



# Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS DE CONFIABILIDAD DE SISTEMAS DE  
DISTRIBUCION DE ENERGIA ELECTRICA

## TESIS PROFESIONAL

Que para obtener el Título de  
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

presenta

MIGUEL VEGA ORTIZ



MEXICO, D. F.

1983



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

### INTRODUCCION

#### CAPITULO I CONFIABILIDAD Y SISTEMAS DE DISTRIBUCION

I.1 Sistemas de distribución .....	8
I.1.1 Tipos de estructuras .....	11
I.1.2 Modos de operación .....	14
I.1.2.1 Operación radial .....	14
I.1.2.2 Operación en paralelo .....	17
I.2 Confiabilidad .....	18
I.3 Método de contingencias .....	20
I.3.1 Contingencias sencillas y múltiples ..	21
I.3.2 Desarrollo del método .....	22
I.3.3 Ventajas y limitaciones .....	23
I.4 Método de árboles de fallas .....	24
I.4.1 Construcción del árbol de fallas .....	25
I.4.1.1 Construcción automatizada de un árbol de fallas .....	27
I.4.2 Evaluación del árbol de fallas .....	30
I.4.3 Ventajas y desventajas .....	31
I.5 Método de cortes .....	32
I.5.1 Modos de falla de una componente .....	34
I.5.1.1 Causas de las salidas .....	36
I.5.2 Interrupciones .....	39

I.5.3 Pérdidas y daños al consumidor .....	39
I.5.4 Reportes de salidas .....	41
I.5.4.1 Recolección de datos .....	42
I.5.4.2 Distribución, análisis y reporte .....	44
I.5.4.3 Seguimiento de datos .....	44
I.5.5 Beneficios del método .....	45

## CAPITULO II TECNICAS EN CONFIABILIDAD Y FORMULAS PARA LA OBTENCION DE INDICES

II.1 Análisis de Markov .....	47
II.2 Matriz de transición .....	56
II.3 Procesos continuos de Markov .....	58
II.3.1 Aplicación de los procesos de Markov al análisis de los sistemas de dis- tribución .....	59
II.4 Diagramas de estado .....	68
II.4.1 Fluctuación del medio ambiente .....	70
II.4.2 Mantenimiento. Factores que afectan sus políticas y su influencia .....	75
II.4.3 Efectos de las sobrecargas .....	80
II.4.4 Efecto de las salidas por causa común .....	82
II.5 Fórmulas para la obtención de índices de confiabilidad .....	85

II.5.1 Función general de confiabilidad ...	86
II.5.2 Sistemas en serie .....	89
II.5.3 Sistemas en paralelo .....	93

**CAPITULO III REPRESENTACION DE LOS SISTEMAS DE  
DISTRIBUCION Y ALGORITMOS PARA LA  
OBTENCION DE CORTES MINIMOS:**

III.1 Modelación .....	99
III.1.1 Grafo modelador .....	101
III.1.2 Variables asociadas a cada elemento del grafo .....	104
III.1.3 Subgrafo radial .....	106
III.1.4 Modelado de salidas .....	108
III.2 Técnica de cortes mínimos .....	111
III.2.1 Falta de suministro .....	117
III.2.1.1 Falta de conexidad .....	117
III.2.1.2 Falta de capacidad .....	121
III.2.1.2.1 Cortes mínimos y falta de capacidad....	124
III.3 Algoritmos para la obtención de cortes mínimos .....	127
III.3.1 Algoritmo de caminos .....	129

III.3.1.1	Construcción de la lista de predecesores .....	131
III.3.1.2	Deducción de los caminos mínimos .....	- 131
III.3.1.3	Deducción de los cortes mínimos .....	133
III.3.1.4	Ventajas y desventajas..	136
III.3.2	Algoritmo de ciclos en el grafo dual .....	137
III.3.2.1	Presentación del algo- ritmo .....	138
III.3.2.2	Reducción del grafo original .....	141
III.3.2.3	Construcción del grafo dual y determinación de p-cortes mínimos en el grafo reducido .....	144
III.3.2.3.1	Determinación de los cortes en el grafo reducido....	147
III.3.2.2	Búsqueda de poliánqu los en el dual.....	150
III.3.2.4	Determinación de los p- cortes mínimos de los elementos de $P^r$ en $G$ ....	153

III.3.2.4.1 P-cortes mínimos para los nodos $P^r$ en el grafo ori- ginal .....	153
III.3.2.4.2 P-cortes mínimos para los nodos pozo del grafo original interme- dios de cadenas..	154
III.3.2.4.3 P-cortes mínimos para los nodos que forman árboles...	158
III.3.2.5 Ventajas y desven- tajas .....	159

#### CAPITULO IV APLICACION INFORMATICA Y RESULTADOS

IV.1 Descripción de la implementación del algoritmo de ciclos en el grafo dual .....	161
IV.2 Análisis comparativo del algoritmo de caminos con el algoritmo de ciclos en el grafo dual .....	174
IV.3 Análisis de confiabilidad del sistema de distribución de la ciudad de Chihuahua ....	183
IV.4 Características del algoritmo de ciclos en el grafo dual .....	194

<b>CONCLUSIONES</b> .....	201
<b>APENDICE I SOBRE LA TEORIA DE GRAFOS</b> ....	206
<b>APENDICE II FORMULAS PARA EVALUAR LA CONFIABILIDAD DE UN SISTEMA DE DISTRIBUCION</b> .....	221
<b>REFERENCIAS</b> .....	239



## I N T R O D U C C I O N

En la actualidad debido al continuo desarrollo de nuestro país, la demanda de energía eléctrica tiene un ritmo de crecimiento considerable. Por su parte el sistema eléctrico sigue esa tendencia para alcanzar el objetivo de satisfacer dicha demanda. Para auxiliar eficazmente a este desarrollo se requiere de una buena planeación del sistema eléctrico nacional que de directivas sobre el mejor uso de los recursos económicos disponibles, tomando en cuenta futuras tendencias técnicas y económicas asociadas con los diseños y construcciones pertinentes.

Una manera de hacer una evaluación financiera de un plan de desarrollo de un sistema eléctrico, es asignarle una función económica que incluya los costos de inversión y los costos de operación esperados. Los costos de operación son a su vez la suma de los costos de generación, los costos de pérdidas y los costos de la energía no suministrada a los usuarios.

Los grandes capitales que representan los costos de operación y de inversión de estos sistemas son los que justifican que los estudios y herramientas utilizados en su planeación puedan llegar a ser muy sofisticados. En particular el uso de los modelos matemáticos más avanzados y de

computadoras resulta rentable ya que generalmente se traduce en una reducción de los costos totales.

La complejidad de los sistemas eléctricos, aunada a su gran dimensión, hace que el planteamiento de un problema global accesible implique una simplificación tal que los resultados perderían su valor. Se requiere por lo tanto la partición del sistema eléctrico de potencia, que en un primer paso se puede representar por los tres subsistemas siguientes:

**Generación.-** Sistema encargado de transformar la energía primaria en energía eléctrica por medio de diversos procesos, como son los químicos, mecánicos, térmicos o hidráulicos.

**Transmisión.-** Su objetivo es llevar en gran escala la energía eléctrica desde los centros de generación hasta las áreas de consumo. Se caracteriza primordialmente por el uso de altos voltajes debido a razones económicas. Otra función que cabe mencionar es la interconexión cuyo objetivo es facilitar la asistencia mútua entre regiones o sistemas en casos de emergencia y reducir así los costos de operación y de inversión.

**Distribución.-** Su función es repartir la energía eléctrica recibida del subsistema de transmisión entre los consumidores a niveles de voltaje más bajos, de modo que

sean más apropiados para su manejo por parte del usuario.

Esta división clásicamente usada permite plantear problemas de menor tamaño, cuya solución generalmente es muy buena debida a la pequeña correlación que hay entre ellos. De estos problemas, en los que se ha desarrollado el mayor esfuerzo ingenieril son los asociados a la planeación de los sistemas de generación y transmisión. Una manifestación de ésto es que las interrupciones de suministro a los usuarios tienen su mayor contribución por parte de los sistemas de distribución. Por estas razones y además por las pérdidas y daños causados al consumidor por la pobre calidad del servicio, en esta tesis es de gran interés el estudio de los sistemas de distribución que en nuestro caso se ha enfocado a la evaluación de la energía eléctrica no suministrada.

Los estudios de planeación de un sistema se dividen en corto y largo plazo. Se hacen a largo plazo para tener una visión al futuro más amplia del sistema y aunque presenta un alto grado de incertidumbre sirve para apoyar un estudio a corto plazo. Este último está más orientado a apoyar una toma de decisiones como son la construcción de nuevas subestaciones o líneas y la recalibración del equipo en base a criterios tecnico-económicos. Un problema de planeación debe considerar los siguientes subproblemas en

el siguiente orden cronológico:

- A) El pronóstico de carga,
- B) La localización y dimensionamiento de las subestaciones,
- C) El diseño de la red primaria y secundaria
- D) El análisis de confiabilidad.

Estos problemas lejos de ser independientes tienen una compleja interrelación que no hay que perder de vista si se quiere obtener un buen plan de desarrollo. En esta tesis se expone el tema " EVALUACION DE CONFIABILIDAD DE SISTEMAS DE DISTRIBUCION DE ENERGIA ELECTRICA " como parte de su planeación integral.

El objetivo de este análisis de confiabilidad radica en determinar la medida en que los recursos de un sistema de distribución son capaces de suministrar la energía en presencia de indisponibilidades. Además auxilia dentro de la función económica a evaluar los costos de la energía no suministrada, que podrán ser incrementados o disminuidos vía los proyectos, para obtener un balance entre los costos de inversión y los costos de operación. La necesidad de un más alto nivel de confiabilidad está justificada por las necesidades futuras. Veamos por ejemplo la industria que cada día requiere más del equipo computarizado y automatizado. Este equipo requiere de una alta calidad de suministro

de energía eléctrica, definida por la continuidad del servicio, la regulación del voltaje y el control de la frecuencia, y, que en un futuro más cercano dependerá de un adecuado y seguro suministro de energía. En estos casos las pérdidas y el incremento de los costos, debido a repetidas interrupciones de servicio, serían enormes.

Para calcular la confiabilidad de un sistema de distribución se tienen como medidas más clásicas las siguientes:

- 1) El número de interrupciones/año/consumidor.
- 2) La duración promedio de cada interrupción.
- 3) El tiempo esperado fuera de servicio.
- 4) El valor esperado de la energía no suministrada.
- 5) El tiempo promedio entre fallas.

Todos estos elementos se tienen en base a parámetros de confiabilidad asociados a cada una de las componentes del sistema o subsistemas, tales como la frecuencia de salidas, el tiempo promedio de reparación y el tiempo promedio entre fallas, que a su vez están basados en las estadísticas de reportes del sistema real en operación.

Con el fin de presentar un panorama amplio de la confiabilidad de los sistemas de distribución, se

desarrollan en este trabajo los siguientes temas:

Sistemas de Distribución y Confiabilidad.- En este capítulo se habla sobre la clasificación, los modos de operación y fallas de los sistemas de distribución. Se describen además algunos de los métodos más usados para evaluar la confiabilidad de estos sistemas.

Estudios de Confiabilidad y Fórmulas para la Obtención de Índices.- Se ilustran algunas de las técnicas adaptadas para la evaluación de la confiabilidad de un sistema de distribución, que consideran factores importantes, como la influencia del medio ambiente y el mantenimiento, para la deducción de las fórmulas de los índices de confiabilidad. Aquí se presentan las fórmulas para sistemas sencillos.

Representación de los Sistemas de Distribución y Teoría y Técnicas de Cortes Mínimos.- Se explica la forma de modelar un sistema de distribución por medio de un grafo. Esta modelación se ha escogido por su adaptabilidad al proceso de planeación. También se presentan la Teoría de Cortes Mínimos y dos técnicas para obtenerlos. La primera es un algoritmo clásico de caminos y la segunda es un nuevo algoritmo de ciclos en el grafo dual. Un corte mínimo define los eventos que dan como resultado la pérdida de carga de un punto de suministro, la imposibilidad de reconexión de este punto, o bien un subconjunto de componentes que no pueden sopor

tar más fallas por falta de capacidad.

El nuevo algoritmo que se ha desarrollado para la obtención de estos cortes, se ha implementado en computadora para facilitar su aplicación sistemática a los sistemas de distribución. Además facilita la extensión de la evaluación de la confiabilidad de sistemas de distribución de gran dimensión, tratando de optimizar el tiempo en la unidad de procesamiento central de la computadora (cpu).

Aplicaciones y Resultados.- Se presenta una aplicación práctica de todos los conceptos ilustrados anteriormente a la red de distribución de la Ciudad de Chihuahua, cuyas dimensiones y grado de complejidad demuestran la efectividad y capacidad del nuevo algoritmo.

C A P I T U L O I

C O N F I A B I L I D A D

Y

S I S T E M A S D E D I S T R I B U C I O N



## I.1. SISTEMAS DE DISTRIBUCION

La alimentación de las grandes densidades de carga desde sus inicios han sido un problema complejo para el ingeniero, en lo que respecta a la distribución de energía eléctrica. Estas grandes concentraciones de carga tienen como exigencias inherentes la continuidad del servicio, la regulación del voltaje y el control de la frecuencia que tienen una gran influencia en el diseño de estos sistemas.

Con el fin de estudiar el impacto de las indisponibilidades que se presentan en los sistemas de distribución y que causan pérdidas y molestias tanto al consumidor como al sistema en general, en un primer caso debemos conocer los objetivos perseguidos y las herramientas con que se cuenta para obtenerlos. Para situar al sistema de distribución, se presenta en la figura 1, el esquema de un sistema de potencia completo.

Una definición clásica de un sistema de distribución desde el punto de vista ingenieril incluye:

- a) La subestación de potencia
- b) El sistema de subtransmisión
- c) Las subestaciones de distribución
- d) Los troncales o alimentadores primarios
- e) Los transformadores de distribución
- f) Los alimentadores secundarios

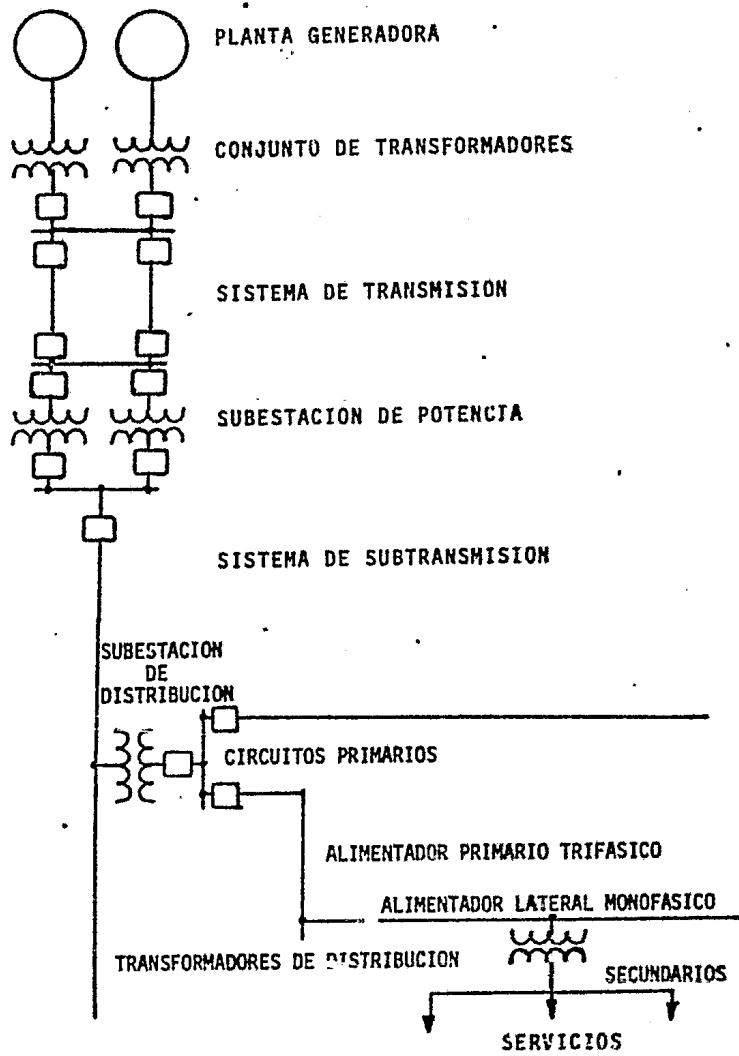


Fig. 1 Diagrama unifilar de un sistema eléctrico de potencia.

Esta clasificación básicamente se aplica a todos los sistemas de distribución sin importar el tipo de área de carga (urbana, suburbana o rural), el tipo de estructura (radial, en anillo o mallada) o si la red es aérea o subterránea. Observando la figura 1, el sistema de distribución comienza en la subestación de potencia, que recibe la energía eléctrica del sistema de transmisión y transforma el voltaje a nivel de subtransmisión (138 kV - 35 kV). El circuito de subtransmisión sale de la subestación de potencia para alimentar las subestaciones de distribución en las que se transforma el voltaje a niveles aun menores (2.5 kV - 25 kV) para que los alimentadores primarios lleven la energía hasta los transformadores de distribución. En estos se hace la última transformación de voltaje a un nivel ya adecuado para su uso directo (115 - 220 volts). Por último, a través de los alimentadores secundarios se lleva la energía eléctrica hasta los consumidores en baja tensión (1).

En México las tensiones de distribución primaria para los alimentadores de tres y cuatro hilos recomendadas son de 13.2, 23 y 34.5 kV. En los circuitos secundarios que generalmente son trifásicos de cuatro hilos las tensiones usadas en México son de 115 a 127 volts entre fase y neutro y de 200 a 220 volts entre fases (2).

A continuación se hace una clasificación de los sistemas de distribución más usuales, esto es:

Por su estructura:

- 1) Radial
- 2) Anillo
- 3) Malla o red

y por su operación:

- 1) Radial
- 2) En paralelo

### I.1.1. Tipos de estructuras

La estructura radial que en forma simple se presenta en la figura 2 es usada generalmente en zonas suburbanas y rurales que tienen medias y bajas densidades de carga. La característica principal de la estructura radial es que las cargas tienen una sola alimentación, por lo que una sola avería en ésta dejará sin suministro a las cargas.

La estructura en anillo tiene la ventaja de poder dar suministro por más de un solo camino eléctrico, lo que hace que cuando se presenta una falla, ésta puede aislarse evitando interrupciones en el servicio. Este tipo de estructura se usa para suministrar densidades de carga mayores que en el radial, como pequeñas plantas industriales o edificios comerciales grandes. En la figura 3 se muestra la estructura en anillo.

La estructura en malla o red (figura 4) tiene sus ventajas en cuanto a poder repartir la carga total entre todos

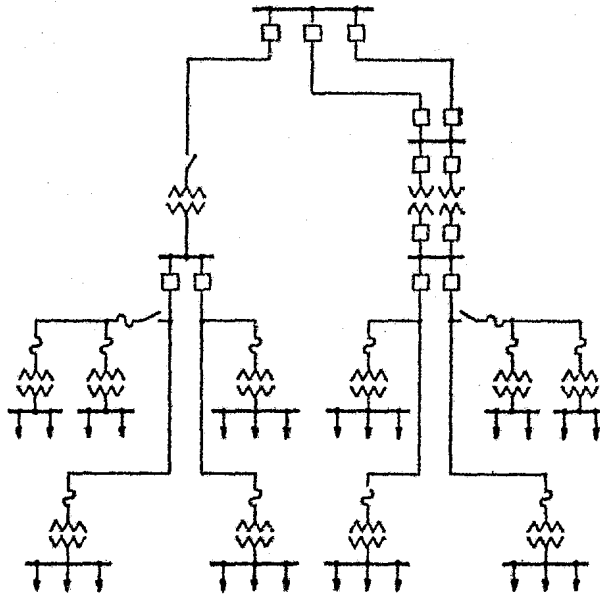


Fig. 2 Sistema de Distribución de Estructura Radial

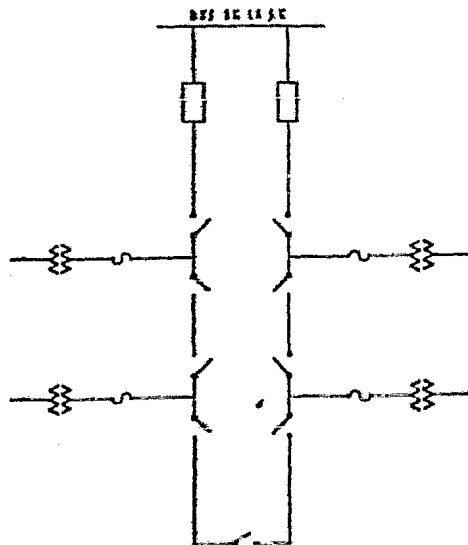


Fig. 3 Sistema de Distribución de Estructura en Anillo

sus troncales o alimentadores, pues se encuentran interconectados y en caso de que uno de éstos falle, se pueden aislar para su reparación y reconectar la zona afectada a otro troncal en buen estado. El exceso de carga al salir de servicio uno de los alimentadores quedará repartido entre todos los alimentadores sanos.

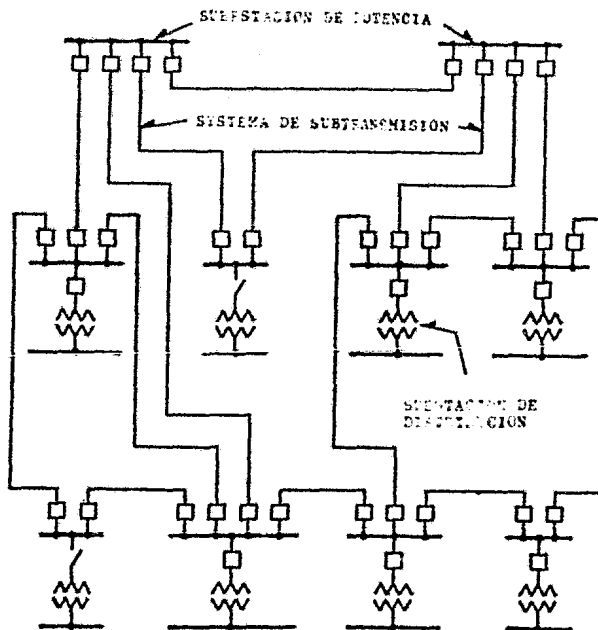


Fig. 4 Estructura en malla o red para subtransmisión.

La segunda clasificación de los sistemas de distribución se debe a su forma de operar, lo que depende de su aplicación.

## I.1.2. Modos de operación

### I.1.2.1. Operación radial

Por definición, en un sistema operando radialmente el flujo de energía tiene una sola trayectoria desde la estación de potencia hasta cada punto de carga. Siendo esta su principal desventaja, pues una falla en alguna parte dejaría sin suministro a todos los usuarios cuya trayectoria pase por ahí. Dependiendo de la colocación de las protecciones, el número de usuarios afectados será mayor o menor (pretendiendo que sea reducido), pero de todos modos habrá un corte de energía para un número de usuarios. Por ejemplo en el siguiente diagrama unifilar (figura 5); si solo colocamos una protección en el punto "A", su apertura debido a una falla en cualquier punto del alimentador afectará a más consumidores que si colocamos a dos de menor capacidad, una en el punto "B" y otra en el punto "C". De tal manera que una falla que ocurre entre el punto "B" y los consumidores afecte solo a éstos, sin que tenga que quedarse fuera de servicio todo el alimentador (una cosa similar pasa para el punto "C").

La localización de las protecciones y el escoger un tipo adecuado es tan importante en la operación de un sistema como una buena coordinación de todas éstas (fusibles, interruptores, protectores de red, etc.). Esto quiere decir que al suceder una falla opere la protección más cercana y anterior a ésta. Por ejemplo, si en la figura 5 tenemos protec-

ciones en los puntos "A", "B" y "C" y ocurre una falla en el punto "C" y los consumidores, solo se aisle ésta parte del circuito por la apertura de la protección instalada en "C" y no trascienda a aislar todo el alimentador por la apertura de la protección en el punto "A" (3).

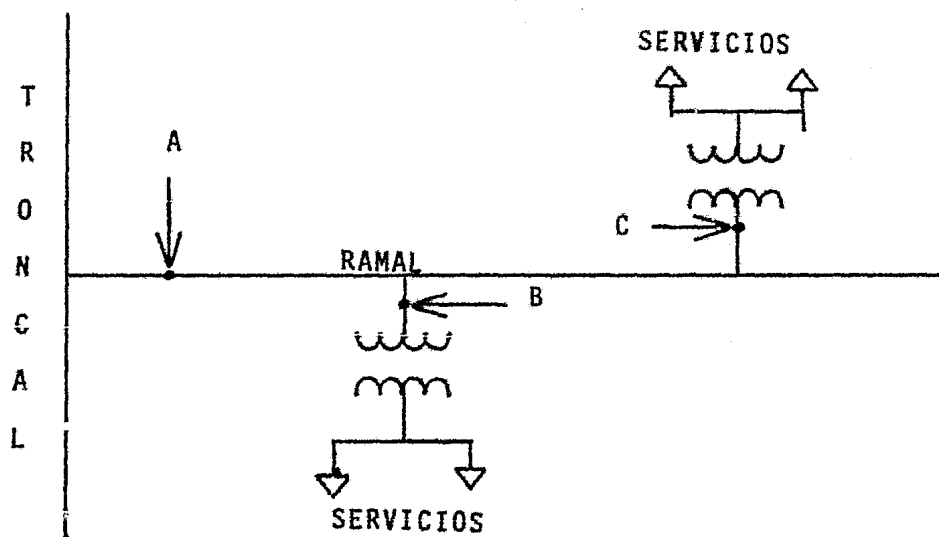


Fig. 5 Diagrama unifilar de un ramal de distribución.

Con éste tipo de operación, puede trabajar una estructura en



anillo si el interruptor de amarre se encuentra abierto, teniendo así los troncales funcionando radialmente y alimentando cada uno por separado una parte de la carga total. Esto se muestra en la siguiente figura.

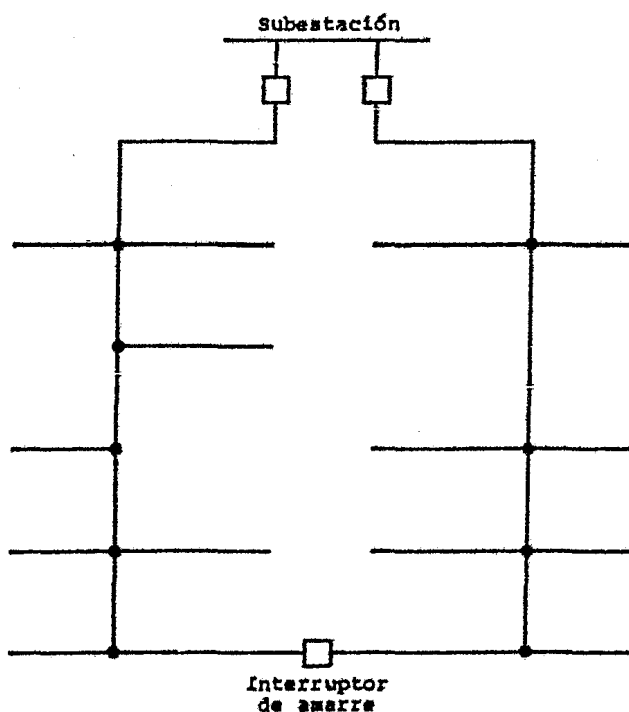


Fig. 6 Conexión de dos alimentadores primarios para formar un Anillo (Diagrama unifilar).

Si ésta estructura opera con el interruptor de amarre cerrado, deja de tener una operación radial, teniendo como ventajas una mejor regulación del voltaje y una gama de repartición de la carga total entre todos los alimentadores conectados.

En forma similar sucede en un circuito mallado, en el que debido a su redundancia, es decir, a que tiene un número grande de alimentadores y de interconexiones entre ellos, aumenta grandemente las posibilidades de operar en forma radial, de aislar las fallas sin provocar interrupciones y de hacer reconexiones de las áreas afectadas a un alimentador sano. Consecuentemente se tendrá una mayor continuidad del servicio, una mejor regulación del voltaje y los costos y pérdidas debido a interrupciones se verán disminuidos.

Las ventajas que presenta una operación radial son la rápida localización de una falla y la fácil colocación de las protecciones, aunque en un sistema de estructura mallada no es posible, debido a que el flujo de la energía no se puede jerarquizar pues puede cambiar de sentido al reconectar una área con otro alimentador por la salida del que la suministraba anteriormente.

#### 1.1.2.2. Operación en paralelo

Un sistema también puede operar en paralelo, lo que

tiene como ventaja que el flujo de la energía se reparte entre varios elementos, habiendo así más de una trayectoria entre la subestación de potencia y cada una de las cargas. De este modo se asegura una mayor continuidad del sistema. El uso de este tipo de operación es mayor en las redes de baja tensión.

Para optimizar las características de calidad y continuidad del servicio, debemos de contar con herramientas poderosas dentro de la planeación, diseño y construcción de las redes de distribución. En la planeación, el análisis de confiabilidad es la herramienta que cumple con estos requisitos.

## **I.2 CONFIABILIDAD**

Una de las definiciones más ampliamente aceptadas se puede postular de la siguiente manera:

"Confiabilidad es la evaluación de la medida en que una componente, subsistema o sistema desempeña adecuadamente sus funciones durante el período de tiempo previsto y bajo las condiciones de operación usuales" (4).

Esta definición incluye cuatro conceptos importantes:

1) Probabilidad.- Las características aleatorias asociadas al sistema hacen que el análisis no pueda ser determinístico, requiriéndose aplicar conceptos de probabilidad y

estadística para llegar a una mejor evaluación del funcionamiento del sistema.

2) **Funcionamiento adecuado.**- Esto involucra que el sistema tenga continuidad en el servicio, una buena regulación del voltaje, un buen control de la frecuencia y que por supuesto no sucedan fallas con fuertes impactos, como por ejemplo la falta de energía en toda una ciudad o frecuentes interrupciones en un corto período de tiempo.

Este funcionamiento adecuado dependerá de los recursos con que se cuente para enfrentar las fallas de un sistema. Por ejemplo un sistema puede estar bien diseñado y no tener un funcionamiento adecuado debido a que no se sepa operar, es decir, por errores humanos. Es en este aspecto de la definición donde se estudian todos los modos y efectos de las fallas del sistema y sus componentes, por lo que no puede ser substituido.

3) **Período de tiempo previsto.**- Es el intervalo durante el cual la componente del sistema o subsistema debe estar operando continua o esporádicamente según sea la función específica que tenga asignada. Un ejemplo de operación esporádica son los elementos que trabajan solo en horas pico de la demanda, como en el caso de un banco de capacitores.

4) **Condiciones de operación.**- Estas pueden ser

constantes o tremendamente variables, según el lugar donde se localice el sistema, el rango de capacidad en el que trabaja y si está expuesto a las condiciones del medio ambiente. Si éstas condiciones son adversas (tormentas, nieve, lluvia salina, etc.) se incrementa el número de fallas, por lo que guardan una estrecha relación la frecuencia de fallas y las condiciones ambientales. Las condiciones de operación deben tener en cuenta si el equipo trabaja al 100% de su carga o si en ciertos períodos de tiempo trabaja sobrecargado o si la carga que suministra está fluctuando, pues ese equipo se deteriorará más rápidamente debido a esas variaciones.

Una vez definido lo que es confiabilidad, pasaremos a describir los métodos de evaluarla en un sistema de distribución. En los métodos empíricos la confiabilidad de un sistema propuesto se obtiene extrapolando las experiencias de los sistemas ya existentes en base a las normas ya establecidas para determinar un nivel de confiabilidad dado. Sin embargo se han desarrollado métodos más precisos como:

El método de contingencias

El método de árboles de fallas

El método de cortes

### **I.3 METODO DE CONTINGENCIAS**

Una contingencia es la indisponibilidad simultánea de una o más componentes para cumplir sus funciones. El tér-

mino componente denota una pieza de equipo, una línea, una sección de línea, un transformador o un grupo interconectado de éstos elementos, que es vista como una entidad para propósitos de reporte, análisis y predicción de indisponibilidades.

Este método evalúa el impacto que causa una de las contingencias, por separado, en la operación de un sistema de distribución. Las consecuencias de una contingencia se pueden detallar en términos del número de consumidores cuyo servicio es interrumpido. De la duración de una interrupción depende que se ocasionen o no daños serios. Esta duración, a su vez, depende del tiempo de reparación de la o las componentes falladas o del tiempo necesario para dar otro esquema de operación que alimente el o los subsistemas desconectados.

### I.3.1. Contingencias simples y múltiples

La representación de una contingencia sencilla o simple es una sola componente y de una múltiple varias de éstas. La interrupción del suministro de energía es más probable si se tiene una contingencia múltiple. Por ejemplo, si de tres alimentadores que suministran a un mismo centro de carga solo uno falla, es posible seguir alimentándolo con los demás, dependiendo de su capacidad. Siendo muy inseguro el caso en que fallen dos y pueda seguir alimentándose la carga con un solo alimentador, y se vuelve imposible evitar la interrupción si fallan los tres.

### I.3.2. Desarrollo del método

El análisis comienza por evaluar el impacto que en todo el sistema causan las contingencias sencillas, es decir, para cada contingencia saber si ésta causa o no interrupción del suministro a algún punto de carga y la cantidad de carga que pierde. Habrá contingencias cuyo análisis es muy simple, pues las consecuencias que ocasionan son casi obvias y no será necesario analizar todo el sistema. Este es el caso de un ramal de distribución (protegido por un fusible), que alimenta un número de usuarios en el que solo éstos serán afectados al operar correctamente la protección sin que el resto del sistema lo vea. Pero puede haber contingencias sencillas cuyo análisis es complejo, como la salida de una subestación, pues causa un gran desorden y es muy difícil encontrar una configuración de operación para solventar la energía demandada a causa de ésta falla.

El segundo paso consiste en analizar el impacto de las contingencias dobles, que si se tienen los efectos de las sencillas, se pueden combinar para facilitar el análisis, pero evitando combinaciones que no guarden ninguna relación. Esto es, que caigan en el análisis de las contingencias sencillas por separado y cuyo conjunto no afecte más al funcionamiento del sistema. En forma similar se hace para contingencias triples y de mayor grado si se quiere tener un análisis completo del sistema en estudio. Se podría detener el análisis en contingencias simples, pues su probabilidad de ocurrencia es mu-

cho mayor que la de cualquier múltiple, pero si la probabilidad de que a un mismo tiempo sucedan un mantenimiento y una o más fallas por otras causas es grande, los resultados de un análisis de contingencias sencillas será una aproximación pobre, por lo que se requerirá el análisis de contingencias múltiples.

### 1.3.3. Ventaja y Limitaciones

La evaluación de las consecuencias originadas por contingencias simples es un trabajo laborioso que requiere de esfuerzo y mucho tiempo de análisis, incrementándose éstas características para contingencias múltiples, sobre todo si el sistema a estudiar es de complejidad y dimensiones grandes, donde el análisis se vuelve exhaustivo. Debido a esto, el método se ha implementado en computadora, pero resulta excesivamente caro y también requiere de mucho tiempo de estudio. Se podría hacer por medio de técnicas de simulación, tomando solo muestras de contingencias simples y múltiples, pero esto tal vez no cubriría algunos de los casos más importantes y no se tendría una evaluación representativa. Por el contrario, si el sistema es de menor tamaño y complejidad, como en el caso de un esquema de transferencia entre los buses de una subestación, el método es excelente pues se analizan todas las posibilidades de falla.

Cuando se trata de mejorar un sistema, se necesitará



correlacionar toda esa gran cantidad de problemas estudiados en el análisis de contingencias, para obtener un buen proyecto en que cada cambio por hacer alivie varias de las situaciones problemáticas detectadas y que el conjunto de mejoras resulte más provechoso aun, evitando modificaciones que no tengan resultados relevantes.

#### I.4 METODO DE ARBOLES DE FALLAS

En teoría de árboles de fallas (5), un evento es lo que se vio como contingencia en el método anterior. El término evento denota un cambio dinámico de estado que le ocurre a la componente de un sistema.

Este método consiste en un análisis deductivo que investiga los modos de ocurrencia de un estado o eventos no deseados en un sistema. Estos eventos no deseados se pueden obtener de un análisis inductivo y son aquellos que ocurren como resultado de las fallas funcionales en las componentes del sistema. Un análisis inductivo propone la postulación de un posible estado de las componentes que constituyen un sistema y determina el efecto total de dicho estado en el sistema. Un análisis deductivo es un procedimiento inverso al método inductivo. El análisis de árboles de falla consta de dos grandes pasos:

- 1) La construcción del árbol de fallas
- 2) La evaluación del árbol de fallas

#### I.4.1. Construcción del árbol de fallas

Un árbol de fallas es la descomposición de un sistema físico en un diagrama lógico, en el cual ciertas causas dan lugar a un evento no deseado.

Para realizar la construcción del árbol de fallas, el analista debe tener un completo conocimiento del sistema, pues el propósito de la construcción es modelar las condiciones del sistema que pueden tener como resultado un evento no deseado. De hecho una descripción del sistema debe ser una parte de la documentación del análisis.

El origen fundamental de donde se parte es definir cuidadosamente el evento no deseado llamado "evento tope". Para que el análisis sea comprensible se deben mostrar las suposiciones hechas en la construcción del árbol de fallas y la descripción usada del sistema. El diagrama lógico o árbol de fallas se construye en base a símbolos como las compuertas "AND" y "OR". La compuerta "AND" describe la operación lógica que requiere la coexistencia de todos los eventos de entrada para producir una señal de salida y la compuerta "OR" requiere solo de solo uno de los eventos de entrada para producir una salida. Otros símbolos son por ejemplo para identificar los eventos de entrada o una toma de decisiones. Por ejemplo, para un árbol de fallas en general se tiene la siguiente estructura mostrada en la figura 7.

Es de hacerse notar que muchos de los eventos de interés en un árbol de fallas son realmente fallas en las componentes del sistema y que además el evento tope está descrito por una falla del sistema.

Concretando, los puntos de importancia a seguir en la construcción de un árbol de fallas son:

1) Definir el evento tope.- Eventos tope ligeramente diferentes pueden dar lugar a árboles de falla completamente diferentes.

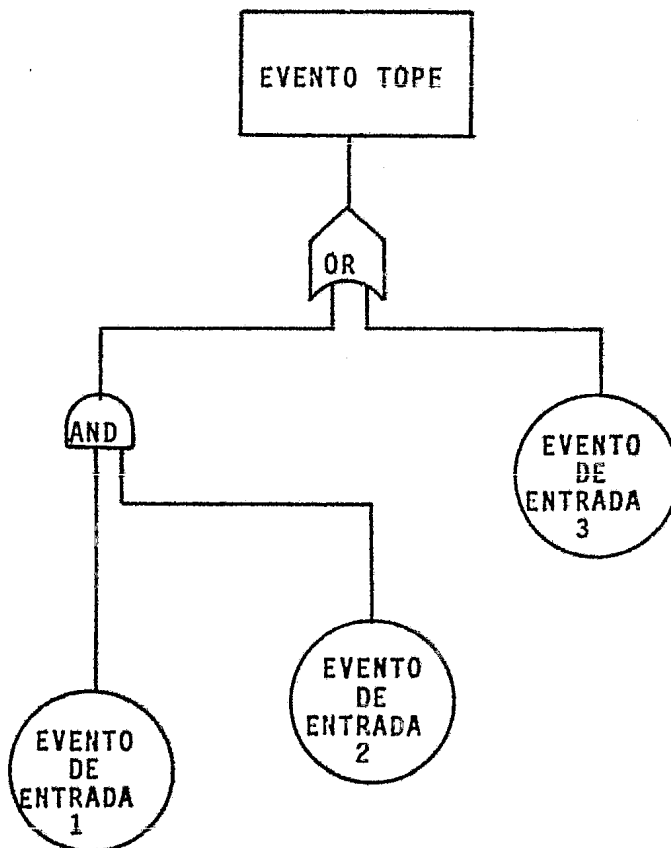


Fig. 7 Estructura de un árbol de fallas

2) Buscar los eventos que por si mismos o en combinación con otros dan lugar al evento tope.

3) Generalmente hay muchos árboles de falla para un mismo sistema, pero todos son equivalentes. El requerimiento principal es que un árbol contenga todos los eventos significativos que contribuyan a la ocurrencia del evento tope.

4) Cualquier evento puede ser usado como evento de entrada.

#### I.4.1.1. Construcción automatizada de un árbol de fallas.

En si la construcción de árboles de fallas es un proceso que requiere de tiempo y esfuerzo considerables cuando es realizado paso a paso. Por ésta razón se han desarrollado métodos que permiten la construcción por medios computacionales. La información requerida para aplicar éstos métodos es:

1) Modos operacionales y de fallas de las componentes, describiendo como son influenciados los estados de salida por los de entrada y los modos operacionales internos de las componentes.

2) Diagrama del sistema que describa las interconexiones de las componentes del sistema. Particularmente es importante un buen modelado de las componentes para obtener re-

sultados benéficos.

La construcción automatizada es ventajosa por el hecho de que nos ahorra tiempo de análisis, pero no es así en el caso en que se puedan omitir eventos importantes que den lugar al evento tope y que solo el criterio de un ingeniero para un caso en particular puede establecer.

Para mostrar la construcción de un árbol de fallas se presenta el siguiente ejemplo sencillo:

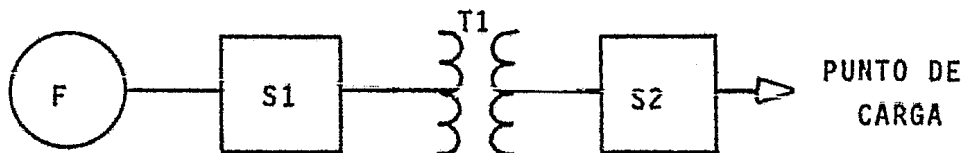


Fig. 8 Sistema de potencia simple.

Para el diagrama de árbol de fallas de este sistema definiremos como evento tope: "No hay señal a la salida del interruptor S2". Se presenta enseguida en forma simplificada

el árbol de fallas correspondiente al sistema de la figura 8 en la figura 9.

Un árbol equivalente al de la figura 9 más sencillo, sería el que se presenta en la figura 10. Esto se hace con el fin de simplificar el análisis posterior a la construcción del árbol de fallas. Se dice que existen algoritmos de apoyo por medios computacionales para hacer ésta simplificación.

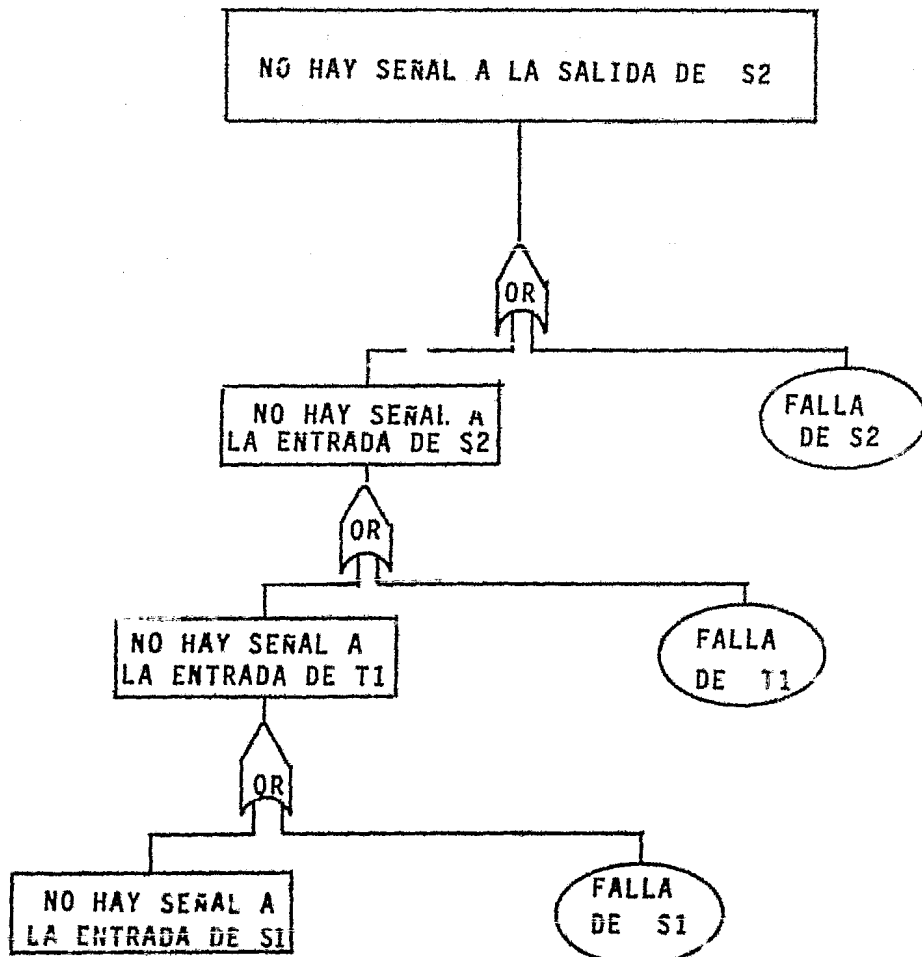


Fig. 9 Árbol de fallas del sistema de la figura 8.

### 1.4.2. Evaluación del árbol de fallas

Una vez construido el árbol y dadas las posibilidades de falla de cada componente de entrada, se hace la evaluación del árbol, es decir, se calcula la probabilidad de que suceda el evento tope y se detectan las combinaciones que provocan.

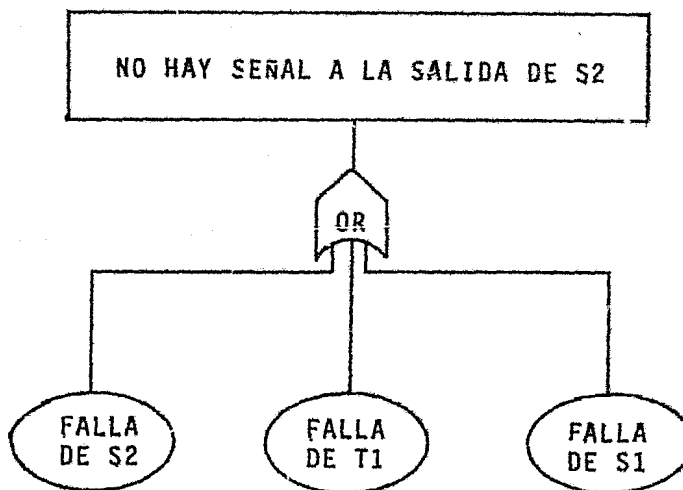


Fig. 10 Árbol equivalente al de la figura 9.

Para hacer la evaluación del árbol existen varias posibilidades, entre ellas está el seguir las reglas del álgebra

booleana, que sólo estudia eventos únicos e independientes, así como otros métodos que en sí buscan el mismo fin: obtener las medidas de confiabilidad de un sistema.

El siguiente paso en la evaluación es seleccionar la identificación de eventos cuya contribución sea significativa a la ocurrencia del evento tope, para luego hacer los cambios pertinentes y evaluar de nuevo el sistema con el fin de saber si los cambios realizados mejoraron la confiabilidad del sistema. Este proceso se repite al encontrar el nivel de confiabilidad deseado.

#### I.4.3. Ventajas y desventajas

El método de árboles de fallas es muy eficaz en la identificación de causas básicas como descomposturas de las componentes, errores humanos, y condiciones ambientales que provocan fallas en el sistema.

Las desventajas que presenta son principalmente la posibilidad de omitir eventos importantes que sean significativos; también la limitación que tiene para analizar sistemas de distribución complejos y de grandes dimensiones, pues en estos sistemas no podemos definir un solo evento tope, sino un gran número de éstos, por lo que la construcción del árbol de fallas sería muy complicada y que una vez hecha no es fácil de manejar. Este método se presta para hacer análisis más finos,



como por ejemplo el de la confiabilidad de una subestación de distribución. A continuación se verá un método más aceptado.

### I.5 METODO DE CORTES

Este es el método más utilizado para estudios de confiabilidad de redes de distribución que con ciertas modificaciones puede también ser aplicado a sistemas de generación y transmisión. El método nos llevará a obtener los siguientes índices de confiabilidad de un sistema de distribución:

- $\lambda$  = Número de interrupciones/año/consumidor
- $r$  = Duración promedio de cada interrupción
- $\mu$  = Tiempo promedio total fuera de servicio
- PNS = Valor esperado de la energía no suministrada
- $1/\lambda$  = Tiempo promedio entre fallas

Estos índices son valores esperados que caracterizan el comportamiento futuro de un sistema. Su forma de obtención es a través de fórmulas cuyas variables son los parámetros de confiabilidad. Estos son:

- $\lambda_i$  = Frecuencia de salidas de la componente "i"
- $r_i$  = Tiempo promedio de reparación de la componente "i"
- $m_i$  = Tiempo promedio entre fallas de la componente "i"

Los parámetros anteriores se obtienen de estadísticas

de reportes de salidas de un sistema real. Los pasos a seguir para el desarrollo de este método son:

- a) Análisis de los modos de falla o salidas de las componentes del sistema.
- b) Modelación del sistema, en donde se identifican las componentes de un sistema de distribución.
- c) Obtención a partir de los reportes de salidas de los parámetros de confiabilidad asociados a cada componente o subsistema.
- d) Análisis de impacto de los eventos que provocan fallas en el sistema.
- e) Evaluación de los índices de confiabilidad por medio de fórmulas.
- f) Obtención de medidas globales de confiabilidad para el sistema a partir de los índices de los puntos de carga.

Este método, aunque como todo análisis de confiabilidad es cuantitativo, involucra en muchas áreas características cualitativas del sistema en estudio. El contenido cualitativo incluye definir exactamente como opera el sistema y la clase y tipo de equipo usado. La compatibilidad del equipo y materiales, y su disponibilidad para operar satisfactoriamente se logran en sistemas complejos al incluir muchas disciplinas ingenieriles y obtener así los objetivos propuestos para el sistema. Para iniciar la secuencia de

pasos antes dada estudiaremos enseguida las indisponibilidades de una componente.

### I.5.1 Modos de Falla de una Componente

Toda componente de un sistema de distribución está sujeta a indisponibilidades, las cuales se clasifican de la siguiente manera (6):

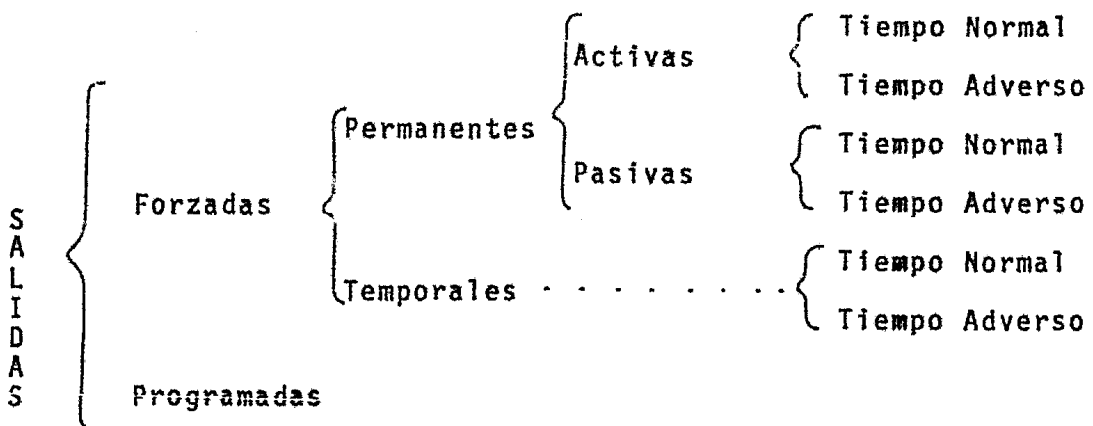


Fig. 11 Clasificación de salidas de una componente.

Una salida (7) describe el estado o circunstancia de una componente cuando no está disponible para ejercer sus funciones debido a algún evento asociado a esa componente.

Una salida programada resulta cuando una componente es deliberadamente sacada de servicio para propósitos de construcción, mantenimiento preventivo, sustitución de equipo que llegó al término de su vida útil, para recalibrar un equipo o para hacer reparaciones. Una salida programada se caracteriza porque puede postergarse.

Una salida forzada es aquélla que resulta de condiciones de emergencia asociadas a alguna componente, que requiere ser sacada de servicio inmediatamente o tan pronto como se hagan las maniobras pertinentes. Este tipo de salida es imprevisible y aleatoria, pues no se puede postergar.

Una salida forzada temporal es aquélla cuya causa se extingue rápidamente. Un ejemplo de ésto es un aislador que se flamea por la ionización del aire; al desenergizarlo por corto tiempo, en el que desaparece la ionización, el aislador recupera sus características y puede ser restablecido al servicio.

Una salida forzada permanente se caracteriza porque su causa no puede extinguirse en forma inmediata, pues habrá que hacer el reemplazo o reparación de la componente que está fuera de servicio, como en el caso de que una descarga atmosférica destruya un aislador, deshabilitándolo hasta que sea reemplazado.

Una salida forzada puede además ser activa si ocasiona que componentes sanas no puedan seguir operando y pasiva si solo deja de funcionar la componente fallada. Un ejemplo de una salida activa es un conductor a tierra que cause la salida de varios transformadores que estén sanos. Una salida pasiva puede ser por ejemplo una falla de un alimentador protegido por un fusible, que al operar correctamente sacará

de servicio solo a este alimentador.

Todas las salidas tienen una gran relación con las condiciones del medio ambiente por lo que se han caracterizado como tiempo normal y tiempo adverso. Tiempo adverso se denomina a las condiciones ambientales que provocan una anormal frecuencia de salidas, como por ejemplo una tormenta.

Otro modo de salida que es poco frecuente es el de causa común, que es un fenómeno particularmente importante en redes de distribución. Una salida por causa común es una situación en la que ocurren múltiples fallas debidas a un solo evento, donde estas fallas no son causas de otras. Este fenómeno puede ser causado por condiciones muy adversas como un incendio u otra causa que origine este tipo de salida. Por ejemplo una onda de sobrevoltaje que haga que las protecciones de dos circuitos diferentes operen y sean sacados de servicio y una descarga atmosférica que sea tan fuerte como para perforar dos aisladores de dos circuitos en paralelo y provoque su desconexión.

#### I.5.1.1 Causas de las salidas

Resumiendo las causas de salida de una componente, (algunas ya mencionadas) se tienen:

- a) Descargas atmosféricas
- b) Contacto con cuerpos extraños.- daños debido a

pájaros, aviones, crecimiento de la vegetación, vandalismo, choques de vehículos, etc.

c) Contaminación y condiciones atmosféricas. - Productos químicos, lluvia salina, niebla, temblores, etc.

d) Manejo inadecuado del sistema, fallas mecánicas en general, errores humanos, cortocircuitos, sobrecargas, etc.

e) Mantenimiento, reemplazo de componentes, recalibración de equipo, etc.

Las componentes de un sistema de distribución son en su mayoría eléctricas y tienen la siguiente vida típica de operación, mostrada en la gráfica de edad de la componente contra frecuencia de salidas (4).

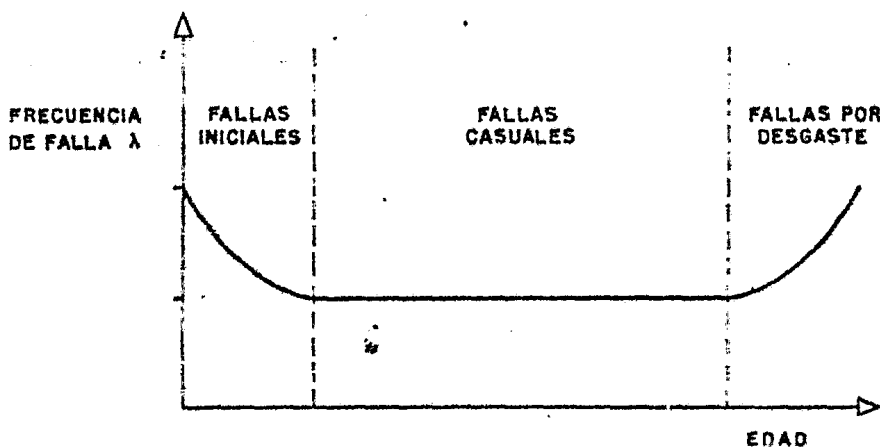


Fig. 12 Vida característica de una componente eléctrica.

Esta curva se conoce con el nombre de ley de la bañera y en la cual se distinguen tres etapas:

Inicial.- Cuando la componente esta nueva tiene una frecuencia de fallas altas debido a defectos o errores de fabricación, pero es decreciente pues se van detectando estos defectos y corrigiendo.

Vida Util.- La frecuencia de salidas en este período es relativamente pequeña y se considera constante. Esta frecuencia de salidas no depende de la edad de la componente sino de causas aleatorias como las mencionadas anteriormente en el punto I.1.2.1.

Desgaste.- Finalmente llega el período en el que la componente tiene una alta probabilidad de fallas y su frecuencia de salidas se incrementa.

El período inicial se puede reducir a un intervalo muy pequeño si se tiene un buen control de calidad en la fabricación, se hacen pruebas de laboratorio y análisis a las componentes con técnicas de simulación disponibles no destructivas, antes de sacarlas al servicio. También el período de desgaste se puede reducir si a las componentes se les da un buen mantenimiento, se las revisa periódicamente y se las reemplaza antes de que su frecuencia de salidas sea alta. De modo que el intervalo de interés en nuestro estudio es el de la vida útil de la componente, donde se suceden las fallas.

clasificadas en el punto 1.5.1.

### I.5.2. Interrupciones

Una interrupción (7) es la pérdida de suministro de energía eléctrica de uno o más puntos de carga. Habiendo identificado los tipos de salida de una componente, podemos decir que una salida puede o no causar una interrupción dependiendo de la configuración del sistema. También puede ocurrir la salida de una o varias componentes simultáneamente, es decir, que sucedan dentro del intervalo de tiempo de salida de una componente, la salida de otras componentes lo que aumenta la probabilidad de una interrupción y la complejidad del análisis.

Una interrupción es forzada o programada si es causada por una salida de uno u otro de estos mismos tipos. La duración de una interrupción es el periodo que comprende desde el inicio de la apertura del circuito hasta que el servicio es restaurado al usuario. Dependiendo de esto hay interrupciones momentáneas y sostenidas, según su duración.

### I.5.3. Pérdidas y daños al consumidor

Estos dependen de la sensibilidad del usuario a la frecuencia y duración de las interrupciones, como por ejemplo en:



La Industria.- La relación costo de los daños y pérdidas contra frecuencia y duración de las interrupciones puede ser continua o discreta, pues si la duración excede un límite el daño aumentará. Se tiene por ejemplo el caso de un horno eléctrico que se utiliza para fundir vidrio, si el horno se llegará a enfriar por falta de energía eléctrica, el vidrio se cristaliza y el horno quedará inservible.

El Comercio.- El daño es similar, como en el caso de un refrigerador que permanezca apagado por el tiempo suficiente para que el contenido se descomponga.

El Tránsito en la ciudad.- Una interrupción en estos casos puede ocasionar graves daños, pero es difícil evaluar la relación costo de los daños-frecuencia y duración de las interrupciones.

El alumbrado público, teatros, hospitales, Cines, etc.- El problema es muy parecido al de tránsito en la referencia(8) el lector puede ahondar más sobre el tema.

Todas estas razones nos hacen considerar aún más el compromiso entre los costos de inversión y de operación de un sistema de distribución, para que cumpla con los requisitos de ser mejor técnica y socialmente.

El siguiente paso es la obtención de datos estadísticos, para que al modelar el sistema se obtengan los parámetros de confiabilidad asociados a cada uno de los subsistemas.

#### I.5.4. Reportes de Salidas

Esta tarea tiene un importantísimo papel en los estudios de confiabilidad, pues es la base para la obtención de parámetros con los que se evaluarán los índices de confiabilidad de cada punto de carga y del sistema. Los datos son reportados cada vez que falla una componente y básicamente se utilizan para estimar dos parámetros de suma importancia, que son el tiempo promedio de reparación ( $r$ ) y la frecuencia de salidas ( $\lambda$ ) de cada componente ( $i$ ) en la siguiente forma:

$$\lambda_i = \frac{\text{Número de salidas observadas en un período}}{\text{Tiempo total de observación}}$$

$$r_i = \frac{\text{Tiempo acumulado de reparación}}{\text{Número de salidas}}$$

$i = 1, 2, \dots$  Número total de componentes

El manejo de los datos de salida deberá llevar un proceso ordenado para obtener mejores resultados. Aunque no hay un método normalizado por las divergencias que existen sobre la cantidad y detalle de los datos que deben ser colectados, un buen proceso deberá tener los siguientes pasos:

- a) Recolección
- b) Distribución, análisis y reporte
- c) Seguimiento de datos

#### I.5.4.1 Recolección de datos

Para un sistema de distribución lo primero que debe hacerse es definir e identificar los niveles sobre los que se van a recolectar los datos:

- a) Circuitos
  - 1) Primarios
  - 2) Secundarios
- b) Subestaciones

Enseguida se identificarán las componentes mayores de sistemas para registrar sus informes de salidas y lo mismo después para las componentes menores, tales como:

- 1) Una línea o sección de línea
- 2) Un transformador
- 3) Interruptores y equipo de seccionamiento
- 4) Bus o sección de bus
- 5) Regulador de tensión
- 6) Banco de reactores
- 7) Banco de capacitores
- 8) Fusibles, relevadores

En un reporte para cada uno de estos elementos se requiere de la siguiente información:

- a) Tipo, diseño, manufactura y otras descripciones para propósitos de aplicación.
- b) Fecha de instalación, localización en el sistema y longitud si se trata de una línea.
- c) Modo de salida.
- d) Causa de la salida.
- e) Tiempo en servicio y fuera de servicio, mejor que el tiempo entre fallas.
- f) Condiciones del medio ambiente en las que sucedió la falla.

La cantidad de detalle que sea necesaria reportar para cada salida depende de la aplicación. Por ejemplo la limpieza de aisladores o la mano de obra requerida para cada reparación, puede ser recolectada y analizada para hacer cambios en esas políticas cuando sea necesario.

Toda salida de una componente debe ser registrada sea o no la causa de una interrupción de servicio, pues las interrupciones dependen de la confiabilidad de las componentes, y si no hay registro de todas las salidas, la frecuencia de fallas quedaría subestimada, con lo que no se obtendría un parámetro real y firme de las componentes para el análisis del sistema.

### I.1.5.2 Distribución, análisis y reporte

El paso siguiente es distribuir los datos entre el personal que los requiera, como el responsable del equipo, el departamento de confiabilidad, el departamento de mantenimiento, etc.

Después se un análisis de estos datos que se inicia con reportes simples y se va complementando con la adregación de más reportes; se verá la necesidad de más información, para poder estudiar una muestra grande y tener así una base fuerte en la cual apoyarse para el diseño.

El reporte de las salidas representa una gran responsabilidad, pue de él dependen los estudios que se realizarán con el objeto de mejorar la confiabilidad del sistema.

### I.5.4.3 Seguimiento de datos

El seguimiento o continuación de los reportes es importante para poder comparar la operación actual del sistema con la anterior y saber si ésta ha mejorado, además de tener a disposición datos actualizados para que los estudios sean más certeros. Otro uso que se les da a estos reportes es saber cuando empieza el período de desgaste de una componente y el tiempo en el que será necesario reemplazarla.

En conclusión todo este procedimiento nos da las bases para obtener los parámetros de confiabilidad de las componentes de un sistema de distribución, cuyo uso se ilustra más adelante al continuar con el análisis. Enseguida hablaremos de las ventajas que el análisis en su forma cuantitativa nos proporciona.

#### I.5.5 Beneficios del método

Los principales beneficios de este método son (11):

- 1) Proporciona un medio para evaluar las características de confiabilidad de los sistemas y de las partes que los constituyen, aún sin que de estos sistemas se tenga una experiencia en la que se puede basar un juicio.
- 2) Permite comparar cuantitativamente dos o más diseños propuestos para un mismo sistema y también permite hacer predicciones, como el grado de mejoramiento de la confiabilidad de un sistema como resultado de las modificaciones propuestas.
- 3) Se utilizará para identificar componentes donde se requiere más del apoyo material y económico; en forma contraria para frenar el sobrediseño o exceso y redundancia de sistemas que tiene una

alta e inherente confiabilidad.

- 4) Proporciona los medios para conocer el promedio de carga desconectada.
- 5) Puede ser usado para optimizar programas de mantenimiento.

Todas estas ventajas nos dan a conocer en forma general la eficacia de este método cuyos pasos como modelación, análisis de impacto y obtención de índices se desarrollan en los capítulos posteriores.

C A P I T U L O   I I

T E C N I C A S   E N   C O N F I A B I L I D A D

Y

F O R M U L A S   P A R A   L A   O B T E N C I O N   D E   I N D I C E S



## II.1 ANALISIS DE MARKOV

Para estimar la confiabilidad de un sistema de distribución en base al método más aceptado, se tienen algunas técnicas como el Análisis de Markov que es un método exacto y al cual se le ha dado considerable atención en éstos últimos años. En el análisis de Markov (5)(12)(13)(14)(15) todos los estados de un sistema que sean mutuamente exclusivos deben ser identificados. Dos estados son mutuamente exclusivos si no pueden ocurrir al mismo tiempo. Para este análisis el conjunto de estados en el que el sistema opera correctamente es llamado conjunto bueno y el conjunto en el que el sistema no cumple con sus funciones es llamado conjunto malo. En la aplicación de los procesos de Markov es de interés particular la probabilidad de transición del conjunto bueno al conjunto malo como una función del tiempo (Proceso de Markov).

El proceso de Markov está caracterizado por una falta de memoria, es decir, cuando el funcionamiento de un sistema está descrito por un estado específico, las probabilidades de encontrarse en otros estados en el futuro dependen únicamente del estado anterior y no de como el sistema ha llegado hasta ahí; un proceso con estas características se conoce como un proceso Markoviano. Por ejemplo, si un sistema consta de un grupo de máquinas, el estado del sistema puede ser

un subgrupo de máquinas no operando debido a una avería y otro de máquinas en buen estado. Si en éste sistema de  $n$  componentes en total, se denota el estado del sistema por  $j$  componentes falladas, el resultado de la probabilidad de fallas futuras se espera que dependa solo de las  $(n-j)$  componentes que están operando, y si no se tiene conocimiento de toda la historia del proceso para llegar a este estado, sino solo la del estado anterior, se tiene un proceso de Markov. Otra restricción en el análisis es que la frecuencia de transición entre los posibles estados debe ser constante con respecto al tiempo en que el problema pueda ser visto como Markoviano. Si la probabilidad condicional de transición es una función del tiempo o en el caso de un número de pasos discretos, el proceso es considerado no-estacionario y designado como no-Markoviano.

En la figura 13 se muestran dos estados de un sistema formado por una componente para ilustrar el proceso de Markov. Se especifican además las probabilidades de permanecer en cualquiera de los dos estados y de pasar de uno a otro.

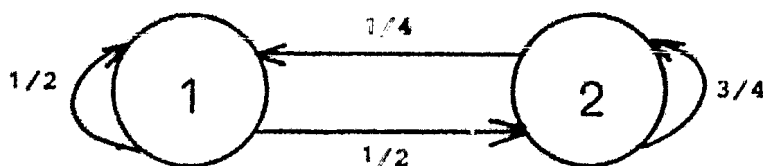


Fig. 13 Un sistema con dos estados posibles.

Considerando un primer paso, en el que el proceso se inicie en el estado ①, el sistema puede permanecer en el estado ① con una probabilidad de  $(1/2)$  o puede pasar al estado ② con una probabilidad de  $(1/2)$ . Una vez en el estado ② puede permanecer en éste con una probabilidad de  $(3/4)$  o regresar al estado ① con una probabilidad de  $(1/4)$  durante el siguiente intervalo de tiempo discreto. El proceso se puede ilustrar mejor con un diagrama de árbol que se muestra en la figura 14.

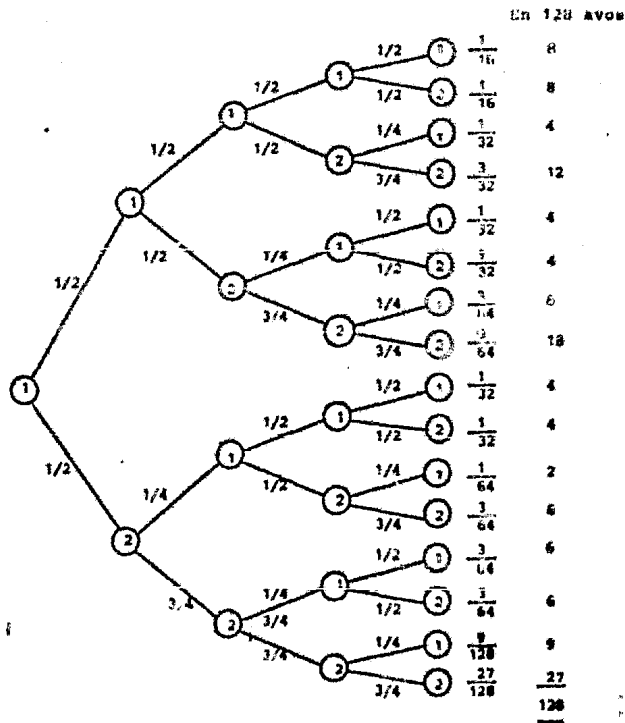


Fig. 14 Diagrama de árbol para el sistema de la figura 13.

Las probabilidades de ocupar un estado determinado

después de un número finito de pasos se muestran en la siguiente tabla:

Paso No.	Probabilidades de Estado	
	1	2
1	0.5	0.5
2	0.375	0.625
3	0.344	0.656
4	0.336	0.654
5	0.334	0.666

Tabla 1. Probabilidades de estado para el sistema de la figura 1 en cinco pasos.

Este comportamiento transitorio de las probabilidades se puede observar en la figura 15.

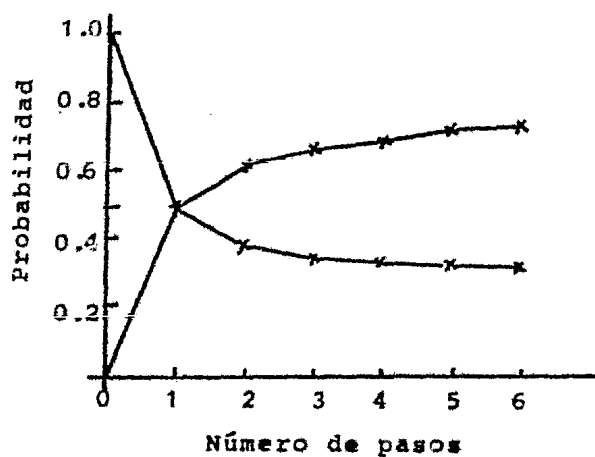


Fig. 15 Comportamiento transitorio de un sistema.

En el paso 1 la probabilidad de estar en uno o en otro estado ésta dada por las condiciones iniciales, como se muestra en la figura 15, si el inicio del proceso es en el estado ①, pero también se puede volver a trazar ésta figura si se tiene como condición el inicio del proceso en el estado ②. Ya sea que el proceso se inicie en cualquiera de los dos, las probabilidades de estado convergen de todos modos al mismo límite de valores, es decir, éste límite es independiente de las condiciones iniciales.

Si el número de pasos entre uno y otro estado se incrementa, el diagrama de árbol se vuelve impráctico, por lo que las transiciones de un estado a otro pueden ser descritas por una matriz  $[P]$  :

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$P_{11}$  es la probabilidad de que un proceso que se inicia en el estado ① en el intervalo  $n$ , permanezca en el estado ① durante ese mismo intervalo. El mismo razonamiento puede ser aplicado a cada elemento de la matriz  $[P]$ . Mas adelante se describirá con un poco más de detalle ésta matriz conocida como Matriz de Transición.

La matriz  $[P]^n$  está definida como la matriz cuyo  $ij$ -ésimo elemento es la probabilidad de que el proceso esta

rá en el estado  $E_j$  después de  $n$  pasos, dado que se inició en el estado  $E_i$ . Las probabilidades de transición que están ya en la forma matricial  $P_{ij}^n$  serán los  $(ij)$ -ésimos elementos de la  $n$ -ésima potencia de  $[P]$ . Por eso si  $[P]$  es la matriz de transición para un período de una hora, las probabilidades de transición para un tiempo de cuatro horas pueden obtenerse multiplicando la matriz por sí misma cuatro veces ( $[P]^4$ ). La exactitud puede ser mejorada si la matriz  $[P]$  se construye para un intervalo de media hora y se multiplica por sí mismo ocho veces  $[P]^8$ . Por ejemplo para el sistema de la figura 13 si  $n$  es igual a 2 se tiene :

$$[P]^2 = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} (P_{11} P_{11} + P_{12} P_{21}) & (P_{11} P_{12} + P_{12} P_{22}) \\ (P_{21} P_{11} + P_{22} P_{21}) & (P_{21} P_{12} + P_{22} P_{22}) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{bmatrix} 3/8 & 5/8 \\ 5/16 & 11/16 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Entonces la probabilidad de ocupar el estado ① después de dos pasos si el sistema inició su proceso en el estado ① es  $(3/8)$  ó  $0.375$  como se dió en la tabla 1 a partir del diagrama de árbol. Si el proceso se inició en el estado ① la

probabilidad de encontrarse en el estado ② después de dos pasos es de  $(5/8)$  ó  $0.625$ . Las condiciones iniciales nos dan el vector de probabilidad inicial; por ejemplo si el proceso se inició en el estado ① el vector es:

$$\bar{P}(0) = [1, 0] \quad \text{-----} \quad (5)$$

Por lo tanto para  $n = 2$

$$\bar{P}_{n=2} = \bar{P}(0) [P]^2 \quad \text{-----} \quad (6)$$

$$\bar{P} = [3/8 \quad 5/8] \quad \text{-----} \quad (7)$$

como se dió en el diagrama de árbol para dos pasos (ver tabla 1).

Cuando el número de pasos  $n$  aumenta, los valores sucesivos de las columnas en  $[P]^n$  se acercan a un límite, en donde existe el estado estable de la matriz ( $[P]^n = [P]^{n+1}$ ). Esto no es posible para todas las matrices de transición, pero ocurre cuando éstas son recurrentes, es decir, una matriz en la que es posible ir de un estado a otro en un número finito de pasos. El estado inicial (vector de condiciones iniciales) determina el comportamiento transitorio, pero el estado estable resultante es independiente del estado donde se inició el proceso.

Si definimos como el vector de probabilidad de límite

< :

$$\bar{\alpha} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \end{bmatrix} \quad \text{-----} \quad (8)$$

y dado que la ecuación para obtener las probabilidades de estado límite es:  $\bar{\alpha}[P] = \bar{\alpha}$  ----- (9)

se tiene que

$$\begin{bmatrix} p_1 & p_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \end{bmatrix} \quad \text{-----} \quad (10)$$

para el ejemplo y con la ecuación 1 :

$$\begin{bmatrix} p_1 & p_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \end{bmatrix} \quad \text{-----} \quad (11)$$

de donde:

$$- 1/2 p_1 + 1/4 p_2 = 0 \quad \text{-----} \quad (12)$$

$$1/2 p_1 - 1/4 p_2 = 0 \quad \text{-----} \quad (13)$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones iguales que no es posible resolver, pero para este caso la probabilidad de estar en el estado uno más la probabilidad de estar en el dos es el evento seguro, proporciona la tercera ecuación para poder resolver el sistema:

$$p_1 + p_2 = 1 \quad \text{-----} \quad (14)$$

en forma matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/2 & 1/4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \quad \text{-----} \quad (15)$$



obteniéndose los siguientes resultados:

$$P_1 = 0.333 \quad \text{y} \quad P_2 = 0.666 \quad \text{-----} \quad (16)$$

que son las probabilidades de estancia en uno u otro estado que nos interesa conocer y que son iguales a las obtenidas del diagrama de árbol para cinco pasos (tabla 1). El número promedio de pasos para llegar a un estado en particular  $E_j$  dado que el proceso empezó en el estado  $E_i$ , puede ser determinado definiendo  $E_j$  como un estado de absorción, esto es, un estado en el que una vez que el sistema ha llegado a él no puede salir hasta que el proceso comience de nuevo, es decir la probabilidad de permanecer en un estado de absorción es igual a 1. La matriz  $[N]$  nos da el número de pasos en cada estado antes de llegar al de absorción, dependiendo del estado en el que se inicie el proceso por medio de la siguiente ecuación :

$$[N] = [I - Q]^{-1} \quad \text{-----} \quad (17)$$

donde  $[I]$  es la matriz identidad y  $[Q]$  es la matriz truncada de  $[P]$  (28). Un ejemplo de esto se da en el punto II.3.1.

De ésta manera se ha visto en que consiste y cuales son los objetivos de un análisis de Markov. En forma simple tambien se vió como la matriz de transición es de gran importancia dentro de éste método a continuación veámos como se construye y su significado.

## II.2 MATRIZ DE TRANSICION

La matriz de transición (12)(13)(16) es la forma de representar ordenada y sistemáticamente las probabilidades de transición entre los estados de los procesos estocásticos de un sistema y tiene la siguiente forma:

		Estados Finales				
Estados Iniciales		$E_0(t+\Delta t)$	$E_1(t+\Delta t)$	$E_2(t+\Delta t)$	.....	$E_n(t+\Delta t)$
$E_0(t)$	$n=0$	$P_{00}$	$P_{01}$	$P_{02}$	.....	$P_{0n}$
$E_1(t)$	$n=1$	$P_{10}$	$P_{11}$	$P_{12}$	.....	$P_{1n}$
$E_2(t)$	$n=2$	$P_{20}$	$P_{21}$	$P_{22}$	.....	$P_{2n}$
.....						
$E_n(t)$	$n=n$	$P_{n0}$	$P_{n1}$	$P_{n2}$	.....	$P_{nn}$

Su forma de construcción es considerar por columna los estados iniciales del sistema "i" y por renglón los estados finales del sistema "j" que se tendrán después de una transición. De tal manera que cada elemento  $P_{ij}$  de la matriz, será la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado j en un intervalo dt, dado que estaba en el estado i donde empezó el intervalo de tiempo. El valor dt debe ser escogido de modo que la probabilidad de que sucedan dos o más transiciones en ese intervalo sea insignificante. Una propiedad de esta matriz es que la suma de todos

los elementos de un renglón es la unidad, puesto que es la suma de todas las probabilidades de transición posibles.

Por medio de ésta matriz podemos encontrar las probabilidades de estado de un sistema  $\bar{P}(t)$  en cualquier tiempo  $t$  en el futuro, de la ecuación siguiente:

$$\bar{P}(t) = \bar{P}(0) [P]^n \quad \text{---} \quad (18)$$

donde  $\bar{P}(0)$  es el vector de condiciones iniciales y  $n = \frac{t}{\Delta t}$  es el número de pasos para llegar a ese estado. Para obtener las probabilidades del estado límite se utiliza la ecuación siguiente:

$$\bar{P}(t) \cdot [P] = \bar{P}(t) \quad \text{---} \quad (19)$$

En el ejemplo anterior (sistema de la figura 13) se usaron éstas fórmulas empíricamente, y ahora con éstos conceptos se refuerzan las ideas dadas en el análisis.

Otro concepto importante es el siguiente: Si el estado  $E_k$  es un conjunto transitorio cuya matriz  $Q$  se obtiene de la truncación de la matriz  $[P]$ , entonces el número de veces que el proceso estará en el estado  $E_j$  empezando en el estado  $E_i$  está dado por la ecuación 17.

Si consideramos la siguiente relación:

$$[I - Q] \cdot [I + Q + Q^2 + \dots + Q^{n-1}] = [I - Q]^n \quad \text{---} \quad (20)$$

como  $n$  tiende a infinito:

$$[Q]^n \rightarrow 0 \quad \text{y} \quad [I - Q]^n = [I] \text{-----} \quad (21)$$

por eso:

$$I + Q + Q^2 + \dots + Q^n = [I - Q]^{-1} \text{-----} \quad (22)$$

Esto significa que el número de pasos de un proceso que está en el estado transitorio anterior a un estado de absorción está dado por la contribución de la posición original al total mas cada una de las contribuciones esperadas de cada paso. La matriz fundamental N da el número promedio de pasos para llegar a un estado en particular. Las aplicaciones de la matriz de transición se podrán observar mejor en la deducción de las formulas de los índices de confiabilidad.

### II.3. PROCESOS CONTINUOS DE MARKOV

Los problemas de confiabilidad de un sistema de potencia son generalmente referentes a sistemas que son discretos en espacio y continuos en tiempo. Este es el caso de los sistemas de distribución de energía eléctrica. Lo anterior significa que un sistema permanece continuamente en un estado hasta que sucede una transición y lo lleva en forma discreta a otro estado. Si un sistema componente es caracterizado por una función de densidad exponencial de falla, esta, durante cualquier intervalo es constante, es decir, nos en-

contramos en el período de vida útil de una componente según la ley de la bañera vista en el capítulo anterior. Esta condición es necesaria si el problema se va a tratar como un proceso de Markov estacionario.

El problema de los sistemas de potencia está más orientado a sistemas o componentes que son reparables. Los sistemas que no son reparables son generalmente más fáciles de analizar. Puesto que toda componente no es reparable podrá estar inicialmente sana (S) y pasar a un estado de falla (F) del que no podrá salir, es decir caerá en un estado de absorción en el que la probabilidad de permanencia es 1, como se muestra en la figura 16 (12)(13)(14)(15).

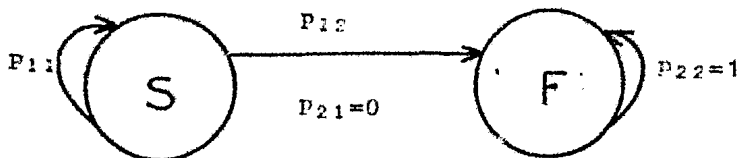


Fig. 16 Diagrama para una Componente no Reparable.

### II.3.1. Aplicación de los Procesos de Markov al Análisis de Redes de Distribución.

Para hacer una descripción sencilla de ésta aplicación se considera el caso de una sola componente reparable (4)(5).

Sean:

$P_0(t)$  = La probabilidad de que la componente sea operable en el tiempo  $t$ .

$P_1(t)$  = La probabilidad de que la componente esté fallada en el tiempo  $t$ .

$\lambda$  = Frecuencia de salidas (No. de salidas/año)

$\mu$  = Frecuencia de reparación (No. de reparaciones en un año)

Las suposiciones hechas son que los procesos de fallas y reparación están caracterizados por una distribución de probabilidad exponencial\* (4) que por las razones expuestas anteriormente, esta probabilidad es constante. Se considera un intervalo incremental  $dt$  y se asume que la probabilidad de que ocurran dos o más eventos durante ese intervalo de tiempo es despreciable.

El diagrama de estados para el ejemplo que se está considerando se muestra en la figura 17. Un diagrama de estados es un esquema en el que se muestran los posibles estados de un sistema y sus relaciones funcionales (en este mismo capítulo se verán un poco más adelante con detenimiento los diagramas de estado).

\* Existen otras distribuciones de probabilidad aparte de la exponencial, pero la que más se ha utilizado es ésta. En la referencia 15, capítulo 9, se pueden encontrar las demás.

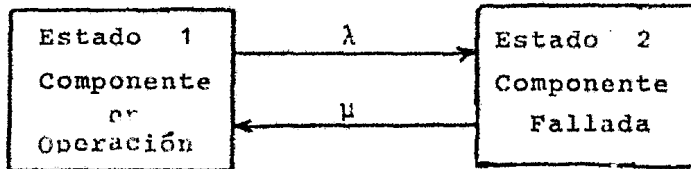


Fig. 17 Diagrama de estados de una componente.

De ésta figura podremos observar que la componente tiene dos estados ① en operación y ② en falla. La probabilidad de que una componente que esté operando falle durante un intervalo de tiempo  $dt$  es  $\lambda dt$  y la probabilidad de que estando en operación no falle es  $1 - \lambda dt$ . En forma similar se obtienen los términos de las siguientes ecuaciones:

$$P_0(t+dt) = P_0(t)(1-\lambda dt) + P_1(t)\mu dt \quad (23)$$

$$P_1(t+dt) = P_1(t)(1-\mu dt) + P_0(t)\lambda dt \quad (24)$$

rearrreglando la ecuación 23 y dividiéndola entre  $dt$ :

$$\frac{P_0(t+dt) - P_0(t)}{dt} = -P_0(t)\lambda + P_1(t)\mu \quad (25)$$

tomando el límite cuando  $dt$  tiende a cero se tiene:

$$\frac{d P_0(t)}{dt} = - P_0(t)\lambda + P_1(t)\mu \quad (26)$$

si se hace el mismo proceso para la ecuación 24:

$$\frac{d P_1(t)}{dt} = P_1(t)\mu + P_0(t)\lambda \quad (27)$$

escribiendo estas dos ecuaciones en forma matricial tenemos:

$$\begin{bmatrix} P_0'(t) \\ P_1'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0(t) & P_1(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{bmatrix} \quad (28)$$

y resolviendo para  $P_0(t)$  y  $P_1(t)$ :

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} [P_0(0) + P_1(0)] + \frac{e^{-(\lambda + \mu)t}}{\lambda + \mu} [\lambda P_0(0) - \mu P_1(0)] \quad (29)$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} [P_0(0) + P_1(0)] + \frac{e^{-(\lambda + \mu)t}}{\lambda + \mu} [\mu P_1(0) - \lambda P_0(0)] \quad (30)$$

donde  $P_0(0)$  y  $P_1(0)$  son las condiciones iniciales que cumplen con la restricción:

$$P_0(0) + P_1(0) = 1 \quad (31)$$



por lo que:

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda e^{-(\lambda + \mu)t}}{\lambda + \mu} \quad (32)$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda e^{-(\lambda + \mu)t}}{\lambda + \mu} \quad (33)$$

y cuando  $t$  tiende a infinito:

$$P_0(\infty) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (34)$$

$$P_1(\infty) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (35)$$

Las ecuaciones 34 y 35 representan el estado estable de un sistema. Si  $m = 1/\lambda$ , o sea  $m$  es el tiempo promedio entre fallas y  $r = 1/\mu$ ,  $r$  es el tiempo promedio de reparación y se sustituye en las ecuaciones 34 y 35:

$$P_0(\infty) = \frac{m}{r + m} \quad (36)$$

$$P_1(\infty) = \frac{r}{r + m} \quad (37)$$

Cuando  $t$  tiende a infinito la aproximación de las probabilidades de estado se acercan a los valores conocidos como probabilidades límite de estado; estos valores son inde-

pendientes del estado en el que el proceso empezó, como puede verse en las ecuaciones 36 y 37, y de las distribuciones de probabilidad asociadas a cada componente, sólo dependen de tiempos promedio y son correctos para todas las distribuciones de probabilidad. Este no es el caso de los valores dependientes del tiempo, como en las ecuaciones 32 y 33.

En sistemas complicados la solución a éstas ecuaciones es más difícil. Considerando el caso de un sistema de dos componentes idénticas en paralelo, es decir, sus frecuencias de salida  $(\lambda_1, \lambda_2)$  y sus frecuencias de reparación  $(\mu_1, \mu_2)$  son iguales, el proceso se comporta como Markoviano y tiene tres estados:

Estado 1.- Las dos componentes están en operación

Estado 2.- Una de las componentes está operando y la otra fallada.

Estado 3.- Las dos componentes falladas.

La matriz de transición para este sistema construida en la forma anteriormente dada es:

$$P = \begin{bmatrix} 1-2\lambda & 2\lambda & 0 \\ \mu & 1-(\lambda+\mu) & \lambda \\ 0 & 2\mu & 1-2\mu \end{bmatrix} \text{-----} (38)$$

Si la confiabilidad del sistema está definida como la probabilidad de que el sistema no entre en el estado dos,

es decir, las dos componentes falladas puede considerarse como un estado absorbente, pues no se puede dejar hasta que el proceso comienza de nuevo. Por esto eliminamos al estado dos para obtener la matriz truncada  $[Q]$  :

$$[Q] = \begin{bmatrix} 1-2\lambda & 2\lambda \\ \mu & 1-(\lambda+\mu) \end{bmatrix} \text{-----} (39)$$

y siendo I la matriz identidad:

$$[I-Q] = \begin{bmatrix} 2\lambda & -2\lambda \\ -\mu & \lambda+\mu \end{bmatrix} \text{-----} (40)$$

de la ecuación 20:

$$[N] = [I-Q]^{-1} = \frac{1}{2\lambda^2} \begin{bmatrix} \lambda+\mu & 2\lambda \\ \mu & 2\lambda \end{bmatrix} \text{-----} (41)$$

Comenzando en el estado 1 el tiempo medio a fallas, es decir, el tiempo antes de entrar al estado de absorción

$M_{1,3}$  es:

$$M_{1,3} = \frac{1}{2\lambda^2} (\lambda+\mu + 2\lambda) = \frac{3\lambda + \mu}{2\lambda^2} \text{-----} (42)$$

La aproximación por medio de la matriz de inversión es extremadamente útil para tratar sistemas más complejos. El tiempo promedio entre fallas usualmente es mucho mayor que

el tiempo en el que falla y por eso el término de frecuencia de falla puede ser expresado por  $1/m$  y designado como una frecuencia de salidas  $\lambda$ .

La probabilidad de que el sistema este en servicio en el tiempo  $t$  es llamada disponibilidad del sistema en serie  $A(t)$  está dada por:

$$A(t) = P_0(t) \quad \text{-----} \quad (43)$$

donde:

$$P_0(t) = \frac{\mu^2}{(\lambda + \mu)^2} \quad \text{-----} \quad (44)$$

Si el sistema tiene dos componentes conectadas en paralelo, estará en servicio en los estados 0 y 1, por lo que:

$$A(t) = P_0(t) + P_1(t) \quad \text{-----} \quad (45)$$

como:

$$P_2(t) = \frac{r/2}{M_{12} + r/2} \quad \text{-----} \quad (46)$$

y de la matriz  $N$ :

$$M_{12} = \frac{2\lambda + \mu}{2\lambda^2} \quad \text{-----} \quad (47)$$

$$r = \frac{1}{\mu} \quad \text{-----} \quad (48)$$

$$P_2 = \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} \quad \text{-----} \quad (49)$$

$$P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) = 1 \quad \text{-----} \quad (50)$$

por tanto:

$$P_1(t) = 1 - P_0(t) - P_2(t) \quad \text{-----} \quad (51)$$

$$A(t) = 1 - P_2(t) = \frac{1 - \lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} \quad \text{-----} \quad (52)$$

De este modo hemos obtenido una expresión para la disponibilidad de este sistema. Por otro lado en el análisis de Markov siempre se obtienen ecuaciones diferenciales lineales simultáneas. Estas se pueden resolver usando la transformado de Laplace (16), pero esta solución es generalmente larga y tediosa. Por ejemplo si el sistema está compuesto de  $N$  componentes, se requiere resolver un sistema de  $2^N$  ecuaciones diferenciales lineales simultáneas. Si se incluye también el efecto del medio ambiente, se requerirá resolver el doble del número de ecuaciones, esto es  $2(2^N) = 2^{N+1}$  ecuaciones. Es evidente que para un sistema de distribución con un número considerable de componentes, el número de ecuaciones se incrementará rápidamente. Por lo que se puede concluir que para sistema de gran tamaño la complejidad se vuelve enorme y el problema es casi intratable.

#### II.4 DIAGRAMAS DE ESTADO.

Los diagramas de estado (15)(16) son una representación de los estados de un sistema y las relaciones entre ellos. Un diagrama de estados puede complicarse tanto como se requiera y hacerse con el detalle que se necesite. Un diagrama de estados muy sencillo es el de una componente que sólo tiene dos estados, uno en operación ① y el otro en falla ②, mostrados en la figura 18.

La componente puede estar en operación ① y pasar al estado de falla ② con una frecuencia de salidas  $\lambda$  pudiendo regresar al estado ① con una frecuencia de reparación  $\mu$ . Si tenemos el caso de dos componentes, el diagrama de estados para este sistema quedará como en la figura 18.

En este ejemplo pueden suceder los siguientes casos:

- 1) Las dos componentes se encuentran en operación.
- 2) La componente  $C_2$  en operación y  $C_1$  en falla.

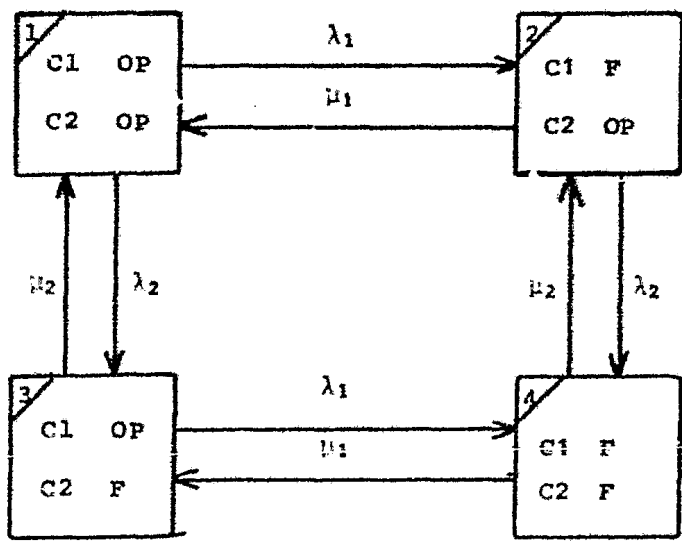


Fig. 18 Diagrama de estados para dos componentes

- 3) La componente C1 en operación y C2 en falla
- 4) Las componentes C1 y C2 en falla.

El paso de uno a otro estado es por medio de las frecuencias de reparación ( $\mu$ ) y de falla ( $\lambda$ ) cada componente. Habra que tomar muy en cuenta en éstos diagramas una variable importante en el análisis de confiabilidad, que es el medio ambiente, su fluctuación e influencia.

#### II.4.1 Fluctuación del medio ambiente

Veamos como influye el medio ambiente en un sistema (17). Este modifica diagramas de estado, pues tendremos que considerar frecuencias de salidas en tiempo adverso ( $\lambda'$ ), que pudiera haber reparación en tiempo adverso ( $\mu'$ ), la duración del tiempo adverso y el normal, aparte de las frecuencias ya especificadas para tiempo normal ( $\lambda, \mu$ ), lo cuál llevará a duplicar el diagrama y el número de estados. Las fórmulas para la obtención de índices de confiabilidad se verán también modificadas y serán entonces más complicados. Esto es necesario incluirlo pues un sistema de distribución que está a la intemperie, se encuentra expuesto a los cambios ambientales. Durante los períodos de tormenta por ejemplo, las condiciones ambientales son mucho más severas que aquellas prevaleciendo en períodos de tiempo normal. En la figura 19 se ilustra como los cambios del medio ambiente fluctúan de tiempo normal a tiempo de tormenta aleatoriamente.



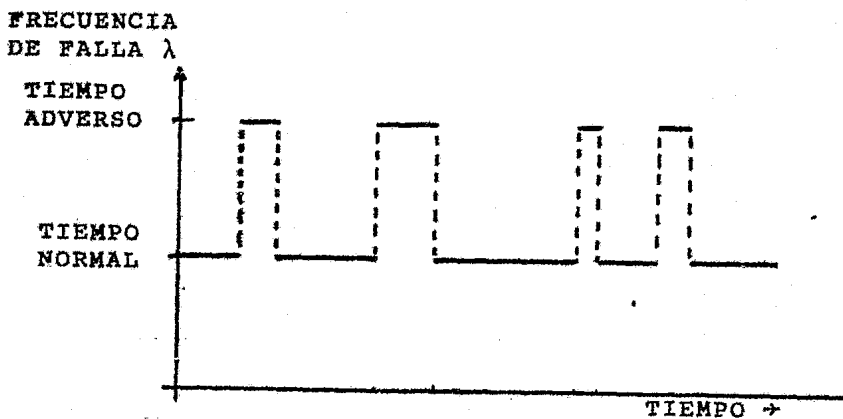


Fig. 19 Fluctuación del estado ambiental.

Esta gráfica es ciertamente muy simplificada, pues de las variaciones de severas condiciones resultan frecuencias de falla diferentes  $\lambda$  y  $\lambda'$  cuyo valor es considerado constante. No todas las tormentas tienen las mismas velocidades del viento, cantidad y clase de precipitación, cantidad de descargas, etc. De donde el valor de la frecuencia de falla aumenta durante un periodo severo, para el cuál puede más propiamente hacerse una gráfica aleatoria de un conjunto de valores para severas frecuencias de fallas. Aunque la ganancia de

distinguir la severidad es muy poca, no se puede ignorar, pues se tendría una aproximación burda. Si existen severas condiciones de tiempo en las componentes de un mismo sistema, es más posible que ocurran fallas durante un corto período de tiempo. Este conjunto de fallas debidas a las condiciones ambientales pueden tener importantes efectos en la confiabilidad de un sistema. Para ilustrarlo considérese un sistema compuesto por dos componentes en paralelo igualmente capaces de cumplir con sus funciones. Este sistema fallará únicamente en el caso en que ámbos fallen al mismo tiempo. Ignorando las salidas por mantenimiento, ambas componentes estarán falladas en el mismo tiempo únicamente si ámbos componentes fallan simultáneamente\*. Esta simultaneidad, en tiempo normal tiene una probabilidad de ocurrencia muy baja. Si una componente falla y no es reportada antes de que falle la otra, sería obvio que el riesgo del traslape de salidas de componentes y en consecuencia una falla del sistema, es mayor cuando las fallas en las componentes son inducidas por severas condiciones ambientales que cuando ocurren en condiciones de tiempo normal.

El grado de sofisticación usado en la representación del efecto de la fluctuación ambiental para cálculos de confiabilidad de un sistema, está limitado grandemente por la disponibilidad de los datos requeridos.

Entre más detallados se tengan los datos, por año, mes y día, por tipo de tormenta, etc. es mejor, porque esto

\* Se entiende por simultaneidad de dos fallas, la ocurrencia de las dos en un mismo intervalo de tiempo dado.

Llevará a representar al sistema de una forma más real. Estos datos se obtienen de los reportes de salidas de que hablamos en el capítulo 1 (punto 1.5).

Todas estas razones hacen ver cuál es la gran importancia de la influencia del estado ambiental y el por que es necesario involucrarlo en los diagramas de estado. En el diagrama de estados de la figura 20 se toman en cuenta dos estados de tiempo, normal y adverso, teniendo para cada uno de éstos un estado de la componente en operación y el otro en falla.

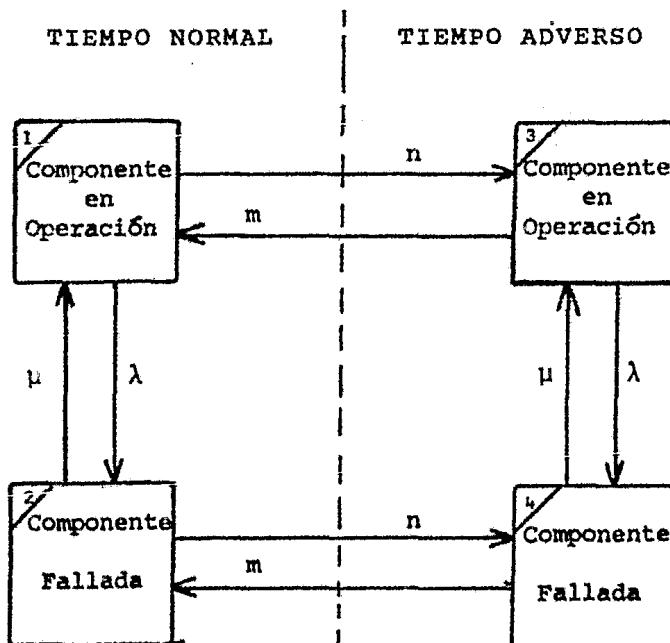


Fig. 20 Diagrama de estados de una componente tomando en cuenta dos clases de medio ambiente.

en donde:

$\lambda'$  = Frecuencia de salidas en tiempo adverso.

$\mu'$  = Frecuencia de reparación en tiempo adverso

$n = \frac{1}{N}$      $N$  = Duración esperada del período de tiempo normal.

$m = \frac{1}{M}$      $M$  = Duración esperada del período de tiempo adverso.

Si hacemos esto mismo para el ejemplo de dos componentes tendremos el siguiente diagrama de estados:

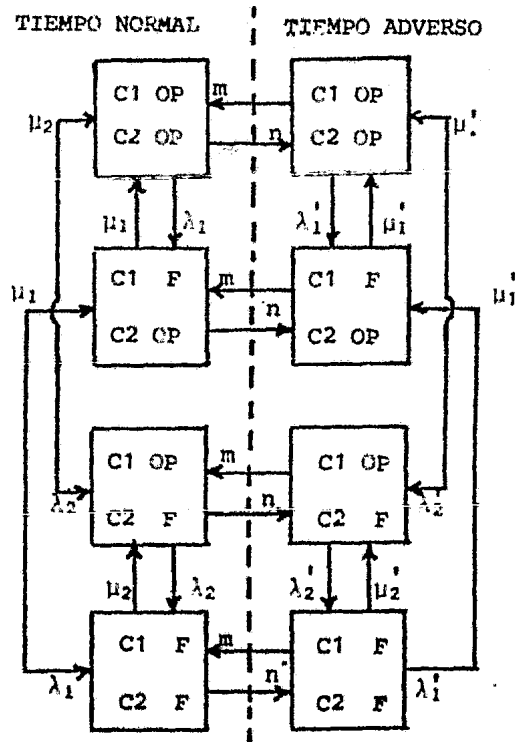


Fig. 21 Diagrama de estados de dos componentes tomando en cuenta dos clases de medio ambiente.

En los diagramas de estados, debemos considerar también otro factor que es muy importante: el mantenimiento. \*

#### II.4.2 Mantenimiento. Factores que Afectan sus Políticas y su Influencia.

El mantenimiento puede ser generalmente subdividido en dos categorías generales, de acción correctiva que está representado por las frecuencias  $\mu$  de las que ya se han hablado y de acción preventiva. El mantenimiento correctivo se hace cuando una componente falla, mientras que el preventivo se hace con el fin de prevenir la ocurrencia de fallas futuras.

Hay muchas consideraciones que pueden influenciar la acción del mantenimiento. La figura 22 ilustra los factores principales que gobiernan las políticas de mantenimiento para las componentes de sistemas de distribución.

Se mencionarán en forma general algunos de los factores más importantes:

- 1) La carga del sistema tiene efecto significativo, por ejemplo el mantenimiento no se llevará a cabo si causa sobrecargas en las componentes o si el nivel de carga esperado es mayor que el nivel de capacidad de las componentes en servi-

cio durante el mantenimiento, porque puede dar como resultado una lista de salidas de servicio al provocar fallas en las componentes del sistema.

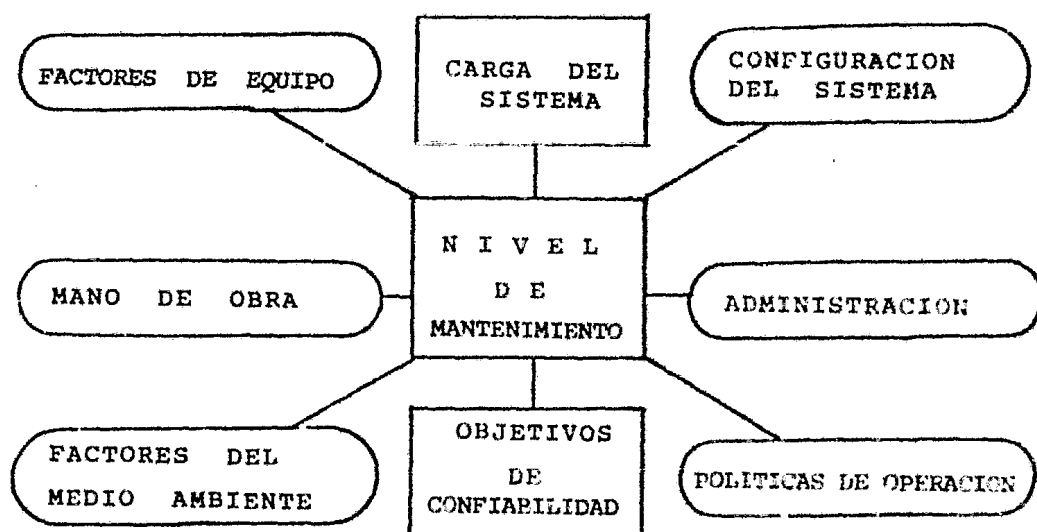


Fig. 22 Factores influyentes en el mantenimiento.

2) Factores de Equipo. Se refiere al tipo de componente, capacidad y nivel de funcionamiento que deben ser adecuados a las características del sistema y la demanda, así como también deben ir de acuerdo al nivel de mantenimiento con el ritmo de funcionamiento de las componentes para evitar probabilidades de falla.

3) Configuración del Sistema. La configuración influye mucho en las políticas de mantenimiento, por ejemplo para un

sistema en serie, si una de sus componentes es sacada a mantenimiento, causará la pérdida de suministro a los consumidores. Pero si se puede alimentar a los consumidores por medio de otra componente alterna, el mantenimiento podrá llevarse a cabo sin interrupciones de suministro. También puede darse mantenimiento preventivo a un sistema en serie cuyo tipo de operación sea intermitente, es decir, se llevará a cabo cuando éste sistema no está funcionando y así no habrá interrupciones de suministro. Por ejemplo en un lugar donde no se requiere de la energía eléctrica durante algunas horas de la mañana o de la noche se pueden aprovechar para dar el mantenimiento adecuado en éste tiempo al sistema.

4) Políticas de Operación. Algunas actividades de mantenimiento pueden realizarse en un taller y otros será necesarios llevarlos a cabo en el lugar donde este la componente fallada. Esta última actividad será inhibida por condiciones ambientales adversas no previstas.

5) La filosofía de administración, disponibilidad de mano de obra y objetivos de confiabilidad que es a lo que aquí se refiere el estudio, son otros factores que afectan a las políticas de mantenimiento, los que deberá tomar en cuenta la dirección en cargada para que lleve a cabo una política consistente.

En los sistemas en operación se ha visto que la mayor causa de las salidas dobles o que haya un traslape de salidas,

se debe a la ocurrencia de una salida forzada al mismo tiempo que otro dispositivo ha salido por mantenimiento. Consecuentemente una correcta representación de las salidas por mantenimiento es esencial para obtener resultados reales en un análisis de confiabilidad.

El diagrama de estados para una componente incluyendo el estado de mantenimiento, sería un diagrama muy parecido al de la figura 20, añadiendo solo un estado más, por lo que no es necesario dibujarlo. En la figura 23 se muestra el diagrama de estados para dos componentes incluyendo mantenimiento y dos tipos de medio ambiente, normal y adverso. La frecuencia de salidas por mantenimiento y reparación están denotadas por  $\lambda''$  y  $\mu''$  respectivamente.

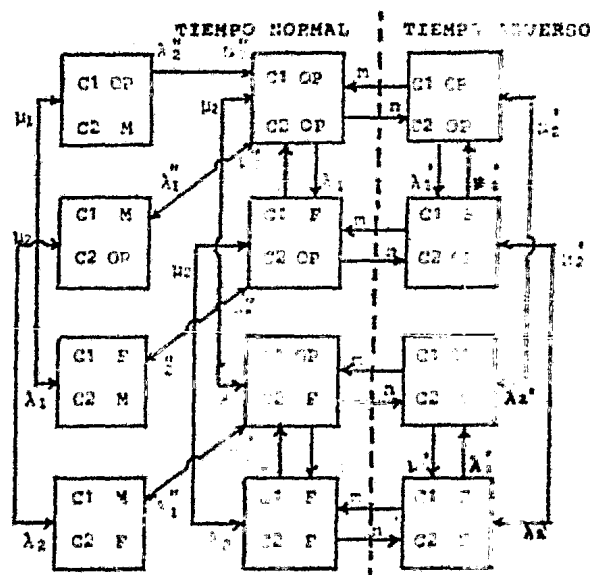


Fig. 23 Diagrama de estados para un sistema de dos componentes incluyendo mantenimiento.



Como puede observarse en la figura 23 no hay estados de mantenimiento para tiempo adverso, pues estos estados están catalogados como prohibidos, ya que el mantenimiento se programa por períodos definidos del año en que no hay tormentas. Esto puede variar con el estado de tiempo y se puede postergar, pues no es permitido hacer reparaciones en tiempo adverso. No obstante puede darse el caso en que una vez iniciado el mantenimiento en tiempo normal, cambien las condiciones ambientales y el mantenimiento se tenga que hacer en tiempo adverso o cast siempre se detenga hasta que las condiciones del medio ambiente vuelvan a ser favorables. Esto se puede ver en forma sencilla para una sola componente en la figura 24, pero puede hacerse tambien en forma similar el diagrama de estados para dos componentes.

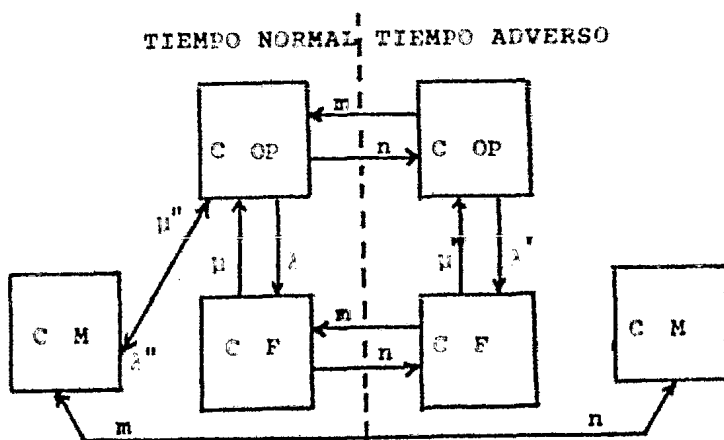


Fig. 24 Diagrama de estados para una componente incluyendo mantenimiento y un cambio ambiental en este estado.

### II.4.3 Efectos de las sobrecargas

Un factor a considerar asociado a la redundancia de un sistema es el riesgo de sobrecargar una componente durante una salida forzada o programada de otros componentes. En estas circunstancias una componente puede ser sacada de servicio y tener el mismo efecto de una falla o puede requerirse que esta componente se lleve a la condición de sobrecarga y sufrir efectos adversos. Las redes eléctricas no son diseñadas usando componentes con capacidades excesivamente altas y bajo ciertas condiciones puede haber una significativa probabilidad de que las componentes sobrecargadas o sacadas de servicio por los sistemas de protección debido a estas condiciones.

Esta probabilidad depende de la configuración de la red, de la carga del sistema, de las capacidades de las componentes y de la duración de la contingencia. Considérese el ejemplo de dos transformadores trabajando en paralelo; cuando uno de ellos está fuera de servicio, hay el riesgo de que otro no pueda llevar la carga diaria y permanezca dentro de los límites recomendados para que no se dañe. Dependiendo de la carga de esa temporada, la temperatura ambiente y la capacidad del transformador en operación, aumentará el riesgo de que el ciclo de carga diaria impuesta en el transformador en servicio, exceda su capacidad. Es importante considerar esta condición de sobrecarga en los sistemas de

distribución, pues es significativo en la evaluación de los índices de confiabilidad. En el diagrama de la figura 25 puede observarse para dos componentes los estados originados por este tipo de salidas.

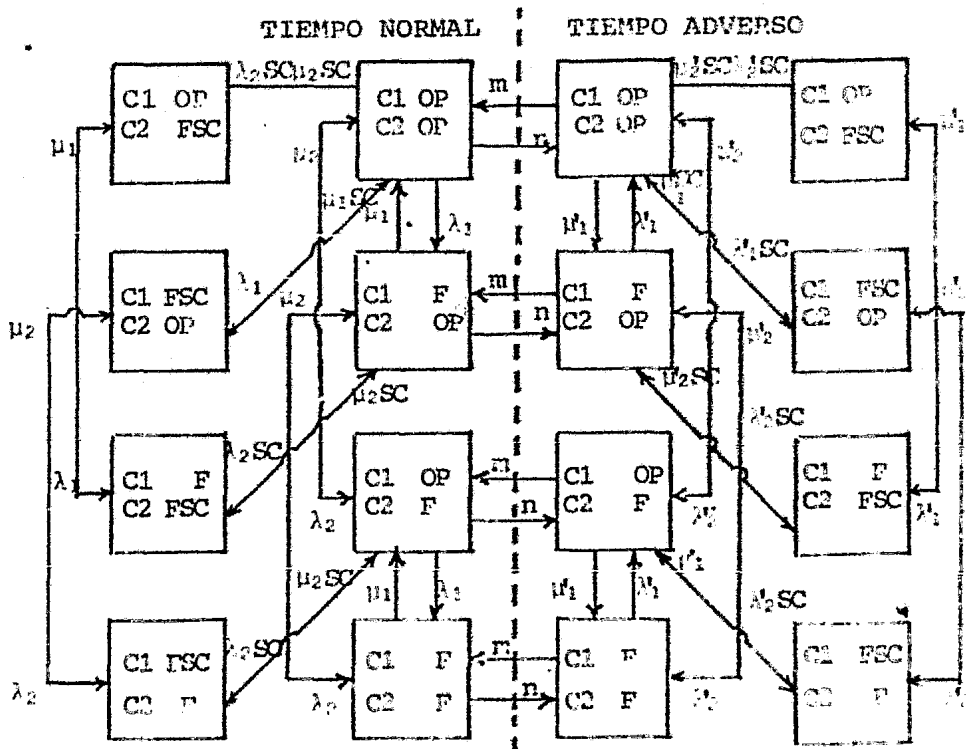


Fig. 25 Diagrama de estados para dos componentes en paralelo incluyendo efectos por sobrecarga.

Estos efectos de sobrecarga pueden ser evaluados e involucrados en el cálculo de los índices de confiabilidad por varios métodos que están basados en la convolución de la carga del sistema con el modelo de salidas de las componentes, como en el caso del análisis de contingencias y el de Markov. El método aproximado con el que también se pueden tratar

estos casos y que se verá en el capítulo siguiente, es el de cortes mínimos, cuyos resultados son muy cercanos al de Markov que es un método exacto (25)(26).

#### II.4.4 Efecto de las Salidas por Causa Común

Este es otro aspecto que se debe considerar en un análisis de confiabilidad. Ejemplo de salidas por causa común incluye casos de componentes idénticos pero totalmente separados conteniendo el mismo error de diseño en construcción, dependencia no reconocida de todas las componentes redundantes de un elemento común, errores humanos sistemáticos, cambios en las características del sistema y en el medio ambiente, como se vió en la clasificación de fallas en el capítulo I.

El efecto de las salidas por causa común puede ser ilustrado por un sistema de dos componentes en paralelo y extender los resultados para sistemas de tres o más componentes en paralelo. Se pueden analizar dos casos:

a) El proceso que se sigue en una falla por causa común o independiente de las componentes que salen de servicio al mismo tiempo, se hace para regresarlas a servicio separadamente y tan pronto como cada componente sea reparada.

b) las componentes pueden ser regresadas al servicio

simultáneamente.

En el diagrama de estados de la figura 26 se presenta el caso para el inciso a). Se puede observar como cada componente puede fallar independientemente con sus frecuencias de salidas  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  respectivamente y también pueden fallar simultáneamente (causa común) con una frecuencia de salida  $\lambda_{12}$ . Si una componente falla puede ser regresada al servicio con una tasa de reparación  $\mu_1$  o  $\mu_2$  para las componentes 1 y 2 respectivamente. En el caso en el que pueda ser posible el reemplazo simultáneo se considerará  $\mu_{12}$ . Para el caso del inciso a) el valor del parámetro ( $\mu_{12}$ ) es cero, pero para el inciso b) nunca puede ser cero (25).

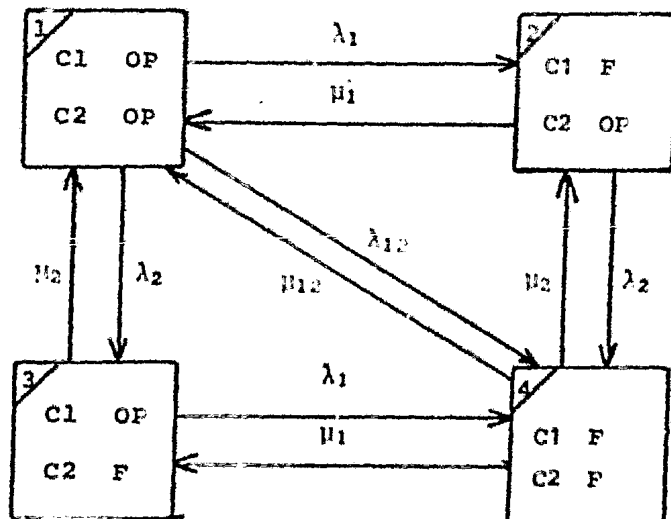


Fig. 26 Diagrama de estados para dos componentes incluyendo salidas por causa común.

El incluir estos efectos en los cálculos de los índices de confiabilidad en un sistema de distribución trae una pequeña complejidad, pero adiciona un incremento considerable en la precisión de los resultados. Sin embargo un problema que se presenta aún es la identificación, recolección y comparación de los datos apropiados obtenidos de los reportes de fallas del sistema. Este problema requiere considerable atención considerando el gran efecto que un pequeño número de salidas por causa común puede tener en los índices de confiabilidad de un punto de carga del sistema en comparación con las salidas independientes (17)(23).

.En el diagrama de estados de la figura 27 se pueden observar los grados máximos de complejidad a los que generalmente se llega (en éste caso para dos componentes en paralelo) pues además de tener las características antes descritas, incluye las fallas transitorias de sus componentes.

En la misma forma podemos dibujar todos los posibles estados de una componente en uno de éstos diagramas para una, dos o más componentes, pero claro éstos con un número mayor de estados. A partir de éstos diagramas se construye la matriz de transición, de la que ya vimos sus ventajas y limitaciones.

Para los diagramas de estado, sus desventajas vienen a razón de el número de componentes, pues ya para dos componen-

tes se empieza a complicar el diagrama y para un sistema de distribución que tiene un número grande de componentes, el dibujar el diagrama de estados de un sistema de este tipo tomando consideraciones de medio ambiente, mantenimiento, etc, se vuelve tan complejo que casi es intratable y aún más la matriz de transición que se obtiene a partir del diagrama.

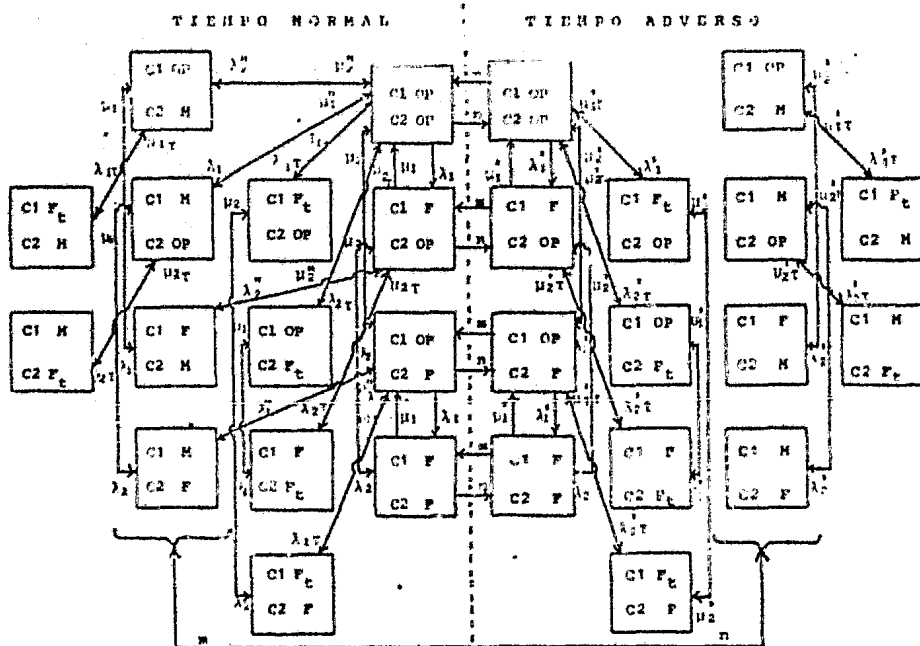


Fig. 27 Diagrama de estados para dos componentes incluyendo fallas transitorias.

## II.5 FORMULAS PARA LA OBTENCION DE INDICES DE CONFIABILIDAD

En esta sección se darán las expresiones matemáticas

necesarias para calcular las medidas de confiabilidad de sistemas en serie y en paralelo simples (3)(11)(14)(19), debido a que es posible tratar algunas redes de distribución como un grupo de subsistemas en serie y paralelo combinados.

### II.5.1 Función General de Confiabilidad

Como primer paso se hará una presentación de la función general de confiabilidad (4). Considerando un sistema de  $N_T$  componentes donde:

$N_s(t)$  = Número de componentes sanas en el tiempo (t)

$N_t(t)$  = Número de componentes falladas en el tiempo (t)

$$y \quad N_t = N_s(t) + N_f(t) \quad \text{-----} \quad (53)$$

de la definición de probabilidad:

$$P(\text{evento favorable}) = \frac{\text{No. de posibles eventos favorables}}{\text{No. total de eventos}} \quad (54)$$

Tenemos que para cualquier tiempo t la función de confiabilidad  $R(t)$  está dada por:

$$R(t) = \frac{N_s(t)}{N_t} \quad \text{-----} \quad (55)$$



como:

$$P(\text{falla}) + P(\text{éxito}) = 1 \quad (56)$$

$$P(\text{falla}) + R(t) = 1 \quad (57)$$

$$P(\text{falla}) = \frac{N_f(t)}{N_t} \quad (58)$$

$$R(t) = 1 - \frac{N_f(t)}{N_t} \quad (59)$$

derivando la expresión tA se tiene:

$$\frac{dR(t)}{dt} = -\frac{1}{N_t(t)} \frac{dN_f(t)}{dt} \quad (60)$$

como dt tiende a cero:

$$f(t) = \frac{1}{N_t(t)} \frac{dN_f(t)}{dt} \quad (61)$$

f(t) es conocida como la función de falla instantánea.

$$\frac{dR(t)}{dt} = -f(t) \quad (62)$$

Haciendo  $\lambda(t)$  = constante de proporcionalidad instantánea entre el número de componentes falladas por unidad de tiempo y el número de componentes sanas:

$$\lambda(t) = \frac{dN_f(t)}{dt} \frac{1}{N_s(t)} \quad \text{-----} \quad (63)$$

Multiplicando el segundo miembro de la ecuación 64 por  $\frac{N_t}{N_t}$

y reordenando la ecuación se tiene:

$$\lambda(t) = \frac{N_t}{N_s(t)} \frac{1}{N_t} \frac{dN_f(t)}{dt} = \frac{1}{R(t)} f(t) \quad \text{-----} \quad (65)$$

y de la ecuación 10 A:

$$\lambda(t) = -\frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad (66)$$

separando variables e integrando:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad \text{-----} \quad (67)$$

Esta expresión es la llamada función general de confiabilidad en el tiempo, pero para nuestros fines como se dijo anteriormente  $\lambda(t)$  es una constante y por tanto:

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad \text{-----} \quad (68)$$

La gráfica de esta ecuación se presenta en la figura 28.

La ecuación 68 es la expresión básica de confiabilidad para una componente durante su período de vida útil, esta

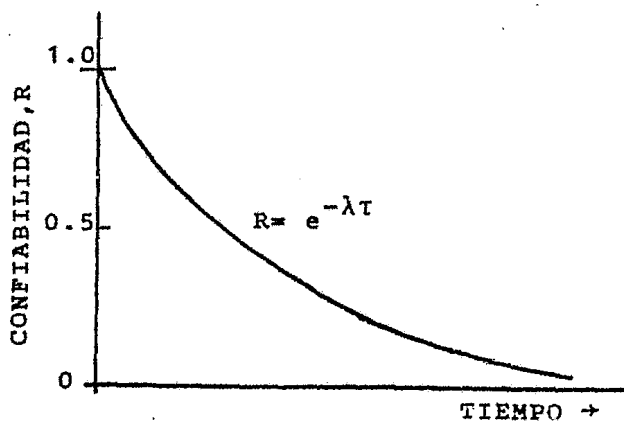


Fig. 28 Gráfica de la función general de confiabilidad.

ecuación la usaremos en la deducción de las fórmulas de los índices.

### II.5.2 Sistemas en Serie

Considerese el caso de un sistema de  $n$  componentes en serie para las que tenemos sus parámetros asociados  $\lambda_i$  (frecuencia de salidas de la componente  $i$ ) y  $r_i$  (duración promedio del tiempo de reparación de la componente  $i$ ) y queremos saber los índices equivalentes para ese sistema en serie  $\lambda_s$ ,  $r_s$ , y  $\mu_s$ , como se muestra en la figura 29.

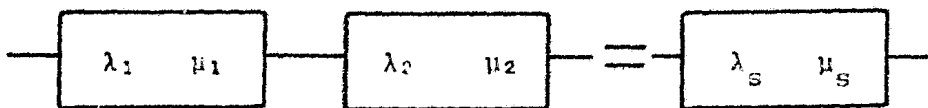


Fig. 29 Sistema en serie y su equivalente.

Dado que la probabilidad para un sistema en serie está dado por:

$$P_6 = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot \dots \cdot P_n \quad (69)$$

y de la ecuación 68:

$$R_s(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t} \quad (70)$$

de donde podemos ver que la frecuencia de salidas para un sistema en serie es:

$$\lambda_s = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n \quad (71)$$

$$\delta \quad \lambda_s = \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (72)$$

Para dos componentes tenemos la siguiente gráfica de estado de falla 2 y operación 1 contra tiempo, figura 30:

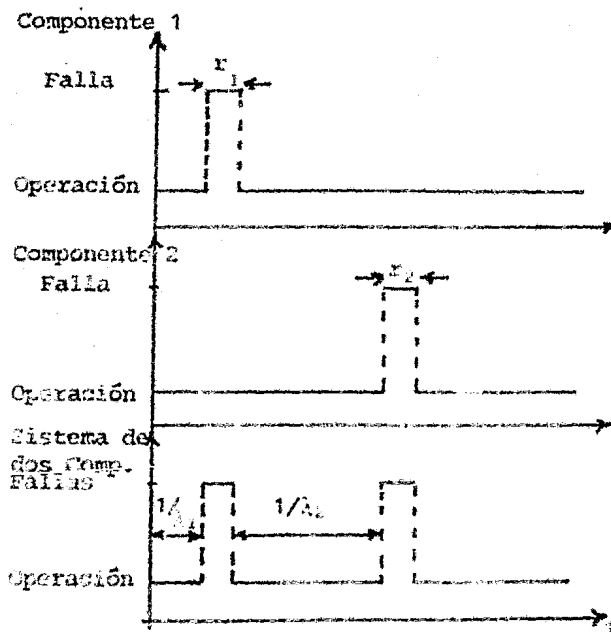


Fig. 30 Tiempos de falla y reparación para un sistema de dos componentes en serie.

Utilizando la definición de probabilidad obtendremos el tiempo promedio total de reparación:

$$P(\text{falla}) = \frac{\text{No. de eventos posibles a falla}}{\text{No. total de eventos}} \quad (73)$$

$$\text{Tiempo promedio de reparación} = \text{tiempo promedio de reparación} + \text{tiempo promedio de falla} \quad (74)$$

es decir:

$$\mu = \frac{r}{r + \frac{1}{\lambda}} \quad \text{-----} \quad (75)$$

si:

$$r \ll \frac{1}{\lambda} \quad \text{por lo tanto:}$$

$$\mu \approx r\lambda \quad \text{-----} \quad (76)$$

Para el sistema propuesto y como se trata de eventos independientes y que pueden suceder en cualquier tiempo  $t$  se tiene que:

$$\mu_s = r_1 \lambda_1 + r_2 \lambda_2 \quad \text{-----} \quad (77)$$

y en forma general:

$$\mu_s = \sum_{i=1}^n r_i \lambda_i \quad \text{-----} \quad (78)$$

$$\mu_s = r_s \lambda_s \quad \text{-----} \quad (79)$$

despejando  $r_s$  de la ecuación 79 y sustituyendo el valor de  $\mu_s$  de la ecuación 78:

$$r_s = \frac{\sum_{i=1}^n r_i \lambda_i}{\lambda_s} \quad \text{-----} \quad (80)$$

Las ecuaciones 72, 79 y 80 son las fórmulas para obtener los índices de confiabilidad de un sistema en serie

Una característica en éstos sistemas es que la confiabilidad del sistema es más pequeña que la confiabilidad de cada una de sus componentes.

### II.5.3. Sistemas en Paralelo

Consideremos ahora el caso de un sistema de dos componentes en paralelo. Para este sistema requeriremos encontrar los índices para el sistema equivalente, como se muestra en la figura 31.

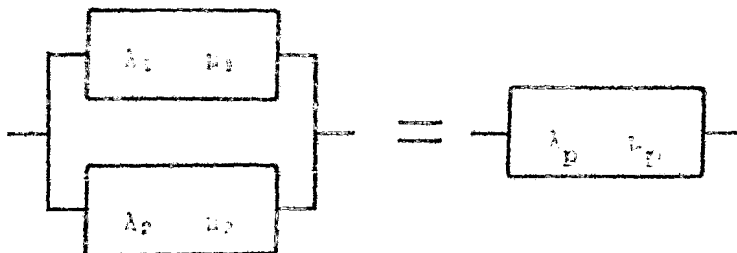


Fig. 31 Sistema en paralelo y su equivalente.\*

La derivación de las fórmulas para un sistema en paralelo

lo la haremos ahora con la ayuda de la matriz de transición y el diagrama de estados. Para este sistema el diagrama de estados es de la figura 26, presentada en el punto II.4.4. A partir de éste diagrama se obtiene la matriz de transición que tiene la siguiente forma:

$$P \begin{bmatrix} 1-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_{12}) & \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_{12} \\ \mu_1 & 1-(\lambda_2+\mu_1) & 0 & \lambda_2 \\ \mu_2 & 0 & 1-(\lambda_1+\mu_2) & \lambda_1 \\ \mu_{12} & \mu_2 & \mu_1 & 1-(\mu_1+\mu_2+\mu_{12}) \end{bmatrix} \quad 81$$

de donde podemos obtener las siguientes ecuaciones para el estado estable:

$$P_1 (1-\lambda_1-\lambda_2-\lambda_{12})+P_2 (\lambda_1)+P_3 (\lambda_2)+P_4 (\lambda_{12}) = P_1 \quad --(82)$$

$$P_1 (\mu_1)+P_2 (1-\lambda_2-\mu_1) +P_4 (\lambda_2) = P_2 \quad --(83)$$

$$P_1 (\mu_2) +P_3 (1-\lambda_1-\mu_2) +P_4 (\lambda_1) = P_3 \quad --(84)$$

$$P_1 (\mu_{12})+P_2 (\mu_2)+P_3 (\mu_1) +P_4 (1-(\mu_1+\mu_2+\mu_{12}))=P_4 \quad --(85)$$

$$P_1 +P_2 +P_3 +P_4 = 1 \quad --(86)$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones para obtener  $P_4$  (probabilidad de que todo el sistema esta fallado en el tiempo  $t$ ), se tiene que:



$$P_4 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2) + \lambda_{12} (\lambda_1 + \mu_2) (\lambda_2 + \mu_1)}{D_1} \quad \text{--- (87)}$$

$$D_1 = (\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)(\lambda_1 + \mu_1 + \lambda_2 + \mu_2 + \lambda_{12} + \mu_{12}) + (\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_1 \mu_{12} + \lambda_{12} \mu_1) + (\lambda_2 + \mu_2)(\lambda_2 \mu_{12} + \lambda_{12} \mu_2) \quad \text{--- (88)}$$

Si consideramos en las fórmulas (87) y (88) que:

$$\lambda_1 + \mu_1 = \mu_1$$

$$\lambda_2 + \mu_2 = \mu_2$$

$$\lambda_1 + \mu_2 = \mu_2$$

$$\lambda_2 + \mu_1 = \mu_1$$

$$\lambda_{12} + \mu_{12} = \mu_{12}$$

$$\lambda_{12} + \mu_1 + \mu_2 = \mu_1 + \mu_2 \quad \text{--- (89)}$$

Debido a que cualquier frecuencia de salida es mucho menor que cualquier tiempo de reparación entonces:

$$P_4 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\mu_1 + \mu_2) + \lambda_{12} \mu_1 \mu_2}{D_2} \quad \text{--- (90)}$$

$$D_2 = \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2 + \mu_{12}) + \mu_{12} (\lambda_1 \mu_1 + \lambda_2 \mu_2) + \lambda_{12} (\mu_1^2 + \mu_2^2) \quad \text{--- (91)}$$

Usando la ecuación (90) y las (82), (83) y (84) encontramos:

$P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$ :

$$P_1 = \frac{(\mu_1 + \mu_2 + \mu_{12})(\mu_1 \mu_2 - \lambda_1 \mu_2 - \lambda_2 \mu_1) + \mu_{12}(\lambda_1 \mu_1 + \lambda_2 \mu_2) + \lambda_{12}(\mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_1 \mu_2)}{D_2} \quad (92)$$

$$P_2 = \frac{\lambda_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2 + \mu_{12})}{D_2} \quad (93)$$

$$P_3 = \frac{\lambda_2 \mu_1 (\mu_1 + \mu_2 + \mu_{12})}{D_2} \quad (94)$$

Si consideramos además que:

$$\begin{aligned} \mu_{12}(\lambda_1 \mu_1 + \lambda_2 \mu_2) &<< \mu_{12} \mu_1 \mu_2 \\ \mu_1 \mu_2 + \mu_2 \lambda_2 &<< \mu_1 \mu_2 + \mu_1 \mu_2 \end{aligned} \quad (95)$$

entonces la ecuación (90) se reduce a:

$$P_4 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\mu_1 + \mu_2) + \lambda_{12} \mu_1 \mu_2}{\mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2 + \mu_{12})} \quad (96)$$

como:

$$\mu = \frac{1}{r} \quad + \quad \mu_1 = \frac{1}{r_1}, \quad \mu_2 = \frac{1}{r_2} \quad y \quad \mu_{12} = \frac{1}{r_{12}} \quad (97)$$

$$P_4 = \frac{(\lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2) + \lambda_{12})}{(r_1 r_{12} + r_2 r_{12} + r_1 r_2)} \quad (98)$$

de donde:

$$\lambda_p = \lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2) + \lambda_{12} \quad \text{--- (99)}$$

$$r_p = \frac{r_1 r_2 r_{12}}{r_1 r_{12} + r_2 r_{12} + r_1 r_2} = \frac{1}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_{12}} \quad \text{--- (100)}$$

$$\mu_p = \lambda_p r_p \quad \text{--- (101)}$$

como  $\lambda_{12}$  es pequeño comparado con  $\lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2)$  y como  $\mu_{12}$  es grande,  $\frac{1}{\mu_{12}}$  es muy pequeño por lo que:

$$\lambda_p = \lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2) \quad \text{--- (102)}$$

$$r_p = \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad \text{--- (103)}$$

Las fórmulas 101, 102 y 103 son las que nos dan los índices de confiabilidad para un sistema en paralelo de dos componentes. En forma similar a la deducción de éstas fórmulas se puede hacer para tres componentes o más en paralelo. Para tres componentes en paralelo las fórmulas quedan de la siguiente manera:

$$\lambda_p = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 (r_1 r_3 + r_1 r_2 + r_2 r_3) \quad \text{--- (104)}$$

$$r_p = \frac{r_1 r_2 r_3}{r_1 r_3 + r_1 r_2 + r_2 r_3} \quad \text{--- (105)}$$

$$\mu_p = \lambda_p r_p \quad \text{-----} \quad (106)$$

De esta manera hemos llegado a las fórmulas reportadas como clásicas para sistemas en serie de n componentes y en paralelo para dos y tres componentes solamente (4)(14)(17)(24)(26) y sólo tomando en consideración su operación en tiempo normal. Las fórmulas que consideran condiciones de tiempo adverso y otras más se dan en el apéndice II y su forma de obtención es similar a la antes aquí descrita.

Existen sistemas que no pueden ser descritos como un conjunto de subsistemas en serie y en paralelo para llegar así a obtener un sistema equivalente, pues su configuración es más compleja. Para este tipo de sistemas el método a utilizar es el de los Cortes Mínimos que se desarrollará en el siguiente capítulo.

C A P I T U L O   I I I

REPRESENTACION DE LOS SISTEMAS DE DISTRIBUCION

Y

ALGORITMOS PARA LA OBTENCION DE CORTES MINIMOS

### III.1 MODELACION

Un modelo es la representación cualitativa o cuantitativa de un sistema. Esta representación debe mostrar las reacciones entre los diversos factores que son de interés para el análisis que se lleve a cabo.

El modelado es de gran importancia pues permite estudiar el comportamiento de un sistema bajo diversas condiciones de operación en la etapa de diseño. El número de variables que intervienen en la operación de un sistema suele ser sumamente grande y es siempre necesario, por razones de costo, al establecer el modelo incluir en este solamente aquellos factores que sean relevantes para el análisis.

Así como se aplica el modelado a diseños de sistemas nuevos, se aplica a sistemas ya existentes para explorar más estados conflictivos de estos sistemas, siendo desde luego más económico y fácil de trabajar con un modelo que con un sistema real. En particular se hablará del modelado que se hace por medio de la teoría de grafos (28) (29) (30).

La teoría de grafos tiene grandes aplicaciones en diversos campos como la Psicología, la Química, la ingeniería eléctrica, problemas de transporte, de mercado y educación.

La versatilidad de esta modelación se debe a que se puede representar un sistema cualquiera con muchas componentes y todas las relaciones entre ellas. De tal manera que la teoría de grafos es una herramienta matemática bastante desarrollada que se puede aplicar a muchas áreas.

La teoría de grafos se inició con el primer artículo del matemático Leonard Euler en este tema, publicado en 1736. Desde entonces el crecimiento de esta teoría ha sido continuo y motivado por la teoría molecular y la teoría eléctrica. Hacia los años 50 tomó dos direcciones diferentes, una en el aspecto algebraico y la otra en el de optimización, que han sido impulsadas enormemente por el advenimiento de las computadoras.

En el problema de planeación y en particular para el análisis de confiabilidad de los sistemas de distribución, se ha escogido, para su modelación, un grafo. En el análisis de confiabilidad se pretenden manejar sistemas de gran tamaño con muchas variables. Para estos sistemas se hará una simulación selectiva de las salidas que pueden ser más conflictivas; cada una de estas simulaciones define un subproblema, que se tratará por separado. La teoría de grafos cumple con todas estas condiciones además de adaptarse con facilidad a la tarea de planeación, permitiendo analizar más alternativas de solución y constituyendo una herramienta poderosa para el estudio de los sistemas de distribución.

### III.1.1 Grafo modelador

Un sistema de distribución de energía eléctrica consta de un gran número de elementos, pero las fallas de muchos de ellos tienen un efecto similar en el resto del sistema. En base a esto el modelado se puede agrupar por componentes en subsistemas, logrando obtener un modelo más simple pero que conserva las características más relevantes del sistema que serán utilizadas en el análisis de confiabilidad. Estos subsistemas son los siguientes:

- 1) Subestaciones
- 2) Interruptores y cuchillas (medios de desconexión)
- 3) Circuitos.- Porciones más pequeñas de la red de distribución que se pueden desconectar del resto del sistema por medio de los elementos del inciso anterior.

Cada una de estas componentes se modelará por un elemento de un grafo. Las definiciones de las partes constitutivas de un grafo se dan en el apéndice I. La correspondencia de un sistema real a un grafo se hace de la siguiente manera:

Componente del sistema		Elemento del grafo
Subestación	→	Nodo fuente



Interruptor o cuchilla → Arista

Circuito → Nodo Pozo

Con el objeto de mostrar esta modelación se tomará como ejemplo el diagrama unifilar del sistema de distribución mostrado en la figura 32a. En este esquema se pueden distinguir dos subestaciones S1 y S2, siete medios de desconexión numerados del 1 al 7 y que pueden conectar o desconectar los cinco circuitos elementales que se identificarán por las letras de la "a" a la "e". Estas componentes se representan en el grafo de la figura 32b. de la manera especificada en la tabla 2.



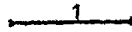
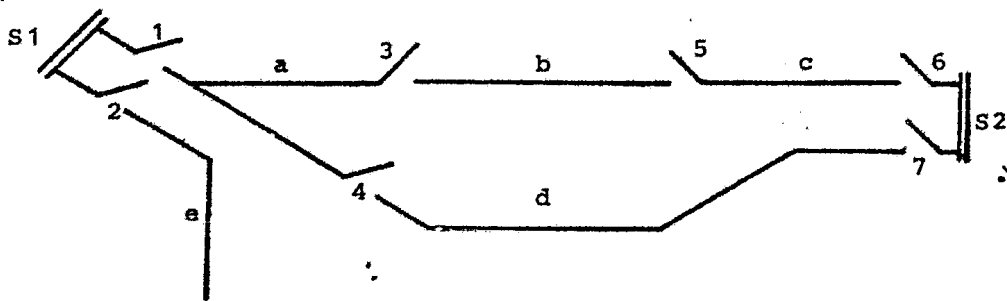
Componente del sistema	Elemento del grafo	Representación	Identificación
Subestación	Nodo fuente		Se identifica por el número asignado a la subestación
Circuito	Nodo pozo		La letra "a" corresponde al nombre del Cto. representado.
Interruptor o cuchilla	Arista		El número "1" corresponde al medio de desconexión modelado.

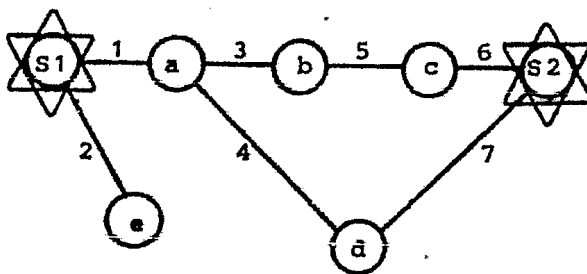
Tabla No. 2 Modelación de un sistema de distribución.

Una manera sistemática de hacer esta modelación es primero identificar todas las subestaciones y asignarle un nodo fuente a cada una de estas. Enseguida se identificarán

todos los circuitos elementales mas pequeños que sean indivisibles, es decir, que no puedan ser desconectados por interruptores o cuchillas, marcando estas últimas los límites entre un circuito y otro. Cada uno de estos circuitos será un troncal o parte de él, al cuál se le asignará un nodo pozo. Por último se identifican todos los medios de desconexión, asignandole a cada uno de ellos una arista en el grafo, identificando los correspondientes nodo inicial y terminal de cada arista que fueron asignados anteriormente.



a) Diagrama unifilar de un sistema de distribución.



b) Grafo modelador del sistema de la fig. anterior.

Fig 32 Sistema de distribución y su grafo modelador.

Para hacer un análisis mas detallado de un sistema,

una vez hecho el análisis con la modelación anterior, se hace un análisis de troncal por troncal, en el cual a cada alimentador lateral se le asignará un nodo pozo, que estará limitado por su fusible de protección, al que se le asignará una arista en el grafo que conectará al nodo pozo con el nodo fuente que en este caso será el troncal al cual está conectado. Esta misma modelación se puede aplicar en el análisis anterior en el caso de que la longitud de un alimentador lateral sea muy grande y tenga una cantidad importante de carga por alimentar, es decir, que debido a esto no sea conveniente incluirlo en el troncal pues no sería una buena representación del sistema. Esta última consideración queda a criterio del analista.

### III.1.2 Variables asociadas a cada elemento del grafo.

A cada nodo fuente se le asociarán los parámetros globales de confiabilidad de la subestación que represente, es decir, su frecuencia de salidas y de reparación en tiempo normal y adverso ( $\lambda, \mu, \lambda', \mu'$ ) el flujo y la potencia que puede suministrar y su capacidad máxima. A cada nodo pozo se le asociarán los parámetros de confiabilidad del circuito que representa, además de la demanda promedio total del circuito y su capacidad. Por último a cada arista se le asociarán los parámetros de confiabilidad del medio de desconexión modelado, además de su capacidad direccional, esto es, la

cantidad de potencia que puede pasar por este medio en un sentido y en otro, pues generalmente no es la misma, ya que en un sistema de estructura radial, la capacidad de la red es grande cerca de la subestación y se va reduciendo a medida que se va alimentando carga, quedando menos carga por alimentar.

En el caso de hacer el análisis de troncal por troncal, las variables asociadas a cada nodo pozo serán los parámetros de confiabilidad de cada circuito lateral, su capacidad y su demanda promedio. A cada arista se le asociarán los parámetros de confiabilidad del fusible de protección del circuito lateral y la capacidad del fusible. Los casos en los que el fusible no llegara a operar correctamente aislando el circuito en caso de una falla, estarán considerados en la tasa de fallas permanentes del troncal al que está conectado el circuito lateral correspondiente. Este segundo análisis convierte al problema inicial en un número de problemas igual al número de circuitos laterales, que aunque sea más extenso dará resultados más finos que los obtenidos en el primer análisis. Todos los parámetros mencionados anteriormente se obtendrán de un análisis previo.

Las variables mencionadas son las necesarias para hacer un análisis de corte completo de suministro a un punto de carga, en el grafo un nodo pozo. Con unas variables

más que posteriormente se verán en el punto III.2.1.2 se puede hacer un análisis más fino que es el de las sobrecargas.

### III.1.3 Subgrafo radial

Un sistema de distribución urbano puede tener como restricción que su operación sea radial, o sea, que no haya interconexiones entre dos subestaciones y que no haya anillos o mallas de operación. En base a esta característica y a la modelación explicada, una vez determinado el grafo modelador se puede encontrar un subgrafo que sea radial (ver apéndice I). La radialidad se puede expresar como la existencia de un solo camino desde cualquier nodo pozo hasta algún nodo fuente. Un camino es un conjunto de nodos y aristas que forman una cadena simple y elemental (ver apéndice I) que une dos nodos. De tal manera que un ciclo (cadena que se inicia y termina en el mismo nodo) nunca se considerará como un camino. Además dentro de las características de radialidad se tiene que no deberán existir caminos entre nodos fuente.

El subgrafo radial se forma a partir del grafo completo quitando algunas de las aristas de éste último. Las aristas que se quitan representarán interruptores abiertos, por ejemplo para el grafo de la figura 32b si se quitan las aristas 4 y 5, queda el subgrafo radial de la figura 33.

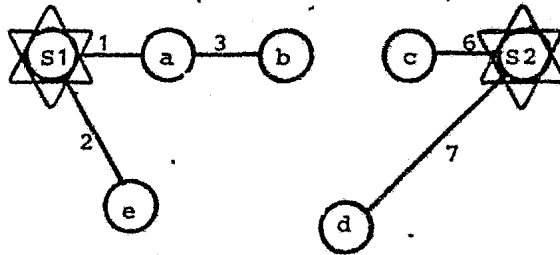


Figura 33. Subgrafo de la figura 32 B que ilustra una configuración radial.

En teoría de grafos al subgrafo de la figura 33 se le denomina "Bosque", el cual está formado por los árboles 1 y 2 (Ver apéndice 1), cuyos componentes aparecen en la tabla 3.

	Nodos	Aristas
Arbol 1	S1, a, b, c.	1, 2, 3.
Arbol 2	S2 c, d.	6, 7.

Tabla 3. Bosque para grafo de la figura 32B.

Para un mismo grafo, puede existir varios bosques, es decir, diferentes configuraciones de tipo radial. Esta variedad de esquemas de operación facilita el enfrentar salidas

permanentes del sistema, de tal manera que se cambia de una a otra configuración por medio de un switcheo (31) y se aísla la falla procurando dejar sin suministro la menor cantidad de carga. Esto es, que el número de los nodos pozo aislados de los nodos fuente sea mínimo o si es posible cero. Este concepto nos lleva a la definición de bosque recubrente que es a lo que se pretende llegar siempre. Un bosque recubrente es aquél en el que todos los nodos pozo se encuentran conectados a algunos de los nodos fuente del grafo. De esta manera si tenemos siempre un bosque recubrente al cual recurrir en caso de una salida del sistema, éste será completamente confiable. Esto no es muy probable y a veces no es posible, por lo que se procurará que la cantidad de carga desconectada y de energía no suministrada sea mínima.

#### III.1.4 Modelado de salidas

Las salidas pueden ser forzadas o programadas. Estas últimas se programan en períodos de tiempo en que las tasas de falla son bajas y generalmente en tiempo normal. Además dentro de los períodos en los que no sucedan las demandas de carga máxima. Este tipo de salidas tiene como características que se pueden postergar en el tiempo en caso necesario para que no se traslapen cuando sucede una salida forzada.

Las salidas forzadas, que son las que más nos inte-

resan debido a que no se sabe ni donde ni cuando sucederán y por lo tanto no son postergables, se dividen en temporales y permanentes. Las salidas temporales se pueden aliviar en forma rápida dependiendo de donde se encuentren las protecciones automáticas o manuales de recierre y su efectividad. De esto dependen el tiempo que el punto de carga quede aislado, y generalmente es pequeño, esto es del orden de segundos.

Por otro lado, las salidas permanentes, aunque son menos probables de ocurrir, son las que tienen un mayor impacto, debido a que la duración de éstas puede ser del orden de horas, ya que es lo que tarda una operación de reemplazo o el efectuar una maniobra de switcheo para cambiar la configuración del sistema. Como el objetivo de nuestro estudio es proporcionar alternativas de configuraciones que puedan soportar las salidas del sistema tratando de que haya la menor cantidad de carga desconectada, el análisis aquí realizado se enfocará a las fallas permanentes.

El modelado de las salidas se puede dividir en dos niveles, el primero estudiará el comportamiento de las subestaciones, los medios de desconexión y los troncales; el segundo a partir de los resultados del primero, estudiará el comportamiento de los circuitos laterales. Este último problema se convierte en  $n$  problemas, siendo  $n$  el número de circuitos laterales de cada troncal analizado como se vió en el punto III.1.2.



La salida permanente de una subestación se modelará por la eliminación del nodo fuente correspondiente. Un nodo fuente puede ser reemplazado por un nodo pozo sin carga si la falla viene del sistema que lo alimentaba. En el caso en que se puede energizar un bus de la subestación por medio de un circuito cercano, el nodo pozo puede eliminarse sustituyendolo por aristas, conectando los circuitos que sean conectables al bus. Un nodo fuente puede verse eliminado con todas sus aristas incidentes si la falla no permite conexiones dentro de la subestación para conectar los circuitos colindantes a la subestación.

La mala operación de un medio de desconexión (interruptor o cuchilla), se modela por un estado de una arista. Este estado depende de que el interruptor se atasque ya sea en posición cerrada o abierta como se describe a continuación.

1) El interruptor abierto. Simplemente se elimina la arista, representando la imposibilidad de conectar los circuitos adyacentes (ver apéndice I, nodos adyacentes). Esta arista no debe permanecer en el esquema de operación.

2) Interruptor cerrado. Es una arista que necesariamente pertenecerá al subgrafo de operación representando la imposibilidad de desconectar los dos circuitos adyacentes.

Por último la salida de un troncal que se pueda aislar se modelará por la eliminación de un nodo pozo asociado. La eliminación de un nodo pozo se hace incluyendo todas sus aristas incidentes, indicando la salida de todo el circuito

correspondiente.

Esta modelación no permite distinguir entre dos fallas permanentes como una línea a tierra y una entre fases, pero sí permite observar diferentes tipos de salidas como los vistos en el capítulo I. Esto nos da una metodología para representar los sistemas de distribución y estudiar sus fallas para evitar interrupciones de servicio de energía eléctrica. Una carga puede sufrir interrupciones en su alimentación por una falla directa en su troncal o de otros subsistemas; para estudiar esta correlación se utilizará la teoría de cortes mínimos que a continuación se presenta.

### III.2 TEORIA DE CORTES MINIMOS

La teoría de cortes mínimos (20)(24)(33)(34), ampliamente conocida en estudios de confiabilidad, provee una metodología práctica y directa de aplicación a los sistemas de distribución y de la teoría para conocer los eventos que causan pérdidas de conexidad en el sistema de distribución en estudio. Para la comprensión de esta teoría se definirán los conceptos de corte, corte mínimo y p-corte.

Sea:

$G(N,U)$  El grafo compuesto por  $N$  y  $U$ .

Donde:

$N$  = conjunto de nodos

$U$  = conjunto de aristas

El grafo  $G$  se dice que es conexo (ver apéndice I) si existe por lo menos un camino elemental entre cualquier pareja de nodos del grafo.

Si  $G\{N,U\}$  es un grafo conexo, en donde  $A$  y  $\bar{A}$  es una partición de  $N$  y  $\{A,\bar{A}\}$  es el conjunto de aristas entre  $A$  y  $\bar{A}$  se puede decir que:

Un corte está definido por su conjunto de aristas ( $\bar{C} = \{A,\bar{A}\}$ ) del grafo, que al serle quitadas del grafo  $G$  pierde su conexidad. Por ejemplo para la figura 1B un corte es el que está formado por las aristas  $(2,3,4)$  figura 34. Aquí se ve como el grafo  $G'\{N, U-\bar{C}\}$  se convirtió en un bosque, es decir un grafo no conexo.

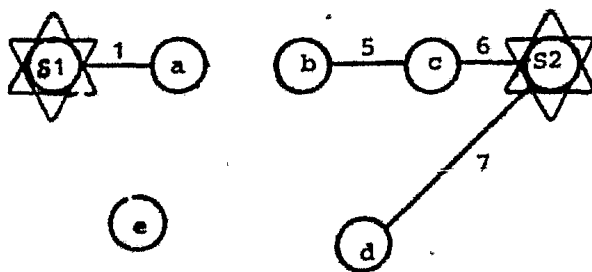


Fig. 34 Grafo no-conexo por un corte.

Un corte mínimo es un corte que no contiene a ningún otro corte. Por ejemplo el corte anterior no es mínimo, pues contiene al corte formado por las aristas 3 y 4.

Un corte mínimo para la figura 32 es por ejemplo (3,4) cuyo subgrafo correspondiente se presenta en la figura 35.

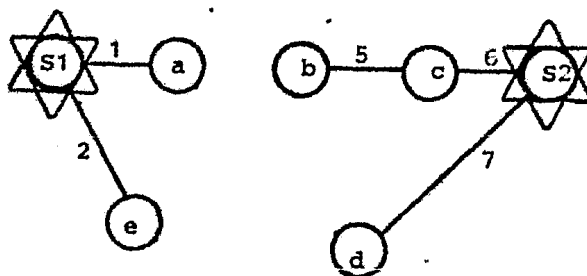


Fig. 35 Grafo no-conexo  $G'$  que representa el corte mínimo (3,4).

Sean:

$F$  = conjunto de nodos fuente

$P$  = conjunto de nodos pozo

Un p corte  $\underline{C}$  es un corte  $\bar{C}$  si  $F \subset \bar{A}$ . Por ejemplo para el grafo de la figura 32B el conjunto de aristas (1,2,6,7).

define un p-corte como se muestra en la figura 36 en la que con este p-corte quedan aislados todos los nodos pozo de los nodos fuente.

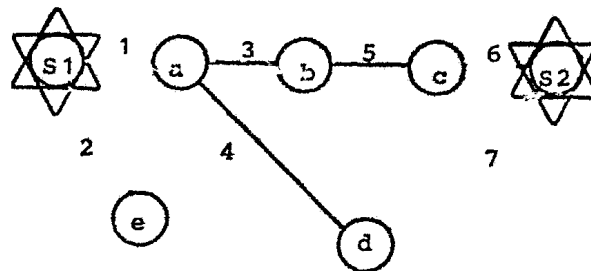


Fig. 36 Grafo desconexo por un p-corte.

Las características importantes de un p-corte son:

1) El conjunto de nodos pozo que afecta.- Se llamarán nodos afectados a los nodos pozo aislados por un p corte; para el ejemplo de la figura 32B tenemos que el p-corte (1,2,6,7), afecta a los nodos a,b,c,d y e.

2) Un nodo pozo puede tener más de un conjunto de p-corte que lo afectan, por ejemplo al nodo "a" (de la figura 32B), lo

afectan los p-cortes  $(1,2,6,7)$   $(1,3,7)$   $(1,5,4)$  y  $(1,6,4)$  .

Los cortes en las formas definidas anteriormente no interesan en éste análisis, sino aquellos que cumplen con las siguientes condiciones:

Si  $C$  un p-corte donde:

$\forall Q \subset C$  ,  $Q$  no es un p-corte

Entonces  $C$  es un p-corte mínimo, es decir un p-corte mínimo es un p-corte que no incluye otro p-corte. Ahora  $C(i)$  es un p-corte mínimo para el nodo  $i$ .

si:

- $C(i)$  es un p-corte mínimo

- $i \in A$  con  $F \subset \bar{A}$

Esta última idea es importante en nuestro análisis, pues es la separación de los nodos pozo  $i$  que pertenecen  $A$ , de los nodos fuente incluidos todos en  $\bar{A}$ . Un ejemplo de un p-corte mínimo se presenta en la figura 37 en base a la figura 36. El p-corte mínimo es el conjunto formado por las aristas  $(1,6,7)$  que afectan a los nodos  $a, b, c$  y  $d$ .

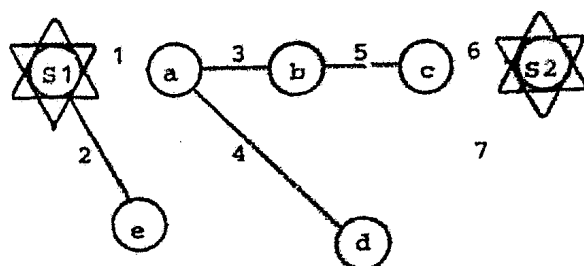


Fig. 37 Grafo no-conexo por un p-corte mínimo.

Como se puede observar en la figura 37 un p-corte mínimo representa en el grafo la forma de hacerlo desconexo, con la característica especial de aislar los nodos pozo de los nodos fuente. En el sistema real modelado, esto significa que uno o varios circuitos queden sin alimentación, es decir, habrá un corte de suministro de energía para un mínimo de consumidores de ese circuito debido a las salidas permanentes en los componentes asociados al p-corte mínimo. Por estas razones es necesario en esta teoría determinar el conjunto p-corte mínimo para cada nodo pozo del grafo modelador del sistema en estudio y así poder con más facilidad determinar los índices de confiabilidad de los puntos de carga y después del sistema. A

continuación se verá como se hace el análisis de pérdida de conexidad y de pérdida de carga (LOLP)(38), es decir se trata de calcular la probabilidad de que un circuito quede sin suministro y de que no exista capacidad para evitar la interrupción.

### III.2.1. Falta de Suministro

Hay varias cosas por las que existen la falta de suministro de energía eléctrica a los usuarios. Para el estudio del valor esperado de la energía eléctrica no suministrada, la falta de suministro se puede dividir en dos causas. Una de ellas es la falta de conexidad (falta de un camino eléctrico para transmitir la potencia eléctrica hacia un punto de consumo). La otra es la falta de capacidad, que describe la inexistencia de un esquema de operación radial capaz de satisfacer la demanda sin violar la restricciones de corte máximo de operación de los componentes disponibles. Es pertinente mencionar que la cota máxima es superior siempre a la sobrecarga permisible.

#### III.2.1.1. Falta de Conexidad

La falta de un camino eléctrico entre dos subsistemas o componentes hace que el sistema pierda su conexidad. La ausencia de dicho camino generalmente no se debe a que no exista, sino que viene a ser el resultado de la salida de una o más



componentes de manera simultánea en un sistema. Para sistemas en serie la falla de cualquier componente provoca la desaparición del camino único existente, mientras que para sistemas en paralelo el camino no es uno solo y únicamente dejará de existir en caso de que todas las componentes fallen. Para este tipo de estructuras la obtención de p-cortes mínimos es relativamente fácil.

Un sistema de estructura radial es similar al caso de un sistema en serie, pues una falla en el camino entre el punto de suministro y la subestación de potencia basta para que se pierda la conexidad.

Una buena aproximación del grado de conexidad de un grafo se tiene determinando para cada nodo pozo el conjunto de p-cortes mínimos que lo afectan. Esta determinación se verá en detalle al describir los algoritmos hechos con este propósito más adelante.

Una vez determinados los cortes, se establece un esquema de confiabilidad equivalente que permita calcular los índices de confiabilidad de los subsistemas o componentes en base a los cortes.

Con referencia al primer paso solo se determinarán cortes de hasta tercer grado. Se conoce como grado de un corte al número de aristas que forman el corte. El hecho de considerar solo cortes de hasta tercer grado se debe a que la

contribución numérica a los índices de confiabilidad de un corte de cuarto o mayor grado son despreciables por su baja probabilidad de existencia en comparación con la de un corte de primero segundo o tercer grado. Como por ejemplo en la referencia (32) el autor para un caso real presenta que las contribuciones a los índices de confiabilidad de un corte de grado uno son del orden de  $10^{-2}$ , para un corte de grado dos son de  $10^{-4}$ , para un corte de grado tres de  $10^{-8}$  y para uno de cuarto grado de  $10^{-14}$ ; de aquí se puede ver que la poca aportación de un corte de cuarto grado o mayor.

Para tener un esquema equivalente que permita calcular los índices de confiabilidad de una componente se tiene:

a) Para que exista un corte de suministro, todas las componentes de un p-corte mínimo deberán fallar simultáneamente.

b) El servicio de un punto de carga se interrumpirá si para un solo p-corte mínimo todas sus componentes fallan simultáneamente.

El comportamiento descrito en el inciso a) es el mismo de un sistema en paralelo, por lo que los elementos de un corte se conectarán en paralelo para la construcción del sistema equivalente.

En forma similar, se observa en el inciso b) que se

describe el comportamiento de un sistema en serie, por lo que todos los cortes para un nodo se conectan en serie.

Cón base en los incisos a y b, se pueden aplicar las fórmulas de sistemas serie y paralelo de índices de confiabilidad vistos en el capítulo II para sistemas de configuración compleja por medio de esta aproximación (24). Para ilustrar esta técnica se presenta el grafo de la figura 38, el cuál no se puede representar como un sistema en serie-paralelo.

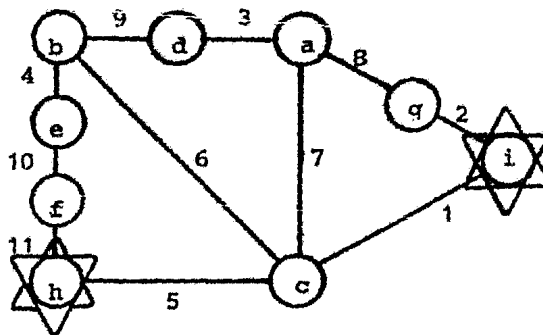


Fig. 38 Grafo sin representación serie-paralelo.

Por ejemplo para el nodo a se tienen los cortes (2,3,7) (2,7,9)(3,7,8) y (7,8,9) que en el esquema de la figura 39 quedan representados en un sistema serie-paralelo, con un solo

nodo fuente y el nodo pozo "a".

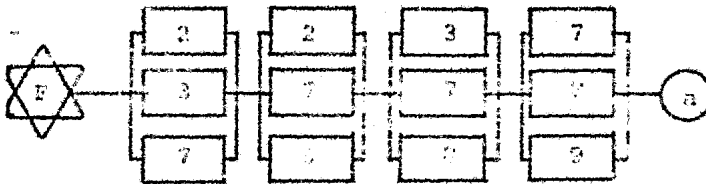


Fig. 39 Sistema equivalente para el nodo "a".

Así como para el nodo "a" se obtienen sistemas equivalentes para todos los nodos pozo del sistema. En general con estos esquemas ya se pueden calcular los índices de confiabilidad de cada punto de carga y del sistema, con los cuales se pueden hacer comparaciones entre dos sistemas o proponer modificaciones, como nuevas aristas, adición o agrupación de nodos. Una vez hechas las modificaciones se volverán a calcular los índices de confiabilidad obteniéndose mejores resultados.

### III.2.1.2 Falta de Capacidad .

La falta de capacidad se va a clasificar en dos catego

rias según sus causas. La primera es porque la capacidad disponible a nivel de las subestaciones es menor a la demanda total del sistema. Este problema debe atacarse al hacerse el estudio de la localización de las subestaciones. La segunda es porque la capacidad disponible en las subestaciones no se pueda distribuir de acuerdo con las necesidades de los usuarios, es decir, que la capacidad de la red sea insuficiente para satisfacer la demanda, provocando que haya cortes de suministro adicionales. Esto se debe a la falta de conexidad o a la falta de capacidad de la red existente. En estos casos puede suceder que la capacidad y localización de la subestación sean suficientes o mayores que la demanda, pero no así la red que conecta a los consumidores, por lo que no es un problema del dimensionamiento de la subestación.

El problema a tratar aquí es el de la asignación de capacidades, el cual está íntimamente ligado con los esquemas de operación o bosques existentes que representan esquemas de operación radial. Para que la red sea capaz de alimentar la demanda de energía, se busca un bosque recubrente de costo mínimo, es decir, una configuración en la que se satisfagan los requerimientos de suministro de energía tomando en cuenta la capacidad de las subestaciones y de la red. Este bosque recubrente tiene una conexidad pobre aunque esté sujeto a niveles de calidad de servicio especificados y su costo debe ser el mínimo. Este análisis sale del contexto de este trabajo pues es un análisis específico que requiere de tiempo y de un

análisis más fino.

Para hacer este tipo de análisis se requiere de parámetros como la demanda por circuito, su capacidad direccional, la capacidad de cada subestación y las capacidades de los medios de desconexión que conectan un circuito con otro o con la subestación. Para todas las componentes mencionadas también se requerirá del dato del flujo de carga que demandan o pueden proveer en el caso de una subestación. Así también se requerirán de estos mismos datos para el análisis de troncal por troncal en caso que se requiera este estudio; estos datos serán para cada alimentador lateral y su correspondiente fusible de protección.

Entre los resultados más relevantes que se pretenden obtener está definir un esquema que en ausencia de fallas permita satisfacer la carga demandada. Con éste se tendrá la capacidad mínima permisible en la red, la cual se tendrá que reforzar. Esto se hará reforzando las aristas del grafo propuestas por el análisis de conexidad. Para reforzar la red se deberán seguir estos criterios:

1) Todos los refuerzos que se hagan deberán repetirse de manera que den como resultado esquemas nuevos que sean capaces de enfrentar las salidas de componentes o subsistemas.

2) La cantidad total de refuerzos deberá poder justificarse en forma económica por la disminución del valor esperado de la energía no suministrada.

Estos dos criterios están muy interrelacionados a través del estudio de esquemas óptimos de operación con las capacidades dadas y la evaluación económica de la energía no suministrada en presencia de salidas. El problema de encontrar un bosque recubrente de costo mínimo tiene un alto grado de dificultad y lo hacen aún más difícil las condiciones de radialidad, pues son poco fáciles de manejar. Aunando a esto que la presencia de salidas genera una gran cantidad de problemas y de tener como variables enteras las capacidades, hacen ver que la magnitud del problema es desalentadora. Para ayudar a este problema, los cortes mínimos tienen una aplicación más que es el estudio de falta de capacidad de una red de distribución de energía eléctrica.

#### III.2.1.2.1 Cortes mínimos y falta de capacidad

Aunque el problema de asignación de capacidades es concerniente al estudio de los bosques de máxima carga en presencia de una o más salidas, por medio de la información que proporcionan los cortes mínimos se pueden determinar algunos problemas por falta de capacidad. Con esta información se requiere de menor esfuerzo computacional que el necesario para el mismo estudio por medio de los bosques de máxima carga, pero el análisis por medio de los cortes mínimos es menos fino.

Después de determinar los cortes mínimos y los nodos afectados por estos se detectan problemas de capacidad de la siguiente manera:

a) Determinar la demanda total de los nodos aislados por un corte.

b) Ordenar las aristas del corte por capacidad decreciente.

c) Comparar la demanda total de los nodos aislados por un corte con la capacidad disponible de las aristas del corte en presencia de la salida de ninguna, una o más de estas. Si la demanda es mayor que la capacidad disponible, habrá interrupciones para los nodos considerados.

Para ejemplificar esto, considerese el sistema de la figura 32b y el p-corte mínimo (1,5,4) que afecta a los nodos "a" y "b". Si las aristas 1,4 y 5 tienen las capacidades 1.1, 1.7 y 1.4 respectivamente, y los nodos "a" y "b" tienen las capacidades 1.5 y 1.2, que representan una demanda total de 2.7 que deben satisfacer las capacidades de las aristas, si no hay ninguna salida, sin problema. En el caso en que la arista 1 falle, las aristas restantes todavía pueden soportar la carga sin problema, pero si por alguna razón falla alguna de las dos restantes será mayor la demanda que la capacidad y esto provocará un corte del suministro de energía eléctrica. Si ahora se considera que solo falla la arista 4, las aristas restantes no podrán satisfacer la demanda, pues excede su capacidad y habría que sobrecargarlas.



Para no hacerlo y para no eliminar toda la carga, se puede hacer un corte de suministro a una parte de la carga que sea la menor posible, por ejemplo el nodo "b" y abastecer la mayor parte (nodo "a"), resultando también menor la cantidad de energía no suministrada. Si ahora se considera que solo la arista 5 falle, con las aristas 1 y 4 se puede satisfacer la demanda sin que haya problemas de sobrecarga, pero si además fallara alguna de estas el corte de energía sería inevitable.

De este modo es fácil detectar los problemas de capacidad de un sistema de distribución radial con el método de cortes mínimos, que constituye una gran ventaja en este proceso. Una desventaja que se presenta es el usar cortes mínimos de solo hasta tercer grado, que para el análisis de conexidad son los necesarios, pues pueden ignorarse problemas potenciales significativos. Para evitar eso se tendrían que determinar cortes de 4° o mayor grado, pero el problema que se presenta en la determinación de p-cortes de 4° y mayor grado es laborioso, requiere de un considerable tiempo de análisis y de mucho espacio de memoria en la computadora.

Después de describir la teoría de cortes mínimos, sus características y ventajas en el análisis de confiabilidad, se pasará a la descripción de los algoritmos para obtener los cortes mínimos. En primer lugar se presenta el -

algoritmo de caminos y enseguida el algoritmo de ciclos en el grafo dual.

### III.3 ALGORITMOS PARA LA OBTENCION DE CORTES MINIMOS.

Para los dos algoritmos de obtención de cortes mínimos que aquí se describirán, se utilizan los mismos datos.

Usando la modelación descrita los datos requeridos son:

- 1) Número de nodos pozo, de nodos fuente y de aristas.
- 2) Identificación de los nodos fuente y los nodos pozo.
- 3) Identificación de las aristas así como sus nodos inicial y terminal.
- 4) Para el algoritmo de ciclos en el dual se requiere identificar la faceta (ver apéndice I) a la izquierda y a la derecha de cada arista.

Para ilustrar estos requerimientos considérese el grafo de la figura 40. En la tabla 4 se resume la lista de datos en base al grafo de la figura 40. En este grafo se tienen dos nodos fuente, diez nodos pozo, trece aristas u tres facetas.

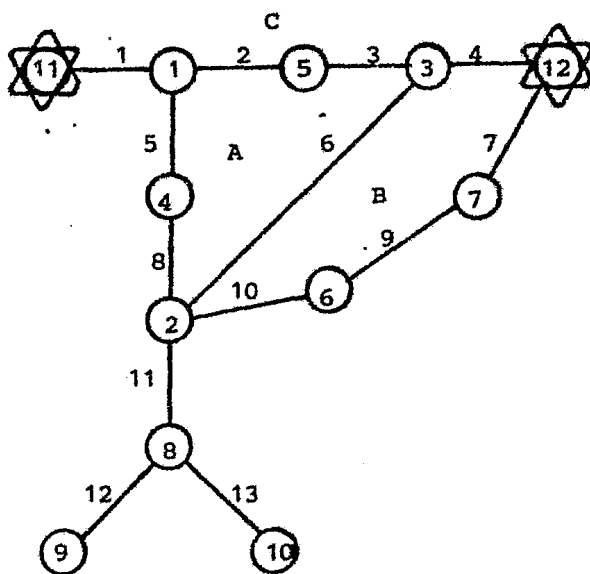


Fig. 40 Grafo para ilustrar los datos requeridos por los algoritmos de obtención de cortes mínimos.

No.de nodos fuente	No. de nodos pozo		No. de aristas		No.de facetas								
2	10		13		3								
Nodos 11 y 12	1,2,...10		1,2,...13		A,B y C								
Arista No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Faceta a la izq.	C	A	C	C	C	A	B	A	C	C	C	C	C
Faceta a la der.	C	C	A	B	A	B	C	C	B	B	C	C	C
Nodo inicial	11	1	3	12	1	2	12	2	5	2	2	8	8
Nodo terminal	1	2	5	3	4	3	7	4	7	6	8	9	10

Tabla 4 Lista de datos requeridos para aplicar el algoritmo de ciclos en el grafo dual y el algoritmo de caminos en base a la fig.40.

Una vez obtenidos los datos del grafo modelador de un sistema en estudio, se aplica uno de los dos algoritmos - presentados a continuación.

### III.3.1 Algoritmo de Caminos.

Para una mejor comprensión de la descripción de este algoritmo se dan las siguientes definiciones(31)(33):

a) Camino.- Es un conjunto de componentes (nodos y aristas) que une un nodo pozo con un nodo fuente.

b) Camino mínimo.- Es aquél que no contiene al mismo nodo dos veces. Se le llama también camino simple o conjunto de ligación.

La definición de conjunto de cortes mínimos ya se dió anteriormente y solo se agregará aquí que en esta técnica es importante notar que a un conjunto de cortes mínimos esta siempre asociado un conjunto de caminos mínimos. Esto significa que cuando se considere un conjunto de cortes mínimos, tiene que haberse definido antes el correspondiente conjunto de caminos mínimos.

La presentación formal del algoritmo se hace por medio de la figura 41, este es el diagrama de bloques que se presenta a continuación.

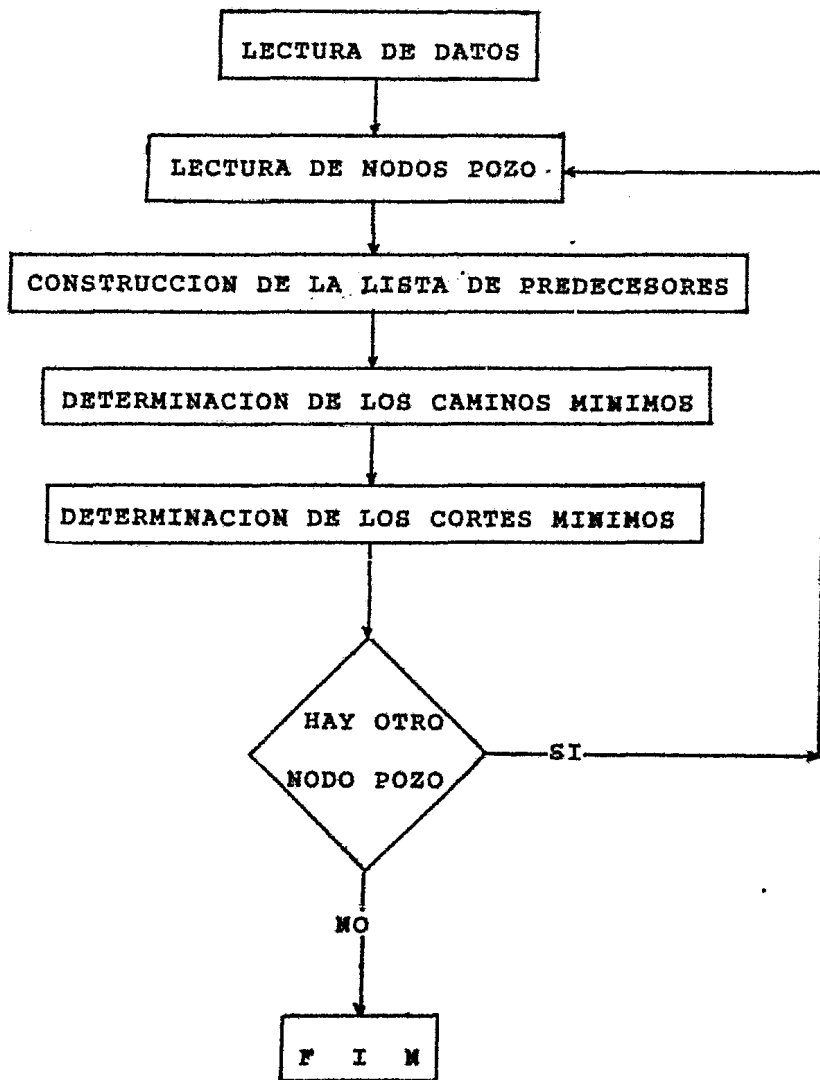


Fig. 41 Diagrama de bloques del algoritmo de caminos.

A continuación se desarrollarán cada uno de los pasos del diagrama de la figura a, con más detalle.

### III.3.1.1. Construcción de la lista de Predecesores

Se define como predecesor de una arista, a la arista cuyo nodo terminal es el nodo inicial de la primera. Los predecesores para un nodo se definen considerando una a una sus aristas incidentes en la forma siguiente:

a) Para cada arista en turno, por ejemplo para la arista 2 del nodo 1 en la figura 40, se identifica su nodo inicial en este caso es 5.

b) Detectar todas las aristas que tienen su número de nodo terminal igual al del nodo considerando que en este caso sería solo la arista 3 y así sucesivamente hasta encontrar un nodo fuente que se denotara por un -1. Puede suceder el caso que se encuentre un lazo cerrado, o un ciclo, lo que no es válido pues no ayudará a definir un camino hacia un nodo fuente y será eliminado al ser detectado. Para el nodo 1 de la figura 40 se presenta en la siguiente tabla 5 la lista de predecesores correspondientes:

### III.3.1.2. Dedución de los Caminos Mínimos

Los caminos mínimos que van desde los nodos fuente hasta

NODO 1	
NUMERO DE ARISTA	PREDECESORES
1	-1
2	3 4 -1
2	3 6 10 9 7 -1
5	8 6 4 -1
5	8 10 9 7 -1
5	6 6 3 2 5
5	8 11 12 -
5	8 11 13 -

Tabla 5. Lista de Predecesores para el Nodo 1 de la Figura 40.

Los nodos pozo se determinan de la lista de predecesores. Eli minando en la lista todos los caminos que formen lazos y los que no tengan al final un predecesor. Para el ejemplo citado tenemos los siguientes caminos anotados en la tabla 6.

		Nos. de Aristas							
Caminos	1	1	1	-1					
	2	2	2	3	4	-1			
	3	3	2	3	6	10	9	-7	-1
	4	4	5	8	6	4	-1		
	5	5	5	8	6	3	2	5	
	6	6	5	8	10	9	7	-1	
	7	7	5	8	11	12	-		
	8	8	5	8	11	13	-		

Tabla 6. Caminos para el nodo 1 de la Figura 40.

De la tabla 6 se eliminan el camino 5 pues este forma un lazo, el camino 7 y 8 pues no tienen al final predecesor. Así la lista de caminos mínimos para el nodo 1 queda como se muestra en la tabla 7.

		Nos. de Aristas					
Caminos Mínimos:	1	1					
	2	2	3	4			
	3	2	3	6	10	9	7
	4	5	8	6	4		
	5	5	8	10	9	7	

Tabla 7. Caminos Mínimos para el Nodo 1 de la figura 40.

### III.3.1.3 Deduccción de los Cortes Mínimos

En un sistema, el número de conjuntos de cortes mínimos por nodo es considerablemente más grande que el número de caminos asociados. Por ejemplo, para el ejemplo en estudio, para el nodo D se tienen solo 4 caminos mínimos y siete cortes mínimos y para el nodo 2 se tienen sólo 5 caminos mínimos y 9 cortes mínimos de tercer grado y menores. Normalmente por eso los requerimientos de memoria son muy grandes, particularmente cuando se tienen que guardar todos los cortes mínimos de todos los nodos pozo.

Computacionalmente la aplicación más rápida y que ocupa



menos espacio de éste método para evaluar los cortes mínimos, es por la representación de los caminos mínimos en forma binaria, al igual que los cortes que son subsecuentemente generados. Para la tabla 7 se puede hacer esta representación de los caminos mínimos para el nodo 1 en forma binaria en la tabla 8.

Componentes		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...
Caminos	1	1											
	2		1	1	1								
	3				1	1	1		1				
	4					1		1		1	1		

Tabla 8. Caminos Mínimos para el Nodo 1 de la figura 40 en Forma Binaria.

Para deducir los cortes mínimos de primer grado se busca la columna en la tabla anterior que tenga todos sus elementos iguales a 1. En este caso no se tienen cortes de primer grado para el nodo 1. Pero en caso de que sí la tuviera, se sustituirán todos sus elementos por cero, para evitar la formación de cortes no-mínimos que contengan cortes mínimos de primer grado.

Los cortes mínimos de segundo grado, son calculados adicionando lógicamente dos columnas, a un tiempo, de la lista de caminos. Cada uno de los vectores resultantes que tenga sus elementos iguales a la unidad, formará un corte-mínimo de

segundo grado. Este mismo proceso se sigue, adicionando lógicamente tres columnas para formar cortes de tercer grado y así sucesivamente hasta el grado de corte que se requiera. Cada vez que se encuentre un corte de tercer grado o mayor, hay que preguntar si tiene incluido un corte de segundo grado o menor al grado del corte en cuestión. Si esto sucede, entonces el corte analizado no es mínimo y se elimina. El grado máximo de un corte será igual al número de caminos mínimos. De manera formal se puede decir que si se consideran dos cortes  $C_i$  y  $C_j$ , donde  $C_i$  es de grado  $N_i$  y  $C_j$  es de grado  $N_j$  y  $N_i < N_j$ :

$C_i = \{a_i, b_i, c_i, \dots\}$  con  $N_i$  elementos

$C_j = \{a_j, b_j, c, \dots\}$  con  $N_j$  elementos

Creando conjunto  $\{A\} = \{C_i\} \cup \{C_j\}$ . Si el número de elementos que no sea cero en  $\{A\}$  es igual a  $N_i$ , entonces  $C_j$  no es un corte mínimo y se elimina. Para el ejemplo de la figura 40 los cortes mínimos obtenidos de hasta tercer grado para algunos nodos, se muestra en la tabla 9. De este modo queda concluida la descripción de este algoritmo para la obtención de cortes mínimos.

No. de Nodo	CORTES
	(Número de las Componentes)
1	(1,4,7)(1,4,9)(1,4,10)(1,3,5)(3,2,8)
6	(7,10)(9,10)(1,4,7)(1,4,9)(5,6,7)
8	(11)(1,4,7)(1,4,9)(1,4,10)(5,6,7)(5,6,9)(5,6,10) (6,7,8)(6,7,9)(6,7,10).

Tabla 9. Lista de Cortes Mínimos de hasta tercer grado para algunos nodos del sistema de la figura 40.

#### III.3.1.4. Ventajas y desventajas

El algoritmo de caminos tiene las siguientes ventajas:

1) Es eficiente computacionalmente y fácil de programar.

2) Permite estudiar grafos de estructura no planar

3) Permite obtener cortes de cualquier grado para un solo nodo pozo.

4) Permite que cualquier elemento del sistema sea unidireccional.

Su desventaja principal es el manejo de sistemas de distribución de grandes dimensiones y sobre todo si estos sistemas forman un grafo muy conexo, pues habrá que encontrar todos los caminos de cada nodo pozo hacia todos los nodos fuente, y si se trata de una red mallada el número de caminos es muy grande. A consecuencia de esto el número de cortes será también muy grande para cada nodo. Esto repercute en el tiempo de cómputo y la memoria que se necesitará para analizar un sistema.

Otra desventaja importante es que en ocasiones, des-

pues de determinar los caminos mínimos para cada nodo, es posible que no existan cortes mínimos de grado menor o igual a tres, por lo que todo el tiempo de análisis fué innecesario. Una desventaja más es que no existe relación entre uno y otro nodo pozo, por lo que no es posible utilizar el análisis hecho a un nodo para otro y reducir el tiempo de análisis.

### III.3.2 Algoritmo de ciclos en el grafo dual

Este es un algoritmo nuevo que se ha implementado con el fin de obtener todos los p-cortes mínimos de hasta tercer grado de una manera fácil sin utilizar caminos. Para comenzar se dará un glosario de todos los símbolos usados en esta descripción:

$N$  = conjunto de nodos

$F$  = conjunto de nodos fuente

$P$  = conjunto de nodos pozo

$U$  = conjunto de aristas

$G(N, U)$  = grafo compuesto por  $N$  y  $U$

$G(N^r, U^r)$  = grafo reducido de  $G$

$G^{r*}$  = grafo dual de  $G^r$

p-corte = corte aislando a un nodo pozo

$C$  = p-corte mínimo

$C(i)$  = p-corte mínimo para el nodo "i".

$\{C(i)\}$  = conjunto de p-cortes mínimos para el nodo "i"

$E(i)$  = conjunto de p-cortes mínimos afectando al nodo "i".

$A^r = A$  es un conjunto en el grafo reducido  $G^r$

$A \xrightarrow{f} B^r = a$  A corresponde  $B^r$  de la función f.

K = una cadena elemental

c = arista

$E_i$  = existe i

$E = \bigcup_{i \in p} E(i)$  conjunto de p-cortes mínimos en G.

$d_G(i)$  = grado del nodo "i"

#### Tabla No. 10 Glosario de símbolos.

Como ya se ha mencionado el problema es encontrar to dos los cortes mínimos de hasta tercer grado, para cada nodo pozo del grafo modelador del sistema en estudio. Para aplicar el algoritmo, lo primero que se tiene que hacer es modelar el sistema. A continuación se presenta el algoritmo para la obtención de p-cortes mínimos a partir del grafo modelador.

#### III.3.2.1 Presentación del Algoritmo.

El algoritmo de ciclos en el grafo dual (36) se presenta en el diagrama de bloques de la figura 42, donde se pueden apreciar cada uno de sus pasos.

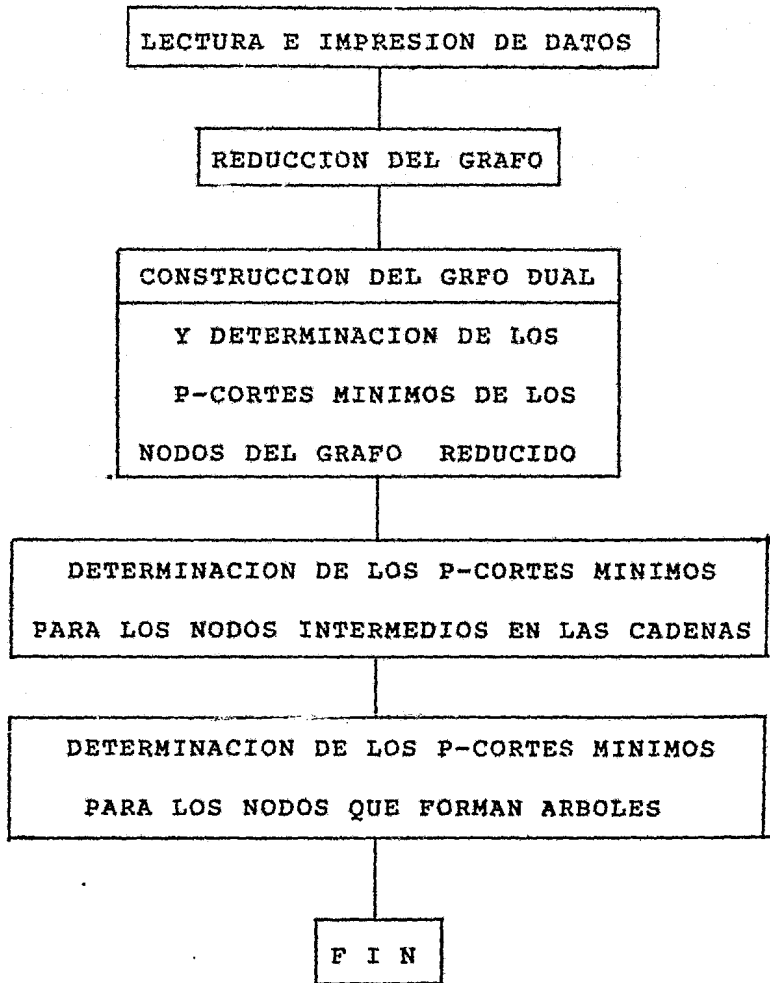


Fig. 42 Diagrama de bloques para el algoritmo de ciclos en el grafo dual.

El algoritmo se puede resumir en los tres grandes pasos siguientes:

1) Reducción del grafo original.- se reducen los nodos pozo que forman árboles y los nodos en serie que se substituyen por una cadena  $K$ , es decir, una sola arista en el grafo reducido  $c^r$  en  $G^r$ . A esta se le llamará función  $f$ :

$$f(K) = c^r$$

2) Construcción del grafo dual  $G^{r*}$  a partir del grafo reducido  $G^r$ , con el cual se obtienen los  $p$ -cortes mínimos  $E^r$  en el grafo reducido  $G^r$ . Es decir, para cada nodo pozo se obtendrán todos los cortes mínimos  $E^r(i)$  en función de las cadenas del grafo reducido.

3) Obtención de todos los  $p$ -cortes mínimos para todos los nodos pozo del grafo original  $G$  por medio de todos los  $p$ -cortes mínimos determinados en el paso anterior (  $E(i)$  de  $E^r(i)$  ).

A continuación se desarrollarán cada uno de estos pasos con más detalle.

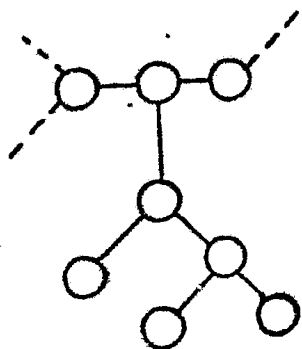
### III.3.2.2. Reducción del Grafo Original

El propósito de hacer el grafo es definir un problema más simple, pudiéndose resolver más fácilmente y cuya solución también es fácil modificar para obtener la solución del problema original. Esta reducción encontrará su mejor aplicación en problemas de grandes dimensiones incluyendo nodos pozo de primero y segundo grado ( $d_G(i) \leq 2$ ). Esta reducción se hace con el fin de simplificar lo más posible el análisis posterior y se pueda aplicar tanto en este algoritmo como en el de caminos, donde se reduciría la matriz de caminos mínimos en forma binaria. A continuación se describen los dos grandes pasos para la reducción.

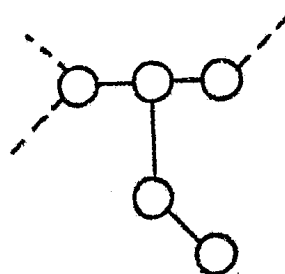
1) Reducción de los nodos pozo que forman arboles. La reducción de las arborescencias es muy simple, pues se van eliminando del grafo y subgrafo en un vector todos los nodos pozo que tienen solo una arista incidente, es decir, son de primer grado. Esta eliminación se hace en forma ordenada eliminando el nodo y su arista incidente y también todos los nodos pozo que al ir eliminando los primeros, su grado se reduce a uno. Esto establece una relación de orden en la cuál es muy fácil obtener los cortes mínimos que afectan a todos estos nodos. De esta manera el grafo no tendrá ni un solo nodo pozo que sea de grado 1. Por la descripción antes hecha se puede intuir que la reducción se hace desde las hojas del árbol hacia su nodo raíz (ver apéndice 1), el cuál será un nodo de por lo menos 2o. grado o mayor,



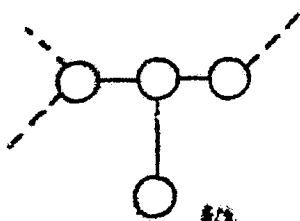
como se muestra en la figura 43.



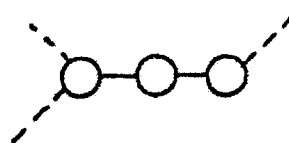
a) Arbol completo



b) Primera reducción



c) Segunda reducción



d) Tercera reducción

Fig. 43 Reducción de arboles.

Al hacer esta reducción desaparecen los árboles que representan la característica radial del sistema, que tienen un análisis muy simple.

2) Formación de cadenas. esta reducción se hace con el fin de tener solo nodos pozo de grado de mayor o igual a 3,  $d_G(i) \geq 3$ . Para esta reducción se establece también una relación de orden y la forma de obtener sus p-cortes mínimos es muy sencilla, puesto que son sistemas tipo serie, es decir forman una cadena. Para esta reducción cada una de las extremidades de una cadena

debe cumplir con las siguientes condiciones;

a) El nodo "i" extremo es un nodo fuente  $i \in F$  o es un nodo pozo de grafo mayor que dos  $i \in P$  y  $d_G(i) > 2$ .

b) Todos los nodos intermedios "j" de la cadena (ver apéndice I) son pozos y de grado igual a dos  $j \in E P$ ,  $d_G(j) = 2$ .

Una cosa que debe hacerse notar es que no todas las cadenas tienen nodos intermedios. Es decir hay cadenas que pueden contener solo una arista.

Esta reducción siempre es posible hacerla en el grafo original y tiene las siguientes propiedades:

Si  $P^m$  es el conjunto de nodos intermedios en el grafo original  $G(P^m = \{i \mid i \in P, d_G(i) = 2\})$ , donde  $G \ominus G^r \{N^r, U^r\}$  y  $P^n = \{i \mid i \in P, d_G(i) = 1\}$

$N \ominus N^r$ ,  $U \ominus U^r$  por lo tanto:

$N^r = N - P^m - P^n$  y si  $P^r = P - P^m - P^n$ , entonces

$N = F \cup P^r \cup P^m \cup P^n$  y  $N^r = F \cup P^r$

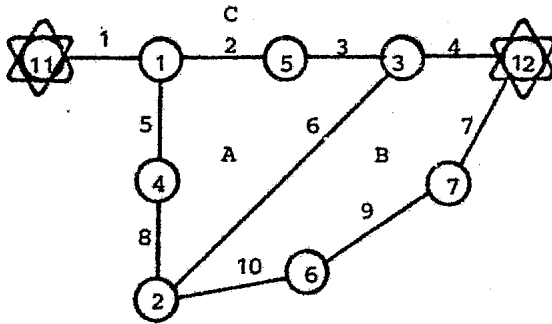
Con el fin de ilustrar la reducción del grafo, consideremos el de la figura 32B. En este grafo solo se tienen dos nodos fuente (11,12) y todos los demás son nodos pozo.

Aplicando la reducción, antes descrita al grafo de la figura 40 en el primer y segundo paso se muestran los resultados en la figura 44 a) y b) respectivamente. Como se puede observar en la figura 44 a) se eliminaron las aristas 11, 12 y 13 y  $p^n = 8, 9$  y 10 se ha eliminado, quedando solo nodos de grado mayor o igual a dos y en la figura 44 b) se ha eliminado  $p^m = 4, 5, 6, 7$  y las aristas 2, 3, 5, 7, 8 y 9, quedando representados el nodo 5 y las aristas 2 y 3 por la cadena 2, el nodo 4 y las aristas 5 y 8 por la cadena 4 y los nodos 6 y 7 con las aristas 7, 9 y 10 por la cadena 6. También las aristas 1, 4 y 6 por cadenas sin nodos intermedios 1, 3 y 5 respectivamente. Una característica importante del grafo reducido es el número de nodos y aristas que tiene, ver figura 49 b), pues es mucho menor que el grafo original, grafo reducido y más fácil determinar los p-cortes mínimos para cada nodo pozo  $E(i)$ .

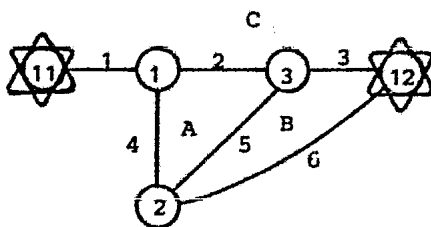
### III.3.2.3. Construcción de Grafo Dual y Determinación de los p-Cortes Mínimos en el Grafo Reducido.

Para determinar los p-cortes mínimos  $E^r(i)$  en el grafo reducido, se debe construir primero el grafo dual  $G^{r*}$  del grafo reducido  $G^r$ . Estos dos grafos son planares y conexos. La forma de construir el grafo dual es fácil si se conoce la representación del grafo reducido o el original, y tiene los siguientes pasos:

- 1) A cada faceta (ver apéndice 1), del grafo reducido  $G^r$



a) Reducción de árboles

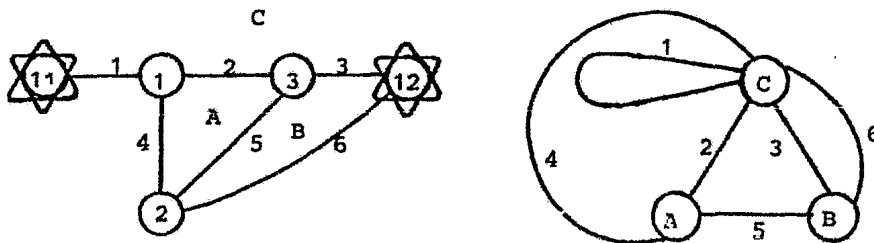


b) Reducción de cadenas

Fig. 44 Obtención del grafo reducido de la fig. 40.

se le asignará un nodo en el grafo dual  $G^{r*}$  que tendrá el mismo nombre de la faceta que representa. Para el grafo de la figura 44 b) que tiene las facetas a, b y c, figura 45 a) se le asignarán los nodos a, b y c en el grafo dual como se muestra en la figura 45 b). Una faceta es una región limitada por un ciclo elemental como se pueden ver en la figura 44 a) las facetas mencionadas.

2) A cada arista del grafo reducido se le asociará una arista en el grafo dual que unirá los nodos del grafo dual que representan las facetas de  $G^r$ . Estas aristas tendrán el mismo número de las aristas del reducido a las que están asociadas. Para el ejemplo tenemos el grafo dual de la figura 45 a) en la figura 45 b).



a) Grafo reducido  $G^r$ .

b) Grafo dual  $G^{r*}$ .

Fig. 45 Construcción del grafo dual de la figura 44 b).

La razón por la que a cada arista del grafo reducido, se le asocia una arista del grafo dual se debe a que un corte en el grafo reducido corresponde en el grafo dual a un conjunto de aristas cuya cardinalidad es igual al grado del corte. Estas aristas (en  $G^{r*}$ ) forman un ciclo elemental (ver apéndice 1), si el corte es mínimo. Además de que un p-corte mínimo puede estar formado por uno o más ciclos elementales disjuntos. Es decir un p-corte mínimo puede formarse por la unión de uno o más cortes mínimos distintos. Esta condición implica que al menos una de las facetas en el grafo dual definidas por un polígono corresponda únicamente a nodos pozo en el grafo reducido si se eliminan todas las componentes del polígono cada faceta va a ser una componente conexa. Estas propiedades ayudan a la descripción de la determinación de los cortes en el grafo reducido  $E^r$ .

#### III.3.2.3.1. Determinación de los Cortes en el Grafo Reducido.

Para determinar los p-cortes mínimos en el grafo reducido se seguirán estos pasos:

1) Identificar todos los monoángulos o lazos con sus correspondientes nodos afectados en el grafo reducido.

2) Determinar si un polígono de estos cumple con la condición "A", si es así, este corresponde a un p-corte mínimo, y se prohíbe la construcción de otros polígonos con este, pues no serían mínimos.

3) Formar todos los pares de lazos no prohibidos y encontrar todos los biángulos verdaderos. Determinar los nodos en el grafo reducido correspondientes a la faceta cuyo límite es el poliángulo considerado.

4) Hacer lo mismo que en el punto 2) para todos los biángulos encontrados.

5) Formar todas las combinaciones de lazos que contengan un lazo o pares de lazos previamente prohibidos. Formar todas las combinaciones de un lazo con un biángulo verdadero que no estén prohibidos. Buscar todos los triángulos verdaderos. Determinar todos sus nodos correspondientes en el grafo reducido como ser un monoángulo, un biángulo, un triángulo o combinaciones de los dos primeros. Un monoángulo es una arista del grafo dual que su nodo inicial y terminal es el mismo.

Un biángulo esta formado por dos aristas del grafo dual cuyos nodos inicial y terminal son los mismos.

Un triángulo esta formado por tres aristas, con cuyos nodos forman un ciclo elemental (Ver apéndice I).

Se definen como monoángulos, biángulos y triángulos los ciclos elementales o conjunto de ciclos elementales de longitud total de 1,2 y 3 componente (aristas) en el grafo dual respectivamente. Un poliángulo verdadero está formado por un ciclo

elemental y un poliángulo generalizado por combinaciones de estos. La tabla 11 muestra una clasificación de los poliángulos en el grafo dual a los p-cortes mínimos en el grafo reducido.




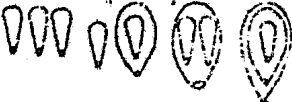


P - CORTES MÍNIMOS DE PRIMER GRADO.	P - CORTES MÍNIMOS DE SEGUNDO GRADO.		P - CORTES MÍNIMOS DE TERCER GRADO.		
MONOÁNGULOS VERDADEROS	BIÁNGULOS GENERALIZADOS	BIÁNGULOS VERDADEROS	TRIÁNGULOS GENERALIZADOS		TRIÁNGULOS VERDADEROS
UN RIZO	DOS RIZOS	UN BARRIDO	TRES RIZOS	UN RIZO + BIÁNGULO	TRIÁNGULO
					

Tabla 11 Clasificación de poliángulos en el grafo dual.

Para que un corte sea un p-corte debe cumplir con la siguiente condición que llamaremos A:

Al menos una de las facetas que está definida por un poliángulo del grafo dual corresponde únicamente a nodos pozo del grafo reducido.

Además para que un p-corte sea mínimo, debe satisfacer la siguiente condición:



El subgrafo parcial correspondiente en el grafo dual no debe incluir un subgrafo parcial que corresponda en el punto 3).

6) Si la condición "A" se cumple para cualquier triángulo, éste será un p-corte mínimo.

Enseguida se verá la forma de encontrar estos polígonos en el grafo dual. Es decir, como encontrar un lazo, un biángulo y un triángulo, tanto verdaderos como generalizados.

### III.3.2.3.2 Búsqueda de Poliángulos en el Grafo Dual.

La búsqueda de poliángulos en el grafo dual puede llevarse a cabo mediante los siguientes puntos:

1) La búsqueda de rizos consiste en la comparación de dos extremidades (nodos) de cada arista en el grafo dual. Si se da el caso en que sean iguales, la arista es un rizo, de otro modo solo se le llamará arista verdadera.

2) La búsqueda de biángulos verdaderos se puede hacer analizando todos los nodos del grafo dual uno por uno. Este análisis consiste en los siguientes pasos:

- a) Considérese un nodo y determine todos los pares de aristas verdaderas incidentes a este nodo y que no tengan un nodo ya analizado en la otra extremidad.

- b) Si las dos extremidades (nodos) de las aristas consideradas coinciden, estas aristas forman un biángulo verdadero.
- c) Después de que todos los pares de aristas de este nodo han sido analizados, se declarará este nodo como analizado.

3) La búsqueda de triángulos verdaderos se hace como en el paso 2), buscando únicamente en el paso b), para cada par de aristas que no formen un biángulo verdadero, sino una tercer arista que tenga sus extremidades coincidentes con los nodos definidos por el par.

Para el ejemplo que se ha estado estudiando (Fig.45b) definiremos los siguientes poliángulos para los nodos del grafo dual:

- a (2,4) (2,3,5) (2,5,6) (3,4,5) (3,4,6)
- b (3,6)
- c (1) (1,2,4) (1,3,6)

En el análisis se siguió el orden a,b,c. La identificación de los nodos afectados por cada poliángulo, da los resultados de la tabla 11. Debe indicarse que el conjunto de nodos afectados por su complemento debe ser un resultado apropiado. Esto es que el conjunto de su complemento posea solo nodos pozo o contenga a todos los nodos fuente. Pues por ejem.

el conjunto  $(3,4,5)$  contiene a los nodos  $1,2,11$ , en donde el  $11$  es un nodo fuente, lo cual nos lleva a que esto no es un p-corte mínimo pues no cumple con la condición "A".

POLIANGULOS	(1)	(2,4)	(3,6)	(1,2,4)	(1,3,6)	(2,3,5)	(2,5,6)	(3,4,5)	(4,5,6)
NODOS AFECTADOS	11	1,11	12	1	1,2,3	2	2,12	1,2,11	3
CALIFICACION DEL CORTE	NO ES UN P-CORTE	NO ES UN P-CORTE	NO ES UN P-CORTE	P-CORTE MINIMO	P-CORTE MINIMO	P-CORTE MINIMO	NO ES UN P-CORTE	NO ES UN P-CORTE	P-CORTE MINIMO

Tabla 12. Poliángulos y Nodos afectados por estos.

Estos resultados se resumen para el conjunto  $E^r$  y el subconjunto  $E^r(i)$  para  $i = 1$ , como se muestra en las tablas 13 y 14.

$E^r$	(1,2,4)	(1,3,6)
Nodos Afectados	1	1

Tabla 13. Cortes Mínimos en el Grafo Reducido para el Nodo 1.

Una vez determinados los p-cortes mínimos para cada nodo pozo del grafo reducido  $E^r(i)$ , pasaremos a la determinación de estos mismos en el grafo original  $E(i)$ .

Conjunto $E^r(i)$	$E^r(1)$
Conjunto de p-Cortes Mínimos	(1,2,4)(1,3,6)

Tabla 14. Conjunto de p-Cortes Mínimos en el Grafo Reducido para el Nodo Afectado 1.

#### III.3.2.4 Determinación de los p-Cortes Mínimos para los Elementos de $P^r$ en G.

Esta determinación de cortes mínimos consta de tres pasos. El primer paso es determinar los p-cortes mínimos para los nodos del grafo reducido en el grafo original; el segundo es determinar los p-cortes mínimos para los nodos pozo intermedios de cada cadena y el tercero es determinar los p-cortes mínimos para los nodos que forman árboles.

##### III.3.2.4.1 P-Cortes Mínimos para los Nodos $P^r$ Pozo del Grafo Reducido en el G Grafo Original.

Se verá primero que a cada p-corte mínimo de los nodos del grafo reducido  $C^r(j) = \{C_t^r\}^t$ , corresponde a un conjunto de p-cortes mínimos en el grafo original  $\{Ch(j)\}^h$ . Sea  $K_t$  la cadena en el grafo original correspondiente a la arista  $C_t^r$  del grafo reducido. Se denota aquí  $T$  como el conjunto de índices de  $k$ , dado que  $t \in T$  y  $\times$  es el producto cartesiano y que  $K_t = \{c \in E \mid c \in K_t\}$  se tiene que:

$$\{C_h(j)\}^h = \prod_{t \in T} K_t \text{ ----- (107)}$$

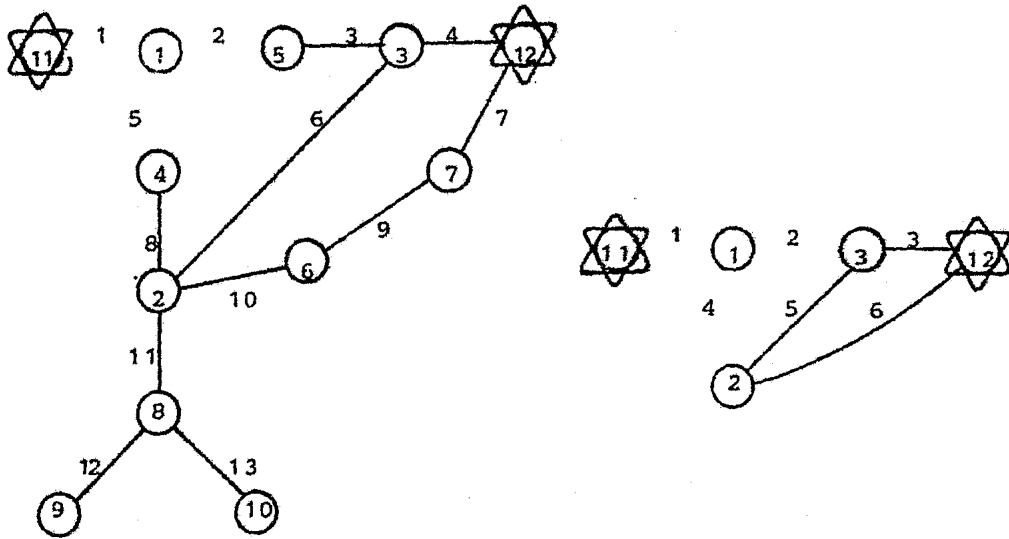
La ecuación 107 significa que cada p-corte mínimo  $C_h(j)$  para los nodos de  $G^r$ , se forma con las combinaciones de aristas de cada cadena  $K_t$  correspondiente a los cortes que afectan a dichos nodos en el grafo reducido  $C^r(j)$ . La ecuación 107 se deberá aplicar tantas veces como p-cortes mínimos en el grafo reducido tenga el nodo  $j$ . Si aplicamos la ecuación 107 al ejemplo de la figura 40, nos da los resultados de la tabla 15 para el nodo 1.

E(1)
(1,4,7)(1,4,9)(1,4,10)(1,2,5)(1,3,5)(1,2,8)(1,3,8)

Tabla 15 Conjunto de p-cortes mínimos para el nodo 1 del grafo reducido en el grafo original.

Par ilustrar como un grafo se vuelve no-conexo, ya sea el reducido o el original, se muestran en la Fig. 46a un grafo parcial desconexo por el corte (1,2,5) para el nodo 1 en el grafo original y un grafo parcial desconexo por el corte (1,2,4) para el nodo 1 en el grafo reducido en la Fig. 46b.

III.3.2.4.2 P-Cortes Mínimos para los Nodos Pozo del Grafo Original Intermedios de Cadenas.



a) Grafo original no-conexo      b) Grafo reducido no-conexo.

Fig. 46 Grafos no-conexos por p-cortes mínimos.

Ahora se considerarán los conjuntos de p-cortes mínimos para los nodos del grafo original, primero los intermedios de las cadenas  $E(e)$  y luego los que forman árboles  $E(m)$ . Cada conjunto  $E(e)$  es una función expresada por la ecuación (108) que se constituye por tres conjuntos  $Z_1, Z_2$ , y  $Z_3$  que se describen adelante, esta ecuación es:

$$E(\ell) = Z_1(\ell) \cup Z_2(\ell) \cup Z_3(\ell) \quad \text{-----} \quad (108)$$

En la ecuación de cadenas,  $K\ell$  es la única cadena cruzando  $\ell$ . Sean  $i$  y  $j$  los nodos extremidades de la cadena  $K$ , entonces  $i$  y  $j$  son nodos del grafo reducido  $EN^r$ ,  $i$  y  $j \in EN^r$  y que  $K(i, \ell)$  y  $K(\ell, j)$  sea una partición de la cadena  $K\ell$  definiendo el conjun

to de p-cortes mínimos para los nodos fuentes como el conjunto vacío  $E(u) \neq \emptyset$ ,  $u \in P$ , se tiene que:

$Z_1(\ell) = K(i, \ell) \times K(\ell, j)$  o sea es el producto cartesiano de las aristas a la izquierda del nodo considerado por las aristas a la derecha en esa cadena.

$$Z_2(\ell) = \Sigma \{ \{ C_h^*(i) \}^h \} = E^*(i), \text{ donde:}$$

$\{ C_h^*(i) \}$  se obtiene como  $\{ C_h(i) \}^h$  por la ecuación 107, usando  $K(\ell, j)$  en lugar de  $K\ell$ . Es decir a cada nodo intermedio de una cadena se le asociarán todos los cortes de la extremidad derecha de esa cadena, menos los que contengan las aristas entre el nodo considerado y el nodo extremidad.

$Z_3(\ell) = \Sigma \{ \{ C_h^*(i) \}^h \} = E^*(j)$  al igual que en  $Z_2(\ell)$  pero usando  $K(i, \ell)$  en la ecuación 108. Esto es para el nodo intermedio de una cadena se le asociarán todos los cortes del nodo de la extremidad derecha de esa cadena, menos los que contengan las aristas entre el nodo considerado y el extremidad.

Para el nodo  $\ell$  intermedio de cadena se cumple que:

$$Z_1(\ell) \cap (Z_2(\ell) \cup Z_3(\ell)) = \emptyset$$

y por lo tanto la ecuación 108 llega a ser:

$$E(\ell) = Z_1(\ell) + (Z_2(\ell) \cup Z_3(\ell)) \quad \text{--- (109)}$$

$$Z_1(\ell) \cap Z_2(\ell) = \emptyset \quad (110)$$

La expresión 110 es válida si solo si la arista estudiada está en todos los conjuntos de corte de los nodos extremidades, siendo así, se tiene que:

$$E(1) = Z_1(\ell) + Z_2(\ell) + Z_3(\ell) .$$

La tabla 16 muestra los conjuntos  $Z_1(\ell)$ ,  $Z_2(\ell)$  y  $Z_3(\ell)$  para los nodos 4 y 7 intermedios en una cadena del grafo de la figura 44 a. Así cada columna de la tabla 16 representa el conjunto de p-cortes mínimos para el nodo  $\ell$   $E(\ell)$ .

Un ejemplo de cortes incluidos en la expresión 110 es, si se considera el nodo 4 reducido en la formación de las cadenas, los nodos extremidades de la cadena a la que pertenece son el 1 y el 2. Los p-cortes mínimos que afectan el nodo 1 y 2 son el (1,4,7) (1,4,9) y (1,4,10) que también afectan al nodo 4 y son llamados cortes globales, pues ninguna de las aristas de estos cortes es parte de la cadena en la que se encuentra el nodo 4. Los cortes globales sólo se toman una vez, pues se toman de un solo nodo y se prohíben para que no se repitan, copiándose para todos los nodos intermedios de la cadena en estudio.



Nodo 1	4	7
$Z_1(1)$	(5,8)	(7,9)(7,10)
$Z_2(1)$	(1,4,7)(1,4,9)(1,4,10) (5,6,7)(5,6,9)(5,6,10)	$\emptyset$
$Z_3(1)$	(1,4,7)(1,4,9)(1,4,10) (1,2,8)(1,3,8)	(1,4,7)(5,6,7)(6,7,8)

Tabla 16. Conjuntos de p-cortes mínimos  $Z_1(1)$ ,  $Z_2(1)$ ,  $Z_3(1)$  para los nodos 4 y 7 intermedios de las cadenas del Grafo de la figura 44a.

### III.3.2.4.3. P-Cortes Mínimos para los Nodos Pozo que Forman Árboles.

Solo queda describir la forma de determinar los p-cortes mínimos para los nodos que forman árboles  $E(m)$ . Esto se hace de manera fácil, pues a cada nodo del árbol, empezando del nodo raíz hacia abajo, (para el cuál ya habrán sido determinados sus p-cortes mínimos), se le irán asociando los cortes del nodo anterior más un p-corte mínimo de grado 1 que esta formado por la arista incidente que une al nodo en cuestión con nodo anterior. Por ejemplo, para el ejemplo de la figura 40, al nodo 8 se le asociarán todos los p-cortes mínimos del nodo 2 más un p-corte mínimo que es (11), al nodo 9 se le asociarán todos los cortes del nodo 8 más uno que es el 12, para el nodo 10 también todos los cortes del nodo 8 más uno que es el 13, así

estos resultados para los nodos 8 y 9 se presentan en la tabla 17.

Nodo m	8	9
	(11)	(11)(12)
E(m)	(1,4,7)(1,4,9)(1,4,10) (5,6,7)(5,6,9)(5,6,10) (6,7,8)(6,7,9)(6,7,10)	(1,4,7)(1,4,9)(1,4,10) (5,6,7)(5,6,9)(5,6,10) (6,7,8)(6,7,9)(6,7,10)

Tabla 17. P-cortes mínimos correspondientes a los nodos 8 y 9 que forman arboles para el grafo de la figura 40.

Todo el procedimiento anterior constituye un algoritmo completo para determinar los p-cortes mínimos de hasta tercer grado en un grafo planar y conexo, con nodos pozo y nodos fuente.

### III.3.2.5 Ventajas y Desventajas

-El uso de este algoritmo puede extenderse para analizar grafos no conexos considerando cada componente como un sistema conexo por separado.

-Este método se desarrolló con el propósito de ser usado cuando la complejidad o tamaño del grafo requiere de asistencia de una computadora.

-La ventaja de no ser un algoritmo de caminos es que no se

repiten los cortes ya estudiados, lográndose además que sea un método más rápido al trabajar con el grafo reducido, en donde el número de cortes es pequeño, para después desarrollar esos cortes y obtenerlos en el grafo original.

-Es mucho más fácil obtener los p-cortes mínimos para todos los nodos pozo en este algoritmo mientras que con el de caminos es más fácil hacerlo para un solo nodo.

-Con respecto al algoritmo de caminos tiene una detección de p-cortes mínimos más rápida y no necesita obtener primero caminos mínimos.

Una desventaja es que este algoritmo solo trabaja con grafos planares, aunque generalmente los sistemas de distribución cumplen con esta condición.

En el capítulo siguiente veremos una aplicación de este algoritmo directamente a un sistema de distribución real. De esta manera podrá observarse mejor la gran ayuda que nos proporciona este algoritmo.

C A P I T U L O   I V

A P L I C A C I O N   I N F O R M A T I C A

Y

R E S U L T A D O S

#### IV.1 DESCRIPCIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE CICLOS EN EL GRAFO DUAL.

El algoritmo de ciclos en el grafo dual para obtener p-cortes mínimos de hasta grado tres e índices de confiabilidad de un sistema de distribución ha sido implementado en computadora en lenguaje Fortran. En la figura 47 se muestra un esquema jerárquico del programa principal y sus subrutinas, donde se puede observar como se categoriza en cinco niveles, que en la figura se muestran como columnas. En el primer nivel se encuentra el programa principal 1) PRIN, en el segundo nivel 15 subrutinas, en el tercero 24 subrutinas, en el cuarto 11 subrutinas y en el último 8 subrutinas que suman un total de 42 subrutinas y algunas repeticiones.

El programa principal llama a las subrutinas del segundo nivel que se describen en orden cronológico a continuación:

1.1) SLECTU (Subrutina de lectura).- Esta subrutina tiene la función de leer e imprimir los datos de la configuración del grafo a analizar para su chequeo.

1.2) SIVEC (Subrutina de inicialización de vectores).- En esta subrutina se inicializan los vectores como el grado de cada nodo y el vector de correspondencia nodo-aristas incidentes. Además de

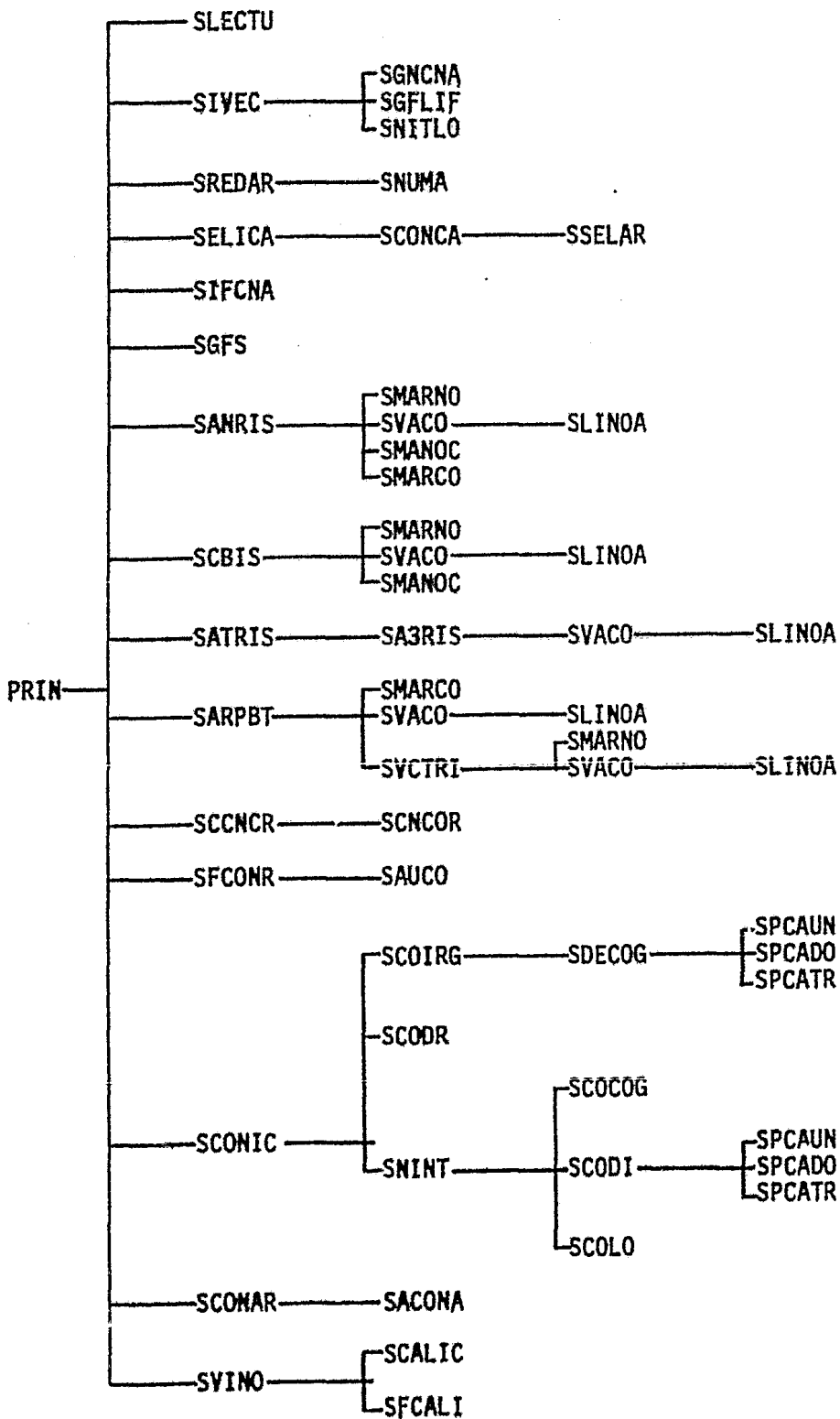


Fig. 47 Diagrama del programa de computadora del algoritmo de ciclos en el grafo dual.

los vectores lógicos que servirán en la eliminación de nodos y aristas al hacer la reducción del grafo original. Esta subrutina llama a:

1.2.1) SGNCNA

1.2.2) SGFLIF

1.2.3) SNITLO

que se describen a continuación.

1.2.1) SGNCNA (Subrutina grado de los nodos, correspondencia nodos-aristas).- Aquí se determina el grado de cada nodo y el vector de correspondencia nodos - aristas incidentes a cada nodo.

1.2.2) SGFLIF (Subrutina grado de las facetas, lista de aristas adyacentes a cada faceta).- Aquí se determina el grado de cada faceta y el vector de correspondencia facetas - aristas adyacentes a cada faceta.

1.2.3) SNITLO (Subrutina nodo inicial y terminal de cada arista y vectores lógicos).- Aquí se construyen los vectores que permiten encontrar el nodo inicial o terminal de una arista según la orientación que ésta tenga. Además se inicializan los vectores lógicos de nodos y aristas que se usarán en la reducción del grafo.

1.3) SREDAR (Subrutina de reducción de árboles).- En esta subrutina se hace la primera reducción al grafo en estudio, donde

se eliminan los árboles existentes. Sólo si hay eliminación de árboles se llama a:

1.3.1) SNUMA (Subrutina para numerar árboles).- Donde se hace la lista de aristas y nodos eliminados en la reducción llevando un orden cronológico.

1.4) SELICA (Subrutina eliminación de cadenas).- Aquí se hace la segunda reducción del grafo, eliminando todos los nodos pozo de grado dos. Esto se lleva a cabo con la ayuda de la subrutina:

1.4.1) SCONCA (Subrutina para la construcción de cadenas).- La construcción de una cadena se inicia y se termina en un nodo fuente o en un nodo pozo de grado mayor o igual a tres. Desde uno de éstos nodos se construyen tantas cadenas como aristas incidentes tenga. Al hacer ésta reducción se hace el vector de correspondencia cadena - arista que la forman al ser eliminadas. Después de haber iniciado la cadena y encontrar que el nodo siguiente es de grado dos, se llama a:

1.4.1.1) SSELAR (Subrutina de selección de la arista siguiente).- En donde se busca la arista incidente al nodo considerado y su nodo extremidad siguiente, preguntando si se trata de un nodo fuente o de grado mayor o igual a tres, si ésta condición se cumple la cadena se termina y si no la cadena continúa construyéndose hasta cumplir con ésta condición.



1.5) SIFCNA (Subrutina de identificación de facetas y correspondencia nodos - aristas en el grafo reducido).- Aquí se identifican la faceta a la derecha y a la izquierda de cada arista del grafo reducido y se construye un vector de correspondencia nodos-aristas incidentes a cada nodo en el grafo reducido y el vector facetas - aristas adyacentes a cada faceta en el grafo reducido que servirá en la formación del grafo dual.

1.6) SGFS (Subrutina para la formación del grafo dual).- En ésta subrutina se determina el grafo dual a partir del grafo reducido, obteniéndose el vector de correspondencia nodos - aristas incidentes a cada nodo en el grafo dual, para luego proceder a hacer la búsqueda de poliángulos.

1.7) SANRIS (Subrutina para analizar rizados).- En ésta subrutina se buscan todos los monoángulos (rizos) que existan en el grafo. Si se encuentra un rizo se llaman a las subrutinas siguientes:

1.7.1) SMARNO

1.7.2) SVACO

1.7.3) SMANOC

1.7.4) SMARCO

Es decir, cada rizo tendrá que pasar por el proceso que se describe a continuación:

1.7.1) SMARNO (Subrutina para marcar nodos afectados por un corte).- En donde se marcan todos los nodos afectados por un rizo.

1.7.2) SVACO (Subrutina para validar un corte).- Aquí se determina si un corte es un p-corte mínimo preguntando si todos los nodos afectados son nodos pozo o si todos los nodos fuente están dentro del corte. Si por el contrario, no sucede esto, el corte solo se le denominará como "válido" para utilizarlo en la formación de poliángulos de grado superior. Si el corte es un p-corte mínimo se llama a:

1.7.2.1) SLINOA (Subrutina para listar los nodos afectados por un p-corte mínimo).- Aquí se hace una lista de todos los nodos afectados por un p-corte mínimo. Para este caso sería un rizo, el cual se prohibiría para evitar una búsqueda de poliángulos de mayor grado que lo contengan, pues no serían p-cortes mínimos.

Si el corte no es un p-corte mínimo sin pasar por Slinoa se llama a:

1.7.3) SMANOC (Subrutina para marcar nodos afectados por un corte válido).- En ésta subrutina se enlistan los nodos afectados por un corte válido. Esta lista se utilizará en el momento de formar los poliángulos generalizados como por ejemplo una pareja de rizos.

1.7.4) SMARCO (Subrutina para marcar los nodos afectados por una pareja de rizos).- Se investigan los poliángulos generalizados formados por una pareja de rizos válidos, marcandose los nodos afectados por este tipo de cortes. Cada uno de éstos cortes pasará por el proceso mencionado antes, al llamar a la subrutina SVACO, de donde si se trata de un p-corte mínimo se enlistan todos los nodos afectados en SLINOA, prohibiendo ésta pareja de rizos para combinaciones posteriores.

1.8) SCBIS (Subrutina para la construcción de biángulos).- En ésta subrutina se hace la búsqueda de biángulos verdaderos. Estos cortes pasan por el mismo proceso por el que pasan los rizos, pue se llama a las subrutinas descritas anteriormente:

1.8.1) SMARNO

1.8.2) SVACO

1.8.2.1) SLINOA

1.8.3) SMANOC

Esto es se marcan los nodos afectados por el corte (1.8.1), se valida el corte (1.8.2), si es un p-corte mínimo los nodos afectados se enlistan en SLINOA y si no es un p-corte mínimo los nodos afectados se enlistan en 1.8.3 .

1.9) SATRIS (Subrutina para analizar tripletas de rizos).- Esta subrutina se encarga de analizar los triángulos generalizados formados por tres rizos. Una vez encontrado un corte de este tipo se elimina si contiene un p-corte mínimo (una pareja de rizos), si

no es eliminado se llama a:

1.9.1) SA3RIS (Subrutina para analizar tres rizados).- Aquí se analiza cada combinación puedan tener la tripleta de rizados: encontrada en SATRIS y se marcan los nodos afectados por este tipo de corte. Estos cortes pasan por el proceso de validación SVACO y si es un p-corte mínimo por SLINOA para enlistar los nodos afectados.

1.10) SARPBT (Subrutina para analizar rizados más biángulos y triángulos).- Esta subrutina tiene dos funciones, la primera es la búsqueda de triángulos generalizados formados por un rizo más un biángulo válidos, y la segunda es la búsqueda triángulos verdaderos. Para la primera función se llama a las subrutinas:

1.10.1) SMARCO

1.10.2) SVACO 1.10.2.1) SLINOA

las que ya se describieron antes, siendo la única diferencia en SMARCO se marcan los nodos afectados por la combinación de un rizo más un biángulo válidos.

La segunda función es encontrar los triángulos verdaderos, para lo cual se llama a:

1.10.3) SVCTRI (Subrutina para validar a un corte triángulo).- En donde se buscan los cortes que son triángulos verdaderos, y al ser

encontrado un corte de este tipo se pasa por el proceso ya descrito llamando a las subrutinas:

1.10,3,1) SMARNO

1.10.3.2) SVACO

1.10.3.2.1) SLINOA

1.11) SCCNCR (Subrutina para la construcción de la correspondencia nodos - cortes en el grafo reducido).- Esta subrutina tiene la función de formar el vector de correspondencia nodo-cortes que lo afectan en el grafo reducido. En ésta subrutina solo se separan los cortes por su grado y al llamar a:

1.11.1) SCNCOR (Subrutina para formar la correspondencia nodos -cortes).- Aquí se le asocian a cada nodo del grafo reducido todos los cortes que lo afectan.

1.12) SFCNCR (Subrutina formación de la correspondencia nodos -cortes ).- En ésta subrutina se desarrollan los cortes de cada nodo del grafo reducido en función de todas las aristas que forman cada corte. Este desarrollo se lleva a cabo para cortes de primer y segundo grado y en:

1.12.1) SAUCO (Subrutina auxiliar en cortes).- Se desarrollan los cortes de tercer grado, mediante el producto cartesiano de las aristas que forman cada cadena del corte.

Ya con los cortes para todos los nodos del grafo reducido es más fácil obtener los cortes para los otros nodos como se describe a continuación.

1.13) SCONIC (Subrutina para los cortes de los nodos intermedios de las cadenas).- En ésta subrutina se obtienen los cortes para los nodos intermedios de las cadenas, auxiliada por las subrutinas:

1.13.1) SCOIRG

1.13.2) SCODR

1.13.3) SNINT

1.13.1) SCOIRG (Subrutina para cortes por la izquierda y cortes globales de una cadena).- Para cada cadena se analiza si tiene cortes comunes a los nodos terminales (globales) y se analiza si existen cortes para los nodos intermedios por parte del nodo terminal izquierdo.

1.13.1.1) SDECOG (Subrutina para desarrollar cortes globales).- Aquí se desarrollan los cortes globales para cada cadena con la ayuda de las subrutinas:

1.13.1.1.1) SPCAUN

1.13.1.1.2) SPCADO

1.13.1.1.3) SPCATR

1.13.1.1.1) SPCAUN (Subrutina para realizar el producto cartesiano de una cadena).- Aquí se desarrolla el corte de grado 1 formado por una sola cadena en el total de aristas que la forman.

1.13.1.1.2) SPCADO (Subrutina para realizar el producto cartesiano de dos cadenas).- En ésta subrutina se hace el producto cartesiano de las dos cadenas que forman el corte de segundo grado considerado, en función de sus aristas.

1.13.1.1.3) SPCATR (Subrutina para realizar el producto cartesiano de tres cadenas).- En ésta subrutina se hace el producto cartesiano de tres cadenas que forman un corte en función de sus aristas.

1.13.2) SCODR (Subrutina para cortes por la derecha).- Aquí se determinan los cortes para los nodos intermedios de una cadena que pertenecen al nodo terminal del extremo derecho de la cadena.

1.13.3) SNINT (Subrutina para asociar cortes a los nodos intermedios).- Esta subrutina asocia todos los p-cortes mínimos obtenidos antes a los nodos intermedios de cada cadena, con la ayuda de:

1.13.3.1) SCOCOG

1.13.3.2) SCODI

1.13.3.3) SCOLO

1.13.3.1) SCOCOG (Subrutina para copiar los cortes globales).-

Aquí se copian los cortes globales para cada nodo de la cadena que se obtuvieron en SCOIRG.

1.13.3.2) SCODI (Subrutina para copiar cortes por la izquierda y por la derecha).- En ésta subrutina se copian los cortes por la derecha y por la izquierda que correspondan a cada nodo intermedio de una cadena, desarrollándolos con la ayuda de las subrutinas:

1.13.3.2.1) SPCAUN

1.13.3.2.2) SPCADO

1.13.3.2.3) SPCATR

que ya se describieron anteriormente.

1.13.3.3) SCOLO (Subrutina para cortes locales).- Aquí se determinan los cortes locales para cada nodo intermedio de la cadena, éstos cortes se forman solo con aristas de la cadena en cuestión.

1.14) SCONAR (Subrutina de cortes para los nodos que forman árboles).- En ésta subrutina se determinan los p-cortes mínimos para los nodos que forman árboles. Esta subrutina llama a:

1.14.1) SACONA (Subrutina para asociar cortes a los nodos que forman árboles).- Aquí se le asocian los cortes del nodo predecesor al nodo en estudio y por último en SCONAR se determina



el corte local para este nodo que está formado por la arista que lo une con su nodo predecesor.

1.15) SVINO (Subrutina para valuar los índices de confiabilidad de cada nodo).- Esta subrutina tiene la siguiente estructura:

1.15.1) SCALIC

1.15.2) SFCALI

En esta subrutina solo se calculan los índices totales para el sistema, como el costo total de la energía no suministrada y el índice de fallas por año para el sistema en general.

1.15.1) SCALIC (Subrutina para calcular los índices por corte).- Se calculan los índices de confiabilidad de cada p-corte mínimo de cada nodo pozo.

1.15.2) SFCALI (Subrutina para finalizar el cálculo de índices).- En donde se calculan los índices de confiabilidad totales para cada nodo del grafo.

Una vez con todos los índices de todos los nodos ya se pueden calcular los índices del sistema, lo que se lleva a cabo en SVINO. Con esto queda concluida la descripción de la implementación del algoritmo de ciclos en el grafo dual en computadora.

#### IV.2 ANALISIS COMPARATIVO DEL ALGORITMO DE CAMINOS CON EL ALGORITMO DE CICLOS EN EL GRAFO DUAL.

Aquí se presenta una aplicación a un sistema de distribución de los algoritmos descritos anteriormente. El ejemplo se tomó de la referencia 32, reportado por el Dr. Oliveira, pues para este ejemplo se cuenta con los datos necesarios y representa un punto de comparación entre los dos algoritmos. El sistema a analizar se muestra en la figura 48. Para aplicar el algoritmo de ciclos en el grafo dual, se obtiene primero el grafo modelador del sistema, el grafo se muestra en la figura 49.

Para el análisis se requieren los datos de la configuración del grafo, éstos se dan en la tabla 18. En ésta tabla se tiene que:

NUNOC = número de nodos pozo .

NUNOF = número de nodos fuente.

NUARG = número de aristas del grafo.

NUARE = número de aristas de entrada (aristas que inciden en nodos fuente).

NUFA = número de facetas.

FAD (i) = faceta a la derecha de la arista "i".

FAI (i) = faceta a la izquierda de la arista "i".

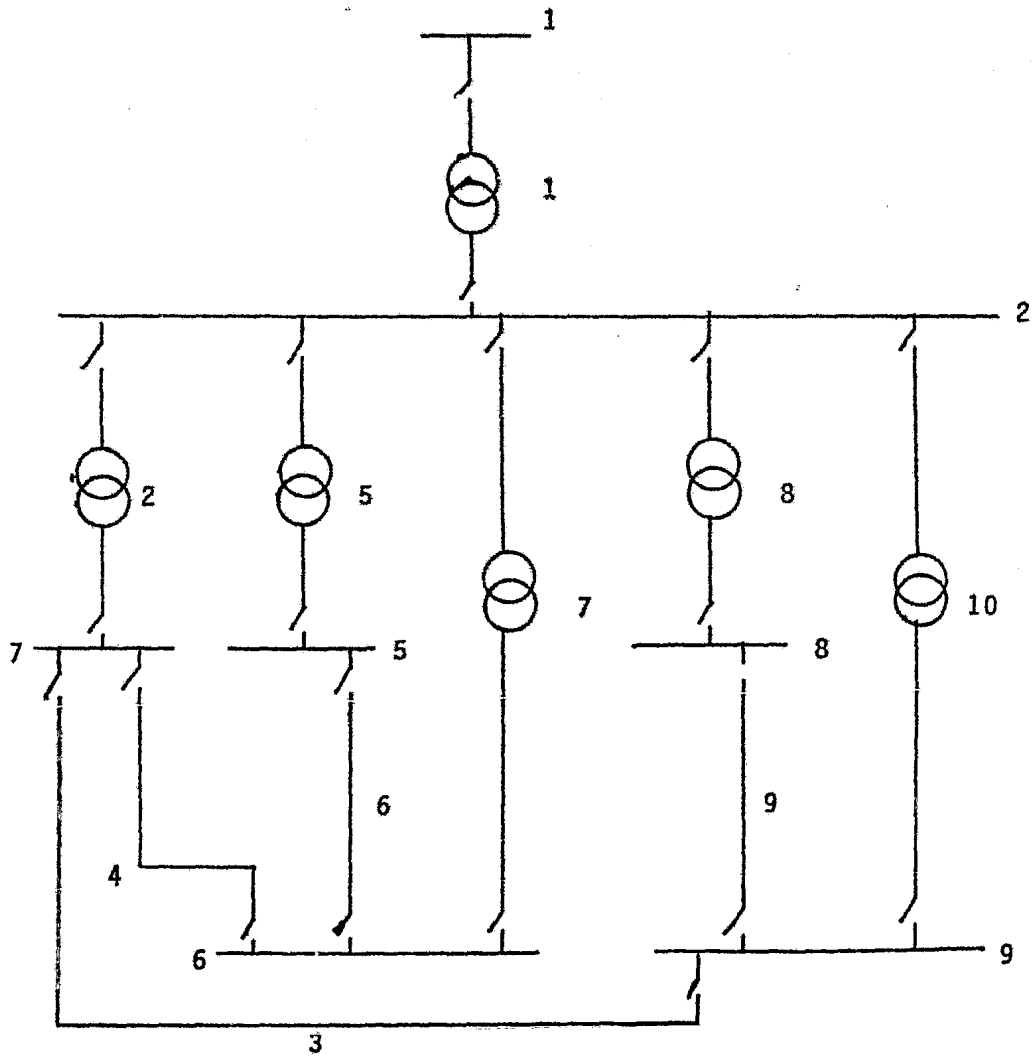


Fig. 48 Sistema de distribución de energía eléctrica típico.

$MGI(i)$  = nodo inicial de la arista "i".

$MGT(i)$  = nodo terminal de la arista "i".

A cada arista se le da una orientación arbitraria para poder distinguir los vectores  $FAD$ ,  $FAI$ ,  $MGI$  y  $MGT$ .

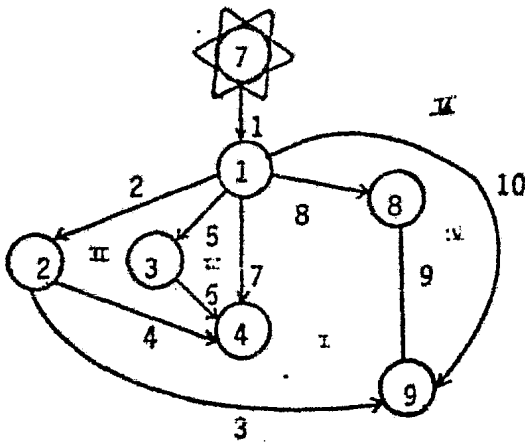


Fig. 49 Grafo asociado al sistema de la figura 48.

TABLEAU DES DONNEES DU SYSTEME DE LA FIGURE 48.

ARISTE	NODE INITIAL	NODE TERMINAL	ORIENTATION
1	7	1	↓
2	1	2	↙
3	4	9	↘
4	2	4	↘
5	3	4	↘
6	2	4	↘
7	1	4	↓
8	1	8	↘
9	8	9	↓
10	9	1	↖

Tabla 18 Datos de la configuración del grafo de la figura 49.

Para obtener los índices de confiabilidad del sistema se requieren los parámetros de confiabilidad de las componentes del sistema, es decir, los asociados a cada nodo y a cada arista del grafo modelador. Estos parámetros se presentan en la tabla 19, donde:

$LAN(i)$  = frecuencia de salidas de la componente "i" en  
( número de salidas/año ).

$R(i)$  = tiempo promedio de reparación de la componente  
"i" en ( años ).

$D(i)$  = demanda promedio total del circuito "i" en (Kwh).

Los resultados obtenidos al aplicar el algoritmo de ciclos en el grafo dual se presentan a continuación. En la tabla 20 se muestran los p-cortes mínimos para cada nodo del grafo. En esta tabla se pueden distinguir tres partes, pues se obtienen primero los p-cortes mínimos para los nodos del grafo reducido (vector COCONO), enseguida los p-cortes mínimos para los nodos intermedios de las cadenas (vector COCORN) y por último para los nodos que forman árboles. Como sólo se tienen cortes de hasta tercer grado, a cada corte se le asigna un espacio de tres dígitos, razón por la cual para los cortes de segundo grado una de sus componentes es cero y para los cortes de primer grado, dos de sus componentes son cero.

TABLE 19. RELIABILITY DATA OF THE SYSTEM OF FIGURE 48 FOR ITS MODELING GRAPH.

TABLE 20. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 21. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 22. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 23. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 24. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 25. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 26. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 27. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 28. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 29. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 30. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 31. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 32. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 33. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 34. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 35. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 36. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 37. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 38. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 39. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 40. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 41. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 42. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 43. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 44. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

TABLE 45. MINIMUM P-CUTS FOR THE GRAPH OF FIGURE 49.

Tabla 19 Datos de confiabilidad del sistema de la figura 48 para su grafo modelador.

TABLE 20  
TABLE 21  
TABLE 22  
TABLE 23  
TABLE 24  
TABLE 25  
TABLE 26  
TABLE 27  
TABLE 28  
TABLE 29  
TABLE 30  
TABLE 31  
TABLE 32  
TABLE 33  
TABLE 34  
TABLE 35  
TABLE 36  
TABLE 37  
TABLE 38  
TABLE 39  
TABLE 40  
TABLE 41  
TABLE 42  
TABLE 43  
TABLE 44  
TABLE 45

Tabla 20 P-cortes mínimos para el grafo de la figura 49.

Hay otra característica que se puede notar y es que los cortes están orientados, es decir, algunas de sus aristas tienen signo negativo y a las demás se les considera positivo. Esto se hace con el fin de ayudar más rápido el conjunto de nodos afectados por un p-corte mínimo pues el corte se orienta de manera que sus aristas apuntan siempre hacia el interior del corte.

En esta tabla se puede ver el grado de conexidad de cada nodo, en base a los cortes asociados que tiene cada uno. Por ejemplo el nodo 1 ( bus 2 en el sistema ) es el más conexo, pues solo es afectado por un corte ( 1,0,0 ) que aunque es de grado uno , este corte es común para todos los nodos . Un nodo de pobre conexidad es por ejemplo el nodo 5 ( bus 8 ) pues lo afectan tres cortes, uno de grado uno, uno de grado dos y uno de grado tres.

Los cortes que tienen una mayor probabilidad de ocurrencia son los de grado uno y si se da el caso en que los parámetros de confiabilidad de las componentes del sistema son similares, este tipo de cortes son los que representan la mayor contribución a las frecuencias de salidas de las componentes del sistema.

En la tabla 21 presentada a continuación se dan los índices de confiabilidad obtenidos en base a los p-cortes mínimos ya determinados. En la tabla 21 al bus 2 le corresponde el nodo 1, al bus 7 el nodo 2, al bus 5 el nodo 3, al bus 6 el nodo 4, al bus 8 el nodo 5 y al bus 9 el nodo 6. Los resultados se especifican de la manera siguiente

en la tabla:

$LAF(i)$  = frecuencia total de salidas esperada del nodo "i"  
( no. de salidas/ año).

$RF (i)$  = tiempo promedio total de reparación esperado del no  
do "i" ( años ).

$U (i)$  = tiempo promedio total esperado de salida del nodo  
"i" ( años ).

Pot no sum (i)= energía no suministrada para el nodo "i" (KW)

Costo Nodo(i)= costo de la energía no suministrada al nodo  
"i" ( \$ ).

Costo total = costo total de la energía no suministrada ( \$ ).

FSS = frecuencia de salidas del sistema (no. de salidas/año)

DPTESS= duración promedio total esperada de salidas del sistem  
a ( años ).

Tabla 21 Indices de confiabilidad para el sistema de la figura 48.



Los nodos que tienen más cortes de grado uno y dos, son como se puede observar los que tienen más altas frecuencias de salida, no siendo así su tiempo de reparación, pues es más rápido reparar o reemplazar una componente que varias. Este es por ejemplo el caso del nodo 5, que al compararlo con el nodo 1 se tiene:

Nodo	LAF (salidas/año)	RF (horas)	Costo (\$)
1	0.1400000	19.54	10,134.00
5	0.1980179	16.47	12,079.47

Se ve que para el nodo 5 la cantidad de energía no suministrada es mayor que para el nodo 1 y por lo tanto también su costo. Se obtuvieron además los índices de confiabilidad totales del sistema que son:

FSS = 0.1855622 salidas/año

DPTSS = 0.0019794 años = 16.75 hrs.

COSTO TOTAL = \$ 70 265.33

El mismo ejemplo se analizó con el algoritmo de caminos, cuyos resultados son reportados en la referencia 32 como se muestran en la tabla 22.

Los resultados obtenidos por el algoritmo de ciclos en el grafo dual son muy cercanos a los reportados en la tabla 22, pues la

BUS	LAF (salidas/año)	RF (horas)
2	0.14	24.286
5	0.19057	20.494
6	0.19	20.526
7	0.19	20.526
8	0.19057	20.494
9	0.19	20.526

Tabla 22 Resultados obtenidos del algoritmo de caminos para el sistema de la figura 48.

mayor diferencia es del orden del 4.2% para las frecuencias de salida y de 4.5 horas en los tiempos de reparación. Estas diferencias se deben principalmente a que la modelación utilizada no fue hecha con el fin de analizar este tipo de sistemas, sino de sistemas de mayor magnitud como el presentado a continuación de la ciudad de Chihuahua, pero de todas maneras como se ve la aproximación es muy cercana aún siendo la modelación y las fórmulas para el cálculo de índices sencillos. Otra razón de la existencia de las diferencias es que el análisis presentado por el Dr. Cliveira se tomaron factores de mantenimiento y en el análisis hecho con el algoritmo de ciclos en el grafo dual no.

Una característica importante es el tiempo usado de cpu (unidad de procesamiento central de la computadora) que para el ejemplo se reporta en una máquina CDC 7600 de 3 segundos y con el algoritmo de ciclos en el grafo dual en una computadora VAX-11780 fué de sólo 0.27 segundos. Esto da una idea de la rapidez del nuevo algoritmo de ciclos en el grafo dual para analizar un sistema de distribución. La cantidad de memoria necesaria es comparable en los dos algoritmos pues para el de caminos se reportó la cantidad de 15K palabras y para el de ciclos en el grafo dual se necesitó la cantidad de 14.9K palabras, siendo 7285 palabras la cantidad de memoria ocupada por el código del programa.

#### **IV.3 ANALISIS DE CONFIABILIDAD DEL SISTEMA DE DISTRIBUCION DE LA CIUDAD DE CHIHUAHUA.**

Aquí se aplicarán todos los conceptos vistos en los capítulos anteriores al sistema de distribución de la ciudad de Chihuahua, pero para este caso no se toma en cuenta la red de subtransmisión. Los datos siguientes dan una idea de la magnitud de esta ciudad:

Población	242 530 habitantes
Superficie	40 Km <sup>2</sup>
Habitantes por localidad	15 253
Densidad	6 394 habitantes/Km <sup>2</sup>

(Datos obtenidos de la Conferencia Latino-Americana de electrificación rural 23 -27 de noviembre de 1981, Acapulco, Gro. Mex.)

A continuación se presenta el diagrama unifilar del sistema de distribución de la ciudad de Chihuahua en la figura 50, en la que se puede observar la conexidad y complejidad del sistema. Aplicando la modelación descrita en el capítulo III se obtiene el grafo modelador presentado en la figura 51. Aquí se puede ver la diferencia mencionada en el punto anterior IV.2 pues en este diagrama no aparecen transformadores, solo líneas e interruptores.

Como se observa de la figura 51 se tiene un grafo muy conexo en donde se pueden distinguir cuatro nodos fuente 44,45,46 y 47, 43 nodos pozo numerados del 1 al 43 y 60 aristas. Los datos requeridos de la configuración del sistema para hacer el análisis de cortes se dan en la tabla 23, en donde se utilizan las variables ya descritas anteriormente.

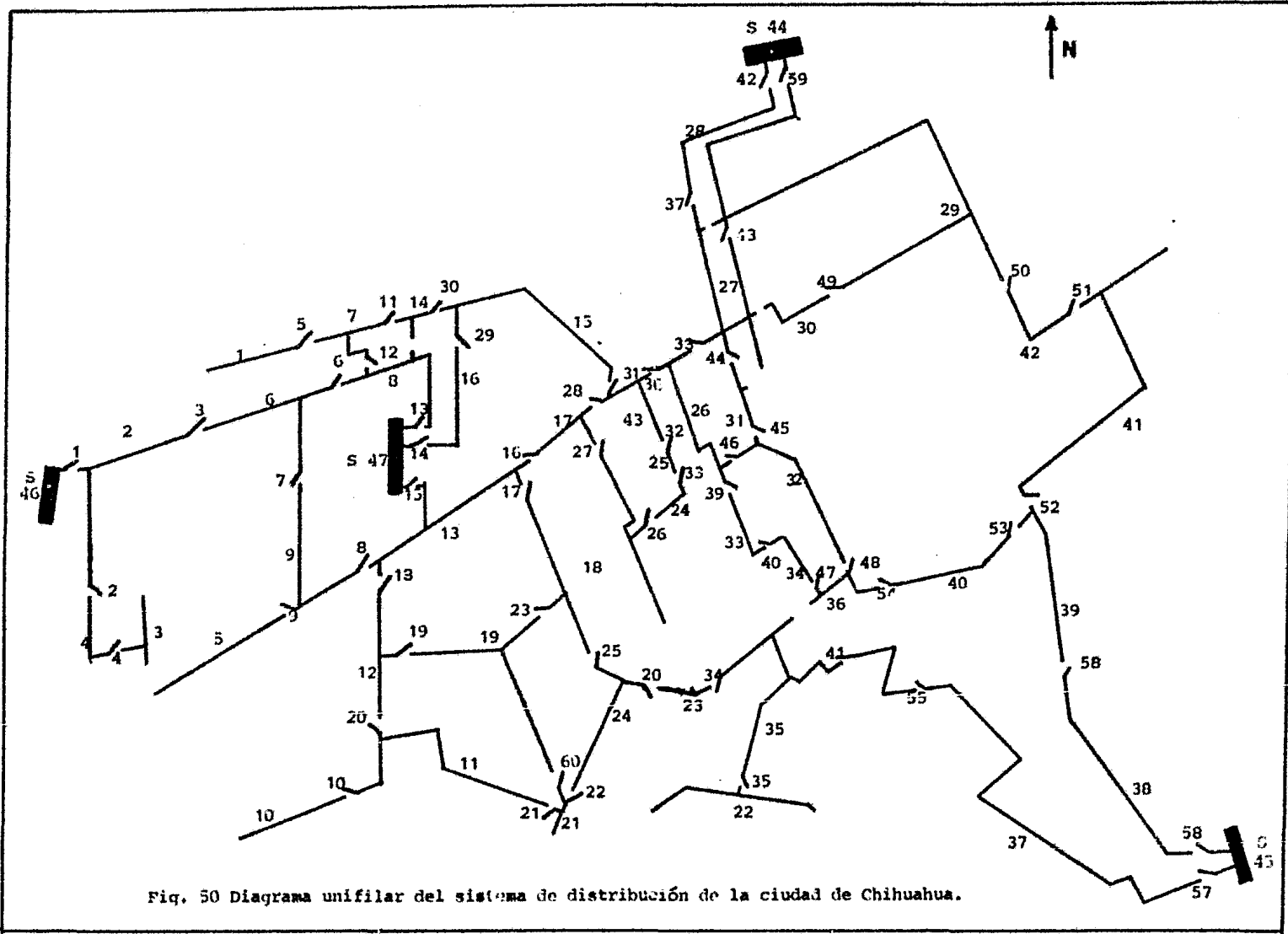


Fig. 50 Diagrama unifilar del sistema de distribución de la ciudad de Chihuahua.

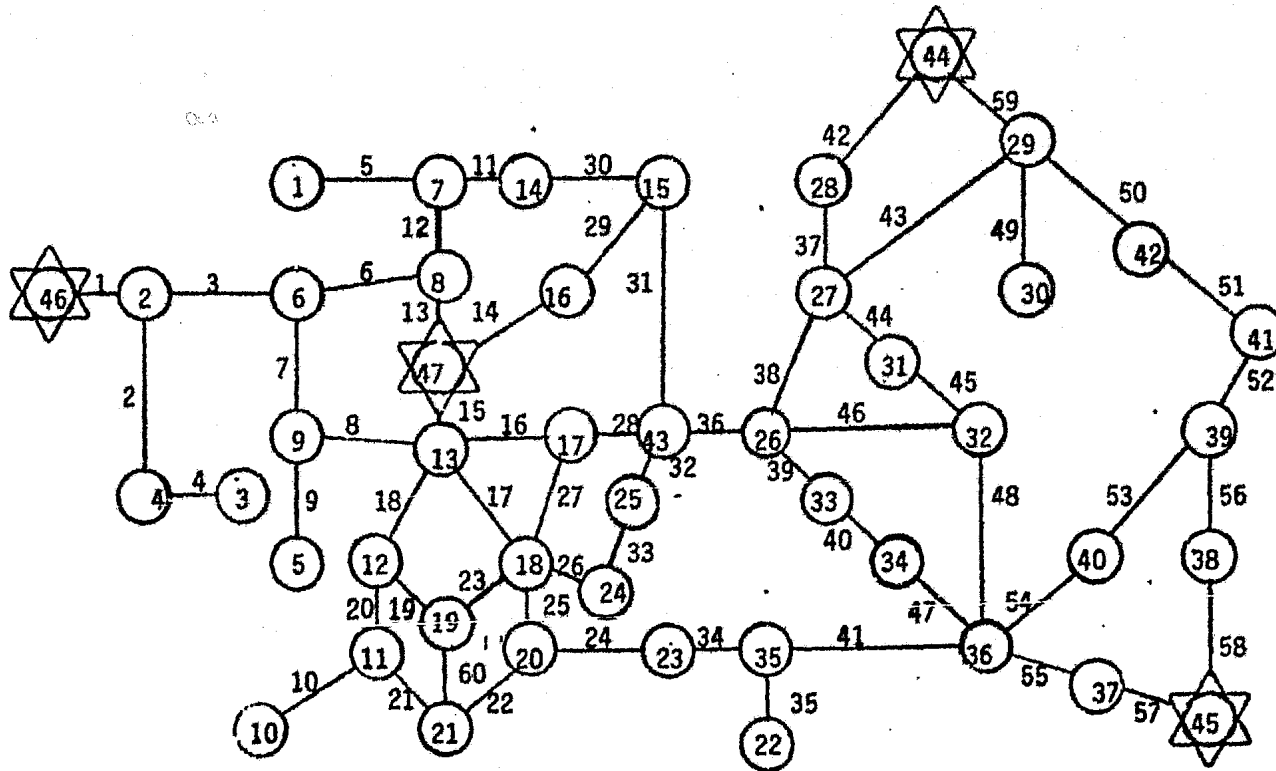


Fig. 51 Grafo modelador del sistema de la figura 50

```

*****SUBGRUPO SUBGRUPO SUBGRUPO SUBGRUPO*****
UNION:UNION:UNION:UNION:UNION:UNION:UNION:UNION:
  42      43      44      45      46      47      48      49      50      51      52      53      54
VECTOR FAD  10  15  16  17  18  19  20  21  22  23  24  25  26
VECTOR FAD   3   4   5   6   7   8   9  10  11  12  13  14  15
VECTOR FAD   5   6   7   8   9  10  11  12  13  14  15  16  17
VECTOR FAD  10  12  13  14  15  16  17  18  19  20  21  22  23
VECTOR FAD  14  15  16  17  18  19  20  21  22  23  24  25  26
VECTOR FAY  15  16  17  18  19  20  21  22  23  24  25  26  27
VECTOR FAY   2   3   4   5   6   7   8   9  10  11  12  13  14
VECTOR FAY   6   7   8   9  10  11  12  13  14  15  16  17  18
VECTOR FAY  11  12  13  14  15  16  17  18  19  20  21  22  23
VECTOR FAY   1  14  15  16  17  18  19  20  21  22  23  24  25
VECTOR HGI  46  47  48  49  50  51  52  53  54  55  56  57  58
VECTOR HGI  47  48  49  50  51  52  53  54  55  56  57  58  59
VECTOR HGI  17  18  19  20  21  22  23  24  25  26  27  28  29
VECTOR HGI  33  34  35  36  37  38  39  40  41  42  43  44  45
VECTOR HGI  39  40  41  42  43  44  45  46  47  48  49  50  51
VECTOR HGI   1   4   5   6   7   8   9  10  11  12  13  14  15
VECTOR HGI  14  15  16  17  18  19  20  21  22  23  24  25  26
VECTOR HGI  18  42  43  44  45  46  47  48  49  50  51  52  53
VECTOR HGI  34  76  77  78  79  80  81  82  83  84  85  86  87
VECTOR HGI  40  41  42  43  44  45  46  47  48  49  50  51  52
*****SUBGRUPO SUBGRUPO SUBGRUPO SUBGRUPO*****

```

Tabla 23 Datos de la configuración del grafo de la figura 51.

Los datos de confiabilidad requeridos para los nodos y aristas LAN, R y D ya descritos se proporcionan en la tabla 24.

Ya con todos éstos datos se procede a aplicar el algoritmo de ciclos en el grafo dual. Como primer paso se tiene la reducción del grafo obteniéndose el grafo reducido mostrado en la figura 52. Es importante observar que el número de nodos en el grafo reducido es mucho menor que en el grafo original, 17 y 43 respectivamente y que también el número de aristas en el grafo reducido es mucho menor que en el grafo original, pues pasan de ser 60 a solo 34, por lo que el grafo reducido es más sencillo y fácil de manejar para la obtención de p-cortes mínimos.

Con el grafo reducido se puede obtener el grafo dual y una vez con éste se procede a la búsqueda de poliángulos. Para el grafo reducido se pueden encontrar 27 poliángulos, de los cuales solo 12 son p-cortes mínimos. En el análisis para todo el grafo completo se pueden llegar a encontrar hasta 459 poliángulos, pero al prohibir combinaciones de cortes válidos innecesarias solo se encuentran 154 poliángulos de los cuales solo 71 son p-cortes mínimos. Esto nos da a conocer una característica del algoritmo y es que maneja un número reducido de combinaciones de cortes válidos sin repetir ningún corte, lo cual viene a reducir el tiempo de análisis. Los resultados obtenidos con los p-cortes mínimos para cada nodo se presentan en la tabla 25, con las variables ya descritas.



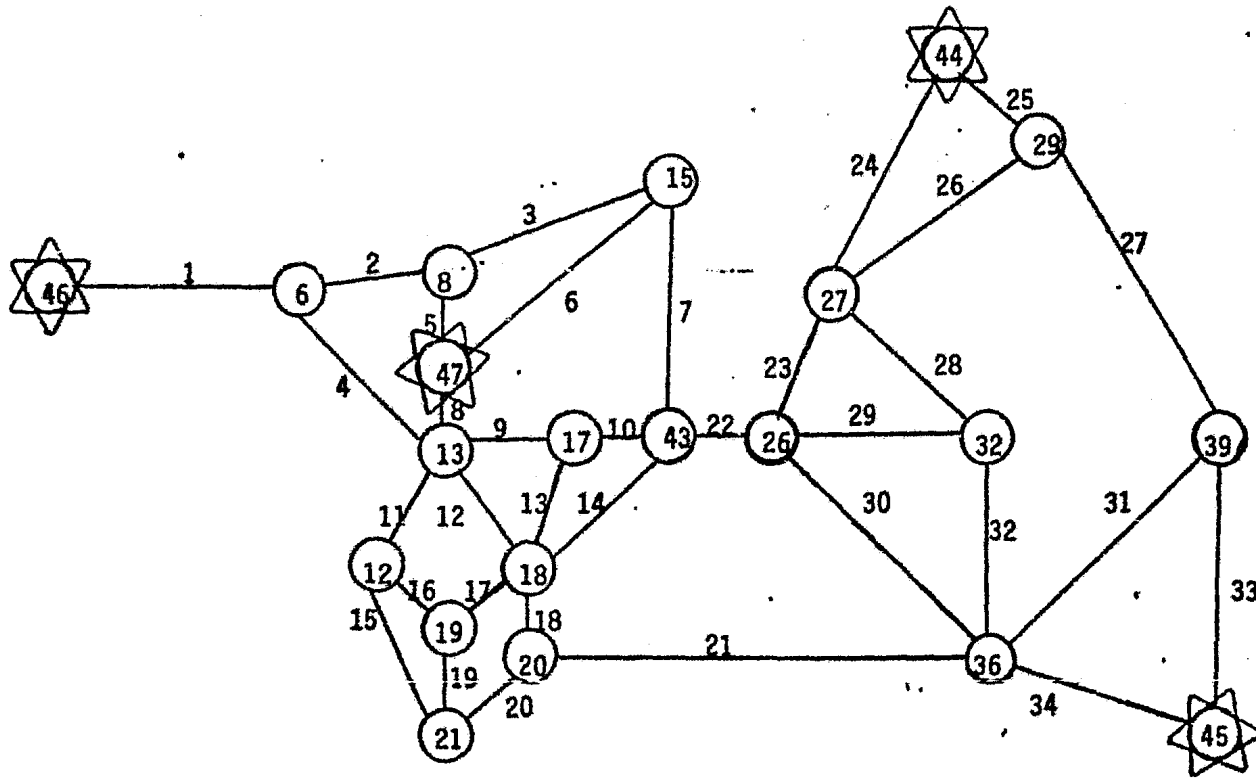


Fig 52 Grafo reducido del grafo de la figura 51



Con los parámetros de confiabilidad (tabla 24) y con los p-cortes mínimos obtenidos se aplica la última fase del algoritmo que es la evaluación de los índices de confiabilidad. En la tabla 26 se presentan los resultados del análisis realizado a este sistema.

En la tabla 26 se puede observar que para el nodo 3 se espera el mayor número de salidas por año, esto se debe a su pobre conectividad, pues como se ve en la tabla 25 este nodo es afectado por dos cortes de grado tres, un corte de grado dos y dos cortes de grado uno. Aquí se ve como para este caso los cortes de menor grado son los que tienen una mayor contribución al índice de frecuencia de salidas, pues se cita el caso del nodo 38 que tiene 20 cortes de grado tres y solo un corte de grado dos, sin embargo su frecuencia de salidas es menor que para el nodo 3 ( $LAF(3)+0.5280076$  salidas/año y  $LAF(38)= 0.0380078$  salidas/año), sin embargo los tiempos de reparación se comportan en forma inversa pues es más rápido reparar una sola componente que tres.

De la energía no suministrada esperada la cantidad mayor la representa el nodo 1 (155.203 Kw.) pues como se puede observar es un nodo que tiene cuatro cortes de tercer grado, dos de segundo grado y uno de primer grado, es por lo tanto también el que tiene el mayor costo de la energía no suministrada. De todo esto se puede deducir que los nodos más expuestos a fallar son los que forman árboles, pues son los que tienen las tasas de falla más altas, por lo que se les considerará para un posible refuerzo. Enseguida de éstos, los nodos

[The following text is extremely faint and largely illegible due to low contrast and scan quality. It appears to be a multi-column list or ledger, possibly containing names, dates, and numerical values. The text is organized into several vertical columns across the page.]

[Illegible text in the first column]

[Illegible text in the second column]

[Illegible text in the third column]

[Illegible text in the fourth column]

[Illegible text in the fifth column]

[Illegible text in the sixth column]

[Illegible text in the seventh column]

[Illegible text in the eighth column]

[Illegible text in the ninth column]

[Illegible text in the tenth column]

[Illegible text in the eleventh column]

[Illegible text in the twelfth column]

[Illegible text in the thirteenth column]

[Illegible text in the fourteenth column]

[Illegible text in the fifteenth column]

[Illegible text in the sixteenth column]

[Illegible text in the seventeenth column]

[Illegible text in the eighteenth column]

[Illegible text in the nineteenth column]

[Illegible text in the twentieth column]

[Illegible text in the twenty-first column]

[Illegible text in the twenty-second column]

[Illegible text in the twenty-third column]

[Illegible text in the twenty-fourth column]

[Illegible text in the twenty-fifth column]

[Illegible text in the twenty-sixth column]

[Illegible text in the twenty-seventh column]

[Illegible text in the twenty-eighth column]

[Illegible text in the twenty-ninth column]

[Illegible text in the thirtieth column]

```

#####PR SUBRUTINA SUYNO #####
INDICE LAF 0.2680425 0.030078 0.528078 0.280078 0.280078 0.030000 0.030000 0.030000 0.030000 0.030000
INDICE LAF 0.0300197 0.0240000 0.0300000 0.0300000 0.0300000 0.030000 0.030000 0.030000 0.030000 0.030000
INDICE LAF 0.0200000 0.2980376 0.0080446 0.0300000 0.0300000 0.030000 0.030000 0.030000 0.030000 0.030000
INDICE LAF 0.0080247 0.0240000 0.0080367 0.0300000 0.0300000 0.030000 0.030000 0.030000 0.030000 0.030000
INDICE LAF 0.0600533 0.0266670 0.0280000 0.0300000 0.0300000 0.030000 0.030000 0.030000 0.030000 0.030000
INDICE RF 0.0001756 0.0005739 0.0001717 0.0001987 0.0002097 0.0005750 0.0005750 0.0005750 0.0005750 0.0005750
INDICE RF 0.0005787 0.0004631 0.0005750 0.0005750 0.0005750 0.0005750 0.0005750 0.0005750 0.0005750 0.0005750
INDICE RF 0.0005790 0.0002216 0.0004609 0.0004615 0.0005737 0.0004630 0.0004630 0.0005750 0.0005750 0.0005750
INDICE RF 0.0004618 0.0005790 0.0004607 0.0004612 0.0005785 0.0005790 0.0005750 0.0005750 0.0005750 0.0004625
INDICE RF 0.0005784 0.0005778 0.0004630 0.0005750 0.0005750 0.0005750 0.0005750 0.0005750 0.0005750 0.0005750
INDICE U 0.0000471 0.0000206 0.0000906 0.0000556 0.0000603 0.0000185 0.0000545 0.0000107 0.0000127 0.0000107
INDICE U 0.0000208 0.0000111 0.0000174 0.0000070 0.0000237 0.0000065 0.0000104 0.0000070 0.0000117 0.0000151
INDICE U 0.0000116 0.0000461 0.0000937 0.0000056 0.0000073 0.0000111 0.0000054 0.0000151 0.0000117 0.0000104
INDICE U 0.0000037 0.0000139 0.0000028 0.0000037 0.0000027 0.0000127 0.0000073 0.0000107 0.0000117 0.0000053
INDICE U 0.0000347 0.0000151 0.0000130 0.0000130 0.0000130 0.0000130 0.0000130 0.0000130 0.0000130 0.0000130
POT NO SUM 155.20307922 58.62795639 40.49535370 36.54836685 114.02646637 31.26744672 3.77471946 19.33534174
POT NO SUM 11.71796417 38.73881149 20.04879692 4.96437488 16.43303727 7.02504348 72.11912361 3.43576813
POT NO SUM 6.29931688 26.14761353 8.52081971 22.67729950 15.09779453 129.56788630 0.77778145 0.30112304
POT NO SUM 1.56114626 4.41071172 12.07008679 11.58036237 80.63756019 34.57446940 1.42540941 17.81957831
POT NO SUM 0.75433073 1.15223479 43.16265488 19.15581131 150.89921914 26.61435990 21.23796654 0.37055290
POT NO SUM 70.40283966 26.37490944 1.66203666 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000
COSTO NOBO 1552.031 586.280 404.954 365.484 1140.265 312.674 37.947 187.797
COSTO NOBO 117.180 387.388 202.688 49.643 164.330 72.257 782.193 34.359
COSTO NOBO 62.993 261.476 85.208 226.773 150.978 1295.679 7.273 28.511
COSTO NOBO 15.411 44.107 120.201 115.804 806.336 345.340 14.254 178.136
COSTO NOBO 7.563 11.522 431.627 191.358 1508.982 266.144 512.380 30.205
COSTO NOBO 704.028 263.349 15.420 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000
COSTO TOTAL 14435.277
FRECUENCIA DE SALIDAS DEL SISTEMA 0.1416776
DURACION PROM. TOTAL DE SALIDAS DEL SISTEMA 0.0002694
#####PR SUBRUTINA SUYNO #####

```

Tabla 26 Indices de confiabilidad para el sistema de distribución de la ciudad de Chihuahua.

que también son de pobre conexidad son los nodos intermedios de una cadena y por último aquéllos que aunque son nodos de grado mayor o igual a tres son afectados por muchos p-cortes mínimos.

En general se puede decir que éste es un sistema que tiene una confiabilidad aceptable ya que la frecuencia total de salidas esperada del sistema es de 0.1416776 salidas por año y la duración promedio total esperada de salidas del sistema es de 2.28 horas, siendo el costo de la energía no suministrada total, bastante bajo. Estos índices se pueden mejorar si se refuerzan los puntos de carga débiles del sistema.

Este ejemplo da una idea de la magnitud de los problemas que este algoritmo puede manejar en tiempos de cpu pequeños, por ejemplo para este caso se obtuvo un tiempo de 0.57 seg., el cuál es muy pequeño si se toma en cuenta la magnitud y complejidad que representa este problema. Sería interesante analizar otro sistema real más complejo por medio de este algoritmo, pero debido a la falta de tiempo para hacer más aplicaciones no fué posible.

#### **IV.4 CARACTERISTICAS DEL ALGORITMO DE CICLOS EN EL GRAFO DUAL**

El programa implementado con el algoritmo de ciclos en el grafo dual se probó con varios ejemplos pequeños ficticios; con lo que se obtuvo que presenta una característica aproximadamente lineal de la magnitud de los diferentes ejemplos con respecto al tiempo de cpu.

Esto es porque cada ejemplo tiene diferente número de nodos pozo, de nodos fuente, de aristas, de facetas, etc. Esto se resume en la tabla 27, en donde a cada ejemplo se le dió el nombre del archivo de datos con que se identifica en la computadora. Para la tabla 27 se tiene que:

NUNOC = número de nodos pozo  
 NUNOF = número de nodos fuente  
 NUARG = número de aristas en el grafo.  
 NUARE = número de aristas de entrada  
 NUFA = número de facetas  
 $U^r$  = número de aristas en el grafo reducido  
 NP = número de p-cortes mínimos  
 NPE = número de nodos pozo eliminados  
 T = tiempo de cpu en segundos  
 EM = espacio en memoria ( K palabras )

Con éstos datos se puede hacer una gráfica por ejemplo de una de éstas variables contra el tiempo de cpu que sea representativa del trabajo realizado por el algoritmo. A continuación se presenta una gráfica del número de aristas en el grafo reducido contra el tiempo de cpu utilizado en cada ejemplo en la figura 53.

De la figura 53 se puede ver como el algoritmo tiene una característica aproximadamente lineal de la magnitud de cada ejemplo con respecto al tiempo utilizado de cpu. Aunque existen casos alejados

No.	Ejemplo	NUNOC	NUNOF	NUARG	NUARE	NUFA	U <sup>r</sup>	NP	NPE	T	EM
1	LIT	1	3	0	3	1	3	1	0	0.12	7093
2	LEE	4	2	2	5	3	5	5	2	0.13	7384
3	LES	10	1	11	1	3	5	12	7	0.2	7642
4	LEN	4	2	5	2	3	7	7	7	0.17	7410
5	LEGCM	10	2	13	5	8	21	9	2	0.2	8038
6	LEPCA	15	4	16	4	3	9	24	11	0.29	7723
7	LEGM	13	2	19	4	10	15	11	2	0.23	7937
8	LEG	17	4	26	8	15	34	12	0	0.26	8283
9	LEB	43	4	52	8	15	34	71	34	0.57	9897

Tabla 27 Características de ejemplos analizados con el algoritmo de ciclos en el grafo dual.



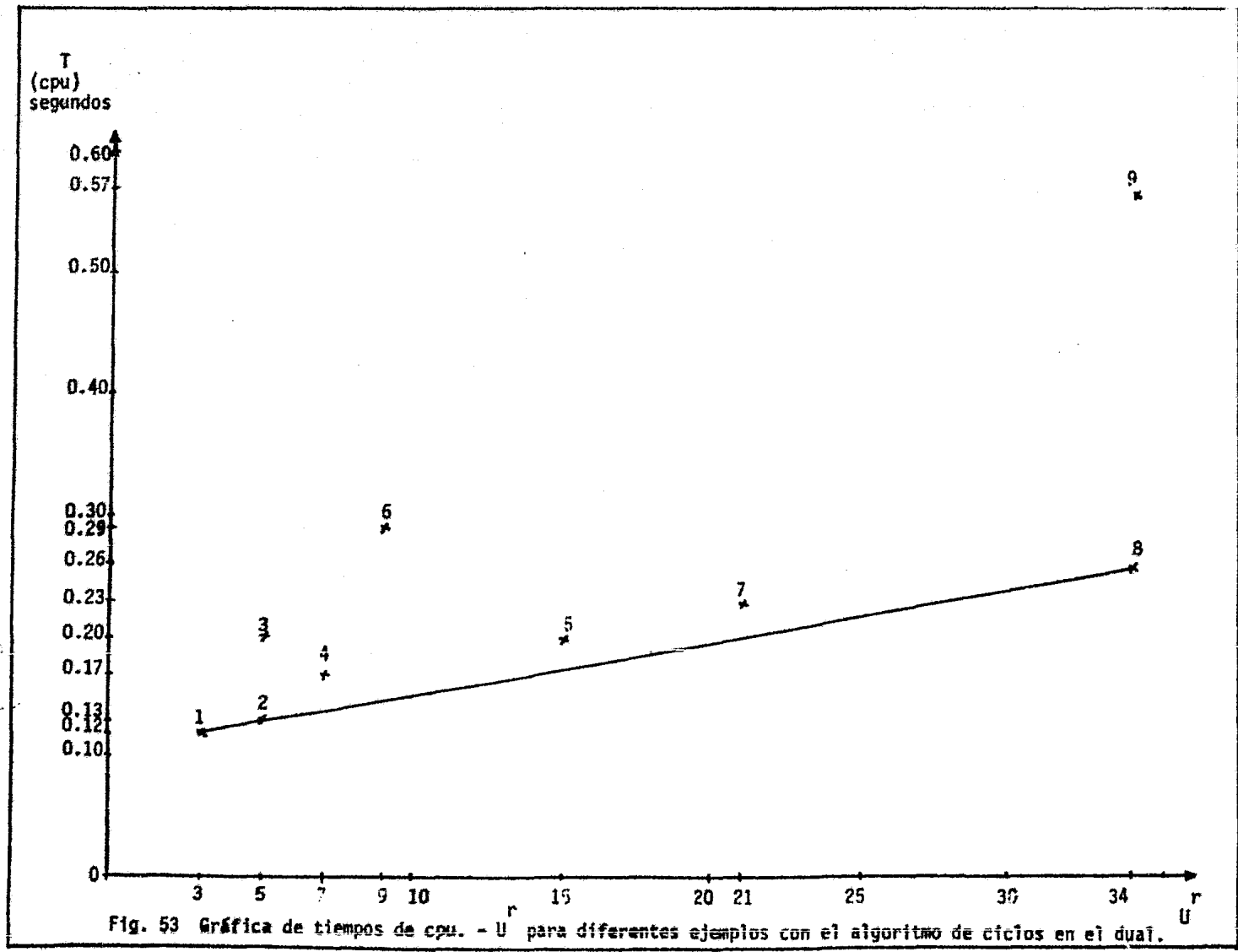


Fig. 53 Gráfica de tiempos de cpu. - U para diferentes ejemplos con el algoritmo de ciclos en el dual.

de la recta, pero ésto se debe a que tienen características especiales. Estos casos son por ejemplo el denominado LES (3), pues para éste caso el número de cortes es grande comparado con los ejemplos LEE (2) y LEN (4) cuyas características son cerca nas a LES; LEPCA (6) se aleja de la recta debido a que el número de cortes está también muy grande comparado con los otros ejemplos de magnitud similar, siendo por ésto que tarda un poco más en analizarse. Un último caso es el de la ciudad de Chihuahua LEB (9), pero el tiempo que tarda se debe a la gran cantidad de cortes y a la gran cantidad de nodos y aristas que tiene que manejar y que no se puede comparar con ningún otro. Por los demás ejemplos, se puede decir que el algoritmo tiene una tendencia lineal.

En éste caso se está manejando solo un parámetro  $U^r$ , pero se puede hacer una función bastante compleja que involucre muchas variables, aunque esto llevaría a analizar un universo de ejemplos para poder establecer relaciones con diferentes factores, no siendo necesario pues la gráfica de la figura 53 es representativa del comportamiento del algoritmo ante la magnitud de un ejemplo y el tiempo que se requiere para analizarlo.

Con éstas características se puede decir que el algoritmo de ciclos en el grafo dual puede analizar sistemas de distribución de magnitud y complejidad grandes, lo que no es

posible hacer con el algoritmo de caminos. El tiempo de cpu utilizado es mayor por parte del algoritmo de caminos y también el trabajo realizado al hacer el análisis de cada punto de carga (nodo), pues no existe una relación entre los nodos al hacer la búsqueda de p-cortes mínimos, mientras que en el algoritmo de ciclos en el grafo dual si se tiene una relación que se aprovecha al máximo. Esto es, se determinan primero los cortes para los nodos del grafo reducido, que al ser este grafo más pequeño se facilita el análisis. Para los nodos intermedios de cadenas y los que forman árboles se deducen sus p-cortes mínimos de los obtenidos para los nodos del grafo reducido, agilizando ésta parte del algoritmo. Esto se puede observar mejor para el ejemplo de la ciudad de Chihuahua, pues la cantidad de caminos que se pueden encontrar para cada nodo es grande, no siendo tan grande la cantidad de cortes que hay, pues existen nodos que no tienen cortes. Para éstos nodos el algoritmo de caminos tendrá que encontrar dichos caminos y procesarlos para saber si hay o no p-cortes mínimos, y para el caso de los que no tienen todo este análisis habrá sido inútil, gastando un tiempo de análisis que podría aprovecharse en el cálculo de índices.

Por lo que respecta a la cantidad de memoria necesaria para uno y otro algoritmo es muy similar y no se considera grande si se toma en cuenta la magnitud de los ejemplos

que se pueden analizar, pues para el ejemplo de la ciudad de Chihuahua solo se utilizó la cantidad de 9897 palabras de memoria más 7285 palabras que corresponden al código del programa. Estas características y resultados del programa muestran la eficiencia y rapidez del algoritmo desarrollado para obtener todos los p-cortes mínimos de grado uno, dos y tres y para evaluar la confiabilidad de un sistema de distribución de magnitud grande.

## C O N C L U S I O N E S

Como se refirió anteriormente, el principal objetivo de éste trabajo es la evaluación de la confiabilidad de un sistema de distribución, es decir, la obtención de los índices de confiabilidad de los puntos de carga y de los índices del sistema en general. La aproximación desarrollada para resolver el problema del análisis de confiabilidad se puede resumir de la siguiente forma:

\_ Definición de los diagramas de estado de las componentes del sistema.

\_ Determinación de los conjuntos de p-cortes mínimos de los puntos de carga.

\_ Cálculo de los índices de confiabilidad de los puntos de carga.

\_ Cálculo de los índices de confiabilidad del sistema.

Este procedimiento descrito a grandes rasgos y en forma simple, llega a ser extremadamente complejo cuando se aplica a sistemas reales.

En los dos primeros capítulos se han expuesto algunos de los problemas más importantes de los sistemas de distribución relacionados con la evaluación de su confiabilidad

en el proceso de planeación y se han dado algunas ideas para atacar dichos problemas.

Se introdujeron algunas consideraciones para llegar a un compromiso entre el grado de exactitud y la facilidad de obtención de los resultados del análisis posterior en el proceso de planeación. La modelación descrita en el capítulo III, se hizo con el objetivo principal de estudiar sistemas de grandes dimensiones y alta complejidad, por lo que no es muy detallada. Se hicieron también otras suposiciones que son clásicas en la literatura (20) para calcular los índices de confiabilidad, tales como considerar que las distribuciones de probabilidad de falla de las componentes son exponenciales.

Se formó un concepto importante para definir los eventos independientes de falla en ésta aplicación que se denominaron p-cortes mínimos. El algoritmo presentado en el capítulo III es una nueva herramienta para la obtención de todos los p-cortes mínimos asociados a los nodos pozo de un grafo planar con nodos pozo y nodos fuente. Este grafo es usado para modelar un sistema de distribución. A grandes rasgos, los pasos a seguir para evaluar la confiabilidad de un sistema por medio del algoritmo mencionado son:

- \_ Modelación del sistema por medio de un grafo
- \_ Reducción del grafo

- \_ Uso del grafo dual para la obtención de los p-cortes mínimos.
- \_ Obtención de los índices de confiabilidad

Este algoritmo tiene la ventaja de poseer una complejidad lineal que hace que un problema sea tratable. Al comparar el algoritmo de ciclos en el grafo dual con el de caminos se encontraron algunas diferencias como son que el algoritmo de ciclos en el grafo dual ataca un problema global en vez de problemas independientes como en el algoritmo de caminos, lo que repercute en varios aspectos como son:

- El tiempo de cpu usado por el algoritmo de ciclos en el grafo dual es menor.
- Aunque los dos algoritmos se hicieron para atacar problemas de complejidad y magnitud grandes que requieren de la asistencia de una computadora, para el algoritmo de caminos el número de éstos crece exponencialmente con respecto al número de componentes, lo que representa una limitante, mientras que no sucede es to en el algoritmo de ciclos en el grafo dual pues no utiliza caminos.
- Otra ventaja del algoritmo de ciclos en el grafo dual es el uso del grafo reducido, pues es más fácil trabajar con éste y más rápida la búsqueda de los p-cortes mínimos. Una vez

obtenidos los p-cortes mínimos en el grafo reducido se podrán obtener todos los p-cortes mínimos para todos los nodos pozo, o si se solicita solo para algunos de estos nodos.

- Los resultados obtenidos por uno y otro algoritmo fueron muy similares, no obstante que para el algoritmo de ciclos en el grafo dual se utilizaron fórmulas más sencillas y no se incluyeron los efectos por mantenimiento para la evaluación de los índices de confiabilidad. El espacio en memoria ocupado por uno y otro algoritmos es comparable. Este espacio no es grande si se toma en cuenta la magnitud de los sistemas a analizar, aún para el ejemplo de la ciudad de Chihuahua que se analizó en el capítulo IV con el nuevo algoritmo (ciclos en el grafo dual).

Los valores de los índices de confiabilidad como son las tasas de falla y los tiempos medios de reparación generalmente tienen una contribución despreciable por parte de los cortes de tercer grado en presencia de cortes de primero y segundo grado. Un índice importante que también se obtuvo es la cantidad de energía no suministrada y su costo para cada punto de carga y para el sistema en general, éste es el resultado primordial para hacer un análisis comparativo de dos o más sistemas en base a una función económica que



considere los costos de inversión y de operación de estos sistemas para decidir cuál de ellos es más confiable y económico.

Los índices de confiabilidad obtenidos en este trabajo se calcularon en base a un criterio de pérdida total de continuidad de servicio, pero se da la iniciativa para que este análisis sea complementado con índices que sean capaces de cuantificar la confiabilidad de un sistema de distribución con un criterio que incluya las restricciones de capacidad de las componentes del sistema, éste será un trabajo interesante a desarrollar en futuras investigaciones.

Para finalizar, en base a los resultados obtenidos, se puede concluir que el nuevo algoritmo de ciclos en el grafo dual presentado en esta tesis tiene buenas cualidades y responde a los requerimientos que un proceso de planeación demanda en lo que respecta a los resultados que debe arrojar un análisis de confiabilidad. También para este nuevo algoritmo se ven aplicaciones en otras áreas en donde se aplique la teoría de cortes mínimos, como por ejemplo en redes de transmisión o en análisis de árboles de fallas.



APENDICE I

## APENDICE I

## TEORIA DE GRAFOS

La teoría de grafos es una rama de las matemáticas que tiene una amplia aplicación práctica. Numerosos problemas que surgen en diversos campos como Psicología, Química, Ingeniería Eléctrica, Planeación de transporte, Administración, mercados y educación se pueden modelar por medio de un grafo y usar Teoría de Grafos para su resolución. Porque ésta teoría no es para una sola área de interés, sino que unifica las bases de muchas áreas, pudiendo compartir, ampliar y extender las experiencias y resultados de una área a otra.

El crecimiento de la teoría de grafos viene a partir a partir de los últimos años del siglo XIX y principios del presente con avances motivados por la teoría molecular y la teoría eléctrica. Por los años cincuenta, el campo de aplicación de esta teoría ha tomado dos direcciones esenciales diferentes; los aspectos algebraicos de la teoría de grafos y aspectos de optimización de la misma. Más tarde tuvo un gran avance con el advenimiento de las computadoras y el descubrimiento de las técnicas de programación lineal.

Se verá ahora que es y en que consiste un grafo. Un grafo es la forma de modelar un sistema para su análisis. En este caso en particular el sistema que se representa es de distri

bucción de energía eléctrica y el modelo servirá para resolver los problemas que estos sistemas presentan. En teoría de grafos, un grafo es un conjunto de puntos y un conjunto de flechas, con cada flecha uniendo un punto con otro. Los puntos pueden representarse en un plano o si se prefiere sin ninguna localización física específica. Las flechas se pueden describir como líneas rectas o curvas que unen un punto con otro. Los puntos son llamados nodos del grafo, y las flechas son llamadas arcos del grafo. Por ejemplo los nodos del grafo mostrado en la figura A1 son a,b,c y d y los arcos del mismo son 1,2,3,4,5 y 6.

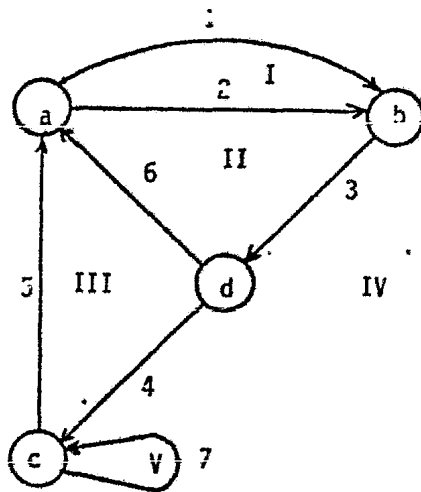


Fig. A1 Esquema de un Grafo.

Nótese que puede haber más de un arco uniendo un mismo par de puntos como en el caso de los arcos 1 y 2 uniendo los nodos a y b.

El conjunto de nodos de un grafo se denota generalmente

por  $X$ , y el conjunto de arcos de un grafo por  $U$ . Por ejemplo para el grafo de la figura A1  $X = (a,b,c,d)$  y  $U = \{1,2,3,4,5,6\}$ .

El arco 5 que va del nodo  $c$  al  $d$  es de la forma  $(c,d)$  que se escribe como  $5 = (c,d)$ . El arco 1 va del nodo  $a$  al  $b$  que similarmente se puede describir como  $1 = (a,b)$ . Nótese que puede haber más de un arco uniendo un mismo par de nodos, como en el caso de los arcos 1 y 2 uniendo los nodos  $a$  y  $b$ . En este trabajo sólo se considerarán conjuntos finitos de  $X$  y  $U$ .

Formalmente, un grafo  $G$  está definido por el par  $(X,U)$ , donde:

1)  $X$  es un conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  de elementos llamados nodos, y.

2)  $U$  es una familia  $\{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  de elementos del producto cartesiano  $X \times X$  llamados arcos. Esta familia frecuentemente se denotará por el conjunto  $U = \{1, 2, \dots, m\}$  de sus índices. Un elemento  $(x,y)$  de  $X \times X$  puede aparecer más de una vez en esta familia. Un grafo en que ningún elemento de  $X \times X$  aparece más de  $p$  veces es llamado un  $p$ -grafo.

A continuación se presenta una recopilación de las definiciones más utilizadas en la Teoría de Grafos.

**Orden de un Grafo.** El orden de un grafo es el número de nodos en el grafo. El orden del grafo de la figura A1 es 6.

Rizo, Lazo o Bucle. Un rizo es un arco de  $G$  de la forma  $(x,x)$ . Para un arco  $u = (x,y)$ , el punto  $x$  es llamado su nodo inicial, y el punto  $y$  es llamado su nodo terminal. Por ejemplo, un rizo es el arco 7 en la figura A1 cuyo nodo inicial y nodo terminal coinciden ( $c$ ). El nodo  $y$  es llamado sucesor del nodo  $x$ , si hay un arco que tiene a  $x$  como su nodo inicial y a  $y$  como su nodo terminal  $(x,y)$ . Similarmenete el nodo  $y$  es predecesor del nodo  $x$ , si hay un arco de la forma  $(y,x)$ .

Si en un grafo  $G = (X,U)$ , cada arco  $u_i = (x,y)$  determina una línea uniendo  $x$  y  $y$ . Dicha línea, sin especificación de su dirección, se le llama arista y es denotada por  $c_i = (x,y)$ . La familia  $(c_1, c_2, \dots, c_m)$  de aristas de  $G$  se denota por su conjunto de índices  $C = \{1, 2, \dots, m\}$ .

Si las direcciones de las flechas en el grafo no se especifican, se tendrá el par  $(x,c)$  en lugar de  $(x,u)$ . Dicho par  $(x,c)$  es llamado multigráfo o grafo no dirigido.

Un multigráfo es llamado grafo simple si:

- 1) no tiene rizados
- 2) no más de una arista une dos nodos

Arcos adyacentes, aristas adyacentes. Dos arcos (o dos aristas) son llamados adyacentes si ellos tienen al menos un punto terminal en común. Por ejemplo en la figura A2 las aristas 1 y 2 son adyacentes, pues ambas tienen como punto común al

nodo b.



Fig. A2 Aristas adyacentes

**Arista incidente a un nodo.** Se dice que una arista incidente a un nodo, si este es el punto de donde parte la arista. Por ejemplo la arista 1 en la fig. A3 es incidente al nodo a.

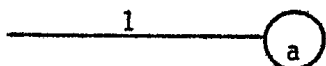


Fig. A3 Arista incidente a un nodo.

**Grado de un nodo.** El grado de un nodo es igual al número de aristas con  $x$  como su punto terminal. Cada rizo será contado dos veces.

**Nodo aislado.** Se le llama a un nodo aislado, si su grado es igual a cero.

**Nodos Adyacentes.** Se dice que dos nodos son adyacentes si

existe una arista que los una. Por ejemplo los nodos a y b son adyacentes pues los une la arista 1 como se observa en la figura A4.

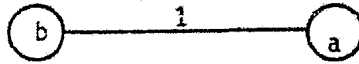


Fig. A4 Nodos adyacentes.

Arista incidente a un conjunto  $A \subset X$ . Considérese que A y B son dos subconjuntos disjuntos de X. Si el nodo inicial de una arista c llega a A, y el nodo terminal de la arista c no pertenece a A, entonces se dice que la arista c es incidente a A.

Grafo completo. Un grafo completo es aquel en el que todos sus nodos son adyacentes.

Subgrafo de G generado por  $A \subset X$ . El subgrafo de G generado por A, es el grafo  $G_A$  cuyos nodos son los nodos de A y sus aristas son las aristas de G que tienen sus extremidades en A. Por ejemplo en la figura A6 se muestra un subgrafo del grafo de la figura A5.

En el capítulo III se puede observar que un p-corte mínimo define un subgrafo y las componentes del corte son las aristas incidentes al conjunto A definido como el subgrafo.



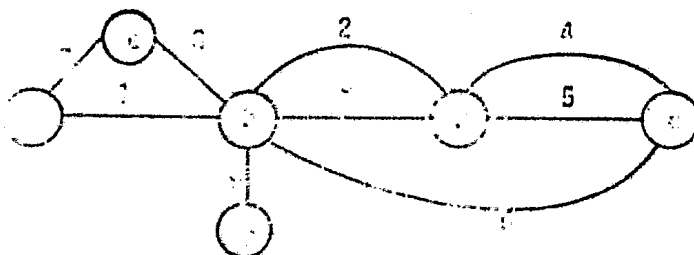


Fig. A5 Grafo de orden 6.

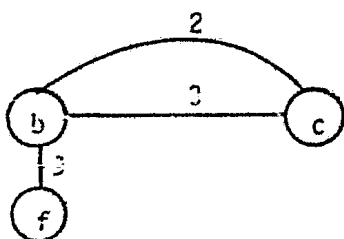


Fig. A6 Subgrafo del grafo de la figura A5.

Grafo parcial de  $G$  generado por  $V \setminus U$ . Este es el grafo  $(X, V)$  cuyos nodos son  $X$  y cuyas aristas son  $V$ . En otras palabras, es un grafo  $G$  sin las aristas  $U \setminus V$ .

Subgrafo parcial de  $G$ . Un subgrafo parcial de  $G$  es el subgrafo del grafo parcial de  $G$ .

Cadena. Una cadena es una secuencia  $u = (c_1, c_2, \dots, c_n)$  de

aristas de  $G$  en la que cada arista en la secuencia tienen un nodo extremidad en común con su predecesor en la secuencia y su otro nodo extremidad en común con su sucesor en la secuencia. Al número de aristas en la secuencia se le llama longitud de la cadena. Si una cadena no contiene dos veces al mismo nodo se dice que es elemental. Si una cadena no contiene dos veces a la misma arista se le llama simple. Por ejemplo en la figura A7 se muestra una cadena simple y elemental de longitud 3. El nodo inicial de la cadena es  $a$  y el terminal es  $b$  si la cadena está dirigida de  $a$  a  $b$ , a los otros nodos se les llama intermedios.

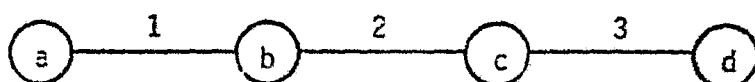


Fig. A7 Cadena simple y elemental.

**Camino.** Un camino es una cadena  $u = (c_1, c_2, \dots, c_q)$  en la que el nodo terminal de la arista  $c_i$  es el nodo inicial de la arista  $c_{i+1}$  para toda  $i$  menor que  $q$ .

**Ciclo.** Un ciclo es una cadena simple y elemental donde los nodos extremidades de la cadena coinciden. En la figura A8 se muestra un ciclo.

**Grafo conexo.** Un grafo conexo es un grafo que contiene

una cadena  $\mu = (x,y)$  para cada par  $(x,y)$  de nodos distintos.  
 Por ejemplo en la figura A9 se presenta un grafo conexo y en la  
 figura A10 un grafo no-conexo.

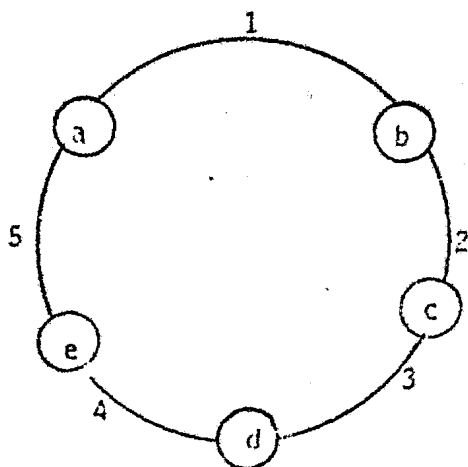


Fig. A8 Un ciclo.

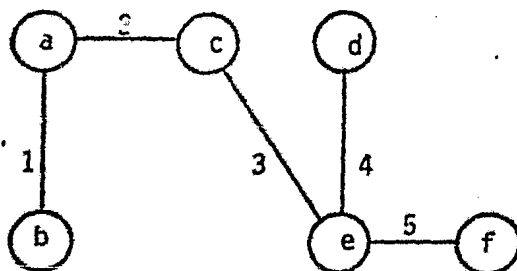


Fig. A9 Grafo conexo

Componente conexa de un grafo. claramente la relación  
 $(x = y, \text{ o } x \neq y \text{ y allí existe una cadena de } G \text{ conectando } x \text{ y } y)$   
 denotado por  $x \sim y$  es una relación equivalente porque:

- 1)  $X \equiv X$  (reflexibilidad)
- 2)  $X \equiv Y \rightarrow Y \equiv X$  (simetría)
- 3)  $X \equiv Y, Y \equiv Z \rightarrow X \equiv Z$  (transitividad)

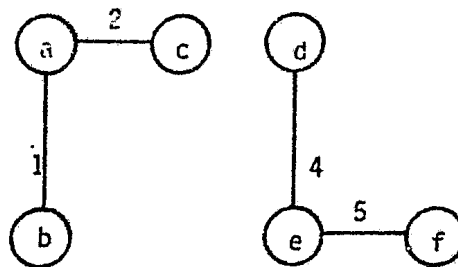


Fig. A10 Grafo no-conexo.

Las clases de esta relación de equivalencia constituyen una partición de  $X$  en subgrafo conexos de  $G$  llamados componentes conexos.

Matriz asociado a un grafo. Si un grafo  $G$  tiene los nodos  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , una manera de representarlo es por medio de los nodos inicial y terminal de cada arista en una matriz  $A_j^i$ . A la matriz  $A_j^i$  se le llama matriz asociada al grafo  $G$ . Por ejemplo la matriz asociada al grafo de la figura A9 se presenta a continuación:

$$((a_j^i)) = \begin{array}{c} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{array} \begin{array}{cccccc} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 \\ \left[ \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

Grafo planar. Un grafo es planar si es posible representarlo en un plano en el que los nodos son puntos diferentes, las aristas son líneas rectas o curvas y que ningún par de aristas se cruce. Una representación de  $G$  que satisface los requerimientos de arriba en un plano es llamado grafo planar topológico como el que se muestra en la figura A11. Pero si se añade la arista 10 para unir el nodo  $c$  con el nodo  $e$  el grafo deja de ser planar ya que se cruzan las aristas 3 y 9, esto se debe a que no hay posibilidad de dibujar una arista entre  $c$  y  $e$  sin cruzar otra arista como se muestra en la figura A12.

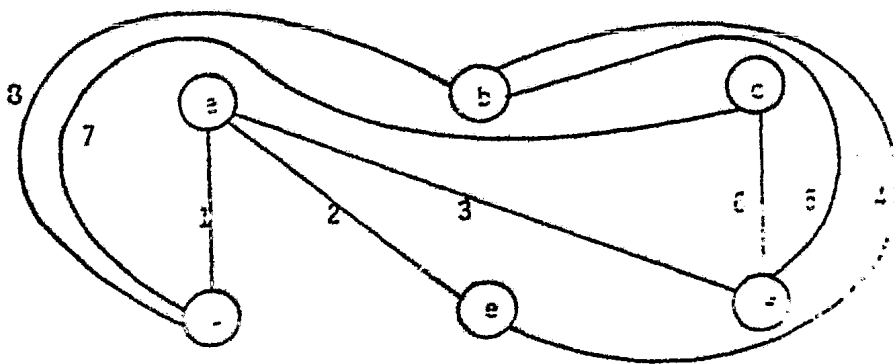


Fig. A11 Grafo planar topológico.

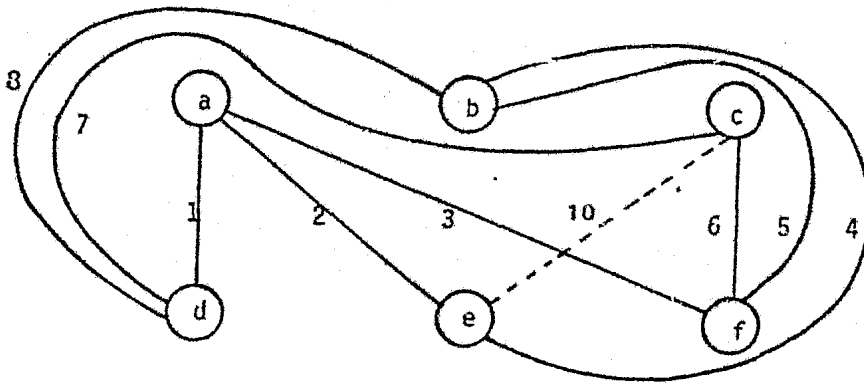


Fig. A12 Grafo no planar.

**Faceta.** Sea  $G$  un grafo planar topológico. Una faceta de  $G$  esta definida por una región del plano limitada por aristas, dado que dos puntos en una región pueden ser conectados por una curva continua que no encuentra nodos o aristas.

**Facetas adyacentes.** Dos facetas son adyacentes si sus límites contienen una arista en común.

El contorno de una faceta esta definido como un ciclo elemental. En un grafo planar topológico  $G$ , los contornos de las diferentes facetas constituyen una base de ciclos. En la figura A13 se muestra una faceta del grafo de la figura A5.

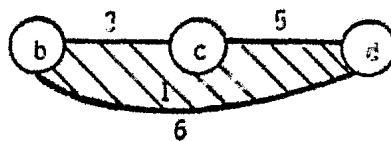


Fig. A13 Una faceta del grafo de la figura A5.

Grado de una faceta. El grado de una faceta es igual al número de aristas que forman su contorno. Por ejemplo la faceta de la figura A13 es igual a 3, pues el contorno de la faceta está formado por dos aristas 3,5 y 6.

Considérese un multigrafo planar  $G$  que es conectado y que no tiene nodos aislados. La construcción de un multigrafo planar  $G^*$  o grafo dual de  $G$ , corresponde a  $G$  como sigue:

Un nodo  $x^*$  de  $G^*$  en lugar de cada faceta de  $G$ .

Para cada arista  $c$  de  $G$ , corresponde una arista  $c^*$  de  $G^*$ , que une los nodos correspondientes a las facetas separadas por una arista  $c$ . El grafo  $G^*$  es también planar, conectado y sin nodos aislados. En la figura A14 se muestra al grafo  $G^*$  llamado grafo topológico dual de  $G$  presentado en la figura A1 y que aquí se marca con línea punteada. Nótese que:

1) El dual topológico de  $G^*$  es  $G$ , es decir,  $(G^*)^* = G$

2) Un rizo en  $G$  corresponde a una arista que incide a un nodo de grado uno en  $G^*$ , y viceversa.

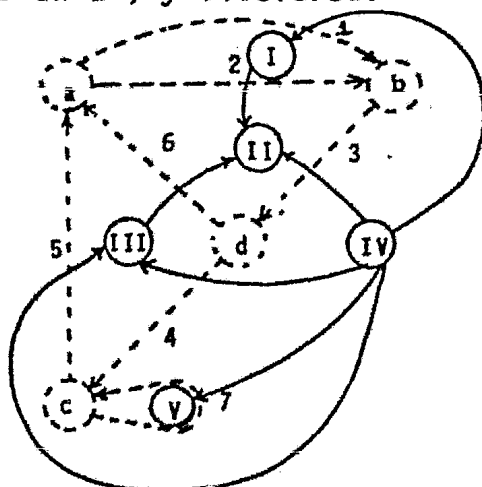


Fig.A14 Grafo dual topológico del grafo de la Fig.A1

Arbol. un árbol es un grafo particular que es conexo y sus aristas no forman ciclos. En la figura A15 se muestra un árbol.

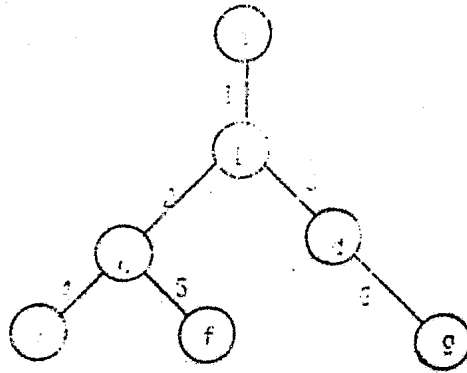


Fig. A15 Un árbol.

Bosque. un bosque es un grafo cuyas componentes conexas son árboles. Un bosque es un grafo sin ciclos.

Arborescencia. es un grafo  $G(X,U)$ , un nodo  $a$  es llamado raíz si todos los nodos de  $G$  pueden ser alcanzados por caminos empezando en  $a$ . Un grafo no siempre tiene raíz. Una arborescencia es por lo tanto un árbol que tiene raíz, al escoger el nodo raíz se le da una orientación al árbol y las aristas de este pasarán a ser arcos. En la figura A16 se muestra una arborescencia.



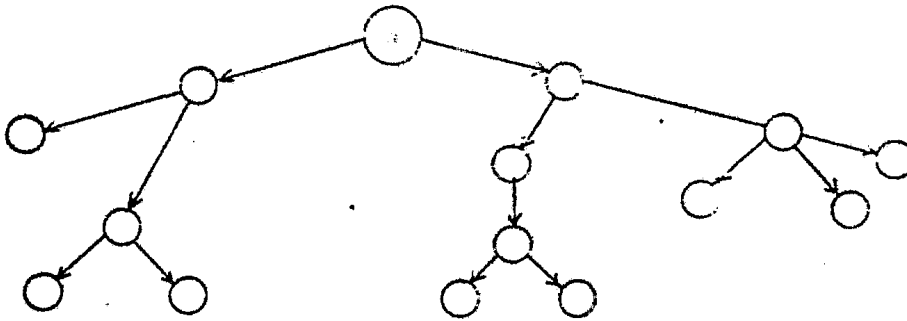


Fig. A16 Arborescencia.

Todos estos conceptos son solo algunos de la teoría de grafos, pero son los necesarios para entender la modelación usada y lo fácil que es manejar un modelo de este tipo. Solo se tratan estos conceptos pues un estudio a fondo de la teoría de grafos sería objeto de un trabajo especial como el presentado en las referencias (28)(29)(30).

APENDICE II

FORMULAS PARA EVALUAR LOS INDICES DE CONFIABILIDAD  
DE UN SISTEMA DE DISTRIBUCION.

Las consideraciones que se hacen para la aplicación de estas fórmulas son las siguientes:

- 1) Los eventos de falla y reparación de una componente son independientes uno de otro.
- 2) Las frecuencias de reparación son mucho más grandes que las frecuencias de falla.
- 3) Las distribuciones de tiempo normal y adverso y los tiempos en que una componente está operando o está fallada son valores medios conocidos.
- 4) El mantenimiento preventivo se inicia siempre en tiempo normal y no continua si:
  - a) Ocasiona una salida en esa parte del sistema.
  - b) Ocasiona una sobrecarga de otra componente en el sistema.
- 5) La probabilidad de traslape de dos salidas de componentes es despreciable. La probabilidad de sobrecargar una componente ocurriendo durante las pequeñas duraciones asociadas a salidas temporales es despreciable.

Con las ecuaciones que se dan a continuación se pueden evaluar

las frecuencias de salidas y los tiempos de reparación para cortes de 1º, 2º y 3er. grado. Si se requieren ecuaciones para cortes de mayor grado, se pueden escribir en forma similar. Para entender el significado de cada fórmula, se da primero a continuación la lista de símbolos usados:

$\lambda_i$  = frecuencia de salidas de la componente  $i$  en tiempo normal

$\lambda_i^a$  = frecuencia de salidas de la componente  $i$  en tiempo adverso

$\lambda_i^m$  = frecuencia de salidas por mantenimiento de la componente  $i$

$r_i$  = tiempo esperado de reparación de la componente  $i$

$r_i^m$  = tiempo esperado de reparación por mantenimiento de la componente  $i$

$N$  = duración promedio del período de tiempo normal

$S$  = duración promedio del período de tiempo adverso

$\lambda_{iT}$  = frecuencia de salidas temporales de la componente  $i$  en tiempo normal

$\lambda_{iT}^a$  = frecuencia de salidas temporales de la componente  $i$  en tiempo adverso

$\lambda_L$  = frecuencia de ocurrencia de sobrepasar el nivel de carga  $L$

$r_L$  = duración promedio de sobrepasar el nivel de carga  $L$

$\lambda_{av,i}$  = frecuencia promedio anual de falla de la componente  $i$

$\lambda_{i-j}$  = frecuencia de traslape de salidas de las componentes  $i$  y  $j$  debido a salidas permanentes.

$r_{i-j}$  = duración del traslape de salidas de las componentes  $i$  y  $j$  debido a salidas permanentes.

$T_{si}$  = tiempo de switcheo para la componente  $i$

$\lambda_{SL}$  = contribución a la frecuencia de salidas de un punto de carga debido a las salidas permanentes de una componente

$\lambda_{ML}''$  = contribución a los índices de confiabilidad de un punto de carga debido a las salidas permanentes de componentes traslapadas con las salidas programadas (mantenimiento) de otras componentes.

$\lambda_{TL}$  = contribución a los índices de confiabilidad de un punto de carga debido a las salidas temporales de unas componentes traslapadas con las salidas de otras componentes por mantenimiento.

$\lambda_{OL}$  = contribución a los índices de confiabilidad de un punto de carga debido al traslape de las salidas por sobrecarga de unas componentes con las salidas permanentes de otras componentes.

$r_{SL}$  = duración promedio de la salida de un punto de carga debido al traslape de las salidas permanentes de unas componentes

$r_{ML}''$  = duración promedio de la salida de un punto de carga debido al traslape de una salida permanente con una salida por mantenimiento.

$r_{OL}$  = duración promedio de la salida de un punto de carga debido a las salidas de una componente por sobrecarga

$I(t)$  = carga del sistema en el tiempo  $t$

$L$  = capacidad de las componentes que permanecen sanas después de una salida permanente.

Consideraremos varios aspectos para clasificar éstas fórmulas como son tiempo normal y tiempo adverso, salidas por mantenimiento, permanentes, etc.

— Ecuaciones que consideran reparaciones durante tiempo adverso.

Para el conjunto de cortes de primer grado, siendo  $i$  la componente contenida en el corte:

$$\lambda_{SL} = \lambda_{AV,i} \quad (1)$$

$$r_{SL} = r_i \quad (2)$$

Para el conjunto de cortes de segundo grado, siendo que las componentes  $i$  y  $j$  están contenidas en el corte y sin considerar aspectos de tiempo:

$$\lambda_{SL} = \lambda_{AV,i} \lambda_{AV,j} (r_i + r_j) \quad (3)$$

$$r_{SL} = \frac{r_i + r_j}{r_i + r_j} \quad (4)$$

Si se consideran aspectos de tiempo normal y tiempo adverso, entonces:

$$\lambda_{SL} = \frac{N}{N+S} \left\{ \lambda_i \lambda_j (r_i + r_j) + \frac{S}{N} \left( \lambda_i \lambda_j \frac{r_i^2}{S+r_i} + \lambda_i \lambda_j \frac{r_j^2}{S+r_j} \right) \right\}$$

$$+ \frac{S}{N+S} \left\{ \lambda_i \lambda_j r_i + \lambda_i \lambda_j r_j + \lambda_i \lambda_j S \left( \frac{r_i}{S+r_i} + \frac{r_j}{S+r_j} \right) \right\} \quad (5)$$

$$r_{SL} = \frac{r_i r_j}{r_i + r_j} \quad (6)$$

Para conjuntos de corte de tercer grado, siendo que las componentes  $i, j, k$  están contenidas en el corte y si no se considera el aspecto del estado del tiempo:

$$\lambda_{SL} = \lambda_{av,i} \lambda_{av,j} \lambda_{av,k} (r_i r_j + r_i r_k + r_j r_k) \quad (7)$$

$$r_{SL} = \frac{r_i r_j r_k}{r_i r_j + r_i r_k + r_j r_k} \quad (8)$$

Si se consideran dos estados del tiempo, normal y adverso entonces:

$$\lambda_{SL} = A + B \quad (9)$$

donde:

$$A = \frac{N}{N+S} \left[ \lambda_i \left\{ \lambda_j \lambda_k r_i^2 \left( \frac{r_j}{r_i + r_j} + \frac{r_k}{r_i + r_k} \right) + \frac{S r_i^3}{S + r_i} \right. \right. \\ \left. \left. \left( \lambda_j^i \lambda_k \frac{r_j}{N r_i + N r_j + r_i r_j} + \lambda_j \lambda_k^i \frac{r_k}{N r_i + N r_k + r_i r_k} \right) \right\} \right. \\ \left. + \text{terminos similares para las componentes } j \text{ y } k \right] \\ + \frac{S}{S+N} \left[ \lambda_i^i \left\{ \lambda_j \lambda_k \left( \frac{N r_i^2}{N + r_i} \frac{r_j}{N r_i + N r_j + r_i r_j} + \frac{r_k}{N r_i + N r_k + r_i r_k} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{N S r_i^2}{S + r_i} \lambda_j^i \lambda_k \left( \frac{r_j}{N r_i + N r_j + r_i r_j} + \lambda_j \lambda_k^i \frac{r_k}{N r_i + N r_k + r_i r_k} \right) \right\} \right. \\ \left. + \text{terminos similares para las componentes } j \text{ y } k \right]$$

$$\begin{aligned}
B = & \frac{N}{N+S} \left[ \lambda_i \left\{ \lambda_j \lambda_k \left( \frac{S^2 r_i^3}{(S+r_i)N} \frac{r_j}{Sr_i + Sr_j + r_i r_j} + \frac{r_k}{Sr_i + Sr_k + r_i r_k} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{r_i S}{N} \left( \frac{r_j^2}{(r_i+r_j)(Sr_i + Sr_j + r_i r_j)} + \frac{r_k^2}{(r_i+r_k)(Sr_i + Sr_k + r_i r_k)} \right) \right\} \right. \\
& \left. + \text{terminos similares para las componentes } j \text{ y } k \right] \\
& + \frac{S}{N+S} \left[ \lambda_i \left\{ \lambda_j \lambda_k \frac{S^2 r_i^2}{S+r_i} \left( \frac{r_j}{Sr_i + Sr_j + r_i r_j} + \frac{r_k}{Sr_i + Sr_k + r_i r_k} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{r_i^3 NS}{N+r_i} \left( \frac{r_j^2}{(Sr_i + Sr_j + r_i r_j)(Nr_i + Nr_j + r_i r_j)} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \frac{r_k^2}{(Sr_i + Sr_k + r_i r_k)(Nr_i + Nr_k + r_i r_k)} \right) \right\} \right. \\
& \left. + \text{terminos similares para las componentes } j \text{ y } k \right]
\end{aligned}$$

$$r_{SL} = \frac{r_i r_j r_k}{r_i r_j + r_j r_k + r_k r_i} \quad (10)$$

Si se considera que no hay reparación durante tiempo adverso. Para conjuntos de cortes de primer grado; siendo que la componente  $i$  es ta contenida en el corte, entonces:

$$\lambda_{SL} = \lambda_i \frac{N}{N+S} + \lambda_i' \frac{S}{N+S} = \lambda_{av,i} \quad (11)$$

$$r_{SL} = \frac{\lambda_i N r_i + \lambda_i' S(S+r_i)}{\lambda_i N + \lambda_i' S} \quad (12)$$



Para conjuntos de corte de segundo grado, siendo que  $i$  y  $j$  están contenidas en el corte, entonces:

$$\lambda_{SL} = A + B \quad (13)$$

donde:

$$A = \frac{N}{N+S} \left\{ \lambda_i \lambda_j (r_i + r_j) + \frac{S}{N} (\lambda_i^i \lambda_j r_i + \lambda_i \lambda_j^i r_j) \right\}$$

$$B = \frac{S}{N+S} (2\lambda_i^i \lambda_j^i S + \lambda_i \lambda_j^i r_i + \lambda_i^i \lambda_j r_j)$$

$$r_{SL} = \frac{A}{A+B} \left( \frac{r_i r_j}{r_i + r_j} \right) + \frac{B}{B+A} \left( \frac{r_i r_j}{r_i + r_j} + S \right) \quad (14)$$

Para los conjuntos de corte de tercer grado, siendo que las componentes  $i, j$  y  $k$  están contenidas en el corte, se tienen:

$$\lambda_{SL} = A + B \quad (15)$$

$$A = \frac{S}{N+S} \left[ \lambda_i \left\{ \lambda_j \lambda_k r_i^2 \left( \frac{r_j}{r_i + r_j} + \frac{r_k}{r_i + r_k} \right) \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{S}{N} r_i^2 \left( \lambda_j^i \lambda_k \frac{r_j}{r_i + r_j} + \lambda_j \lambda_k^i \frac{r_k}{r_i + r_k} \right) \right\} \right.$$

$$\left. + \text{terminos similares para las componentes } j \text{ y } k \right]$$

$$B = \frac{N}{N+S} \left[ \lambda_i \left\{ 2\lambda_j^i \lambda_k^i \frac{S^2}{N} r_i + \frac{S^2}{N} r_i^2 \left( \lambda_j \lambda_k^i \frac{r_j}{r_i + r_j} + \lambda_j^i \lambda_k \frac{r_k}{r_i + r_k} \right) \right\} \right.$$

$$\left. + \text{terminos similares para las componentes } j \text{ y } k \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{S}{N+S} \left[ \lambda_i^2 \left\{ 2\lambda_j^2 \lambda_k^2 S^2 + \frac{S}{N} r_i^2 \left( \lambda_j \lambda_k \frac{r_j}{r_i + r_j} + \lambda_j^2 \lambda_k \frac{r_k}{r_i + r_k} \right) \right\} \right. \\
& \left. + \text{terminos similares para las componentes } j \text{ y } k \right] \\
r_{SL} = & \frac{A}{A+B} \left( \frac{r_i r_j r_k}{r_i r_j + r_j r_k + r_k r_i} \right) + \frac{B}{A+B} \left( \frac{r_i r_j r_k}{r_i r_j + r_j r_k + r_k r_i} + S \right) \quad (16)
\end{aligned}$$

Si el servicio puede ser restaurado desconectando las componentes falladas o conectando alguna componente sana alterna, entonces  $r_{SL} = T_S$  en las ecuaciones previamente anotadas. Dos conjuntos de ecuaciones se anotan a continuación considerando y no que el tiempo puede cambiar durante el periodo de mantenimiento.

El tiempo no puede cambiar durante el periodo de mantenimiento. Para los conjuntos de corte de segundo grado, siendo que las componentes  $i$  y  $j$  están contenidas en el corte:

$$\lambda_{ML}^n = \lambda_i^n \lambda_j^n r_i^n + \lambda_j^n \lambda_i^n r_j^n \quad (17)$$

$$r_{ML}^n = \frac{\lambda_i^n \lambda_j^n r_i^2 r_j}{\lambda_{ML}^n (r_i^n + r_j^n)} + \frac{\lambda_i^n \lambda_j^n r_j^2 r_i}{\lambda_{ML}^n (r_i^n + r_j^n)} \quad (18)$$

Para conjuntos de corte de tercer grado, siendo que las componentes  $i, j$  y  $k$  están contenidas en el corte, entonces:

$$\lambda_{ML}^n = A + B + C \quad (19)$$

donde:

$$A = \lambda_i'' \lambda_j \lambda_k r_i^2 \left( \frac{r_j}{r_i'' + r_j} + \frac{r_k}{r_i + r_k} \right)$$

$$B = \lambda_j'' \lambda_i \lambda_k r_j'' \left( \frac{r_i}{r_j'' + r_i} + \frac{r_k}{r_j'' + r_k} \right)$$

$$C = \lambda_k'' \lambda_i \lambda_j r_k'' \left( \frac{r_i}{r_k'' + r_i} + \frac{r_j}{r_j'' + r_j} \right)$$

$$r_{ML}'' = \frac{A}{\lambda_{ML}''} \left( \frac{r_i'' r_j r_k}{r_i'' r_j + r_i'' r_k + r_j r_k} \right) + \frac{B}{\lambda_{ML}''} \left( \frac{r_i r_j'' r_k}{r_i r_j'' + r_j r_k + r_k r_i} \right) + \frac{C}{\lambda_{ML}''} \left( \frac{r_i r_j r_k''}{r_i r_j + r_j r_k'' + r_i r_k''} \right) \quad (20)$$

Si no se considera que hay tiempo normal y adverso, entonces los valores de  $\lambda$  en las ecuaciones 17,18,19 y 20 representan los valores de  $\lambda_{av}$ .

El tiempo cambia durante el periodo de mantenimiento.

Aquí se diferencian dos conjuntos de ecuaciones:

a) La reparación se inició en tiempo normal y no se detiene si el tiempo cambia a adverso. Para conjuntos de corte de segundo grado, siendo que las componentes  $i, j$  y  $k$  están contenidas en el corte, entonces:

$$\lambda_{ML}'' = A + B \quad (21)$$

donde:

$$A = \lambda_i'' \lambda_j r_i'' + \lambda_i'' \lambda_j' \frac{r_i''^2}{N} \frac{S}{S+r_i''}$$

$$B = \lambda_j'' \lambda_i r_j'' + \lambda_j'' \lambda_i' \frac{r_j''^2}{N} \frac{S}{S+r_j''}$$

$$r_{ML}'' = \frac{A}{\lambda_{ML}''} \left( \frac{r_i'' r_j}{r_i'' + r_j} \right) + \frac{B}{\lambda_{ML}''} \left( \frac{r_j'' r_i}{r_i + r_j''} \right) \quad (22)$$

Para conjuntos de corte de tercer grado, siendo que las componentes i, j y k están contenidas en el corte, entonces:

$$\lambda_{ML}'' = A + B + C \quad (23)$$

donde:

$$\begin{aligned} A = & \lambda_i'' \left\{ \lambda_j \lambda_k r_i''^2 \left( \frac{r_j}{r_i'' + r_j} + \frac{r_k}{r_i'' + r_k} \right) \right. \\ & + \frac{S}{N} r_i''^3 \left( \lambda_j \lambda_k' \frac{r_j^2}{(r_i'' + r_j)(S r_i'' + S r_j + r_i'' r_j)} \right) \\ & + \lambda_j' \lambda_k \frac{r_k^2}{(r_i'' + r_k)(S r_i'' + S r_k + r_i'' r_k)} \\ & \left. + \frac{S r_i''^3}{S + r_i''} \left( \frac{\lambda_j' \lambda_k' r_j}{N r_i'' + N r_j + r_i'' r_j} + \frac{\lambda_k' \lambda_j' r_k}{N r_i'' + N r_k + r_i'' r_k} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$+ \lambda_j^i \lambda_k^i \frac{S^2 r_i^{n3}}{N(S+r_i^n)} \left( \frac{r_j}{S r_i^n + S r_j + r_i^n r_j} + \frac{r_k}{S r_i^n + S r_k + r_i^n r_k} \right) \Bigg\}$$

B y C son similares a A pero para las componentes j y k respectivamente.

$$r_{ML}^n = \frac{A}{\lambda_{ML}^n} \left( \frac{r_i^n r_j r_k}{r_i^n r_j + r_i^n r_k + r_j r_k} \right) + \frac{B}{\lambda_{ML}^n} \left( \frac{r_i r_j^n r_k}{r_i r_j^n + r_j^n r_k + r_i r_k} \right) +$$

$$+ \frac{C}{\lambda_{ML}^n} \left( \frac{r_i r_j r_k^n}{r_i r_j^n + r_j r_k^n + r_k^n r_i} \right) \quad (24)$$

b) La reparación y mantenimiento se inició en tiempo normal y se detiene si el tiempo cambia a adverso. Para conjuntos de cortes de segundo grado, siendo que las componentes i y j están contenidas en el corte, entonces:

$$\lambda_{ML}^n = A + B + C + D \quad (25)$$

donde:

$$A = \lambda_i^n \lambda_j^n r_i^n \quad B = \lambda_i^n \lambda_j^i \frac{S}{N} r_i^n$$

$$C = \lambda_j^n \lambda_i^n r_j^n \quad D = \lambda_j^n \lambda_i^j \frac{S}{N} r_j^n$$

$$r_{ML}^n = \frac{A}{\lambda_{ML}^n} \left( \frac{r_i^n r_j}{r_i^n + r_j} \right) + \frac{B}{\lambda_{ML}^n} \left( \frac{r_i^n r_j}{r_i^n + r_j} + S \right) +$$

$$+ \frac{C}{\lambda_{ML}^n} \left( \frac{r_i^n r_j}{r_i^n + r_j} \right) + \frac{D}{\lambda_{ML}^n} \left( \frac{r_i^n r_j}{r_i^n + r_j} + S \right) \quad (26)$$

Para conjuntos de cortes de tercer grado, si las componentes  $i$ ,  $j$  y  $k$  están contenidas en el corte, entonces:

$$\lambda_{ML} = A + B + C + D + E + F \quad (27)$$

donde:

$$A = \lambda_i^n \left\{ \lambda_j \lambda_k r_i^{n-2} \left( \frac{r_j}{r_i^n + r_j} + \frac{r_k}{r_i^n + r_k} \right) + \frac{r_i^{n-2} S}{N} \left( \lambda_j \lambda_k \frac{r_j}{r_i^n + r_j} + \lambda_j \lambda_k \frac{r_k}{r_k + r_i^n} \right) \right\}$$

$$B = \lambda_i^n \left\{ \frac{r_i^{n-2} S}{N} \left( \lambda_j \lambda_k \frac{r_j}{r_i^n + r_j} + \lambda_j \lambda_k \frac{r_k}{r_i^n + r_k} \right) + 2 \lambda_j \lambda_k \frac{S}{N} r_i^n \right\}$$

$C$  y  $E$  son similares a  $A$  pero para las componentes  $j$  y  $k$ , respectivamente,  $D$  y  $F$  son similares a  $B$  pero para las componentes  $j$  y  $k$ , respectivamente.

$$r_{ML}^n = \left\{ \left( \frac{r_i^n R}{r_i^n + R} \right) + \text{terminos similares para las componentes } j \text{ y } k \right\} \quad (28)$$

donde:

$$R = \frac{A}{\lambda_{ML}^n} \left( \frac{r_i^n r_j r_k}{r_i^n r_j + r_i^n r_k + r_j r_k} \right) + \frac{B}{\lambda_{ML}^n} \left( \frac{r_i^n r_j r_k}{r_i r_j + r_i r_k + r_j r_k} + S \right)$$

En los casos de arriba si el servicio puede ser restaurado desconectando las superficies falladas o conectando las componentes sanas

alternas, entonces  $r_{ML}'' = T_S$ .

Ecuaciones para índices de confiabilidad debido a salidas temporales de componentes.

Aquí se presentan dos conjuntos de ecuaciones, esto es basadas en que pueden traslaparse con salidas permanentes o con salidas por mantenimiento.

Considerando que hay traslape de salidas temporales de unas componentes con las salidas permanentes de otras componentes. Para conjuntos de corte de primer grado, siendo que la componente  $i$  está contenida en el corte, se tiene:

$$\lambda_{tL} = \lambda_{iT} \quad (29)$$

Para conjuntos de cortes de segundo grado, siendo que las componentes  $i$  y  $j$  están contenidas en el corte:

$$\lambda_{tL} = \lambda_{av,i} \lambda_{jT} r_i + \lambda_{av,j} \lambda_{iT} r_j \quad (30)$$

Para conjuntos de cortes de tercer grado:

$$\lambda_{tL} = \lambda_{i-j} \lambda_{kT} r_{i-j} + \lambda_{i-k} \lambda_{jT} r_{i-k} + \lambda_{j-k} \lambda_{iT} r_{j-k} \quad (31)$$

Estas ecuaciones son aplicables si las salidas temporales de las

componentes no se dividen en tiempo normal y tiempo adverso. Los valores  $\lambda_{iT}$  representan las frecuencias globales anuales debidas a salidas temprales. Si es necesario considerar salidas temporales por fallas en tiempo normal y adverso, se aplican las siguientes ecuaciones. Para conjuntos de cortes de primer grado, siendo que la componente  $i$  está contenida en el corte, se tiene:

$$\lambda_{tL} = \frac{N}{N+S} \lambda_{iT} + \frac{S}{N+S} \lambda'_{iT} \quad (32)$$

Para conjuntos de corte de segundo grado, siendo que las componentes  $i$  y  $j$  están contenidas en el corte y si no se llevan a cabo reparaciones durante tiempo adverso, entonces:

$$\begin{aligned} \lambda_{tL} = & \frac{N}{N+S} \left\{ \lambda_i \lambda_{jT} r_i + \lambda_j \lambda_{iT} r_j + \frac{S}{N} (\lambda'_i \lambda_{jT} r_i + \lambda'_j \lambda_{iT} r_j) \right\} \\ & + \frac{S}{N+S} (\lambda_i \lambda'_{jT} r_j + \lambda_j \lambda'_{iT} r_i + \lambda'_i \lambda'_{jT} S + \lambda'_j \lambda'_{iT} S) \end{aligned} \quad (33)$$

Si se llevan a cabo reparaciones durante tiempo adverso:

$$\begin{aligned} \lambda_{tL} = & \frac{N}{N+S} \left\{ \lambda_i \lambda_{jT} r_i + \lambda_j \lambda_{iT} r_j + \frac{S}{N} \left( \lambda'_i \lambda_{jT} \frac{Nr_i}{N+r_i} + \frac{Nr_j}{N+r_j} \right) \right\} \\ & + \frac{S}{N+S} \left( \lambda_i \lambda'_{jT} \frac{Sr_j}{S+r_i} + \lambda_j \lambda'_{iT} \frac{Sr_i}{S+r_j} + \lambda'_i \lambda'_{jT} \frac{Sr_i}{S+r_i} + \right. \\ & \left. + \lambda'_j \lambda'_{iT} \frac{Sr_j}{S+r_j} \right) \end{aligned} \quad (34)$$



Para conjuntos de cortes de tercer grado se pueden escribir las fórmulas en forma similar.

Considerando traslape de salidas temporales de las componentes con salidas de componentes debidas a mantenimiento. Se tienen dos conjuntos de ecuaciones dependiendo si cambia o no el tiempo durante el período de mantenimiento.

a) El tiempo no cambia durante el período de mantenimiento. Para conjuntos de cortes de segundo grado, siendo que las componentes  $i$  y  $j$  están contenidas en el corte, se tiene:

$$\lambda_{tL} = \lambda_i'' \lambda_{jT} r_i'' + \lambda_j'' \lambda_{iT} r_j'' \quad (35)$$

Para conjuntos de corte de tercer grado, siendo que las componentes  $i, j$  y  $k$  están contenidas en el corte, entonces:

$$\begin{aligned} \lambda_{tL} = & \lambda_i'' \left( \lambda_j \lambda_{kT} \frac{r_i''^2 r_j}{r_i'' + r_j} + \lambda_{jT} \lambda_k \frac{r_i''^2 r_k}{r_i'' + r_k} \right) \\ & + \lambda_j'' \left( \lambda_i \lambda_{kT} \frac{r_j''^2 r_i}{r_j'' + r_i} + \lambda_k \lambda_{iT} \frac{r_j''^2 r_k}{r_j'' + r_k} \right) \\ & + \lambda_k'' \left( \lambda_i \lambda_{jT} \frac{r_k''^2 r_i}{r_i'' + r_k''} + \frac{r_k''^2 r_j}{r_j'' + r_k''} \lambda_{iT} \lambda_j \right) \end{aligned} \quad (36)$$

Si las salidas temporales se dividen en tiempo normal y tiempo adverso, entonces los valores  $\lambda_{iT}$  en las ecuaciones anteriores represen

tan las frecuencias de salida de las componentes en tiempo normal.

b) El tiempo cambia durante el periodo de mantenimiento.

Para conjuntos de cortes de segundo grado, siendo que las componentes  $i$  y  $j$  están contenidas en el corte, el mantenimiento se inició en tiempo normal y que no se detienen las reparaciones al cambiar el tiempo a adverso, se tiene que:

$$\lambda_{tL} = \lambda_i'' \left\{ \lambda_{jT} r_i'' + \lambda_{jT}' \frac{Sr_i''^2}{N(S + r_i'')} \right\} + \lambda_j'' \left\{ \lambda_{iT} r_j'' + \lambda_{iT}' \frac{Sr_j''^2}{N(S + r_j'')} \right\} \quad (37)$$

Si el mantenimiento se detiene al cambiar el tiempo a adverso, entonces:

$$\lambda_{tL} = \lambda_i'' \left( \lambda_{jT} r_i'' + \lambda_{jT}' \frac{Sr_i''}{N} \right) + \lambda_j'' \left( \lambda_{iT} r_j'' + \lambda_{iT}' \frac{Sr_j''}{N} \right) \quad (38)$$

Las ecuaciones para conjuntos de cortes de tercer grado se pueden escribir en forma similar.

Ecuaciones para índices de confiabilidad debido a salidas por sobrecarga de las componentes.

Para conjuntos de cortes de segundo grado, siendo que las componentes  $i$  y  $j$  están contenidas en el corte y que ambas pueden ser -

sobrecargadas . Considerando además que la carga del sistema se suministra a través de las componentes presentes en el corte, se tiene:

$$\lambda_{oL} = A + B \quad (39)$$

donde:

$$A = \lambda_L \lambda_j r_j \left[ 1 - \Pr \{ l(t) > L_j \} \right] + \lambda_j \Pr \{ l(t) > L_j \}$$

$$B = \lambda_L \lambda_i r_i \left[ 1 - \Pr \{ l(t) > L_i \} \right] + \lambda_i \Pr \{ l(t) > L_i \}$$

$$r_{oL} = \frac{A}{A+B} \left( \frac{r_j r_L}{r_j + r_L} \right) + \frac{B}{A+B} \left( \frac{r_i r_L}{r_i + r_L} \right) \quad (40)$$

Para conjuntos de cortes de tercer grado, siendo las componentes  $i, j$  y  $k$  contenidas en el corte y que todas pueden ser sobrecargadas. Además de que la carga del sistema se suministra a través de todas las componentes presentes en el corte, entonces:

$$\lambda_{oL} = A + B + C \quad (41)$$

donde:

$$A = \lambda_L \left[ 1 - \Pr \{ l(t) > L_i \} \right] (\lambda_{j-k} r_{j-k}) + \lambda_{j-k} \Pr \{ l(t) > L_i \}$$

$$B = \lambda_L \left[ 1 - \Pr \{ l(t) > L_j \} \right] (\lambda_{i-k} r_{i-k}) + \lambda_{i-k} \Pr \{ l(t) > L_j \}$$

$$C = \lambda_L \left[ 1 - \Pr \{ l(t) > L_k \} \right] (\lambda_{i-j} r_{i-j}) + \lambda_{i-j} \Pr \{ l(t) > L_k \}$$

$$r_{oL} = \frac{A}{\lambda_{oL}} \left( \frac{r_{j-k} r_{Li}}{r_{j-k} + r_{Li}} \right) + \frac{B}{\lambda_{oL}} \left( \frac{r_{i-k} r_{Lj}}{r_{i-k} + r_{Li}} \right) + \frac{C}{\lambda_{oL}} \left( \frac{r_{i-j} r_{Lk}}{r_{i-k} + r_{Lk}} \right) \quad (42)$$

En éstas ecuaciones se considera que una componente se sobrecarga si dos de las componentes presentes en el corte salieron permanentemente. Si, de otro modo, las componentes que permanecen sanas pueden sufrir salidas por sobrecarga debido a que una sola componente haya salido permanentemente, las ecuaciones anteriores se pueden modificar fácilmente.

De éste modo queda completo el formulario para evaluar los índices de confiabilidad de un sistema. Estas formulas son utilizadas para sistemas en serie y en paralelo, pero gracias a la aproximación que se hace en la teoría de cortes mínimos, éstas formulas se pueden aplicar a sistemas más complejos.

## R E F E R E N C I A S

1. Distribution Systems.  
"Electric Utility Engineering Reference Book"  
by Electric Utility Engineers of the Westinghouse  
Electric Corporation.
2. Redes Eléctricas I  
Jacinto Viqueira Landa  
Representaciones y Servicios de Ingeniería.
3. Electrical Transmission and Distribution Reference Book  
by Central Station Engineers of the Westinghouse Electric  
Corporation. Cap. 20 Distribution Systems.
4. Power Systems Reliability Evaluation.  
Roy Billinton,  
Gordon and Breach, Science Publishers, New York 1970
5. Análisis de Confiabilidad en Redes de Distribución  
Informe Final IIE II/446/FE-N11/F, 1979,  
M. Scharzblat, G. Martínez, M. González, J. Arellano.
6. Reliability Analysis in Design of Transmission and  
Distribution Systems.  
R.N. Allan and M.F. de Oliveira,  
IEEE International Conference on Reliability of Power  
Supply Systems, London 21-23 Feb., 1977.  
IEEE Conference Publication No. 148.

7. Proposed Definition of Terms of Reporting and Analyzing Outages of Electrical Transmission and Distribution Facilities and Interruptions.  
IEEE Committee Report, 1968.  
Transactions and Power Apparatus and Systems, PAS, May'68
8. Cost Evaluation of Power Supply Reliability  
Z. Reguly  
International Conference on Reliability of Power Supply Systems, London 21-23 February, 1977.  
IEE Conference Publications No. 148.
9. Reliability: Management, Methods and Mathematics  
Lloyd and Lipow.  
Prentice-Hall International Series in Engineering.
10. List of Transmission and Distribution Components for use in Outage Reporting and Reliability Calculations.  
IEEE Transactions and Power Apparatus and Systems.  
Vol. PAS. 95 No. 4, Julio-Agosto, 1976.
11. The Benefits of Quantitative Analysis in the Assessment of Electrical Systems Reliability.  
L.H. Burges.  
International Conference on Reliability of Power Supply Systems, London 21-23, Feb. 1977.  
IEE Conference Publications No. 148.
12. Optimization and Probability in Systems Engineering  
John G. Rau  
Van Nostrand Reinhold Company, 1970.

13. Probabilistic Reliability: an Engineering Approach  
Shooman Martin L.  
Mc. Graw Hill New York 1968
14. IEEE Tutorial Course Power System Reliability Evaluation  
Course Text 82 FHO 195-8-PWR  
A continuing Education Service of IEEE Power Engineering  
Society.
15. Introduction to Operations Research  
Frederik S. Hillier, Gerald J. Lieberman  
Holden Day, Inc.
16. Reliability Analysis for Power Systems Applications  
K. Neil Stanton  
IEEE Transactions on Power Apparatus Systems, vol. pas 88  
No. 4 april 1969.
17. Transmission Line Reliability Models Including Common  
Mode and Adverse Weather Effects  
R. Billinton Y. Kumar  
IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems vol.83  
julio 1964.
18. Power Systems Reliability  
I Measures of Reliability on Methods of Calculation  
D.P. Gaver, F.E. Montmeant, A.D. Patton  
IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems  
vol 83 Julio 1964.
19. Reliability Assessment of Transmission and Distribution  
Schemes  
R. Billinton M.S. Grover  
IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems  
Vol. pas-94 No. 3 May/June 1973.
20. Reliability Evaluation in Distribution and Transmission  
Systems  
R. Billinton M.S. Grover  
Proc. IEE Vol. 122, No. 5, May 1975

21. Quantitative Evaluation of Maintenance Policies in  
Distributions Systems  
M.S. Grover Roy Billinton.
22. Probability and Reliability in Engineering Design  
Gilbert Kivenson  
Pitman Publishing
23. Modelling Common Mode Failures in the Reliability  
Evaluation of Power Systems Networks.  
R.N. Allan E.N. Dialynas I.R. Homer  
IEEE Conference A 79 040-7 179
24. Quantitative Evaluation of Permanent Outages in  
Distribution Systems.  
R. Billinton M.S. Grover  
IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems  
Vol Pas-94 No. 3 May/June 1975
25. Power System Reliability Calculations  
Billinton, Ringlee and Wood  
The MIT Cambridge-Massachusetts and London England
26. Quantitative Evaluation of Overload Outage Conditions  
in Substations and Subtransmissions Systems.  
M.S. Grover R. Billinton  
IEEE Conference A 76 166-9 January 1976
27. Introduction to Finite Mathematics  
Kemeny John G., Snell J. Laurie, Thomson Gerald L.  
Second Edition 1966 Englewood Cliffs; Prentice Hall Inc.
28. Introductory Graph Theory  
Béla Andrásfai  
Adam Hilger Bristol 1977
29. Graphes et Hypergraphes  
C. Berge  
Dunod Université 1970
30. Graphes et Algorithmes  
M. Gondran ,M. Minoux  
Collection de la Direction des Etudes et Recherches  
d'Electricité de France  
Eyrolles Editeur, Paris



31. Switching Key to Reliability  
Wayne Beauty, Distribution Editor  
Electrical World, January 1975
32. Tesis Doctoral de Manuel Ferreira de Oliveira  
Reliability Evaluation of Electrical Systems  
April 1976 Power Systems Laboratory  
Department of Electrical Engineering and Electronic  
The University of Manchester Institute of Science and  
Technology.
33. Tesis Doctoral de Salvador Martínez Hernández Duque  
Estudios de Confiabilidad en Sistemas de Distribución
34. A Computerized Approach to Substation and Switching  
Station Reliability Evaluation.  
M.S. Grover R. Billinton  
IEEE Paper T 74 133-5 February 1974
35. A Sequential Method for Reliability Analysis of  
Distribution and Transmission Systems  
R. Billinton M.S. Grover  
Proceeding 1975 Annual Reliability and Maintainability  
Symposium.
36. Modelling and Evaluating the Reliability of  
Distribution Systems  
R.N. Allan , E.N. Dialynas , I.R. Homer  
IEEE F 79 276-7 1979
37. Minimal Cuts Up to Third Degree in Planar and Connected  
Graph with Source and Sink Nodes.  
Julio Vilar P.  
Instituto de Investigaciones Eléctricas  
Cuernavaca, Morelos, México
38. Power Systems Planning  
Sullivan Robert.Lee  
Mc.Graw Hill International Book Company 1977  
Advance Book Program.