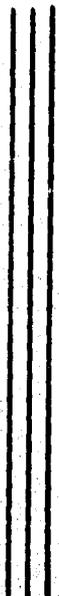


Lij. 13



Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ingeniería



DISEÑO DE VERTEDORES DE EMBUDO

Tesis Profesional

Que para obtener el título de:

INGENIERO CIVIL

Presenta:

Enrique Alvarez del Río



México, D. F.

Enero de 1986



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	PAG.	
1	INTRODUCCION	1
2	ASPECTOS GENERALES	2
	2.1 Descripción	2
	2.2 Algunos vertedores de embudo actualmente en operación	4
	2.3 Ventajas y desventajas	6
3	REVISION DE ESTUDIOS EN MODELOS DE VERTEDORES - DE EMBUDO	10
	3.1 Consideraciones generales	10
	3.2 Conceptos básicos de la teoría de similitud	11
	3.3 Ley de Froude	17
	3.4 Análisis dimensional	21
	3.5 Investigaciones sobre el modelo	25
	3.5.1 Condiciones generales	26
	3.5.2 Aprovechamiento de vórtices	26
	3.5.3 Resultados de la experimentación	34
4	CRITERIOS PROPUESTOS	39
	4.1 Generalidades de operación	39
	4.2 Tipos de vertedores de embudo	44
	4.2.1 Vertedores de embudo con cresta plana	44
	4.2.2 Vertedores de embudo normales	50
	4.3 Conducción de salida	66
	4.4 Impedimento de vórtices	71
5	APLICACION	73
	5.1 Vertedor con cresta plana	73
	5.2 Vertedor normal	80
	5.3 Conducto de salida	86
	5.4 Resumen del diseño	90
6	CONCLUSIONES	91
7	BIBLIOGRAFIA	93

1 INTRODUCCION

En México la utilización de vertedores de embudo es nula ya que el único que existe es el de la presa Chihuahua sobre el río Chufiscar, el cual fue clausurado en 1972 con el objeto de aumentar el nivel del agua. Por esta razón en este trabajo se pretende determinar en que condiciones los vertedores de embudo pueden ser una solución óptima a un problema de obras de excedencia y así posteriormente definirlos detalladamente.

Si hacemos una revisión de las presas existentes en nuestro país, veremos que la causa por la que no existen vertedores de embudo es simplemente porque nunca han sido necesarios ya que otros tipos de vertedores han satisfecho las necesidades de funcionamiento y seguridad de una manera mas económica o porque no se han podido utilizar debido a las limitantes que presentan. Sin embargo, bajo determinadas características, estas estructuras pueden ser la solución mas adecuada para desalojar aguas de excedencia.

Se hablará primero de generalidades de estos vertedores para poder delimitar sus ventajas y desventajas que permitan definir los casos en que son adecuados, posteriormente se hará una revisión de los estudios de modelos de vertedores de embudo y en base a esto poder definir su diseño detalladamente para realizar 2 ejemplos de proyecto.

2 ASPECTOS GENERALES

En este capítulo se determinarán las características principales de los vertedores de embudo, a lo largo del mismo se irá haciendo mención de diferentes aspectos específicos sobre sus características hidráulicas, dejando el desarrollo detallado de estas para el siguiente capítulo.

2.1 DESCRIPCION

El vertedor de embudo tiene 5 componentes principales:

- + Cresta
- + Transición
- + Lumbrera
- + Codo
- + Conducto de descarga

La descarga entra por una cresta de planta circular y se lleva a través de una lumbrera vertical o inclinada hasta un túnel o conducto de descarga aproximadamente al nivel de la plantilla de salida.

Para evitar la acción vorticosa o minimizarla, se construyen pilas guidoras y se le proporciona al vertedor un canal de acceso a la descarga.

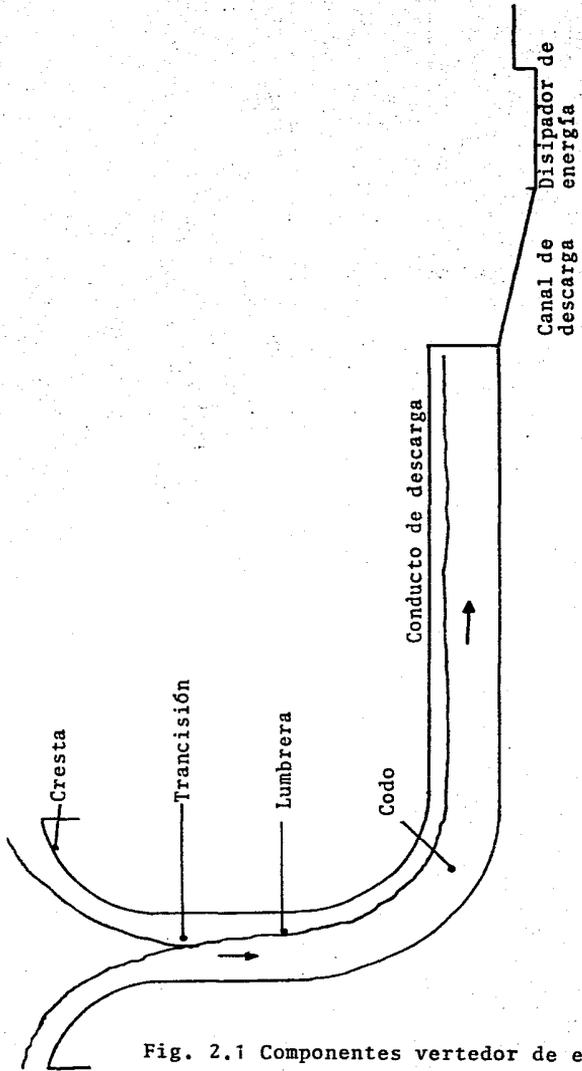


Fig. 2.1 Componentes vertedor de embudo.

Con objeto de evitar la posibilidad de una acción sí-fónica en el funcionamiento, el diámetro del tunel horizontal ha de diseñarse de tal suerte que nunca trabaje a presión después de la transición entre la cresta y la lumbrera.

Estos vertedores tienen tres condiciones de operación las cuales estarán en función de la carga hidráulica con que operen:

- Control en la cresta
- Control en la garganta
- Circulación a tubo lleno

La carga hidráulica de diseño que se utilizará, será la que provoque que el vertedor opere con control en la garganta, ya que para cargas menores la sección de control estará en la cresta lo que no alterará en nada el buen funcionamiento del vertedor, sin embargo, para cargas mayores a la de control en la garganta, la zona de control será en el tubo de descarga, lo que provocará que el conducto funcione a tubo lleno y por lo tanto trabaje a presión, lo cual no es recomendable como se explicará en el capítulo correspondiente a funcionamiento hidráulico.

2.2 ALGUNOS VERTEDORES DE EMBUDO ACTUALMENTE EN OPERACION

La tabla 2.1 presenta información general sobre verte

OBRA	OWYHEE USA	TAF FECHAN GALES	SILENT VALLEY IRLANDA	PONTIAN KECHIL SINGAPUR	DAVIS BRIDGE USA	BURNHOPE	JUBILEE HONG-KONG	FALLS DAM N. ZELAN.
GASTO DE DISEÑO M ³ /S	1132.7	86.09	73.7	76.5	765	74.5	320.8	549
LONGITUD DE CRESTA M	50.1	64.2	76.5	44.0	138.0	47.0	69.5	94.8
CARGA DE DISEÑO M	4.2	0.85	0.70	0.88	2.44	0.82	1.55	1.83
COEF. DE GASTO $C=Q/LH^{3/2}$	2.63	1.64	1.65	2.09	1.46	2.13	2.40	2.34
VEL. TANG VERT. M/S		0.61	0.76	1.04	1.65	1.68	1.65	
IMPEDIMEN TO DE REMOLINOS		4 nervios	4 nervios	15 pilares	16 pila- res	tabique divisorio y 2 nervios	tabique divisorio	6 pilares
DIAM. GALERIA SALIDA M	6.88	3.96	4.88	3.96	6.85	3.66	4.57	5.18
AREA GAL. SALIDA M ²	37.26	12.3	18.7	12.3	37.0	10.5	16.4	21.1
VEL MAX GALERIA M/S	30.39	6.98		3.93	5.49	20.70	7.07	19.56

Tabla 2.1

dores de embudo actualmente existentes.

2.3 VENTAJAS Y DESVENTAJAS

Para determinar las ventajas y desventajas de los vertedores de embudo, vamos a partir del hecho (el cual se analizará posteriormente), de que una vez superada la carga hidráulica de diseño sobre el vertedor, el aumento de gasto de descarga se incrementa muy poco en comparación del aumento de carga hidráulica, como se aprecia en la figura 2.2. Con esto se puede establecer que el vertedor de embudo se debe utilizar como una obra de excedencia para ser usado constantemente y no para desalojar avenidas de diseño.

Esto por lo tanto, nos limita a proyectar el vertedor de embudo en la medida de lo posible, solamente como estructura de servicio a menos que las características del proyecto nos obliguen para operar cuando se presente la carga de diseño.

La máxima capacidad de estos vertedores se alcanza con cargas relativamente pequeñas, lo que los hace muy apropiados cuando el gasto esté limitado; esto podría ser considerado una gran desventaja, pero como estamos hablando de que estos vertedores serán usados casi exclusivamente como obras de servicio, contamos con que existirá un vertedor de auxilio para cuando se presenten casos extremos.

El control del gasto cuando este esté limitado, puede ser realizado por varios tipos de vertedores, pero hay que hacer notar que en muchas ocasiones necesitan algún sistema de operación que regule el gasto, mientras que los vertedores de

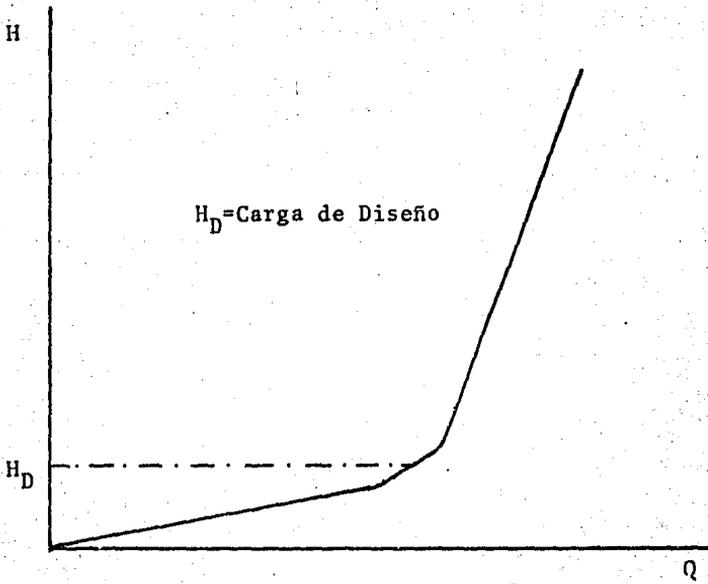


Fig 2.2 Relaci3n gasto-carga hidr3ulica
en los vertedores de embudo.

embudo, al alcanzar su gasto de diseño rápidamente y al aumentar muy poco este para incrementos de carga mayores a la de di seño prácticamente regulan el gasto solos.

Refiriéndonos al aspecto económico y basándonos en que siempre es mas costoso construir un túnel que un canal cuando las condiciones topográficas y geológicas lo permiten, los ver tedores de embudo quedarán restringidos a la topografía y geología de la zona, o donde se pueda aprovechar un túnel de derivación o la obra de desvío que los haga compatibles en costo con otro tipo de vertedores.

En cuanto a la topografía, si se trata de una zona angosta y con laderas muy empinadas, los vertedores de embudo -- son convenientes, la otra opción generalmente es una cortina - vertedora, pero solo si ésta no está formada por materiales - graduados, por lo que en estos casos, los vertedores de embudo pueden ser una solución óptima en cuanto a costo y funciona miento.

Ahora bien, si el costo del vertedor de embudo y otros posibles vertedores fueran semejantes, la selección del tipo - de obra de exc edencia quedará en función del tipo de presa y de las características hidrológicas del lugar donde por las limitantes ya señaladas no se escogerán vertedores de embudo para - gastos de diseño altos a menos de que sea inevitable.

Los vertedores de embudo pueden ir ya sea hincados en roca o estar formados por una torre, por lo que por razones de costo estas estructuras son factibles la mayoría de las veces - en presas pequeñas.

En el siguiente resumen se pueden comparar las ventajas y desventajas de los vertedores de embudo:

Ventajas.

- * Funcionan a su capacidad con carga hidráulica de diseño pequeña.
- * Regulan el gasto solos.
- * Su gasto aumenta poco con cargas mayores a las de diseño (ventaja o desventaja).
- * Optimos en laderas empinadas o cortinas angostas (principalmente de materiales graduados).
- * Algunas veces en su construcción se aprovecha la obra de desvío lo que reduce costos de construcción.

Desventajas.

- * Generalmente necesitan vertedores de auxilio.
- * Restringidos a las características topográficas.
- * Principalmente en presas pequeñas.
- * Su gasto aumenta muy poco con cargas mayores a las de diseño (ventaja o desventaja).
- * Normalmente costos muy altos.
- * Gastos no muy altos.
- * Se debe evitar que trabajen con cargas mayores a las de diseño.

3 REVISION DE ESTUDIOS DE MODELOS DE VERTEDORES DE EMBUDO

La finalidad de este capítulo es presentar las investigaciones originales que se han realizado sobre estos vertedores para así describir 2 criterios de diseño en el capítulo correspondiente basados en estas investigaciones

3,1 CONSIDERACIONES GENERALES

Las investigaciones de los fenómenos hidráulicos por medio de modelos, está basada en la teoría de la similitud entre modelo y prototipo, la cual proporciona información sobre:

- + Como se debe establecer el modelo teóricamente y prepararlo metodológicamente.
- + Aspectos que debe cumplir el modelo para describir la realidad con la mayor fidelidad posible.
- + Parámetros que deben ser medidos durante el experimento.
- + Como deben ser interpretados los resultados.
- + Cuando se deben aplicar los fenómenos estudiados y bajo que rangos.

El estudio de la teoría de la similitud se puede elaborar en dos direcciones; el primero determina el criterio de si-

militud, partiendo de un sistema de ecuaciones básicas homogéneas, las cuales expresan matemáticamente el fenómeno investigado físicamente. El segundo caso es el análisis dimensional que puede ser tomado como la base para determinar las condiciones de similitud del fenómeno, su uso requiere de la evaluación y determinación de los parámetros que actúan en él, lo cual se puede verificar con la ayuda de experimentos separados. La combinación de la investigación física y el análisis dimensional es muy útil en la investigación hidráulica.

3.2 CONCEPTOS BASICOS EN LA TEORIA DE LA SIMILITUD

Al crear un modelo de cualquier objeto donde todas sus dimensiones son reducidas en la misma escala, se dirá entonces que existe similitud geométrica entre modelo y prototipo, y cuando exista correspondencia geométrica en determinados puntos (sin que exista necesariamente similitud geométrica), serán puntos homólogos, por lo tanto, las partes homólogas entre modelo y prototipo serán compuestas por puntos homólogos.

Se considerará ahora a la proporción de cualquier parte en el modelo y prototipo como escala o módulo y se denotará como el subíndice e, ejemplificando:

$$\frac{l_p}{l_m} = l_e \quad ; \quad \frac{v_p}{v_m} = v_e \quad ; \quad \frac{a_p}{a_m} = a_e$$

donde:

l es longitud

a es aceleración

e es módulo o escala

p es prototipo

m es modelo

y se lee por ejemplo: $v_e \rightarrow$ escala de velocidades,

Tomando ahora un modelo y un prototipo, si observamos un fenómeno en movimiento sobre sus puntos homólogos en una determinada ruta y se desarrollan en un tiempo proporcional, se dirá entonces que existe similitud homocrónica, la que indica que la proporción del tiempo para una parte homóloga del modelo y prototipo es constante.

$$\frac{t_p}{t_m} = t_e$$

Esto por lo tanto indica que existe similitud entre las componentes de velocidad y aceleración.

Hasta ahora tenemos:

$$\text{para longitud: } \frac{l_{px}}{l_{mx}} = l_{ex} ; \frac{l_{py}}{l_{my}} = l_{ey} ; \frac{l_{pz}}{l_{mz}} = l_{ez}$$

$$\text{para velocidad: } v_{ex} = \frac{v_{px}}{v_{mx}} = \frac{l_{ex}}{t_e} ; \quad v_{ey} = \frac{v_{py}}{v_{my}} = \frac{l_{ey}}{t_e} ;$$

$$v_{ez} = \frac{v_{pz}}{v_{mz}} = \frac{l_{ez}}{t_e}$$

y para aceleración:

$$a_{ex} = \frac{a_{px}}{a_{mx}} = \frac{l_{ex}}{t_e^2} ; \quad a_{ey} = \frac{a_{py}}{a_{my}} = \frac{l_{ey}}{t_e^2} ; \quad a_{ez} = \frac{a_{pz}}{a_{mz}} = \frac{l_{ez}}{t_e^2}$$

ahora bien:

Al ser constantes los módulos de la velocidad y aceleración, v_{ex} , v_{ey} , v_{ez} , a_{ex} , a_{ey} , a_{ez} , y existe similitud geométrica, $l_{ex} = l_{ey} = l_{ez} = l_e$, podemos decir:

$$\text{para la velocidad, } v_{ex} = v_{ey} = v_{ez} = \frac{l_e}{t_e}$$

$$\text{y para la aceleración, } a_{ex} = a_{ey} = a_{ez} = \frac{l_e}{t_e^2}$$

Si las partes homólogas del modelo y prototipo son expuestas a fuerzas totales proporcionales, esto es refiriéndonos a la similitud dinámica y de acuerdo a la segunda ley de Newton $F=ma$, las ecuaciones para prototipo y modelo pueden ser escritas de la siguiente forma:

$$F_{px} = m_p a_{px} ; F_{py} = m_p a_{py} ; F_{pz} = m_p a_{pz}$$

$$F_{mx} = m_m a_{mx} ; F_{my} = m_m a_{my} ; F_{mz} = m_m a_{mz}$$

y obtenemos la proporción de las fuerzas

$$\frac{F_{px}}{F_{mx}} = \frac{m_p l_{px} t^2}{m_m l_{mx} t^2} ; \frac{F_{py}}{F_{my}} = \frac{m_p l_{py} t^2}{m_m l_{my} t^2} ; \frac{F_{pz}}{F_{mz}} = \frac{m_p l_{pz} t^2}{m_m l_{mz} t^2} \dots\dots\dots(1)$$

si la proporción de fuerzas en la realidad y en el modelo las denotamos como F_e , la ecuación (1) se puede expresar de la siguiente manera:

$$F_{ex} = \frac{m_e l_{ex}}{t_e^2} ; F_{ey} = \frac{m_e l_{ey}}{t_e^2} ; F_{ez} = \frac{m_e l_{ez}}{t_e^2} \dots\dots\dots(2)$$

al existir similitud geométrica

$$l_{ex} = l_{ey} = l_{ez} = l_e$$

es válido expresar la ecuación (2) como sigue

$$F_e = \frac{m_e l_e}{t_e^2} \dots\dots\dots(3)$$

si sustituimos en (3) la proporción de las masas

$m_e = \rho_e l_e^3$ donde ρ es la densidad:

$$F_e = \frac{\rho_e l_e^3 e^1}{t_e^2} \quad + \quad F_e = \frac{\rho_e l_e^4}{t_e^2} \quad \dots\dots(4)$$

si además sustituimos la proporción de las velocidades $v_e = \frac{l_e}{t_e}$ queda finalmente:

$$F_e = \rho_e v_e^2 l_e^2 \quad \dots\dots(5)$$

Las ecuaciones (3), (4) y (5) expresan su similitud mecánica - que incluye similitud geométrica, homocrónica y dinámica. Por lo tanto, la similitud mecánica se puede definir como sigue : Un prototipo y un modelo son mecánicamente similares si existe entre ellos similitud geométrica y si además para masas proporcionales de puntos homólogos en un fenómeno que implique movimiento, sus rutas son descritas en tiempos proporcionales y geoméricamente similares.

En Hidráulica es común establecer las condiciones o leyes de escalas através de parámetros adimensionales que en su contenido abarquen el fenómeno físico que lo rige. Así por ejemplo, en el siguiente desarrollo se obtienen los parámetros mas comunes partiendo de las fuerzas que actúan en un fluido , a saber superficiales (presión y cortánte) y másicas (gravedad y peso). Relacionándolas con la segunda ley de Newton:

$$f_p + f_\tau + f_c = f_i$$

donde:

f_p → fuerza de presión

f_τ → fuerza de cortante

f_c → fuerza de cuerpo

f_i → fuerza de inercia (introducida por D'Alambert-
para cerrar el polígono de fuerzas en movi-
miento)

desarrollando cada fuerza:

- presión f_p : $\Delta_p = \frac{f_p}{A} \therefore f_p = \Delta_p l^2$

donde Δ_p = presión

$A = l^2$ = área

- cortante $f_\tau = \tau l^2$ pero $\tau = \mu \frac{v}{l}$ de flujo de couette
o viscosidad

donde τ es el cortante generado por

lo que $f_\tau = \mu v l$

- gravedad o cuerpo $f_c = \gamma V$ + peso $\therefore f_c = \gamma l^3$

- inercia

$f_i = ma$; $m = \rho l^3$

$a = \frac{v}{t}$ y $t = \frac{l}{v} \therefore f_i = \rho l^2 v^2$

Tomando como pivote a la inercia y haciendo cocientes de fuerzas, se tiene:

$$\text{- Presión} \quad \frac{f_i}{f_p} = \frac{\rho l^2 v^2}{\Delta p l^2} \rightarrow = \frac{v}{\sqrt{\Delta p / \rho}} \quad (\text{Euler})$$

$$\text{- Cortante} \quad \frac{f_i}{f_\tau} = \frac{\rho l^2 v^2}{\mu v l} \rightarrow = \frac{v l \rho}{\mu} = \frac{v l}{\nu} \quad (\text{Reynolds})$$

$$\text{- Gravedad} \quad \frac{f_i}{f_c} = \frac{\rho l^2 v^2}{\gamma l^3} \rightarrow = \frac{v}{\sqrt{g l}} \quad (\text{Froude})$$

Es decir que si el fenómeno se rige por efectos de presión se puede utilizar la ley de Euler, si se rige por efectos viscosos la ley de Reynolds, o Froude por efectos de gravedad.

3.3 LEY DE FROUDE

Los estudios en modelos de los fenómenos hidráulicos en los vertedores de embudo son simulados de acuerdo con la ley de similitud de Froude ya que el flujo del agua es influenciado principalmente por la gravedad. A continuación se expone esta ley: La ley de Froude representa la condición de similitud dinámica para flujos que en modelos y prototipos son gobernados exclusivamente por la gravedad. Otras fuerzas como la

fricción, capilaridad y elasticidad volumétrica por ejemplo , o no afectan el flujo o su efecto es tan pequeño que puede ser ignorado, especialmente cuando el fenómeno en estudio presenta superficie del agua libre, por esto, esta ley es aplicable a los modelos de vertedores de embudo.

Hay que mencionar que cuando se investiga similitud en un fenómeno que está influenciado principalmente por la gravedad, se acepta a la similitud geométrica como base de la similitud mecánica.

La fuerza debida a la gravedad se expresa como:

$$F = \gamma V \quad \dots(6)$$

donde γ es el peso específico y V el volumen, la proporción de las fuerzas en prototipo y modelo son por lo tanto:

$$F_e = \frac{F_p}{F_m} = \frac{\gamma_p V_p}{\gamma_m V_m} = \gamma_e l^3_e \quad \dots(7)$$

Si comparamos esta ecuación con la relación de fuerzas según la segunda ley de Newton (ec. 5), obtenemos:

$$\gamma_e l^3_e = \rho_e v_e^2 l^2_e$$

pero $\gamma_e = \rho_e g_e$

sustituyendo

$$\rho_e g_e l_e^3 = \rho_e v_e^2 l_e^2$$

$$1 = \frac{v_e^2 l_e^2}{g_e l_e^3}$$

$$1 = \frac{v_e^2}{g_e l_e}$$

$$1 = \sqrt{\frac{v_e}{g_e l_e}}$$

lo que representa la relación de módulos o escalas es la escala del número de Froude

$$Fr_e = \sqrt{\frac{v_e}{g_e l_e}} = 1 \quad \dots\dots\dots(8)$$

o también

$$\frac{v_p}{\sqrt{g l_p}} = \frac{v_m}{\sqrt{g l_m}}$$

que expresa la igualdad del número de Froude para prototipo y modelo.

La aceleración de la gravedad es igual para el prototipo y el modelo, $g_e=1$, por lo que seleccionando una escala determinada de la longitud l_e , otros parámetros pueden ser fácilmente conocidos:

$$g_e=1$$

∴ para velocidad

$$\frac{v_e}{\sqrt{l_e}} = 1$$

$$v_e = \frac{v_p}{\sqrt{l_e}} = \sqrt{l_e} = l_e^{1/2} \quad \dots(9)$$

para descarga

$$Q_e = \frac{Q_p}{Q_m} = \frac{A_p v_p}{A_m v_m} = l_e^2 \sqrt{l_e} = l_e^{5/2} \quad \dots(10)$$

para el tiempo

$$t_e = \frac{t_p}{v_e} = \frac{t_p}{\sqrt{l_e}} = \sqrt{l_e} = l_e^{1/2} \quad \dots(11)$$

para fuerzas

$$F_e = \frac{F_p}{F_m} = \frac{\gamma_p V_p}{\gamma_m V_m} = \frac{\rho_p g V_p}{\rho_m g V_m} = \rho_e l_e^3 \quad \dots(12)$$

3.4 ANALISIS DIMENSIONAL

Como ya se dijo antes, el análisis dimensional proporciona información sobre el fenómeno en estudio, y se utilizan las dimensiones de las variables que intervienen en el problema estas unidades pueden ser las del sistema absoluto

M = masa

L = longitud

T = tiempo

o las del sistema gravitacional

F = Fuerza

L = longitud

T = tiempo

donde F y M están ligadas por la segunda ley de Newton

$$(F) \sim (MLT^{-2})$$

Esta técnica se basa en el teorema de Buckingham Vaschy o teorema π y se puede enunciar como sigue: "Una ecuación dimensionalmente homogénea donde intervienen m variables, como la representada por $F(A_1, A_2, A_3, \dots, A_m) = 0$ que pueda

ser expresada en términos de n dimensiones fundamentales (para nuestro caso seleccionaremos las del sistema absoluto), se podrá expresar como una combinación de $m-n$ productos adimensionales $f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{m-n}) = 0$.

De esta manera, ejemplificando, para obtener la fórmula de gasto sobre la cresta de un vertedor con superficie libre, se procede de la siguiente manera: El gasto es una función de la carga hidráulica sobre la cresta (H), de la aceleración de la gravedad (g) y de la longitud de la cresta (L). Primero obtenemos la matriz de los exponentes colocando en un renglón las variables que intervienen y en una columna sus exponentes:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 Q & L & g & H \\
 M & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\
 L & \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\
 T & \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

lo que nos da 2 ecuaciones

$$\begin{aligned}
 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\
 -x_1 - 2x_3 &= 0
 \end{aligned}$$

por lo que existen $m=4$ variables y $n=2$ dimensiones. Habrá entonces $m-n=2$ parámetros adimensionales.

Estos parámetros son productos de grupos distintos de las potencias de $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$ de la forma

$$\pi_1 = A_1^{x_1}, A_2^{x_2}, A_3^{x_3}, \dots, A_m^{x_m}$$

al tener 4 variables es necesario expresar 2 en función de las otras 2 para tener $m-n=2$ parámetros adimensionales por lo que se pondrá a x_3 y x_4 en función de x_1 y x_2

$$x_3 = -\frac{1}{2}x_1$$

$$x_4 = -\frac{5}{2}x_1 - x_2$$

por lo que se puede expresar π_i como

$$\pi_i = Q^{x_1} L^{x_2} g^{-\frac{1}{2}x_1} H^{\frac{5}{2}x_1 - x_2}$$

ahora los parámetros adimensionales los obtenemos eligiendo arbitrariamente valores para los pares (x_1, x_2)

$$x_1=1, x_2=0 \rightarrow \pi_1 = \frac{Q}{g^{1/2} H^{5/2}}$$

$$x_1=0, x_2=1 \rightarrow \pi_2 = \frac{L}{H}$$

se puede expresar ahora

$$f\left(\frac{Q}{g^{1/2} H^{5/2}}, \frac{L}{H}\right) = 0$$

o bien

$$\frac{Q}{g^{1/2} H^{5/2}} = f\left(\frac{L}{H}\right)$$

$$Q = g^{1/2} H^{5/2} f\left(\frac{L}{H}\right)$$

$$C'Q = g^{1/2} H^{5/2} \frac{L}{H}$$

$$Q = \frac{g^{1/2} H^{3/2} L}{C'}$$

pero la gravedad es siempre constante por lo que podemos agrupar $\frac{g}{C'}$ en una constante y queda entonces

$$Q = C L H^{3/2}$$

que es la fórmula de la descarga sobre un vertedor con cresta libre.

Podemos concluir que el análisis dimensional es útil para:

- + Comprobar cualitativamente las ecuaciones,
- + Dimensionar coeficiente empíricos,
- + Establecer y realizar experimentos generalizando resultados,
- + Formar leyes de similitud en la investigación experimental,
- + Proporcionar información del fenómeno a investigar.

A continuación se presentan las investigaciones apoyadas en la Teoría de la Similitud y en el Análisis Dimensional.

3.5 INVESTIGACIONES SOBRE EL MODELO

Existen un gran número de problemas acerca del diseño de vertedores de embudo que son investigados con la ayuda de modelos, entre ellos podemos citar:

- + Dimensiones y forma de la cresta,
- + Formas de impedir vórtices en la cresta,
- + Forma de la superficie de la transición,
- + Contorno de la lámina vertiente.
- + Impedimento de presiones negativas,
- + Valores de los coeficientes de descarga,
- + Capacidad de los vertedores,
- + Impedimentos para que pasen objetos flotantes por

el vertedor.

3.5.1 CONDICIONES GENERALES

Según Wagner (investigador de vertedores de embudo), - la influencia de la tensión superficial en el coeficiente de descarga, se hace evidente para valores de la carga hidráulica (H) menores de 0.05 mts, por lo que el modelo debe estar condicionado a tener una carga $H > 0.05$ mts.

La influencia de la velocidad de llegada puede ser ignorada solo si $P \geq D$ donde P es la profundidad total y D es el diámetro de la cresta, para valores de $P < D$, la carga de velocidad de llegada forma parte de la carga hidráulica.

3.5.2 APROVECHAMIENTO DE VORTICES

Para los vertedores de embudo colocados a cierta profundidad, existe un criterio de diseño que conciste en aprovechar los vórtices (fig. 3.1), e incluso provocar el flujo espiral por medio de la instalación de guías en forma de espiral - dentro del embudo, a estas estructuras se les llama vertedores de embudo tipo Praga debido a su lugar de origen y donde han sido desarrollados. En la fig. 3.2 y 3.3 se presentan un modelo de un vertedor normal y de uno tipo Praga, mientras que en la fig 3.4 se muestra el vertedor de la presa Hracholusky (Checoslovaquia) el cual es del tipo Praga.

El beneficio principal del flujo en espiral es elimi-

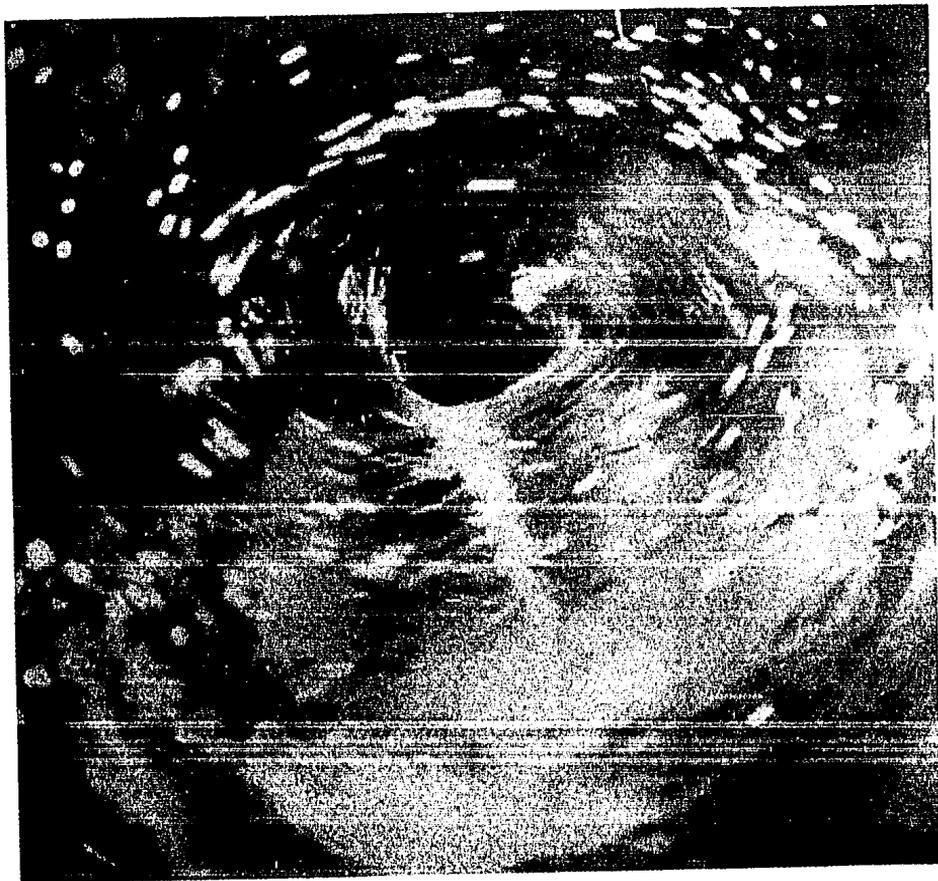


Fig 3.1

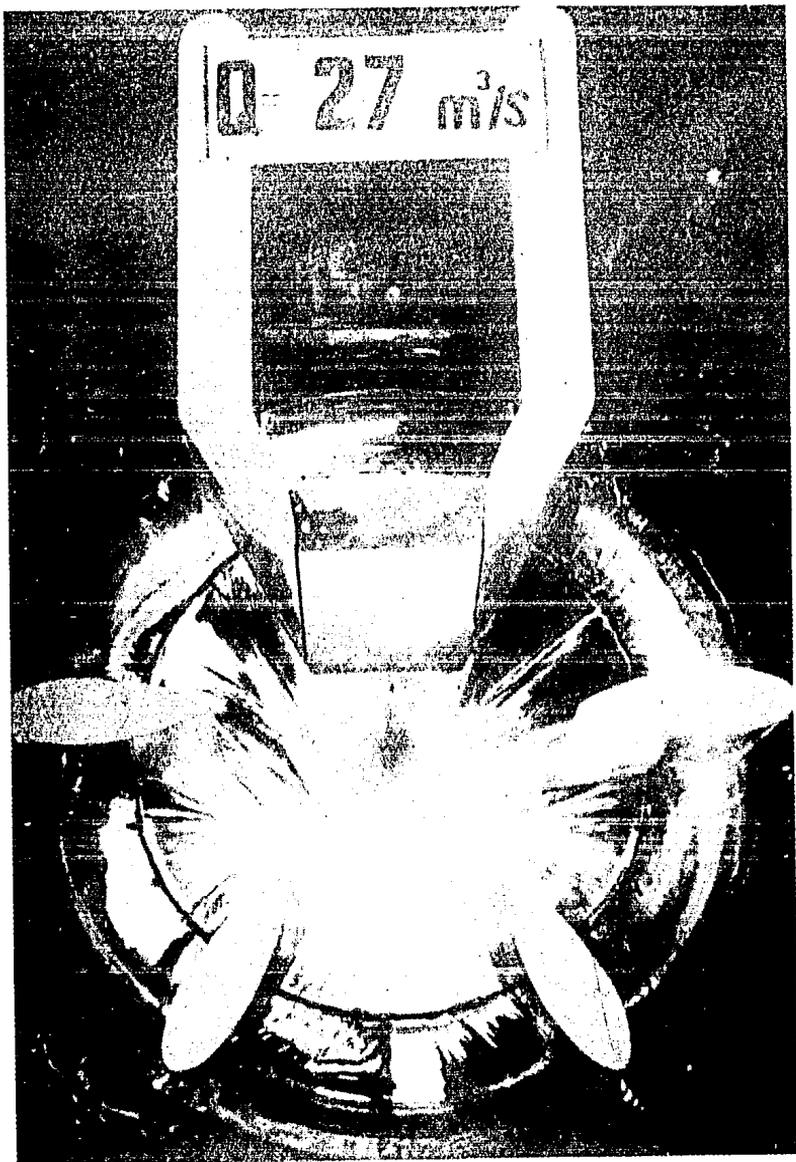


Fig 3.2 Modelo de vertedor de embudo



Fig 3.3 Modelo de vertedor de embudo tipo Praga

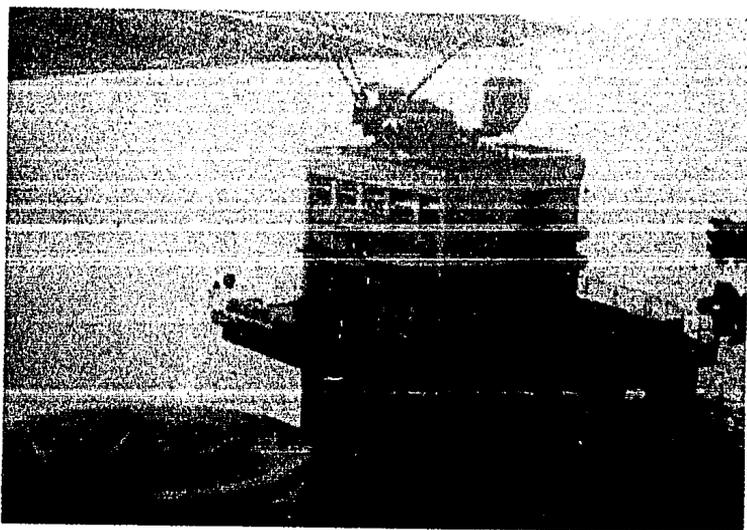


Fig 3.4 Vertedor de embudo de la presa Hracholusky
(Checoslovaquia)

nar presiones negativas, y las dimensiones óptimas, número y forma de las guías espirales se deben obtener por medio de pruebas experimentales.

Durante los estudios con regimenes de vórtices, se observó que la capacidad de descarga aumenta eliminando el aire en el vórtice pero conservando el flujo espiral del agua en el embudo.

El estudio de la similitud en la descarga durante un régimen de vórtice se realiza de la siguiente manera:

De la ecuación 10

$$\frac{Q_p + Q_{ap}}{Q_m + Q_{am}} = l_e^{\frac{5}{2}}$$

$$Q_p + Q_{ap} = (Q_m + Q_{am}) l_e^{\frac{5}{2}}$$

$$Q_p = (Q_m + Q_{am}) l_e^{\frac{5}{2}} - Q_{ap} \quad \dots\dots(13)$$

donde Q = Gasto de descarga del agua

Q_a = Gasto de descarga del aire

$l_e = D_p / D_m$

D = Diámetro de la cresta

si sustituimos la ecuación de continuidad

$$Q = Av = \frac{\pi D^2}{4} v$$

$$Q_p = Q_m 1_e^{\frac{5}{2}} + \frac{v_m \pi D_{am}^2}{4} 1_e^{\frac{5}{2}} - \frac{v_p \pi D_{ap}^2}{4} \quad \dots (14)$$

donde D_a es el diámetro del corazón de aire del vórtice y v es la componente vertical de la velocidad del agua y del aire.

$$\text{si } \frac{D_p}{D_{ap}} = c_p \quad \text{y} \quad \frac{D_m}{D_{am}} = c_m$$

entonces tenemos

$$Q_p = Q_m 1_e^{\frac{5}{2}} + \frac{v_m \pi D_m^2}{4 c_m^2} 1_e^{\frac{5}{2}} - \frac{v_p \pi D_p^2}{4 c_p^2} \quad \dots (15)$$

de la ecuación 10

$$Q_e = \frac{Q_p}{Q_m} = 1_e^{\frac{5}{2}} ; \quad Q_p = Q_m 1_e^{\frac{5}{2}}$$

$$Q_m = \frac{v_m \pi}{4} D_m^2$$

sustituyendo

$$Q_p = \frac{v_m \pi}{4} D_m^2 1_e^{\frac{5}{2}} = \frac{v_p \pi}{4} D_p^2$$

sustituyendo en el segundo miembro de la ecuación 15

$$Q_p = Q_m l_e^{\frac{5}{2}} + \frac{v_p \pi D_p^2}{4c_m^2} - \frac{v_p \pi D_p^2}{4c_p^2}$$

$$Q_p = Q_m l_e^{\frac{5}{2}} + \frac{\pi v_p D_p^2}{4} \left(\frac{1}{c_m^2} - \frac{1}{c_p^2} \right)$$

$$Q_p = Q_m l_e^{\frac{5}{2}} + \frac{\pi v_p D_p^2}{4} \left(\frac{c_p^2}{c_p^2 c_m^2} - \frac{1}{c_p^2} \right)$$

$$Q_p = Q_m l_e^{\frac{5}{2}} + \frac{\pi v_p D_p^2}{4c_p^2} \left(\frac{c_p^2}{c_m^2} - 1 \right)$$

al introducir $\alpha = \frac{c_p}{c_m}$

$$Q_p = Q_m l_e^{\frac{5}{2}} + \frac{\pi v_p D_p^2}{4c_p^2} (\alpha^2 - 1)$$

pero $\frac{\pi v_p D_p^2}{4} = Q_p = Q_m l_e^{\frac{5}{2}}$

por lo que

$$Q_m l_e^{\frac{5}{2}} = Q_m l_e^{\frac{5}{2}} + Q_m l_e^{\frac{5}{2}} \frac{(\alpha^2 - 1)}{c_p^2}$$

$$Q_m l_e^{\frac{5}{2}} = Q_m l_e^{\frac{5}{2}} - Q_m l_e^{\frac{5}{2}} \frac{(\alpha^2 - 1)}{c_p^2}$$

$$Q_m I_e^{\frac{5}{2}} = Q_m I_e^{\frac{5}{2}} \left(\frac{c_p^2 - \alpha^2 + 1}{c_p^2} \right)$$

$$Q_p = Q_m I_e^{\frac{5}{2}} \left(\frac{c_p^2}{c_p^2 + 1 - \alpha^2} \right)$$

Experimentalmente se ha encontrado que $c_p = \frac{D}{D_{ap}}$ es del orden de 10 y $\alpha = \frac{c_p}{c_m}$ es ligeramente mayor que la unidad, por lo que la expresión

$$\frac{c_p^2}{c_p^2 + 1 - \alpha^2}$$

es escasamente mayor que 1 y por lo tanto cambia la descarga del modelo de una manera sumamente pequeña, de este modo, la descarga en un vertedor de embudo bajo un régimen de vórtice puede ser simulada de acuerdo a la ley de similitud de Froude.

3.5.3 RESULTADOS DE LA EXPERIMENTACION

Los estudios más completos sobre vertedores de embudo normales fueron realizados por Wagner (1956) en un vertedor con una cresta de 508 mm de diámetro, en este modelo obtuvo medicio

nes de la forma de los chorros, los valores del coeficiente de descarga, la presencia de presiones negativas y la influencia de la velocidad de llegada para distintas cargas.

Ya que la forma de los chorros son similares para relaciones iguales de $\frac{H}{R}$ donde H es la carga hidráulica y R el radio de la cresta, las investigaciones se realizaron variando esta relación, así, usando la superficie inferior del chorro, la cresta del vertedor puede ser diseñada para cualquier carga. Este estudio se presenta en la figura 3.5 mientras que en la figura 3.6 se indican los valores del coeficiente de descarga C.

Existe un tipo de vertedores de embudo llamados de cresta plana, los cuales se recomienda utilizar con relaciones de $\frac{H}{R} < 0.2$, estos vertedores fueron estudiados por Blau (1970) y el resumen de sus investigaciones se presenta en la figura 3.7.

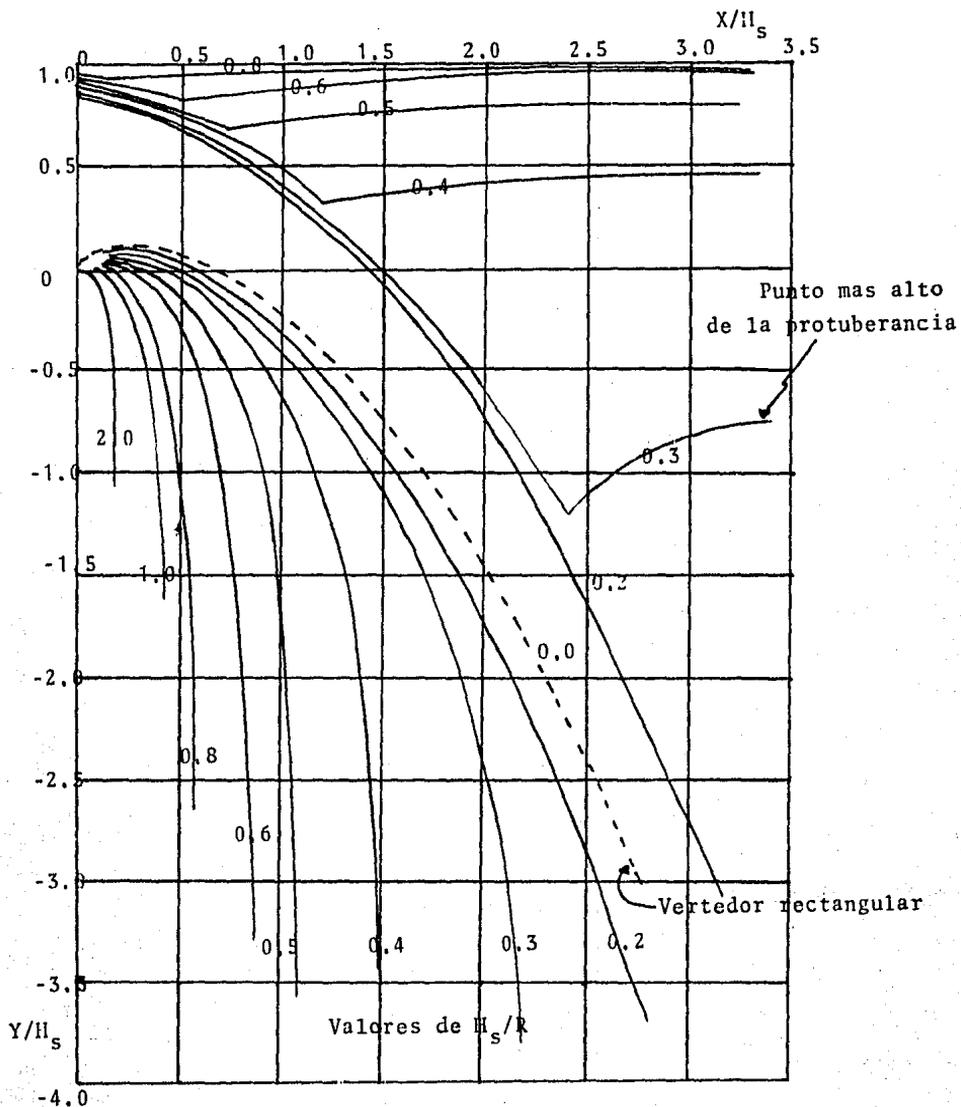


Fig 3.5 SECCIONES SUPERIOR E INFERIOR DE LA LAMINA VERTIENTE PARA VERTEDORES DE EMBUDO NORMALES (LAMINA VENTILADA Y VELOCIDAD DE LLEGADA DESPRECIABLE)

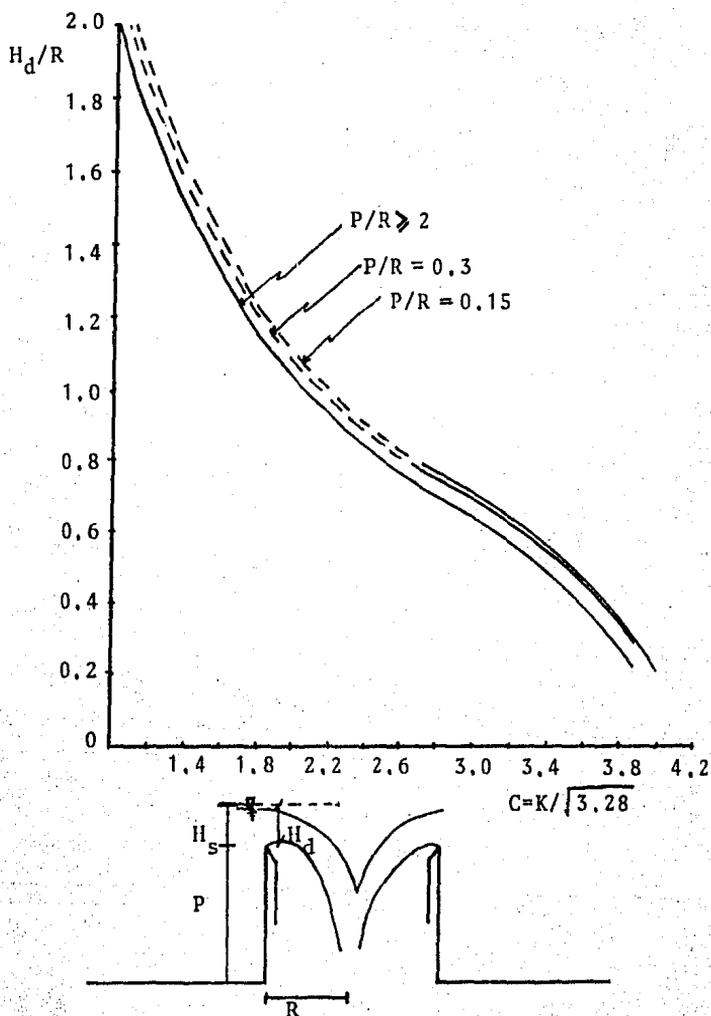


Fig 3.6 VALORES DEL COEFICIENTE DE DESCARGA

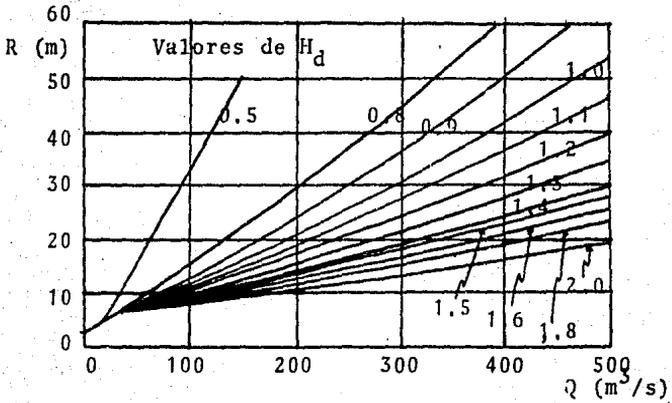
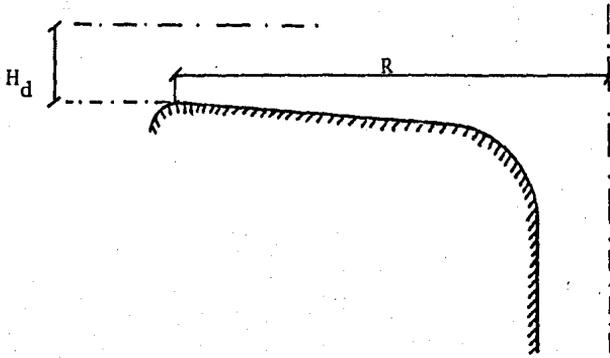


Fig 3.7 RESULTADOS DE LOS ESTUDIOS DE BLAU EN VERTEDORES DE CRESTA PLANA

4 CRITERIOS PROPUESTOS

4.1 GENERALIDADES DE OPERACION

Los vertedores de embudo tienen 3 formas de operar : con zona de control en la cresta, control en la garganta y descarga a tubo lleno. Estas 3 formas de funcionamiento se indican a continuación:

* Zona de control en la cresta; para cargas mucho menores a las de diseño.

$$Q = CLH^{\frac{3}{2}} \quad \left(\frac{H}{R} < 0.45 \right)$$

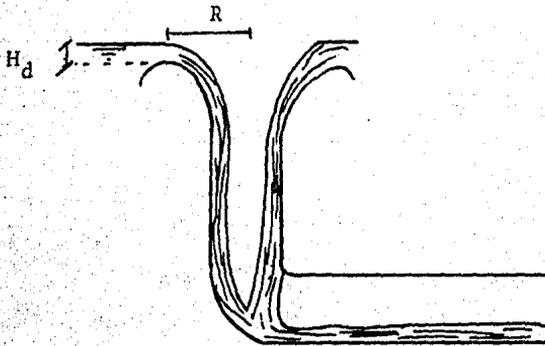


Fig 4.1

* Zona de control en la garganta; para cargas de diseño y aproximadas.

Gobernará la ecuación de la forma

$$Q = cte R^2 H_a^{\frac{1}{2}} \quad (0.45 < \frac{H}{R} < 1)$$

donde R es el radio para cada H_a en la sección de control.

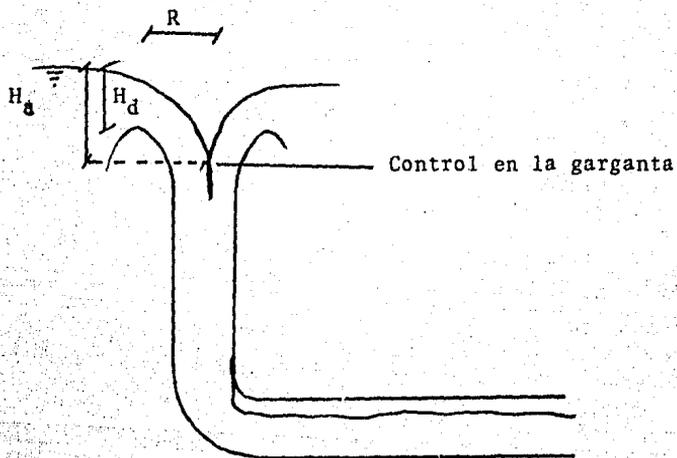


Fig. 4.2

* Descarga a tubo lleno; para cargas mayores a la de diseño.

Gobernará la ecuación de la energía

$$H_t = \frac{v^2}{2g} + \Sigma h_f$$

$$v = \sqrt{(H_t - \Sigma h_f) 2g}$$

$$Q = A \sqrt{(H_t - \Sigma h_f) 2g} \quad (H > 1)$$

donde A es el área del tubo, Σh_f son las pérdidas de energía tanto locales como por fricción y H_t es la carga total.

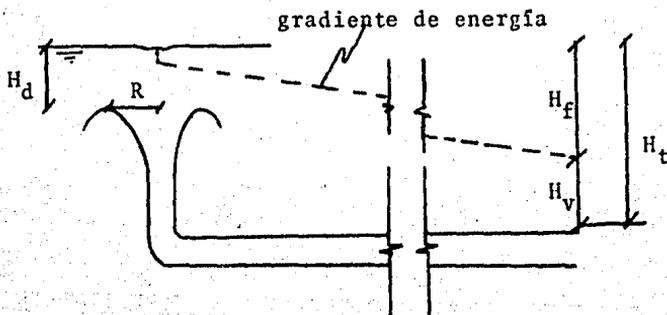


Fig. 4.3

En la gráfica 4.4 donde se relacionan elevaciones con tra gastos se aprecian los cambios que sufre la ley de descarga para cada una de las 3 formas de operación, de la cual podemos concluir:

- Para cargas pequeñas el gasto aumenta rápidamente hasta alcanzar la carga de diseño.
- Para gastos menores al de diseño, el control será en la cresta y no debe influir en el diseño hidráulico ya que además de sobrepasarse rápidamente, nunca afectará el buen funcionamiento del vertedor.
- Una vez que se llega al punto de operación a tubo lleno, aparte de trabajar a presión, el gasto aumenta poco en relación al aumento de la carga por lo que se debe evitar llegar a este punto.
- El gasto de diseño deberá siempre estar en la zona de control en la garganta y la tubería de salida diseñada para que trabaje alrededor del 75% de su capacidad y así evitar que funcione a presión.

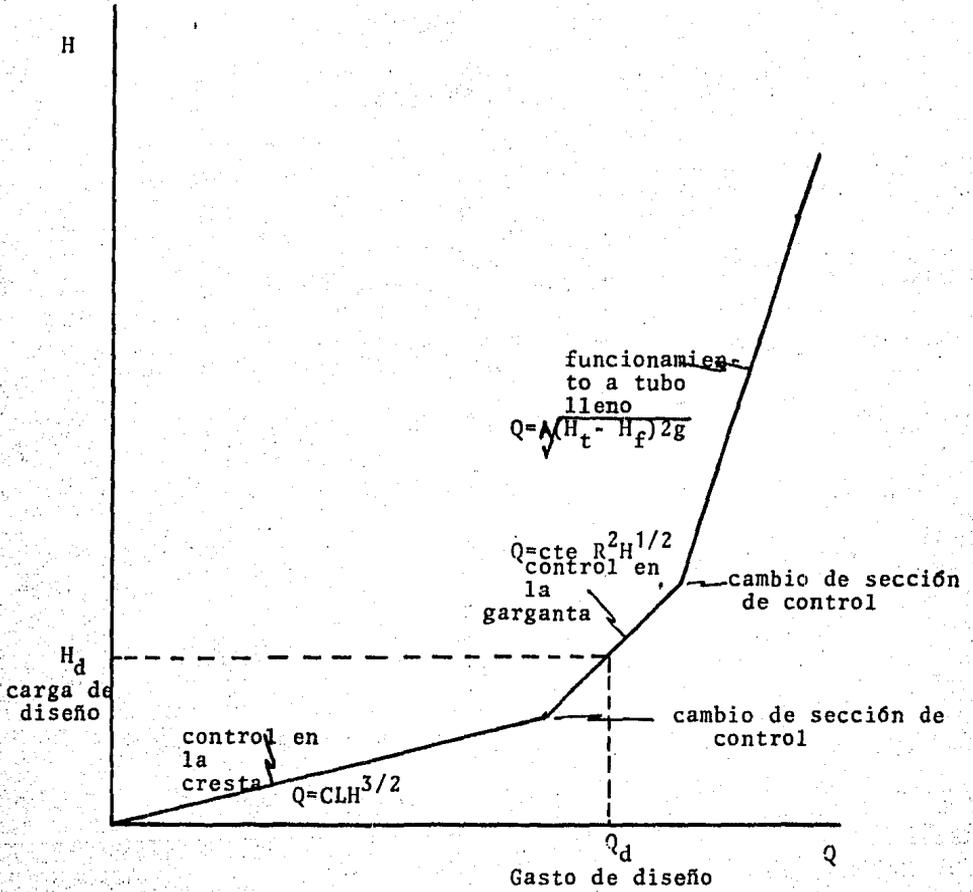


Fig 4.4 LEY DE DESCARGA PARA VERTEDORES DE EMBUDO.

4.2 TIPOS DE VERTEDORES DE EMBUDO

Existen 2 tipos de vertedores de embudo, los que llamamos normales y los de cresta plana; la diferencia que existe entre ellos es que en los normales, el agua comienza su caída libre una vez que llega a la cresta, mientras que en los de cresta plana, el agua antes de caer libremente recorre la sección plana de la cresta.

4.2.1 VERTEDORES DE EMBUDO CON CRESTA PLANA

El diseño de estos vertedores se realiza mediante un proceso iterativo donde el gasto (Q) siempre es fijo y la carga hidráulica de diseño (H_d) se selecciona por tanteos: En la figura 4.5 se presenta un esquema de referencia que permitirá describir el diseño que se expone a continuación:

Q = Gasto de diseño

q = Gasto unitario

H_d = Carga hidráulica de diseño

- Longitud y radio de la cresta.

Partiendo de la fórmula de gasto unitario para vertedores:

$$q = cH^{\frac{3}{2}} \dots\dots(1)$$

$$L = \frac{Q}{q} ; R_c = \frac{L}{2\pi}$$

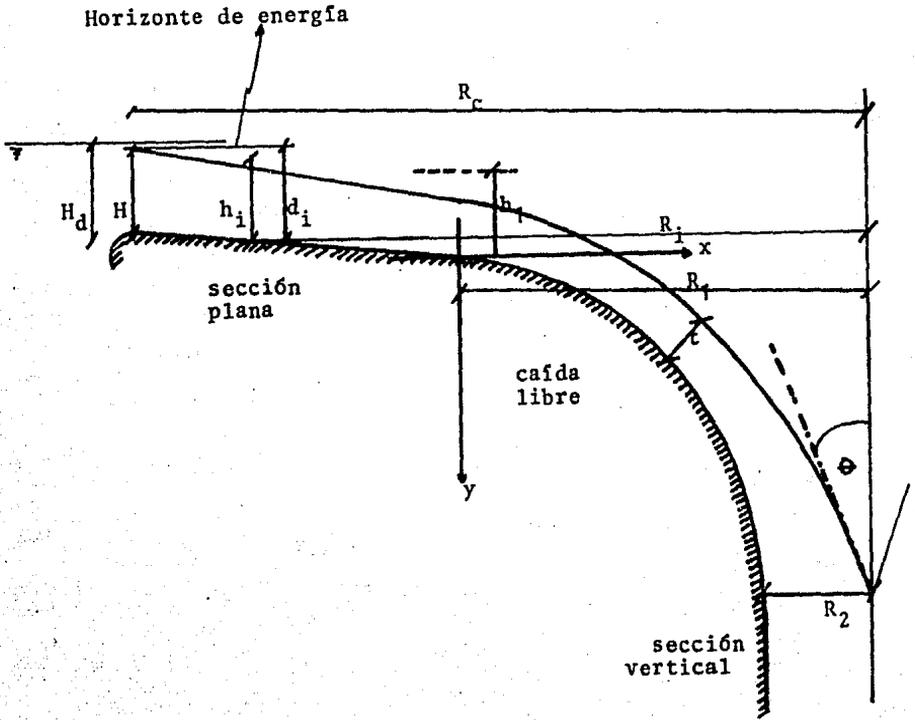


Fig. 4.5 ESQUEMA DE REFERENCIA

- Pérdidas de energía a la entrada para obtener carga real.

$$\text{de } q = cH_d^{\frac{3}{2}} = c'(H_d - h_f)^{\frac{3}{2}}$$

$$h_f = H_d - (cH_d^{\frac{3}{2}}/c')^{\frac{2}{3}}$$

$$h_f = H_d - (c/c')^{\frac{2}{3}} H_d$$

$$h_f = H_d \{1 - (c/c')^{\frac{2}{3}}\} \quad \dots\dots(2)$$

donde: h_f = pérdidas de energía a la entrada

H_d = carga hidráulica de diseño

c = coeficiente de descarga utilizado

c' = coeficiente de descarga teórico

$$\therefore H = H_d - h_f \quad \dots\dots(3)$$

- Determinación de la elevación de la cresta plana -
para cualquier radio R_i ($R_i < R_c$) y del tirante del agua.

según Creager:

$$d = H(R_c/R_i)^{\frac{2}{3}} \quad \dots\dots(4)$$

donde: R_i = valores arbitrarios del radio

d = distancia desde H hasta la sección de

R_i (Energía específica en la sección i)

$$h = \frac{2}{3}d \quad \dots\dots(5)$$

donde h = parámetro de Kurtz (tirante crítico-
en la sección i).

Para la determinación del último R_1 antes de que el agua empiece a caer libremente, no existe ningún modelo teórico que permita definirlo aproximadamente, por lo que se determinará en base a la experiencia del proyectista considerando que el ángulo θ no sea muy grande para evitar la formación de fuertes turbulencias por el choque del agua proveniente de distintos sentidos, sin embargo, en la medida de lo posible se deberá prolongar la sección plana para tener el embudo a una altura lo suficientemente elevada que cumpla con las exigencias del proyecto.

Una vez determinado el límite de la sección plana, se usará este punto como el origen de los ejes cartesianos (fig. 4.5) para determinar la parábola de caída libre del agua.

- Determinación del radio para la sección de caída libre en cualquier punto.

Kurtz para obtener la línea media del chorro en la sección de caída libre y el grueso del chorro propone las siguientes fórmulas:

$$y + 0.36h_1 = \frac{(x + 0.36h_1)^2}{4.56h_1} \quad \dots\dots(6)$$

donde: x, y son coordenadas

R_1 es el R_i último

h_1 es el valor de h_i para el último R_i

$$t = \frac{Q}{2\pi R_1 \sqrt{2g(y + 1.5h_1)}} \quad \dots\dots(7)$$

donde t es el grueso del chorro para cualquier coordenada de y .

Este criterio propuesto por Kurtz permite obtener la forma de la caída libre solo de una manera aproximada, pero debe ser corregida con la ayuda de un modelo hidráulico.

Hasta ahora solo se han considerado pérdidas de energía en la entrada y no en la sección plana, los investigadores coinciden en que estas últimas no son necesarias hasta ahora ya que los resultados caen en un rango de aproximación adecuado, pero deben ser tomadas en cuenta para el resto del diseño del vertedor.

Partiendo de la ecuación (6), el vértice de la parábola se encuentra en $y = -0.36h_1$, por lo que la carga será:

$$h = y + 0.36h_1 - h_{f1} - h_{f2}$$

donde: h_{f1} son las pérdidas de energía en la sección plana y h_{f2} en la sección de caída libre.

Determinando la velocidad:

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2g(y+0.36h_1-h_{f1}-h_{f2})} \quad \dots\dots(8)$$

utilizando la ecuación de continuidad:

$$Q = Av = \pi R_2^2 v \quad \dots\dots(9)$$

donde R_2 es el radio en la sección vertical.

sustituyendo (8) en (9)

$$Q = \pi R_2^2 \sqrt{2g(y+0.36h_1-h_{f1}-h_{f2})}$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{Q}{\pi \sqrt{2g(y+0.36h_1-h_{f1}-h_{f2})}}} \quad \dots\dots(10)$$

El diseño del conducto de descarga se hará posteriormente ya que es igual para ambos tipos de vertedores.

4.2.2 VERTEDORES DE EMBUDO NORMALES

Al igual que en los vertedores con cresta plana, el diseño hidráulico se hará por tanteos, con un gasto de diseño fijo y una carga hidráulica variable. En el esquema de referencia de la figura 4.6 se basará el criterio de diseño siguiente.

Es conveniente seleccionar una relación de $\frac{H_d}{R} = 0.3$ para así evitar la presencia de presiones negativas y obtener un alto coeficiente de descarga. La capacidad de descarga sobre la cresta y la transmisión se puede expresar por la fórmula:

$$Q = CLH^{\frac{3}{2}}$$

donde $L = 2\pi R$, por lo que

$$Q = 2\pi CRH^{\frac{3}{2}} \quad \dots\dots(11)$$

Para cargas menores a la de diseño (H_e), la ecuación (11) queda igual pero el coeficiente de descarga C debe ser modificado; la gráfica de la figura 4.7 permite obtener el nuevo coeficiente de descarga C' para relaciones $\frac{H_d}{R} = 0.3$; y el coeficiente de descarga para la carga de diseño se obtiene de la figura 4.8 para diferentes relaciones de $\frac{H_d}{R}$ y $\frac{P}{R}$.

Relación del coeficiente
de descarga al coeficiente para $\frac{H_d}{R} = 0.3$

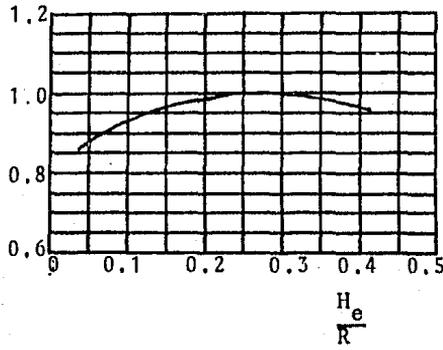


Fig. 4.7 COEFICIENTES DE DESCARGA PARA CARGAS
MENORES A LA DE DISEÑO

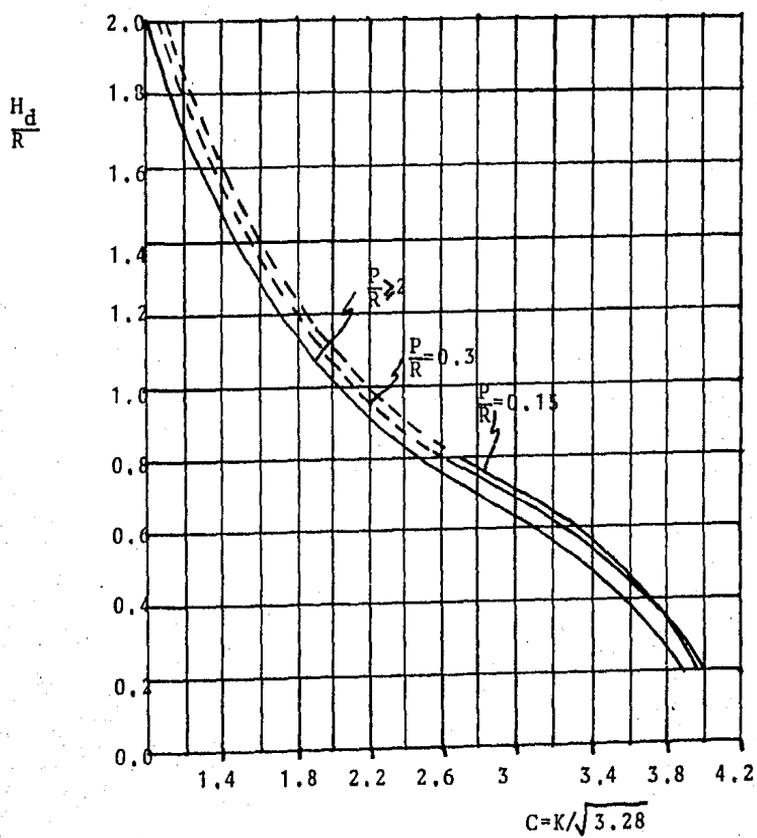


Fig. 4.8 COEFICIENTE DE DESCARGA PARA LA CARGA DE DISEÑO H_d

Para conocer la geometría de la cresta necesitamos la carga H_s la cual se puede obtener por medio de la figura 4.9 relacionando $\frac{H_s}{H_d}$ con $\frac{H_d}{R}$, y así conocer la superficie inferior de la lámina vertiente con la ayuda de las tabla 4.1, 4.2 y 4.3, las que dan coordenadas las cuales se proyectan sobre los ejes del esquema de referencia para distintas relaciones de $\frac{p}{R}$ y $\frac{H_s}{R}$.

Por medio de pruebas experimentales se ha demostrado que se presentarán presiones negativas para relaciones de $\frac{H_d}{R}$ mayores a 0.3, para evitarlas o reducirlas al mínimo se procede de la siguiente manera:

- 1) Utilizando la figura 4.10 se determina el radio modificado R' con $\frac{H_d}{R}$ conocido y se obtiene $\frac{R'}{R}$
- 2) Utilizamos una relación de $\frac{H'_s}{R'}$ de las tablas 4.1, 4.2 y 4.3 para obtener la superficie inferior de la lámina vertiente.

Para la obtención de la transición vertical (determinación del radio del chorro para cualquier punto debajo de la superficie) se procede de la siguiente manera: En el esquema de referencia se ubica el radio del chorro R_1 para cualquier H_a ,

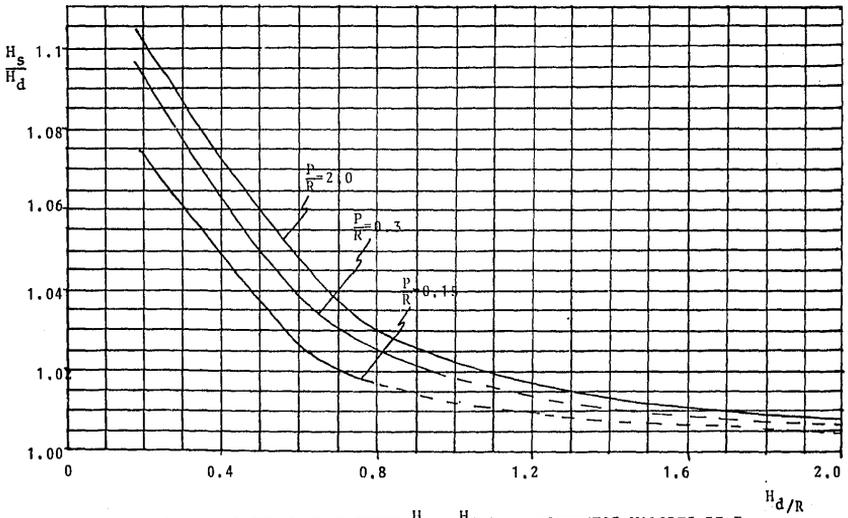


Fig. 4.9 RELACIONES ENTRE $\frac{H_s}{H_d}$ y $\frac{H_d}{R}$ PARA DISTINTOS VALORES DE P.

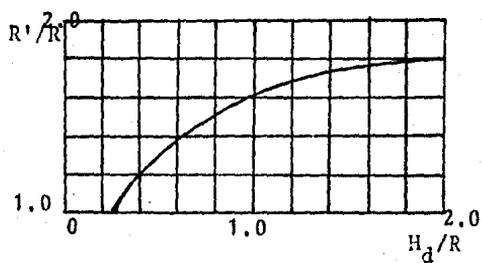


Fig. 4.10 AUMENTO DEL RADIO DE LA CRESTA PARA DISMINUIR LAS PRESIONES NEGATIVAS

H_g/R	0.00	0.10	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.60	0.80	1.00	1.20	1.50	2.00
x/H_g	Y/H _g para la sección arriba de la cresta														
0.000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
.010	.0150	.0145	.0133	.0139	.0128	.0125	.0122	.0119	.0116	.0112	.0104	.0095	.0086	.0077	.0070
.020	.0280	.0265	.0250	.0243	.0236	.0231	.0225	.0220	.0213	.0202	.0180	.0159	.0140	.0115	.0090
.030	.0395	.0365	.0350	.0337	.0327	.0317	.0308	.0299	.0289	.0270	.0231	.0198	.0168	.0126	.0085
.040	.0490	.0460	.0435	.0417	.0403	.0389	.0377	.0363	.0351	.0324	.0268	.0220	.0176	.0117	.0050
.050	.0575	.0535	.0506	.0487	.0471	.0454	.0436	.0420	.0402	.0368	.0292	.0226	.0168	.0092	
.060	.0650	.0605	.0570	.0550	.0531	.0510	.0489	.0470	.0448	.0404	.0305	.0220	.0147	.0053	
.070	.0710	.0665	.0627	.0605	.0584	.0560	.0537	.0514	.0487	.0432	.0308	.0201	.0114	.0001	
.080	.0765	.0710	.0677	.0655	.0630	.0603	.0578	.0550	.0521	.0455	.0301	.0172	.0070		
.090	.0820	.0765	.0722	.0696	.0670	.0640	.0613	.0581	.0549	.0471	.0287	.0135	.0018		
.100	.0860	.0810	.0762	.0734	.0705	.0672	.0642	.0606	.0570	.0482	.0264	.0080			
.120	.0940	.0880	.0826	.0790	.0758	.0720	.0683	.0640	.0596	.0483	.0195				
.140	.1000	.0935	.0872	.0829	.0792	.0750	.0705	.0654	.0599	.0460	.0101				
.160	.1045	.0980	.0905	.0855	.0812	.0765	.0710	.0651	.0585	.0418					
.180	.1080	.1010	.0927	.0872	.0820	.0766	.0705	.0637	.0559	.0361					
.200	.1105	.1025	.0938	.0877	.0819	.0756	.0688	.0611	.0521	.0292					
.250	.1120	.1035	.0926	.0850	.0773	.0683	.0596	.0495	.0380	.0068					
.300	.1105	.1000	.0850	.0764	.0668	.0559	.0446	.0327	.0174						
.350	.1060	.0930	.0750	.0650	.0540	.0410	.0280	.0125							
.400	.0970	.0830	.0620	.0500	.0365	.0220	.0060								
.450	.0845	.0700	.0450	.0319	.0170	.000									
.500	.0700	.0520	.0250	.0100											
.550	.0520	.0320	.0020												
.600	.0320	.0080													
.650	.0090														

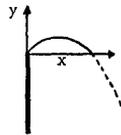
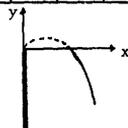


Tabla 4.1 COORDENADAS DE LA SUPERFICIE INFERIOR DE LA LAMINA VERTIENTE PARA DIFERENTES VALORES DE H_g/R , CUANDO $P/R = 2$

Fuente: UNITED STATES BUREAU OF RECLAMATION

H _s /R	0.00	0.10	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.60	0.80	1.00	1.20	1.50	2.00
Y/H	X/H _s para la sección abajo de la cresta														
0.000	0.668	0.615	0.554	0.520	0.487	0.450	0.413	0.376	0.334	0.262	0.158	0.116	0.093	0.070	0.048
-0.020	.705	.652	.592	.560	.526	.488	.452	.414	.369	.293	.185	.145	.120	.096	.074
-0.040	.742	.688	.627	.596	.563	.524	.487	.448	.400	.320	.212	.165	.140	.115	.088
-0.060	.777	.720	.660	.630	.596	.557	.519	.478	.428	.342	.232	.182	.155	.129	.100
-0.080	.808	.752	.692	.662	.628	.589	.549	.506	.454	.363	.250	.197	.169	.140	.110
-0.100	.838	.784	.722	.692	.657	.618	.577	.532	.478	.381	.266	.210	.180	.150	.118
-0.150	.913	.857	.793	.762	.725	.686	.641	.589	.531	.423	.299	.238	.204	.170	.132
-0.200	.978	.925	.860	.826	.790	.745	.698	.640	.575	.459	.326	.260	.224	.184	.144
-0.250	1.040	.985	.919	.883	.847	.801	.750	.683	.613	.490	.348	.280	.239	.196	.153
-0.300	1.100	1.043	.976	.941	.900	.852	.797	.722	.648	.518	.368	.296	.251	.206	.160
-0.400	1.207	1.150	1.079	1.041	1.000	.944	.880	.791	.706	.562	.400	.322	.271	.220	.168
-0.500	1.308	1.246	1.172	1.131	1.087	1.027	.951	.849	.753	.598	.427	.342	.287	.232	.173
-0.600	1.397	1.335	1.260	1.215	1.167	1.102	1.012	.898	.793	.627	.449	.359	.300	.240	.179
-0.800	1.563	1.500	1.422	1.369	1.312	1.231	1.112	.974	.854	.673	.482	.384	.320	.253	.184
-1.000	1.713	1.646	1.564	1.508	1.440	1.337	1.189	1.030	.899	.710	.508	.402	.332	.260	.188
-1.200	1.846	1.780	1.691	1.635	1.553	1.422	1.248	1.074	.933	.739	.528	.417	.340	.266	
-1.400	1.970	1.903	1.808	1.748	1.653	1.492	1.293	1.108	.963	.760	.542	.423	.344		
-1.600	2.085	2.020	1.918	1.855	1.742	1.548	1.330	1.133	.988	.780	.553	.430			
-1.800	2.196	2.130	2.024	1.957	1.821	1.591	1.358	1.158	1.008	.797	.563	.433			
-2.000	2.302	2.234	2.126	2.053	1.891	1.630	1.381	1.180	1.025	.810	.572				
-2.500	2.557	2.475	2.354	2.266	2.027	1.701	1.430	1.221	1.059	.838	.588				
-3.000	2.778	2.700	2.559	2.428	2.119	1.748	1.468	1.252	1.086	.853					
-3.500		2.916	2.749	2.541	2.171	1.777	1.489	1.267	1.102						
-4.000		3.114	2.914	2.620	2.201	1.796	1.500	1.280							
-4.500		3.306	3.053	2.682	2.220	1.806	1.509								
-5.000		3.488	3.178	2.734	2.227	1.811									
-5.500		3.653	3.294	2.779	2.229										
-6.000		3.820	3.401	2.812	2.232										

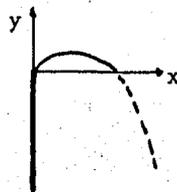
Tabla 4.1 Continuación.



H_s/R	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.60	0.80
x/H_s	de la								
	y/H_s para la sección arriba cresta								
0.000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
.010	.0130	.0130	.0130	.0125	.0120	.0120	.0115	.0110	.0100
.020	.0245	.0242	.0240	.0235	.0225	.0210	.0195	.0180	.0170
.030	.0340	.0335	.0330	.0320	.0300	.0290	.0270	.0240	.0210
.040	.0415	.0411	.0390	.0380	.0365	.0350	.0320	.0285	.0240
.050	.0495	.0470	.0455	.0440	.0420	.0395	.0370	.0325	.0245
.060	.0560	.0530	.0505	.0490	.0460	.0440	.0405	.0350	.0250
.070	.0610	.0575	.0550	.0530	.0500	.0470	.0440	.0370	.0245
.080	.0660	.0620	.0590	.0565	.0530	.0500	.0460	.0385	.0235
.090	.0705	.0660	.0625	.0595	.0550	.0520	.0480	.0390	.0215
.100	.0740	.0690	.0660	.0620	.0575	.0540	.0500	.0395	.0190
.120	.0800	.0750	.0705	.0650	.0600	.0560	.0510	.0380	.0120
.140	.0840	.0790	.0735	.0670	.0615	.0560	.0515	.0355	.0020
.160	.0870	.0810	.0750	.0675	.0610	.0550	.0500	.0310	
.180	.0885	.0820	.0755	.0675	.0600	.0535	.0475	.0250	
.200	.0885	.0820	.0745	.0660	.0575	.0505	.0435	.0180	
.250	.0855	.0765	.0685	.0590	.0480	.0390	.0270		
.300	.0780	.0670	.0580	.0460	.0340	.0220	.0050		
.350	.0660	.0540	.0425	.0295	.0150				
.400	.0495	.0370	.0240	.0100					
.450	.0300	.0170	.0025						
.500	.0090								

Tabla 4.2 COORDENADAS DE LA SUPERFICIE INFERIOR DE LA LAMINA VERTIENTE PARA DIFERENTES VALORES DE H_s/R , CUANDO $P/R = 0.3$

Fuente: UNITED STATES BUREAU OF RECLAMATION



H_s/R	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.60	0.80
y/H_s	x/ H_s para la sección abajo de la cresta								
0.000	0.519	0.488	0.455	0.422	0.384	0.349	0.310	0.238	.144
-.020	.560	.528	.495	.462	.423	.387	.345	.272	.174
-.040	.598	.566	.532	.498	.458	.420	.376	.300	.198
-.060	.632	.601	.567	.532	.491	.451	.406	.324	.220
-.080	.664	.634	.600	.564	.522	.480	.432	.348	.238
-.100	.693	.664	.631	.594	.552	.508	.456	.368	.254
-.150	.760	.734	.701	.661	.618	.569	.510	.412	.290
-.200	.831	.799	.763	.723	.677	.622	.558	.451	.317
-.250	.893	.860	.826	.781	.729	.667	.599	.483	.341
-.300	.953	.918	.880	.832	.779	.708	.634	.510	.362
-.400	1.060	1.024	.981	.932	.867	.780	.692	.556	.396
-.500	1.156	1.119	1.072	1.020	.938	.841	.745	.595	.424
-.600	1.242	1.203	1.153	1.098	1.000	.891	.780	.627	.446
-.800	1.403	1.359	1.301	1.227	1.101	.970	.845	.672	.478
-1.000	1.549	1.498	1.430	1.333	1.180	1.028	.892	.707	.504
-1.200	1.680	1.622	1.543	1.419	1.240	1.070	.930	.733	.524
-1.400	1.800	1.739	1.647	1.489	1.287	1.106	.959	.757	.540
-1.600	1.912	1.849	1.740	1.546	1.323	1.131	.983	.778	.551
-1.800	2.018	1.951	1.821	1.596	1.353	1.155	1.005	.797	.560
-2.000	2.120	2.049	1.892	1.627	1.380	1.175	1.022	.810	.569
-2.500	2.351	2.261	2.027	1.697	1.428	1.218	1.059	.837	
-3.000	2.557	2.423	2.113	1.747	1.464	1.247	1.081	.852	
-3.500	2.748	2.536	2.167	1.778	1.489	1.263	1.099		
-4.000	2.911	2.617	2.200	1.796	1.499	1.274			
-4.500	3.052	2.677	2.217	1.805	1.507				
-5.000	3.173	2.731	2.223	1.810					
-5.500	3.290	2.773	2.228						
-6.000	3.400	2.808							

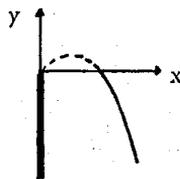
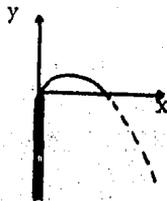


Tabla 4.2 Continuación.

H_s/R	0.2	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.60	0.80
x/H_s	y/H_s para la sección arriba de la cresta								
0.000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
.010	.0120	.0120	.0115	.0115	.0110	.0110	.0105	.0100	.0090
.020	.0210	.0200	.0195	.0190	.0185	.0180	.0170	.0160	.0140
.030	.0285	.0270	.0265	.0260	.0250	.0235	.0225	.0200	.0165
.040	.0345	.0335	.0325	.0310	.0300	.0285	.0265	.0230	.0170
.050	.0405	.0385	.0375	.0360	.0345	.0320	.0300	.0250	.0170
.060	.0450	.0430	.0420	.0400	.0380	.0355	.0330	.0265	.0165
.070	.0495	.0470	.0455	.0430	.0410	.0380	.0350	.0270	.0150
.080	.0525	.0500	.0485	.0460	.0435	.0400	.0365	.0270	.0130
.090	.0560	.0530	.0510	.0480	.0455	.0420	.0370	.0265	.0100
.100	.0590	.0560	.0535	.0500	.0465	.0425	.0375	.0255	.0065
.120	.0630	.0600	.0570	.0520	.0480	.0435	.0365	.0220	
.140	.0660	.0620	.0585	.0525	.0475	.0425	.0345	.0175	
.160	.0670	.0635	.0590	.0520	.0460	.0400	.0305	.0110	
.180	.0675	.0635	.0580	.0500	.0435	.0365	.0260	.0040	
.200	.0670	.0625	.0560	.0465	.0395	.0320	.0200		
.250	.0615	.0560	.0470	.0360	.0265	.0160	.0015		
.300	.0520	.0440	.0330	.0210	.0100				
.350	.0380	.0285	.0165	.0030					
.400	.0210	.0090							
.450	.0015								

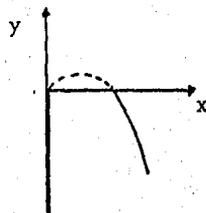
Tabla 4.3 COORDENADAS DE LA SUPERFICIE INFERIOR-
DE LA LAMINA VERTIENTE PARA DIFERENTES
VALORES DE H_s/R , CUANDO $P/R=0.15$

Fuente: UNITED STATES BUREAU OF RECLA-
MATION



H_s/R	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.60	0.80
y/H_s	x/H _s para la sección abajo de la cresta								
-0.000	0.454	0.422	0.392	0.358	0.325	0.288	0.253	0.189	0.116
-.020	.499	.467	.437	.404	.369	.330	.292	.228	.149
-.040	.540	.509	.478	.444	.407	.368	.328	.259	.174
-.060	.579	.547	.516	.482	.443	.402	.358	.286	.195
-.080	.615	.583	.550	.516	.476	.434	.386	.310	.213
-.100	.650	.616	.584	.547	.506	.462	.412	.331	.228
-.150	.726	.691	.660	.620	.577	.526	.468	.376	.263
-.200	.795	.760	.729	.685	.639	.580	.516	.413	.293
-.250	.862	.827	.790	.743	.692	.627	.557	.445	.319
-.300	.922	.883	.843	.797	.741	.671	.594	.474	.342
-.400	1.029	.988	.947	.893	.828	.749	.656	.523	.381
-.500	1.128	1.086	1.040	.980	.902	.816	.710	.567	.413
-.600	1.220	1.177	1.129	1.061	.967	.869	.753	.601	.439
-.800	1.380	1.337	1.285	1.202	1.080	.953	.827	.655	.473
-1.000	1.525	1.481	1.420	1.317	1.164	1.014	.878	.696	.498
-1.200	1.659	1.610	1.537	1.411	1.228	1.059	.917	.725	.517
-1.400	1.780	1.731	1.639	1.480	1.276	1.096	.949	.750	.531
-1.600	1.897	1.843	1.729	1.533	1.316	1.123	.973	.770	.544
-1.800	2.003	1.947	1.809	1.580	1.347	1.147	.997	.787	.553
-2.000	2.104	2.042	1.879	1.619	1.372	1.167	1.013	.801	.560
-2.500	2.340	2.251	2.017	1.690	1.423	1.210	1.049	.827	
-3.000	2.550	2.414	2.105	1.738	1.457	1.240	1.073	.740	
-3.500	2.740	2.530	2.153	1.768	1.475	1.252	1.088		
-4.000	2.904	2.609	2.180	1.780	1.487	1.263			
-4.500	3.048	2.671	2.198	1.790	1.491				
-5.000	3.169	2.727	2.207	1.793					
-5.500	3.286	2.769	2.210						
-6.000	3.396	2.800							

Tabla 4.3 continuación



en este cálculo, por recomendaciones del USBR se ha determinado que se perderá el 10% de la carga H_a por efectos de fricción y pérdidas locales, por lo que utilizando la ecuación de continuidad se tiene:

$$Q = Av$$

$$\text{donde } A = \pi R_1^2 \text{ y } v = \sqrt{2gH_a}$$

$$Q = \pi R_1^2 \sqrt{2g(0.9H_a)}$$

despejando R_1

$$R_1 = \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{\pi^{\frac{1}{2}} (2g)^{\frac{1}{4}} (0.9H_a)^{\frac{1}{4}}}$$

resultando

$$R_1 = 0.275 \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H_a^{\frac{1}{4}}} \dots\dots(12)$$

que es la fórmula que nos permite calcular el radio del chorro en cualquier punto.

Determinación de la sección de control: si en la figura 4.11 determinamos el radio de la transición con la línea abc y ampliamos el radio para los puntos arriba de b (línea

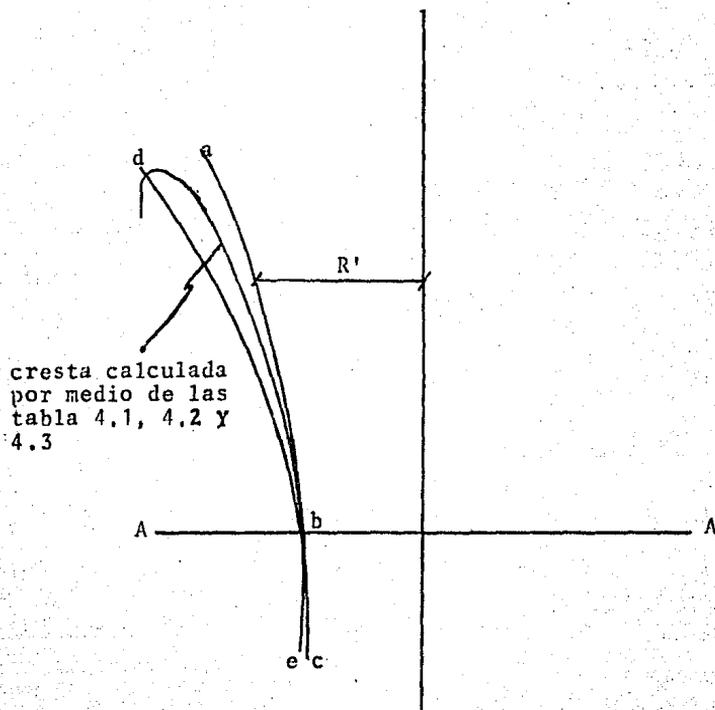


Fig. 4.11 SECCION DE CONTROL

db), la sección AA trabajará como sección de control trabajando arriba a presión y abajo lleno pero no a presión, y si se llegase a aumentar el radio abajo de la sección AA (línea be), no se afectará la descarga solo si esta es ventilada. Si establecemos el perfil de las características de la línea abe, el control siempre estará en la sección AA para cargas mayores a la de diseño, y para cargas menores la sección de control subirá trabajando arriba de esta nueva sección a presión y abajo parcialmente lleno, mientras que adoptando un perfil de la forma dbe, la sección AA siempre será la de control - trabajando a presión para cargas mayores a la de diseño.

Este perfil se debe ajustar para que sea muy aproximado al calculado por medio de las tablas 4.1, 4.2 y 4.3 donde nunca el radio de la transición debe ser menor al de la cresta calculada.

Si el cálculo de la transición coincide exactamente con la sección calculada con las tablas 4.1, 4.2 y 4.3, la descarga se puede calcular con la ecuación de la forma

$$Q = C(2\pi R)H^{3/2}$$

pero si es diferente se utilizará la ecuación

$$R = 0.275 \frac{Q^{1/2}}{H_a^{1/4}}$$

4.3 CONDUCCION DE SALIDA

Para evitar que el conducto trabaje a presión, se diseñará para que funcione al 75% de su capacidad y procurando utilizar solo un diámetro para todo el conducto. El procedimiento es el siguiente:

- 1.- Se selecciona un diámetro a partir de la sección de control.
- 2.- Se calcula la longitud y las pérdidas por fricción para que el conducto funcione a un 75% de su capacidad.
- 3.- Se calcula la elevación de la salida utilizando el teorema de Bernoulli.

Basándonos en el esquema de referencia de la figura 4.12 tenemos aplicando el teorema de Bernoulli de 0 a 1

$$y_0 = y_1 + C \left(\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_0}{\gamma} \right)$$

donde C es un coeficiente que involucra las pérdidas de energía tanto locales como por fricción en la transición y para efectos prácticos se le ha asignado un valor de C=1.1 por lo que

$$y_0 = y_1 + 1.1 \left(\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_0}{\gamma} \right)$$

despejando la carga de velocidad

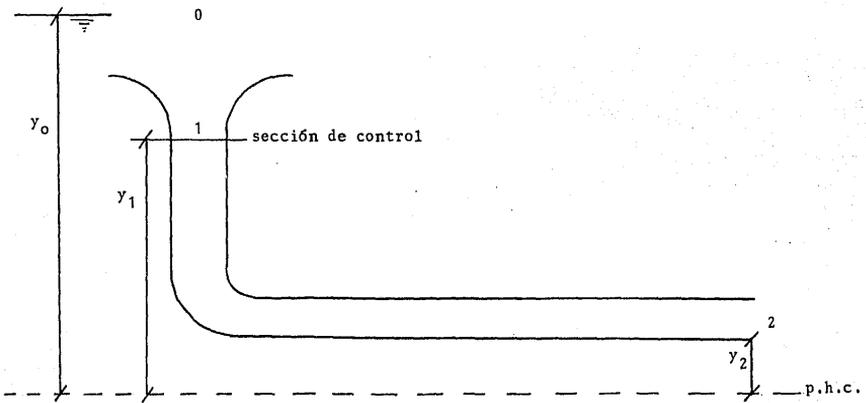


fig. 4.12 ESQUEMA DE REFERENCIA

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{1}{1.49} \left(y_0 - y_1 \right) - \frac{P_1}{\gamma} + \frac{P_0}{\gamma}$$

ahora aplicamos Bernoulli de 1 a 2

$$\frac{P_1}{\gamma} + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_f + y_2 + \frac{P_0}{\gamma}$$

donde: h_2 = tirante a la salida que se considera uniforme en todo el conducto.

h_f = pérdidas por fricción en la lumbrera y el conducto.

si expresamos h_f por la fórmula de Manning

$$h_f = \left(\frac{v_2 n}{R_{H_2}^{2/3}} \right)^2 L$$

donde n es el coeficiente de rozamiento de Manning y R_{H_2} es el radio hidráulico en 2 para un 75% de capacidad. Tenemos entonces

$$\frac{P_1}{\gamma} + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \left(\frac{v_2 n}{R_{H_2}^{2/3}} \right)^2 L + y_2 + \frac{P_0}{\gamma}$$

despejando y_2 y sustituyendo $\frac{v_1^2}{2g}$

$$y_2 = \frac{P_1}{\gamma} + y_1 + \frac{1}{1.49} (y_0 - y_1) - \frac{P_1}{\gamma} + \frac{P_0}{\gamma} - h_2 - \frac{v_2^2}{2g} + \left(\frac{v_2 n}{RH_2^{2/3}} \right)^2 L - \frac{P_0}{\gamma}$$

$$y_2 = y_1 + \frac{1}{1.49} (y_0 - y_1) - \frac{v_2^2}{2g} - \left(\frac{v_2 n}{RH_2^{2/3}} \right)^2 L - h_2 \quad \dots\dots(13)$$

donde: y_2 = elevación de la plantilla a la salida

y_1 = elevación de la sección de control

y_0 = elevación del nivel del agua en el vaso

$\frac{v_2^2}{2g}$ = carga de velocidad para un 75% de capacidad

n = coeficiente de fricción de manning

RH_2 = radio hidráulico para un 75% de capacidad en el con-
ducto

L = longitud del conducto

h_2 = tirante del agua a la salida

tanto el valor de RH como el de h_2 se pueden obtener con ayuda de la tabla 4.4.

Si la elevación de la salida no coincide o resulta un poco arriba de la condicionada por la topografía, se repite el procedimiento variando el diámetro.

Si el nivel del portal de salida queda abajo del proporcionado por la topografía será necesario un conducto de diámetro variable procediendo de la siguiente manera:

h/D	A/D ²	RH/D	h/D	A/D ²	RH/D
0.01	0.0013	0.0066	0.51	0.4027	0.2531
.02	.0037	.0132	.52	.4127	.2562
.03	.0069	.0197	.53	.4227	.2592
.04	.0105	.0262	.54	.4327	.2621
.05	.0147	.0325	.55	.4426	.2649
.06	.0192	.0389	.56	.4526	.2676
.07	.0242	.0451	.57	.4625	.2703
.08	.0294	.0513	.58	.4724	.2728
.09	.0350	.0575	.59	.4822	.2753
.10	.0409	.0635	.60	.4920	.2776
.11	.0470	.0695	.61	.5018	.2799
.12	.0534	.0755	.62	.5115	.2821
.13	.0600	.0813	.63	.5212	.2842
.14	.0668	.0871	.64	.5308	.2862
.15	.0739	.0929	.65	.5404	.2882
.16	.0811	.0985	.66	.5499	.2900
.17	.0885	.1042	.67	.5594	.2917
.18	.0961	.1097	.68	.5687	.2933
.19	.1039	.1152	.69	.5780	.2948
.20	.1118	.1206	.70	.5872	.2962
.21	.1199	.1259	.71	.5964	.2975
.22	.1281	.1312	.72	.6054	.2987
.23	.1365	.1364	.73	.6143	.2998
.24	.1449	.1416	.74	.6231	.3008
.25	.1535	.1466	.75	.6319	.3017
.26	.1623	.1516	.76	.6405	.3024
.27	.1711	.1566	.77	.6489	.3031
.28	.1800	.1614	.78	.6573	.3036
.29	.1890	.1662	.79	.6655	.3039
.30	.1982	.1709	.80	.6736	.3042
.31	.2074	.1756	.81	.6815	.3043
.32	.2167	.1802	.82	.6893	.3043
.33	.2260	.1847	.83	.6969	.3041
.34	.2355	.1891	.84	.7043	.3038
.35	.2450	.1935	.85	.7115	.3033
.36	.2546	.1978	.86	.7186	.3026
.37	.2642	.2020	.87	.7254	.3018
.38	.2739	.2062	.88	.7320	.3007
.39	.2836	.2102	.89	.7384	.2995
.40	.2934	.2142	.90	.7445	.2980
.41	.3032	.2182	.91	.7504	.2963
.42	.3130	.2220	.92	.7560	.2944
.43	.3229	.2258	.93	.7612	.2921
.44	.3328	.2295	.94	.7662	.2895
.45	.3428	.2331	.95	.7707	.2865
.46	.3527	.2366	.96	.7749	.2829
.47	.3627	.2401	.97	.7785	.2787
.48	.3727	.2435	.98	.7817	.2735
.49	.3827	.2468	.99	.7841	.2666
.50	.3927	.2500	1.00	.7854	.2500

h=tirante
D=diámetro del tubo
A=Área hidráulica
RH=Radio hidráulico

tabla 4.4 FUNCIONAMIENTO EN CONDUCTOS CIRCULARE OPERANDO PARCIALMENTE LLENOS
fuente: UNITED STATES BUREAU OF RECLAMATION

- + Se selecciona el diámetro inicial igual al diámetro del perfil del chorro vertical.
- + Se mantiene este diámetro hasta la elevación del portal de salida {sección final del codo vertical}.
- + Se prolonga el conducto hasta la sección en que se tenga un 75% de ahogamiento y se varía el diámetro repitiendo este procedimiento hasta llegar al portal de salida por medio de la aplicación por tramos del teorema de Bernoulli.

4.4 IMPEDIMENTO DE VORTICES

La cresta de estos vertedores se debe colocar en todo lo posible lejos de cualquier obstáculo para lograr un flujo radial hacia esta, además es conveniente instalar gufas en la cresta para permitir un flujo de esta forma. Para el diseño de estas gufas así como para seleccionar el número que se utilizarán, no existe ningún modelo matemático que permita calcularlo, por lo que se debe seleccionar en base a la experiencia del proyectista y afinarlo con la ayuda de un modelo hidráulico, sin embargo, para efectos de estudios preliminares, es recomendable ajustar el gasto de diseño por medio de la siguiente fórmula:

$$Q_d = Q \left(\frac{L+ne}{L} \right) \dots\dots(14)$$

donde Q_d = Gasto de diseño
 Q = Descarga requerida
 L = Longitud de la cresta sin gufas
 n = número de gufas
 e = espesor de las gufas.

5 APLICACION

5.1 VERTEDOR CON CRESTA PLANA

Datos de proyecto: $Q_d = 560 \text{ m}^3/\text{s}$

$$H_d = 2.0 \text{ m}$$

Aunque la determinación de H_d se podría ir variando, la consideraremos fija ya que el valor de $H_d = 2\text{m}$ es una carga comparativamente adecuada para una descarga de $560 \text{ m}^3/\text{s}$.

Para calcular el coeficiente de descarga teórico (C') - se planteará la ecuación de Bernoulli de 1 a 2 de la figura 5.1

$$H = \frac{v^2}{2g} + d$$

$$v = \sqrt{2g(H - d)}$$

$$d = \frac{2}{3}(H)$$

$$v = \sqrt{2g\left(H - \frac{2}{3}(H)\right)}$$

con la ecuación de continuidad

$$Q = Av ; A = Ld$$

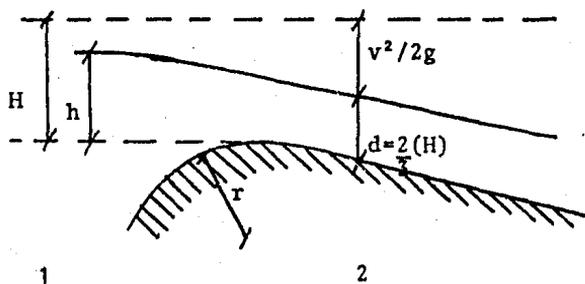


Fig. 5.1

$$Q = L \left(\frac{2H}{3} \right) \sqrt{2g \left(H - \frac{2}{3}H \right)}$$

$$Q = 1.705LH^{3/2}$$

donde 1.705 corresponde al coeficiente de descarga teórico de la fórmula

$$Q = C' LH^{3/2}$$

El valor práctico del coeficiente de descarga viene dado para relaciones de r/H_d , siendo r el radio de la curvatura de la cresta aguas arriba, en este caso seleccionaremos un $r=0.7m$ por lo que para $r/H_d = 0.7/2.0 = 0.35$ tendremos un coeficiente de $C = 1.6$ (fuente: Water Supply, U.S. Geological Survey, Paper 200). De esta forma seguiremos la secuencia de cálculo del inciso -

4.2.1:

+ Gasto unitario

$$q = CH^{3/2} = 1.6(2.0)^{3/2} = 4.53 \frac{m^2}{s}$$

+ Longitud de cresta

$$L = Q/q = 560/4.53 = 123.62 \text{ m}$$

+ Radio de la cresta

$$R_c = L/2\pi = 19.67$$

$H/R_c = 2.0/19.67 = 0.1 < 0.2$ que cumple con la sugerencia de proyecto (inciso 3.5.3)

+ Carga hidráulica real
utilizando la fórmula 4.2 y 4.3

$$h_f = H_d(1 - (C/C')^{2/3}) = 2.0(1 - (1.6/1.705)^{2/3}) = 0.08\text{m}$$

$$H = H_d - h_f = 2.0 - 0.08 = 1.92\text{ m}$$

+ Elevación de la cresta para distintos radios R_i ; de la ecuación 4.4

$$d = H(R_c/R_i)^{2/3} = 1.92(19.67/R_i)^{2/3} = 13.99/R_i^{2/3}$$

y de la ecuación 4.5 se tiene $h = \frac{2}{3}(d)$

R_i	d	h
19.67	1.92	1.28
19.5	1.93	1.29
19.0	1.96	1.31
18.5	2.0	1.33
18.0	2.04	1.36
17.5	2.08	1.39
17.0	2.12	1.41
16.5	2.16	1.44
16.0	2.20	1.47
15.5	2.25	1.50
14.5	2.35	1.57
14.0	2.41	1.61
13.5	2.47	1.65
13.0	2.53	1.69
12.5	2.60	1.73
12.0	2.67	1.78
11.5	2.75	1.83
11.0	2.83	1.89
10.5	2.92	1.95
10.0	3.01	2.01

R_i = radio en la sección plana
d = profundidad respecto a H
h = parámetro de Kurtz para determinar la caída libre

El último radio R_i se determina en base a la experiencia - del proyectista bajo los criterios expuestos en el inciso 4.2.1, en este caso se ha seleccionado R_i último = R_1 = 10 m y h_1 = 2.01 m ya que por analogía se sabe que $R_1 \approx \frac{1}{2} R_c$

+ Sección de caída libre (línea media del chorro).

De la ecuación 4.6

$$y + 0.36h_1 = \frac{(x + 0.36h_1)^2}{4.56h_1}$$

$$y = \frac{x^2}{9.17} + 0.16x - 0.66$$

y de 4.7

$$t = \frac{Q}{2\pi R_1 \sqrt{2g(y + 1.5h_1)}}$$

$$t = 2.01/\sqrt{y + 3.01}$$

utilizando los ejes coordenados de la figura 4.5

x	y	t
0	-.66	1.31
0.5	-.58	1.29
1.0	-.39	1.24
1.5	-.17	1.19
2.0	.10	1.14
2.5	.42	1.09
3.0	.80	1.03
3.5	1.24	.97
4.0	1.72	.92
4.5	2.27	.87
5.0	2.87	.83
5.5	3.52	.79
6.0	4.23	.75
6.5	4.99	.71
7.0	5.88	.67
7.5	6.67	.65
8.0	7.60	.62
8.5	8.58	.59
9.0	9.61	.57
9.5	10.81	.54

+ Radio de la tubería en la garganta.

Partiendo de la fórmula 4.10

$$R_2 = \sqrt{\frac{Q}{\pi \sqrt{2g(y + 0.36h_1 - h_{f1} - h_{f2})}}}$$

Kurtz agrupa tanto a las pérdidas en la sección plana como las de caída libre en $h_f = 0.36h_1$ por lo que R_2 se determina considerando $y = 9$ de la figura 5.2

$$R_2 = \sqrt{\frac{Q}{\pi \sqrt{2gy}}} = \sqrt{\frac{560}{\pi \sqrt{19.62(9)}}} = 3.66\text{m}$$

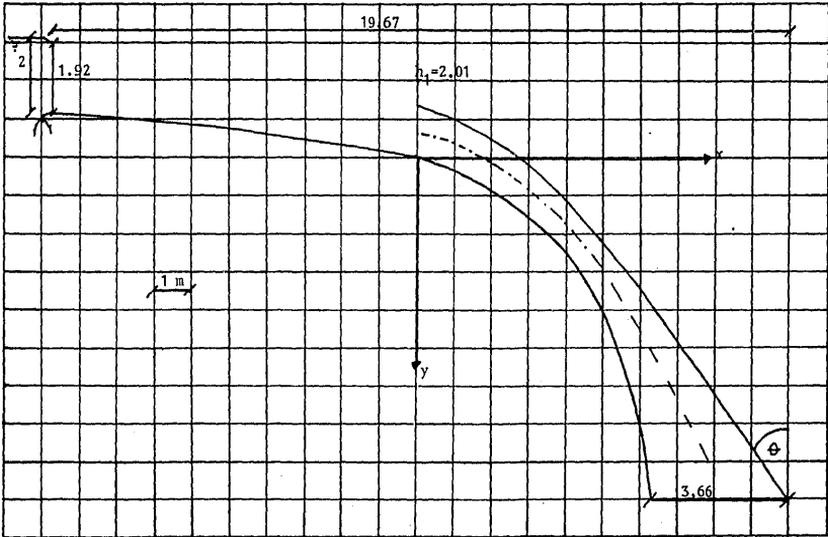


Fig. 5.2 DISEÑO DEL VERTEDOR CON CRESTA PLANA PARA $Q_d = 560 \frac{m^3}{s}$ y $H_d = 2m$

5.2 VERTEDEDOR NORMAL

Datos de proyecto: $Q = 560 \text{ m}^3/\text{s}$

$$H_d = 3 \text{ m}$$

Suponemos una relación de $\frac{P}{R} \ll 0.15$ y seleccionamos - arbitrariamente el radio (chechar esquema de referencia del - capítulo 4).

Si suponemos $R = 8 \text{ m}$

$$H_d/R = 3/8 = 0.375$$

de la fig. 4.8

$$K = 3.75 ; C = 3.75/\sqrt{3.28} = 2.07$$

entonces

$$Q = C(2\pi R)H_d^{3/2}$$

$$Q = 2.07(2\pi)(8)(3)^{3/2}$$

$$Q = 540.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

por lo que debemos aumentar el radio para obtener el gasto de diseño. Seleccionamos $R = 8.25$

$$H_d/R = 3/8.25 = 0.36$$

de la fig. 4.8

$$K = 3.78 ; C = 3.78/\sqrt{3.28} = 2.09$$

$$Q = 2.09(2\pi)(8.25)(3)^{3/2}$$

$$Q = 562.94 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{que es una descarga ligeramente ma}$$

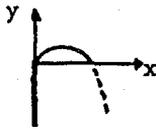
yor a la de diseño por lo que el valor de $R = 8.25$ es aceptado.

Con la relación de $H_d/R = 0.36$ y $P/R \leq 0.15$, de la figura 4.9 obtenemos : $H_s/H_d = 1.055$; $H_s = 1.055(H_d) = 3.165$, por lo que

$$H_s/R = 3.165/8.25 = 0.38$$

utilizando ahora la tabla 4.3 construimos puntos sobre el sistema coordenado del esquema de referencia, sobre la sección de la cresta que se ajusten a la superficie inferior de la lámina vertiente, interpolando para una relación de $H_s/R = 0.38$

x	y
0.0	0.0
0.03	0.03
0.06	0.06
0.09	0.08
0.13	0.09
0.16	0.11
0.19	0.12
0.22	0.13
0.25	0.14
0.28	0.15
0.32	0.15
0.38	0.16
0.44	0.16
0.51	0.15
0.63	0.13
0.79	0.09
0.95	0.04



x	y
1.07	0.0
1.21	-0.06
1.34	-0.13
1.45	-0.19
1.56	-0.25
1.65	-0.32
1.88	-0.47
2.08	-0.63
2.25	-0.79
2.41	-0.95
2.70	-1.27
2.95	-1.58
3.18	-1.90
3.57	-2.53
3.88	-3.17
4.12	-3.80
4.30	-4.43
4.44	-5.06
4.56	-5.70
4.66	-6.33
4.84	-7.91
4.97	-9.50
5.04	-11.80
5.08	-12.66
5.10	-14.24



Una vez que se tiene la forma de la cresta, se procede a determinar la forma de la transición mediante la ecuación 4.12

$$R = 0.275 Q^{1/2} / H_a^{1/4}$$

en este caso con $Q = 560 \text{ m}^3/\text{s}$ se tiene

$$R = 0.275(560)^{1/2} / H_a^{1/4} = 6.51 / H_a^{1/4}$$

para ubicar la posición del radio se utilizará el mismo eje (y) de referencia

y	H_a	$H_a^{1/4}$	R
0.165	3	1.32	4.93
+1	4.165	1.43	4.55
-2	5.165	1.51	4.31
-3	6.165	1.58	4.12
-4	7.165	1.64	3.97
-5	8.165	1.69	3.85
-6	9.165	1.74	3.74
-7	10.165	1.79	3.64
-8	11.165	1.83	3.56
-9	12.165	1.87	3.48
-10	13.165	1.90	3.43
-11	14.165	1.94	3.36
-12	15.165	1.97	3.30
-13	16.165	2.01	3.24
-14	17.165	2.04	3.19

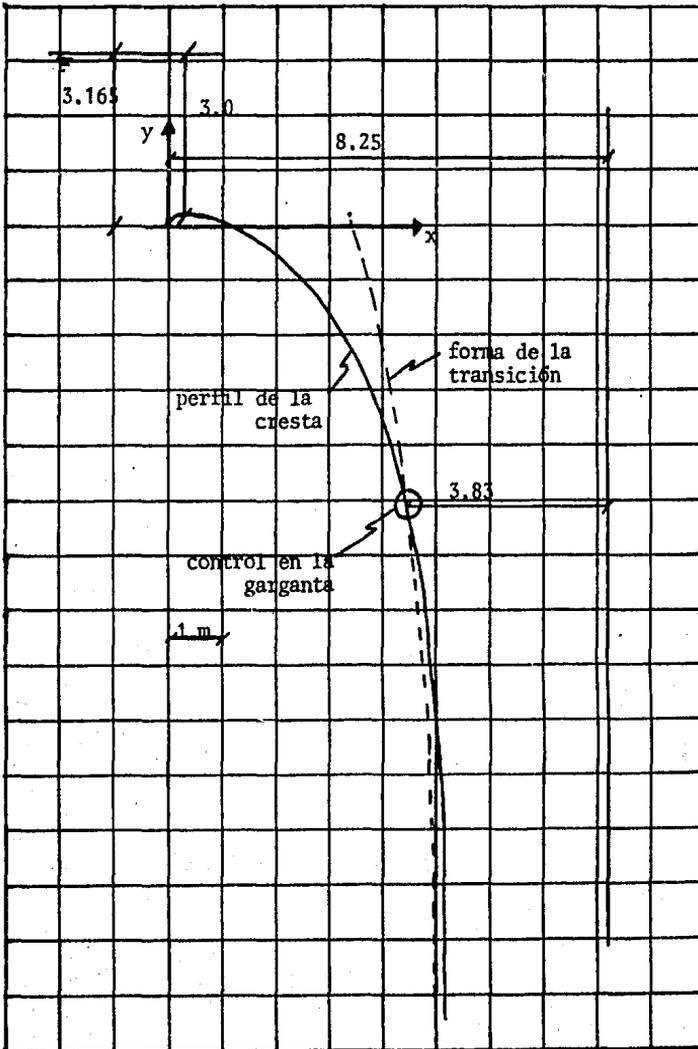


Fig. 5.3 DISEÑO DEL VERTEDOR NORMAL PARA $Q_d=560\text{m}^3/\text{s}$ y $H_d=3\text{m}$

Curva de descarga

H_d (m)	control en la cresta			control en la garganta	
	H_e/R	C	$Q=C(2\pi R)H_d^{3/2}$ (m^3/s)	H_a (m)	$Q=193.97H_a^{1/2}$ (m^3/s)
0.5	0.06	1.90	35		
1.0	0.12	2.00	104		
1.5	0.18	2.10	200	6.815	506
2.0	0.24	2.13	312	7.315	525
2.5	0.3	2.15	440	7.815	542
3.0				8.315	560
3.5				8.815	576
4.0				9.315	592

notas: + Se obtuvo el coeficiente de descarga para una relación de $H_d/R = .3$ que se presenta con $H_d = 2.5$ y los demás coeficientes se afectaron mediante la figura 4.7 .

+ De la figura 5.3 y basándonos en los criterios de la determinación de la sección de control (inciso 4.2.2) tenemos el control en la garganta en la ordenada $y = -5.15$ que equivale a 5.315 m abajo de la cresta y corresponde a un radio de $R = 3.83$ m.

+ Para el gasto con control en la garganta, de la ecuación 4.2 se despejó Q:

$$R=0.275Q^{1/2}/H_a^{1/4} ; Q=(RH_a^{1/4}/0.275)^2$$

por lo que
$$Q = \left(\frac{R}{0.275} \right)^2 H_a^{1/2}$$

y para un radio de 3.83 m

$$Q = \left(\frac{3.83}{0.275} \right)^2 H_a^{1/2}$$

$$Q = 193.97 H_a^{1/2}$$

En los vertedores de embudo normales, para reducir presiones negativas se procede de la siguiente manera:

Con el radio de la cresta calculado como se hizo anteriormente $R=8.25$, se usa la figura 4.10 y se obtiene el radio-aumentado

$$H_d/R = 0.36$$

$$R'/R = 1.1 ; R' = 1.1(8.25) = 9.1m$$

así se entra a la tabla 4.3 para calcular puntos de la sección de la cresta que coincidan con la superficie inferior de la lámina vertiente con una relación de $H'_s/R'=0.30$ y $R'=9.1m$, el cálculo de la transición es idéntico al anterior.

En esta ocasión el incremento del radio corregido fue pequeño ya que la relación $H_d/R=3/8.25 = 0.36$ es aproximada a 0.30 que es la deseada para reducir al máximo las presiones negativas.

5.3 CONDUCTO DE SALIDA

El diseño del conducto de descarga se hará de acuerdo al procedimiento analizado en el inciso 4.3.

Se supondrá: - L = 80m (longitud de la tubería)
 - salida: 20m debajo del nivel de la cresta
 - n = 0.018 (coeficiente de rugosidad de Manning para revestido de concreto).

Para un diámetro de tanteo D=7.6m

$$\text{Área: } A = \frac{0.75(\pi)D^2}{4} = \frac{0.75(\pi)7.6^2}{4} = 34.02 \text{ m}^2$$

$$\text{velocidad: } v = \frac{Q}{A} = \frac{560}{34.02} = 16.46 \text{ m/s}$$

$$\text{carga de velocidad: } \frac{v^2}{2g} = 13.81 \text{ m}$$

$$\text{tirante del agua : de la tabla 4.4 para } \frac{A}{D^2} = \frac{34.02}{57.76} = 0.589$$

$$\frac{h}{D} = 0.702 ; h = 5.34 \text{ m}$$

radio hidráulico: con el mismo valor de $\frac{A}{D^2}$

$$\frac{RH}{D} = 0.297 ; RH = 2.26$$

si tomamos la plantilla a la salida como plano horizontal de comparación, podemos sustituir valores en la ecuación 4.13

$$y_2 = y_1 + \frac{1}{1.1}(y_0 - y_1) - \frac{v_2^2}{2g} - \left(\frac{v_2 n}{RH_2^{2/3}} \right)^2 L - h_2$$

$$y_2 = (20 - 5.150) + \frac{1}{1.1}(23 - (20 - 5.150)) - 13.81 - \left(\frac{(16.46)(0.018)}{(2.26)^{2/3}} \right)^2 80$$

- 5.34

$$y_2 = 0.74 \text{ m}$$

al estar este valor de y_2 ligeramente arriba de la elevación de la plantilla ($y_2=0$) lo consideramos correcto.

Elevaciones de la plantilla:

L (m)	y_2+h_2 (m)	y_2 (m)
20	7.85	2.51
40	7.25	1.91
60	6.65	1.31
80	6.05	0.71

$$y_2 + h_2 = y_1 + \frac{1}{1.1}(y_0 - y_1) - \frac{v_2^2}{2g} - \left(\frac{v_2 n}{RH_2^{2/3}} \right)^2 L$$

$$y_2 + h_2 = 8.45 - 0.03L$$

$$\text{pendiente: } S = \frac{2.51-0.71}{60} = \frac{1.91 - 0.71}{40} = \frac{1.31 - 0.71}{20} = 0.03$$

Descarga a tubo lleno:

Si se plantea el Teorema de Bernoulli de 1 a 2 del esquema de referencia de la figura 4.12 se tiene

$$y_1 + \frac{1}{1.1}(y_0 - y_1) = \frac{v_2^2}{2g} + \left(\frac{v_2 n}{RH^{2/3}} \right)^2 L + h_2$$

despejando la velocidad

$$v_2 = \sqrt{\frac{y_1 + \frac{1}{1.1}(y_0 - y_1) - h_2}{\left(\frac{1}{2g} + \left(\frac{n}{RH^{2/3}} \right)^2 L \right)}}$$

sustituyendo valores

$$v_2 = \sqrt{\frac{14.85 + \frac{1}{1.1}(y_0 - 14.85) - 7.6}{\left(\frac{1}{19.62} + \left(\frac{0.018}{1.53} \right)^2 80 \right)}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{\frac{y_0}{1.1} - 6.25}{0.062}}$$

H_t (m)	y_0 (m)	v_2 (m/s)	$Q=Av=45.37v_2$ (m ³ /s)
10	30	18.41	835
15	35	20.31	920
20	40	22.04	1000

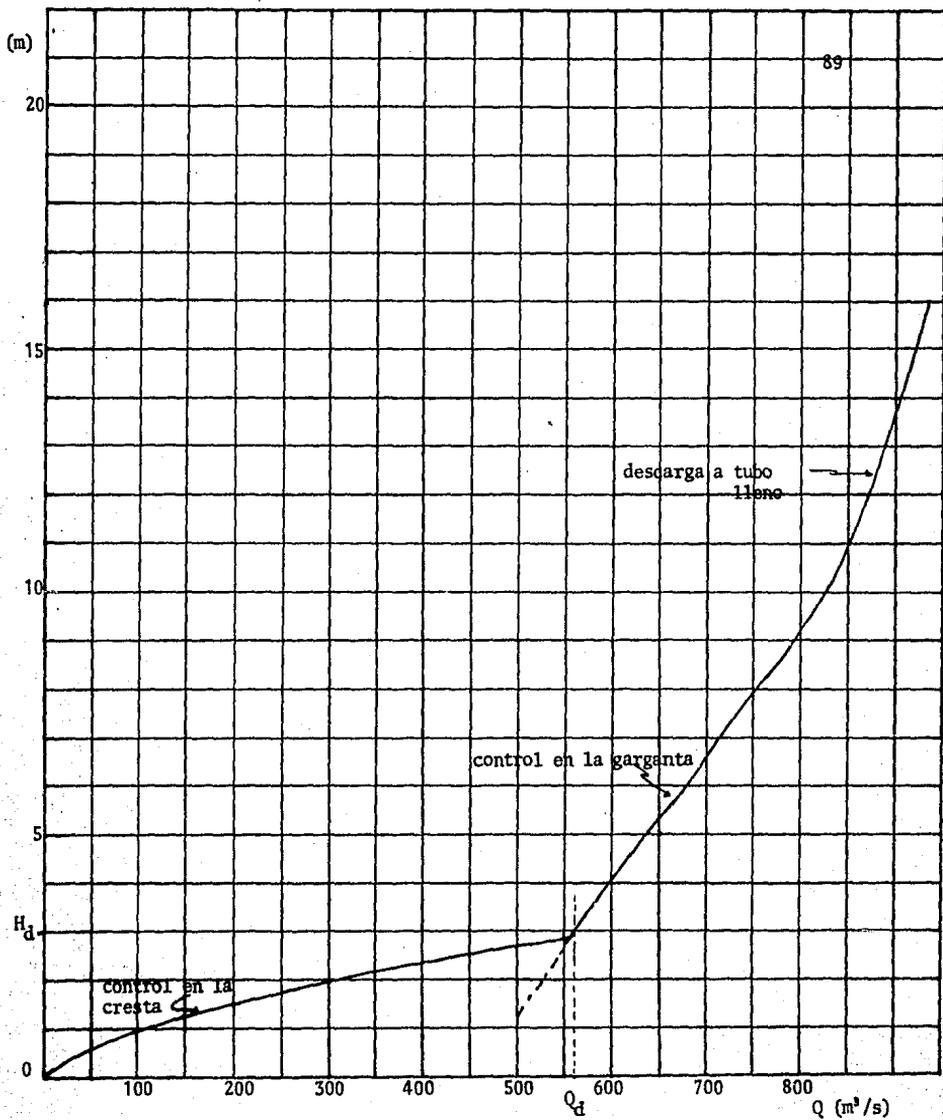
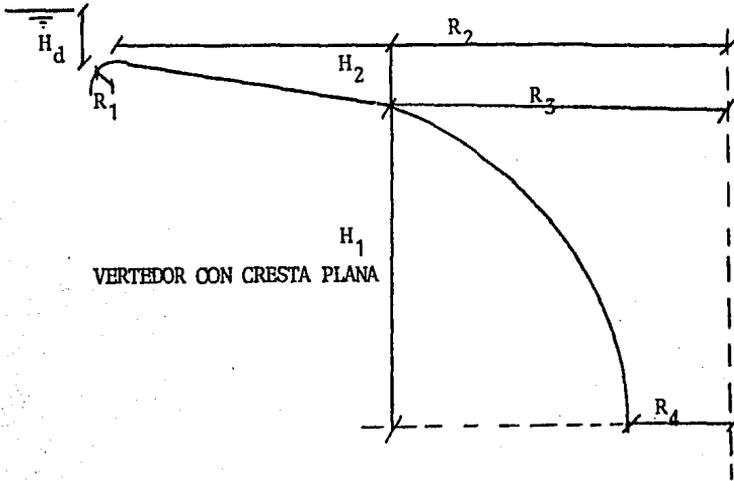
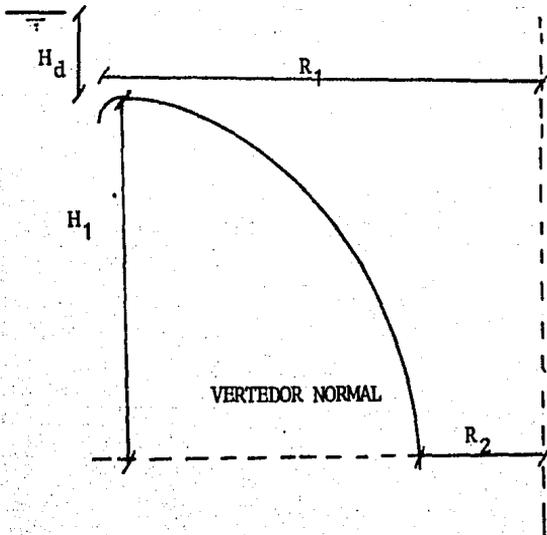


Fig. 5.4 CURVA DE DESCARGA

5.4 RESUMEN DEL DISEÑO



$$\begin{aligned}
 Q_d &= 560 \text{ m}^3/\text{s} \\
 H_d &= 2.0 \text{ m} \\
 R_1 &= 0.7 \text{ m} \\
 R_2 &= 19.67 \text{ m} \\
 R_3 &= 10 \text{ m} \\
 R_4 &= 3.66 \text{ m} \\
 H_1 &= 9 \text{ m} \\
 H_2 &= 3.09 \text{ m}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 Q_d &= 560 \text{ m}^3/\text{s} \\
 H_d &= 3.0 \text{ m} \\
 R_1 &= 8.25 \text{ m} \\
 R_2 &= 3.83 \text{ m} \\
 H_1 &= 5.15 \text{ m}
 \end{aligned}$$

6 CONCLUSIONES

Del ejemplo de proyecto de vertedor con cresta plana se observó lo siguiente:

Es importante que para estos vertedores exista una relación de $H_d/R < 0.2$ ya que de lo contrario la cresta plana queda demasiado larga cuando se recomienda que sea de aproximadamente la mitad del radio de la cresta, esto provoca que al llegar el radio a la garganta llegue muy horizontal creando fuertes turbulencias y ocasionando un mal funcionamiento.

El criterio propuesto de diseño se basa exclusivamente en pruebas en modelos sin tenerse en algunos aspectos modelos matemáticos bien definidos, por lo que el criterio del proyectista es importante así como también afinar el diseño mediante un modelo, un ejemplo claro de esto es la determinación del máximo ángulo θ en la garganta para definir la zona de control.

Del vertedor normal se puede concluir lo siguiente:

A diferencia del vertedor de cresta plana, su diseño se obtiene mediante la aplicación de modelos teóricos muy aproximados, sin embargo la ayuda de un modelo hidráulico también es conveniente.

La curva de descarga obtenida en la figura 5.4 siempre resulta de la misma forma aunque la pendiente y magnitud de cada tramo varía un poco dependiendo de la relación H_d/R que se tenga.

6 CONCLUSIONES

Del ejemplo de proyecto de vertedor con cresta plana se observó lo siguiente:

Es importante que para estos vertedores exista una relación de $H_d/R < 0.2$ ya que de lo contrario la cresta plana queda demasiado larga cuando se recomienda que sea de aproximadamente la mitad del radio de la cresta, esto provoca que al llegar el radio a la garganta llegue muy horizontal creando fuertes turbulencias y ocasionando un mal funcionamiento.

El criterio propuesto de diseño se basa exclusivamente en pruebas en modelos sin tenerse en algunos aspectos modelos matemáticos bien definidos, por lo que el criterio del proyectista es importante así como también afinar el diseño mediante un modelo, un ejemplo claro de esto es la determinación del máximo ángulo θ en la garganta para definir la zona de control.

Del vertedor normal se puede concluir lo siguiente:

A diferencia del vertedor de cresta plana, su diseño se obtiene mediante la aplicación de modelos teóricos muy aproximados, sin embargo la ayuda de un modelo hidráulico también es conveniente.

La curva de descarga obtenida en la figura 5.4 siempre resulta de la misma forma aunque la pendiente y magnitud de cada tramo varía un poco dependiendo de la relación H_d/R que se tenga.

Si hacemos una revisión detallada de las caracterfsticas de estos vertedores y un análisis de sus ventajas y des--
ventajas que presentan respecto a otros vertedores, veremos -
que son mas las desventajas que las ventajas, sin embargo, es
to no los hace menos importantes ya que en determinadas condici
ones pueden ser la solución óptima a un problema de obras
de excedencia.

7 BIBLIOGRAFIA

1. HIDRAULICA GENERAL,
Gilberto Sotelo Avila,
Limusa,
México D.F., 1982
2. C.F.E. MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES,
sección A.2.10 Hidrotecnia, Obras de Excedencia,
México, 1981
3. DESIGN OF SMALL DAMS,
U.S. Department of the Interior,
Bureau of Reclamation, Second Edition,
Washington, 1974
4. CONSTRUCCIONES HIDRAULICAS
Armin Schoklitsch,
Ed. Gustavo Gili,
Barcelona, 1968
5. MODELS IN HYDRAULIC ENGINEERING,
P. Novak, J. Cabelka,
Pitman Advanced,
Boston, 1981

6. ENGINEERING FOR DAMS, Vol I y II,
Hinds, Creager, Justin,
John Wiley & Sons, Inc,
New York, 1950

7. DAMS AND CONTROL WORKS,
U.S. Department of the Interior,
Bureau of Reclamation,
1938

8. OBRAS HIDRAULICAS,
F. Torres Herrera,
Limusa,
México D.F., 1983