



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA

28

223

**COMPORTAMIENTO Y RESISTENCIA DE ELEMENTOS  
DE CONCRETO PRESFORZADO SUJETOS  
A FLEXION**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

**I N G E N I E R O C I V I L**

P R E S E N T A:

**RICARDO ZENDEJAS NARES**

MEXICO, D. F.

1983



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

CAPITULO I	
Introducción	1
CAPITULO II	
Diseño y revisión por Esfuerzos Permisibles	15
Revisión de esfuerzos en las secciones críticas	17
Especificaciones para la colocación del acero de presfuerzo	24
Ejemplo	25
CAPITULO III	
Revisión por Resistencia	34
Momento Resistente Nominal	42
Vigas Subreforzadas	43
Ejemplo	48
Revisión por Resistencia por RCDF.	58
Revisión de la cantidad de acero mínimo	63
CAPITULO IV	
Revisión por Deflexiones	71
CAPITULO V	
Revisión por Transporte Y Montaje	92
CAPITULO VI	
Conclusiones	101
SEBLOGIA	105

CAPITULO I

INTRODUCCION

## I N T R O D U C C I O N

En la actualidad el proyecto, diseño y construcción de elementos de concreto presforzado es cada vez mayor, ya que con el uso de este tipo de elementos se presentan una serie de ventajas estructurales y arquitectónicas, como podrían ser el lograr claros mayores con elementos de menor peralte, también ventajas tales como una economía debida a la rapidez de construcción con que se elaboran los elementos de concreto presforzado, y otra serie de ventajas como, una mejor control de calidad, condiciones favorables para los obreros, puede existir estandarización de los elementos de concreto presforzado.

Para conocer el presfuerzo es necesario tratar de definir los conceptos bajo los cuales se basa el mismo.

El presforzado es un artificio por el cual se provocan, aun determinado material, esfuerzos internos, mucho antes de la aplicación de las cargas exteriores, o simultáneamente a estas en cantidad y en disposición tal que, combinados con los que producen las cargas exteriores, se produzcan esfuerzos comprendidos dentro de los rangos tolerables del material pueda soportar para el tiempo en que fue proyectada. Para tal efecto, con este mismo principio se puede tener concreto presforzado, acero presforzado, madera presforzada, etc.

Este principio ha sido aplicado hace muchos siglos; sin embargo hasta estos últimos años se ha concebido y aprovechado realmente la idea del presforzado, con la formación de materiales de mejor calidad.

Las estructuras particularmente las presforzadas difieren, por consiguiente de las estructuras no presforzadas en su funcionamiento. Por ejemplo, una viga simplemente apoyada, sea de

acero, concreto o de madera, se flexiona por el efecto de su propio peso, deformación que se incrementa al aplicarle en igual sentido otras fuerzas exteriores, sean estas axiales, uniformes, o móviles; al flexionarse, las fibras longitudinales se deforman, acortándose las situadas arriba del eje neutro, y alargándose las que quedan abajo de éste, como resultado de los esfuerzos de compresión y tensión respectivamente.

Para los casos de elementos de concreto reforzado, como este material es incapaz de soportar esfuerzos considerables de tensión, una gran parte de la zona que queda abajo del eje neutro se agrieta, y sólo se considera capaz de admitir esfuerzos de compresión la que queda arriba del eje neutro, debiendo detomar los esfuerzos de tensión el acero de refuerzo; por lo tanto, el concreto localizado abajo del eje neutro, gravita inútilmente.

El artificio del presfuerzo arriba expuesto, se puede aplicar al concreto, lo cual se puede lograr un mejor funcionamiento de la viga bajo las condiciones antes descritas, ya que se hace trabajar a todo el elemento únicamente a esfuerzos de compresión, aprovechándose al máximo y evitando el agrietamiento.

Un ejemplo muy simple del concepto de presforzado es la aplicación de los principios antes expuestos a los libros: si sobre una mesa se colocan varios libros colocados verticalmente uno a continuación del otro, y con ambas manos se mantienen oprimidos en los extremos, se observa que se puede levantar sin que los libros interiores se caigan; más aún, se le puede colocar una carga por encima de ellos y mantener el equilibrio, dependiendo de la carga que se le aplique en los extremos.

Otra definición aceptable de presfuerzo es: la creación intencionada de esfuerzos, no para eliminar tensiones exclusivamente, sino para mejorar el comportamiento general de la estructura.

tura.

El presfuerzo se utiliza para controlar no solamente el estado de agrietamiento, sino también el de deformaciones.

Ilustración del principio del presfuerzo.

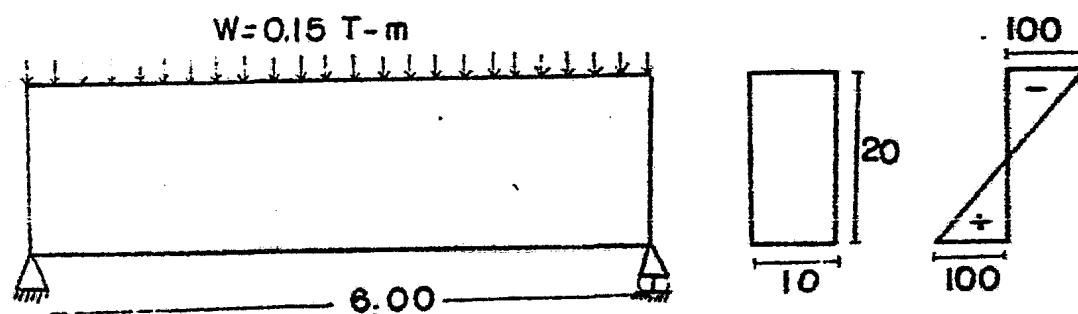
Este principio se puede ilustrar bajo los siguientes ejemplos:

Supongase una viga de sección rectangular, de concreto simple libremente apoyada, como la que se muestra en la figura. Su poniendo un comportamiento elástico debido a la acción de la carga exterior, la viga quedará sujeta en su sección crítica a esfuerzos de compresión y de tensión, en sus fibras extremas,  $100 \text{ Kg/cm}^2$ .

Convención de signos:

(+) Compresiones.

(-) Tensiones.



$$K = \frac{wl^2}{8} = \frac{0.15 \times 6^2}{8} = 0.67 \text{ T-m}$$

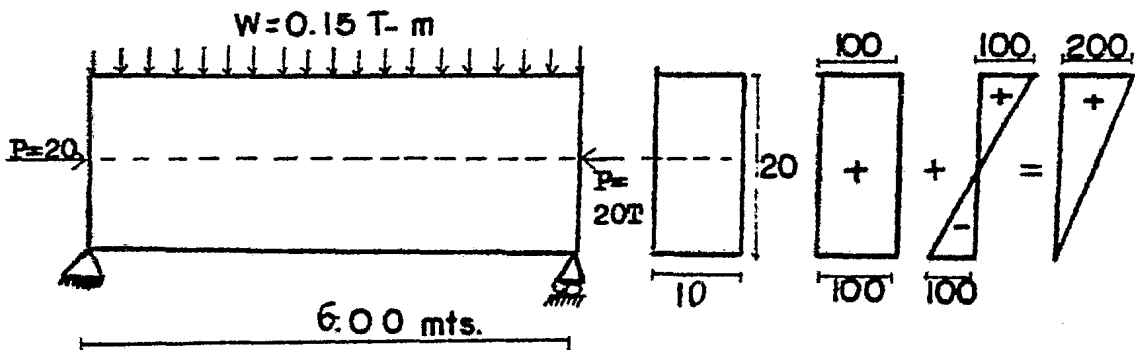
$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{10 \times 20^3}{12} = 6666.67 \text{ cm}^2$$

$$y_1 = \frac{h}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$S = \frac{I}{c} = \frac{6666.67}{10} = 666.67 \text{ cm}^3$$

$$f_{i,s} = \frac{M}{S} = \frac{67000}{666.7} = 100 \text{ Kg/cm}^2$$

Evidentemente, el concreto no puede resistir esfuerzos de tensión de ésta magnitud, pero si a la misma viga de concreto - se le aplica una fuerza axial de 20 Ton. que produce esfuerzos de compresión uniformes de  $100 \text{ Kg/cm}^2$ , los esfuerzos de tensión en la fibra inferior se anulan.



$$f_{i,s} = \frac{P}{A} + \frac{M}{S} = \frac{20\,000}{10 \times 20} + \frac{67\,000}{667} =$$

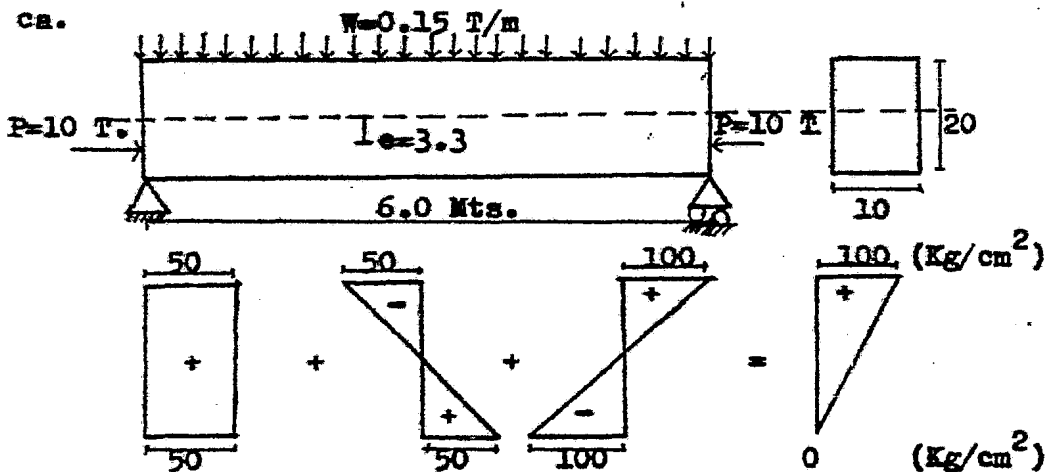
$$f_i = 0$$

$$f_s = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

Los esfuerzos en la fibra superior se incrementan a:  $200 \text{ Kg/cm}^2$ .



En la siguiente figura se muestra la misma viga de concreto pero con una fuerza de compresión igual a la mitad de la fuerza axial del caso anterior, aplicada en el límite del núcleo central. Así la fuerza produce un momento de signo contrario al producido por las cargas exteriores en la sección crítica.



$$f_{i,s} = \frac{P}{A} + \frac{P e}{S} + \frac{M}{S} = \frac{10\ 000}{10 \times 20} + \frac{10\ 000 \times 3.3}{6.667} + \frac{67\ 000}{667}$$

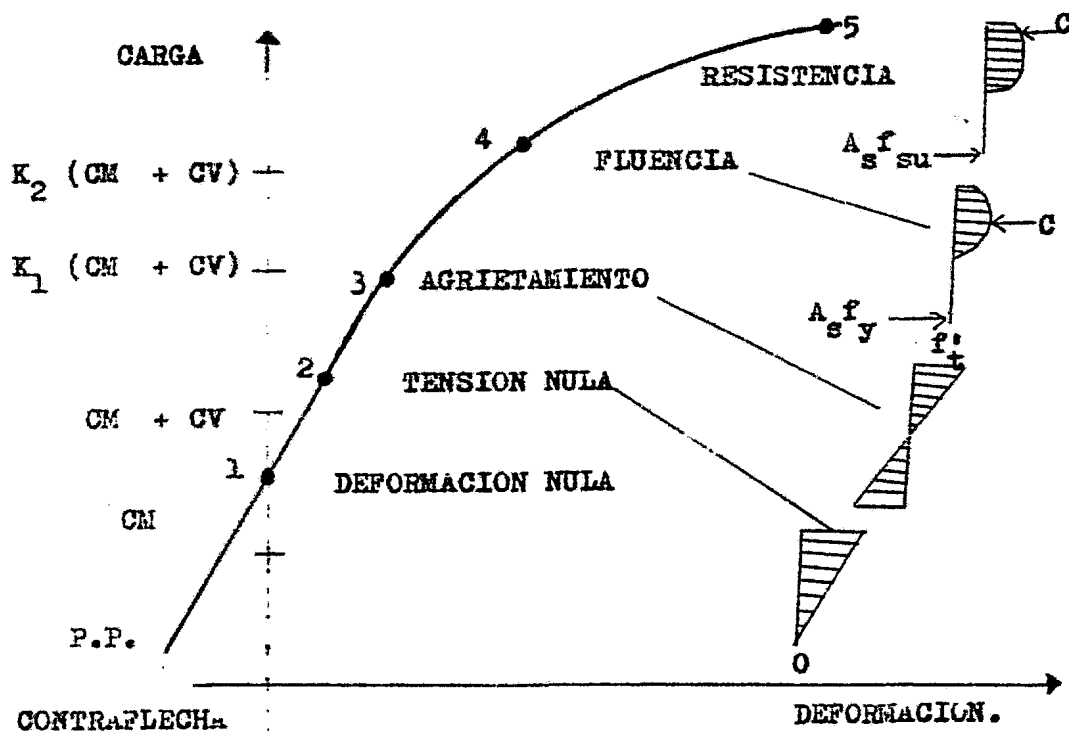
$$f_s = 100 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_i = 0$$

De lo anterior se deduce que para presforzar una viga de concreto, se debe aplicar una fuerza cuya magnitud depende de la excentricidad de la fuerza de presfuerzo con respecto al eje neutro. Cuanto mayor es la excentricidad, menor es la fuerza de presfuerzo requerida.

Comportamiento de vigas de concreto presforzado.

Una forma de darnos cuenta del comportamiento de las vigas de concreto presforzado en sus diferentes etapas es necesario conocer la gráfica de carga contra la deformación de un elemento estructural ante sus diversas etapas de carga.



$A_s$  = area del acero de presfuerzo.

P.P.=Peso propio de el elemento.

C.M.=Carga muerta.

C.V.=Carga viva.

$K_1$  y  $K_2$  = Constantes.

$f_t$  = Módulo de roturas a tensión del concreto.

$f_y$  = Esfuerzo de fluencia del acero.

$f_{su}$  =Esfuerzo último del acero.

Los diagramas de los puntos 2 y 3 representan variación de esfuerzos; Los de los puntos 4 y 5 muestran las fuerzas del Par.

Generalmente una viga de concreto presforzado con presfuerzo excéntrico tiene una curva carga-deformación como la representada en la figura anterior. Como se observa se tiene una parte negativa o sea una contraflecha del elemento, se observa un tramo practicamente recto y uno curvo. El primero indica un comportamiento elástico lineal que se inicia en la región de deformaciones negativas hasta el punto 3 que corresponde a los agrietamientos, el otro tramo que es el curvo, es un comportamiento-plástico.

En el punto No. 1 de la curva representa la condición de deformación nula, en que las deformaciones correspondientes a las cargas exteriores quedan totalmente equilibradas por las producidas por el presfuerzo.

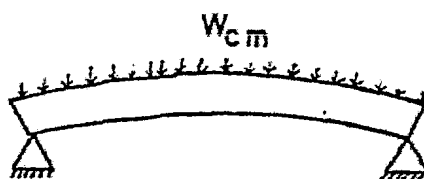
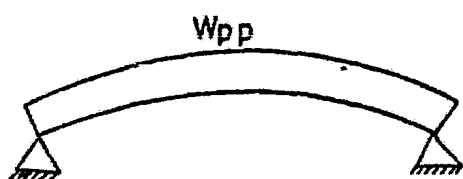
En el punto No. 2 de la curva los esfuerzos de tensión son nulos en la fibra inferior de la sección crítica de la viga.

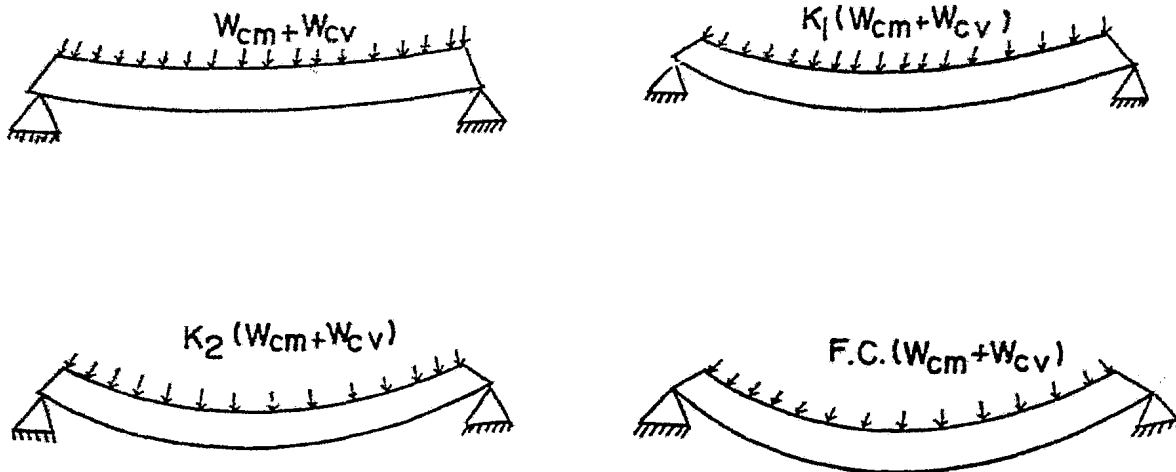
En el punto No. 3, corresponde a la carga de agrietamiento que se presenta cuando los esfuerzos de tensión en la fibra inferior de la sección crítica coinciden con el módulo de rotura de concreto.

En el punto No. 4 corresponde a la carga que hace que el acero alcance su esfuerzo de fluencia.

En el punto No. 5 de la curva representa la resistencia de la sección, es decir, su capacidad máxima en flexión.

En las siguientes figuras se hace una representación de las diferentes etapas que anteriormente se explicaron.





#### APLICACIONES DEL PRESFUERZO.

El presfuerzo suele aplicarse mediante elementos de acero de alta resistencia llamados tendones, el presfuerzo se crea por medio de gatos.

Dentro de las modalidades del presfuerzo tenemos al pretensado, donde consiste en tensar a los cables antes de vaciar el concreto, en términos generales el anclaje de los cables es por adherencia.

Otra modalidad del presfuerzo es el postensado, que consiste en tensar los cables posteriormente al colado del concreto y el anclaje de los elementos es por medio de elementos metálicos y de concreto.

A continuación se describe el procedimiento de pretensado.

Las instalaciones para la producción de elementos pretensados pueden ser de características muy distintas. Fundamentalmente consisten en una mesa, muertos de anclaje, moldes, gatos y --

en algunas ocasiones también se cuenta con plantas de vapor para reducir la duración de los ciclos de fabricación por medio de curados acelerados.

para poder ejecutar el pretensado es necesario seguir las siguientes etapas:

- 1.- Colocación de tendones en la mesa de anclaje.
- 2.- Tensado de tendones, mediante gatos hidráulicos.
- 3.- Colocar el acero de refuerzo ordinario.
- 4.- Colocación de las cimbras.
- 5.- Vaciado del concreto.
- 6.- Vibrado del concreto.
- 7.- Curado del elemento.
- 8.- Destensado de cables.
- 9.- Se cortan los cables entre los elementos presforzados.
- 10.- Retiro de los elementos de la mesa.

Las mesas de colado para la producción de elementos pretensados pueden tener características muy variadas, dependiendo de la naturaleza de los productos por prefabricar, la magnitud de las fuerzas de presfuerzo para los que haya que proporcionar anclaje y las propiedades del suelo sobre el que deben apoyarse.

Las mesas fijas con muertos de anclaje que resisten por sí solas todas las fuerzas de presfuerzo debido al peso propio y las reacciones del suelo, pudiéndose incluir entre estas el empuje pasivo y la fricción entre el muerto y el suelo. La losa no tiene otra función que la de proporcionar una superficie de trabajo.

Existe otro tipo de mesa que es fija y es la de muertos de anclaje piloteados. Consiste en proporcionar estabilidad a los muertos de anclaje por medio de pilotes.

Las mesas portátiles son las que se usan generalmente para una planta provisional cerca de la obra donde se van a consumir

productos prefabricados. Esto se justifica cuando no existen plantas de prefabricación próximas y cuando el volúmen de la obra es lo suficientemente importante. Existen una diversidad de tipos de mesas portátiles para presfuerzo, algunas de las cuales se describen a continuación:

a) Mesas de elementos precolados que se unen por medio de tendones de presfuerzo, las piezas o dovelas que constituyen las mesas, se hacen de un tamaño que pueda transportarse fácilmente, pueden unirse mediante tendones de presfuerzo alojados en ductos provistos en las piezas.

b) Mesas de estructuras de acero. Puede proporcionarse un anclaje a las fuerzas de presfuerzo por medio de bastidores formados por estructuras desarmables de acero. Esta alternativa implica menor costo de transporte cada vez que la mesa es trasladada para su instalación en una nueva obra, por el menor peso de los elementos que la integran.

c) Dispositivos para desviar tendones.

En general, por sencillez constructiva, los elementos pretensados se fabrican con tendones rectos, algunas plantas presforzadoras cuentan con dispositivos que permiten desviar los tendones de tal forma que sus trayectorias se ajusten a las necesidades de momentos en la forma más eficiente posible.

#### DISPOSITIVOS DE ANCLAJE.

Los tendones se sujetan en los muertos de anclaje por medio de mordazas que en general, utilizan el principio de la cuña o la fricción. Existen anclajes para diferentes tipos de alambres o tendones. (Figura 3 y 4)

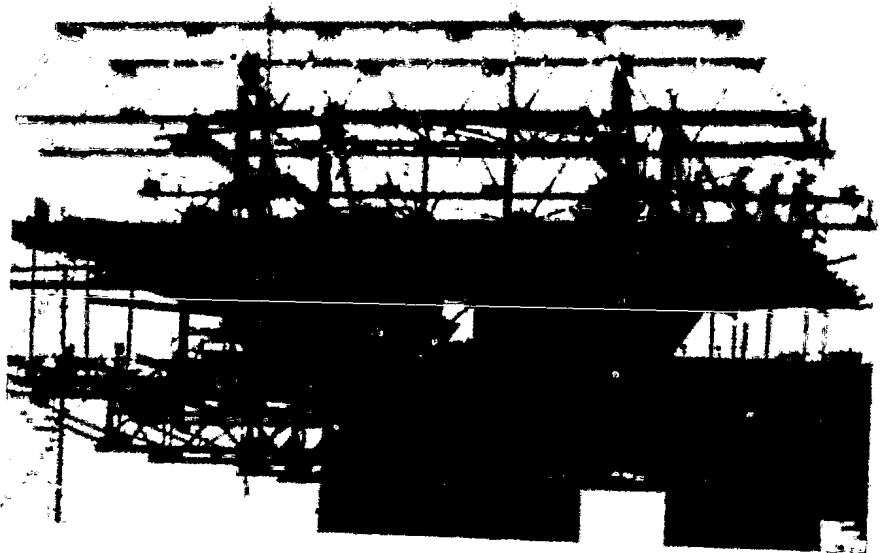
#### MÉTODOS DE COLADO Y CIMBRADO.

Pueden distinguirse dos maneras fundamentales de fabricar elementos de concreto. En una, los moldes que generalmente son metálicos, permanecen sobre las mesas de colado, y el concreto-



Fig. 3 Dispositivos de anclaje en el puente Coatzacoálco II.

Fig 4 Sistemas - de anclaje en el puente Coatzacoálco II.



es llevado hasta ellos por medio de botes transportados por grúa bandas, bombas o vehículos especiales.

#### SISTEMAS DE POSTENSADO.

En los sistemas postensados, el concreto se cuela o deposita en los moldes antes del tensado de los tendones que se efectúa por medio de gatos hidráulicos que reaccionan contra el concreto. Esta operación se puede efectuar desde un solo extremo, anclando el tendón mediante un dispositivo especial en el extremo contrario, puede también tensarse desde ambos lados por medio de dos gatos.

Al fabricar la pieza, los tendones se alojan dentro de ductos colocados en forma conveniente, que evitan que queden adheridos al concreto durante la operación de tensado. En algunos casos se forman ductos dentro de los elementos de concreto por medio de mangueras o algún otro sistema y los tendones se enhebran en los ductos después que el concreto ha endurecido.

Una vez tensados los elementos, en la mayoría de los casos se inyecta lechada en los ductos, para que en condiciones de servicio exista adherencia entre los tendones y el concreto.

Cuando se ha aplicado la deformación necesaria al tendón, los gatos se retiran y los tendones quedan anclados mediante dispositivos especiales. Las trayectorias de los elementos pueden ser rectas o curvas.

Los diversos tipos de anclaje que se utilizan en los sistemas postensados pueden consistir en uno de los cuatro procedimientos siguientes, o en alguna combinación de ellos.

- 1.- Aprovechamiento del principio de la cuña, así como la fricción entre las cuñas y los tendones.
- 2.- Apoyando directamente el tendón sobre la placa por medio de un engrosamiento formado en el extremo de los tendones.
- 3.- Usando dispositivos a base de rosca.



#### 4.- Doblando los tendones.

##### SISTEMAS DE POSTENSADO MAS COMUNES USADOS EN MEXICO.

##### a).- Sistema Freyssinet.

Para tendones formados por alambres, este sistema emplea cilindros y cuñas hechos de concreto. El interior de los cilindros es cónico, de tal manera que los alambres quedan sujetos por medio de una cuña cónica estriada, que se introduce en el cilindro mediante presión aplicada con el mismo gato empleado para tensar generalmente, el cilindro se ahoga dentro del concreto, de manera que queda apañado con las caras extremas de los elementos presforzados. Para tendones a base de torones, se emplean cuñas y cilindros metálicos.

##### b).- Sistema BBRV.

Este sistema es de origen Suizo, y fué el primero en que se utilizó el anclaje a base de botones en los extremos de los alambres, en forma de cabezas de remache, apoyados directamente sobre un elemento de anclaje de acero, que a su vez descansa sobre una placa de distribución, también de acero, ahogada en el concreto. El ensanchamiento del extremo de los alambres se logra en frío, por medio de un equipo especial. Se deben tomar precauciones especiales para que todos los tendones tengan la medida correcta. Este sistema facilita notablemente el anclaje, y permite tensar un gran número de tendones simultáneamente. El ajuste de la fuerza de presfuerzo se logra mediante una rosca en el elemento de anclaje. En vigas tensadas por un solo lado, puede usarse anclajes a base de placas.

##### c).- Sistema Frescon.

Fué desarrollado en Estados Unidos de Norteamérica, es muy semejante al sistema BBRV; difiere de este únicamente en el ajuste del presfuerzo, que se logra por medio de placas de acero en lugar de la rosca empleada en el sistema suizo.

## d).- Sistema VSL.

Desarrollado en Suiza, aunque con posterioridad al BBRV, este sistema se basa en el principio de cuña y fricción, los tendones quedan anclados en un elemento de anclaje con perforaciones cónicas para cada alambre o torón. El elemento de anclaje cuenta con una rosca para hacer ajustes, lo mismo que en el anclaje BBRV. En el extremo fijo los tendones pueden anclarse doblandolos.

## e).- Sistema CCI.

Es de origen inglés. Al igual que en Freyssinet utiliza el principio de cuña y fricción, pero anclando igualmente cada tendón por medio de un sistema de cuñas y cilindros. En este sistema se deben tensar uno por uno todos los alambres que forman el tendón.

## f).- Sistema Ramza.

Este sistema de patente mexicana desarrollado por el Ing. Ramírez Zamorano. Se ha utilizado con éxito en estructuras civiles importantes de características originales.

Se basa en la extrusión en frío de un casquillo metálico - en forma de tendón por anclar; la extrusión se efectúa mediante una prensa y unos dados de diseño especial. La sujeción se logra por la incrustación, entre el casquillo y el acero de presfuerzo de un material de mayor dureza que ambos, el cual se coloca de manera que al realizarse la extrusión se obtiene una liga metálica, similar a la lograda entre el tornillo y la fuerza por medio de una rosca.

## C A P I T U L O I I

### DISEÑO Y REVISION POR ESFUERZOS PERMISIBLES

## C A P I T U L O II

## DISEÑO Y REVISIÓN POR ESFUERZOS PERMISIBLES

2.1) Esfuerzos permisibles de elementos de concreto presforzado según el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal

a.-) Esfuerzos inmediatamente después de la transferencia y antes que ocurran las pérdidas por contracción y flujo plástico:

Compresión-----0.60  $f'_{ci}$

Tensión en miembros

sin refuerzo en la

zona de tensión -----  $\sqrt{f'_{ci}}$

Quando el esfuerzo de tensión calculado exceda de este valor, se suministrará acero de refuerzo para que resista -- la fuerza total de tensión del concreto, valuado en la -- sección sin agrietar.

En la expresiones anteriores,  $f'_{ci}$  en  $\text{Kg/cm}^2$ , es la resistencia a compresión del concreto a la edad en que ocurre la transferencia de esfuerzos. Esta tiene lugar en el concreto presforzado, cuando se cortan los tendones ó se disipa la presión en el gato, o en postensado, cuando se ancla el tendón.

En general  $f'_{ci} = 80\% f'_c$

a.1) Esfuerzos bajo cargas muertas y vivas de servicio:

Compresión -----0.45  $f'_c$

Tensión -----  $2 \sqrt{f'_c}$

Estos valores pueden excederse siempre que se justifique -- que el comportamiento estructural del elemento es adecuado Quando la estructura vaya a estar sujeta al ambiente corrosivo, puede ser necesario obligar a que no haya tensiones-- en condiciones de servicio.

b.-) Esfuerzos permisibles en el acero de presfuerzo.

- Debido a la fuerza aplicada por el gato  $\text{-----} 0.80 f_{sr}$
- Inmediatamente después de la transferencia  $\text{-----} 0.70 f_{sr}$

En estas expresiones,  $f_{sr}$  es el esfuerzo resistente del acero de presfuerzo.

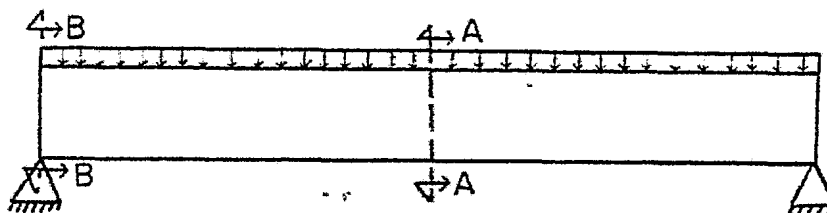
2.2) Obtención de las propiedades de las secciones.

Procedimiento.

- Dividir las secciones en elementos conocidos.
- Obtener las áreas conocidas.
- Obtener distancias centroidales de las secciones.
- Obtener los momentos estáticos de las secciones.
- Obtener los centroides de la sección.
- Obtener las distancias centroide a centroide.
- Obtener los momentos estáticos y sus correspondientes momentos de inercia de cada elemento en particular.

2.3) Determinación de las secciones críticas.

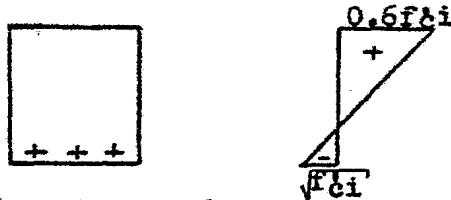
Las secciones críticas de una viga como la que se muestra



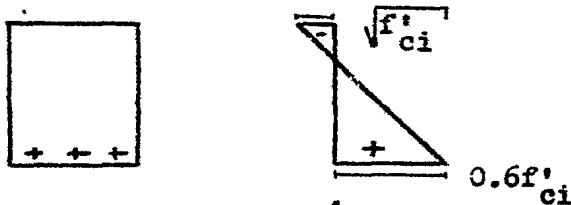
Los cortes transversales que se muestran en la anterior figura son:

- La sección AA (al centro del claro), la etapa crítica, corresponde a los esfuerzos bajo cargas Muertas y Vivas en condiciones de servicio.
- La sección BB (en el apoyo de la viga), inmediatamente después de la transferencia pero antes de que comiencen las pérdidas diferidas.

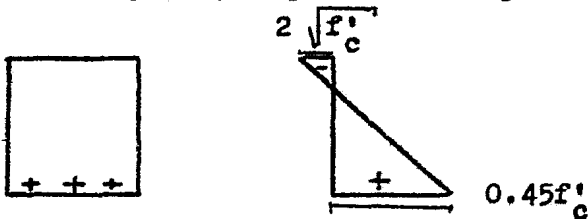
Sección A-A (al centro del claro), antes de las pérdidas.



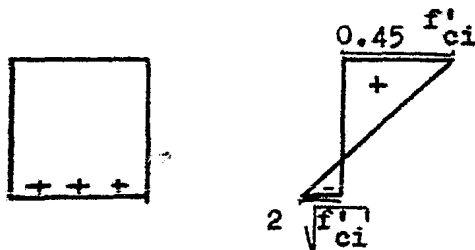
Sección B-B (en el apoyo), antes de las pérdidas.



Sección B-B (en el apoyo), después de las pérdidas.

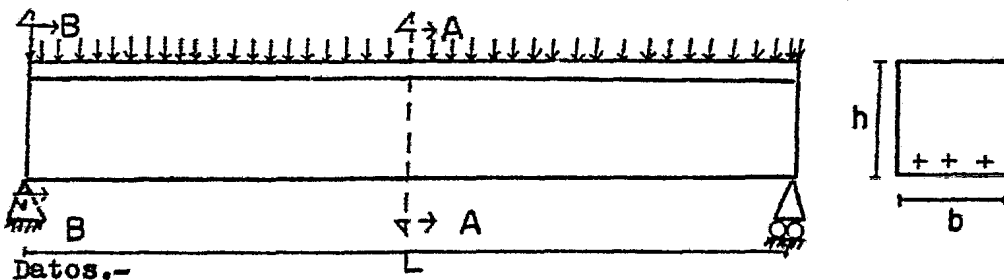


Sección A-A (al centro del claro), después de las pérdidas.



Ejemplo No. 1

Revisión de esfuerzos en las secciones críticas.



Datos.-

- Po.- Fuerza de Presfuerzo inicial.
- P.- Fuerza de Presfuerzo efectivo.
- A.- Area de la sección transversal.

I.- Momento de inercia de la sección transversal.

Momento actuante en condiciones de servicio  $M_{A A} \neq 0$

Momento actuante en condiciones de servicio  $M_{B B} = 0$

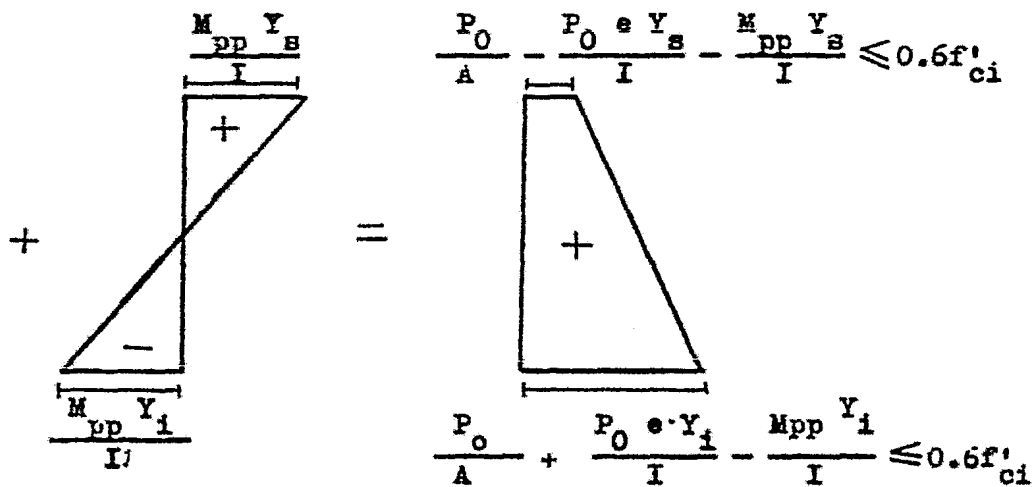
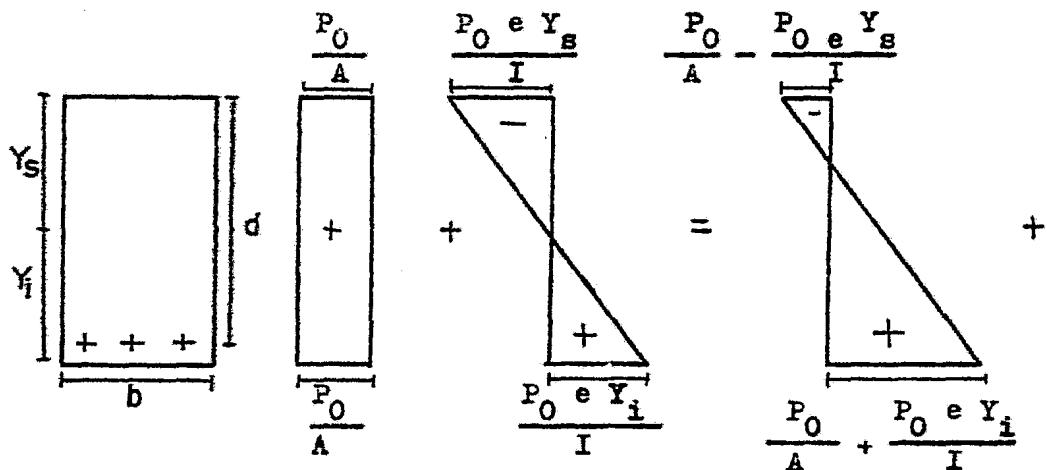
$f'_c$  .- Resistencia del concreto a los 28 días.

$f'_{ci}$  .- Resistencia del concreto al destensar los cables.

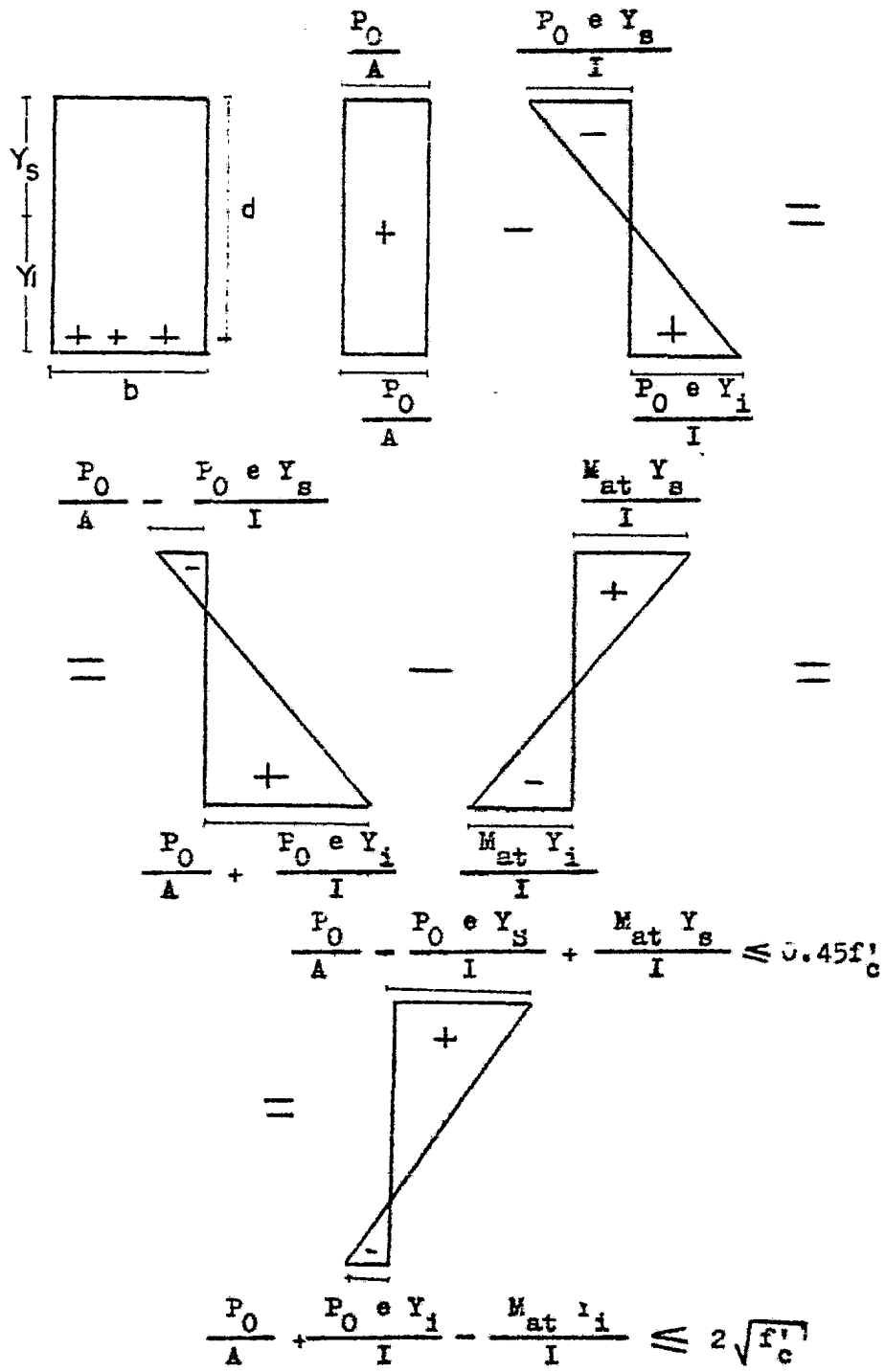
$f_{sr}$  .- Resistencia del acero de presfuerzo.

Revisión de la sección A-A.

1er Etapa.- Antes de las pérdidas diferidas.



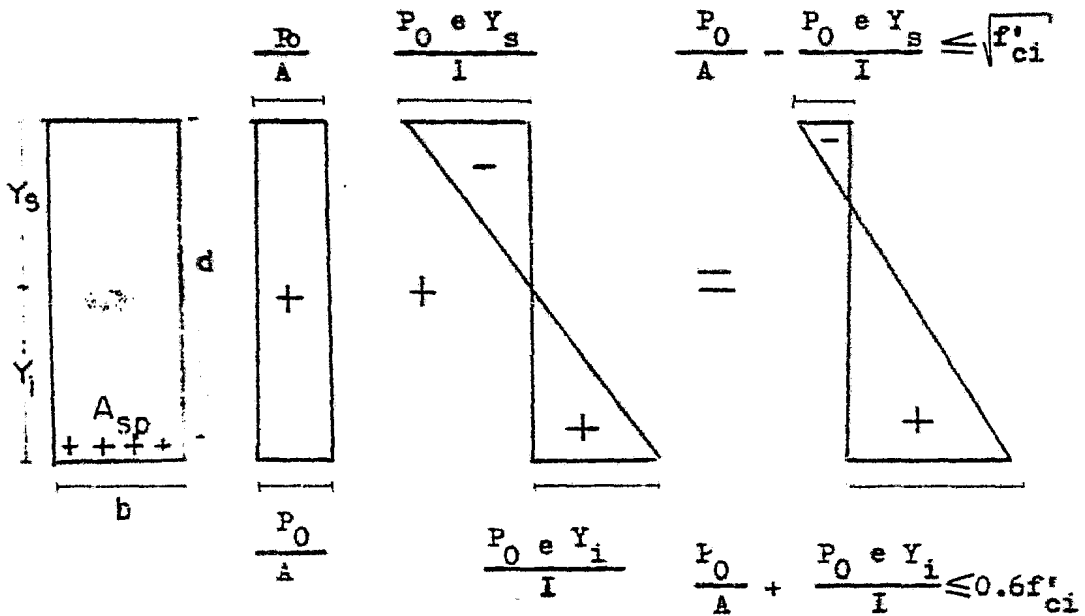
2ª Etapa.- Después que se presentaron las pérdidas diferidas bajo cargas muertas y vivas.



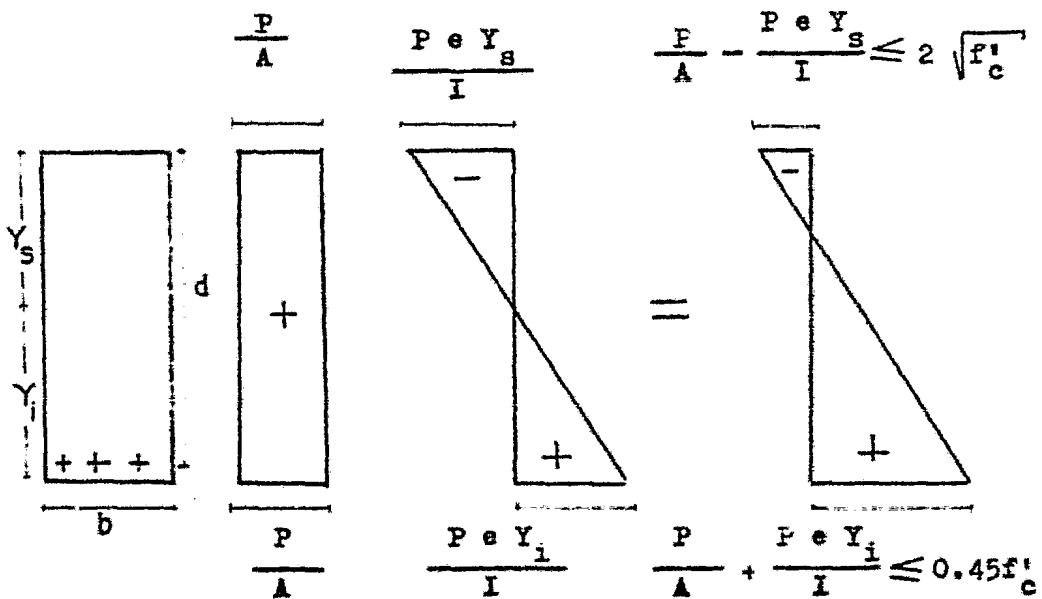


Sección B-B

1ª Etapa.- antes de que se presenten las pérdidas, (al destensar)



2ª Etapa.- Después de que se presentaron las pérdidas.



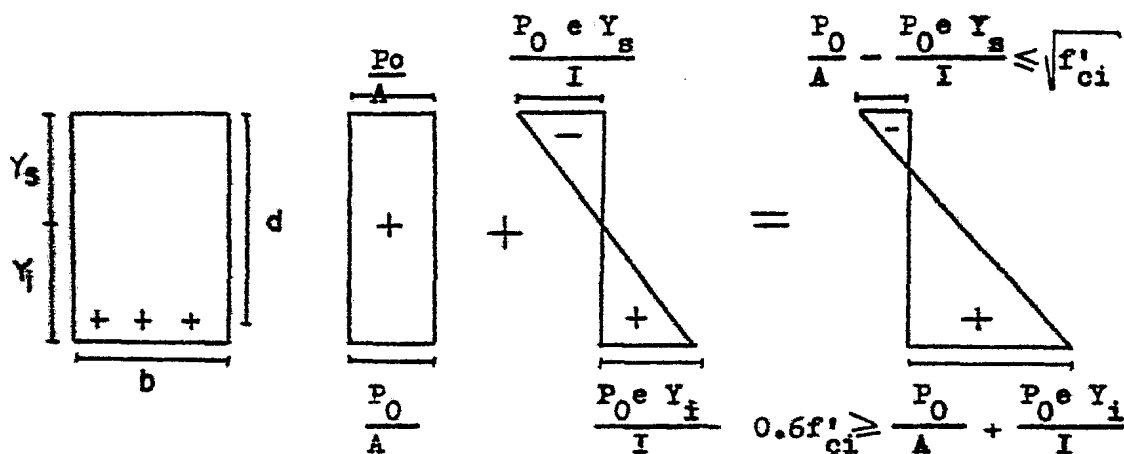
Para las secciones A-A conviene revisarlas unicamente en la Etapa # 2, por ser la más crítica.

Para las secciones B-B conviene revisarlas unicamente en la etapa #1, por ser la más crítica.

Para los ejemplos posteriores a este ejemplo, se revisará unicamente las secciones con sus correspondientes etapas antes mencionadas.

2.4.- Determinación de la cantidad máxima de presfuerzo que se puede colocar en cada sección.

Sección B-B etapa al destensar los cables.



$$k = \frac{p}{p_0} ; \quad p = k p_0$$

En Postensado las pérdidas aproximadas que se presentan son de un 25%, por lo tanto.

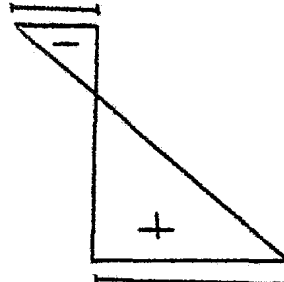
$$p = 0.75 p_0$$

En Pretensado las pérdidas que se presentan en una forma aproximada son del 20%, por lo tanto.

$$p = 0.80 p_0$$

En el siguiente diagrama se muestra los valores que debe adoptar los valores siguientes.

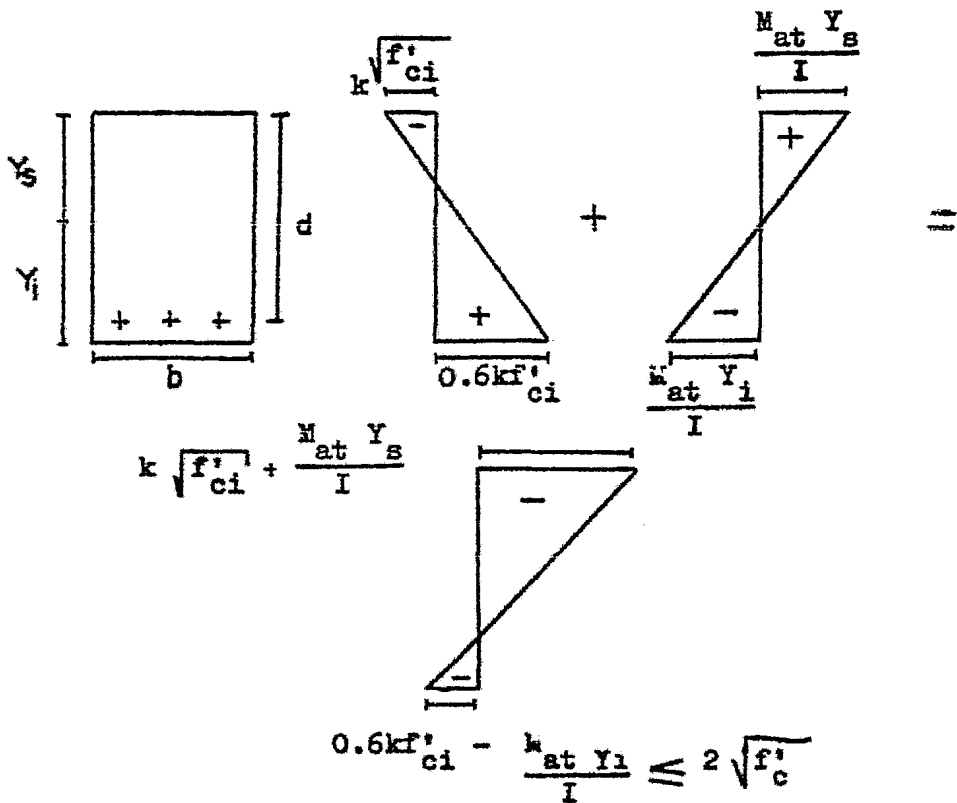
$$\frac{P}{A} - \frac{P e Y_s}{I} \leq k \sqrt{f'_{ci}} = f_{ts}$$



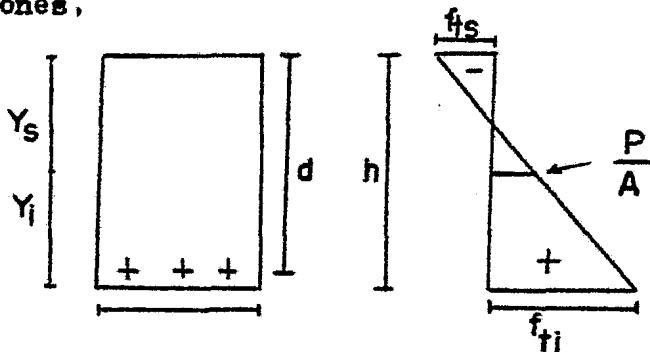
$$\frac{P}{A} + \frac{P e}{I} Y_s \leq k 0.6 f'_{ci} \leq f_{ti}$$

Revisión de la sección crítica al centro del claro con respecto al Presfuerzo máximo.

Sección A-A, Etapa despues de las pérdidas.



- 2.4.1) Si los esfuerzos obtenidos en la sección A-A en la etapa-  
después de las pérdidas de el elemento, cuando estas son-  
mayores que las permisibles, como una solución es incre-  
mentar la sección.
- 2.4.2) Si los esfuerzos obtenidos son iguales que los permisibles  
la sección es eficiente.
- 2.4.3) Si los esfuerzos obtenidos son menores que los permisi-  
bles, la solución mas factible es, reducir el diagrama -  
de Presfuerzo.
- 2.5) Obtención de la fuerza de Presfuerzo y de la cantidad de-  
tendones,



Por triángulos semejantes, se obtiene:

$$\frac{P/A + f_{ts}}{y_s} = \frac{f_{ti} + f_{ts}}{h}$$

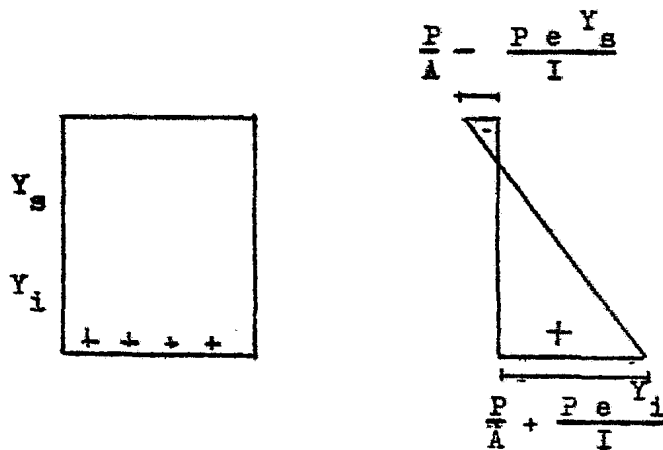
$$P = \left[ \frac{y_s (f_{ti} + f_{ts})}{h} - f_{ts} \right] A$$

## 2.6) Obtención de la excentricidad teórica

Los valores obtenidos en la zona de compresión son:

$$\frac{P}{A} + \frac{P e y_i}{I}$$

Los valores de tensión son los que se muestran en la figura que sigue.



$$f_{ti} = \frac{P}{A} + \frac{P e Y_i}{I}$$

$$f_{ti} - \frac{P}{A} = \frac{P e Y_i}{I}$$

$$e = \frac{I}{P Y_i} \left[ f_{ti} - P/A \right]$$

2.7) Especificaciones del ACI-1977, en relación con la colocación del acero de presfuerzo.

2.7.1) Distancia libre entre cables de presfuerzo.

La distancia libre entre los tendones de presfuerzo en los extremos de las vigas presforzadas será la siguiente

- Torones  $\text{-----} d_L \geq 3d_t$

- Alambres  $\text{-----} d_L \geq 4d_a$

En postensado podrán estar a menor separación o distancia libre en el centro del claro.

2.7.2) Recubrimiento de acero de Presfuerzo (libre).

- Concreto expuesto al suelo o a la acción del clima o tableros para losas, muros y nervaduras.  $\text{-----} 2.5 \text{ cm}$

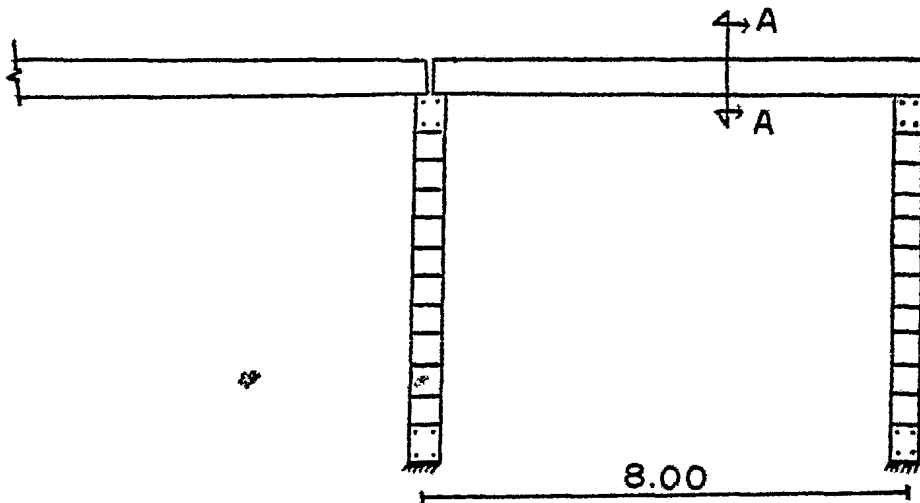
- Otros miembros.  $\text{-----} 4.0 \text{ cm}$

- Concreto no expuesto a la acción del clima, ni en contacto con el suelo.

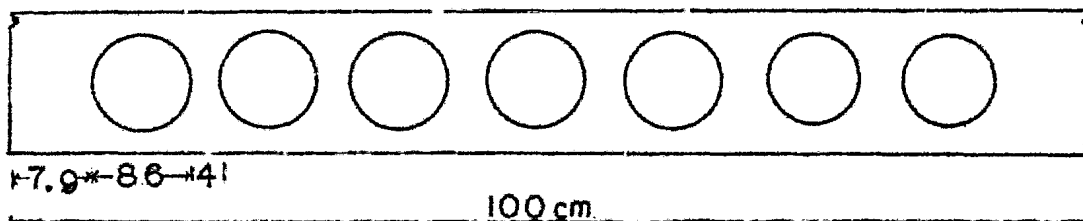
- Losas, muros y nervaduras. ————— 2.0 cm.
- Refuerzos principales en otros miembros. ————— 4.0 cm.
- Estrivos en otros miembros. ————— 2.5 cm.

### Ejemplo No. 2

Determinar el presfuerzo requerido en una losa aligerada-Pretensada de 8.00 mts. de claro y revisar los esfuerzos permisibles con una carga viva de  $200 \text{ Kg/cm}^2$  y con una sobrecarga muerta de  $150 \text{ Kg/cm}^2$ , con un concreto de un esfuerzo de  $f'_c = 300 \text{ Kg/cm}^2$  y torones de  $3/8$  de pulg. de diámetro con una resistencia del acero de presfuerzo de  $f_{sr} = 18\ 000 \text{ Kg/cm}^2$ .



Corte A-A



Solución.-

Paso No.1 Características de la sección.

$$A = 100 \times 15 - 7 \frac{3.1416 (8.6)^2}{4} = 1093.38 \text{ cm}^2.$$

$$I_x = \frac{100 \times 15^3}{12} - 7 \frac{3.1416 (8.6)^4}{64} = 26245.42 \text{ cm}^4$$

$$Y_i = 7.5 \text{ cm.}$$

$$Y_s = 7.5 \text{ cm.}$$

Paso No. 2 Determinación del momento flexionante.

$$w_p = C.M. + C.V. = 150 + 200 = 350 \text{ Kg/m}^2$$

$$w_{pp} = 1093.38 \text{ cm}^2 \times 2400 \text{ Kg/m}^3 = 262.41 \text{ Kg/m}$$

$$W_t = 150 + 200 + 262.41 = 612.41 \text{ Kg/m}$$

Momento al centro del claro.

$$M = \frac{w l^2}{8} = \frac{612.41 \times 8.00^2}{8} = 4899.28 \text{ Kg-m}$$

$$f_i = - \frac{4899.2 \times 7.5}{26245.42} = 140 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_s = + \frac{4899.2 \times 7.5}{26245.42} = 140 \text{ Kg/cm}^2$$

Paso No. 3 Cálculo de los esfuerzos permisibles.

$$f'_{ci} = 0.80 f'_c = 0.8 \times 300 = 240 \text{ Kg/cm}^2$$

Materiales de concreto.

- Antes de las pérdidas diferidas.

$$\text{-- Compresión} = 0.6 f'_{ci} = 0.6 \times 240 = 144 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{-- Tensión} = \sqrt{f'_{ci}} = 15.49 \text{ Kg/cm}^2$$

- Después de las pérdidas diferidas.

$$\text{-- Compresión} = 0.45 f'_c = 0.45 \times 300 = 135 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{-- Tensión} = 2 \sqrt{f'_c} = 2 \sqrt{300} = 34.64 \text{ Kg/cm}^2$$

Acero de refuerzo.

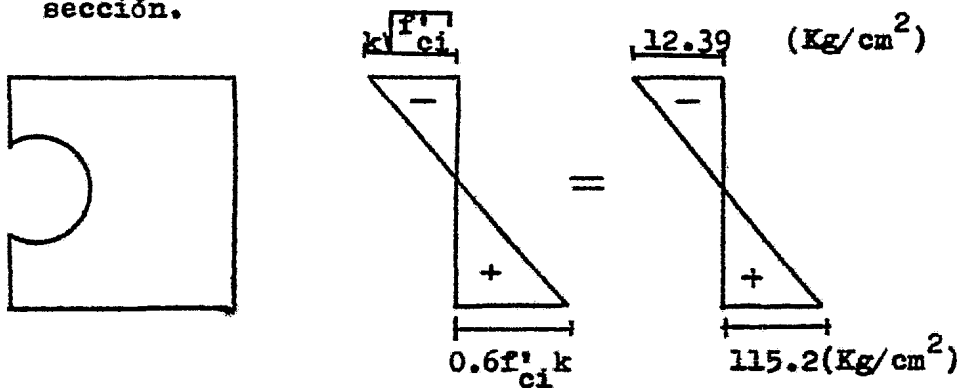
$$\begin{aligned} \text{Esfuerzo de tensión en el gato} &= 0.8 f_{sr} = 0.8 \times 18\,000 = \\ &= 14\,400 \text{ Kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Inmediatamente después de la transferencia} &= 0.7 f_{sr} = \\
 &= 0.7 \times 18\,000 = \\
 &= 12\,600 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}
 \end{aligned}$$

$$F_0 = A_s f_0 = (0.516)(12\,600) = 6501.6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F = 0.80 F_0 = (0.80)(6501.6) = 5201.28 \text{ Kg/cm}^2$$

Paso No. 4 Cálculo de la capacidad máxima de Presfuerzo de la sección.

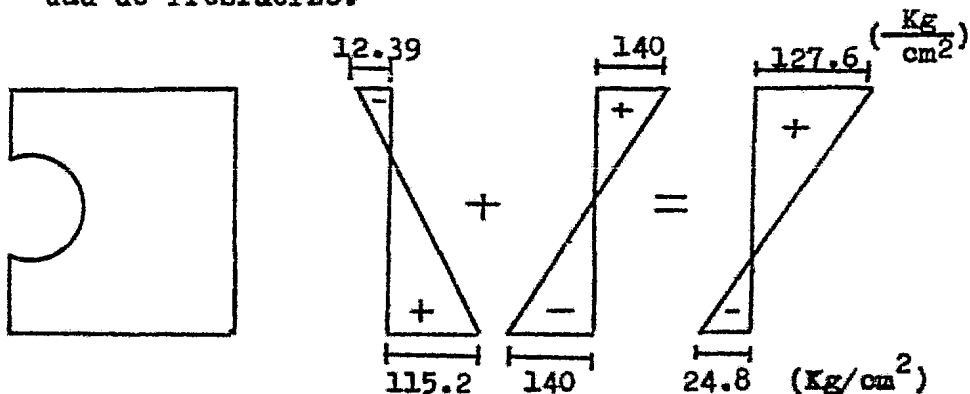


$$k = 0.80$$

$$k f'_{ci} = (0.8)(240) = 12.39 \text{ Kg/cm}^2$$

$$0.6 k f'_{ci} = (0.6)(0.8)(240) = 115.2 \text{ Kg/cm}^2$$

Paso No. 5 Comparación de los esfuerzos actuantes con la capacidad de Presfuerzo.





$$\begin{aligned} \text{Compresión} & \quad 127.6 \text{ Kg/cm}^2 < 135 \text{ Kg/cm}^2 \\ \text{Tensión} & \quad 24.8 \text{ Kg/cm}^2 < 34.64 \text{ Kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Por lo tanto son correctos los esfuerzos obtenidos.

Paso No. 6 Se propone un diagrama de Presfuerzo para la siguiente solución:

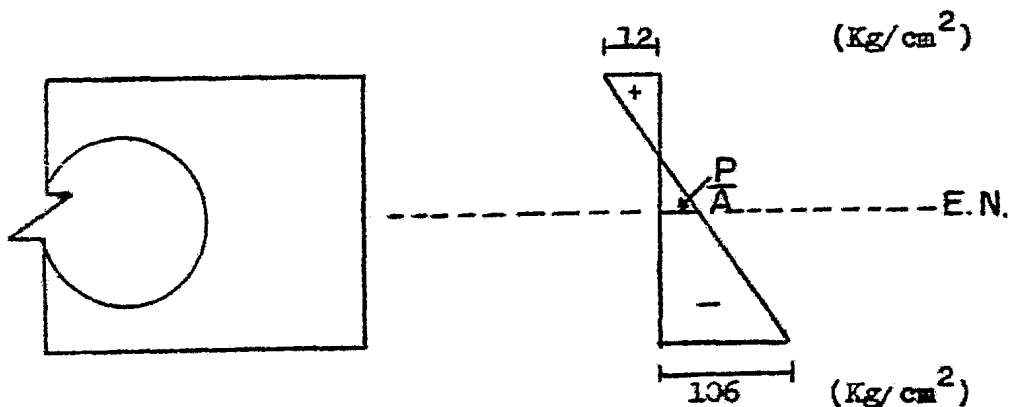


Diagrama de presfuerzo.

Por triángulos semejantes se obtiene la siguiente solución, para determinar el valor de  $P/A$ .

$$\frac{P/A + 12}{7.5} = \frac{106 + 12}{15}$$

$$P/A = (47 \text{ Kg/cm}^2)$$

$$P = (47)(1093.38) =$$

$$P = 51388.86 \text{ Kg.}$$

Por lo tanto el número de torones es:

$$n = F/P = \frac{51388.86}{5201.28} = 9.88 \text{ torones, por lo tanto "n" será}$$

$$n = 10 \text{ torones de } 3/8 .$$

Paso No. 7 Cálculo de la excentricidad.

$$e_t = \frac{I}{P Y_I} \left[ f_{ti} - P/A \right]$$

$$e_t = \frac{26245}{(51388.86)(7.5)} (106 - 47)$$

$$e_t = 4.017 \text{ cm.}$$

$$e_t' = 7.5 - 4.017 = 3.482 \text{ cm.}$$

Fase No. 8 Separación de los torones.

$$\text{Separación libre} = (3)(\phi_t)$$

$$\text{Separación libre} = (3)(0.952) = 2.85 \text{ cm} \approx 3.0$$

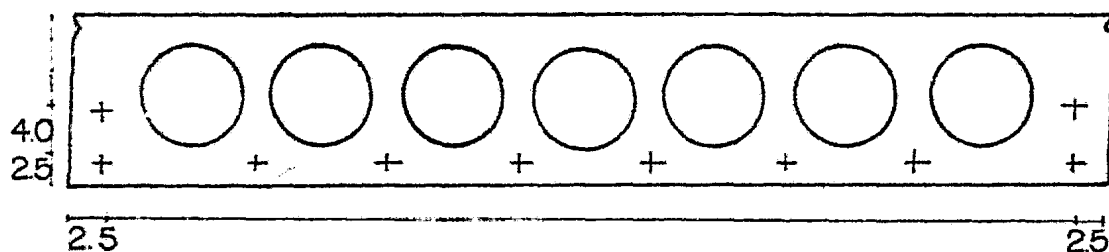
$$\text{Separación libre} = 3.0 \text{ cm.}$$

$$\text{Separación total} = \text{Sep. libre} + \phi_t$$

$$\text{Separación total} = 3.0 + 0.952 = 3.952$$

$$\text{Separación total} \doteq 4.0 \text{ cm.}$$

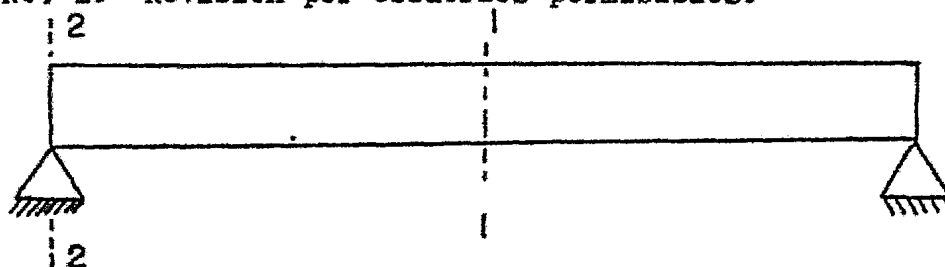
Fase No. 9 Colocación de los torones. La colocación de estos elementos, se muestra en la figura No. 1



$$e'_{\text{real}} = \frac{(8)(2.5)(1) + (2)(6.5)}{10} = 3.33 \text{ cm.}$$

$$e'_{\text{real}} = 7.5 - 3.33 = 4.17 \text{ cm.}$$

Fase No. 10 Revisión por esfuerzos permisibles.



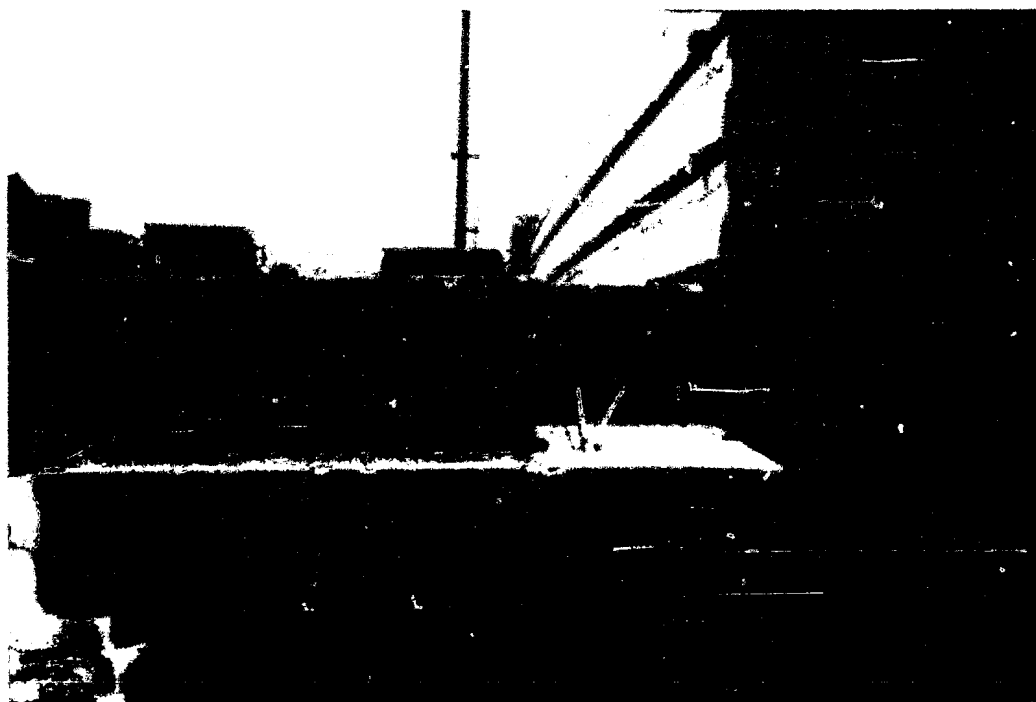
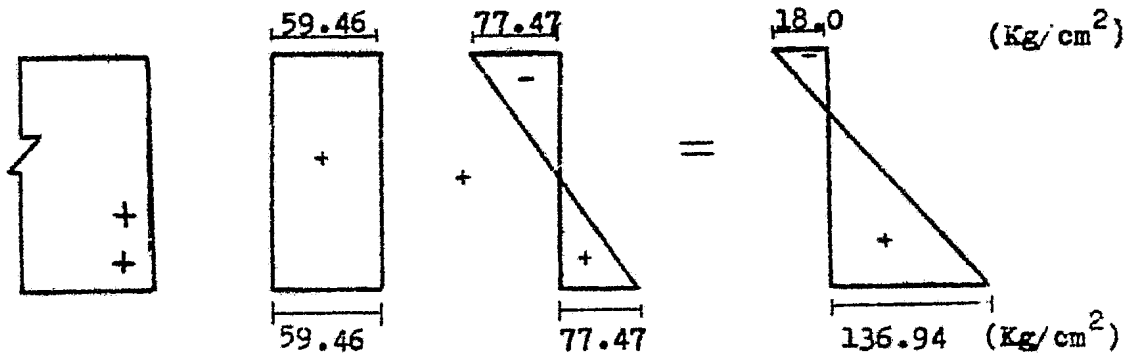


Figura No. 1 Losas de concreto Presforzadas.

a.-) Sección (2-2) etapa 1 (antes de las pérdidas.)



$$P_0 = (10)(6501.6) = 65016 \text{ Kg.}$$

$$f_i = \frac{P_0}{A} + \frac{P_0 e_r Y_i}{I} = \frac{65016}{1093.4} + \frac{(65016)(4.17)(7.5)}{26245.42}$$

$$f_i = 59.46 + 77.47 = 136.94 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_s = \frac{P_0}{A} - \frac{P_0 e_r Y_s}{I} = \frac{65016}{1093.38} - \frac{(65016)(4.17)(7.5)}{26245.42}$$

$$f_s = 59.46 - 77.47 = 18.01 \text{ Kg/cm}^2$$

Comparación con los esfuerzos permisibles.

- Compresión	136.94 Kg/cm <sup>2</sup>	144 Kg/cm <sup>2</sup>
-Tensión	18.01 Kg/cm <sup>2</sup>	15.44 Kg/cm <sup>2</sup>

Como es claro el esfuerzo de compresión es correcto ya -- que los esfuerzos obtenidos son menores al esfuerzo de -- compresión admisible, mas sin en cambio los esfuerzos de -- tensión obtenidos son mayores al esfuerzo permisible de -- tensión.

Por lo que una solución al problema es:

Colocar acero de refuerzo como solución al problema.

Para determinar la cantidad de acero de refuerzo, se hace una similitud del diagrama de esfuerzos actuantes.

Por triangulos semejantes, se obtiene:

$$\frac{18.01}{g} = \frac{136.94 + 18.01}{15}$$

$$r = 1.743 \text{ cm.}$$

El esfuerzo = tensión.

$$T = \frac{18.01 \times 1.743 \times 100}{2} = 1569.99 \text{ kg.}$$

El área necesaria es:

$$A_s = \frac{T}{f_s} = \frac{1569.99}{(0.6)(4200)} = 0.623 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 0.623 \text{ cm}^2$$

Se colocaran 2 vs. del # 2.5, cuya área necesaria de acero es de  $0.989 \text{ cm}^2$

Ya que el área de acero requerido, es menor que el área de acero proporcionado por las varillas de refuerzo, es correcta la proposición de 2 vs. del # 2.5.

b.-) Revisión en la sección (1-1), etapa # 2.

Obtención de los esfuerzos actuantes.

$$P = 10 \times 5201.28 = 52012.8 \text{ Kg.}$$

$$f_i = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e \cdot Y_i}{I} = \frac{52012.8}{1093.4} + \frac{(52012.8)(4.17)(7.5)}{26245.42}$$

$$f_i = 47.57 + 61.98 =$$

$$f_i = 109.55 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_s = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e \cdot Y_i}{I} = \frac{52012.8}{1093.4} + \frac{(52012.8)(4.17)(7.5)}{26245.42}$$

$$f_s = 14.4 \text{ Kg/cm}^2$$

Por triángulos semejantes, se obtiene:

$$\frac{18.01}{g} = \frac{136.94 + 18.01}{15}$$

$$r = 1.743 \text{ cm.}$$

El esfuerzo = tensión.

$$T = \frac{18.01 \times 1.743 \times 100}{2} = 1569.99 \text{ kg.}$$

El área necesaria es:

$$A_s = \frac{T}{f_s} = \frac{1569.99}{(0.6)(4200)} = 0.623 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 0.623 \text{ cm}^2$$

Se colocaran 2 vs. del # 2.5, cuya área necesaria de acero es de  $0.989 \text{ cm}^2$

Ya que el área de acero requerido, es menor que el área de acero proporcionado por las varillas de refuerzo, es correcta la proposición de 2 vs. del # 2.5.

b.-) Revisión en la sección (1-1), etapa # 2.

Obtención de los esfuerzos actuantes.

$$P = 10 \times 5201.28 = 52012.8 \text{ Kg.}$$

$$f_i = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e_r \cdot Y_i}{I} = \frac{52012.8}{1093.4} + \frac{(52012.8)(4.17)(7.5)}{26245.42}$$

$$f_i = 47.57 + 61.98 =$$

$$f_i = 109.55 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_s = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e_r \cdot Y_i}{I} = \frac{52012.8}{1093.4} + \frac{(52012.8)(4.17)(7.5)}{26245.42}$$

$$f_s = 14.4 \text{ Kg/cm}^2$$

Por triángulos semejantes, se obtiene:

$$\frac{18.01}{s} = \frac{136.94 + 18.01}{15}$$

$$s = 1.743 \text{ cm.}$$

El esfuerzo = tensión.

$$F = \frac{18.01 \times 1.743 \times 100}{2} = 1569.99 \text{ kg.}$$

El área necesaria es:

$$A_s = \frac{T}{f_s} = \frac{1569.99}{(0.6)(4200)} = 0.623 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 0.623 \text{ cm}^2$$

Se colocaran 2 vs. del # 2.5, cuya área necesaria de acero es de  $0.983 \text{ cm}^2$

Ya que el área de acero requerido, es menor que el área de acero proporcionado por las varillas de refuerzo, es correcta la proposición de 2 vs. del # 2.5.

b.-) Revisión en la sección (1-1), etapa # 2.

Obtención de los esfuerzos actuantes.

$$P = 10 \times 5201.28 = 52012.8 \text{ Kg.}$$

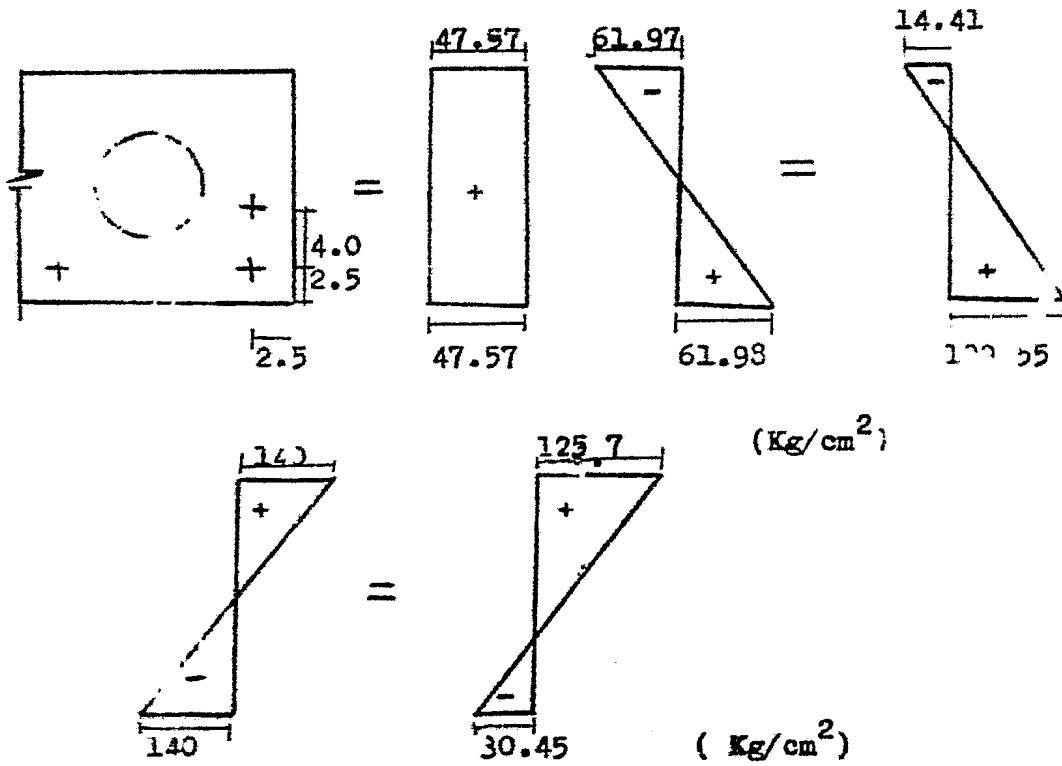
$$f_i = \frac{P}{A} + \frac{P e_r Y_i}{I} = \frac{52012.8}{1093.4} + \frac{(52012.8)(4.17)(7.5)}{26245.42}$$

$$f_i = 47.57 + 61.98 =$$

$$f_i = 109.55 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_s = P/A + \frac{P e_r Y_i}{I} = \frac{52012.8}{1093.4} + \frac{(52012.8)(4.17)(7.5)}{26245.42}$$

$$f_s = 14.4 \text{ Kg/cm}^2$$



Comparación de los esfuerzos actuantes con los permisibles

- Compresión	125.59 $\text{Kg}/\text{cm}^2$	135 $\text{Kg}/\text{cm}^2$
- Tensión	30.45 $\text{Kg}/\text{cm}^2$	34.64 $\text{Kg}/\text{cm}^2$

Por lo que se concluye que la sección es correcta al centro del claro.



**C A P I T U L O   I I I**

**REVISION POR RESISTENCIA**

## CAPITULO III

## REVISION POR RESISTENCIA.

- 3.1) En este capítulo se presentan criterios para revisar los elementos de concreto presforzado por resistencia a flexión. El primero y el segundo son los que proporciona los Reglamentos del A.C.I y A.A.S.H.T.O.

En el método del ACI para conocer el esfuerzo en el acero de presfuerzo en la resistencia nominal a flexión ( $f_{ps}$ ), se apoya en el método de la compatibilidad de las deformaciones y sus métodos aproximados.

Con este valor de ( $f_{ps}$ ), se puede calcular el momento nominal resistente de los elementos de concreto presforzado, para secciones rectangulares y en forma de "T", sometidas a compresión para secciones subreforzadas y también para elementos con o sin acero no presforzado a tensión.

En el tercer criterio, es el que nos proporciona el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, en este método considera para calcular la revisión por resistencia, de secciones de cualquier forma, sujetas a flexión, carga axial o una combinación de ambas, se efectuará a partir de las condiciones de equilibrio y de 8 hipótesis, que se describirán mas adelante.

- 3.2) Criterios para la revisión por resistencia de elementos de concreto presforzado, basados en el reglamento del ACI y AASHTO.

Al verificar la capacidad de sobrecarga de los elementos de concreto presforzados, bajo las cargas gravitacionales, una estimación conservadora de la resistencia real como es la proporcionada por el producto de la resistencia nominal,  $M_n$  o  $V_n$ , por el factor de la reducción de resistencia, deberá ser por lo menos igual a la resisten-

cia de diseño,  $M_u$  o  $V_u$ , como se indica a continuación:

$$\phi M_n \geq M_u \quad \text{o} \quad \phi V_n \geq V_u$$

Mientras que el ACI considera:

$$M_u = 1.4 M_d + 1.7 M_1 \quad \text{o} \quad V_u = 1.4 V_d + 1.7 V_1$$

$\phi = 0.90$  para flexión.

$\phi = 0.85$  para cortante.

AASHTO toma en cuenta:

$$M_u = \frac{1.30}{\phi} \left( M_d + \frac{5}{3} M_{1+I} \right)$$

$\phi = 1.0$  para elementos prefabricados en la planta.

$\phi = 0.95$  para elementos postensados, colados en la obra.

$\phi = 0.90$  para cortante.

### 3.2.1) Determinación del valor del esfuerzo en el acero de presfuerzo en la resistencia nominal a flexión ( $f_{ps}$ )

Para calcular este esfuerzo, que es necesario para calcular el momento de resistencia nominal o el momento de resistencia último.

Se conocen dos métodos más usuales, el método de compatibilidad de las deformaciones, el método del Reglamento del ACI y del Reglamento de la AASHTO.

El método de compatibilidad de la deformación es el más exacto, pero un tanto laborioso, sin en cambio, el método de los Reglamentos ACI y AASHTO son aproximados.

A continuación se describen los dos métodos para calcular el esfuerzo en el acero de presfuerzo en la resistencia nominal ( $f_{ps}$ ).

#### 3.2.2.1 Método de compatibilidad de la deformación para determinar ( $f_{ps}$ ).

Tomando en cuenta la relación que existe entre el esfuerzo del acero y la carga, como se muestra en la figura No. 1, la relación característica entre el propio esfuer-

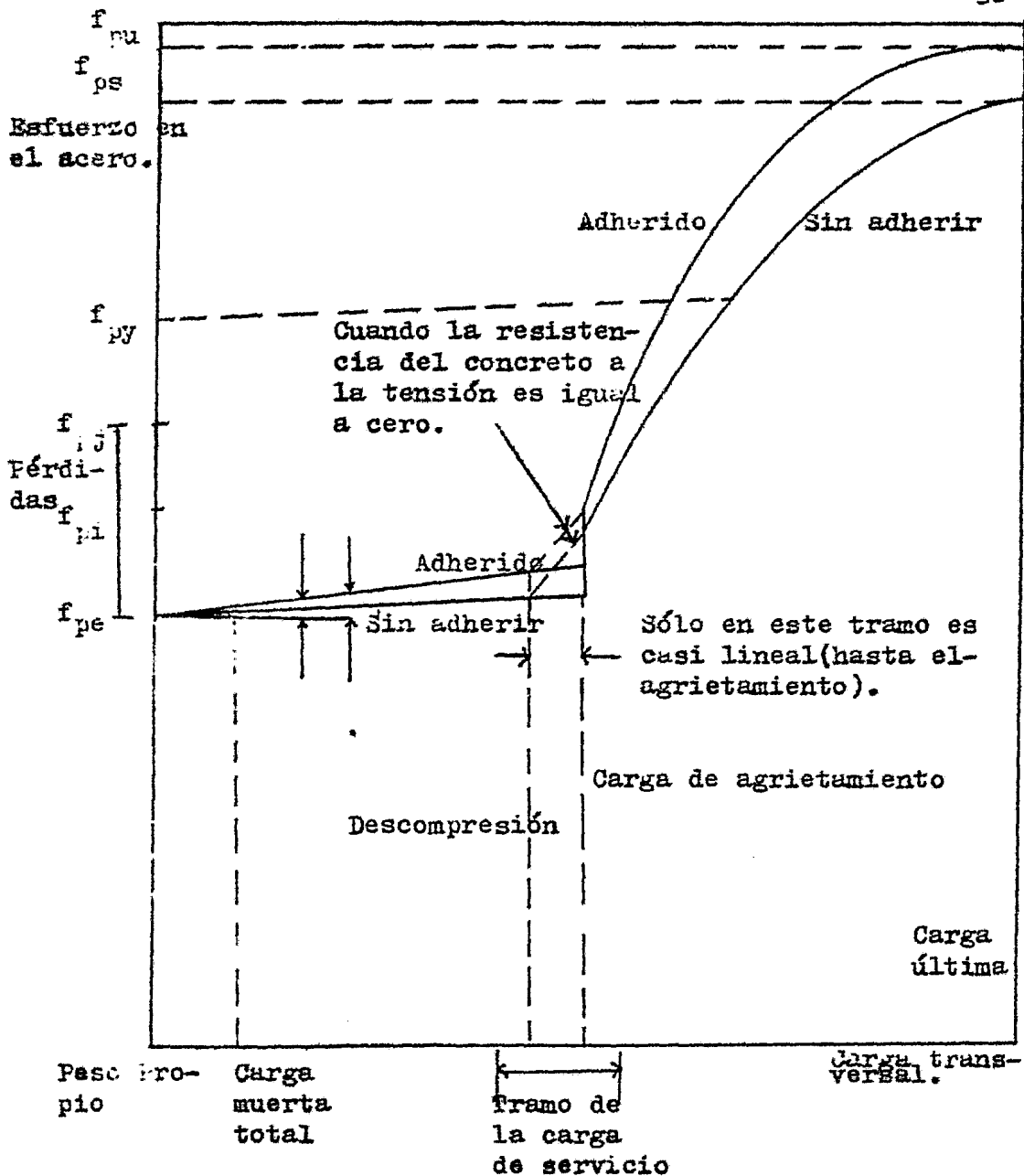


Fig.1.- Aumento del esfuerzo en el acero, al centro del claro, bajo una carga transversal sobrepuesta.

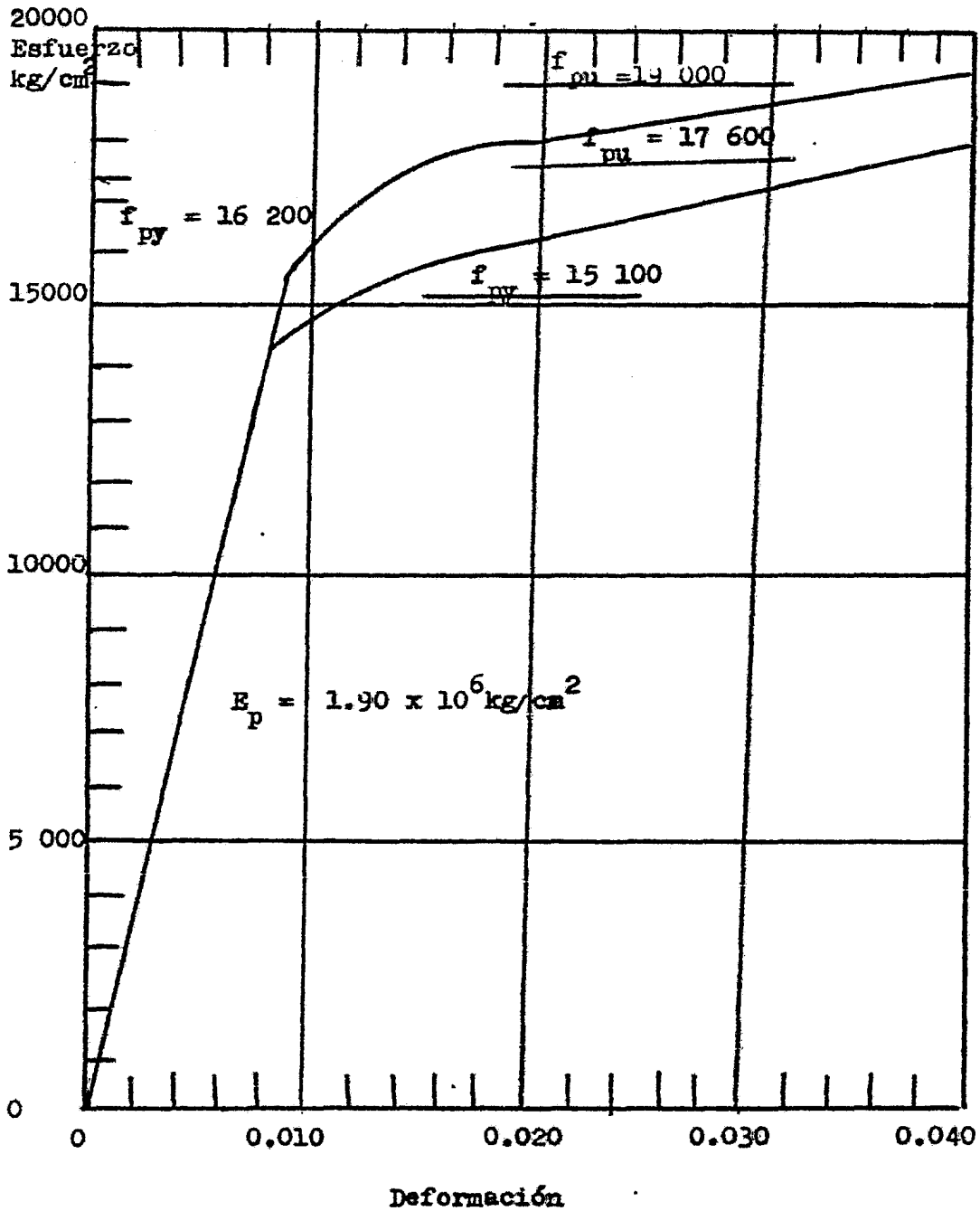
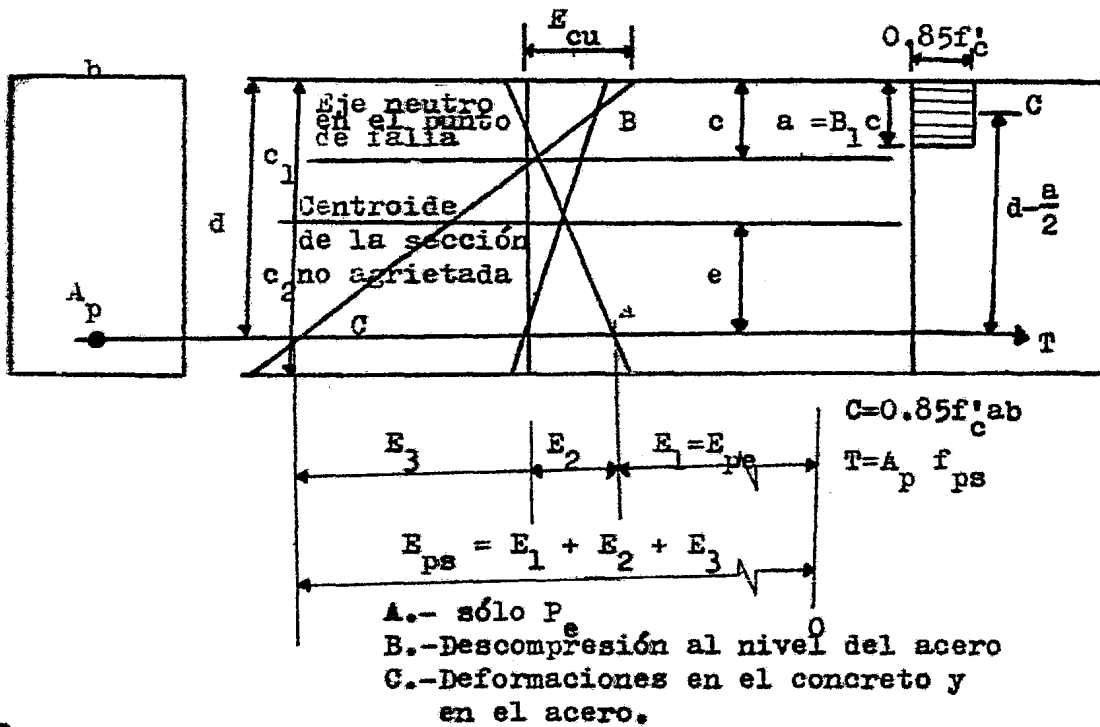


Fig. 2. Curvas características de esfuerzo - deformación, para torones de presfuerzo de 17 600 kg/cm<sup>2</sup> y 19 000 kg/cm<sup>2</sup>.



a.- Sección de la viga    b. Deformación en el concreto y en el acero.    c. Fuerzas internas

Fig.3

Deformación, esfuerzos y fuerzas en una viga de concreto -

o del acero y la deformación, indicada en la figura 2, y los diagramas adecuados de la distribución de la deformación de la viga, en la figura 3, se definen tanto el esfuerzo del acero,  $f_{ps}$ , como la deformación  $E_{ps}$ , en el acero de presfuerzo de la carga última. El valor apropiado de  $f_{ps}$ , en un caso específico, se determina mediante aproximaciones sucesivas, con el método de compatibilidad de la deformación.

Este método sólo deberá usar con tendones adheridos.

De acuerdo con las distribuciones de las deformaciones de la viga, en la figura 3 b:

$$E_1 = E_{pe} = \frac{f_{pe}}{E_p} ; f_{pe} = \frac{P_e}{A_p} \quad (3)$$

donde:

Los términos  $f_{pe}$  y  $P_e$ , representan el esfuerzo efectivo y la fuerza efectiva en el acero de presfuerzo, después de todas las pérdidas, respectivamente.

La etapa A se refiere a la distribución de la deformación de la viga, como si sólo existiera  $P_e$ .

$$E_2 = \frac{1}{E_c} \left( -\frac{P_e}{A} + \frac{P_e e^2}{I} \right) \quad (4)$$

donde  $E_2$ , cambia la deformación del acero de la etapa A a la etapa B. Esta última corresponde a un estado de decompresión o de esfuerzo nulo, en el concreto que se encuentra en el centroide del acero.

Bajo la carga última, se llega a la etapa C. Por triángulos semejantes, la ecuación será:

$$E_3 = \frac{d-c}{c} E_{cu} \quad (5)$$

donde  $E_{cu}$ , es la deformación del concreto en el momento de la falla. Los valores tienen a variar de 0.003 a 0.004 siendo el valor de  $E_{cu} = 0.003$ , que es el valor que se usa generalmente.

El eje neutro, bajo la carga última, está situado a la distancia  $c$ , como se señala mas adelante.

Como se muestra en la figura 3c,  $a = B_1 c$  o sea que—

$$c = \frac{a}{B_1} \quad (6)$$

donde :

$$B_1 = 0.85 - 0.090(f'_c - 281)/703 \quad (7)$$

pero no mayores que 0.85, ni menores que 0.65. Los valores de  $B_1$  se proporcionan en la tabla 3.1

$f'_c$ (Kg/cm <sup>2</sup> ) = 200	250	300	350	400	450
$B_1$ = 0.85	0.85	0.84	0.80	0.77	0.73

La profundidad del bloque de esfuerzos rectangulares equivalentes, representados por  $a$ , es determinado por:

$$C = T \quad (8)$$

donde:  $C = abf'_c \quad (9)$

$$T = A_{sp} f_{sp} \quad (10)$$

por lo tanto  $a = \frac{A_{sp} f_{sp}}{b f'_c} \quad (11)$

Esto es para secciones rectangulares a compresión y para secciones con patines, en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzos a compresión es mayor que el espesor del patín.

$$a = \frac{A_{pw} f_{ps}}{f'_c b_w} \quad (12)$$



donde: 
$$A_{pw} = A_p - A_{pf} \quad (13)$$

$$A_{pf} = 0.85 \frac{f'_c}{f_{ps}} (b - b_w) h_f \quad (14)$$

$h_f$ .- Espesor del patín.

$b_w$ .- ancho del alma.

En estas ecuaciones "a", se cálcula inicialmente, partiendo de un valor estimado de  $f_{ps}$ , como el dado por el método aproximado del ACI, por lo tanto, se requiere de un procedimiento de aproximaciones sucesivas.

La deformación total del acero en la carga última, se cálcula como se indica a continuación.

$$E_{ps} = E_1 + E_2 + E_3 \quad (15)$$

El esfuerzo correspondiente,  $f_{ps}$ , se obtendrá ahora en la curva de deformaciones de acero, como se observa en la figura 3.

3.2.2.2. Métodos aproximativos del ACI y de la AASHTO para determinar  $f_{ps}$ .

Siempre que  $f_{ps}$  no sea menor que  $0.5 f_{pu}$ , el Reglamento del ACI recomienda las ecuaciones aproximativas, para así determinar  $f_{ps}$ .

Tendones adheridos 
$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{P_p f_{pu}}{2 f'_c} \right) \quad (16)$$

Tendones no adheridos 
$$f_{ps} = f_{pe} + 703 \text{ Kg/cm}^2 + \frac{f'_c}{100P_p} \quad (17)$$

donde: 
$$P_p = \frac{A_{sp}}{b d} \quad (18)$$

La ecuación de tendones adheridos (16), se deriva de los siguientes límites, con una variación lineal entre los dos límites:

Límite inferior.-  $f_{ps} = 0.85 f_{pu}$ . Este límite se ha determinado por medio de pruebas, por ser el punto aproximado de ruptura en la curva de deformación del acero, como se muestra en la figura 2. El valor se calcula en la ecuación 16, cuando  $P_p = f_{pu}/f'_c = 0.30$ .

Límite superior.-  $f_{ps} = f_{pu}$ . Este valor se calcula en la ecuación 16 cuando  $P_p = f_{pu}/f'_c = 0$  (el contenido de acero, o su porcentaje, se aproxima a cero).

La AASHTO recomienda la ecuación 16, para tendones adheridos, y la ecuación 18a, para tendones sin adherir.

$$f_{ps} = f_{pe} + 1050 \text{ Kg/cm}^2 \quad (18a)$$

### 3.3 ) Momento resistente nominal, sólo para vigas con acero de presfuerzo.

Las ecuaciones del momento último, que se proporcionan en el Comentario del Reglamento del ACI, y en las Especificaciones de Puentes para Carreteras de la AASHTO. En esta parte no se toma en cuenta el efecto de cualquier cantidad de acero a compresión.

En el caso de secciones con patines, el momento resistente, se selecciona, siempre que la profundidad del bloque de esfuerzo a compresión sea menor o igual al espesor del patín ( $a \leq h_f$ ), o mayor que el espesor del patín ( $a > h_f$ ).

Este valor de "a", puede expresarse por medio de la ecuación 19, sólo para vigas con acero de presfuerzo, y también por la ecuación 20, para vigas con acero presforzado y no presforzado.

$$a = F_p f_{ps} d / 0.85 f'_c \quad (19)$$

$$a = (F_p + F_s) d / 0.85 f'_c \quad (20)$$

donde el valor de  $P_p$ , se definió en la ecuación 18, por lo que

$$P_p = \frac{A_s}{b d} \quad (21)$$

A pesar de que el concepto de vigas presforzadas de concreto, ya sean subreforzadas (falla a tensión) y sobre reforzadas (falla a compresión), resulta ser una simplificación exagerada, una serie de pruebas indica que, generalmente, es aplicable el uso de los siguientes límites:

Sección rectangular a compresión

$$\frac{A_p f_{ps}}{b d f'_c} \leq 0.30 \quad (22)$$

Sección con patín

$$\frac{A_{pw} f_{ps}}{b_w d f'_c} \leq 0.30 \quad (23)$$

3.4 )

Vigas subreforzadas.

Las secciones rectangulares o las secciones con patines, en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzo a compresión, es menor o igual que el espesor del patín -

$$(a \leq h_f) \quad (24)$$

de la figura 3c:

$$C = T \quad (25)$$

$$a = cB \quad (26)$$

$$f'_c = 0.85 f'_c \quad (27)$$

$$C = 0.85 f'_c a b \quad (28)$$

$$\text{o bien } C = 0.85 f'_c (cB)b \quad (29)$$

$$\text{en donde } T = A_{ps} f_{ps} \quad (30)$$

igualando la ecuación 28 con la ecuación 30.

$$0.85 f'_c ab = A_{ps} f_{ps} \quad (31)$$

$$\text{o bien } 0.85 f'_c (B_1 c)b = A_{ps} f_{ps} \quad (32)$$

de donde

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - P_p \frac{f_{pu}}{2 f'_c} \right) \quad (33)$$

$$A_{ps} = (\text{No. de torones}) a_{ps} \quad (34)$$

por lo tanto

$$a = \frac{A_{sp} f_{ps}}{0.85 f'_c b} \quad (35)$$

Por lo que el Momento nominal es:

$$M_n = A_{ps} f_{ps} \left( d - a/2 \right) \quad (36)$$

$$M_n = A_{ps} f_{ps} d \left( 1 - \frac{P_p f_{ps}}{1.7 f'_c} \right) \quad (36a)$$

La relación de la ecuación (36a), se redondea a 0.59- según el ACI, y a 0.6, de acuerdo con la AASHTO.

Las secciones con patines, en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzos a compresión, es mayor que el espesor del patín ( $a > h_p$ ):

El área total de acero, representado por  $A_p$ , se divide en dos partes,  $A_{pf}$  y  $A_{pw}$ , que son aquellas porciones del acero requeridas, para desarrollar la resistencia a compresión del patín saliente y del alma, respectivamente. - la simbología y los brazos de palanca, para los dos pares de momento interno, se muestra en la figura 4.

De  $C = T$ , para la porción en voladizo de los patines,

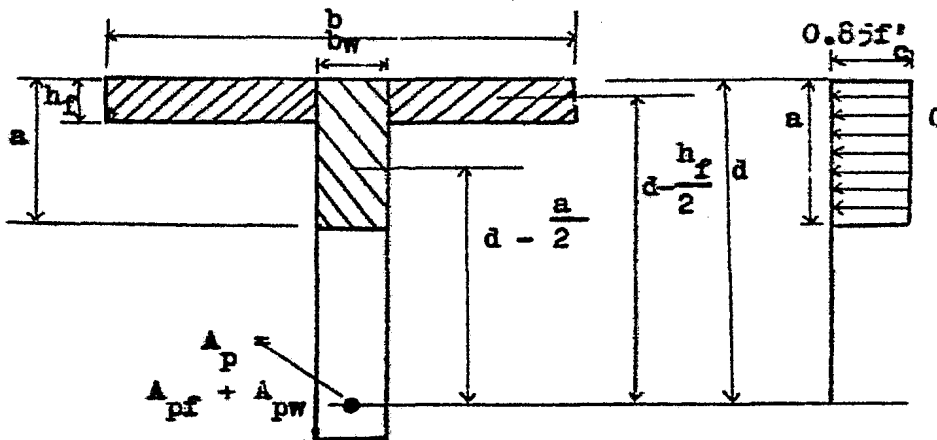
$$A_{pf} = 0.85 \frac{f'_c}{f_{ps}} (b - b_w) h_f \quad (37)$$

$$A_{pw} = A_p - A_{pf} \quad (38)$$

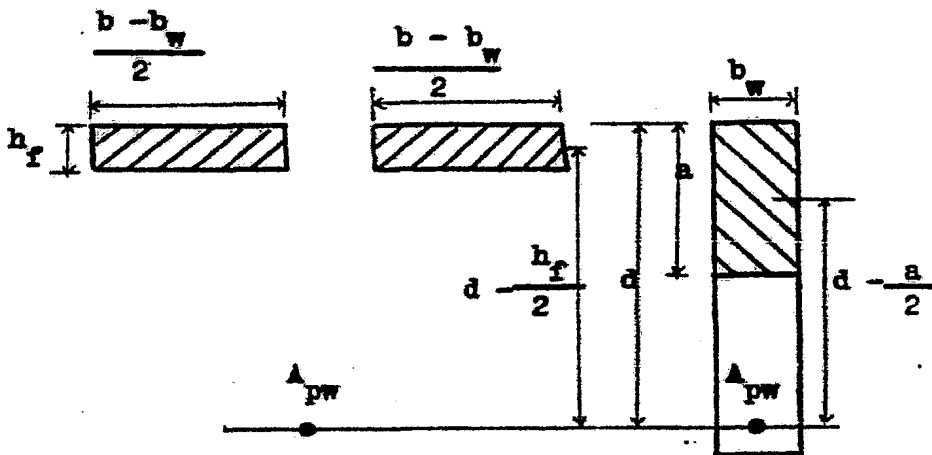
De  $C = T$ , para el alma rectangular a compresión,

$$a = \frac{A_{pw} f_{ps}}{0.85 f'_c b_w} \quad (39)$$

Por lo tanto,



a.- Secciones con patines, en la que la profundidad del bloque de esfuerzo a compresión es mayor que el espesor del patín,  $h_f$



b. La misma sección, considerada en dos partes, el calcular el momento resistente.

Fig. 4. División del bloque de esfuerzo a compresión y del área de acero, para calcular el momento resistente, cuando  $a > h_f$

$$M_n = A_{pw} f_{ps} \left(d - \frac{a}{2}\right) + A_{ps} f_{ps} \left(d - \frac{h_f}{2}\right) \quad (40)$$

o bien,

$$M_n = A_{pw} f_{ps} d \left(1 - \frac{A_{pw} f_{ps}}{1.7b_w d f'_c}\right) + 0.85f'_c (b - b_w) \left(d - \frac{h_f}{2}\right) \quad (41)$$

3.5 ) Momento resistente nominal, para las vigas con acero a tensión, tanto presforzado como no presforzado.

Siguiendo lo estipulado por el Reglamento del ACI, se puede considerar que el acero a tensión no presforzado, contribuye a la resistencia a tensión de una viga, es decir, con un esfuerzo igual a la resistencia a la fluencia,  $f_y$ , para aceros con punto de fluencia (solo en vigas subreforzadas), y con un esfuerzo,  $f_s$ , determinado por un análisis de compatibilidad de deformaciones, para aceros de alta resistencia.

Las secciones rectangulares o las secciones con patines, en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzo a compresión, es menor o igual que el espesor del patín, ( $a \leq h_f$ ):

Las ecuaciones 42 y 43, al igual que las ecuaciones 35 y 36, se aplican a vigas con refuerzo adherido, que contienen acero a tensión, tanto presforzado como no presforzado, en las cuales  $f_{ps}$  y  $f_s$ , se determina por medio de un análisis de compatibilidad de deformación:

$$a = \frac{A_p f_{sp} + A_s f_s}{0.85f'_c b} \quad (42)$$

$$M_n = A_p f_{ps} \left(d_p - \frac{a}{2}\right) + A_s f_s \left(d_s - \frac{a}{2}\right) \quad (43)$$

donde  $A_s$  y  $f_s$ , representan el área de acero a tensión no-presforzado y el esfuerzo mínimo del mismo, respectivamente. En la ecuación 42, tanto  $f_{ps}$  como  $f_s$ , pueden ser desconocidas inicialmente. En este caso se recomienda que a la distancia "c" de la ecuación 5, se le de un valor supuesto en el procedimiento de aproximaciones sucesivas con convergencia, cuando se llegue a la conclusión de que el valor sea  $C=T$  (vease la tabla 2).

Las ecuaciones 42 y 43, se aplican a casos con o sin adherencia, cuando se utilicen aceros de punto de fluencia, donde  $f_s = f_y$ ; pero sólo para vigas subreforzadas, - en las cuales se cumpla con la ecuación 44.

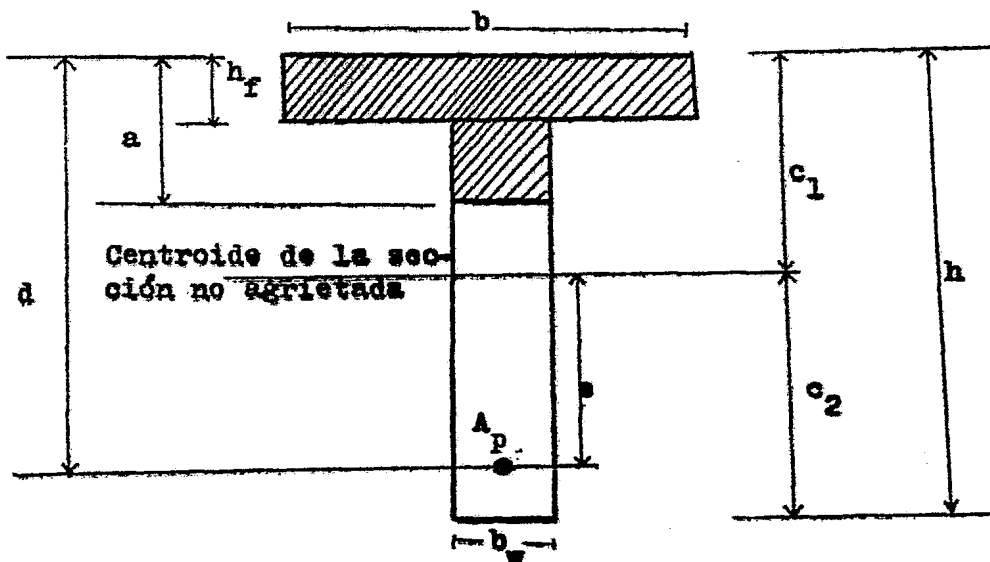
$$\frac{A_p f_{ps}}{b d_p f'_c} + \frac{A_s f_y}{b d_s f'_c} \leq 0.30 \quad (44)$$

Las secciones con patín, en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzos a compresión, es mayor que el patín ( $a > h_p$ ).

En este caso, se recomienda que en la ecuación 43 se use el valor  $a = h_p$ , para vigas con acero a tensión, tanto presforzado como no presforzado (con  $f_s$ , o con  $f_y$ ), y no se tiene en cuenta el efecto producido por el concreto a compresión del alma, por debajo del patín, lo que resulta aproximado.

Ejemplo 4.- Cálculo del momento resistente nominal de la viga - con patín, sólo con acero de presfuerzo adherido, - utilizando el método de compatibilidad de la deformación, para determinar  $f_{ps}$ .

Las dimensiones y las propiedades se muestran a continuación.



$$\begin{aligned}
 f_{pu} &= 19\,000 \text{ Kg/cm}^2 \\
 f_{ps} &= 10\,640 \text{ Kg/cm}^2 \\
 E_p &= 1.90 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2 \\
 f'_c &= 350 \text{ Kg/cm}^2 \\
 E_c &= 285\,000 \text{ Kg/cm}^2 \\
 A_p &= 10 \text{ cm}^2 \\
 b &= 50 \text{ cm} \\
 d &= 60 \text{ cm} \\
 P_p &= A_p/bd = 10/(50 \times 60) = 0.003
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_w &= 20 \text{ cm.} \\
 h &= 70 \text{ cm.} \\
 h_f &= 8.0 \text{ cm.} \\
 \text{Sección total.} \\
 c_1 &= 30.46 \text{ cm.} \\
 c_2 &= 39.54 \text{ cm.} \\
 e &= 29.54 \text{ cm.} \\
 A &= 1640 \text{ cm}^2.
 \end{aligned}$$

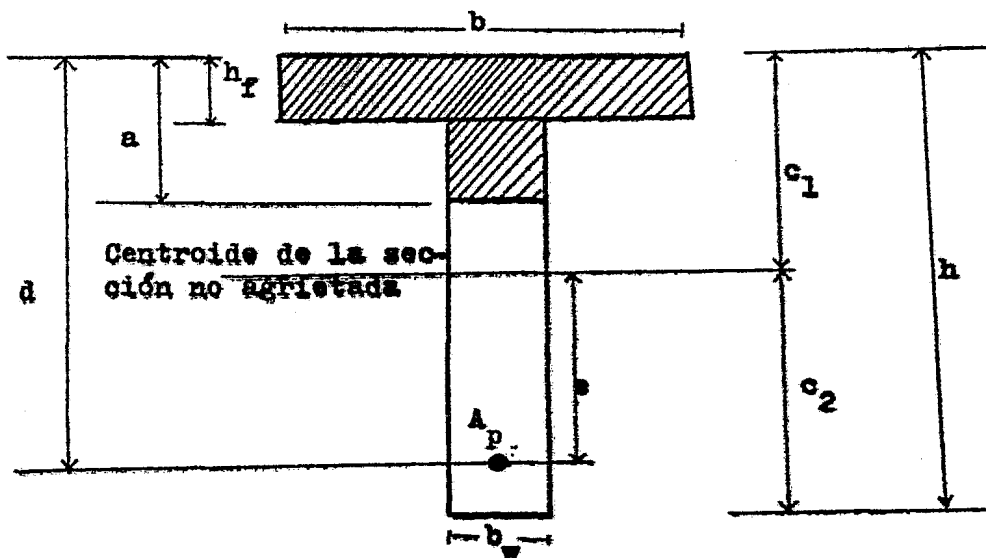
$$I = 769\,800 \text{ cm}^4.$$

Propiedades con respecto al centroide de la sección



Ejemplo 4.- Cálculo del momento resistente nominal de la viga - con patín, sólo con acero de presfuerzo adherido, - utilizando el método de compatibilidad de la deformación, para determinar  $f_{ps}$ .

Las dimensiones y las propiedades se muestran a continuación.



$$f_{pu} = 19\,000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{pe} = 10\,640 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E_p = 1.90 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f'_c = 350 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E_c = 285\,000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$A_p = 10 \text{ cm}^2$$

$$b = 50 \text{ cm}$$

$$d = 60 \text{ cm}$$

$$P_p = A_p/bd = 10/(50 \times 60) = 0.003$$

$$b_w = 20 \text{ cm.}$$

$$h = 70 \text{ cm.}$$

$$h_f = 8.0 \text{ cm.}$$

Sección total.

$$c_1 = 30.46 \text{ cm.}$$

$$c_2 = 39.54 \text{ cm.}$$

$$e = 29.54 \text{ cm.}$$

$$A = 1640 \text{ cm}^2.$$

$$I = 769\,800 \text{ cm}^4.$$

Propiedades con respecto al centroide de la sección

Solución.

De la figura 3, con la ecuación 2.

$$E_1 = \frac{f_{pe}}{E_p} = \frac{10\,640 \text{ Kg/cm}^2}{1.90 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2} = 0.0056$$

De la ecuación 3

$$P_e = f_{pe} A_p = (10\,640)(10) = 106\,400 \text{ Kg.}$$

De la ecuación 4

$$E_2 = \frac{1}{E_c} \left( \frac{P_e}{A} + \frac{P_e e^2}{I} \right) = \frac{106\,400}{285\,000} \left( \frac{1}{1\,640} + \frac{20.54}{769\,800} \right) = 0.0007$$

De la ecuación 16.

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{F_p f_{pu}}{2 f'_c} \right) = 19\,000 \left( 1 - \frac{(0.0033)(19\,000)}{(2)(350)} \right)$$

$$f_{ps} = 17\,280 \text{ Kg/cm}^2$$

Comprobación, de la ecuación 19

$$a = \frac{P_p f_{ps} d}{0.85 f'_c} = \frac{(0.0033)(17\,280)(60)}{(0.85)(350)} = 11.61 \text{ cm.}$$

$a > h_f = 8.0 \text{ cm}$ . Por lo tanto, se debera usar la solución para la sección con patín o como "T".

De la figura 4 y la ecuación 37.

$$A_{pf} = 0.85 \frac{f'_c}{f_{ps}} (b - b_w) h_f = (0.85) \left( \frac{350}{17\,280} \right) (50 - 20)(8) = 4.13 \text{ cm}^2$$

De la ecuación 38.

$$A_{pw} = A_p - A_{pf} = 10 - 4.13 = 5.87 \text{ cm}^2$$

De la ecuación 39.

$$a = \frac{A_{pw} f_{ps}}{0.85 f'_c b_w} = \frac{(5.87)(17\,280)}{(0.85)(350)(20)} = 17.05 \text{ cm.}$$

De la tabla 3.1

$$B_1 = 0.80$$

De la ecuación 6.

$$c = \frac{a}{B_1} = \frac{17.05}{0.8} = 21.31 \text{ cm.}$$

De la ecuación 5

$$E_3 = \frac{d-c}{c} E_{cu} = \frac{60 - 21.31}{21.31} 0.003 = 0.0054$$

De la ecuación 15.

$$E_{ps} = E_1 + E_2 + E_3 = 0.0056 + 0.0007 + 0.0054 = 0.0117$$

De la figura 2, para acero de  $19\ 000 \text{ Kg/cm}^2$  y  $E_{ps} = 0.0117$ , encontrar  $f_{ps} = 16\ 800 \text{ Kg/cm}^2$ , contra el valor  $f_{ps}$  de prueba de  $17\ 280 \text{ Kg/cm}^2$ . Hay que suponer el segundo valor de  $f_{ps}$  de prueba =  $16\ 900 \text{ Kg/cm}^2$ :

$$A_{pf} = 0.85 \left( \frac{350}{16\ 900} \right) (50 - 20)(8) = 4.22 \text{ cm}^2$$

De la ecuación 38.

$$A_{pw} = A_p - A_{pf} = 10 - 4.13 = 5.87 \text{ cm}^2.$$

De la ecuación 39.

$$a = \frac{A_{pw} f_{ps}}{0.85 f'_c b_w} = \frac{(5.87)(16\ 900)}{(0.85)(350)(20)} = 16.42 \text{ cm.}$$

De la tabla 3.1

$$B_1 = 0.80 \quad \text{para un } f'_c = 250 \text{ Kg/cm}^2$$

De la ecuación 6

$$c = \frac{a}{B_1} = \frac{16.42}{0.80} = 20.53 \text{ cm}$$

De la ecuación 5

$$E_3 = \frac{d-c}{c} E_{cu} = \frac{60 - 20.53}{20.53} 0.003 = 0.0058$$

De la ecuación 5

$$E_{ps} = 0.056 + 0.0007 + 0.0058 = 0.0121$$

De la figura 2

$$f_{ps} = 16\,900 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (igual al valor supuesto).}$$

De la ecuación 40.

$$M_n = A_{pw} f_{ps} \left( d - \frac{a}{2} \right) + A_{pf} f_{ps} \left( d - \frac{h_f}{2} \right) =$$

$$M_n = (5.78)(16\,900)(60 - 8.21) + (4.22)(16\,900)(60 - 4) =$$

$$M_n = 9\,053\,000 \text{ Kg} \cdot \text{cm.}$$

$$M_n = 90.53 \text{ T} \cdot \text{m.}$$

Ejemplo 5.- Con los mismos datos del ejemplo 4, sólo que en éste se usará la ecuación 16 del Reglamento del ACI para determinar

$f_{ps}$ .

En este caso es similar a la figura 4, las propiedades de la sección son las del ejemplo 4.

$$\frac{f_{ps}}{f_{pu}} = \frac{10\,640}{19\,000} = 0.56 > 0.50 \text{ por lo que es correcto.}$$

De la ecuación 16

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{P_p f_{pu}}{2 f'_c} \right) = 19\,000 \left( 1 - \frac{(0.0033)(19\,000)}{(2)(350)} \right)$$

$$f_{ps} = 17\,280 \text{ Kg/cm}^2.$$

De la figura 4 y de la ecuación 37

$$A_{pf} = 0.85 \frac{f'_c}{f_{ps}} (b - b_w) h_f = (0.85) \left( \frac{350}{17\,280} \right) (50 - 20)(8) = 4.13 \text{ cm}^2$$

De la ecuación 38

$$A_{pw} = A_p - A_{pf} = 10 - 4.13 = 5.87 \text{ cm}^2.$$

De la ecuación 39.

$$a = \frac{A_{pw} f_{ps}}{0.85 f'_c b_w} = \frac{(5.87)(17\,280)}{(0.85)(350)(20)} = 17.05 \text{ cm.}$$

Permitiendo recordar la ecuación 23.

$$\frac{A_{pw} f_{ps}}{b_w d f'_c} = \frac{(5.87)(17\ 280)}{(20)(60)(350)} = 0.24 \quad 0.30$$

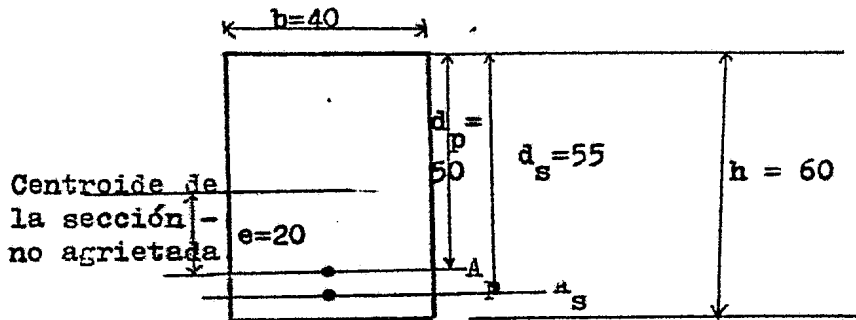
Por lo tanto se debe usar la solución para las vigas subreforzadas.

$$M_n = A_{pw} f_{ps} \left( d - \frac{a}{2} \right) + A_{pf} f_{ps} \left( d - \frac{h_f}{2} \right) = (5.87)(17\ 280)(60 - 8.525) + (4.13)(17\ 280)(60 - 4) = 9\ 2178\ 000 \text{ Kg} - \text{cm}.$$

$$M_n = 92.18 \text{ T-m}.$$

contra el valor del  $M_n = 90.53 \text{ T} - \text{m}$ , mediante el método de compatibilidad de la deformación.

Ejemplo 6.- Determinar el momento resistente nominal de una viga rectangular con acero adherido, tanto presforzado como no presforzado, utilizando el método de la compatibilidad de la deformación para  $f_{ps}$  y  $f_s$ .



$$A_p = 10 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 5 \text{ cm}^2$$

$$P_p = A_p / b d_p = 10 / (40 \times 50) = 0.0050$$

$$f_{pu} = f_{su} \text{ (sólo para el ejemplo 6)} = 17\,600 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_s = f_y \text{ (sólo para el ejemplo 7)} = 3\,500 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{pe} = 9860 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E_p = E_s = 1.90 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_c = 400 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E_c = 230\,000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$A = (40)(60) = 2\,400 \text{ cm}^2$$

$$I = (40)(60)^3 / 12 = 720\,000 \text{ cm}^4$$

Solución:

De la figura 3 y de la ecuación 2.

$$E_1 = \frac{f_{pe}}{E_p} = \frac{9\,860}{1.90 \times 10^6} = 0.0052$$

De la ecuación 3

Los valores marcados al final de la tabla 2, nos dicen que los valores de "C" son aproximadamente iguales a  $T_p + T_s$ . Es por eso que el valor que se busca "c", es igual a 19.4, de donde el valor de  $a = 14.93$  cm.

Desde luego que el método anterior, es una forma muy complicada ya que se tienen que hacer los pasos anteriores, sin duda es el método más exacto; pero se tiene la certeza que se ha hecho un análisis completo y correcto.

Una forma más rápida para encontrar los valores de  $f_{ps}$  y  $f_s$ , como en el ejemplo 4, se encuentra el valor de "a" y con la ecuación 42, donde ya se tienen los valores de  $f_{ps}$  y  $f_s$ .

$$a = \frac{A_p f_{ps} + A_s f_s}{0.85 f'_c b} = \frac{(10)(15100) + (5)(10400)}{(0.85)(400)(40)} = 14.93 \text{ cm.}$$

Contra el valor calculado en la tabla 2  $a = 14.93$  cm.

Encontrado este valor se puede calcular el momento resistente nominal.

$$M_n = A_p f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s f_s \left( d_s - \frac{a}{2} \right) =$$

$$M_n = (10)(15100)(50 - 7.47) + (5)(10450)(55 - 7.47) =$$

$$M_n = 8\,905\,000 \text{ Kg} - \text{cm.}$$

$$M_n = 89.05 \text{ T-m}$$

No.	c cm	$E_3$	$E_{ps}$	$E_{sl}$	$f_{ps}$ Kg/cm <sup>2</sup>	$f_s$ Kg/cm <sup>2</sup>	a cm	C Kg	$T_p$ Kg	$T_s$ Kg	$T_p + T_s$ Kg.
1	8	0.0158	0.0214	0.0176	16350	16000	6.160	83776	163500	80000	243500
2	10	0.0120	0.0176	0.0135	16000	15600	7.700	104720	160000	78000	238000
3	12	0.0095	0.0151	0.0108	15800	15000	9.240	125664	158000	75000	233000
4	13	0.0085	0.0141	0.0097	15700	14800	10.01	136136	157000	74000	231000
5	15	0.0070	0.0126	0.0080	15500	14300	11.55	157080	155000	71500	226500
6	16	0.0064	0.0120	0.0073	15300	11600	12.32	167552	153000	58000	211000
7	18	0.0053	0.0109	0.0062	15000	10800	13.86	188496	150000	54000	204000
8	18.5	0.0051	0.0107	0.0059	15050	9500	14.24	193732	150500	47500	198000
9	19.0	0.0049	0.0105	0.0057	15150	10500	14.63	198968	151500	52500	204000
10	19.4	0.0047	0.0103	0.0055	15100	10450	14.93	<u>203280</u>	151000	52250	<u>203250</u>

**TABLA 2**

Los valores obtenidos en la anterior tabla se obtuvieron mediante un programa de calculadora programable.



$$P_e = f_{ps} A_p = (9\ 860)(10) = 98\ 600\ \text{Kg.}$$

De la ecuación 4.

$$E_2 = \frac{P_e}{E_c} \left( \frac{1}{A} + \frac{e^2}{I} \right) = \frac{98\ 600}{230\ 000} \left( \frac{1}{2\ 400} + \frac{20^2}{720\ 000} \right) = 0.0004$$

Los siguientes valores, se supondrá un valor de "c", cuando el valor de "C", es aproximadamente el valor de  $T_p + T_s$ , el valor de "c" será para encontrar el valor de "a", que se necesita en la ecuación 43, para calcular, el valor del momento nominal.

1.-) De la ecuación 5.

$$E_3 = \frac{d - c}{c} 0.003 = \frac{50 - 15}{15} (0.003) = 0.0070$$

2.-) De la ecuación 15.

$$E_{ps} = E_1 + E_2 + E_3 = 0.0052 + 0.0004 + 0.007 = 0.0126$$

3.-) De la ecuación 5.

$$E_s = \frac{d_s - c}{c} 0.003 = \frac{55 - 15}{15} 0.003 = 0.008$$

4.-) De la figura 2 y  $E_{ps}$  se encontrará el valor de  $f_{ps}$ .

$$f_{ps} = 15\ 500\ \text{Kg/cm}^2.$$

5.-) De la figura 2 y  $E_s$ , léase  $f_s = 14\ 300\ \text{Kg/cm}^2$

6.-) Por debajo del límite proporcional;  $f_s = E_{s1} \times E_s =$   
 $= (0.0062)(1.90 \times 10^6) = 11\ 780\ \text{Kg/cm}^2.$

7.-) De la ecuación 6.

$$a = B_1 c, \text{ de la tabla 3.1, } B_1 = 0.77, \text{ para } f'_c = 400\ \text{Kg/cm}^2$$

8.-)  $c = 0.85 f'_c a b = (0.85)(400)(11.55)(40) = 157\ 100\ \text{Kg.}$

9.-)  $T_p = A_p f_{ps} = (10)(15\ 500) = 155\ 000\ \text{Kg.}$

10.-)  $T_s = A_s f_s = (5)(14\ 300) = 71\ 500\ \text{Kg.}$

11.-)  $c = T_p + T_s$ ;  $157\ 100 \neq 155\ 000 + 71\ 500\ \text{Kg.}$

12.-) Por lo tanto, se probará con otro valor de c.

Ejemplo 7.- Se deberán seguir las mismas indicaciones que en el ejemplo 6, a excepción de que se utilice  $f_s = f_y = 3\ 500\ \text{Kg/cm}^2$ , y la ecuación 16 del Reglamento ACI, para determinar el valor de  $f_{ps}$ .

Solución.

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{P_p f_{pu}}{2f'_c} \right) = 17\ 600 \left( 1 - \frac{(0.0050)(17\ 600)}{(2)(400)} \right) =$$

$$f_{ps} = 0.890 f_{pu} = 15\ 700\ \text{Kg/cm}^2$$

contra  $15\ 100\ \text{Kg/cm}^2$ , mediante el método de compatibilidad de la deformación del ejemplo 6.

Como la ecuación 42 y 43, sólo se usan para vigas para tendones con o sin adherencia, cuando se utilice aceros de punto de fluencia, donde  $f_s = f_y$ ; pero sólo, para vigas subreforzadas, en las cuales se cumpla con la ecuación 44.

$$\frac{A_p f_{ps}}{b d_p f'_c} + \frac{A_s f_y}{b d_s f'_c} = 0.30$$

$$\frac{(10)(15700)}{(40)(50)(400)} + \frac{(5)(3500)}{(40)(55)(400)} = 0.22 \quad 0.30 \quad \text{es correcto.}$$

De la ecuación 42.

$$z = \frac{A_p f_{ps} + A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{(10)(15700) + (5)(3500)}{(0.85)(400)(40)} = 12.83\ \text{cm.}$$

De la ecuación 43.

$$M_H = A_p f_{ps} \left( d_p - \frac{z}{2} \right) + A_s f_s \left( d_s - \frac{z}{2} \right) =$$

$$(10)(15\ 700)(50 - 6.415) + (5)(3\ 500)(55 - 6.415) =$$

$$M_H = 76.93\ \text{T - m}$$

3.6.- Revisión por resistencia, de elementos simples de concreto presforzado, por el método del Reglamento de construcciones del Distrito Federal.

La determinación de resistencia de secciones de cualquier forma sujeta a flexión, carga axial o una combinación de ambas, se efectuará a partir de las condiciones de equilibrio y de las siguientes hipótesis:

- 3.6.1) La distribución de deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal de un elemento es plana.
- 3.6.2) Existe adherencia entre el concreto y el acero de tal manera que la deformación unitaria del acero es igual a la del concreto adyacente.
- 3.6.3) El concreto no resiste esfuerzo de tensión.
- 3.6.4) La deformación unitaria del concreto en compresión cuando se alcanza la resistencia de la sección es 0.003.
- 3.6.5) La distribución de compresión en el concreto cuando se alcanza la resistencia es uniforme en una zona cuya profundidad es 0.8 veces la del eje neutro, definido este de acuerdo con las hipótesis anteriores. El esfuerzo uniforme se tomará igual a  $0.85 f_c^+$  si  $f_c^+ \leq 250 \text{ kg/cm}^2$  e igual a la relación de  $(1.05 - f_c^+/1250)f_c^+$  si  $f_c^+ > 250 \text{ kg/cm}^2$ . El diagrama esfuerzo-deformación unitaria del acero de refuerzo ordinario, sea o no torcido en frío, puede idealizarse por medio de una recta que pase por el origen, con pendiente igual a  $E_s$ , y una recta horizontal que pase por la ordenada correspondiente al esfuerzo de fluencia del acero,  $f_y$ . En aceros que no presentan fluencia bien definida, la recta horizontal pasará por el esfuerzo convencional de fluencia. El esfuerzo convencional de fluencia se define por la intersección del diagrama esfuerzo-deformación unitaria con una recta paralela al tramo elástico, cuya abscisa la origen es de

0.002,

3.6.6) En cálculos de elementos de concreto presforzado deben usarse los diagramas esfuerzo deformación unitaria del acero utilizado, obtenidos experimentalmente.

La resistencia determinada con estas hipótesis, multiplicada por el factor  $F_R$  correspondiente, da la resistencia de diseño.

3.6.7) Revisión del tipo de falla, por el Reglamento de construcciones del Distrito Federal.

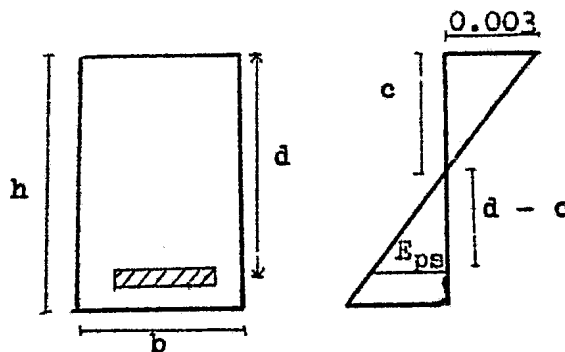


Figura 5.- Diagrama de deformaciones debida a la flexión.

$$a = 0.80 c \quad (45.3)$$

por triángulos semejantes.

$$\frac{0.003}{c} = \frac{E_{ps}}{d - c}$$

$$E_{ps} = \frac{(0.003)(d - c)}{c} \quad (47)$$

En el acero de presfuerzo se tiene una deformación inicial  $E_i$ , debido al gato de tensado.

$$E_i = \frac{f_o}{E_s} \approx 0.005 \quad (48)$$

$$E_i + E_{ps} \text{ se comparará con } 0.01 \quad (49)$$

Alternativas.

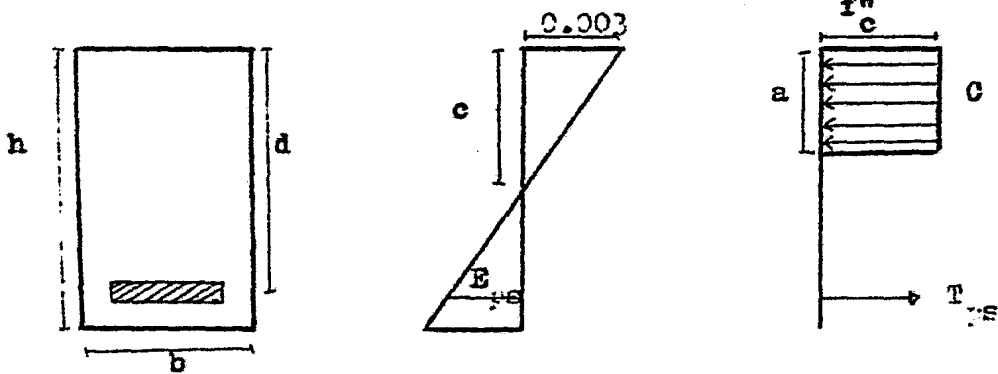
$$E_i + E_{ps} \quad 0.01 \text{ falla frágil} \quad (50)$$

$$E_i + E_{ps} \quad 0.01 \quad \text{falla dúctil} \quad (51)$$

Si el elemento esta sujeto a sismo

$$E_i + E_{ps} \quad \frac{0.01}{0.75} \quad (52)$$

En esta parte el estado límite de falla es aquella etapa de carga del elemento en que se agota la capacidad del mismo, cuando presenta la resistencia posteriormente al agrietamiento en los elementos de concreto presforzado, el comportamiento de estos elementos en los estados límites de falla es similar al comportamiento de los elementos de concreto reforzado.



$$T_{ps} = A_{ps} f_{ps} \quad (45.1)$$

$$C = a b f'_c \quad (45.2)$$

$$/ a = 0.80c \quad (45.3)$$

por equilibrio  $C = T_{ps}$

$$a b f'_c = A_{ps} f_{ps} \quad (45.4)$$

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps}}{b f'_c}$$

En donde  $f_{ps}$ , puede obtenerse por el método de la compatibilidad de la deformación o por el método del ACI.

En el momento resistente para las secciones rectangulares es:

$$M_{ur} = FR \left( T_{ps} \left( d - \frac{B}{2} \right) \right) = FR \left( A_{ps} f_{ps} \left( d - \frac{A_{ps} f_{ps}}{2 b f_c''} \right) \right) \quad (46)$$

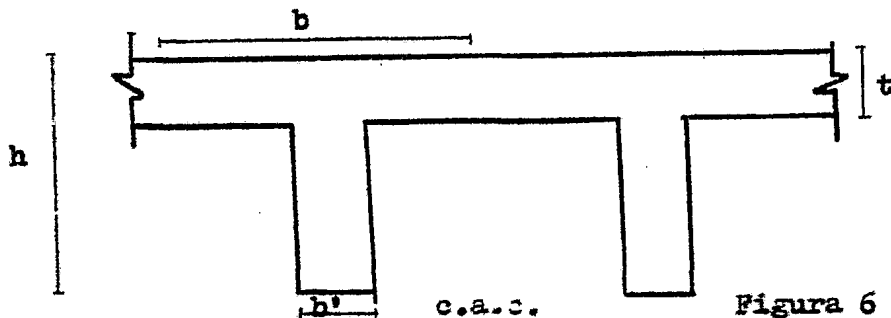
$$FR = 0.9$$

Este momento último resistente debe ser mayor o igual que el momento último actuante multiplicado por un factor de carga de 1.4.

### 3.7.- Revisión por resistencia de vigas "T", "I", "L".

Determinación del ancho efectivo de la sección.

#### 3.7.1.- Secciones "T" o I (no aislada).

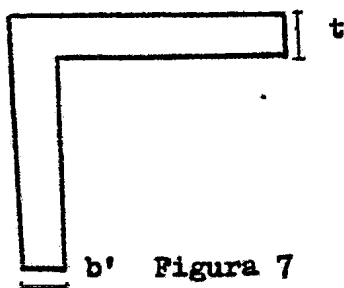


$$b \leq \begin{cases} 16t + b' & (52a) \\ \text{c.a.c. (centro a centro)} & (53) \\ \frac{L}{4} & (54) \end{cases}$$

$$b \leq \begin{cases} 16t + b' & (52a) \\ \text{c.a.c. (centro a centro)} & (53) \\ \frac{L}{4} & (54) \end{cases}$$

$$b \leq \begin{cases} 16t + b' & (52a) \\ \text{c.a.c. (centro a centro)} & (53) \\ \frac{L}{4} & (54) \end{cases}$$

#### 3.7.2.- Secciones L (no aisladas).

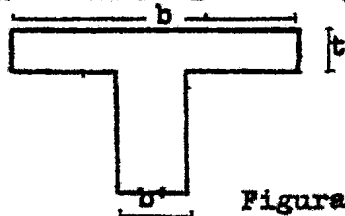


$$b \leq \begin{cases} 16t + b' & (52a) \\ \frac{\text{c.a.c.}}{2} + b' & (55) \\ \frac{L}{12} + b' & (56) \end{cases}$$

$$b \leq \begin{cases} 16t + b' & (52a) \\ \frac{\text{c.a.c.}}{2} + b' & (55) \\ \frac{L}{12} + b' & (56) \end{cases}$$

$$b \leq \begin{cases} 16t + b' & (52a) \\ \frac{\text{c.a.c.}}{2} + b' & (55) \\ \frac{L}{12} + b' & (56) \end{cases}$$

#### 3.7.3 Secciones "T" o "I" (aisladas).



$$t \geq \frac{b'}{2} \quad (57)$$

$$b \leq 4b'^2 \quad (58)$$

### 3.7.4.- Clasificación de las secciones "T".

Secciones geoméricamente "T", ne las cuales la profundidad del bloque de esfuerzos a compresión es menor o igual que el espesor del patín ( $a \leq t$ ), en este caso el problema se resuelve como si fuera una viga rectangular.

Secciones geoméricamente "T" que trabaja como "T", en estas secciones la profundidad del bloque de esfuerzos a compresión es mayor que el espesor del patín ( $a > t$ ).

El problema se resuelve de la misma forma que el Reglamento del ACI, explicado en la sección 3.4, con la única diferencia que para calcular el valor de la ecuación 39 se cambiara el esfuerzo de  $0.85 f'_c$  por el valor del esfuerzo uniforme, entonces queda:

$$s = \frac{A_{pw} f_{ps}}{f'_c b w} \quad (59)$$

La revisión del tipo de falla de estas secciones se hará de acuerdo con las secciones 3.6.7, de este capítulo de acuerdo al Reglamento del Distrito Federal.

8.- Revisión de la cantidad de acero mínimo por el Reglamento de construcciones del Distrito Federal.

Se tiene una relación directa que dice: La cantidad total de refuerzo presforzado deberá ser lo adecuado para obtener una carga de diseño de por lo menos 1.2 veces la carga de agrietamiento, calculado en base al módulo de la ruptura.

$$W_{ur} \geq 1.2 W_{agr}$$

$$M_{ur} \geq 1.2 M_{agr}$$

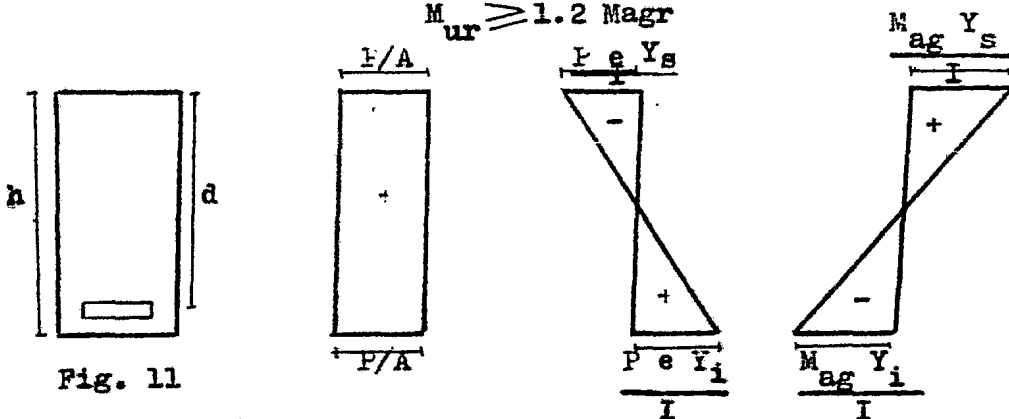


Fig. 11

Se revisará la fibra inferior de la figura 11.

$$f_i = \frac{P}{A} + \frac{P e}{I} Y_i - \frac{M_{agr} Y_i}{I} = - 2 f'_c \quad (61)$$

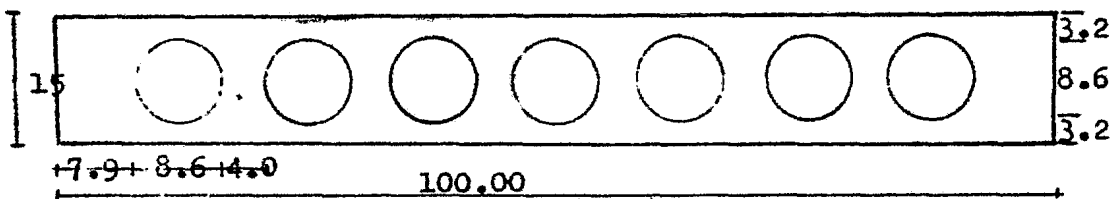
$$M_{agr} = \left( \frac{P}{A} + \frac{P e Y_i}{I} + 2 f'_c \right) \frac{I}{Y_i} \quad (62)$$

Si se cumple que  $M_{ur} \leq 1.2 M_{agr}$ , se tiene la certeza -- que se tiene la cantidad de acero mínimo.



## Ejemplo 7.-

Obtener la revisión por resistencia, revisar la cantidad de acero mínimo y revisar que tipo de falla que se presenta en la losa aligerada del ejemplo 2, por el método del Reglamento de construcciones del Distrito Federal.



Datos.-

$$W_{cm} = 150 \text{ Kg/cm}^2$$

$$A_c = 1093 \text{ cm}^2$$

$$f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Torón de } 3/8'' \text{ de diam. } a_s = 0.516 \text{ cm}^2$$

$$W_{cv} = 200 \text{ Kg/m}^2$$

$$\gamma_c = 2400 \text{ Kg/m}^3$$

$$f_{pu} = 18\,000 \text{ kg/cm}^2$$

Solución.-

El momento actuante al centro del claro.

$$M_a = \frac{w l^2}{8}$$

En donde el peso propio es:

$$P.p. = A_c \gamma_c = (1093.38)(2400) = 262.41 \text{ kg/m}$$

$$w_t = (150 + 200)(1) + (262.41) = 612.41 \text{ kg/m}$$

$$M_a = \frac{(612.4)(8^2)}{8} = 4899.29 \text{ T-m}$$

El momento último actuante es:

$$M_{ua} = F.C. M_a = 1.4(4.899) = 6.859 \text{ T-m}$$

Para determinar el momento último, se tiene que saber si el blo

que de esfuerzos a compresión es menor ó igual al espesor del patín ( $a \leq t$ ), en donde la sección trabaja como sección rectangular.

De la ecuación 45.2.

$$C = a b f_c''$$

En donde,  $b=100$  cm.

$$f_c^+ = 0.8 f_c' = (0.8)(300) = 240 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^+ = (0.85)(240) = 204 \text{ kg/cm}^2$$

de la ecuación 45.1

$$T_{ps} = A_{ps} f_{ps}$$

En donde

$$A_{ps} = (\text{No. de torones})(a_s) = (10)(0.516) = 5.16 \text{ cm}^2$$

El valor de la excentricidad es:

$$e_r' = \frac{2(6.5) + (8)(2.5)}{10} = 3.30 \text{ cm.}$$

$$d = 15 - 3.3 = 11.7 \text{ cm}$$

De la ecuación 18

$$P_p = \frac{A_{ps}}{b d} = \frac{5.16}{(100)(11.7)} = 0.00441$$

De la ecuación 16, del método aproximado del AGI.

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{P_p f_{pu}}{2 f_c'} \right) = 18\ 000 \left( 1 - \frac{(0.00441)(18\ 000)}{(2)(300)} \right) =$$

$$f_{ps} = 15\ 618.46 \text{ kg/cm}^2$$

De la ecuación 45.1

$$T_{ps} = A_{ps} f_{ps} = (5.16)(15\ 618.46) = 80\ 591.25 \text{ kg}$$

De la ecuación 45.1 y 45.2

$$a b f_c'' = A_{ps} f_{ps}$$

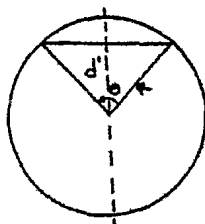
Despejando el valor de la profundidad de esfuerzos a compresión

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps}}{b f_c} = \frac{(5.16)(15\ 618.46)}{(100)(204)} = 3.95 \text{ cm.}$$

En donde  $a = 3.95 > 3.2 \text{ cm.}$

Por lo tanto la sección no trabaja como sección rectangular.

Para obtener el momento último actuante, se tiene que conocer - el área del sector circular que sobrepasa al patín de compresión, por consiguiente el área del sector circular está dado por la siguiente ecuación:



$$A = R^2 \left( \frac{\theta}{2} - \frac{\sin \theta}{2} \right)$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{d'}{R} ; d' = R \cos \frac{\theta}{2}$$

Para determinar el valor de " $\theta$ ", se plantea la siguiente ecuación.

$$100(3.2 + X) - 7 R^2 \left( \frac{\theta}{2} - \frac{\sin \theta}{2} \right) = A_c \quad (1)$$

En donde

$$A_c = \frac{T_{ps}}{f_c} = \frac{80\ 591.25}{204} = 395.06 \text{ cm}^2$$

$$X = R - R \cos \frac{\theta}{2}$$

Substituyendo los valores en la ecuación 1

$$100(3.2 + (R - R \cos \frac{\theta}{2})) - 7 R^2 \left( \frac{\theta}{2} - \frac{\sin \theta}{2} \right) = 395.06$$

Si  $R = 4.3$

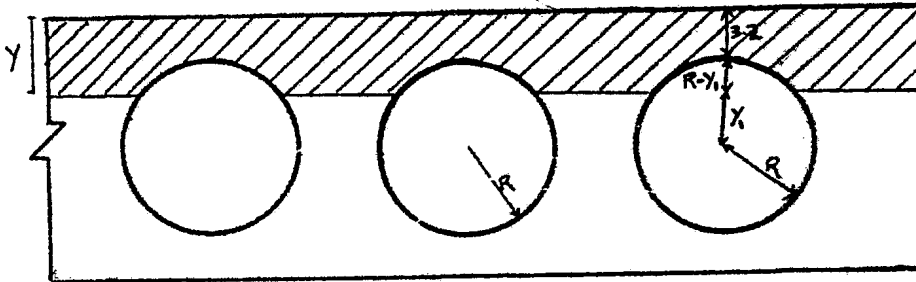
$$129.43 \sin \theta - 129.43 \theta - 430 \cos \frac{\theta}{2} + 354.94 = 0 \quad (II)$$

Resolviendo la anterior ecuación por tanteos.

$$\theta = 57.96^\circ \approx 58^\circ$$

$$X = 4.3 - 4.3 \cos \left( \frac{58^\circ}{2} \right) = 0.5384$$

$$X = 4.3 - 4.3 \cos (57.96^\circ) = 2.02 \text{ cm.}$$



$$A_c = 395.06 \text{ cm}^2$$

$$3.2 + R - Y_1 = Y$$

$$3.2 + 4.3 - Y_1 = Y$$

$$7.5 - Y_1 = Y \quad (\text{III})$$

El área del sector circular es :

$$a = \frac{3.1416 R^2}{2} - Y_1 R^2 - Y_1^2 - R^2 \text{sen}^{-1} \frac{Y_1}{R} \quad (\text{IV})$$

El área total del bloque de esfuerzos a compresión es :

$$100 Y - 7 a = 395.06 \text{ cm}^2 \quad (\text{V})$$

Substituyendo valores en la ecuación IV

$$a = 29.044 - Y_1 18.49^2 - Y_1^2 - (18.49) \text{sen}^{-1} \frac{Y_1}{4.3} \quad (\text{VI})$$

Substituyendo la ecuación VI en la ecuación V y resolviendo por tanteos resulta.

$$Y_1 = 3.28$$

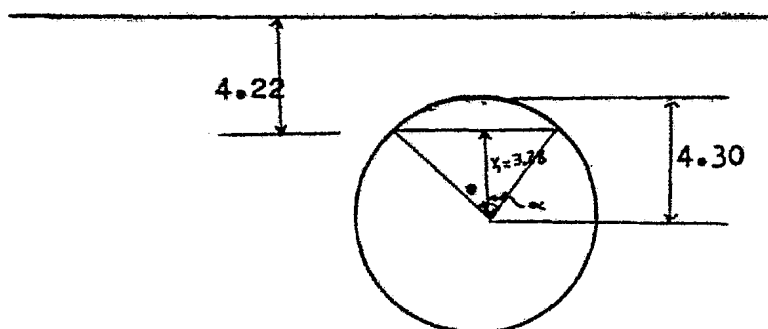
$$Y = 7.5 - Y_1 = 7.5 - 3.28 = 4.22 \text{ cm.}$$

$$a = 3.896$$

Substituyendo estos valores en la ecuación V.

$$100 (4.22) - 7 (3.896) = 394.73$$

$$394.73 = 394.73$$



De la figura anterior.

$$\cos \alpha = \frac{3.28}{4.30}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{3.28}{4.30} = 40.289^\circ$$

$$a = \frac{7.72}{2} = 3.896 \text{ cm}^2$$

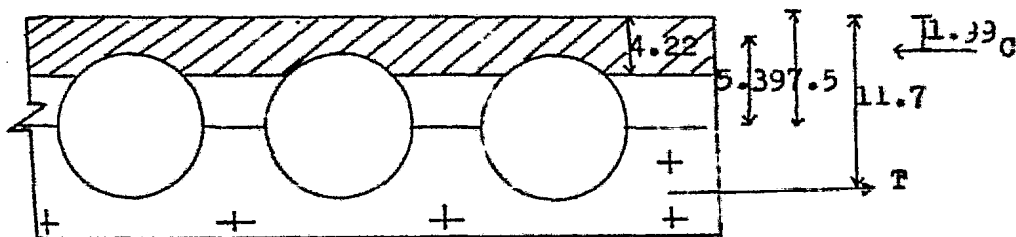
El centroide de una porción del círculo es:

$$z = \frac{2(R^2 - Y_1^2)^{1.5}}{3A} \quad (\text{VII})$$

Substituyendo los valores en la ecuación VII

$$z = \frac{2(4.3^2 - 3.28^2)^{1.5}}{3(3.896)} = 3.68 \text{ cm}$$

Posición de la fuerza de compresión del concreto.



$$Y = \frac{4.22(100)(5.39) - 7(3.896)(3.68)}{4.22(100) - 7(3.896)} = 5.51 \text{ cm.}$$

$$d' = 7.5 - 5.51 = 1.99 \text{ cm.}$$

Determinando el momento último resistente.

$$M_{ur} = F.R. T_{ps} d_{ef} = 0.9 ( A_{ps} f_{ps} (d - 1.99)) =$$

$$M_{ur} = 0.9(5.16 (15\ 618.46)(11.7 - 1.99)) =$$

$$M_{ur} = 7.04 \text{ T - m.}$$

$$M_{ur} = 7.04 \text{ T - m} > M_{ua} = 6.85 \text{ T - m.}$$

#### REVISION DEL ACERO MINIMO.

De la ecuación 62.

$$M_{ag} = \frac{I}{Y_i} \left( \frac{P}{A} + 2 f'_c \right) + P e \quad (\text{VIII})$$

$$f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = 1093 \text{ cm}^2$$

$$I = 26\ 246 \text{ cm}^4$$

$$Y_i = Y_s = 7.5 \text{ cm.}$$

$$e = 4.2 \text{ cm.}$$

Carga del tendón.

$$P_i = 0.7(0.516)(18\ 000) = 6\ 501.6$$

$$P = 0.8(P_i) = 0.8(6501.6) = 5\ 201.28$$

$$P = 10(5\ 201.28) = 52\ 012.8 \text{ kg.}$$

Substituyendo en VIII

$$M_{ag} = \frac{26\ 246}{7.5} \left( \frac{52\ 012.8}{1093} + 2 \sqrt{300} \right) + 52\ 012.8 (4.2) =$$

$$M_{ag} = 5.06 \text{ T - m.}$$

$$1.2 M_{agr} = 6.07 \text{ T - m.}$$

$$M_{ur} = 7.04 \text{ T - m} > 1.2 M_{agr} = 6.07 \text{ T - m.}$$

Por lo que es correcto.

#### REVISION DE TIPO DE FALLA.

De la ecuación 45.3

$$c = \frac{a}{0.8}$$

$$c = \frac{3.95}{0.80} = 4.94 \text{ cm.}$$

De la ecuación 47

$$E_{ps} = \frac{(0.003)(d - c)}{c} = \frac{(0.003)(11.7 - 4.94)}{4.94} =$$

$$E_{ps} = 0.0041088$$

La deformación inicial debida al gato, ecuación 48.

$$E_i = \frac{f_0}{E_s} = \frac{(0.7)(18,000)}{1.90 \times 10^6} = 0.00663$$

$$E_{ps} + E_i = 0.0041088 + 0.00663$$

$$E_{ps} + E_i = 0.01074$$

$$E_{ps} + E_i \quad 0.01$$

Por lo tanto se tiene una falla dúctil( viga subreforzada).

**C A P I T U L O   I V**

**REVISION FOR DEPLEXIONES**



## CAPITULO IV

## REVISION POR DEFLEXIONES

## 4.1 Deflexiones de elementos de concreto presforzado.

Las deflexiones de las vigas de concreto presforzado - antes del agrietamiento, pueden predecirse con mayor precisión que las correspondientes a las vigas de concreto reforzado, sometidas a las cargas de trabajo. Las vigas de concreto presforzado no se agrietan, pero las de concreto reforzado si. Puesto que el concreto presforzado es un cuerpo elástico, homogéneo, que obedece muy aproximadamente las leyes ordinarias de la flexión y del esfuerzo cortante, se pueden calcular sus deflexiones mediante los procedimientos disponibles de la resistencia de materiales elemental.

Aún existen dos dificultades en el procedimiento, como generalmente se encuentran cuando se trata de cualquier miembro de concreto, si se desea obtener una predicción precisa de las deflexiones:

La primera consiste en que resulta difícil determinar el valor del módulo de elasticidad del concreto, dentro de una precisión del 10% y aún del 20%; las pruebas con cilindros de muestras no pueden dar el valor correcto de el módulo de elasticidad del concreto, porque este, para las vigas puede diferir del correspondiente o los cilindros; además, el valor de el módulo de elasticidad varía para diferentes esfuerzos y cambia con la edad del concreto.

La segunda dificultad radica en estimar el efecto de la deformación plástica sobre las deflexiones. El valor del coeficiente así como la duración y la magnitud de la carga que se aplique, no siempre se conocen con anticipación, sin

embargo, para los propósitos prácticos, con frecuencia es suficiente una precisión de 10% a 20% y puede obtenerse si se consideran cuidadosamente todos los factores.

Las deflexiones de las vigas presforzadas difieren de las correspondientes a las vigas reforzadas comunes, en el efecto del presfuerzo. Si las deflexiones debidas al presfuerzo, controladas pueden utilizarse ventajosamente para producir contraflechas deseables y para eliminar las flexiones que causan las cargas, también se sabe que en algunas ocasiones estas deflexiones debidas al presfuerzo, han originado serias dificultades.

Las deflexiones que se muestran en la tabla 1, son aplicables a miembros de concreto presforzados.

En ausencia de cálculos por separado de las pérdidas, en condiciones normales se pueden utilizar las relaciones de pérdidas de presfuerzo de la tabla 2. Cualesquiera diferencias que resulten en las deflexiones calculadas, entre valores de las pérdidas de la tabla 2 y las calculadas para una estructura en particular, normalmente serán pequeñas.

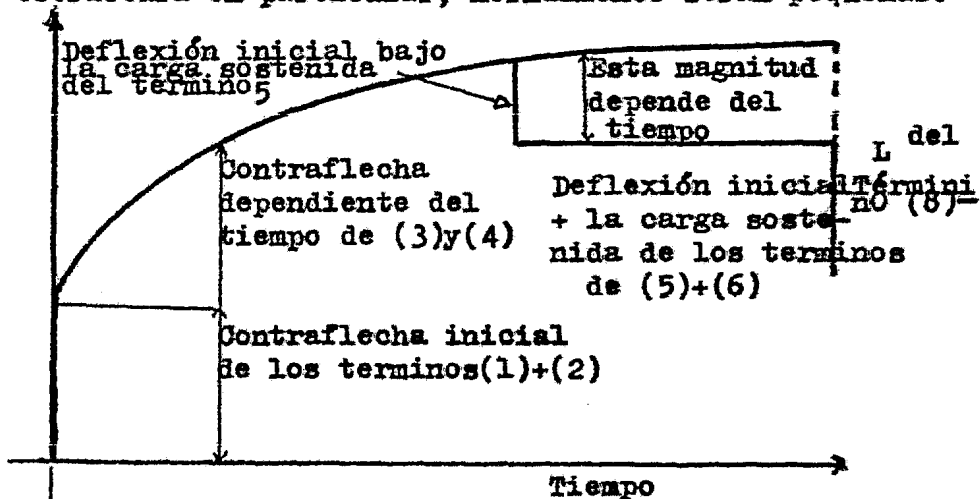


Fig.1 Contraflecha típica, curvas de deflexión contra el tiempo para vigas presforzadas no compuestas.

Tabla 1.- Deflexiones máximas permisibles calculadas según el -  
Reglamento ACI.

Tipo del miembro	Deflexiones a considerar Límite.
Azoteas planas que no soporten ni estén ligadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por grandes deflexiones.	Deflexión inmediata debida a la carga viva. $\frac{L}{180}$ (a)
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por grandes deflexiones.	Deflexión inmediata debida a la carga viva. $\frac{L}{360}$ (b)
Azoteas o entrepisos que soporten o estén ligados a elementos no estructurales, susceptibles de sufrir daños por grandes deflexiones.	La porción de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales, la suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas -- $\frac{L}{480}$ (c)
Azoteas o entrepisos que soporten o estén ligados a elementos no estructurales, no susceptibles de sufrir daños por grandes deflexiones.	La suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas sostenidas y la deflexión instantánea debida a cualquier carga viva. $\frac{L}{240}$ (d)

a.- Este límite no tiene por objeto constituirse en un resguardo contra el estancamiento de aguas. Este deberá verificarse mediante cálculos de deflexiones adecuados, incluyendo las deflexiones adicionales debidas al agua estancada y considerando los efectos a largo plazo de todas las cargas sostenidas, la contra flecha, las tolerancias en la construcción y la confiabilidad en las preparaciones para el desagüe.

b.- La deflexión a lo largo plazo se determinará de conformidad con las secciones 9.5.2.3 ó 9.5.4.2 del Reglamento del ACI, pero se podrá reducir según la cantidad de la deflexión que ocurra antes de unir a los elementos no estructurales. Esta cantidad se determinará basándose en datos de ingeniería aceptables,

en relación con las características tiempo - deflexión de miembros similares a los considerados.

c.- Este límite podrá excederse si se toman las medidas necesarias para evitar el daño a los elementos ligados que soporte.

d.- Pero no mayor que la tolerancia establecida para los elementos no estructurales. Este límite podrá excederse si se proporciona una contra flecha de modo que la deflexión total, menos la contraflecha, no exceda la limitación.

Tabla 2.- Relaciones típicas de pérdida de presfuerzo para concretos de diferentes pesos.

Relaciones de pérdidas de presfuerzo	Peso normal	Peso ligero.	Peso ligero total
$\frac{\Delta f_s}{F_0}$ entre 3 semanas y 1 mes entre el presfuerzo y el colado de la losa	0.10	0.12	0.14
$\frac{\Delta f_s}{F_0}$ entre 2 y 4 meses entre el presfuerzo y el colado de la losa.	0.14	0.16	0.18
$\frac{\Delta f_u}{F_0}$	0.18	0.21	0.23

Los valores varían para concretos de diferentes pesos a causa de las deformaciones iniciales (debidas al módulo de elasticidad del concreto), para niveles de esfuerzos ordinarios. Estas relaciones se refieren solamente a las pérdidas de presfuerzo dependientes del tiempo (pérdida total menos la pérdida elástica).

reductor de la contraflecha dependiente del tiempo de todos los aceros de tensión que no sean de presfuerzo, usando la siguiente ecuación:

$$k_r = \frac{l}{\left[ 1 + \left[ \frac{A_{ns}}{A_{ps}} \right] \right]} \quad (3)$$

El término (4) es la deflexión por fluencia debida a la carga muerta de la viga. Puesto que la fluencia debida al presfuerzo y la carga muerta ocurre bajo el esfuerzo combinado de ambos, queda, asimismo, incluido en este término el efecto de  $k_r$  de todos los aceros de tensión que no sean de presfuerzo.

El término (5) es la deflexión inicial de la viga sujeta a una carga sostenida sobrepuesta, diferente a la de una losa compuesta o una cubierta (tal como los largueros que soportan a una viga):

$$(\Delta_i)_s = \frac{\left[ \frac{5}{43} \right] M_s l^2}{E_c I_e} \quad (4)$$

El término (6) es la deflexión por fluencia debida a la carga sostenida sobrepuesta en la viga. En la tabla 6 se define  $B_s$  y se incluyen valores representativos.

El término (7) es la deflexión debida a la carga viva de la viga.

$$(\Delta_L) = \frac{\left[ \frac{5}{48} \right] W_L l^2}{E_c I_e} \quad (5)$$

El término (8) es la deflexión por fluencia debida a la carga viva de la viga, donde la siguiente ecuación se determina mediante minuciosos estudios.

#### 4.2.- Cálculo de las deflexiones en miembros presforzados no compuestos.

Para determinar la deflexión en miembros estructurales de concreto presforzado se hace mediante la siguiente ec.

$$\Delta_u = \underbrace{-(\Delta_i)_{P_0}}_{(1)} + \underbrace{(\Delta_i)_D}_{(2)} - \underbrace{\left[ \frac{\Delta P_u}{P_0} + (k_r c_u) \left( 1 - \frac{P_u}{2 P_0} \right) \right]}_{(3)} (\Delta_i)_B$$

$$+ \underbrace{(k_r c_u) (\Delta_i)_D}_{(4)} + \underbrace{(\Delta_i)_S}_{(5)} + \underbrace{(B_s k_r c_u) (\Delta_i)_S}_{(6)} + \underbrace{\Delta_L}_{(7)} + \underbrace{(\Delta_{cp})_L}_{(8)} \quad (1)$$

De donde :

El término (1) es la contraflecha inicial debida al momento inicial de presfuerzo después de la pérdida elástica.

El término (2) es la deflexión inicial debida a la carga muerta de la viga.

$$(\Delta_i)_D = \frac{\left[ \frac{5}{48} \right] M_D l^2}{E_{ci} I_g} \quad (2)$$

El término (3) es la contraflecha por fluencia (dependiente del tiempo) de la viga debida al momento de presfuerzo. Esta expresión incluye el efecto de la fluencia y la pérdida del presfuerzo (en la forma de relaciones de pérdidas, como se define en la tabla 2); esto es, el efecto de la fluencia para esfuerzos variables. Veanse en la tabla 3, los valores promedio de  $C_u$ , que se basan en un concreto de un día de edad para vigas prefabricadas curadas con vapor (o su equivalente) y en las tablas 4 y 5 el factor de corrección de tamaño.

Esta contraflecha se debe de tomar en cuenta para el diseño de los elementos que en general se presentan para la construcción, sin embargo se hace incapie en el uso de las especificaciones relacionadas con esta materia de concreto presforzado. El factor  $k_r$  toma en cuenta el efecto -

reductor de la contraflecha dependiente del tiempo de todos los aceros de tensión que no sean de presfuerzo, usando la siguiente ecuación:

$$k_r = \frac{1}{\left[ 1 + \frac{A_{ns}}{A_{ps}} \right]} \quad (3)$$

El término (4) es la deflexión por fluencia debida a la carga muerta de la viga. Puesto que la fluencia debida al presfuerzo y la carga muerta ocurre bajo el esfuerzo combinado de ambos, queda, asimismo, incluido en este término el efecto de  $k_r$  de todos los aceros de tensión que no sean de presfuerzo.

El término (5) es la deflexión inicial de la viga sujeta a una carga sostenida sobrepuesta, diferente a la de una losa compuesta o una cubierta (tal como los largueros que soportan a una viga):

$$(\Delta_i)_s = \frac{\left[ \frac{5}{48} \right] M_s l^2}{E_c I_e} \quad (4)$$

El término (6) es la deflexión por fluencia debida a la carga sostenida sobrepuesta en la viga. En la tabla 6 se define  $B_s$  y se incluyen valores representativos.

El término (7) es la deflexión debida a la carga viva de la viga.

$$(\Delta_L) = \frac{\left[ \frac{5}{48} \right] M_L l^2}{E_c I_e} \quad (5)$$

El término (8) es la deflexión por fluencia debida a la carga viva de la viga, donde la siguiente ecuación se determina mediante minuciosos estudios.

TABLA 3.- Resumen de los coeficientes de fluencia (en tiempo) y deformaciones por contracción, incluyendo efectos de humedad relativa, curado con humedad y con vapor, así como los efectos de la edad del concreto, que se explican en la nota al pie\*.

Humedad promedio relativa, curado con humedad o vapor, coeficiente último de fluencia o deformación por contracción.																								
Edad*	≥ 90%				80%				70%				60%				50%				≤ 40%			
	Humedad		Vapor		Humedad		Vapor		Humedad		Vapor		Humedad		Vapor		Humedad		Vapor		Humedad		Vapor	
	Cu	b	Cu	b	Cu	b	Cu	b	Cu	b	Cu	b	Cu	b	Cu	b	Cu	b	Cu	b	Cu	b	Cu	b
1d	-	281	1.57	234	-	562	1.72	468	-	655	1.88	546	-	749	2.04	624	-	842	2.21	702	-	936	2.35	780
7d	-	234	1.53	209	1.72	468	1.66	418	1.88	546	1.82	487	2.04	624	1.98	557	2.21	702	2.14	626	2.35	780	2.28	696
10d	1.50	182	1.42	198	1.63	364	1.54	396	1.79	425	1.69	462	1.94	485	1.84	528	2.10	546	1.99	594	2.23	607	2.12	660
20d	1.37	149	1.34	172	1.49	298	1.46	343	1.64	347	1.60	400	1.78	397	1.74	458	1.92	447	1.88	515	2.05	496	2.00	572
28d	1.32	130	1.31	155	1.44	260	1.42	310	1.58	303	1.56	362	1.72	347	1.70	414	1.86	390	1.83	465	1.97	433	1.95	517
60d	1.21	86	1.20	112	1.32	172	1.30	224	1.45	201	1.43	261	1.57	230	1.55	298	1.70	259	1.68	336	1.81	287	1.79	373
90d	1.17	66	1.17	89	1.27	131	1.27	178	1.39	153	1.39	207	1.51	175	1.51	237	1.63	197	1.63	266	1.74	218	1.74	296

\*Edad del concreto a que se hace referencia en la tabla: edad en que se aplica la carga para la fluencia y período desde la edad indicada hasta las condiciones últimas, para la contracción.

b - Microdeformación última por contracción  $(\epsilon, A) u$ , tal como  $281 \times 10^{-6}$  mm/mm.

Véanse las Tablas 4 y 5, en lo relacionado con los factores de corrección debidos al efecto del tamaño del miembro. Se incluyen en esta tabla los otros efectos principales (debidos a la edad y a la humedad). Estos son valores promedio que se aplican nominalmente para concretos de diferentes pesos y resistencias y para los cementos Tipo I y III.



TABLA 4.- Factores de corrección de la fluencia y de la contracción, para peraltes del miembro  $\geq 5$  cm, calculados mediante ecuaciones experimentales.

Espesor promedio T del elemento. cm.	Fluencia (F.C.) <sub>r</sub>		Contracción (F.C.) <sub>r</sub>	
	$\leq 1$ año	Valor últi.	$\leq 1$ año	Valor últi.
5	1.30	1.30	1.35	1.35
7.5	1.17	1.17	1.25	1.25
10.0	1.11	1.11	1.17	1.17
12.0	1.03	1.03	1.06	1.06
15.0	1.00	1.00	1.00	1.00
20.0	0.96	0.97	0.93	0.94
25.0	0.91	0.93	0.86	0.89
30.0	0.87	0.90	0.78	0.83
40.0	0.78	0.83	0.63	0.71
50.0	0.69	0.77	0.48	0.60

TABLA 5.- Factores de corrección de la fluencia y la contracción, para relaciones volumen/superficie 3.8 cm.

Relaciones volumen/superficie $v/s$ cm.	Fluencia (F.C.) <sub>r</sub>	Contracción (F.C.) <sub>r</sub>
4	0.99	1.00
6	0.93	0.93
8	0.87	0.86
10	0.81	0.78
12	0.74	0.71
14	0.68	0.64
15	0.65	0.60
16	0.62	0.57
17	0.59	0.54
18	0.55	0.50
19	0.52	0.47
20	0.49	0.43

TABLA 6.- Valores de  $\alpha_s$  y  $B_s$  para concreto curado con vapor o su equivalente.

Tiempo transcurrido entre el presfuerzo y la aplicación - de la carga sostenida.	$\alpha_s$	$B_s$
3 semanas	0.38	0.85
1 mes	0.44	0.83
2 meses	0.54	0.76
3 meses	0.60	0.74
4 meses	0.64	0.71

Los factores de la tabla se aplican para concretos de diferentes pesos.

$\alpha_s$  es la relación entre la fluencia de la viga prefabricada y la fluencia que tiene lugar hasta el instante del colado de la losa.

$B_s$  es el factor de corrección de la fluencia para la edad del concreto de la viga prefabricada cuando se aplica la carga sostenida.

#### 4.3 Deflexión producida por la carga viva de miembros parcialmente agrietados.

Para el cálculo del incremento de la deflexión debida a la carga viva en la zona de agrietamiento, como se muestra en la figura 7, empléense las ecuaciones (7) y (19) a (22) con cualquiera de los dos métodos descritos por las ecuaciones (13) a (15) para determinar:

$$\frac{(M_L)_{cr}}{(M_L)_a} \quad (18)$$

$(M_L)_{cr}$  es el momento adicional mayor que el momento de presfuerzo y el de la carga viva, necesario para provocar el agrietamiento de la viga y el  $(M_L)_a$  es el momento máximo de la carga viva. Los resultados del cálculo son los mismos con los dos métodos, que se mostrarán a continuación.

Las ecuaciones que nos sirven para determinar la zona de agrietamiento, como se muestra en la figura 7 son:

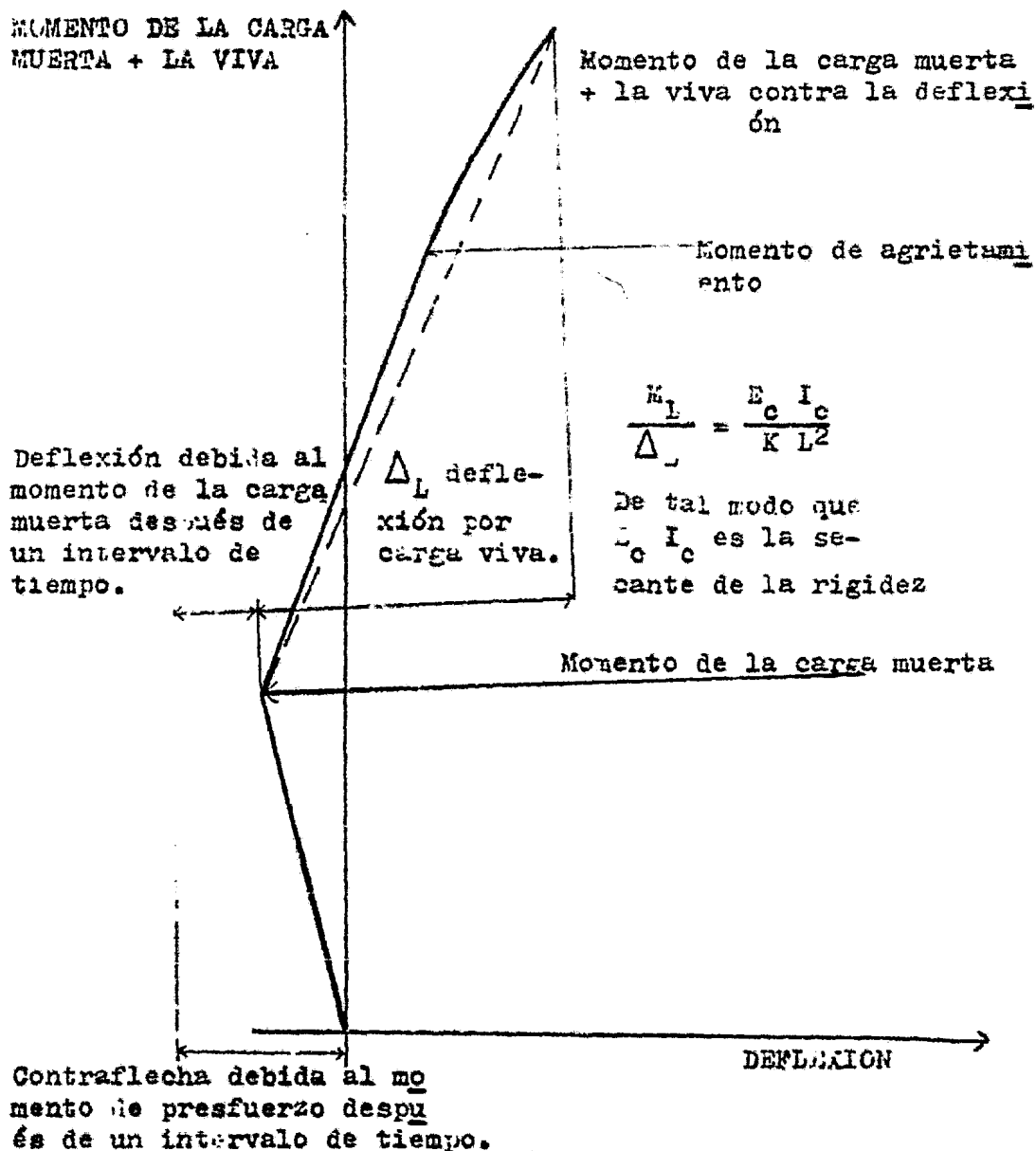


Figura 7.- Ilustración de los incrementos momento-deflexión y rigidez a la flexión para vigas presforzadas parcialmente agrietadas.

Momento de inercia efectivo.

El momento de inercia efectivo en vigas con apoyos libres, o entre los puntos de inflexión en vigas continuas, se determina mediante la ecuación 7.

$$I_e = \left[ \frac{M_{cr}}{M_a} \right]^3 I_g + \left[ 1 - \left[ \frac{M_{cr}}{M_a} \right]^3 \right] I_{cr} \quad (7)$$

donde  $M_a$  es el momento máximo para cargas de servicio (momento sin factor de carga) en la etapa que se consideran la deflexión total.

$$M_{cr} = f_r \left[ \frac{I_g}{Y_t} \right] \quad (8)$$

donde  $Y_t$  se refiere a la fibra extrema en tensión.

$f_r$  es el módulo de ruptura del concreto que según el Reglamento del ACI recomienda para:

Concreto de peso normal.

$$f_r = 1.989 f'_c \quad (9)$$

Concreto de peso ligero, con arena.

$$f_r = 1.691 f'_c \quad (10)$$

Concreto ligero en su totalidad.

$$f_r = 1.492 f'_c \quad (11)$$

Para concretos de diferentes pesos.

$$f_r = 0.04306 w f'_c \quad (12)$$

$I_{cr}$  - Momento de inercia de la sección transformada agrietada.

La ecuación 19 determina la deflexión en el centro del claro de vigas libremente apoyadas y continuas, la deflexión en el centro del claro podrá usarse normalmente como una aproximación de la deflexión máxima.

Método 1.- Determinación directa de  $(M_L)_{cr}$ .

Vigas de concreto presforzadas no compuestas.

$$f_r = -\frac{P}{A_g} - \frac{P e Y_t}{I_g} + \frac{M_{D+S} Y_t}{I_g} + \frac{(M_L)_{cr} Y_t}{I_g} \quad (13)$$

en que  $Y_t$  se refiere a la fibra en tensión. Resolviendo para  $(M_L)_{cr}$ :

$$(M_L)_{cr} = \frac{P I_g}{A_g Y_t} + P e - M_{D+S} - \frac{f_r I_g}{Y_t} \quad (14)$$

Método 2.- Determinación de la relación de esfuerzos de:

$$\frac{(M_L)_{cr}}{(M_L)_a} = \frac{(f_{pe} - f_D + f_r)}{(f_{pe} - f_D + f_{to})} \quad (15)$$

en que:

$f_r$  = módulo de ruptura del concreto.

$f_{to}$  = esfuerzo de tensión total calculado (superior al esfuerzo de agrietamiento,  $f_r$ , pero sin exceder el esfuerzo máximo permisible que es de  $3.182 \sqrt{f'_c}$ , según el reglamento ACI.

$f_{pe} = P/A_g + P e Y_t / I_g$ , en que  $A_g$ ,  $e$ ,  $Y_t$ ,  $I_g$  se refieren a la sección de la viga prefabricada. (16)

$$f_D = \frac{(M_1 + M_2)(Y_t)_2}{(I_g)_2} \quad (17)$$

Deflexión.

La ecuación 19 determina la deflexión en el centro del claro de vigas libremente apoyadas y continuas. En el caso de vigas continuas, la deflexión en el centro del claro podrá usarse normalmente como una aproximación de la deflexión máxima:

$$\Delta_i = \Delta_u - \kappa \frac{5}{48} \frac{M_m l^2}{E_c I_a}$$

donde  $M_m$  es el momento en el centro del claro y  $l$  por lo general se toma como el claro libre.

Para cargas uniformes, en la ecuación 19,  $K=1$  en claro con vigas libremente apoyadas,  $K=0.800$  para vigas con un extremo empotrado y otro articulado ( $K=0.738$  cuando se use el momento máximo y se calcule la deflexión máxima),  $K = 0.600$  para vigas extremos empotrados y para claros continuos:

$$K = 1.20 - 0.20 \frac{M_0}{M_m} \quad (20)$$

en que  $M_0$  = momento estático en el centro del claro =  $\frac{w l^2}{8}$

En la ecuación 19, para una carga concentrada y aplicada en el centro del claro,  $K = 0.80$  para claros con vigas libremente apoyadas,  $K = 0.56$  para vigas con un extremo empotrado y otro articulado ( $K = 0.5725$  cuando se use el momento máximo y se calcule la deflexión máxima),  $K= 0.40$  para vigas con ambos extremos empotrados y para claros continuos

$$K = 1.20 - 0.40 \frac{M_0}{M_m} \quad (21)$$

en que  $M_0$  = momento estático en el centro del claro =  $Pl/4$

La ecuación 22 determina las deflexiones en los extremos de vigas en voladizo con carga uniforme o una carga concentrada en el extremo:

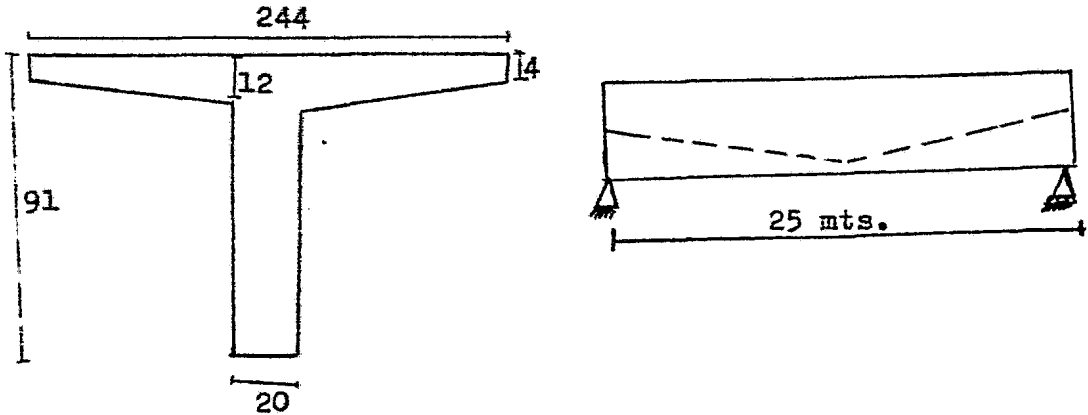
$$\Delta_i = \Delta_e = K \frac{\left[ \frac{5}{48} \right] M_e l^2}{E_c I_a} \quad (22)$$

en donde  $M_e$  es el momento en el extremo del apoyo,  $K = 12/5$  para cargas uniformes y  $K = 16/5$  para una carga concentrada en el extremo. Cuando las vigas estén en voladizo con apoyos que no estén totalmente empotrados deberá incluirse también la deflexión debida a la rotación del apoyo.

Puesto que las deflexiones se calculan en forma lógica para un tramo continuo dado, basándose en la distribución -

- 1.- Se usa con frecuencia la sección total para calcular el momento de inercia, aunque resultaría un valor más correcto - que la sección neta.
- 2.- El valor del presfuerzo que produce la deflexión queda comprendido entre el valor inicial y el efectivo final; para - los fines del cálculo se considera suficientemente seguro - suponer un valor razonable.
- 3.- La componente del presfuerzo a lo largo del eje de la viga - se considera constante, a menos que la inclinación de los - cables resulte excesiva. La componente transversal a la vi - ga se calcula, multiplicando el presfuerzo por la tangente - del ángulo del dobléz, cuando este ángulo no es mayor que - los usuales.
- 4.- Cuando los cables se doblan repentinamente las componentes - transversales se consideran concentradas; cuando forman una - curva suave, la carga transversal puede suponerse que está - uniformemente repartida a lo largo de la curva.
- 5.- Todos los cálculos pueden basarse sobre la línea del c.g.s. - y los cables se consideran como una unidad y no separadamen - te.
- 6.- Las deflexiones debidas al esfuerzo cortante resultante pe - queñas para las dimensiones ordinarias de las vigas presfor - zadas y pueden despreciarse.

Ejemplo 9.- Determinar la deflexión de la viga de 25.00 mts. de claro de sección "T", parcialmente presforzada, no compuesta con apoyos libres y concreto de peso normal.



Fpropiedades de los materiales.

$$\gamma_c = 2\,320 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{pu} = 18\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{si} = (0.7)(18\,000) = 12\,600 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_{ci} = (0.8)(350) = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_{ci} = 15\,253 \sqrt{f'_{ci}} = 255\,231.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_r = 1.989 f'_c = 1.989 \cdot 350 = 37.21 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_{ps} = 16 \text{ cm}^2 ; E_c = 15253 \quad f'_c = 15\,253 \cdot 350 = 285\,357.50 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$P_i = A_{sp} f_{si} = (12\,600)(16) = 201\,600 \text{ kg.}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{1.10}{0.285} = 6.66$$

Fpropiedades de la sección:

$$A_g = 3\,612 \text{ cm}^2$$

$$Y_B = 65.43 \text{ cm}$$

$$Y_t = 91.0 - 65.43 = 25.57 \text{ cm.}$$



$$I = 2\,800\,397.053 \text{ cm}^4$$

$$d = e_c + Y_t = 56 + 25 = 81 \text{ cm.}$$

$$I_{cr} = \frac{(244)(4)^3}{12} + (244)(4)(10.1 - 2)^2 + (7)(16)(81 - 10.1)^2 =$$

$$I_{cr} = 628\,339 \text{ cm}^4$$

Cargas y momentos.

$$w_D = (0.368)(2\,346) = 854 \text{ kg/m}$$

$$w_S = \frac{(5 \times 244)(2\,320)}{10^4} = 283 \text{ kg/m}$$

$$w_L = (200)(2.44) = 488 \text{ kg/m}$$

$$M_D = \frac{w_D l^2}{8} = \frac{(854)(25)^2}{8} = 66\,700 \text{ kg-m}$$

$$M_S = \frac{w_S l^2}{8} = \frac{(283)(25)^2}{8} = 22\,100 \text{ kg-m}$$

$$M_L = \frac{w_L l^2}{8} = \frac{(488)(25)^2}{8} = 38\,100 \text{ kg-m}$$

$$M_{D+S+L} = 126\,900 \text{ kg-m}$$

De la tabla 3, para una humedad relativa de 70%,  $C_u = 1.88$  para concreto curado con vapor.

$$P_0 = 0.93 P_i = (0.93)(201\,600) = 187\,500 \text{ kg.}$$

El esfuerzo en el centro del claro

$$f_{ci} = \frac{P_0}{A_g} + \frac{P_0 e_c^2}{I_g} - \frac{M_D e_c}{I_g} = \frac{187\,500}{3\,612} + \frac{(187\,500)(56)^2}{2\,800\,393} - \frac{(66\,700)(10^2)(56)}{2\,800\,393} = 128.50 \text{ kg/cm}^2$$

Pérdidas elásticas supuestas.

$$\Delta_c = n f_{ci} = (7)(128) = 855 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{855.8}{(0.01 f_{si} = 126)} = 6.79\% \approx 6.80\%$$

En forma similar en el extremo.

$$P_0 = 192\,000 \text{ kg.}$$

$$\text{Pérdida elástica} = 100 - \frac{192}{2.01} = 4.8\%$$

Cálculo de la contraflecha con  $\frac{\Delta P_u}{P_0}$

$P_0$  será el promedio del extremo y del centro del claro.

$P_0 = 190\ 000$  con 5.8% de pérdida elástica.

Según la tabla 2 la relación de pérdidas de presfuerzo.

$$\frac{\Delta P_u}{P_0} = 0.18$$

$$\begin{aligned} P \text{ en el centro del claro} &= P_0 \text{ en el centro del claro} - \Delta P_u \\ &= (187\ 500)(1 - 0.18) = 153\ 800 \text{ kg.} \end{aligned}$$

$$\text{Pérdida total} = 100 - (153\ 800 / 2\ 016) = 23.7\%$$

$$f_{pe} \text{ en el centro del claro} = P/A_g + P e_c Y_b / I_g =$$

$$f_{pe} = \frac{153\ 800}{3\ 612} + \frac{(153\ 800)(56)(65.93)}{2\ 800\ 397.05} = 245.35 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{D+S+L} \text{ en el centro del claro} = \frac{M_{D+S+L} Y_B}{I_g} =$$

$$f_{D+S+L} = \frac{(126\ 900)(10^2)(65.93)}{2\ 800\ 397.05} = 298.76 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_B \text{ en el centro del claro} = 245.35 - 298.76 = -53.41 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta 53.41 \text{ kg/cm}^2 \text{ de tensión} > f_r = 37.21 \text{ kg/cm}^2$$

Por consiguiente el Reglamento del ACI nos dice que la deflexión por carga viva debe calcularse teniendo como base la sección parcialmente agrietada.

Siguiendo los pasos de la ecuación 1.

Termino 1.- Contraflecha inicial debida al momento inicial de presfuerzo (caso 3 del apendice A).

$$(\Delta_i)_{po} = \frac{P_0 (e_c - e_e) L^2}{12 E_{ci} I_g} + \frac{P_0 e_e L^2}{8 E_{ci} I_g} =$$

$$(\Delta_i)_{P_0} = \frac{(190\ 000)(56 - 22)(25^2 \times 10^5)}{(12)(255\ 231.50)(2\ 800\ 397)} + \frac{(190\ 000)(22)(25^2 \times 10^5)}{(8)(255\ 231.5)(I_g)} = 92.76 \text{ mm.}$$

Termino 2.- Deflexión inicial por carga muerta de la viga.

$$(\Delta_i)_D = \frac{5 M_D L^2}{48 E_{ci} I_g} = \frac{(5)(66\ 700)(25^2)(10^7)}{(48)(255\ 231.5)(2\ 800\ 393)} = 60.75 \text{ mm.}$$

Termino 3.- Contraflecha por fluencia (dependiente del tiempo) de la viga, debida al momento de presfuerzo.

$$\left[ -\frac{\Delta P_u}{P_0} + (k_r C_u) \left[ 1 - \frac{\Delta P_u}{2 P_0} \right] \right] (\Delta_i)_{P_0} = (-0.18 + (1 \times 1.88)(1 - 0.009)) \times (92.76) = 156.12 \text{ mm.}$$

Termino 4.- Deflexión por fluencia debida a la carga muerta de la viga:

$$(k_r C_u)(\Delta_i)_D = (1 \times 1.88)(60.75) = 114.21 \text{ mm.}$$

Termino 5.- Deflexión inicial de la viga debida a la carga sostenida sobrepuesta:

$$(\Delta_i)_S = \frac{5 M_s L^2}{48 E_c I_g} = \frac{(5)(22\ 100)(25^2)(10^7)}{(48)(285\ 357)(2\ 800\ 393)} = 18.0 \text{ mm.}$$

Termino 6.- Deflexión por fluencia de la viga debida a la carga sostenida sobrepuesta, para una edad de carga de 1 mes,  $B_s = 0.83$  (tabla 6).

$$(B_s k_r C_u)(\Delta_i)_S = (0.83 \times 1 \times 1.88)(18) = 28.1 \text{ mm.}$$

Termino (7).- Deflexión por fluencia de la carga viva de la viga (como se muestra en la figura 7).

$$(M_L)_{cr} = \frac{P I_g}{A_g Y_t} + P e_c - M_{D+S} + \frac{f_r I_g}{Y_t} =$$

$$(M_L)_{cr} = \frac{(153\ 800)(2\ 800\ 393)}{(3\ 612)(65.93)(10)^2} + \frac{(153\ 800)(56)}{10^2} - (66700+22100) \\ + \frac{(37.21)(2\ 800\ 393)}{(65.93)(100)} = 31\ 219.12 \text{ kg-m}$$

$$\frac{(M_L)_{cr}}{(M_L)_a} = \frac{(31\ 219.12)}{38\ 100} = 0.8194$$

Siguiendo otra alternativa.

$$f_{pe} = 245.35 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{D+S} = \frac{M_{D+S} Y_B}{I_g} = \frac{(66\ 700 + 22\ 100)(10^2)(65.93)}{2\ 800\ 393} = 209.06 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{(M_L)_{cr}}{(M_L)_a} = \frac{f_{pe} - f_{D+S} + f_r}{f_{pe} - f_{D+S} + f_{to}} = \frac{245.35 - 209.06 + 37.21}{245.35 - 209.06 + 52.0} = 0.833$$

Por lo tanto

$$0.82 \doteq 0.833$$

$$(I_e)_L = \left[ \frac{M_{cr}}{M_a} \right]^3 I_g + \left( 1 - \left[ \frac{M_{cr}}{M_a} \right]^3 \right) I_{cr} = \\ = (0.8325)^3 (2\ 800\ 393) + (1 - (0.8325)^3) (628\ 339) = \\ = 1\ 881\ 547.54 \text{ cm}^4$$

$$\Delta_L = \frac{(5)(38\ 100)(25^2)(10^7)}{(48)(285\ 357.5)(1\ 881\ 547.54)} = 46.2 \text{ mm.}$$

$$\Delta_U = \begin{matrix} (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) \\ - 92.76 & + 60.75 & - 156.12 & + 114.21 & + 18.0 & + 28.1 & + 46.20 \end{matrix}$$

$$\Delta_U = 18.38 \text{ } \delta \frac{L}{(25\ 000)(32.9)}$$

$$\text{Contraflecha inicial} = \Delta_i = 92.76 - 60.75 = 32.0 \text{ mm. } \delta \frac{L}{770}$$

$$\text{Contraflecha residual} = 92.76 - 60.75 + 156.12 - 114.21 - \\ - 18.0 - 28.1 = 27.82 \text{ mm.}$$

$$\begin{aligned}
 &= \Delta_L - \Delta_U = \\
 &= 46.19 - 18.35 = 27.81 \text{ mm.}
 \end{aligned}$$

Verificación con el reglamento ACI (tabla 1):

$$\Delta_L = 45.4 \text{ mm. } \delta \frac{L}{450}$$

Deflexiones dependientes del tiempo, más la debida a la carga viva.

$$\begin{aligned}
 &= -156.12 + 114.2 + 18.0 + 28.1 + 46.2 \\
 &= 50.37 \text{ mm. } \delta
 \end{aligned}$$

$$\Delta_U - \Delta_i = 18.38 - (-32) = 50.30 \delta \frac{L}{390}$$

C A P I T U L O V

REVISION POR TRANSPORTE Y MONTAJE

## CAPITULO V

## REVISION POR TRANSPORTE Y MONTAJE.

La siguiente exposición dista mucho de ser un tratado de la revisión de los elementos de concreto presforzado en sus dos etapas, de transporte y montaje; el objeto es fijar los -- conceptos básicos para la interpretación de estas etapas.

El procedimiento de inducir esfuerzos de precompresión en una estructura de concreto, después de colada, y obtenida -- la resistencia requerida para el postensado, puede, en principio considerarse general y, por lo mismo, independiente de los sistemas en particular, que varían tanto en la forma de suje-- tar al cable durante el tensado, como en la manera de transfe-- rir, en forma definitiva, los esfuerzos logrados en el concre-- to, empleando para ello un anclaje especial.

Igualmente, se puede hacer extensiva esta consideraci-- ón, en cuanto al tipo de sección del acero de alta resistencia ya que puede emplearse acero redondo, liso, de poco diametro, -- y barras gruesas o alambres corrugados de sección oval.

En ningún caso puede observarse lograr esfuerzos de -- presfuerzo eficientes y económicos, ya que al alcanzar el 80% de éste y presentar las pérdidas (acortamiento instantáneo y di-- ferido del concreto, relajamiento del acero, fricción del ace-- ro de presfuerzo, deslizamiento de los anclajes, flujo plásti-- co, relajación del acero de presfuerzo), son tan significati-- vas, como la revisión en las etapas de construcción del tran-- porte y montaje, ya que de no tomar en cuenta estas últimas -- consideraciones, en el cálculo, sería prácticamente nulo.

Teniendo en cuenta que para un buen análisis se requie-- re la revisión de estas etapas, es necesario hacer una descrip

ción, de las etapas de transporte y montaje.

La etapa de transporte, presenta una serie de manio---bras, que consisten, desde el transporte de la mesa de colado---hasta su colocación en las obras; estas pueden dañar a los elementos de concreto presforzado, ya que cuando se van a retirar de la mesa de colado, generalmente por una grúa carril, empiezan a trabajar a flexión por peso propio, pero como el concreto ha alcanzado su correspondiente resistencia nominal, puede---ocasionar que el elemento falle, debido a los esfuerzos de compresión y de tensión en las zonas de flexión del elemento.

Una vez que tiene una resistencia nominal el elemento---que esto sucede normalmente a los 7, 14, 28 días de haber sido colado el elemento, son transportados por el movil correspondiente, a los diferentes puntos de destino final.

La etapa de montaje, es la que consiste en colocar a---los elementos de concreto presforzado en el lugar definitivo ---de la obra que se pretende realizar como se puede apreciar en---la figura 1. En esta etapa los elementos, ya presentan una re---sistencia adecuada para soportar las cargas para las que han ---sido diseñadas, con lo ya han ocurrido las pérdidas instantane---as, lo que les da suficiente resistencia para soportar el peso propio del elemento.

En está etapa se tiene que revisar el momento negativo que producen los ganchos de izado, ya que es el crítico, como se puede apreciar en la figura 2.

Para la colocación de la longitud de los ganchos de i---zado, se busca generalmente que esten colocados en los apoyos, pero en el caso de elementos de concreto pretensado, de longi---tudes de 35 o 40 mts., no se tiene equipo para el montaje, por lo que gobierna generalmente el equipo con que se cuenta, ara



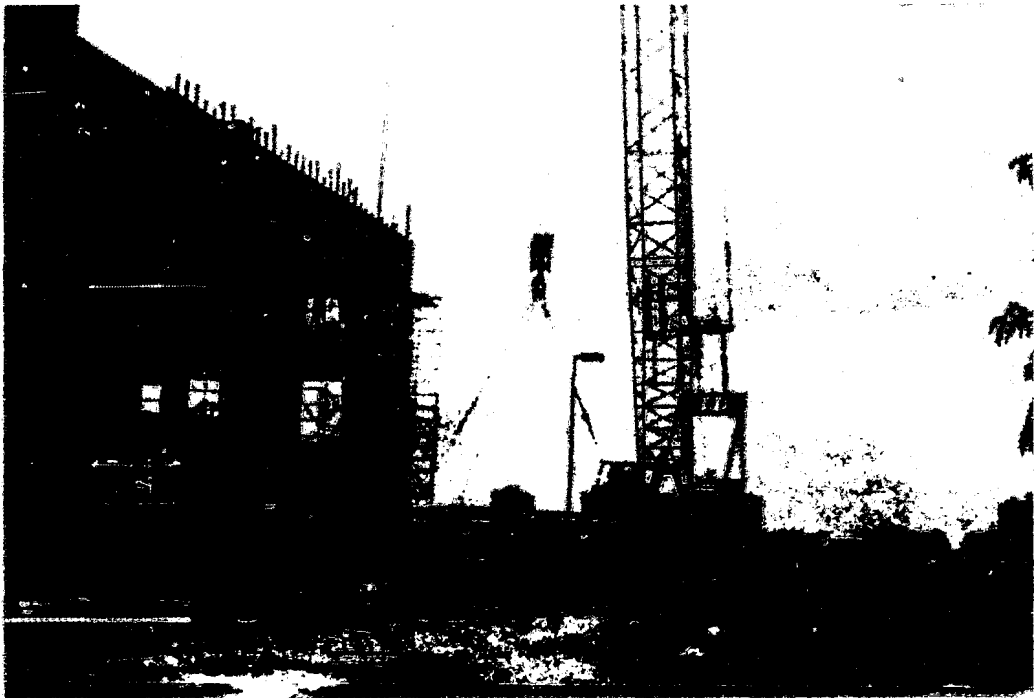
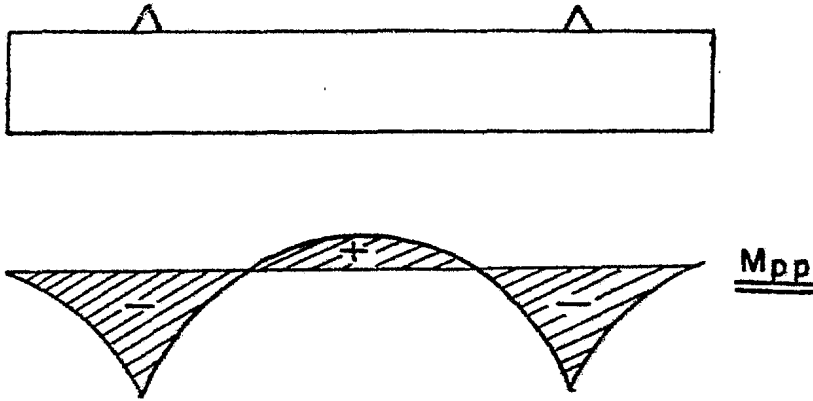


Figura 1.- Montaje de losas de concreto presforzadas.

realizar el montaje de los elementos de concreto presforzados-



En este elemento, como se puede apreciar, el mayor momento es el momento negativo en la sección 1 - 1, debido a la flexión - provocada por el izado del elemento. Para tener una revisión - completa se deberá hacer lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \frac{P_0}{A} - \frac{P_0 e_r Y_s}{I} - \frac{M_{(-)pp} Y_s}{I} = \frac{P_0}{A} - \frac{P_0 e_r Y_s}{I} - \frac{M_{(-)ps} Y_s}{I} \\
 & \begin{array}{c} \text{[Diagram of beam cross-section with reinforcement]} \\ \text{[Diagram of linear stress distribution with tension at top and compression at bottom]} \\ \text{[Diagram of linear stress distribution with tension at top and compression at bottom]} \end{array} + = \begin{array}{c} \text{[Diagram of linear stress distribution with tension at top and compression at bottom]} \\ \text{[Diagram of linear stress distribution with tension at top and compression at bottom]} \end{array} \\
 & \frac{P_0}{A} + \frac{P_0 e_r Y_i}{I} - \frac{M_{(-)pp} Y_i}{I} = \frac{P_0}{A} + \frac{P_0 e_r Y_i}{I} + \frac{M_{(-)ps} Y_i}{I}
 \end{aligned}$$

$$f_s \leq \sqrt{f_{ci}}$$

$$f_i \leq 0.6 f'_{ci}$$

Ejemplo 9.- Se tiene un elemento de concreto presforzado de -- de longitud de 20.00 mts. de sección constante como la que se muestra en la siguiente figura. Revise este elemento por transporte y montaje.

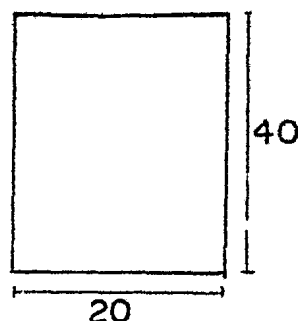
Datos.

$$f'_c = 400 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{sr} = 18\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$L = 20.00 \text{ mts.}$$

$$\text{cable de } \phi = 3/8'' \text{ de } a_s = 0.516 \text{ cm}^2$$



Solución.-

1) Propiedades de la sección.

$$A_s = 1\,200 \text{ cm}^2$$

$$Y_i = 20 \text{ cm.}$$

$$Y_s = 20 \text{ cm.}$$

$$I = 160\,000 \text{ cm}^4$$

$$w_p = 0.288 \text{ T/m}$$

2) Esfuerzos admisibles.

- Sta. & antes de las pérdidas. (Concreto)

$$\text{--- Compresión} = 0.6 f'_{ci} = 180 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{--- tensión} = \sqrt{f'_{ci}} = 17.88 \text{ kg/cm}^2$$

- Después de las pérdidas. (Concreto)

$$\text{--- Compresión} = 0.45 f'_c = 180 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{--- tensión} = 2 \sqrt{f'_c} = 40 \text{ kg/cm}^2$$

- antes de las pérdidas. (acero).

$$\text{--- } f_0 = 0.7 f_{sr} = 12\,600 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{--- } F_0 = (0.516)(12\,600) = 6\,501.6 \text{ kg.}$$

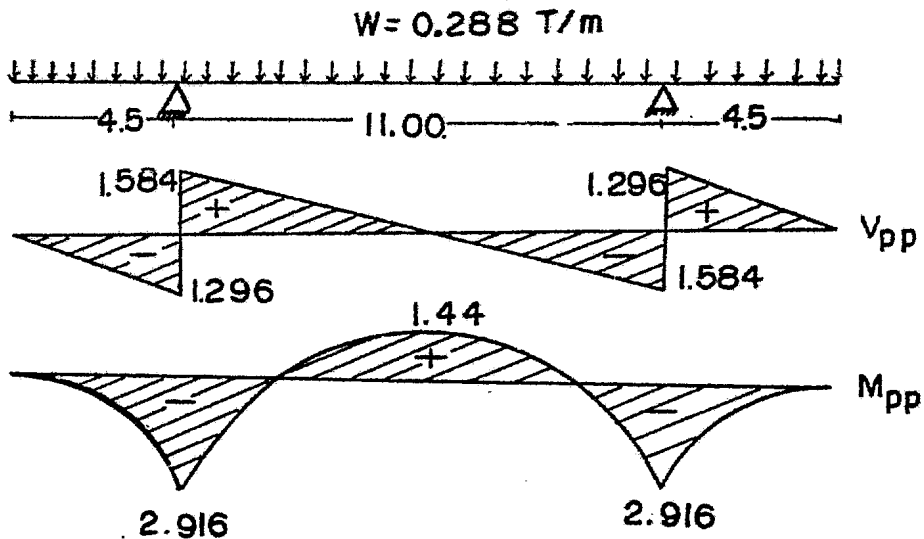
- Inmediatamente después de la transferencia.

$$\text{--- } f = 0.80 f_0 = (0.80)(12\,600) = 10\,080 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{--- } F = (0.516)(10\,080) = 5\,201.28 \text{ kg.}$$

### 3) Determinación de los esfuerzos actuantes.

En este caso los ganchos de izado, son colocados a una distancia de 4.5 mts. del extremo de la viga hacia el centro, - los apoyos que se muestran en la figura son ficticios, ya que son los ganchos de izado.



$$f_i = \frac{N Y_i}{I} = \frac{(2.916 \times 10^5)(20)}{160\,000} = + 36.45 \text{ kg/cm}^2$$

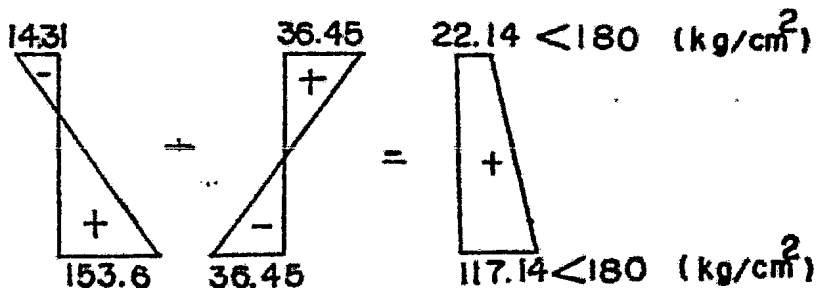
$$f_s = \frac{M Y_s}{I} = \frac{(2.916 \times 10^5)(20)}{160\,000} = + 36.45 \text{ kg/cm}^2$$

#### 4) Obtención del presfuerzo máximo,

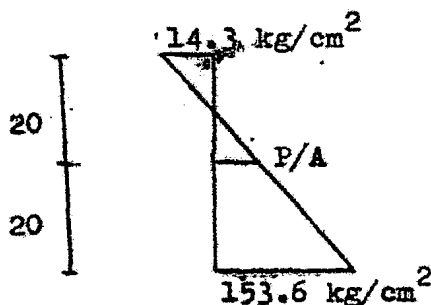
$$\text{--- Compresión} = (0.6)(k)(f'_{ci}) = (0.6)(0.8)(0.8)(400) = 153.6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{--- Tensión} = k \sqrt{f'_{ci}} = (0.8) \sqrt{(0.8)(400)} = 14.31 \text{ kg/cm}^2$$

#### 5) Comparación de los diagramas.



## 6) Determinación del presfuerzo.



Por triángulos semejantes.

$$\frac{153.6 + 14.3}{40} = \frac{P/A + 14.3}{20}$$

$$P/A = 69.45 \text{ kg/cm}^2$$

$$P = 83\,340 \text{ kg.}$$

Número de cables.

$$n = \frac{P}{F} = \frac{83\,340}{5\,201.28} = 16.023 \text{ T.}$$

$n = 16$  cables.

## 7) Cálculo de la excentricidad.

$$e_t = \frac{I}{F Y_i} (f_{ti} - F/A) = \frac{160\,000}{(83\,340)(20)} (153.6 - 69.45) = 8.07 \text{ cm}$$

$$e_t' = 20 - 8.07 = 11.92 \text{ cm.}$$

Colocación de los torones.

$$\text{Separación libre} = (3)(\phi_t) = (3)(0.953) \doteq 3.00 \text{ cm}$$

$$\text{Separación total} = S_L + \phi_t = 3.00 + 0.953 \doteq 4.00 \text{ cm.}$$

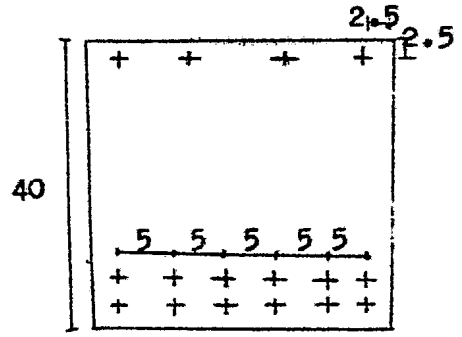
Recubrimiento libre = 2.00 cm.

$$\text{Recubrimiento total} = \text{Recubrimiento libre} + \phi_t/2 \doteq 2.5 \text{ cm.}$$

En la siguiente figura se muestra la distribución de los cables obtenidos anteriormente en el paso 6.

La determinación de la excentricidad real se hace mediante un cálculo de momentos de primer orden, referido al eje de la fibra inferior.

For lo que :



$$e'_r = \frac{(6)(2.5)(+) + (6)(6.5) + (4)(37.5)}{16} = 12.75 \text{ cm.}$$

$$e_{\text{real}} = Y_i - e'_r = 20 - 12.75 = 7.25 \text{ cm}$$

8) Determinación de esfuerzos actuantes.

$$f_{ip} = \frac{P_0}{A_s} + \frac{P_0 e_r Y_i}{I} + \frac{M_{pp} Y_i}{I} \leq 0.6 f'_{ci}$$

$$f_{ip} = \frac{(104\ 025.6)}{1\ 200} + \frac{(104\ 025.6)(7.25)(20)}{160\ 000} + \frac{(2.916 \times 10^5)(20)}{160\ 000}$$

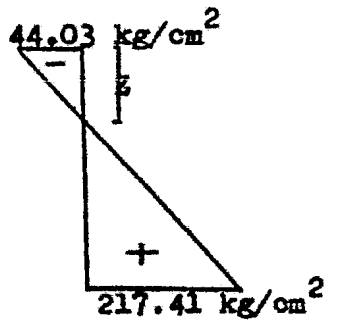
$$f_{ip} = 217.41 \text{ kg/cm}^2 > 192 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{sp} = \frac{P_0}{A_s} - \frac{P_0 e_r Y_s}{I} - \frac{M_{pp} Y_s}{I} \leq \sqrt{f'_{ci}}$$

$$f_{sp} = \frac{104\ 025.6}{1\ 200} - \frac{(104\ 025.6)(7.25)(20)}{160\ 000} - \frac{(2.916 \times 10^5)(20)}{160\ 000}$$

$$f_{sp} = -44.03 \text{ kg/cm}^2 > 17.88 \text{ kg/cm}^2$$

For lo tanto se toman las tensiones con acero de refuerzo ordinario de un  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ .



Por triangulos semejantes se obtiene.

$$\frac{z}{44.03} = \frac{40}{44.03 + 217.41}$$

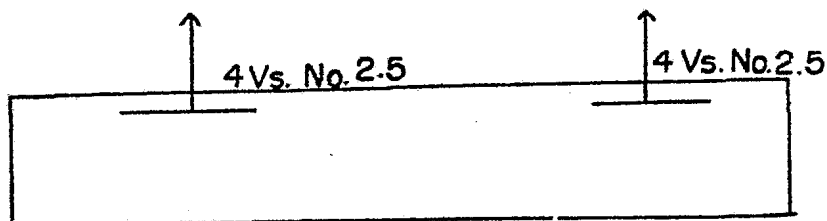
$$z = 6.73 \text{ cm.}$$

Fuerza por Tensión.

$$F_t = \frac{(44.03)(6.73)(30)}{2} = 4449.15 \text{ kg.}$$

$$A_s = \frac{F_t}{0.6f_y} = \frac{4449.15}{(0.6)(4200)} = 1.76 \text{ cm}^2$$

Con 4 varillas de el número 2.5 con una área de acero de:  
 $1.96 \text{ cm}^2 > 1.76 \text{ cm}^2$ .



CAPITULO VI

CONCLUSIONES



## CAPITULO VI

## CONCLUSIONES.

La característica esencial de esta exposición dista mucho de ser un tratado sobre esta materia, dado que existe una extensa bibliografía al respecto; su objeto principalmente es fijar los conceptos básicos para la interpretación de los sistemas de los sistemas de tensado y anclaje que se describieron en el capítulo I.

Este trabajo es su punto de vista panorámico, pues en breve síntesis y sugestivas ilustraciones muestra lo esencial de las diversas etapas en el análisis, diseño y revisión de elementos simples de concreto presforzado sujetas a flexión. Señala las características importantes de proyecto y refleja la evolución que la ciencia y tecnología han tenido con la aparición de nuevos materiales, nuevos equipos, y nuevas opciones de proyecto.

Para proporcionar esta visión de conjunto y simplificar la perspectiva del diseño general de el diseño de elementos de concreto presforzado seleccione obras apropiadas para tal objeto y elegir detalles relevantes de su proyecto y construcción. Naturalmente, en un trabajo de esta naturaleza es indudable que quedan excluidos conceptos y muchísima teoría con sus correspondientes ejemplos referentes a esta materia, pero esta omisión queda compensada con la imagen clara que proporciona, el esfuerzo de la creación de el presente trabajo.

Es por esto que las grandes realizaciones del esfuerzo humano, y en especial el arte de construir una infraestructura tales como edificios, escuelas, naves industriales, puentes, - casas habitación etc. etc., para el desarrollo del país, reflejan el adelanto científico, la disponibilidad de recursos huma

nos y materiales, las condiciones físicas del medio ambiente y la sensibilidad artística de los pueblos que la llevan a cabo.

Se hace notar que para la resolución de los problemas de la Ingeniería Civil, concurren en forma principal, diversas disciplinas como son la Topografía, la Mecánica de los Suelos, el Análisis y Diseño Estructural, la Hidráulica, Sistemas, etc y dentro de ellas los procedimientos de construcción, tienen un relevante papel por su influencia capital en los aspectos económicos de las soluciones. Es decisiva en la selección de los tipos de estructura que integran las obras que necesitan los pueblos.

Todas las anteriores disciplinas facticas, exactas, como los procesos constructivos y la ubicación de la obra, existe una gran relación, que se acentúa en proporción a su importancia .

La vasta experiencia acumulada por los ingenieros mexicanos en la construcción de todos los tipos de obras, principalmente de concreto presforzado, data de los últimos 35 años, está acuciosamente recogida y expuesta en forma expresa en diferentes obras magnas que se construyen en nuestro país, donde se han introducido nuevas técnicas y nuevos materiales.

Se han alcanzado en ocasiones brillantes logros en estructuras mixtas, al aprovechar íntegramente sus elementos, como en el caso de trabes de concreto presforzadas que, mediante conectores, trabajan en colaboración con la losa de concreto.

Nuestras obras principalmente los puentes, aun los que han requerido el empleo de una técnica nueva, han sido proyectados y construidos por el trabajo en conjunto de ingenieros que tienen los conocimientos de las disciplinas necesarias para el desarrollo del problema, aplicando criterios de eficiencia, salvo en casos especiales en que se debe acudir auxil*io*

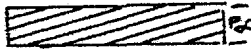
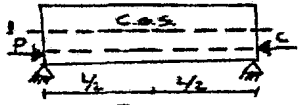
o de la técnica extranjera, ya sea en el proyecto como en la -  
aplicación práctica, manual, de algunas patentes para presfuer  
zo como se mencionaron en el capítulo I de este presente traba  
jo.

APENCIDE A

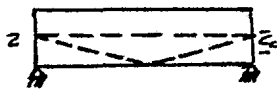
Viga presforzada

Diagrama del momento

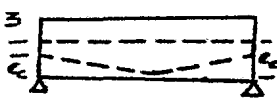
Contraflecha al centro del claro debida a los momentos



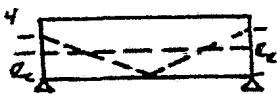
$$(\Delta_i)_{P_0} = \frac{P_0 c l^2}{8 E_{ci} I_g}$$



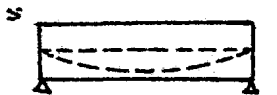
$$(\Delta_i)_{P_0} = \frac{P_0 e c l^2}{12 E_{ci} I_g}$$



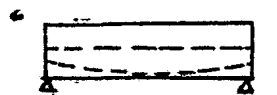
$$(\Delta_i)_{P_0} = \frac{P_0 (e_c - e) l^2}{12 E_{ci} I_g} + \frac{P_0 e c l^2}{8 E_{ci} I_g}$$



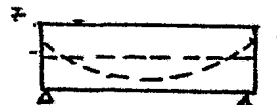
$$(\Delta_i)_{P_0} = \frac{P_0 (e_c + e) l^2}{12 E_{ci} I_g} + \frac{P_0 e c l^2}{8 E_{ci} I_g}$$



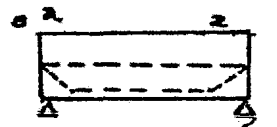
$$(\Delta_i)_{P_0} = \frac{5 P_0 e c l^2}{48 E_{ci} I_g}$$



$$(\Delta_i)_{P_0} = \frac{5 P_0 (e_c - e) l^2}{48 E_{ci} I_g} + \frac{P_0 e c l^2}{8 E_{ci} I_g}$$



$$(\Delta_i)_{P_0} = \frac{5 P_0 (e_c + e) l^2}{48 E_{ci} I_g} + \frac{P_0 e c l^2}{8 E_{ci} I_g}$$



$$(\Delta_i)_{P_0} = \frac{P_0 e c}{E_{ci} I_g} \left( \frac{l^2}{8} - \frac{a^2}{6} \right)$$

## SIMBOLOGIA.

- $A$  = área de la sección total, sin tomar en cuenta el acero.  
 $A_p$  = área del acero de presfuerzo.  
 $A_{pf}$  = la parte de  $A_p$  requerida, para desarrollar la resistencia a la compresión de los patines salientes.  
 $A_{pw}$  = la parte de  $A_p$  requerida para desarrollar la resistencia a la compresión del alma insertada.  
 $A_{ps}$  = área del acero de presfuerzo en un miembro presforzado.  
 $A_s$  = área del acero sin presfuerzo.  
 $a$  = profundidad o bloque de esfuerzos rectangulares equivalente.  
 $b$  = ancho de la cara a compresión.  
 $b_e$  = ancho efectivo del patín.  
 $b_w$  = ancho del alma.  
 $C$  = fuerza de compresión.  
 $C_u$  = Coeficiente de fluencia último.  
 $c$  = distancia desde la cara extrema a compresión hasta el eje neutro, en los cálculos de resistencia a la flexión.  
 $d$  = peralte efectivo de la sección = distancia de la fibra extrema en compresión al centroide del acero de tensión.  
 $E$  = módulo de elasticidad del acero.  
 $E_c$  = módulo de elasticidad del concreto.  
 $E_p$  = módulo de elasticidad del acero presforzado.  
 $E_s$  = módulo de elasticidad del acero no presforzado.  
 $E_{ci}$  = módulo de elasticidad cuando comienza la aplicación de la carga inicial.  
 $e$  = excentricidad del acero.  
 $e_a$  = excentricidad de la fuerza a compresión, en el método del par interno.  
 $e_c$  = excentricidad del tendón en el centro del claro

- $e_e$  = excentricidad del tendón en el extremo de la viga.  
 $F_{cr}$  = factor de seguridad contra el agrietamiento.  
 $F_l$  = fuerza concentrada debida a la carga viva.  
 $F_p$  = fuerza concentrada debida al momento de presfuerzo en el método de la carga equivalente.  
 $f$  = fuerza de flexión.  
 $f_c$  = esfuerzo en el concreto.  
 $f_{ci}$  = esfuerzo en el concreto debido a la carga inicial, inmediatamente después de la transferencia.  
 $f_{pe}$  = esfuerzo en el acero de presfuerzo debido a la fuerza efectiva de presfuerzo, representado por  $P_e$ , después de todas las pérdidas.  
 $f_{pi}$  = esfuerzo temporal en el acero de presfuerzo al momento de la transferencia.  
 $f_{ps}$  = esfuerzo en el acero de presfuerzo en la resistencia nominal a flexión.  
 $f_{pu}$  = resistencia última a tensión del acero de presfuerzo.  
 $f_s$  = esfuerzo en el acero no presforzado.  
 $f_y$  = resistencia a la fluencia del acero no presforzado.  
 $f'_c$  = resistencia a compresión del concreto.  
 $f_c^+$  = resistencia a compresión del concreto.  
 $h$  = espesor promedio (peralte) del elemento.  
 $h_f$  = espesor del patín.  
 $I$  = momento de inercia (segundo momento del área).  
 $I_{cp}$  = momento de inercia de la sección total, que corresponde al área (sección) prefabricada.  
 $jd$  = brazo de palanca del momento interno, según la teoría elástica.  
 $I_{cr}$  = momento de inercia de la sección transformada agrietada.  
 $I_g$  = momento de inercia de la sección total de concreto sin tomar en consideración el área del acero.

- $K$  = coeficiente de deflexión.  
 $kd$  = profundidad del eje neutro, según la teoría elástica.  
 $k_r$  = factor de reducción.  
 $L$  = claro mayor de la losa rectangular.  
 $l$  = longitud del claro, que para deflexiones se toma aquí co  
 mo el claro libre.  
 $M$  = momento flexionante.  
 $M_{cr}$  = momento de agrietamiento.  
 $M_D$  = momento de carga muerta.  
 $M_L$  = momento de la carga viva.  
 $M_{L+I}$  = momento de la carga viva mas impacto.  
 $M_n$  = momento resistente nominal .  
 $M_s$  = momento de la carga sostenida.  
 $M_u$  = momento de último.  
 $n$  = relación de módulos.  
 $P$  = fuerza de presfuerzo  
 $P_e$  = fuerza de presfuerzo efectiva, después de las pérdidas.  
 $p$  = porcentaje del acero de tensión.  
 $p'$  = porcentaje del acero de compresión.  
 $S$  = módulo de sección.  
 $T$  = fuerza de tensión.  
 $T_p$  = fuerza de tensión en el acero de presfuerzo.  
 $T_s$  = fuerza de tensión en el acero no presforzado.  
 $w$  = carga uniformemente distribuida.  
 $y$  = distancia vertical.  
 $E_1 + E_2 + E_3$  = componentes de la deformación del acero presfor  
 zado, definidos en la figura 3.  
 $E_{cu}$  = deformación del concreto en la falla.  
 $E_{ps}$  = deformación en el acero de presfuerzo, para la resisten-  
 cia nominal en el concreto a flexión.

- $E_s$  = deformación del acero no presforzado para la resistencia nominal a flexión.
- $Y_i$  = distancia del eje centroidal al eje de la fibra inferior
- $Y_s$  = distancia del eje centroidal al eje de la fibra superior
- $\alpha_s$  = relación entre el coeficiente de fluencia a partir de la terminación del colado de la losa y el coeficiente de fluencia último.
- $B_s$  = factor de corrección de fluencia para la edad de la viga de concreto prefabricado, al aplicar la carga sostenida.
- $\Delta$  = deflexión o contraflecha.
- $\phi$  = diámetro del tendón.
- $\gamma_c$  = Peso volumétrico del concreto.



## BIBLIOGRAFIA

- 1.- T.Y.Lin, "Diseño de estructuras de concreto presforzado", traducción de la segunda edición en inglés, CECSA, México(1969).
- 2.- N. Khachaturian y G. Gurfinkel, "prestressed Concrete" Mc-Graw Hill Book Co., Nueva York,(1969).
- 3.- Dan E. Branson, "Diseño de vigas de concreto presforzado", Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, México, D.F.(1981).
- 4.- Dan E. Branson, "Deflexiones de estructuras de Concreto reforzado y presforzado", Instituto Mexicano del Concreto y del Cemento, México, D.F.(1981).
- 5.- La Práctica del Hormigón pretensado, G. Dreux, Blume - Madrid - Barcelona, (1970).
- 6.- Francisco Robles, José Ma. Riobóo, Principios del Concreto Presforzado, Consideraciones Generales sobre la Prefabricación, Revista Ingeniería, México D.F., Abril Junio 1972.
- 7.- José Ma. Riobóo Martín, "Silos para Fertilizantes Constructuados a Base de Elementos Estructurales Pretensados" Revista Ingeniería, México D.F.,(1981).
- 8.- Ricardo Lasso Herrera, "Procedimientos de Construcción de Puentes", Diana, México, 1964.
- 9.- Reglamento de Construcciones del Distrito Federal. Publicación 402 del Instituto de Ingeniería, UNAM, Julio de 1977.
- 10.- Reglamento del American Concrete Institute, Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, México, 1977.
- 11.- Standard Specifications for Highway Bridges. American-

Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO). Twelfth Edition, 1977.

- 12.- Garnica Quiroz R. "Diseño de conexiones para un Edificio de Cinco Niveles con Elementos de Concreto Prefabricado", Tesis Profesional, Mexico, 1979.

*Esta Tesis fué elaborada en su  
totalidad en los Talleres de -  
Impresos Moya, Rep. de Cuba -  
No. 99, Despacho 23.*

*México 1, D. F. Tel. 5-10-89-52*