

24  
86



# Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

"ACCION DEL VIENTO EN UNA TORRE DE 180 M."

PUBLICADO EN EL V CONGRESO NACIONAL DE INGENIERIA  
ESTRUCTURAL, VERACRUZ, VER. MAYO DE 1980

## Tesis Profesional

Que para obtener el Título de  
INGENIERO CIVIL

presenta

MAURICIO ALEJANDRO GONZALEZ SANCHEZ



Ciudad Universitaria  
Mayo de 1986



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## CONTENIDO

### CAPITULO I : ANTECEDENTES

1.1	Introducción.....	1
1.2	Historia.....	1
	* Origen del viento.....	2
	* Meteorología.....	2
	* Inicios de aerodinámica.....	3
	* Investigaciones después de 1880.....	3
	* Historia relativa a México.....	4
1.3	Descripción del trabajo.....	5

### CAPITULO II : CARACTERISTICAS DE LA TORRE

2.1	Características reales.....	8
	* Presentación de la torre.....	8
	* Características geométricas de los perfiles.....	8
	* Masas, pesos y áreas expuestas.....	10
	* Información.....	11
2.2	Simplificaciones.....	23
2.3	Angulos de posición en el espacio.....	27

### CAPITULO III : MEDICIONES DE CAMPO PARA IDENTIFICAR LA TURBULENCIA

3.1	Descripción de las pruebas.....	33
3.2	Ley de variación del viento con la altura y su aplicación en el Reglamento Inglés.....	33
3.3	Procesamiento de la información.....	36
3.4	Conclusión.....	37

### CAPITULO IV : RESULTADOS DE PRUEBAS DE TUNEL DE VIENTO

4.1	Aplicación de tres reglamentos extranjeros.....	45
	4.1.1 Beton-Kalender (Din 1055,Hj 4, 1938).....	45
	4.1.2 Transactions of the American Society of Civil Engineers (Volume 126, Part II, 1961).....	45
	4.1.3 National building Code of Canada (1980).....	46
4.2	Pruebas japonesas sobre coeficientes de empuje.....	48
	4.2.1 Notación.....	48
	4.2.2 Descripción de los modelos seccionales empleados.....	48
	* Modelos tipo B-1, B-2 y B-3.....	50
	* Modelos tipo D y K.....	50
	4.2.3 Resultados de las pruebas.....	50
	* Coeficiente de empuje y el número de Reynolds.....	50
	* Efecto de las placas de apoyo y de arriostramiento horizontales en el coeficiente de arrastre $C_D$ .....	52

* Relación entre el coeficiente de empuje y el ángulo de incidencia del viento.....	53
* Relación entre el coeficiente de empuje y la relación de solidez.....	56
* Efectos de esquinas redondeadas.....	56
4.2.4 Conclusión de las pruebas japonesas.....	56
* Cálculo de $C_D$ para la torre.....	58

## CAPITULO V : ANALISIS PARA DEFINIR LA MATRIZ DE RIGIDECES

5.1 Breve descripción del método de análisis matricial.....	60
5.1.1 Estimación del orden del sistema de ecuaciones en base a los desplazamientos y giros considerados.....	60
5.1.2 Matriz de rigidez elemental.....	60
* Flexión pura.....	60
* Flexión y cortante.....	63
* Flexión, cortante y fuerza axial.....	63
* Caso tridimensional.....	64
5.1.3 Vectores de destino.....	65
5.1.4 Rotación de matrices elementales al sistema relativo global.....	66
5.1.5 Acoplamiento de la matriz de rigidez del sistema.....	67
5.1.6 Formación del vector de carga {F}.....	68
* Cargas de empotramiento.....	68
* b) Cargas nodales.....	70
5.1.7 Cálculo del vector de desplazamientos y giros producidos ( $\Delta$ ).....	70
5.1.8 Cálculo de elementos mecánicos hiperestáticos nodales.....	70
* Notación.....	70
5.1.9 Elementos mecánicos de diseño { $\bar{F}$ }.....	70
5.2 Cálculo de la matriz de rigidez de la torre.....	71

## CAPITULO VI : RESPUESTA DINAMICA DE LA TORRE

6.1 Modelo matemático para la torre.....	75
6.2 Principios de dinámica estructural.....	77
6.3 Análisis de los efectos ocasionados por la turbulencia del viento.....	78
6.4 Consideraciones para analizar la torre.....	82
* Velocidades de diseño.....	82
* Índices de turbulencia.....	83
* Coeficiente de empuje.....	83
* Propiedades estructurales.....	83
* Densidad del aire.....	83
* Amortiguamiento estructural.....	83
6.5 Resultados.....	84
6.6 Aplicación del R.D.F. ....	86
6.7 Amplitud de vibración aceptable.....	88

## CAPITULO VII : ELEMENTOS MECANICOS GENERADOS POR EL VIENTO

7.1 Conceptos básicos.....	90
7.2 Factores de Participación y Fuerzas obtenidas.....	91
7.3 Elementos mecánicos y niveles de esfuerzo en la torre.....	92

CAPITULO VIII : COMENTARIOS FINALES

Comentarios finales.....95

CAPITULO IX : REFERENCIAS

Referencias.....102

## I - ANTECEDENTES

### 1.1 Introducción

En el aspecto relativo al diseño de estructuras sujetas a cargas laterales el viento ha sido tomado en cuenta durante varios años y aun no se diseña con bastante precisión; debido a ello se cae en el error de exagerar los efectos producidos. Los reglamentos de construcción frecuentemente especifican cargas que son aproximaciones a la realidad, a pesar de que existe una cantidad considerable de datos obtenidos en pruebas de túneles aerodinámicos, información que no ha sido vertida en reglamentos para que sean aplicadas por el ingeniero proyectista. Tal vez este problema se deba a que en el pasado la carga de viento era de poca importancia; sin embargo, tales efectos están llegando a ser más importantes debido a que aumenta el número de edificios altos que son menos capaces de soportar tales cargas; también se puede deber a que las acciones del viento en estructuras reales difieren de las de los túneles de viento que se realizaban sobre modelos a escala y cuyas dimensiones no logran alcanzar en la mayoría la dimensión de un metro; se creó así una inseguridad para aplicar resultados de escala en la realidad.

En el caso de estructuras esbeltas como torres, silos, chimeneas, etc. los diseños se acostumbra realizar para niveles aceptables de vibración. El viento requiere de varios minutos para llegar a su máxima amplitud y de aquí que la velocidad promedio será aquella que se observe en varios minutos, así tanto más grande sea el período de observación la velocidad promedio será más baja. El período natural de oscilación de la mayoría de las estructuras es de unos cuantos segundos o menos y según resultados de campo registrados en el Reino Unido se demuestra que las velocidades de viento máximo se presentan en intervalos de tiempo de 3, 5 y 15 segundos; en ocasiones la excitación provocada puede crear resonancia en tales obras y sobre este aspecto se investiga en este trabajo.

### 1.2 Historia

Uno de los principales obstáculos en el estudio del viento sobre las estructuras reside en la dificultad de reproducir el fenómeno mismo con todas las variables que envuelven a dicho proceso, entre las cuales se encuentran las variaciones de temperatura, radiación solar, presión barométrica, fricción, viscosidad, rugosidad del terreno, densidad de masas de aire, que todas ellas hacen del viento un fenómeno irregular, es decir turbulento. Además, otro problema ha sido que se le otorgaba mayor importancia al análisis sísmico debido a que en el pasado la mayoría de las estructuras eran pesadas, pero en la actualidad el número de ellas tiende a ser de mayor altura y en la mayoría de los casos se trata de aligerar el peso, lo cual repercute en una economía en dinero y carga sísmica; es aquí donde el viento adquiere importancia.

Ejemplos clásicos de estos problemas son la gran cantidad de puentes fallados en los últimos 200 años de Ingeniería Civil ya que desde 1800 se tienen datos de eventos tales como el Dryburgh Abbey, Escocia en 1818; el Brighton Chain Pier, Inglaterra en 1836; el Tacoma Narrows, Washington en 1940, los cuales, entre otros, han fallado debido a los efectos dinámicos que provoca el viento

en estructuras ligeras y de baja estabilidad.

### Origen del viento

El aire de la capa atmosférica presenta una serie de procesos que originan el movimiento de grandes masas provocando así el llamado viento; estos procesos se deben al fenómeno de Inducción Térmica, que provoca el calor generado por el sol, así como al movimiento de la tierra, que centrifuga a dichas masas. Este movimiento del aire nunca es de forma laminar sino que presenta una serie de fluctuaciones en un espacio tridimensional como el nuestro; tales fluctuaciones se deben a la curvatura imperfecta de la tierra, al choque del aire con obstáculos terrestres y a las fuerzas de viscosidad y fricción de las masas; todo esto hace que el flujo de aire sea tan complejo para ser representado a través de modelos matemáticos confiables, exactos y demostrables teóricamente.

### Meteorología

Las primeras observaciones sistematizadas se sitúan en el año de 1337 con Merle, en Oxford.

En 1644 se inventa el termómetro y el barómetro mejorando así las observaciones.

En 1654 Fernando II de Toscana ordena la creación de la Meteorología Internacional y en 1780 se crea el primer organismo meteorológico: La Società Meteorologica Internazionale con 33 estaciones de medición, la cual prevaleció solo por 12 años.

A principios del siglo XIX crece el interés por la meteorología con fines militares y económicos con afán de pronosticar el tiempo para navegación.

En 1830, gracias al telégrafo F.G. Herschel realiza los primeros registros simultáneos en ambos lados del Atlántico y en 1849 se publica el primer informe diario.

En 1854, en Inglaterra se publican los primeros pronósticos del tiempo; Francia sigue el ejemplo, colocando numerosos observatorios.

En 1873 se efectúa en Viena el Primer Congreso Mundial de Meteorología.

Fue hacia 1880 que se homogeneizan los sistemas de medición con la creación del Anemómetro y en la última década del S. XIX se obtienen los primeros registros confiables. En este aspecto se crearon diversos anemómetros que culminaron en el anemómetro de Robinson, constituido de 4 copillas colocadas en los extremos de dos varillas en cruz.

Sin embargo en un principio no se conocía la forma de transformar la velocidad del viento a presión, de esta manera la información era de poco valor para los diseñadores de estructuras.

## Inicios de la Aerodinámica

La aerodinámica inicia cuando se trata de obtener la relación entre una corriente de aire y la presión que ejerce sobre cuerpos estacionarios.

El empuje de un cuerpo sometido a un flujo es la suma de todas las fuerzas elementales que actúan sobre su superficie; la distribución de presiones se relaciona con la constante llamada Coeficiente de Empuje que depende de la forma del cuerpo, es decir:

$$\text{Empuje} = \text{Presión} + \text{Succión} = \frac{1}{2} \rho v^2 CA \quad (1.1)$$

donde

$\rho$  = densidad del aire  
 $v$  = velocidad del fluido  
 $C$  = coeficiente de empuje  
 $A$  = área expuesta al flujo

Newton fue el primero en introducir el término ( $v^2$ ) para definir el empuje.

Hasta fines del siglo XIX se hace la distinción entre presión dinámica y el empuje ejercido sobre un cuerpo, y es Prandtl quien asienta sobre bases teóricas firmes la relación:

$$q = \text{Presión dinámica} - \text{Presión estática} = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (1.2)$$

de la cual se derivaron estudios para obtener coeficientes de empuje en cuerpos de diversas formas.

Los primeros trabajos sobre la fuerza del viento, los realizó John Smeaton en el S. XIX quien deseaba obtener la capacidad del área de las aspas de molinos para moler granos, trabajo del cual obtuvo posteriormente un paquete de recomendaciones para el diseño de estructuras.

## Investigaciones después de 1880

Una de las primeras investigaciones con fines ingenieriles la realizó Baker para el diseño del puente Forth, Escocia. Sus experimentos duraron 7 años y las presiones máximas fueron de 151.36 y 92.77 kg/m<sup>2</sup> obtenidas de áreas de 0.14 y 27.82 m<sup>2</sup>, respectivamente. En un principio se pensó que la presión en un cuerpo estaba influenciada por su medida, es decir, un efecto dimensional. Tal controversia la resolvió T.E. Stanton a través de numerosas pruebas en túnel de viento sobre placas de diferente área. Como resultado se obtuvieron coeficientes de empuje para diversas formas, que mostraron que el "Efecto dimensional" no es un fenómeno aerodinámico en flujo laminar, sino que se debe a la naturaleza turbulenta del viento, es decir: La presión promedio sobre grandes estructuras es mucho más pequeña que sobre áreas pequeñas debido a que los vientos fuertes se caracterizan por tener fluctuaciones de corta duración entre ciertos intervalos de velocidad, ráfagas que duran unos segundos hasta varios minutos; así pues, durante una ráfaga un punto de la estructura registra presión alta y toda la estructura registra un valor relativamente



bajo. Por ello era difícil relacionar los primeros experimentos a la realidad, lo cual se denotaba en el costo final de la estructura.

Para entender mejor las propiedades de la turbulencia afectada por la topografía, exposición y otros factores locales, se hicieron mediciones de campo que concluyeron que la extensión espacial de ráfagas de alta velocidad era tan grande que no se podría realizar una reducción de presión en estructuras grandes. Sin embargo se encontraron algunos valores típicos como:

Area (m <sup>2</sup> )	Reducción
28	0.67 p
3.7	0.79 p
0.9	0.89 p

p = presión debida a fuertes ráfagas.

Métodos como el anterior se utilizaron debido a la incertidumbre creada por nuevas observaciones: Aumento de la velocidad con la altura e intensidad de ráfagas.

Cuando se empezó a utilizar el concreto como material de construcción, los análisis por viento tuvieron que ser enfocados a la estabilidad de la estructura, debido a que las cargas gravitacionales disminuyeron.

En los años 1930 A. Bayley y D.G. Vincent estudiaron los efectos de la presión interna de una estructura y su repercusión en la carga externa, enfocándose después al diseño de cubiertas. Recientemente Vickery ha desarrollado aspectos interesantes en este tema.

En 1952 se publica la primera norma para valorar la carga por viento en función de la topografía del lugar efectos de exposición y de la altura sobre el terreno. Se decía que la velocidad más desfavorable era la promediada durante un intervalo de tiempo de 1 minuto, se hablaba de coeficientes de empuje para diversas formas y sobre presiones internas.

En 1970 se publica el Código Británico de Práctica, uno de los reglamentos más completos de construcción donde las cargas por viento se valúan a través de datos estadísticos, el cual toma en cuenta todos los factores que se han mencionado e inclusive utilizando valores de la Oficina Meteorológica se trazan isotacas con período de retorno de 50 años las cuales se pueden utilizar para diseño. A fin de observar su aplicación en este trabajo se manejan las ideas básicas de dicho Código a fin de evaluar su uso.

Por otra parte los métodos de valuación de cargas de viento se han considerado al aplicar la fuerza del viento en forma estática, aproximándose notablemente a la realidad en estructuras rígidas y pesadas, pero en la actualidad el diseño de estructuras altas y esbeltas es un problema de gran preocupación, en los cuales, los efectos vibratorios son casi imposibles de eliminar.

#### Historia relativa a México

En 1824 en el diario "El Sol" se publican los primeros registros de

temperatura y lluvia.

El 6 de marzo de 1877 Mariano Bárcenas funda el Observatorio Meteorológico en las azoteas del Palacio Nacional, continuándose en ciudades cercanas como Toluca, Puebla, Morelia y Guanajuato.

Porfirio Díaz manda construir el Observatorio de Tacubaya en el mejor lugar del valle a principios del S. XX.

En 1915 se crea la Dirección de Estudios Geográficos y Climatológicos.

A raíz de la Segunda Guerra Mundial E.E.U.U. coloca instrumentos para registrar velocidades del viento con fines estratégicos, iniciándose un registro continuo y sistemático de las velocidades del viento.

Los primeros trabajos nacionales se realizaron en la década de los 50's pero con afán climatológico.

En 1961 el Ing. Neftalí Rodríguez Cuevas del Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M. publica los primeros trabajos sobre la acción del viento sobre las estructuras de una manera más general.

En 1966 aparece el Reglamento de Construcciones del D.F. en su versión referente al viento y en 1976 gracias a apoyo norteamericano se modifica en lo referente a la velocidad gradiente y a otros artículos, éste reglamento es seguido por la mayoría de los diseñadores de viento, y en casos de geometría especial se recurre a pruebas de túnel de viento.

Hasta la fecha se continúan los estudios por viento en el Instituto de Ingeniería y el Instituto de Investigaciones Eléctricas de la C.F.E.

### 1.3 Descripción del trabajo

El presente trabajo se efectúa para evaluar el comportamiento de una torre de transmisión de onda corta bajo la acción turbulenta del viento en el centro de una ciudad; todo el desarrollo se realiza lo más minuciosamente posible en cuanto al cálculo de áreas expuestas, masas, matriz de rigidez, selección de coeficientes de empuje y de índices de turbulencia para que se pueda hacer una evaluación final comparativa con respecto a lo recomendado por las normas ya existentes.

A grandes rasgos el trabajo se desarrolla de la siguiente manera:

En el capítulo II se presentan las características de la torre necesarias para realizar un análisis por viento como el que se pretende; se detalla el cálculo del área expuesta para comprobar con el criterio de la C.F.E. que recomienda tomar el 20% del área que encierra la línea exterior de la torre en la posición de ataque del viento que se pretenda hacer el análisis. Todos los datos necesarios se presentan condensados, a través de tablas y esquemas de referencia.

En el capítulo III muestran resultados de campo sobre una torre similar

(Televisa, canal 2, 4 y 5 en 1985); tales resultados son registros de viento medidos a cada minuto a lo largo de 4 días del mes de marzo; desafortunadamente no se lograron registros de velocidad alta en esos días y ante la imposibilidad de continuar manteniendo el equipo sobre la estructura por más tiempo, solo se da una idea del comportamiento del viento en condiciones normales de servicio; tales resultados se aplican al análisis dinámico para revisar la inclinación permisible, que se recomienda en Checoslovaquia, país que ha desarrollado una extensiva investigación en el campo de las torres transmisoras.

Las velocidades que se usan para cálculos posteriores son las próximas a 9 m/s en intervalos que van desde 30 a 100 minutos de observación. Tales ráfagas se presentan en 7 gráficas simultáneas, en dos diferentes niveles de altura.

Además se obtiene un exponente de turbulencia similar al del reglamento inglés.

En el capítulo IV se revisa cuanta información se tuvo a la mano para hacer comparación de los coeficientes de empuje recomendadas por otras normas.

Se llega a la conclusión para seleccionar la manera más adecuada para seleccionar un coeficiente de empuje para estructuras del tipo armadura, es en función del número de Reynolds y del área expuesta en dirección normal al viento para diferentes ángulos de ataque.

En el capítulo V se calcula la matriz de rigideces de la estructura utilizando el principio de Maxwell o Ley de las deformaciones recíprocas.

Para calcular los desplazamientos producidos por cargas unitarias se hace uso de un programa de computadora en lenguaje Fortrán IV del I.I. en el cual se considera a la torre en un espacio de tres dimensiones.

En el capítulo VI se realiza el análisis dinámico de la torre, haciendo una discretización de la torre en 9 masas; se analiza en los cuatro casos siguientes:

1. En dirección a  $0^\circ$  y con velocidad del viento de servicio calculada en base a las pruebas de campo del capítulo tercero.
2. Similar al anterior pero a  $45^\circ$ .
- 3 y 4. Similar a 1 y 2 respectivamente pero usando la velocidad de diseño gradiente que recomienda el reglamento inglés. Hay que hacer hincapié en el hecho de que el acudir a tales normas es debido a que en éste país el reglamento ha sido basado en pruebas realizadas sobre edificios instrumentados durante períodos que llegan a ser de 3 años de observación continua; además la confianza en tales normas se corrobora al ver que pruebas de unos cuantos días arrojan valores numéricos similares (por ejemplo en el exponente de turbulencia el error es de 7% con lo recomendado. Se dan los principios básicos para hacer un análisis dinámico matricial. Se describe una idea de como simular la acción del viento a través del tiempo considerando efectos dinámicos. Se presentan consideraciones y resultados del análisis. Para efectos comparativos se aplica el Reglamento de diseño por viento del D.F. Se presentan las recomendaciones de Checoslovaquia para inclinaciones

permisibles en torres de transmisión de anclas, las cuales determinan el estado de funcionamiento de la torre.

El capítulo VII corresponde a la investigación de la resistencia de la torre, se identifican los elementos mecánicos provocados por el análisis de viento más desfavorable ya que se obtienen las fuerzas que provoca el viento y se aplican a la torre.

Se hacen comentarios pertinentes y se muestran las referencias a que se acudió.

## II - CARACTERISTICAS DE LA TORRE

Se presentan en primer lugar las características reales de la estructura, es decir, sin ninguna simplificación, para tal caso, se tienen 2215 elementos y lo cual abarcaría una gran cantidad de memoria de computadora para realizar el análisis que se pretende, además gran cantidad de elementos sirven para satisfacer relaciones de esbeltez. En segundo lugar se muestran las características simplificadas con 681 elementos y 270 juntas. Finalmente se presentan los ángulos de posición en el espacio de acuerdo a ejes coordenados globales X-Y-Z, al cual se le denotará ángulo Psi ( $\Psi$ ).

### 2.1 Características reales

#### Presentación de la torre

Conocer a la torre a través de la figura 2.1 es conveniente. Su condición de apoyo es empotrada a un edificio de 14 metros de altura. Se aprecia el cambio de sección desde los apoyos hasta 110 metros; este tramo se divide en 12 niveles similares al de la figura 2.4, en seguida, hay un cambio en la estructuración para los niveles 13 a 16 como muestra la figura 2.5. De la figura 2.1 se observa que de los 110 a 130 metros la sección se vuelve de sección constante como en la figura 2.6 (niveles 17 a 21). El espesor de las columnas principales (R 10 x 10 x e) es de  $(1\ 1/4)"$  en los primeros 4 niveles,  $(1)"$  en niveles 5 a 9, de  $(3/4)"$  en 10 a 14 y de  $15$  a 21 se usó  $(1/2)"$ .

En el nivel 21 se sujeta la parte que se llamará inferior de la antena formada de 15 secciones como las de la figura 2.7, la cual se empotra como muestra la figura 2.8. Las columnas principales de acero son de alta resistencia dado que van a presentarse esfuerzos importantes.

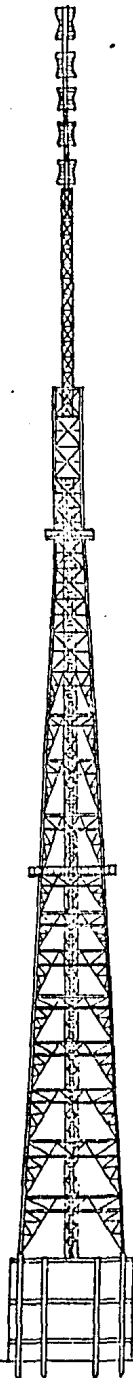
Finalmente se localiza la antena superior con sección transversal cilíndrica, espesor de 2" y longitud de 28 metros 4 de los cuales se empotran en la estructuración inferior. Se seleccionó como material el aluminio en este caso.

Además se cuenta con una torre central desde los 14 hasta 118 metros del nivel del suelo, esta parte se desprecia como elemento rigidizante pero se toma en cuenta su área expuesta; su estructuración se muestra en la figura 2.9 y la finalidad de esta estructuración es albergar un elevador y una escalera marina para hacer llegar a cualquier nivel que abarque, personal técnico o accesorios de la torre.

#### Características geométricas de los perfiles

Las propiedades geométricas necesarias son: área transversal, momento de inercia transversales y momento de inercia rotacional. Esta última propiedad solo se toma en cuenta en las columnas principales y en la antena en sus últimos 50 metros. En esta última para la parte inferior de la antena se hace una simplificación que se trata en las simplificaciones, para las columnas principales, de sección cuadrada la cual se alabea y debido a ello las hipótesis básicas de la mecánica de suelos de que las deformaciones angulares y los esfuerzos cortantes varían de manera lineal, no son efectivas. Este problema se resuelve con el teorema de Bredt, el cual dice:

NIVEL DEL TERRENO: + 0.000 H.



+ 180.000 M

+ 150.000 M

+ 130.000 M

+ 118.000 M

+ 110.000 M

+ 77.000 M

+ 54.400 M

+ 14.700 M

FIGURA 2.1

PRESENTACION DE LA TORRE

$$I_x = \frac{4A^{*2}}{\int_0^s (1/t) ds} \quad (2.1)$$

donde

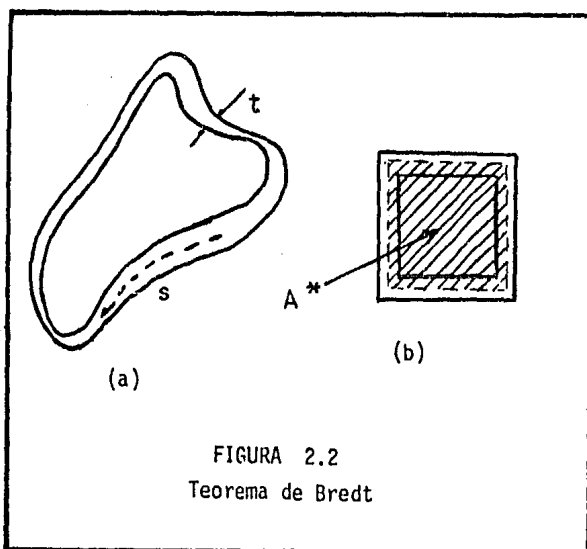
$A^*$  = área encerrada por la línea que divide en dos a la pared de la sección

$t$  = espesor

$s$  = longitud de la línea media de la pared (ver fig 2.2)

La expresión 2.1, en secciones de espesor constante se vuelve:

$$I_x = \frac{4A^{*2} t}{s} \quad (2.2)$$



### Masas, pesos y áreas expuestas

En cuanto a estos parámetros no se hace ningún tipo de reducción. Su cálculo se realiza lo más detalladamente posible a fin de ser comparado con métodos recomendados.

La longitud de cada elemento se calcula a través de

$$L = \sqrt{(Xf-Xi)^2 + (Yf-Yi)^2 + (Zf-Zi)^2} \quad (2.3)$$

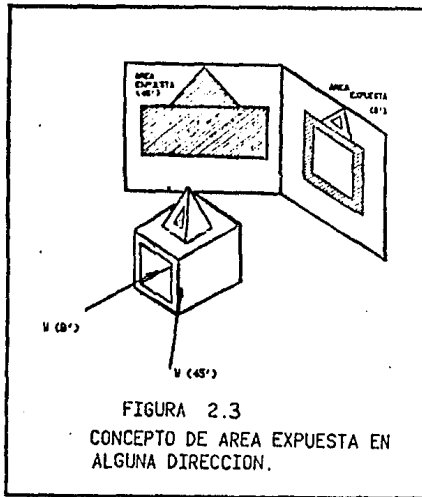
y además:

$$\text{Volumen} = LA_t \quad (2.4)$$

$$\text{Peso} = V \gamma = \text{Masa} \times g$$

(2.5)

En cuanto a las áreas tributarias, estas se calculan en función de dos ángulos de ataque del viento: a  $0^\circ$  y a  $45^\circ$ , el área expuesta es aquella que la estructura proyecta en un plano perpendicular a la dirección del viento considerada, ver fig 2.3.

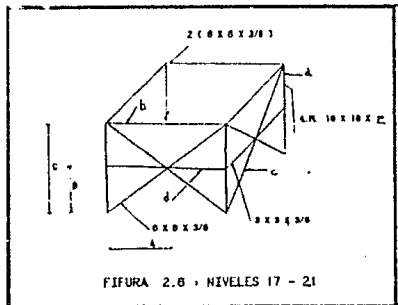
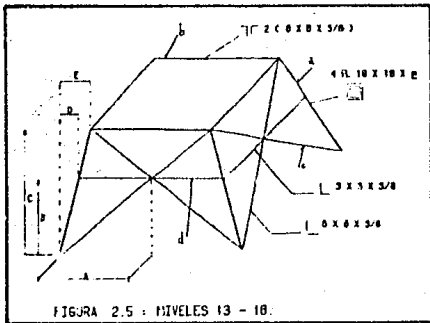
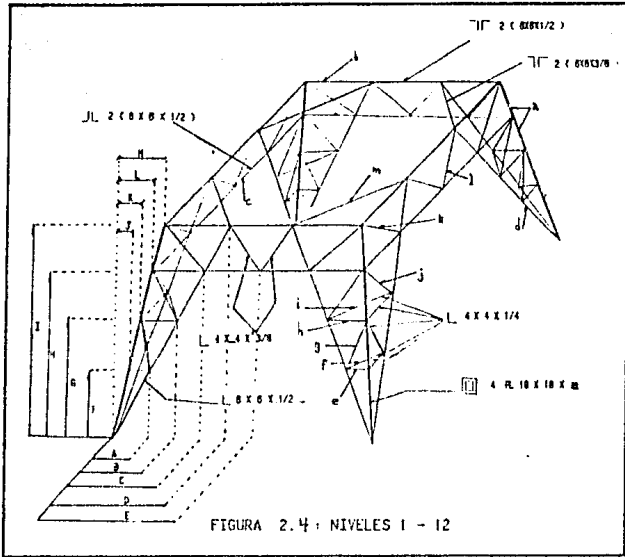


### Información

Se procede en seguida a dar las características de la torre a través de las tablas 2.1 a 2.21 con apoyo de las figuras a las cuales se refieren.

Cada "nivel", se le llama a la forma de estructuración en sección como en las figuras 2.4 a 2.9. Se dan las medidas básicas de cada nivel de la letra A a M. Los diferentes elementos se clasifican en letras minúsculas: a, b, c, etc. En seguida la longitud por miembro en metros, el número de elementos por nivel, el área transversal en  $\text{cm}^2$ . El volumen de cada conjunto de elementos y el área expuesta a  $0^\circ$  y a  $40^\circ$  que proyecta cada nivel. Ver fig 2.3. De estas mismas tablas se obtiene sumando el área proyectada a  $0^\circ$  y  $45^\circ$  los valores de 205.72 y 360.07  $\text{m}^2$  y el área que proyectaría la línea exterior de la torre es de 941.02 y 1324.32  $\text{m}^2$  respectivamente. El centroide de área de la torre (línea exterior) está a 65 metros sobre los apoyos y a esas alturas el ancho de la torre son 6.77 y 9.57 metros. Esta información es básica en lo subsecuente.





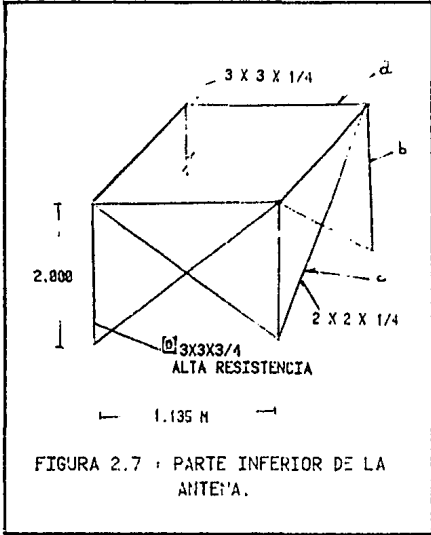


FIGURA 2.7 : PARTE INFERIOR DE LA ANTEÑA.

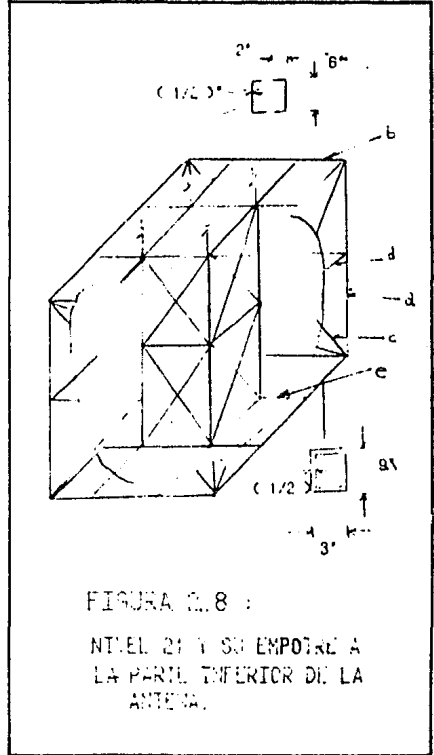


FIGURA 2.8 :  
NIVEL DE SU EMPOTRE A  
LA PARTE INFERIOR DE LA  
ANTEÑA.

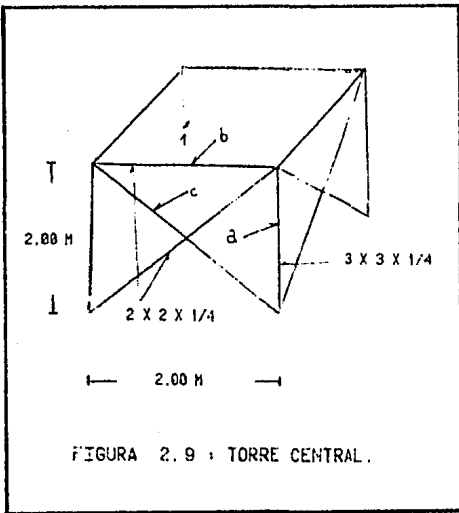


FIGURA 2.9 : TORRE CENTRAL.

Tabla 2.1; figura 2.4; Nivel I						
Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	7.54	4	282.0	0.853	3.832	8.102
b	13.16	4	74.2	0.391	2.000	2.837
c	13.38	4	74.2	0.397	2.040	2.884
d	9.24	8	37.1	0.274	2.817	5.360
e	1.18	8	12.5	0.012	0.240	0.338
f	1.67	4	12.5	0.008	-	-
g	2.14	8	12.5	0.021	0.435	0.870
h	2.40	8	12.5	0.024	0.488	0.690
i	3.40	4	12.5	0.017	-	-
j	2.96	8	12.5	0.030	0.601	1.078
k	4.04	8	18.1	0.059	0.822	1.400
l	2.60	8	18.1	0.038	0.526	1.014
m	6.98	4	56.3	0.157	-	-
Volumén = 2.277 m <sup>3</sup> Peso = 17 863 Kg				A. Exp. (0°) = 13.806 m <sup>2</sup> A. Exp. (45°) = 24.577 m <sup>2</sup>		
A= 1.310		B= 2.621		C= 3.931		D= 5.355
F= 1.840		G= 3.680		H= 5.520		I= 7.520
K= 0.218		L= 0.307		M= 0.418		J= 0.131

Tabla 2.2; figura 2.4; Nivel II						
Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	7.50	4	282.0	0.847	3.808	7.978
b	12.30	4	74.2	0.366	1.879	2.657
c	12.50	4	74.2	0.372	1.913	2.706
d	9.03	8	37.1	0.267	2.750	5.274
e	1.13	8	12.5	0.011	0.229	0.324
f	1.60	4	12.5	0.007	-	-
g	2.09	8	12.5	0.021	0.426	0.858
h	2.26	8	12.5	0.022	0.458	0.648
i	3.20	4	12.5	0.015	-	-
j	2.83	8	12.5	0.028	0.574	1.044
k	3.84	8	18.1	0.056	0.780	1.344
l	2.53	8	18.1	0.037	0.513	0.998
m	6.54	4	56.3	0.147	-	-
Volumén = 2.196 m <sup>3</sup> Peso = 17 277 Kg				A. Exp. (0°) = 13.335 m <sup>2</sup> A. Exp. (45°) = 23.836 m <sup>2</sup>		
A= 1.231		B= 2.461		C= 3.692		D= 5.041
F= 1.825		G= 3.650		H= 5.475		I= 7.475
K= 0.203		L= 0.304		M= 0.416		J= 0.102

Tabla 2.3; figura 2.4; Nivel III

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	6.88	4	282.0	0.777	3.495	7.390
b	11.57	4	74.2	0.343	1.763	2.493
c	11.79	4	74.2	0.349	1.797	2.556
d	8.33	8	37.1	0.247	2.539	4.861
e	1.03	8	12.5	0.010	0.208	0.294
f	1.45	4	12.5	0.007	-	-
g	1.87	8	12.5	0.018	0.380	0.764
h	2.05	8	12.5	0.020	0.416	0.588
i	2.90	4	12.5	0.014	-	-
j	2.54	8	12.5	0.025	0.516	0.935
k	3.57	8	18.1	0.052	0.726	1.272
l	2.47	8	18.1	0.036	0.502	0.958
m	6.13	4	56.3	0.138	-	-
Volumén = 2.036 m <sup>3</sup> Peso = 15 972 Kg				A. Exp. (0°) = 12.342 m <sup>2</sup> A. Exp. (45°) = 22.115 m <sup>2</sup>		
A= 1.114	B= 2.228	C= 3.342	D= 4.718	E= 6.166		
F= 1.620	G= 3.239	H= 4.859	I= 6.859	J= 0.090		
K= 0.180	L= 0.270	M= 0.381				

Tabla 2.4; figura 2.4; Nivel IV

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	6.528	4	282.0	0.737	3.316	7.012
b	10.85	4	74.2	0.321	1.652	2.346
c	11.07	4	74.2	0.328	1.686	2.385
d	7.88	8	37.1	0.234	2.402	4.600
e	0.94	8	12.5	0.009	0.191	0.270
f	1.33	4	12.5	0.007	-	-
g	1.73	8	12.5	0.017	0.352	0.708
h	1.88	8	12.5	0.019	0.382	0.540
i	2.66	4	12.5	0.013	-	-
j	2.34	8	12.5	0.023	0.476	0.865
k	3.37	8	18.1	0.050	0.684	1.217
l	2.42	8	18.1	0.038	0.492	0.971
m	5.75	4	56.3	0.129	-	-
Volumén = 1.922 m <sup>3</sup> Peso = 15 078 Kg				A. Exp. (0°) = 11.633 m <sup>2</sup> A. Exp. (45°) = 20.914 m <sup>2</sup>		
A= 1.023	B= 2.045	C=3.068	D= 4.429	E=5.785		
F= 1.503	G= 3.005	H=4.508	I= 6.508	J=0.084		
K= 0.167	L= 0.251	M=0.362				

Tabla 2.5; figura 2.4; Nivel V

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	5.98	4	232.0	0.555	3.035	6.031
b	10.18	4	74.2	0.302	1.552	2.194
c	10.40	4	74.2	0.308	1.585	2.240
d	7.27	8	37.1	0.215	2.215	4.220
e	0.85	8	12.5	0.008	0.171	0.243
f	1.20	4	12.5	0.005	-	-
g	1.53	8	12.5	0.015	0.310	0.624
h	1.69	8	12.5	0.016	0.343	0.486
i	2.39	4	12.5	0.011	-	-
j	2.09	8	12.5	0.020	0.424	0.767
k	3.15	8	18.1	0.046	0.639	1.157
l	2.37	8	18.1	0.035	0.482	0.959
m	5.40	4	56.3	0.121	-	-
Volumén = 1.657 m <sup>3</sup> Peso = 13 000 kg				A.Exp. (0°) = 10.756 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 18.933 m <sup>2</sup>		
A= 0.919		B= 1.838		C= 2.757		D= 4.150
F= 1.319		G= 2.639		H= 3.958		I= 5.958
K= 0.147		L= 0.220		M= 0.331		J= 0.073

Tabla 2.6; figura 2.4; Nivel VI

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	5.74	4	232.0	0.533	2.915	6.166
b	9.55	4	74.2	0.283	1.455	2.057
c	9.77	4	74.2	0.289	1.488	2.105
d	6.31	8	37.1	0.205	2.112	4.405
h	1.16	8	12.5	0.011	0.236	0.334
l	1.65	4	12.5	0.008	-	-
j	2.14	8	12.5	0.021	0.435	0.876
k	2.99	8	18.1	0.044	0.607	1.077
i	2.33	8	18.1	0.034	0.473	0.940
m	5.06	4	56.3	0.113	-	-
Volumén = 1.541 m <sup>3</sup> Peso = 12 089 Kg				A.Exp. (0°) = 9.721 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 17.604 m <sup>2</sup>		
B= 1.268		C= 2.536		D= 3.898		E= 5.092
H= 3.723		I= 5.723		K= 0.104		L= 0.207
						M= 0.318

Tabla 2.7; figura 2.4; Nivel VII

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	5.27	4	232.0	0.490	2.676	5.659
b	8.96	4	74.2	0.266	1.366	1.931
c	9.19	4	74.2	0.272	1.399	1.979
d	6.41	8	37.1	0.190	1.953	3.728
h	1.04	8	12.5	0.010	0.212	0.299
i	1.47	4	12.5	0.007	-	-
j	1.88	8	12.5	0.019	0.383	0.769
k	2.81	8	18.1	0.041	0.571	1.070
l	2.30	8	18.1	0.033	0.466	0.940
m	4.76	4	56.3	0.107	-	-

Volumen = 1.435 m<sup>3</sup>  
 Peso = 11 257 Kg

A.Exp. (0°) = 9.026 m<sup>2</sup>  
 A.Exp. (45°) = 16.375 m<sup>2</sup>

B= 1.132 C= 2.263 D= 3.654 E= 4.774 G= 1.627  
 H= 3.293 I= 5.253 K= 0.091 L= 0.181 M= 0.292

Tabla 2.8; figura 2.4; Nivel VIII

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.T ansv.	Volumén	A.Exp. (0°)	A.Exp (45°)
a	5.11	4	232.0	0.475	2.596	5.490
b	8.41	4	74.2	0.249	1.281	1.812
c	8.63	4	74.2	0.256	1.315	1.860
d	6.15	8	37.1	0.182	1.875	3.595
h	10.96	8	12.5	0.009	0.194	0.275
i	1.35	4	12.5	0.006	-	-
j	1.78	8	12.5	0.017	0.361	0.728
k	2.69	8	18.1	0.039	0.547	1.041
l	2.26	8	18.1	0.033	0.459	0.931
m	4.46	4	56.3	0.100	-	-

Volumén = 1.366 m<sup>3</sup>  
 Peso = 10 716 Kg

A.Exp. (0°) = 8.628 m<sup>2</sup>  
 A.Exp. (45°) = 15.736 m<sup>2</sup>

B= 1.044 C= 2.089 D= 3.438 E= 4.489 G= 1.548  
 H= 3.096 I= 5.096 K= 0.086 L= 0.172 M= 0.284

Tabla 2.9; figura 2.4; Nivel IX

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	7.86	4	232.0	0.731	3.994	8.448
b	7.54	4	74.2	0.223	1.149	1.624
c	7.76	4	74.2	0.230	1.182	1.660
d	8.50	8	37.1	0.252	2.591	5.237
e	0.70	8	12.5	0.007	0.142	0.201
f	0.99	4	12.5	0.004	-	-
g	2.03	8	12.5	0.020	0.413	0.865
h	1.40	8	12.5	0.014	0.285	0.403
i	1.98	4	12.5	0.009	-	-
j	2.34	8	12.5	0.023	0.475	0.941
k	2.83	8	18.1	0.041	0.574	1.074
l	2.21	8	18.1	0.032	0.449	0.919
m	3.99	4	56.3	0.089	-	-
Volumén = 1.675 m <sup>3</sup> Peso = 13 140 Kg				A.Exp. (0°) = 11.254 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 21.377 m <sup>2</sup>		
A= 0.818		B= 1.620		C= 2.430		D= 3.262
F= 1.947		G= 3.893		H= 5.840		I= 7.840
K= 0.216		L= 0.324		M= 0.435		E= 4.205 J= 0.108

Tabla 2.10; figura 2.4; Nivel X

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumen	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	7.27	4	179.0	0.521	3.695	7.813
b	6.73	4	74.2	0.199	1.025	1.450
c	6.96	4	74.2	0.206	1.060	1.500
d	7.83	8	37.1	0.232	2.386	4.827
e	0.61	8	12.5	0.006	0.123	0.175
f	0.86	4	12.5	0.004	-	-
g	1.83	8	12.5	0.018	0.370	0.776
h	1.22	8	12.5	0.012	0.247	0.349
i	1.72	4	12.5	0.008	-	-
j	2.08	8	12.5	0.020	0.422	0.840
k	2.63	8	18.1	0.038	0.536	1.026
l	2.17	8	18.1	0.032	0.441	0.909
m	3.57	4	56.3	0.080	-	-
Volumén = 1.376 m <sup>3</sup> Peso = 10 794 Kg				A.Exp. (0°) = 10.305 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 19.669 m <sup>2</sup>		
A= 0.707		B= 1.414		C= 2.121		D= 2.929
F= 1.751		G= 3.501		H= 5.252		I= 7.252
K= 0.195		L= 0.292		M= 0.404		E= 3.770 J= 0.098

Tabla 2.11; figura 2.4; Nivel XI						
Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	5.89	4	179.0	0.422	2.996	6.335
b	6.07	4	74.2	0.180	0.773	1.309
c	6.30	4	74.2	0.187	0.960	1.358
d	6.43	8	37.1	0.191	1.962	3.940
e	0.50	8	12.5	0.005	0.101	0.143
f	0.71	4	12.5	0.003	-	-
g	1.37	8	12.5	0.013	0.227	0.578
h	1.00	8	12.5	0.010	0.203	0.288
i	1.42	4	12.5	0.007	-	-
j	1.59	8	12.5	0.015	0.324	0.635
k	2.44	8	18.1	0.035	0.495	0.975
l	2.14	8	18.1	0.031	0.435	0.901
m	3.22	4	56.3	0.072	-	-
Volumén = 1.171 m <sup>3</sup> Peso = 9 188 Kg				A.Exp. (0°) = 8.526 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 16.467 m <sup>2</sup>		
A= 0.573		B= 1.147		C= 1.720		D= 2.606
F= 1.293		G= 2.587		H= 3.880		I= 5.880
K= 0.143		L= 0.215		M= 0.327		E= 3.366
						J= 0.720

Tabla 2.12; figura 2.4; Nivel XII						
Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	5.02	4	179.0	0.359	2.549	5.388
b	5.44	4	74.2	0.161	0.829	1.173
c	5.67	4	74.2	0.168	0.864	1.221
d	5.54	8	37.1	0.164	1.687	3.364
e	0.44	8	12.5	0.004	0.089	0.126
f	0.62	4	12.5	0.003	-	-
g	1.29	8	12.5	0.012	0.261	0.545
h	0.88	8	12.5	0.008	0.179	0.253
i	1.25	4	12.5	0.006	-	-
j	1.48	8	12.5	0.014	0.300	0.593
k	1.79	8	18.1	0.026	0.364	0.695
l	1.48	8	18.1	0.021	0.301	0.615
m	2.88	4	56.3	0.064	-	-
Volumén = 1.030 m <sup>3</sup> Peso = 8 083 Kg				A.Exp. (0°) = 7.422 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 13.979 m <sup>2</sup>		
A= 0.509		B= 1.019		C= 1.528		D= 2.358
F= 1.228		G= 2.456		H= 3.684		I= 5.684
K= 0.136		L= 0.204		M= 0.316		E= 3.039
						J= 0.068



Tabla 2.13; figura 2.5; Nivel XIII

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	5.52	4	179.0	0.395	2.802	5.926
b	4.84	4	56.3	0.108	0.737	1.042
c	7.96	8	28.1	0.179	2.426	4.509
d	5.13	4	13.6	0.027	0.390	0.552
Volumén = 0.709 m <sup>3</sup> Peso = 5 561 Kg				A.Exp. (0°) = 6.355 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 12.032 m <sup>2</sup>		
A= 2.714 B= 2.908 C= 5.500 D= 0.151 E= 0.295						

Tabla 2.14; figura 2.5; Nivel XIV

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.transv.	Volumén	A.Exp. (0°)	A.Exp.(45°)
a	4.76	4	179.0	0.341	2.420	5.118
b	4.31	4	56.3	0.096	0.656	0.929
c	6.98	8	28.1	0.157	2.127	4.422
d	4.56	4	13.6	0.024	0.347	0.491
Volumén = 0.618 m <sup>3</sup> Peso = 4 849 Kg				A.Exp. (0°) = 5.550 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 10.961 m <sup>2</sup>		
A= 2.419 B= 2.512 C= 4.750 D= 0.140 E= 0.264						

Tabla 2.15; figura 2.5; Nivel XV

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	4.01	4	122.5	0.197	2.038	4.310
b	3.86	4	56.3	0.086	0.588	0.832
c	6.04	8	28.1	0.135	1.839	3.368
d	4.07	4	13.6	0.022	0.310	0.439
Volumén = 0.440 m <sup>3</sup> Peso = 3 450 Kg				A.Exp. (0°) = 4.775 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 8.950 m <sup>2</sup>		
A= 2.155 B= 2.109 C= 4.000 D= 0.118 E= 0.223						

Tabla 2.16; figura 2.5; Nivel XVI

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	4.01	4	122.5	0.197	2.038	4.310
b	3.42	4	56.3	0.076	0.521	0.737
c	5.74	8	28.1	0.129	1.750	3.267
d	3.63	4	13.6	0.019	0.276	0.390
Volumén = 0.421 m <sup>3</sup> Peso = 3 300 Kg				A.Exp. (0°) = 4.585 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 8.705 m <sup>2</sup>		
A= 1.932    B= 2.122    C= 4.000    D= 0.118    E= 0.222						

Tabla 2.17; figura 2.6; Niveles XVII a XX

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	4.00	4	122.0	0.196	2.031	4.310
b	3.42	4	56.3	0.076	0.521	0.737
c	5.26	8	28.1	0.118	1.604	3.022
d	3.42	4	13.6	0.018	0.260	0.368
Volumén = 0.408 m <sup>3</sup> Peso = 3 201 Kg				A.Exp. (0°) = 4.416 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 8.438 m <sup>2</sup>		
A= 2.000    B= 4.000    C= 1.710						

Tabla 2.18; figura 2.8; Nivel XXI

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	4.00	4	122.0	0.196	2.031	4.310
b	3.42	4	37.9	0.052	0.782	-
c	5.26	8	28.1	0.118	1.604	3.023
d	3.42	4	13.6	0.019	0.260	0.369
e	3.42	8	37.9	0.104	1.564	1.106
Volumén = 0.489 m <sup>3</sup> Peso = 3 837 Kg				A.Exp. (0°) = 5.459 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 8.807 m <sup>2</sup>		
A= 2.000    B= 4.000    C= 1.710						

Tabla 2.19; figura 2.7: Parte Inferior de la Antena

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	1.135	4	9.29	0.004	0.087	0.122
b	2.000	4	174.0	0.139	0.305	0.646
c	2.300	8	6.06	0.011	0.234	0.464
Volumén = 0.154 m <sup>3</sup> Peso = 1 208 Kg				A.Exp. (0°) = 0.626 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°) = 1.232 m <sup>2</sup>		
Volumén total = 2.310 m <sup>3</sup> Peso total = 18 120 Kg				A.Exp. (0°), total = 9.390 m <sup>2</sup> A.Exp. (45°), total = 18.480 m <sup>2</sup>		

Tabla 2.20; figura 2.9; Torre Central

Elem	Longitud	N.Pzas.	A.Transv.	Volumén	A.Exp.(0°)	A.Exp.(45°)
a	2.00	4	9.29	0.007	0.305	0.431
b	2.00	4	6.06	0.004	0.102	0.143
c	2.83	8	6.06	0.013	0.288	0.538
Volumén = 0.024 m <sup>3</sup> /pza Peso = 188 Kg/pza				A.Exp. (0°) = 0.695 m <sup>2</sup> /pza A.Exp. (45°) = 1.112 m <sup>2</sup> /pza		
Volumén total = 1.248 m <sup>3</sup> Peso total = 9 791 Kg				A.Exp (0°)total = 36.140 m <sup>2</sup> A.Exp (45°)total = 57.824 m <sup>2</sup>		
				A.Exp. (0°) = 0.347 m <sup>2</sup> /m A.Exp. (45°) = 0.556 m <sup>2</sup> /m		

Tabla 2.21; Antena Tubular Superior

Longitud = 28.0 m	Ix = 658 752 cm <sup>4</sup>
A <sub>t</sub> = 863 cm <sup>2</sup>	Iy = 329 376 cm <sup>4</sup>
t = 5.08 cm	Iz = 329 376 cm <sup>4</sup>
Volumén = 2.416 m <sup>3</sup>	
A.Exp.(0° y 45°) = 16.8 m <sup>2</sup>	G = 700 000 Kg/cm <sup>2</sup>
Peso = 6 645 Kg	E = 280 000 Kg/cm <sup>2</sup>
Material = ALUMINIO.	

## 2.2 Simplificaciones

Para seguir la misma secuencia que en la sección 2.1, en ese orden se muestran las simplificaciones realizadas y se dan las medidas básicas por nivel para la localización de nudos. Así también en cada nivel se indica el ancho de banda que se logra con la numeración propuesta.

Los primeros doce niveles se reducen con la eliminación de los elementos: e, f, g, h, i, j, y los elementos b, c, k, forman uno solo con longitud media de b y c ver fig 2.10 cuyas magnitudes básicas se presentan en la tabla 2.22. Los elementos con superíndice a', b', c', etc son los correspondientes para cada nivel y las propiedades geométricas para niveles 1 a 12 se dan en la tabla 2.23.

Hay que hacer notar que los momentos de inercia transversales son  $I_y$  e  $I_z$  siendo el primero generalmente sobre el plano horizontal, o sea, el momento de inercia mayor en la mayoría de los casos. El momento  $I_x$  es el correspondiente para la inercia rotacional.

De la misma manera, apoyándose en la figura 2.11 y tablas 2.24 y 2.25 se dan las magnitudes básicas y propiedades geométricas respectivamente, para los niveles 13 a 20.

En cuanto a la conexión de la parte inferior de la antena con el nivel 21 que representa la fig 2.6, queda simplificada en la fig 2.12. Sus dimensiones básicas se presentan en la tabla 2.24 y sus propiedades geométricas en la tabla 2.26. En esta última tabla el elemento k' es la reducción de la parte inferior de la antena; para el cálculo de las inercias transversales se toman los ángulos principales, así como para el cálculo del área; para el cálculo de  $I_x$  se aplica un par unitario (como en la fig 2.13) a través de 4 fuerzas que le provocan rotación a tal estructura y se aplica la ecuación de la mecánica de sólidos para el cálculo del esfuerzo cortante por giro basado en la Teoría Elástica la cual dice:

$$\theta = \frac{T L}{I_x G} \quad (2.6)$$

donde

$\theta$  = giro calculado debido a par unitario. En este caso resultó  
=  $3.0 \times 10^{-6}$  rad.

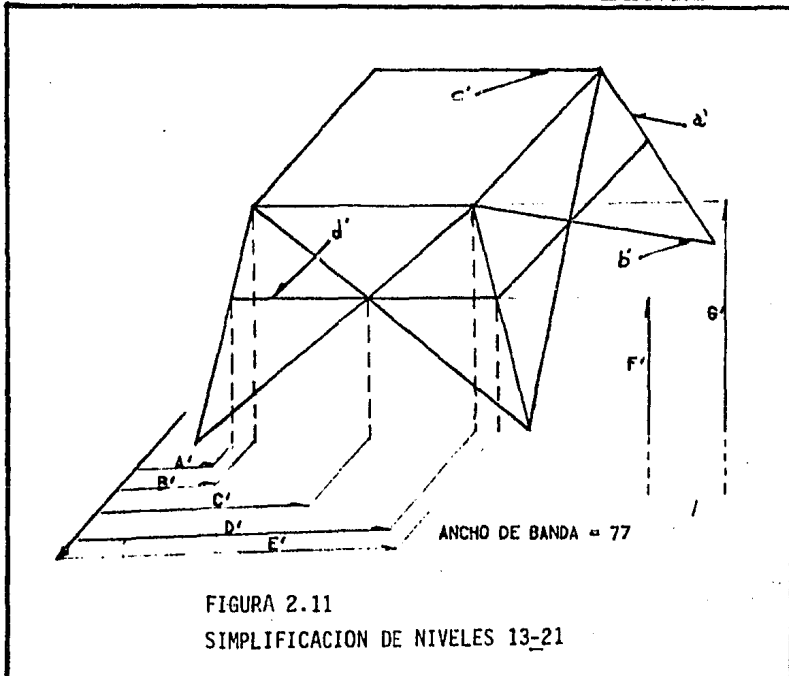
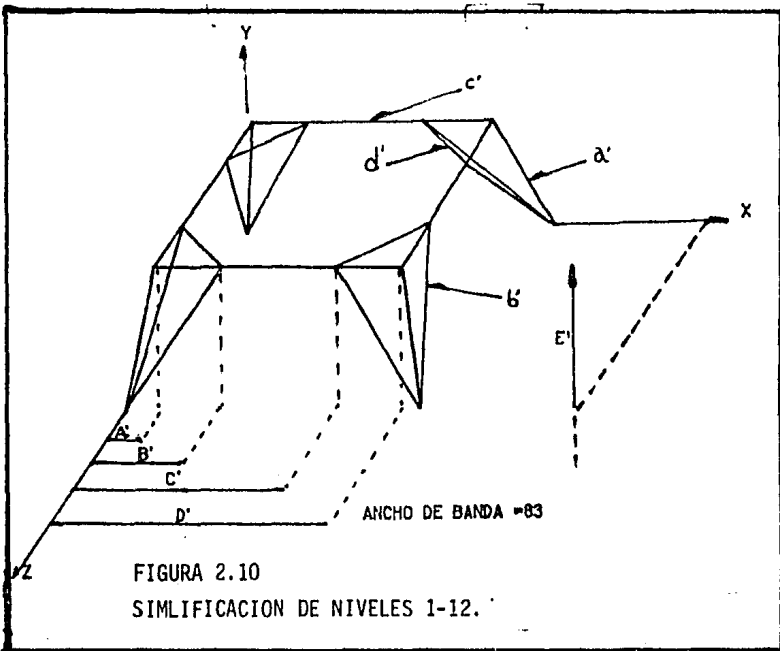
T = par unitario

L = longitud del elemento (400 cm)

$I_x$  = inercia rotacional

G = módulo de Poisson

Finalmente la antena tubular no se reduce y permanece con la característica de la tabla 2.21.



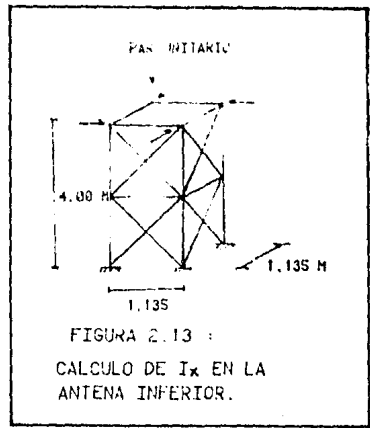
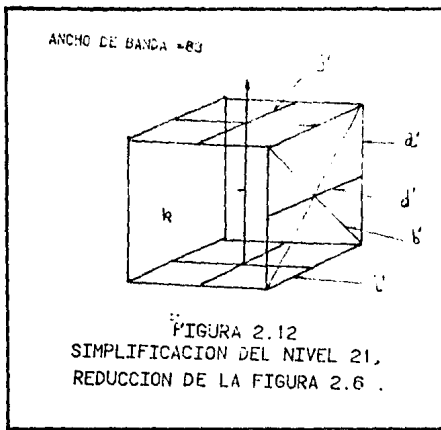


Tabla 2.22 : Dimensiones básicas por nivel para la obtención de coordenadas; Fig. 2.10.

Nivel	A"	B"	C"	D"	E"
1	0.363	4.643	9.357	13.633	6.520
2	0.778	4.785	9.216	13.222	13.995
3	1.159	4.864	9.136	12.841	20.854
4	1.521	4.964	9.037	12.479	27.352
5	1.852	5.031	8.970	12.148	33.320
6	2.171	5.125	8.875	11.829	39.043
7	2.463	5.185	8.816	11.537	44.296
8	2.746	5.282	8.719	11.254	49.392
9	3.182	5.648	8.352	10.816	57.232
10	3.585	5.762	8.238	10.415	64.484
11	3.912	5.804	8.196	10.088	70.364
12	4.228	5.911	8.089	9.772	76.048

Tabla 2.23 : Propiedades geométricas simplificadas por nivel.  
Ver figura 2.10

Nivel	Elemento	Area transv.	$I_x$	$I_y$	$I_z$
1-4	a"	282.26	34 856	23 711	23 711
5-9	a"	232.26	30 344	20 478	20 478
10-12	a"	179.03	24 708	16 579	16 579
1-12	b"	37.00	-	828	828
1-12	c"	148.00	-	6 444	1 405 306
1-12	d"	56.30	-	1 371	1 281

Tabla 2.24 : Dimensiones básicas por nivel para obtención de coordenadas fig 2.11.

Nivel	A	B	C	D	E	F	G
13	4.445	4.589	7.000	9.411	9.555	79.956	82.548
14	4.729	4.853	"	9.147	9.271	85.060	87.298
15	4.971	5.076	"	8.924	9.029	89.407	91.298
16	5.194	5.298	"	8.702	8.806	93.420	95.298
17	5.298	"	"	"	8.702	97.298	99.298
18	"	"	"	"	"	101.298	103.298
19	"	"	"	"	"	105.298	107.298
20	"	"	"	"	"	109.298	111.298
21	"	"	"	"	"	113.298.	115.298

Tabla 2.25 : Propiedades geométricas simplificadas, figura 2.11.

Nivel	Elemento	Area transv.	Ix (cm <sup>4</sup> )	Iy (cm <sup>4</sup> )	Iz (cm <sup>4</sup> )
13-14	a	179.0	24 708	16 578	16 578
15-20	a	122.6	17 844	11 298	11 298
13-20	b	28.0	-	640	640
13-19	c	56.3	-	1 371	1 281
13-20	d	13.6	-	73	73

Tabla 2.26 : Propiedades geométricas simplificadas de nivel XXI fig 2.12.

Elemento	A. transv.	Ix	Iy	Iz
a	122.6	17 844	11 298	11 298
b	28.0	-	640	640
d	13.6	-	73	73
i	154.8	15 057	1 998	10 322
j	116.0	1	376 837	3 250
k	148.0	170 040	562, 053	562 053

### 2.3 Angulos de posición en el espacio

Supóngase que se tiene el vector  $V_0$  de coordenadas  $(V_1, V_2, V_3)$  en los ejes de la figura 2.14(a) y se requiere un cambio a ejes  $(\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3)$  de la fig 2.14(b)

Entonces

$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

o bien:

$$[V] = [C^S] [V] \quad (2.8)$$

donde

$$[C^S] = [C^S]^{-1} \quad (2.9)$$

y se define a (2.9) como

$$C_{ij} = \cos Y_{ij} \quad (2.10)$$

en cuya expresión  $Y_{ij}$  es el ángulo entre los ejes  $Y_i$  y  $X_j$  fig 2.14-c.

Para definir exactamente a la matriz rotatoria de un vector situado en un espacio de 3 dimensiones (figura 2.15) los cosenos directores de un vector de coordenadas  $(X_m, Y_m, Z_m)$  con respecto a los ejes  $(X, Y, Z)$ , son:

$$C_x = \cos Y_x \quad (2.11)$$

$$C_y = \cos Y_y \quad (2.12)$$

$$C_z = \cos Y_z \quad (2.13)$$

El subíndice 'm' en la notación de eje representa al vector o miembro que se desea cambiar de ejes de referencia, es decir, rotar. Y el eje  $X_m$  será el eje longitudinal del miembro y  $Y_m$  y  $Z_m$  son ejes transversales del miembro.

Entonces

$Y_x$  es el ángulo entre  $X_m$  y  $X$

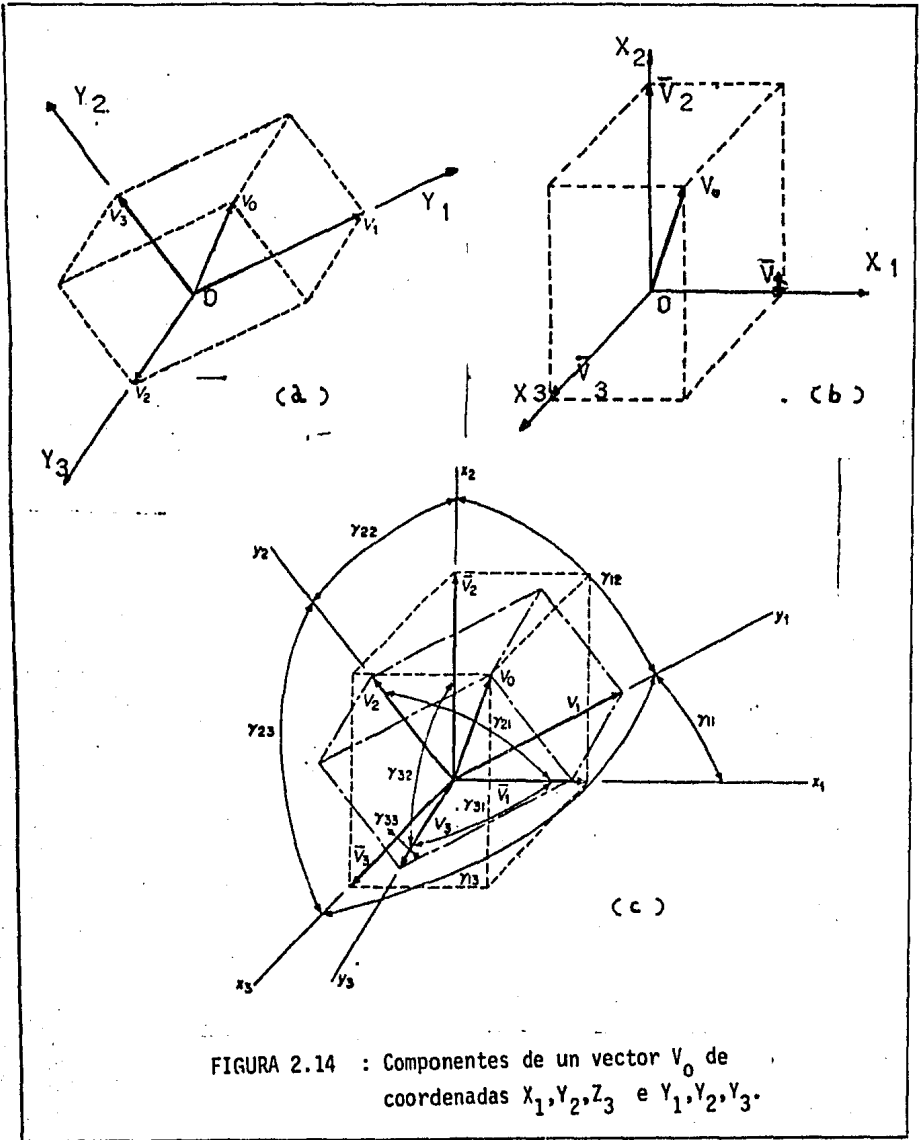
$Y_y$  es el ángulo entre  $X_m$  y  $Y$

$Y_z$  es el ángulo entre  $X_m$  y  $Z$

Además si las coordenadas del extremo inicial de un miembro son  $(X_i, Y_i, Z_i)$  y los del final son  $(X_k, Y_k, Z_k)$  con respecto a ejes globales, se tiene:

$$C_x = (X_k - X_i)/L \quad (2.14)$$





$$C_y = (Y_k - Y_j)/L \quad (2.15)$$

$$C_z = (Z_k - Z_j)/L \quad (2.16)$$

en las cuales L es la longitud del miembro considerado.

En base a lo anterior se realiza el desarrollo de la matriz buscada a través de 3 rotaciones.

La primera rotación de los ejes globales alrededor de Y un ángulo  $\alpha$  (fig 2.16-a), proporciona las nuevas coordenadas referidas a los nuevos ejes ( $X_\alpha$ ,  $Y_\alpha$ ,  $Z_\alpha$ ) definidas por

$$\begin{bmatrix} V_{X\alpha} \\ V_{Y\alpha} \\ V_{Z\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \text{sen } \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen } \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_x \\ \bar{V}_y \\ \bar{V}_z \end{bmatrix} = [C_\alpha^S] [V] \quad (2.18)$$

donde

$$\text{sen } \alpha = Cz / \sqrt{Cx^2 + Cz^2} \quad (2.19)$$

$$\text{cos } \alpha = Cx / \sqrt{Cx^2 + Cz^2} \quad (2.20)$$

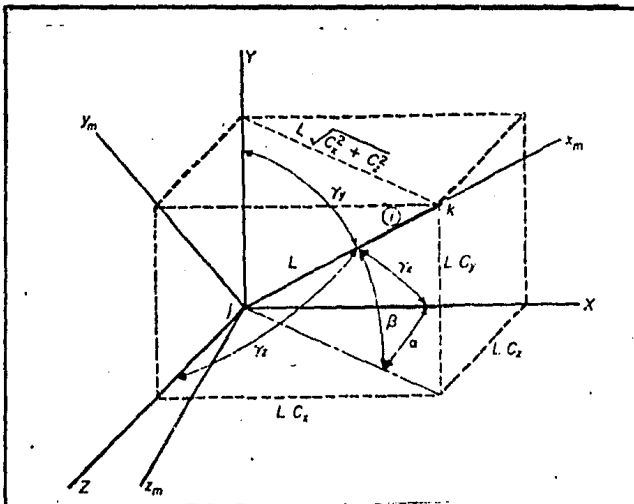


FIGURA 2.15 :Orientación de un elemento en el espacio con respecto a sus ejes de referencia.

El segundo giro es alrededor del eje  $Z_{\alpha}$  a partir de la posición anterior (fig 2.16-b) y el eje  $x$  concuerda con el eje  $X$ ; se definen así nuevas coordenadas en función de los nuevos ejes ( $X_{\beta}, Y_{\beta}, Z_{\beta}$ ) y de la ecuación 2.18.

Así:

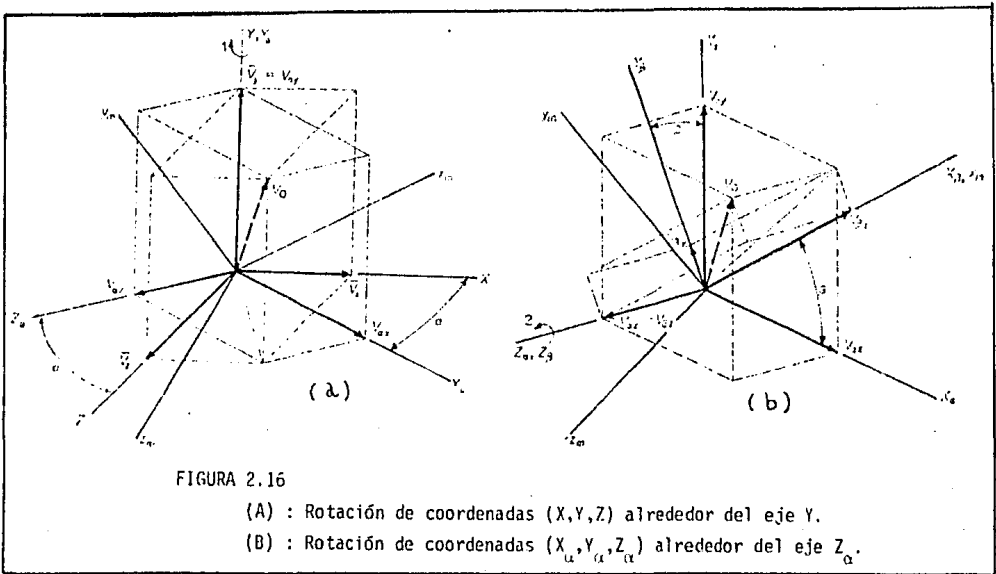
$$\begin{cases} V_{X\beta} \\ V_{Y\beta} \\ V_{Z\beta} \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \text{sen } \beta & 0 \\ -\text{sen } \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} V_{X\alpha} \\ V_{Y\alpha} \\ V_{Z\alpha} \end{cases} \quad (2.21)$$

donde

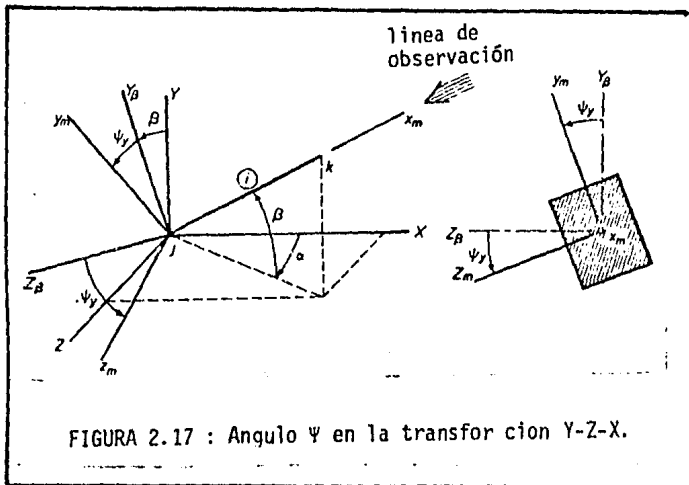
$$\cos \beta = \frac{C_Y}{C} \quad (2.22)$$

$$\text{sen } \beta = \sqrt{\frac{C_X^2 + C_Z^2}{C^2}} \quad (2.23)$$

Este giro se aprecia en la fig 2.16(b).



Finalmente, desde una posición de observación a lo largo eje  $X = X_{\beta} = X$  y en dirección negativa se tendría la posición de ejes que marca la figura 2.17.



Y si a través del ángulo denotado en la misma por  $\Psi_y$ , se alinea en base a un giro de la misma magnitud en el sentido que se indica, se obtendría finalmente que:

$$\begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Psi_y & \text{sen } \Psi_y \\ 0 & -\text{sen } \Psi_y & \cos \Psi_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_{\beta x} \\ V_{\beta y} \\ V_{\beta z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C & S \\ \Psi_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{\beta} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Que en base al desarrollo anterior se expresaría como:

$$[V] = [C \ S] [C_{\beta}^S] [C_{\alpha}^S] [V] \quad (2.25)$$

A este ángulo final ( $\Psi_y$ ) es el llamado ángulo PSI para transformación de coordenadas "XYZ" (que es la secuencia de giros alrededor de los ejes correspondientes) y cuyo sentido de medición es el mostrado en la figura 2.17.

De la misma manera, se puede definir un ángulo  $\Psi_z$  girando alrededor de Z, luego de Y y finalmente de X globales.

Es necesario mencionar que se definen 2 tipos de transformación porque cuando el eje  $X_m$  coincide con el Y, el término  $\sqrt{C_{\alpha}^2 + C_{\beta}^2}$  se vuelve cero y se tiene una indeterminación en el procedimiento. De la misma manera, cuando  $X_m$  coincide en dirección de Z global se deberá usar la transformación alterna<sup>m</sup>, es decir "YZX".

Finalmente para cerrar el presente capítulo se dan las ecuaciones para calcular  $\Psi_y$  conocido un vector sobre el plano ( $X_m - Y_m$ ) de coordenadas ( $X_p, Y_p, Z_p$ ):

$(\bar{X}_p, \bar{Y}_p, \bar{Z}_p)$ . Las ecuaciones son las siguientes:

$$X_{Bp} = C_x \bar{X}_p + C_y \bar{Y}_p + C_z \bar{Z}_p \quad (2.26)$$

$$Y_{Bp} = -\frac{C_x C_y}{R} \bar{X}_p + R \bar{Y}_p - \frac{C_y C_z}{R} \bar{Z}_p \quad (2.27)$$

$$Z_{Bp} = -\frac{C_z}{R} \bar{X}_p + \frac{C_x}{R} \bar{Z}_p \quad (2.28)$$

$$R = \sqrt{C_x^2 + C_z^2} \quad (2.29)$$

y finalmente:

$$\text{Sen } \Psi_y = \frac{Z_{Bp}}{\sqrt{Y_{Bp}^2 + Z_{Bp}^2}} \quad (2.30)$$

### III - MEDICIONES DE CAMPO PARA IDENTIFICAR LA TURBULENCIA

#### 3.1 Descripción de las pruebas

A fin de identificar la turbulencia del viento en estructuras rodeadas por edificios de varios niveles, como es el caso típico del centro de ciudades, se realizaron algunas mediciones atmosféricas sobre una estructura bien conocida en el D.F., y que por sus características de ubicación fue ideal para tales pruebas: La torre de Televisa de los canales 2, 4, 5 y 8.

Las mediciones se realizaron con dos estaciones climatológicas CLIMATRONIC que registran los 10 parámetros siguientes:

1. Día del año
2. Hora
3. Datos de velocidad del viento
4. Datos de dirección del viento
5. Datos de temperatura
6. Humedad relativa
7. Precipitación pluvial
8. Radiación solar
9. Variación de la dirección del viento
10. Presión barométrica

Para definir la variación con respecto a un promedio de velocidad se emplean datos de velocidad, registrados durante los 7 vientos fuertes.

La posición de las estaciones con respecto al nivel del terreno fueron a los 54.4 y 110.0 metros registrando a una altura exacta de 56.2 y 112.8 metros. Su realización se llevó a cabo del viernes 22 al martes 26 de marzo de 1985.

La manera de obtener la información se realiza por disparos automáticos de una grabadora en intervalos de un minuto. Esta información quedó grabada en cassettes que fueron recuperados en la ciudad de Morelia, Mich., en la C.F.E. De estos registros se notó claramente que los cambios de velocidad del viento fueron acompañados de variación en la humedad relativa la cual provoca un cambio en la densidad del aire provocándose movimientos laterales de masas. En la tabla 3.1 se muestra la forma de recuperación y las unidades de cada parámetro. Para mayor información de las pruebas consúltese la referencia [2].

#### 3.2 Ley de variación del viento con la altura y su aplicación en el Reglamento Inglés

En cuanto a identificación de la turbulencia, en la referencia [22] se deduce la ley exponencial para definir la velocidad media sobre un punto en función de la altura sobre el terreno, es decir:

$$\bar{V} = v_0 \left( \frac{Z}{Z_0} \right)^{n/(2-n)} \quad (3.1)$$

TABLA 3.1 - REGISTROS DE ESTACIONES CLIMATOLÓGICAS

DIA	HORA	VELOCIDAD DEL VIENTO (m/s)	DIRECCION DEL VIENTO (PREDOMINANTE)	TEMPERATURA (C)	HUMEDAD RELATIVA (%)	PRECIPITACION FLUVIAL (mm)	IRRADIACION SOLAR (Cal/cm2/min)	OSVIA-CION ESTAN-DAR	PRESION BAROMÉ-TRICA (pulq/Hg)
082	0016	1.8	N	14.4	39.2	.23	39	25.2	22.15
082	0118	2.42	NNW	15.95	38.5	0	37.8	22.8	22.14
082	0221	.33	NNW	14.35	40.8	0	37.8	31.3	22.15
082	0324	1.1	NNW	14.1	41.2	-.03	37.8	22.8	22.15
082	0429	.23	N	13.35	41.7	0	37.8	25.2	22.15
082	0532	1.1	SEW	11.4	45.7	0	37.8	37.7	22.15
082	0635	.23	N	11.9	43.2	-.2	38.4	14	22.14
082	0737	.23	SEW	13.7	39.3	-.03	44.8	14.2	22.15
082	0841	14.75	SWW	15.05	38.8	.1	70.4	19	22.15
082	0944	.4	SW	17.5	34.3	-.08	72.4	19.4	22.15
082	1047	.33	SSE	20.4	30.3	.19	112.4	32.4	22.15
082	1151	1.9	NN	21.4	23.7	.02	140.2	42.5	22.15
082	1254	2.4	SWW	21.1	21.6	-.02	144	50.1	22.15
082	1357	.23	SW	23.95	20.8	.05	183.8	73	22.15
082	1459	1.85	N	23.9	18.3	.02	182.2	41.2	22.15
082	1603	8.45	N	23.15	21.4	-.03	41.8	20.3	22.15
082	1706	3	N	22.4	24.3	-.03	44	14.4	22.15
082	1809	2.15	N	21.6	27.4	0	48	36.3	22.15
082	1911	3.7	N	19.7	33.7	0	50	10.5	22.15
082	2015	7.4	SSE	18.9	33.7	0	50	35.3	22.15
082	2118	3.4	E	18.83	34.2	0	50	14	22.15
082	2222	2.05	SSE	17.5	41	0	50	40.8	22.15
082	2325	3.95	NE	14.7	45.7	-.02	50	31.8	22.15
083	0028	3.85	NE	14.43	37.7	0	50	7.8	22.15

de la cual:

$\bar{V}$  = velocidad máxima promedio a una altura z

V = velocidad a una altura de referencia  $Z_0$

$Z_0$  = una altura dada

$n^0$  = índice que indica el nivel de turbulencia:

si  $n = 0$  se tiene turbulencia nula, si  $n = 1$  es turbulencia máxima

En el reglamento inglés la expresión recomendada es similar, o sea:

$$V_H = V \left( \frac{H}{10} \right)^\alpha \quad (3.2)$$

En la cual:

$V_H$  = velocidad máxima promediada en un cierto intervalo de tiempo a una altura H en metros

V = es la velocidad máxima promediada en el mismo intervalo de tiempo a 10 metros de altura. Es decir la velocidad de diseño

$\alpha$  = exponente para la ley exponencial que se especifica para cada tiempo promedio y categoría de rugosidad del terreno.

Las categorías de rugosidad se clasifican en la tabla 3.2

Tabla 3.2 : Categorías de Rugosidad.	V/V
1.-Campo abierto sin obstrucciones.....	1.5
2.-Campo abierto con rompevientos aislados.....	1.7
3.-Superficies con varios obstáculos como pequeñas ciudades y afueras de grandes ciudades.....	1.9
4.-Superficies con obstáculos grandes y frecuentes (centro de ciudades).....	2.1

En los valores anteriores  $\bar{V}$  es la velocidad horaria promedio y  $V$  es la velocidad máxima de ráfaga, ambas con una probabilidad de 0.02 de ser excedidas en un año una sola vez.

La referencia [22], que trata matemáticamente el parámetro  $\alpha$ , concluye que a través de varias investigaciones el valor recomendado es próximo a 0.2 y se sugiere realizar mediciones de campo para identificar más adecuadamente la turbulencia de la zona. Esto resulta claro al ver que las mediciones realizadas en el D.F., arrojan valores cercanos a los del reglamento inglés.

Además tales normas dicen que es importante tomar en cuenta el nivel general de azoteas para definir  $\alpha$ , si llamamos  $Y$  a este nivel la expresión 3.2 se vuelve

$$V_H = V_E \left( \frac{H - Y}{10} \right)^\alpha \quad (3.3)$$

siendo:

$V_E$  = la máxima velocidad promediada en un apropiado intervalo de tiempo a 10 metros sobre  $Y$

Si se introduce un subíndice  $t$  para distinguir los diferentes intervalos de tiempo de promedio o medición:

$$V_{Ht} = V_{Et} \left( \frac{H - Y}{10} \right)^\alpha \quad (3.4)$$

Al hablar de intervalos de medición de la velocidad, el reglamento recomienda usar 3, 5 y 15 segundos para fines de diseño; a través de mediciones que dicen que estos intervalos se asocian a la forma del edificio, variando desde 15 s para edificios altos y 1 s para elementos pequeños como ventanas, elementos de revestimiento y cubiertas. Así pues como la torre tiene bajo período de oscilación (de segundos o menos) tales períodos son útiles para determinar efectos de resonancia, en caso de existir esta.

Para cada categoría de rugosidad se recomienda un valor de  $Y$  (nivel de azoteas).  $Y$  para cada intervalo de tiempo en las diferentes categorías da valores de  $\alpha$ . Esta información se condensa en la tabla 3.3.

El uso de la tabla es a través del número  $S_2$ :

$$S_2 = \left( \frac{V_{E1}}{V_{E3}} \right) \left( \frac{V_{E3}}{V_{10,3}} \right) \left( \frac{H - Y}{10} \right)^\alpha \quad (3.4)$$

$E$  = altura efectiva a 10 m sobre  $Y$ .

$S_2$  se define como el número por el cual se debe multiplicar la máxima velocidad promedio en un tiempo de 3 s a una altura de 10 m sobre el nivel del suelo (velocidad básica) para obtener la máxima velocidad promedio en un tiempo  $t$  a  $H$  metros sobre el terreno considerando el respectivo nivel de azoteas.



TABLA 3.3 : VALORACIÓN DE LA TURBULENCIA SEGUN EL REGLAMENTO INGLES.

Category	Y (metres)	E (metres)	$\left(\frac{V_{25}}{V_{10,0}}\right)$	$\left(\frac{V_{25}}{V_{25}}\right)$	$\alpha$					
					t (seconds)			t (seconds)		
					3	5	15	3	5	15
1	0	10	1.00	1.00	.95	0.90	0.080	0.090	0.100	
2	2	12	0.98	1.00	.95	0.90	0.085	0.095	0.105	
3	10	20	0.95	1.00	.95	0.90	0.090	0.100	0.110	
4	25	35	0.94	1.00	.95	0.90	0.090	0.105	0.115	

### 3.3 Procesamiento de la información

Como se dijo anteriormente, las estaciones automáticas registraban lecturas instantáneas cada minuto. De esta manera se seleccionaron 7 vientos intensos registrados en la estación superior (B) y los correspondientes en la inferior (A).

En las figuras 3.1 a 3.7 se grafican los vientos seleccionados en tiempo (minutos) V.S. velocidad (m/s) para ambas estaciones simultáneamente; en ellas se muestra solo el intervalo en que la velocidad se juzgó pertinente ser tomada en cuenta.

A estas gráficas se hace referencia en el capítulo 6 para considerar una velocidad de análisis baja.

Para identificar la turbulencia se procede de la siguiente manera:

Si  $H_2 = 112.8$  m y  $H_1 = 56.2$  m, se ve que según la ecuación 3.2

$$V_{H1} = V_{10} \left(\frac{H_1}{10}\right)^\alpha \quad (3.5)$$

$$V_{H2} = V_{10} \left(\frac{H_2}{10}\right)^\alpha \quad (3.6)$$

si se hace el cociente entre ambas:

$$\frac{V_{H2}}{V_{H1}} = \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^\alpha \quad (3.7)$$

de la cual

$$\alpha = 3.305 \log \left( \frac{V_{H2}}{V_{H1}} \right) \quad (3.8)$$

donde

$V_{Hi}$  = velocidad promedio durante el viento considerado obtenido de las tablas 3.1 a 3.7

De esta manera, se obtienen los valores de la tabla 3.4.

### 3.4 Conclusión

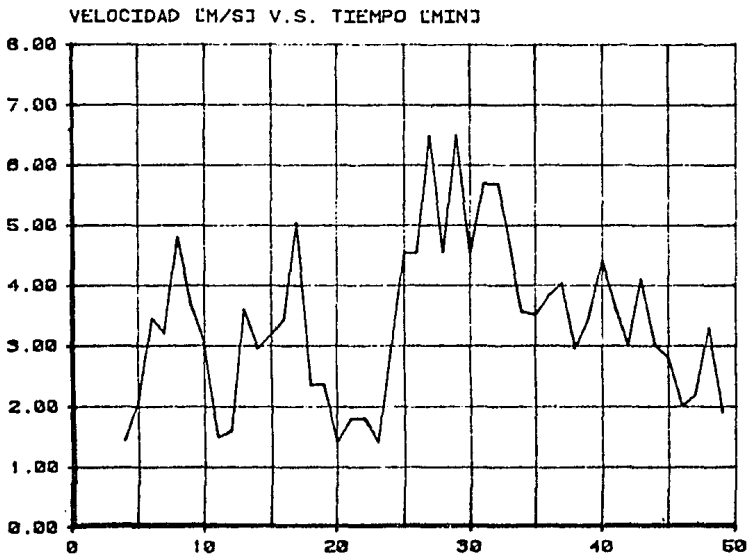
La tabla 3.4 muestra que el exponente  $\alpha = 0.1237$ , que es próximo a los valores que da el reglamento inglés, identifica a la turbulencia sobre la torre en el presente trabajo.

Sería conveniente instrumentar edificios durante mayor tiempo de observación y reducir el intervalo de lectura instantánea, de manera que estos se grabaran por disparo automático cuando el viento rebasa un límite preestablecido.

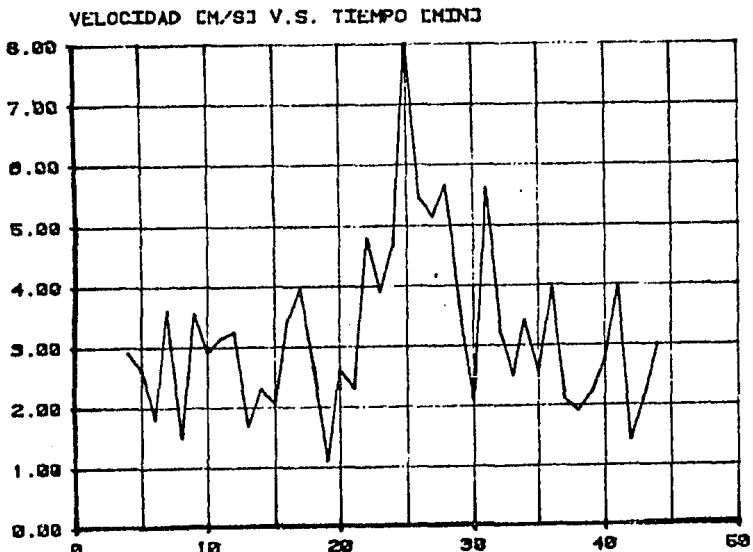
Tabla 3.4 : Estimación de la turbulencia para los siete vientos fuertes registrados.

Viento	Observaciones	$V_{H1}$	$V_{H2}$	$\alpha$ (Ec.3.8)
		Altura=56.2 m	Altura=112.8 m	
1	26	3.44	3.60	0.0652
2	26	5.18	5.41	0.0623
3	10	5.57	6.02	0.1115
4	14	5.03	5.33	0.0837
5	49	6.56	6.65	0.0189
6	55	6.88	7.38	0.1001
7	83	5.13	6.89	0.4240

$\alpha$  promedio = 0.1237

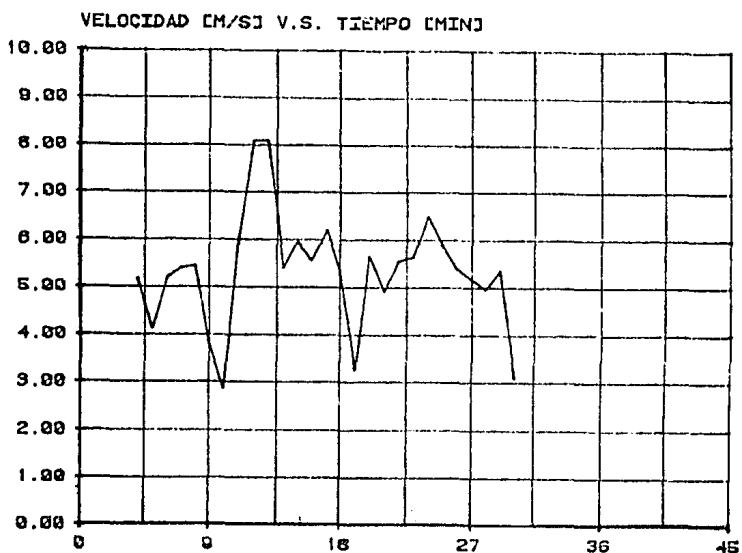


EST. A. V. MAX=6.50 M/S. V. MED=3.44 M/S. T=23.5 °C.

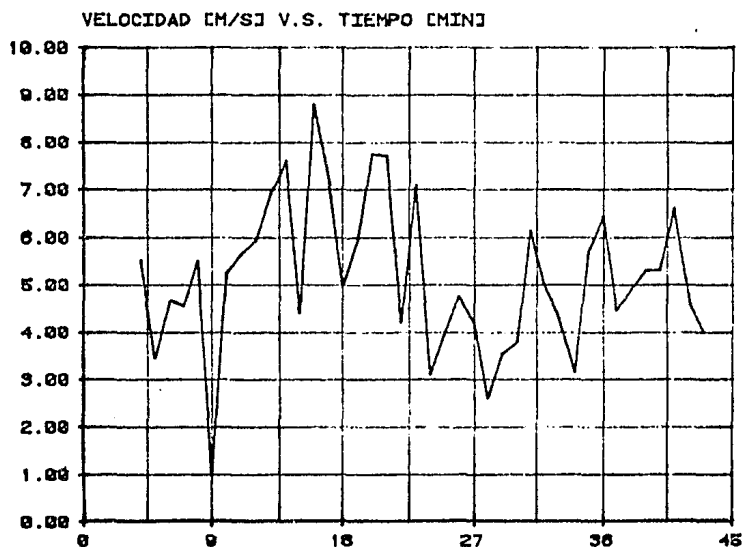


EST. B. V. MAX=8.05 M/S. V. MED=3.60 M/S. T=24.3 °C

FIGURA 3.1 : MEDICIONES DE CAMPO DE VELOCIDAD DEL VIENTO



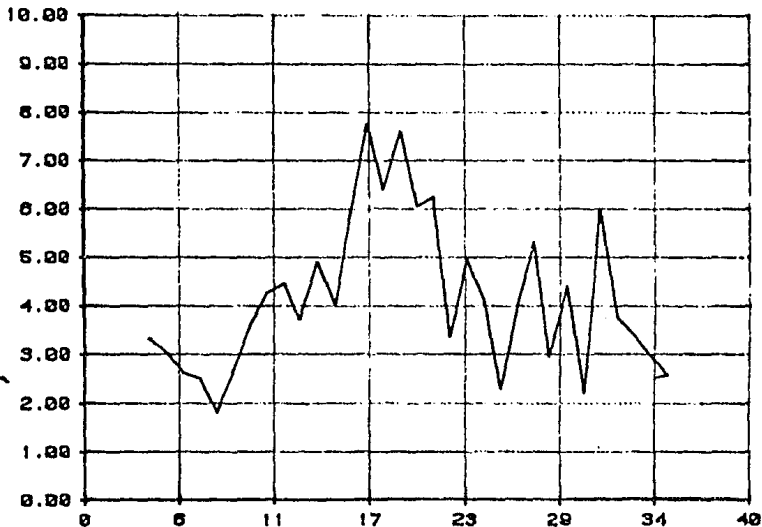
EST. A. V. MAX=8.18 M/S. V. MED=5.18 H/S. T=22.2 'C.



EST. B. V. MAX=8.80 H/S. V. MED=5.41 M/S. T=23.8 'C.

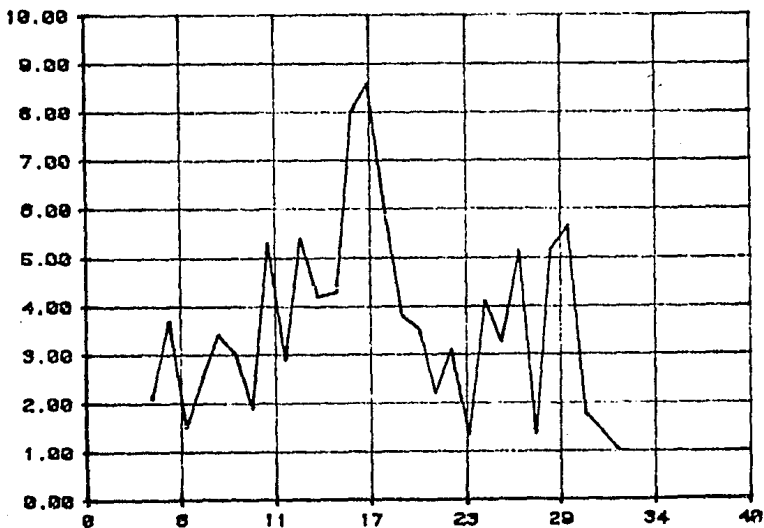
FIGURA 3.2 : MEDICIONES DE CAMPO DE VELOCIDAD. DEL VIENTO

VELOCIDAD [M/S] V.S. TIEMPO [MIN]



EST. A. V. MAX=7.76 M/S. V. MED=5.57 M/S. T=20.3 °C.

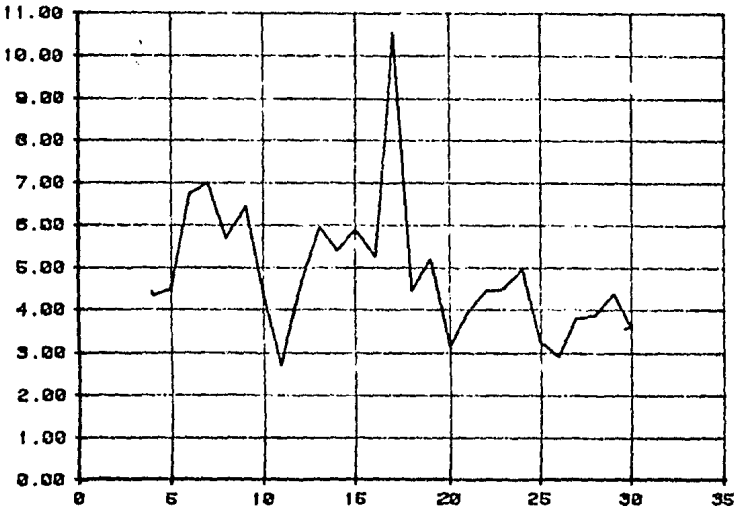
VELOCIDAD [M/S] V.S. TIEMPO [MIN]



EST. B. V. MAX=8.00 M/S. V. MED=6.02 M/S. T=20.5 °C.

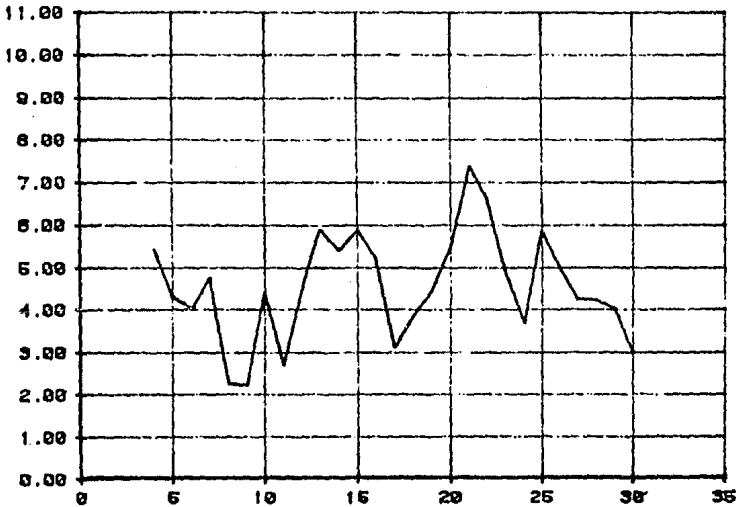
FIGURA 3.3 : MEDICIONES DE CAMPO DE VELOCIDAD DEL VIENTO

VELOCIDAD [M/S] V.S. TIEMPO [MIN]



EST. A. V. MAX=10.55 M/S. V. MED=5.03 M/S. T=10.9 °C.

VELOCIDAD [M/S] V.S. TIEMPO [MIN]



EST. B. V. MAX=7.40 M/S. V. MED=5.33 M/S. T=10.6 °C.

FIGURA 3.4 : MEDICIONES DE CAMPO DE VELOCIDAD DEL VIENTO

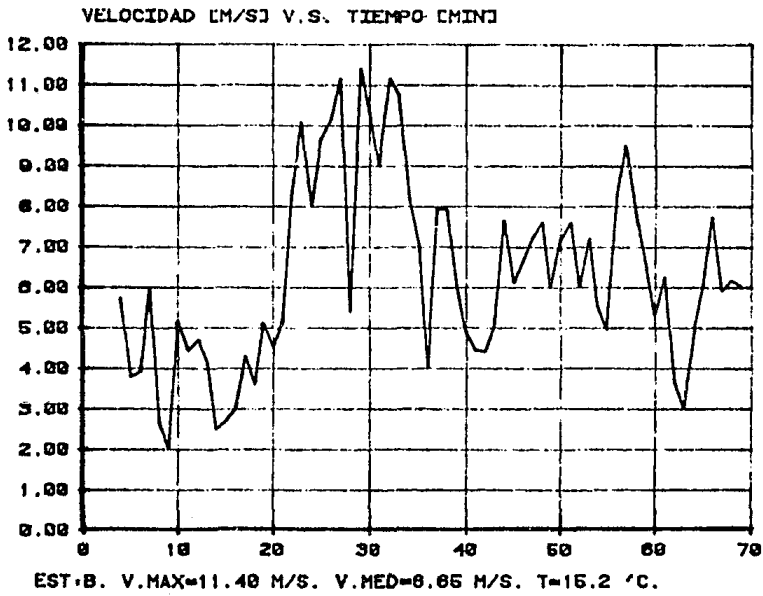
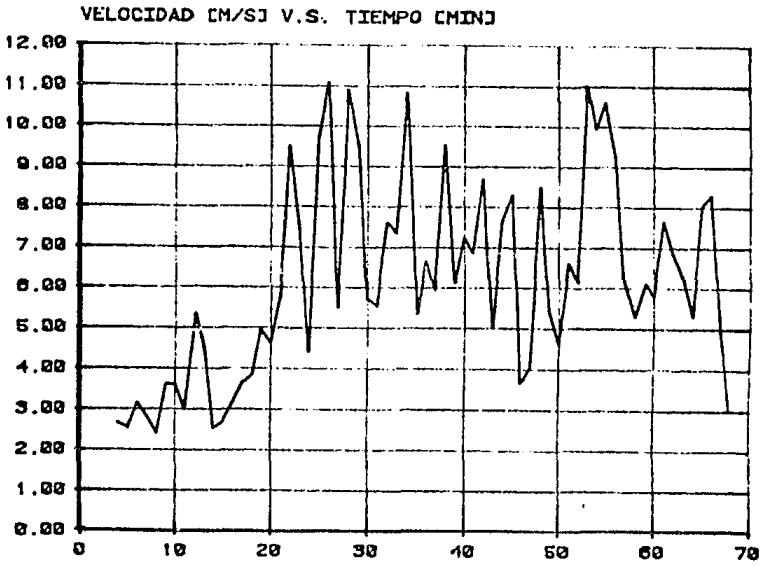
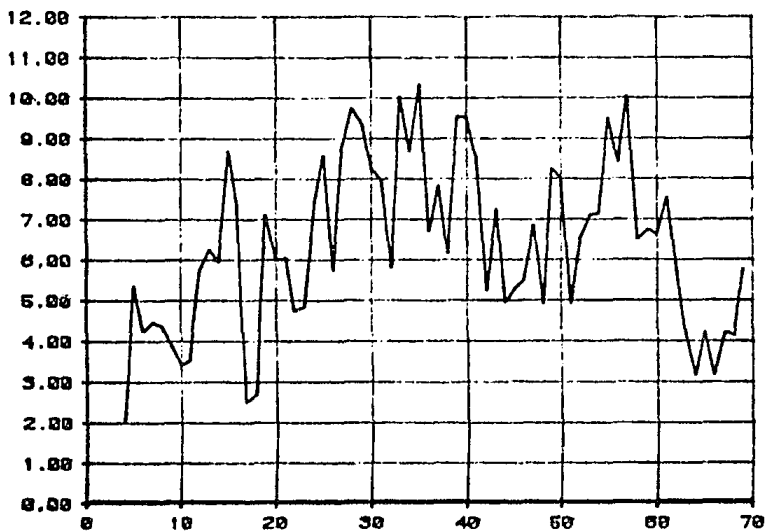


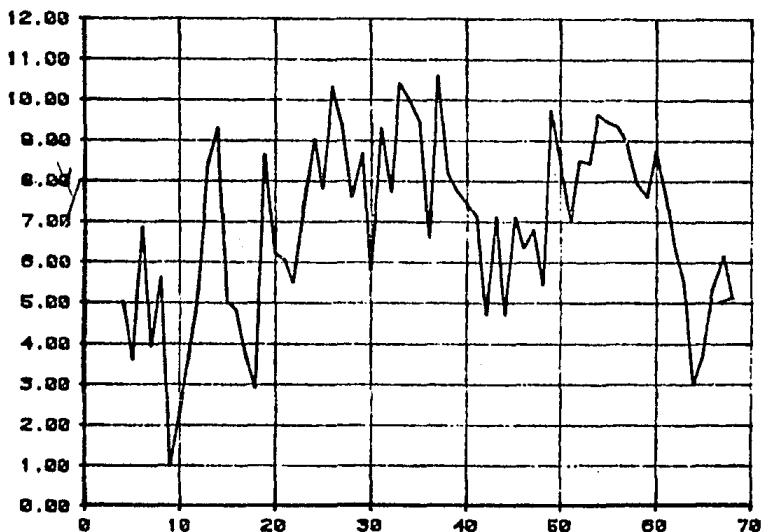
FIGURA 3.5 : MEDICIONES DE CAMPO DE VELOCIDAD DEL VIENTO

VELOCIDAD [M/S] V.S. TIEMPO [MIN]



EST. A. V. MAX=10.35 M/S. V. MED=6.68 M/S. T=18.15 °C.

VELOCIDAD [M/S] V.S. TIEMPO [MIN]



EST. B. V. MAX=10.6 M/S. V. MED=7.38 M/S. T=17.8 °C.

FIGURA 3.6 : MEDICIONES DE CAMPO DE VELOCIDAD DEL VIENTO



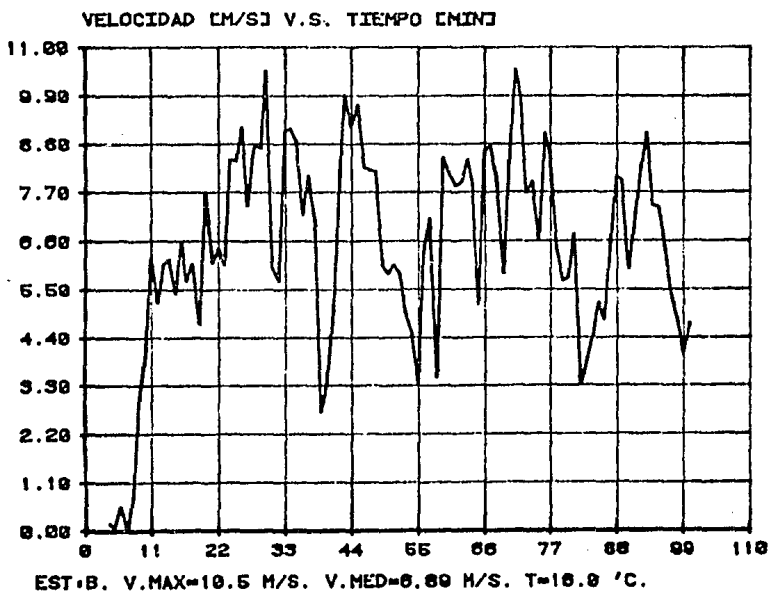
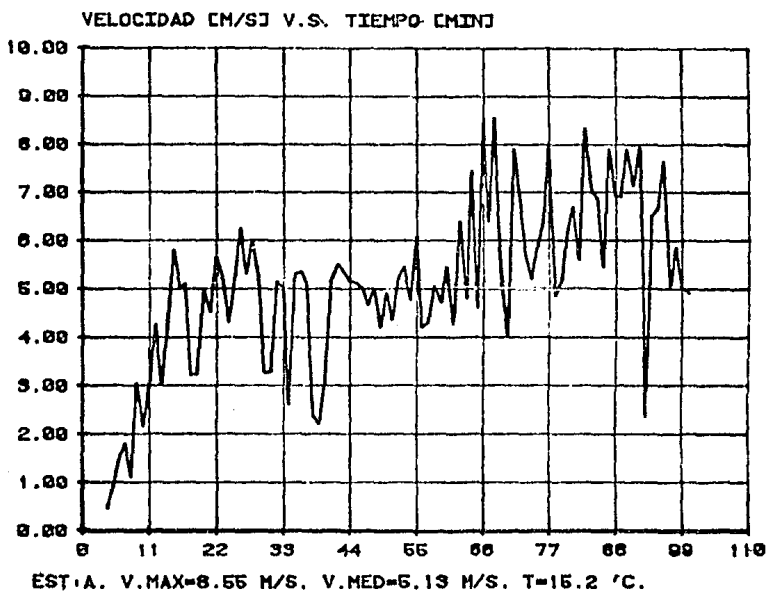


FIGURA 3.7 : MEDICIONES DE CAMPO DE VELOCIDAD DEL VIENTO:

## IV - RESULTADOS DE PRUEBAS DE TUNEL DE VIENTO

### 4.1 Aplicación de tres reglamentos extranjeros

El propósito de presentar las siguientes pruebas es mostrar recomendaciones acerca de coeficientes de empuje en diferentes épocas. Ya que en la mayoría de los reglamentos se trata descuidadamente a estructuras tipo reticulada y casi siempre al final se dice que se esperan resultados adecuados de pruebas en túnel de viento, se presentan pruebas realizadas en Japón, con buenos fundamentos teóricos para estructuras reticuladas.

#### 4.1.1 Beton - Kaiender (DIN 1055, Hj 4, 1938)

Esta referencia, la más antigua, dá directamente el valor de coeficiente de empuje para toda torre reticulada, es decir: Para analizar en dirección del viento normal a una cara de la torre:

$$C_D = 2.8 \quad (4.1)$$

Para dirección del viento contra las aristas ( $45^\circ$ )

$$C_D = 2.0 \quad (4.2)$$

Y para torres de acero de 4 caras amplificar  $C_D$  en un 10%, es decir

$$C_D(0^\circ) = 3.08 \quad (4.3)$$

$$C_D(45^\circ) = 2.20 \quad (4.4)$$

#### 4.1.2 Transactions of the American Society of Civil Engineers (Volume 126, Part II, 1961).

Esta serie de informes recomienda usar dos ecuaciones: En primer plano la expresión de E. Cohen y H. Perrin que dice:

$$C_D = 4 - 5\phi \quad (4.5)$$

y la ecuación de Pagon

$$C_D = \sqrt{\frac{3}{2\phi}} \quad (4.6)$$

Expresiones que se deben usar cuando se analiza con el viento normal a una cara. Para torres de sección cuadrada el valor de  $C_D$  se debe incrementar un factor F:

$$F = (1.1 + 0.4\phi) \quad (4.7)$$

En estas expresiones  $\phi$  = relación de solidez, la cual se define como el área proyectada entre el área que encierra la línea exterior del cuerpo proyectado. Del Capítulo 2 se calculó:

$\phi$  para  $0^\circ = 0.22$

$\phi$  para  $45^\circ = 0.27$

Con lo cual:

Expresión	$C_D(0^\circ)$	$C_D(45^\circ)$
(4.5)	3.45	3.20
(4.6)	3.10	2.85

#### 4.1.3 National Building Code of Canada (1980)

Este manual relaciona la frecuencia natural de la estructura y el nivel de amortiguamiento, preocupándose así de los efectos de resonancia y vibración en las estructuras. Para torres como la que se analiza en este caso se da un coeficiente de reducción en función de la relación de solidez  $\phi$ , de la longitud y peralte de la misma. Para efectos comparativos el coeficiente de empuje es igual a:

$$C_D = C_e C_g C_{n\alpha} k \quad (4.8)$$

donde:

$C_e$  = factor de exposición del terreno

$C_g$  = factor de ráfaga

$C_{n\alpha}$  = coeficiente de fuerza para una armadura infinitamente larga

$k$  = factor de reducción para armaduras de longitud finita y esbeltas

El cálculo de  $C_e$  y  $C_g$  es general para estructuras de concreto, metálicas, etc.

Las normas canadienses, en el aspecto de cálculo de coeficiente de empuje se han resumido en la fig 4.1 y las gráficas que faltan se encuentran en el suplemento del manual.

Datos:

$D/H$  (al centroide de la estructura, Cap 2) = 0.05

$V_{10}$  = 23 m/s (según reglamento inglés)

$\alpha$  = 0.1237 (mediciones de campo, Cap 3)

$V_o^H$  = 27.3 m/s (Ec. 3.3)

$N_o^H$  = 2.09 Hz (ver Cap VI,  $T_o = 3$  s)

$B$  = 0.010 (amortiguamiento, ver Cap VI)

$\phi(0^\circ)$  = 0.22

$\phi(45^\circ)$  = 0.27

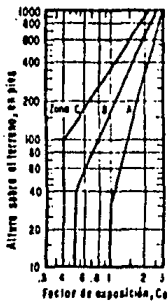
Con lo cual de la fig 4.1

$C_e = 0.75$  (a 80 m sobre el terreno-centroide)

$B = 0.82$

$F = 0.025$

$S = 0.015$



Presión de diseño:  $p = C_e C_p C_q K$

Factor de exposición:

Exposición:

- A
- B
- C

Factor de efecto de ráfagas:

$q =$  presión media estática  
 Paro de sótano:  
 use  $C_p = 0$  lo alto considerado  
 Paro horizontal:  
 use  $C_p = 0.4$  altura  $H/2$

Descripción:

- Terreno libre: 0.08
- Terreno urbano o desarrollo vegetación: 0.10
- Concentraciones grandes de edificios altos: 0.14

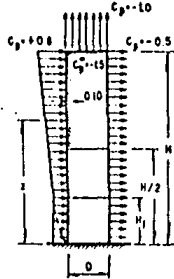
$$C_p = 1 + \frac{K}{C_e} \sqrt{\frac{z}{10 + \frac{3z}{8}}}$$

$$w = 0.03 \sqrt{\frac{z}{10 + \frac{3z}{8}}}$$

Acceleración:

$$A = \left( \frac{4 \times 2 \pi^2 z}{C_e} \sqrt{\frac{z}{10 + \frac{3z}{8}}} \right) \Delta$$

$\Delta =$  Desplazamiento bajo presión de diseño  
 $n_s =$  Frecuencia natural fundamental



Coefficiente de presión,  $C_p$

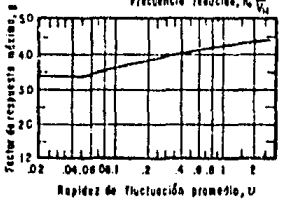
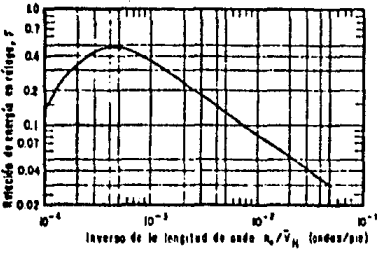
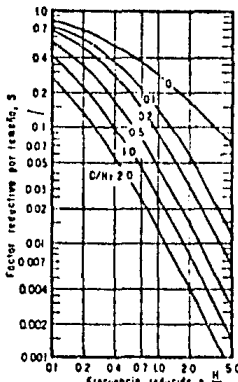
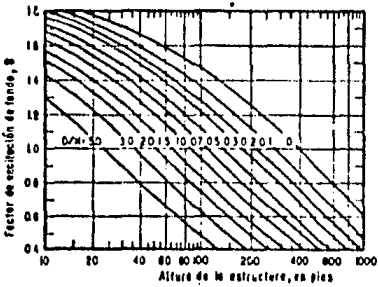


FIGURA 4.1 NORMAS CANADENSES PARA DISEÑO DE EDIFICIOS, SOMETIDOS A LA ACCION DEL VIENTO

Por lo tanto

$$v = 0.418$$

$$g = 4.1$$

$$C_g = 2.6$$

y de la fig B-20 del manual; referencia [24]

$\phi$	$C_n$	k
.22	1.66	.98
.27	1.61	.97

Así pues

$$C_D(0^\circ) = 3.17$$

$$C_D(45^\circ) = 3.05$$

#### 4.2 Pruebas japonesas sobre coeficientes de empuje

Estas pruebas profundizan en la búsqueda y son las que se emplean para cálculos de efectos del viento en este trabajo.

##### 4.2.1 Notación:

A,  $A(\theta)$  = Área que se proyecta en el interior de la línea externa de los modelos seccionales empleados, para una dirección normal al viento a  $0^\circ$  y  $\theta^\circ$  respectivamente.

b,  $b(\theta)$  = Ancho que proyecta el modelo a  $0^\circ$  y  $\theta^\circ$  respectivamente.

$C_D(\theta)$  = Coeficiente de empuje con ángulo de incidencia  $\theta$ ;  $C_D = P_D(\theta)/(1/2\rho V^2 \cdot A_n(\theta))$

D = Longitud típica, diámetro de columnas principales en metros.

h = Altura del modelo seccional en metros

$P_D(\theta)$  = Fuerza de empuje o fuerza del viento con ángulo de incidencia  $\theta$  en kg

$Re$  = Número de Reynolds, =  $DV/v$

$\eta(0)$ ,  $\eta(\theta)$  = Relación de proyecciones de áreas o relación de solidez con ángulos de incidencia de  $0^\circ$  y  $\theta^\circ$  grados, =  $A_n(0)/A_s$ , =  $A_n(0)/A(\theta)$

$\theta$  = Ángulo de incidencia a la cara de barlovento de la estructura

v = Viscosidad cinemática del aire ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )

$\rho$  = Densidad del aire, ( $\text{Kg} - \text{s} / \text{m}^4$ )

##### 4.2.2 Descripción de modelos seccionales empleados

La sección transversal en general es cuadrada, la figura 4.2 presenta la sección longitudinal de los modelos usados en el experimento.

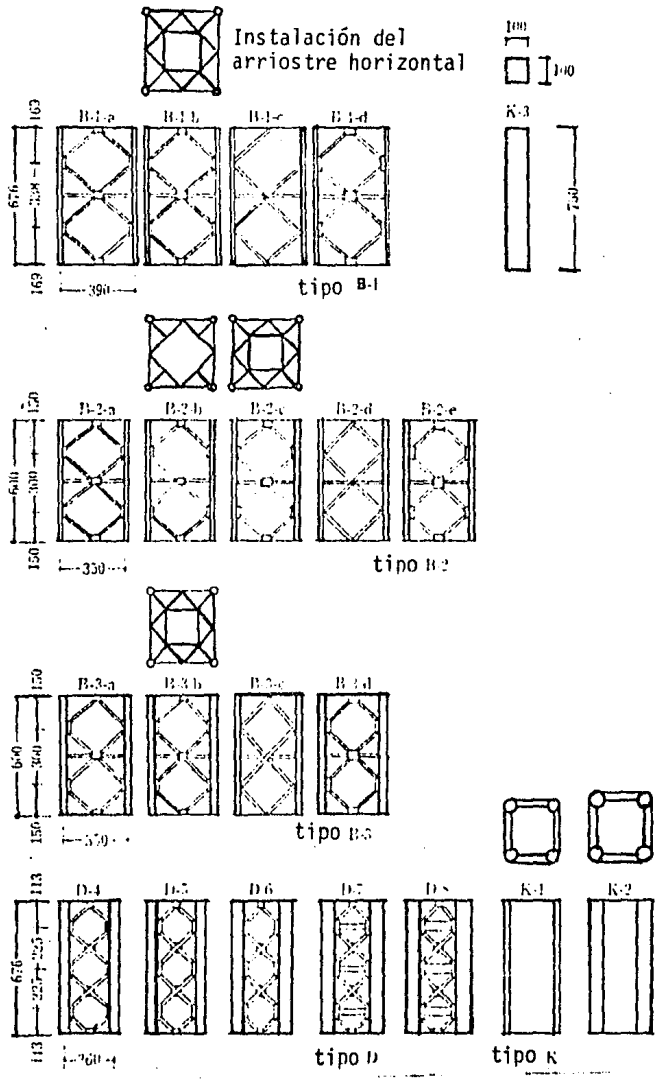


Figura 4.2 : Modelos seccionales empleados

Modelos tipo: B-1, B-2 y B-3

Los cuales poseen  $\eta(0) = 0.1, 0.2$  y  $0.3$  respectivamente.

Los modelos: B-1-a, B-2-a, B-3-a tienen una relación de área de placas de apoyo de 10%; los modelos B-1-d, B-2-c, B-3-d un 20% y los modelos B-1-c, B-2-d y B-3-c de 0%. Su construcción es del tipo Bleich usual para torres de transmisión en celosía.

Además en el plano horizontal los modelos B-1-b, B-2-b, B-2-c y B-3-b tienen arriostre horizontal indicado en la parte superior de su correspondiente en la figura 4.2.

Modelos tipo D y K

Los modelos D-4, D-5 y D-6 (ver figura 4.2) son del tipo Double Warren. Los modelos D-7 y D-8 son empleados en torres de radiocomunicación. Estos modelos fueron preparados para aclarar la variación de  $C_D$  en relación a valores de relación de solidez mayor de 0.40.

El modelo tipo K representa el caso de relación de solidez igual a 1.0 y son de esquinas redondas; éste último fue construido para estudiar la variación de  $C_D$  con respecto al radio  $r$  de las columnas principales. (ver fig 4.5).

#### 4.2.3 Resultados de las Pruebas

Coefficiente de empuje y el número de Reynolds

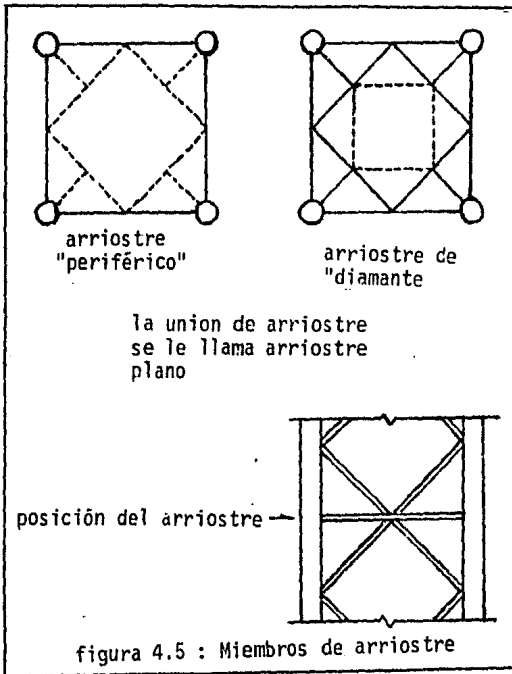
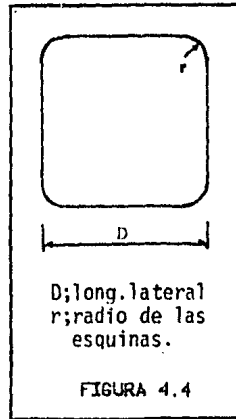
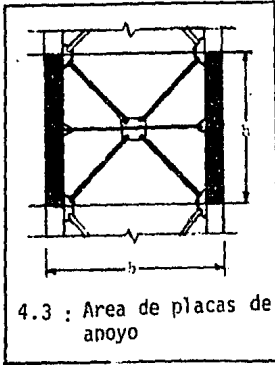
El número de Reynolds para los modelos seccionales en flujo uniforme está comprendido entre  $4.2 \times 10^3$  y  $9.4 \times 10^5$ . Las columnas principales de los mismos tienen diámetros de 1.0 a 33.6 cm. Como longitudes típicas para los modelos seccionales B, D y K se considera el diámetro de las columnas principales y el ancho de la sección transversal respectivamente.

La figura 4.6 muestra la relación entre el  $C_D$  y el  $R_e$ , referidos a la relación de solidez con ángulo de incidencia del viento de cero grados. Se nota que el valor de los coeficientes de empuje se incrementan tanto con el decremento de la relación de solidez como del número de Reynolds.

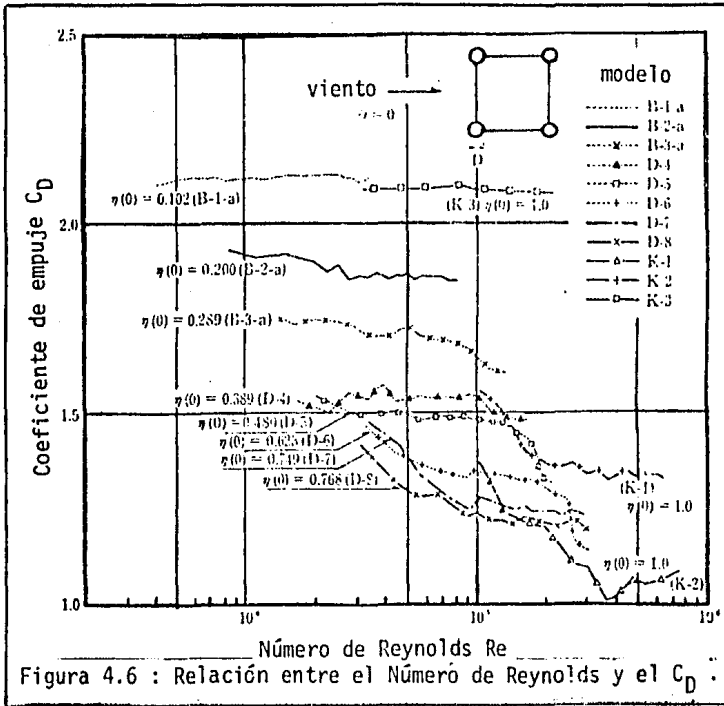
El  $C_D$  para los modelos D-5 a D-8 con relación de solidez de 0.389 a 0.768 se reduce rápidamente en la vecindad de  $R_e = 10^5$ .

El modelo K-2 de esquinas redondas con relación de solidez unitaria tiene el valor mínimo de  $C_D$  en un  $R_e \approx 5 \times 10^5$ .

Se sugiere que para los modelos seccionales de torres de tubos de acero los valores mínimos de  $C_D$  corresponden a cilindros circulares.







Efectos de placas de apoyo y arriostramiento horizontales en el coeficiente de arrastre  $C_D$

La tabla 4.1 muestra los valores medios de  $C_D(\theta = 0)$  en el intervalo de  $R_D$  de  $10^4$  a  $10^5$ , para 13 modelos seccionales del tipo B-1-a al B-3-d y se indican la relación de área de placas de apoyo con la condición de arriostres horizontales; en la figura 4.2 hay tres de ellos sin placas de apoyo. La misma tabla 4.1 muestra también la relación existente entre  $C_D$  de cada modelo probado y el incremento de cada uno tomando como base los modelos B-1-c, B-2-d y B-3-c que son los que no tienen placas de apoyo. Por ejemplo, el tipo B-1-a tiene un 10% de área de placas de apoyo y muestra 5% de aumento de  $C_D$  comparado con B-1-c.

El modelo B-1-b está construido al arriostar horizontalmente al B-1-a y muestra un incremento de 6.4% con respecto al base B-1-c. Así para los demás modelos.

Además cuando el ángulo de incidencia del viento es variada tales relaciones permanecen iguales.

Se ve que para relaciones de placas de apoyo de 10% o menores el incremento en el  $C_D(\theta)$  es pequeño de 4.3 a 7%, pero para 20% el incremento es de 11.1 a 12.5% y los incrementos en el coeficiente de empuje son pequeños de 0.5 a 2.5%.

Tabla 4.1 : Influencia de las placas de apoyo con incidencia de 0°.			
Modelo tipo	Coefficiente de Empuje 0°	incremento %	Area de placas de apoyo
B-1-a	2.12	4.9	10
B-1-b**	2.15	6.4	10
B-1-c	2.02	0.0	0
B-1-d	2.25	11.3	20
B-2-a	1.80	5.8	10
B-2-b*	1.81	6.4	10
B-2-c**	1.82	7.0	10
B-2-d	1.70	0.0	0
B-2-e	1.89	11.1	20
B-3-a	1.67	4.3	10
B-3-b**	1.71	6.8	10
B-3-c	1.60	0.0	0
B-3-d	1.80	12.5	20

\* solo con arriostre periférico  
 \*\* con arriostre plano

Relación entre el coeficiente de empuje y el ángulo de incidencia del viento

La fuerza de empuje  $P_D(\theta)$  fue medida para 16 modelos y el área proyectada  $A_n(\theta)$  fue calculada a cada 5° entre 0° y 45°. El coeficiente de empuje  $C_D(\theta)$  fue obtenido en relación al ángulo de incidencia  $\theta$  como muestra la figura 4.7.

La velocidad del viento en el túnel fue de 40 m/s y el  $Re = 10^4$  a  $10^5$ .

El  $C_D$  para  $\theta = 5^\circ$  a  $40^\circ$  fue el mismo prácticamente con un valor de 0.95.

Las relaciones:

$$\frac{A_n(\theta)/A(0)}{P_D(\theta)/P_D(0)}$$

$$[P_D(\theta)/P_D(0)] / [A_n(\theta)/A_n(0)] = C_D(\theta)/C_D(0)$$

con respecto al ángulo de incidencia se ven en las tablas 4.2, 4.3 y 4.4.

En la tabla 4.2 se ve que para el tipo B-1-a con  $\eta(0) = 0.102$  la relación de áreas tiene el más grande valor de 2.34 para 30° de incidencia y se reduce a 1.71 en el modelo D-8 para  $\eta(0) = 0.768$  en el mismo ángulo de incidencia.

Los valores de relación de fuerza de la tabla 4.4 varían un poco como las relaciones de área. excepto en el ángulo de incidencia de 5° y 45° y decrece con el incremento del valor de  $\eta(0)$ . Las relaciones  $C_D(\theta)/C_D(0)$  para cada modelo son constantes entre los ángulos de incidencia de 5° a 40°, por ejemplo, para

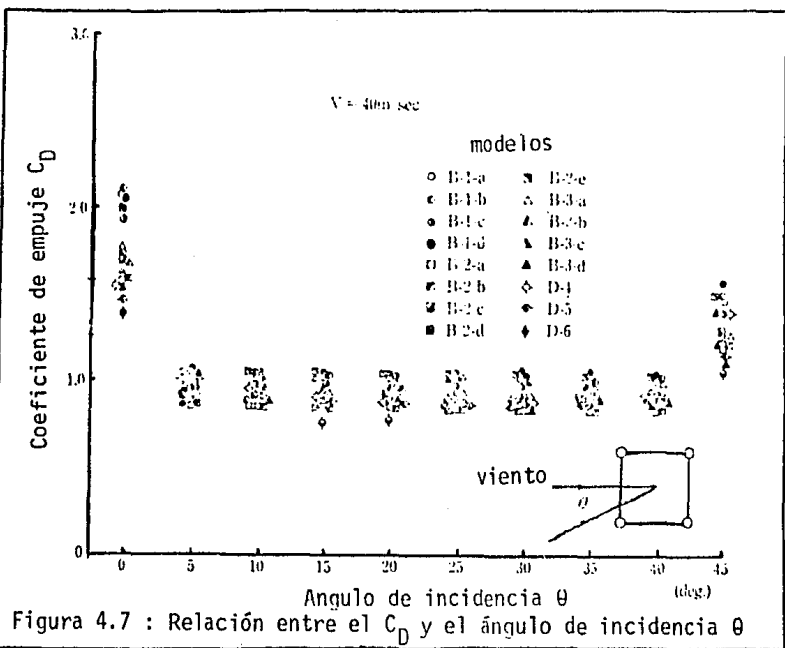


Figura 4.7 : Relación entre el  $C_D$  y el ángulo de incidencia  $\theta$

Tabla 4.2 : Valores de la relación de áreas  $An(\theta)/An(0)$

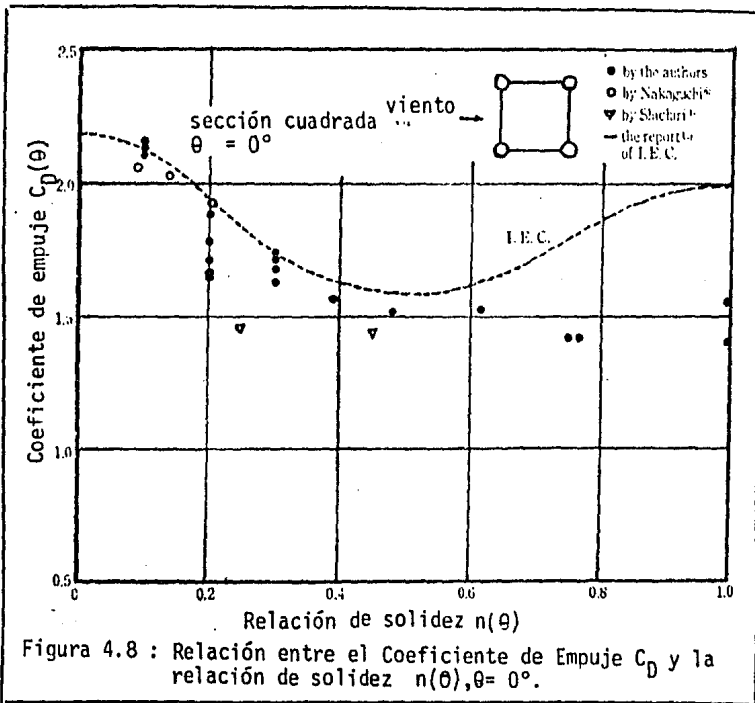
modelo	deg.										
	$\gamma(\theta)$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
B-1-a	0.102	1.00	2.16	2.25	2.29	2.31	2.32	2.31	2.34	2.33	1.51
B-2-a	0.200	1.00	2.00	2.19	2.25	2.28	2.31	2.32	2.31	2.27	1.51
B-3-a	0.289	1.00	1.82	2.06	2.14	2.19	2.23	2.23	2.22	2.16	1.53
D-4	0.389	1.00	1.60	1.88	2.02	2.06	2.12	2.13	2.11	2.01	1.51
D-5	0.480	1.00	1.45	1.74	1.88	1.97	2.02	2.03	1.99	1.89	1.50
D-6	0.623	1.00	1.29	1.51	1.64	1.73	1.81	1.81	1.77	1.66	1.46
D-7	0.749	1.00	—	1.45	—	1.66	—	1.72	—	—	1.43
D-8	0.768	1.00	—	1.45	—	1.66	—	1.71	—	—	1.43

Tabla 4.3 : Relaciones de fuerza (a 40 m/s)  $P_D(\theta)/P_D(0)$

modelo	deg.										
	$\gamma(\theta)$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
B-1-a	0.102	1.00	1.68	1.10	1.12	1.12	1.13	1.12	1.11	1.10	1.10
B-2-a	0.200	1.00	1.08	1.16	1.19	1.20	1.20	1.21	1.19	1.17	1.15
B-3-a	0.289	1.00	1.05	1.15	1.22	1.26	1.28	1.24	1.22	1.19	1.21
D-4	0.389	1.00	1.06	1.18	1.31	1.34	1.34	1.32	1.32	1.30	1.29
D-5	0.480	1.00	1.03	1.09	1.23	1.27	1.28	1.28	1.27	1.26	1.26
D-6	0.623	1.00	0.99	0.98	1.00	1.05	1.26	1.26	1.30	1.27	1.24
D-7	0.749	1.00	—	0.99	—	0.95	—	1.09	—	—	1.16
D-8	0.768	1.00	—	0.97	—	0.95	—	1.11	—	—	1.15

Tabla 4.4 :  $(P_D(\theta)/P_D(0)) / (A_n(\theta)/A_n(0))$

Modelo tipo	deg. $\alpha(0)$	deg.									
		0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
B-1-a	0.102	1.00	0.50	0.49	0.49	0.19	0.19	0.18	0.18	0.17	0.71
B-2-a	0.200	1.00	0.51	0.52	0.52	0.52	0.52	0.52	0.52	0.51	0.75
B-3-a	0.259	1.00	0.57	0.58	0.57	0.57	0.57	0.56	0.55	0.55	0.75
D-4	0.389	1.00	0.66	0.61	0.64	0.65	0.64	0.63	0.63	0.64	0.85
D-5	0.480	1.00	0.71	0.61	0.65	0.61	0.63	0.63	0.63	0.61	0.84
D-6	0.623	1.00	0.76	0.62	0.62	0.62	0.62	0.65	0.65	0.67	0.85
D-7	0.749	1.00	—	0.65	—	0.60	—	0.63	—	—	0.82
D-8	0.768	1.00	—	0.65	—	0.60	—	0.63	—	—	0.81



los tipos B-1-a, B-2-a y B-3-a son 0.49, 0.52 y 0.57. Las mismas relaciones de proporción se ven en casos en donde la velocidad es de 20 y 30 m/s en el túnel de viento.

Se puede decir que el efecto del ángulo de incidencia en el coeficiente de empuje depende principalmente de las columnas principales en el área proyectada. Las tres regiones de los ángulos de incidencia que son de  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  y de  $5^\circ$  a  $40^\circ$  serán consideradas para estimar el coeficiente de empuje de la sección cuadrada de la torre tubular. La influencia de la relación de solidez en  $\theta = 0$ , o sea  $\eta(0)$  en el  $C_D$  sugiere que éste debe ser expresado en relación con la relación de solidez  $\eta(\theta)$  en las tres regiones de  $\theta$  antes mencionadas.

#### Relación entre el coeficiente de empuje y la relación de solidez

La figura 4.8 muestra la relación entre los valores medidos del  $C_D(0)$  y la relación de solidez  $\eta(0)$  con ángulo de incidencia de  $0^\circ$ . También muestran otros resultados experimentales de otros investigadores. Se ve que ambos valores son concordantes.

La variación entre  $\eta(0) = 0.3$  y  $1.0$  se presenta claramente en la misma.

Se puede decir que los valores obtenidos son parecidos a los recomendados por la International Electrotechnical Commission en el intervalo de  $\eta(0) = 0.1$  a  $0.6$ .

La figura 4.9 muestra la relación entre  $C_D(\theta)$  y la relación de solidez  $\eta(\theta)$  con ángulo de incidencia entre  $5^\circ$  y  $40^\circ$ . El valor constante de  $C_D(\theta) = 0.95$  es obtenido entre  $\eta(\theta) = 0.2$  a  $0.9$ .

La figura 4.10 muestra los resultados para un ángulo de incidencia de  $\theta = 45^\circ$  los cuales están comprendidos entre los de  $\theta = 5^\circ$  a  $40^\circ$  y los de  $\theta = 0^\circ$ .

#### Efectos de esquinas redondeadas

La figura 4.11 muestra el efecto del radio de esquinas en el  $C_D$  para modelos de esquinas redondeadas.

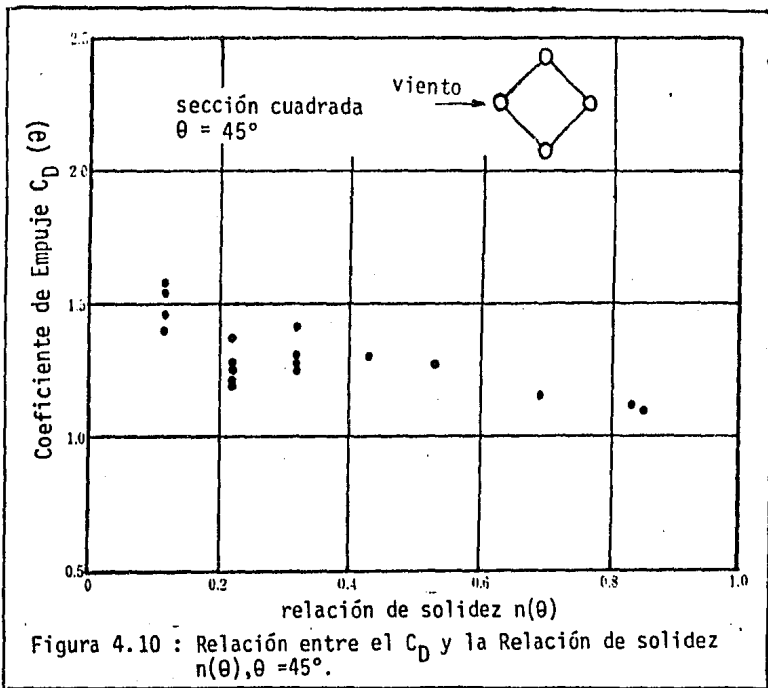
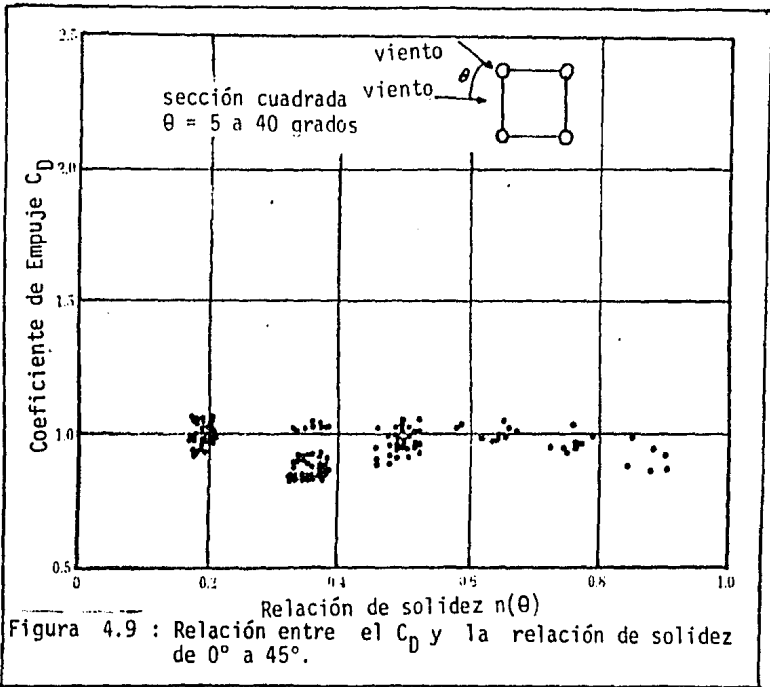
Los valores de  $C_D$  para los modelos K-1 y K-2 los cuales tienen la relación  $r/D$  de 0.11 a 0.13 se muestran en la misma figura.

El intervalo de valor de  $C_D$  indica el efecto del  $R_e$  de  $1 \times 10^5$  a  $6.5 \times 10^5$  y  $1 \times 10^5$  a  $6.9 \times 10^5$  respectivamente.

La sección cuadrada del modelo K-3 representa el caso en que el radio de las esquinas tiende a cero y el  $C_D(\theta = 0) = 2.05$ . Los valores de  $C_D$  tienen aquí cierta variación con respecto a  $R_e$  de acuerdo con los resultados experimentales de Nakaguchi.

#### 4.2.4 Conclusión de las pruebas japonesas

El valor de  $C_D$  para los modelos se reduce con el incremento de  $R_e = 5 \times 10^5$



cuando el diámetro de las columnas principales es mayor de 3.2 cm y la relación de solidez mayor de 0.4.

Los valores de  $C_D$  son mínimos para aquellos valores de relación de solidez grande y estos para sección cuadrada de esquinas redondas varía de acuerdo al radio de las esquinas.

El  $C_D$  obtenido comprende la relación existente entre el barlovento y sotavento así como la influencia de marcos laterales.

El valor de  $C_D$  es constante con respecto a relaciones de solidez de 5° a 40°.

Para la estimación de la carga del viento conviene seleccionar el  $C_D$  a través de las relaciones de solidez en este caso a través de las figuras 4.8, 4.9, 4.10 que divide a  $\eta$  en tres grupos de intervalos.

Cálculo de  $C_D$  para la torre

Características (Cap 2):

$$A(0) = 941.02 \text{ m}^2$$

$$A(45) = 1324.32 \text{ m}^2$$

$$A_n(0) = 205.72$$

$$A_n(45) = 360.07$$

$$\eta(0) = 0.22$$

$$\eta(45) = 0.27$$

$$D(0) = 0.254 \text{ m}$$

$$D(45) = 0.359 \text{ m (diámetro columnas principales)}$$

$$\text{Temperatura media (Cap III)} = 19.36^\circ\text{C}$$

$$\text{desviación estándar} = 3.10^\circ\text{C}$$

Cálculo de Re:

$$\text{si } v(t = 20^\circ\text{C}) = 1.613 \times 10^{-4} \text{ ft}^2/\text{s}$$

$$\text{y } v(t = 25^\circ\text{C}) = 1.662 \times 10^{-4} \text{ ft}^2/\text{s}$$

para  $t = 19.36^\circ\text{C}$  y por extrapolación

$$v(t = 19.36) = 1.607 \times 10^{-4} \text{ ft}^2/\text{s} \\ = 0.1493 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\text{Velocidad media (Cap III)} = 5.49 \text{ m/s}$$

$$\text{Como } R_e = VD/v$$

(4.9)

$$R_e(0^\circ) = 0.930 \times 10^5$$

$$R_e(45^\circ) = 1.316 \times 10^5$$

Coefficientes:

De acuerdo a la figura 4.6

$$C_D(0^\circ) = 1.75$$

Según la figura 4.7; aproximando  $\eta(0)$  al modelo B-2-a

$$C_D(0^\circ) = 1.55$$

$$C_D(45^\circ) = 1.20$$

De la figura 4.8

$$C_D(0^\circ) = 1.75$$

DE la gráfica 4.10

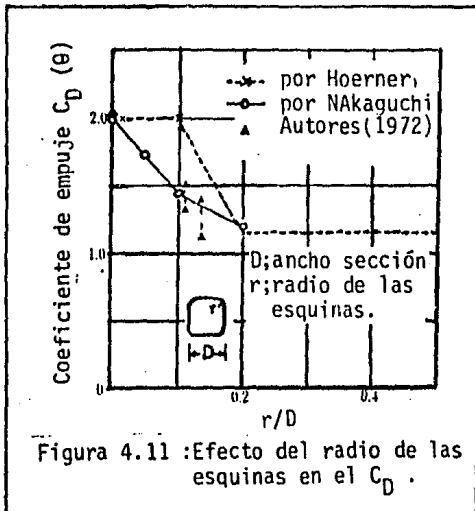
$$C_D(45^\circ) = 1.20$$

Las figuras 4.9 y 4.11 no son aplicables pero sirven para relacionar modelos con  $r/D = 0$  y circulares.

Así, se puede resumir la obtención de coeficientes de empuje para las direcciones a analizar en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5 : Coeficientes de Empuje		
Sección	$C_D(0^\circ)$	$C_D(45^\circ)$
4.1.1	3.08	2.20
4.1.2	3.28	3.02
4.1.3	3.17	3.05
4.2	1.68	1.20 *

\*Valor Promedio de Pruebas





## V - ANALISIS PARA DEFINIR LA MATRIZ DE RIGIDECES

### 5.1 Breve descripción del método de análisis matricial

Quando se resuelven las estructuras, para conocer desplazamientos y giros en primer término, y elementos mecánicos en las barras que las forman, y se considera comportamiento lineal de material debe resolver el siguiente sistema matricial de ecuaciones:

$$[K] \{\Delta\} = \{F\} \quad (5.1)$$

$K$  = matriz de rigidez de la estructura  
 $\Delta$  = vector de desplazamientos y giros considerados  
 $F$  = vector de carga aplicada

A continuación se describe como se forman  $\Delta$ ,  $K$  y  $F$  para una estructura situada en un marco de referencia bidimensional; el tratamiento es similar al que se realiza en el análisis en tres dimensiones con pequeños cambios.

#### 5.1.1 Estimación del orden del sistema de ecuaciones en base a los desplazamientos y giros considerados

En primer lugar es importante mencionar que de aquí en adelante se denota como "grado de libertad" tanto a una rotación o giro como a un desplazamiento en un nodo considerado.

Así pues el marco de la figura (5.1) se podrá resolver considerando diferentes grados de libertad. Si se observa la misma figura, en el primer caso (A), solo se consideran rotaciones en los nodos sin tomar en cuenta que existen desplazamientos laterales por flexión o desplazamientos verticales por acortamiento de las columnas. El caso (B), debido a la condición de carga lateral, habrá forzosamente un corrimiento  $\Delta$  de los nodos y debido a ello se marcan dos grados de libertad mas (1 y 3).<sup>H</sup> Finalmente en el caso (C) se muestra el caso más complejo de movimiento de nodos en el plano en el cual se toma en cuenta para todos los miembros flexión, cortante y fuerza normal.

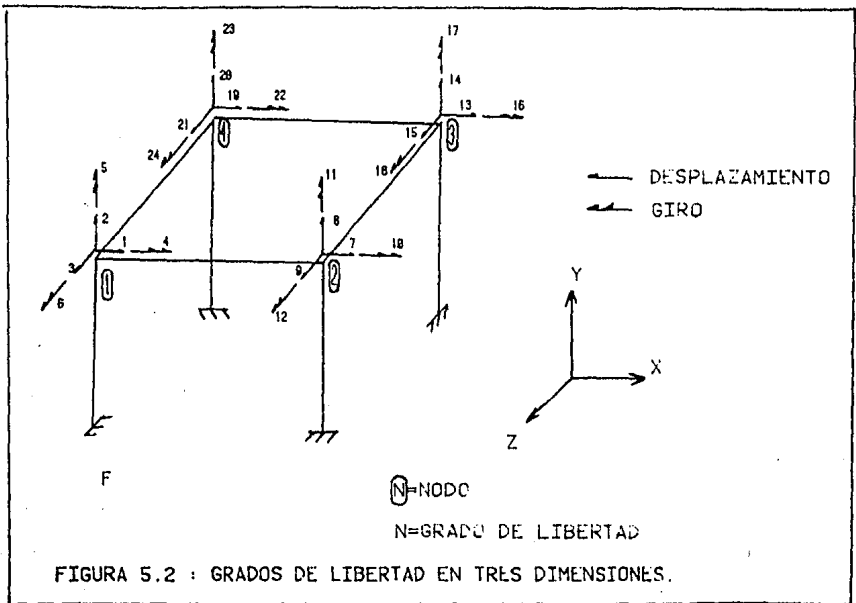
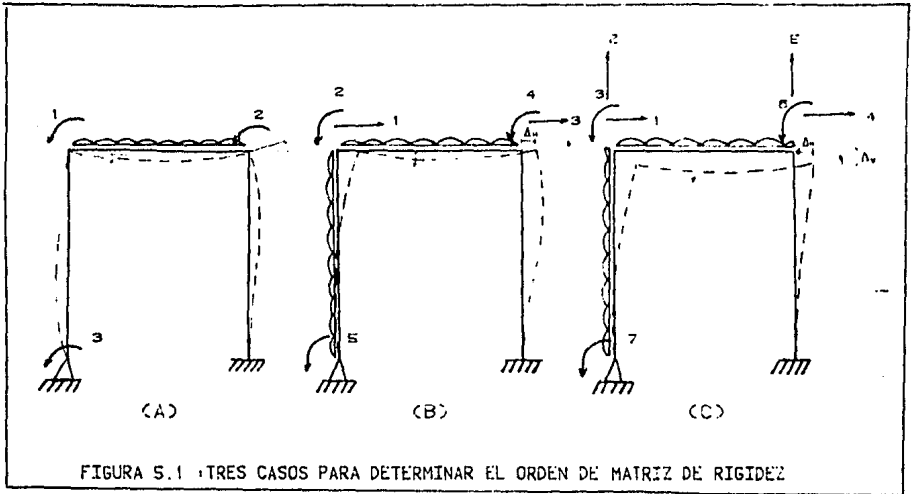
Para el caso tridimensional se tiene la condición más compleja, con seis grados de libertad por nodo (ver figura 5.2).

Para tener una idea del orden de las matrices de rigidez la figura (5.1) muestra matrices con órdenes de 3, 5 y 7; en la figura (5.2) el orden es 24. Es decir que el orden de la matriz de rigidez es igual al número de grados de libertad considerados.

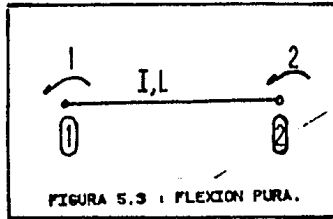
#### 5.1.2 Matriz de rigidez elemental

##### - Flexión pura

Si se aísla un elemento en el plano el cual se somete a flexión exclusivamente, la fig 5.3 muestra los grados de libertad considerados, y que de acuerdo a



5.1.1 posee una matriz de rigidez de orden 2.



Al aplicar un par unitario el nudo 1, el giro en 1 es

$$\psi_{11} = \frac{M L}{4EI} \quad (5.2)$$

y el giro en 2 producido en 1 es:

$$\psi_{12} = \psi_{11}/2 = \frac{M L}{2EI} \quad (5.3)$$

De acuerdo al teorema de Maxwell

$$\psi_{12} = \psi_{21} \quad (5.4)$$

y por lo tanto

$$\psi_{22} = 2\psi_{21} = \frac{M L}{4EI} \quad (5.5)$$

por otro lado la rigidez angular se define como

$$r = \frac{M}{\psi} \quad (5.6)$$

y para un momento unitario ( $M = 1$ )

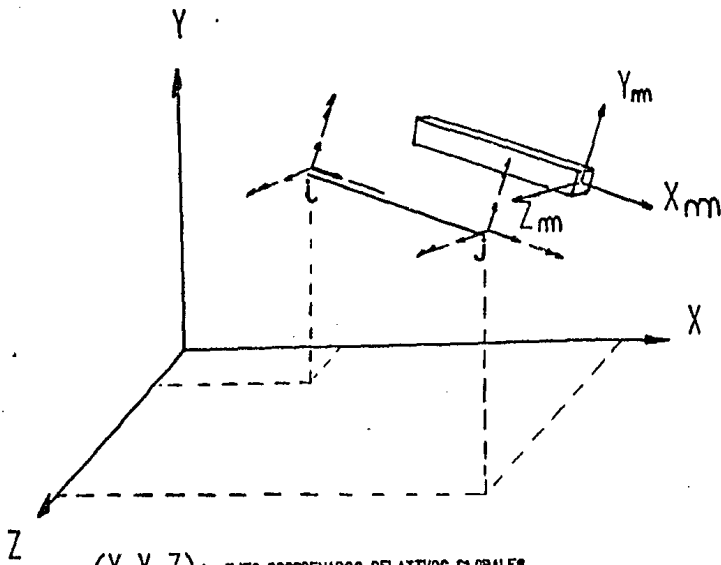
$$r = \frac{1}{\psi} \quad (5.7)$$

Por lo tanto la matriz de rigidez del elemento es

$$\{K\} = \begin{bmatrix} 4EI/L & 2EI/L \\ 2EI/L & 4EI/L \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

De la misma manera se obtienen las diferentes matrices para los casos de las figuras 5.4, 5.5 y 5.6, matrices que representan características geométricas y del material que se componen los elementos estructurales.





$(X, Y, Z)$ : EJES COORDENADOS RELATIVOS GLOBALES.

$(X_m, Y_m, Z_m)$ : EJES COORDENADOS DE ORIENTACION EN HIEMBROS.

$$\bar{k} = \begin{bmatrix}
 \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\
 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{GI}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI}{L} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 \\
 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 \\
 -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{GI}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI}{L} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 \\
 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} & 0
 \end{bmatrix}$$

EC. 6.11)

FIGURA 5.6 : MATRIZ ELEMENTAL PARA EL CASO TRIDIMENSIONAL.

donde se nota claramente que solo importa la orientación que se da a los elementos estructurales y el cero indica el grado de libertad restringido.

#### 5.1.4 Rotación de matrices elementales al sistema relativo global

Una matriz elemental representada por  $[\bar{k}]$  orientada en sus ejes particulares  $(X_m, Y_m, Z_m)$  se necesita rotar a ejes relativos globales  $(X, Y, Z)$  para hacer una generalización de la contribución de los elementos a cada diferente grado de libertad. Esto se realiza en el plano bidimensional fácilmente a través de

$$[k]^S = [\text{Rot}]^S [\bar{k}]^S \quad (5.12)$$

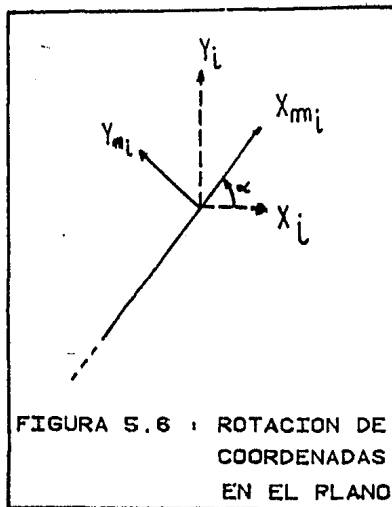
donde

$[k]^S$  = matriz del elemento  $i$  referida a ejes relativos globales

$[\text{Rot}]^S$  = matriz rotatoria la cual se obtiene con el ángulo de rotación que tenga el elemento  $[\bar{k}]^S$  con respecto al plano X-Y.

s - superíndice que denota a un elemento

En el capítulo 2 se define la forma de rotar elementos tridimensionales; para el caso bidimensional se define a partir de la figura (5.8).



de la cual las coordenadas  $X_i, Y_i$  se definen como

$$X_i = X_{m_i} \cos \alpha - Y_{m_i} \sin \alpha \quad (5.13)$$

$$Y_i = X_{m_i} \sin \alpha + Y_{m_i} \cos \alpha \quad (5.14)$$

$$Z_i = Z_j \quad (5.15)$$

que en términos matriciales es

$$[\text{Rot}] = \begin{bmatrix} C & -S & 0 \\ S & C & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

y la matriz rotatoria  $\text{Rot}_j$  para ser aplicable a una de rigidez es:

$$[\text{Rot}]^S = \begin{bmatrix} [\text{Rot}] & [0] \\ [0] & [\text{Rot}] \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

### 5.1.5 Acoplamiento de la matriz de rigidez del sistema

Para acoplar a la matriz de rigidez, en ella intervienen las matrices elementales a través de sus respectivos vectores de destino. Estos últimos marcan la posición columna-renglón de cada elemento de una matriz particular  $[k]$  en la matriz de rigidez general  $[K]$

La manera en que intervienen los vectores de destino se describe apoyándose en la figura (5.9):

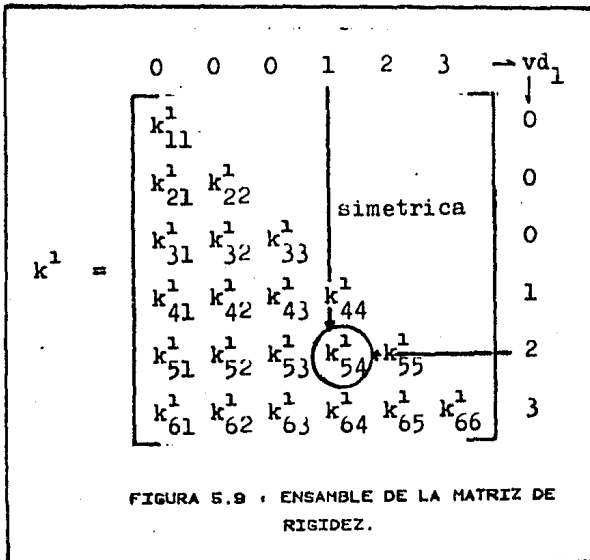


FIGURA 5.9 : ENSAMBLE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ.

Si se toma de la figura (5.7) el vector de destino de la barra uno lo situamos a éste como se muestra en la figura (5.9) sobre la matriz elemental correspondiente  $[K]_{1m}^1$ . Se tiene que la posición a que un elemento corresponde en la matriz de rigidez  $[K]$  va a ser dada por la intersección entre las diferentes posiciones de los números del vector de destino.

En las columnas y renglones que se tienen ceros no hay participación en el acoplamiento, es decir, para el ejemplo, los elementos  $k_{1m}^1, k_{2m}^1, k_{3m}^1, k_{11}^1, k_{12}^1, k_{13}^1$ , no participan dado que tienen al menos una posición cero. En el elemento  $k_{54}^1$  donde la intersección marcada con flechas es (1-2), la flecha vertical indica los renglones y la flecha horizontal las columnas en  $[K]$ , esto quiere decir que el elemento se debe acumular en el renglón 1 - columna 2 de la matriz de rigidez  $[K]$ , o sea:

$$K_{12} = k_{54}^1 + \dots \quad (5.18)$$

Así hasta acabar con los elementos o barras (recuérdese que para este ejemplo  $[K]$  es de orden ocho porque hay 8 grados de libertad).

Cuando se integra al elemento  $k_{ij}^2$ , el elemento  $K_{12}$  estaría completo porque:

$$K_{12} = k_{54}^1 + k_{21}^2 \quad (5.19)$$

Nota. Los superíndices  $k^S$  indican el número del elemento que se acopla;  
 $l$  = renglón;  $m$  = columna.

Con afán de ejemplificar más adecuadamente se dan los siguientes elementos de  $[K]$  acoplados.

$$K_{11} = k_{44}^1 + k_{11}^2 \quad (5.20)$$

$$K_{65} = k_{56}^1 + k_{56}^2 \quad (5.21)$$

$$K_{88} = k_{33}^3 \quad (5.22)$$

Se acostumbra acoplar en orden barra por barra

### 5.1.6 Formación del vector de carga $\{F\}$

El vector  $\{F\}$  se forma de manera similar que  $[K]$  también, a través de los vectores de destino correspondientes a cada barra. Intervienen dos casos:

- a) Cargas de empotramiento
- b) Cargas nodales

- a) Cargas de empotramiento

Son los correspondientes a las cargas aplicadas fuera de los nudos.

En primer lugar se obtienen los vectores  $\{\bar{F}\}$ , es decir referidos a ejes correspondientes a suponer a la barra que se esté tratando como empotrada en sus extremos, es decir como muestra la figura (5.10) donde el signo (-)  $\{\bar{F}\}$  indica que como los elementos  $-N_i, V_i, M_i, -N_j, V_j, -M_j$  son reacciones



calculadas y lo que se requiere es solucionar el sistema (5.1) de acciones externas sobre la estructura, solo se cambia signo a cada vector de carga de empotramiento.

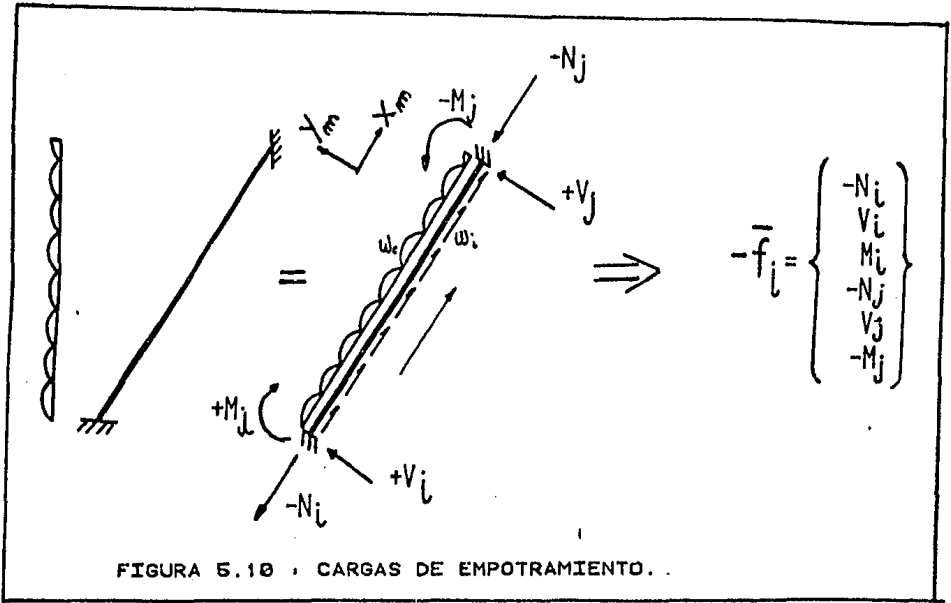


FIGURA 5.10 : CARGAS DE EMPOTRAMIENTO.

En segundo lugar se rota a ejes globales a través de:

$$\{f\}^S = [\text{Rot}]^S [\bar{f}]^S \quad (5.23)$$

donde la posición en que se sitúan los elementos de  $\{f\}$ , los marca directamente el vector de destino correspondiente; que ejemplificando con la barra dos de fig 5.7:

$$\{f\}^2 = \begin{Bmatrix} N_i \\ -V_i \\ -M_i \\ N_j \\ -V_j \\ M_j \end{Bmatrix} \begin{matrix} \longleftrightarrow \\ \longleftrightarrow \\ \longleftrightarrow \\ \longleftrightarrow \\ \longleftrightarrow \\ \longleftrightarrow \end{matrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{Bmatrix} = \{VD\}^2$$

En este caso, el término  $-V_i$  se agrega al renglón 2 del vector  $\{F\}$ , o sea:

$$F_2 = V_i + \dots \quad (5.24)$$

hasta terminar todos los  $\{f\}^S$

### b) Cargas nodales

Son aquellas que se aplican directamente a los nodos. Estas se refieren a los ejes globales y se suman directamente al vector de carga en su correspondiente grado de libertad donde se apliquen (renglón de  $\{F\}$ ).

Por ejemplo supóngase que en la figura (5.7) se aplica una carga de 10 ton en el nudo inicial (i) de la barra 2 en dirección (+)X y un momento de valor 20 T-m con signo positivo en el nudo final (j) de la misma barra, con ello se tiene que:

$$F_1 = + 10 + \text{Cargas en el empotramiento} \quad (5.25)$$

$$F_6 = + 20 + \text{Momentos de empotramiento} \quad (5.26)$$

### 5.1.7 Cálculo del vector de desplazamientos y giros producidos ( $\Delta$ )

Se obtiene resolviendo la ecuación (5.1)

### 5.1.8 Cálculo de elementos mecánicos hiperestáticos nodales

Se obtienen multiplicando los valores de  $\{\Delta\}$  correspondientes a los vectores de destino por la matriz elemental referida a ejes globales. Es decir:

$$\{f_H\}^S = [k]^S \{\delta\}^S \quad (5.27)$$

Para ilustrar este punto, en la figura (5.7) el vector  $\{\delta\}_1$ , barra uno es:

$$\{\delta\}_1 = (0, 0, 0, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3) \quad (5.28)$$

Si se requieren los elementos mecánicos de equilibrio o hiperestáticos referidos a ejes locales ( $X_m, Y_m, Z_m$ ) a través de:

$$\{\bar{f}_H\}^S = [Rot]^S \{f_H\}^S \quad (5.29)$$

Notación:

- $\{\Delta\}$  = vector de desplazamientos y giros de todo el sistema
- $\Delta_{ij}$  = elemento ij de
- $\{\delta\}_i$  = vector de desplazamientos y giros correspondiente a la barra i
- $\{\bar{x}\}$  = vector 'x' referido a ejes locales
- $\{x\}$  = vector 'x' referido a ejes globales

### 5.1.9 Elementos mecánicos de diseño $\{\bar{f}_D\}$

Se obtendrán sumando los elementos mecánicos de equilibrio o hiperestáticos más los de empotramiento, es decir:

$$\{\bar{f}_D\}^S = \{\bar{f}_H\}^S + \{\bar{f}\}^S \quad (5.30)$$

## 5.2 Cálculo de la matriz de rigidez de la torre

Para obtener la matriz de rigidez de la torre se aplican 9 cargas unitarias en los niveles que indica la figura (5.11), con los desplazamientos obtenidos en cada nivel por cada una de las cargas mencionadas se obtiene la matriz de flexibilidad de la torre, que de acuerdo al teorema de reciprocidad o ley de los desplazamientos recíprocos de Maxwell el desplazamiento  $\Delta_j$  en el punto l provocada por una fuerza  $P_j$  aplicada en y otra fuerza  $P_m$  aplicada en m está da-

$$\Delta_j = f_{lj} P_j + f_{lm} P_m \quad (5.31)$$

donde  $f_{lm}$  son coeficientes de flexibilidad y  $[F]$  es la matriz de flexibilidad simétrica, es decir:

$$f_{lm} = f_{ml} \quad (5.32)$$

Si:

$$[K] = [F]^{-1} \quad (5.33)$$

Así se deben obtener los coeficientes  $f_{lm}$  para cargas unitarias en cada nivel.

Dada la simetría de la torre se obtiene que los desplazamientos producidos por cargas aplicadas en dirección cero grados, como en la figura (5.11) son iguales a los producidos por cargas aplicadas a 45°. Por lo tanto se obtiene una matriz de rigidez para 0° y 45° a la vez.

Se ilustra en la misma figura (5.11) la aplicación de una carga unitaria en el nivel 6 a 111.300 m desde los apoyos empotrados. Se muestran los coeficientes de flexibilidad que son iguales a los desplazamientos producidos debido a:

$$[\Delta]_{lm} = [F]_{lm} [P]_{jm} \quad (5.34)$$

como  $\{P\} = 1$

$$[F]_{lm} = [\Delta]_{lm} \quad (5.35)$$

De esta manera se procedió a calcular los 81 coeficientes de flexibilidad para la matriz de flexibilidad para las direcciones mencionadas.

El cálculo se realizó con el programa de estructuras espaciales [5] desarrollado en el Instituto de Ingeniería. Debido a la gran cantidad de datos que arroja el programa no se presentan listados.

La matriz de flexibilidad y su correspondiente de rigidez se muestran a continuación en las tablas 5.1 y 5.2.

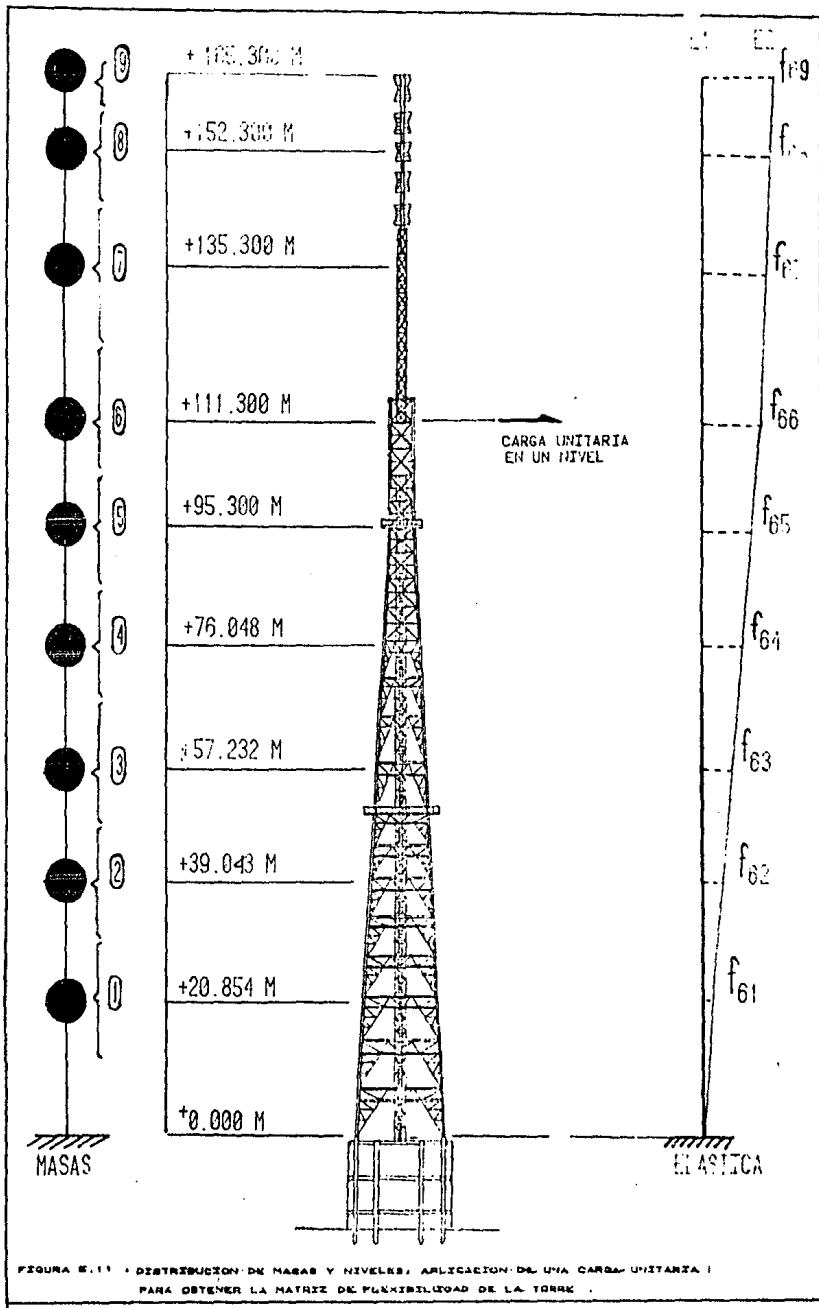


FIGURA 5.11 - DISTRIBUCION DE MASAS Y NIVELES; APLICACION DE UNA CARGA UNITARIA I PARA OBTENER LA MATRIZ DE FLEXIBILIDAD DE LA TORRE .

MATRIZ DE FLEXIBILIDAD cm/T								
0.306E-1	0.270E-1	0.233E-1	0.195E-1	0.156E-1	0.123E-1	0.743E-2	0.397E-2	0.132E-2
0.270E-1	0.597E-1	0.609E-1	0.621E-1	0.633E-1	0.622E-1	0.687E-1	0.668E-1	0.676E-1
0.233E-1	0.609E-1	0.1226	0.1386	0.1549	0.1685	0.1888	0.2032	0.2142
0.195E-1	0.621E-1	0.1386	0.2507	0.3038	0.3478	0.4138	0.4605	0.4962
0.156E-1	0.633E-1	0.1549	0.3038	0.5000	0.6600	0.8992	0.106E+1	0.119E+1
0.123E-1	0.622E-1	0.1685	0.3478	0.6600	1.043	1.622	2.031	2.344
0.743E-2	0.657E-1	0.1888	0.4138	0.8992	1.622	5.892	10.302	13.675
0.397E-2	0.668E-1	0.2032	0.4605	0.106E+1	2.031	10.302	24.115	36.8
0.132E-2	0.676E-1	0.2142	0.4962	0.119E+1	2.344	13.675	36.8	64.6

TABLA 5.1

MATRIZ DE RIGIDEZ.T/m								
5572.0	-2863.0	163.0	35.0	181.0	-58.0	10.0	-3.8	0.7
-2863.0	4948.0	-2062.0	116.0	-39.0	107.0	-18.0	6.7	-1.5
163.0	-2062.0	3368.0	-1579.0	220.0	-43.0	7.7	-3.0	0.5
35.0	116.0	-1579.0	3031.0	-2195.0	629.0	-2.3	0.0	0.0
181.0	-89.0	220.0	-2195.0	3414.0	-1561.0	88.0	-24.7	4.8
-58.0	107.0	-43.0	629.0	-1561.0	1059.0	-183.0	67.0	-14.0
10.0	-18.0	7.7	-2.3	88.0	-183.0	175.0	-110.0	30.6
-3.8	6.7	-3.0	0.0	-24.7	67.0	-110.0	108.0	-40.1
0.7	-1.5	0.5	0.0	4.8	-14.0	30.6	-40.1	18.3

TABLA 5.2

## VI - RESPUESTA DINAMICA DE LA TORRE

### 6.1 Modelo matemático para la torre

Aquellas estructuras en las cuales su dimensión dominante es la altura (más de 5 veces el ancho) se designan como torres. Funcionan como puestos de observación y/o transmisión. En el segundo caso se debe tener un cuidado especial en el control de los desplazamientos ocasionados por vibración ya que los efectos pueden causar distorsión en los mensajes transmitidos; es éste el objetivo principal del presente capítulo.

Para realizar un estudio dinámico de la estructura se acostumbra representar al sistema estructural a través de modelos aproximados, los cuales consisten en:

- Idealizar la estructura como un sistema discretizado de masas puntuales conectadas elásticamente
- Idealizar la estructura como un cantilever vertical de sección transversal constante, variable o mixta
- Idealizar a la estructura como una armadura espacial o como un cilindro de revolución, dependiendo de su geometría.

En este trabajo se acude al primer modelo matemático descrito y de acuerdo a los datos del capítulo II el sistema se discretiza en los 9 niveles que se emplearon para definir la matriz de rigidez, figura (5.11).

Del mismo capítulo II se extrae la tabla 6.1 que indica las propiedades de la torre. En la figura (5.11) también se indica la forma de concentrar las masas.

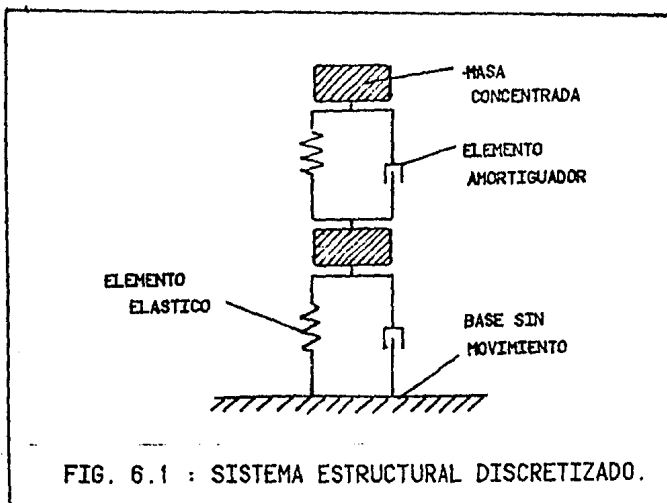


Tabla 6.1 : Propiedades de la torre.

Masa	Niveles y conceptos que intervienen	Area $m^2$ ( 0° )	Area $m^2$ ( 45° )	Peso ( Ton )	Masa $(T-s^2)/m$
1	$2n/2 + 3n + 4n + 5n/2$ + 10.042 mdtc	$35.93 + 3.51 =$ 39.44	$64.41 + 5.64 =$ 70.05	$46.20 + 1.89 =$ 48.09	4.90
2	$5n/2 + 6n + 7n + 8n/2$ + 16.503 mdtc	$28.44 + 5.78 =$ 34.22	$51.31 + 9.27 =$ 60.58	$35.20 + 1.55 =$ 36.75	3.75
3	$8n/2 + 9n + 10n + 11n/2$ + 20.580 mdtc	$30.14 + 7.20 =$ 37.34	$57.14 + 11.56 =$ 68.70	$33.89 + 1.94 =$ 35.83	3.65
4	$11n/2 + 12n + 13n + 14n$ + 19.576 mdtc	$23.59 + 6.85 =$ 30.44	$45.20 + 11.00 =$ 56.20	$21.69 + 1.84 =$ 23.53	2.40
5	$15n + 16n + 17n + 18n$ + 16.298 mdtc	$18.19 + 5.70 =$ 23.89	$34.53 + 9.16 =$ 43.69	$13.15 + 1.53 =$ 14.68	1.50
6	$19n + 20n + 21n +$ 12 mdtI (6 pzas.)	$14.29 + 3.72 =$ 18.01	$25.68 + 7.38 =$ 33.06	$10.24 + 7.20 =$ 17.44	1.78
7	18 mdtI (9 pzas.) + 8.5 mdAt	$5.68 + 5.10 =$ 10.68	$11.00 + 5.10 =$ 16.10	$10.80 + 2.00 =$ 12.80	1.31
8	13.00 mdAt	7.80	7.80	3.09	0.30
9	6.50 mdAt	3.90	3.90	1.54	0.16

Notas : n=nivel; mdtc=metros de torre central; mdtI=metros de torre Inferior;  
mdAt= metros de antena superior tubular



## 6.2 Principios de dinámica estructural

Para obtener las características dinámicas de un sistema discretizado como en la figura (6.1) en el cual interviene la fuerza de inercia (masa x aceleración), la fuerza de rigidez y la de amortiguamiento cuando estos dos últimos se suponen proporcionales a los desplazamientos y velocidades de las masas respecto a su base, se puede utilizar el principio de D'Alambert, el cual dice:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (6.1)$$

donde:

$m$  = masa

$c$  = amortiguamiento estructural

$k$  = rigidez

$x, \dot{x}, \ddot{x}$  = desplazamiento, velocidad y aceleración dependientes del tiempo

Para resolver la ec 6.1 en términos matriciales, generalmente se considera el caso en que el amortiguamiento estructural no existe y no hay movimiento del terreno.

Con ello la expresión anterior se vuelve:

$$[M]\ddot{x} + [K] \dot{x} = 0 \quad (6.2)$$

Además, por considerarse los desplazamientos se pueden expresar como el producto de una función de la posición masa considerada por una función del tiempo, es decir:

$$x(t) = A \text{ sen } w(t) \quad (6.3)$$

En la cual  $A$  no depende del tiempo y se le llama vector de forma del modo y en  $w(t)$  muestra la evolución en el tiempo. Además los modos de vibración que satisfacen tal ecuación tienen movimiento armónico simple con período natural de:

$$T = \frac{2\pi}{w} \quad (6.4)$$

siendo  $w$  la frecuencia natural circular.

De esta manera, a través de manejos matemáticos se llega a que la ecuación (6.3) se vuelve:

$$([K] - w^2 [M]) A = 0 \quad (6.5)$$

que es un sistema lineal de ecuaciones homogéneo donde, para que  $A \neq 0$ , el determinante siguiente se debe anular, o sea:

$$|[K] - w^2 [M]| = 0 \quad (6.6)$$

De este determinante se obtiene su polinomio característico de grado  $n$

(n = número de masas) cuya incógnita es  $w^2$  con n posibles soluciones positivas y reales de las cuales, la menor se llama frecuencia fundamental de la estructura.

De esta manera, sustituyendo cada diferente valor de  $w^2$  en la ecuación (6.5) se pueden encontrar los n vectores característicos resolviendo n sistemas de ecuaciones con incógnitas  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ , los cuales son los modos de vibración de la estructura. Tales vectores muestran ortogonalidad respecto a la matriz de masa y rigidez, es decir:

$$A^T [M] A = 0 \quad (6.7)$$

$$A^T [K] A = 0 \quad (6.8)$$

Este método es básico, pero en la referencia [4] se muestran los métodos simplificados.

### 6.3 Análisis de los efectos ocasionados por la turbulencia del viento

En el capítulo primero se dice que los principales efectos dinámicos en estructuras esbeltas y ligeras son provocadas por el viento a través de las ráfagas, debido a que estas son liberaciones de energía en un intervalo corto de tiempo que incrementan la velocidad del viento en diversos puntos y por tanto el empuje total en toda la estructura durante el intervalo de tiempo que dura dicho fenómeno.

De aquí viene la separación de efectos: Estáticos y dinámicos. Los primeros son los que van a provocar la velocidad media del viento promediada en un aceptable intervalo de tiempo y de registros confiables de campo. Los segundos causados por el aumento instantáneo de la velocidad del viento a través del tiempo, es decir, el efecto de turbulencia.

Para tomar en cuenta dicho fenómeno, se acostumbra emplear factores de ráfaga o bien factores de seguridad para diversos tipos de estructuras; este trabajo muestra los resultados de una simulación del viento tan aleatoria como lo es el viento mismo por naturaleza. Para lograr tal efecto se debe conocer que la velocidad del viento en un punto se compone de la acción combinada de las ráfagas grandes y las ráfagas pequeñas sumadas a la velocidad media, es decir

$$V_{ZT_i} = V_{Z_i} + V_{R_i} \quad (6.9)$$

$$V_{R_i} = V_{RG_i} + V_{RP_i} \quad (6.10)$$

donde

$V_{ZT_i}$  = velocidad longitudinal total del viento

$V_{Z_i}$  = velocidad media en el punto i

$V_{R_i}$  = vector de velocidad que representa la acción turbulenta del viento con valor medio nulo

$V_{RG_i}$  = representa las ráfagas grandes  
 $V_{RP_i}$  = representa las ráfagas pequeñas

Así pues para calcular la velocidad total se sigue la siguiente secuencia

- a) Obtención de velocidad media en cada masa
- b) Generación de ráfagas grandes ( $V_{RG_i}$ ) como procesos de variancia unitaria con alta correlación
- c) Generación de ráfagas pequeñas ( $V_{RP_i}$ ) como procesos estocásticos poco correlacionados y de menor extensión espacial.
- d) Obtención del viento final sumando las tres velocidades anteriores en cada instante.

A través de ello se generan vientos que se asemejan al espectro de turbulencia que corresponda al espectro de turbulencia que corresponda a la acción de ráfagas y su frecuencia estará relacionada al período natural de la estructura ref [20] . Esta simulación se lleva a cabo usando un programa en lenguaje Fortran, que se encuentra en una cinta del Instituto de Ingeniería, UNAM, bajo el nombre de Análisis/de/ turbulencias; el simulacro a través del programa se logra dando una semilla inicial, en cada masa del sistema estructural, para así generar números aleatorios con distribución de probabilidad semejante a la que tendría el viento en un determinado lugar (campo abierto, terreno rugoso, etc), ref [20] .

Una vez generados los números aleatorios se ajustan a valores de velocidad del viento a través de filtros numéricos tanto para ráfagas grandes como para pequeñas; estos filtros numéricos se pueden consultar en la referencia [2] .

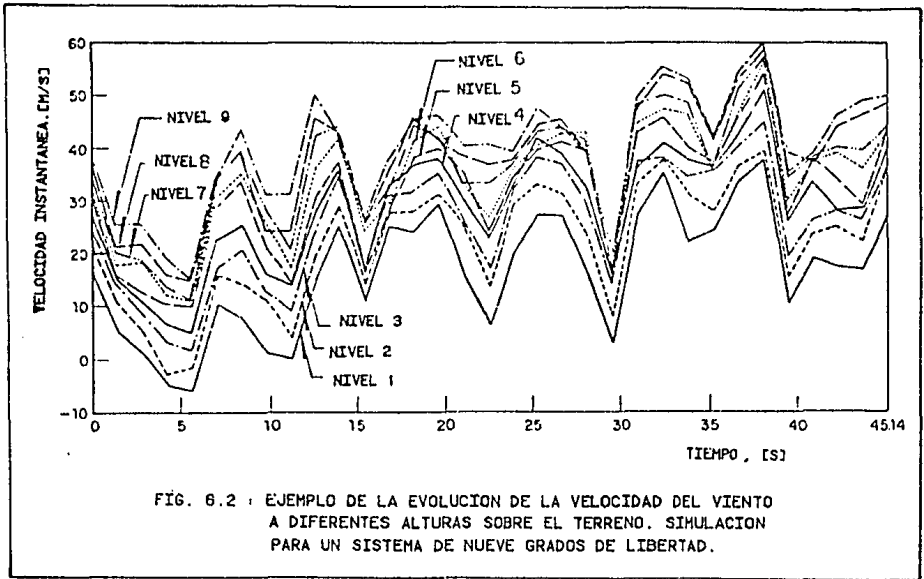
Las propiedades físicas que hay que tomar en cuenta para poder reproducir matemáticamente el fenómeno turbulento del viento en un lugar:

- a) Estado de estabilidad de la atmósfera; del cual se selecciona la velocidad de diseño
- b) Rugosidad del terreno (en la bibliografía consultada se muestran valores que van desde 0.005 en terreno libre de obstáculos a 0.05 en terreno rugoso)
- c) Espectro de turbulencia a diferentes alturas (se simulan procesos para cada masa)
- d) Datos estadísticos del viento. Para definir la velocidad media asociada a un período de retorno. En este caso como los datos más elaborados son los ingleses estos se toman en cuenta para análisis.

En la figura (6.2) se muestra una simulación del viento graficada para el sistema de 9 masas.

En la figura (6.3) se muestra la representación de las velocidades instantáneas simuladas para diferentes alturas.

En la fig (6.4) se muestra la secuencia anterior gráficamente



Una vez obtenidas las velocidades de viento totales se puede calcular las fuerzas que provoca el viento en cada masa, a través de:

$$F_{Di} = \frac{1}{2} \rho C_{Dd} A_i V_{ZT_i}^2 \quad (6.11)$$

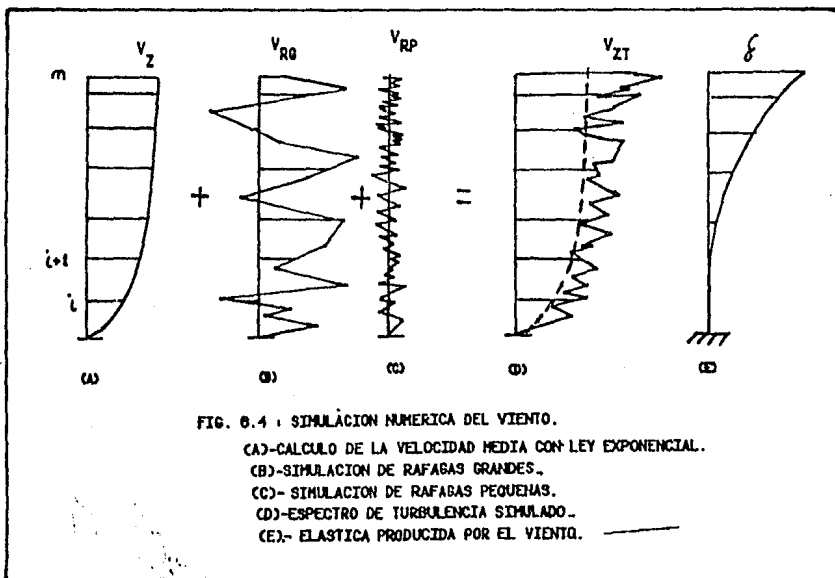
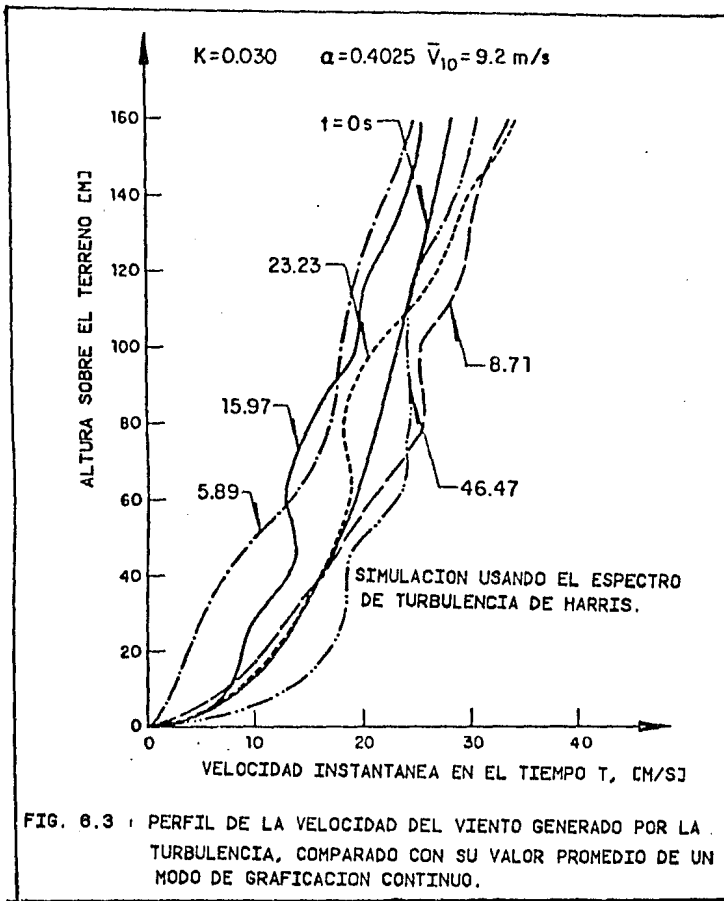
donde  $C_{Dd}$  es el coeficiente de presión dinámica que se define como:

$$C_{Dd} = \sqrt{x_a^2} C_D \quad (6.12)$$

donde  $x_a^2$  es el coeficiente de admitancia aerodinámica que obtenido a través de investigaciones de campo puede definirse empíricamente como:

$$x_a^2 = \frac{1}{1 + \left[ \frac{2VA}{10V_{10}} \right]^4} \quad (6.13)$$

de esta manera se obtiene la fuerza en el primer instante de simulación; para los siguientes, con el desplazamiento anterior se calcula la velocidad y aceleración iniciales de las masas y la nueva fuerza incluye efectos de empuje, velocidad y aceleración. Así se simulan 15 instantes de tiempo de los



cuales se selecciona el más desfavorable para analizar los elementos mecánicos producidos por el viento.

#### 6.4 Consideraciones para analizar la torre

##### A) Velocidades de diseño

Se toman en cuenta 2 velocidades de análisis. Velocidad en condiciones normales de operación y velocidad para diseño que marca el reglamento inglés para período de retorno de 50 años.

##### A.1) Velocidad en condiciones normales de operación

Esta velocidad se estima a través de las mediciones de campo del capítulo III. De tal manera, en las figuras (3.1 a 3.7) se observa que a medida que se incrementa el tiempo de observación la velocidad media decrece. Esta velocidad interesa conocerla para establecer el comportamiento de la torre en condiciones normales de operación. Para tal efecto se considera la máxima velocidad de viento registrada la cual corresponde a la figura (3.5) de donde:

$$V_A(H = 56.2) = 11.05 \text{ m/s}$$

$$V_B(H = 112.8) = 11.40 \text{ m/s}$$

que aplicando la ecuación (3.2) se obtiene

$$V_{A10} = 8.92 \text{ m/s}$$

$$V_{B10} = 8.45 \text{ m/s}$$

de la cual se selecciona la registrada en la estación A con valor de 9 m/s

##### A.2) Velocidad de diseño con período de retorno de 50 años. Reglamento inglés

Ahora se considera el caso para el cual se presenta una velocidad máxima; (la cual se define como aquella velocidad que ocurrió en el pasado durante un período de retorno T, determinada de observaciones meteorológicas de la zona).

Tomando como base el criterio inglés que marca una velocidad de 28 m/s a 10 m de altura sobre el terreno libre observada en 3 s y con período de retorno de 50 años. Se interpola tal valor para un tiempo de observación de 15 s. Además se considera el caso IV de rugosidad ya que la torre se localiza en el centro de una ciudad.

Utilizando la tabla (3.3) con lo cual:

Para centro de ciudad

$$Y = 25 \text{ m}$$

$$E = 35 \text{ m} = H \text{ (velocidad de diseño)}$$

$$\frac{V_{E3}}{V_{10,3}} = 0.94$$

$$\frac{V_{ET}}{V_{E3}} = 0.90$$

$$\alpha = 0.115$$

Si la velocidad a 10 metros de altura observada en un intervalo de tiempo de 3 s, según el reglamento inglés es de  $V_{10,3} = 28 \text{ m/s}$ , para centro de ciudad; entonces la velocidad de diseño para el caso que se pretende es:

$$V_{35,15} = S_2 V_{10,3} \quad (6.14)$$

según ecuación (3.4)

$$S_2 = (0.90)(0.94)\left(\frac{35 - 35}{10}\right) \cdot 115 = 0.846$$

$$V_{35,15} = .846(28) = \underline{23.688 \text{ m/s}}$$

B) Índices de turbulencia

B.1) Para el análisis a velocidad en condiciones normales de operación:

$$\alpha = 0.1237$$

que resulta del capítulo 3.

B.2) Para el análisis a velocidad máxima para centro de ciudades; del Reglamento Inglés:

$$\alpha = 0.115$$

C) Coeficiente de empuje

Son los que definen las pruebas japonesas del capítulo 4.

$$C_D(0^\circ) = 1.62$$

$$C_D(45^\circ) = 1.15$$

D) Propiedades estructurales

El área expuesta para ambas direcciones, las respectivas masas discretizadas se dan en la tabla 6.1

E) Densidad del aire

$$\rho = 0.143856 \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^3}$$

para condiciones de alta contaminación (misma que recomienda el R.D.F.)

F) Amortiguamiento estructural

Según la ref [14]

en primer modo de vibración  $\xi = 1.0\%$   
 en segundo modo de vibración  $\xi = 0.8\%$

### 6.5 Resultados

En primer lugar en la tabla (6.2) se muestran los vectores característicos o de forma de modo y en la figura (6.5) se grafican a escala.

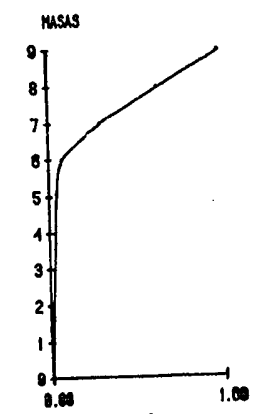
Los períodos naturales y frecuencias naturales circulares se muestran en la tabla (6.3).

Los resultados anteriores son válidos para ambas direcciones porque la matriz de rigidez es la misma.

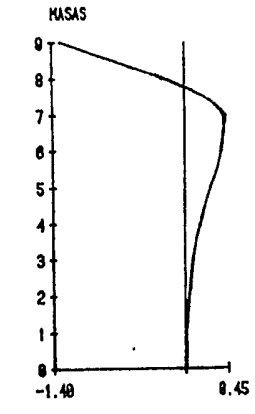
En cuanto a la simulación del viento, el programa genera 15 diferentes instantes de viento, así pues en la tabla (6.4) se transcriben las velocidades del viento totales más desfavorables para ambas direcciones y a velocidad de diseño y en condiciones normales de operación, en esa misma tabla se muestran los desplazamientos correspondientes

Tabla 6.2 : Vectores Característicos de Modo o de Forma ( A ) en metros				
Modo : 1	Modo : 2	Modo : 3	Modo : 4	Modo : 5
0.996E-3	0.984E-2	0.373E-1	0.130E+0	0.177E+0
0.573E-2	0.360E-1	0.934E-1	0.226E+0	0.180E+0
0.154E-1	0.852E-1	0.177E+0	0.271E+0	0.133E-1
0.324E-1	0.159E+0	0.261E+0	0.164E+0	-.224E+0
0.672E-1	0.267E+0	0.289E+0	-.108E+0	-.155E+0
0.118E+0	0.390E+0	0.250E+0	-.407E+0	0.965E-1
0.467E+0	0.440E+0	-.462E+0	0.104E+0	0.238E+0
0.100E+1	-.239E+0	-.238E+0	0.364E+0	-.111E+1
0.155E+1	-.132E+1	0.997E+0	-.472E+0	0.826E+0
Modo : 6	Modo : 7	Modo : 8	Modo : 9	
0.201E+0	-.234E+0	-.241E+0	0.228E-1	
0.156E+0	0.162E-1	0.382E+0	-.443E-1	
-.764E-1	0.333E+0	-.197E+0	0.815E-1	
-.249E+0	-.281E+0	0.595E-2	-.321E+0	
-.224E-1	-.214E+0	0.133E+0	0.637E+0	
0.287E+0	0.184E+0	-.580E-1	-.252E+0	
-.268E+0	-.476E-1	0.496E-2	0.253E-1	
0.906E+0	0.101E+0	-.774E-2	-.395E-1	
-.611E+0	-.556E-1	0.352E-2	0.175E-1	

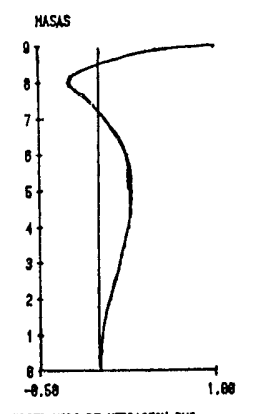




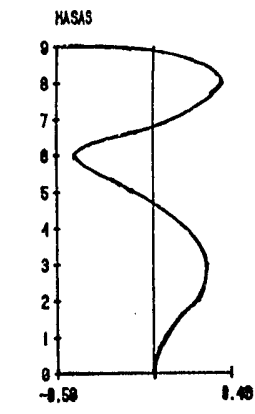
PRIMER MODO DE VIBRACION [M]



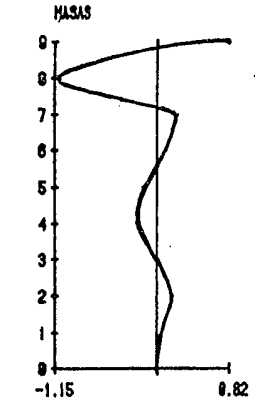
SEGUNDO MODO DE VIBRACION [M]



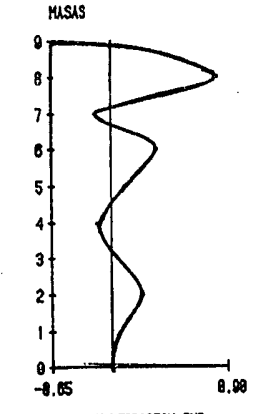
TERCER MODO DE VIBRACION [M]



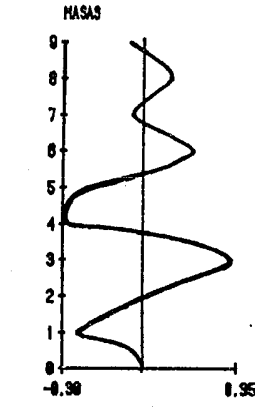
CUARTO MODO DE VIBRACION [M]



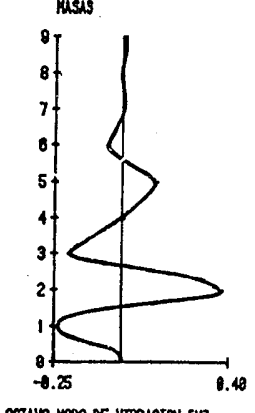
QUINTO MODO DE VIBRACION [M]



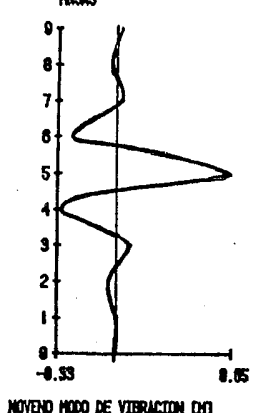
SEXTO MODO DE VIBRACION [M]



SEPTIMO MODO DE VIBRACION [M]



OCTAVO MODO DE VIBRACION [M]



NOVENO MODO DE VIBRACION [M]

FIG. 6.5 : CONFIGURACIONES MODALES, [M]

Modo	W (ciclos/s)	T (s)
1	0.2102E+1	0.2988E+1
2	0.5095E+1	0.1233E+1
3	0.8648E+1	0.7264E+0
4	0.1431E+2	0.4389E+0
5	0.2248E+2	0.2793E+0
6	0.2516E+2	0.2496E+0
7	0.3439E+2	0.1827E+0
8	0.4545E+2	0.1382E+0
9	0.5878E+2	0.1068E+0

## 6.6 Aplicación del R.D.F.

Citando el manual de diseño por viento del D.F., el efecto de la turbulencia en estructuras semejantes se toma en cuenta de la siguiente manera:

Se clasifican las estructuras en cuatro grupos:

- a) Estructuras resistentes al viento; con las características siguientes: relación de esbeltez y altura baja. (En el manual alemán indica una separación estructuras esbeltas y cortas a través de la relación  $H/L = 5$  y en el RDF adiciona  $H < 60$  m para estructura baja) con períodos de vibración bajos ( $T < 2$  s), estructuras cerradas y con sistema estructural rígido.
- b) Estructuras esbeltas y/o altas con períodos naturales de vibración mayores de 2 s.
- c) Estructuras que generan vortices transversales como son las formas cilíndricas y esbeltas (tuberías, silos, chimeneas).
- d) Estructuras especiales.

Para las estructuras tipo a) existe una gran gama de coeficientes de empuje estáticos, es decir relacionados a la velocidad media del viento, la cual es 22.2 m/s y 30.5 m/s a una altura de 10 m, la mayor para promontorios. Es decir, toda una serie de consideraciones para realizar el análisis por viento.

Para el caso que se estudia en este trabajo, se indica un coeficiente de empuje de 0.7 o el que se justifique de pruebas experimentales, y para considerar los efectos dinámicos incrementar en un 30% la velocidad de diseño especificada en el párrafo anterior. Este incremento es el llamado factor de ráfaga que se puede comparar con el análisis que se realiza en este trabajo.

En este sentido el reglamento marca lo siguiente:

Tabla 6.4 : Velocidades del viento totales ( $V_{zt}$ ) correspondientes a los desplazamientos máximos y valores promedio de la simulación a través del tiempo.

Caso	Dirección	$V_{zt}$	D 1	$V_{zt}$	D 2	$V_{zt}$	D 3	$V_{zt}$	D 4	$V_{zt}$	D 5	$V_{zt}$	D 6	$V_{zt}$	D 7	$V_{zt}$	D 8	$V_{zt}$	D 9
A	0°	16.04	.0006	16.5	.0033	15.6	.0090	15.0	.0186	15.1	.0380	17.4	.0663	14.1	.2700	10.0	.617	9.6	.987
A	45°	16.04	.0007	16.5	.0038	15.6	.0102	15.0	.0213	15.1	.0436	17.4	.0760	14.1	.3090	10.0	.703	9.6	1.13
B	0°	40.42	.0054	43.0	.0290	40.1	.0775	38.7	.160	38.4	.328	45.5	.574	37.6	2.35	25.7	5.35	23.8	8.55
B	45°	40.42	.0063	43.0	.0348	40.1	.0933	38.7	.194	38.7	.398	45.5	.696	37.6	2.84	25.7	6.45	23.8	10.3
C	0°	9.85	.0004	10.6	.0018	11.1	.0046	11.5	.0094	11.9	.0188	12.1	.0322	12.4	.124	12.6	.277	12.7	.438
C	45°	9.85	.0004	10.6	.0020	11.1	.0052	11.5	.0108	11.9	.0216	12.1	.0370	12.4	.142	12.6	.316	12.7	.500
D	0°	25.76	.0032	27.6	.0152	28.9	.0394	29.9	.0804	30.7	.16	31.2	.275	31.9	1.06	32.4	2.37	32.7	3.76
D	45°	25.76	.0035	27.6	.0181	28.9	.0474	29.9	.0975	30.7	.195	31.2	.334	31.9	1.29	32.3	2.87	32.7	4.53

Notas :

A.- Vel. baja o en condiciones normales de operación (9 m/s).

B.- Vel. alta o de diseño (T= 50 años, R. Inglés).

C.- Valores promedio de simulación (Vel. baja)

D.- Valores promedio de simulación (Vel. alta)

Recuerdese que A y B son espectros instantaneos, mientras que C y D son promedios, por ello los primeros no son crecientes. Los desplazamientos en metros y las velocidades del viento en m/s.

$\alpha = 0.35$  para centro de ciudad (art 253)

$V_{10} = 22.22$  m/s

Factor de ráfaga = 1.30 (art.: 257)

$V_{\text{DISEÑO}} = 28.886$  m/s

$C_D = 0.70$  (art.: 255)

y según art 252

$$F = 0.0055 C_D V^2 A \quad (6.15)$$

y utilizando la expresión (3.2), también del RDF:

$$V_z = 28.89 \left(\frac{z}{10}\right)^{0.35} \quad (6.16)$$

se obtienen los valores de la tabla (6.5) en la cual se analiza la torre en dos direcciones similares. Los desplazamientos se calculan con la matriz de flexibilidad y los valores de áreas se dan en la tabla (6.1).

## 6.7 Amplitud de vibración aceptable

Cuando la vibración se presenta por períodos largos de tiempo, como es el caso cuando interactúa el viento, se consideran a las cargas como cargas de fatiga. En algunas normas, como las Checoslovacas; ref [13], se considera que el efecto de fatiga se debe controlar a base de no permitir amplitudes grandes.

Para el caso de antenas de transmisión si se presentan vibraciones excesivas habrá inclinaciones importantes en la antena transmisora y por tanto distorsiones de las señales enviadas. La magnitud de tales perturbaciones depende de la frecuencia de transmisión y el período natural de vibración de la antena; en especial en antenas transmisoras de ondas de televisión los requerimientos deben ser mayores.

Para combatir este problema se permite que el exceso de inclinación sea excedido en un 1% del tiempo de transmisión, razonamiento que es de gran validez ya que la velocidad máxima suele presentarse esporádicamente. A veces se afecta la velocidad máxima con factores de 2 ó 3 y así los esfuerzos y deformaciones decrecerán con el cuadrado de la velocidad del viento. Estos criterios pueden ser aplicables al caso de vibraciones producidas por la turbulencia del viento, en tales casos las velocidades que provocan resonancia son generalmente velocidades bajas que se presentan más usualmente y que por tanto deberán ser consideradas. Esto no significa que a una estructura, que cuando sople el viento durante un largo tiempo uniformemente se deberá prever la posibilidad de que se presente vibración lateral.

Según la referencia [13], estudios realizados en Praga, en 1967, reportan la siguiente inclinación permisible en dirección vertical para tales estructuras, en base a la cual se revisa en el capítulo 8 el comportamiento de la torre.

A) El máximo período natural de vibración debe ser:

$$T_0 \leq 5.8 \text{ s} \quad (6.17)$$

B) La máxima inclinación vertical bajo efectos dinámicos debe ser:

$$\alpha \leq 4.5 \frac{\lambda}{l} T_0 \quad (6.18)$$

C) Se debe cumplir que durante el 99.9% del tiempo total de transmisión el ángulo del tiempo total de transmisión el ángulo de inclinación vertical sea:

$$\alpha \leq 20^\circ \frac{\lambda}{l} \quad (6.19)$$

donde

- $\lambda$  = longitud de onda de la señal transmitida
- $l$  = altura de la antena desde los apoyos 166 m
- $T_0$  = período natural de vibración

de la sección 6.5 y sabiendo que la frecuencia de transmisión de una torre de televisión oscila entre 50 y 75 Megahertz y las ondas se propagan a velocidad próxima a la de la luz

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{300\,000\,000 \text{ m/s}}{75\,000\,000 \text{ s}^{-1}} = 4 \text{ m}$$

Así pues aplicando las expresiones (6.17 - 6.19)

A)  $T_0 = 3 \text{ s} < 5.8$

B)  $\alpha = 4.5 \frac{(4)(3)}{166} = 0.325^\circ$

Desplazamiento máximo = 0.942 m

C)  $\alpha = 20^\circ \frac{(4)}{166} = 0.482^\circ$

Desplazamiento máximo = 1.393 m

Tabla 6.5 : Cálculo de Fuerzas y Desplazamientos según el R.D.F.

Masa	H (m)	V (Km/Hr)	F (0°) Kg	desplaz.(cm) (0°)	F (45°) Kg	dsplaz.(cm) (45°)
1	35.5	162.1	3991.0	0.67	7088.6	1.21
2	53.0	187.3	4624.2	2.18	8186.2	3.72
3	71.9	207.5	6187.9	4.82	11386.5	8.03
4	90.7	225.0	5935.5	8.50	10960.4	13.78
5	110.0	240.7	5329.9	15.32	9747.3	23.91
6	126.0	252.4	4416.3	24.00	8096.6	36.08
7	150.0	268.3	2960.5	74.15	4462.9	96.26
8	167.0	278.6	2330.9	150.85	2330.9	182.14
9	180.0	286.0	1228.2	226.87	1228.2	265.20
			$\Sigma=37004.4$		$\Sigma=63487.6$	

Notas: La velocidad en un punto con la altura no habla de niveles de azotea  
 .. Ho=0.00 en el nivel del terreno.

$$V_{10} = 28.89 \text{ m/s} = 104 \text{ Km/Hr}$$

$$F_i = 0.0055 C_p V_i^2 A_i = 0.00385 V_i^2 A_i \quad ; \quad V_i \text{ (Km/Hr)}, A_i \text{ (m}^2\text{)}$$

## VII - ELEMENTOS MECANICOS GENERADOS POR EL VIENTO

### 7.1 Conceptos básicos

En ésta sección se describen los conceptos básicos usados para definir las fuerzas que provoca la acción del viento.

En primer lugar se acude al cálculo de las cargas características de modo las cuales se definen como aquellas cargas que al ser aplicadas a una estructura deforman a ésta ( a la elástica) en una curva con características de forma del m-simo modo de vibración de la estructura. Se calculan a través de :

$$l_{im} = w_m^2 \frac{W_i}{g} a_{im} \quad (7.1)$$

donde :

$i$  = Nivel o masa discretizada.

$m$  = m-simo modo de vibración.

$w_m^2$  = Valores característicos.

$W_i/g$  = Masa por nivel (  $T - s^2$  )

$a_{im}$  = Vectores característicos en el nivel  $i$ , modo  $m$ .

$l_{im}$  = Cargas características en el nivel  $i$ , modo  $m$ .

En segundo lugar se acude a los factores de participación: Una vez calculadas las cargas características de modo es fácil evaluar los efectos provocados por una carga aplicada estáticamente y que represente características vibratorias que se denota como  $P_i$ . Supongase para ello que se tiene un factor  $\phi_1$  veces la carga característica para el primer modo, un factor  $\phi_2$  veces el segundo modo y  $\phi_m$  veces el m-simo modo, si se superponen todas éstas contribuciones se obtiene la participación total de los modos de vibrar de la estructura.

De acuerdo al parrafo anterior las cargas aplicadas en cada nivel  $i$  son :

$$P_i = \sum_{m=1}^{m=r} \phi_m l_{im} \quad (7.2)$$

Donde los factores  $\phi_m$  se las llama "factores de participación para el m-simo modo".

Cada termino (  $\phi_m l_{im}$  ) representa la porción de carga característica sobre la masa  $i$  para el modo  $m$ . De ésta manera aplicando las cargas  $P_i$  en cada nivel de la estructura los elementos mecánicos pueden ser evaluados.

La fórmula para el cálculo de los factores de participación en m-simo modo es:

$$\phi_m = \frac{\sum_{i=1}^{i=r} P_i a_{im}}{w_m^2} \quad (7.3)$$

Donde  $P_i$  es calculado para el primer instante de tiempo con la ecuación (6.11) y para los siguientes con incremento de la aceleración y la velocidad provocada en el instante anterior.

## 7.2 Factores de Participación y Fuerzas obtenidos

De la simulación del viento para quince instantes de tiempo se elige el que provoca mayores desplazamientos a la torre y a partir de las fuerzas correspondientes se aplica la ecuación (7.3) para calcular los factores de participación que van a definir posteriormente a las fuerzas que provoca el viento.

Los factores de participación  $\phi_m$  y las cargas  $P_i$  se muestran en la tabla 7.1 para ambas direcciones de análisis. Los valores del amortiguamiento estructural ( de Raleigh ) se muestran en la tabla 7.2

Tabla 7.1 : Factores de participación modales (m) y Fuerzas en cada masa .				
Masa	Dirección 0° (Ton)		Dirección 45° (Ton)	
	$\phi_m$	$P_i$	$\phi_m$	$P_i$
1	4.651	0.230	5.408	0.140
2	-.153	0.542	-.167	0.351
3	.0761	1.55	.0872	1.504
4	-.0057	3.79	-.0078	4.520
5	-.00216	3.57	-.0025	4.277
6	.00081	4.63	.00078	5.603
7	-.00042	6.12	-.00058	7.34
8	.00004	6.40	.000041	7.37
9	.000005	6.55	-.000001	7.57

Tabla 7.2 : Amortiguamiento Estructural.	
Masa	$C \left( \frac{T - s}{m} \right)$
1	0.100 E-1
2	0.800 E-2
3	0.988 E-2
4	0.143 E-1
5	0.213 E-1
6	0.237 E-1
7	0.320 E-1
8	0.420 E-1
9	0.541 E-1

### 7.3 Elementos mecánicos y niveles de esfuerzo en la torre

En ésta sección se describe el resultado del análisis estructural de la torre de manera general y resumida. Al realizar el análisis en dos direcciones de ángulo de ataque del viento (tabla 6.4), se obtienen, de cada uno de estos, los desplazamientos producidos en cada nivel de la torre, con lo cual los mayores elementos mecánicos que se obtienen cuando el viento actúa a  $45^\circ$  al someter a la torre a las cargas correspondientes (tabla 7.1), usando el mismo programa empleado en el capítulo V, se obtienen los elementos mecánicos más desfavorables.

Como se mencionó, la torre está codificada en 681 elementos o barras, pero en el capítulo II se han clasificado en grupos de elementos similares denotados por letras minúsculas con un signo de prima ( $'$ ). Además, estos grupos se integran por niveles de estructuración. Así se localiza para cada grupo de elementos aquel que tiene un mayor elemento mecánico a fuerza axial y a momento flexionante; de ésta manera se forma la tabla 7.3 que muestra los 21 niveles de estructuración, la parte llamada "inferior de la antena" (PIA) y la "superior de la antena" (PSA), ésta última en una aleación de aluminio y se supone una reducción de  $1/3$  en la resistencia última en un aluminio 7075-T6 de  $45000 \text{ psi} \approx 32000 \text{ kg/cm}^2$ .

Asimismo dada la clara identificación de cada miembro se pueden calcular los niveles de esfuerzo correspondientes a carga axial y flexión en el eje más esforzado usando las propiedades geométricas simplificadas de la sección 2.2

Finalmente al usar el criterio de diseño elástico del A.I.S.C. con reducción de límite de fluencia a un 60 por ciento se obtienen los correspondientes factores de seguridad de cada elemento. Se ve así que los elementos más esforzados son las columnas principales ( $a'$ ), las cuales se incrementan su nivel de esfuerzo conforme aumenta la altura, siendo las piezas más críticas las de los niveles XVII y XVIII con F.S. = 1.1 mientras que hay elementos que prácticamente están sin trabajar ( $d'$ ) en los niveles inferiores principalmente.

Con respecto a la parte inferior de la antena (PIA), la parte más crítica de 26 metros de longitud tiene en su conexión con el nivel 21 una sobrecarga de 33%, o sea F.S. = 0.75; con elementos de alta resistencia, sin embargo 8 m arriba se tiene un F.S. = 1.0 y cuando se conecta con la sección tubular de aluminio se tiene  $M_y + M_z = 92 \text{ t-m}$ ,  $\sigma_y + \sigma_z = 928 \text{ kg/cm}^2$  y F.S. = 3.8 o sea que bien podría bajarse el sobrecarga de resistencia a los ocho primeros metros. Finalmente la parte tubular se encuentra en condiciones adecuadas con la reducción de la resistencia supuesta de  $1/3$  en el aluminio.

Se debe hacer notar que los factores de seguridad se calculan con el esfuerzo correspondiente a la suma de esfuerzo axial y flexionante puesto que en algún cuadrante de los planos ( $Z_m - Y_m$ ) se tendrá el valor máximo.



Tabla 7.3 : Datos de elementos mecánicos y esfuerzos en la dirección más desfavorable ( 45°).

Nivel	Elem.	F. Axial (ton)	Esf. Axial kg/cm <sup>2</sup>	Mom. Máx. (eje) T-m	Mom. eje alterno	Esf. Flex kg/cm <sup>2</sup>	F.S.
I	a-	228	808	2.25(Ym)	0	113	2.6
I	b-	4.9	132	0.04(Zm)	.013	34	14.5
I	c-	2.8	19	13.6(Zm)	.004	97	20.7
I	d-	.008	3	.015(Zm)	.001	8	200
II	a-	225.7	800	2.60(Ym)	0	131	2.6
II	b-	5.9	159	0.05(Zm)	.018	42	12.0
II	c-	3.1	21	16.1(Zm)	.006	115	17.6
II	d-	.011	0	.023(Zm)	.001	13	185
III	a-	224.8	796	2.80(Ym)	0	141	2.6
III	b-	6.3	170	0.05(Ym)	.020	42	11.3
III	c-	3.3	22	15.7(Zm)	.006	112	18.0
III	d-	.015	0	.024(Zm)	.002	13	184
IV	a-	223.7	793	2.90(Ym)	0	146	2.6
IV	b-	6.7	181	.060(Zm)	.020	51	10.3
IV	c-	4.0	27	15.7(Zm)	.006	112	17.3
IV	d-	.017	0	.026(Zm)	.002	14	171
V	a-	220.7	950	3.10(Ym)	0	181	2.0
V	b-	8.3	224	.070(Zm)	.002	59	8.5
V	c-	4.3	29	18.3(Zm)	.007	130	15.1
V	d-	.024	0	0.03(Zm)	.003	16	15.0
VI	a-	219.2	944	3.30(Ym)	0	193	2.1
VI	b-	9.0	243	0.08(Zm)	.030	68	7.7
VI	c-	4.5	30	18.3(Zm)	.005	130	15.0
VI	d-	.024	0	0.03(Zm)	.003	16	150
VII	a-	218.3	940	3.40(Ym)	0	199	2.1
VII	b-	9.4	254	0.08(Zm)	.030	68	7.5
VII	c-	4.7	32	17.5(Zm)	.003	125	15.3
VII	d-	.031	1	0.03(Zm)	.003	16	141
VIII	a-	217	934	3.50(Ym)	0	205	2.1
VIII	b-	10.0	270	0.09(Zm)	.030	76	6.9
VIII	c-	4.5	30	17.7(Zm)	.010	126	15.4
VIII	d-	.036	1	0.04(Zm)	.003	22	104
IX	a-	211.4	910	3.10(Ym)	0	182	2.2
IX	b-	12.4	335	0.08(Zm)	.003	68	6.0
IX	c-	5.0	34	24.2(Zm)	.010	172	11.7
IX	d-	.047	1	0.05(Zm)	.003	27	85
X	a-	204.6	1143	3.60(Ym)	0	261	1.7
X	b-	15.6	427	0.11(Zm)	.050	93	4.6
X	c-	5.5	37	29.3(Zm)	.001	208	9.8
X	d-	.056	1	0.07(Zm)	.004	38	61
XI	a-	204.6	1143	4.10(Ym)	0	297	1.7
XI	b-	16.4	443	0.13(Zm)	.060	110	4.3
XI	c-	5.6	38	24.0(Zm)	.0007	171	11.5
XI	d-	.086	2	0.08(Zm)	.006	44	52
XII	a-	203.0	1134	4.20(Ym)	0	304	1.7
XII	b-	17.6	476	0.14(Zm)	.06	118	4.0
XII	c-	6.1	41	24.0(Zm)	.026	171	11.3
XII	d-	.183	3	0.08(Zm)	.003	44	51
XIII	a-	223.7	1246	2.40(Ym)	.005	174	1.7
XIII	b-	12.4	443	0.10(Zm)	.016	109	4.3
XIII	c-	11.3	201	.024(Zm)	.006	13	11.2
XIII	d-	1.6	118	.006(Zm)	.006	31	16.1

Cont. Tabla 7.3.

Nivel	Elem.	F. Axial (ton)	Esf. Axial kg/cm <sup>2</sup>	Mom. Máx. (eje) T-m	Mom. eje alterno	Esf. Flex. kg/cm <sup>2</sup>	F.S.
XIV	a-	233.5	1304	2.50(Ym)	.003	181	1.6
XIV	b-	9.7	346	0.09(Zm)	.024	98	5.4
XIV	c-	11.6	206	.073(Zm)	.012	40	9.8
XIV	d-	2.18	160	.005(Ym)	.003	26	12.9
XV	a-	239.2	1951	2.80(Ym)	.018	297	1.1
XV	b-	13.3	475	0.21(Zm)	.031	230	3.4
XV	c-	15.1	268	.061(Zm)	.039	33	8
XV	d-	3.1	228	.028(Zm)	.017	145	6.4
XVI	a-	236.1	1926	2.90(Ym)	.003	308	1.1
XVI	b-	16.2	579	0.17(Zm)	.031	186	3.1
XVI	c-	9.3	165	.044(Ym)	.030	22	12.2
XVI	d-	2.6	191	.008(Ym)	.004	41	10.3
XVII	a-	226.9	1851	2.00(Zm)	2.00	425	1.1
XVII	b-	21.1	754	0.11(Zm)	.002	120	2.7
XVII	c-	14.2	252	0.11(Zm)	.002	60	7.7
XVII	d-	2.5	184	.012(Zm)	.007	62	9.8
XVIII	a-	207.2	1690	2.00(Ym)	2.00	425	1.1
XVIII	b-	19.8	707	0.16(Zm)	.024	175	2.7
XVIII	c-	12.4	220	0.11(Zm)	.029	60	8.6
XVIII	d-	2.8	206	.010(Ym)	.007	52	9.3
XIX	a-	186.7	1523	1.80(Ym)	1.8	382	1.3
XIX	b-	18.5	661	0.15(Zm)	.021	164	2.9
XIX	c-	11.6	206	0.11(Zm)	.040	60	9
XIX	d-	2.6	191	.010(Zm)	.003	52	9.9
XX	a-	165.3	1348	1.30(Ym)	1.30	552	1.3
XX	b-	17.8	636	0.11(Zm)	.030	120	3.2
XX	c-	-	-	-	-	-	-
XX	d-	1.1	81	.006(Zm)	.001	36	20.5
XXI	a-	79.8	651	6.00(Ym)	6.00	1274	2.0
XXI	b-	56.0	2000	0.20(Zm)	0.17	219	1.1
XXI	d-	2.1	154	0.10(Zm)	.003	546	3.4
XXI	i-	36.6	236	3.80(Zm)	2.40	405	3.7
XXI	j-	2.6	22	111.(Ym)	10.0	610	3.8
P.I.A.		0.0	0	237.4(Ym)*	237.4*	4794	0.75°
P.S.A.		0.0	0	64.2(Ym)	64.2	585	1.7*

\* : En aluminio      °: Acero de alta resistencia

P.I.A : "parte inferior de la antena", fy = 6000 kg/cm<sup>2</sup>  
P.S.A : "parte superior de la antena", fu = 3200 kg/cm<sup>2</sup>

## VIII - COMENTARIOS FINALES

Uno de los mayores problemas para diseño por viento en estructuras donde dicho fenómeno puede inducir vibraciones importantes debido a su naturaleza, consiste en reproducir el fenómeno a través de un modelo matemático que sea aceptable y que tome en cuenta todos los parámetros que se interrelacionan ( rugosidad del terreno, espectro de turbulencia, variación de la velocidad con la altura, acción de ráfagas producidas por cambios atmosféricos, etc ). Las fluctuaciones reales son tridimensionales, pero realizar un análisis adecuado en alguna dirección de ataque desfavorable se considera apropiado y práctico.

Para la selección de la velocidad de diseño se ha tomado en cuenta siempre la información meteorológica de observatorios; se cuenta - así con una experiencia de casi un siglo de información, sin embargo, en la época actual se empieza a tratar de entender la acción del viento sobre estructuras reales a través de mediciones hechas sobre éstas con transductores eléctricos; así pues se cuenta con una experiencia de éste tipo de unos 20 años, especialmente en Inglaterra donde se inicia dicha preocupación.

En lo referente a la velocidad se menciona que las ráfagas que actúan en ciertos puntos pueden ocupar en algún momento a un anemómetro de copas, tendiendo así a incrementar la velocidad máxima anual del viento.

Acerca de las observaciones del viento en la ciudad de México se cuenta con poca información comparativa. Pero acudiendo a la referencia [9] donde se muestran observaciones de varios puntos de la ciudad como es en Tacubaya, el edificio Prisma y el edificio de la Lotería Nacional se obtiene que el valor promedio de la velocidad del viento en condiciones regulares atmosféricas es de unos 10 m/s en los meses de febrero a abril que son los de mayor intensidad de viento. Comparando éste valor con los 9 m/s obtenidos en meses similares a través de mediciones de campo en la torre de Televisa, el valor es parecido y por ello puede ser aceptable para conocer el comportamiento cotidiano de la torre.

Es importante hacer notar que debido a la naturaleza de los registros obtenidos, se acude al valor máximo que resulta de las pruebas, es decir, como son lecturas instantáneas no se pueden asociar a intervalos de tiempo similares a los del Reglamento Inglés ( 3 , 5 y 15 s ).

En cuanto al exponente de turbulencia (  $\alpha$  ), se encuentra a través de las mismas mediciones, que es próximo al que indica el Reglamento Inglés, es decir, el valor de 0.1237 contra 0.1150 difiriendo en un 7.5 %.

En cuanto a la elección de un coeficiente de empuje ( $C_D$ ) que fuese adecuado, se tiene que de las cuatro referencias consultadas ( [27], [18], [24], [12] ), para su estimación se recurre a pruebas japonesas - que por ser las más apegadas a la geometría de la torre, es decir, que son experimentos realizados específicamente sobre modelos cuyas longitud transversal y longitudinal son semejantes a los usados en torres de transmisión, y no solo por eso, sino que presentan resultados para casi todos los ángulos de ataque del viento y en función de las correspondientes relaciones de área o de solidez.

Sin embargo al emplear éste coeficiente de empuje debe ser tratado - de la siguiente manera : Dado que las pruebas se realizan sobre modelos formados por miembros de sección circular y la torre está formada por perfiles angulares, se hacen las siguientes consideraciones.

Según referencias [26], [8], [18] el coeficiente de empuje en secciones rectangulares es mayor que en secciones circulares debido a que en éstas últimas la mayor parte de la energía se convierte en succiones laterales y en vórtices alternantes, debido a ello se producen vibraciones laterales en tales miembros; en cuanto a las secciones rectangulares la energía se intercambia mayormente en presión directa con fluctuaciones importantes. En la sección 4.2 de éste trabajo se establece una relación de 1.2 entre ambas. En la referencia [18] se menciona la costumbre de que en torres formadas por perfiles circulares los coeficientes de empuje obtenidos con las ecuaciones propuestas se reduzcan a 2/3, ya que los valores de las ecuaciones de Pagon y Cohen-Perry son aplicables a perfiles angulares.

Por otra parte, al consultar las referencias [15] y [19] se dice en la primera que de mediciones de edificios altos, se notan reducciones en el  $C_D$  con respecto al obtenido en pruebas de túnel de viento; la segunda muestra mediciones de presión del viento sobre el edificio - Empire State, de tal manera que con esos datos de presión, el coeficiente de empuje, se reduce en un 70 % del recomendado en pruebas de túnel de viento. Finalmente, en la referencia [13] se encuentra que el coeficiente de empuje en estructuras reales decrece conforme se aumenta el período de observación del mismo. Este resultado inesperado indicaría un cambio en la técnica del cálculo de las cargas del viento, dado que los coeficientes de empuje usualmente se obtienen de pruebas de túnel de viento en régimen laminar con flujo constante. Además se menciona que de otras mediciones sobre el edificio Royex House, Inglaterra, se obtienen coeficientes de empuje de 0.83 que comparado con el 1.25 de pruebas de túnel de viento es en la realidad del orden del 66 % valor parecido al registrado en el Empire State.

En la misma referencia se propone que para diseñar con un coeficiente de empuje más acorde a la realidad se puede implementar la técnica al reducir a un 66 % los coeficientes de empuje obtenidos en modelos de estructuras altas sometidos a pruebas de túnel de viento.

Esta serie de investigaciones para definir un coeficiente de empuje para analizar la torre justifican el uso de la referencia japonesa [12] ya que la idea de los 3/2 de aumento por ser pruebas en modelos de secciones circulares se contrarresta con la idea de la reducción al 66 % de los coeficientes de empuje obtenidos de mediciones en estructuras reales.

Se deben hacer estudios más profundos acerca del  $C_D$  en estructuras como la presente, formadas de perfiles con relaciones de solidez menores que la unidad y que varían con el ángulo de ataque. Se debe considerar, además, el efecto de esbeltez y altura. De no hacerlo así, al definir un coeficiente general para cualquier dirección de análisis se tendría que la dirección más desfavorable sería simplemente aquella en la cual la relación de áreas o solidez sea mayor.

Rigurosamente para la parte superior de la antena (PSA), se tendría un  $C_D$  reducido a un 66 % según párrafos anteriores. Como tal estructuración forma el 10 % del área expuesta se hace una nueva reducción en el  $C_D$ , de los definidos en la sección 6.4 y esto en base a un promedio pesado en función del área :

$$C_D (45^\circ) = 0.9(1.20) + 0.10(1.20 \times 0.66) = \underline{1.15}$$

$$C_D (0^\circ) = 0.9(1.68) + 0.10(1.68 \times 0.66) = \underline{1.62}$$

En el aspecto referente al cálculo de una matriz de rigidez representativa, se hace una división en nueve masas concentradas ya que según referencia [13] no es necesario incrementar el número de discretizaciones para obtener una mayor precisión.

En cuanto a la descripción del método de análisis, se describe brevemente el algoritmo de funcionamiento del programa empleado en la referencia [5].

Al considerar las velocidades del viento, el uso de los registros de campo se hizo con el deseo de conocer el comportamiento de la torre en condiciones normales de servicio; por ello al conocer que los meses en que se tienen los vientos máximos son de febrero a abril se puede decir que los escasos días de observación son representativos; y como se dijo anteriormente son cercanos a valores previos, referencia [9].

Como comentario adicional se puede decir que la acción del viento crea distorsiones en la imagen transmitida cuando las torres presentan poca rigidez y por ello son más susceptibles de tener vibraciones importantes. En éste aspecto se tiene un factor de seguridad de 1.24 a 45° para evitar distorsiones en la imagen, referencia [13].

En cuanto a la velocidad de diseño se encuentra que el desplazamiento a 45° de análisis tiene un valor de 10.3 m. siendo el más desfavorable. Al aplicar los criterios checoslovacos se obtiene un ángulo de inclinación producido de 3.54° contra 0.325° y contra 0.481° para un 99.9 % del tiempo de transmisión.

Al parecer la inclinación es muy grande cuando se calcula con la velocidad de diseño, ello se obtuvo para un período de retorno de 50 años de acuerdo con el Reglamento Inglés y de 200 años según estudios de la C.F.E., ref [23]. Si se opera con el menos desfavorable, se puede calcular el porcentaje de tiempo de transmisión en que se encontrase en tales condiciones; para ello se procede de la siguiente manera : Al evaluar la velocidad del viento a través del Reglamento Inglés se dijo que ésta correspondía a un cierto intervalo de tiempo de promediación, en este caso de 15 s (período adecuado para que una ráfaga envuelva a la estructura totalmente), o sea que si durante éste período se va a promediar la velocidad de 23.68 m/s en 50 años se tiene un tiempo desfavorable de :

$$\frac{15}{50 \times 365 \times 24 \times 60} = 9.5 \times 10^{-9}$$

Es decir, casi el 100 % del tiempo total no va a tener distorsiones en la imagen.

Un aspecto interesante durante el análisis de la torre fué el hecho de que si se diseña siguiendo el R.D.F. el cual toma en cuenta los efectos dinámicos a través de un método determinista al incrementar la velocidad de diseño en un 30 % para torres y se procede a calcular los desplazamientos en las estructuras superiores, puede suceder que en un principio los desplazamientos aceptables no correspondieran a los calculados. Se tendría que aumentar la rigidez en base a un mayor momento de inercia de las secciones, por ejemplo, en ésta torre en su nivel más deformable en la parte inferior de la antena (PIA) y en la antena tubular (PSA) - aumentando el espesor, o bien el diámetro, así hasta lograr una rigidez adecuada y por tanto desplazamientos controlados. Sin embargo, en el análisis dinámico donde interviene la masa y el amortiguamiento, resulta que si la masa se incrementa en los niveles superiores, que sería el efecto al aumentar la inercia y consecuentemente el aumento de área, la torre funciona a manera de péndulo invertido, causando desplazamientos importantes cuando la estructura oscila por las excitaciones que el viento produce.

Lo anterior muestra el porqué la antena tubular fué diseñada con aluminio ya que se necesitaba dar una gran rigidez pero con un material ligero. En éste aspecto se realizaron varios intentos con diversas antenas tubulares tanto de acero como de aluminio, de sección llena y de sección hueca, de varios diámetros y espesores, así, hasta que se encontró la presente de 60 cm de diámetro con 5 cm de espesor.

Sería interesante comparar éste resultado con un diseño real que tenga un funcionamiento adecuado desde el punto de vista estructural y de transmisión.

En lo referente a la fuerza del viento en la estructura se muestran las figuras 8.1 y 8.2 donde se grafican en escalas similares que según el R.D.F. se producen, si se preseta la velocidad de diseño sobre toda la estructura y sin variaciones. En el segundo caso en donde se recurre a los factores de participación en función de las configuraciones modales

u:

que se observan en la figura 6.5, en función de las masas de cada nivel y de las frecuencias al cuadrado o valores característicos, se ve en la figura 8.2 que la distribución de fuerzas por nivel es creciente con la altura.

De todo esto se puede decir que debe haber una forma en la cual los análisis de torres ligeras autoestables se puedan combinar ambos criterios es decir, la simple área expuesta y las características vibratorias, - ya que en el segundo caso la fuerza en los niveles inferiores es mínima a pesar de tener la mayor parte del área expuesta. Claro que esto se debe a que los modos inferiores tienen mayor participación en los niveles superiores ver figura 6.5.

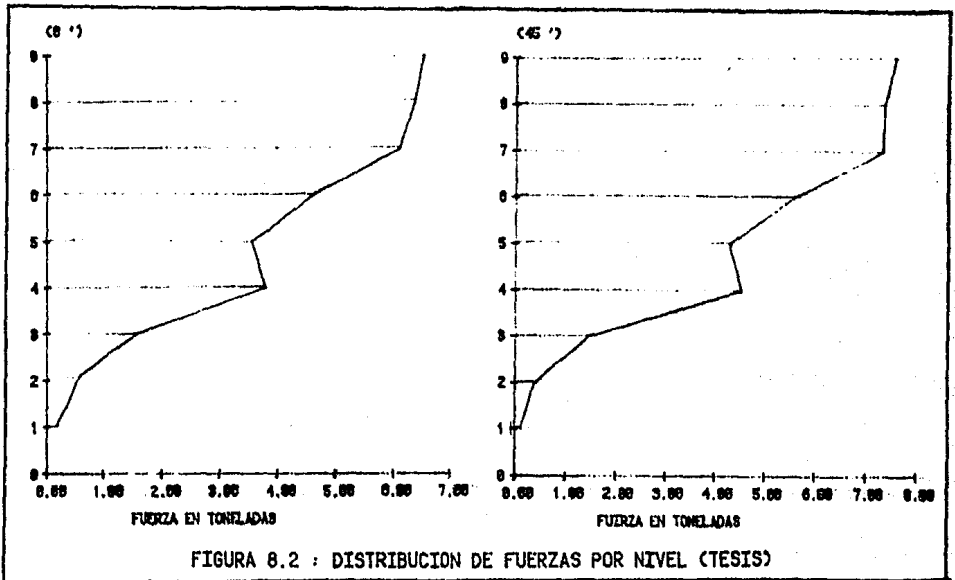
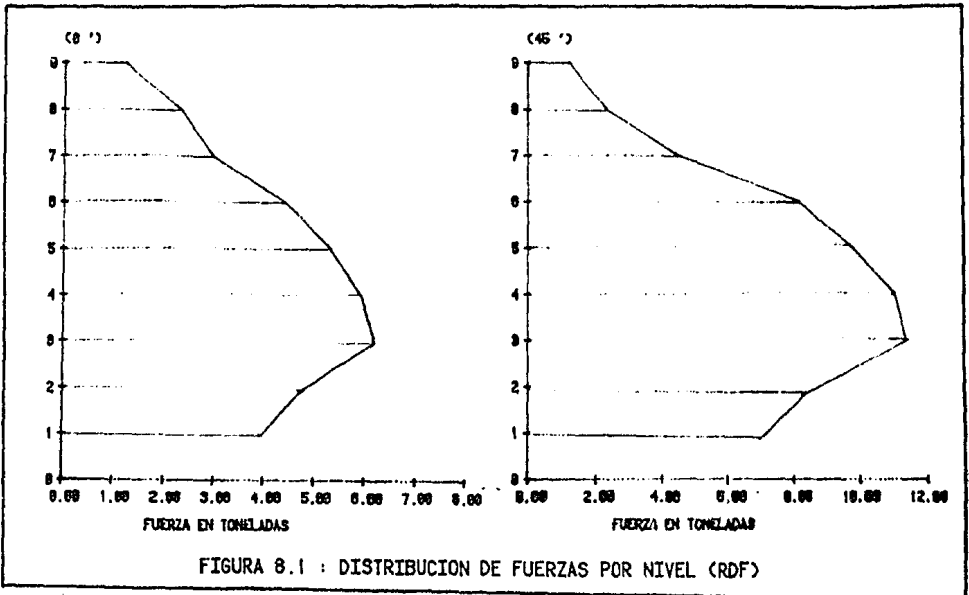
Con respecto a los resultados de la tabla 6.5 en la cual se calculan los desplazamientos, para la velocidad de diseño del R.D.F., éste no toma en cuenta niveles de azoteas y por tanto  $H=0.0$  m. se tiene en los apoyos de la torre.

Finalmente al analizar los esfuerzos y los elementos mecánicos que actúan en la torre se encontró que la mayor parte de ella tiene factores de seguridad altos y que solamente en la parte inferior de la antena desde el empotre hasta 8 metros arriba de tal cambio de sección brusco en la torre, el factor de seguridad es menor que la unidad.

Esto se puede resolver aumentando el área de las columnas principales en la parte inferior de la antena (PIA) en un 33 % en esa longitud lo cual el incremento de la masa en el nivel 6 sería de un 8 % lo cual no afectaría mucho al análisis dinámico matricial.

Las cargas producidas por el viento se aplicaron a la torre como cargas puntuales en los niveles 1 a 6 y como repartidas en la parte inferior y superior de la antena ya que representaría la acción real del viento.

La última figura de éste trabajo, 8.3, muestra a escala la máxima oscilación del eje de simetría de la torre provocada por el viento en su momento más desfavorable y un instante antes de alcanzar tal máximo, en los momentos subsecuentes se supone una reducción en los desplazamientos debido al amortiguamiento estructural y a que la acción del viento disminuye hasta llegar a su posición inicial cero de equilibrio.





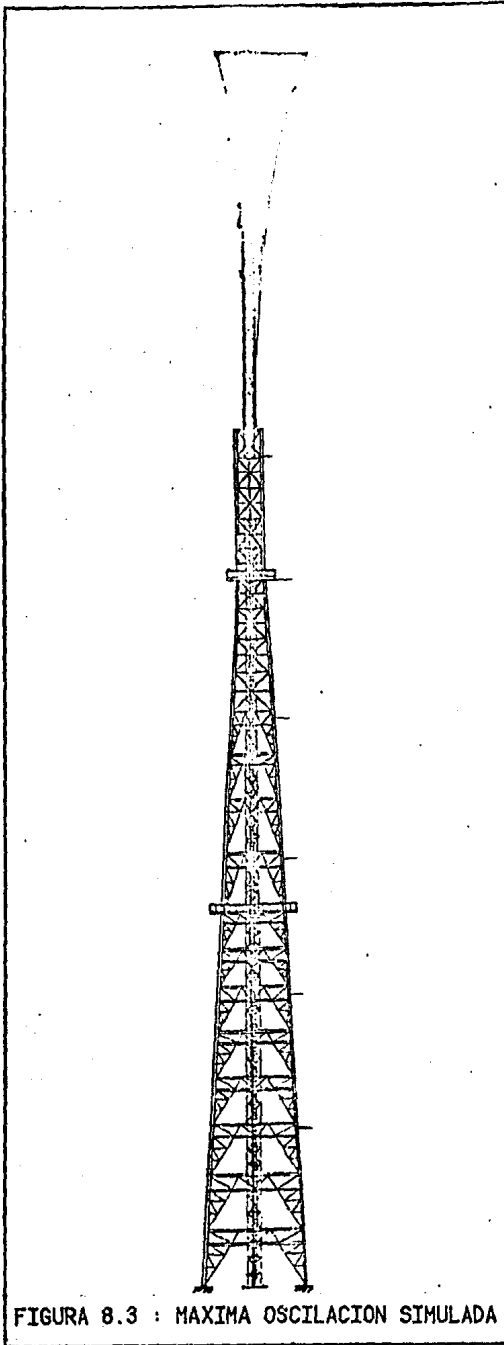


FIGURA 8.3 : MAXIMA OSCILACION SIMULADA

## IX - REFERENCIAS

- 1.- A.I.S.C. Manual of the American Institute of Steel Construction. Fifth Edition. New York, E.E.U.U., 1951.
- 2.- Amavizca Razcón Oswaldo Fco. " Respuesta Dinámica de estructuras bajo la acción turbulenta del viento ". Tesis de Maestría. 1984.
- 3.- Arce León Carlos. " Fuerza del viento en estructuras ". Tesis de Licenciatura. Santa Cruz Acatlán, Edo. de México. 1985.
- 4.- Bazán, Enrique. " Manual de diseño sísmico de edificios de acuerdo con el R.D.F. ". Serie D-18 del I.I.U.N.A.M. 1983.
- 5.- Beaufait, Fred. " Computer methods of structural analysis ". 1970.
- 6.- Biggs, John. " Efectos de las fuerzas horizontales en edificios ". Ciclo de Conferencias sustentadas en el Auditorio de la Escuela Nacional de Ingeniería; Versión española del Ing. Neftalí Rodríguez Cuevas.
- 7.- British Standards Institution (B.S.I.). Basic data for the design of buildings. CP 3 : Chapter V : Part 2. Great Britain. 1972.
- 8.- Cambridge University. Proceedings of the fourth International Conference on wind effects on buildings and structures. 1975.
- 9.- Colegio de Ingenieros Civiles del Estado de Jalisco A.C. " La Ingeniería en casos de desastre ". Primer Seminario Nacional. México, 1975.
- 10.- Instituto de Ingeniería (U.N.A.M.). Manual de Construcción de estructuras metálicas. Serie 402. México. 1977.
- 11.- Instituto de Ingeniería (U.N.A.M.). Manual de diseño por Viento. Serie 407. México. 1977.
- 12.- Kamey, Isamu and Hideo Uzuki. " Experimental study on drag coefficients of the steel pipe tower having square section ". Report of the Research Institute of Industrial Technology. Japan. 1982.
- 13.- Kolousek V., Pirner, Fisher, Náprstek. " Wind effects on Civil Engineering structures ". Prague, Czechoslovakia. 1984.
- 14.- Kwok K.C.S., Hancock and Bailey. " Dynamics of a freestanding steel lighting tower ". School of Civil and Mining Engineering. Australia. 1984.
- 15.- Newberry C.W., Eaton K.J., Mayne J.R.. " Wind loading of a tall building in an urban environment". London, England. 1968.
- 16.- Newberry C.W., Eaton K.J., Mayne J.R.. " Wind effects on buildings and structures ". Vol. One. Paper 15. Ottawa, Canada. 1967.

- 17.- Norris, Hansen, Holley, Biggs. " Structural design for dynamics loads ". Massachusetts Institute of Technology. E.E.U.U., 1959.
- 18.- Task Committee on wind forces. " Wind forces on structures ". Transactions of the A.S.C.E. Volume 126 , paper 3269. E.E.U.U., 1961.
- 19.- Rathbun, Charles. " Wind forces on a tall building (Empire State) ". Transactions of the A.S.C.E., Volume 105, paper 2056. E.E.U.U., 1940.
- 20.- Rodríguez Cuevas Neftalí, Levi , Echávez. " Fluid Structure-Interaction ". Proyecto 5120 del I.I.U.N.A.M. México, 1985.
- 21.- Rodríguez Cuevas Neftalí. " Mediciones climatológicas en el centro de la Ciudad de México ". Proyecto 4737 del I.I.U.N.A.M. México, 1985.
- 22.- Rodríguez Cuevas Neftalí. " Variación de la velocidad del viento con la altura en un punto ". U.N.A.M. México, 1961.
- 23.- Sánchez Sezma Jorge, Jorge aguirre y Mihir Sen. " A Probabilistic Study of maximum cyclonic wind speeds ". C.F.E.
- 24.- Supplement of the National Building Code of Canada. Canada. 1980.
- 25.- Stark F. Roberto. " Aplicación de las computadoras al análisis estructural ". Apuntes de la clase impartida en el semestre 1984-85 en la Facultad de Ingeniería U.N.A.M.
- 26.- Vickery B.J.. " Fluctuating lift and drag on a long cylinder of a square cross-section in a smooth and in a turbulent stream ". School of Civil Engineering, University of Sidney. Australia. 1966.
- 27.- Wilhelm Ernst & Sohn. Betón-Kalender : Manual teórico práctico del Hormigón. Berlín, Alemania. 1957.