso de ser aplicado para la determinaciòn de los coeficientes de una F(x) de longitud grande, es necesario aumentar el orden de las matrices. Lo cual implica, un mayor tiempo de càlculo y memoria de computadora.

I.5. Mètodo de transformada-Z

El mètodo descrito en esta secciòn, tiene la restricciòn importante, de que no puede ser aplicado con èxito a todos los tipos de F(x), que se presentan en los sondeos elèctricos verticales.

La transformada-Z de una funciòn H(z) cualquiera, està representada por la siguiente serie exponencial.

$$H(z) = h_1 z^1 + h_2 z^2 + ... + h_m z^m \qquad \text{I.5.1}$$

donde los coeficientes h_i, son los valores muestreados en forma equidistante de la funciòn H(z), y los tèrminos z pueden ser expresados còmo

$$z = e^{-j2\pi k \Delta x} \qquad \text{I.5.2}$$

siendo j la unidad imaginaria, Δx el intervalo de muestreo y k el nùmero de onda. El mètodo de transformada-Z permite establecer, en forma análoga a la Teoría del Análisis de Fourier, el teorema de la convolución (ver sección I.1), mediante la sustitución de la ecuación I.5.2 en la I.5.1. Ya que al hacerlo, se establece el espectro del número de onda de una función h(x). Por lo que, el espectro del número de onda de F(x), es obtenida a través de la división entre las transformada-Z de las funciones de entrada y salida. Sin embargo, realizar este cociente en la práctica, implica mayores desventajas que utilizando el Método de Transformada de Fourier.

Los métodos tradicionalmente empleados para dar solución al cociente, antes mencionado, son: división directa de polinomios y fracciones parciales (Oppenheim, 1975). No obstante, dichos métodos no ofrecen resultados satisfactorios para todas las F(x) que se requieren conocer.

La principal ventaja que otorga éste método, es que requiere menos espacio de memoria de computadora que el método de mínimos cuadrados.

I.6. Método de Mansinha

En la sección I.2, se mencionó que aportaba ciertas ventajas prácticas desplazar la F(x) una cantidad "S". Mansinha en 1984 propone un método en el cual, dicho desplazamiento se hace innecesario, al multiplicar por el filtro de Butterworth. De tal forma que el método presentado en esta sección, es solamente una variante del Método de Transformada de Fourier.

El filtro de Butterworth (Gold y Rader, 1969), pertenece a los filtros denominados recursivos, y se expresa en el dominio-k cômo

$$H(k) = \frac{1}{(1 + (K/Kc)^{2n})^{1/2}} \qquad I.6.1$$

donde H(k) representa el espectro de amplitud, kc el nômero de onda de corte y n es el orden del filtro. Para n grande, H(k) se aproxima a un pulso rectangular. Cuando n decrece sus aristas se van redondeando al mismo tiempo que las pendientes disminuyen.

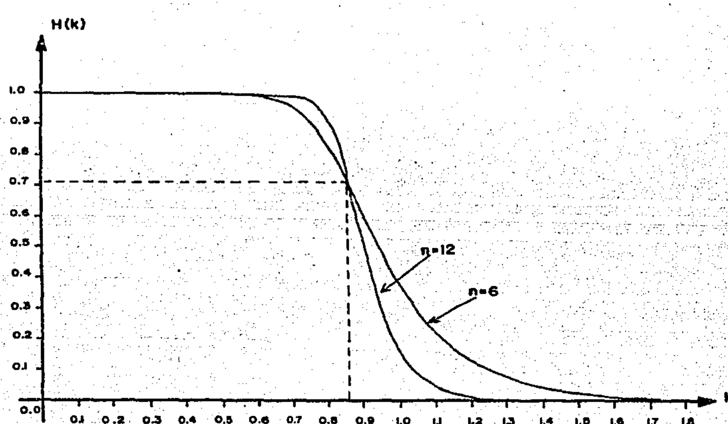


Fig. I.S.I

H(k) es simêtrico alrededor del nômero de onda cero y para k=kc el filtro siempre toma el valor de $1/\sqrt{2}$.

El método propuesto por Mansinha, consiste en muestrear directamente la función de Bessel $d(x)=J_1(e^{-x})$, con un intervalo de muestreo $\Delta x=\ln(10)/3000$, sobre un rango de $-9.5\leq x\leq 9.5$. Valores que son transformados al dominio-k por medio de la ecuación I.1.9. De esta manera se forma un conjunto de 25,000 muestras que se conoce como grupo de alta densidad (GAD).

A partir del GAD se elabora otro conjunto de valores, grupo de trabajo (GT), con un $\Delta x=\ln(10)/60$ y un total de 500 muestras, y es construido del siguiente modo. El número de onda de corte correspondiente a este nuevo intervalo de muestreo, es de kc=13.029, sin embargo, para minimizar los efectos de los altos números de onda, se elige el valor de 5.214. Así entonces, se multiplica al GAD por el filtro de Butterworth, ecuación I.6.1, con los parámetros kc=5.214 y n=6. Esta operación es completada, reteniendo cada cincuentava muestra, incluyendo el valor corresppondiente a x=0.

El GT es de gran importancia dentro de este método, debido a que a partir de éste, se forman los coeficientes de la F(x) con los intervalos de muestreo deseados.

Para obtener los coeficientes de la F(x) con un intervalo de muestreo Δxc (que cumpla con la condición de ser un submúltiplo del intervalo de muestreo del GT, Δxgt) se tiene que determinar primero el número de onda de corte que mejor convenga a este intervalo de muestreo, para remover los altos números de onda. Así por ejemplo, en lugar de utilizar un kc=0.651 correspondiente a $\Delta xc=\ln(10)/3$, se elige un kc=0.706. Despuès de èsto, se efectùa un producto entre el GT y el filtro de Butterworth con el nuevo kc y n=6, del que se seleccionarà cada L muestra, dada por

$$L = \frac{\Delta X_c}{\Delta X_{gt}}$$

cuidando conservar el punto en k=0. A los valores asì obtenidos se les aplica, por ùltimo, la ecuaciòn I.1.8 (en forma discreta).

La tecnica utilizada para compensar el truncamiento de la funciòn de Bessel, se aplica ùnicamente a los coeficientes de los extremos.

Sea b la integral dada por la ecuaciòn I.2.2, la cual puede ser escrita còmo

$$b = \underbrace{\int_{-\infty}^{x_l} d(x)dx}_{S_1} + \underbrace{\int_{x_l}^{x_M} d(x)dx}_{S_2} + \underbrace{\int_{x_M}^{\infty} d(x)dx}_{S_3} = 1 \qquad \text{I.6.2}$$

donde $b= S_1 + S_2 + S_3$ y el rango de truncamiento de la funciòn de Bessel es $x_l \leq x \leq x_M$. De tal forma que la sub-integral S_3, puede ser calculada mediante la ecuaciòn (Bowman, 1958)

$$S_3 = \int_{x_M}^{\infty} [\, \frac{e^{-x}}{2} - \frac{e^{-3x}}{16} - \frac{e^{-5x}}{384} - \ldots \,]dx \qquad \text{I.6.3}$$

que resolviendo y sustituyendo lìmites tenemos

$$S_3 = \frac{e^{-x_M}}{2} - \frac{e^{-3x_M}}{48}$$

asì, el coeficiente correspondiente a x_M, $d(x_M)$, es modificado a

$$\tilde{d}(x_M) = d(x_M) + S_3 \,/\, (0.5\Delta xc)$$

donde la tilde (~) indica el coeficiente modificado y el factor ($0.5\triangle xc$) se debe a que Mansinha utiliza la regla Trapezoidal para resolver la integración. Por lo que la ecuación I.6.2, queda representada cómo

$$b = S_1 + \tilde{S}_2$$

Ahora, el valor de S_3 esta incluído en $\tilde{S}_2$. Si $b \neq 1$, entonces se modifica el valor de $d(x_1)$, tal que b sea igual a la unidad, de la siguiente forma

$$d(x_1) = d(x_1) + (1 - \tilde{S}_2) / (0.5\triangle xc)$$

Uno de los mayores inconvenientes que se encuentra a este método, es que para la determinación de los coeficientes de de la F(x), se requiere de la elaboración de dos conjuntos de valores muestreados, GAD y GT, para los cuales se tiene que invertir un gran tiempo y memoria de computadora. Por otro lado, solamente se pueden diseñar coeficientes de F(x) con un intervalo de muestreo que sea compatible con el del GT.

CAPITULO II

II. METODOS ALTERNOS EN EL DISEÑO DE FILTROS

Con el objeto de eliminar el desplazamiento propuesto por Koefoed (1972) para los filtros eléctricos de resistividad, se presentan en este capítulo dos métodos.

El primer método consiste en realizar una multiplicación entre la F(k) calculada con desplazamiento cero y el filtro de Butterworth. El producto se lleva a cabo modificando el número de onda de corte correspondiente al intervalo de muestreo usado, así como también, el orden del filtro. En el segundo método, se multiplica a la F(x) calculada con desplazamiento cero, por la ventana de Hanning, función que tiende a cero hacia los extremos.

La ejecución de los métodos anteriores se realiza mediante el apoyo del programa FILTER implementado por Seara (Seara, 1979), y únicamente se trabaja para el caso del filtro directo del dispositivo Schlumberger.

II.1. Relación de funciones

Se conoce con el nombre de funciones auxiliares, a aquellas funciones que al ser sustituidas por $T(\lambda)$ en I.1.4a y I.1.4c o por $\rho\ as(s)$ en I.1.4b y I.1.4d proporcionan una expresión apropiada para la función de resistividad aparente o la función de transformada de resistividades, según sea el caso. Dichas funciones fueron establecidas por Koefoed en 1968. La principal utilidad que ofrecen dentro del diseño de filtros elèctricos de resistividad, es que permiten calcular la F(x) mediante los mètodos I.2, I.4, I.5 y I.6 descritos en el capítulo anterior, así como tambièn, presentan la posibilidad de analizar su eficiencia.

Las funciones auxiliares pueden ser obtenidas a travès de diversas tècnicas. Una de las cuales utiliza la integral de Lipchitz, que se expresa como

$$\int_0^{\infty} e^{-q\lambda} Jo(\lambda r) d\lambda = 1 \;/\; (q^2 + r^2)^{1/2} \qquad \text{II.1.1}$$

ecuaciòn que al ser derivada parcialmente con respecto a q y r, esta representada por Koefoed (1979)

$$\int_0^{\infty} [\lambda e^{-q\lambda}] \lambda J_1 (\lambda r) d\lambda = 3qr \;/\; (q^2 + r^2)^{5/2} \qquad \text{II.1.2}$$

haciendo s=r y multiplicando por q, es posible compararla con I.1.4a, de donde Koefoed (1979)

$$T(\lambda) = q\lambda e^{-q\lambda} \qquad \text{II.1.3}$$

$$\rho\, as = 3(s/q)^3 \;/\; (1 + [s/q]^2)^{5/2} \qquad \text{II.1.4}$$

A las ecuaciones II.1.3 y II.1.4 se les denomina, par de funciones auxiliares para el dispositivo Schlumberger y tienen la propiedad de que se aproximan a cero a ambos lados de las abscisas (condiciòn necesaria para que puedan ser empleadas en la determinaciòn de la F(x)). Mediante otras tècnicas se pueden determinar màs pares de funciones auxiliares para el mismo dispositivo Schlumberger.

Con procedimientos similares al anterior es posible establecer expresiones que permitan comprobar la precisiòn de la F(x). Así por ejemplo, para el caso de un medio de dos capas con resistividades ascendentes tenemos Koefoed (1979)

$$T(x) = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1) (1 - e^{-e^{-x}}) / e^{-x} \qquad \text{II.1.5}$$

$$\rho as(x) = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1) e^{x} / (1 + e^{2x})^{1/2} \qquad \text{II.1.6}$$

y para un medio de dos capas con resistividades descendentes Koefoed (1979)

$$T(x) = \rho_2 + (\rho_1 - \rho_2) e^{-x} / (1 + e^{-2x})^{1/2} \qquad \text{II.1.7}$$

$$\rho as(x) = \rho_2 + (\rho_1 - \rho_2) e^{-e^{x}} (1 + e^{x}) \qquad \text{II.1.8}$$

Las expresiones II.1.5 a II.1.8 son mejor conocidas como funciones sintéticas.

II.1.1. Aplicación del filtro de Butterworth

En la sección I.6 se explica el método que utilizó Mansinha para evitar el desplazamiento de la F(x). Sin embargo, un comentario para el buen empleo de dicha técnica se encuentra en (Tejero, González y León, 1986). En esta sección, se presenta, un método que está basado en la idea central de Mansinha de utilizar el filtro de Butterworth.

Los coeficientes de la F(x) son calculados por el método de transformada de Fourier, utilizando el programa FILTER diseñado por Seara.

Como se había mencionado en la sección I.2, es conveniente dar un desplazamiento a los valores de la F(x) para evitar el efecto de armònicos indeseados que acabarían por distorsionar la señal. Pues bien, si se omitiera ese desplazamiento se tendría que idear un sistema compensativo. Por lo que se propone en esta sección, utilizar el filtro de Butterworth (el cual será referido en lo subsecuente como FB), cuya aplicación se describe a continuación.

1) Evaluar, para los mismos números de onda de la F(k), el FB, mediante la ecuación I.6.1.

2) Multiplicar a la F(k) por el FB, para cada uno de los números de onda, a los cuales han sido evaluados.

Esta secuencia de pasos es anexado entre los puntos 3 y 4 del procedimiento de transformada de Fourier (sección I.2). En forma complementaria, para la mejor comprensión de la aplicación de esta técnica, se presenta en el apéndice B, el listado de modificaciones efectuadas sobre el programa FILTER, así como también se muestra en la figura II.1.1.1, el correspondiente diagrama de flujo.

Con el objeto de optimizar los coeficientes de la F(x), fueron diseñadas dos pruebas. Las cuales consisten en; modificar el orden del FB y, en la variación del número de onda de corte correspondiente (ver sección I.6).

Para la prueba concerniente a la modificación del orden del FB, representado por n. Se hizo variar a n de 1 a 12, con un número de onda de corte constante del FB, de kc=1.7371. Los resultados obtenidos indicaron que, cuando n crece, la F(x) se hace más inexacta. Esto se explica directamente de

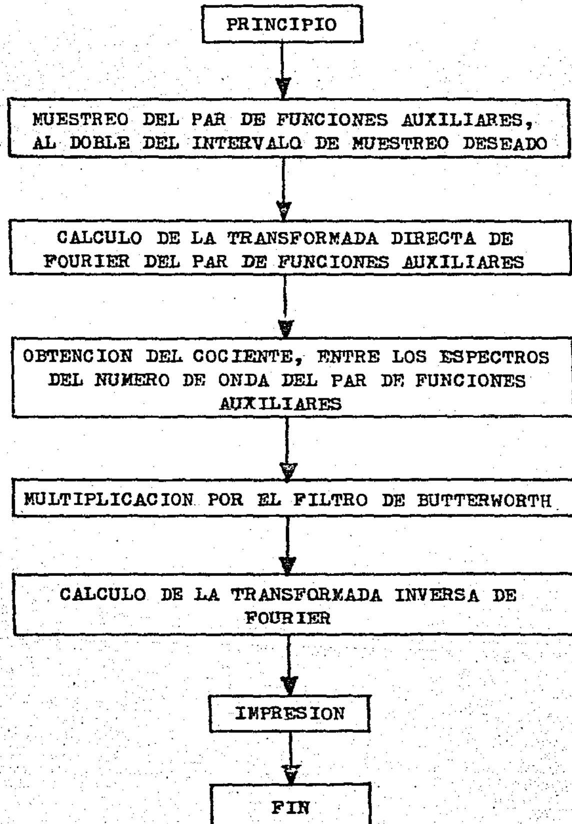

PRINCIPIO
MUESTREO DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES, AL DOBLE DEL INTERVALO DE MUESTREO DESEADO
CALCULO DE LA TRANSFORMADA DIRECTA DE FOURIER DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES
OBTENCION DEL COCIENTE, ENTRE LOS ESPECTROS DEL NUMERO DE ONDA DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES
MULTIPLICACION POR EL FILTRO DE BUTTERWORTH
CALCULO DE LA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER
IMPRESION
FIN

Fig. II.1.1

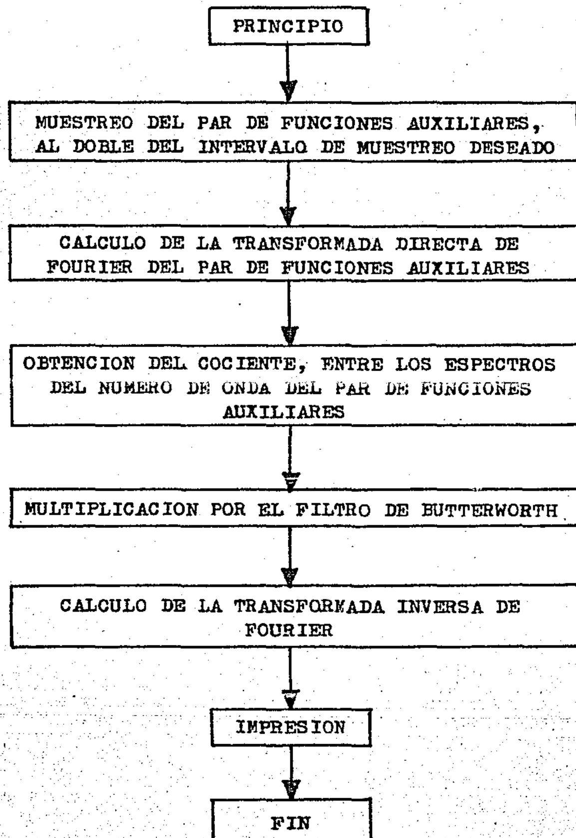

PRINCIPIO
MUESTREO DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES, AL DOBLE DEL INTERVALO DE MUESTREO DESEADO
CALCULO DE LA TRANSFORMADA DIRECTA DE FOURIER DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES
OBTENCION DEL COCIENTE, ENTRE LOS ESPECTROS DEL NUMERO DE ONDA DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES
MULTIPLICACION POR EL FILTRO DE BUTTERWORTH
CALCULO DE LA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER
IMPRESION
FIN

Fig. II.I.I.I

las características del FB, de acuerdo al cual, cuando n es grande se aproxima a un pulso rectangular, lo que implica que disminuye la atenuación de los números de onda grandes correspondientes al fenómeno de rizadura. Por otro lado, cuando n es pequeña, la F(x) tampoco es muy satisfactoria, no obstante, los errores observados tienden a ser mucho menores.

Para la segunda prueba correspondiente a la variación del número de onda de corte del FB, se utilizaron valores para kc de 3kc/4, 2kc/3 y kc/2, con una n comprendida en el rango de 1 a 12, y se observó que mientras más pequeño era el valor de la kc, la F(x) tendía a ser más adecuada, sin embargo, no se pudo obtener de cualquier modo una F(x) satisfactoria. La razón que se da a este resultado es que al variar el número de onda de corte se atenúan los números de onda de los extremos los cuales son erróneos por la naturaleza del Método de Transformada de Fourier.

La aplicación combinada de las dos técnicas anteriores ofrece resultados más convenientes, esto se explica si se analiza cuidadosamente el segundo término del denominador de la ecuación I.6.1. Ya que el comportamiento del filtro de Butterworth depende de dos variables, n y kc, y no de una sola. Las pruebas fueron realizadas tomando en cuenta todas las posibles combinaciones entre los valores que se utilizaron para n y kc, en los ensayos precedentes.

Un resultado interesante de esta prueba se observó al momento de ir decrementando kc e incrementando n en forma paulatina. Se encontró que existe un valor de kc y n límites, entre los rangos de $0.66kc \leq kc \leq 0.75kc$ y $4 \leq n \leq 5$ respectivamente, para los cuales se manifiesta un cambio en la eficiencia de la F(x), es decir, sean kc1 y n1 dichos valores, entonces cuando n<n1 y kc>kc1 la correción por medio del FB en lugar de aumentar la eficiencia de los coeficientes de la F(x) la disminuyen, y por otra parte, cuando n>n1 y kc<kc1, la eficiencia de los coeficientes de la F(x) tiende a ser más adecuada. Dicho comportamiento no pudo ser establecido en forma matemática, empero, se consideró importante enunciarlo como base para estudios posteriores.

La técnica empleada para la compensación por truncamiento de la F(x), fue la que se utiliza tradicionalmente para el Método de Transformada de Fourier. La cual consiste en sumar todos los coeficientes de la F(x) y compararlos con respecto a la unidad. La discrepancia que exista entre estos valores es agregada a los coeficientes de los extremos.

Por otra parte, para analizar la veracidad de los coeficientes de la mejor F(x) obtenida en esta sección (con un n=12 y 0.5kc, y cuya gráfica correspondiente al filtro de Butterworth se presenta en la figura I.6.1), se diseñó un programa de convolución, CONVOLUS (ver apéndice C), que simula un modelo de dos capas con resistividades ascendentes; para un contraste de resistividades de $1:10^{6}$, y un intervalo de muestreo de $\Delta x = Ln(10)/8$, de acuerdo a las ecuaciones II.1.5 y II.1.6.

Los resultados de la aplicación de este filtro, así como los coeficientes del mismo, serán presentados en el siguiente capítulo.

II.1.2. Aplicación de la función ventana de Hanning

Los datos de resistividad aparente tomados en campo, estan implicitamente afectados por una función ventana. Desafortunadamente, los efectos que esta provoca, no son siempre los más convenientes, debido a que una función ventana tiende a distorsionar el espectro del número de onda de la señal. Por lo tanto, en esta sección, se analiza la posibilidad de utilizar una función ventana que minimize dicho efecto, sobre la señal medida.

La eficiencia de una función ventana esta determinada por: la forma y la longitud. Características que pueden ser analizadas apropiadamente en el dominio-k.

Se entiende por forma de una función ventana, a la disposición geométrica que esta adquiere al ser representada gráficamente, sea por ejemplo, la función ventana rectangular.

Se observa mediante un análisis del espectro del número de onda, que todos los tipos de funciones ventana, implican una cierta distorsión, la cual es deseable minimizar. Por tal motivo, se resumen las siguientes propiedades que debe de cumplir cualquier función ventana, en el dominio-k y sus correspondientes al dominio-x (Bath, 1974):

1) Una alta concentración en el lóbulo principal: requiere una función ventana amplia.

2) Lóbulos pequeños a ambos lados del lóbulo principal:

require de una función ventana de pendientes suaves y esquinas redondeadas.

Por otra parte, un análisis del espectro del número de onda relacionado con la longitud de las funciones ventana, se resume en (Bath, 1974):

1) Una longitud grande implica mejor resolución

2) Una longitud pequeña implica mejor estabilidad.

De lo anterior se concluye que no es posible encontrar una función ventana que no implique distorsión, no obstante, se puede dar una buena aproximación, mediante un procedimiento de ensayo y error, considerando los diferentes factores mencionados anteriormente.

En la presente sección se analiza la posibilidad de eliminar el desplazamiento de la F(x), mediante el manejo de una función ventana. Para tal efecto, se ha utilizado la función ventana de Hanning (que será abreviada en lo sucesivo como VH(x))

$$VH(x) = 0.5 + 0.5 \cos(2\pi x/T) \qquad 0 \leq x \leq T \qquad \text{II.1.2.1}$$

donde T representa el periodo de la función ventana de Hanning. Cabe señalar que la elección de la VH(x) no está basada sobre consideraciones teóricas rigurosas relacionadas con el tipo de señal a la cual fue aplicada.

Para la ejecución del método se necesita recurrir al programa FILTER, explicado en la sección I.2. De esta manera, el método consiste en multiplicar a los coeficientes de la

F(x) calculados con desplazamiento cero, obtenidos con el programa FILTER, por los correspondientes valores de la VH(x) previamente discretizada, para las mismas abscisas de la F(x) (para la mejor comprensiôn del procedimiento que se llevô a cabo, se presenta el diagrama de flujo, en la figura II.1.2.1).

El procedimiento anteriormente descrito, es equivalente a convolucionar a la F(k), con la funcion VH(K) (Transformada Directa de Fourier de la ventana de Hanning).

Los resultados que se obtienen al aplicar èsta tècnica, no son satisfactorios. Sin embargo, a criterio del autor, es importante remarcar que existe una relaciôn entre, la deficiencia de los resultados encontrados y el tipo de funciôn ventana utilizada. Por lo que sugiere; elegir a la funciôn ventana mediante un procedimiento de ensayo y error, o como tambiên lo plantea (Bath, 1974), a travês de un efecto combinado entre varias funciones venatana. De èsta manera, la veracidad de la tècnica propuesta, podrà ser mejor analizada. Lo cual queda abierto para investigaciones posteriores.

Los resultados de la aplicaciôn de èste filtro, asî como los coeficientes del mismo, son presentados en el siguiente capîtulo.

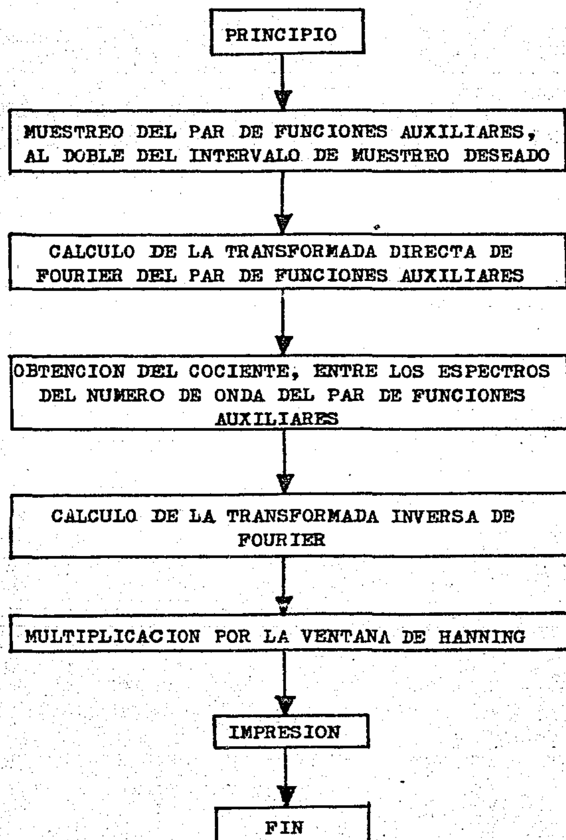

PRINCIPIO
MUESTREO DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES, AL DOBLE DEL INTERVALO DE MUESTREO DESEADO
CALCULO DE LA TRANSFORMADA DIRECTA DE FOURIER DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES
OBTENCION DEL COCIENTE, ENTRE LOS ESPECTROS DEL NUMERO DE ONDA DEL PAR DE FUNCIONES AUXILIARES
CALCULO DE LA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER
MULTIPLICACION POR LA VENTANA DE HANNING
IMPRESION
FIN

Fig. II.I.2.1

III. ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS

En el presente capítulo se hace una discusión de los resultados obtenidos al aplicar los métodos estudiados en las secciones II.1.1 y II.1.2, mediante el apoyo de diversas tablas comparativas. Con el propósito de poder analizar los diferentes aspectos que estos métodos presentan, en relación a las técnicas tradicionalmente empleadas para el cálculo de la F(x).

En la primera columna de las tablas III.1 y III.2, se muestran las abscisas comprendidas en el rango de $-18.4207 \leq x \leq 18.1329$, con un intervalo de muestreo de $\Delta x = Ln(10)/8$. Para las cuales fueron calculadas las F(x), propuestas en las secciones II.1.1 y II.1.2 (donde dichas F(x) serán aludidas como FFB(x) y FVH(x), respectivamente). En la siguiente columna de las tablas III.1 y III.2, se muestran las funciones transformada de resistividades, obtenidas al convolucionar a la FFB(x) y la FVH(x), con la expresión II.1.6, respectivamente; mediante la utilización del programa CONVOLUS (ver apéndice C); con un contraste de resistividades de $1:10^6$. En la tercera columna de ambas tablas, se muestra la función transformada de resistividades exacta, obtenida a partir de la ecuación II.1.5. Por último, dentro de cada tabla, se muestra el error relativo puntual en por ciento, entre las dos funciones transformada de resistividades mencionadas, y que ha sido calculado a través de la expresión

T A B L A III.1

FUNCION TRANSFORMADA DE RESISTIVIDADES (T(Y)), ENCONTRADA A PARTIR DE LA CONVOLUCION DE LA F(X) (DETERMINADA AL APLICAR EL FILTRO DE BUTTERWORTH) Y LA FUNCION DE RESISTIVIDAD APARENTE.

ABSCISAS Ln	T(Y) CALCULADA (CON FILTRO BUTTERWORTH)	T(Y) EVALUADA (VALOR EXACTO)	ERROR E. %
-18.4207	1.020628397	1.009999797	1.052336849
-18.1329	1.024729494	1.013334636	1.124491132
-17.8450	1.029821285	1.017763389	1.182756108
-17.5572	1.036342675	1.023713992	1.233615404
-17.2694	1.044654203	1.031622372	1.263236614
-16.9816	1.055397972	1.042168135	1.269453218
-16.6937	1.069728496	1.056236434	1.277371562
-16.4059	1.088882286	1.074990755	1.292246596
-16.1181	1.114040034	1.099999465	1.276416000
-15.8303	1.147183012	1.133348345	1.220689741
-15.5425	1.191711915	1.177818761	1.179560374
-15.2546	1.251571859	1.237143356	1.166275701
-14.9668	1.330752037	1.316228432	1.103425881
-14.6790	1.435530811	1.421687634	0.9737143342
-14.3912	1.576110412	1.562316488	0.8829148207
-14.1033	1.764852278	1.749918727	0.8533653906
-13.8155	2.015121570	2.000009558	0.7555970096
-13.5277	2.346922996	2.333503325	0.5750868727
-13.2399	2.791374532	2.778214121	0.4737003831
-12.9520	3.387319789	3.371468914	0.4701474692
-12.6642	4.178779393	4.162331456	0.3951616397
-12.3761	5.229427763	5.216939205	0.2393847762
-12.0886	6.634954382	6.623248703	0.1767362052
-11.8008	8.516684519	8.498549171	0.2133934528
-11.5129	11.02020050	11.00024465	0.1814127727
-11.2251	14.34589417	14.33523204	0.7437716084E-01
-10.9373	18.79087212	18.78240629	0.4507316633E-01
-10.6495	24.73664654	24.71267127	0.9701611378E-01
-10.3616	32.65307667	32.62378597	0.8978328119E-01
-10.0738	43.17738225	43.17002067	0.1705252263E-01
-9.7860	57.23454846	57.23332530	0.2137155833E-02
-9.4982	76.02500811	75.98660953	0.5053336035E-01
-9.2104	101.0465042	100.9939374	0.5204946899E-01
-8.9225	134.3538156	134.3543083	0.3666818934E-03
-8.6347	178.8087284	178.8267136	0.1005744515E-01
-8.3469	238.2015253	238.1302476	0.2993226603E-01
-8.0591	317.3192524	317.2109512	0.3414170461E-01
-7.7712	422.6857738	422.7064931	0.4901570316E-02
-7.4834	563.2738575	563.3416357	0.1203146010E-01
-7.1956	751.0267444	750.8772736	0.1990615709E-01
-6.9078	1001.198787	1000.954280	0.2442742916E-01
-6.6199	1334.490152	1334.562962	0.5455681286E-02
-6.3321	1779.099064	1779.293647	0.1093592822E-01
-6.0443	2372.678262	2372.337825	0.1435027495E-01
-5.7565	3163.732364	3163.156650	0.1820060495E-01
-5.4687	4217.492950	4217.706103	0.5053758568E-02
-5.1809	5623.993291	5624.500186	0.9012269688E-02
-4.8930	7500.705125	7499.884521	0.1094155824E-01
-4.6052	10002.03916	10000.69186	0.1347138425E-01
-4.3174	13334.87648	13335.49490	0.4637363957E-02
-4.0295	17783.02046	17784.20156	0.6641279037E-02
-3.7417	23716.79217	23714.73175	0.8688351231E-02
-3.4539	31625.86430	31623.03789	0.893782346E-02
-3.1661	42166.69030	42156.68962	0.4266941923E-02
-2.8782	56235.08678	56236.83910	0.3115971180E-02
-2.5904	74998.01494	74990.84184	0.698305217E-02
-2.3026	99999.06025	99994.87007	0.4190395001E-02
-2.0148	133271.3776	133274.1277	0.2063430730E-02
-1.7270	177177.5924	177175.7787	0.1023699299E-02

CONT. TABLA III.1

-1.4391	233654.8284	233645.3773	0.4045048631E-02
-1.1513	302846.9144	302840.8469	0.1716251703E-02
-0.8635	382322.6167	382321.9008	0.1872516110E-03
-0.5757	467335.5610	467330.3179	0.1121932144E-02
-0.2878	552276.2337	552268.5474	0.1391769314E-02
0.0000	632124.1880	632120.9267	0.5159230263E-03
0.2878	703539.6254	703538.8169	0.1149115974E-03
0.5756	764879.7120	764876.7684	0.3848436021E-03
0.8635	815919.9097	815916.3186	0.4401318742E-03
1.1513	857316.8160	857315.4000	0.1651679586E-03
1.4391	890272.3721	890271.9009	0.5292638366E-04
1.7269	916128.7512	916127.2912	0.1593583136E-03
2.0147	936189.4750	936187.7662	0.1810346888E-03
2.3026	951627.2886	951626.5655	0.7599232305E-04
2.5904	963425.2165	963424.9577	0.2686303753E-04
2.8782	972402.4215	972401.8311	0.6071364935E-04
3.1660	979207.9995	979207.3597	0.6533664337E-04
3.4539	984354.5595	984354.3309	0.2322681042E-04
3.7417	988236.3452	988236.3047	0.4099273163E-05
4.0295	991161.0578	991160.8728	0.1866419266E-04
4.3173	993361.8490	993361.6280	0.2224891421E-04
4.6052	995016.8473	995016.7781	0.6953799753E-05
4.8930	996259.9166	996259.9124	0.4169318272E-05
5.1808	997193.5864	997193.5131	0.7344537658E-05
5.4686	997894.4939	997894.3970	0.9709707384E-05
5.7564	998420.4685	998420.4291	0.3940852888E-05
6.0443	998815.2806	998815.2677	0.1285087181E-05
6.3321	999111.4205	999111.3800	0.4054763469E-05
6.6199	999333.5651	999333.5148	0.5035521615E-05
6.9077	999500.1660	999500.1395	0.2647409150E-05
7.1956	999625.1700	999625.1551	0.1496712660E-05
7.4834	999718.9084	999718.8819	0.2649570128E-05
7.7712	999789.2077	999789.1764	0.3135650977E-05
8.0590	999841.9174	999841.8954	0.2205736188E-05
8.3469	999881.4617	999881.4442	0.1745537588E-05
8.6347	999911.1144	999911.0919	0.2252196114E-05
8.9225	999933.3508	999933.3258	0.2501427158E-05
9.2103	999950.0211	999949.9997	0.2140858366E-05
9.4981	999962.5234	999962.5039	0.1947060497E-05
9.7860	999971.9054	999971.8839	0.2155541432E-05
10.0738	999978.9379	999978.9153	0.2264824252E-05
10.3616	999984.2094	999984.1683	0.2113767710E-05
10.6494	999988.1628	999988.1426	0.2024977634E-05
10.9373	999991.1299	999991.1068	0.2109357459E-05
11.2251	999993.3540	999993.3324	0.2159346580E-05
11.5129	999995.0209	999994.9999	0.2098580355E-05
11.8007	999996.2710	999996.2504	0.2059571297E-05
12.0886	999997.2093	999997.1884	0.2093426778E-05
12.3764	999997.9127	999997.8915	0.2114398608E-05
12.6642	999998.4397	999998.4188	0.2087785559E-05
12.9520	999998.8350	999998.8143	0.2068544678E-05
13.2398	999999.1316	999999.1108	0.2080351596E-05
13.5277	999999.3541	999999.3332	0.2086891684E-05
13.8155	999999.5207	999999.5000	0.2070892824E-05
14.1033	999999.6456	999999.6250	0.2053589685E-05
14.3911	999999.7393	999999.7188	0.2046507446E-05
14.6790	999999.8095	999999.7892	0.2034989804E-05
14.9668	999999.8620	999999.8419	0.2009272320E-05
15.2546	999999.9012	999999.8814	0.1981091125E-05
15.5424	999999.9306	999999.9111	0.1950973629E-05
15.8302	999999.9523	999999.9333	0.1905062092E-05
16.1181	999999.9684	999999.9499	0.1843260979E-05
16.4059	999999.9800	999999.9625	0.1747892304E-05
16.6937	999999.9883	999999.9720	0.1633801239E-05
16.9815	999999.9940	999999.9789	0.1510066191E-05
17.2694	999999.9975	999999.9843	0.1325718123E-05
17.5572	999999.9994	999999.9882	0.1126861440E-05
17.8450	1000000.000	999999.9913	0.8967353749E-06
18.1328	1000000.000	999999.9931	0.7410944083E-06

T A B L A III.2

FUNCION TRANSFORMADA DE RESISTIVIDADES (T(Y)), ENCONTRADA A PARTIR DE LA CONVOLUCION DE LA F(X) (DETERMINADA AL APLICAR LA VENTANA HANNING) Y LA FUNCION DE RESISTIVIDAD APARENTE.

ABSCISAS LN	T(Y) CALCULADA (VENTANA HANNING)	T(Y) EVALUADA (VALOR EXACTO)	ERROR EN %
-18.4207	1.002406582	1.009999797	0.7518036532
-18.1329	1.005743517	1.013334036	0.7491225523
-17.8450	1.010194716	1.017783389	0.7456079325
-17.5572	1.016128069	1.023713982	0.7410187834
-17.2694	1.024039426	1.031622372	0.7350505444
-16.9816	1.034588186	1.042168135	0.7273249597
-16.6937	1.048659287	1.056236434	0.7173722655
-16.4059	1.067415957	1.074990755	0.7046384262
-16.1181	1.092426280	1.099999465	0.6884716663
-15.8303	1.125775723	1.133348345	0.6661636240
-15.5425	1.170245290	1.177818761	0.6430081872
-15.2546	1.229567189	1.237143356	0.6123920332
-14.9668	1.308647183	1.316228432	0.5759827612
-14.6790	1.414098227	1.421587634	0.5338308575
-14.3912	1.554714939	1.562316488	0.4865562[illegible]47
-14.1033	1.742299850	1.749918727	0.4353846572
-13.8155	1.992366576	2.000009558	0.3821472695
-13.5277	2.325827324	2.333503325	0.3289474991
-13.2399	2.770493332	2.778214121	0.2779647482
-12.9520	3.363687728	3.371468914	0.2307951165
-12.6642	4.154469206	4.162331456	0.1888905252
-12.3764	5.208968395	5.216939205	0.1527870900
-12.0886	6.615132745	6.623248703	0.1225374163
-11.8008	8.490239343	8.[illegible]98549171	0.9777936867E-01
-11.5129	10.99167594	11.00024465	0.7789567043E-01
-11.2251	14.32631799	14.33523204	0.6218275314E-01
-10.9373	18.77303159	18.78240629	0.4991216695E-01
-10.6495	24.70268212	24.71267177	0.4042115374E-01
-10.3616	32.61297696	32.62378597	0.3313229382E-01
-10.0738	43.15811846	43.17002067	0.2757055521E-01
-9.7860	57.21996486	57.23332530	0.2334380481E-01
-9.4982	75.97130391	75.98660953	0.2014251509E-01
-9.2104	100.9760368	100.9939374	0.1772436919E-01
-8.9225	134.3329446	134.3543083	0.1590094591E-01
-8.6347	178.8007313	178.8267138	0.1452940979E-01
-8.3469	238.0981026	238.1302476	0.13[illegible]9888644E-01
-8.0591	317.1705832	317.2109512	0.1272590183E-01
-7.7712	422.6551491	422.7064931	0.1214647134E-01
-7.4834	563.2756512	563.3416357	0.1171305724E-01
-7.1956	750.7917588	750.8772736	0.1138865208E-01
-6.9078	1000.842720	1000.954280	0.1114540545E-01
-6.6199	1334.416688	1334.562962	0.1096042800E-01
-6.3321	1779.101185	1779.293647	0.1081672618E-01
-6.0443	2372.083973	2372.337825	0.1070050781E-01
-5.7565	3162.821245	3163.156650	0.1060348093E-01
-5.4687	4217.262414	4217.706103	0.1051968617E-01
-5.1808	5623.912520	5624.500186	0.1044833267E-01
-4.8930	7499.105409	7499.884521	0.1038832250E-01
-4.6052	9999.657452	10000.69186	0.1034341329E-01
-4.3174	13334.11648	13335.49490	0.1032144155E-01
-4.0295	17782.36143	17784.20156	0.1034700238E-01
-3.7417	23712.25134	23714.73175	0.1045936182E-01
-3.4539	31619.64252	31623.03789	0.1073700740E-01
-3.1661	42163.91397	42168.68962	0.1132510135E-01
-2.8782	56229.79988	56236.83910	0.1251710283E-01
-2.5904	74979.66698	74990.84184	0.1490163982E-01
-2.3026	99975.05765	99994.87007	0.1981343829E-01
-2.0148	133234.2251	133274.1277	0.2994022515E-01
-1.7270	177090.0127	177175.7787	0.4840729104E-01
-1.4391	233469.4019	233645.3773	0.7531730756E-01

Tabla III.2

-1.1513	302517.3626	302647.8469	0.1601563321
-0.8635	381304.4289	382321.9006	0.1533147999
-0.5757	466561.6124	467330.3179	0.1602090573
-0.2878	551266.1771	552208.5474	0.1615005252
0.0000	630845.7670	632120.9267	0.2017243193
0.2878	701966.7447	703538.8169	0.2234520922
0.5756	762976.7610	764876.7684	0.2484045392
0.8635	813654.0565	815916.3186	0.2772664353
1.1513	854659.2041	857315.4006	0.3048201528
1.4391	887197.8140	890271.9009	0.3452975235
1.7269	912622.0113	916127.2912	0.3826193146
2.0147	932749.4646	935187.7802	0.4216219601
2.3026	947265.9876	951626.5655	0.4562230138
2.5904	958601.1313	963424.9577	0.4944678191
2.8782	967261.2170	972401.8311	0.5266481304
3.1660	973721.2229	979207.3597	0.5662630282
3.4539	978556.2757	984354.3309	0.5992211500
3.7417	982160.8942	988236.3047	0.6147730501
4.0295	984841.8557	991160.8728	0.6375309605
4.3173	986831.0366	993361.6280	0.6574233581
4.6052	988304.2060	995016.7781	0.6796109896
4.8930	989392.3209	996259.9124	0.6893373346
5.1808	990194.8824	997193.5131	0.7018327559
5.4686	990785.8034	997894.3970	0.7123593069
5.7564	991220.1688	998420.4291	0.7211651641
6.0443	991539.0300	998815.2677	0.7264665407
6.3321	991772.5612	999111.3800	0.7345340052
6.6199	991943.3923	999333.5148	0.7395651219
6.9077	992068.1563	999500.1395	0.7435700041
7.1956	992159.1543	999625.1551	0.7465600434
7.4834	992225.3685	999718.8819	0.7495620485
7.7712	992273.4871	999789.1764	0.7517274068
8.0590	992308.3949	999841.6954	0.7534691766
8.3469	992333.6613	999881.4442	0.7548657842
8.6347	992351.9519	999911.0919	0.7559612131
8.9225	992365.1334	999933.3258	0.7566697020
9.2103	992374.6246	999949.9997	0.7575755655
9.4981	992381.4152	999962.5039	0.7581342971
9.7860	992386.3372	999971.8839	0.7585759951
10.0738	992389.8355	999978.9153	0.7589239446
10.3616	992392.3333	999984.1883	0.7591975027
10.6494	992394.1117	999988.1126	0.7594129605
10.9373	992395.3752	999991.1068	0.7595601235
11.2251	992396.2699	999993.3324	0.7597113197
11.5129	992396.9019	999994.9999	0.7598130016
11.8007	992397.3470	999996.2504	0.7598931679
12.0886	992397.6596	999997.1884	0.7599550196
12.3764	992397.8782	999997.8915	0.7600029389
12.6642	992398.0306	999998.4188	0.7600400205
12.9520	992398.1364	999998.8143	0.7600686535
13.2398	992398.2097	999999.1106	0.7600907901
13.5277	992398.2601	999999.3332	0.7601079222
13.8155	992398.2946	999999.5000	0.7601209151
14.1033	992398.3182	999999.6250	0.7601309594
14.3911	992398.3342	999999.7186	0.7601386736
14.6790	992398.3449	999999.7892	0.7601445629
14.9668	992398.3521	999999.8419	0.7601490965
15.2546	992398.3569	999999.8814	0.7601525395
15.5424	992398.3601	999999.9111	0.7601551043
15.8302	992398.3621	999999.9333	0.7601571659
16.1181	992398.3635	999999.9499	0.7601586641
16.4059	992398.3643	999999.9625	0.7601596180
16.6937	992398.3649	999999.9720	0.7601607362
16.9815	992398.3652	999999.9789	0.7601613813
17.2691	992398.3654	999999.9843	0.7601616958
17.5572	992398.3655	999999.9882	0.7601622713
17.8450	992398.3656	999999.9913	0.7601625737
18.1328	992398.3657	999999.9941	0.7601627446

$$E = ((| VC - VR |) / VR) \times 100 \qquad \text{III.1}$$

donde E representa el error relativo en por ciento, VC el valor calculado y Vr el valor real.

Los resultados obtenidos para el error relativo en por ciento de la tabla III.1 (cuarta columna), muestran que FFB(x) trabaja en forma adecuada para el total de abscisas manejado. Con un error pico del 1.2%. Sin embargo, se debe de tomar en cuenta que dicho error se manifiesta en la parte negativa x de la función de Bessel, donde su comportamiento se vuelve altamente oscilatorio, y por ende, no es susceptible de ser calculado en forma precisa. Por otra parte, también se observa que el porcentaje de error para las abscisas grandes negativas, muestran una conducta predominantemente oscilatorio. Situación que casi no se presenta para las abscisas positivas.

Para la tabla III.2 se tiene que el error pico encontrado es del 0.7% ; incluyendo la parte oscilatoria de la función de Bessel. Manteniendo un porcentaje de error inferior al 0.1%, para las abscisas de $-11.8 \leq x \leq 1.4$. A partir de las cuales se observa un incremento del error porcentual hacia los extremos. Localizándose, de esta manera, los mayores errores porcentuales en las abscisas -18.4 y 18.1. Por otra parte, a pesar de que el error pico es del 0.7%, no hay que suponer que esta técnica, sea mejor que la presentada en la sección II.1.1 (tabla III.1). Debido a que para el rango de abscisas de $-10.9 \leq x \leq 18.1$, los errores porcentuales encontrados, son mayores para el caso de la FVH(x).

La tabla III.3 muestra, para las mismas abscisas de las tablas anteriores, las funciones transformada de resistividades calculadas a partir de la convolución, entre las FFB(x) y FVH(x), con la función de resistividad aparente dada por la ecuación II.1.6 (segunda y sexta columnas, respectivamente). Así como también, se presenta la función transformada de resistividades (tercera columna), obtenida al convolucionar la F(x) de Mansinha de 22 coeficientes (calculada a través del programa desarrollado por Tejero, González y León, 1986) y la función de resistividad aparente, ecuación II.1.6. Asimismo, para la séptima columna, se tiene la función transformada de resistividades exacta, expresada por la ecuación II.1.5. Por comodidad en el manejo de esta tabla se añaden, las funciones transformada de resistividades, encontradas a través de la convolución entre la F(x) original de Seara y la F(x), también de Seara, pero sin desplazamiento (ver apéndice A), con la función de resistividad aparente expresada por la ecuación II.1.6 (cuarta y quinta columnas, respectivamente). Para las cuales, también fue aplicada, la compensación por truncamiento.

Para la tabla III.4 se presentan, de la segunda a la sexta columnas, los errores relativos en por ciento (ecuación III.1), de las funciones transformada de resistividades establecidas en la segunda, tercera, cuarta, quinta y sexta columnas de la tabla III.3, respectivamente.

Para iniciar una discusión acerca de los resultados obtenidos a partir del método de la sección II.1.1, es pertinente recordar, que ésta técnica únicamente retoma la

T A B L A III.3

COMPARACION DE LAS DIFERENTES FUNCIONES TRANSFORMADA DE RESISTIVIDADES (T(Y)), ENCONTRADAS A TRAVES DE LA CONVOLUCION DE LAS F(X) (DISENADAS BAJO EL METODO DE TRASNFORMADA DE FOURIER), Y LA FUNCION DE RESISTIVIDAD APARENTE.

ABSCISAS LN	T(Y) CALCULADA (CON FILTRO BUTTERWORTH)	T(Y) CALCULADA (MANSINHA 22 COEF.)	T(Y) CALCULADA SEARA (CON DES.)	T(Y) CALCULADA SEARA (SIN DES.)	T(Y) CALCULADA (VENTANA HANNING)	T(Y) EVALUADA (VALOR EXACTO)
-18.4207	1.0206284	1.0099400	1.0090160	.98506627	1.0024066	1.0099996
-18.1329	1.0247295	1.0132600	1.0122892	.98577978	1.0057435	1.0133346
-17.8450	1.0298213	1.0176900	1.0167551	.98840909	1.0101947	1.0177634
-17.5572	1.0363427	1.0236000	1.0227772	.99323888	1.0161261	1.0237180
-17.2694	1.0446542	1.0314800	1.0308271	1.0065599	1.0240394	1.0310224
-16.9816	1.0553980	1.0419900	1.0415346	1.0108379	1.0345862	1.0421071
-16.6937	1.0697285	1.0560100	1.0557619	1.0248177	1.0486593	1.0562304
-16.4059	1.0888823	1.0747000	1.0746591	1.0435729	1.0674100	[illegible]
-16.1181	1.1140400	1.0996100	1.0997889	1.0686227	1.0924263	1.0997995
-15.8303	1.1471830	1.1323400	1.1332368	1.1020254	1.1257757	[illegible]
-15.5425	1.1917119	1.1771600	1.1777800	1.1465494	1.1702453	1.1778188
-15.2546	1.2515719	1.2362700	1.2371721	1.2059215	1.2295672	1.2371434
-14.9668	1.3307520	1.3159700	1.3163046	1.2850464	1.3085472	[illegible]
-14.6790	1.4355368	1.4201500	1.4217997	1.3905378	1.4140982	1.4216676
-14.3912	1.5761104	1.5602700	1.5624554	1.5311919	1.5547149	1.5623165
-14.1033	1.7648523	1.7472000	1.7500774	1.7188137	1.7422994	[illegible]
-13.8155	2.0151216	1.9963900	2.0001823	1.9689193	1.9923666	2.0061096
-13.5277	2.3469230	2.3286900	2.3336654	2.3024240	2.3256273	2.3345032
-13.2399	2.7913745	2.7718100	2.7784017	2.7471426	2.7703933	[illegible]
-12.9520	3.3873198	3.3629300	3.3716584	3.3404027	3.3630677	[illegible]
-12.6642	4.1787794	4.1509600	4.1625195	4.1312684	4.1544692	4.1623395
-12.3764	5.2294278	5.2017800	5.2171221	5.1658771	5.2089651	[illegible]
-12.0886	6.6349544	6.6030400	6.6234220	6.5921862	6.6151327	[illegible]
-11.8008	8.5166845	8.4716100	8.4987073	8.4674841	8.4902393	[illegible]
-11.5129	11.020201	10.964300	11.000380	10.969175	10.991676	[illegible]
-11.2251	14.345894	14.287400	14.335336	14.304155	14.326316	14.335237
-10.9373	18.790872	18.718600	18.782467	18.751319	18.773032	[illegible]
-10.6495	24.736647	24.627500	24.712673	24.681570	24.702632	[illegible]
-10.3616	32.653077	32.510300	32.623708	32.592665	32.612977	[illegible]
-10.0738	43.177362	43.018700	43.169836	43.138674	43.158178	[illegible]
-9.7860	57.234548	57.031500	57.233001	57.202142	57.219465	[illegible]
-9.4982	76.025008	75.717400	75.986104	75.955377	75.971364	[illegible]
-9.2104	101.04650	100.63500	100.99320	100.96264	100.97604	[illegible]
-8.9225	134.35362	133.87600	134.35326	134.32291	134.33294	134.35431
-8.6347	178.80873	178.18800	178.82527	178.79519	178.80073	178.82071
-8.3469	238.20153	237.27900	238.12828	238.09855	238.09810	238.13025
-8.0591	317.31925	316.07600	317.20831	317.17901	317.17058	317.21095

CONT. TABLA III.3

-7.7712	422.68577	421.19300	422.70296	422.67421	422.65515	422.70649
-7.4834	563.27386	561.32400	563.33693	563.30889	563.27505	563.34164
-7.1956	751.02674	748.18700	750.87103	750.84389	750.79176	750.87727
-6.9078	1001.1988	997.36600	1000.9460	1000.9201	1000.8427	1000.9543
-6.6199	1334.4902	1329.7800	1334.5520	1334.5276	1334.4167	1334.5630
-6.3321	1779.0991	1772.9200	1779.2791	1779.2570	1779.1012	1779.2936
-6.0443	2372.6783	2363.8400	2372.3184	2372.2997	2372.0840	2372.3378
-5.7565	3163.7324	3151.8400	3163.1306	3163.1170	3162.8212	3163.1567
-5.4687	4217.4929	4202.6500	4217.6710	4217.6652	4217.2624	4217.7061
-5.1808	5623.9933	5604.5100	5624.4528	5624.4587	5623.9125	5624.5002
-4.8930	7500.7051	7473.4300	7499.8208	7499.8439	7499.1654	7499.8845
-4.6052	10002.039	9965.8800	10000.606	10000.655	9999.0575	10000.692
-4.3174	13334.876	13290.200	13335.381	13335.467	13334.118	13335.495
-4.0295	17783.920	17726.400	17784.051	17784.193	17782.361	17784.202
-3.7417	23716.792	23643.700	23714.537	23714.757	23712.251	23714.732
-3.4539	31625.864	31542.200	31622.793	31623.124	31619.643	31623.039
-3.1661	42166.890	42092.100	42168.396	42168.876	42163.914	42168.890
-2.8782	56235.087	56201.700	56236.515	56237.185	56229.800	56236.839
-2.5903	74996.015	75075.500	74990.543	74991.434	74979.007	74990.842
-2.3026	99999.060	100325.00	99994.732	99995.846	99975.058	99994.870
-2.0148	133271.38	133967.00	133274.40	133275.70	133234.23	133274.13
-1.7270	177177.59	178210.00	177176.81	177178.18	177098.00	177175.78
-1.4391	233654.83	234792.00	233647.48	233648.72	233469.40	233645.38
-1.1513	302846.04	303809.00	302844.07	302844.97	302519.36	302840.85
-0.8635	382322.62	382977.00	382325.94	382320.37	381804.43	382321.59
-0.5757	467335.56	467735.00	467334.63	467334.65	466581.61	467330.32
-0.2878	552276.23	552545.00	552272.62	552272.41	551266.18	552266.55
0.0000	632124.19	632331.00	632124.47	632124.24	630845.79	632126.93
0.2878	703539.63	703687.00	703541.77	703541.59	701966.74	703534.62
0.5756	764379.71	764967.00	764879.17	764879.04	762970.76	764879.77
0.8635	815919.91	815972.00	815918.25	815915.16	813659.06	815919.32
1.1513	857316.82	857361.00	857316.96	857316.96	854659.26	857319.40
1.4391	890272.37	890315.00	890273.20	890273.26	887197.61	890271.96
1.7269	916128.75	916164.00	916128.41	916128.48	912622.01	916127.29
2.0147	936189.48	936216.00	936188.74	936188.79	932249.97	936147.78
2.3026	951627.29	951648.00	951627.36	951627.38	947255.99	951626.57
2.5904	963425.22	963442.00	963425.59	963425.59	958661.13	963124.76
2.8782	972402.42	972416.00	972402.32	972402.31	967261.25	972403.63
3.1660	979208.00	979220.00	979207.73	979207.71	973721.22	979207.36
3.4539	984354.56	984366.00	984354.61	984354.58	978556.28	[illegible]
3.7317	988236.35	988249.00	988236.51	988236.48	982169.69	988236.33
4.0295	991161.06	991176.00	991161.02	991160.99	984811.46	[illegible]
4.3173	993361.85	993383.00	993361.73	993361.71	986831.94	[illegible]
4.6052	995016.85	995048.00	995016.86	995016.43	988304.21	995016.72
4.8930	996259.92	996304.00	996259.97	996259.95	989392.32	996259.41
5.1808	997193.59	997256.00	997193.56	997193.53	990194.68	997193.91

CONT. TABLA III.3

5.4686	997894.49	997982.00	997894.44	997894.41	990785.30	997894.40
5.7564	998420.47	998537.00	998420.46	998420.43	991220.17	998420.43
6.0443	998815.28	998962.00	998815.30	998815.27	991539.03	998815.27
6.3321	999111.42	999284.00	999111.41	999111.37	991772.56	999111.36
6.6199	999333.57	999522.00	999333.54	999333.50	991943.39	999333.51
6.9077	999500.17	999690.00	999500.16	999500.13	992066.15	999500.14
7.1956	999625.17	999802.00	999625.17	999625.14	992159.15	999625.16
7.4834	999718.91	999873.00	999718.90	999718.66	992225.37	999718.[illegible]
7.7712	999789.21	999915.00	999789.19	999789.16	992273.49	999789.18
8.0590	999841.92	999941.00	999841.91	999841.88	992306.39	999841.90
8.3469	999881.46	999955.00	999881.45	999881.42	992333.68	999881.44
8.6347	999911.11	999963.00	999911.10	999911.07	992351.95	999911.09
8.9225	999933.35	999968.00	999933.34	999933.31	992365.13	999933.33
9.2103	999950.02	999971.00	999950.01	999949.98	992374.02	[illegible]
9.4981	999962.52	999972.00	999962.51	999962.48	992381.45	999962.50
9.7860	999971.91	999973.00	999971.69	999971.86	992386.34	999971.[illegible]
10.0738	999978.94	999974.00	999978.92	999978.89	992389.44	[illegible].92
10.3616	999984.21	999974.00	999984.20	999984.17	992392.33	[illegible].19
10.6494	999988.16	999974.00	999988.15	999988.12	992394.11	[illegible].14
10.9373	999991.13	999974.00	999991.12	999991.09	992395.38	[illegible].11
11.2251	999993.35	999974.00	999993.34	999993.31	992396.27	999993.33
11.5129	999995.02	999974.00	999995.01	999994.96	992396.90	[illegible].06
11.8007	999996.27	999974.00	999996.26	999996.23	992397.35	[illegible].25
12.0886	999997.21	999974.00	999997.20	999997.17	992397.66	999997.19
12.3764	999997.91	999974.00	999997.90	999997.67	992397.88	999997.89
12.6642	999998.44	999974.00	999998.43	999998.40	992398.03	[illegible]
12.9520	999998.84	999974.00	999998.82	999998.79	992398.14	[illegible].41
13.2398	999999.13	999974.00	999999.12	999999.09	992398.21	[illegible].11
13.5277	999999.35	999974.00	999999.34	999999.31	992398.26	[illegible].33
13.8155	999999.52	999974.00	999999.51	999999.48	992398.29	[illegible]
14.1033	999999.65	999974.00	999999.63	999999.60	992398.32	[illegible]
14.3911	999999.74	999974.00	999999.73	999999.70	992398.33	[illegible].72
14.6790	999999.81	999974.00	999999.80	999999.77	992398.34	[illegible].79
14.9668	999999.86	999974.00	999999.85	999999.82	992398.35	[illegible]
15.2546	999999.90	999974.00	999999.89	999999.86	992398.36	[illegible]
15.5424	999999.93	999974.00	999999.92	999999.89	992398.36	[illegible]
15.8302	999999.95	999974.00	999999.94	999999.91	992398.36	[illegible]
16.1181	999999.97	999974.00	999999.96	999999.93	992398.36	[illegible]
16.4059	999999.98	999974.00	999999.97	999999.94	992398.36	[illegible]
16.6937	999999.99	999974.00	999999.98	999999.96	992398.36	[illegible]
16.9815	999999.99	999974.00	999999.99	999999.96	992398.37	[illegible]
17.2694	1000000.0	999974.00	999999.99	999999.97	992398.37	[illegible]
17.5572	1000000.0	999974.00	999999.99	999999.98	992398.37	[illegible]
17.8450	1000000.0	999974.00	1000000.0	999999.98	992398.37	[illegible]
18.1328	1000000.0	999974.00	1000000.0	999999.99	992398.37	[illegible]

T A B L A III.4

COMPARACION DE LOS ERRORES RELATIVOS EN PORCIENTO, CALCULADOS PARA LAS DIFERENTES FUNCIONES TRANSFORMADA DE RESISTIVIDADES (T(Y)), PRESENTADAS EN LA TABLA III.3.

ABSCISAS LN	T(Y) CALCULADA (CON FILTRO BUTTERWORTH)	T(Y) CALCULADA (MANGINHA 22 COEF.)	T(Y) CALCULADA SEARA (CON DES.)	T(Y) CALCULADA SEARA (SIN DES.)	T(Y) CALCULADA (VENTANA HANNING)
-18.4207	1.0523368	0.59204962E-02	0.97404574E-01	2.4600865	0.75140362
-18.1329	1.1244911	0.73653853E-02	0.10317016	2.7192254	0.74912262
-17.8450	1.1827562	0.91757745E-02	0.10103407	2.8861049	0.74560757
-17.5572	1.2330154	0.11134165E-01	0.91504562E-01	2.9769153	0.74101879
-17.2694	1.2632366	0.13800786E-01	0.77092551E-01	3.0110324	0.73505056
-16.9816	1.2694532	0.17092731E-01	0.60796863E-01	3.0062577	0.72732496
-16.6937	1.2773716	0.21437814E-01	0.44972379E-01	2.9746391	0.71737229
-16.4059	1.2922466	0.27047209E-01	0.30855056E-01	2.9226144	0.70[illegible]
-16.1181	1.2764160	0.35405926E-01	0.19136627E-01	2.8524361	0.68[illegible]170
-15.8303	1.2200897	0.44353375E-01	0.98424265E-02	2.7637516	0.66[illegible]
-15.5425	1.1795604	0.55930592E-01	0.27821758E-02	2.6548577	[illegible]
-15.2546	1.1062755	0.70594567E-01	0.23263270E-02	2.5237030	0.6123[illegible]
-14.9668	1.1034259	0.88011471E-01	0.57834106E-02	2.3690420	0.57[illegible]
-14.6790	0.97371438	0.10815554	0.78826739E-02	2.1910488	0.53383[illegible]
-14.3912	0.88291463	0.13099062	0.88944640E-02	1.9922077	0.4[illegible]
-14.1033	0.85338540	0.15536304	0.90689355E-02	1.7775145	0.435[illegible]
-13.8155	0.75559899	0.18097704	0.86356587E-02	1.5545065	0.38219727
-13.5277	0.57506686	0.20627033	0.78034601E-02	1.3318711	0.32694751
-13.2399	0.47370039	0.23051215	0.67510275E-02	1.1183974	0.2779[illegible]
-12.9520	0.47014745	0.25326984	0.56216743E-02	0.92141332	0.23079513
-12.6642	0.39516163	0.27319919	0.45187175E-02	0.74628949	[illegible]
-12.3764	0.23938477	0.29057661	0.35060213E-02	0.59540358	0.1527[illegible]
-12.0886	0.17673621	0.30511768	0.26164048E-02	0.46699175	0.12253[illegible]
-11.8008	0.21339346	0.31698553	0.18606568E-02	0.36553343	0.97779372E-01
-11.5129	0.18111278	0.32676228	0.12346816E-02	0.28244545	0.77895631E-01
-11.2251	0.74377101E-01	0.33366771	0.72620586E-03	0.21678645	0.6218[illegible]E-01
-10.9373	0.45073192E-01	0.33971308	0.32487850E-03	0.16551149	0.45[illegible]E-01
-10.6495	0.97016101E-01	0.34464615	0.77288266E-05	0.12585119	[illegible]E-01
-10.3616	0.89783264E-01	0.34786266	0.23887479E-03	0.95392239E-01	0.33[illegible]E-01
-10.0738	0.17052528E-01	0.35052258	0.32670816E-03	0.72149630E-01	0.27[illegible]E-01
-9.7860	0.21371465E-02	0.35263598	0.56596144E-03	0.54464358E-01	0.23[illegible]E-01
-9.4982	0.50533351E-01	0.35428549	0.66547251E-03	0.41103071E-01	0.2014[illegible]E-01
-9.2104	0.52049461E-01	0.35540490	0.73390544E-03	0.30992949E-01	0.1772[illegible]E-01
-8.9225	0.36671693E-03	0.35600518	0.77891064E-03	0.23367096E-01	0.15[illegible]E-01
-8.6347	0.10057436E-01	0.35716912	0.80765338E-03	0.17627837E-01	0.14[illegible]E-01
-8.3469	0.29932233E-01	0.35747143	0.82505208E-03	0.13312295E-01	0.1339[illegible]E-01
-8.0591	0.34141696E-01	0.35779067	0.83405005E-03	0.10070859E-01	0.127259[illegible]E-01

CONT. TABLA III.4

-7.7712	0.49015807E-02	0.35804823	0.83672715E-03	0.76374507E-02	0.12166490E-01
-7.4834	0.12031456E-01	0.35815490	0.83546106E-03	0.58131686E-02	0.11713052E-01
-7.1956	0.19906156E-01	0.35820466	0.83192021E-03	0.41154680E-02	[illegible]
-6.9078	0.24427389E-01	0.35848590	0.82721061E-03	0.34195358E-02	[illegible]
-6.6199	0.54557186E-02	0.35839163	0.82229106E-03	0.26465593E-02	[illegible]
-6.3321	0.10935969E-01	0.35821720	0.81925709E-03	0.20599196E-02	[illegible]
-6.0443	0.14350275E-01	0.35820468	0.81973991E-03	0.16079076E-02	[illegible]
-5.7565	0.18200616E-01	0.35776445	0.82436638E-03	0.12537475E-02	[illegible]
-5.4687	0.50537661E-02	0.35697373	0.83222963E-03	0.96981627E-03	[illegible]
-5.1808	0.90122675E-02	0.35541266	0.84163923E-03	0.73779000E-03	[illegible]
-4.8930	0.10941555E-01	0.35273238	0.84993309E-03	0.54152834E-03	[illegible]
-4.6052	0.13471468E-01	0.34809452	0.85484066E-03	0.36797454E-03	[illegible]
-4.3174	0.46373982E-02	0.33965609	0.85411153E-03	0.20554168E-03	[illegible]
-4.0295	0.66412878E-02	0.32501633	0.84423245E-03	0.49032283E-04	[illegible]
-3.7417	0.86683547E-02	0.29952584	0.81949061E-03	0.10837146E-03	[illegible]
-3.4539	0.59378194E-02	0.25562974	0.77285427E-03	0.27109982E-03	[illegible]
-3.1661	0.32669573E-02	0.18162675	0.69556347E-03	0.44246049E-03	[illegible]
-2.8782	0.31159646E-02	0.62484131E-01	0.57650157E-03	0.61493499E-03	[illegible]
-2.5904	0.68993090E-02	0.11289133	0.39524863E-03	0.78929638E-03	[illegible]
-2.3026	0.41903956E-02	0.33014687	0.13850711E-03	0.97622008E-03	[illegible]
-2.0148	0.20634913E-02	0.51988506	0.20559129E-03	0.11783963E-02	[illegible]
-1.7270	0.10236727E-02	0.58372612	0.58156072E-03	0.13551513E-02	[illegible]
-1.4391	0.20450618E-02	0.49075343	0.89994001E-03	0.14304534E-02	[illegible]
-1.1513	0.17162480E-02	0.31969040	0.10633968E-02	0.13603185E-02	[illegible]
-0.8635	0.18725059E-03	0.17134755	0.10564658E-02	0.11685703E-02	[illegible]
-0.5757	0.11219259E-02	0.86594446E-01	0.92320139E-03	0.92602595E-03	[illegible]
-0.2878	0.13917686E-02	0.50057640E-01	0.73696031E-03	0.70025715E-03	[illegible]
0.0000	0.51592976E-03	0.33233087E-01	0.55994033E-03	0.52880800E-03	[illegible]
0.2878	0.11491903E-03	0.21062534E-01	0.41959305E-03	0.39372383E-03	[illegible]
0.5756	0.38484631E-03	0.11796881E-01	0.31462585E-03	0.29726357E-03	[illegible]
0.8635	0.44013092E-03	0.68244008E-02	0.23675222E-03	0.22787676E-03	[illegible]
1.1513	0.16516675E-03	0.53189293E-02	0.18187606E-03	0.18226604E-03	[illegible]
1.4391	0.52927650E-04	0.48411165E-02	0.14615750E-03	0.15287464E-03	[illegible]
1.7269	0.15936650E-03	0.40069541E-02	0.12233016E-03	0.13094713E-03	[illegible]
2.0147	0.18103206E-03	0.30143312E-02	0.10276784E-03	0.10776820E-03	[illegible]
2.3026	0.75985689E-04	0.22524066E-02	0.83887948E-04	0.85747921E-04	[illegible]
2.5904	0.26662497E-04	0.17689286E-02	0.66035242E-04	0.55869163E-04	[illegible]
2.8782	0.60715641E-04	0.14571034E-02	0.50616935E-04	0.49321174E-04	[illegible]
3.1660	0.65338561E-04	0.12908706E-02	0.38030760E-04	0.35957655E-04	[illegible]
3.4539	0.23223345E-04	0.11854573E-02	0.27998018E-04	0.25478630E-04	[illegible]
3.7417	0.40982101E-05	0.12846421E-02	0.20306906E-04	0.17647663E-04	[illegible]
4.0295	0.18064982E-04	0.15262104E-02	0.14699935E-04	0.12036391E-04	[illegible]
4.3173	0.22247688E-04	0.21514823E-02	0.10731238E-04	0.80333282E-05	[illegible]
4.6052	0.69546566E-05	0.31378265E-02	0.79697149E-05	0.52260425E-05	[illegible]
4.8930	0.42157673E-06	0.44253111E-02	0.60927870E-05	0.33224202E-05	[illegible]

CONT. TABLA III.4

5.1808	0.73506294E-05	0.62662762E-02	0.48837061E-05	0.20657976E-05	0.70163275
5.4686	0.97104463E-05	0.87787846E-02	0.40986301E-05	0.11624477E-05	0.71235931
5.7564	0.39462334E-05	0.11675532E-01	0.35055372E-05	0.43068029E-06	0.72116516
6.0443	0.12915301E-05	0.14690634E-01	0.29635347E-05	0.19022537E-06	0.72846583
6.3321	0.40536021E-05	0.17277353E-01	0.25222413E-05	0.71063148E-06	0.73453466
6.6199	0.50333547E-05	0.18861091E-01	0.21314206E-05	0.11007336E-05	0.73950512
6.9077	0.26513253E-05	0.18995545E-01	0.18109052E-05	0.14107052E-05	0.74357066
7.1956	0.14905587E-05	0.17691121E-01	0.15605850E-05	0.16506187E-05	0.74668001
7.4834	0.26507452E-05	0.15416144E-01	0.13703852E-05	0.18105090E-05	0.74956266
7.7712	0.31306600E-05	0.12585013E-01	0.12302594E-05	0.19204049E-05	0.75172711
8.0590	0.22003479E-05	0.99120271E-02	0.11301787E-05	0.19903147E-05	0.75346916
8.3469	0.17502075E-05	0.73564522E-02	0.10701269E-05	0.20202395E-05	0.75486579
8.6347	0.22502001E-05	0.51912715E-02	0.10200907E-05	0.20501823E-05	0.75598171
8.9225	0.25001667E-05	0.34676512E-02	0.99006601E-06	0.20501367E-05	0.75686976
9.2103	0.21401070E-05	0.21001350E-02	0.97004850E-06	0.20601030E-05	0.75757537
9.4981	0.19500731E-05	0.94964551E-03	0.95003562E-06	0.20700779E-05	0.75813430
9.7860	0.21500605E-05	0.11161314E-03	0.94002643E-06	0.20800585E-05	0.75857600
10.0738	0.22500477E-05	0.49151036E-03	0.93001961E-06	0.20900411E-05	0.75892191
10.3616	0.21100334E-05	0.10188461E-02	0.92001455E-06	0.21100334E-05	0.75919759
10.6494	0.20200240E-05	0.14142768E-02	0.91001079E-06	0.21200251E-05	0.75941265
10.9373	0.21100166E-05	0.17108957E-02	0.91000809E-06	0.21200188E-05	0.75958011
11.2251	0.21600144E-05	0.19332529E-02	0.90000600E-06	0.21300142E-05	0.75971132
11.5129	0.21000105E-05	0.21000065E-02	0.90000450E-06	0.21300106E-05	0.75981366
11.8007	0.20600077E-05	0.22250483E-02	0.89000334E-06	0.21100080E-05	0.75989315
12.0886	0.20900059E-05	0.23188465E-02	0.89000250E-06	0.21400050E-05	0.75995562
12.3764	0.21200045E-05	0.23891550E-02	0.89000188E-06	0.21400045E-05	0.76000293
12.6642	0.20900033E-05	0.24418839E-02	0.89000191E-06	0.21400034E-05	0.76004002
12.9520	0.20700025E-05	0.24814329E-02	0.88000104E-06	0.21500025E-05	0.76006869
13.2398	0.20800018E-05	0.25110822E-02	0.89000079E-06	0.21400019E-05	0.76009079
13.5277	0.20900014E-05	0.25333217E-02	0.89000059E-06	0.21300014E-05	0.76010782
13.8155	0.20700010E-05	0.25500013E-02	0.88000044E-06	0.21300011E-05	0.76012092
14.1033	0.20600008E-05	0.25625010E-02	0.88000033E-06	0.21200008E-05	0.76013097
14.3911	0.20500006E-05	0.25718807E-02	0.88000025E-06	0.21100006E-05	0.76013867
14.6790	0.20300004E-05	0.25789205E-02	0.87000018E-06	0.21000004E-05	0.76014459
14.9668	0.20100003E-05	0.25841904E-02	0.87000014E-06	0.20700003E-05	0.76014910
15.2546	0.19800002E-05	0.25881403E-02	0.86000010E-06	0.20100002E-05	0.76015255
15.5424	0.19500002E-05	0.25911102E-02	0.85000008E-06	0.20100002E-05	0.76015517
15.8302	0.19000001E-05	0.25933302E-02	0.84000006E-06	0.19500001E-05	0.76015717
16.1181	0.18500001E-05	0.25949901E-02	0.83000004E-06	0.18800001E-05	0.76015868
16.4059	0.17500001E-05	0.25962501E-02	0.80000003E-06	0.18000001E-05	0.76015982
16.6937	0.16300000E-05	0.25972001E-02	0.76000002E-06	0.17000000E-05	0.76016072
16.9815	0.15100000E-05	0.25978901E-02	0.73000002E-06	0.15400000E-05	0.76016135
17.2694	0.13200000E-05	0.25984300E-02	0.67000001E-06	0.13700000E-05	0.76016193
17.5572	0.11200000E-05	0.25988200E-02	0.62000001E-06	0.11400000E-05	0.76016226
17.8450	0.87000001E-06	0.25991300E-02	0.53000001E-06	0.90000001E-06	0.76016256
18.1328	0.69000000E-06	0.25993100E-02	0.50000000E-06	0.59000000E-06	0.76016275

idea central del mètodo de Mansinha, de utilizar el filtro de Butterworth para eliminar el desplazamiento propuesto por Koefoed, y que los procedimientos que se siguen en ambos mètodos, son completamente diferentes.

De acuerdo a Mansinha (1984), sus filtros estân diseñados para trabajar en forma eficiente dentro del rango de $-7 \leq x \leq 7$. Aunque, como se observa en la tercera columna de la tabla III.4, los resultados continûan siendo alentadores para el total de abscisas manejado; con un error pico del 0.3%. Sin embargo, cuando se comparan estos resultados con respecto a los obtenidos mediante la aplicaciòn del FFB(x) (segunda columna de la misma tabla), se observa que estos ûltimos, superan ampliamente a los encontrados con los del filtro de Mansinha; excepto para los valores comprendidos entre las abscisas $-18.4 \leq x \leq -12.6$. De tal forma, que con el FFB(x) se obtienen errores sumamente bajos, en relaciòn a las encontradas con el filtro de Mansinha. Por lo que el FFB(x) que se propone en este trabajo de tesis, es sin lugar a dudas, màs eficiente en cuanto a la obtenciòn de resultados que el filtro de Mansinha; por lo menos, dentro del rango de abscisas para las cuales, segûn Mansinha, sus filtros operan en forma òptima. Por otra parte, el FFB(x) presenta dos ventajas adicionales, desde el punto de vista del mètodo de diseño del filtro. La primera, està relacionada con el procedimiento de càlculo de la FFB(x). Ya que para èsta, ûnicamente se necesita efectuar un simple producto en el dominio-k. Mientras que la têcnica que utiliza Mansinha, es muy laboriosa, puesto que èl requiere de establecer un conjunto de 25000 muestras y despuès otro de 500 muestras, a partir del cual se calculan los coeficientes de la F(x) (ver secciòn I.6). La segunda ventaja que presenta el mètodo, es que Mansinha utiliza, para la compensaciòn por truncamiento, un sistema de regla trapezoidal, el cual es màs difìcil de aplicar que la tècnica tradicionalmente empleada en el Mètodo de Transformada de Fourier, (ver secciòn II.1.1). Otra ventaja que tiene el mètodo, està relacionada al hecho de su fàcil implementaciòn al Mètodo de Transformada de Fourier. Por ùltimo, hay que dejar claro, que para efectuar una mejor comparaciòn entre ambos mètodos es necesario igualar el nùmero de coeficientes utilizados. Ya que para el mètodo de la secciòn II.1.1 se utilizan 128 coeficientes, y en cambio en el otro, ùnicamente 22. Dicha diferencia, como se sabe, afecta directamente sobre la eficiencia de los filtros. Asì entonces, haciendo una evaluaciòn general de los diferentes aspectos presentados anteriormente, se concluye, que el mètodo filtro de Butterworth presentado en la secciòn II.1.1, es màs competente que el mètodo de Mansinha. Ademàs, es de esperarse, que dicho comportamiento se mantenga para contrastes de resistividades menores al utilizado, de $1{:}10^6$.

Una situaciòn que tambièn vale la pena aclarar, es que, de acuerdo a Mansinha, sus filtros deben de por lo menos cumplir su cometido bàsico, es decir, ofrecer mejores resultados que cuando no se utiliza la tècnica de desplazamiento sugerida por Koefoed. Pero, como se observa en la quinta columna de la tabla III.4, èste objetivo ni siquiera es completado;

inclusive para el rango de abscisas para las cuales fueron diseñados. Aunque contradictoriamente, presentan resultados eficientes para fuera de dicho rango. En resumen, dichas observaciones, tal vez no puedan ser concluyentes para establecer si la técnica de diseño de filtros directos de Mansinha sea errónea, sin embargo, en su artículo tampoco plantea bajo qué consideraciones deben de ser utilizados, o calculados, sus filtros. De una forma completamente diferente, para el caso del FFB(x) presentado en la sección II.1.1, se observa que éste, sí cumple por lo menos el objetivo básico de dar mejores resultados que cuando no se utiliza la técnica de desplazamiento sugerido por Koefoed (como se puede ver en la segunda columna de la tabla III.4).

Ahora bien, para seguir analizando el método de la sección II.1.1, se comparará a continuación, con los resultados obtenidos en la cuarta columna de la tabla III.4 (F(x) de Seara). Observándose, en dicha columna, que la técnica de desplazamiento sugerida por Koefoed, es todavía mejor, que la propuesta en la sección II.1.1 (segunda columna de la misma tabla). Sin embargo, también se puede notar que la discrepancia de efectividad, entre ambos métodos, no es muy grande. De ésta manera, el método de la sección II.1.1, presenta una ventaja importante con respecto al método de desplazamiento de Koefoed. La cual consiste en que, para calcular a la FFB(x) se necesita de menos tiempo y espacio de memoria de computadora (como se puede apreciar al comparar las figuras I.2.1 y II.1.1.1). Por lo que puede ser aplicada convenientemente en computadoras más pequeñas. Por otro lado, se piensa que el mètodo, puede presentar mejorías sustanciales con respecto a la tècnica de Koefoed, si se realiza un anàlisis detallado, de la relaciòn que existe entre el orden del filtro de Butterworth y su nùmero de onda de corte (ver secciòn I.6), o en su defecto, utilizar otro tipo de filtro que contenga mejores característícas que este. Desde luego, èstas posibilidades quedan abiertas para ser analizadas en estudios posteriores.

Como se mencionò en la secciòn II.1.2, la idea de èste mètodo, era la de reducir la distorsiòn del espectro del nùmero de onda (provocado por la funciòn ventana rectangular) de la F(x), calculada con desplazamiento cero para las funciones de entrada y salida, mediante el manejo de una funciòn ventana. Con el propòsito de obtener una F(x) que eliminara la necesidad del desplazamiento sugerido por Koefoed. No obstante, como se puede ver en los resultados arrojados por èste mètodo (sexta columna de la tabla III.4), dicha idea parece no ser muy adecuada al cotejarlos con la quinta columna de èsta misma tabla. Empero, quizàs el planteamiento de èsta tècnica no sea errònea, sino que màs bien dependa, del tipo de funciòn ventana utilizada. Ya que esta, no fue escogida, a partir de algùn tipo de consideraciòn teòrica rigurosa. Por lo que, sería conveniente tomar en cuenta el criterio de elecciòn de (Bath, 1974), segùn el cual, para diseñar una funciòn ventana es necesario practicar un procedimiento de ensayo y error, o, de manera alternativa, mediante un efecto combinado de varias funciones ventana. De ésta forma, es posible que esta técnica pueda brindar resultados satisfactorios, pero sin duda, es necesario realizar estudios más profundos, para comprobar la veracidad de éste método.

Por último, se presentan en las tablas III.5, III.6 y III.7, los coeficientes de las F(x) utilizados para la elaboración de las tablas precedentes. Con el propósito de que el lector interesado pueda hacer uso de ellos, para los fines que juzgue pertinentes.

T A B L A III. 5

LISTA DE LOS COEFICIENTES DE LAS F(X), UTILIZADOS PARA EL CALCULO DE LAS FUNCIONES TRANSFORMADA DE RESISTIVIDADES DE LA TABLA III.3 (SEGUNDA, QUINTA Y SEXTA COLUMNAS RESPECTIVAMENTE)

ABSCISAS LN	F(X) COEFICIENTES (CON FILTRO BUTTERWORTH)	F(X) COEFICIENTES SEARA (SIN DES.)	F(X) COEFICIENTES (VENTANA HANNING)
-18.4207	0.54640223137722413E-07	-0.62356844576780731E-07	-0.94273885859755960E-15
-18.1329	-0.48759048354440000E-07	0.50833381948220000E-07	0.30297279044970070E-10
-17.8450	-0.36360773947310000E-07	-0.41111857629820000E-07	-0.98501885430650400E-10
-17.5572	0.21269586980570000E-07	0.35928046315800000E-07	0.19380452596238139E-09
-17.2694	0.11542789479790000E-06	-0.29305003264930000E-07	-0.28086211330144055E-09
-16.9816	-0.84121701604540000E-07	0.25415685556140000E-07	0.38010116406329399E-09
-16.6937	-0.12454667341900000E-06	-0.20870139394450000E-07	-0.44865919493512749E-09
-16.4059	0.70620764347500000E-07	0.17990686274060000E-07	0.52515946394045009E-09
-16.1181	0.25258008130300000E-06	-0.14550591867349000E-07	-0.56455871150850248E-09
-15.8303	-0.15850561396750000E-06	0.12738337495930000E-07	0.61090472941806455E-09
-15.5425	-0.33550523428130000E-06	-0.10555545770790000E-07	-0.62264121873000285E-09
-15.2546	0.17383221972980000E-06	0.90136918551470000E-08	0.64073530881080707E-09
-14.9668	0.58249548828830000E-06	-0.74643091721119999E-08	-0.63024130736296335E-09
-14.6790	-0.31078675988280000E-06	0.63565344099460000E-08	0.62507159668769376E-09
-14.3912	-0.84405246525420000E-06	-0.52666444536830000E-08	-0.59739473231055568E-09
-14.1033	0.38934689428060000E-06	0.44230907825240000E-08	0.57761972853270691E-09
-13.8155	0.13791378705720000E-05	-0.36088139143690000E-08	-0.52825920230781082E-09
-13.5277	-0.62535548295269999E-06	0.29252253952450000E-08	0.48017873538958758E-09
-13.2399	-0.20800118818440000E-05	-0.22284671885590000E-08	-0.40720970017782521E-09
-12.9520	0.83209351942060000E-06	0.15437847666890000E-08	0.31197088207845445E-09
-12.6642	0.33122712466140000E-05	-0.74226386614862000E-09	-0.16488944807123583E-09
-12.3764	-0.12609045825230000E-05	-0.23597315768060000E-09	-0.57312094935339715E-10
-12.0886	-0.50867211029980000E-05	0.15790385665680000E-08	0.41722371419315041E-09
-11.8008	0.17215899106300000E-05	-0.35022273969790000E-08	-0.10021461327823625E-08
-11.5129	0.80158324635699999E-05	0.63976242681760000E-08	0.17742260663592691E-08
-11.2251	-0.25191288841600000E-05	-0.10838452601920000E-07	-0.35927607862687221E-08
-10.9373	-0.12428226000340000E-04	0.17760001469470000E-07	0.63009681917052084E-08
-10.6495	0.34629640595090000E-05	-0.28615229297200000E-07	-0.10829017842395567E-07
-10.3616	0.19522520233290000E-04	0.45718916652500000E-07	0.19396740074043677E-07
-10.0738	-0.49378490984960000E-05	-0.72718783883370000E-07	-0.31019453609595531E-07
-9.7860	-0.30458984838330000E-04	0.11539619748650000E-06	0.52034861239448131E-07
-9.4982	0.67558776208900000E-05	-0.18289199488210000E-06	-0.86946192413113545E-07
-9.2104	0.47880199417700000E-04	0.28967755838490000E-06	0.14481361614331605E-06
-8.9225	-0.94139368729659999E-05	-0.45865124320700000E-06	-0.24055074905349558E-06
-8.6347	-0.75121817644689999E-04	0.72605621426190000E-06	0.39856798960175129E-06
-8.3469	0.12729308764390000E-04	-0.11492512012680000E-05	-0.65887285799919021E-06
-8.0591	0.11850741429950000E-03	0.18190191894970000E-05	0.10868396111007759E-05

CONT. TABLA III.5

-7.7712	-0.17375721654390000E-04	-0.28790418582500000E-05	-0.17891530810212197E-05
-7.4834	-0.18717013881540000E-03	0.45567294354450000E-05	0.29395159616744664E-05
-7.1956	0.23275140847550000E-04	-0.72120228651330000E-05	-0.48204926344191898E-05
-6.9078	0.29721675673500000E-03	0.11414655091360000E-04	0.76908875209036445E-05
-6.6199	-0.31720694096290000E-04	-0.18066519260170000E-04	-0.12894779384160280E-04
-6.3321	-0.47386440564880000E-03	0.28595564799620000E-04	0.21936634997939335E-04
-6.0443	0.44038097257730000E-04	-0.45263386709850000E-04	-0.34265053522155520E-04
-5.7565	0.76103711035100000E-03	0.71654096245770001E-04	0.55728949096599880E-04
-5.4687	-0.66212327510580000E-04	-0.11345421808070000E-03	-0.90515522634158852E-04
-5.1808	-0.12327919248490000E-02	0.17970519547820000E-03	0.14634974352116375E-03
-4.8930	0.11296192678860000E-03	-0.28483974165280000E-03	-0.23805601075662112E-03
-4.6052	0.20242934115230000E-02	0.45206403592600000E-03	0.38564985605152175E-03
-4.3174	-0.22974675812290000E-03	-0.71918027242650000E-03	-0.62601237647460373E-03
-4.0295	-0.33934342209250000E-02	0.11491659097370000E-02	0.10187229333114031E-02
-3.7417	0.54539879783990001E-03	-0.18507231725380000E-02	-0.16635907748975001E-02
-3.4539	0.58978577144440000E-02	0.30198523309080000E-02	0.27653306637143006E-02
-3.1661	-0.14277976334580000E-02	-0.50111641176040000E-02	-0.46546255613772510E-02
-2.8782	-0.11006682414220000E-01	0.82816251103160001E-02	0.77928048018334238E-02
-2.5904	0.36798249930140000E-02	-0.11661004275080000E-01	-0.11151123063490087E-01
-2.3026	0.23877346888180000E-01	0.28418859001250000E-02	0.27337945095191246E-02
-2.0148	-0.44161682017150000E-02	0.50610851496460000E-01	0.49131308353616843E-01
-1.7270	-0.59084240347150000E-01	-0.10576203465460000	-0.10348147213265670
-1.4391	-0.42425600114870000E-01	-0.33191215246920000E-01	-0.32693796904604597E-01
-1.1513	0.61981000006200000E-01	0.72620533406730000E-01	0.71922720998054068E-01
-0.8635	0.15690694749360000	0.15722742676730000	0.15637635527025050
-0.5757	0.17547637224200000	0.16240102052690000	0.15200988211385250
-0.2878	0.14804872870450000	0.15635949373250000	0.15626532280355110
0.0000	0.12242314219470000	0.12324050068860000	0.12324950006880900
0.2878	0.10333741456270000	0.10336358581070000	0.10332132078231230
0.5756	0.83114327371120000E-01	0.75349085032939999E-01	0.75167671614225250E-01
0.8635	0.57540446519850000E-01	0.61387442052360000E-01	0.61655152046753450E-01
1.1513	0.43574675917630000E-01	0.43224241584520000E-01	0.42808898620744650E-01
1.4391	0.35025320947170000E-01	0.35334970802070000E-01	0.34805125163751601E-01
1.7269	0.26317087933420000E-01	0.24270925670860000E-01	0.23748316624042212E-01
2.0147	0.18436569720510000E-01	0.20175812765960000E-01	0.19558605080151573E-01
2.3026	0.13861518353220000E-01	0.13507429510350000E-01	0.12993245418231070E-01
2.5904	0.11726359304370000E-01	0.11513704434040000E-01	0.11996090101739604E-01
2.8782	0.84114698693160000E-02	0.74749412015080000E-02	0.70335652960578134E-02
3.1660	0.57902610860759999E-02	0.65851942636070000E-02	0.61165941435411141E-02
3.4539	0.43455963023010000E-02	0.41139982640740000E-02	0.37672729251477620E-02
3.7417	0.35852608505530000E-02	0.37800667341800000E-02	0.34066647954247333E-02
4.0295	0.26904474943880000E-02	0.22492997813970000E-02	0.19939795014311451E-02
4.3173	0.18109835218640000E-02	0.21800331305710000E-02	0.18976281092692270E-02
4.6052	0.13544081011790000E-02	0.12192011345180000E-02	0.19406238852910651E-02
4.8930	0.11406485448180000E-02	0.12644544473640000E-02	0.10567731106089527E-02
5.1808	0.86427509086210000E-03	0.65316236577930000E-03	0.53374480682963057E-03

CONT. TABLA III.5

5.4686	0.56454713921990000E-03	0.73840067489070000E-03	0.58911248962716499E-03
5.7564	0.41939350194300000E-03	0.34426330239510000E-03	0.26775310812614479E-03
6.0443	0.36768015706910000E-03	0.43464489863250000E-03	0.32963261990119306E-03
6.3321	0.27929717907680000E-03	0.17723850032780000E-03	0.13038741025419134E-03
6.6199	0.17527569434610000E-03	0.25819923030210000E-03	0.18428686093497006E-03
6.9077	0.12870295904580000E-03	0.88057713583109999E-04	0.60874501789813383E-04
7.1956	0.11826205445690000E-03	0.15497903223150000E-03	0.10358748125621518E-03
7.4834	0.90970432211179999E-04	0.41275732655780000E-04	0.26626791594972047E-04
7.7712	0.54131214710650000E-04	0.94096198154150000E-04	0.58475184151053108E-04
8.0590	0.38991518522380000E-04	0.17353356206730000E-04	0.10372128110638639E-04
8.3469	0.38165526348170000E-04	0.57844623370330000E-04	0.33102686043759690E-04
8.6347	0.29940119929960000E-04	0.56076555665640000E-05	0.30763178184719845E-05
8.9225	0.16598447473370000E-04	0.36028635804540000E-04	0.14896090395776772E-04
9.2103	0.11594322131710000E-04	0.20425218649600000E-06	0.10211390115543006E-06
9.4981	0.12354899880900000E-04	0.22745260139350000E-04	0.10613245373630930E-04
9.7860	0.99911239885839999E-05	-0.19788076315310000E-05	-0.89229093132220402E-06
10.0738	0.50368116717439999E-05	0.14554653716910000E-04	0.62085390121223184E-05
10.3616	0.33555554637130000E-05	-0.25990989342970000E-05	-0.10458469309536059E-05
10.6494	0.40051513678920000E-05	0.94370188690030000E-05	0.35713696424435497E-05
10.9373	0.33971125503740000E-05	-0.25167569219780000E-05	-0.18929056300046573E-05
11.2251	0.15014572909420000E-05	0.61958817241250000E-05	0.20538282817315064E-05
11.5129	0.93546861990030000E-06	-0.21643656964440000E-05	-0.66789593130851221E-06
11.8007	0.12935163340440000E-05	0.41153580241370000E-05	0.11776223430076645E-05
12.0886	0.11865821534230000E-05	-0.17489047650090000E-05	-0.40210685274000370E-06
12.3764	0.43032355279140000E-06	0.27623066210620000E-05	0.67089655830395139E-06
12.6642	0.25003063797160000E-06	-0.13610109590450000E-05	-0.30234039057005092E-06
12.9520	0.40882770235840000E-06	0.18714529232970000E-05	0.37518667687220249E-06
13.2398	0.43178192754570000E-06	-0.10333678801540000E-05	-0.18883500090304149E-06
13.5277	0.11130079258240000E-06	0.12782161320500000E-05	0.20982076311055623E-06
13.8155	0.69294131321840001E-07	-0.77137457310530000E-06	-0.11291402835892209E-06
14.1033	0.11852958436980000E-06	0.87910814272620000E-06	0.11381061113165534E-06
14.3911	0.16733008578740000E-06	-0.56885141930250000E-06	-0.84527813594480038E-07
14.6790	0.18290462477920000E-07	0.60816910263380000E-06	0.59804479553721210E-07
14.9668	0.27480867359490000E-07	-0.41578144305280000E-06	-0.35012268228140265E-07
15.2546	0.22075246519650000E-07	0.42279469880670000E-06	0.39053554697219653E-07
15.5424	0.72044670673680000E-07	-0.30188718369570000E-06	-0.17890860790774760E-07
15.8302	-0.56228350864270000E-08	0.29511357979570000E-06	0.14154121957771227E-07
16.1181	0.23428395223850000E-07	-0.21809212569220000E-06	-0.62913854688563005E-08
16.4059	-0.12819290518000000E-07	0.20667452815810000E-06	0.60329596528369709E-08
16.6937	0.31849829440490000E-07	-0.15695150068500000E-06	-0.33740902545155879E-08
16.9815	-0.82765447828590001E-08	0.14512947643650000E-06	0.21707605174880744E-08
17.2694	0.33087090400840000E-07	-0.11261709431660000E-06	-0.10793314049772260E-08
17.5572	-0.29986161109720000E-07	0.10213451417940000E-06	0.55693814251286995E-09
17.8450	0.45710366523020000E-08	-0.80620573328360001E-07	-0.19316272489305157E-09
18.1328	-0.33011450933928575E-08	0.67256403735339269E-07	0.42944921377369905E-10

TABLA III.6

LISTA DE LOS COEFICIENTES DE LA F(X) DE SEARA, UTILIZADOS PARA EL CALCULO DE LA FUNCION TRANSFORMADA DE RESISTIVIDADES DE LA TABLA III.3 (CUARTA COLUMNA).

ABSCISAS LN	F(X) COEFICIENTES SEARA (CON DES.)
-18.2208	-0.35044860763333151E-08
-17.9330	0.13513679064660000E-08
-17.6452	0.52151144513960000E-10
-17.3574	0.12939217475250000E-08
-17.0695	-0.66775535101370000E-09
-16.7817	0.16376101585890000E-08
-16.4939	-0.15634142869200000E-08
-16.2061	0.24715973712120000E-08
-15.9182	-0.29034472603940000E-08
-15.6304	0.40323335781520000E-08
-15.3426	-0.50821227226550000E-08
-15.0548	0.67702980999230000E-08
-14.7670	-0.87356610833920000E-08
-14.4791	0.11479912132020000E-07
-14.1913	-0.14928158265090000E-07
-13.9035	0.19529899475400000E-07
-13.6157	-0.25461494246310000E-07
-13.3278	0.33260910470290000E-07
-13.0400	-0.43399605687000000E-07
-12.7522	0.56660638412500000E-07
-12.4644	-0.73959782298520000E-07
-12.1765	0.96552241757310000E-07
-11.8887	-0.12603022980730000E-06
-11.6009	0.16451978979150000E-06
-11.3131	-0.21475517542060000E-06
-11.0253	0.28033633725500000E-06
-10.7374	-0.36593945651480000E-06
-10.4496	0.47768594413359999E-06
-10.1618	-0.62355348973140001E-06
-9.8740	0.81396564155510000E-06
-9.5861	-0.10625215054460000E-05
-9.2983	0.13869782833350000E-05
-9.0105	-0.18105112076230000E-05
-8.7227	0.23633747332500000E-05
-8.4349	-0.30850576422380000E-05
-8.1470	0.40271042962560000E-05
-7.8592	-0.52567861530410000E-05
-7.5714	0.68618910518129999E-05
-7.2836	-0.89569430201660000E-05
-6.9957	0.11691273357430000E-04
-6.7079	-0.15259400242940000E-04
-6.4201	0.19914234144380000E-04
-6.1323	-0.25983446903410000E-04
-5.8444	0.33688678444780000E-04
-5.5566	-0.44165310100650000E-04
-5.2688	0.57474841014480000E-04
-4.9810	-0.74586670962160000E-04
-4.6931	0.96262570878030000E-04
-4.4053	-0.12284611875660000E-03
-4.1175	0.15291955787690000E-03
-3.8297	-0.17670776355270000E-03
-3.5419	0.16846883227120000E-03
-3.2540	0.11197907952010000E-04
-2.9662	-0.97420939709990000E-03
-2.6784	0.55416766554120000E-02
-2.3906	-0.23503100499510000E-01
-2.1027	0.65084375441070000E-01
-1.8149	-0.67336477339270000E-01
-1.5271	-0.75985260307790001E-01
-1.2393	0.46224106103160000E-01

CONT. TABLA III.6

-0.9514	0.13572637736800000
-0.6636	0.16726561488130000
-0.3758	0.15843762457370000
-0.0880	0.13504356145800000
0.1998	0.10810945926100000
0.4877	0.84356874227519999E-01
0.7755	0.64465254545210000E-01
1.0633	0.48998828977350000E-01
1.3511	0.36923922598360000E-01
1.6390	0.27833616361020000E-01
1.9268	0.20885843783620000E-01
2.2146	0.15700908377770000E-01
2.5024	0.11767431162300000E-01
2.7903	0.88374866172670000E-02
3.0781	0.66216532140970000E-02
3.3659	0.49709072336550000E-02
3.6537	0.37245671264830000E-02
3.9415	0.27954487595710000E-02
4.2294	0.20947249140590000E-02
4.5172	0.15719587681820000E-02
4.8050	0.11780330678450000E-02
5.0928	0.88394380873070001E-03
5.3807	0.66249008523300000E-03
5.6685	0.49705913988870000E-03
5.9563	0.37256054929460000E-03
6.2441	0.27950722142120000E-03
6.5320	0.20951322221660000E-03
6.8198	0.15717370843050000E-03
7.1076	0.11782130604840000E-03
7.3954	0.88382963440379999E-04
7.6832	0.66257409343960000E-04
7.9711	0.49700272938940000E-04
8.2589	0.37260058886930000E-04
8.5467	0.27947975466120000E-04
8.8345	0.20953248167640000E-04
9.1224	0.15716039342810000E-04
9.4102	0.11783058653210000E-04
9.6980	0.88376518760920001E-05
9.9858	0.66261886786380000E-05
10.2737	0.49697159738570000E-05
10.5615	0.37262220757840000E-05
10.8493	0.27946473437620000E-05
11.1371	0.20954289539080000E-05
11.4249	0.15715318113510000E-05
11.7128	0.11783556601590000E-05
12.0006	0.88373099066850000E-06
12.2884	0.66264215092810000E-06
12.5762	0.49695603365760000E-06
12.8641	0.37263220065140000E-06
13.1519	0.27945886453980000E-06
13.4397	0.20954563240140000E-06
13.7275	0.15715302481570000E-06
14.0153	0.11783338749180000E-06
14.3032	0.88377603901790001E-07
14.5910	0.66257172193220000E-07
14.8788	0.49705633387020000E-07
15.1666	0.37249531459340000E-07
15.4545	0.27964189186490000E-07
15.7423	0.20930345156800000E-07
16.0301	0.15747154691330000E-07
16.3179	0.11741581040780000E-07
16.6058	0.88924050345440000E-08
16.8936	0.65542833382890000E-08
17.1814	0.50638857551630000E-08
17.4692	0.36030836092490000E-08
17.7570	0.29555304870140000E-08
18.0449	0.18853185679290000E-08
18.3327	0.24787650126919150E-08

TABLA III.7

LISTA DE LOS COEFICIENTES DE LA F(X) DE MANSINHA (22 COEFICIENTES), UTILIZADOS PARA EL CALCULO DE LA FUNCION TRANSFORMADA DE RESISTIVIDADES DE LA TABLA III.3 (TERCERA COLUMNA).

ABSCISAS LN	F(X) COEFICIENTES MANSINHA
-1.9188	-0.3936
-1.5351	0.1936
-1.1513	0.5504
-0.7675	0.5906
-0.3838	0.4354
0.0000	0.3073
0.3838	0.2301
0.7675	0.1609
1.1513	0.1048
1.5351	0.0717
1.9188	0.0510
2.3026	0.0344
2.6863	0.0227
3.0701	0.0157
3.4539	0.0110
3.8376	0.0073
4.2214	0.0049
4.6052	0.0034
4.9889	0.0023
5.3727	0.0016
5.7565	0.0011
6.1402	0.0046

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1) El método propuesto por Mansinha para el diseño de filtros sin desplazamiento, es una técnica que carece de generalidad y, es muy complicada en su elaboración.

2) El uso del filtro de Butterworth, para diseñar filtros sin desplazamiento, es un método eficiente, pues los errores encontrados, en general son bajos; con un error pico del 1.2%. Además, es posible disminuir tales errores, si se utiliza otro tipo de filtro con mejores caracteristicas que las del filtro empleado.

3) El uso de funciones ventana, para diseñar filtros sin desplazamiento, es un método que merece mayor atención con el objeto de producir filtros más eficientes. Por ejemplo, el empleo de otras funciones ventanas distintas a la de Hanning, o el empleo de varias funciones ventanas al mismo tiempo, podria mejorar el método de diseño.

4) El uso del filtro de Butterworth y de funciones ventana son técnicas más rápidas y fáciles de implementar que las técnicas tradicionalmente empleadas.

5) Es necesario encontrar un método que permita disminuir el número de coeficientes del filtro sin disminuir la eficiencia del mismo.

```
C                    A P E N D I C E   A
C
C
C                 P R O G R A M A   F I L T E R
C
C
C -------------------------------------------------------------
C            * PROGRAMA ORIGINAL DE J.L. SEARA (1979) *
C         MODIFICADO POR P.P. GONZALEZ VILLALVASO (1983)
C -------------------------------------------------------------
C PROGRAMA PARA CALCULAR LOS  COEFICIENTES DE  FILTRO  LINEAL
C INVERSO O DIRECTO PARA ARREGLO  SCHLUMBERGER O  WENNER PARA
C CUALQUIER INTERVALO  DE  MUESTREO DESEADO, USANDO TRANSFOR-
C MADA DE FOURIER.
C -------------------------------------------------------------
C DATOS DE ENTRADA:
C
C TFIL= PARAMETRO SELECCIONADOR, SI TFIL=-1.0  SE  CALCULA EL
C FILTRO LINEAL DIRECTO,SI TFIL=1.0 EL FILTRO LINEAL INVERSO.
C NX= PARAMETRO SELECCIONADOR, SI NX=1  SE  CALCULA EL FILTRO
C LINEAL PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER, SI NX=2 SE CALCULA EL
C FILTRO LINEAL PARA DISPOSITIVO WENNER.
C P1= NO. DE MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO
C -------------------------------------------------------------

      DIMENSION FIC(300),FC(300),S(300),R(1030),T(1030)
     *,ZI(1030),FR(1030),AMP(600),F2(600)
      DOUBLE PRECISION PI,TFILT,SAMPC,SI,DISP,B,CORTEK
      COMPLEX*16 R,T,ZI,ZINV
C
C LECTURA DE DATOS
41    READ(5,*) TFIL,NX,P1
      IF(TFIL.EQ.0.0) GO TO 21
      IF(TFIL-1.) 6,7,7
6     WRITE(6,105)
105   FORMAT(9X,'FILTRO LINEAL DIRECTO')
      GO TO 8
7     WRITE(6,106)
106   FORMAT(9X,'FILTRO LINEAL INVERSO')
8     IF(NX-1) 10,9,10
9     WRITE(6,107)
107   FORMAT(14X,'SCHLUMBERGER')
      GO TO 17
10    WRITE(6,108)
108   FORMAT(18X,'WENNER')
17    WRITE(6,109) P1
109   FORMAT(7X,'INTERVALO DE MUESTREO= LN(10.)/',F4.1)
      TFILT=DBLE(TFIL)
      PI=DBLE(4.)*DATAN(DBLE(1.))
      B=DBLE(0.0)
      P2=2.*P1
      SAMPC=DBLE(P2)
C N ES LA POTENCIA DE 2 PARA LA FFT
      N=10
      L=2**N
      XL=L
C SE CALCULA EL INTERVALO DE MUESTREO
      SI=DLOG(DBLE(10.))/SAMPC
C SE CALCULA LA CORRESPONDIENTE FRECUENCIA DE NYQUIST
      NFREQ=XL/4.+1.
      FINT=1./(XL*SI)
      DO 11 I=1,NFREQ
11    FR(I)=(I-1)*FINT
C SE ESPECIFICA EL DESPLAZAMIENTO
      DISP=DBLE(0.0)
      DO 100 J=1,2
C SE CALCULA LA FUNCION DE SALIDA Y SU TRANSFORMADA.
      IF(NX.EQ.1) GO TO 31
      CALL WENER(SAMPC,L,DISP,R)
      GO TO 35
31    CALL DISCH(SAMPC,L,DISP,B,R)
35    CALL NLOGN(N,R,-1.0)
C SE CALCULA LA FUNCION DE ENTRADA.
```

CONT. APENDICE A

```
          CALL KTFOU(SAMPC,L,T)
C SE CALCULA LA TRANSFORMADA DE LA FUNCION DE ENTRADA
          CALL NLOGN(N,T,-1.0)
C SE CALCULA EL ESPECTRO DE FRECUENCIA DEL FILTRO DIRECTO O
C INVERSO
          IF(TFILT.EQ.-1.D0) GO TO 1000
          IF(TFILT.EQ.1.D0) GO TO 2000
1000      DO 1 I=1,L
1         ZI(I)=T(I)/R(I)
          GO TO 3000
2000      DO 2 I=1,L
2         ZI(I)=R(I)/T(I)
3000      IF(J.GT.1) GO TO 200
C SE CALCULA EL NUEVO ESPACIAMIENTO DE MUESTREO
          SAMPC=DBLE(PI)
          SI=DLOG(DBLE(10.))/SAMPC
          ZINY=ZI(NFREQ)
C SE CALCULA LA FASE  CORRESPONDIENTE A LA  FRECUENCIA DE NY-
C QUIST PARA EL INTERVALO PI
          PHNY=ATAN2( SNGL( DIMAG(ZINY) ),SNGL( DREAL(ZINY) ) )
C SE CALCULA EL DESPLAZAMIENTO
          DISP=TFILT*(PHNY/PI)SI
C SE CALCULA LA FRECUENCIA DE  NYQUIST CORRESPONDIENTE AL IN-
C TERVALO PI
          NFREQ=XL/2.+1.
          FINT=1./(XL*SI)
          DO 13 I=1,NFREQ
13        FR(I)=(I-1)*FINT
100       CONTINUE
200       CONTINUE
C SE ACORTA EL FILTRO EN EL DOMINIO DE LAS FRECUENCIAS
          N=7
          L2=2**N
          XL2=L2
          NFREQ=XL2/2.+1.
          INC=L/L2
          DO 12 I=2,L2
          FR(I)=FR(INC*(I-1)+1)
12        ZI(I)=ZI(INC*(I-1)+1)
C         WRITE(6,110)
110       FORMAT(1H1,10X,'ESPECTRO DE FRECUENCIAS',/,4X
     *,'FRECUENCIAS',3X,'AMPLITUD RELATIVA',3X,'FASE',//)
          CALL PTAMP(ZI,FR,NFREQ,PI,AMP,FZ)
C SE CALCULA LA TRANSFORMADA INVERSA
          CALL NLOGN(N,ZI,1.0)
          DO 3 I=1,L2
3         FC(I)=SNGL( DREAL(ZI(I)) )
C NUMERO TOTAL DE COEFICIENTES DE FILTRO
          NPF=L2
C NUMERO DE COEFICIENTES DESPUES DE X=0
          NF=L2/2
C NUMERO DE COEFICIENTES ANTES DE X=0
          NE=NPF-NF
C SE CALCULA LA ABSCISA DE LOS COEFICIENTES
          IF(TFILT.EQ.1.D0) SN=-1.
          IF(TFILT.EQ.-1.D0) SN=1.
          S(1)=-(XL2/2.)*SI+SN*DISP
          DO 15 I=1,NPF
15        S(I+1)=S(I)+SI
C REPOSICION DE  LOS  COEFICIENTES DE  FILTRO A SU CORRESPON-
C DIENTE ABSCISA
          DO 4 I=1,NF
4         FIC(NE+I)=FC(I)
          DO 5 I=1,NE
5         FIC(I)=FC(NF+I)
          SUM=0.0
C IMPRESION DE DATOS DE SALIDA:
          WRITE(6,113)
113       FORMAT(2(/),4X,'ABSCISA LOGARITMICA',4X
```

CONT. APENDICE A

```
      *,'COEFICIENTES DE',/,9X,'(LN X)',13X,'FILTRO LINEAL'
      *,2(/))
          DO 16 I=1,NPF
          SUM=SUM+FIC(I)
          WRITE(6,114) S(I),FIC(I)
16        CONTINUE
114       FORMAT(8X,F9.4,9X,E20.13)
          WRITE(6,115) DISP,SUM
115       FORMAT(5X,'VALOR DEL DESPLAZAMIENTO=',F10.7,2(/),5X,
      *'SUMA DE LOS COEFICIENTES=',F12.10)
          GO TO 41
21        CALL EXIT
          END
          SUBROUTINE RTFOR(SAMPC,L,T)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR LA FUNCION DE ENTRADA TRANSFORMADA
C DE RESISTIVIDAD.
          DIMENSION T(1024)
          COMPLEX*16 T
          DOUBLE PRECISION SAMPC,SI,XL,XD,AT,BT,CT,DT
          DOUBLE PRECISION RETRA
          SI=DLOG(10.D0)/SAMPC
          XL=L
          XD=-(XL/2.D0)*SI
          DO 1 I=1,L
          IF(XD.LT.-.66D1.OR.XD.GT..675D03) GO TO 3
          AT=DEXP(XD)
          BT=DEXP(-XD)
          CT=DEXP(BT)
          DT=.3D1*AT
          RETRA=DBLE(1.)/(DT*CT)
          T(I)=DCMPLX(RETRA,0.0D0)
          GO TO 2
3         T(I)=DCMPLX(0.0D0,0.0D0)
2         XD=XD+SI
1         CONTINUE
          RETURN
          END
          SUBROUTINE DISCH(SAMPC,L,DISP,B,R)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR LA FUNCION DE SALIDA SCHLUMBERGER.
          DIMENSION R(1024)
          COMPLEX*16 R
          DOUBLE PRECISION SAMPC,SI,XL,XD,B,B1,B2
          DOUBLE PRECISION XTT,DISP,AR,BR,CR,DR,RODSC
          SI=DLOG(10.0D0)/SAMPC
          XL=L
          XD=-(XL/2.0D0)*SI
          B1=2.D0*B+1.0D0
          B2=1.D0-3.D0*B
          DO 1 I=1,L
          XTT=XD-DISP
          IF(XTT.LT.-.965D2.OR.XTT.GT..1059D3) GO TO 2
          AR=DEXP(3.D0*XTT)
          BR=DEXP(2.D0*XTT)
          CR=B1*BR+B2
          DR=(1.D0+BR)**(-3.5D0)
          RODSC=(AR*CR)*DR
          R(I)=DCMPLX(RODSC,0.0D0)
          GO TO 3
2         R(I)=DCMPLX(0.0D0,0.0D0)
3         XD=XD+SI
1         CONTINUE
          RETURN
          END
          SUBROUTINE FLOUR(M,X,SGNN)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR LA  TRANSFORMADA DISCRETA DIRECTA O
C INVERSA DE FOURIER.
          DIMENSION M(25)
          COMPLEX*16 X(1024),WK,HOLD,Q
```

CONT. APENDICE A

```
      DOUBLE PRECISION TPI,V
      TPI=DBLE(8.)*DATAN(DBLE(1.0))
      LX=2**N
      DO 1 I=1,N
1     M(I)=2**(N-I)
      DO 4 L=1,N
      NBLOCK=2**(L-1)
      LBLOCK=LX/NBLOCK
      LBHALF=LBLOCK/2
      K=0
      DO 4 IBLOCK=1,NBLOCK
      FK=K
      FLX=LX
      V=SGNN*TPI*FK/FLX
      WK=DCMPLX(DCOS(V),DSIN(V))
      ISTART=LBLOCK*(IBLOCK-1)
      DO 2 I=1,LBHALF
      J=ISTART+I
      JH=J+LBHALF
      Q=X(JH)*WK
      X(JH)=X(J)-Q
      X(J)=X(J)+Q
2     CONTINUE
      DO 3 I=2,N
      II=I
      IF(K.LT.M(I)) GO TO 4
3     K=K-M(I)
4     K=K+M(II)
      K=0
      DO 7 J=1,LX
      IF(K.LT.J) GO TO 5
      HOLD=X(J)
      X(J)=X(K+1)
      X(K+1)=HOLD
5     DO 6 I=1,N
      II=I
      IF(K.LT.M(I)) GO TO 7
6     K=K-M(I)
7     K=K+M(II)
      IF(SGNN.LT.0.0) RETURN
      DO 8 I=1,LX
8     X(I)=X(I)/FLX
      RETURN
      END
      SUBROUTINE PTAMP(ZAF,FF,NFREQ,PI,AMP,FZ)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR EL ESPECTRO DE FRECUENCIAS DEL FIL-
C TRO LINEAL.
      DIMENSION AMP(1024),FZ(1024),FR(1024)
      COMPLEX*16 ZAF(1024)
      DO 1 I=1,NFREQ
      AMP(I)=SNGL( CDABS(ZAF(I)) )
      FZ(I)=ATAN2(SNGL(DIMAG(ZAF(I))),SNGL(DREAL(ZAF(I))))
1     CONTINUE
      CALL DRUM(PI,NFREQ,FZ)
      DO 2 I=1,NFREQ
2     FZ(I)=FZ(I)*(180./PI)
      VFN=FZ(NFREQ)/180.
C     WRITE(6,*) 'VFN=',VFN
      RETURN
      END
      SUBROUTINE DRUM(PI,LPHZ,PHZ)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR LAS FASES.
      DIMENSION PHZ(LPHZ)
      PJ=0.0
      DO 40 I=2,LPHZ
      IF(ABS(PHZ(I)+PJ-PHZ(I-1))-PI) 40,40,10
10    IF(PHZ(I)+PJ-PHZ(I-1)) 20,40,30
20    PJ=PJ+PI*2.
      GO TO 40
```

CONT. APENDICE A

```
30      PJ=PJ-PI*2.
40      PBZ(I)=PBZ(I)+PJ
        RETURN
        END
        SUBROUTINE WENER(SAMPC,L,DISP,R)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR LA FUNCION DE SALIDA WENNER.
        DIMENSION R(1024)
        COMPLEX*16 R
        DOUBLE PRECISION SAMPC,SI,XL,XD,XTT,DISP,AR,BR,CR,DR
        DOUBLE PRECISION ROWEN
        SI=DLOG(10.0D0)/SAMPC
        XL=L
        XD=-(XL/2.D0)*SI
        DO 1 I=1,L
        XTT=XD-DISP
        IF(XTT.LT.-.225D3.OR.XTT.GT..247D3) GO TO 2
        AR=DEXP(XTT)
        BR=AR*AR
        CR=AR*((DSQRT(1.D0 +      BR))**-3.)
        DR=AR*((DSQRT(1.D0+4.D0*BR))**-3.)
        ROWEN=2.D0*(CR-DR)/3.D0
        R(I)=DCMPLX(ROWEN,0.0D0)
        GO TO 3
2       R(I)=DCMPLX(0.0D0,0.0D0)
3       XD=XD+SI
1       CONTINUE
        RETURN
        END
```

```
C                    A P E N D I C E    B
C
C           P R O G R A M A    F I L T E R
C
C                 (M O D I F I C A D O)
C
C -------------------------------------------------------------
C
C        MODIFICADO POR ANDRES TEJERO ANDRADE (1986)
C
C -------------------------------------------------------------
C PROGRAMA PARA CALCULAR LOS  COEFICIENTES DE  FILTRO  LINEAL
C INVERSO O DIRECTO PARA ARREGLO  SCHLUMBERGER O  WENNER PARA
C CUALQUIER INTERVALO  DE  MUESTREO DESEADO, USANDO TRANSFOR-
C MADA DE FOURIER.
C -------------------------------------------------------------
C DATOS DE ENTRADA:
C
C NUBE= ORDEN DEL FILTRO DE BUTTERWORTH.
C TFIL= PARAMETRO SELECCIONADOR, SI TFIL=-1.0  SE  CALCULA EL
C FILTRO LINEAL DIRECTO,SI TFIL=1.0 EL FILTRO LINEAL INVERSO.
C NX= PARAMETRO SELECCIONADOR, SI NX=1  SE  CALCULA EL FILTRO
C LINEAL PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER, SI NX=2 SE CALCULA EL
C FILTRO LINEAL PARA DISPOSITIVO WENNER.
C P1= NO. DE MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO
C -------------------------------------------------------------
      DIMENSION FIC(300),FC(300),S(300),R(1030),T(1030)
     *,ZI(1030),FR(1030),AMP(600),FZ(600)
      DOUBLE PRECISION PI,TFILT,SAMPC,SI,DISP,B,CORTEK
      COMPLEX*16 R,T,ZI,ZINY
C
C LECTURA DE DATOS
C--------------------------------------------------------------
C     BLOQUE DE MODIFICACIONES AL PROGRAMA SEARA ORIGINAL
C--------------------------------------------------------------
      READ(5,*)NUBE
      WRITE(6,*)' ORDEN DEL FILTRO DE BUTTERWORTH'
      WRITE(6,*)NUBE
      WRITE(6,*)' '
C--------------------------------------------------------------
C--------------------------------------------------------------
41    READ(5,*) TFIL,NX,P1
      IF(TFIL.EQ.0.0) GO TO 21
      IF(TFIL-1.) 6,7,7
6     WRITE(6,105)
105   FORMAT(9X,'FILTRO LINEAL DIRECTO')
      GO TO 8
7     WRITE(6,106)
106   FORMAT(9X,'FILTRO LINEAL INVERSO')
8     IF(NX-1) 10,9,10
9     WRITE(6,107)
107   FORMAT(14X,'SCHLUMBERGER')
      GO TO 17
10    WRITE(6,108)
108   FORMAT(18X,'WENNER')
17    WRITE(6,109) P1
109   FORMAT(7X,'INTERVALO DE MUESTREO= LN(10.)/',F4.1)
      TFILT=DBLE(TFIL)
      PI=DBLE(4.)*DATAN(DBLE(1.))
      B=DBLE(0.0)
      P2=2.*P1
      SAMPC=DBLE(P2)
C N ES LA POTENCIA DE 2 PARA LA FFT
      N=10
      L=2**N
      XL=L
C SE CALCULA EL INTERVALO DE MUESTREO
      SI=DLOG(DBLE(10.))/SAMPC
C SE CALCULA LA CORRESPONDIENTE FRECUENCIA DE NYQUIST
      NFREQ=XL/2.+1.
      FINT=1./(XL*SI)
      DO 11 I=1,NFREQ
```

CONT. APENDICE B

```
11       FR(I)=(I-1)*FINT
C SE ESPECIFICA EL DESPLAZAMIENTO
         DISP=DBLE(0.0)
         DO 100 J=1,2
C SE CALCULA LA FUNCION DE SALIDA Y SU TRANSFORMADA.
         IF(NX.EQ.1) GO TO 31
         CALL WENER(SAMPC,L,DISP,R)
         GO TO 35
31       CALL DISCH(SAMPC,L,DISP,B,R)
35       CALL NLOGN(N,R,-1.0)
C SE CALCULA LA FUNCION DE ENTRADA.
         CALL RTFUN(SAMPC,L,T)
C SE CALCULA LA TRANSFORMADA DE LA FUNCION DE ENTRADA
         CALL NLOGN(N,T,-1.0)
C SE CALCULA EL ESPECTRO DE FRECUENCIA DEL FILTRO DIRECTO O
C INVERSO
         IF(TFILT.EQ.-1.D0) GO TO 1000
         IF(TFILT.EQ.1.D0) GO TO 2000
1000     DO 1 I=1,L
1        ZI(I)=T(I)/R(I)
         GO TO 3000
2000     DO 2 I=1,L
2        ZI(I)=R(I)/T(I)
3000     IF(J.GT.1) GO TO 200
C SE CALCULA EL NUEVO ESPACIAMIENTO DE MUESTREO
         SAMPC=DBLE(P1)
         SI=DLOG(DBLE(10.))/SAMPC
         ZINY=ZI(NFREQ)
C SE CALCULA LA FASE  CORRESPONDIENTE A LA  FRECUENCIA DE NY-
C QUIST PARA EL INTERVALO P1
         PHNY=ATAN2( SNGL( DIMAG(ZINY) ),SNGL( DREAL(ZINY) ) )
C SE CALCULA EL DESPLAZAMIENTO
         DISP=0.0D0
C SE CALCULA LA FRECUENCIA DE  NYQUIST CORRESPONDIENTE AL IN-
C TERVALO P1
         NFREQ=XL/2.+1.
         FINT=1./(XL*SI)
         DO 13 I=1,NFREQ
13       FR(I)=(I-1)*FINT
100      CONTINUE
200      CONTINUE
C SE ACORTA EL FILTRO EN EL DOMINIO DE LAS FRECUENCIAS
         N=7
         L2=2**N
         XL2=L2
         NFREC=XL2/2.+1.
         INC=L/L2
         DO 12 I=2,L2
         FR(I)=FR(INC*(I-1)+1)
12       ZI(I)=ZI(INC*(I-1)+1)
C-------------------------------------------------------------
C        BLOQUE DE MODIFICACIONES AL PROGRAMA SEARA ORIGINAL
C-------------------------------------------------------------
C CALCULO Y MULTIPLICACION DEL  FILTRO DE  BUTTERWORTH HASTA
C L2/2+1
C
         CORTEK=FR(NFREQ)
         CORTEK=CORTEK*(1.0D0/2.0D0)
         WRITE(6,*)' FRECUENCIA DE CORTE PARA FB',CORTEK
         WRITE(6,*)'  ABSCISA (K)                    VALOR DE FB(K)'
         DO 175 I=1,L2/2+1
         BUTTER=1.0D0/DSQRT(1.0D0+(FR(I)/CORTEK)**(2*NUBE))
         WRITE(6,*)FR(I),BUTTER
175      ZI(I)=ZI(I)*BUTTER
C
C--------------ACOMPLETA EL ESPECTRO DE LA FUNCION----------
C
         J=XL2/2+1
         ZI(J)=( ZI(J) + DCONJG(ZI(J)) )/2.0D0
```

CONT. APENDICE B

```
      DO 300 I=J+1,XL2
         ZI(I)= DCONJG( ZI(XL2+2-I) )
300   CONTINUE
C-----------------------------------------------------------------
C-----------------------------------------------------------------
C
      WRITE(6,110)
110   FORMAT(1H1,10X,'ESPECTRO DE FRECUENCIAS',/,4X
     *,'FRECUENCIAS',3X,'AMPLITUD RELATIVA',3X,'FASE',//)
      CALL PTAMP(ZI,FP,NFREQ,PI,AMP,FZ)
C SE CALCULA LA TRANSFORMADA INVERSA
      CALL NLOGN(N,ZI,1.0)
      DO 3 I=1,L2
3     FC(I)=SNGL( DREAL(ZI(I)) )
C NUMERO TOTAL DE COEFICIENTES DE FILTRO
      NPF=L2
C NUMERO DE COEFICIENTES DESPUES DE X=0
      NF=L2/2
C NUMERO DE COEFICIENTES ANTES DE X=0
      NE=NPF-NF
C SE CALCULA LA ABSCISA DE LOS COEFICIENTES
      IF(IFILT.EQ.1.D0) SN=-1.
      IF(IFILT.EQ.-1.D0) SN=1.
      S(1)=-(XL2/2.)*SI+SN*DISP
      DO 15 I=1,NPF
15    S(I+1)=S(I)+SI
C REPOSICION DE  LOS  COEFICIENTES DE  FILTRO A SU CORRESPON-
C DIENTE ABSCISA
      DO 4 I=1,NF
4     FIC(NE+I)=FC(I)
      DO 5 I=1,NE
5     FIC(I)=FC(NF+I)
      SUM=0.0
C IMPRESION DE DATOS DE SALIDA:
      WRITE(6,113)
113   FORMAT(2(/),4X,'ABSCISA LOGARITMICA',4X
     *,'COEFICIENTES DE',/,9X,'(LN X)',13X,'FILTRO LINEAL'
     *,2(/))
      DO 16 I=1,NPF
      SUM=SUM+FIC(I)
      WRITE(6,114) S(I),FIC(I)
16    CONTINUE
114   FORMAT(8X,F9.4,9X,E20.13)
C
      WRITE(6,115) DISP,SUM
115   FORMAT(5X,'VALOR DEL DESPLAZAMIENTO=',F10.7,2(/),5X,
     *'SUMA DE LOS COEFICIENTES=',F12.10)
      GO TO 41
21    CALL EXIT
      END
      SUBROUTINE RTFUN(SAMPC,L,T)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR LA FUNCION DE ENTRADA TRANSFORMADA
C DE RESISTIVIDAD.
      DIMENSION T(1024)
      COMPLEX*16 T
      DOUBLE PRECISION SAMPC,SI,XL,XD,AT,BT,CT,DT
      DOUBLE PRECISION RETRA
      SI=DLOG(10.D0)/SAMPC
      XL=L
      XD=-(XL/2.D0)*SI
      DO 1 I=1,L
      IF(XD.LT.-.66D1.OR.XD.GT..6756D3) GO TO 3
      AT=DEXP(XD)
      BT=DEXP(-XD)
      CT=DEXP(BT)
      DT=.301*AT
      RETRA=DBLE(1.)/(DT*CT)
      T(I)=DCMPLX(RETRA,0.0D0)
      GO TO 2
3     T(I)=DCMPLX(0.0D0,0.0D0)
2     XD=XD+SI
```

CONT. APENDICE B

```
1        CONTINUE
         RETURN
         END
         SUBROUTINE DISCH(SAMPC,L,DISP,B,R)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR LA FUNCION DE SALIDA SCHLUMBERGER.
         DIMENSION R(1024)
         COMPLEX*16 R
         DOUBLE PRECISION SAMPC,SI,XL,XD,B,B1,B2
         DOUBLE PRECISION XTT,DISP,AR,BR,CR,DR,RODSC
         SI=DLOG(10.0D0)/SAMPC
         XL=L
         XD=-(XL/2.0D0)*SI
         B1=2.D0*B+1.0D0
         B2=1.D0-3.D0*B
         DO 1 I=1,L
         XTT=XD-DISP
         IF(XTT.LT.-.965D2.OR.XTT.GT..1059D3) GO TO 2
         AR=DEXP(3.D0*XTT)
         BR=DEXP(2.D0*XTT)
         CR=B1*BR+B2
         DR=(1.D0+BR)**(-3.5D0)
         RODSC=(AR*CR)*DR
         R(I)=DCMPLX(RODSC,0.0D0)
         GO TO 3
2        R(I)=DCMPLX(0.0D0,0.0D0)
3        XD=XD+SI
1        CONTINUE
         RETURN
         END
         SUBROUTINE NLOGN(N,X,SGNN)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR LA  TRANSFORMADA DISCRETA DIRECTA O
C INVERSA DE FOURIER.
         DIMENSION M(25)
         COMPLEX*16 X(1024),WK,HOLD,Q
         DOUBLE PRECISION TPI,V
         TPI=DBLE(8.)*DATAN(DBLE(1.0))
         LX=2**N
         DO 1 I=1,N
1        M(I)=2**(N-I)
         DO 4 L=1,N
         NBLOCK=2**(L-1)
         LBLOCK=LX/NBLOCK
         LBHALF=LBLOCK/2
         K=0
         DO 4 IBLOCK=1,NBLOCK
         FK=K
         FLX=LX
         V=SGNN*TPI*FK/FLX
         WK=DCMPLX(DCOS(V),DSIN(V))
         ISTART=LBLOCK*(IBLOCK-1)
         DO 2 I=1,LBHALF
         J=ISTART+I
         JH=J+LBHALF
         Q=X(JH)*WK
         X(JH)=X(J)-Q
         X(J)=X(J)+Q
2        CONTINUE
         DO 3 I=2,N
         II=I
         IF(K.LT.M(I)) GO TO 4
3        K=K-M(I)
4        K=K+M(II)
         K=0
         DO 7 J=1,LX
         IF(K.LT.J) GO TO 5
         HOLD=X(J)
         X(J)=X(K+1)
         X(K+1)=HOLD
5        DO 6 I=1,N
```

```
          II=I
          IF(K.LT.M(I)) GO TO 7
  6       K=K-M(I)
  7       K=K+M(II)
          IF(SGNN.LT.0.0) RETURN
          DO 8 I=1,LX
  8       X(I)=X(I)/FLX
          RETURN
          END
          SUBROUTINE PTAMP(ZAF,FR,NFREQ,PI,AMP,FZ)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR EL ESPECTRO DE FRECUENCIAS DEL FIL-
C TRO LINEAL.
          DIMENSION AMP(1024),FZ(1024),FR(1024)
          COMPLEX*16 ZAF(1024)
          DO 1 I=1,NFREQ
          AMP(I)=SNGL( CDABS(ZAF(I)) )
          FZ(I)=ATAN2(SNGL(DIMAG(ZAF(I))),SNGL(DREAL(ZAF(I))))
  1       CONTINUE
          CALL DRUM(PI,NFREQ,FZ)
          DO 2 I=1,NFREQ
  2       FZ(I)=FZ(I)*(180./PI)
          VFN=FZ(NFREQ)/180.
C         WRITE(6,*) 'VFN=',VFN
          RETURN
          END
          SUBROUTINE DRUM(PI,LPHZ,PHZ)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR LAS FASES.
          DIMENSION PHZ(LPHZ)
          PJ=0.0
          DO 40 I=2,LPHZ
          IF(ABS(PHZ(I)+PJ-PHZ(I-1))-PI) 40,40,10
 10       IF(PHZ(I)+PJ-PHZ(I-1)) 20,40,30
 20       PJ=PJ+PI*2.
          GO TO 40
 30       PJ=PJ-PI*2.
 40       PHZ(I)=PHZ(I)+PJ
          RETURN
          END
          SUBROUTINE WENER(SAMPC,L,DISP,R)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR LA FUNCION DE SALIDA WENNER.
          DIMENSION R(1024)
          COMPLEX*16 R
          DOUBLE PRECISION SAMPC,SI,XL,XD,XTT,DISP,AR,BR,CR,DR
          DOUBLE PRECISION ROWEN
          SI=DLOG(10.0D0)/SAMPC
          XL=L
          XD=-(XL/2.D0)*SI
          DO 1 I=1,L
          XTT=XD-DISP
          IF(XTT.LT.-.225D3.OR.XTT.GT..247D3) GO TO 2
          AR=DEXP(XTT)
          BR=AR*AR
          CR=AR*((DSQRT(1.D0 +      BR))**-3.)
          DR=AR*((DSQRT(1.D0+4.D0*BR))**-3.)
          ROWEN=2.D0*(CR-DR)/3.D0
          R(I)=DCMPLX(ROWEN,0.0D0)
          GO TO 3
  2       R(I)=DCMPLX(0.0D0,0.0D0)
  3       XD=XD+SI
  1       CONTINUE
          RETURN
          END
```

```
C                          A P E N D I C E   C
C
C                  P R O G R A M A   C O N V O L U S
C
C ------------------------------------------------------------
C PROGAMA PARA CALCULAR LA FUNCION TRANSFORMADA DE RESISTIVI-
C DADES, ( MEDIANTE  CONVOLUCION ) EN UN MEDIO  ESTRATIFICADO
C DE DOS CAPAS CON RESISTIVIDADES ASCENDENTES O DESCENDENTES.
C CON UN CONTRASTE DE RESISTIVIDADES DE 1:10 . PARA CUALQUIER
C INTERVALO DE MUESTREO DESEADO.
C ------------------------------------------------------------
C DATOS DE ENTRADA:
C
C XX- VECTOR DEABSCISAS DE LA F(X)
C FILTRO- VECTOR DE VALORES MUESTREADOS DE F(X).
C ------------------------------------------------------------
C
        IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
        DIMENSION FILTRO(150),TRCAL(150),XX(128)
C
C------------CALCULOS Y ASIGNACIONES NECESARIAS------------
C
        NWS=2**7
        R1=1.0D0
        R2=1000000.0D0
        NTIPO=0
C
C------------LECTURA DE DATOS DEL FILTRO------------------
C
        DO I=1,NWS
        READ(5,*)XX(I),FILTRO(I)
C        WRITE(6,*)' X= ',XX(I),' FILT= ',FILTRO(I)
        ENDDO
C
C------------CONVOLUCION DEL FILTRO CON LA RA-------------
C
        DO J=1,NWS
        SUM=0.0D0
        X=XX(J)
        DO I=1,NWS
        Y=X - XX(I)
C- 0.1998569D0
        CALL RA(R1,R2,NTIPO,Y,RESAP)
        SUM=SUM+RESAP*FILTRO(I)
        ENDDO
        TRCAL(J)=SUM
        ENDDO
C
C------------CALCULO DE ERRROR CON LA FUNCION CALCULADA----
C---------------POR CONVOLUCION Y LA ANALITICA.-----------
C
        DO I=1,NWS
          X=XX(I)
          CALL TR(R1,R2,NTIPO,X,TRANA)
          ERROR=(DABS(TRCAL(I)-TRANA)/DABS(TRANA))*100
          WRITE(6,101)SNGL(X),TRCAL(I),TRANA,ERROR
        ENDDO
  101   FORMAT(10X,F15.4,4X,2(1X,G15.10),1X,G16.10)
        CALL EXIT
        END
C
C------------------------SUBRUTINA--------------------------
        SUBROUTINE RA(R1,R2,NTIPO,X,RESAP)
C----------------------------------------------------------
      DOUBLE PRECISION R1,R2,X,RESAP
      IF(NTIPO.EQ.1)GO TO 5
      IF(X.GT.44.0D0)GO TO 10
      RESAP=R1+(R2-R1)*DEXP(X)/((1.0D0+DEXP(2.0D0*X))**0.5)
      GO TO 15
   10 RESAP=R2
```

CONT. APENDICE C

```
      GO TO 15
    5 RESAP=R2+(R1-R2)*DEXP(-DEXP(X))*(1.0D0+DEXP(X))
   15 RETURN
      END
C
C---------------------------SUBRUTINA---------------------------
        SUBROUTINE TR(R1,R2,NTIPO,X,TRANA)
C----------------------------------------------------------------
      DOUBLE PRECISION R1,R2,X,TRANA
      IF(NTIPO.EQ.1)GO TO 5
      TRANA=R1+(R2-R1)*(1.0D0-DEXP(-DEXP(-X)))/DEXP(-X)
      GO TO 15
    5 IF(X.LT.-44.0D0)GO TO 20
      TRANA=R2+(R1-R2)*DEXP(-X)/((1.0D0+DEXP(-2.0D0*X))**0.5)
      GO TO 15
   20 TRANA=R1
   15 RETURN
      END
```

BIBLIOGRAFIA

BATH M. (1974) "Spectral Analysis in Geophysics". Elsevier Scientific Publishing Company.

BERNABINI M. y CARDARELLI E. (1978) "The use of filtered Bessel functions in direct interpretation of geolectrical soundings". Geophysical Prospecting., Vol. 26, pag. 841-852

BRIGHAM O. (1974) The fast fourier transform. Prentice Hall, Inc.

GHOSH D.P. (1979) "Inverse Filter Coefficients for the Computation of Apparent Resistivity Standard Curves for Horizontally Stratified Earth". Geophysical Prospecting, Vol. 19, pag. 769-775

HAMMING R. W. (1977) Digital filters. Printice Hall, Inc.

KOFOED O (1979) "Geosounding Principles, I". Elsevier Scientific Publishing Company.

MANSINHA L. (1984) "Zero-Phase Forward Filters for Resistivity Sounding". Geophysical Prospecting, Vol. 32, pag. 1155-1166

ORELLANA E. (1982) Prospección geoêlectrica en corriente continua. Paraninfo.

RABINER L. y GOLD B. (1975) Theory and application of digital signal processing. Prentice Hall, Inc.

SEARA J.L. (1977) Msc. Thesis The University of Western Ontario,London Ontario, Canada

OPPENHEIM J.L. y SCAFER W.R. (1975) Digital Signal Processing. Prentice Hall, Inc.

TEJERO A.A., GONZALEZ V.P. y LEON S.R. (1986) "Comment on Zero-Phase Forward Filters for Resistivity Sounding by L. Mansinhá". Geophysical Prospectibg, en imprenta.

VOZOFF K. (1958) "Numerical resistivity analysis horizontal layers". Geophysics., Vol. 23, pag. 536-556