

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

"FLUJO LENTO ALREDEDOR DE CILINDROS"

FELIX B. NUÑEZ OROZCO

INGENIERIA QUIMICA

MCMLXXX



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Indice

I.1. Introducción	1
II. Antecedentes Teóricos	
II.1. Caso Newtoniano	4
II.1.1. Aproximación de Stokes	5
II.1.1.1. Flujo alrededor de una esfera	6
II.1.1.2. Flujo alrededor de un cilindro	7
II.1.2. Aproximación de Oseen	8
II.1.2.1. Flujo alrededor de una esfera	9
II.1.2.2. Flujo alrededor de un cilindro	9
II.2. Caso viscoelástico	10
II.2.1. Análisis de Ultman y Denn	10
II.2.2. Análisis de Mena y Caswell	12
III. Antecedentes experimentales y objetivos del presente trabajo	16
IV. Descripción del experimento	19
V. Análisis de los resultados y conclusiones	25
VI. Resultados experimentales	30
Bibliografía	32

## I.1. INTRODUCCION

El flujo alrededor de obstáculos sumergidos es un problema que ha atraído a los investigadores desde hace más de cien años.

Desde entonces se ha reconocido la dificultad para obtener una solución analítica manipulando las ecuaciones pertinentes, por lo que se ha recurrido a métodos aproximados.

El primer éxito fue obtenido por Stokes en 1851, quien con la consideración de flujo muy lento, resolvió el problema del flujo alrededor de una esfera. Desafortunadamente, Stokes mismo se vio obligado a reconocer que su método era inadecuado para describir el fenómeno en el caso de flujos bidimensionales. Esta dificultad permaneció sin aclararse hasta 1910, en que Oseen propuso una modificación al método de Stokes.

Los dos métodos precedentes son los clásicos, adecuados para el flujo de fluidos Newtonianos, con la condición que el flujo sea lento, y han demostrado su validez en diversos campos de la física (por ejemplo, en la determinación de la carga del electrón por Millikan, en 1911).

En la actualidad, el interés ha sido enfocado a fluidos que se caracterizan por comportarse en forma diferente a los fluidos Newtonianos, en particular a sustancias de peso molecular muy grande, como los polímeros fundidos, o a disoluciones de solutos de e

levado peso molecular en disolventes con un peso molecular menor, como las disoluciones de polímeros o los fluidos biológicos. Esto tiene importancia, pues ahora se reconoce que el caso de flujo lento engloba a las situaciones en que la dimensión geométrica es muy pequeña, además de aquellas, reconocidas clásicamente, en donde la velocidad es muy baja y la viscosidad muy alta. En consecuencia, el campo de interés se ha ampliado a la biología y a la medicina, además de la técnica, pues el caso de los eritrocitos en la sangre y el movimiento de microorganismos o de partículas en movimiento Browniano resulta ser similar al típico problema de la sedimentación.

El comportamiento anómalo de las sustancias que ha aumentado el interés en el problema también ha elevado la complejidad en el grupo de ecuaciones que deben ser resueltas; tanto, que a la fecha existen solamente dos tratamientos analíticos (limitados a flujos muy lentos) y en general se ha tratado la situación en forma numérica.

La enorme dificultad en los tratamientos analíticos evita que en este trabajo se haga un estudio crítico de ellos y obliga a presentar solamente los resultados más importantes y las predicciones más relevantes.

A pesar de todas estas limitaciones, se espera que este trabajo resulte de utilidad, pues su objetivo principal consiste en obtener evidencias experimentales de condiciones de flujo que se en-

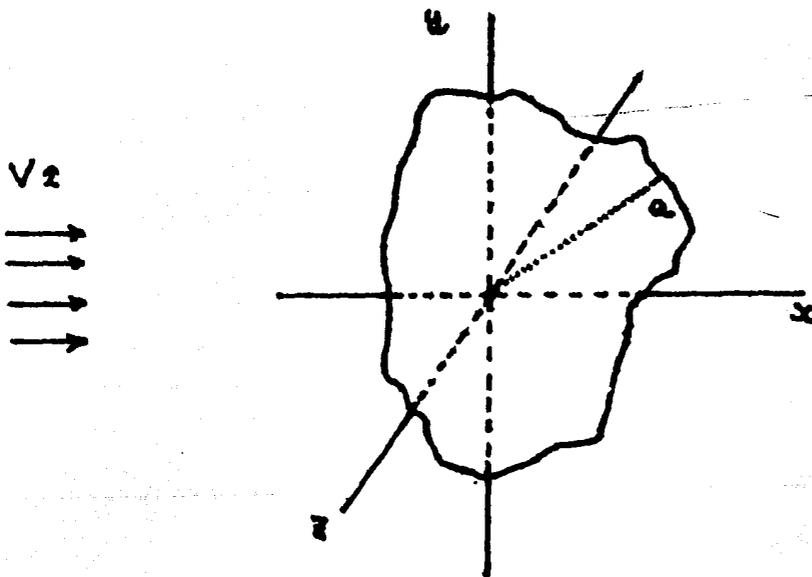
cuentran dentro del intervalo de validez de las teorías antes mencionadas, pero con la característica de que se emplean fluidos que son puramente elásticos, los cuales son casos particulares de las teorías viscoelásticas, más generales. Es decir, en este trabajo se procurará separar el comportamiento elástico del viscoso ( en donde la viscosidad es una función de la rapidez de deformación ).

## II. Antecedentes Teóricos

### II. 1. Caso Newtoniano.

Consideremos un cuerpo en reposo que posee una longitud característica  $a$ , que se encuentra sumergido en una corriente que fluye con una velocidad constante  $\underline{V}$  en la dirección  $x$  de un sistema de referencia cartesiano.

Figura 1



Las ecuaciones de continuidad y de movimiento para un fluido Newtoniano e incompresible que circula en régimen estacionario son:

$$\nabla \cdot \underline{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho(\underline{v} \cdot \nabla)\underline{v} = -\nabla \mu + \mu \nabla^2 \underline{v} \quad (2)$$

en donde  $\underline{v}$  representa al vector de velocidad,  $\rho$  a la densidad,

$\mu$  a la viscosidad y  $p$  a la presión isotrópica.

Este sistema de ecuaciones debe ser resuelto de tal forma que las condiciones de contorno pertinentes sean satisfechas. A saber:

$$\underline{v} = 0 \qquad r = a \qquad (3)$$

$$\underline{v} = V\hat{i} \qquad r \rightarrow \infty \qquad (4)$$

en donde  $\hat{i}$  es el vector unitario que apunta en la dirección de  $x$  creciente.

II. 1. 1. Aproximación de Stokes.

La condición de flujo lento es equivalente a que el número de Reynolds ( $Re = \frac{v D \rho}{\mu}$ ) sea mucho menor que la unidad:  $Re \ll 1$ . Bajo esta circunstancia, Stokes consideró que el término convectivo (o inercial) que aparece en la ecuación de movimiento (el lado izquierdo de la expresión (2)) era despreciable cuando se le comparaba con los términos representativos de las fuerzas viscosas que actúan sobre el fluido (el lado derecho de la expresión (2)).

De esta manera, las ecuaciones resultantes de la aproximación de Stokes son:

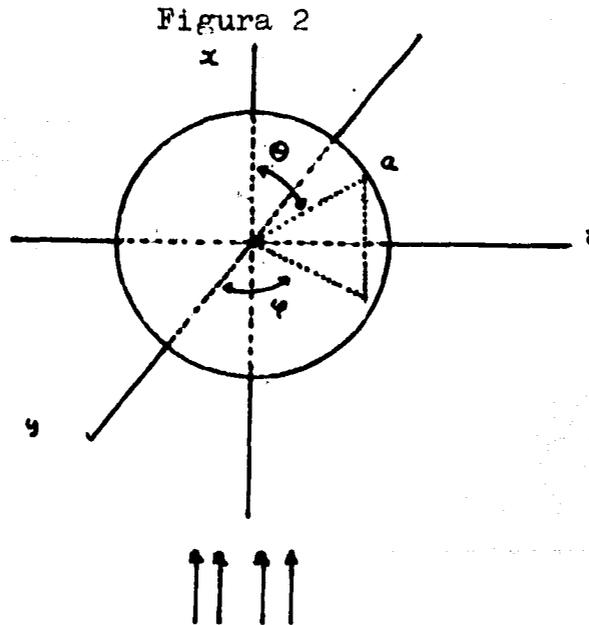
$$\nabla \cdot \underline{v} = 0 \qquad (1)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \nabla^2 p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \underline{v} \qquad (5)$$

Esta aproximación conduce a una simplificación en el manejo matemático, en el sentido de que el sistema de ecuaciones por resolver está formado ahora por ecuaciones diferenciales lineales.

La suposición de Stokes puede justificarse, bien sea por argumentos físicos o mediante el proceso formal de adimensionalización de las ecuaciones (2) (3, p. 253). Al emplearse este último procedimiento, el parámetro característico del problema ( el número de Reynolds) debe cumplir con la condición establecida:  $Re \ll 1$ .

#### II.1.1.1. Flujo alrededor de una esfera.



Sea una esfera de radio  $a$ . La solución de Stokes que satisface las condiciones de contorno (3) y (4) da el siguiente resultado para la función de corriente  $\psi$  (1, p.170 ; 2, p.602) :

$$\psi = -\frac{1}{2} V r^2 \sin^2 \theta \left( 1 - \frac{3}{2} \frac{a}{r} + \frac{1}{2} \frac{a^3}{r^3} \right) \quad (6)$$

en donde  $r, \theta, \phi$  forman parte de un sistema de coordenadas esférico:  $r, \theta, \phi$ , elegido de tal manera que el eje  $\theta = 0$  coincide con la dirección de la corriente. Es de notar que  $\psi$  es simétrica con res

pecto al plano  $\theta = \frac{1}{2}$  ; es decir que las líneas de corriente son simétricas con respecto a la esfera.

La fuerza ejercida por el fluido sobre la esfera es :

$$D = 6\pi\mu va \quad (7)$$

o bien, expresada como un coeficiente adimensional de arrastre :

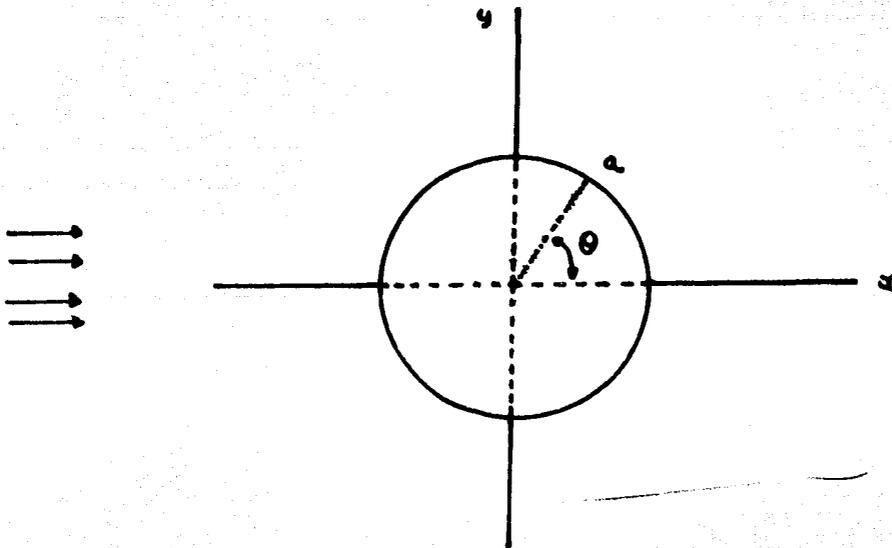
$$C_D = \frac{24}{Re} = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V^2 \pi a^2} \quad (8)$$

en donde el número de Reynolds está basado en el diámetro  $D$  .

Estos resultados fueron obtenidos en el año de 1851.

#### II.1.1.2. Flujo alrededor de un cilindro.

Figura 3



El método de Stokes conduce a la siguiente ecuación para la función de corriente (1, p.171 ; 3, p.270) :

$$\nabla^4 \psi = 0 \quad (9)$$

como es un flujo en dos dimensiones :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)^2 \psi = 0 \quad (10)$$

que en coordenadas cilíndricas se transforma en :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right)^2 \psi = 0 \quad (11)$$

Por la ec. (4) se postula que  $\psi = f(r) \sin \theta$ , lo que transforma a (11) en :

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{1}{r^2}\right)^2 f(r) = 0 \quad (12)$$

Esta ecuación es del tipo de Euler o equidimensional (4, p 12) que tiene una solución de la forma :

$$f(r) = A_1 r^3 + A_2 r \ln r + A_3 r + \frac{A_4}{r} \quad (13)$$

En consecuencia, la función de corriente toma la forma :

$$\psi = \left(A_1 r^3 + A_2 r \ln r + A_3 r + \frac{A_4}{r}\right) \sin \theta \quad (14)$$

Debido a la condición señalada por la ecuación (4),  $A_1 = A_2 = 0$  y  $A_3 = V$ , de donde :

$$\psi = \left(Vr + \frac{A_4}{r}\right) \sin \theta \quad (15)$$

pero la condición (3) requiere que  $\psi = 0$  cuando  $r = a$ , de lo que se desprende que no se puede encontrar una constante  $A_4$  que satisfaga las condiciones de contorno (3) y (4).

Este resultado se conoce como la Paradoja de Stokes.

### II.1.2. Aproximación de Oseen.

Para remediar el inconveniente encontrado en la aproximación de Stokes, Oseen propuso en 1910 (1, p.175 ; 2, p.609 ; 3, p.273) otro tipo de aproximación : linealizar las ecuaciones (2) conside

rando que la cantidad de movimiento se transporta con la velocidad que posee la corriente lejos del obstáculo y no con la velocidad local (como debe ocurrir en la realidad) ni con una velocidad igual a cero (como corresponde a la aproximación de Stokes).

De esta manera, las ecuaciones por resolver se convierten en:

$$\nabla \cdot \underline{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \nabla \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \underline{u} \quad (16)$$

#### II.1.2.1. Flujo alrededor de una esfera.

Los resultados obtenidos presentan pequeñas correcciones a los resultados encontrados por Stokes (1, p.176 ; 2, p.612) pero en términos generales los corroboran. (Véase la figura 2).

#### II.1.2.2. Flujo alrededor de un cilindro.

El análisis de Oseen para el flujo alrededor de un cilindro de radio  $a$  (véase la figura 2) conduce a la siguiente expresión para la función de corriente (1, p.180 ; 2, p.615) :

$$\psi = \frac{Va \sin \theta}{2} \left\{ \frac{1}{2} - \gamma + \ln \frac{8}{Re} \right\}^{-1} \left\{ \frac{r}{a} (2 \ln \frac{r}{a} - 1) + \frac{a}{r} + \dots \right\} \quad (17)$$

en donde  $\gamma$  es la constante de Euler y  $r$  y  $\theta$  son parte del sistema de coordenadas polares.

Similarmente, para el coeficiente adimensional de arrastre se tiene :

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho v^2 2a} = \frac{8\pi}{Re} \left\{ \frac{1}{2} - \gamma + \ln \frac{8}{Re} \right\}^{-1} \quad (10)$$

## II.2. Caso viscoelástico.

En el caso Newtoniano se ha visto que las ecuaciones dinámicas son no lineales y que se debe recurrir a soluciones aproximadas para completar el análisis. En el caso viscoelástico, se debe añadir a esta circunstancia el hecho de que la ecuación reológica de estado (o ecuación constitutiva, como se le conoce también) es de por sí no lineal. Es por ello que los análisis del flujo de fluidos viscoelásticos alrededor de una esfera son poco numerosos y los análisis para el flujo alrededor de un cilindro son verdaderamente escasos.

A la fecha, existen solamente dos estudios teóricos del flujo lento de fluidos viscoelásticos alrededor de cilindros : uno debido a Ultman, J.O. y Denn, M.M. (ref. 6) y otro debido a Caswell, B y Mena, B. (ref. 5).

### II.2.1. Análisis de Ultman y Denn.

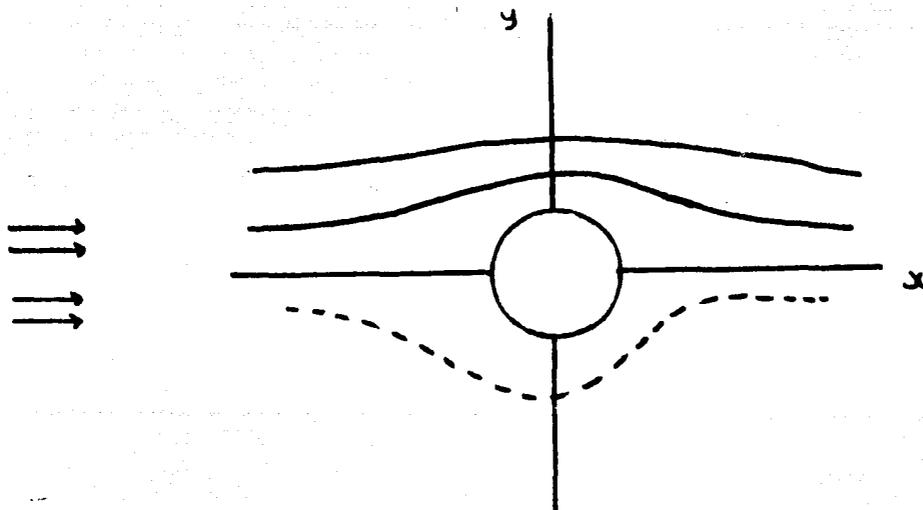
Este análisis se basa en una linealización del tipo de Oseen,

tanto de los términos inerciales de la ecuación de movimiento, como de los términos no lineales de la ecuación reológica de estado que eligieron para su trabajo (7, p.11).

Para satisfacer las condiciones de contorno, emplearon un método numérico aproximado.

El resultado de este estudio es la predicción de un desplazamiento de las líneas de corriente anterior al objeto (cilindro o esfera) e incluso predice una separación en la parte posterior del obstáculo (7, p.77).

Figura 4



— Comportamiento Newtoniano

- - - predicción de Ultman y Denn para una condición de flujo

$\tau = \frac{\lambda}{2a} V = 0.5$ , donde  $\lambda$  es un tiempo característico del flu

ido.

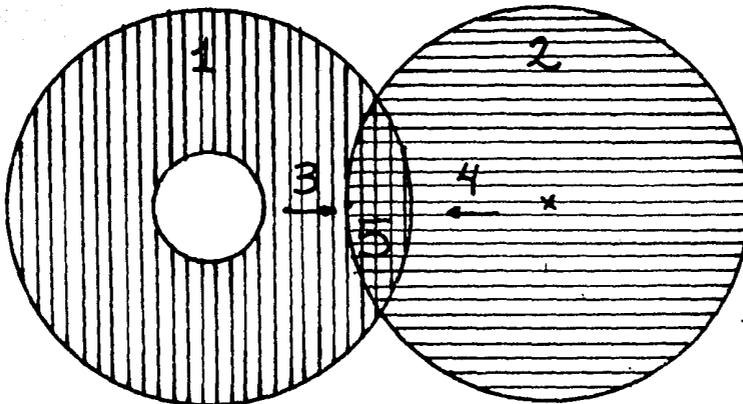
Estas predicciones, unidas al hecho de que bajo sus suposiciones iniciales el sistema de ecuaciones diferenciales se convierte en hiperbólico, permitiendo así la propagación de discontinuidades en el esfuerzo, hacen dudar de la validez del análisis.

### II.2.2. Análisis de Mena y Caswell.

Este análisis se basa en el método de expansiones asintóticas acopladas. La solución de Oseen satisface las condiciones de contorno no lejos del objeto, pero falla en las condiciones cercanas al objeto, situación contraria a la solución de Stokes. Sin embargo, se espera que ambas representen diferentes formas aproximadas de una misma solución única. Así, al llevar a las aproximaciones a un orden cada vez mayor, pueden acoplarse término a término, hasta obtenerse la aproximación deseada de la solución general (13, p.47).

El manejo matemático es extraordinariamente complicado (8, p.42), pero el siguiente esquema puede ilustrar su fundamento :

Figura 5



- 1.- Región de validez para la aproximación de Stokes (es una zona cercana al objeto). ||||
- 2.- Región de validez para la aproximación de Oseen (el objeto parece haberse encogido hasta el punto de representar sólo una pequeña perturbación x.(13, p.4)). ≡≡≡
- 3.- Expansión del método de Stokes ( se aleja del cuerpo).
- 4.- Expansión del método de Oseen (se acerca al cuerpo).
- 5.- Zona de expansión acoplada, en donde la solución se obtiene acoplando términos de ambas aproximaciones. 

En este análisis, la ecuación reológica de estado empleada es del tipo de Oldroyd con tres constantes (5, p.126). En particular, para el caso de un cilindro o una esfera, se predice un desplazamiento en las líneas de corriente posterior al obstáculo (véase la figura 6).

Cuando se trata de un cilindro recto, la expresión para la función de corriente es :

$$\psi^* = \psi_0^* - \beta \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \quad (19)$$

en donde

$$\psi_0^* = \left( \frac{1}{2} - \gamma + \frac{\ln \frac{x}{Re}}{Re} \right)^{-1} \left( r^* \ln r^* - \frac{r^{*2}}{2} + \frac{1}{2r^*} \right) \sin \theta \quad (20)$$

y  $\beta = V(2\lambda_1 - \lambda_2) / a$  ;  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son tiempos característicos del fluido,  $\beta$  es un parámetro equivalente al número de Weissenberg  $We = V\lambda / (2a)$  , y  $\psi^*$  indica variables stokesianas (1, p.168) :

$$\psi^* \equiv \frac{\psi}{Va} \quad (21)$$

Con respecto al coeficiente adimensional de arrastre, también para el caso de un cilindro, el análisis predice una disminución con respecto al valor Newtoniano :

$$C_D = \frac{8\pi}{Re} \left\{ \frac{1}{2} - \gamma + \ln \frac{\lambda}{Re} \right\}^{-1} \left\{ 1 - \alpha^2 \left( \frac{V}{a} \right)^2 \right\} \quad (22)$$

en donde  $\alpha$  es un tiempo característico del fluido. Cuando este parámetro se anula, la expresión se reduce a la de Lamb.

Este análisis por Mena y Caswell es válido cuando el problema se restringe a las siguientes condiciones :

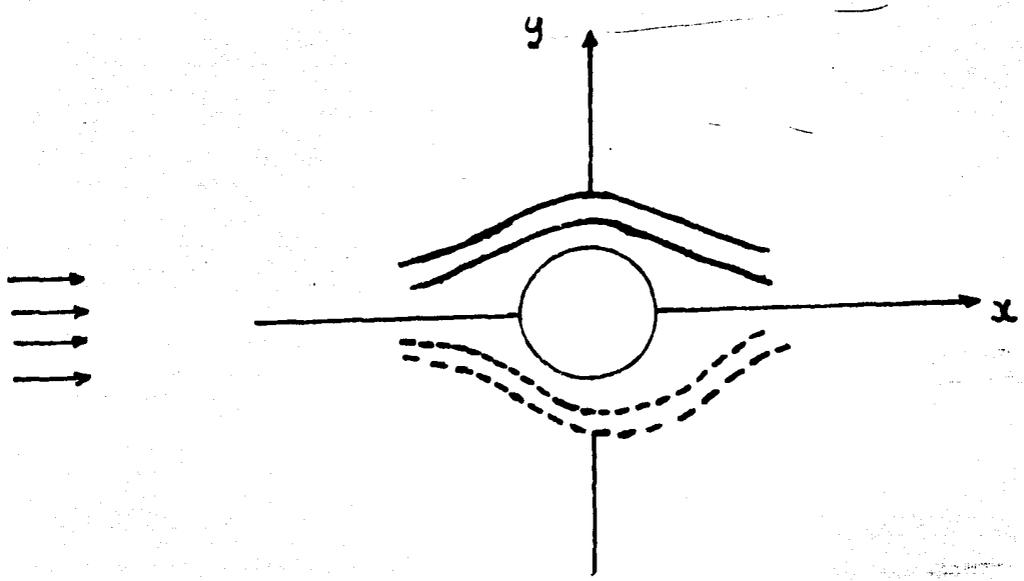
- a) el flujo es lento :  $Re \ll 1$
- b) el fluido es ligeramente elástico :  $We < 1$

En este punto conviene hacer notar que en el caso Newtoniano el único parámetro adimensional que surge es el número de Reynolds ( $Re = V\rho 2a/\mu$ ), mientras que en el caso viscoelástico (o puramente elástico) aparece un segundo parámetro adimensional, que es el representativo de la elasticidad del fluido, i.e. el número de Weissenberg, que se define como :  $We \equiv \lambda \dot{\gamma} \equiv \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} We = \sigma_1 - \sigma_2 / \tau$  en donde  $\dot{\gamma}$  es la rapidez de deformación,  $\sigma_1 - \sigma_2$  y  $\tau$  son la primera diferencia de esfuerzos normales y el esfuerzo tangencial, respectivamente. Una definición más general del número de Weissenberg, que incluye el caso de flujos que no son viscométricos es :  $We \equiv V\lambda / D$ , en donde  $V$  es alguna velocidad característica del flujo y  $D$  es una dimensión característica, en la dirección a lo largo de la cual varía la velocidad;  $V/D$  es entonces una rapidez de deformación equivalente y  $\lambda$  puede ser un espectro de tiempos de relajamiento del fluido.

La anterior es la definición más usualmente empleada en la literatura, y por tanto, la que se emplea también en el presente trabajo.

La representación del comportamiento del patrón de flujo previsto por el estudio de Mena y Caswell se muestra en la figura 6 :

Figura 6



————— Comportamiento Newtoniano

- - - - Predicción de Caswell y Mena, para una condición de flujo de  $We = 0.5$ .

### III. Antecedentes experimentales y objetivos del presente trabajo.

Los estudios experimentales acerca del flujo lento alrededor de cilindros son tan escasos como los estudios teóricos. Las únicas visualizaciones hechas hasta la fecha son :

i) James, D.F. y Acosta, A.J. (ref. 10) quienes hicieron su experiencia en una región intermedia de números de Reynolds ( $5 < Re < 35$ ) empleando soluciones de Polyox. Sus resultados comprobaron que el patrón de flujo que se obtenía con disoluciones poliméricas era distinto del que se obtenía con un fluido Newtoniano ( agua, en su caso). Esta evidencia fue presentada en 1970.

ii) Ultman, J.S. y Denn, M.M. (ref. 6) quienes presentaron una fotografía de una disolución al 1.7% de carboximetilcelulosa en agua.

En ella se aprecian líneas de corriente desplazadas ampliamente en el sentido contrario al flujo (anterior al obstáculo). En su estudio, los autores compararon el comportamiento viscoelástico con el Newtoniano, en su caso una disolución al 85% de miel de maíz en agua; las condiciones del flujo viscoelástico fueron :  $Re = 2 \times 10^{-4}$ ,  $We = 3.2 \times 10^{-3}$  y  $Re \times We = 6.4 \times 10^{-7}$ .

Estos investigadores consideran que su análisis es el adecuado para condiciones de flujo tales que el producto de Reynolds (Re) por Weissenberg (We) sea menor que la unidad ( $Re \times We < 1$ ).

Esta evidencia fue presentada en 1971.

iii) Broadbent, J.M. y Mena, M. (ref. 9) quienes presentaron dos fo

tografías tomadas en un depósito de paredes rectas; una correspondiente a una disolución al 2% de poliacrilamida en agua, y la otra correspondiente a una disolución al 2% de poliacrilamida en una disolución al 50% de agua y glicerina.

En ninguna de las dos fotografías es perceptible alguna clase de desplazamiento, con respecto al simétrico comportamiento Newtoniano. Esta evidencia fue presentada en 1974.

Existe otra experimentación que ha tenido como finalidad obtener evidencia visual orientada hacia el flujo alrededor de esferas pero que ha encontrado resultados interesantes :

iv) Zana, E., Tiefenbruck, G., Leal, G. (ref. 11) han encontrado que el carácter de las desviaciones en las líneas de corriente depende del valor del número de Weissenberg. Para  $We \leq 1$  y  $Re \approx 1$ , las líneas de corriente parecen coincidir con aquellas que corresponden al flujo Newtoniano. Para  $We > 1$  sufren una desviación opuesta al sentido del flujo ( antes del obstáculo). En todo caso, esta desviación es muy pequeña, y bajo ninguna circunstancia se tuvo una desviación tan pronunciada como la pronosticada por Ultman y Denn.

En ese escrito se hace una revisión crítica del trabajo de Ultman y Denn, pero no se procura obtener evidencias experimentales del flujo alrededor de cilindros. Esta evidencia se presentó en 1975.

v) Trabajos experimentales similares al presente se están efectuando actualmente en la Universidad de Gales.

Debido a las controversias anteriores y a la carencia de re\_

sultados experimentales para el flujo lento alrededor de un cilindro, se presentan en este trabajo experimentos de visualización de las líneas de corriente alrededor de un cilindro para fluidos con comportamiento viscoelástico.

Se pretende así comprobar o contradecir, según el caso, las teorías existentes y presentar evidencia contundente, aunque sólo sea cualitativa, del comportamiento de estos fluidos alrededor de cilindros.

#### IV. Descripción del experimento.

Para obtener la visualización del flujo alrededor de cilindros sumergidos se emplea un ducto, construido con acrílico transparente, con una sección transversal cuadrada de  $49 \text{ cm}^2$  y una longitud de 40 cm., sin incluir ni la entrada ni la salida. Estas tienen la forma de pirámide cuadrangular truncada, de  $60^\circ$ , con el objetivo de minimizar los posibles efectos secundarios que se presentan generalmente cuando la entrada o la salida es abrupta.

La parte terminal está entonces formada por dos zonas de 15 cm. cada una, de tal forma que la longitud total del equipo es de 55 cm. Las conexiones en las zonas terminales están hechas con tubo de acrílico de 1 cm. de diámetro.

En una de las paredes, cercano a la salida, se encuentra un pequeño tapón, que facilita la tarea del llenado, pues permite eliminar completamente el aire que queda atrapado en esta operación, viéndose así libre el dispositivo de burbujas que podrían interferir en la visualización (para apreciar este inconveniente, véase la ref. 6, figura 6).

En el interior del canal se encuentran los cilindros, sujetos gracias a excavaciones practicadas en las paredes del recipiente; de esta manera se evita que el canal sea perforado con tornillos o dispositivos similares para sujetar a los obstáculos, con lo que se minimiza el riesgo de fugas.

Los cilindros están contruidos con varilla de acrílico de

distintos diámetros :  $1/16$ ,  $2/16$  y  $3/16$  de pulgada. Sus centros están situados a una altura de 3.5 cm., exactamente la necesaria para que el eje de simetría de cada cilindro bisecte la sección transversal de flujo. Los cilindros se encuentran a una distancia de 10 cm. uno del otro.

La visualización se hace observando la sección circular del cilindro, que está construido con acrílico transparente. Este hecho provoca que sea difícil determinar con certeza las fronteras del cilindro (esta desventaja se ve en la ref. 10); para suprimir este inconveniente, se colocó un círculo de película fotográfica velada del tamaño adecuado para cada cilindro sobre la pared del canal, de tal suerte que al mirar al ducto en la dirección del eje de cada cilindro, lo que se observa es un círculo negro. Este representa una buena referencia, de mucha utilidad en la delicada tarea del enfoque de la cámara.

El fluido objeto de la experiencia se hace circular mediante una bomba peristáltica Masterflex, accionada por un motor Servodyne, a su vez controlado por una consola De Luxe (marca registrada por Cole-Parmer). Todos estos elementos se encuentran esquematizados por B en la figura 7.

A la salida del canal de observación (D en la figura) el fluido se recoge en un recipiente adecuado, construido también con acrílico (R en la figura), del cual sale una conexión a la bomba.

Esta manera de operar permite medir el gasto volumétrico a la

salida del ducto mediante la sustitución del tanque receptor por una probeta graduada y con la ayuda de un cronómetro ( P y T respectivamente en la figura).

Para eliminar las pulsaciones producidas por la bomba peristáltica y garantizar un flujo continuo y uniforme, se utiliza un tanque amortiguador ( A en la figura).

El método de visualización se basa en la inclusión de partículas trazadoras dentro del fluido. Estas partículas reflejan la luz que se hace incidir sobre ellas y la evidencia óptica del patrón de flujo queda registrada en una fotografía.

Las partículas trazadoras son partículas de polietileno, de tamaño uniforme, con un diámetro aproximadamente igual a 0.1 mm. con una densidad de  $9.9 \times 10^2 \text{ Kg/m}^3$ , densidad adecuada para añadir las a fluidos con densidad similar a los que se usan en el presente trabajo, de tal manera que no se produce ni flotación ni precipitación ( véase la ref. 11). La concentración empleada es de 2.3 gr. por cada ocho litros de fluido, suficiente para obtener una disolución homogénea.

La iluminación se logra mediante un emisor de rayos laser de rubí, de 0.3 miliwatts, fabricado y proporcionado por el Centro de Instrumentos de la U.N.A.M.. El haz luminoso que surge del aparato se agranda con una lente cilíndrica de 2/16 de pulgada de diámetro provocando de esta forma un plano luminoso uniforme, en forma de banico.

La intensidad de este plano luminoso disminuye desde el cen-

tro hasta las orillas, pero este hecho no presenta ningún inconveniente en este experimento, pues la lente cilíndrica se coloca a unos cuantos centímetros del canal, alineando el centro del plano iluminado con el cilindro en cuestión, de tal manera que el campo visual registrado por la fotografía no incluye a los bordes del abanico luminoso. Además debe señalarse que el fenómeno que se desea observar es debido a la perturbación que ejerce el obstáculo sobre el fluido circulante, y que la zona más importante está en las cercanías del objeto sumergido, zona que queda iluminada homogéneamente.

Otra dificultad que tiene probabilidades de surgir es que cada cilindro que actúa como obstáculo pueda actuar como una lente cilíndrica (hay que recordar que los obstáculos están contruidos con acrílico transparente) ; sin embargo, en las condiciones de trabajo esta dificultad no aparece perceptiblemente.

El plano luminoso corta al ducto longitudinalmente en la zona central, y a los cilindros los corta transversalmente. Al pasar las partículas trazadoras por este plano iluminado de observación, reflejan la luz, proporcionando la evidencia visual del patrón de flujo.

La fotografía se toma en la dirección longitudinal del cilindro ; se utiliza un soporte Minolta para tener una perfecta ortogonalidad entre el plano iluminado y la cámara fotográfica, que en el caso presente es una Nikon, F.T.N., equipada con lentes Nikkor

de 55 mm. f-1/12.

El problema del alineamiento entre la cámara y los cilindros se resuelve por medio de una señal en la lente objetivo de la cámara y con el uso simultáneo de dos niveles de precisión.

La obtención de las fotografías, bajo las restricciones impuestas por la velocidad de las partículas y la débil intensidad del plano luminoso, se consigue con un tiempo de exposición del orden de 11 minutos con el diafragma totalmente abierto. §

La disposición de todos los elementos se muestra en la figura 7.

Los fluidos estudiados son disoluciones de poliacrilamida (de nombre comercial Separan AP-30, fabricado por Dow Chemical de México) en glucosa (miel de maíz, de nombre comercial miel Karo, fabricada por Productos de Maíz) a concentraciones de 750, 500, 400 y 200 p.p.m. en peso.

La densidad de los fluidos se obtiene de la manera tradicional mediante el uso de un picnómetro calibrado de 10 cm<sup>3</sup> y una balanza de precisión. El valor de la viscosidad se obtiene con un viscosímetro Brookfield L.V.T. de ocho velocidades. El resto de las propiedades físicas se investiga con un Reogoniómetro Weissenberg-19 que pertenece a la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M..

§ En este lugar se desea agradecer la importantísima colaboración del Dr. Raúl Valenzuela M. , por su ayuda material y moral y

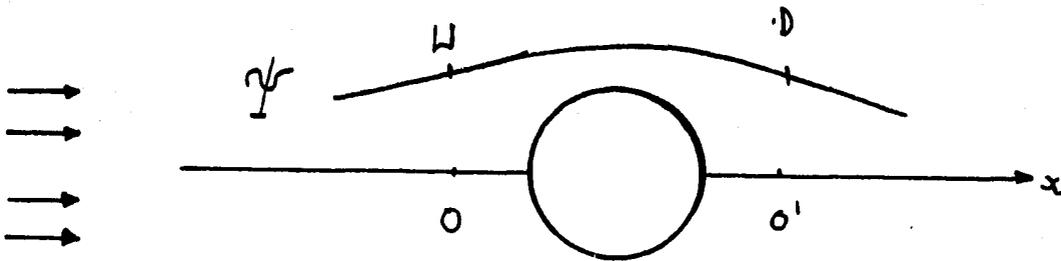
por los consejos de carácter técnico que hicieron que las fotografías obtenidas tuvieran una calidad que en otras circunstancias hubieran estado muy lejos de alcanzar.

## V. Análisis de los resultados y conclusiones.

Los resultados experimentales son fotografías, que se anexan más adelante.

El análisis consiste en tomar medidas sobre las líneas de corriente, con respecto al eje de simetría.

Figura 8



Se escoge una distancia XD ( donde  $D = 2a$  es el diámetro y X puede tomar los valores  $1/4, 1/2, 3/4, \dots$  ) con respecto al centro del cilindro, a lo largo de la línea que bisecta al círculo, hasta los puntos O y O'.

Se toma arbitrariamente alguna línea de corriente  $\psi$  y se mide la distancia que hay de O a U y de O' a D. De esta forma, para cada línea de corriente y para cada X, se cuenta con dos lecturas que permiten detectar si hay asimetría o no. Esta técnica es equivalente a determinar el área bajo la curva trazada por la línea de corriente, limitada por el eje de simetría (Ref 11).

Con esta serie de lecturas es posible observar los cambios que

queda haber en la separación de la línea de corriente con respecto al eje de simetría, en función de la distancia medida desde el centro del cilindro.

Para cuantificar la diferencia entre las lecturas de  $OaU$  y de  $O'aD$ , se define un porcentaje de desviación % :

$$\% = 100 \times (O'D - OU)/OU.$$

Las lecturas se efectúan sobre las fotografías tomadas, en donde el diámetro del cilindro se ha amplificado hasta un valor de dos centímetros. Las mediciones se hacen con una regla Rabone Chesterman, con graduaciones de hasta medio milímetro.

La operación de la toma de medidas es bastante laboriosa, debido al gran número de líneas de corriente que aparecen en cada imagen ; es esta una desventaja del método de visualización que se emplea en este trabajo, que no se encuentra en el método tradicional de inyección de tinte, como puede verse en la referencia 9.

Las mediciones obtenidas indican que para los bajos valores del número de Weissenberg que se alcanzan (del orden de  $10^{-3}$ ) no es perceptible ninguna asimetría, ni antes ni después del objeto, para ninguna línea de corriente  $\psi$ , sin importar su proximidad al obstáculo.

Esta observación indica que para un flujo muy lento (con una rapidez de deformación equivalente  $V/2a$  muy pequeña), el carácter elástico del fluido no se hace patente, y el fluido se comporta como lo hace el Newtoniano.

Esta conclusión está de acuerdo con aquellas de Zana, Tiefen

bruck y Leal (ref. 11) y las de Mena (ref 14), quienes han encontrado que el carácter de las desviaciones en las líneas de corriente es función del valor del número de Weissenberg.

El presente trabajo confirma la observación que para valores suficientemente pequeños del número de Weissenberg no hay diferencia con respecto al comportamiento Newtoniano, el cual, como no presenta elasticidad, corresponde a un We. igual a cero.

Los parámetros físicos de las disoluciones se presentan en la tabla siguiente :

Solución p.p.m.	Viscosidad Poises	Tiempo de relajamiento, seg.
750	130	0.62
500	110	0.57
400	85	0.50
200	77	0.30

Para determinar el tiempo de relajamiento, se hicieron ensayos con el Reogniómetro Weissenberg-19 perteneciente a la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M. : sin embargo, para esta determinación se requiere de una técnica especial que nos era desconocida (ref. 15, p. 189) y las lecturas efectuadas no proporcionaron resultados congruentes.

Para estimar los valores del tiempo de relajamiento, se toman las cifras reportadas por Boger et al (ref. 15), considerando la concordancia entre las viscosidades reportadas por estos investiga

dores y las halladas experimentalmente durante este trabajo.

La coincidencia en la concentración de polímero empleada, los valores de la viscosidad (que no es función de la rapidez de deformación) y el hecho que el tiempo de relajamiento se obtenga con una extrapolación cuando  $\dot{\gamma} \rightarrow 0$  (extrapolación que es bastante incierta), son los alicientes para tomar esta decisión.

El valor de la densidad de las disoluciones es prácticamente independiente de la cantidad de polímero (para las bajas concentraciones que se emplean) y resultó ser de 1.4 gramos/cm<sup>3</sup>.

La viscosidad es independiente de la rapidez de deformación, y este hecho es importante, pues como se ha señalado antes, este es el primer trabajo en donde se pretende separar el carácter elástico de un fluido de la influencia de la variación de la viscosidad con la rapidez de deformación.

- L = LENTE
- E = EMISOR RAYOS LASER
- C = CAMARA
- D = DUCTO DE OBSERVACION

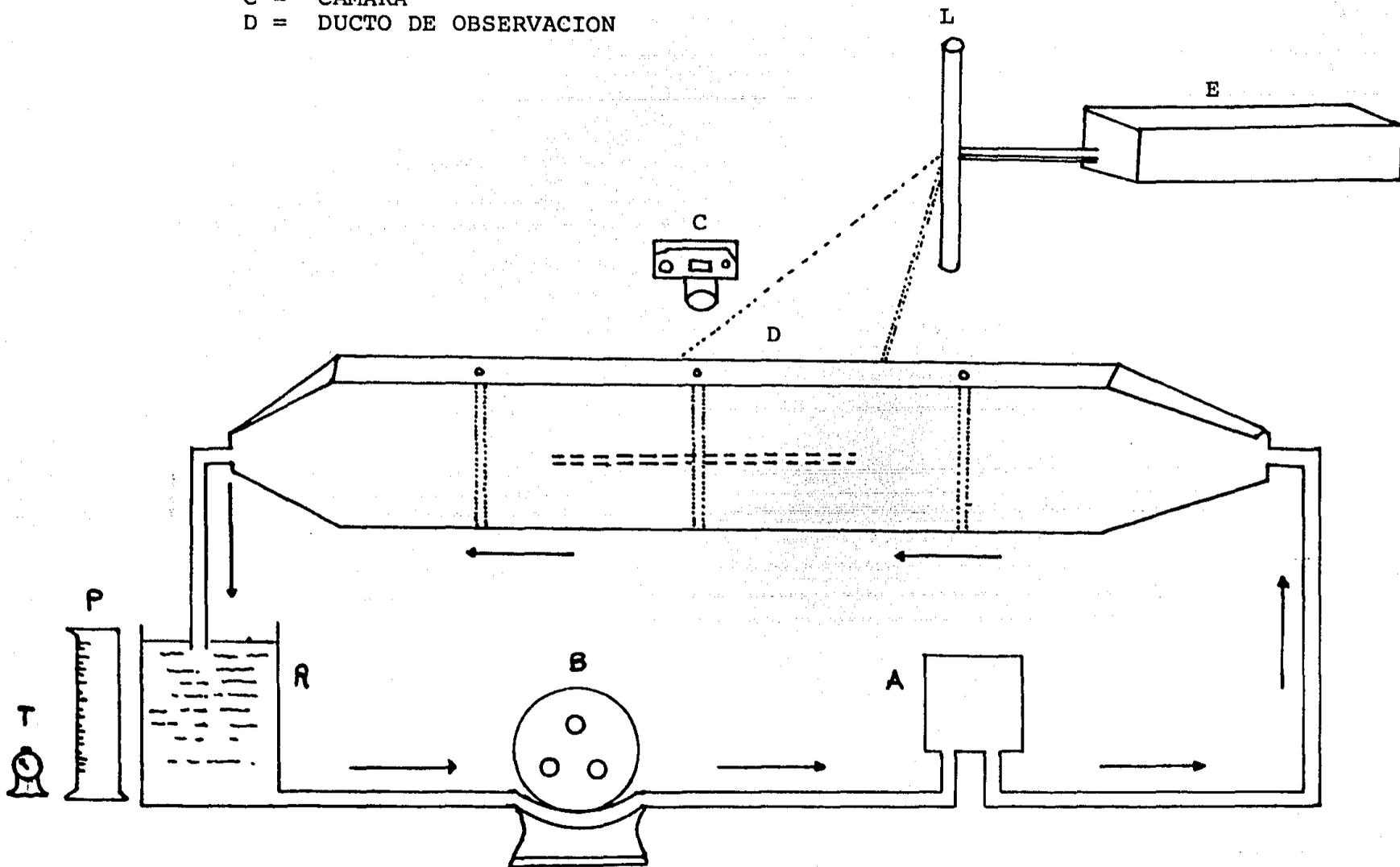


FIGURA 7.-

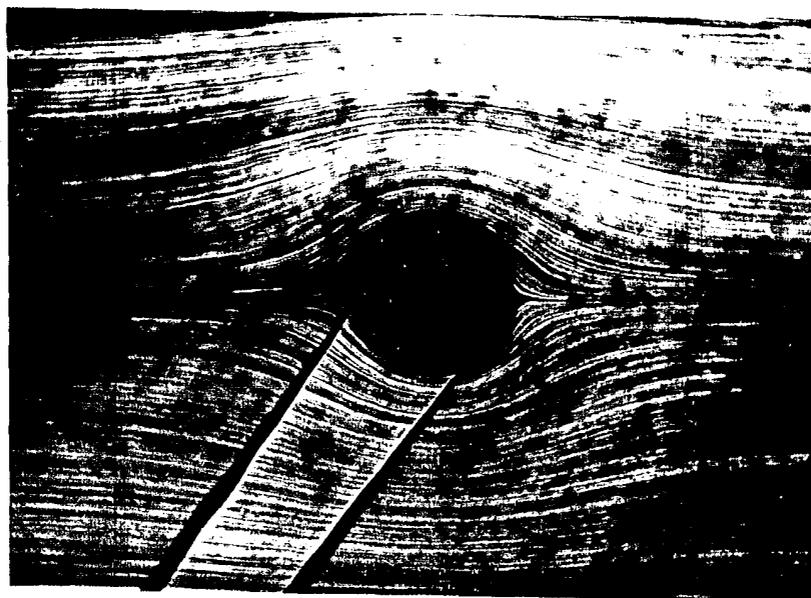
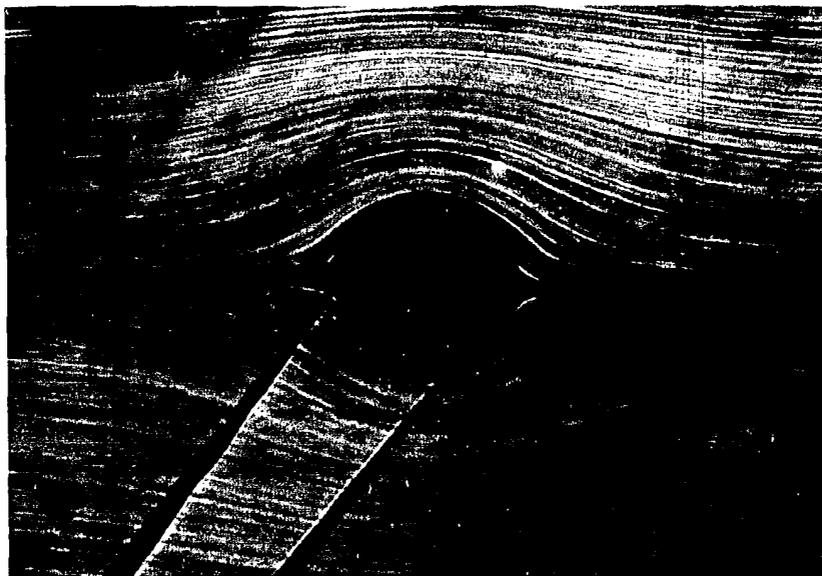


Foto A  $We = 6.18 \times 10^{-3}$

Foto B  $We = 3.27 \times 10^{-3}$



El flujo es de derecha a izquierda

Bibliografía

- 1.- Illingworth, C.R., Laminar Boundary Layers, L. Rosenhead, Editor, Oxford University Press, (1963).
- 2.- Lamb, H., Hydrodynamics, Cambridge University Press, 6<sup>th</sup> Edition, (1962).
- 3.- Currie, I.G., Fundamental Mechanics of Fluids, McGraw-Hill (1974).
- 4.- Hildebrand, F.B., Advanced Calculus for Applications, Prentice-Hall, 2<sup>nd</sup> Edition, (1976).
- 5.- Mena, B. y Caswell, B., Chem. Eng. J., 8, (1974), 125.
- 6.- Ultman, J.S. y Denn, M.M., Chem. Eng. J., 2, (1971), 81.
- 7.- Ultman, J.S., Ph. D. dissertation, Dept. of Chem. Eng., University of Delaware, U. S. A. (1971).
- 8.- Mena, B., Ph. D. dissertation, Brown University, U.S.A. (1973).
- 9.- Broadbent, J.M. y Mena, B., Chem. Eng. J., 8, (1974), 11.
- 10.- Acosta, A. y James, D., J. Fluid Mech., 42, (1970), 269.
- 11.- Zana, E., Tiefenbruck, G. y Leal, G., Rheol. Acta, 14, (1975), 91.
- 12.- Cochrane, T., Comunicación Personal, Dept. of Physics and Applied Mathematics, University College of Wales.
- 13.- Kaplan, S., Fluid Mechanics and Singular Perturbations, Lagerstrom, P., Howard, L., Liu, C.S., Editors, Academic Press, (1967).
- 14.- Mena, B., Joint Meeting of the American and Japanese Rheological Societies, (1979).

15.-Chhabra, R.P., Uhlherr, P.H.T. and Boger, D.V., J. of Non-Newt.

Fluid Mech., 6, (1980), 187.