

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**"DISEÑO MECANICO Y TERMICO DE  
SISTEMAS DE TUBERIAS"**

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA  
**P R E S E N T A N**  
**PABLO PORFIRIO LOPEZ FLORES**  
**J. RICARDO ENCISO LINARES**  
**DELFINO GARCIA MONTILLA**

**MEXICO, D. F.**

**1 9 8 2**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

" DISEÑO MECANICO Y TERMICO DE SISTEMAS DE TUBERIAS "

I N D I C E .

	<u>PAGINA</u>
CAPITULO I      INTRODUCCION.	1
CAPITULO II     ANALISIS DE ESFUERZOS.	4
2.1 Esfuerzos en Sistemas de Tuberías.	4
2.1.1 Esfuerzos producidos por presión interna.	5
2.1.2 Esfuerzos producidos por presión externa.	9
2.1.3 Esfuerzos producidos por expansión térmica.	9
2.1.4 Esfuerzos producidos por cualquier tipo de carga.	11
2.2 Fallas de los Materiales.	14
2.2.1 Falla dúctil.	14
2.2.2 Falla frágil.	15
2.3 Criterios de falla de los Materiales.	16
2.3.1 Teorías de falla.	17
2.4 Selección de la Teoría de falla apropiada para la solución del problema presentado en este trabajo.	23
2.5 Obtención de las Ecuaciones principales de la Teo <u>r</u> ría del Esfuerzo cortante máximo.	25

CONTINUA INDICE.

	<u>PAGINA</u>
2.6 Rango de Esfuerzos Permisibles.	29
CAPITULO III ANALISIS DE FLEXIBILIDAD.	38
3.1 Introducción.	38
3.2 Métodos simplificados de Análisis de Flexibilidad.	39
3.3 Método del Centro Elástico.	46
3.4 Métodos exactos de Análisis de Flexibilidad.	60
3.5 Desarrollo de Programas para uso de Computadoras di gitaes.	62
CAPITULO IV APLICACION A SISTEMAS DE TUBERIAS DEL METODO DEL CENTRO ELASTICO.	67
4.1 Planteamiento del problema.	67
4.1.1 Determinación del espesor mínimo de pared re querido por la tubería.	68
4.2 Solución del problema.	71
4.2.1 Planteamiento de las ecuaciones a emplear.	71
4.2.2 Factores de Flexibilidad e Intensificación - de esfuerzos.	71
4.2.3 Expresiones empleadas para la determinación de los Centros Elásticos, Productos de iner- cia y Momentos de inercia.	73

CONTINUA INDICE.

PAGINA

	4.2.4 Cálculo de Reacciones debido a la Expansión Térmica,	80
CAPITULO V	EVALUACION DE RESULTADOS.	99
	5.1 Cálculo del Esfuerzo Máximo.	99
	5.2 Determinación del Movimiento vertical en el punto - de apoyo.	104
	5.3 Determinación del Peso Muerto.	107
CAPITULO VI	CONCLUSIONES.	120
CAPITULO VII	BIBLIOGRAFIA.	124

## CAPITULO I

### INTRODUCCION.

Se sabe por experiencias que las Tuberías industriales se utilizan principalmente en instalaciones de barcos, de calderas y en servicios a gran escala para edificios, pero su mayor complejidad la alcanzan en plantas industriales de procesos químicos, plantas de refinación del petróleo y sus derivados, así como en las plantas de generación de energía eléctrica (termoeléctricas, nucleares, etc.), es por ello que a éstos últimos sistemas está enfocado éste trabajo.

La función de las tuberías es transportar líquidos, gases o partículas sólidas en suspensión, bajo ciertas condiciones de presión y temperaturas según los requerimientos del proceso.

Las tuberías constituyen una parte muy importante del equipo, para llevar a cabo los procesos necesarios hasta lograr el objetivo final, por lo que hacer el arreglo original, cambios a uno ya existente, dar soluciones y proponer modificaciones a los trazos de tubería, sin conocer las necesidades y características de funcionamiento de los equipos, dispositivos especiales y las técnicas de diseño que deben utilizarse; solo conduce a malos diseños, que ocasionarían retrasos en el proyecto, operación incorrecta de la planta así como gastos innecesarios.

En las diferentes etapas de un proyecto para la construc--

ción de una planta, interviene un gran número de profesionales de diferentes especialidades, que en base a los primeros datos de diseño proporcionados -- por los ingenieros de proceso, y siguiendo los diferentes pasos preestablecidos, especifican los controles y equipos necesarios, volumen de fluido requerido, presiones, temperaturas, orden de interconexión de los equipos y dimensiones de algunos de ellos. Con esta información disponible y con la participación de los especialistas en tuberías y diseño civil, se inicia la elaboración de diferentes estudios para escoger de entre ellos, el que será arreglo general definitivo de la planta, en esta fase las consideraciones que se hagan sobre tuberías deben ser mínimas, ya que la importancia recae en preparar arreglos razonablemente económicos; proporcionar todos los requerimientos de espacio tanto de las tuberías como de los equipos, para considerar espacio suficiente en edificios, así como estimar los pesos tanto de la tubería como de su contenido para diseño estructural, de acuerdo a las necesidades del proyecto.

Una vez escogido el arreglo definitivo de la planta, el diseño de tuberías se continúa en forma más detallada para obtener el plano de localización de equipos, diagramas de tubería e instrumentación, hasta lograr finalmente el arreglo general de tuberías revisado y corregido.

Uno de los factores más importantes en el arreglo general de tuberías para plantas industriales, es el referente al diseño para comportamiento estructural de las tuberías, ya que de la obtención de buenos resultados depende, no solo la seguridad de las tuberías sino la de la propia --

planta.

El objeto de este trabajo precisamente cubre todos los aspectos referentes al diseño estructural o análisis de flexibilidad de sistemas de tuberías para uso industrial.

Partiendo de la base de que el comportamiento de un sistema de tuberías, es semejante al de una construcción rígida de estructuras de acero, los métodos de análisis de esfuerzos y resultados obtenidos en estructuras, aunque en algunos casos requieren pequeñas modificaciones, en general son aplicables también para determinar los esfuerzos en sistemas de tuberías, por lo que en el Capítulo II se describen brevemente algunos conceptos básicos de la distribución de esfuerzos, las principales constantes elásticas de los materiales usados en la fabricación de tuberías, así como de los diferentes códigos aplicables que norman los criterios de diseño, ya que especifican para una presión y temperatura dadas, cuál material se debe usar, cuáles son sus esfuerzos permisibles y cómo efectuar el análisis de esfuerzos de sistemas de tuberías y sus componentes.



## CAPITULO 11

## ANALISIS DE ESFUERZOS.

En este capítulo se hará un breve repaso de los diferentes tipos de esfuerzos a que se encuentra sometida una tubería, debido a la aplicación de cualquier tipo de carga, presión interna o externa y efectos térmicos debidos a cambios de temperatura; teniendo especial cuidado para que el valor de estos esfuerzos esté siempre por abajo de los esfuerzos permisibles recomendados por el Código respectivo, aplicable según el uso que se le vaya a dar a la tubería, se discutirán también algunos otros conceptos de vital importancia para el estudio del comportamiento de sistemas de tuberías como son los de: FLEXIBILIDAD, RIGIDEZ, ELASTICIDAD, PLASTICIDAD, DEFORMACION, -- así como las propiedades más importantes de los materiales usados en tuberías.

## 2.1 ESFUERZOS EN SISTEMAS DE TUBERIAS.

Los esfuerzos generados en sistemas de tuberías, se pueden clasificar desde muy diversos puntos de vista dependiendo de las causas que los producen; en la siguiente figura se muestran esquemáticamente los diferentes tipos:

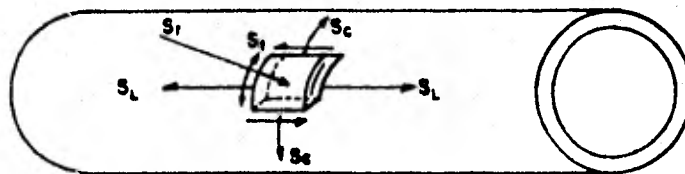


FIGURA 2.1

Donde:

$S_L$  = Esfuerzo longitudinal.

$S_C$  = Esfuerzo circunferencial.

$S_t$  = Esfuerzo cortante o de torsión.

$S_r$  = Esfuerzo radial.

### 2.1.1 ESFUERZOS PRODUCIDOS POR PRESION INTERNA.

Las tensiones normales producidas por presión interna, en tubos de pared delgada son de 2 tipos: LONGITUDINALES Y CIRCUNFERENCIALES, para su análisis se hacen las siguientes consideraciones:

- Se supone que las tensiones de tracción o compresión que existen en la pared del tubo, están uniformemente distribuidas en el espesor de la pared.
- También que las cargas, tensiones y deformaciones en las membranas cilíndricas son simétricas al eje del cilindro.
- La relación del espesor de la pared al diámetro exterior no debe exceder de 0.10 aproximadamente.
- No debe haber discontinuidad en la estructura.

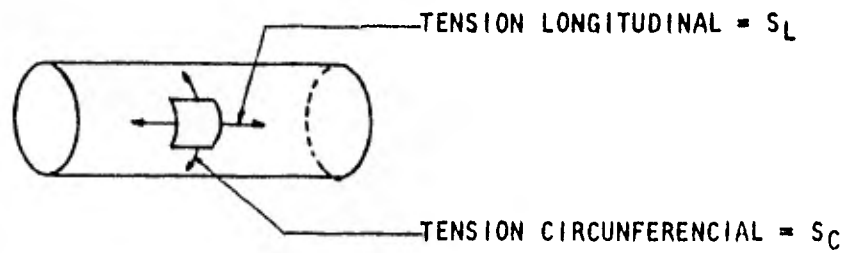


FIGURA 2.2

Haciendo diagramas de cuerpo libre se tiene que:

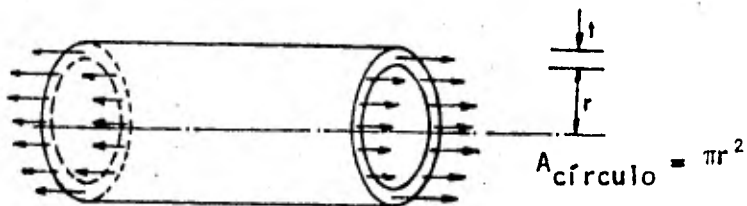


FIGURA 2.3

Para la tensión longitudinal por condiciones de equilibrio, la suma de fuerzas del fluido contra el extremo del elemento de tubería, debe ser igual a la fuerza resistiva de la sección transversal del elemento:

$$\Sigma F_N = 0$$

$$- p \pi r^2 + \pi r t S_L = 0$$

$$2 S_L t = p r$$

$$- p \pi r^2 = \text{Fuerza del fluido.}$$

$$2 \pi r t S_L = \text{Fuerza soportada por la sección del tubo.}$$

$$\therefore S_L = \frac{p r}{2 t} \text{----- ( 1 )}$$

Donde:

$p$  = Presión interna del fluido ( $\text{Kg./ cm}^2$  )

$r$  = Radio interno de la tubería (cm)

$t$  = Espesor de la pared del tubo.

De igual manera para obtener la expresión del esfuerzo circunferencial, haciendo un corte longitudinal del elemento estudiado, dividiéndolo en dos partes iguales; del diagrama de cuerpo libre de una de las partes, se observa que la fuerza resultante - debida a la expresión del fluido es igual a la suma de las fuerzas resistentes en el área de la sección longitudinal del tubo - considerada.

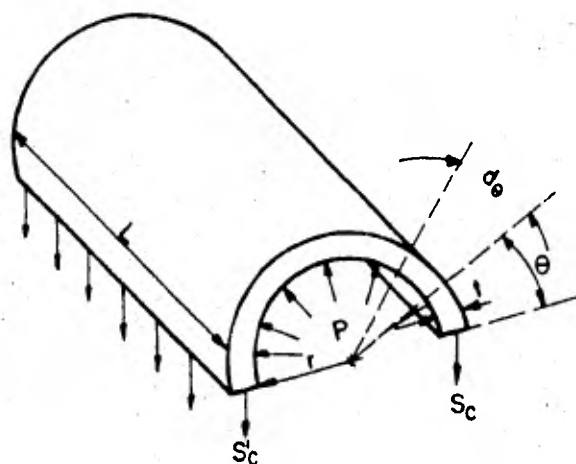


FIGURA 2.4

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-2 S_c t L + \int_0^\pi p r \sin \theta d\theta L = 0 \quad \cos \pi = -1$$

$$-2 S_c t L - p r L \left[ \cos \theta \right]_0^\pi = 0 \quad \cos 0 = 1$$

$$-2 S_c t L - p r L \left[ -1 - 1 \right] = 0$$

$$-2 S_c t L + 2 p r L = 0$$

$$\therefore S_c = \frac{p r}{t} \text{-----} (2)$$

Nótese que la tensión circunferencial es el doble de la longitudinal, por lo que si falla el material será longitudinalmente ya que:

$$S_c = 2 S_L \text{-----} (3)$$

El uso de estas fórmulas, para tubos cuya relación del espesor al diámetro es mayor que 0.1 no es recomendable, por lo que se sugiere el empleo de otras ecuaciones como las de Lamé Rankine para determinar los esfuerzos en tubos considerados como de pared gruesa.

Para el caso de tubería comercial, casi siempre se cumple la condición para considerarlos como de pared delgada.

### 2.1.2 ESFUERZOS PRODUCIDOS POR PRESION EXTERNA.

Los esfuerzos debidos a una presión externa, son gobernados o calculados por las mismas fórmulas que los producidos por presión interna, con la excepción de que los signos de todas las ecuaciones se consideran opuestos, indicando que se trata de esfuerzos de compresión.

### 2.1.3 ESFUERZOS PRODUCIDOS POR EXPANSION TERMICA.

Los efectos de expansión que experimenta un sistema de tuberías, difieren mucho de aquellos que se presentan en estructuras expuestas a cambios de temperatura ambientales, ya que las variaciones de temperatura en tuberías son mucho más grandes, pues en muchos problemas se debe considerar en el análisis más de una condición de servicio, por ejemplo: arranque, paro, condiciones normales de operación pues podría hacerlo de más de una forma, o también podría producir varios productos que requieran diferentes presiones y temperaturas en el proceso.

Los cambios de temperatura en las tuberías y debido a las restricciones impuestas a la expansión térmica ya sea en los extremos o en puntos intermedios, generan diferentes tipos de esfuerzos térmicos de los cuales los más importantes son los siguientes:

- a).- ESFUERZOS LONGITUDINALES.- Este tipo de esfuerzos son producidos por los momentos flexionantes, debidos a expansión térmica, y su valor se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$S_L = \frac{M}{Z} \text{ Para tubos rectos -----(4)}$$

$$S_L = \frac{M}{Z} i \text{ Para tubos curvos -----(5)}$$

Donde:

M = Momento flexionante ( Kg - cm )

Z = Módulo de sección del área transversal (cm<sup>3</sup>)

i = Factor de intensificación de esfuerzos.

- b).- ESFUERZO CORTANTE.- Son producidos por los momentos torsionantes debidos a expansión térmica y se calculan con la siguiente expresión:

$$S_t = \frac{M_t D}{4 I} = \frac{M_t}{2Z} \text{ -----(6)}$$

Donde:

M<sub>t</sub> = Momento torsionante ( Kg-cm)

D = Diámetro exterior de la tubería. (cm)

I = Momento de inercia de la sección transversal. (cm<sup>4</sup>)

#### 2.1.4 ESFUERZOS PRODUCIDOS POR CUALQUIER TIPO DE CARGA.

Una tubería ya instalada normalmente estará sujeta a diversos tipos de carga, tales como: Peso propio ( tubos, accesorios, aislamiento, ), peso del fluido, nieve, viento, sismo y cargas de impacto en situaciones especiales. El primer tipo de cargas son las llamadas de peso muerto, normalmente están actuando todo el tiempo, mientras que los restantes o cargas vivas actúan solo eventualmente y rara vez alcanzan los valores máximos de diseño. Por lo que su influencia en la evaluación de los esfuerzos ya está prevista por los Códigos respectivos y no se considera en los cálculos.

Los esfuerzos debidos a presión interna, peso, etc., se mantienen durante toda la vida de la línea sin importar la reducción del esfuerzo térmico debido a la cedencia y arrastre.

La sección B31.1 del ANSI, considera los esfuerzos térmicos independientes de los esfuerzos causados por presión, gravedad, etc., estando estos últimos excluidos de la comparación de  $S_E$  con  $S_A$ . Esta misma sección señala que el esfuerzo máximo de dilatación o expansión, se obtiene con la siguiente expresión:

$$S_E = \sqrt{S_b^2 + 4 S_t^2} \text{ -----(7)}$$

Donde:



$$S_b = \text{Esfuerzo por flexión ( Kg/cm}^2 \text{ )} = M/Z$$

$$S_t = \text{Esfuerzo por torsión ( Kg/cm}^2 \text{ )} = M_T/2Z$$

$S_E$  No debe exceder la magnitud del esfuerzo admisible -  
 $S_A$

$$S_E < S_A$$

El esfuerzo resultante por flexión en codos y dobleces normales o de gajos, se calcula de acuerdo a la siguiente expresión:

$$S_B = \frac{\sqrt{(i_b M_{bp})^2 + (i_b M_{bt})^2}}{Z} \text{ -----(8)}$$

Y se presenta como se muestra en la Figura 2.5 y Figura 2.6

Donde:

$M_{bp}$  = Momento flexionante en el plano del elemento - -  
 (Kg-m).

$M_{bt}$  = Momento flexionante transversal al plano del elemento ( Kg-m).

$i$  = Factor de intensificación de esfuerzos.

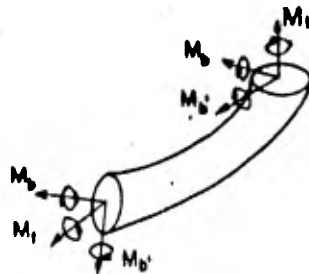
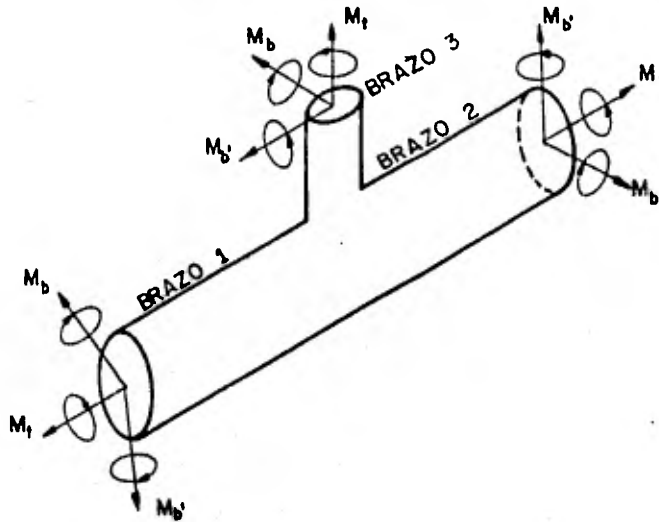


FIGURA 2.5

De igual manera cuando se trate de conexión ramal a Te, se analiza como sigue:



F I G U R A 2.6

Para el cabezal ( BRAZO 1 y 2 ).

$$S_B = \sqrt{(i_b M_b)^2 + (i_b' M_b')^2} / Z \text{ -----(9)}$$

Para el ramal ( BRAZO 3 )

$$S_B = \sqrt{(i_b M_b)^2 + (i_b' M_b')^2} / Z_e \text{ -----(10)}$$

Donde:

$$Z_e = r_m^2 \pi t_s \quad ;$$

$t_s$  = Espesor efectivo de pared.

$r_m$  = Radio medio.

Las ecuaciones indicadas anteriormente son tomadas de la referencia (1), (5) y (3).

## 2.2 FALLAS DE LOS MATERIALES.

Un material falla cuando no puede resistir satisfactoriamente las cargas aplicadas.

Los tipos de fallas se pueden agrupar en dos clases, las de tipo dúctil y las de tipo frágil.

2.2.1 FALLA DUCTIL.- La magnitud más significativa que se asocia con este tipo de falla a temperatura ordinaria (aquella que es menor a la temperatura de recristalización del material), es el esfuerzo cortante.

Un material tendrá una falla dúctil cuando se le someta a un esfuerzo tangencial mayor que el esfuerzo cortante máximo, este último es igual a la mitad del esfuerzo de cedencia a la tensión.

Las siguientes observaciones deben considerarse cuando se ha aplicado un esfuerzo mayor al esfuerzo cortante máximo.

a).- El deslizamiento que ocurre en la red cristalina es de -

carácter irreversible.

b).- No hay cambio de volumen.

Comparando lo antes mencionado con una falla dúctil veremos que concuerda, porque es necesaria una deformación plástica antes de la ruptura del material. Cuando esta falla ocurre a una temperatura mayor que la de la temperatura de recristalización del material, se dice que el material presenta fluencia.

La tensión que corresponde a un cierto grado de deformación en un tiempo dado, es la máxima resistencia utilizable de un material a cierta temperatura elevada. A esta se le denomina comúnmente resistencia a la fluencia lenta.

Un límite que se selecciona comúnmente es 1% del alargamiento unitario en 10 000 hrs., pero esta selección depende de las condiciones de servicio.

**2.2.2 FALLA FRAGIL.-** La magnitud más significativa que se asocia con este tipo de falla es la resistencia a la tensión, la cual es a la vez la medida de la máxima resistencia utilizable del material. Esto quiere decir que el material fallará si el esfuerzo aplicado es mayor al esfuerzo de cedencia.

A diferencia de la fractura dúctil, no existe deformación plástica apreciable antes de la ruptura.

### 2.3 CRITERIOS DE FALLA DE LOS MATERIALES.

Cuando en un ensayo a tensión se alcanza el esfuerzo de fluencia también se puede ver que los cinco valores que se enuncian a continuación se alcanzan simultáneamente.

- 1.- El esfuerzo principal ( $\sigma = P/A$ ) es igual al esfuerzo de fluencia del material.

$$\sigma = \sigma_F$$

- 2.- El esfuerzo cortante máximo vale la mitad del esfuerzo de fluencia a la tensión.

$$\tau_{\text{máx.}} = \sigma_F/2$$

- 3.- El alargamiento unitario es igual al alargamiento unitario de fluencia.

$$\epsilon = \epsilon_F$$

- 4.- El trabajo total de deformación absorbido por unidad de volumen es igual al módulo de resiliencia.

$$W = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sigma_F^2}{E} \right]$$

- 5.- La energía de distorsión (energía que está asociada con el cambio de forma), absorbido por unidad de volumen alcanza el siguiente valor.

$$W = \left[ \frac{1 + \mu}{3 E} \right] \sigma F^2$$

Sin embargo, si se tiene un estado de esfuerzo plano o triaxial, los valores antes mencionados no se alcanzan simultáneamente.

Esto da origen a que el analista de esfuerzos aplique su criterio para determinar que punto de los mencionados -- anteriormente explica más adecuadamente la condición de falla, del elemento analizado. Se hace notar que cada uno de los criterios analizados anteriormente da origen a distintas teorías de fallas, las cuales se explicarán brevemente en el siguiente punto.

### 2.3.1 TEORIAS DE FALLA.

A continuación se mencionarán cinco de las principales teorías de falla, las cuales tienen su origen en los criterios mencionados en el punto anterior.

#### Teoría de Rankine o del esfuerzo máximo principal.

Los créditos de esta teoría se otorgan al científico inglés --

W.J.M. Rankine (1802 - 1872 ). Esta es la teoría más simple y la menos exacta de las que a continuación se comentan.

Esta teoría establece que si en un determinado punto de un cuerpo se somete a algún estado tensional cualquiera, fallará si el esfuerzo principal máximo de dicho estado es igual o mayor que el esfuerzo de fluencia a la tensión ( o compresión) del material del cuerpo.

Esto es:

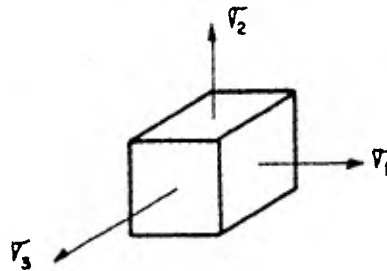


FIGURA 2.7

Si consideramos que:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Donde:

$$\sigma_1 \geq \sigma_F \text{ (a la tracción)} > \sigma_2 > \sigma_3$$

El material fallará.

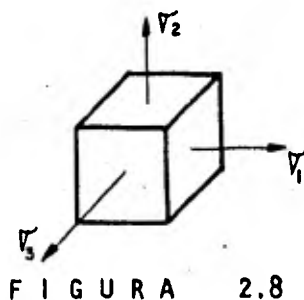
En el caso de materiales que presenten fallas del tipo frágil, como el hierro fundido, concreto, vidrio y materiales cerámicos

cos, ésta teoría se considera adecuada.

Teoría de Saint Venant o de la Máxima Deformación Líneal.

Esta teoría fué formulada por primera vez por el investigador - francés Barré de Saint Venant ( 1797 - 1886 ), y establece que: La falla de un cuerpo se inicia cuando en un punto de un cuerpo, que está sujeto a un estado tensional cualquiera, causa que la - máxima deformación unitaria sea igual o mayor a la deformación - unitaria a la fluencia del material del cuerpo.

Si observamos la siguiente figura, veremos que:



El material fallará siempre que:

$$\epsilon_1 \geq \epsilon_F$$

Considerando que:

$$\epsilon_1 \geq \epsilon_F > \epsilon_2 > \epsilon_3$$



Y que:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\mu}{E} (\sigma_2 + \sigma_3)$$

De la ecuación anterior se observa que es posible aplicar un -- esfuerzo un poco mayor que el esfuerzo de cedencia para que el material falle, siempre que todos los esfuerzos sean de tensión. Esto se debe a que los esfuerzos  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$  impiden el alargamiento del cuerpo en la dirección  $\sigma_1$  .

Esta teoría es una mejora de la de Rankine, ya que considera -- los efectos sobre  $\varepsilon_1$  de los esfuerzos  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$  .

Al igual que la teoría de Rankine, ésta teoría solo se aplica a aquellos cuerpos que presentan fracturas del tipo frágil.

#### Teoría del esfuerzo cortante máximo.

Esta teoría fué formulada por primera vez por el científico -- francés C.A. Coulomb (1736 - 1806 ). Más tarde, en 1864 Tresca escribió un artículo importante sobre esta teoría. Pero no fué hasta después de los ensayos del investigador inglés J.J. Guest en 1900, cuando se empleó esta teoría.

Dicha teoría establece que:

Un cuerpo falla cuando existe un estado tensional en un punto - cualquiera tal que en algún plano trazado por éste, se desarrollará un esfuerzo cortante que es igual o mayor al valor del -- esfuerzo cortante máximo.

Por facilidad se considera un estado de esfuerzo plano, donde:

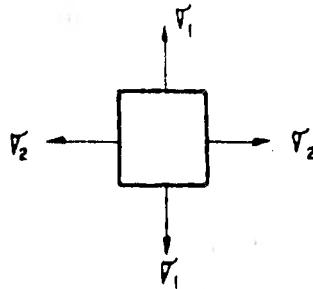


FIGURA 2.9

$\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son esfuerzos principales y  $\sigma_1 > \sigma_2$

Para que el material falle es necesario que:

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

Donde:

$$\tau \geq \frac{\sigma_F}{2}$$

Esta teoría es aplicable para los materiales que presenten fallas del tipo dúctil.

### Teoría del máximo trabajo total de deformación.

Formulada por el investigador italiano Beltrami en 1885 y después independientemente por Haigh.

Esta teoría establece que la falla en un punto cualquiera de un cuerpo, se inicia cuando está sometido a un estado tensional, - el cual ocasiona que el trabajo o energía absorbida por unidad de volumen en dicho punto sea igual a la energía absorbida por unidad de volumen cuando el material del cuerpo alcanza el límite de cedencia en un ensayo a tracción.

Esta teoría no tiene amplia aplicación práctica, ya que se prefiere la teoría de la máxima energía de distorsión.

### Teoría de la máxima energía de distorsión.

Propuesta inicialmente por el científico inglés James Clerk - - Maxwell (1831 - 1879 ), en 1856 en una carta a su amigo William Thompson. Más tarde el investigador polaco M.T. Hueber la propone en 1904. Por último, esta teoría es desarrollada por R. - Von Mises en 1913 y H. Hencky en 1925, estos dos últimos comenzaron sus carreras en Alemania y después se trasladaron a los - Estados Unidos.

Esta teoría establece que:

Un cuerpo falla cuando en un punto sometido a un estado tensional cualquiera, la energía de distorsión por unidad de volumen absorbida es igual a la energía de distorsión absorbida por unidad de volumen en un punto cualquiera de una probeta del mismo material en un ensayo a tensión o compresión simple, cuando se presenta el esfuerzo de cedencia, siendo su valor igual a:

$$W_d = \frac{(1 + \mu) \sigma_F^2}{3E}$$

Además ofrece la ventaja de predecir la fluencia dúctil bajo un estado de esfuerzo triaxial, con una exactitud que no ofrecen las demás teorías, ya que toma en cuenta la influencia de los tres esfuerzos. Hay que tomar en cuenta que su validez está limitada para aquellos materiales que tienen el mismo valor de esfuerzo de fluencia tanto a la tracción como a la compresión.

#### 2.4 SELECCION DE LA TEORIA DE FALLA APROPIADA PARA LA SOLUCION DEL PROBLEMA PRESENTADO EN ESTE TRABAJO.

El problema que se analizará más adelante involucra un sistema de tuberías de acero. Este tipo de material presenta fallas del tipo dúctil a temperaturas ordinarias y elevadas, las cuales se pueden predecir por medio de las teorías de fallas del esfuerzo cortante máximo y la de la máxima energía de distorsión.

Para la combinación de esfuerzos en la solución del problema que se plantea más adelante, se empleará la teoría de esfuerzo cortante por las razones que se enuncian a continuación:

- a).- En presencia del fenómeno de fluencia, la teoría del esfuerzo cortante da resultados satisfactorios.
- b).- La relación de Poisson no es fácil de evaluar a altas temperaturas.
- c).- El tipo de falla es dúctil, la cual está asociada con el esfuerzo cortante máximo.
- d).- Existen tablas con los valores de los esfuerzos de fluencia en un amplio rango de temperaturas.
- e).- Considerando que la teoría de la máxima energía de distorsión da los resultados más exactos, se tiene que:

El esfuerzo cortante máximo, según la teoría de la máxima energía de distorsión, cumple con la siguiente igualdad:

$$\tau_{\text{máx.}} = 0.577 \sigma_F$$

Por otra parte, con la teoría del esfuerzo cortante máximo se -

tiene que:

$$\tau_{\text{máx.}} = 0.5 \sigma_f$$

Según lo anterior, la teoría del esfuerzo cortante máximo da resultados 15% menores que la teoría de la máxima energía. Esto se ubica del lado de la seguridad. En otras palabras da resultados más conservadores.

- f).- El Código ANSI B31.3 de 1976, para tuberías en Plantas Químicas y Refinerías, editado por el ASME favorece el uso de la teoría del esfuerzo cortante máximo.

## 2.5 OBTENCION DE LAS ECUACIONES PRINCIPALES DE LA TEORIA DEL ESFUERZO CORTANTE MAXIMO.

### FORMULACION ANALITICA.

Se considera un elemento sometido a los esfuerzos que se muestran en la Figura No. 2.10 .

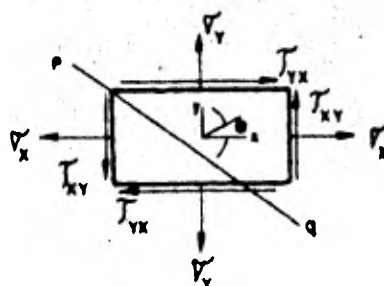


FIGURA 2.10

Las convenciones de signos que se tomarán son las que se mencionan a continuación:

- a).- Los esfuerzos de tensión son positivos.
- b).- Los esfuerzos de compresión son negativos.
- c).- Los esfuerzos cortantes que actúan en la cara "x" (perpendicular al eje "x" ), son positivos si causan un momento en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.
- d).- Los esfuerzos cortantes que actúan en la cara "y" ( perpendicular al eje "y" ), son positivos si causan un momento en el sentido del movimiento de las manecillas del reloj.
- e).- El esfuerzo cortante que actúa en el plano inclinado, es positivo si su sentido es igual al sentido de rotación de las manecillas del reloj.

De lo anterior, se obtienen los esfuerzos principales siguientes:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \text{ ----- (11)}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \text{ ----- (12)}$$

Y el esfuerzo cortante máximo:

$$\tau_{\text{máx.}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \text{-----(13)}$$

Donde:

$\sigma_x$  = Esfuerzo que actúa en dirección del eje "x"

$\sigma_y$  = Esfuerzo que actúa en dirección del eje "y"

$\tau_{xy}$  = Esfuerzo cortante que actúa en la cara "x" en la -  
dirección del eje "y"

$\tau_{yx}$  = Esfuerzo que actúa en la cara "y" en dirección del  
eje "x"

#### CIRCULO DE MOHR.

Las ecuaciones anteriores se pueden representar gráficamente --  
con el círculo de Mohr, el siguiente procedimiento ilustra como  
se obtiene dicha representación.

a).- Se localiza el centro ( $\sigma_{\text{med}}, 0$ ). Donde:

$$\sigma_{\text{med}} = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) .$$

b).- Se traza una circunferencia con radio igual a  $\tau_{\text{máx}}$  y -  
con centro en punto antes mencionado.

c).- Con referencia a la figura 2.10, la cara "x" tendrá las -  
coordenadas ( $\sigma_{x_1}, -\tau_{xy}$ ); mientras que la cara "y" se-



rá  $(\sigma_y, \tau_{xy})$ . Estos se denotan por los puntos A y B respectivamente.

Una vez dibujado el círculo, se puede observar que:

- 1.- Se pueden determinar los esfuerzos en cualquier plano inclinado cuya normal forma un ángulo  $\theta$  con el eje "x", solo es necesario tomar un ángulo  $2\theta$  en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj desde el punto A. De esta manera se genera el punto C.

El punto C', diametralmente opuesto a C, tiene las coordenadas que representa los esfuerzos en un plano a  $90^\circ$ .

- 2.- Los puntos D y E representan los esfuerzos en los planos donde actúan los esfuerzos cortantes máximos.
- 3.- Los esfuerzos principales están representados por los puntos F y G, nótese que los esfuerzos cortantes valen cero.

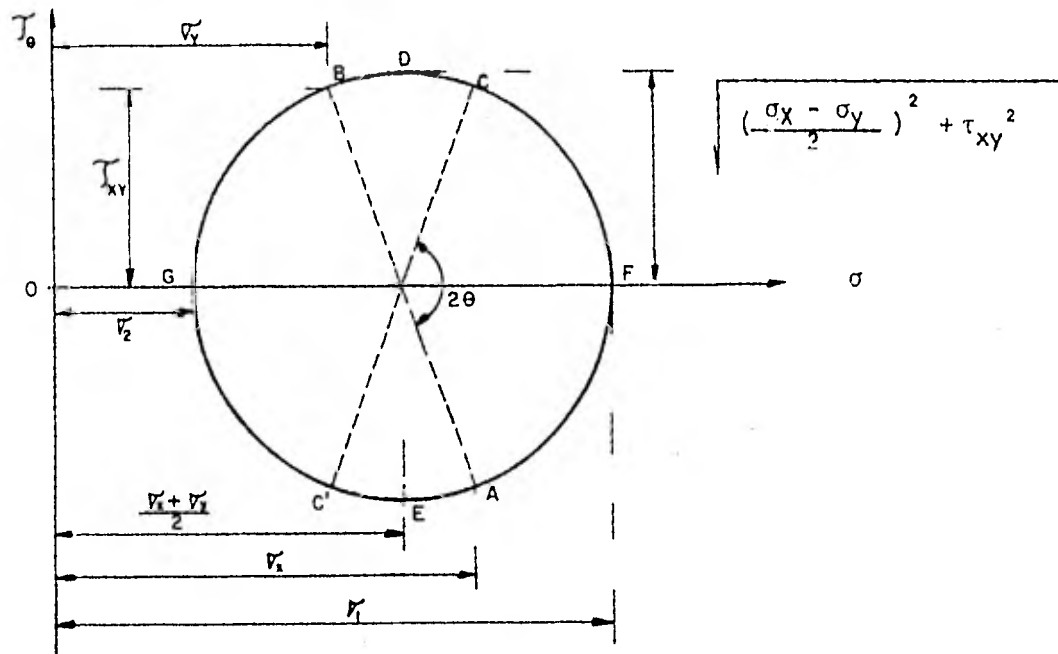


FIGURA 2.11

Como se puede apreciar, el círculo de Mohr es de gran ayuda para hacer la evaluación de cualquier estado tensional de esfuerzos. La ventaja del círculo sobre las ecuaciones deducidas en el punto anterior, es que con este se puede determinar con mayor facilidad los efectos de cualquier variación de los esfuerzos.

## 2.6 RANGO DE ESFUERZOS PERMISIBLES.

El rango de esfuerzos es propuesto por el Código ANSI B.31, el cual -

se ha dividido en varias secciones y los campos de aplicación son los siguientes:

- 1.- (ANSI B31.1) Tubería para Plantas de potencia.
- 2.- (ANSI B31.2) Tubería para gas combustible.
- 3.- (ANSI B31.3) Tubería para refinerías de Petróleo y Plantas Químicas.
- 4.- (ANSI B31.4) Sistema de tuberías para transporte de petróleo líquido.
- 5.- (ANSI B31.5) Tuberías para refrigeración.
- 6.- (ANSI B31.7) Tuberías de Plantas Nucleares.
- 7.- (ANSI B31.8) Sistemas de Tuberías para distribución y transporte de gas.
- 8.- (ANSI B31.9) Tuberías para servicios en edificios.
- 9.- (ANSI B31.10) Tuberías para Plantas Criogénicas.

En el desarrollo de este trabajo se empleará la sección 3 (ANSI B31.3).

El objetivo del Código es:

Dar los requerimientos mínimos necesarios para un buen diseño y un montaje seguro de los distintos sistemas de tuberías en una Planta química o petroquímica.

El objetivo anterior se logrará al considerar en esta sección a los siguientes puntos:

- a).- Referencias a especificaciones de materiales y componentes es\_tándares, los cuales son aceptados por el Código.
- b).- Referencias a estándares dimensionales de las partes componen\_tes de los sistemas de tuberías.
- c).- Requerimientos para el diseño a presión de partes componentes - de los sistemas de tuberías.
- d).- Requerimientos para la evaluación de: Esfuerzos, reacciones y movimientos asociados con la temperatura.
- e).- Requerimientos para la selección adecuada de los soportes de -- los sistemas de tuberías.
- f).- Requerimientos para la fabricación, ensamble y montaje de siste\_mas de tuberías.
- g).- Requerimientos para la Inspección y pruebas de sistemas de tube\_rías.

No se debe olvidar que es imposible, con un conjunto de normas genera\_les, prever condiciones anormales de operación. Por esta razón el Cód\_igo no debe tomarse como un manual de diseño. Esto implica que el dí\_ñador haga uso de su criterio en la determinación de la condición -- más crítica de diseño.

El Código establece la siguiente delimitación de responsabilidades para cada uno de los grupos de personas que intervienen en el diseño y construcción de una Planta petroquímica.

- a).- El propietario de la Planta que se va a construir tiene la responsabilidad de:
  - 1.- Establecer los requerimientos de diseño, construcción, ensayo de materiales, inspección y pruebas.
  
- b).- El diseñador debe:
  - 1.- Asegurar que la Ingeniería utilizada en el diseño de tuberías cumple con los requerimientos establecidos por el Código y las bases de diseño.
  
- c).- El fabricante y constructor deben :
  - 1.- Suministrar materiales, componentes y mano de obra que cumpla con los requerimientos del Código y la Ingeniería de diseño.
  
- d).- Los inspectores deben:
  - 1.- Asegurar al propietario de la planta que los sistemas de tuberías instalados cumplen con todos los requerimientos del Código e Ingeniería de diseño.

Como se indicó anteriormente el Código ANSI B31.3 se aplica a sistemas

---

de tuberías que conducen cualquier tipo de productos químicos, petróleo y sus derivados, gas, vapor, aire y agua.

El rango de esfuerzos permisibles fué inicialmente sugerido por D.B. Rossheim y A.R.C. Markl. Esta es una medida del rango de esfuerzos térmicos en un ciclo, debido a las expansiones térmicas a que está sujeto cualquier sistema de tuberías.

Esto es aplicable a materiales dúctiles, cubriendo las diversas condiciones de esfuerzos térmicos ( arriba de  $-4^{\circ}\text{C}$  ) que se presentan en las condiciones de operación de cualquier sistema de tuberías de una planta de proceso o potencia.

Debe tomarse en cuenta que un sistema de tuberías tendrá varios ciclos de operación, provocando que dicho sistema se expanda y se contraiga un número finito de veces. Esto se manifiesta en forma de esfuerzos repetidos o de fatiga. Este caso también lo toma en cuenta el rango de esfuerzos.

La fórmula que propone el Código ANSI B31.3 para el rango de esfuerzos es la siguiente:

$$S_a = f ( 1.25 S_c + 0.25 S_h ) \text{ ----- ( 14 )}$$

Donde:

$S_a$  = Valor del rango de esfuerzos permisibles.

$S_c$  = Esfuerzos de tensión permisibles a la mínima temperatura -  
en un ciclo de operación.

$S_h$  = Esfuerzos de tensión permisibles a la máxima temperatura -  
en un ciclo de operación.

$f$  = Factor de reducción debido a los ciclos de operación en -  
toda la vida del sistema de tuberías.

Las bases que se tomaron para establecer los esfuerzos de tensión permisibles, son las mismas que considera el Código ASME en su sección -- VIII división 2, apéndice P. ( Esta sección se refiere a las mínimas - condiciones de diseño que debe satisfacer el diseño de un recipiente - a presión). Estas bases se indican a continuación.

Los valores de los esfuerzos básicos permisibles a tensión a diferen\_ - tes temperaturas para los materiales ferrosos no deben exceder el va\_ - lor mínimo de los siguientes:

- a).-  $\frac{1}{3}$  de la resistencia a la tensión a temperatura ambiente.
  - b).-  $\frac{1}{3}$  de la resistencia a tensión a temperatura de trabajo.
  - c).-  $\frac{2}{3}$  de la resistencia a la fluencia a temperatura ambiente.
  - d).-  $\frac{2}{3}$  de la resistencia a la fluencia a la temperatura de trabajo, excepto para el caso de aceros austeníticos inoxidables. En -- este caso el esfuerzo puede valer hasta 90% de la resistencia a
-

la fluencia a temperatura de trabajo, pero nunca más que  $\frac{2}{3}$  de la resistencia a la fluencia a temperatura ambiente.

- e).- 100% del esfuerzo promedio para una fluencia del 0.01% en 1000 hrs.
- f).- 67% del esfuerzo promedio a la ruptura a las 100 000 hrs.
- g).- 80% del esfuerzo mínimo a la ruptura a las 100 000 hrs.

Por otra parte haciendo una estimación del número de ciclos a que estará sometido un sistema de tuberías durante toda su vida, el valor del coeficiente "f" puede adquirir los valores indicados en la siguiente tabla:

<u>NUMERO DE CICLOS</u>	<u>f</u>
7 000 y menos	1.0
7 000 a 14 000	0.9
14 000 a 22 000	0.8
22 000 a 45 000	0.7
45 000 a 100 000	0.6
más de 100 000	0.5

Si el sistema analizado va a tener ciclos a distintas temperaturas de operación, se empleará la siguiente ecuación:



$$N = N_E + r_1^5 N_1 + r_2^5 N_2 + \dots + r_n^5 N_n \dots$$

Donde:

$N_E$  = Número de ciclos a la máxima temperatura de operación.

$N_1, N_2 \dots N_n$  = Número de ciclos a la temperatura de operación

$T_1, T_2, \dots T_n$  respectivamente.

$r_1, r_2, \dots r_n$  es  $(S_1/S_E), (S_2/S_E) \dots (S_n/S_E)$  respectivamente que representa el cociente del esfuerzo máximo de expansión calculado por la teoría del esfuerzo cortante máximo a la temperatura de operación  $T_1, T_2, \dots T_n$  del ciclo entre el esfuerzo máximo de expansión a la temperatura más alta de operación a que estará sometido dicho sistema.

El valor obtenido por medio del rango de esfuerzos permisibles, debe compararse con el doble del valor del esfuerzo cortante máximo obtenido por medio de la teoría de Tresca. ( Esto se apoya en el hecho de que en un ensayo a tensión, el esfuerzo cortante máximo es igual a la mitad del esfuerzo de fluencia ).

En esta fase de comparación el esfuerzo permisible siempre deberá ser mayor que el esfuerzo de expansión.

Por otra parte, el rango de esfuerzos permite que exista cierta fluencia del material durante: Los primeros ciclos de operación que se trabaje dentro del rango de creep del material de la tu-

bería o cuando se opera a temperaturas altas o que cierta cedencia ocurra a temperatura ambiente.

A continuación se mencionan otras reglas importantes que establece el Código:

- a).- Los esfuerzos por presión son seguros cuando el espesor de la tubería es mayor al calculado por la fórmula de espesores.
- b).- Los esfuerzos longitudinales ( $S_L$ ) debido a la presión y al peso de: La tubería, fluido, aislamiento y accesorios, no deberán ser mayores al valor del esfuerzo máximo permisible a la temperatura máxima de operación ( $S_h$ ).
- c).- Un criterio menos conservador indica que la diferencia entre  $S_h$  y  $S_L$  puede ser agregada a la ecuación del rango de esfuerzos permisibles. Esto da origen a la siguiente igualdad.

$$S_A = f \left[ 1.25 S_c + 0.25 S_h + ( S_h - S_L ) \right] \text{ ---- (15)}$$

$$S_A = f \left[ 1.25 ( S_c + S_h ) - S_L \right] \text{ ----- (16)}$$

## CAPITULO III

## ANALISIS DE FLEXIBILIDAD.

## .1 INTRODUCCION.

Los sistemas de tuberías además de diseñarse para su comportamiento de conducción de fluidos, deberán diseñarse para su comportamiento 'Estructural', el cual se presenta debido a los efectos de: Temperatura, presión, peso propio, excitaciones inducidas por los equipos a que se conecta, viento, sismo, etc., a los cuales se somete la tubería.

El análisis estructural para los efectos antes mencionados, es denominado usualmente análisis de flexibilidad y análisis de esfuerzos, el cual tiene como objeto definir la configuración o trazo y/o aditamentos especiales que no generen esfuerzos y/o fuerzas excesivas que puedan dañar a la tubería y a los equipos interconectados.

Se puede establecer que el análisis estructural de los sistemas de tuberías consta de tres etapas que son:

- 1).- Análisis de flexibilidad cuyo objeto es determinar las reacciones sobre apoyos y boquillas de equipos, así como las fuerzas internas en la tubería y los desplazamientos o deformaciones.
- 2).- Análisis de esfuerzos cuyo objeto es determinar los esfuerzos a que están sujetas las diversas componentes de la tubería y los

equipos Interconectados.

- 3).- Comparación de fuerzas y esfuerzos con los límites permisibles - especificados por los Códigos y/o por los fabricantes de los diversos equipos.

A continuación se detallan los métodos utilizados para el análisis de flexibilidad. El análisis de esfuerzos se detalla en el Capítulo II.

### 3.2 METODOS SIMPLIFICADOS DE ANALISIS DE FLEXIBILIDAD.

Cuando se comienza a analizar un sistema de tuberías, es importante determinar si se debe utilizar un método que dé resultados muy exactos o si solo es necesario una aproximación.

Para una aproximación se tienen los métodos simplificados los cuales - están basados en suposiciones y aproximaciones para configuraciones -- simples, las que van desde muy leves hasta muy drásticas y en general - se pueden dividir en tres clases.

#### 1a. Clase de Métodos Simplificados.

Existen dos criterios, el primero fué propuesto por la Cía. Kellogg sobre la base de su experiencia adquirida en diseño y operación de plantas , el cual apareció en el año de 1955 y es el que actualmente se emplea en el Código ANSI B31.3 en sus requerimientos sobre análisis de

flexibilidad. Este criterio ha tenido considerables objeciones, primero porque su origen es desconocido y su rango de validez no puede ser examinado teóricamente y segundo porque puede fallar para configuraciones no usuales que conecten a equipo delicado, sin embargo el Código se ha responsabilizado dada su experiencia.

El Código ANSI B31.3 de 1976 permite los siguientes análisis los cuales se clasifican dentro de este grupo.

- a).- Se dice que un sistema es flexible si es un duplicado o tiene pequeñas variantes insignificantes de algún sistema que esté operando satisfactoriamente.
- b).- Se dice que es aceptable si es semejante a un sistema flexible que fué previamente analizado.
- c).- Si el sistema está formado por tubería del mismo diámetro, tiene solo dos puntos de anclaje y no tiene restricciones intermedias se puede aplicar la siguiente fórmula empírica.

$$\frac{Dy}{(L-U)^2} \leq 208.3 \text{ -----( 17 )}$$

Esto implica, si el término de la izquierda es menor que 208.3 se considera que el sistema es flexible.

Donde:

D = Diámetro exterior de la tubería (m)

y = Resultante de los desplazamientos térmicos (m)

L = Longitud total de la tubería entre los dos puntos de fijación (m).

U = Distancia en línea recta entre los dos puntos de - - fijación (m)

La fórmula (17) se utilizará si se cumple con todos los puntos - enunciados a continuación:

- a).- El fluido manejado no es letal.
- b).- La línea no es crítica.
- c).- No se opera con temperaturas elevadas.
- d).- No se está conectando a equipo rotativo ( bomba, compresores y turbinas).
- e).- El diámetro de la tubería no es mayor que 6 pulg.
- f).- No se deben reportar cargas ejercidas por el sistema de tuberías sobre las boquillas de equipos interconectados.

La expresión (17) también puede presentarse de la siguiente manera:

$$\frac{Dy}{(L-U)^2} \leq 0.03 \text{ ( sistema inglés )}.$$

ó:

$$\frac{Dy}{U^2(R-1)^2} \leq 0.03 \text{ -----(18)}$$

Donde:

$$R = L/U$$

Esta expresión está dada gráficamente en el libro de la M.W. -- Kellogg Company ( Chart C-4 ). Observándose que en "y" se consideran tanto los efectos de expansión de la tubería, así como de los movimientos de los puntos extremos.

Aunque la ecuación (18) no valúa directamente los esfuerzos, al considerar o igualar dicha ecuación con 0.03 que es el límite de aceptabilidad, el rango de esfuerzos máximo actuante (  $S_E$  ) - contenido en dicha ecuación puede ser encontrado como:

$$\frac{Dy}{U^2(R-1)^2} = 0.03$$

$$\frac{33.3 Dy}{U^2(R-1)^2} = 1$$

Con lo cual:

$$S_E = \frac{33.3 Dy}{U^2(R-1)^2} S_A \text{ -----(19)}$$

$S_A$  = Rango de esfuerzos.

El segundo criterio similar al anterior ha sido propuesto por W Enders, quien establece que dentro de un amplio rango de relaciones geométricas en variedad de configuraciones, incluyendo las de dos anclas, pueden evaluarse conservadoramente por el uso del siguiente criterio:

$$L \geq U ( 1 + 6 \sqrt{L^*/U} ) \text{ ----- (20)}$$

Donde:

$$L^* = \text{Longitud ficticia} = \frac{E}{S} \frac{Y}{U} \frac{D}{12}$$

E = Módulo de Young o módulo de elasticidad - (Ec).

S = Esfuerzo permisible. -(SA )

Este criterio de Enders establece que si la longitud real de la tubería satisface la ecuación (20), la tubería no estará sobreesforzada.

#### 2a. Clase de Métodos Simplificados.

En este caso se incluyen las soluciones presentadas por medio de expresiones, gráficas y tablas que aplican a una configuración particular con dimensiones variables y limitaciones en el número de tramos. Los casos más sencillos se presentan a continuación.



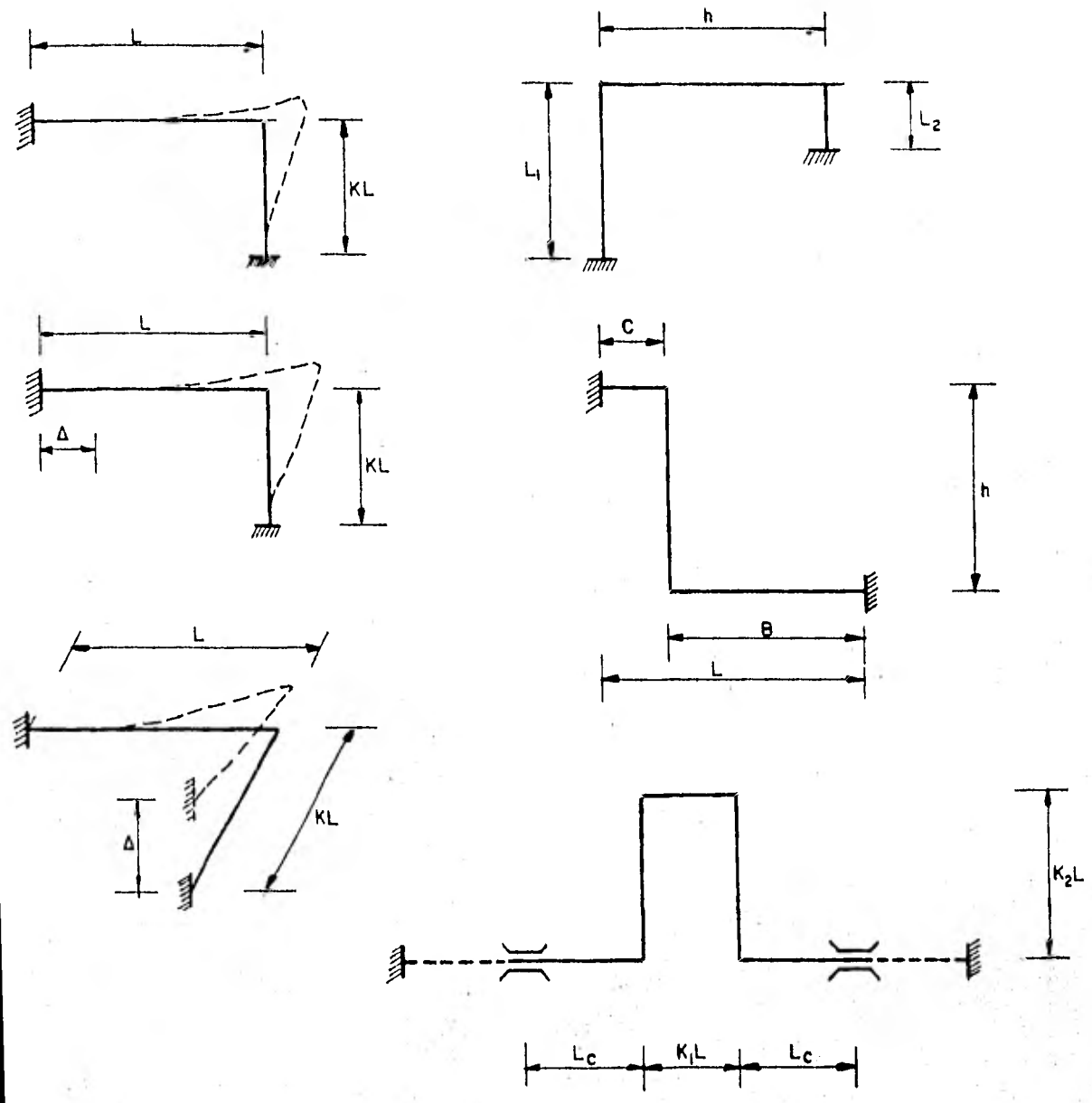


FIGURA 3.1

Las fórmulas y gráficas para este tipo de configuraciones se encuentran en libros como el Kellogg (14) y el Grinnell (8) de los cuales se

hace referencia al final de este trabajo.

### 3a. Clase de Métodos Simplificados.

Este grupo está formado por procedimientos que emplean varios artificios para simplificar el desarrollo matemático implicado.

Por otra parte, las hipótesis que se emplean para considerar las propiedades de rigidez y la intensificación de esfuerzos.

Los métodos considerados dentro de este grupo permiten tratar configuraciones en el plano o en el espacio, con dos extremos fijos, sin ramales, ni restricciones intermedias, pero sin límite en el número de tramos.

También en estos análisis es posible hacer simplificaciones en la serie de cálculos realizados, no considerando a los efectos de intensificación de esfuerzos y flexibilidad de los codos.

Se hace notar que el Código ANSI B31.3 exige que se consideren las propiedades de los codos en el análisis que se lleve a cabo.

En este estudio se tratará únicamente el método del CENTRO-ELASTICO -- que ha sido de los más discutidos y estudiados por su adecuada aproxi-

hace referencia al final de este trabajo.

### 3a. Clase de Métodos Simplificados.

Este grupo está formado por procedimientos que emplean varios artificios para simplificar el desarrollo matemático implicado.

Por otra parte, las hipótesis que se emplean tienen como objetivo el considerar las propiedades especiales de los codos, tales como la flexibilidad y la intensificación de esfuerzos.

Los métodos considerados dentro de este grupo permiten tratar configuraciones en el plano o en el espacio, con dos extremos fijos, sin ramales, ni restricciones intermedias, pero sin límite en el número de tramos.

También en estos análisis es posible hacer simplificaciones en la serie de cálculos realizados, no considerando a los efectos de intensificación de esfuerzos y flexibilidad de los codos.

Se hace notar que el Código ANSI B31.3 exige que se consideren las propiedades de los codos en el análisis que se lleve a cabo.

En este estudio se tratará únicamente el método del CENTRO-ELASTICO -- que ha sido de los más discutidos y estudiados por su adecuada aproxi-

mación y sencillez.

El método del CENTRO-ELASTICO en principio se aplicó a configuraciones en el plano, y usualmente es conocido como Método de Mitchell, debido a las simplificaciones y contribuciones que dicho investigador hizo a este método. El concepto de centro-elástico aplicado a sistemas de tuberías en el espacio, resulta ambiguo, sin embargo "Spielvogel", estudió este problema y llegó a definir el concepto de centro-elástico-móvil, al trabajar con tres centros elásticos diferentes, correspondientes cada uno de ellos a las proyecciones del sistema de tubería en cada uno de los planos coordenados. Adiciones simplificadoras a este procedimiento fueron hechas por "Hao Hsiao" y ha sido publicado como un procedimiento simplificado para análisis de sistemas de tuberías, el cual se considera como uno de los mejores procedimientos con que actualmente se cuenta para el cálculo manual de sistema de tuberías. La contribución dada por este investigador ha sido suficiente para que dicho procedimiento sea llamado "Método de Hao Hsiao".

### 3.3 METODO DEL CENTRO ELASTICO.

A continuación se procede a describir el método del CENTRO-ELASTICO. Para obtener las ecuaciones básicas se seguirá el siguiente procedimiento:

Se considera un sistema cualquiera de tuberías en un plano, que tiene

un peso despreciable:

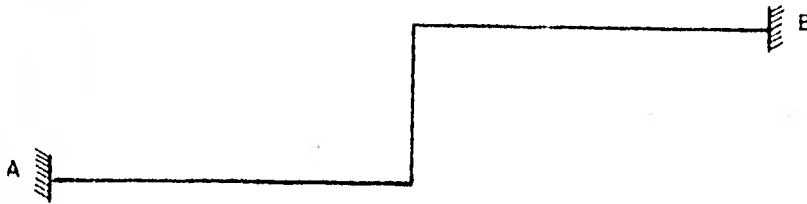


FIGURA 3.2

El cual está restringido en los puntos A y B, sujeto a cambios de temperatura, además de estar en equilibrio.

Para encontrar las cargas debido a la expansión térmica se utilizará el siguiente diagrama de cuerpo libre.

Se dejará que el cuerpo se expanda libremente ( Líneas punteadas) a partir del punto A y luego se aplicarán las fuerzas necesarias para que el punto B' retorne a su posición inicial.

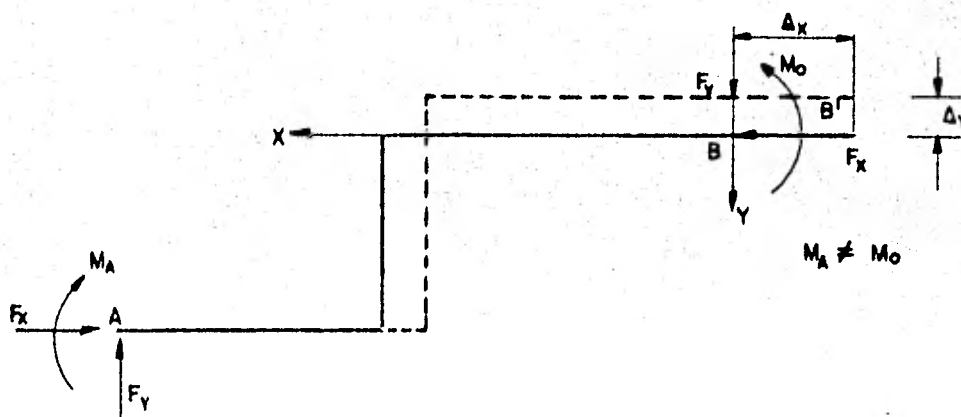


FIGURA 3.3

De la figura 3.3 se observa que; las reacciones horizontales  $F_x$  son iguales y opuestas; las reacciones verticales  $F_y$  son iguales y opuestas los momentos  $M_A$  y  $M_O$  son distintos.

Además de que al tratar de encontrar el valor de cada reacción nos encontramos con un sistema hiperestático, ya que las ecuaciones que dan las condiciones de equilibrio:

- a).- La suma de fuerzas horizontales es igual a cero.
- b).- La suma de fuerzas verticales es igual a cero.
- c).- La suma de momentos es igual a cero.

No son suficientes para resolver este problema.

El sentido de los ejes se consideró opuesto al desplazamiento, para -- obtener el valor de las fuerzas con signo positivo.

Se puede observar que el punto B se ha trasladado horizontalmente una distancia  $\Delta_x$  y verticalmente  $\Delta_y$ .

Para retornar el punto B a su posición original, es necesario aplicar fuerzas en sentido contrario a los desplazamientos, así como un momento.

Por otra parte, al aplicar un sistema de fuerzas a un cuerpo, éste se

deforma hasta que el sistema de fuerzas internas que se desarrolla se equilibra con el sistema de fuerzas externas.

Las fuerzas externas realizan un trabajo que se transforma y se acumula en el cuerpo. Este trabajo o energía de deformación es utilizado por el cuerpo para recuperar su forma original cuando desaparece el sistema de fuerzas, siempre que se trabaje dentro del rango elástico del material.

En este caso, se considera que el sistema tiene un comportamiento elástico y que como se está trabajando en un plano, el momento flexionante es el responsable de la energía de deformación almacenada por el sistema.

El valor del momento flexionante en cualquier sección es:

$$M = M_0 + yF_x - xF_y \text{ ----- ( 21 )}$$

La energía almacenada en el sistema de tuberías debida al momento flexionante es:

$$U = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} ds \text{ ----- ( 22 )}$$

Sustituyendo la ecuación (21) en (22)

$$U = \int_0^L \frac{(M_0 + yF_x - xF_y)^2}{2EI} ds \text{ ----- ( 23 )}$$

Donde E e l son constantes ya que el diámetro y el material permanecen constantes en todo el sistema, para este caso.

Por otra parte, el segundo teorema de Castigliano indica que:

"En una estructura lineal, la derivada parcial de la energía de deformación con respecto a una carga  $P_i$ , es igual al desplazamiento correspondiente,  $\delta_i$ , siempre que la energía de deformación esté expresada en función de las cargas". La representación matemática de este teorema es:

$$\delta P_i = \delta_i \text{ -----(24)}$$

Hay que hacer notar que también pueden tomarse el momento y la rotación angular aplicado en un punto; en lugar de la fuerza y deflexión - La ecuación queda en la siguiente forma:

$$\frac{\partial U}{\partial M_i} = \theta_i \text{ -----(25)}$$

Considerando que las reacciones en el punto B llevan de nuevo al extremo del sistema de tuberías a su lugar de origen, de tal manera que el segundo teorema del Castigliano aplicado a este caso establece lo siguiente:

$$\frac{\partial U}{\partial F_x} = \Delta_x \text{ -----(26)}$$

$$\frac{\partial U}{\partial F_y} = \Delta_y \text{ -----(27)}$$



$$\frac{\partial U}{\partial M_0} = 0 \text{ -----(28)}$$

Si se deriva la ecuación (22) con respecto a cada una de las reacciones, se obtiene las ecuaciones siguientes, para efecto de simplificación se considera que el integrando es continuo en el intervalo de definición, pudiéndose derivar primero con respecto a la carga involucrada dentro de la integral y después se efectuará la integración correspondiente:

$$\frac{\partial U}{\partial F_x} = \int_0^L \frac{(M_0 + yF_x - xF_y)}{EI} y \, ds = \Delta x \text{ -----(29)}$$

$$\frac{1}{EI} \int_0^L M_0 y \, ds + \frac{1}{EI} \int_0^L y^2 F_x \, ds - \frac{1}{EI} \int_0^L xy F_y \, ds = \Delta x$$

Como  $M_0$ ,  $F_x$  y  $F_y$  son constantes, se obtiene:

$$\frac{1}{EI} M_0 \int_0^L y \, ds + \frac{1}{EI} F_x \int_0^L y^2 \, ds - \frac{1}{EI} F_y \int_0^L xy \, ds = \Delta x$$

Donde:

$$\int_0^L y \, ds = \text{Momento estático } S_x \text{ del sistema con respecto al eje --}$$

"x"

$$\int_0^L y^2 \, ds = \text{Momento de inercia } I_x \text{ del sistema con respecto al eje --}$$

"x"

$\int_0^L xy ds$  = Producto de inercia  $I_{xy}$  del sistema con respecto a --  
los ejes "x" y "y"

Quedando la ecuación anterior como:

$$\frac{M_0 S_x}{EI} + \frac{F_x I_x}{EI} - \frac{F_y I_{xy}}{EI} = \Delta x \text{ -----(30)}$$

Siguiendo el mismo proceso se obtiene las ecuaciones siguientes:

$$\frac{\partial U}{\partial F_y} = \int_0^L \frac{(M_0 + yF_x - xF_y)}{EI} (-x) ds = \Delta y \text{ -----(31)}$$

$$-\frac{M_0}{EI} \int_0^L x ds - \frac{F_x}{EI} \int_0^L xy ds + \frac{F_y}{EI} \int_0^L x^2 ds = \Delta y$$

Donde:

$\int_0^L x ds$  = Momento estático  $S_y$  del sistema con respecto a  
al eje "y"

$\int_0^L x^2 ds$  = Momento de inercia  $I_y$  del sistema con respecto  
al eje "y"

Obteniéndose lo siguiente:

$$-\frac{M_0 S_y}{EI} - \frac{F_x I_{xy}}{EI} + \frac{F_y I_y}{EI} = \Delta y \text{ -----(32)}$$

$$\frac{\partial U}{\partial M} = \int_0^L \frac{(M_0 + yF_x - xF_y)}{EI} ds = 0 \text{ -----(33)}$$

$$\frac{M_0}{EI} \int_0^L ds + \frac{F_x}{EI} \int_0^L y ds - \frac{F_y}{EI} \int_0^L x ds = 0$$

$$\frac{M_0 L}{EI} + \frac{F_x S_x}{EI} - \frac{F_y S_y}{EI} = 0 \text{ -----(34)}$$

Con las ecuaciones obtenidas anteriormente se obtiene un sistema de ecuaciones:

$$\frac{M_0 S_x}{EI} + \frac{F_x I_x}{EI} - \frac{F_y I_{xy}}{EI} = \Delta x$$

$$-\frac{M_0 S_y}{EI} - \frac{F_x I_{xy}}{EI} + \frac{F_y I_y}{EI} = \Delta y$$

$$\frac{M_0 L}{EI} + \frac{F_x S_x}{EI} - \frac{F_y S_y}{EI} = 0$$

Si el origen de los ejes se sitúa en el centro de gravedad del sistema, y lo conectamos con una barra rígida al extremo libre;

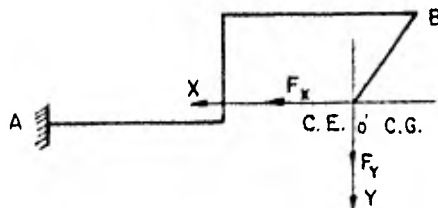


FIGURA 3.3

Y efectuando las siguientes consideraciones:

- a).- Los momentos estáticos  $S_x$  y  $S_y$  son iguales a cero.
- b).- Sólo es necesario aplicar las fuerzas  $F_x$  y  $F_y$  en el centro de gravedad para que el punto B vuelva a su lugar de origen.
- c).- Al revisar el diagrama de cuerpo libre de la barra, se encuentra que las reacciones en el punto B son  $F_x$ ,  $F_y$  y  $M_B$ . Estas son las reacciones buscadas.
- d).- No existe momento en el centro de gravedad.

Entonces el sistema de ecuaciones se reduce a:

$$\frac{F_x I_x}{EI} - \frac{F_y I_{xy}}{EI} = \Delta x \text{ ----- (35)}$$

$$-\frac{F_x I_{xy}}{EI} + \frac{F_y I_y}{EI} = \Delta y \text{ ----- (36)}$$

Como se puede ver las reacciones dependen de:

- a).- La geometría de la línea, la cual está representada por los valores de  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_{xy}$ .

- b).- La sección recta de la línea, está considerada por  $I$  (Momento de inercia de la sección recta de la tubería).
- c).- La temperatura de operación, involucrada por el crecimiento térmico de la línea  $\Delta x$  y  $\Delta y$ .
- d).- El material de la tubería, el cual está incluido por medio de el módulo de elasticidad  $E$ .

Las reacciones finales se obtienen, trasladando las fuerzas -- calculadas en el centro de gravedad al punto B y tomando momentos en B con respecto a dicho centro del sistema.

Las reacciones en la otra restricción se obtienen con solo aplicar las condiciones de equilibrio al diagrama de cuerpo libre -- del sistema de tuberías. Para obtener los valores de las reacciones de un sistema en tres dimensiones, se descompondrá al -- sistema en las proyecciones sobre los planos  $xy$ ,  $yz$ , y  $zx$ , en -- donde se aplicará el método descrito. Hay que observar que en -- este caso se obtendrán tres ecuaciones, dando como resultado -- que las reacciones en los extremos estarán formadas por seis -- fuerzas y seis momentos.

El primer artificio matemático que se emplea es introducir los -- factores de flexibilidad en forma de coeficientes en el cálculo

del centro de gravedad, además de los productos y momentos de inercia. Esto origina que el centro calculado no coincida con el centro de gravedad del sistema, denominándose a este punto centro elástico del sistema. De aquí se puede ver el porqué del nombre del método.

Como se puede ver, el procedimiento radica en calcular los distintos desplazamientos de los anclajes, y determinar la localización del centro elástico; a continuación se definen los momentos y productos de inercia con respecto a los ejes que pasan por el centro elástico, sustituyendo los valores encontrados en las ecuaciones (19) y (20), (si el sistema se encuentra en un solo plano) y por último se resuelve el sistema, encontrando los valores de las reacciones, para encontrar los momentos flexionantes.

El Centro Elástico de un sistema de tubería en el plano, corresponde en general al centro de gravedad o centroide del sistema y se localiza en forma similar. Sin embargo, para encontrar el centro elástico, la longitud de cada porción del sistema de tubería debe dividirse primero por el momento de inercia " $I$ " de la sección transversal del tubo. Si toda la tubería es del mismo diámetro y espesor, el centro elástico y el centro de gravedad coinciden.

Al resolver las ecuaciones (19) y (20) se tiene lo siguiente:

$$F_x = \frac{I_y (\Delta x EI) + I_{xy} (\Delta y EI)}{I_x I_y - I_{xy}^2} \text{-----(37)}$$

$$F_y = \frac{I_x (\Delta y EI) + I_{xy} (\Delta x EI)}{I_x I_y - I_{xy}^2} \text{-----(38)}$$

Y para un sistema de tubería en tres planos se tiene lo siguiente:

$$F_x I_x - F_y I_{xy} - F_z I_{xz} = \Delta x EI \text{-----(39)}$$

$$- F_x I_{xy} + F_y I_y - F_z I_{yz} = \Delta y EI \text{-----(40)}$$

$$- F_x I_{xz} - F_y I_{yz} + F_z I_z = \Delta z EI \text{-----(41)}$$

#### LA LINEA DE EMPUJE.

Existen dos formas para calcular el momento flexionante en cualquier punto del sistema de tuberías.

La primera consiste en obtener la suma de momentos del punto estudiado con respecto al centro elástico, debido a las reacciones obtenidas en dicho centro.

La segunda es: El producto de la distancia perpendicular entre la línea de empuje y el punto analizado por la fuerza resultante debido a las reacciones del centro.

La línea de empuje es un concepto que nos ayuda a visualizar el estado de los momentos flexionantes a que está sujeto un sistema de tuberías debido a las reacciones.

La línea de empuje es la recta que pasa por el centro elástico y tiene la misma pendiente que la fuerza resultante en dicho -- centro del sistema de tuberías.

Los puntos donde la línea de empuje cruza el sistema de tubería, evidentemente que son puntos de momento cero y para disminuir - esfuerzos en el sistema por efecto de válvulas, juntas, etc., - es conveniente que sean localizados lo más cerca de estos puntos de momento cero.

Los siguientes diagramas ayudarán a visualizar lo antes mencionado. Inicialmente se considerará el siguiente sistema:

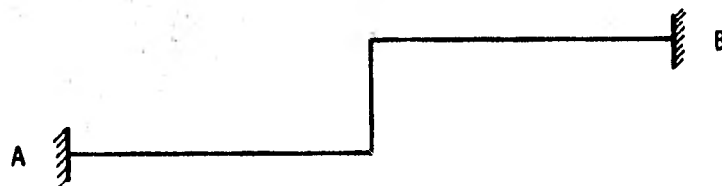


FIGURA 3.4



Al resolverlo por medio del método del centro elástico, se encuentra que la fuerza resultante  $F_R$  en el centro elástico es la suma vectorial de  $F_x$  y  $F_y$ .

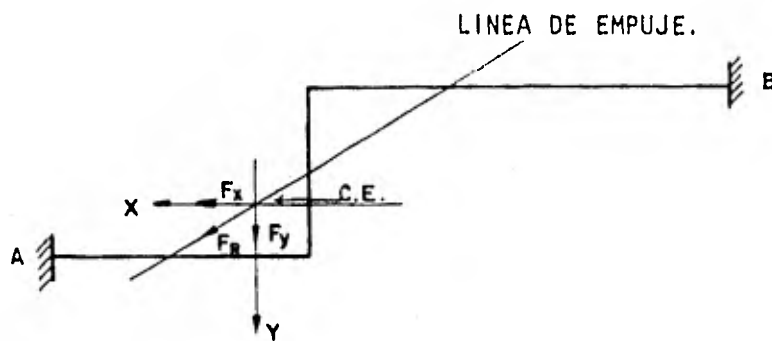


FIGURA 3.5

Los puntos en donde se intersecta el sistema de tubería y la línea de empuje, el momento flexionante vale cero. Por otra parte, los puntos del sistema de tuberías más alejados a la línea de empuje tienen los momentos flexionantes más grandes.

En otras palabras, si se dibuja a escala el sistema y los momentos tendremos una rápida concepción de la distribución de momentos flexionantes.

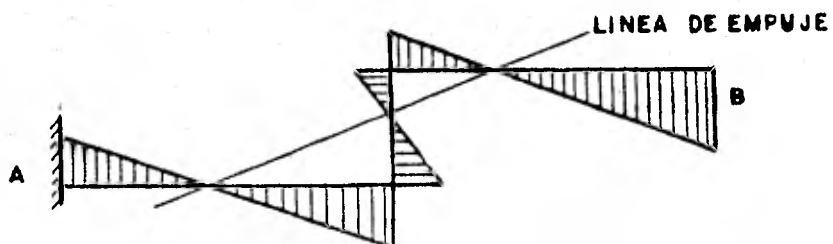


FIGURA 3.6

Con este diagrama, el diseñador juzga rápidamente donde tendrá una mayor concentración de esfuerzos.

### 3.4 METODOS EXACTOS DE ANALISIS DE FLEXIBILIDAD.

Los métodos exactos para Análisis de Flexibilidad de sistemas de tuberías, corresponden a los métodos fundamentales de análisis estructural, los cuales se plantean matricialmente con objeto de hacerlos más sistemáticos y facilitar su programación para computadora. Estos métodos son conocidos como:

- 1).- Método de las fuerzas o flexibilidades.
- 2).- Método de los desplazamientos o rigidez.

Además existe un tercer método basado en el Método de Matrices de Transición, combinado con el Método de Rigideces, el cual presenta ciertas ventajas importantes para el análisis de sistemas de tuberías grandes, cuando se cuenta con computadora de poca capacidad.

La utilización de los métodos anteriores requiere de una idealización estructural. En general las estructuras (sistemas de tuberías), son sistemas continuos, sin embargo usualmente se idealizan en forma discreta con objeto de simplificar su análisis, considerándose como un ensamble o acoplamiento de un número finito de elementos (tubería recta, codos, válvulas, etc.), los cuales están conectados en un número

ro discreto de nudos o juntas. Estos elementos son denominados elementos finitos.

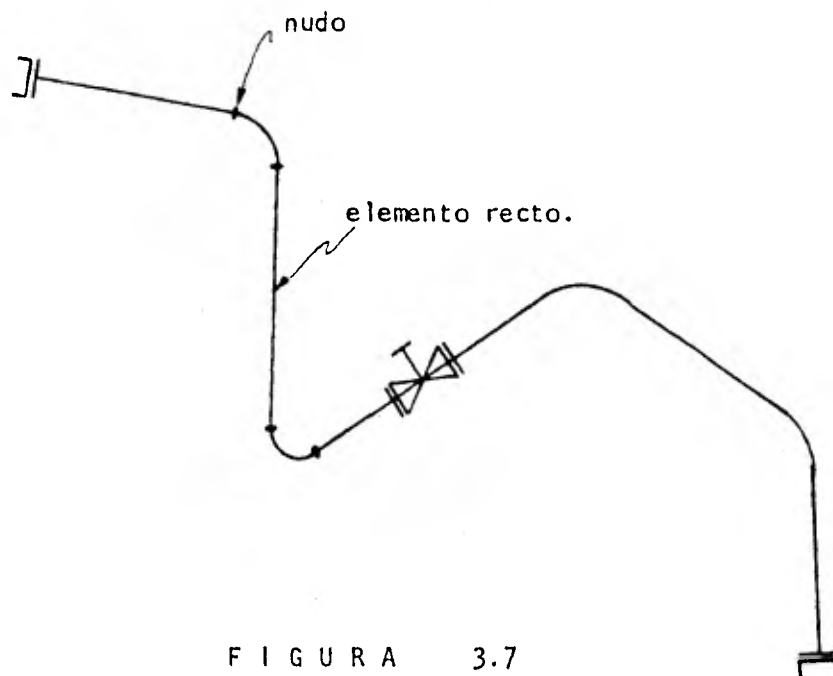


FIGURA 3.7

La resolución de estos métodos se realiza por medio de programas de computadora. Estos programas se obtienen por paquete y los proporcionan las compañías especializadas, como la Kellogg por ejemplo.

La finalidad de este trabajo, es aplicar un método simplificado, el cual será útil cuando no se cuente con computadora. Dicho método es el del CENTRO ELASTICO.

### 3.5 DESARROLLO DE PROGRAMAS PARA USO DE COMPUTADORAS DIGITALES.

Si se considera el gran volumen de cálculos que implica, el análisis de flexibilidad de un sistema de tuberías, como se ha observado a lo largo de este trabajo, aún usando métodos simplificados; son evidentes las ventajas que se obtienen al mecanizar dichas operaciones por medio de un programa de computadora, sobre todo cuando se trata de sistemas críticos de tuberías, que no pueden ser analizados a través de un método simplificado, ya que además de ser inadecuado para modelar sistemas grandes, no permite involucrar ciertos efectos significativos, sobre todo cuando se trabaja con altas temperaturas, y por lo tanto no refleja el comportamiento real de la tubería, es clara la necesidad de plantear las soluciones, a través de métodos exactos de análisis de flexibilidad, que como se mencionó anteriormente corresponden a los métodos fundamentales de análisis estructural, los cuales se han planteado matricialmente, con objeto de hacerlos más sistemáticos y facilitar su programación para computadora.

A partir del año de 1950 con la aparición de las computadoras digitales, se han venido desarrollando, una gran cantidad de programas, para la -

solución de problemas de análisis de flexibilidad en tuberías, tanto por las compañías dedicadas a este tipo de proyectos, como por muchos investigadores que en forma independiente, han hecho aportes relevantes.

Entre éstos y sólo para mencionar algunos de ellos, destaca el hecho de que, probablemente el servicio más antiguo de flexibilidad en tuberías de la M. W. Kellogg company, que por muchos años se ha dedicado a resolver analíticamente problemas de tuberías, empleando originalmente calculadoras de escritorio operadas manualmente, y ha venido cambiando sus procedimientos, de acuerdo con la nueva tecnología disponible, hasta el uso actualmente de las modernas computadoras digitales de alta velocidad, para lo cual elaboró un programa de computadora basado, en el llamado Método Analítico General de Análisis, este programa ha sido adaptado para varias marcas y modelos de computadora. En 1955 se escribió el programa de computadora diseñado por John E. Brock, basado en el método de matrices, así como un aporte similar de Luke y Lubkin, para el instituto de investigación de Midwest. Un programa de responsabilidad conjunta por las compañías Blaw-Knox y Arthur D. Little, vino a operar comercialmente en 1956; en este mismo año la división de negocios de la IBM, ofreció un programa diseñado por Pickerell, Rogers y Woo; así como otros progra -

mas elaborados con el auspicio de PittsburghPipin Company. La General Electric Co. también elaboró un programa de computadora basado en los trabajos de Johnson. Y así por el estilo se vinieron desarrollando, además de los anteriores, muchos otros excelentes y poderosos programas, de tal suerte que en la actualidad se cuenta, con una gran variedad de programas, para usarse tanto en las más grandes y modernas computadoras de alta velocidad, como en equipos medianos y pequeños.

La importancia de obtener análisis de flexibilidad de sistemas de tuberías importantes, en forma rápida y confiable, ya sea utilizando métodos aproximados o formales, ha demandado en base a la experiencia, que estos problemas sean atacados por personal suficientemente capacitado, para analizar completamente estructuras complejas y aspectos mecánicos involucrados, ésto usualmente requiere de un mínimo considerable de servicios de los mejores ingenieros disponibles, además de ingenieros jóvenes de poca experiencia, empleados de oficina y operadores de calculadoras de escritorio, requiriendo semanas de esfuerzo de tales grupos, para sistemas complicados o proyectos que involucran un buen número de sistemas de tuberías.

La actual disponibilidad de métodos estructurales avanzados, en combinación con las modernas computadoras digitales de alta velocidad, implica que este gran volumen de cálculos, pueda ser manejado más rápidamente, más confiable y mucho más económicamente, ya que al ejecutar en forma mecanizada todas las operaciones requeridas, libera de una gran carga al personal, que ahora se puede dedicar a otras actividades como son: preparar programas de computadora, decidir sobre las bases de la computadora a usarse, analizar si es conveniente rentar o comprar una computadora, si los sistemas utilizados son o no satisfactorios y en caso de que no lo sean, hacer los cambios requeridos, etc.

Dado que las computadoras modernas pueden almacenar una gran cantidad de números, dar respuestas parciales y ejecutar miles de operaciones aritméticas con estos números en cosa de segundos, es fácil deducir que usualmente es mejor emplear una máquina que un hombre para estas voluminosas operaciones de rutina.

Hay dos procedimientos en el uso de sistemas mecanizados, muchas compañías han instalado sus propias computadoras, que se usan además para resolver muchos de sus problemas internos como: control de inventarios, lista de raya, evaluación de transferencia de calor, análisis de pérdidas en ductos; y muchas otras operaciones administra

tivas, científicas y de ingeniería. Otras compañías prefieren evitar -  
invertir en tales computadoras, utilizando externamente los servicios de  
especialistas, que tienen tanto facilidades de computadora, como los -  
conocimientos necesarios para resolver el problema.



## C A P I T U L O    I V

## APLICACION A SISTEMAS DE TUBERIAS DEL METODO DEL CENTRO ELASTICO.

Planteamiento del problema y determinación del espesor mínimo de pared requerido.

## 4.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Para mostrar la aplicación del método del Centro Elástico, se analizará la línea LS-905-8-1S1-E2 de la Planta recuperadora de azufre construida por Petroleos Mexicanos en Lombardo, Tabasco.

Esta línea transporta condensado de vapor, del cabezal al tanque de condensados 203V .

Los datos de esta línea son:

Línea:	LS-905-8-1S1-E2
Diámetro nominal:	203 mm
Temperatura de operación:	149°C
Presión de operación (man):	0.45 MPa
Radio de codos:	305 mm
Material:	ASTM A-53 Grado B sin costura.
Coefficiente de expansión lineal de la línea:	1.52 mm/m

Módulo de elasticidad a temperatura ambiente:  $192.3 \times 10^6$  KPa

El siguiente isométrico nos da las dimensiones de la configuración de la línea a analizar.

#### 4.1.1 DETERMINACION DEL ESPESOR MINIMO DE PARED REQUERIDO POR LA TUBERIA.

Inicialmente se calculará el espesor requerido de tubería, porque éste nos determinará el grueso de pared mínima que se necesita para que la línea no falle por presión, además de que se definirán las dimensiones de la sección recta de la tubería.

La fórmula que propone el Código ANSI B31-3 es:

$$t = \frac{PD}{2(SE + PY)} + C \text{ -----(1)}$$

Donde:

t = Espesor mínimo de pared requerido mm .

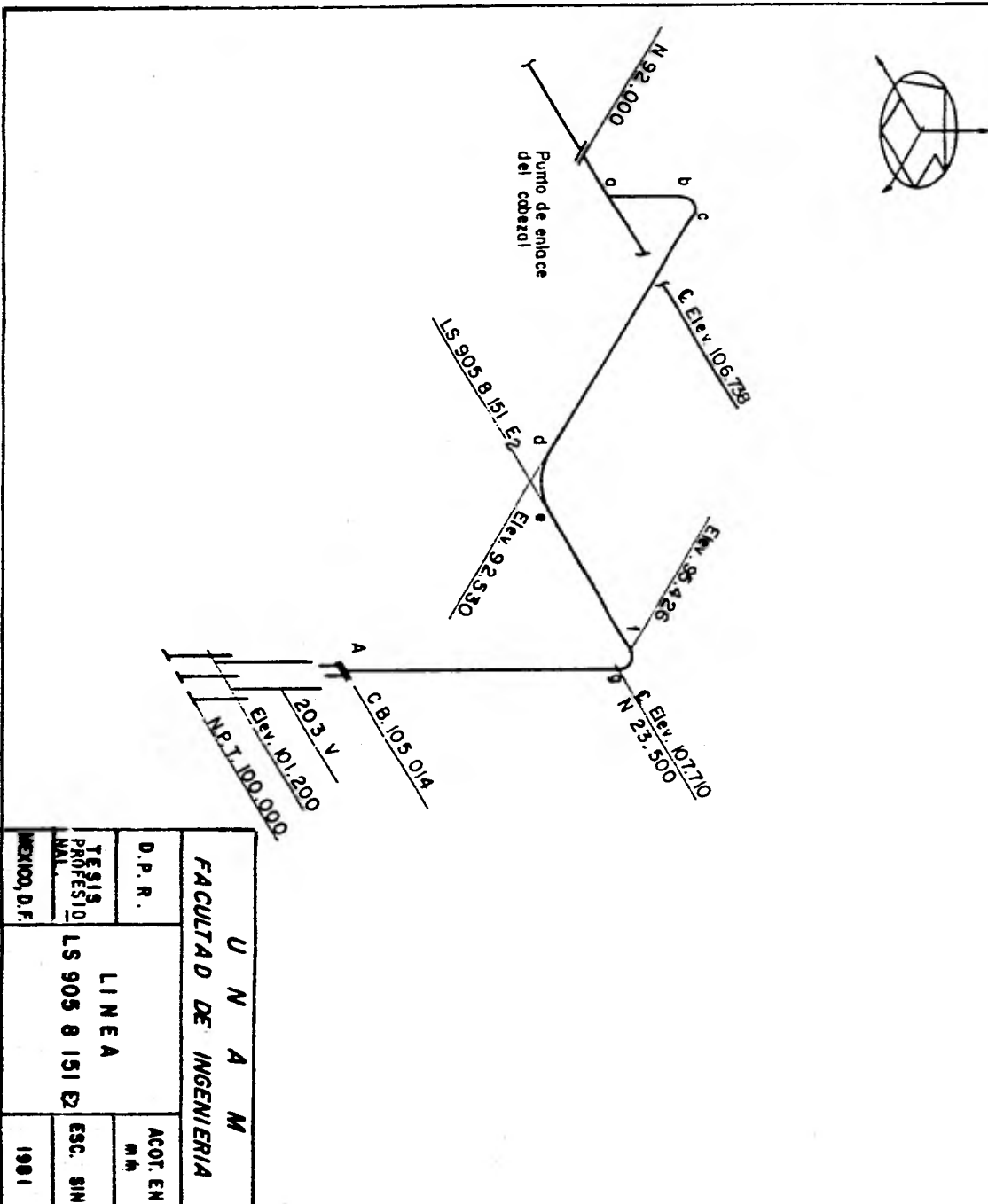
P = Presión manométrica MPa

D = Diámetro externo de la tubería mm .

S = Esfuerzo permisible a la temperatura de operación --  
MPa

E = Factor de unión = 1

Y = Coeficiente asociado con el material de la tubería =  
= 0.4



C = Factor que se agrega para tomar en cuenta la corrosión

El esfuerzo admisible "S" se tomó del apéndice A, tabla 1 del Código ANSI B31-3 . De igual manera el coeficiente "Y" y el factor "E" se toman del Código.

Sustituyendo valores:

$$t = \frac{0.45 \times 219}{2 [138.232 (1) + 0.45 (0.4)]} = 0.356 \text{ mm}$$

Por otra parte, la especificación ISI de la Ingeniería Básica, especifica emplear un tubo de Cédula 40 para este tipo de servicio y de la Tabla "Properties of Pipe" del libro "Piping Design and Engineering" por Grinnell Company se tiene:

$$t = 8.2 \text{ mm}$$

$$I = 3.01768 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\text{Diámetro interior} = 203 \text{ mm}$$

Con este espesor la tubería resistirá satisfactoriamente los efectos por presión.

## 4.2 SOLUCION DEL PROBLEMA.

### 4.2.1 PLANTEAMIENTO DE LAS ECUACIONES A EMPLEAR.

Por facilidad en el manejo de las ecuaciones, se utilizará una numeración interna de ellas, independiente de los capítulos anteriores. De la configuración de la línea, se observa que se trata de un sistema de tubería en el espacio.

Lo anterior implica que el conjunto de reacciones en cada punto-terminal está formado por tres fuerzas y tres momentos.

Por tanto el sistema de ecuaciones queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{F_x l_x}{EI} - \frac{F_y l_{xy}}{EI} - \frac{F_z l_{xz}}{EI} &= \Delta x \\ - \frac{F_x l_{xy}}{EI} + \frac{F_y l_y}{EI} - \frac{F_z l_{yz}}{EI} &= \Delta y \\ - \frac{F_x l_{xz}}{EI} - \frac{F_y l_{yz}}{EI} + \frac{F_z l_z}{EI} &= \Delta z \end{aligned} \quad (2)$$

El valor de los momentos y productos de inercia se encuentra descomponiendo a la línea en sus proyecciones, sobre los planos  $xy$ ,  $xz$  y  $yz$ , calculándolos en la proyección adecuada.

### 4.2.2 FACTORES DE FLEXIBILIDAD E INTENSIFICACION DE ESFUERZOS.

En el análisis que se realiza a continuación, se considera el

efecto que causan los esfuerzos sobre los codos. Este efecto se manifiesta de la siguiente manera, la sección recta del codo se achata u ovala en presencia de los esfuerzos flexionantes.

La explicación teórica que se da, es que al ovalarse la sección recta del codo, el momento de inercia disminuye provocando un incremento en la flexibilidad del mismo, por otra parte existe una redistribución de esfuerzos en la sección recta, la cual acompaña a un aumento de estos.

Para tomar en cuenta estos efectos en el análisis de esfuerzos, es necesario calcular los factores de flexibilidad "K" e intensidad de esfuerzos "j".

La magnitud de estos factores depende de la característica de flexibilidad "h". Para el caso de codos con extremos soldados, el Código ANSI B31.3 propone la siguiente expresión:

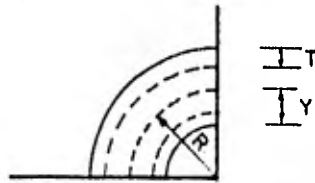
$$h = \frac{TR}{r^2}$$

Donde:

T = Espesor de pared del codo. (mm)

R = Radio del codo (mm)

r = Radio promedio de la sección recta (mm)



Para este caso:

$$h = \frac{8.2 \times 305}{105.5^2} = 0.225$$

Por otra parte; el "factor de flexibilidad" se calcula por la expresión siguiente:

$$K = \frac{1.65}{h} = \frac{1.65}{0.225} = 7.33 \text{ ----- ( 4 )}$$

De igual manera se obtiene el factor de "intensificación de esfuerzos".

$$i = \frac{0.9}{h^{2/3}} = \frac{0.9}{0.225^{2/3}} = 2.43 \text{ ----- ( 5 )}$$

#### 4.2.3 EXPRESIONES EMPLEADAS PARA LA DETERMINACION DE LOS CENTROS ELÁSTICOS, PRODUCTOS DE INERCIA Y MOMENTOS DE INERCIA.

El Centro Elástico de un sistema se encuentra por medio de la suma algebraica de las longitudes equivalentes de cada elemento

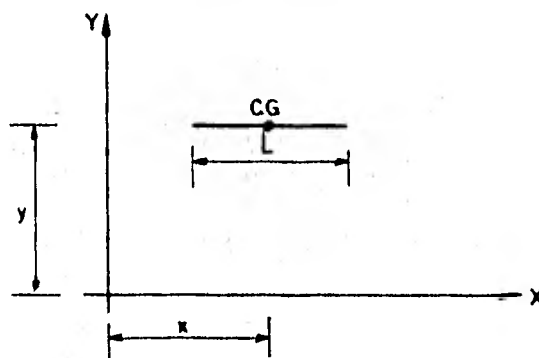
por su respectiva distancia normal del eje de referencia al centro de gravedad del elemento, entre la suma de las longitudes -- equivalentes ( estas longitudes equivalentes toman en cuenta los factores de flexibilidad).

Se considera para efectos de cálculo, la descomposición del sistema de tubería en elementos.

Se tienen elementos rectos, mientras que los codos de  $90^\circ$  son -- cuartos de círculo.

En el caso de que el elemento analizado se encuentre en el plano de proyección, se emplearán las siguientes ecuaciones.

Para un elemento recto:



$$CGx = Ly \text{ ----- (6)}$$

$$CGy = Lx \text{ ----- (7)}$$



$$I_{xy} = Lxy \text{ -----(8)}$$

$$I_x = Ly^2 \text{ (por ser paralelo al eje de referencia) -----(9)}$$

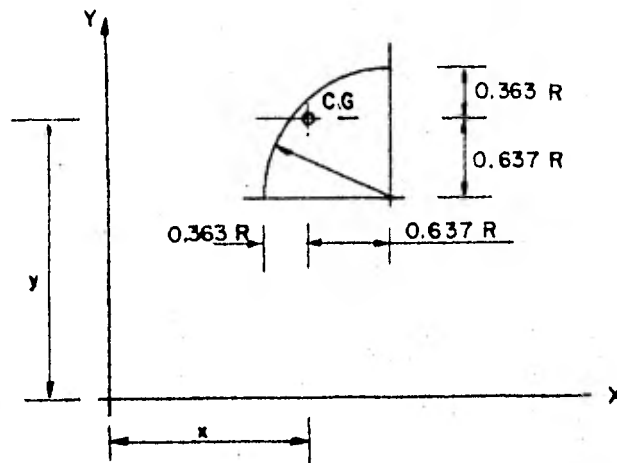
$$I_y = \frac{L^3}{12} + Lx^2 \text{ ( por ser perpendicular al eje de referencia )-----(10)}$$

Donde:

$L$  = Longitud del elemento en metros.

" $x$ " y " $y$ " Son las distancias normales del eje de referencia -  
al centro de gravedad del elemento ( pudiendo ser -  
positiva o negativa ) en metros.

Para un codo de  $90^\circ$ :



$$C.G.y = \frac{K \pi R}{2} \quad x = 1.57 KRx \text{ -----(11)}$$

$$C.G. .x = 1.57 KRy \text{ -----(12)}$$

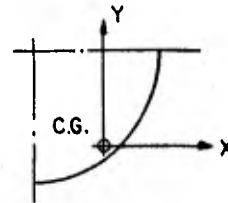
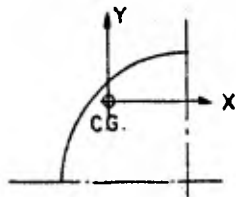
En este caso, se considera la flexibilidad del codo y la longi \_

tud equivalente es el término  $1.57 KR$ .

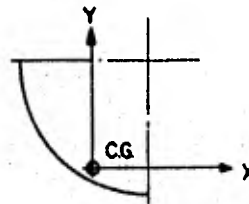
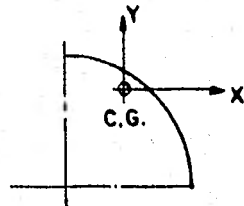
$$I_{xy} = \pm K(0.137 R^3) + K \frac{\pi R}{2} xy = \pm K(0.137 R^3 + 1.57 KRxy) \text{ --(13)}$$

Para seleccionar el signo de la ecuación anterior, se seguirá el siguiente criterio:

Se trasladará paralelamente el origen de los ejes coordenados - al centro de gravedad del codo. Si uno de los ejes intersecta el arco y el otro a una de las líneas radiales, como se muestra en la figura, se tomará el signo positivo.



Será negativo, si ambos ejes intersectan el arco o a las líneas radiales.



$$I_x = K (0.149 R^3) + K \frac{\pi R}{2} y^2 = K (0.149 R^3 ) + 1.57 K R y^2 \text{ ----(14)}$$

$$I_y = K (0.149 R^3 ) + 1.57 K R x^2 \text{ -----(15)}$$

Donde:

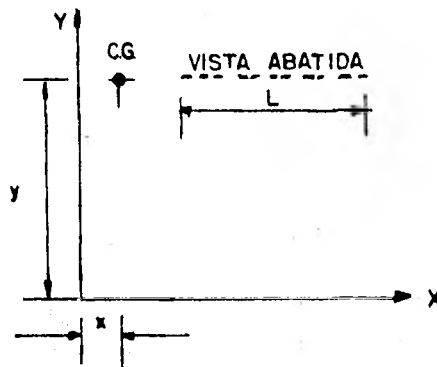
K = Factor de flexibilidad.

R = Radio de codo en metros.

"x" y "y" son las distancias normales del eje de referencia al centro de gravedad del codo ( Pudiendo ser negativa o positiva ) en metros.

En el caso de que los elementos antes mencionados sean perpendiculares al plano de proyección, las expresiones que se utilizarán serán las siguientes:

Para un elemento recto.



$$CGx = 1.3 Ly \text{ -----(16)}$$

$$C.G.y = 1.3 Lx \text{ -----(17)}$$

El factor 1,3, toma en cuenta los efectos de torsión. Y el término 1.3L es la longitud equivalente.

$$I_{xy} = 1.3 Lxy \text{ -----(18)}$$

$$I_x = 1.3 Ly^2 \text{ -----(19)}$$

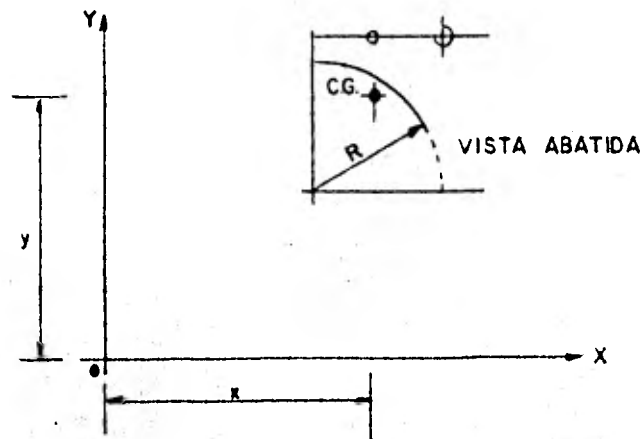
$$I_y = 1.3 Lx^2 \text{ -----(20)}$$

Donde:

L = Longitud del elemento en metros.

"x" y "y" Son las distancias normales del eje de referencia al centro de gravedad del elemento en metros.

En el caso de un codo de 90° perpendicular al plano de proyección, las ecuaciones son las siguientes.



$$\text{C.G. } x = 1.81 Ry \text{ ----- (21)}$$

$$\text{C.G. } y = 1.15 \frac{\pi R}{2} x = 1.81 Rx \text{ -----(22)}$$

1.81; Es el coeficiente característico de un codo perpendicular al plano de proyección.

La longitud equivalente es 1.81 R

De igual manera:

R; Es el radio del codo en metros.

"x" y "y" Son la distancia normal del eje de referencia al -  
centro de gravedad del codo en metros.

El producto de inercia de un elemento es el producto de su longi-  
tud por las distancias normales de los ejes de referencia al cen-  
tro de gravedad del elemento.

Por otra parte, el producto de inercia de un sistema es la suma -  
algebraica de todos los productos de cada uno de los elementos -  
que integran el sistema.

Este producto puede ser positivo o negativo, todo dependerá de -  
los signos que tenga cada distancia.

$$I_{xy} = 1.15 \frac{\pi R}{2} xy = 1.81 Rxy \text{ -----(23)}$$

El momento de inercia de un sistema con respecto a un eje de re-  
ferencia, es igual a la suma de los momentos de inercia con res-  
pecto al mismo eje de cada uno de los elementos que forman el -  
sistema.

$$I_x = 1.15 \frac{\pi R}{2} y^2 = 1.81 Ry^2 \text{ (paralelo al eje) -----(24)}$$

$$I_y = 1.15 (0.149 R^3) + 1.81 R x^2 = 0.171 R^3 + 1.81 R x^2$$

(perpendicular al eje ) -----(25)

#### 4.2.4 CALCULO DE REACCIONES DEBIDO A LA EXPANSION TERMICA.

Para la solución del problema se seguirán los siguientes pasos.

- 1.- Se considera un extremo de la tubería fijo y el otro libre, calculándose los desplazamientos resultantes del extremo libre en la dirección de los ejes principales debido a la expansión térmica.
- 2.- Se toma el sentido de los ejes opuestos al crecimiento de la línea, considerándose el origen de estos en el extremo libre.
- 3.- Se descompone el sistema de tuberías en las proyecciones sobre los planos xy, yz y zx
- 4.- Se encuentra el centro elástico en cada proyección, tomando en cuenta el factor de flexibilidad de los codos.
- 5.- Se trasladan el origen de los ejes al centro elástico.
- 6.- Se calcula los productos de inercia en cada plano, considerando los factores de flexibilidad.

- 7.- Se calcula los momentos de inercia del sistema de tubería con respecto a los ejes principales sin dejar de considerar los factores de flexibilidad.
- 8.- Se encuentran los valores de las reacciones en los extremos de la tubería.
- 9.- Se encuentran los momentos tanto flexionantes como los que actúan en los puntos seleccionados.
- 10.- Se encuentra el valor del esfuerzo máximo por medio de la teoría del esfuerzo cortante máximo.

Si se considera fijo el punto "a", se encuentra el desplazamiento resultante en el punto "h" debido a la expansión térmica de la línea:

$$\Delta x = \alpha Lx = 1.52 (3.55) = 5.396 \text{ mm}$$

$$\Delta y = \alpha Ly = 1.52 (1.724) = 2.620 \text{ mm}$$

$$\Delta z = \alpha Lz = 1.52 (2.896) = 4.401 \text{ mm}$$

Por otra parte el punto "h" se mueve una distancia:

$$\Delta y = 1.52 (3.814) = 5.797 \text{ mm}$$

Debido a que el equipo está hecho de acero al carbón, - - - - -  
crece - - hacia arriba, por el incremento de la temperatura, a  
partir de la línea de tangencia del equipo.

El punto "a" se moverá una distancia:

$$\Delta z = 1.52 (0.53) = 0.805 \text{ mm}$$

El desplazamiento se debe al crecimiento del cabezal a partir del  
punto de anclaje.

Considerando lo anterior, los desplazamientos resultantes serán:

$$\Delta x = 5.396 \text{ mm}$$

$$\Delta y = 2.620 + 5.797 = 8.417 \text{ mm}$$

Para este caso, los movimientos se sumaron por ser opuestos.

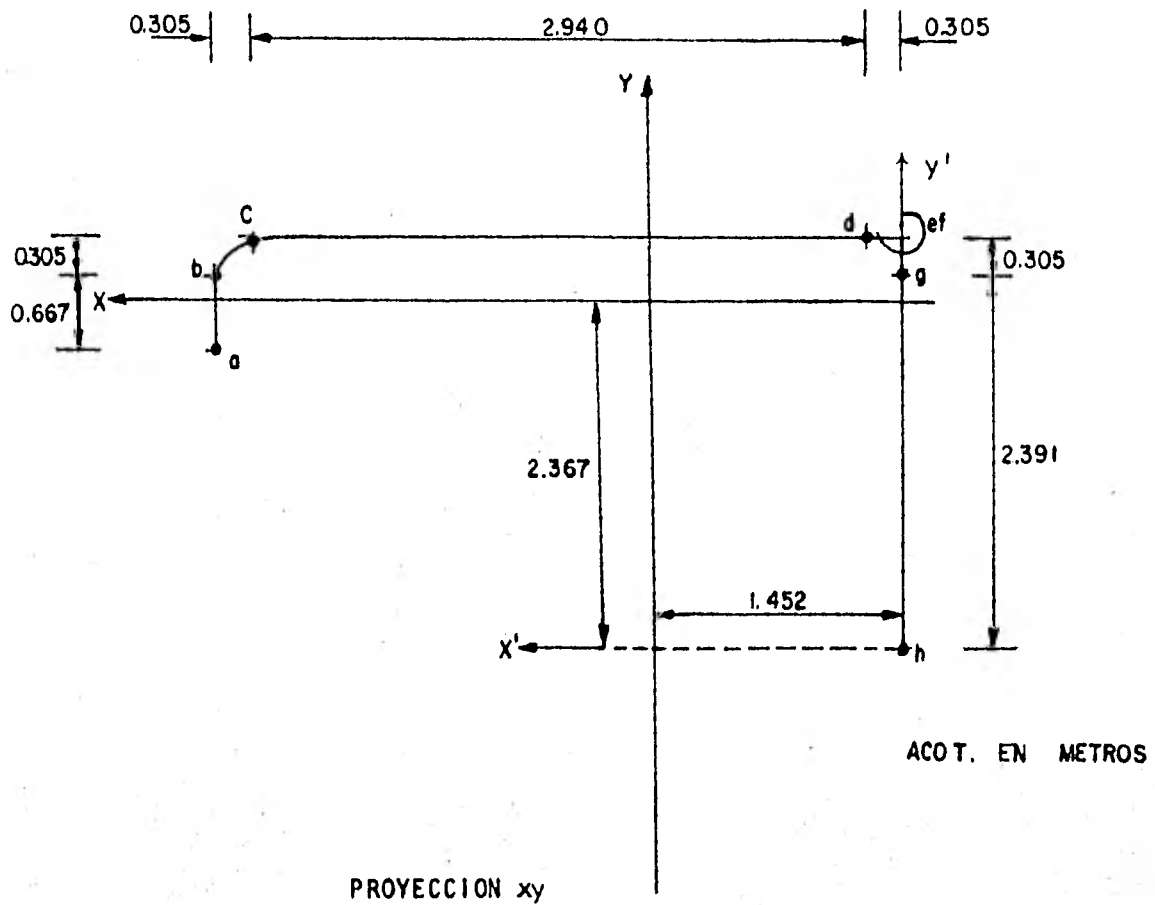
$$\Delta z = 4.401 + 0.805 = 5.206 \text{ mm}$$

De la misma manera que en el caso del eje "y", los movimientos -  
se suman porque son opuestos. Esto se debe a que el punto "h" -  
no tiene movimiento en la dirección del eje "z", mientras que la  
línea crece en sentido contrario al movimiento del cabezal.

Con referencia al isométrico mostrado anteriormente se trabaja -



Inicialmente con la proyección del sistema sobre el plano  $xy$ .



Los ejes " $x'$ ", " $y'$ " y " $z'$ ", tienen sentidos opuestos a la expansión térmica. La siguiente tabla muestra el cálculo del centro elástico.

ELEMENTO	LONGITUD EQUIVALENTE	CENTRO ELASTICO		ECUACION EMPLEADA	Lx'	Ly'
		x'	y'			
ab	0.667	3.550	2.058	6	2.368	1.373
bc	3.510	3.439	2.585	11	12.071	9.073
cd	2.940	1.775	2.696	6	5.219	7.926
de	0.552	0.111	2.696	21	0.061	1.488
ef	2.972	0	2.696	16	0	8.012
fg	0.552	0	2.585	21	0	1.427
gh	<u>2.391</u>	0	1.196	6	<u>0</u>	<u>2.860</u>
	$\Sigma L = 13.584$				$\Sigma Lx' = 19.719$	$\Sigma Ly' = 32.159$

Las coordenadas del centro elástico son:

$$x = \frac{19.719}{13.584} = 1.452 \text{ m}$$

$$y = \frac{32.159}{13.584} = 2.367 \text{ m}$$

El producto de inercia se determina de la siguiente manera:

ELEMENTO	ECUACION EMPLEADA	$I_{xy}$ m <sup>3</sup>
ab	8	- 0.432
bc	13	1.492
cd	8	0.312
de	23	- 0.244
ef	18	- 1.420
fg	23	- 0.175
gh	8	<u>4.065</u>
		$\Sigma I_{xy} = 3.598 \text{ m}^3$

El momento de inercia con respecto al eje "x" es:

<u>ELEMENTO</u>	<u>ECUACION EMPLEADA</u>	<u><math>I_x</math> <math>m^3</math></u>
ab	10	0.088
bc	14	0.198
cd	9	0.318
de	24	0.060
ef	19	0.322
fg	25	0.031
gh	10	<u>4.418</u>

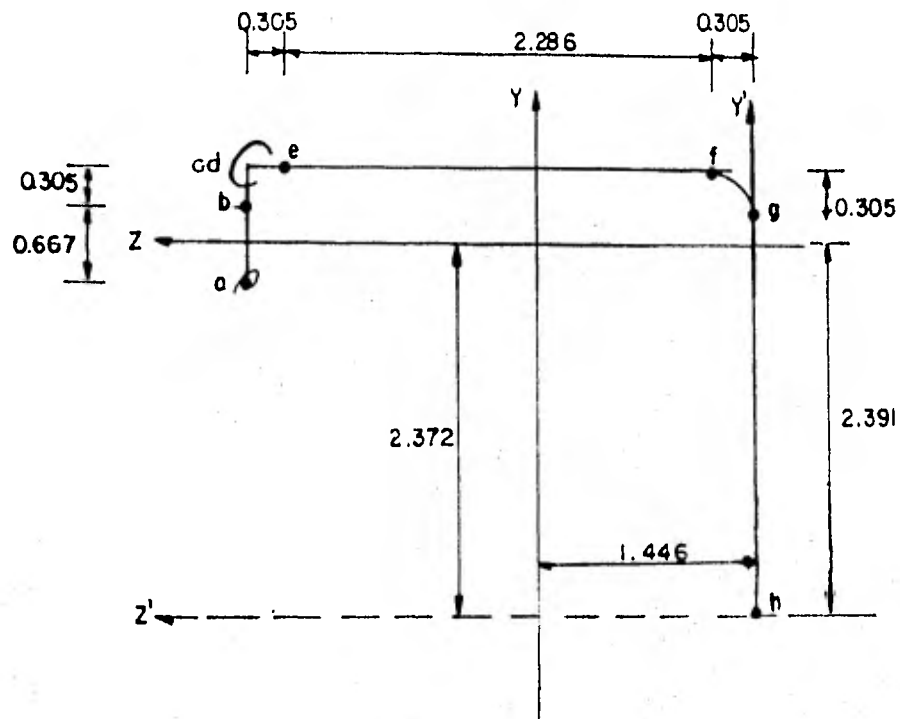
$$\Sigma I_x = 5.435 \text{ m}^3$$

El momento de inercia con respecto al eje "y" es:

<u>ELEMENTO</u>	<u>ECUACION EMPLEADA</u>	<u><math>I_y</math> <math>m^3</math></u>
ab	9	2.935
bc	15	13.889
cd	10	2.424
de	25	0.998
ef	20	6.265
fg	24	1.164
gh	9	<u>5.041</u>

$$\Sigma I_y = 32.716 \text{ m}^3$$

A continuación se procede a determinar el centroíde, productos y momentos de inercia en el plano yz .



ACOT EN METROS

El cálculo del centro elástico es:

ELEMENTO	LONGITUD EQUIVALENTE	CENTRO ELASTICO		ECUACION EMPLEADA	$Lz'$	$Ly'$
		$z'$	$y'$			
ab	0.667	2.896	2.057	6	1.932	1.372
bc	0.552	2.896	2.585	21	1.599	1.427
cd	3.822	2.896	2.696	16	11.068	10.304
de	0.552	2.785	2.696	21	1.537	1.488
ef	2.286	1.488	2.696	6	3.401	6.163
fg	3.510	0.111	2.585	11	0.390	9.073
gh	2.391	0	1.196	6	0	2.860
$\Sigma' = 13.780$					$\Sigma Lz' = 19.927$	$\Sigma Ly' = 32.687$

Las coordenadas del centro elástico se encuentran en:

$$z = \frac{19.927}{13.780} = 1.446 \text{ m}$$

$$y = \frac{32.687}{13.780} = 2.372 \text{ m}$$

Cálculo del producto de inercia  $I_{yz}$ :

<u>ELEMENTO</u>	<u>ECUACION EMPLEADA</u>	<u><math>I_{yz}</math> <math>m^3</math></u>
ab	8	- 0.304
bc	23	0.171
cd	18	1.796
de	23	0.240
ef	8	0.031
fg	13	- 0.970
gh	8	<u>4.066</u>
		$\Sigma I_{yz} = 5.030 \text{ m}^3$

El momento de inercia con respecto al eje "z"

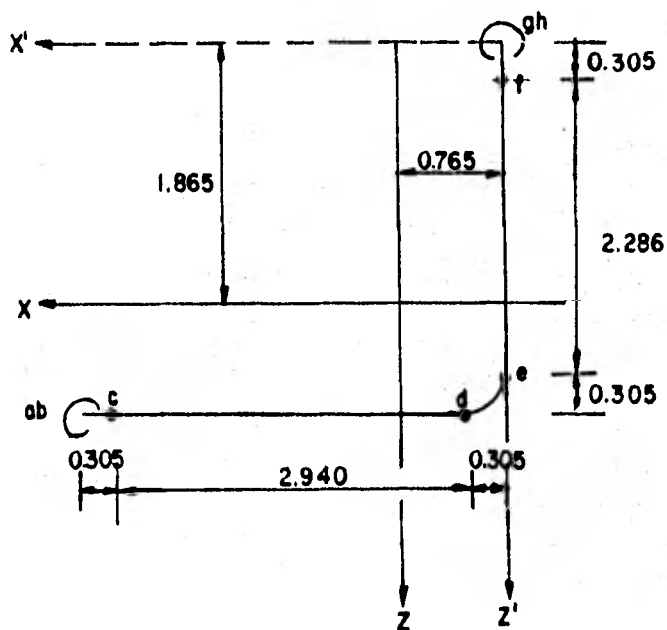
<u>ELEMENTO</u>	<u>ECUACION EMPLEADA</u>	<u><math>I_z</math> <math>m^3</math></u>
ab	10	0.091
bc	25	0.030
cd	19	0.401
de	24	0.058
ef	9	0.240
fg	14	0.190
gh	10	<u>4.446</u>
		$\Sigma I_z = 5.456 \text{ m}^3$

El momento de inercia con respecto al eje "y".

ELEMENTO	ECUACION EMPLEADA	$I_y$ m <sup>3</sup>
ab	9	1.402
bc	24	1.160
cd	20	8.035
de	25	0.994
ef	10	0.999
fg	15	6.286
gh	9	<u>4.999</u>

$$\Sigma I_y = 23.875 \text{ m}^3$$

De igual manera para la proyección del plano "xz".



Acotado en m

El centro elástico en esta proyección se encuentra a continuación.

ELEMENTO	LONGITUD EQUIVALENTE	CENTRO ELASTICO		ECUACION No.	Lx'	Lz'
		x'	y'			
ab	0.867	3.550	2.896	16	3.078	2.511
bc	0.552	3.439	2.896	21	1.398	1.598
cd	2.940	1.775	2.896	6	5.218	8.514
de	3.509	0.110	2.785	11	0.385	9.772
ef	2.286	0	1.448	6	0	3.310
fg	0.552	0	0.110	21	0	0.060
gh	<u>3.108</u>	0	0	16	<u>0</u>	<u>0</u>
$\Sigma L=13.814$					$\Sigma Lx'=10.579$	$\Sigma Lz'=25.765$

Las coordenadas del centro elástico son:

$$x = \frac{10.579}{13.814} = 0.765 \text{ m}$$

$$z = \frac{25.765}{13.814} = 1.865 \text{ m}$$

El producto de inercia se calculará de la siguiente forma:

ELEMENTO	ECUACION EMPLEADA	$I_{xz}$ $m^3$
ab	18	2.489
bc	23	1.521
cd	8	3.061
de	13	- 2.086
ef	8	0.729
fg	23	0.741
gh	18	<u>4.434</u>
		$\Sigma I_{xz}= 10.889 \text{ m}^3$

El momento de inercia con respecto al eje "x"

<u>ELEMENTO</u>	<u>ECUACION EMPLEADA</u>	<u><math>\frac{I_x}{m^3}</math></u>
ab	19	0.921
bc	24	0.586
cd	9	3.125
de	14	3.001
ef	10	1.393
fg	25	1.705
gh	19	<u>10.811</u>
		$\Sigma I_x = 21.542 \text{ m}^3$

El momento de inercia con respecto al eje "z"

<u>ELEMENTO</u>	<u>ECUACION EMPLEADA</u>	<u><math>\frac{I_z}{m^3}</math></u>
ab	20	6.725
bc	25	3.952
cd	10	5.116
de	15	1.536
ef	9	1.337
fg	24	0.323
gh	20	<u>1.819</u>
		$\Sigma I_z = 20.808 \text{ m}^3$



De los resultados obtenidos anteriormente:

$$I_{xy} = 3.598 \text{ m}^3$$

$$I_{yz} = 5.030 \text{ m}^3$$

$$I_{xz} = 10.889 \text{ m}^3$$

$$I_x = 5.435 + 21.542 = 26.977 \text{ m}^3$$

$$I_y = 32.716 + 23.875 = 56.591 \text{ m}^3$$

$$I_z = 5.456 + 20.808 = 26.264 \text{ m}^3$$

Los resultados obtenidos se sustituyen en el sistema de ecuaciones:

$$\frac{F_x(26.977)}{EI} - \frac{F_y(3.598)}{EI} - \frac{F_z(10.889)}{EI} = 5.396 \times 10^{-3}$$

$$- \frac{F_x(3.598)}{EI} + \frac{F_y(56.591)}{EI} - \frac{F_z(5.030)}{EI} = 8.417 \times 10^{-3}$$

$$- \frac{F_x(10.889)}{EI} - \frac{F_y(5.030)}{EI} + \frac{F_z(26.264)}{EI} = 5.206 \times 10^{-3}$$

El producto EI es igual a:

$$EI = 192.3 \times 10^9 \times 3.01768 \times 10^{-5} = 5.802 \times 10^6 \text{ Nm}^2$$

Sustituyendo en el sistema de ecuaciones anterior:

$$26.987 F_x - 3.598 F_y - 10.889 F_z = 3.131 \times 10^4$$

$$- 3.598 F_x + 56.591 F_y - 5.030 F_z = 4.884 \times 10^4$$

$$- 10.889 F_x - 5.030 F_y + 26.264 F_z = 3.021 \times 10^4$$

La solución del sistema de ecuaciones se realiza mediante el método de la matriz inversa.

El sistema de ecuaciones se representa matricialmente de la manera siguiente:

$$\underline{Ax} = \underline{B} \text{ ----- (89)}$$

Donde:

$A$  = Matriz cuadrada formada por los coeficientes de las fuerzas  $F_x$ ,  $F_y$  y  $F_z$ .

$x$  = Matriz columna formada por  $F_x$ ,  $F_y$  y  $F_z$ .

$B$  = Matriz columna formada por los resultados numéricos de cada una de las ecuaciones que forman el sistema anterior.

Multiplicando la ecuación 89 por la matriz inversa de  $A$ .

$$A^{-1} Ax = A^{-1} B$$

Pero:

$$A^{-1} A = I \text{ (matriz unidad)}$$

Por tanto el producto de la matriz Inversa de A por matriz B, resulta la matriz columna que contiene los valores de las fuerzas  $F_x$ ,  $F_y$  y  $F_z$ .

Los resultados son:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2257.289 \\ 1212.613 \\ 2318.347 \end{bmatrix}$$

El valor de las fuerzas en el centro elástico son:

$$F_x = -2257.389 \text{ N}$$

$$F_y = 1212.613 \text{ N}$$

$$F_z = 2318.347 \text{ N}$$

Las fuerzas reaccionantes en "h" son:

$$F_x = - 2257.289 \text{ N}$$

$$F_y = - 1212.613 \text{ N}$$

$$F_z = 2318.347 \text{ N}$$

Las fuerzas reaccionantes en "a" son:

$$F_x = 2257.289 \text{ N}$$

$$F_y = 1212.613 \text{ N}$$

$$F_z = - 2318.347 \text{ N}$$

Una vez encontradas las cargas debido a la expansión térmica, se procede a calcular los momentos tanto en los extremos del sistema de tuberías, - como en los cordones de soldadura de los codos.

Para realizar lo anterior se toman en consideración los siguientes puntos:

- 1.- Se toman los momentos con respecto al punto analizado en cada plano, considerando que las fuerzas son aplicadas en el centro elástico.
- 2.- Los momentos que producen un giro en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj son positivos.
- 3.- Los momentos que producen un giro en sentido a las manecillas del reloj son negativos.
- 4.- Como están actuando tres momentos en el espacio, dos de ellos - - causan flexión y el otro torsión (en aquellos tramos que son - perpendiculares al plano de proyección estudiado). Por ejemplo: Considerando el punto "d", el momento  $xy$  es de flexión en el plano  $xy$ , por otra parte, el momento  $yz$  en el plano  $yz$  es de torsión, mientras que en el  $xz$  el momento  $xz$  es de flexión.
- 5.- Los momentos de flexión se suman vectorialmente.

$$M_F = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

6.- Para el análisis de esfuerzos siempre se considera la condición más crítica.

El cuadro 1 resume los resultados obtenidos en cada uno de los puntos considerados en la línea, así como en los puntos terminales. La notación es la siguiente:

$M_f$  = Momento que causa flexión.

$M_t$  = Momento que causa torsión.

Hay que recordar que tanto las fuerzas, como los momentos son debidos a la expansión térmica, sólo falta considerar las cargas debidas al peso muerto en los puntos de apoyo.

El método del Centro Elástico no sirve para el cálculo de peso muerto, ya que es difícil evaluar los movimientos que tendrán los extremos de la línea debido a estas fuerzas.

En resumen, se puede observar en el cuadro 1 que los momentos resultantes en los extremos de la línea analizada son los siguientes:

En "a"

$$M_{xy} = 3995.49 \text{ Nm}$$

$$M_{yz} = 3260.57 \text{ Nm}$$

$$M_{xz} = 4129.33 \text{ Nm}$$

En "h"

$$M_{xy} = 3582.28 \text{ Nm}$$

$$M_{yz} = 3745.68 \text{ Nm}$$

$$M_{xz} = -2436.30 \text{ Nm}$$

En "a" el momento flexionante vale 5157 Nm, mientras que el de torsión - 4129 Nm. Este último actúa en el plano xz.

Por otra parte en "h", el momento flexionante es igual a 5182 Nm, mientras que el de torsión tiene un valor de 2436 Nm actuando en el plano xz.

C U A D R O      1

MOMENTOS DE FLEXION Y TORSION EN LOS PUNTOS DE INTERES.

<u>PUNTO</u>	<u>PLANO xy</u>	<u>PLANO yz</u>	<u>PLANO xz</u>
a	0.643 (2257.289) +2.098 (1212.613) =3995.49 Nm M = 3995.49 Nm	0.648 (2318.347) +1.450 (1212.613) =3260.57 Nm M=3260.57 Nm M <sub>f</sub> =5157 Nm	1.031 (2257.289) -2.785 (2318.347) = - 4129.33 Nm T = -4129.33 Nm M <sub>f</sub> = 4129 Nm
b	- 0.024 (2257.289) + 2.098 (1212.613) = 2489.88 M = 3995.49 Nm	- 0.019 (2318.347) + 1.450 (1212.613) M = 1714.24 Nm M <sub>f</sub> = 4347 Nm	M <sub>xzb</sub> = M <sub>xza</sub> = -4129 Nm T =-4129.33 Nm M <sub>t</sub> = 4129 Nm
c	- 0.329 (2257.289) + 1.793 (1212.613) = 1431.56 Nm M = 1431.56 Nm	- 0.324 (2318.347) + 1.450 (1212.613) = 1007.14 Nm T = 1007.14 Nm M <sub>f</sub> = 3709 Nm	1.031 (2257.289) - 2.480 (2318.347) = -3422.23 Nm M =-3422.23 Nm M <sub>t</sub> = 1007 Nm
d	- 0.329 (2257.289) - 1.147 (1212.613) = - 2133.51 Nm M = -2133.51 Nm	Myzd = Myzc= 1007.14 T = 1007.14 Nm M <sub>f</sub> = 3683 Nm	1.031 (2257.289) + 0.460 (2318.347) = 3393.70 Nm M = 3393.7 Nm M <sub>t</sub> = 1007 Nm
e	- 0.329 (2257.289) - 1.452 (1212.613) = -2503.36 T = - 2503.36 Nm	- 0.324 (2318.347) + 1.145 (1212.613) = 637.29 Nm M = 637.29 Nm M <sub>f</sub> = 3471 Nm	0.726 (2257.289) + 0.765 (2318.347) = 3412.32 Nm M = 3412.32 Nm M <sub>t</sub> = 2503 Nm
f	M <sub>xyf</sub> = M <sub>xye</sub> =2503.36 T = -2503.36 Nm	- 0.324 (2318.347) - 1.141 (1212.613) = - 2134.73 Nm M = -2134.73 Nm M <sub>f</sub> = 2758 Nm	- 1560 (2257.289) + 0.765 (2318.347) = - 1747.83 Nm M = - 1747.83 M <sub>t</sub> = 2503 Nm
g	- 0.024 (2257.289) - 1.452 (1212.613) = - 1814.88 Nm M = - 1814.88 Nm	- 0.019 (2318.347) - 1.446 (1212.613) = -1797.48 Nm M = -1797.48 Nm M <sub>f</sub> = 2554 Nm	- 1.865 (2357.289) +0.765 (2318.347) = - 2436.30 Nm T = - 2436.30 Nm M <sub>t</sub> = 2436 Nm
h	2.367 (2257.289) - 1.452 (1212.613) = 3582.28 Nm M = 3582.28 Nm	2.372 (2318.347) - 1.446 (1212.613) = 3745.68 Nm M = 3745.68 Nm M <sub>f</sub> = 5182 Nm	M <sub>xzh</sub> = M <sub>xzg</sub> =2436.30 T = - 2436.30 Nm M <sub>t</sub> = 2436 Nm

## C A P I T U L O    V

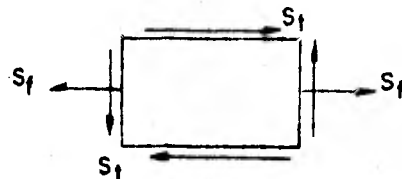
## EVALUACION DE RESULTADOS.

## 5.1 CALCULO DEL ESFUERZO MAXIMO.

El primer paso que se realiza en esta evaluación es determinar el esfuerzo máximo debido a la expansión térmica. Es recomendable analizar por separado el efecto térmico para no complicar el problema, lo anterior -- sucede si se trata de combinar este efecto con el de peso muerto y pre-sión.

Se ha considerado que el crecimiento de la línea origina los esfuerzos a la flexión y torsión.

Las fibras, del sistema de tuberías, más alejadas del eje neutro estarán sujetas al siguiente estado tensional:



Donde:

$S_f$  = Esfuerzos flexionantes.

$S_t$  = Esfuerzos de torsión.

Empleando la teoría del esfuerzo cortante máximo, se evalúan los esfuerzos principales con las siguientes ecuaciones.



$$\sigma_1 = \frac{S_f}{2} + \sqrt{\left(\frac{S_f}{2}\right)^2 + S_t^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{S_f}{2} - \sqrt{\left(\frac{S_f}{2}\right)^2 + S_t^2}$$

Y con la siguiente se calcula el esfuerzo cortante máximo:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{1}{2} \left[ \frac{S_f}{2} + \sqrt{\left(\frac{S_f}{2}\right)^2 + S_t^2} - \left( \frac{S_f}{2} - \sqrt{\left(\frac{S_f}{2}\right)^2 + S_t^2} \right) \right]$$

$$\therefore \tau_{\text{máx}} = \sqrt{\left(\frac{S_f}{2}\right)^2 + S_t^2}$$

El esfuerzo cortante máximo calculado debe compararse con el rango de esfuerzos, el cual considera únicamente esfuerzos de tensión.

Para esto se debe de tomar en cuenta que en un ensayo a tensión, la relación entre los esfuerzos de tensión y cortantes es la siguiente:

$$\tau = \frac{\sigma}{2}$$

ó:

$$\sigma = 2\tau$$

Por tanto:

$$\sigma = 2 \sqrt{\left(\frac{S_f}{2}\right)^2 + S_t^2}$$

ó:

$$\sigma = \sqrt{S_f^2 + 4 S_t^2}$$

Esta ecuación se emplea en el Código ANSI B31.3 denominándose al valor -  
obtenido como esfuerzo de expansión.

En la ecuación anterior se deben considerar las condiciones de esfuerzo -  
críticas, y para el problema en cuestión las condiciones más críticas --  
son:

PUNTO "a"

Momento de flexión = 5157 Nm

Momento de torsión = 4129 Nm

PUNTO "h"

$M_f = 5182$  Nm

$M_t = 2436$  Nm

En codos, punto "B"

$M_f = 4347$  Nm

$M_t = 4129$  Nm

La determinación del esfuerzo de flexión se realiza con la siguiente --

ecuación:

$$S_f = \frac{M_f}{I} c$$

Donde:

$c$  = Distancia del eje neutro a la fibra más alejada (m)

$I$  = Momento de inercia ( $m^4$ )

Además:

$$\frac{I}{c} = \text{Módulo de sección.}$$

Y el esfuerzo de torsión:

$$S_t = \frac{M_t c}{2I}$$

Se hace la observación de que el momento polar de inercia es igual al doble del momento de inercia con respecto a los ejes principales cuyo origen está en el centro de gravedad de la figura.

PUNTO "a"

$$S_f = \frac{5157 \times 0.109}{3.01768 \times 10^{-5}} = 18.62 \text{ MPa}$$

$$S_t = \frac{4129 \times 0.109}{2 (3.01768 \times 10^{-5})} = 7.45 \text{ MPa}$$

Por tanto:

$$\sigma = \sqrt{18.62^2 + 4 (7.45)^2} = 23.84 \text{ MPa}$$

PUNTO "h"

$$S_f = 18.71 \text{ MPa}$$

$$S_t = 4.39 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \sqrt{(18.71)^2 + 4 (4.39)^2} = 20.66 \text{ MPa}$$

Para el codo b-C, se considera el factor de intensificación de esfuerzos a la flexión resultando lo siguiente:

$$S_f = i \frac{M_f C}{I} = \frac{2.43 (4347) (0.109)}{3.01768 \times 10^{-5}} = 38.15 \text{ MPa}$$

$$S_t = \frac{M_f C}{2I} = \frac{4129 \times 0.109}{2 (3.01768 \times 10^{-5})} = 7.45 \text{ MPa}$$

y:

$$\sigma = \sqrt{(38.15)^2 + 4 (7.45)^2} = 40.95 \text{ MPa}$$

Se observa que el punto b-C es el que está sometido al esfuerzo más alto.

Nótese que aunque no se tenía en este punto un momento flexionante alto, se obtuvo el esfuerzo de expansión más grande. Esto se debe a que el esfuerzo flexionante fué afectado por el factor de intensificación. De aquí se observa la importancia de considerar este coeficiente en los cálculos.

Por otra parte, el esfuerzo máximo permisible es:

$$S_A = f (1.25 S_c + 0.255 S_h)$$

Donde:

$f = 1$ , Considerando que el número total de ciclos a que estará sujeto el sistema en toda su vida de operación es menor que 7000.

Y de la Tabla I. del Apéndice A del Código ANSI B31.3 a las temperaturas máxima y mínima del ciclo de operación se obtiene:

$$S_c = 138.232 \text{ MPa}$$

$$S_h = 138.232 \text{ MPa}$$

Y sustituyendo estos valores:

$$S_A = 1 (1.25 \times 138.232 + 0.25 \times 138.232) = 207.348 \text{ MPa}$$

Comparando este valor con el esfuerzo máximo de expansión obtenido se observa lo siguiente:

$$S_A > 40.95 \text{ MPa}$$

Lo cual implica que la tubería no está sobreforzada, por tanto la configuración es aceptable.

El resultado anterior asegura que los esfuerzos causados por la expansión térmica no provocarán desperfectos en el sistema, sin embargo no se están considerando los esfuerzos debidos al peso propio de ésta.

En caso de que el esfuerzo de expansión hubiera sido mayor que el rango permisible, se habría cambiado de configuración agregando mayor número de tramos perpendiculares, o instalando juntas de expansión en lugares adecuados.

## 5.2 DETERMINACION DEL MOVIMIENTO VERTICAL EN EL PUNTO DE APOYO.

Para una buena selección del tipo de soporte a emplear, es necesario conocer el movimiento vertical que tendrá la línea en el punto de apoyo debido a la expansión térmica del material de la misma.

En este caso, el soporte se localizará en N 23.500, E 92.530 .

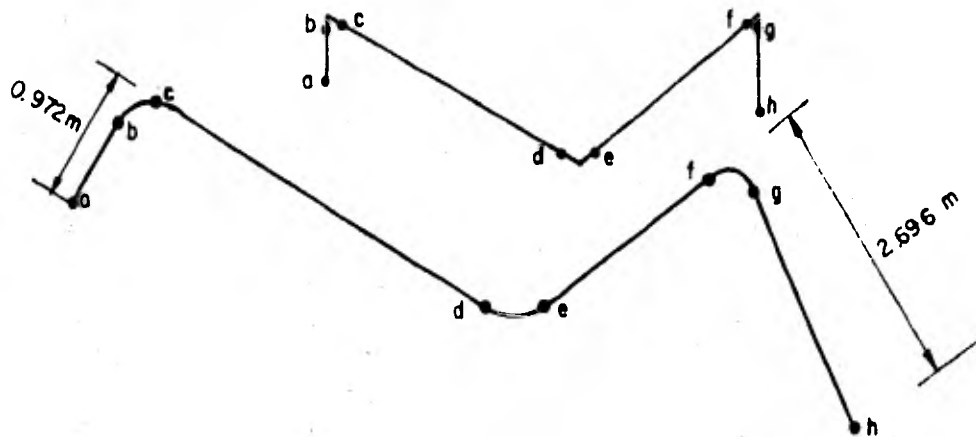
Inicialmente se dan los desplazamientos verticales conocidos que tiene el sistema de tuberías, desde su posición fría a la caliente.

En el sistema analizado, el movimiento en el punto "a" es cero, mientras que el punto "h" se está moviendo 5.797 mm hacia arriba (eso es debido a

---

al crecimiento que sufre el material del equipo 203 V a partir de su línea de tangencia cuando se cambia de temperatura de la más baja a la más alta del ciclo de operación).

El siguiente paso consiste en calcular los desplazamientos verticales -- que tienen los tramos adyacentes a los puntos de movimiento conocidos, -- tal como se indica en la figura siguiente



La intersección de las tangentes del codo b-C tiene un movimiento vertical de:

$$\Delta y_1 = 1.52 (0.972) = 1.477 \text{ mm}$$

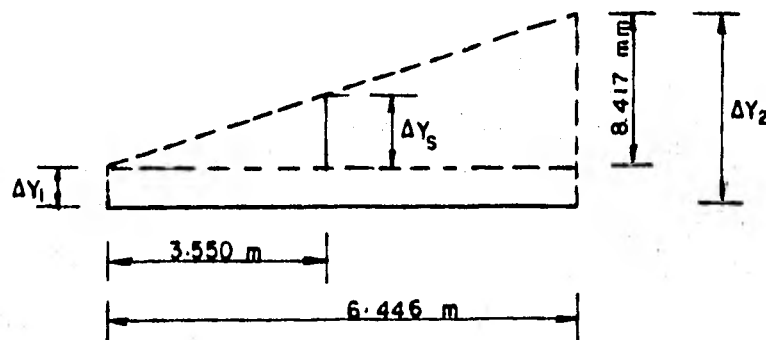
Donde:

$$1.52 \text{ mm/m} = \alpha \text{ (Coeficiente de expansión térmica del acero - A53-Gr B . )}.$$

Y del codo f-g :

$$\Delta y_2 = 5.797 + 1.52 (2.696) = 9.894 \text{ mm}$$

En el último paso, se proyecta en un solo plano a la longitud horizontal que hay entre los codos b-C y f-g, indicándose en cada extremo los movimientos verticales resultantes y además la localización del punto de apoyo.



Por triángulos semejantes:

$$\frac{\Delta y_3}{3.550} = \frac{8.417}{6.446} \quad \therefore \Delta y_3 = 4.635 \text{ mm}$$



El movimiento del punto de apoyo es:

$$\Delta y_t = \Delta y_3 + \Delta y_1 = 4.635 + 1.477 = 6.112 \text{ mm}$$

Para soportar la línea en este punto, es necesario emplear un resorte de carga variable, ya que si se usa un soporte que no permita este tipo de movimiento se provocarán esfuerzos indeseables en la línea. Para la selección de este resorte se debe tomar en cuenta lo siguiente: Movimiento vertical, carga de peso muerto y que el movimiento de este punto no cauce una variación de la fuerza de soporte mayor de 25% .

### 5.3 DETERMINACION DEL PESO MUERTO.

Una vez que se ha determinado si la tubería no está sobreesforzada y los puntos de apoyo de ésta, se procede a realizar el cálculo de peso muerto.

El método del Centro Elástico, cuyo fundamento es el segundo teorema de Castigliano, no sirve para realizar este cálculo porque está basado en las reacciones que se generan cuando se restringen, los desplazamientos conocidos de los extremos de la tubería.

El método que se aplicará consiste en descomponer la viga continua en tramos formados por vigas simplemente apoyadas, para enseguida calcular las reacciones, así como los momentos flexionantes y por último los esfuerzos. Estos esfuerzos actúan en la dirección longitudinal, por esta

razón es necesario que se sumen con los esfuerzos longitudinales de presión, para poder evaluar si el sistema no está sobreesforzado.

La suma de los esfuerzos longitudinales siempre deberá ser menor que el esfuerzo permisible en caliente.

Inicialmente se considera el peso de los componentes del sistema de tuberías.

Para un tramo recto:

Peso de la tubería = 417 N/m

Peso del agua contenida en un metro de tubería = 317 N/m

Peso del aislamiento = 82 N/m

Para un codo de radio largo:

Peso del codo = 205 N

Peso del agua en el codo = 151 N

Peso del aislamiento del codo = 164 N

Para efecto de cálculo es necesario conocer el peso de la línea tanto en operación como en la prueba hidrostática, para poder determinar la condición más crítica.

En este caso, el peso de operación y el de la prueba hidrostática es --

igual, ya que el fluido de operación es vapor condensado.

El peso total de un metro de tubería es:

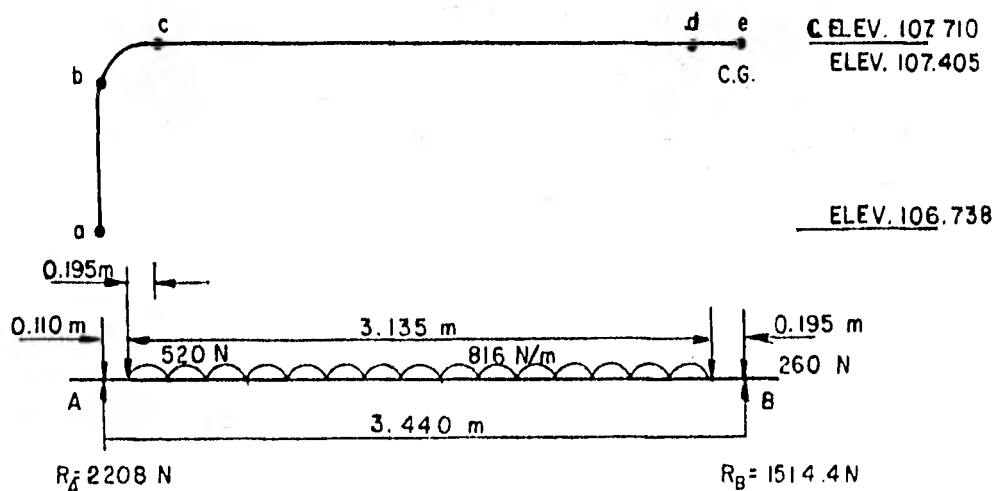
$$417 + 317 + 82 = 816 \text{ N/m}$$

El peso total de un codo es:

$$205 + 151 + 164 = 520 \text{ N}$$

Para simplificar el cálculo, se descompone el sistema en dos vigas -- simplemente apoyadas, considerando que el peso de los codos es una carga concentrada y actúa en el centro de gravedad de los mismos mientras -- que el peso de los tramos rectos se considera como una carga uniforme -- mente repartida.

La primera, que es el tramo del punto "a" a la intersección de tangen -- tes del codo d-e, queda con las siguientes condiciones de carga:



NOTA: El codo d-e se considera que está soportado en su centro de gravedad y que el apoyo B recibirá la mitad del peso total del codo d-e, además la longitud a considerar del tramo vertical es de la línea de soldadura del codo b-c localizada a la altura del punto "b" al eje del cabezal.

$$\text{Peso del tramo vertical} = 816 (107.405 - 106.738) = 544 \text{ N}$$

Donde:

$$+\curvearrowright \Sigma M_A = 0.110(520) - 1.775(2399) - 3.440(260) + 3.440 R_B = 0$$

$$R_B = 1514.4 \text{ N}$$

$$+\delta \Sigma M_B = 3.440 R_A + 3.440(544) + 3.330(520) + 1.665(2399) = 0$$

$$R_A = 2208.6 \text{ N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 2208.6 - 544 - 520 - 2399 - 260 + 1514.4$$

$$F_y = 0$$

Diagrama de cortantes:

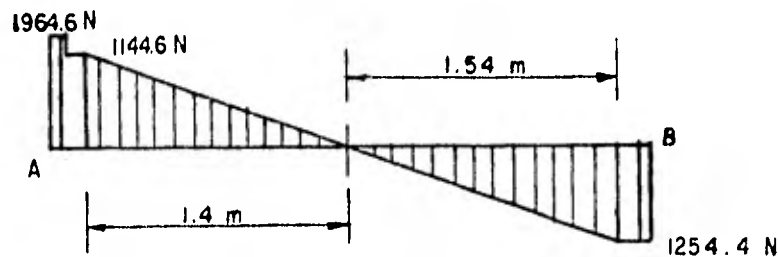
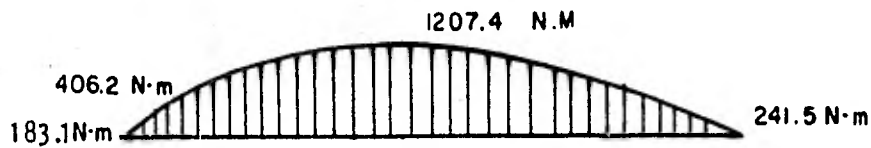
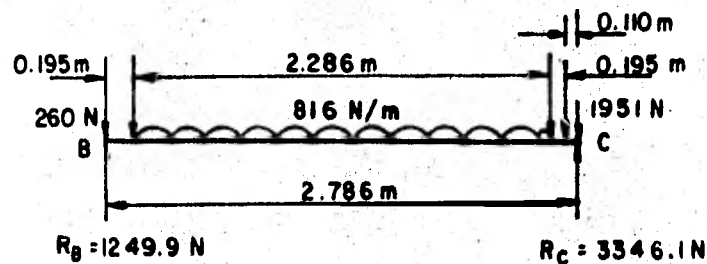
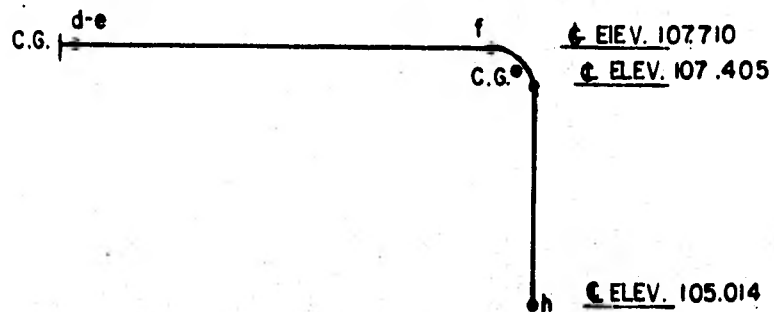


Diagrama de Momentos Flexionantes:



Momento Flexionante máximo = 1207.4 N-m

La segunda, que es la parte que está entre la intersección de las tangentes del codo d-e y el punto "h", tiene las siguientes cargas:



NOTA: Al igual que la viga anterior, el soporte B está cargando la mitad del peso del codo d-e. Por otra parte, el tramo vertical --

considerado es de la línea de soldadura del codo f-g que está a la altura del punto "g" a la cara de la brida.

$$\text{Peso del tramo vertical} = 816 (107.405 - 105.014) = 1951 \text{ N}$$

Donde:

$$\begin{aligned} +) \Sigma M_B &= 1.338 (1865) - 2.676 (520) - 2.786 (1951) + \\ &+ 2.786 R_c = 0 \end{aligned}$$

$$R_c = 3346.1 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} +) \Sigma M_c &= -2.786 R_B + 2.786 (260) + 1.448 (1865) + \\ &+ 0.110 (520) = 0 \end{aligned}$$

$$R_B = 1249.9 \text{ N}$$

$$+ \Sigma F_y = 1249.9 - 260 - 1865 - 520 - 1951 + 3346.1 = 0$$

$$F_y = 0$$

**Diagrama de Cortantes:**

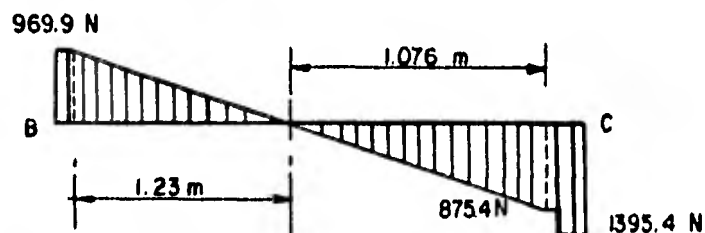
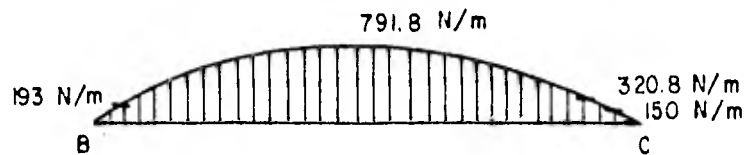


Diagrama de Momentos Flexionantes:



De los resultados anteriores, las cargas debido al peso muerto son:

$$\text{PUNTO "a"} = 2208.6 \text{ N}$$

$$\text{CARGA SOBRE EL APOYO} = 1514.4 + 1249.9 = 2764.3 \text{ N}$$

$$\text{PUNTO "h"} = 3346.1 \text{ N}$$

La condición más crítica se tiene en el tramo que une al punto "a" con la intersección de tangentes del codo d-e cuyo momento flexionante es:

$$M = 1207.4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Y el esfuerzo flexionante:

$$\sigma = \frac{M}{z}$$

Donde:

$$z = 2.75 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ (módulo de sección).}$$

$$\sigma = \frac{1207.4 \text{ N}\cdot\text{m}}{2.75 \times 10^{-4} \text{ m}^3} = 4.39 \text{ MPa}$$

Evaluando los esfuerzos longitudinales, se encuentra que el Código ANSI B31.3 establece que:

$$S_L < S_h$$

O sea que la suma de los esfuerzos longitudinales no debe ser mayor que el esfuerzo permisible a la temperatura más alta del ciclo.

En este caso el esfuerzo longitudinal está compuesto por el esfuerzo de flexión debido a las cargas muertas y el esfuerzo longitudinal debido a la presión interna:

$$S_L = \sigma + f_i$$

Se suman porque ambos esfuerzos son de tensión en la fibra superior más alejada del eje neutro.

El esfuerzo longitudinal debido a la presión es:

$$f_i = \frac{PD}{4t}$$

Ya que cumple con la desigualdad:

$$\frac{t}{D} = \frac{8.2}{219} = 0.037 < 0.1$$



Que se exige para el análisis de cilindros de pared delgada.

Donde:

$$P = 0.45 \text{ MPa}$$

$$D = 203 \text{ mm}$$

$$t = 8.2 \text{ mm}$$

Por tanto:

$$f_1 = \frac{0.45 \times 203}{4 \times 8.2} = 2.78 \text{ MPa}$$

$$S_L = 4.39 + 2.78 = 7.17 \text{ MPa}$$

Empleando la desigualdad que establece el Código:

$$7.17 < 138.232$$

Por tanto el sistema está adecuadamente soportado.

Se hace notar que el esfuerzo circunferencial, el cual es el más crítico de los que se presentan debido a la presión, fué considerado cuando se determinó el espesor de pared requerido por la tubería.

En el caso de que los esfuerzos longitudinales hubieran sido mayores --

que el esfuerzo permisible en caliente se podría disminuir la distancia entre los soportes o aumentar el espesor de la tubería. Esta última proposición no es práctica desde el punto de vista de cálculo, puesto que requiere que se realice una revisión del sistema de ecuaciones empleado para el cálculo de reacciones.

De los resultados se observa que el punto de apoyo tendrá una carga:

$$R_B = 2764.3 \text{ N}$$

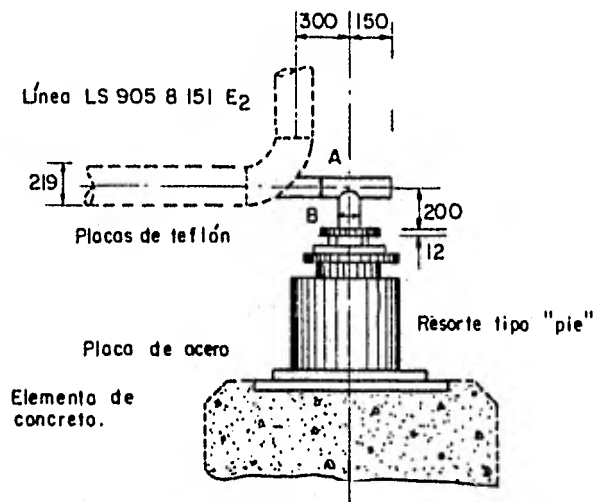
Esta carga se debe únicamente al peso muerto de la línea, ya que se está permitiendo el desplazamiento vertical del sistema de tuberías.

Y un movimiento hacia arriba de:

$$\Delta y = 6.112 \text{ mm}$$

Para este efecto se requiere de un soporte que resista la carga antes -- mencionada y que permita el movimiento vertical de la línea. El si -- guiente dibujo muestra el detalle del resorte a emplear.

Las cargas resultantes totales en los puntos terminales "a" y "h" son -- la suma de las cargas térmicas y las cargas de peso muerto, porque en -- estos puntos se está restringiendo el movimiento de la línea.



**NOTAS:**

- 1- Los tubos A y B son de 102 mm de diámetro nominal cuya cédula es 40
- 2- En vez del elemento de concreto se puede emplear uno estructural.

<b>U N A M</b>		
<b>FACULTAD DE INGENIERIA</b>		
D. P. R.	<b>SOPORTE DE EXTENSION</b>	ACOT. EN mm
TESIS PROFESIONAL		ESC.: SIN
MEXICO D.F.		1981

PUNTO "a":

$$F_x = 2257.289 \text{ N}$$

$$F_y = -1212.613 - 2208.6 = -3421.213 \text{ N}$$

$$F_z = -2318.347 \text{ N}$$

$$M_{xy} = 3995.49 \text{ N-m}$$

$$M_{yz} = 3260.57 \text{ N-m}$$

$$M_{xz} = -4129.33 \text{ N-m}$$

PUNTO "h":

$$F_x = -2257.289 \text{ N}$$

$$F_y = 1212.613 - 3346.1 = -2133.487 \text{ N}$$

$$F_z = 2318.347 \text{ N}$$

$$M_{xy} = 3582.28 \text{ N-m}$$

$$M_{yz} = 3745.68 \text{ N-m}$$

$$M_{xz} = -2436.30 \text{ N-m}$$

En el punto de soporte solo se tendrá:

$$F_y = -2764.3 \text{ N}$$

Ya que se está permitiendo el movimiento de la línea debido a la expansión térmica.

Si se hubiese requerido algún cambio en la configuración del sistema, - ya sea por esfuerzos térmicos altos o cargas térmicas excesivas, se ten

dría que revisar el análisis hidráulico con la nueva configuración, así como revisar los nuevos esfuerzos sobre ésta debido a la expansión térmica, carga de peso muerto y presión.

## CAPITULO VI

## CONCLUSIONES.

Las conclusiones que se obtuvieron al desarrollar este trabajo son las siguientes:

El método del Centro Elástico es de fácil aplicación, pero a medida que aumenta el número de tramos de tubería a considerar se complica su uso. Esto se debe a las múltiples operaciones aritméticas que se originan.

Se emplean artificios matemáticos para considerar los efectos de flexibilidad e intensificación de esfuerzos en los codos.

Este método se basa en la aplicación del segundo teorema del Castigliano.

Para poder aplicar este método, es necesario conocer las dimensiones de la sección recta de la tubería, la geometría de la configuración del sistema, el material del mismo, las dimensiones de los codos y la temperatura de operación.

Antes de aplicar el sistema de ecuaciones que relaciona a los desplazamientos con las fuerzas, es necesario localizar el centro elástico en los distintos planos considerados.

Una vez determinado el Centro Elástico se procede a calcular los productos y momentos de inercia para sustituirlos en las ecuaciones correspondientes.

Este método no sirve para determinar las cargas de peso muerto, ya que es difícil evaluar los desplazamientos en cualquiera de los extremos del sistema de tuberías debido a estas cargas.

Al aplicar el método del Centro Elástico, es necesario determinar la condición más crítica de operación a que va a estar sometido el sistema junto con los desplazamientos externos.

Sólo es aplicable entre dos puntos de anclaje que no tengan restricciones intermedias y para configuraciones en el plano como en el espacio.

Debe tenerse cuidado en seleccionar los momentos que causan flexión y torsión ya que son utilizados para el cálculo de esfuerzos tanto a la flexión como a torsión respectivamente.

La teoría de falla que se utiliza comúnmente para la combinación de esfuerzos es la del esfuerzo cortante máximo, cuyo uso está apoyado en el Código ANSI B31-3. Esta da resultados con buena exactitud y del lado seguro si se compara con la teoría de la máxima energía de distorsión, considerando que ésta última explica con exactitud el comportamiento de un material dúctil.

El rango de esfuerzos es una fórmula empírica, cuyo valor siempre debe ser mayor que el esfuerzo de expansión.

Es difícil evaluar en conjunto los efectos causados por la presión, expansión térmica, peso muerto, corrosión, flexibilidad, intensificación de esfuerzos, fatiga y fluencia.

Los cálculos para considerar el efecto de presión, el térmico y peso muerto se hacen por separado.

Se considera que el efecto causado por la presión queda solucionado en el diseño con el cálculo del espesor de pared.

El cálculo del valor del esfuerzo de expansión y de las cargas térmicas solucionan el problema de la expansión térmica del material.

El cálculo de peso muerto soluciona el caso del efecto introducido por las cargas de peso al sistema.

Los efectos de flexibilidad, intensificación de esfuerzos y fatiga se introducen en los cálculos en forma de coeficientes, mientras que el de corrosión como una cantidad aditiva.

Los efectos de flexibilidad de codos se introducen en el cálculo de fuerzas y momentos resultantes por expansión térmica como coeficientes

---



en la determinación del centro elástico, el producto y momento de inercia.

El efecto de fatiga se considera con el coeficiente "f" de la fórmula -- del rango de esfuerzos.

El efecto de corrosión está considerado con un valor que se debe sumar -- al espesor de pared calculado.

El efecto causado por fluencia, cuando se trabaja con temperaturas ele\_-- vadas, se considera en las bases que establecen los valores de los es\_-- fuerzos permisibles a tensión.

Debido a la expansión térmica, el sistema de tuberías tiene movimientos en todos sus puntos.

Para una adecuada selección del soporte es necesario conocer el movi\_-- miento que tendrá el punto de apoyo.

## C A P I T U L O      V I I

## B I B L I O G R A F I A .

- 1.- ANSI B31.3, 1976 " CHEMICAL PLANT AND PETROLEUM REFINERY PIPING", The -- American Society of Mechanical Engineers.
- 2.- AVNER SIDNEY H., "INTRODUCCION A LA METALURGIA FISICA", 1a. Edición, - - Editorial Libros Mc Graw - Hill de México, S.A. de C.V. 1964 .
- 3.- BURGREN DAVID, "PRINCIPLES OF PIPING ANALYSIS ", 1a. Edición, Editorial C.P. Press, 1977 .
- 4.- CROCKER SABIN, "PIPING HANDBOOK", 5a. Edición, Mc Graw - Hill Book Com\_ - pany, 1973 .
- 5.- DE LA ORTA GAMBOA SAUL ING., "CURSO DE ANALISIS Y DISEÑO DE SISTEMAS DE TUBERIAS PARA PLANTAS INDUSTRIALES", Capítulo "ANALISIS DE FLEXIBILIDAD" Centro de Educación Contínua.
- 6.- JOHN, GASCOYNE, "ANALYSIS OF PIPE STRUCTURES FOR FLEXIBILITY", Ed. New - York, John Wiley and Sons, Inc. 1959 First Published.
- 7.- DEN HARTOG J.P., "ADVANCED STRENGTH OF MATERIAL", Edición Mc Graw-Hill - Book Co. 1952 .

- 8.- GRINNELL, " PIPING DESIGN AND ENGINEERING", 3a. Edición, editado por - - Grinnell Company, 1971.
- 9.- HAYRETTIN KARDENSTUNCER, "Introducción al Análisis Estructural con Matrices", 1a. Edición, Editorial McGraw Hill, 1974 .
- 10.- JUVINAL ROBERT, C., "STRESS, STRAIN AND STRENGTH", Editorial McGraw - - Hill Book Co. 1967.
- 11.- ROSSHEIM D.B. Y MARKL A.R.C, "THE SIGNIFICANCE OF, AND SUGGESTED LIMITS - FOR, THE STRESS IN PIPE LINE DUE TO THE COMBINED EFFECTS OF PRESSURE AND EXPANSION" Reprinted from ASME transaction, 1940.
- 12.- SEELY FRED B. Y SMITH JAMES O., "CURSO SUPERIOR DE RESISTENCIA DE MATERIALES", Librería y Editorial Nígar, S.R.L. 1967 .
- 13.- SPIELVOGEL S.W., "PIPING STRESS CALCULATIONS SIMPLIFIED" 4a. Edición, - Lake Success N.Y. 1951 .
- 14.- THE M.W. KELLOGG COMPANY, " DESIGN OF PIPING SYSTEMS" 2a. Edición, Editorial John Wiley and Sons, Inc. 1941.
- 15.- THIELCH HELMUT, " DEFECTOS Y ROTURAS EN RECIPIENTES A PRESION Y TUBERIAS" Editorial URM ; S.A. de Ediciones 1978 .

- 16.- TIMOSHENKO STEPHEN P. Y GERE JAMES M., " MECANICA DE MATERIALES", 1a. --  
Edición, Editorial U.T.E.H.A., 1974 .
- 17.- SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI), 1960 adoptado por la Conferencia  
General de Pesos y Medidas ( CGPM).