



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ingeniería

28
161

ANALISIS SISMICO INELASTICO DE MARCOS
IRREGULARES DE CONCRETO REFORZADO



T E S I S

Que para obtener el título de:

INGENIERO CIVIL

Presenta:

RAUL PAREDES LOPEZ

México, D. F.

1983



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Introducción	1
2. Hipótesis de análisis	3
3. Configuración estructural	7
4. Características de miembros estructurales	9
5. Método de análisis	12
6. Casos de aplicación	16
7. Conclusiones	20
8. Reconocimiento	23
9. Referencias	24
Apéndices	27
Tablas	66
Figuras	68

1. Introducción

En las regiones sísmicas, una consideración importante en el diseño es la ductilidad de la estructura cuando se somete a una excitación sísmica. Esto implica que con el criterio actual del reglamento de diseño sísmico se trate de tomar en cuenta la absorción y disipación de energía, mediante deformaciones inelásticas para asegurar que una estructura sobreviva ante sismos intensos.

Las distribuciones posibles de momento flexionante, fuerza cortante y carga axial, que se pueden usar en el diseño de estructuras depende, dentro de otros factores, de la ductilidad de los miembros en las secciones críticas. Se puede lograr una distribución de momentos flexionantes que difiera de la obtenida de un análisis estructural elástico lineal, si ocurre una redistribución de momentos debido al comportamiento inelástico.

Para determinar las demandas de ductilidad de las estructuras, en esta tesis se estudia un programa que analiza el comportamiento de marcos de concreto reforzado (regulares e irregulares) al ser sometidos a excitaciones sísmicas, tomando en cuenta que las características de rigidez y absorción de energía varían continuamente.

Este programa toma en cuenta las propiedades principales de la estructura tales como cambios de rigidez, efecto P- Δ , amortiguamiento y la falla por adherencia. Se consideran en el análisis solo desplazamientos horizontales y angulares; se emplea el método de Newmark para obtener la solución de la ecuación de movimiento.

Para aplicar el método de análisis inelástico de marcos de concreto reforzado irregulares en elevación cuando se someten a movimientos sísmicos en su base, se eligieron dos modelos de marcos en los que su rigidez no se distribuye uniformemente en su altura.

Estos modelos se diseñaron con el método de análisis sísmico estático establecido en el Reglamento del Distrito Federal, asignando un peso concentrado a cada piso de acuerdo con dicho reglamento. A los diseños obtenidos se les aplicó una excitación sísmica para comentar su comportamiento estructural y las demandas de ductilidad en los miembros. En los siguientes capítulos se describe la metodología empleada, así como las conclusiones obtenidas.

2. Hipótesis de análisis

Por lo general, el análisis de un problema ingenieril requiere que se cumplan, al menos, los siguientes pasos: a) formular matemáticamente el problema tomando en cuenta un conjunto de hipótesis ingenieriles y b) resolver el problema matemático con métodos exactos o aproximados. A esta solución deberá dársele la interpretación adecuada para emplearla como solución al problema ingenieril.

Es común emplear hipótesis que simplifiquen la complicación del problema, ya sea porque no exista solución completa del problema o porque desde el punto de vista ingenieril, esas hipótesis, conducen a plantear un problema cuya solución es aceptable para fines prácticos.

En el análisis de marcos de concreto reforzado se requieren de hipótesis simplificadoras para la modelación geométrica de los elementos, la naturaleza intrínseca del material (ley constitutiva, curvas de sollicitación contra respuesta, etc.), y la solución del modelo matemático (solución del sistema de ecuaciones, integración en el tiempo de la ecuación de equilibrio dinámico, etc.).

En 1974, Otani (ref 1) publicó un informe donde se detalla un programa de

computadora (SAKE) útil para obtener la respuesta inelástica de marcos de concreto reforzado, sometidos a excitación sísmica en su base. Por considerar que los resultados que se obtienen con ese programa son suficientemente adecuados, se optó por emplearlo para los fines de esta tesis.

2.1 Hipótesis de la estructura

1) Una estructura de concreto reforzado se forma por marcos planos, que están unidos por sistemas de piso infinitamente rígidos en su plano y tienen la misma altura en todo un entrepiso.

2) El eje centroidal de las columnas debe ser continuo desde el primer piso hasta el último. El eje centroidal longitudinal de las vigas en un nivel, debe ser continuo desde la primera crujía hasta la última.

3) El análisis se limita a deformaciones pequeñas. Sin embargo, se considera el efecto de las cargas gravitacionales (efecto $P-\Delta$) en los cortantes de piso y momentos de volteo.

4) Se supone que los marcos tienen una base infinitamente rígida.

5) La masa del edificio se concentra convenientemente en los niveles de piso.

6) Se ignoran las deformaciones axiales y de cortante de un miembro (viga o columna), por lo que el análisis se limita a la deformación por flexión.

7) Las fuerzas de amortiguamiento actúan en cada nivel de piso en dirección horizontal y son proporcionales a la velocidad horizontal del piso relativa a la velocidad del terreno. La matriz de amortiguamiento es la suma de una parte proporcional a la matriz de masas constante y una parte proporcional a la matriz de rigidez variable.

8) El movimiento del terreno se considera solo en la dirección horizontal paralela al plano del marco.

9) Se supone que se cumplen la compatibilidad de deformaciones y el equilibrio de fuerzas en una junta estructural.

2.2 Hipótesis de miembros y juntas

1) La rotación por flexión inelástica se representa por la deformación de dos resortes de flexión, localizados en los extremos de la parte flexible del miembro (fig 2.1).

2) La relación momento-rotación del resorte de flexión, está representada por las reglas de histéresis de Takeda (refs 2 y 3).

3) La junta, que está formada por la parte común entre una viga y una columna, se supone infinitamente rígida.

4) La rotación en el extremo de un miembro causada por el deslizamiento del refuerzo longitudinal dentro de un corazón de junta, se representa por un resorte de junta inelástico. La relación momento-rotación del resorte sigue las reglas de histéresis de Takeda simplificadas (refs 2 y 3).

2.3 Hipótesis de la integración numérica

La ecuación de movimiento se puede resolver numéricamente por diferentes procedimientos. El método que se emplea (Newmark) se basa en conceptos simples, obteniéndose buenos resultados con poco esfuerzo de cálculo. El procedimiento de integración paso a paso hace las siguientes consideraciones:

1) Se supone que la aceleración varía linealmente en un intervalo de tiempo.

2) Las propiedades del sistema (masa, rigidez y amortiguamiento), permanecen constantes en un intervalo de tiempo.

Debido a la naturaleza no lineal del sistema, se calculan nuevas propiedades del sistema de acuerdo con el estado de deformación correspondiente a cada incremento de tiempo.

Ninguna de las hipótesis que se mencionan es rigurosa, pero el error a que conducen es pequeño si se usa un incremento de tiempo corto. Los errores se acumulan a cada intervalo de integración, lo que se evita si se impone la condición de equilibrio total a cada paso del análisis.

En el programa SAKÉ se emplea el método de Newmark por ser un método que no está restringido a sistemas con comportamiento elástico lineal, además de ser un método estable con buena aproximación si se toma $\delta = 1/2$ y $\alpha = 1/6$ (ref 4).

3. Configuración estructural

Con el programa SAKE se pueden analizar edificios regulares e irregulares formados por cualquier número de marcos.

El marco de un edificio se considera irregular, si una línea de columna o viga no es continua; para que el programa lo acepte se debe colocar un miembro ficticio con articulación mecánica en ambos extremos para simular la continuidad de esa línea.

Por las hipótesis empleadas en el análisis, el miembro ficticio colocado en un marco irregular no contribuye a la rigidez del marco, y solo se requiere en el programa para sistematizar el control del número de miembros y juntas.

Para que el modelo represente el comportamiento de la estructura, el programa no se aplica a marcos con irregularidades como las que se muestran en la fig 3.1, ya que el comportamiento es diferente con y sin miembro ficticio.

Cuando en un marco irregular se quieren simular líneas continuas de vigas y columnas, puede ocurrir que los cuatro miembros que concurren a una

junta queden con articulación mecánica, produciendo en el programa una dificultad numérica al formarse una matriz de rigidez singular. Lo mismo ocurre cuando una columna en voladizo tiene articulación mecánica en su extremo libre.

Para evitar ese problema, en el primer caso uno de los extremos del miembro no debe tener articulación mecánica (fig 3.2). En el segundo caso, el programa asigna momento nulo en el extremo libre, por lo que no se requiere articulación mecánica.

El ejemplo de una estructura típica se muestra en la fig 3.3, formada por cuatro marcos. Los marcos 1 y 4 tienen dos pisos con una crujía y los marcos 2 y 3 tres pisos con tres crujías. Se asigna un peso de piso a cada nivel para definir la inercia horizontal de la masa y calcular el efecto $P-\Delta$.

4. Características de miembros estructurales

Cuando una estructura de concreto reforzado se somete a un sismo intenso, su respuesta dependerá fundamentalmente de la variación en la rigidez causada por el agrietamiento progresivo del concreto, la fluencia del acero de refuerzo longitudinal y la falla por adherencia. Para representar en el análisis los efectos anteriores, en el programa SAKI, un miembro estructural se modela con los siguientes elementos: uno de flexión, dos resortes de flexión, dos zonas rígidas y dos resortes de junta (fig 2.1). A cada uno se le asigna una función específica:

a) El elemento de flexión simula la deformación por flexión elástica, y sus propiedades se definen de acuerdo con su rigidez a flexión (EI) y su longitud.

b) El resorte de flexión simula la deformación por flexión inelástica. Sus características se hacen equivalentes a la relación inelástica momento-rotación de un miembro simplemente apoyado con una longitud igual a la mitad de la longitud del elemento de flexión original (fig 4.1). Esta relación es calculada en el programa de acuerdo con la relación momento-curvatura del miembro (Apéndice A).

c) La longitud de la zona rígida indica en qué zona se considera una rigidez mayor que la del miembro y se mide desde el centro de la junta al paño de la columna si se trata de una viga, o al paño de una viga para una columna.

d) El resorte de junta simula la rotación causada por el deslizamiento del acero de refuerzo a tensión a lo largo de su longitud ahogada en la junta.

El uso de resortes de flexión no es la mejor forma de representar la flexión inelástica de un miembro, ya que la rotación en un extremo se vuelve independiente del momento en el otro extremo. Aparentemente esto no es válido para vigas elásticas, sin embargo, esta aproximación puede ser razonable si la localización del punto de inflexión de un miembro no cambia extensamente y si las características del resorte se determinan de acuerdo con la localización promedio del punto de inflexión.

Se han realizado varios esfuerzos para incluir la variación del punto de inflexión en el análisis, sin embargo, las soluciones numéricas han sido inestables para pequeñas variaciones de los momentos en los extremos (ref 5), por lo que, en el programa se supone que el punto de inflexión se encuentra a la mitad del elemento de flexión para calcular la relación momento-rotación de un resorte de flexión.

Aparentemente, la hipótesis anterior no se puede emplear para un edificio alto ya que el punto de inflexión se encuentra cerca de los extremos del elemento flexible en una columna; lo mismo sucede con una viga exterior (fig 4.2). Si en ambos casos, el miembro es sometido a grandes esfuerzos, el momento en un extremo del miembro alcanzará el valor de fluencia, provocando una redistribución de momentos y que el punto de inflexión se mueva hacia la mitad del elemento flexible, por lo que, la hipótesis de la localización del punto de inflexión es razonable. En estructuras con muros de cortante el punto de inflexión no se encuentra en el muro de cada entrepiso (fig 4.3), por lo que la hipótesis no es válida y el programa no se puede aplicar en tal caso.

Se supone que la relación momento-rotación de un resorte de flexión sometido a cargas reversibles sigue las reglas de histéresis de Takeda (Apéndice B y refs 2 y 3) para poder tomar en cuenta la variación de la rigidez a flexión y la absorción de energía de acuerdo con la historia de esfuerzo-deformación de un miembro.

Observaciones anteriores han demostrado que la falla por adherencia provocada por cargas laterales reversibles disminuye la rigidez de un miembro (refs 6 y 7), por lo que en el programa se emplearon las reglas de histéresis de Takeda simplificadas (Apéndice B y refs 2 y 3) para simular la relación momento-rotación de un resorte de junta.

5. Método de análisis

En el análisis de la respuesta de estructuras de concreto reforzado sujetas a un sismo, se debe tomar en cuenta que las características de rigidez y de absorción de energía varían continuamente, lo que implica que exista una relación no lineal entre fuerzas y desplazamientos.

Para este análisis no lineal se usa el procedimiento de integración paso a paso. Este procedimiento evalúa la respuesta para una serie de incrementos de tiempo Δt , y debido a la naturaleza del sistema, se calculan nuevas propiedades que correspondan al estado de deformación para cada intervalo de tiempo, por lo que, el comportamiento no lineal se aproxima a una secuencia de sistemas lineales cuyas propiedades varían para cada intervalo.

Con la integración paso a paso, la respuesta de una estructura se puede calcular desde el inicio de la carga, para cualquier tiempo deseado, usando la velocidad y desplazamiento en un intervalo como las condiciones iniciales del siguiente.

Un método de integración paso a paso para la solución de la ecuación diferencial de movimiento fue presentado por Newmark y se conoce con el

nombre de "Método de Newmark" (ref 4). Este método es el que se emplea en el programa para el análisis de marcos de concreto reforzado, el cual hace las siguientes consideraciones:

a) Las propiedades estructurales permanecen constantes en un intervalo de tiempo. Los incrementos de fuerzas y desplazamientos se relacionan linealmente por medio de la rigidez instantánea. El incremento de fuerzas amortiguadoras es proporcional al incremento de velocidad para ese intervalo.

b) La aceleración varía linealmente para cada intervalo de tiempo.

Para cualquier incremento de tiempo dado, el procedimiento de análisis de una estructura no lineal se puede resumir en los siguientes pasos:

a) Tomar la velocidad y desplazamiento del intervalo calculado como condiciones iniciales del siguiente.

b) Obtener la matriz de rigidez instantánea de los miembros para el intervalo de tiempo (Apéndice C).

c) Formar la matriz de rigidez estructural instantánea de acuerdo con la compatibilidad de deformaciones y equilibrio de fuerzas en un nudo (Apéndice D).

d) Formar la ecuación de movimiento de acuerdo con las condiciones de las fuerzas en cada junta. Las fuerzas de inercia, de amortiguamiento, resistentes, del efecto de gravedad y las fuerzas externas deben satisfacer el equilibrio.

e) Integrar la ecuación diferencial para obtener un incremento de desplazamiento en cada junta estructural.

f) Transformar los incrementos de desplazamiento de las juntas estructurales a incrementos de desplazamientos en los extremos de los miembros por medio de las relaciones de compatibilidad.

g) Calcular el incremento de fuerzas en los miembros con el producto de la matriz de rigidez instantánea y la de incrementos de desplazamiento de miembros. La fuerza resultante de un miembro es la suma de los incrementos anteriores más el calculado.

Al completar el paso g), el análisis para el intervalo de tiempo termina, y se repite el número de veces necesario para obtener la respuesta completa de la estructura.

Como la respuesta de la estructura se obtiene a cada incremento de tiempo Δt , al seleccionarlo se debe tener en cuenta al rango de variación del registro del sismo y el periodo T de vibración menor de la estructura. Newmark sugiere que el incremento de integración en el tiempo se encuentre entre $1/6$ y $1/10$ del periodo menor de vibración de la estructura, para comportamiento elástico.

Al obtener la respuesta de la estructura, las fuerzas totales pueden violar la condición de equilibrio en las juntas y en los niveles de piso. Las causas principales de error son:

a) Las hipótesis empleadas para la integración, lo que se puede evitar si se elige un intervalo de tiempo adecuado.

b) La ecuación de movimiento se resuelve numéricamente entre dos tiempos t_i y t_{i+1} (donde $\Delta t = t_{i+1} - t_i$), y la respuesta en el tiempo t_{i+1} es la suma de la respuesta de ese paso y los anteriores. La condición de equilibrio de fuerzas se satisface para cada paso de integración, pero la acumulación de errores numéricos puede causar desequilibrio de las fuerzas resultantes. Este error no se corrige en el análisis.

c) Por la naturaleza del sistema puede que el momento y la rotación calculado para un elemento no satisfagan una relación momento-rotación especificada, por lo que el momento se corrige. Al corregir el momento, las condiciones de compatibilidad y de equilibrio no se cumplen, lo que implica que se genere un momento de desequilibrio, el cual se incluye en la ecuación de movimiento como fuerza^s externas en el cálculo del

siguiente intervalo de tiempo.

Un diagrama de flujo para el análisis no lineal se muestra en la fig 5.1.

6. Casos de aplicación

Para estudiar el comportamiento inelástico se eligieron dos modelos de edificios irregulares en elevación. Uno presenta una reducción brusca de su planta en los pisos superiores; el otro tiene el primer entrepiso más flexible que los demás. Se considera que pertenecen al grupo B de acuerdo con lo especificado en el Reglamento del Distrito Federal.

Los modelos están formados por marcos de concreto reforzado de 10 niveles, con una relación $H/B = 2$, siendo H la altura y B el ancho total del edificio en la dirección analizada. En las figs 6.1 y 6.2 se muestran las dimensiones de los marcos, así como el área tributaria empleada para calcular las acciones gravitacionales.

Estas estructuras se diseñaron de acuerdo con las normas para concreto reforzado del Reglamento (ref 14), considerándolas desplantadas en terreno compresible, con factores de ductilidad 1 y 6. El diseño se realizó para obtener los datos necesarios del análisis sísmico inelástico.

Para obtener los elementos mecánicos de diseño en los miembros estructurales se empleó el método de análisis sísmico elástico establecido en el Re-

glamento. En este método se calculan las fuerzas cortantes a diferentes niveles de la estructura, suponiendo un conjunto de fuerzas horizontales que actúan en cada uno de los puntos donde se concentran las masas. Las fuerzas se toman igual al peso de la masa correspondiente multiplicadas por un coeficiente proporcional a su altura medida desde el nivel de desplante (o el nivel a partir del cual las deformaciones estructurales son apreciables). El factor de proporcionalidad se toma de tal manera que la relación del cortante basal al peso total del edificio sea igual al coeficiente sísmico correspondiente, dividido entre un coeficiente de reducción por ductilidad. En este estudio se consideró la combinación más desfavorable de cargas gravitacionales y sísmicas, de acuerdo con el Reglamento.

Las características de las estructuras diseñadas se muestran en las tablas 1 y 2.

Como excitación se eligieron dos registros de aceleraciones, uno del sismo SAHOP del 14 de marzo de 1979, el otro del sismo SAHOP del 24 de octubre de 1980 (figs 6.3a y 6.3b). Para elegir la duración conveniente empleada en el análisis estructural se usó un procedimiento basado en la intensidad de Arias (ref 15) como se muestra en las figs 6.4 y 6.5.

Se usa un factor de amplificación en el sismo para que exista una probabilidad marginal del 100% de que no se presente un sismo que sobrepase una aceleración de 150 cm/seg^2 para terreno blando. El factor se obtiene igualando la máxima aceleración del registro del sismo con la máxima probable (ref 15) de la siguiente forma

$$A_{\text{máx.}} F = A_{\text{máx.p}}$$

donde $A_{\text{máx.}}$ es la aceleración máxima del registro; $A_{\text{máx.p}}$ es la aceleración máxima probable; y F es el factor de amplificación.

En las figuras 6.6 a 6.21 se muestran los resultados del análisis de los modelos propuestos. En las figuras 6.6 a 6.9 se tiene el desplazamiento máximo de entrepiso para cada modelo sometido a los sismos SAHOP del 14 de marzo de 1979 y SAHOP del 24 de octubre de 1980 (sismo 1 y sismo 2 respectivamente), así como los valores correspondientes a los estados límite por desplazamientos horizontales debidos a fuerza cortante, establecidas en el Reglamento del Distrito Federal, de $0.008 h_i$ y $0.016 h_i$; donde h_i es la altura de entrepiso (límite 1 y 2 respectivamente). En estas figuras se puede observar que para los modelos K_C-1 y K_C-3 diseñados con un factor de ductilidad de 1, no se excede ninguno de los límites mencionados anteriormente, mientras que con un factor de 6 sí. Debe notarse que los desplazamientos de entrepiso fueron mayores en la vecindad de las irregularidades para cada modelo (primer entrepiso del modelo K_C-1 y alrededor del entrepiso 5 para el modelo K_C-3).

En las figs 6.10 a 6.13 se tiene la demanda de ductilidad en trabes. Se observa que los modelos diseñados con Q igual a 1 quedaron dentro del rango elástico, mientras que con Q igual a 6 la ductilidad máxima fue de 8.3 con el sismo 1 y de 5.6 con el sismo 2 para el modelo K_C-1 , y de 6.7 y 4, respectivamente, para el modelo K_C-3 . Las demandas de ductilidad mayores se registraron en los primeros niveles del modelo K_C-1 y en los niveles 5 a 8 del modelo K_C-3 , siendo más desfavorable el sismo 2 para los modelos diseñados con Q igual a 1 y el sismo 2 para Q igual a 6. Es necesario mencionar que las demandas de ductilidad fueron similares en columnas centrales y de orilla.

Las figs 6.14 a 6.17 tienen graficadas las demandas de ductilidad en columnas, mostrando que permanecen dentro del rango elástico en los modelos diseñados con Q igual a 1; la ductilidad máxima es de 3.7 con el sismo 1 y 2.3 con el sismo 2 para el modelo K_C-1 , y de 3.6 y 1.29, respectivamente, para el modelo K_C-3 , ambos diseñados con Q igual a 6. Obsérvese que las demandas de ductilidad mayores se presentan en el primer nivel y en los niveles superiores para el modelo K_C-1 , y en los niveles 1, 2, 5, 9

y 10 del modelo K_c-3 . En ambos modelos las demandas de ductilidad son similares para columnas interiores y exteriores.

En las figs 6.18 a 6.21 se observa la demanda de ductilidad de entrepiso para cada modelo, obtenida al relacionar el desplazamiento máximo de piso del análisis inelástico con el del análisis del método estático elástico. En estas figuras se observa que los modelos diseñados con Q igual a 1, no presentan demandas de ductilidad, mientras que con Q igual a 6 se tiene de 13 con el sismo 1 y 8.3 con el sismo 2 para el modelo K_c-1 , de 12.7 y 7.16, respectivamente, para el modelo K_c-3 , siendo el sismo 1 con el que se presentan valores mayores.

7. Conclusiones

En este trabajo se ha analizado un modelo matemático para estudiar el comportamiento sísmico inelástico de edificios de concreto y se ha aplicado a estructuras de concreto irregulares en elevación diseñadas de acuerdo con el Reglamento del Distrito Federal. En la investigación no se tomó en cuenta los efectos de torsiones sísmicas, interacción dinámica suelo-estructura ni la falla por adherencia.

Las conclusiones que se obtuvieron son las que se mencionan a continuación.

Al diseñarse los modelos de edificios considerados, con un factor de ductilidad de 1, se tiene que:

a) Los desplazamientos relativos de entrepiso no sobrepasan los límites para desplazamientos horizontales debidos a fuerza cortante que fija el Reglamento del Distrito Federal.

b) Las trabes y columnas tienen comportamiento elástico. Por lo tanto no hay demanda de ductilidad.

c) El sismo 2 causó mayores efectos en las estructuras.

Cuando los modelos se diseñaron con un factor de ductilidad de 6 se observó que:

a) Los desplazamientos relativos de entrepiso rebasan los límites para desplazamientos horizontales debidos a fuerza cortante, mencionados anteriormente, en los niveles cercanos a la irregularidad.

b) Las trabes presentan mayor demanda de ductilidad en los niveles cercanos a la irregularidad.

c) Algunas columnas dejan de tener comportamiento elástico.

d) La demanda de ductilidad global tiene un valor máximo de 13.

e) El sismo 1 es el más desfavorable.

A pesar de que los sismos empleados se ajustaron para tener una aceleración máxima de 150 cm/seg^2 , el sismo 1 resultó más desfavorable en los modelos que presentaron comportamiento inelástico, lo que quiere decir, que las características de frecuencia del movimiento sísmico tienen efectos significantes en la respuesta de la estructura. Cabe señalar que el sismo tiene sus mayores efectos en los modelos K_C-1 y K_C-3 al ser diseñados con el factor de ductilidad de 6, porque probablemente sus periodos fundamentales de vibrar caen dentro del rango de periodos en el que se tienen las frecuencias dominantes para el sismo considerado.

Además, las irregularidades en elevación de los edificios causan fuerzas o respuestas más altas en las zonas cercanas a la discontinuidad.

Se observa que las columnas en ciertos niveles de las estructuras diseñadas con Q igual a 6 dejan de tener comportamiento elástico, por lo que es

recomendable realizar los estudios necesarios para forzar que las deformaciones inelásticas se formen en las trabes.

Para poder generalizar más las conclusiones anteriores, es necesario realizar una investigación en la que se considere que las estructuras están desplantadas en diferentes tipos de terreno (firme y de transición), diseñados con factores de ductilidad de 1, 2, 4 y 6, considerando irregularidades que incluyan discontinuidades en geometría, masa y rigidez.

Por último, se recomienda tener cuidado en el diseño de edificios irregulares que se desplantarán en zonas sísmicas, ya que la discontinuidad origina situaciones más desfavorables.

8. Reconocimiento

Se agradece al Ing. Gustavo Rafael Aranda Hernández por su valiosa dirección y apoyo, así como a las personas que intervinieron de una u otra forma para la realización de esta tesis.

Al Instituto de Ingeniería por las facilidades proporcionadas para el desarrollo del presente trabajo.

9. Referencias

1. Otani, S, "A computer program for inelastic analysis of R/C frames to earthquake", The National Science Foundation, Structural Research Series, No 413, Universidad de Illinois, Urbana-Champaign, noviembre 1974
2. Takeda, T, "Study of the load-deflection characteristics of reinforced concrete beams subjected to alternating loads", Transactions, Architectural Institute of Japan, Vol 76, septiembre, 1962
3. Takeda, T, Sozen, M A y Nielsen, N N, "Reinforced concrete response to simulated earthquakes", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 96, ST 12, pp 2557-2573, diciembre, 1970
4. Bathe, K y Wilson, E L, "Numerical methods in finite element analysis", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, Nueva Jersey, 1976
5. Otani, S y Sozen, M A, "Behavior of multistory reinforced concrete frames during earthquakes", Civil Engineering Studies, Structural Research Series, No 392, Universidad de Illinois, Urbana-Champaign, noviembre, 1972

6. Bertero, V y Bresler, B, "Seismic behavior of reinforced concrete frames structures", 4th World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, Vol I, Sesión B2, pp 109-124, enero, 1969
7. Ismail, M A F y Jirsa, J O, "Bond deterioration in reinforced concrete subject to low cycle loads", Journal, A C I, Vol 69, No 6, pp 334-343, junio, 1972
8. Clough, R W y Johnston, S B, "Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements", Japan, Earthquake Engineering Symposium, Tokyo, pp 227-232, octubre, 1966
9. Goel, S C, "P- Δ and axial column deformation in aseismic frames", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 95, ST 8, pp 1693-1712, agosto, 1969
10. Jennings, P C y Husid, R, "Collapse of yield structures during earthquakes", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol 94, EM5, octubre, 1968
11. Sun, C K, Berg, G V y Hanson, "Gravity efect on single-degree inelastic system", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol 99, EM1, pp 183-200, febrero, 1973
12. Padilla-Mora, R y Schnobrich, "Non-linear response of framed structures to two-dimensional earthquake motion", Civil Engineering Studies, Structural Research Series No 408, Universidad de Illinois, Urbana-Champaign, julio, 1974
13. Goel, S C, "Inelastic behavior of multistory building frames subjected to earthquake motions", Tesis Doctoral, Universidad de Michigan, 1967
14. "Diseño y construcción de estructuras de concreto. Normas técnicas complementarias del Reglamento de Construcción para el Distrito Federal", Instituto de Ingeniería, UNAM, 401, 1977

15. Husid, R, "Terremotos. Análisis espectral y características de acelerogramas como base del diseño sísmico", Santiago, Chile, Editorial Andrés Bello, 1973
16. Faccioli, E, y Ramírez-Flores, J, "Respuestas sísmicas máximas probables en las arcillas de la Ciudad de México". Instituto de Ingeniería, UNAM, 359, 1975

Apéndice A. Propiedades de los miembros

La respuesta de una estructura depende del comportamiento de cada uno de los miembros estructurales, y éstos a su vez, del comportamiento de los elementos en que se consideró formado (Cap 2).

En este apéndice se describe un método que se puede emplear para definir el comportamiento de un elemento de flexión y de un resorte de junta, ya que el comportamiento de un resorte de flexión se calcula en el programa de acuerdo con los datos proporcionados.

A.1 Elemento de flexión

Para modelar el comportamiento a flexión de una sección se usó la curva momento-curvatura idealizada por una relación de tramos lineales (fig. A.1), donde los puntos de quiebre están representados por los momentos y curvaturas que se obtienen al agrietarse el concreto a tensión, al fluir el acero de refuerzo a tensión y al aplastarse el concreto de la fibra extrema a compresión. Sus valores se pueden calcular con la geometría de la sección, las hipótesis de Bernoulli, las propiedades de los

materiales y la existencia de una carga axial.

A.2 Resorte de flexión

La relación momento-rotación de un resorte de flexión se calcula en el programa de acuerdo con la relación momento-curvatura mencionada anteriormente, basándose en las siguientes hipótesis:

a) La rotación en el extremo de un elemento de flexión depende de la distribución de momentos, por lo que, se supone lineal con el punto de contraflexión localizado en la parte media (fig 4.1).

b) La relación momento-rotación en el extremo del elemento flexible se supone equivalente a la de un miembro simplemente apoyado, que tiene la mitad de la longitud del elemento original (fig 4.1).

De acuerdo con las hipótesis anteriores, las rotaciones de agrietamiento, fluencia y última se calculan en el programa como se indica a continuación:

a) Rotación cuando el concreto a tensión se agrieta

$$\theta_a = \ell M_a / 3 E I \quad (A.1)$$

donde

$E I$ rigidez de flexión elástica inicial
 ℓ longitud del miembro simplemente apoyado
 M_a momento que actúa al agrietarse el concreto a tensión (momento de agrietamiento)

b) Rotación cuando el refuerzo a tensión fluye

$$\theta_y = \ell \{ (1 - \lambda^3) \phi_y + \lambda^2 \phi_a \} / 3 \quad (A.2)$$

donde

$$\lambda = M_a / M_y$$

ϕ_a curvatura que se obtiene cuando el concreto a tensión se agrieta (curvatura de agrietamiento)

ϕ_y curvatura que se obtiene cuando el refuerzo de tensión fluye (curvatura de fluencia)

M_y momento que actúa al fluir el refuerzo de tensión (momento de fluencia)

c) Rotación cuando el concreto a compresión se aplasta

$$\theta_u = \ell \left[\left\{ (2 + \lambda_2) (1 - \lambda_2) (\alpha \lambda_2 + 1 - \lambda_2) / \alpha + \lambda_2 (1 + \lambda_2) - 2 \lambda_1^3 \right\} \phi_y / \lambda_2 + 2 \lambda_1^2 \phi_a \right] / 6 \quad (A.3)$$

donde

$$\lambda_1 = M_a / M_u$$

$$\lambda_2 = M_y / M_u$$

$$\alpha = \left(\frac{M_u - M_y}{\phi_u - \phi_y} \right) \left(\frac{\phi_y}{M_y} \right)$$

M_u momento que actúa al aplastarse el concreto a compresión (momento último)

La relación momento-rotación se idealiza con una línea quebrada, donde los puntos de quiebre se localizan en las coordenadas (θ_a, M_a) , (θ_y, M_y) y (θ_u, M_u) .

Debido a que la rotación es proporcional a la longitud del miembro simplemente apoyado, la relación momento-rotación se prepara para elementos unitarios si las ecs A.1, A.2 y A.3 se dividen entre la longitud del elemento.

Para definir la relación momento-rotación de un elemento de flexión unitario bajo cargas reversibles, en el programa se usaron las reglas de histéresis de Takeda (Apéndice B). La rigidez que se obtiene con estas reglas incluye la rigidez elástica, por lo que para obtener la rigidez de un resorte de flexión se restará la contribución de la rigidez elástica como se indica a continuación.

$$\frac{1}{K_{sp}} = \frac{1}{K_t} - \frac{1}{K_e} \quad (A.4)$$

donde

- K_{sp} rigidez de un resorte de flexión
- K_t rigidez de un miembro simplemente apoyado con la mitad de la longitud del miembro original incluyendo la rigidez elástica e inelástica.
- K_e rigidez elástica de un miembro simplemente apoyado con la mitad de la longitud del miembro original ($3EI/L$)

A.3 Resorte de junta

Además de las deformaciones por flexión en una estructura, se produce una rotación debido a la falla por adherencia en los extremos del miembro, por lo que, el efecto se simula en el programa con dos resortes de junta para cada miembro.

Para definir el comportamiento del resorte se usa la relación momento-rotación. Esta relación depende de la longitud de anclaje del refuerzo de tensión y compresión, la distribución de esfuerzos, fuerza de adherencia en la junta y la cantidad de refuerzo en la junta principalmente.

Las hipótesis que se consideran para formar la curva momento-rotación del resorte de junta son las siguientes: la falla por adherencia no ocurre en la zona de anclaje, el refuerzo de tensión tiene suficiente longitud de desarrollo en la junta y los esfuerzos de adherencia son constantes a lo

largo de su longitud de desarrollo. De acuerdo con estas hipótesis la de formación del refuerzo de tensión se expresa como:

$$e = \frac{d_b f_s^2}{8 E_s u}$$

donde

e deformación del refuerzo de tensión
 d_b diámetro del refuerzo de tensión
 u esfuerzo de adherencia
 f_s esfuerzo en el refuerzo de tensión

Si además se supone que el refuerzo a compresión no se desliza, la rotación debida a la falla por adherencia se evalúa como:

$$\theta = \frac{e}{(d - d')}$$

donde

d profundidad del refuerzo a tensión
 d' profundidad del refuerzo a compresión

Si los esfuerzos en el refuerzo de tensión son proporcionales al momento, es decir

$$\frac{f_s}{M} = \frac{f_y}{M_y}$$

entonces la rotación está dada por:

$$\theta = \frac{1}{8} \frac{d_b}{E_s u} \left(\frac{f_y}{M_y} \right)^2 \frac{M^2}{d - d'}$$

donde

f_y esfuerzo de fluencia del refuerzo de tensión

M momento de flexión en el extremo de un miembro
 M_y momento de fluencia en el extremo de un miembro

Esta relación se puede idealizar con dos líneas rectas con un punto de quiebre localizado en $M = 1/2 M_y$, y el segundo a $M = M_y$ de la curva original (fig A.2).

Apéndice B. Reglas de histéresis para resortes de flexión y junta

El análisis dinámico no lineal requiere de un modelo analítico que tome en cuenta la variación de las características de rigidez y absorción de energía de una estructura.

Takeda propuso (refs 2 y 3) un modelo para representar el comportamiento de miembros de concreto reforzado sometidos a una historia de cargas reversibles. Este modelo se conoce con el nombre de "reglas de histéresis de Takeda" y se usa en el programa SAKE para simular el comportamiento inelástico.

El modelo histerético original define la relación carga-deflexión de un miembro al ser sometido a cargas reversibles, y está formado por una curva primaria para cargas iniciales y un juego de reglas para cargas reversibles.

Las reglas de histéresis se desarrollaron basándose en observaciones experimentales de miembros de concreto reforzado sujetos a cargas reversibles, y para aplicarlas es necesario que la falla dominante sea por flexión, sin considerar grandes daños por fuerza cortante.

La curva primaria se forma por tres segmentos lineales (fig B.1), donde los puntos de quiebre se localizan en la carga de agrietamiento (carga que se tiene al agrietarse el concreto a tensión), carga de fluencia (carga que se tiene cuando el acero de refuerzo fluye), y la carga última (carga máxima que soporta el miembro).

Para las cargas reversibles, se define una serie de reglas que construyen la curva carga-deflexión correspondiente. Debido a que existen diferentes alternativas posibles para la historia de cargas, no es conveniente dar una descripción continua de la curva carga-deflexión, por lo que, las reglas se dan para la carga y descarga en diferentes condiciones.

La siguiente notación se usa para la descripción de las reglas: C es el punto de agrietamiento del concreto a tensión; c es un incremento de la fuerza sin cambio de signo; c reversible es un cambio de signo de la fuerza respecto al último paso de carga; d es un decremento de la fuerza sin cambio de signo; $D(A)$ es la deflexión causada por la fuerza $F(A)$; $F(A)$ es la fuerza en el punto A de la curva carga-deflexión; K es la rigidez que se usará en el siguiente incremento de carga; O es el origen de la curva primaria; P es el punto de carga; $S(\overline{AB})$ es la pendiente del segmento de línea \overline{AB} , S_i es una pendiente; U es el punto de carga máxima de la curva primaria; U_i es el punto donde comienza la descarga; X_i es un punto de intersección con el eje de deflexiones; e Y es el punto de fluencia del refuerzo de tensión de la curva primaria.

En la descripción de las reglas, se supone positiva la fuerza que actúa en un miembro, y se usa un apóstrofe para indicar que un punto se encuentra en la región negativa del diagrama.

A continuación se da un ejemplo para poder interpretar estas reglas.

Ejemplo:

Regla 3: Carga en la curva primaria después de la fluencia

3.1 carga: $K = S(\overline{YU})$

3.2 descarga: punto de descarga = U_m

$$S_1 = S(\overline{C'Y}) * \left\{ D(Y) / \text{máx} \{D(U_m), D(U_m')\} \right\}^{1/2}$$

$K = S_1$, se aplica la regla 4

Interpretación

La regla 3 se aplica si la carga empieza en la curva primaria después de que ha ocurrido la fluencia. Si la carga continúa incrementándose (3.1 carga), el patrón de la curva fuerza-deflexión sigue la curva primaria para ese incremento con una rigidez (K) definida por la pendiente del segmento \overline{YU} . Si decrece el valor absoluto de la carga (3.2 descarga) desde el punto U_m , la pendiente de la descarga se define como el producto de la pendiente del segmento $\overline{C'Y}$ por la raíz cuadrada del cociente de la deflexión de fluencia entre la deflexión máxima alcanzada en cualquier dirección. Para el siguiente incremento de carga en el miembro se usa la regla 4.

En el programa SAKE la relación momento-rotación de un elemento de flexión, de longitud unitaria (Apéndice A), se define con las reglas de histéresis de Takeda, suponiendo que la curva primaria es simétrica en el origen.

Las reglas de histéresis de Takeda se simplificaron para simular la rotación debida a la falla por adherencia. La simplificación consistió en tomar la curva primaria bilineal, resultando similares a las propuestas por Clough y Johnson (ref 8).

En las figs B.2, B.3 y B.4 se muestra la relación fuerza-deflexión para diferentes historias de esfuerzos donde se explica el uso de las reglas

de histéresis, las cuales se describen a continuación.

Reglas de histéresis de Takeda

Regla 1: estado elástico

1.1 carga

1.1.1 $F(P) \leq F(C) : K = S(\overline{OC})$, se aplica la regla 1

1.1.2 $F(P) > F(C) : K = S(\overline{CY})$, se aplica la regla 2

1.2 descarga y carga reversible: $K = S(\overline{OC})$, se aplica la regla 1

Regla 2: carga en la curva primaria hasta la fluencia

2.1 carga

2.1.1 $F(P) \leq F(Y) : K = S(\overline{CY})$, se aplica la regla 2

2.1.2 $F(P) > F(Y) : K = S(\overline{YU})$, se aplica la regla 3

2.2 descarga: punto de descarga = U_m , $S_i = S(\overline{PC'})$, $K = S_1$, se aplica la regla 5

Regla 3: carga en la curva primaria después de la fluencia

3.1 carga: $K = S(\overline{YU})$, se aplica la regla 3

3.2 descarga: punto de descarga = U_m ,

$$S_1 = S(C'Y) * \left\{ D(Y) / \max \{ D(U_m), D(U_m') \} \right\}^{1/2}$$

$K = S_1$, se aplica la regla 4

Regla 4: descarga desde el punto U_m en la curva primaria después de la fluencia

4.1 carga

4.1.1 $F(P) \leq F(U_m) : K = S_1$, se aplica la regla 4

4.1.2 $F(P) > F(U_m)$: $K = S(\overline{YU})$, se aplica la regla 3

4.2 descarga: $K = S_1$, se aplica la regla 4

4.3 carga reversible

4.3.1 no agrietado en el rango negativo

$K = S_1$, se aplica la regla 15

4.3.2 de otra forma: punto de carga reversible =

X_0 , $S_2 = S(\overline{X_0 U_m})$,

$K = S_2$, se aplica la regla 6

Excepción en 4.3.2

Si $F(Y) > F(U_m)$ y $S(\overline{X_0 Y}) > S(\overline{X_0 U_m})$

entonces $S_2 = S(\overline{X_0 Y})$, $U_m = Y$, $K = S_2$, se aplica la regla 6

Regla 5: descarga desde el punto U_m en la curva primaria antes de la fluencia

5.1 carga

5.1.1 $F(P) \leq F(U_m)$: $K = S_1$, se aplica la regla 5

5.1.2 $F(P) > F(U_m)$: $K = S(\overline{CY})$, se aplica la regla 2

5.2 descarga : $K = S_1$, se aplica la regla 5

5.3 carga reversible

5.3.1 no agrietado en el rango negativo: $K = S_1$, se aplica la regla 14

5.3.2 de otra forma: se procede como en 4.3.2

Regla 6: carga hacia el punto U_m en la curva primaria

6.1 carga

6.1.1 $F(P) \leq F(U_m)$: $K = S(\overline{X_0 U_m})$, se aplica la regla 66.1.2 $F(P) > F(U_m)$: se procede como en 2.16.2 descarga: punto de descarga = U_0 , $K = S_1$, se aplica la re
gla 7Regla 7: descarga desde el punto U_0 después de la regla 6

7.1 carga

7.1.1 $F(P) \leq F(U_0)$: $K = S_1$, se aplica la regla 77.1.2 $F(P) > F(U_0)$: $K = S(\overline{X_0 U_m})$, se aplica la regla 67.2 descarga: $K = S_1$, se aplica la regla 77.3 carga reversible: punto de carga reversible = X_1 , K
= $S(\overline{X_1 U_m})$, se aplica la regla 8Regla 8: carga hacia el punto U_m en la curva primaria

8.1 carga

8.1.1 $F(P) \leq F(U_m)$: $K = S(\overline{X_1 U_m})$, se aplica la regla 88.1.2 $F(P) > F(U_m)$: se procede como en 2.18.2 descarga: punto de descarga = U_1 , $K = S_1$, se aplica la re
gla 9Regla 9: descarga desde el punto U_1 después de la regla 8

9.1 carga

9.1.1 $F(P) \leq F(U_1)$: $K = S_1$, se aplica la regla 99.1.2 $F(P) > F(U_1)$: se procede como en 8.19.2 descarga: $K = S_1$, se aplica la regla 99.3 carga reversible: punto de carga reversible = X_2 , K
= $S(\overline{X_2 U_0})$, se aplica la regla 10Regla 10: carga hacia el punto U_0

10.1 carga

- 10.1.1 $F(P) \leq F(U_0)$: $K = S(\overline{X_2 U_0})$, se aplica la regla 10
 10.1.2 $F(P) > F(U_0)$: se procede como en 6.1
 10.2 descarga: punto de descarga = U_2 , $K = S_1$, se aplica la re
 gla 11

Regla 11: descarga desde el punto U_2 después de la regla 10

- 11.1 carga
 11.1.1 $F(P) \leq F(U_2)$: $K = S_1$, se aplica la regla 11
 11.1.2 $F(P) > F(U_2)$: se procede como en 10.1
 11.2 descarga: $K = S_1$, se aplica la regla 11
 11.3 carga reversible: punto de carga reversible = X_3 , $K = S(\overline{X_3 U_1})$, se aplica la regla 12

Regla 12: carga hacia el punto U_1

- 12.1 carga
 12.1.1 $F(P) \leq F(U_1)$: $K = S(\overline{X_3 U_1})$, se aplica la regla 12
 12.1.2 $F(P) > F(U_1)$: se procede como en 8.1
 12.2 descarga: punto de descarga = U_3 , $K = S_1$, se aplica la re
 gla 13

Regla 13: descarga desde el punto U_3 después de la regla 12

- 13.1 carga
 13.1.1 $F(P) \leq F(U_3)$: $K = S_1$, se aplica la regla 13
 13.1.2 $F(P) > F(U_3)$: se procede como en 12.1
 13.2 descarga: $K = S_1$, se aplica la regla 13
 13.3 carga reversible: se procede como en 9.3

Regla 14: carga en la dirección no agrietada después del agrietamiento en la otra dirección

- 14.1 carga

14.1.1 $F(P) \leq F(C) : K = S_1$, se aplica la regla 14

14.1.2 $F(P) > F(C) : K = S(\overline{CY})$, se aplica la regla 2

14.2 descarga: $K = S_1$, se aplica la regla 14

14.3 carga reversible: $K = S_1$, se aplica la regla 5

Regla 15: carga en la dirección no agrietada después de la fluencia en la otra dirección

15.1 carga

15.1.1 $F(P) \leq F(C) : K = S_1$, se aplica la regla 15

15.1.2 $F(P) > F(C) : \text{sea } Q \text{ el punto en la curva para la regla 15 y } F(Q) = F(C), \text{ entonces } K = S(\overline{QY}), \text{ se aplica la regla 16}$

15.2 descarga: $K = S_1$, se aplica la regla 15

15.3 carga reversible

15.3.1 $F(P) \leq F(U_m) : K = S_1$, se aplica la regla 4

15.3.2 $F(P) > F(U_m) : K = S(\overline{YU})$, se aplica la regla 3

Regla 16: carga hacia el punto de fluencia después de la regla 15

16.1 carga

16.1.1 $F(P) \leq F(Y) : K = S(\overline{QY})$, se aplica la regla 16

16.1.2 $F(P) > F(Y) : K = S(\overline{YU})$, se aplica la regla 3

16.2 descarga: $U_m = Y, U_o = P, S_2 = S(\overline{QY}), K = S_1$, intersección de \overline{YQ} y el eje de deflexión = X_o , se aplica la regla 7

Reglas de histéresis simplificadas de Takeda

Regla 1: estado elástico

1.1 carga

1.1.1 $F(P) \leq F(Y) : K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 1

1.1.2 $F(P) > F(Y) : K = S(\overline{YU})$, se aplica la regla 2

1.2 descarga y carga reversible: $K = S(OY)$, se aplica la regla 1

Regla 2: carga en la curva primaria después de la fluencia

2.1 carga: $K = S(\overline{YU})$, se aplica la regla 2

2.2 descarga: punto de descarga = U_m , $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 3

Regla 3: descarga desde el punto U_m en la curva primaria

3.1 carga

3.1.1 $F(P) \leq F(Y) : K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 3

3.1.2 $F(P) > F(Y) : K = S(\overline{YU})$, se aplica la regla 2

3.2 descarga : $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 3

3.3 carga reversible: punto de carga reversible = X_0 , $K = S(\overline{X_0 U_m^*})$, se aplica la regla 4

Regla 4: carga hacia el punto U_m en la curva primaria

4.1 carga

4.1.1 $F(P) \leq F(U_m) : K = S(\overline{X_0 U_m})$, se aplica la regla 4

4.1.2 $F(P) > F(U_m) : K = S(\overline{YU})$, se aplica la regla 2

4.2 descarga: punto de descarga = U_0 , $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 5

* Si U_m en la nueva dirección todavía no está definido, entonces U_m se toma como el punto de fluencia Y .

Regla 5: descarga desde el punto U_0 después de la regla 4

5.1 carga

5.1.1 $F(P) \leq F(U_0)$: $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 5

5.1.2 $F(P) > F(U_0)$: se procede como en 4.1

5.2 descarga: $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 5

5.3 carga reversible: punto de carga reversible = X_1 ,
 $K = S(\overline{X_1 U_m})$, se aplica la regla 6

Regla 6: carga hacia el punto U_m^* en la curva primaria

6.1 carga

6.1.1 $F(P) \leq F(U_m)$: $K = S(\overline{X_1 U_m})$, se aplica la regla 6

6.1.2 $F(P) > F(U_m)$: $K = S(\overline{YU})$, se aplica la regla 2

6.2 descarga: punto de descarga = U_1 , $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 7

Regla 7: descarga desde el punto U_1 después de la regla 6

7.1 carga

7.1.1 $F(P) \leq F(U_1)$: $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 7

7.1.2 $F(P) > F(U_1)$: se procede como en 6.1

7.2 descarga: $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 7

7.3 carga reversible: punto de carga reversible = X_2 ,
 $K = S(\overline{X_2 U_0})$, se aplica la regla 8

Regla 8: carga hacia el punto U_0

8.1 carga

8.1.1 $F(P) \leq F(U_0)$: $K = S(\overline{X_2 U_0})$, se aplica la regla 8

8.1.2 $F(P) > F(U_0)$: se procede como en 4.1

8.2 descarga: punto de carga = U_2 , $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 9

* U_m en el nivel de carga 6 es de signo contrario a U_m del nivel de carga 4.

Regla 9: descarga desde el punto U_2 después de la regla 8

9.1 carga

9.1.1 $F(P) \leq F(U_2)$: $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 9

9.1.2 $F(P) > F(U_2)$: se procede como en 8.1

9.2 descarga : $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 9

9.3 carga reversible: punto de carga reversible X_3 , $S(\overline{X_3U_1})$, se aplica la regla 10

Regla 10: carga hacia el punto U_1

10.1 carga

10.1.1 $F(P) \leq F(U_1)$: $K = S(\overline{X_3U_1})$, se aplica la regla 10

10.1.2 $F(P) > F(U_1)$: se procede como en 6.1

10.2 descarga: punto de descarga = U_3 , $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 11

Regla 11: descarga desde el punto U_3 después de la regla 10

11.1 carga

11.1.1 $F(P) \leq F(U_3)$: $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 11

11.1.2 $F(P) > F(U_3)$: se procede como en 10.1

11.2 descarga: $K = S(\overline{OY})$, se aplica la regla 11

11.3 carga reversible: punto de carga reversible = X_2 ,
 $K = S(\overline{X_2U_0})$, se aplica la regla 8

Apéndice C. Matriz de rigidez de un miembro

Para obtener la matriz de rigidez de un miembro se supone que el elemento localizado entre las dos zonas rígidas está simplemente apoyado, con los momentos externos aplicados en los apoyos como se muestra en la fig C.1. La rotación en el apoyo estará formada por la suma de las rotaciones de dos resortes rotacionales (de flexión y de junta, cuyas constantes de flexibilidad instantánea se definen como f_A y j_A) y la rotación debida al extremo del elemento de flexión elástico (con rigidez EI a flexión de longitud ℓ'). Por lo tanto, si se incrementa el momento en el extremo A' , el incremento en la rotación estará dado por:

$$\begin{aligned}\Delta\theta'_A &= \frac{\ell'}{6EI} (2\Delta M'_A - M'_B) + f_A \Delta M'_A + j_A \Delta M'_A \\ &= (\ell'/3EI + f_A + j_A) \Delta M'_A - (\ell'/6EI) \Delta M'_B\end{aligned}\tag{C.1.a}$$

para el extremo B' se tiene

$$\Delta\theta'_B = (\ell'/3EI + f_B + j_B + j_B) \Delta M'_B - (\ell'/6EI) \Delta M'_B\tag{C.1.b}$$

Las ecs C.1.a y C.1.b se pueden escribir en forma matricial, como se indica a continuación:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\theta'_A \\ \Delta\theta'_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \ell'/3EI + f_A + j_A & -\ell'/6EI \\ -\ell'/6EI & \ell'/3EI + f_B + j_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta M'_A \\ \Delta M'_B \end{Bmatrix} \quad (C.2)$$

Al invertirse la matriz en la ec C.2 se obtiene la matriz de rigidez, con lo que la ec C.2 se transforma a la siguiente ecuación

$$\begin{Bmatrix} \Delta M'_A \\ \Delta M'_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K'_{11} & K'_{12} \\ K'_{21} & K'_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\theta'_A \\ \Delta\theta'_B \end{Bmatrix} \quad (C.3)$$

Como la distribución del momento se supone lineal a lo largo del miembro, los momentos incrementales $\Delta M'_A$ y $\Delta M'_B$, en los extremos, se obtienen en función de los momentos incrementales ΔM_A y ΔM_B y de su geometría con la siguiente ecuación:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_A \\ \Delta M_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \beta_A & \beta_A \\ \beta_B & 1 + \beta_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta M'_A \\ \Delta M'_B \end{Bmatrix} \quad (C.4)$$

donde

β_A y β_B relación de longitud entre una zona rígida (AA' o BB') y la longitud del elemento de flexión.

De la misma forma, las rotaciones incrementales $\Delta\theta'_A$ y $\Delta\theta'_B$ se pueden relacionar con las rotaciones incrementales $\Delta\theta_A$ y $\Delta\theta_B$ de los extremos del miembro, de la siguiente manera

$$\begin{Bmatrix} \Delta\theta'_A \\ \Delta\theta'_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \beta_A & \beta_B \\ \beta_A & 1 + \beta_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\theta_A \\ \Delta\theta_B \end{Bmatrix} \quad (C.5)$$

Si se combinan las ecs C.3, C.4 y C.5, se obtiene la siguiente relación momento-rotación para un miembro simplemente apoyado.

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_A \\ \Delta M_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \end{Bmatrix} \quad (\text{C.6})$$

Para una viga, las rotaciones que se obtengan en coordenadas globales son las mismas en coordenadas locales debido a que la viga permanece horizontal, por lo que la ec C.6 no requiere modificarse.

Sin embargo, una columna tiene rotaciones adicionales debidas al desplazamiento lateral (fig C.3), lo que origina que las rotaciones en coordenadas globales (θ_A y θ_B) sean diferentes en coordenadas locales (θ_A y θ_B).

Para poder obtener las rotaciones de los extremos de una columna en coordenadas locales se emplea la siguiente matriz de transformación:

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1/\ell & 1/\ell \\ 0 & 1 & -1/\ell & 1/\ell \end{bmatrix} \quad (\text{C.7})$$

donde

ℓ longitud total de una columna

Con esta matriz se obtiene las rotaciones incrementales de un miembro simplemente apoyado en función de los desplazamientos laterales (ΔU_A y ΔU_B) y las rotaciones ($\Delta \theta_A$ y $\Delta \theta_B$) de las juntas estructurales A y B en la siguiente forma:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\theta_A \\ \Delta\theta_B \end{Bmatrix} = [C] \begin{Bmatrix} \Delta\theta_A \\ \Delta\theta_B \\ \Delta U_A \\ \Delta U_B \end{Bmatrix} \quad (C.8)$$

Las fuerzas horizontales P_A y P_B que se tienen en los extremos de una columna se pueden obtener en función de los momentos M_A y M_B con la siguiente ecuación:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_A \\ \Delta M_B \\ \Delta P_A \\ \Delta P_B \end{Bmatrix} = [C]^T \begin{Bmatrix} \Delta M_A \\ \Delta M_B \end{Bmatrix} \quad (C.9)$$

Si se combinan las ecs C.6, C.8 y C.9, se obtiene la matriz de rigidez de una columna en coordenadas globales, y la relación fuerza-deformación en forma incremental está dada por

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_A \\ \Delta M_B \\ \Delta P_A \\ \Delta P_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \vdots & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & \vdots & K_{23} & K_{24} \\ \hline k_{31} & K_{32} & \vdots & K_{33} & K_{34} \\ k_{41} & K_{42} & \vdots & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\theta_A \\ \Delta\theta_B \\ \Delta U_A \\ \Delta U_B \end{Bmatrix} \quad (C.10)$$

La submatriz de 2x2 de la esquina superior izquierda en esta ecuación es

igual a la matriz de rigidez de una viga en la ec C.6.

En el programa, un resorte de junta puede actuar como articulación mecánica en uno o ambos extremos del miembro, si los elementos de la matriz de rigidez en la ec C.3 se toman como se indica a continuación:

a) Miembro fijo-articulado ($M_A \neq 0$, $M_B = 0$)

$$K'_{11} = 1/(\ell'/3EI + f_A + j_A)$$

$$K'_{12} = K'_{21} = K'_{22} = 0$$

b) Miembro articulado-fijo ($M_A = 0$, $M_B \neq 0$)

$$K'_{11} = K'_{12} = K'_{21} = 0$$

$$K'_{22} = 1/(\ell'/3EI + f_B + j_B)$$

c) Miembro articulado-articulado ($M_A = M_B = 0$)

$$K'_{11} = K'_{12} = K'_{21} = K'_{22} = 0$$

Dependiendo del caso que se tenga, los pasos a seguir de la ec C.3 a la ec C.10 serán los mismos para obtener la matriz de rigidez de una viga (ec C.6) o de una columna (ec C.10).

Apéndice D. Matriz de rigidez estructural

En este apéndice se consideran los momentos y las fuerzas horizontales como fuerzas generalizadas, y las rotaciones y los desplazamientos como desplazamientos generalizados. El sistema global consiste de un eje horizontal paralelo a la línea basal del marco y un eje rotacional con sentido a favor de las manecillas del reloj (fig D.1).

La matriz de rigidez de los miembros se obtuvo considerando que el miembro está simplemente apoyado (Apéndice C). La matriz de rigidez estructural se forma de acuerdo con las hipótesis que a continuación se mencionan: a) Todas las fuerzas que actúan en un nudo están en equilibrio, y b) los desplazamientos en los extremos de los miembros satisfacen la condición de compatibilidad de deformaciones.

La relación fuerza-desplazamiento de todos los nudos de un marco, se obtiene al establecer el equilibrio de fuerzas y la compatibilidad de deformaciones, teniendo en cuenta que el giro del nudo es igual al que se obtiene en el extremo de los elementos (fig D.2). Esta relación se puede obtener en una forma más compacta, al considerarse que todos los nudos de un nivel de piso tienen el mismo desplazamiento horizontal y que la fuer-

za lateral se calcula como la suma de fuerzas horizontales en todos los nudos de un nivel. Por lo tanto, la relación fuerza-desplazamiento de un marco se expresa de la siguiente forma

$$\begin{Bmatrix} \Delta P \\ \text{---} \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ \text{---} & \text{---} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta U \\ \text{---} \\ \Delta \theta \end{Bmatrix} \quad \text{D.1}$$

donde $\{\Delta P\}$ es el vector de fuerzas laterales incrementales para cada nivel; $\{\Delta M\}$ es el vector de momentos flexionantes incrementales en cada nudo; $\{\Delta U\}$ es el vector de desplazamientos horizontales incrementales para cada nivel; $\{\Delta \theta\}$ es el vector de rotaciones incrementales en cada nudo; $[k_{11}]$ es la submatriz simétrica de $NP \times NP$; $[k_{21}]$ es la submatriz de $NN \times NP$; $[k_{12}]$ es la transpuesta de la submatriz $[k_{21}]$ de $NP \times NN$; $[k_{22}]$ es la submatriz simétrica bandeda de $NN \times NN$; NP es el número de pisos y NN el número de nudos.

Para emplear menos memoria de máquina se almacena solamente la parte triangular superior de la submatriz simétrica $[k_{11}]$; la parte superior de la banda de la submatriz bandeda $[k_{22}]$; y la parte bandeda de la submatriz bandeda $[k_{21}]$.

Para obtener la matriz de rigidez reducida de un marco, se parte de expresar la ec D.1 en dos ecuaciones matriciales de la siguiente forma:

$$\{\Delta P\} = [k_{11}] \{\Delta U\} + [k_{12}] \{\Delta \theta\} \quad \text{(D.2.a)}$$

$$\{\Delta M\} = [k_{21}] \{\Delta U\} + [k_{22}] \{\Delta \theta\} \quad \text{(D.2.b)}$$

Debido a que se supone que el giro de las losas que forman los pisos es nulo (no se considera la inercia rotacional), el momento en cualquier junta debe ser cero. Sin embargo, las fuerzas generalizadas de desequilibrio (ΔM y ΔP), se incluyen en el análisis, por lo que, las ecs D.2 se pueden expresar como:

$$\{\Delta P\} = [k_{11}] \{\Delta U\} + [k_{12}] \{\Delta \theta\} + \{\overline{\Delta P}\} \quad (D.3.a)$$

$$\{0\} = [k_{21}] \{\Delta U\} + [k_{22}] \{\Delta \theta\} + \{\overline{\Delta M}\} \quad (D.3.b)$$

Si se despeja de la ec D.3.b a $\{\Delta \theta\}$ se obtiene:

$$\{\Delta \theta\} = -[k_{22}]^{-1} \{\overline{\Delta M}\} - [k_{22}]^{-1} [k_{21}] \{\Delta U\} \quad (D.4)$$

Al sustituir la ec D.4 en la ec D.3.a resulta:

$$[\Delta P'] = [K] \{\Delta U\} \quad (D.5)$$

donde

$$[K] = [k_{11}] - [k_{12}] [k_{22}]^{-1} [k_{21}] \quad (D.6)$$

$$\{\Delta P'\} = \{\Delta P\} - \{\overline{\Delta P}\} + [k_{12}] [k_{22}]^{-1} \{\overline{\Delta M}\} \quad (D.7)$$

A la matriz $[K]$ se le llama matriz de rigidez estructural reducida o simplemente matriz estructural.

Como las estructuras se forman por varios marcos, la matriz de rigidez de

la estructura completa se obtiene en el programa al sumar la matriz estructural reducida de cada marco.

En resumen, para calcular las fuerzas laterales de la estructura, se emplea la ec D.5, donde $\{\Delta U\}$ se obtiene de la solución de la ecuación de movimiento (Apéndice G). Para obtener la rotación de junta incremental $\{\Delta \theta\}$, se emplea la ec D.4, con $\{\Delta U\}$ y $\{\Delta \bar{M}\}$ conocidos.

Apéndice E. Matrices de masa y de amortiguamiento

Para simular el efecto de inercia y el efecto $P-\Delta$ se asignó a cada piso un peso convenientemente concentrado, sin considerar los esfuerzos producidos por las cargas en los miembros de una estructura, por lo que, la matriz de masas para una estructura se reduce a una matriz diagonal cuadrada.

El mecanismo de amortiguamiento no ha sido fácil de entender desde un punto de vista cuantitativo, por lo que, ha sido común emplear un tipo de amortiguamiento viscoso, para fines de dinámica estructural, debido probablemente, a la simplicidad matemática de manejo.

La matriz de amortiguamiento $[C]$ que se usó en la ecuación de movimiento es parcialmente proporcional a la matriz de masas constante, y parcialmente proporcional a la matriz de rigidez instantánea, y se calcula como se muestra a continuación:

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K]$$

donde

$[C]$ es la matriz de amortiguamiento instantánea; $[M]$ es la matriz de masas constante; $[K]$ es la matriz de rigidez instantánea y α, β son constantes de proporcionalidad.

La magnitud de los términos de la matriz de amortiguamiento debe ser determinada para tener relativamente poco amortiguamiento modal (es decir de 0.01 a 0.03) en el rango elástico de la estructura, ya que una gran cantidad de energía será disipada a través del amortiguamiento histerético.

Apéndice F. Efecto de gravedad

Al combinarse las cargas gravitacionales con los cambios de geometría de las estructuras se origina un comportamiento no lineal y modificaciones en la respuesta que a veces son importantes, por lo que es conveniente establecer un método que permita tomarlos en cuenta en el análisis dinámico.

El efecto de la gravedad fue estudiado por Goel (Ref 9), en marcos típicos de 10 y 25 piso sujetos a movimientos sísmicos, tanto para respuesta elástica como para inelástica. En su investigación, Goel encontró que los efectos gravitacionales (llamados efectos $P-\Delta$) son insignificantes. Sin embargo, en estudios realizados por Jennings y Husid (Ref 10) y Sun y asociados (Ref 11), acerca de la respuesta inelástica de un sistema de un grado de libertad, se muestra que el efecto de gravedad tiene una influencia significativa en el colapso del sistema.

Padilla - Mora y Schnobrich (Ref 12) observaron que cuando el efecto de gravedad se incluye en el estudio de la respuesta inelástica biaxial, los desplazamientos del sistema se incrementan considerablemente en comparación con los de la respuesta axial.

En el programa "SAKE", el efecto de gravedad se reemplaza por fuerzas late-

rales equivalentes que generan momentos de volteo iguales a los que generan dicho efecto. Para poder evaluar las fuerzas laterales se considera el diagrama de cuerpo libre de un entrepiso como se muestra en la fig F.1. En este entrepiso el desplazamiento relativo es:

$$\Delta_i = X_i - X_{i-1} \quad (F.1)$$

La fuerza V_i en dicho entrepiso se puede obtener al establecer el equilibrio de momentos en el nivel $(i - 1)$ como

$$V_i = (M_i + M_{i-1})/h_i + P_i \Delta_i / h_i \quad (F.2)$$

donde h_i es la altura de entrepiso i y P_i es la suma de la carga gravitacional arriba del nivel i (incluyendo la del nivel i).

En la ec F.2, el primer término de la derecha representa la fuerza cortante que se usa normalmente en el análisis convencional y es igual a la suma de las fuerzas horizontales que actúan desde arriba hasta el nivel i , inclusive. El segundo término es el cortante debido al efecto de gravedad. Entonces V_i es la fuerza cortante total que debe ser resistida por la estructura.

Para simular el efecto P- Δ , se reemplaza la fuerza cortante que genera el efecto de gravedad por una fuerza horizontal ficticia F_i que actúa en el nivel i . Esa fuerza se obtiene al establecer el equilibrio en el nivel i (fig F.2), obteniéndose:

$$\begin{aligned} F_i &= V_i' - V_{i+1}' = P_i \Delta_i / h_i - P_{i+1} \Delta_{i+1} / h_{i+1} \\ &= (X_i - X_{i-1}) P_i / h_i - (X_{i+1} - X_i) P_{i+1} / h_{i+1} \\ &= - \frac{P_{i+1}}{h_{i+1}} X_{i+1} \left(\frac{P_{i+1}}{h_{i+1}} + \frac{P_i}{h_i} \right) X_i - \frac{P_i}{h_i} X_{i-1} \end{aligned}$$

(F.3)

Para una estructura, el vector $\{F\}$ de fuerzas horizontales ficticias se puede expresar de la siguiente forma

$$\{F\} = [K_p] \{X\} \quad (F.4)$$

donde

$[K_p]$ es la matriz constante tridiagonal, cuyo elemento de la diagonal principal para el renglón i se calcula como:

$$\frac{P_{i+1}}{h_{i+1}} + \frac{P_i}{h_i}$$

el elemento a la derecha de la diagonal principal como $-P_i/h_i$ y el elemento a la izquierda de la diagonal principal como $-P_{i+1}/h_{i+1}$

$\{X\}$ es el vector desplazamiento

La matriz $[K_p]$ se puede considerar como un tipo de matriz de rigidez, llamada algunas veces "matriz de rigidez geométrica". En el análisis dinámico, esta matriz se puede sumar a la matriz de rigidez instantánea de la estructura.

Apéndice G. Integración numérica de la ecuación de movimiento

Para integrar la ecuación de movimiento se usa el método de Newmark. En este método en lugar de evaluar la ecuación para cualquier tiempo t , se satisface solo para pequeños intervalos de tiempo, lo que significa que el equilibrio se cumple en puntos discretos.

Si se establece el equilibrio de las fuerzas de piso y momentos de junta, se obtiene la ecuación de movimiento para una estructura, y si el desarrollo se hace para un incremento de tiempo, la ecuación toma la siguiente forma:

$$[M] \{ \Delta \dot{x} \} + [C] \{ \Delta \ddot{x} \} + [K] \{ \Delta x \} = -[M] \{ \ddot{y} \} - \{ \Delta F \} \quad ,$$

- - - (G.1)

donde

$[C]$ matriz de amortiguamiento instantánea

$\{ \Delta F \}$ vector de incrementos de fuerzas de disequilibrio

$[K]$ matriz de rigidez instantánea (incluyendo la matriz de rigidez geométrica)

- [M] matriz diagonal de masas
- { Δx } vector de incrementos de desplazamientos de los niveles de piso relativos a la base
- { $\dot{\Delta x}$ } vector de incrementos de velocidades de los niveles de piso relativos a la base
- { $\ddot{\Delta x}$ } vector de incrementos de aceleraciones de los niveles de piso relativos a la base
- { $\Delta \ddot{y}$ } vector de incrementos de aceleración en la base

Basándose en las hipótesis del método (Cap 5), el vector de incrementos de velocidad y el de aceleración se expresan como:

$$\{ \dot{\Delta x} \} = 3 \{ \Delta x \} / \Delta t - 3 \{ \dot{x} \} - \{ \ddot{x} \} \Delta t / 2 \quad (G.2)$$

$$\{ \ddot{\Delta x} \} = 6 \{ \Delta x \} / \Delta t^2 - 6 \{ \dot{x} \} / \Delta t - 3 \{ \ddot{x} \} \quad (G.3)$$

donde

Δt intervalo de tiempo

{ \dot{x} } vector de velocidades de los niveles de piso obtenido del intervalo de tiempo calculado anteriormente

{ \ddot{x} } vector de aceleraciones de los niveles de piso obtenido del intervalo de tiempo calculado anteriormente

Si se substituyen las ecs G.2 y G.3 en la ec G.1 y se despeja { Δx } se obtiene

$$\{ \Delta x \} = [A]^{-1} \{ B \} \quad (G.4)$$

donde

$$[A]^{-1} = (6/\Delta t^2) [M] + (3/\Delta t) [C] + [K] \quad (G.5)$$

$$\{ B \} = [M] [(6/\Delta t) \{ \dot{x} \} + 3 \{ \ddot{x} \} - \{ \Delta \ddot{y} \}] - \{ \Delta F \} + [C] [3 \{ \dot{x} \} + (\Delta t/2) \{ \ddot{x} \}] \quad (G.6)$$

Para integrar la ecuación de movimiento a cada intervalo, se calcula el vector $\{ \Delta x \}$ con la ec G.4, usando propiedades estructurales instantáneas. Posteriormente, se calculan los vectores de incrementos de velocidad y aceleración con las ecs G.2 y G.3.

Apéndice H. Respuesta de miembros estructurales y fuerzas de desequilibrio

La respuesta de una estructura se calcula en forma incremental, al integrar la ecuación de movimiento, en función de los desplazamientos horizontales de cada piso (Apéndice G).

Los incrementos de rotaciones en las juntas de un marco, en coordenadas globales, se calculan con la ec D.4 del apéndice D, considerando la rigidez instantánea, los desplazamientos horizontales de piso y los momentos de desequilibrio conocidos para cada intervalo de tiempo.

Las rotaciones en los extremos de una viga, en coordenadas locales, son las mismas que las correspondientes a las juntas estructurales; pero para una columna (fig C.3), se debe de emplear la ec C.8 para transformar sus rotaciones considerando los desplazamientos de piso y las rotaciones en las juntas.

Los incrementos de rotación en las zonas rígidas (fig C.1), se calculan con la ec C.5 y los momentos en los extremos del elemento de flexión con la ec C.3. Las rotaciones para cada elemento de miembro (de flexión y

los resortes), se obtienen del momento y la relación lineal de flexibilidad instantánea. Los valores nuevos de fuerzas y desplazamientos en el elemento se determinan sumando la respuesta obtenida en el intervalo de tiempo considerado a la que se tenga acumulada al principio del mismo.

Podría suceder que los valores calculados de la respuesta en un intervalo, no satisfagan una relación especificada de fuerza-desplazamiento, debido a que se aproximan por medio de una rigidez lineal instantánea (fig H.1). Existen varias formas de hacer frente a esas discrepancias.

Se puede usar un método iterativo para recalcular la respuesta del elemento en el mismo intervalo de integración numérica, hasta que la fuerza y el desplazamiento calculados converjan a un punto de la relación especificada (fig H.2). En cada iteración es necesario formar la matriz de rigidez estructural de acuerdo con la rigidez modificada del miembro para calcular las fuerzas y desplazamientos. Se puede apreciar que la cantidad de cálculos involucrados para lograr la convergencia es excesiva.

Otro enfoque consiste en ignorar esas discrepancias y usar la curva fuerza-deformación únicamente para definir la rigidez de un miembro, basado en la fuerza o el desplazamiento calculados. La desventaja de éste método aproximado consiste en que la fuerza o el desplazamiento calculado no se pueden desarrollar en el elemento (fig H.3).

Existe una alternativa que consiste en modificar el momento o la rotación o ambos, para ajustarlos a una curva especificada (fig H.4), aún cuando se pudiera violar la condición de equilibrio de un miembro o la de compatibilidad en una junta. Para devolver la condición de equilibrio en un punto, se aplica una fuerza de desequilibrio o un desplazamiento modificado para lograr la continuidad en la deformación.

Al recuperarse la condición de equilibrio o de compatibilidad en una junta, se cambia la configuración de desplazamientos en la estructura y, con secuentemente, las velocidades y aceleraciones. Esto hace que el método sea complicado, por lo que, la recuperación de la condición de equilibrio

o de compatibilidad se debe de realizar para el siguiente intervalo de tiempo.

La discrepancia entre la relación fuerza-deformación calculada y la especificada se puede reducir si se usa un incremento de tiempo muy pequeño en la integración numérica. Sin embargo, estudios realizados demostraron que el proceso es demasiado lento e involucra altos costos de cálculo (ref 13).

En el programa SAKE se emplea un criterio aproximado para corregir esa discrepancia, el cual se basa en: a) conservar la continuidad de desplazamientos en las juntas; b) los desplazamientos en los extremos de un miembro, son compatibles con los desplazamientos de las juntas; c) que para los desplazamientos de los extremos de un miembro, la distribución de momentos flexionantes es lineal; y d) que las fuerzas y desplazamientos calculados en los elementos de un miembro, se ajustan a las relaciones especificadas.

El método para encontrar los momentos de flexión en los extremos del miembro es el siguiente:

- a) Se calculan los momentos flexionantes en los extremos del elemento flexible con la rigidez elástica instantánea del miembro, los desplazamientos de extremo y de la geometría inicial (ecs C.3 y C.5).
- b) Estos momentos calculados son los que actúan en los resortes del miembro. El momento M_1 que se tiene en los dos resortes de un extremo, se modifica al valor M_2 , para ajustarse a la curva especificada momento-rotación, conservando la rotación θ_1^j en el resorte de junta (fig H.5).
- c) Con el momento M_2 se determina θ_2^f en el resorte de flexión, empleando la rigidez instantánea.
- d) El momento M_2 en el resorte de flexión se modifica, si es necesario, al valor M_3 para satisfacer la curva especificada, manteniendo la rota-

ción θ_2^f .

e) Para que el equilibrio no se altere, el momento M_2 que se tenía en el resorte de junta se modifica a M_3 . Si se requiere emplear reglas de histéresis para determinar una rotación θ_3^j correspondiente a M_3 , se debe de tener cuidado debido a que estas reglas dependen de la historia de esfuerzos.

f) Se suman las rotaciones modificadas en un elemento de flexión, un resorte de junta y el de flexión.

La rotación obtenida en el paso f), debería ser menor que la rotación dada. La diferencia que se tenga, se toma como el nuevo incremento de rotación y se repite el proceso hasta que la diferencia se haga prácticamente despreciable. Debido a que la curva momento-rotación está formada por tramos lineales, no se requieren más de dos ciclos en cada miembro.

Como los momentos modificados no satisfacen la condición de equilibrio en las juntas, los momentos de desequilibrio generados se tratan como fuerzas externas al sistema para el inicio del siguiente intervalo de tiempo.

Si las fuerzas de desequilibrio son iguales o mayores que las fuerzas incrementales en los miembros, se tendrán perturbaciones que conducen a errores en la solución. Por lo contrario, si el paso de integración se asigna suficientemente pequeño, bastante menor que el que se requiere para la convergencia y estabilidad del esquema de integración numérica, el efecto de las fuerzas de desequilibrio se reduce.

APENDICE I. LISTADO DEL PROGRAMA IISAKE/UNAM
E INSTRUCTIVO DEL MANEJO DE DATOS

(Esta información se encuentra disponible en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, previa solicitud de los interesados)

TABLA 1. PRINCIPALES DATOS DE DISEÑO PARA EL MODELO K_C-1 , EN ZONA DE TERRENO COMPRESIBLE

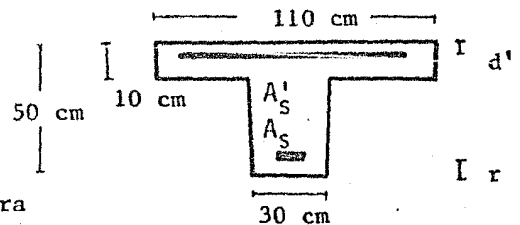
Datos		Factores de ductilidad, Q			
		1		6	
Cortante sísmico basal estático, en ton.		194.73		32.45	
Cortante sísmico basal dinámico modal, en ton.		180.86		30.14	
Area de acero, A_s , de refuerzo longitudinal en traves, en cm^2 , con $A_s = A'_s$	N-10	12.98		12.98	
	N-9	17.86*		"	
	N-8	24.38		"	
	N-7	30.94		"	
	N-6	35.53		"	
	N-5	42.29		"	
	N-4	47.19		"	
	N-3	52.54		"	
	N-2	58.32		"	
	N-1	77.91		17.86	
Dimensiones de columna exteriores, en cm, y área de acero de refuerzo longitudinal, en cm^2 , con $A_s = A'_s$	N-10	60x60	17.48	60x60	17.48
	N-9	"	20.40	"	"
	N-8	"	19.81	"	"
	N-7	"	19.81	"	"
	N-6	"	18.65	"	"
	N-5	"	17.48	"	"
	N-4	75x75	17.48	"	"
	N-3	"	23.31	"	"
	N-2	"	44.29	"	"
	N-1	85x85	181.33	70x70	23.52
Idem. En columnas interiores	N-10	60x60	17.48	60x60	17.48
	N-9	"	27.97	"	"
	N-8	"	36.13	"	"
	N-7	"	45.46	"	"
	N-6	"	47.79	"	"
	N-5	"	53.62	"	"
	N-4	75x75	58.28	65x65	"
	N-3	"	66.44	70x70	"
	N-2	"	87.42	75x75	"
	N-1	85x85	105.52	80x80	23.52

Peso total: $W_T = 811.09$ Ton

Periodo fundamental: $T_1 = 1.84$ Seg

Resistencia del concreto: $f'_c = 200$ kg/cm²

Resistencia del acero: $f_y = 4200$ kg/cm²



* En estos casos se tiene $d' = 3$ cm y $r = 5$ cm para las vigas T y $d' = r = 5$ cm para las rectangulares. Para los demás, $d' = r = 5$ cm tanto en vigas T como rectangulares

TABLA 2. PRINCIPALES DATOS DE DISEÑO PARA EL MODELO K_c-3 , EN ZONA DE TERRENO COMPRESIBLE

Datos		Factores de ductilidad, Q			
		1		6	
Cortante sísmico basal estático, en ton.		141.87		23.64	
Cortante sísmico basal dinámico modal, en ton.		86.78		14.46	
Area de acero, A_s , de refuerzo longitudinal en trabes, en cm^2 , con $A_s = A'_s$	N-10	12.98		12.98	
	N-9	27.80		"	
	N-8	40.71		"	
	N-7	47.19		"	
	N-6	47.19		"	
	N-5	35.53		"	
	N-4	40.71		"	
	N-3	40.71		"	
	N-2	35.53		"	
	N-1	27.80		"	
Dimensiones de columna exteriores, en cm, y área de acero de refuerzo longitudinal, en cm^2 , con $A_s = A'_s$	N-10				
	N-9				
	N-8				
	N-7				
	N-6				
	N-5	70x70	36.66	70x70	23.52
	N-4	75x75	25.57	75x75	25.57
	N-3	"	27.72	"	27.72
	N-2	80x80	36.77	80x80	29.95
	N-1	"	87.04	"	30.71
Idem. En columnas interiores	N-10	45x45	23.60	45x45	9.72
	N-9	55x55	34.56	55x55	13.48
	N-8	60x60	36.06	60x60	16.70
	N-7	65x65	27.85	65x65	19.66
	N-6	70x70	56.68	70x70	21.54
	N-5	"	23.52	"	23.52
	N-4	75x75	25.88	75x75	25.57
	N-3	"	27.72	"	27.72
	N-2	80x80	44.45	80x80	29.95
	N-1	"	83.93	"	30.72

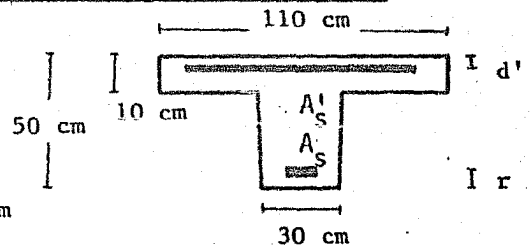
Peso total: $W_T = 591.05$ Ton

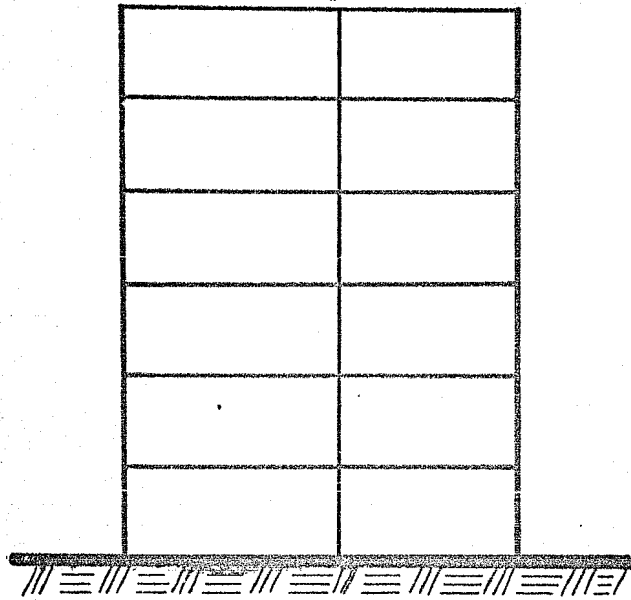
Periodo fundamental: $T_1 = 1.17$ Seg

Resistencia del concreto: $f'_c = 200$ kg/cm²

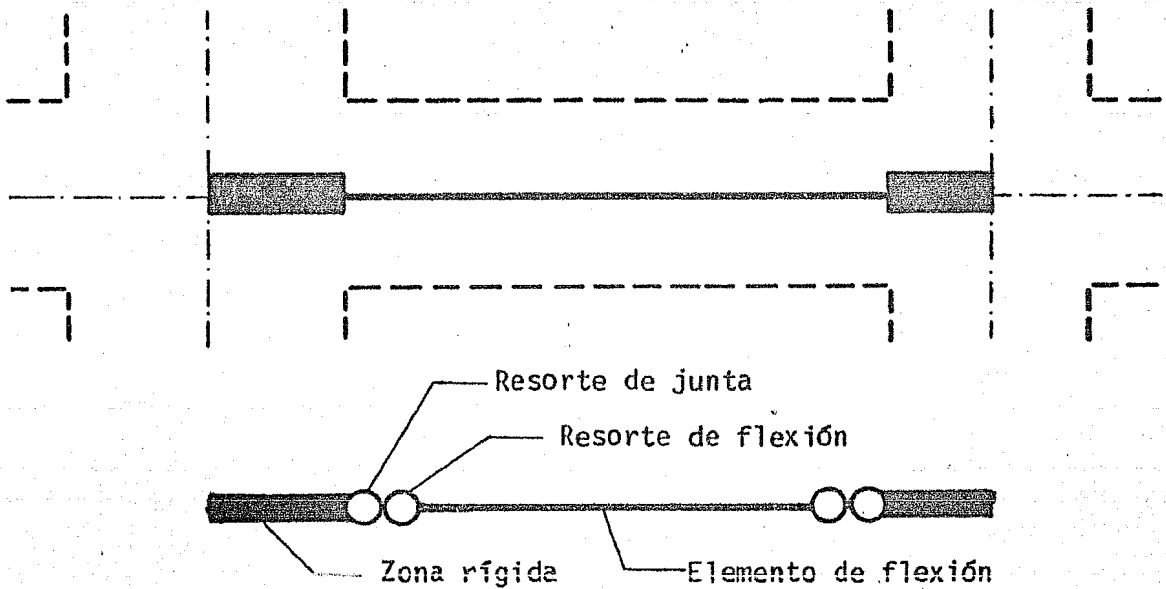
Resistencia del acero: $f_y = 4200$ kg/cm²

* En estos casos se tiene $d' = 3$ cm y $r = 5$ cm para las vigas T y $d' = r = 5$ cm para las rectangulares. Para los demás, $d'_c = r = 5$ cm tanto en vigas T como rectangulares



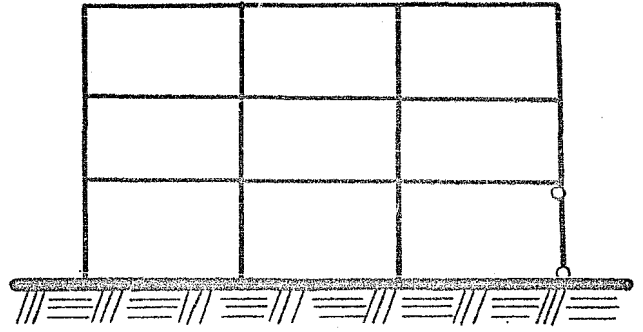
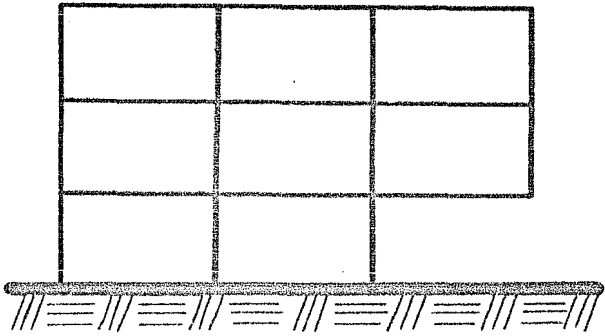


a) Marco idealizado

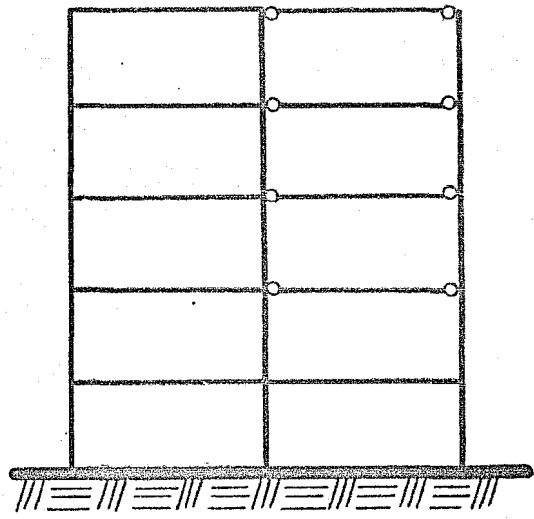
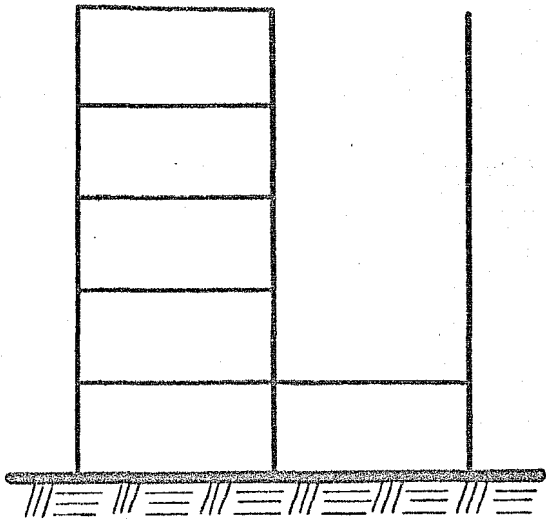


b) Miembro idealizado

Fig 2.1 Idealización de marco y miembro



a) Columna irregular



b) Vigas irregulares

Fig 3.1 Marcos irregulares

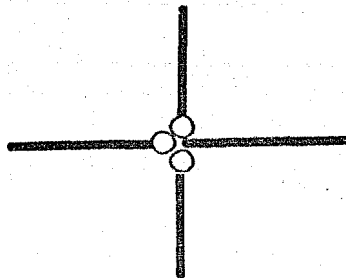
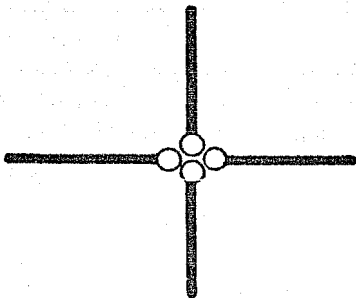
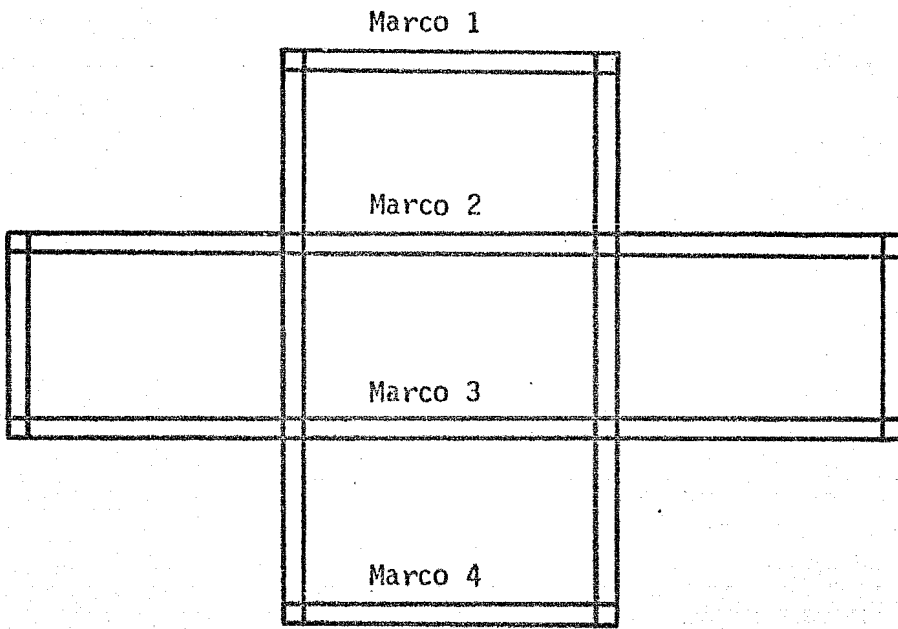
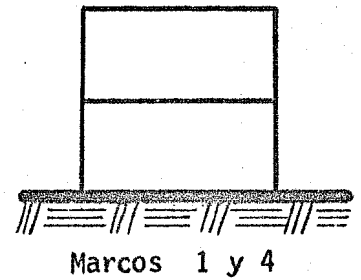
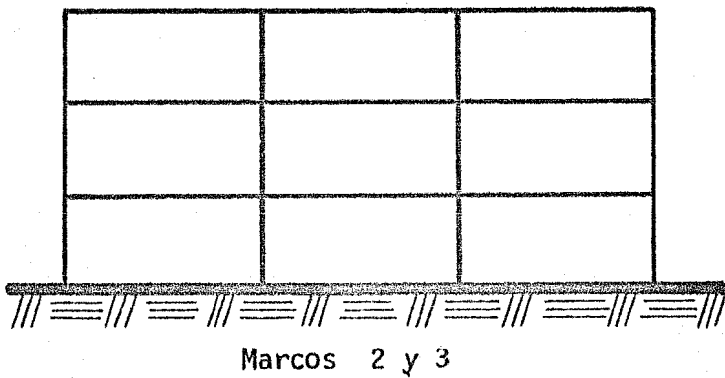


Fig 3.2 Junta articulada

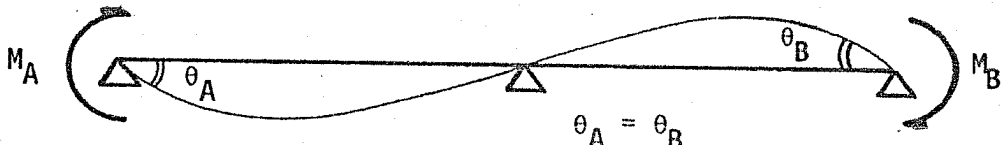


a) Planta



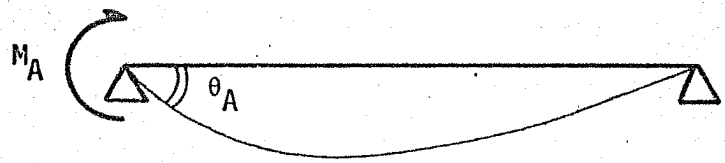
b) Elevación

Fig 3.3 Estructura típica

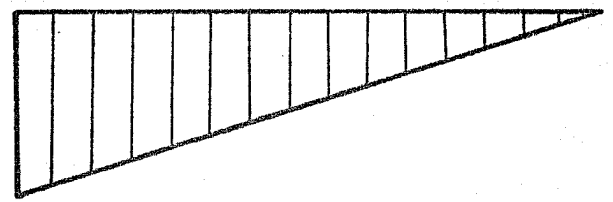


$$\theta_A = \theta_B$$
$$M_A = M_B$$

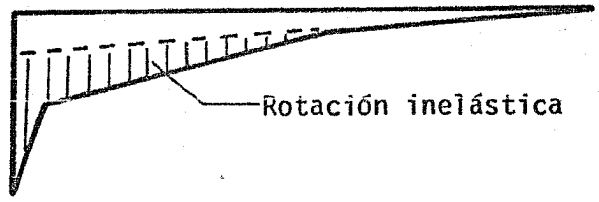
a) Miembro flexible original



b) Mitad del miembro flexible

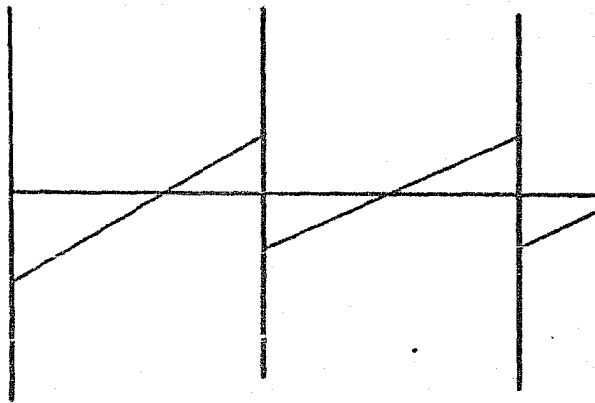


c) Distribución de momento

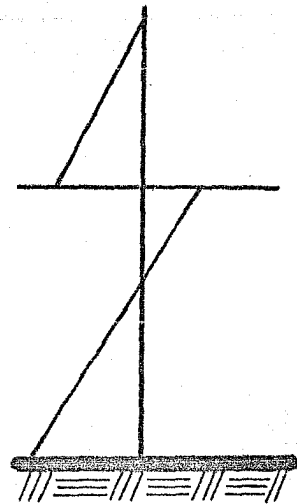


d) Distribución de curvatura

Fig 4.1 Relación momento-rotación de un resorte de flexión



a) Viga exterior



b) Columna del primer piso

Fig 4.2 Distribución de momentos en los miembros

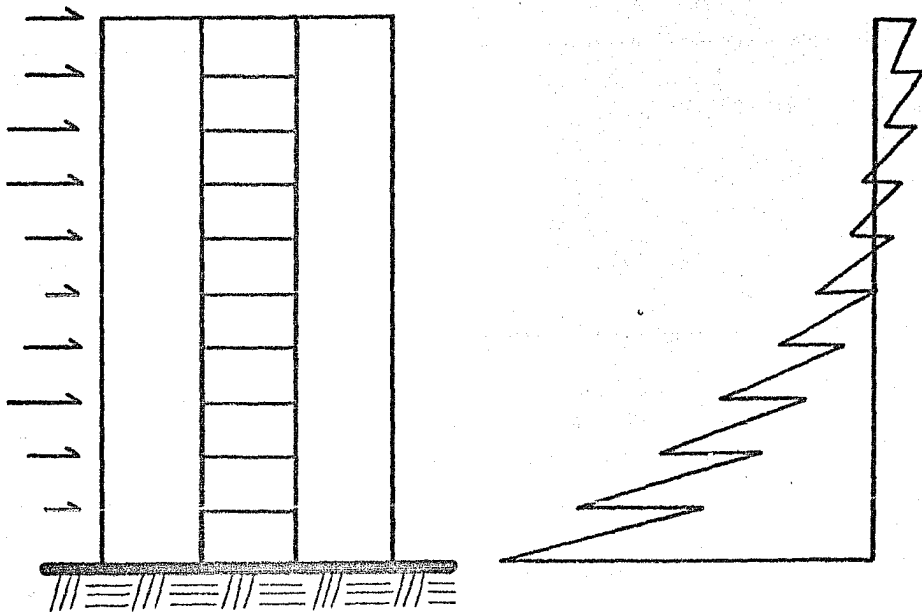


Fig 4.3 Distribución de momento en muros de cortante

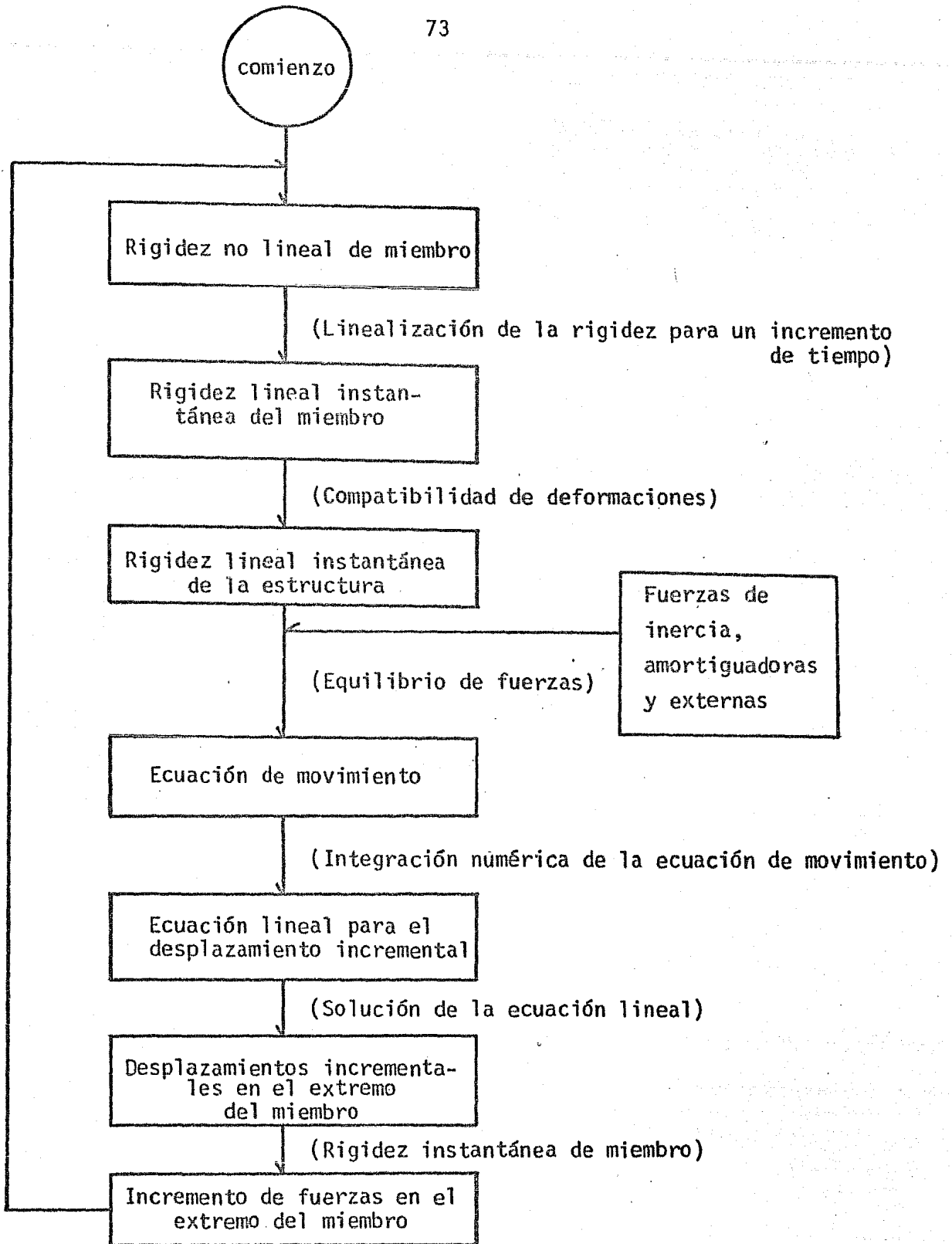


Fig 5.1 Diagrama de flujo del análisis estructural no lineal

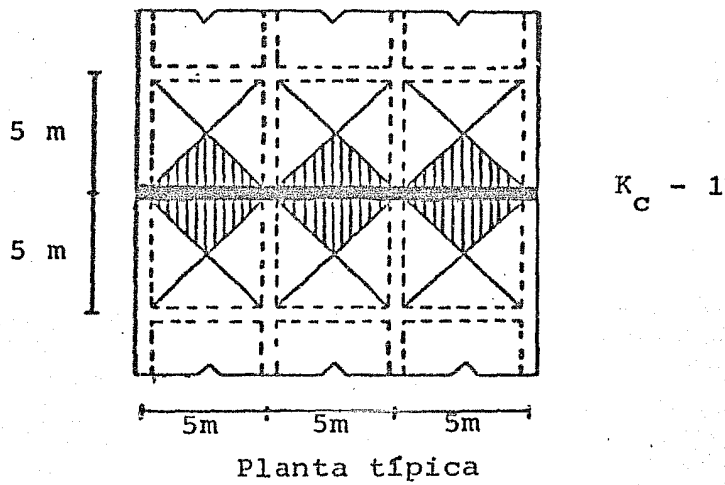
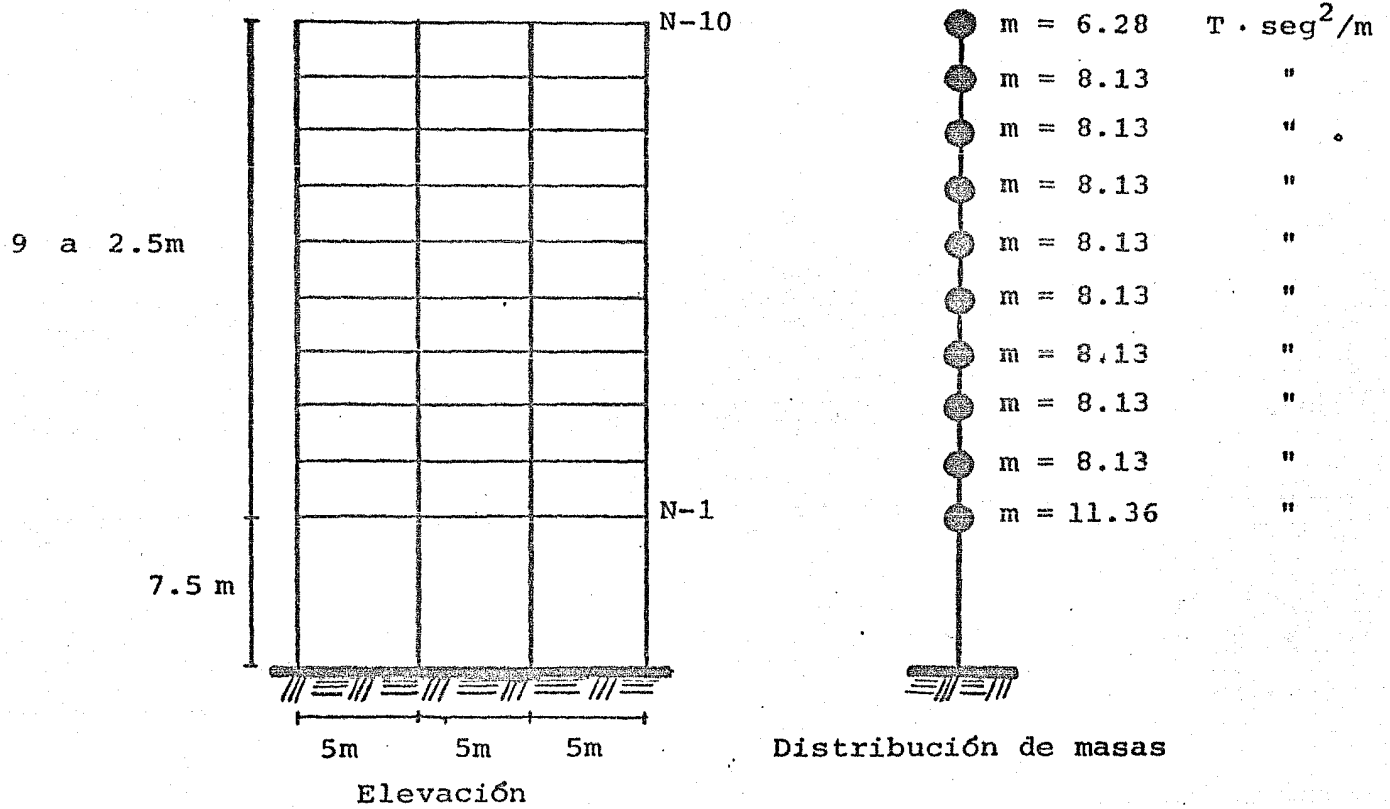


Fig 6.1 Marco rígido con primer entrepiso flexible.
Modelo $K_C - 1$

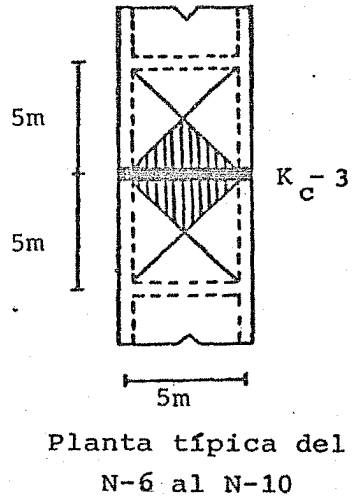
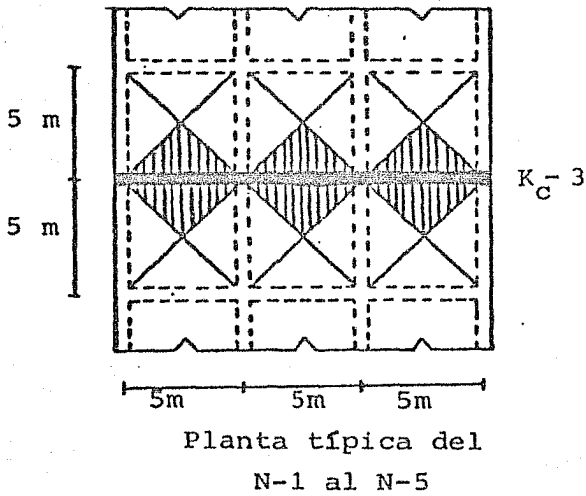
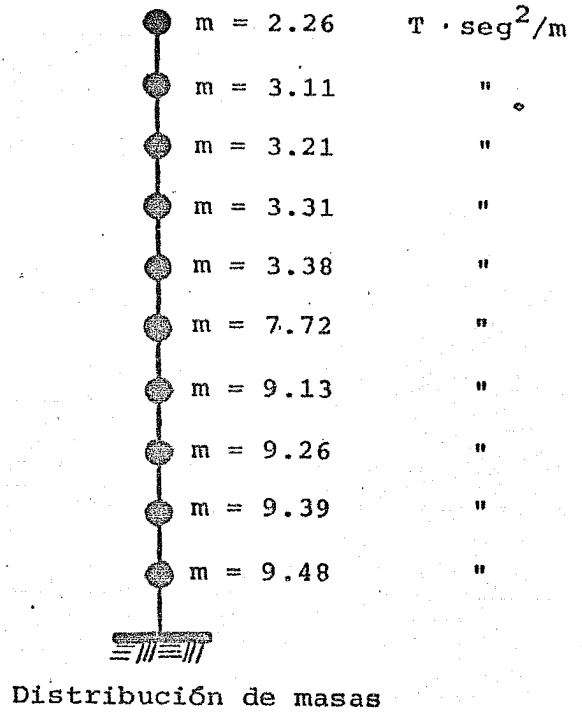
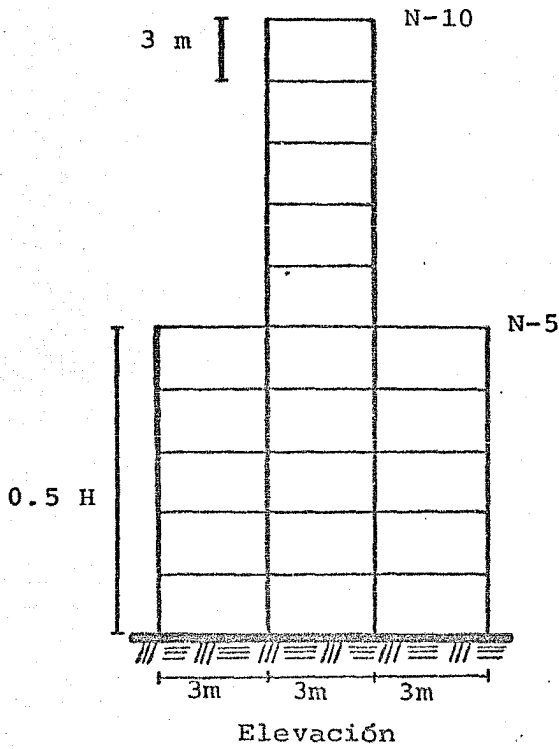
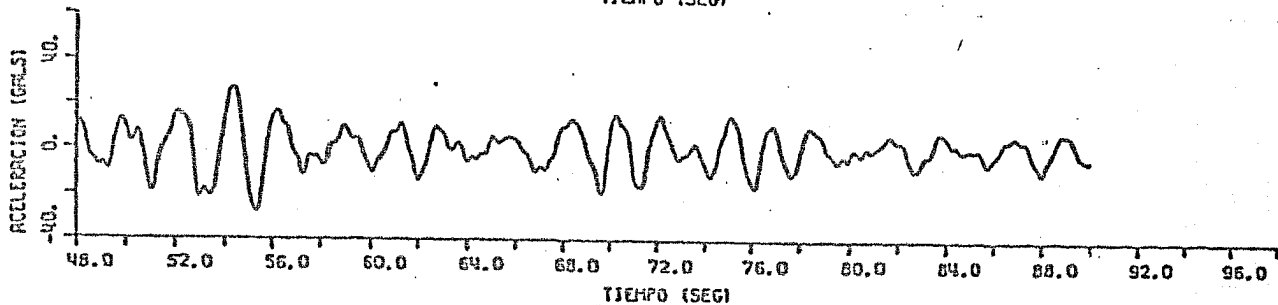
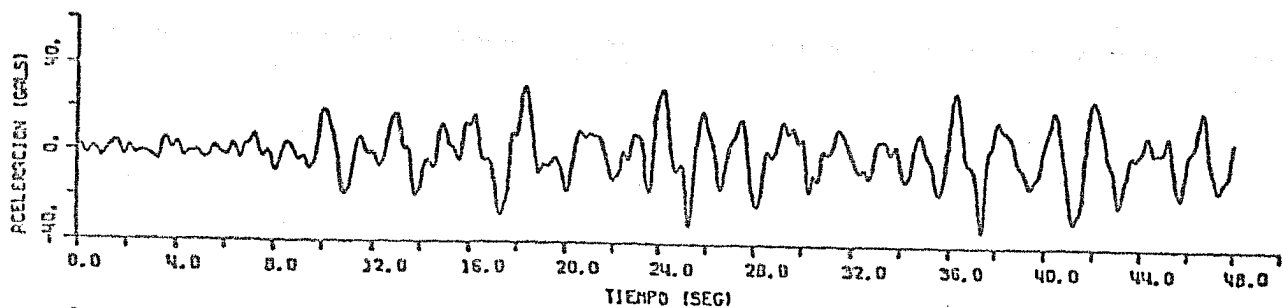
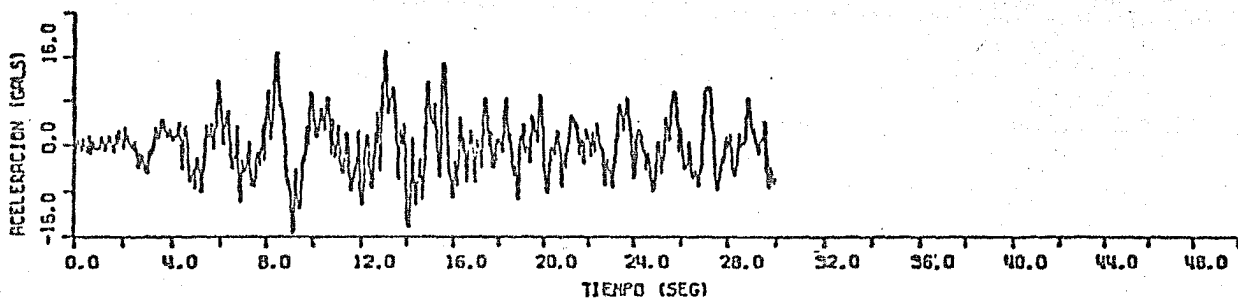


Fig 6.2 Marco rígido con reducción brusca en planta para pisos superiores. Modelo $K_c - 3$



a) Movimiento del terreno. SAHOP, 14 de marzo de 1979.
Componente NOOE



b) Movimiento del terreno. SAHOP, 24 de octubre de 1980.
Componente N90W

Fig 6.3

SISMO DEL 24/OCT/80 SAHOP COMPONENTE N90W

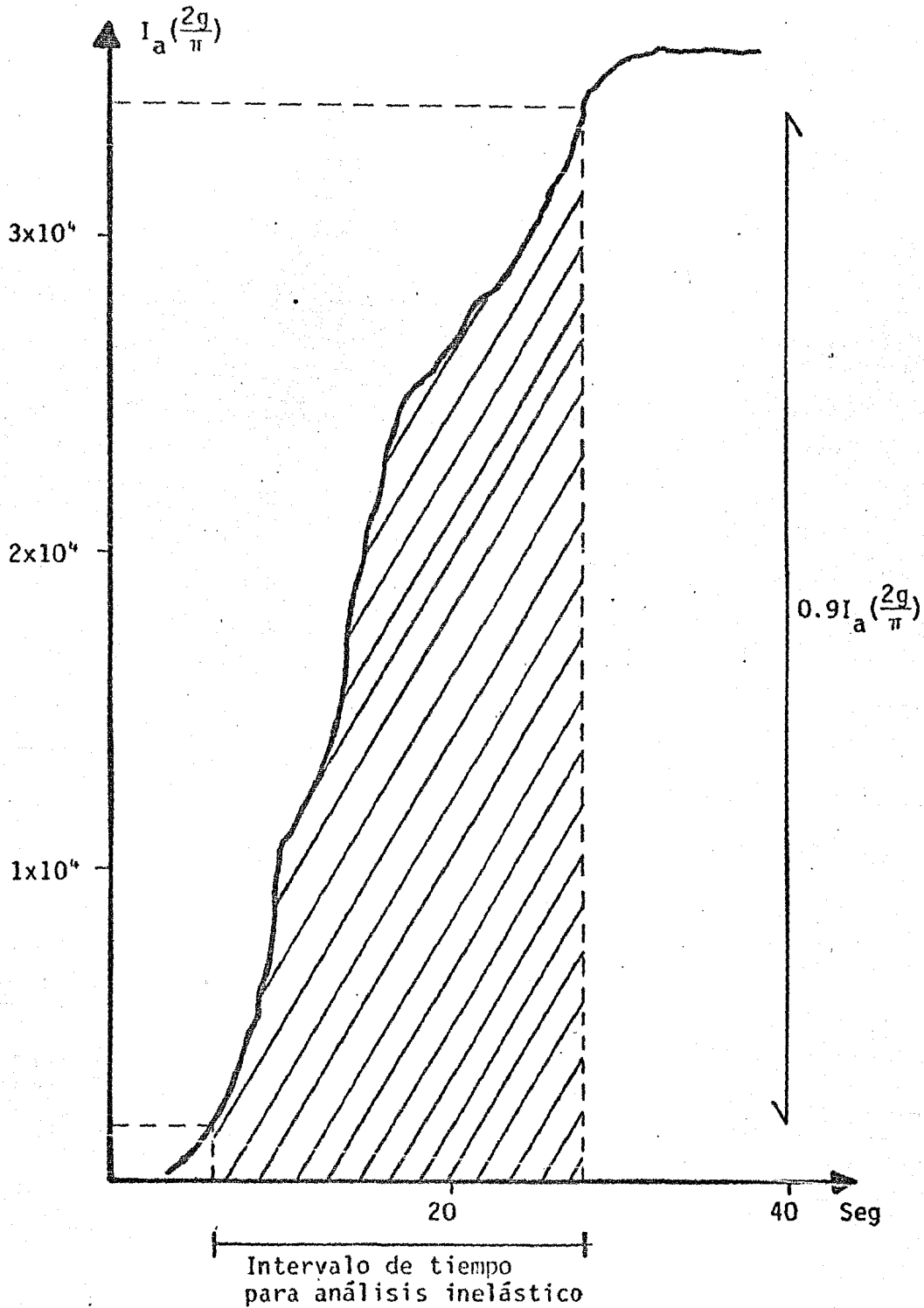


Fig 6.4 Obtención de la duración del acelerograma para análisis inelástico

SISMO DEL 14/MAR/79 SAHOP COMPONENTE NOOE

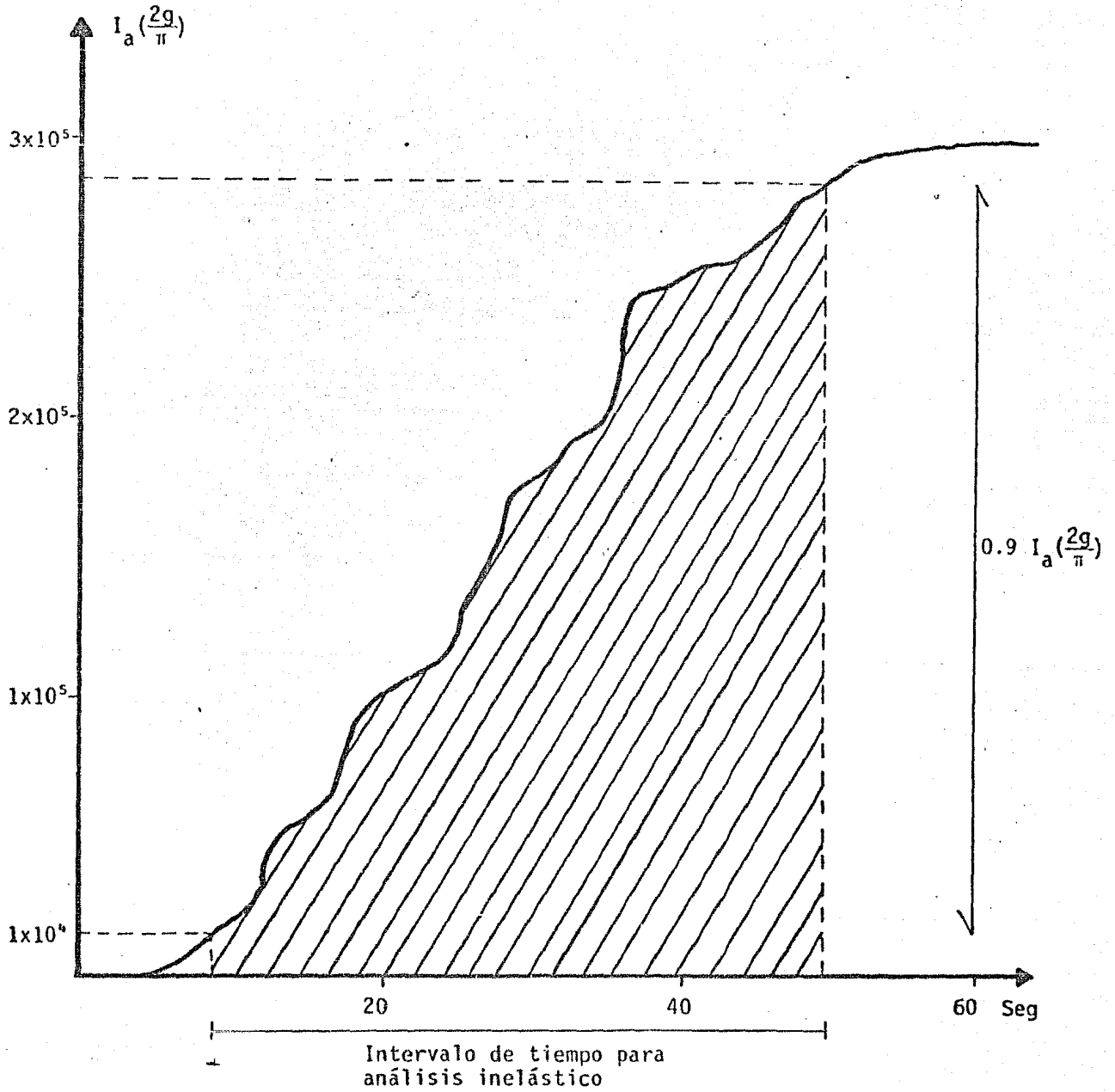


Fig 6.5 Obtención de la duración del acelerograma para análisis inelástico

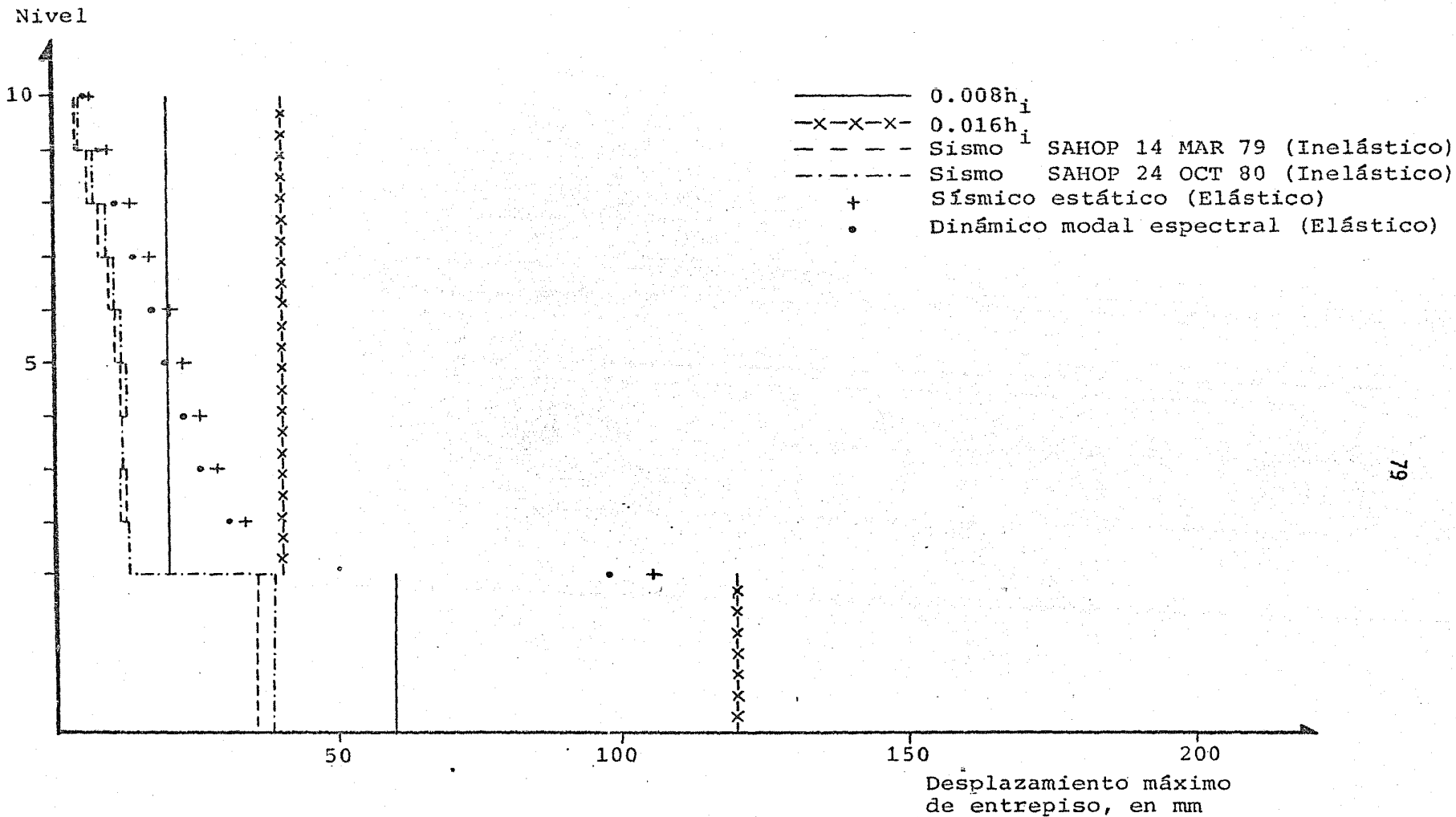


Fig 6.6 Desplazamiento máximo de entrepiso, para el modelo K_c-1 diseñado con $\Omega = 1$ en terreno compresible

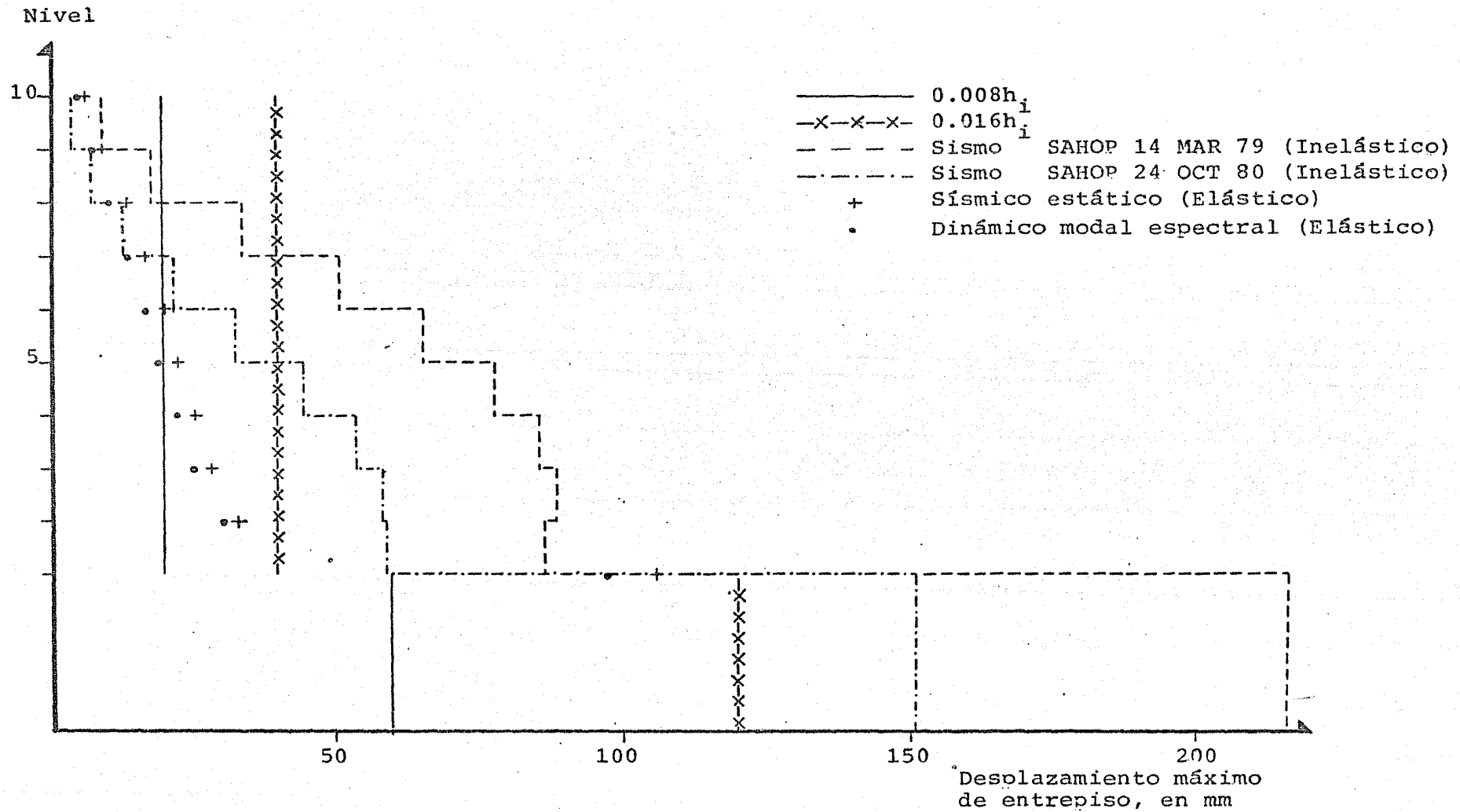


Fig 6.7 Desplazamiento máximo de entrepiso, para el modelo K_c-1 diseñado con $Q = 6$ en terreno compresible

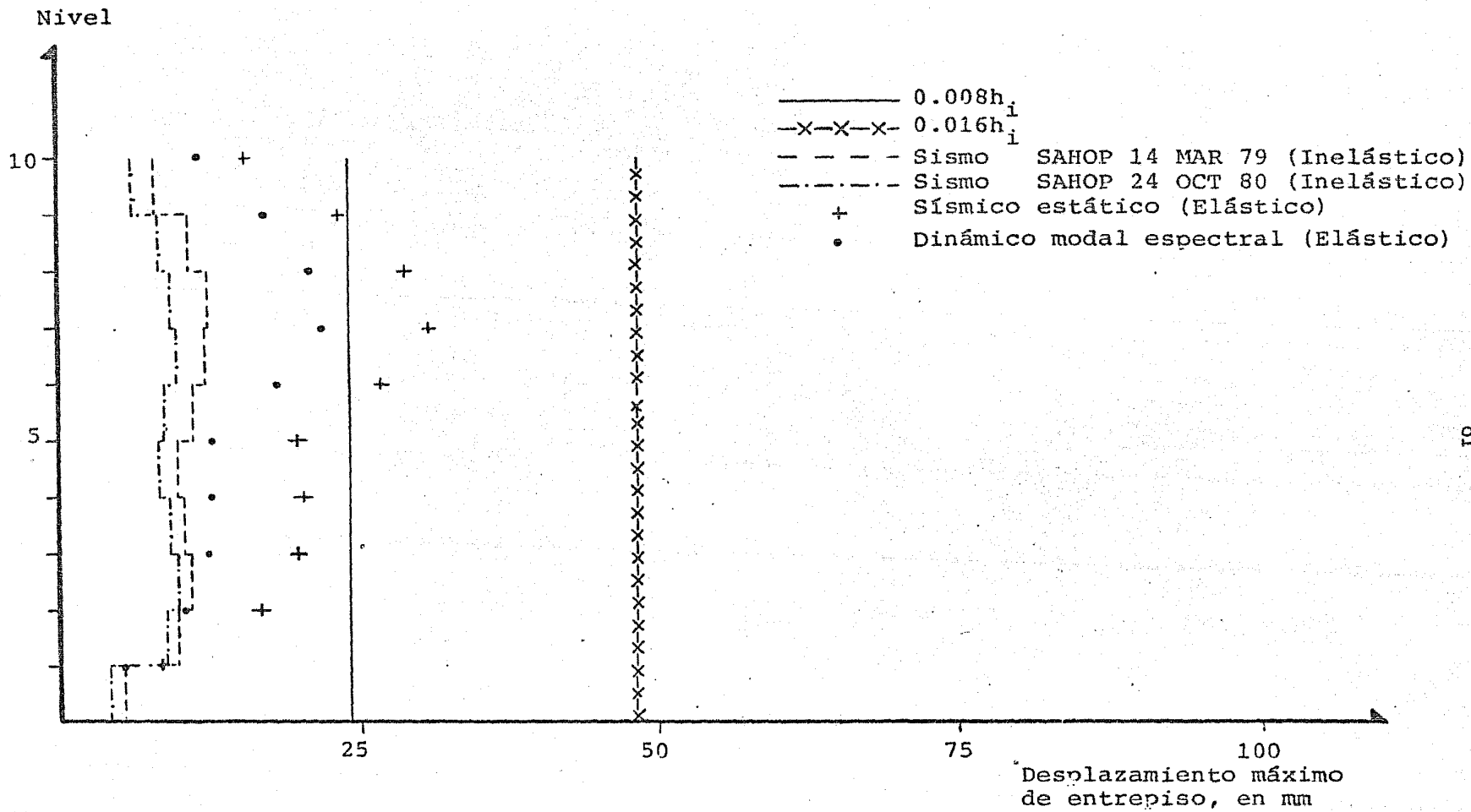


Fig 6.8 Desplazamiento máximo de entrepiso, para el modelo K_c-3 diseñado con $\Omega = 1$ en terreno compresible

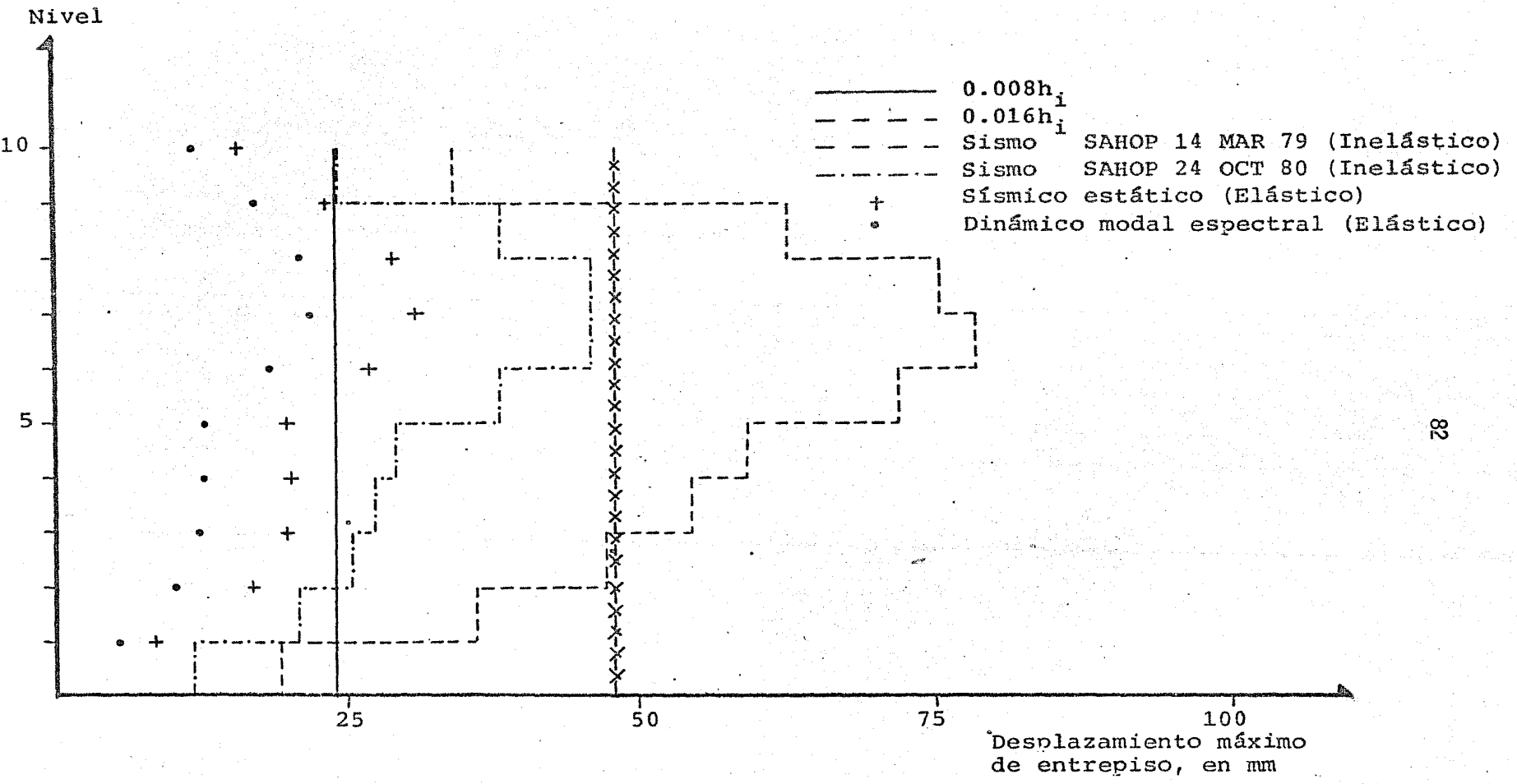


Fig 6.9 Desplazamiento máximo de entrepiso, para el modelo K_c-3 diseñado con $Q = 6$ en terreno compresible

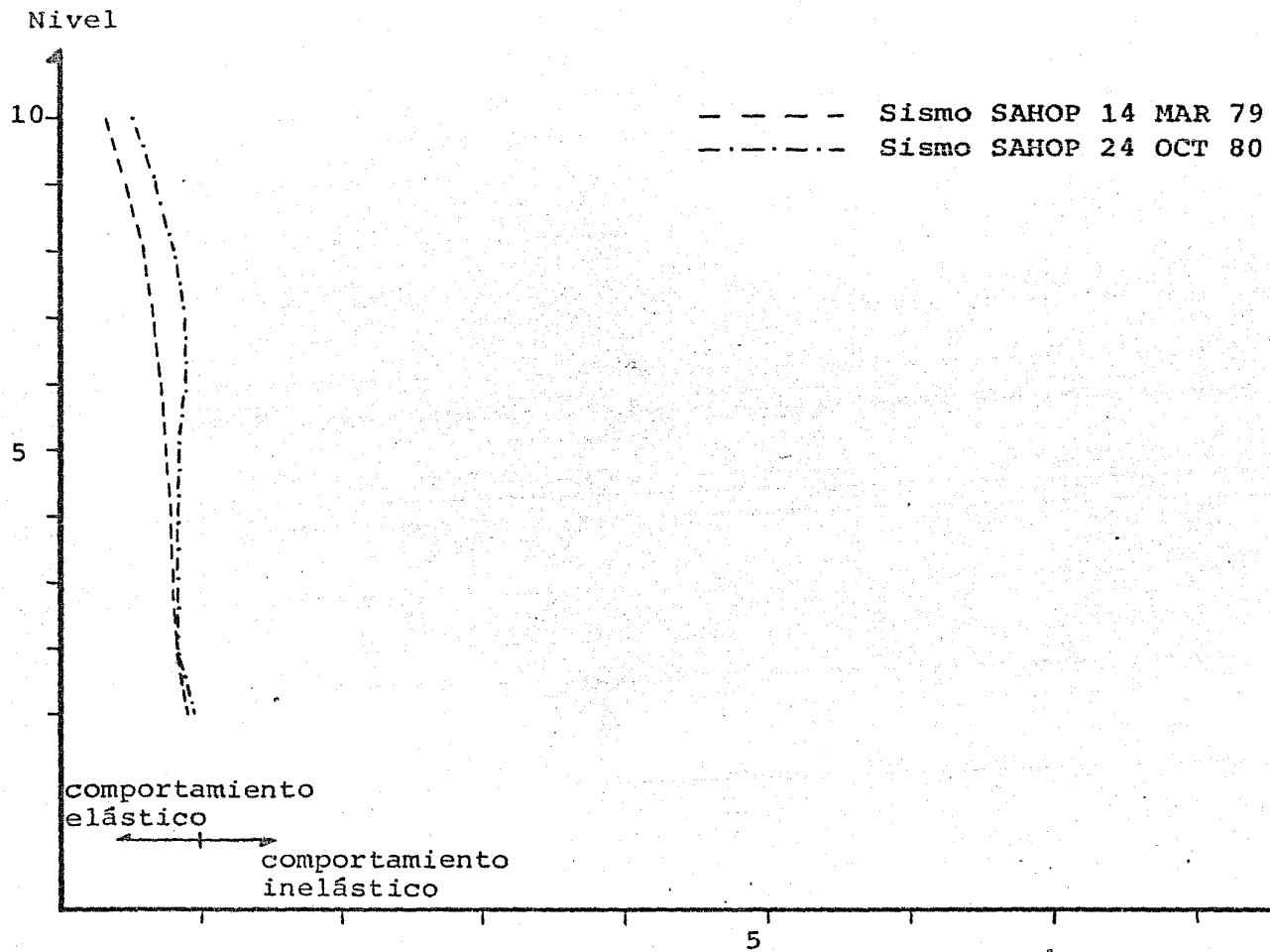


Fig 6.10 Demandas de ductilidad en trabes, para el modelo K_c-1 diseñado con $Q = 1$ en terreno compresible

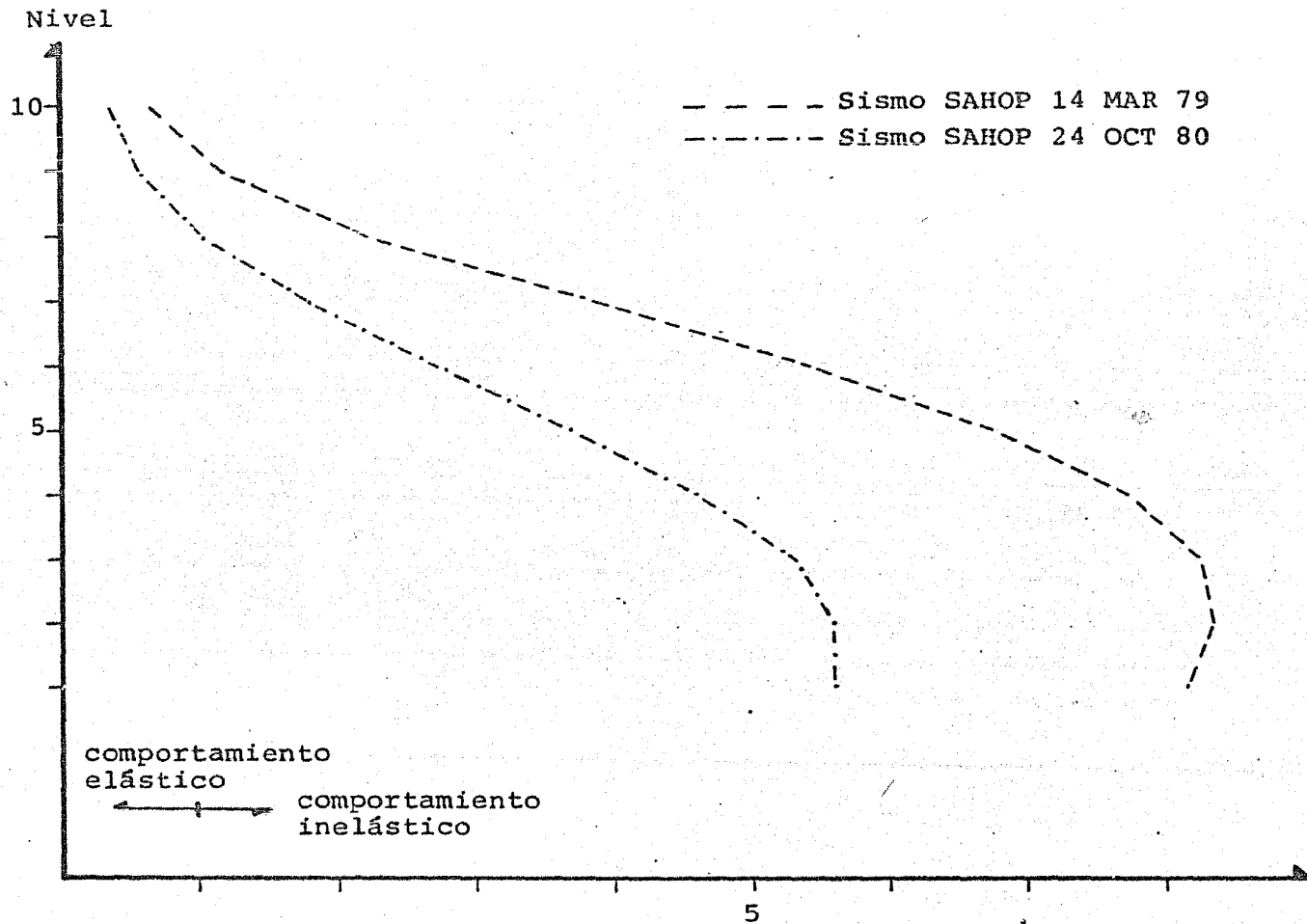


Fig 6.11 Demandas de ductilidad en trabes, para el modelo K_c-1 diseñado con $Q = 6$ en terreno compresible

Nivel

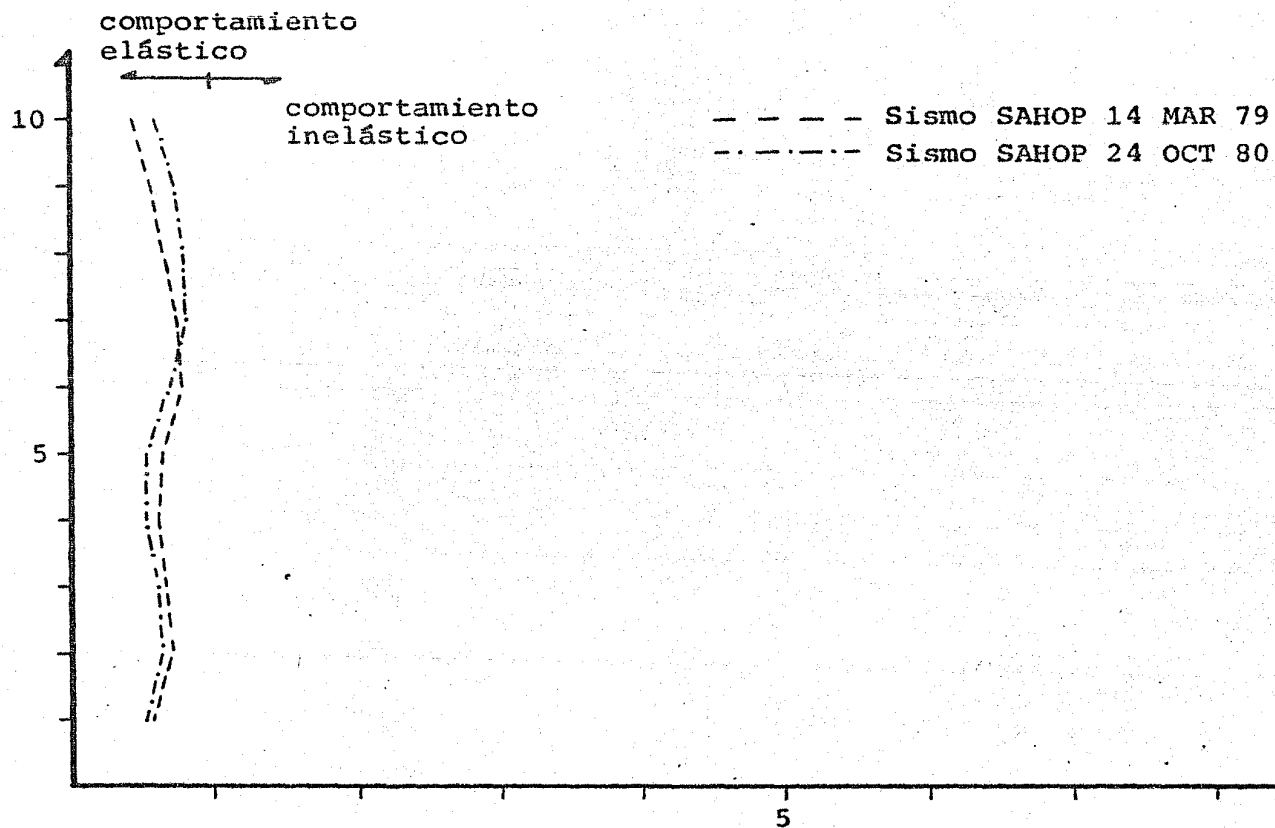


Fig 6.12 Demandas de ductilidad en trabes, para el modelo K_c-3 diseñado con $Q = 1$ en terreno compresible

Nivel

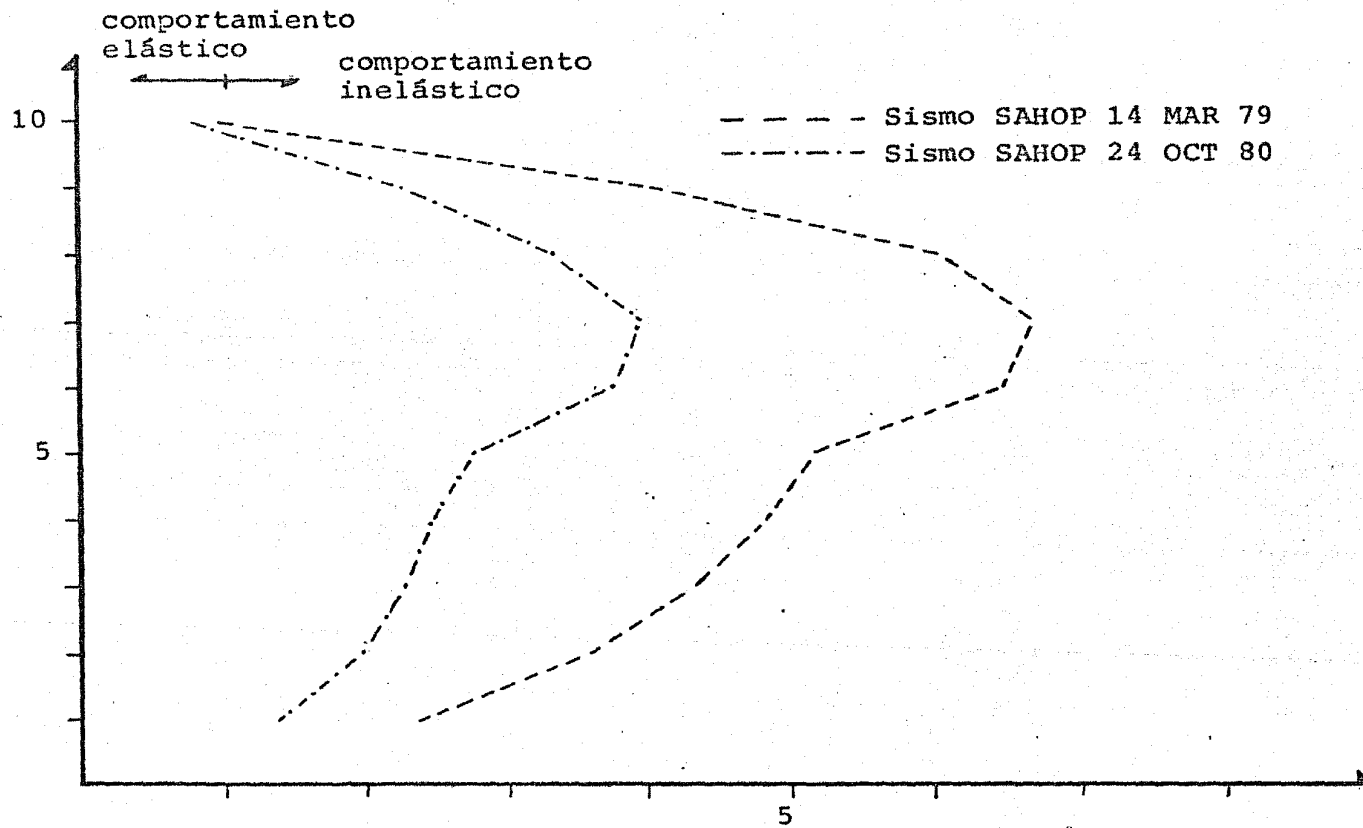


Fig 6.13 Demandas de ductilidad en traves, para el modelo K_c-3 diseñado con $Q = 6$ en terreno compresible

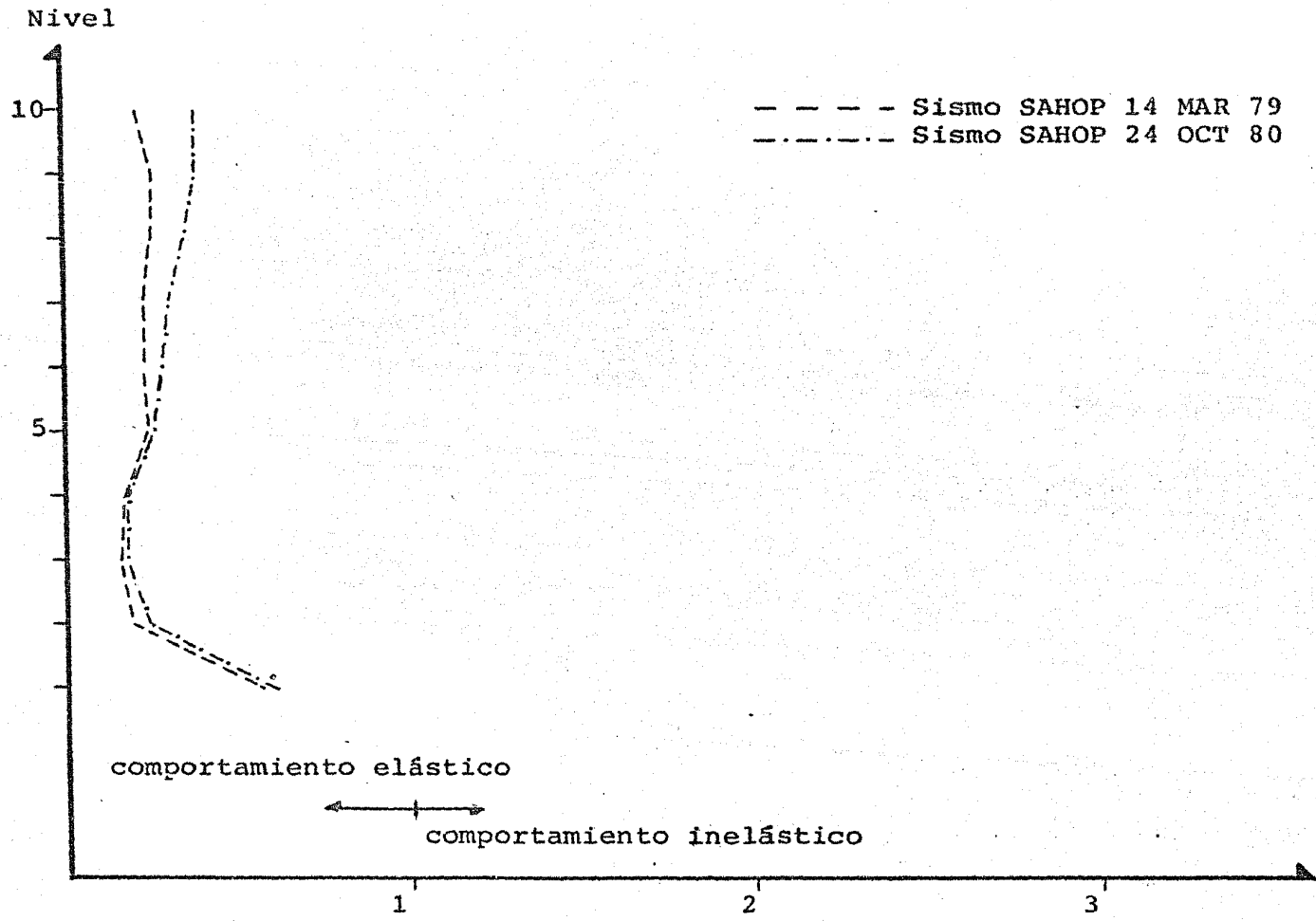


Fig 6.14 Demandas de ductilidad en columnas, para el modelo K_c-1 diseñado con $Q = 1$ en terreno compresible

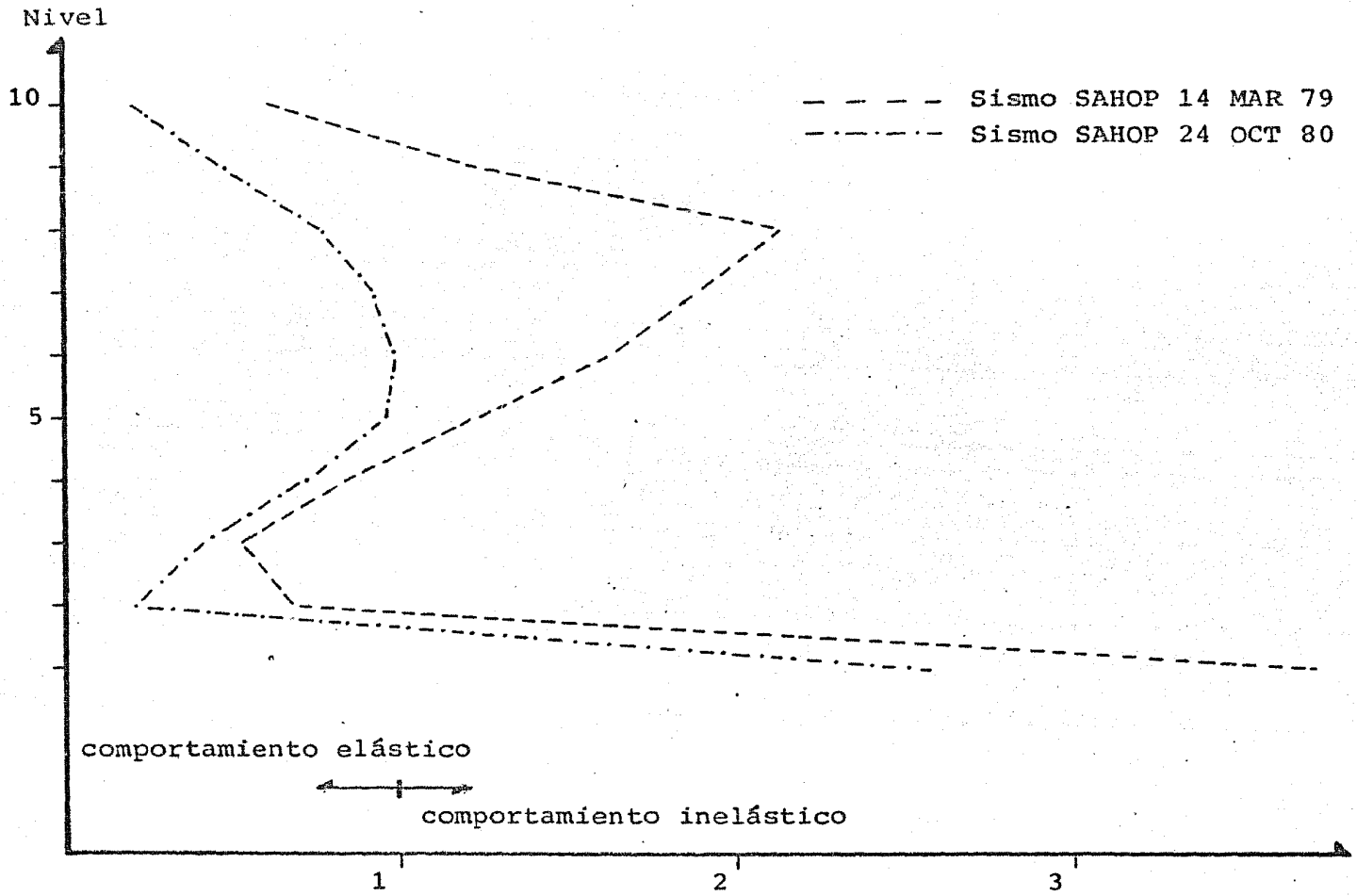


Fig 6.15 Demandas de ductilidad en columnas, para el modelo K_c-1 diseñado con $Q = 6$ en terreno compresible

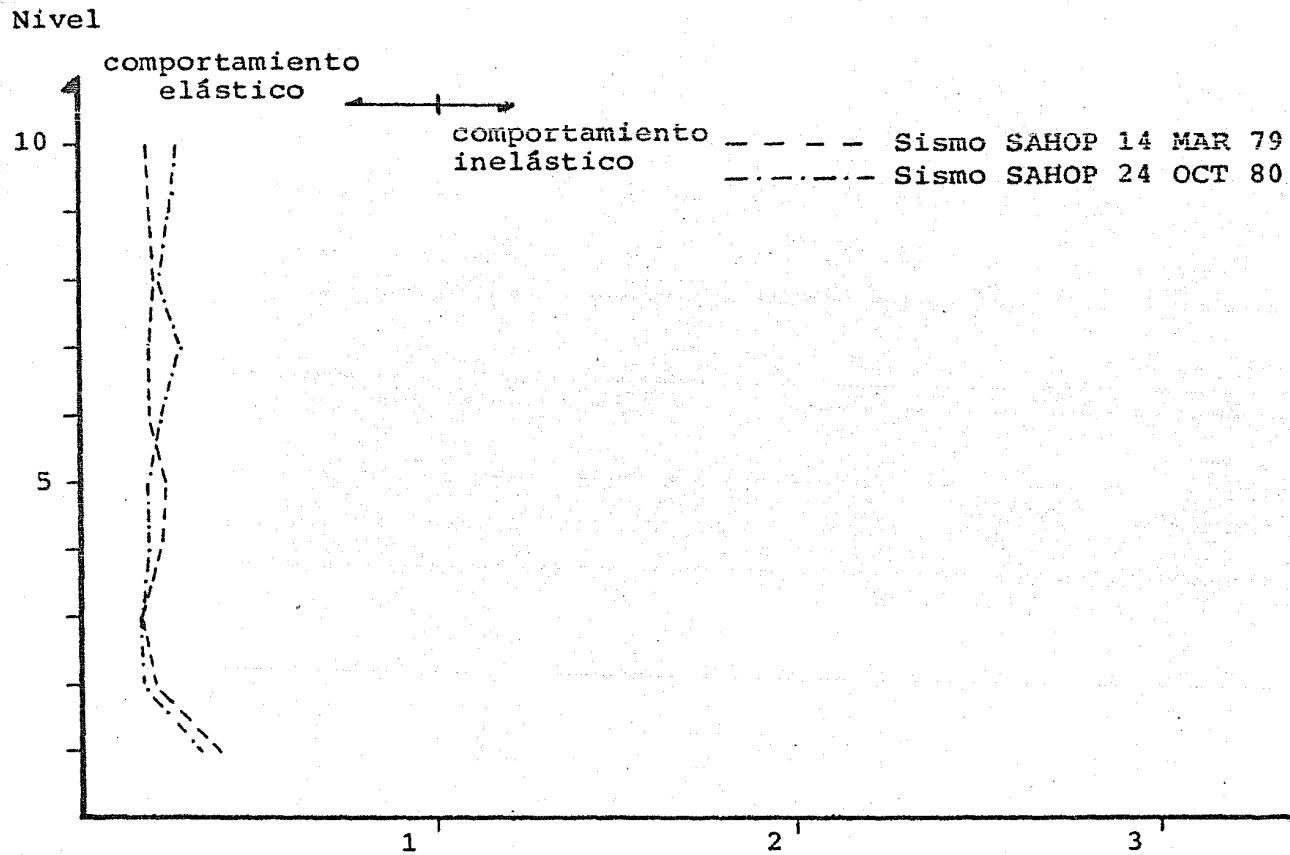
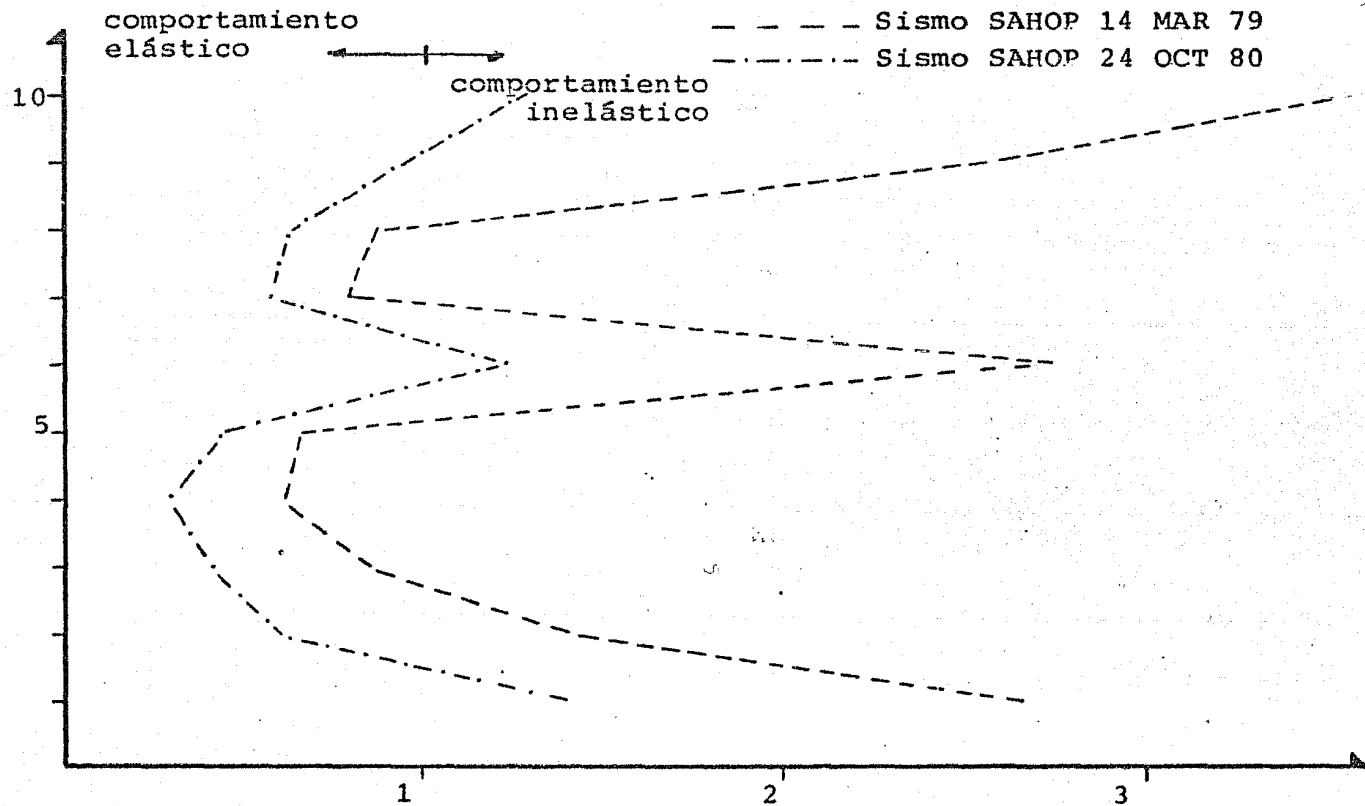


Fig 6.16 Demandas de ductilidad en columnas, para el modelo K_c-3 diseñado con $Q = 1$ en terreno compresible

Nivel



06

Fig 6.17 Demandas de ductilidad en columnas, para el modelo K_c-3 diseñado con $Q = 6$ en terreno compresible

Nivel

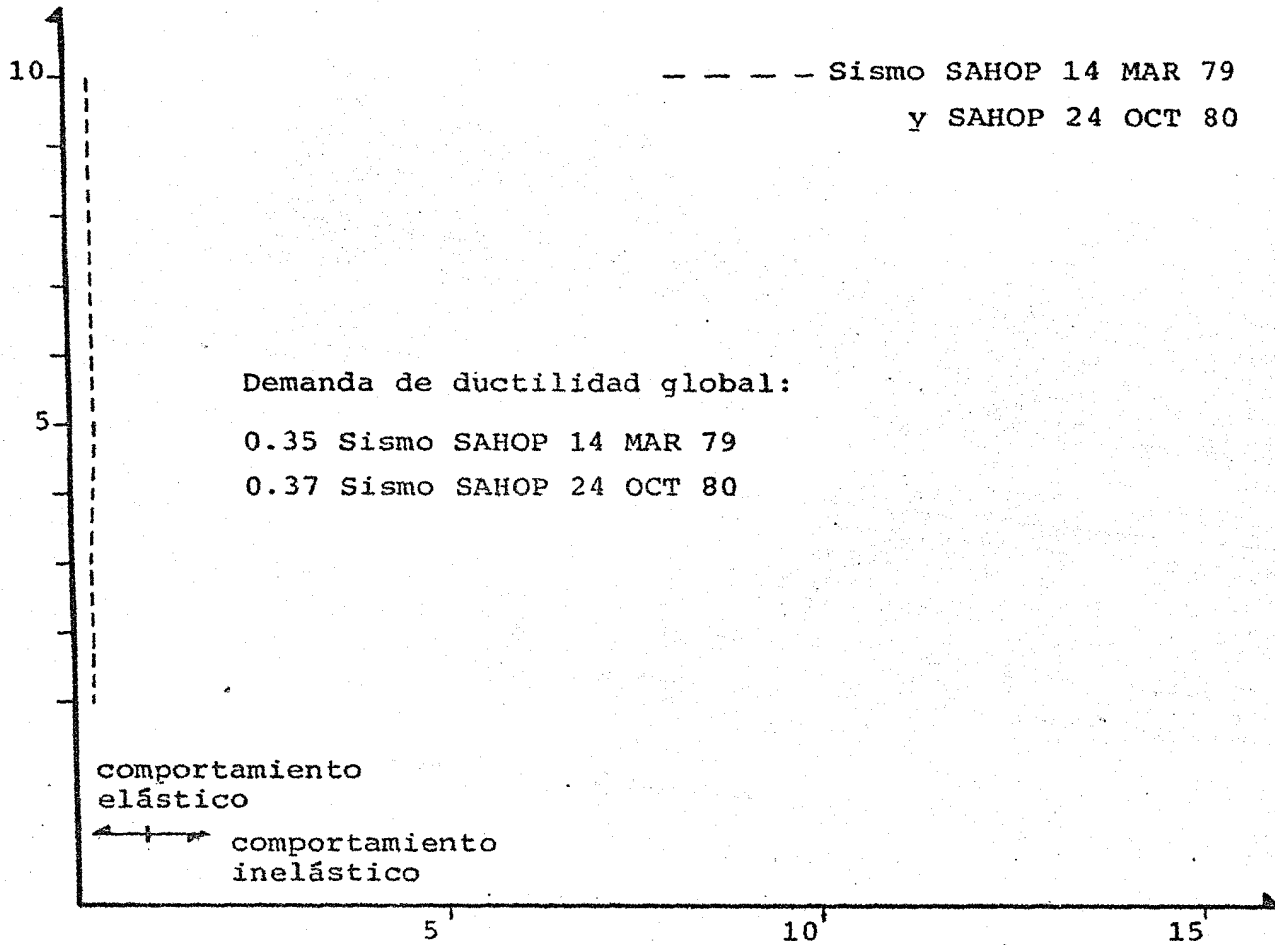


Fig 6.18 Demandas de ductilidad de entrepiso, para el modelo K_c-1 diseñado con $Q = 1$ en terreno compresible

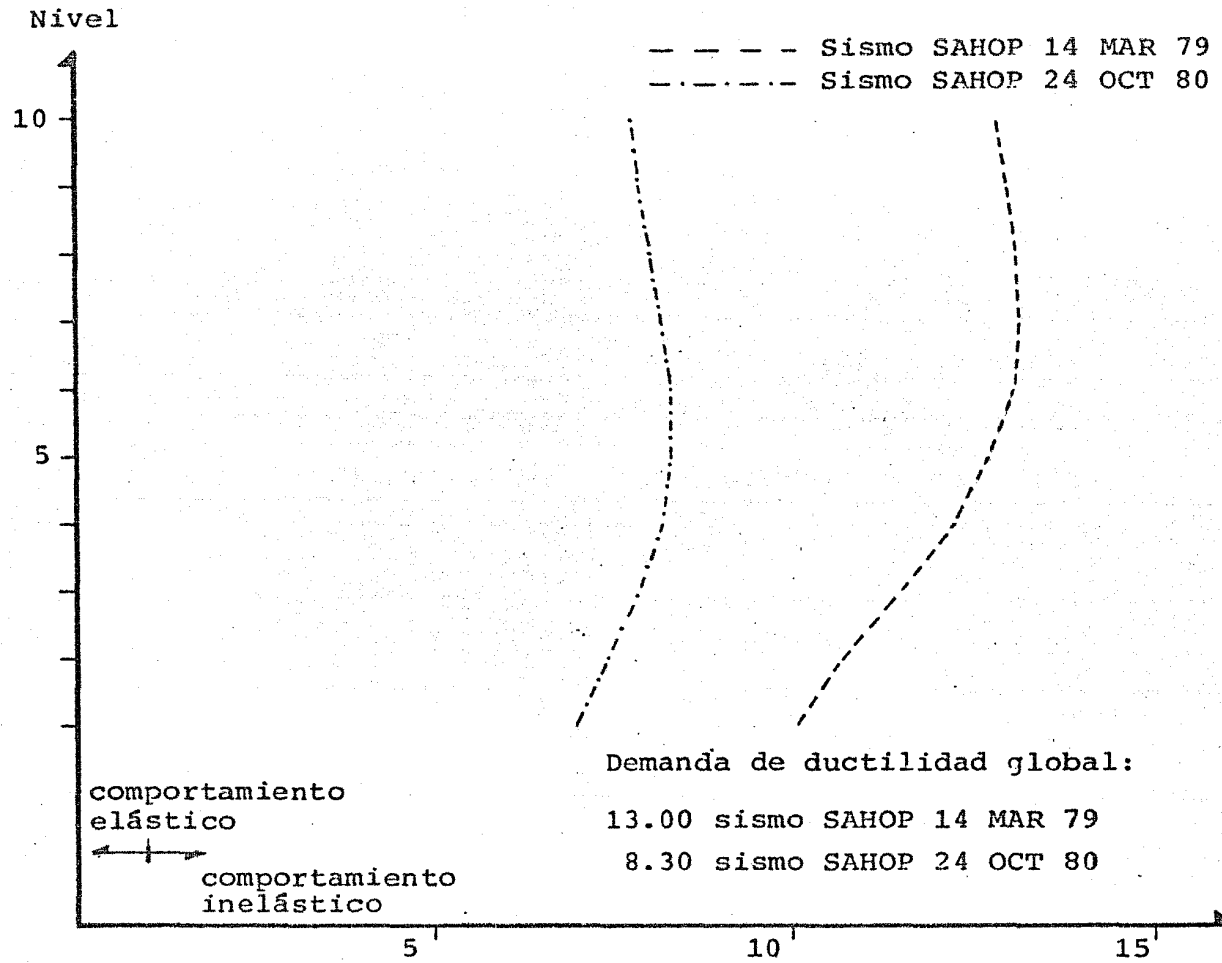


Fig 6.19 Demandas de ductilidad de entrepiso, para el modelo K_c-1 diseñado con $Q = 6$ en terreno compresible

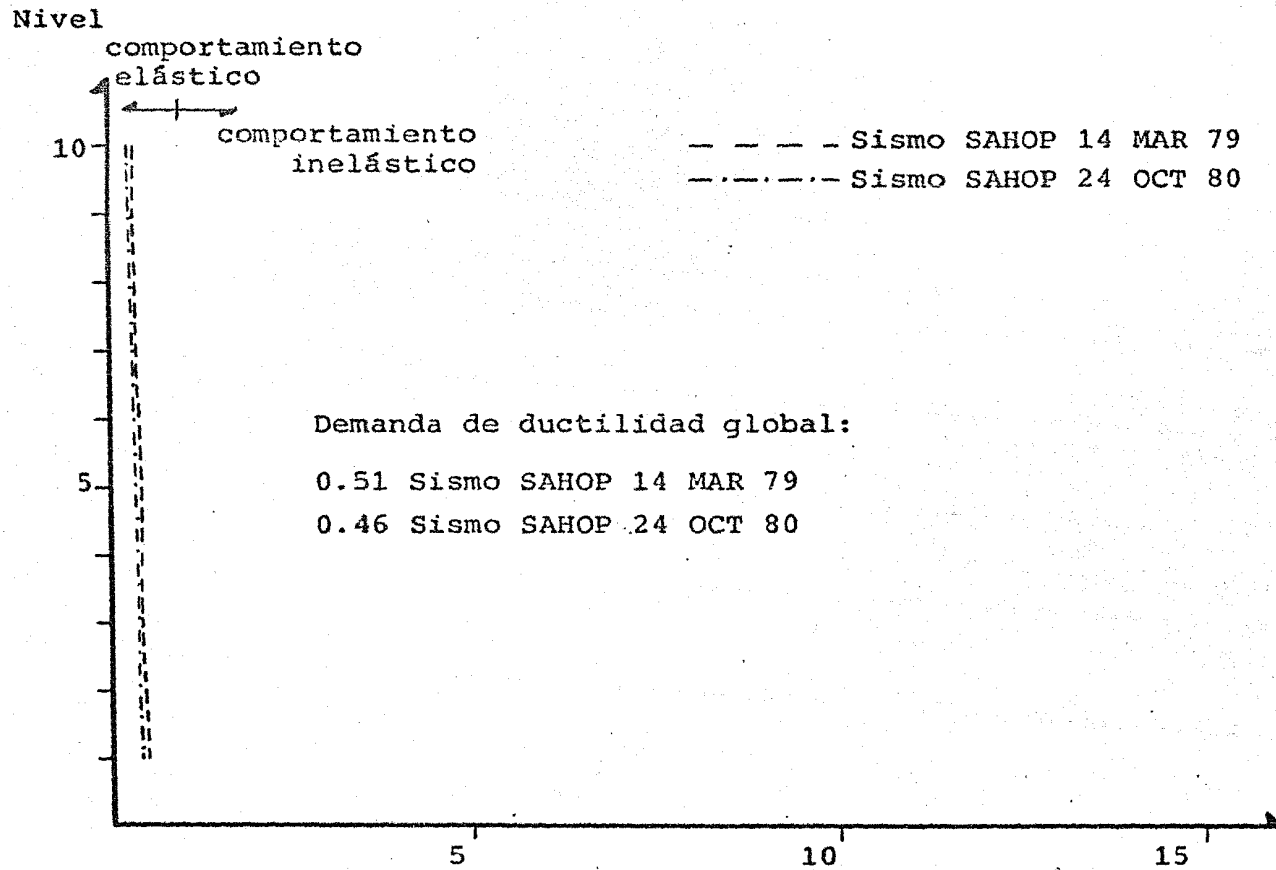


Fig 6.20 Demandas de ductilidad de entrepiso, para el modelo K_c-3 diseñado con $Q = 1$ en terreno compresible

Nivel

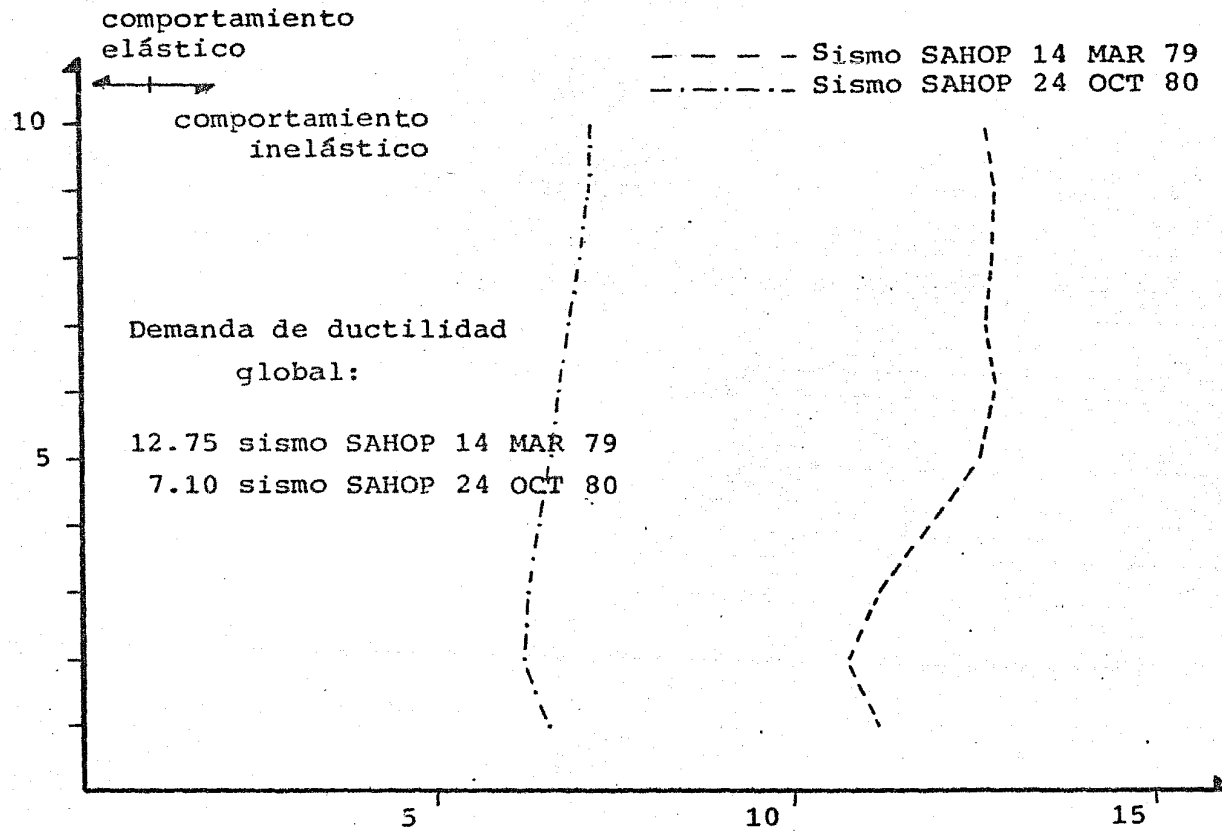
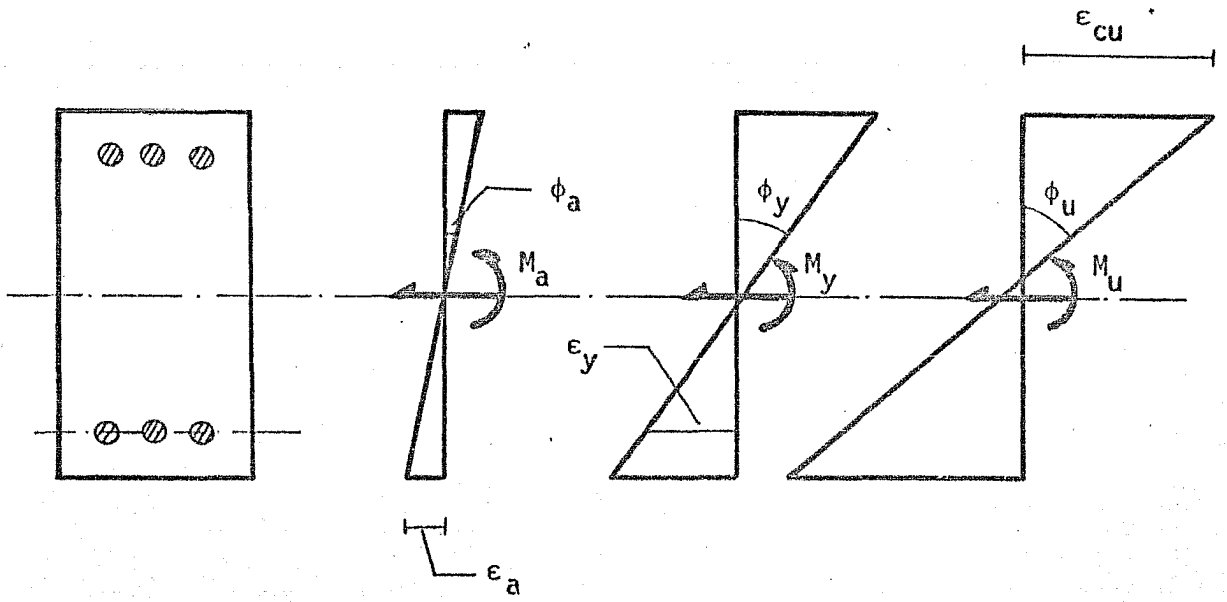
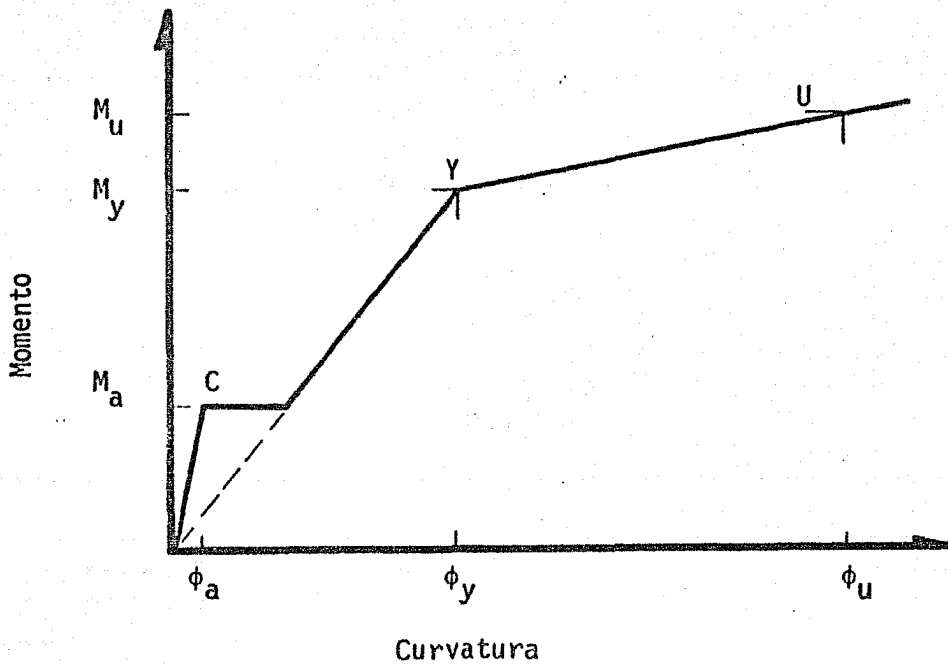


Fig 6.21 Demandas de ductilidad de entrepiso, para el modelo K_c-3 diseñado con $Q = 6$ en terreno compresible



a) Propiedades de flexión



b) Diagrama momento-curvatura idealizado

Fig A.1 Propiedades del elemento de flexión

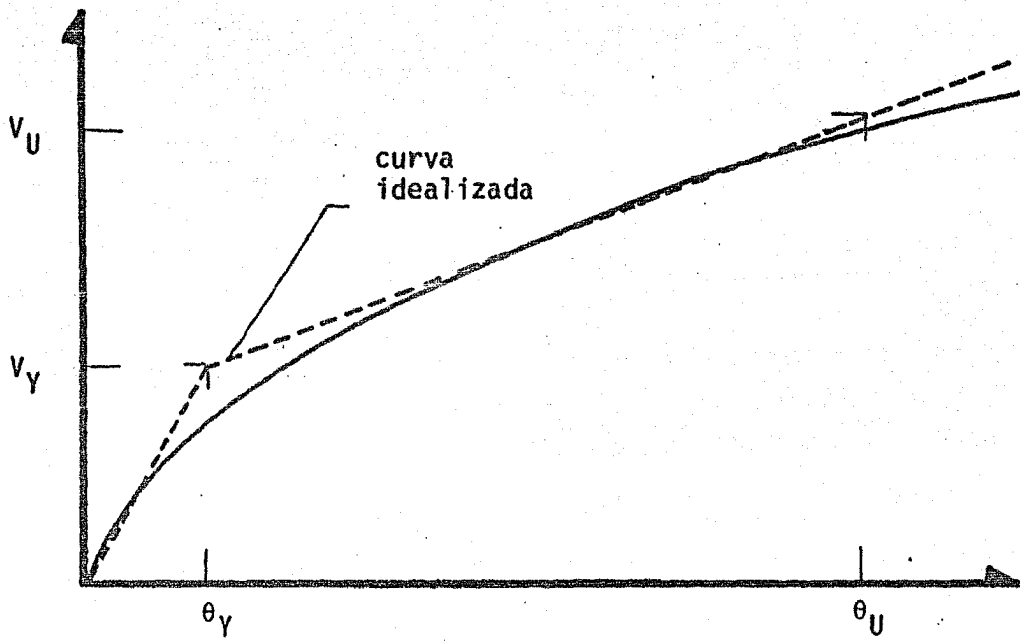


Fig A.2 Relación momento-rotación para un resorte de junta

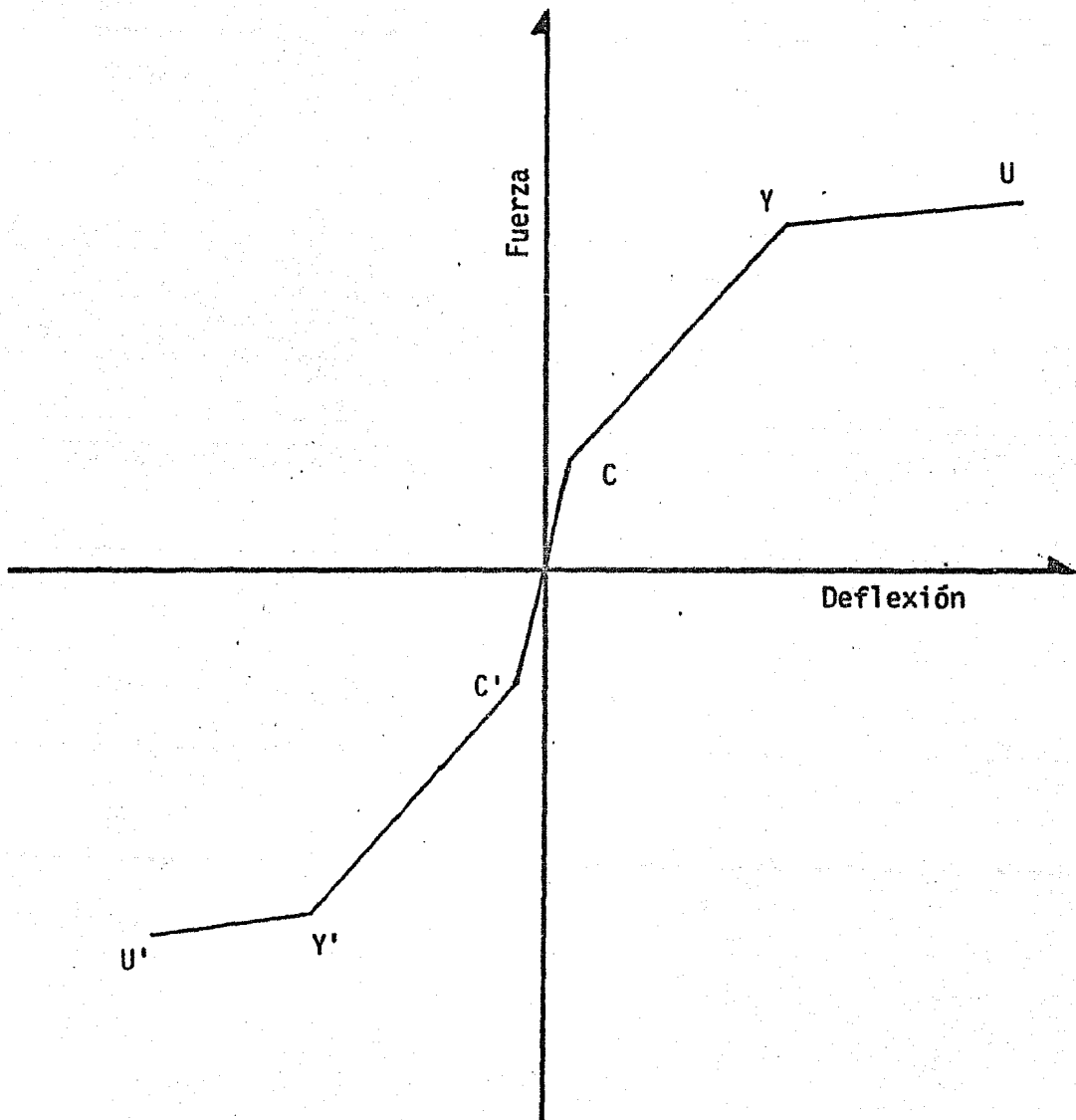


Fig B.1 Curva primaria

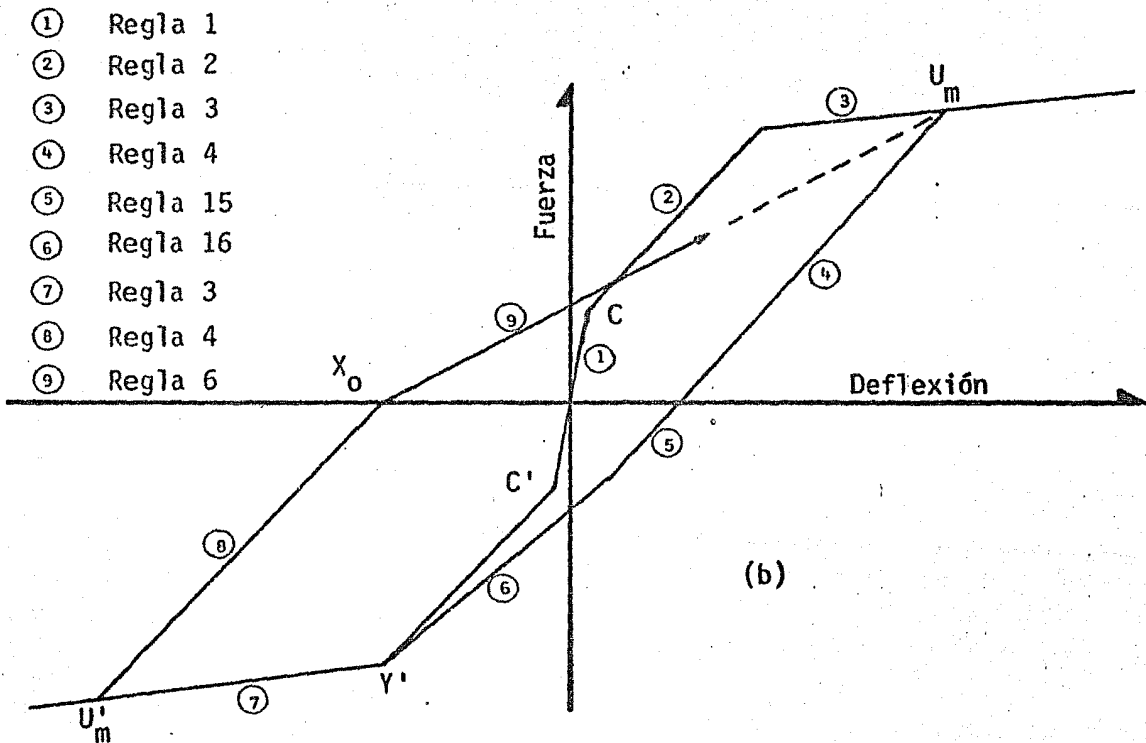
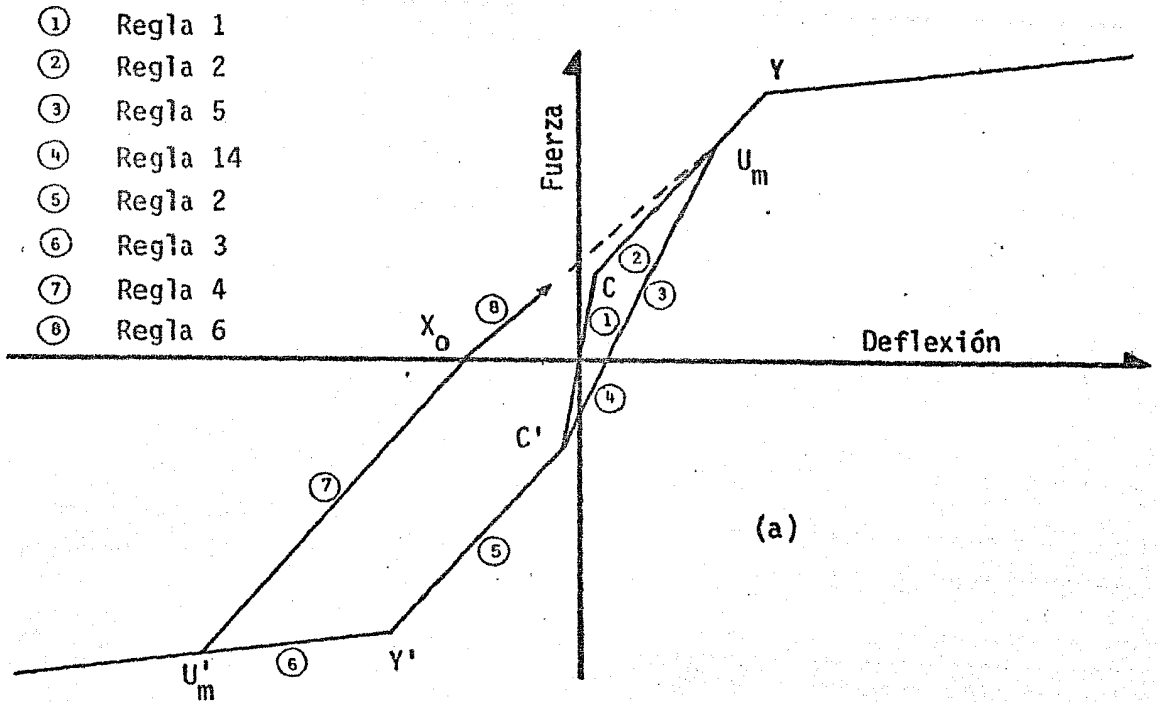
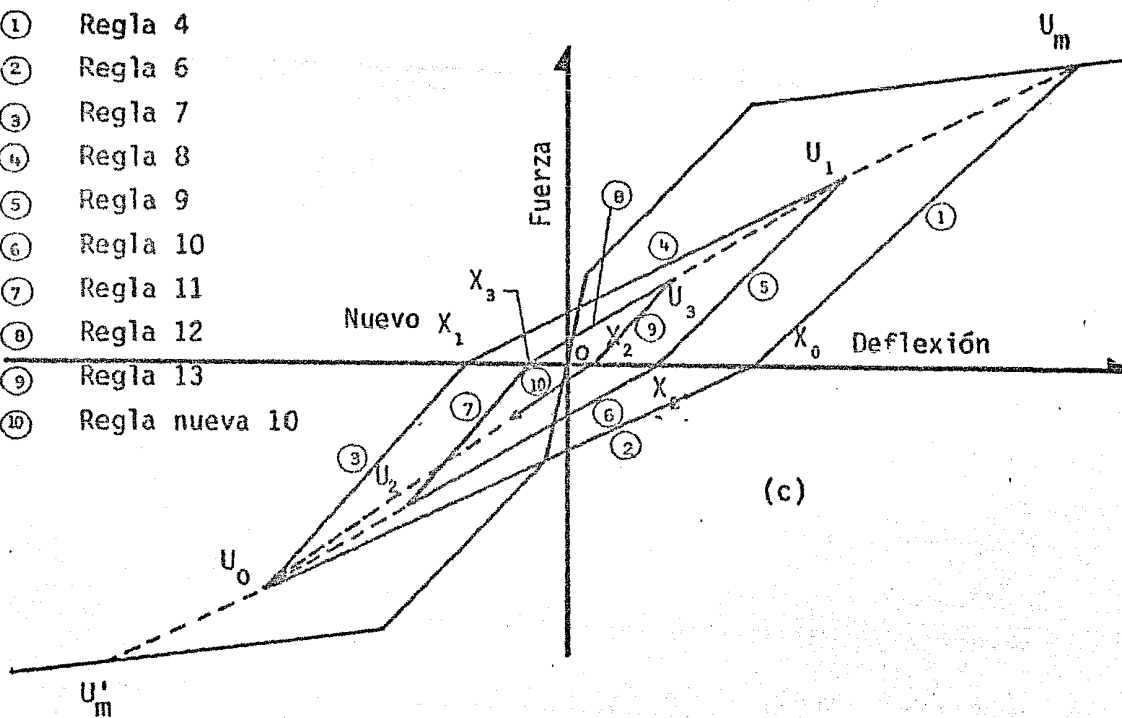


Fig B.2 Aplicación de las reglas de histéresis de Takeda

- ① Regla 4
- ② Regla 6
- ③ Regla 7
- ④ Regla 8
- ⑤ Regla 9
- ⑥ Regla 10
- ⑦ Regla 11
- ⑧ Regla 12
- ⑨ Regla 13
- ⑩ Regla nueva 10



- ① Regla 4
- ② Regla 6
- ③ Regla 7
- ④ Regla 8
- ⑤ Regla 9
- ⑥ Regla 10
- ⑦ Regla nueva 6
- ⑧ Regla nueva 7
- ⑨ Regla nueva 8

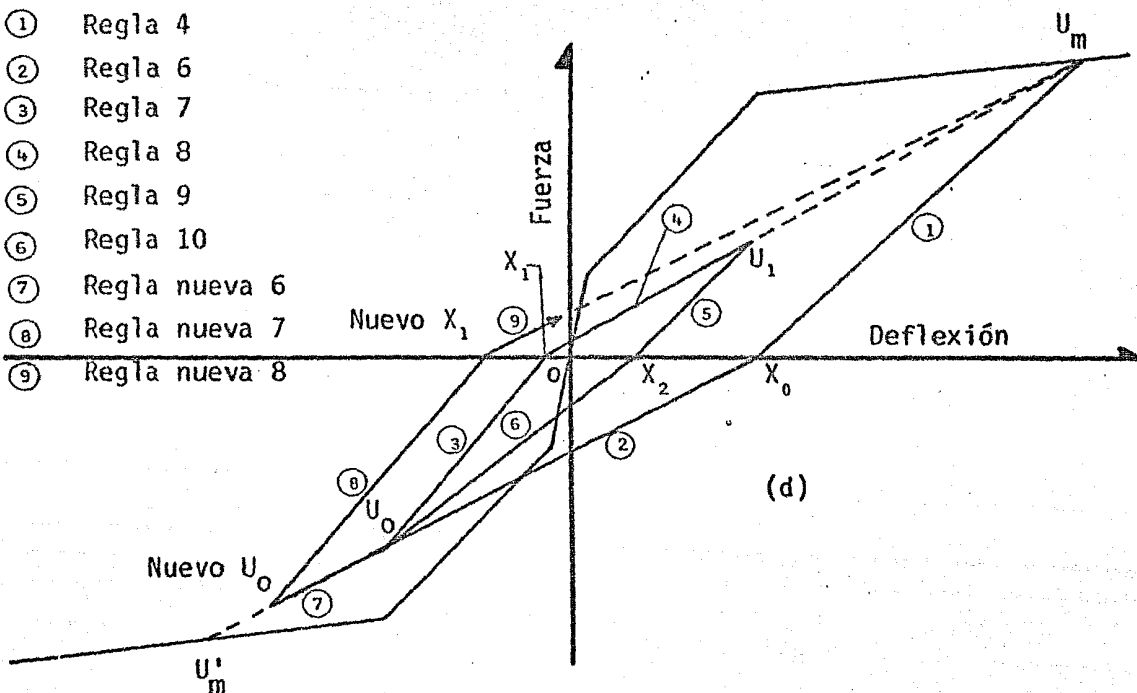
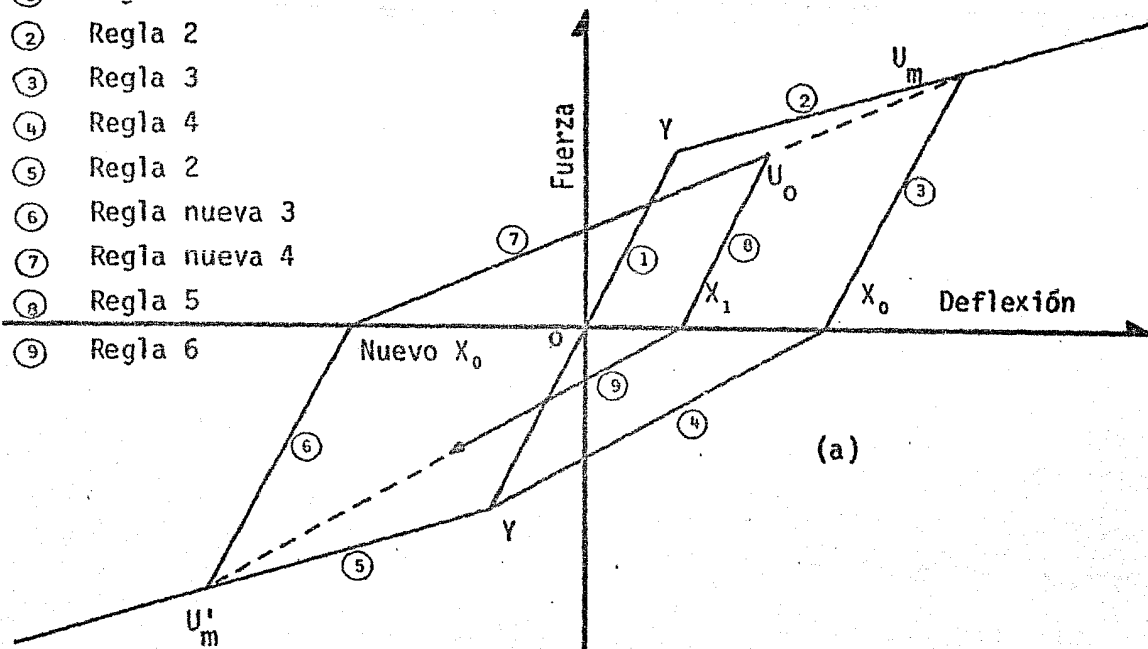


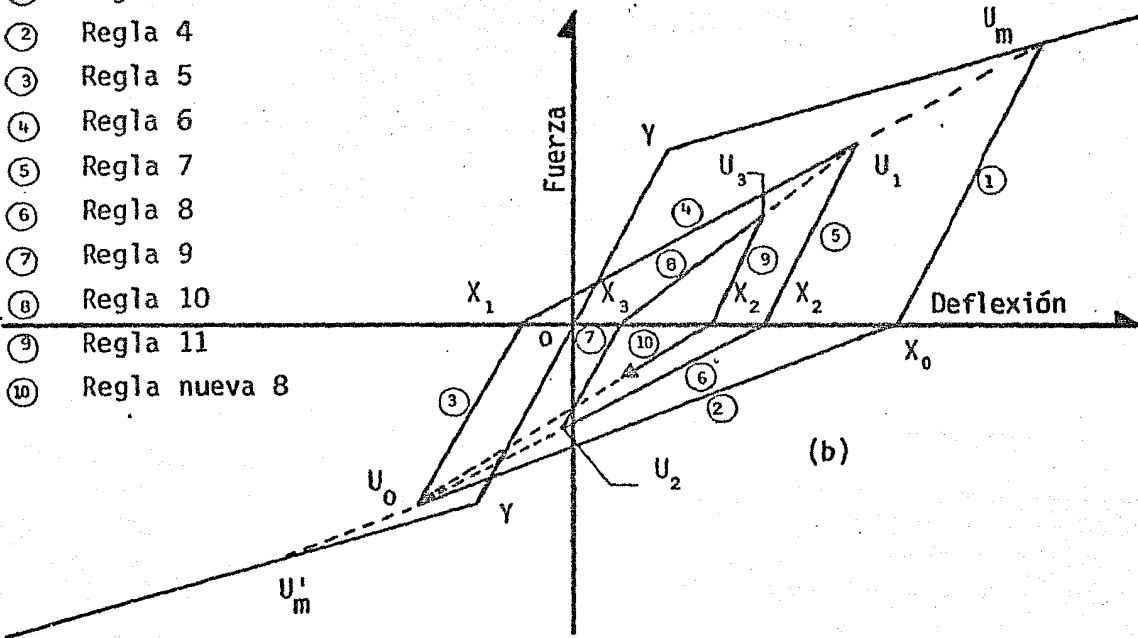
Fig B.3 Aplicación de las reglas de histéresis de Takeda

- ① Regla 1
- ② Regla 2
- ③ Regla 3
- ④ Regla 4
- ⑤ Regla 2
- ⑥ Regla nueva 3
- ⑦ Regla nueva 4
- ⑧ Regla 5
- ⑨ Regla 6



(a)

- ① Regla 3
- ② Regla 4
- ③ Regla 5
- ④ Regla 6
- ⑤ Regla 7
- ⑥ Regla 8
- ⑦ Regla 9
- ⑧ Regla 10
- ⑨ Regla 11
- ⑩ Regla nueva 8



(b)

Fig B.4 Aplicación de las reglas de histéresis simplificadas de Takeda

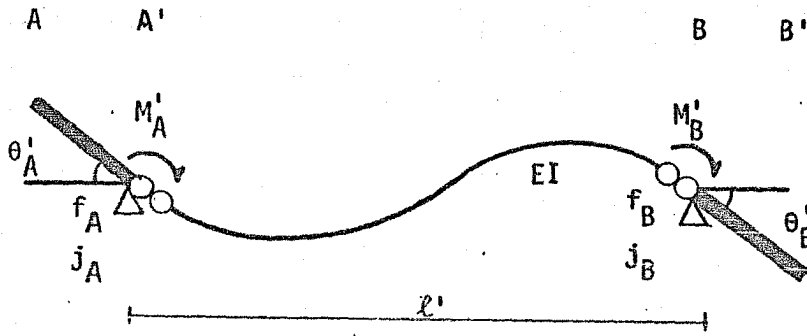


Fig C.1 Relación momento-rotación de la parte flexible de un miembro

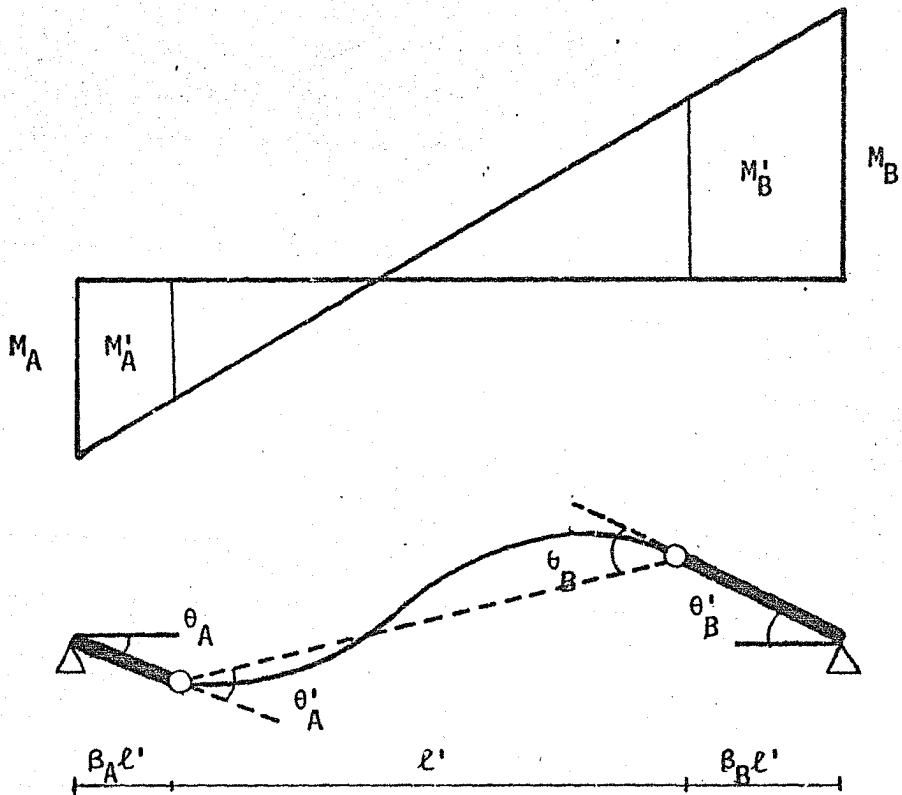


Fig C.2 Relación momento-rotación de un miembro

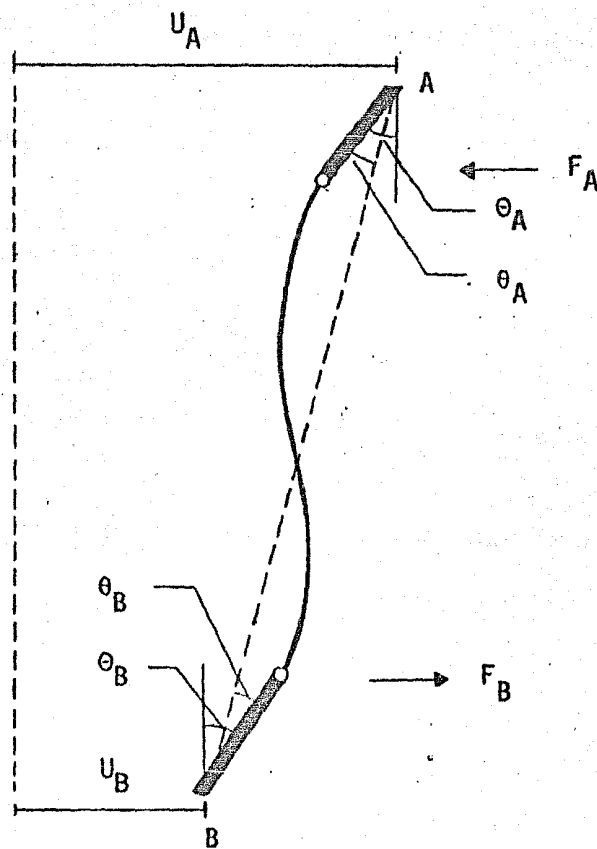
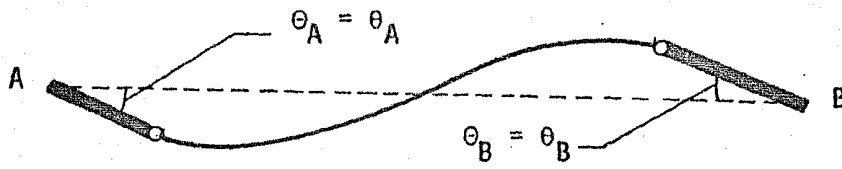


Fig C.3 Desplazamientos y rotaciones en las juntas

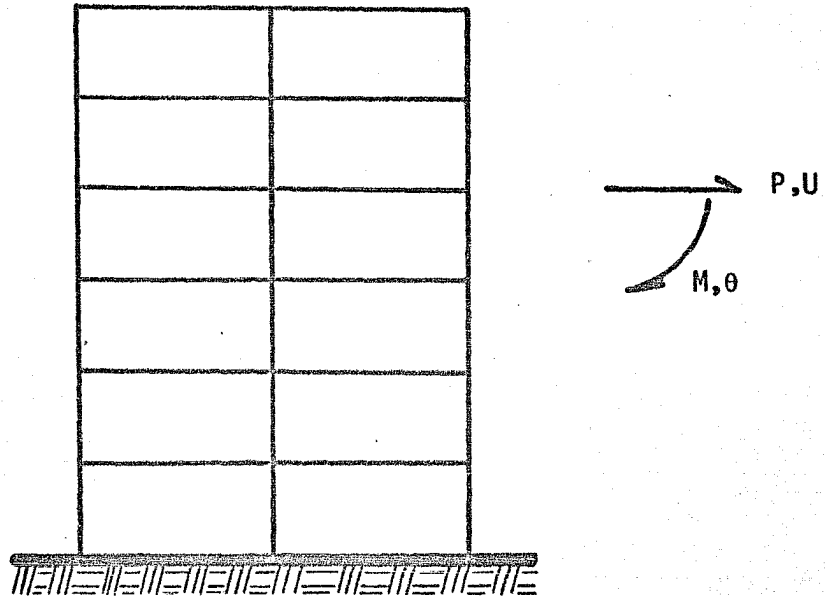


Fig D.1 Coordenadas globales.

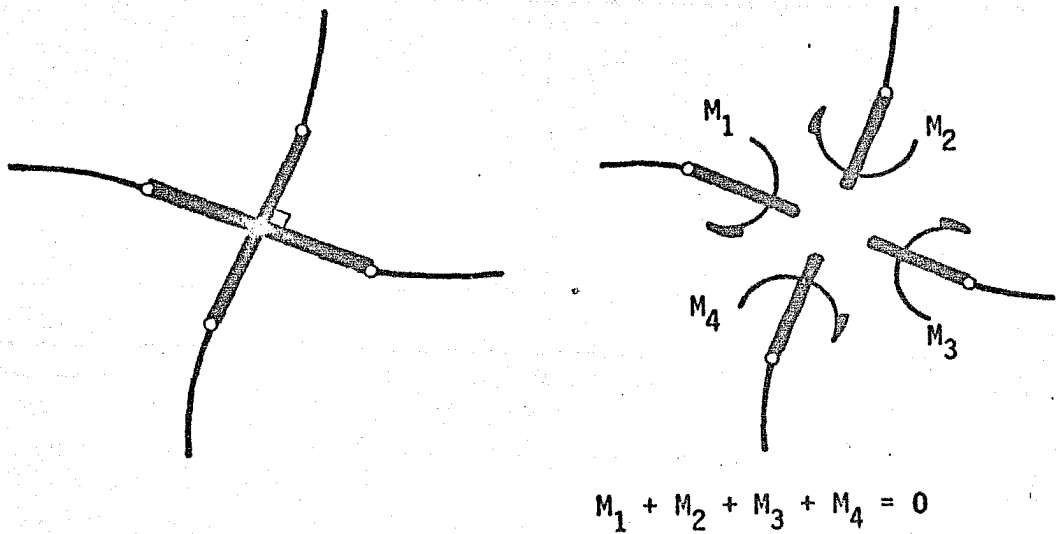


Fig D.2 Condición de compatibilidad y equilibrio en una junta

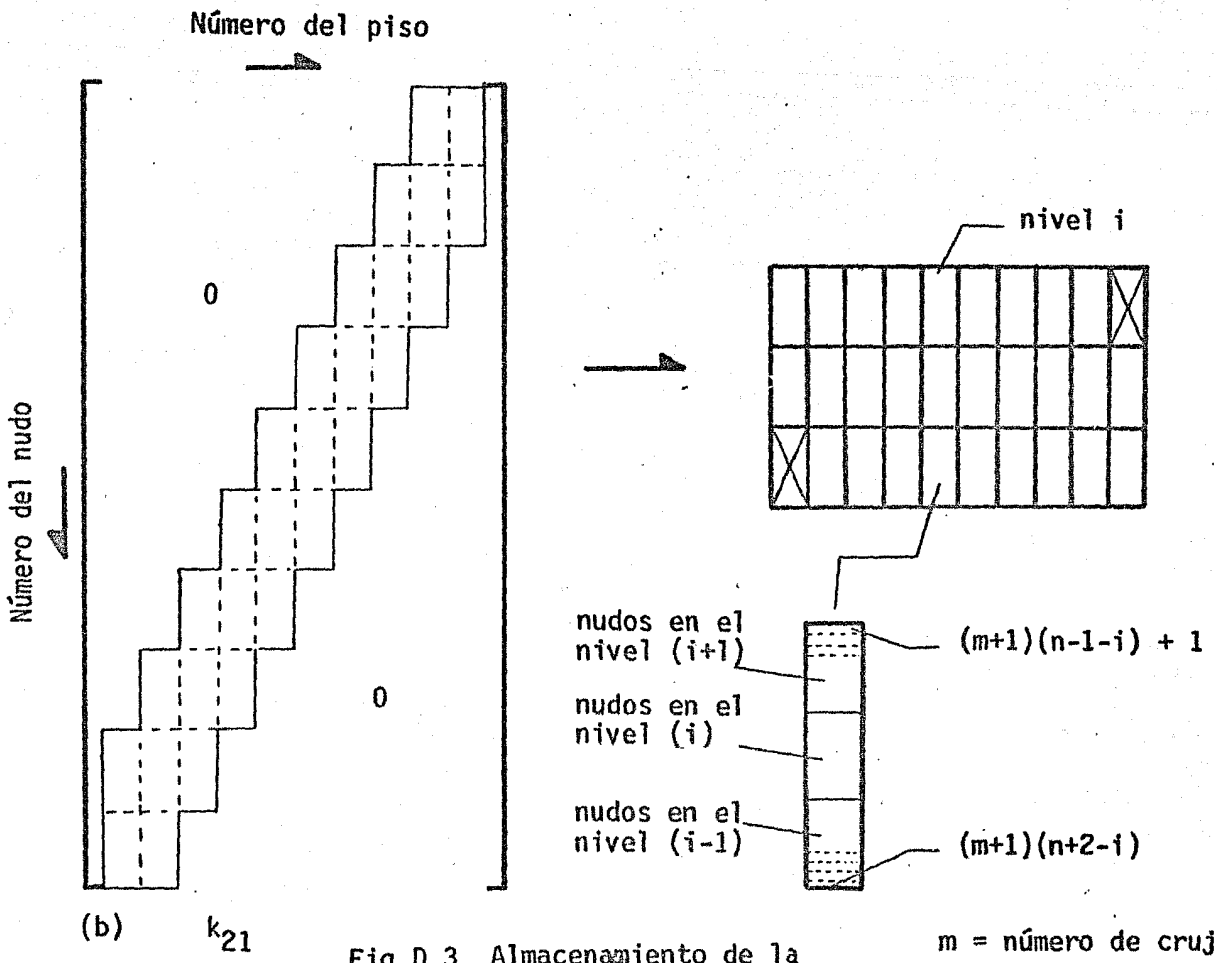
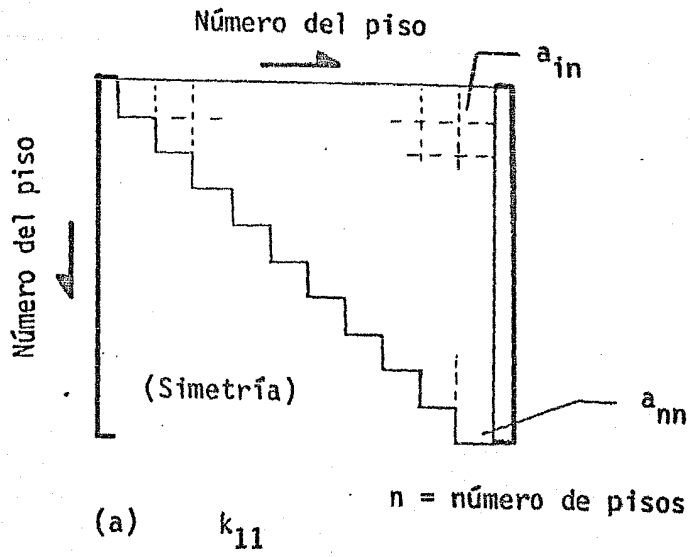


Fig D.3 Almacenamiento de la matriz de rigidez

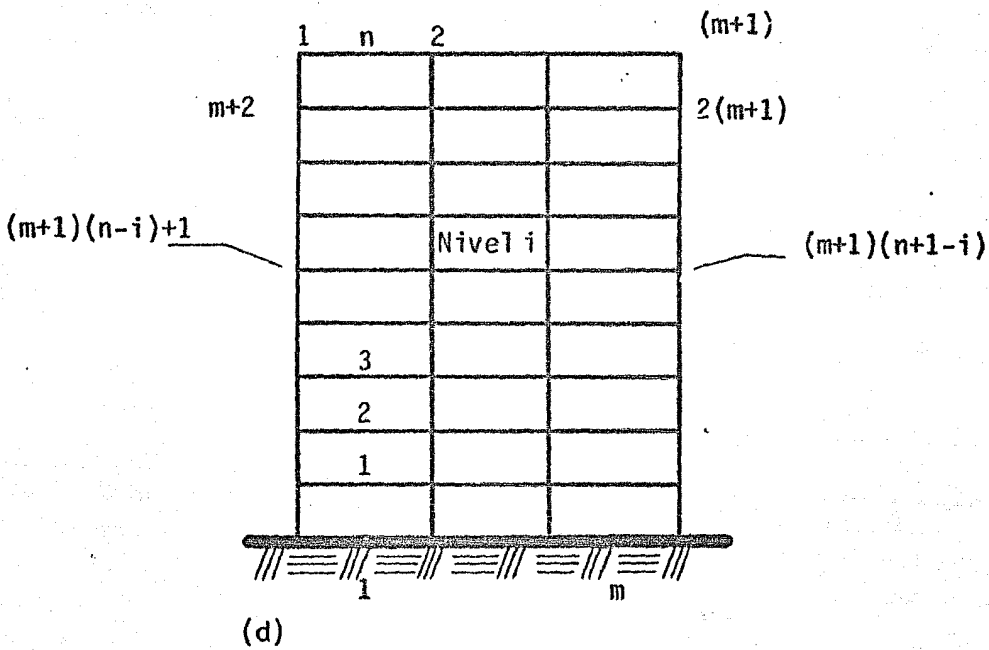
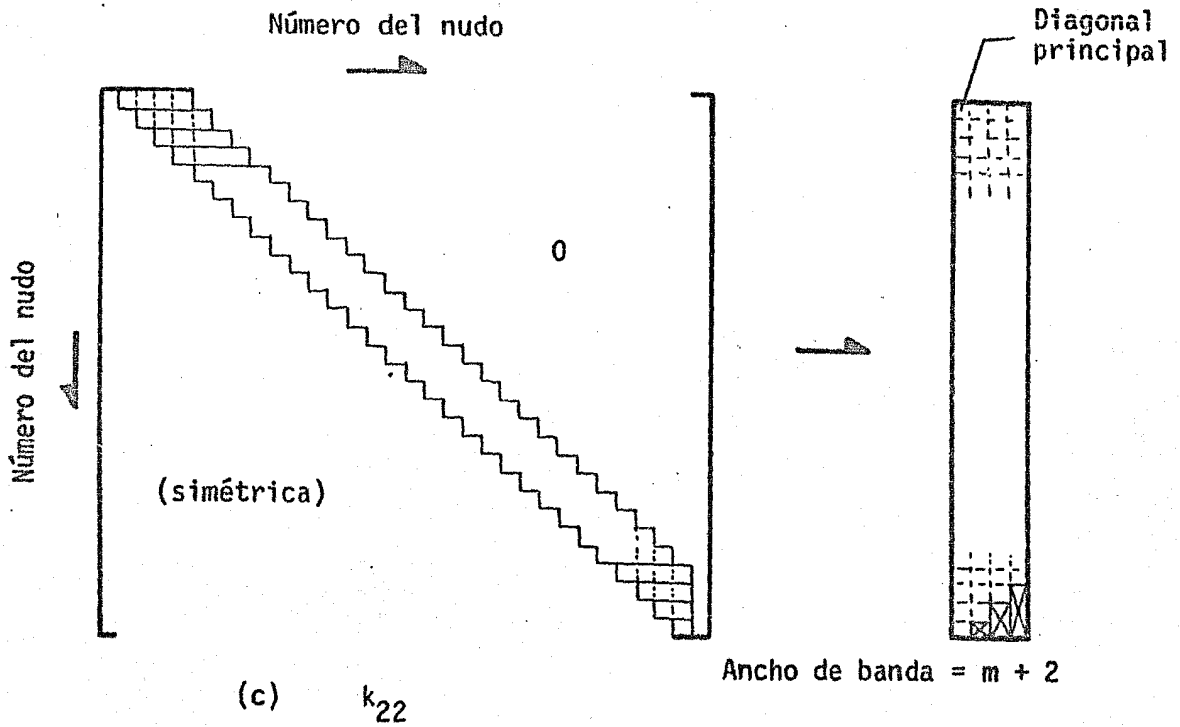


Fig D.4 Almacenamiento de la matriz de rigidez

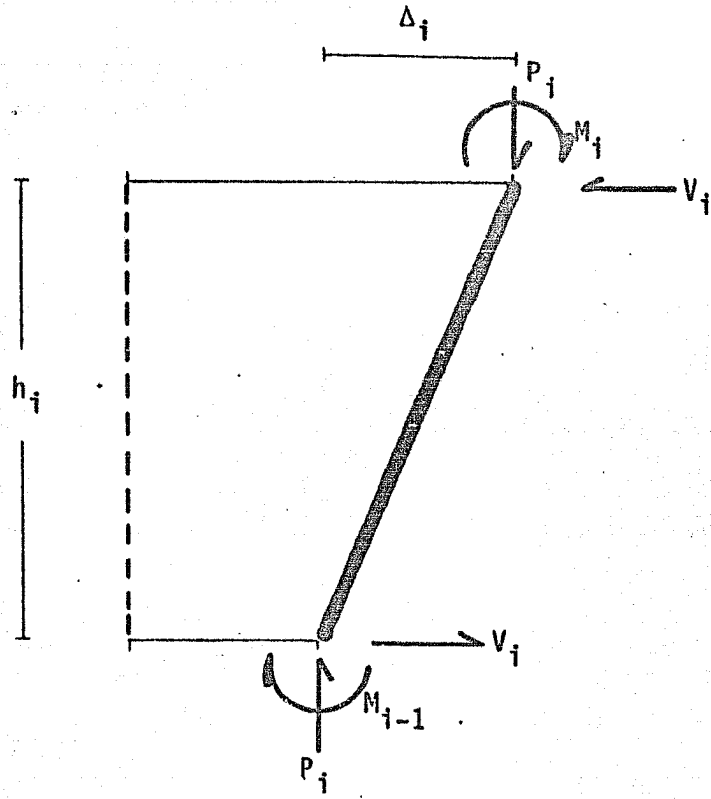


Fig F.1 Efecto P- Δ

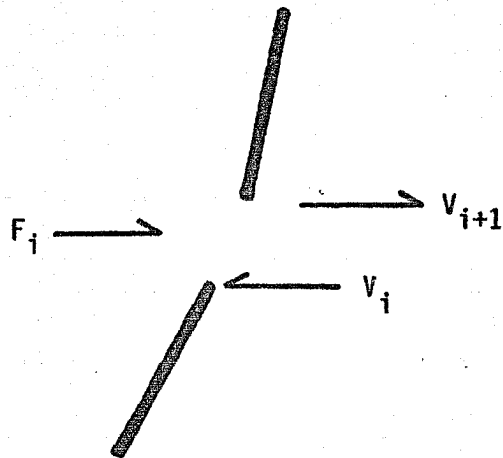


Fig F.2 Fuerza lateral equivalente para el efecto P- Δ

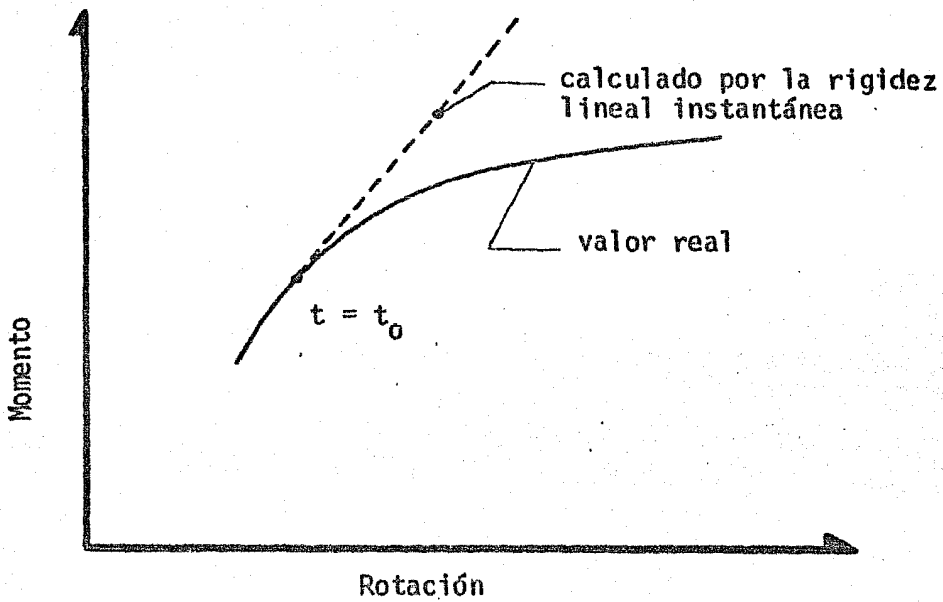


Fig H.1 Relación momento-rotación de un elemento del miembro

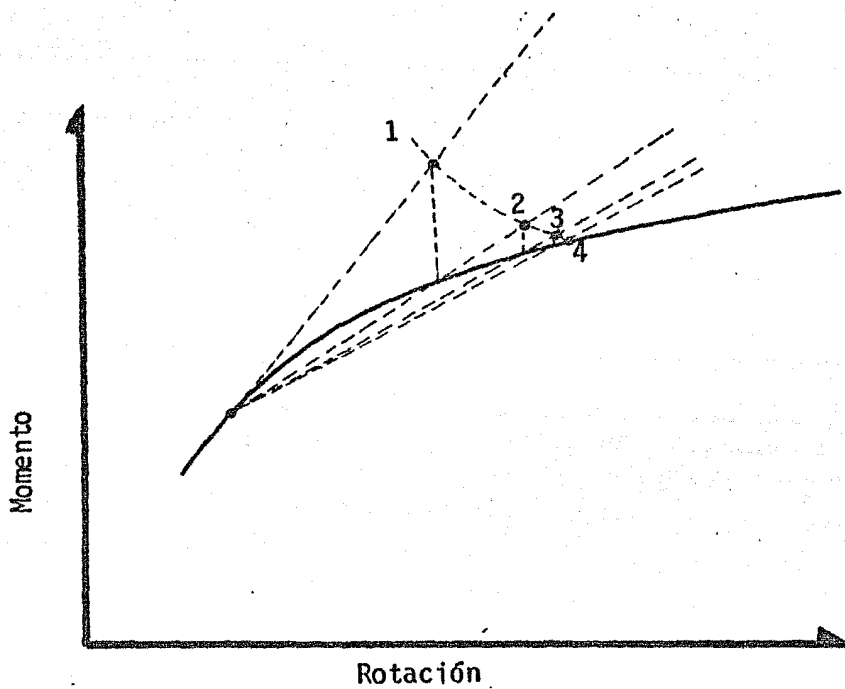


Fig H.2 Método iterativo para satisfacer la relación momento-rotación no lineal

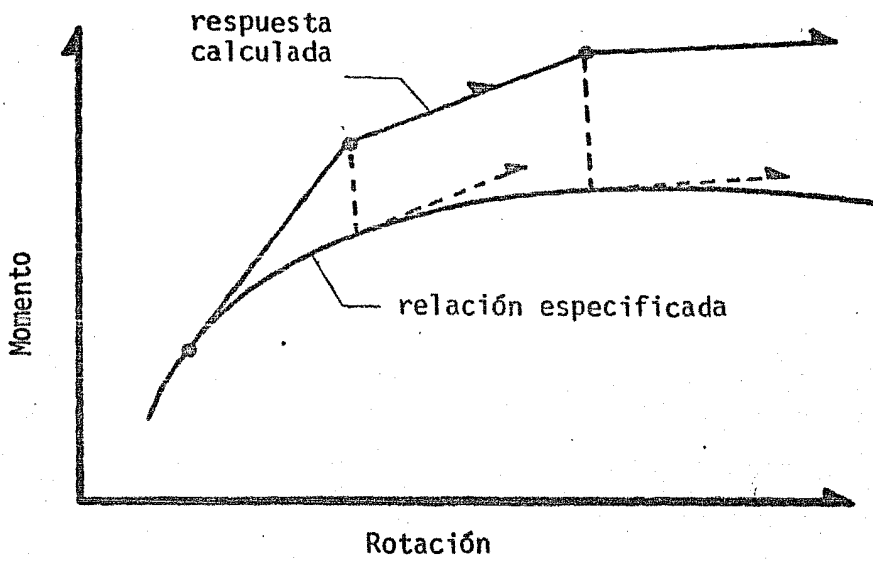


Fig H.3 Rigidez basada en la relación momento-rotación

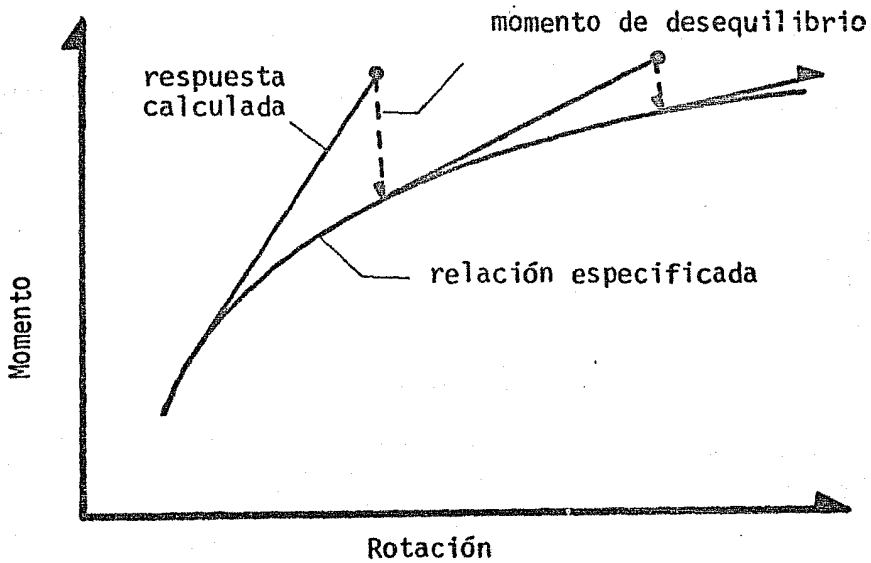


Fig H.4 Momento de desequilibrio a encontrar en la relación momento-rotación especificada

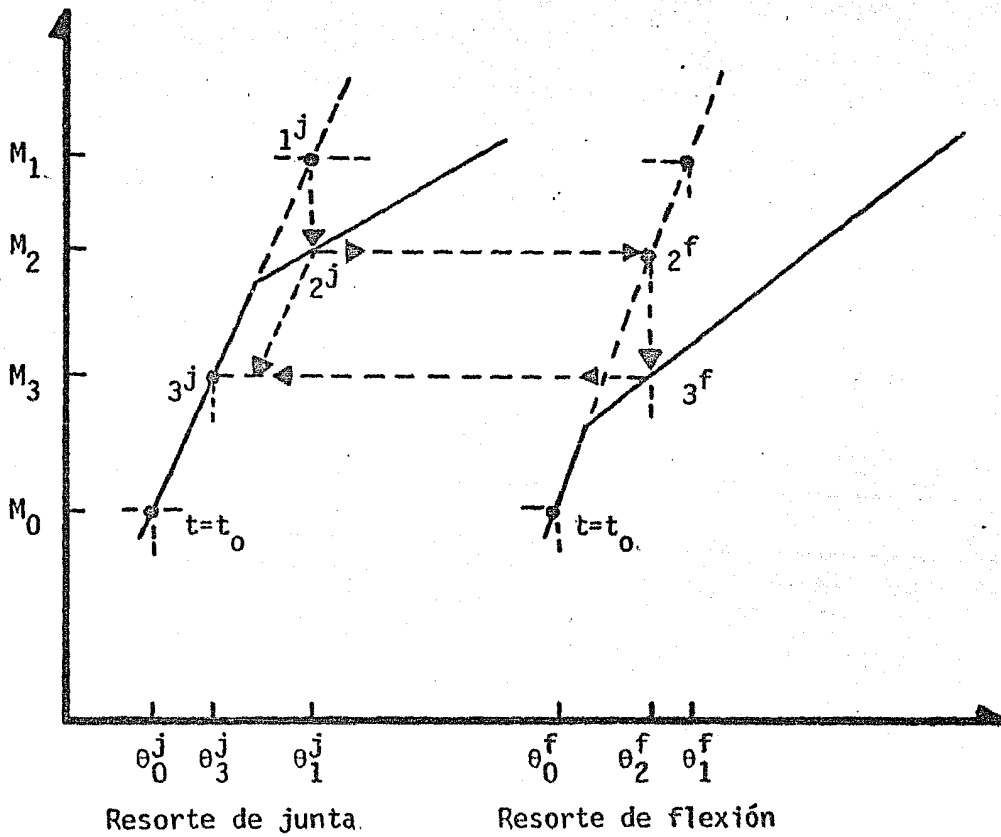
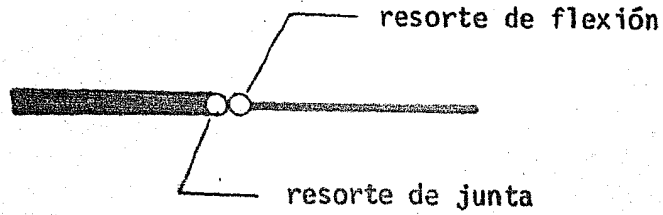


Fig H.5 Corrección momento-rotación de un resorte de junta y de flexión