

1975



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA

**“ BASES TEORICAS Y SUS APLICACIONES DE LAS
PROSPECCIONES SISMICAS DE REFRACCION Y
DE GEOELECTRICIDAD ”**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO GEOFISICO**

P R E S E N T A:

Alejandro Godínez Luna

MEXICO, D. F.

1981



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

I N D I C E

Cap. I.- Introducción

Cap. II.- Nociones de Sismología

- II.- 1.- Sismología
- II.- 2.- Terremotos
- II.- 3.- Foco ó Hipocentro y Epicentro
- II.- 4.- Tipo de ondas observadas en los terremotos
- II.- 5.- Investigación del interior de la tierra

Cap. III.- Fundamentos físicos empleados en sismología

- III.- 1.- Constantes y propiedades elásticas
 - 1.-a.- Esfuerzo y deformación
 - 1.-b.- Módulo de Young
 - 1.-c.- Coeficiente de Poisson
 - 1.-d.- Módulo de rigidez ó de cizallamiento
 - 1.-e.- Módulo de Bulk ó de incompresibilidad
 - 1.-f.- Esfuerzos normales y tangenciales
 - 1.-g.- Ley de Hooke generalizada
 - 1.-h.- Parámetro "λ" de Lamé
 - 1.-i.- Esfuerzos normales y tangenciales - en función del parámetro de Lamé y los desplazamientos
 - 1.-j.- Densidad
 - 1.-k.- Ecuación fundamental de la Elasticidad
- III.- 2.- Ondas elásticas
 - 2.-a.- Ondas Internas
 - 2.-b.- Ondas Superficiales
- III.- 3.- Leyes que rigen la propagación de las ondas en Sismología de prospección:
 - 3.-a.- Principio de Huygens
 - 3.-b.- Principio de Fermat
 - 3.-c.- Ley de Snell

Cap. IV.- Generalidades sobre los métodos sísmicos de -
prospección.

- IV.- 1.- Ondas sísmicas; Frente de ondas y Rayo sísmico
- IV.- 2.- Generación y propagación de ondas sísmicas
- IV.- 3.- Fenómenos de Difracción, Dispersión y Scattering
- IV.- 4.- Velocidades de propagación en las rocas
- IV.- 5.- Estudio de la gráfica Tiempo-Distancia para dos capas horizontales y velocidades cts.
 - 5.-a.- Onda Directa
 - 5.-b.- Onda reflejada
 - 5.-c.- Onda refractada

Cap. V.- Método sísmico de refracción

- V.- 1.- Generalidades
- V.- 2.- Caso de un refractor horizontal y velocidades cts.
- V.- 3.- Ley de las velocidades aparentes
- V.- 4.- Caso de un refractor inclinado
- V.- 5.- Obtención gráfica de V_1 , L_c y α
- V.- 6.- Caso de una falla
- V.- 7.- Caso de dos refractores inclinados
- V.- 8.- Principios generales y Métodos de interpretación en refracción
 - 8.-a.- Principio de reciprocidad
 - 8.-b.- Principio del tiempo interceptado en el origen
 - 8.-c.- Principio del paralelismo
 - 8.-d.- Método de los "Delay times" de Gardner
 - 8.-e.- Método de los frentes de onda

Cap. VI.- Práctica y aplicaciones del método sísmico de -
refracción

- VI.-1.- Equipo empleado
- VI.-2.- Secuencia seguida en la ejecución de una línea sísmica de refracción
- VI.-3.- Aplicaciones del método sísmico de refracción

- VI.- 3.-a.- En la prospección petrolera
- 3.-b.- En la prospección minera
- 3.-c.- En trabajos de ingeniería civil

Cap.- VII.- Fundamentos físicos empleados en los métodos geoelectrónicos

VII.- 1.- Propiedades eléctricas del medio

- 1.-a.- Resistividad
- 1.-b.- Conductividad
- 1.-c.- Cte., dieléctrica
- 1.-d.- Potencial eléctrico

VII.- 2.- Ecuaciones generales

- 2.-a.- Ley de Ohm
- 2.-b.- Ecuaciones de Maxwell
- 2.-c.- Ecuación de continuidad de Laplace
- 2.-d.- Imágenes eléctricas de Maxwell
- 2.-e.- Relación directa de las caídas de potencial

Cap.- VIII.- Arreglos ó Dispositivos electrónicos empleados en prospección

VIII.-1.- Dispositivo Electrónico

- 1.-a.- Dispositivos lineales
- 1.-b.- " compuestos
- 1.-c.- " dipolares

VIII.-2.- Método de las relaciones de caídas de potencial

- 2.-a.- Primera variante
- 2.-b.- Segunda variante
- 2.-c.- Tercera variante

Cap.- IX.- Práctica y aplicaciones de los métodos geoelectrónicos

- IX.- 1.- Equipo empleado

ix.- 2.- Secuencia seguida en la ejecución de un sondeo eléctrico vertical y en una califata eléctrica

IX.-3.- Aplicaciones de los métodos geoelectricos R.C.P. y de Resistividad

3.-a.- En la elaboración de mapas de ISO-RCP e ISO- ρ

3.-b.- En la localización de acuíferos, identificación de cavernas y algunas estructuras geológicas

3.-c.- En trabajos de ingeniería civil

Cap. X.-

Ejemplo práctico (determinación de unidades litológicas).

Conclusiones

Bibliografía

CAP. I. - INTRODUCCION

El presente trabajo tiene por objeto la exposición teórica y práctica de los métodos sísmico y geoelectrico de la prospección geofísica, y en particular de los métodos de refracción y de R.C.P., con objeto de mostrar tanto las ventajas como las limitaciones cuando se aplican ambas en la solución de problemas de ingeniería civil.

En los programas de exploración geofísica es frecuente la intercalación de varios métodos de prospección por la gran ayuda que se obtiene al observar los diferentes comportamientos que presentan los resultados puesto que como se trata de métodos prospectivos diferentes, asimismo se tratara de contrastes físicos diferentes, lo cual es de gran interés para lograr una buena interpretación cualitativa de la zona que se estudia. El hecho de intercalar algún método geofísico de reconocimiento previo tiene justificaciones de tipo económico, y esto se observa claramente en el caso que nos ocupa, ya que el método sísmico es más costoso que el método eléctrico, la eficiencia es mayor puesto que el hecho de emplear un método de reconocimiento relativamente económico y después de observar sus resultados, la zona por estudiarse se puede reducir y con ello la aplicación del método más costoso.

La base de la prospección sísmica de reflexión y refracción ha sido el estudio de la sismología, disciplina científica que data de algo más de un siglo y la cual se encarga del estudio de los terremotos. Las primeras experiencias en el campo de la sismología aplicada se deben a Robert Mallet, quien en 1846 publicó un artículo acerca de la dinámica de los terremotos, en 1851 realizaba experimentos que consistían en hacer detonar una carga de pólvora enterrada y detectaba las ondas así generadas en un sísmoscopio rudimentario, el cual consistía en un recipiente con mercurio, en cuya superficie se reflejaba un rayo de luz, la cual se observaba por medio de un pequeño telescopio. En 1876 Abbot, Gral., de ingenieros del ejército de los Estados Unidos, midió la velocidad de las ondas sísmicas, con instrumentos de tipo usado por Mallet. En 1888 Schmidt publicó un artículo en el que decía que la velocidad de las ondas sísmicas debía aumentar con la profundidad. Reginal Fessenden, en 1914 patentó el método de exploración del subsuelo por medio de ondas sonoras, lo cual era ya una aportación importante al método sísmico de reflexión, en 1927, se obtiene el primer logro de este método al descubrir el yacimiento petrolífero de Maud Pool, en Oklahoma (E.U.), en 1919 Mintrop patenta el uso de perfiles de refracción para determinar la profundidad y tipo de las formaciones próximas a la superficie de la tierra, y en 1924 descubría el Domo de Orchard,

que fue la primera cúpula de sal descubierta en Texas. Pero - el desarrollo de la prospección sísmica ha sido paralela al avance de la tecnología electrónica, la cual permitió el desarrollo y perfeccionamiento del instrumental básico, todo esto tuvo lugar entre 1925 y 1930. En 1936 Frank Rieber obtuvo registros sísmicos reproducibles y este acontecimiento fue aprovechado en 1950 con la llegada de las técnicas de registro magnético.

En cuanto a los métodos eléctricos de prospección llamados también geoelectrónicos, su desarrollo es relativamente reciente aunque sus orígenes se remontan al siglo XVIII con los trabajos de Gray y Wheeler sobre la resistividad de las rocas y el descubrimiento de las propiedades conductoras del suelo - realizado por Watson. En 1815 Robert Fox descubrió el fenómeno de la polarización espontánea, el cual se basa en el hecho de que los yacimientos de ciertos minerales producen débiles - corrientes eléctricas, apreciables desde la superficie.

Esta aportación fue aplicada en 1882 por el Doctor Carl - Barus y entre 1880 y 1914 por Barnes, Brawn y Wells, quienes - después de aplicarla, hicieron una nueva aportación, que consistió en la construcción de los primeros electrodos impolarizables. La idea proporcionada por Robert Fox se ve colmada - con el descubrimiento de un yacimiento de sulfuros en Bor (Ser - via) realizado por el Ingeniero Conrad Schlumberger en 1913. En 1883 se iniciaron estudios con campos eléctricos artificiales, siendo Brawn el precursor, posteriormente Daft y Williams emplearon corrientes de baja frecuencia y en 1915 Conrad - - Schlumberger y Frank Wenner idean en forma independiente el - - dispositivo tetraelectrónico. De igual manera los físicos - -- Geneslay y Alpin idearon el método de Sondeos Dipolares y fué - en 1939 cuando se realizaron los primeros ensayos de campo. En el decenio 1930-1940 Conrad Schlumberger y sus colaboradores a provechan la corriente de campo natural, es decir que lo que - se consideraba ruido ó perturbaciones telúricas cuando se practicaban los métodos de campo creados en forma artificial, eran utilizados ahora como señales evitándose así el circuito emisor, con esta innovación surgían los métodos de campo natural, ya que los registros obtenidos eran de potenciales ligados a - corrientes del tipo mencionado en un principio, éste método es conocido como "telúrico". En 1937 el geofísico Helmer Hedström inventó el método "Turam" que consiste en tender un cable en - el terreno y el campo electromagnético producido por éste, es estudiado en intensidad y fase entre pares de puntos próximos. En el decenio 1940-1950 los geofísicos Karl Sundberg, H. Lundberg y Helmer Hedström, desarrollan el método "Slingram", que consiste en desplazar conjuntamente tanto el elemento emisor como el receptor. Los geofísicos suecos H. Lundberg y T. Zuschiag desarrollaron una nueva técnica de la prospección geoelectrónica, denominada "Método de relaciones de caída de potencial", la cual - fué publicada en el año de 1932. En dicho método, el arreglo electrónico empleado, está formado por dos electrodos que forman el circuito de emisión y tres el de recepción ó medición,

dicho arreglo difiere de los empleados por C. Schlumberger y F. Wenner, en un electrodo extra en el circuito de recepción.

Existe una clasificación en relación a este tipo de dispositivos ideada por Blokh, y es como sigue:

Dispositivos Compuestos	}	Dispositivos de Agrupación	}	Un electrodo extra en el circuito de recepción
		Dispositivos Apantallados		Un electrodo extra en el circuito de emisión
		Dispositivos Apantallados de agrupación		Un electrodo extra -- tanto en el circuito de emisión como en el de recepción

Nota: Los dispositivos compuestos se derivan de los dispositivos tetraelectródicos (constituídos por dos electrodos en el circuito de emisión y dos en el circuito de recepción).

Se observa que el método ideado por H. Lundberg y T - - Zuschlag, cae dentro de los Dispositivos de Agrupación.

El método de R.C.P. esbozado anteriormente fué dado a conocer en México, aproximadamente en 1944 por el Ing. Alfonso de la O. Carreño, y a partir de 1949 se lleva a la práctica, siendo de gran utilidad en la solución de diferentes problemas planteados por la ingeniería civil, y en la detección de aguas subterráneas.

La primera parte de este trabajo está dedicada al estudio del método de refracción, incluyendo sus antecedentes, y en la segunda se mencionan algunos métodos eléctricos en forma muy general, detallando el método de Relaciones de Caídas de Potencial.

CAPITULO II.- NOCIONES DE SISMOLOGIA

II.- 1.- Sismología.

La sismología (del griego "estudio de los temblores"), es la ciencia que estudia los terremotos y los fenómenos relacionados con ellos, mediante instrumentos de registro llamados -- sismógrafos; tiene por objeto dar la localización del lugar -- donde se originan, así como el estudio de las causas que los -- producen, para que ésto pueda lograrse se requiere de estaciones sismológicas ubicadas en sitios clave y repartidos en toda la superficie de la tierra. Con el objeto de obtener el vector de movimiento completo del terreno, deberá contarse con -- tres sismógrafos, puesto que éstos se proyectan para medir sólo una de las componentes del movimiento del terreno, por lo -- tanto dos de ellos deberán estar dispuestos en ángulo recto -- uno con respecto del otro, con el objeto de registrar las componentes del movimiento horizontal y el tercero se empleará para detectar la componente de movimiento vertical. Dichas unidades de registro tienen una característica básica en común, -- siendo ésta, su "Inercia", la cual está dada por una masa pesada de metal, suspendida por resortes de tal forma que prácticamente permanece en reposo, cuando las rocas que están debajo vibran durante el temblor.

La representación esquemática de los sismógrafos se da a continuación en la Figura No. 1.

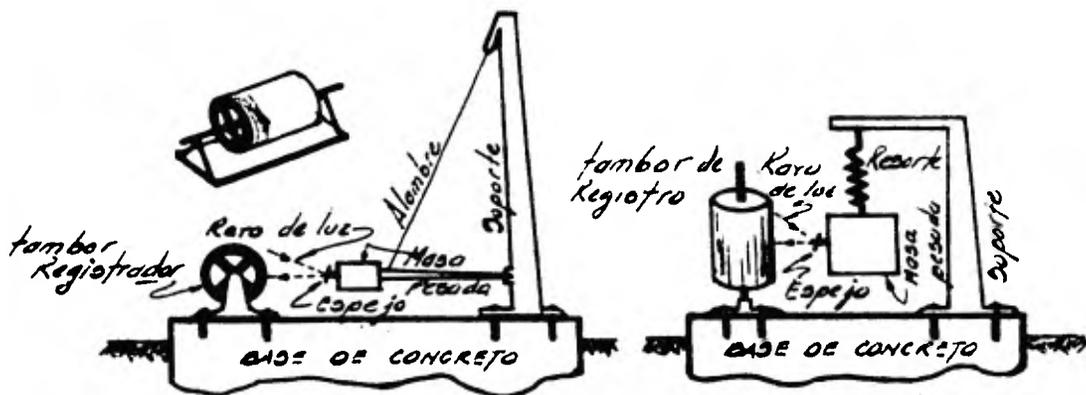


FIGURA No. 1

Las estaciones sismológicas deben contar con equipo adecuado, esto es, que se daba disponer de dos tipos de unidades, uno para registrar terremotos cercanos a la estación y el otro para obtener el registro de los terremotos lejanos a la misma, ya que el movimiento real de las partículas de las rocas en vibración disminuye con la distancia, aunque la forma del movimiento permanece inalterada.

11.-2.- Terremotos.

Desde tiempos anteriores a la era cristiana se habían tratado de dilucidar las causas de los terremotos, sin descartar el hecho (muy extendido en ese entonces) de creencias supersticiosas, las primeras hipótesis se deben a Aristóteles quien explicaba que la existencia de los terremotos se debían a causas naturales, no fué sino hasta mediados del siglo XIX, cuando se llegó a pensar que los terremotos son causa de la propagación de ondas elásticas y se supuso que su origen se encontraba en los abruptos movimientos de grandes bloques situados dentro de la corteza de la tierra, por lo tanto en la actualidad puede decirse que un terremoto ó sismo, es un movimiento ó una serie de movimientos transitorios y repentinos del terreno, originados en una región limitada de la corteza terrestre, que se propagan desde su origen en todas direcciones.

Las causas de los terremotos pueden ser de origen tectónico, volcánico ó causas producidas por impacto.

Existe una clasificación de los terremotos basada en la profundidad a la que se encuentra el foco ó hipocentro, y ésta es la siguiente:

Profundidad "h" en Kms.

Terremoto de foco profundo - - - - -	300	\leq	h	\leq	700
Terremoto de foco intermedio - - - - -	70	\leq	h	\leq	300
Terremoto de foco somero - - - - -			h	$<$	70

Siendo los de mayor ocurrencia los últimos, como se ilustra en la Tabla No. 1 de distribución general de los terremotos, dada por Beno Gutenberg y Charles F. Richter en su estudio de "Sismicidad de la Tierra" al considerar todos aquellos sismos ocurridos durante el período 1918-1946.

Profundidad en Kms.	100	190	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
Número de veces	412	187	137	78	26	41	45	20	35	39	57	25	9

TABLA No. 1

La profundidad de cerca de 750 Kms., parece ser un máximo absoluto en la existencia de debilitamientos repentinos - ocurridos en el interior de la tierra, y de la Tabla No. 1, - puede observarse que son menos frecuentes los terremotos de foco profundo. Los efectos de un terremoto son por lo regular más notorios cerca del epicentro y decrecen gradualmente a medida que crece la distancia epicentral, aunque pueda ocurrir lo contrario, dependiendo de las condiciones del suelo en un sitio determinado; en la actualidad existen métodos cualitativos y cuantitativos para determinar la intensidad y magnitud respectivamente, de un terremoto, los cuales son de gran ayuda, ya que con el uso de ellos se logra la ubicación en la superficie terrestre de zonas sísmicas.

Existen varias escalas que nos dan la intensidad de un terremoto, entre ellas la que con mayor frecuencia se emplea es la de Mercalli, esta escala representa una medición cualitativa ya que se expresa por un número que se relaciona con la perturbación ó destrucción observada y con las sensaciones humanas, esta valoración cualitativa está señalada con números romanos que van del I al XII. por el contrario, la escala de Richter tiene una base más científica que la de Mercalli, por estar basada en la comparación de sismogramas, esto es, que la magnitud de un terremoto está definida como el logaritmo en base diez de la amplitud máxima observada en un sismograma registrado a una distancia de 100 Kms., con respecto al epicentro esto es:

$$M = \log_{10} A; \quad \text{donde:}$$

M = Magnitud
A = Amplitud máxima observada

Mediante esta método las magnitudes de los terremotos se expresan en números relacionados con la energía liberada en las rocas, por esta razón se considera como un método cuantitativo.

En 1956 Gutenberg y Richter obtuvieron una relación entre la magnitud "M" y la energía liberada "E", siendo ésta la siguiente:

$$\log_{10} E = 11.3 + 1.8 M$$

Por lo tanto: $E = 10^{11.3 + 1.8M}$; donde E = [Ergs]

Las constantes que aparecen en la expresión anterior fueron obtenidas en forma empírica por Gutenberg y Richter. En base a las magnitudes de los terremotos, se ha logrado la clasificación mostrada en la Tabla No. 2

Tipo de terremoto	Magnitud	Ocurrencia/año
Grandes	8	1.1
Mayores ó Principales	7-7.9	18
Destructivos	6-6.9	120
Dañinos	5-5.9	800
Menores	4-4.9	6200
Pequeños	3-3.9	49000
Normales	2-2.9	300 000

TABLA No. 2

Examinando la ecuación dada por Gutenberg y Richter, se observa que una sacudida de magnitud 8 excede a una de magnitud 2, en un factor mayor de 10^{10} mientras que las sacudidas más pequeñas (las normales) son 3×10^5 veces más frecuentes que las de magnitud 8.

11.- 3.- Foco ó Hipocentro y Epicentro.

Foco ó Hipocentro.- Es virtualmente un punto cuya situación geográfica y profundidad, se calculan a partir de los registros del sismo obtenidos en varias estaciones sismológicas.

Generalmente éstos se localizan a pocos Kms., de la superficie ó en la base de la corteza terrestres, llamada discontinuidad de Mohorovicic. Realmente el lugar de origen no es un punto, sino probablemente una área limitada sobre una superficie de falla, donde comienza el movimiento afallante. En la actualidad se puede determinar la ubicación del foco, empleando las tablas aportadas por varios sismólogos (las cuales fueron obtenidas en teoría y bajo condiciones ideales), siendo entre éstas las más empleadas, aquéllas determinadas por Jeffreys-Bullen, para lo cual se requieren únicamente los tiempos de arribo de los diferentes tipos de ondas observadas en un terremoto, los cuales vienen registrados en los sismogramas.

Epicentro.- Se llama epicentro (del griego "encima del centro") a la proyección del hipocentro sobre la superficie terrestre.

La localización del epicentro se obtiene en forma aproximada, ya sea por medio de tres estaciones sismológicas, ó empleando cualquiera de las escalas de intensidad de un terremoto (Rossi-Forel, Mercalli, etc.,). Para el primer caso únicamente bastará conocer en forma aproximada la distancia epicentral, es decir, la distancia que existe entre el epicentro y la estación sismológica expresada ya sea en grados ó en Kms., teniendo presente que la distancia lineal media que corresponde a 1° es de unos 110 Kms. Para el segundo caso será suficiente la elaboración de un mapa que incluya las líneas isosísmicas, las cuales unen puntos de igual intensidad.

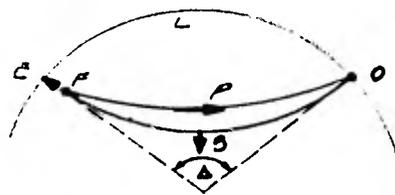
11.- 4.- Tipos de ondas observadas en los terremotos.

La liberación abrupta de energía y el movimiento afallante características en un terremoto dan lugar a ondas de compresión y expansión alternantes, así como a ondas transversales respectivamente, dichas ondas se transmiten desde el foco, a través de la tierra a velocidades que dependerán de la naturaleza de los materiales que atraviezan y según trayectorias que produzcan el tiempo mínimo según lo establece el principio de-

Fermat, el cual se verá más adelante; estas ondas viajan en el interior de la tierra y por eso se llaman ondas internas. Las ondas de compresión y expansión alternantes reciben el nombre de ondas primarias ó simplemente ondas P, por el hecho de que éstas son las primeras en llegar a las estaciones sísmológicas las cuales se encuentran por lo general en puntos distantes del lugar donde se origina el temblor. Las ondas transversales llamadas también ondas secundarias ó ondas S, se mueven con menos rapidéz que las ondas P, rezagándose así más y más detrás de éstas últimas a medida que se propagan, como características adicionales de este tipo de ondas se señalan las siguientes:

- 1a.-) Se generan en medios rígid^os y no en gases ni en líquidos.
- 2a.-) Amplitud algo mayor y períodos semejantes ó también algo mayor que el de las ondas P.

A partir del epicentro, un tercer tipo de ondas elásticas se propaga, éstas son generadas por la energía que llevan a la superficie las ondas P, y reciben el nombre de ondas largas ó ondas L, debido a que tienen mayor amplitud y longitud de onda que las vibraciones de las cuales se generan e incluso de las transversales, su propagación es alrededor de la parte exterior de la corteza, a velocidades relativamente bajas. Con el objeto de ilustrar en forma gráfica lo anterior obsérvese la Figura No. 2.



F=Foco ó hipocentro
E=Epicentro
FPO=Camino de las
ondas P

FSO=Camino de las ondas S
ELO=Camino de las ondas L
A=Angulo Epicentral

FIGURA No. 2

11.- 5.- Investigación del interior de la tierra.

Hasta la aparición de la sismología el conocimiento tanto del interior de la tierra como de la corteza terrestre se basaba en hipótesis y especulaciones, pero gracias a esta ciencia hoy en día se conoce lo anterior con rigor científico. De las tablas aportadas por Jeffreys-Bullen en 1940, relativas a la determinación de velocidades tanto de ondas P como S, se observa que la velocidad de las ondas S es un tercio menor que la de las ondas P, la velocidad de ambos tipos de ondas varía con la profundidad en la tierra, y debido a esta variación su trayecto está generalmente curvado hacia afuera y cuando éstas llegan al límite entre dos capas pueden reflejarse o refractarse, pero al alcanzar la corteza terrestre son reflejadas hacia abajo nuevamente, engendrando así nuevas ondas P ó S. En 1906 Oldham, basándose en la observación de varios sismogramas demostró que la tierra tenía un gran núcleo central, y en 1914 Beno Gutenberg localizó el límite del núcleo a 2896 Kms., bajo la superficie terrestre, éste descubrimiento se produjo al notar la existencia de zonas de sombra en las que se registraban pocas ondas P, estas zonas fueron observadas mediante estudios de las gráficas producidas por los terremotos en todo el mundo notándose que las ondas P y S que llegan a las estaciones dentro del límite de 103° alcanzan una profundidad máxima de unos 2900 Kms., las estaciones más distantes no reciben ondas tipo S y dentro de una zona comprendida entre los 103° y los 143° -- del epicentro, los sismogramas no presentan registro ni de ondas P ni de ondas S. Sin embargo a partir de los 143° las ondas P se vuelven a recibir con toda su intensidad. Las únicas ondas P que pueden emerger en la zona de sombra son aquéllas que entrando en el núcleo interno, son fuertemente incurvadas hacia arriba. Debido a la ausencia de las ondas S a partir de los 143° se pensaba que al menos la parte más externa del núcleo estaba fundida, esto fué corroborado primero por la señorita I. Lehman de Dinamarca en 1936, cuando al estudiar detalladamente las pocas ondas P que emergen en la zona de sombra de la superficie, llegó a la conclusión de que estas ondas se presentan debido a una desviación importante hacia la parte superior por un núcleo más interno en el cual estas ondas viajan más de prisa que en el núcleo externo; esto fué posteriormente reconfirmado por Gutenberg, Richter y Jeffreys, a tal grado que se estimaron espesor y radio del núcleo exterior e interior respectivamente, esto es:

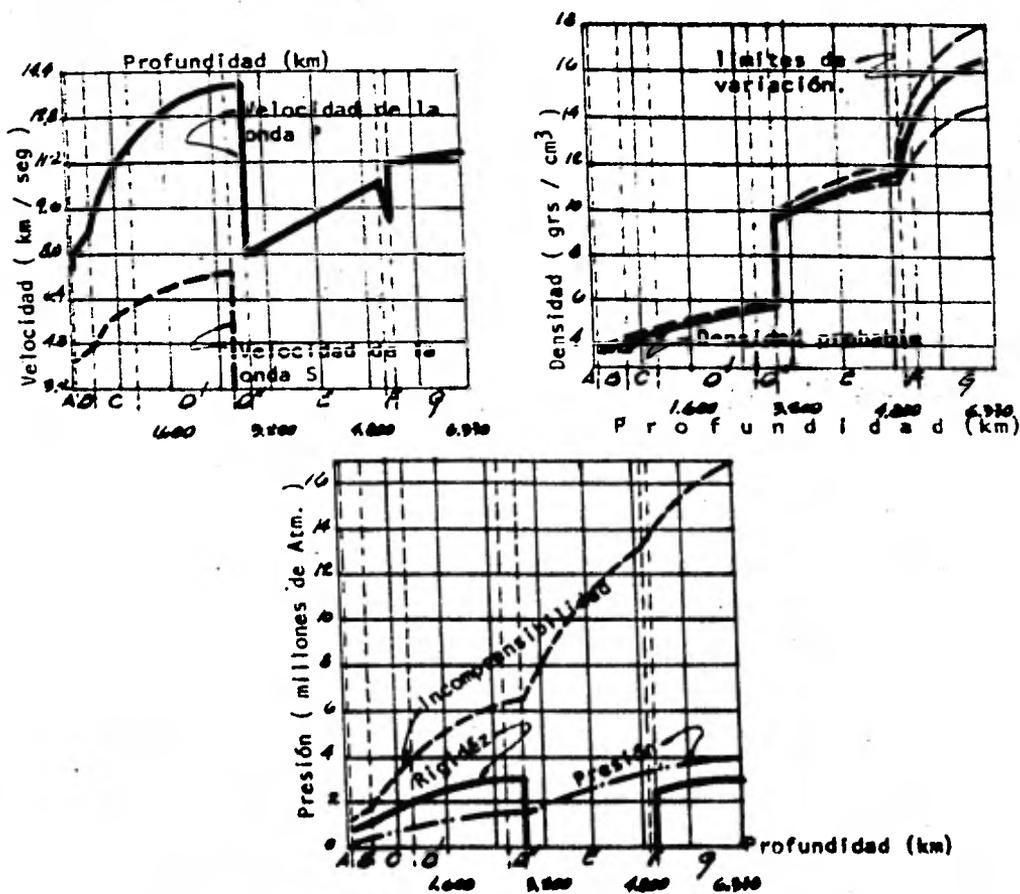
Núcleo exterior (líquido) - Espesor : 2100 Kms.

Núcleo interior (sólido) - Radio : 1370 Kms.

En la actualidad podemos determinar las características físicas de la materia terrestre a profundidad, en base a las -

velocidades de las ondas P y S, las cuales quedan determinadas por la densidad, compresibilidad y rigidez de los materiales que atraviesan; pero no proporcionan información suficiente como para establecer estos valores con exactitud, pero existen métodos indirectos que ayudan a calcular aquellos, tales como el momento de inercia y la masa de la tierra, las observaciones de campo y los experimentos en laboratorio sobre rocas, así como las teorías matemáticas de la elasticidad y la atracción gravitatoria.

Las gráficas siguientes muestran la culminación de estudios llevados a cabo con la finalidad de proporcionar ideas cuantitativas acerca de las características físicas de la tierra y en base a éstas se han identificado regiones ó capas distintas de la misma, como lo indica la Figura No. 3, la cual muestra el interior de la tierra.



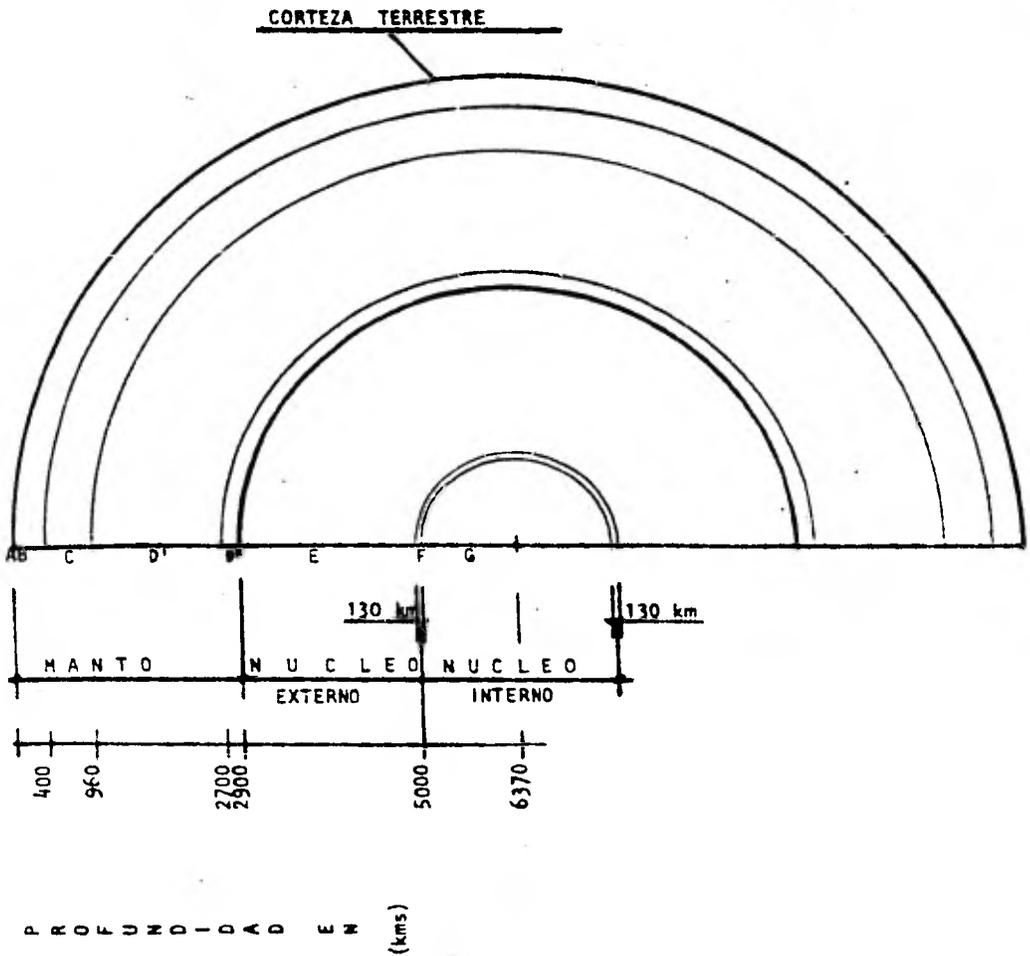


FIGURA No. 3

CAP. III.- FUNDAMENTOS FISICOS EMPLEADOS EN SISMOLOGIAIII.- 1.- Constantes y propiedades elásticas.III.- 1a.- Esfuerzo y Deformación

Desde el punto de vista de la mecánica del medio continuo, existen dos tipos de fuerzas, las de cuerpo y las de superficie, las segundas dependerán de las dimensiones de la superficie a la cual se aplica, tratándose por tanto de una propiedad mecánica extensiva, sin embargo si se considera una fuerza F aplicada uniformemente sobre una superficie S de tal forma que a una ΔS le corresponda una ΔF , se entiende por esfuerzo en un punto P de la superficie, al límite:

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{dF}{dS} ; \text{ considerando que el punto } P \text{ queda siempre dentro de la superficie } \Delta S, \text{ cuando ésta va reduciéndose; se observa que en este caso no interesan las dimensiones de la superficie, por lo tanto se considera que el esfuerzo es el equivalente intensivo de las fuerzas de superficie.}$$

nes de la superficie, por lo tanto se considera que el esfuerzo es el equivalente intensivo de las fuerzas de superficie.

Puesto que por un punto puede pasar un número infinito de planos, un esfuerzo considerado en dicho punto podrá para algunos planos descomponerse en una componente normal σ y en una tangencial τ , la primera recibe el nombre de esfuerzo normal, pudiendo ser éste de tensión σ de compresión según su sentido, y a la segunda se le da el nombre de esfuerzo tangencial τ de corte.

Edo. de esfuerzos en un punto P .- Es la consideración de todos los esfuerzos correspondientes a diferentes elementos de superficie ΔS trazados por P en todas las direcciones posibles, existiendo dos tipos simples:

- a) Edo. de esfuerzos Isotrópicos
- b) Edo. de esfuerzos Distorsionales

El primero produce cambios de volumen pero no distorsiones del medio, mientras que el segundo produce deformaciones angulares sin cambios de volumen.

Para lograr la representación geométrica de los esfuerzos no basta un vector, debido a que a través de un punto hay tantos esfuerzos como planos puedan trazarse por él, razón por la cual se introduce; con el objeto de lograr una buena representación, así como para poder determinar todos los esfuerzos en un punto mediante el conocimiento previo de tres de ellos, correspondientes a tres elementos de superficie mutuamente ortogonales; el tensor de los esfuerzos, el cual es un operador que aplicado al vector unitario "n", produce el vector esfuerzo; correspondiente a un elemento de superficie dS normal a n en su origen.

La representación gráfica y analítica de un esfuerzo unitario asociado con un elemento de superficie dS y que pasa por el punto P es la que se ilustra en la Figura No. 4.

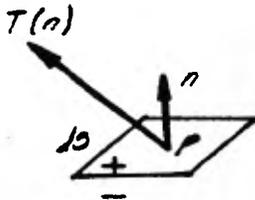


FIGURA No. 4

en donde

n = vector unitario

T = tensor de los esfuerzos

Para mostrar las propiedades del operador T , considérese la Figura No. 5.

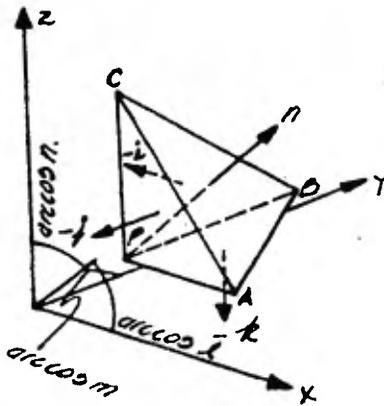


FIGURA No. 5

En ella se muestra un tetraedro con vértice en P y con sus caras laterales paralelas a los planos coordenados, y normal a su base y pasando por el centro un vector unitario "n", los vectores unitarios normales a las tres caras laterales son como se observa: $-i, -j, -k$

Sea el volumen del tetraedro igual a ΔV y las áreas respectivas de la base, cara paralela al plano yz, al plano zx y al xy las siguientes: $\Delta S, \Delta S_x, \Delta S_y$ y ΔS_z , y por último sea Δh la altura del tetraedro, éste está sujeto a una fuerza de cuerpo δ de masa (extensiva y distribuida de manera continua en el tetraedro), la cual puede escribirse como:

$F = m \cdot a$, δ en su equivalente intensivo, empleando la propiedad intensiva δ de punto correspondiente a la densidad, esto es:

$$F = \rho \cdot \Delta V \cdot a = \frac{1}{3} \cdot \rho (\Delta h \cdot \Delta S) a ; \text{ siendo}$$

$m =$ masa del tetraedro

$$\rho = \frac{dm}{dV} = \text{densidad (No depende de la cantidad de sustancia presente)}$$

$a =$ aceleración

Si suponemos que el tetraedro se encuentra en un medio en equilibrio dinámico, la fuerza de cuerpo interior deberá equilibrarse con la resultante R de las fuerzas producidas por los esfuerzos superficiales sobre las caras del tetraedro, es decir:

Sea $n =$ vector unitario $= li + mj + nk$

$$\text{donde } \left. \begin{array}{l} l = \cos \alpha \\ m = \cos \beta \\ n = \cos \gamma \end{array} \right\} \text{cosenos directores}$$

Si proyectamos sobre la base, las tres caras laterales, se tendrá:

$$\begin{array}{lll} \text{Proy } \Delta S_x \text{ base} & = & l \Delta S \\ \text{Proy } \Delta S_y \text{ base} & = & m \Delta S \\ \text{Proy } \Delta S_z \text{ base} & = & n \Delta S \end{array}$$

Por lo tanto, los esfuerzos superficiales y las fuerzas originadas por éstos, son como sigue:

Plano	Esfuerzo	Fuerzas originadas
Base	$T(n)$	$\Delta S T(n)$
Cara paralela al plano yz	$T(-i) = -T(i)$	- Proj ΔS_x base $T(i)$
Cara paralela al plano zx	$T(-j) = -T(j)$	- Proj ΔS_y base $T(j)$
Cara paralela al plano xy	$T(-k) = -T(k)$	- Proj ΔS_z base $T(k)$

De lo anterior se deduce que la fuerza R resultante es igual a:

$$R = \Delta S T(n) - \text{Por } \Delta S_x \text{ base } T(i) - \text{Por } \Delta S_y \text{ base } T(j) - \text{Por } \Delta S_z \text{ base } T(k)$$

$$\therefore R = \Delta S [T(n) - lT(i) - mT(j) - nT(k)]$$

equilibrándola con la fuerza de cuerpo dada en su forma intensiva se tiene:

$$R = F$$

$$\Delta S [T(n) - lT(i) - mT(j) - nT(k)] = \frac{1}{3} \rho (\Delta h \cdot \Delta S) a$$

$$T(n) - lT(i) - mT(j) - nT(k) = \frac{1}{3} \rho \Delta h a$$

Si hacemos tender los vértices del tetraedro hacia el ápice del mismo, en el límite se tendrá que $\Delta h = 0$, por lo tanto en el punto p se tiene:

$$T(n) = lT(i) + mT(j) + nT(k) ; \text{ se observa que el -}$$

tensor de los esfuerzos es una función vectorial lineal, ya que si reemplazamos en la función $T(n)$ a n por su expresión vectorial, llegamos a la relación anterior, ésta es:

$$T(n) = T(li + mj + nk) = lT(i) + mT(j) + nT(k) , \text{ con es -}$$

tas relaciones queda demostrado que basta conocer los esfuerzos unitarios $T(i)$, $T(j)$ y $T(k)$ sobre superficies que pasan por P , orientadas como los planos coordenados, para poder determinar el esfuerzo unitario $T(n)$ en P .

El problema fundamental de la mecánica de los medios deformables es la predicción de las deformaciones que resultarán en el medio, cuando éste se sujete a un estado de esfuerzos de terminado, por ello es importante el conocimiento de las deformaciones tanto externas como internas que pueden sufrir los cuerpos, pero debido a que éstas implican desarreglos sumamente complejos, se tiene la necesidad de descomponerlas en deformaciones longitudinales y en deformaciones angulares, tanto en el primer tipo, como en el segundo, pueden tenerse deformaciones positivas ó negativas, según se observa a continuación:

Supóngase un medio deformable dentro del cual existen tres puntos internos al medio y supongamos que éste sufra un desplazamiento, diremos que el sistema de los tres puntos se ha deformado si al menos uno de los segmentos ó el ángulo formado entre ellos ha cambiado; la deformación longitudinal será positiva si el segmento se ha alargado y negativa si se ha encogido, de la misma manera si el ángulo entre los segmentos se cierra, se tiene una deformación angular positiva y negativa si se abre dicho ángulo, para ilustrar lo anterior obsérvese la Figura No. 6.

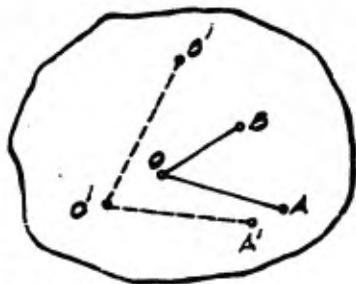


FIGURA No. 6

Quedando definida la deformación longitudinal unitaria por el cociente:

$$E_l = \frac{\Delta l}{l} \quad ; \text{ donde } \begin{array}{l} l = \text{longitud inicial} \\ \Delta l = \text{incremento ó decremento de longitud} \end{array}$$

y la deformación angular unitaria por el producto:

$$E_{\alpha} = \frac{1}{2} \tan \Delta \alpha \quad ; \quad \text{donde } \Delta \alpha = \text{incremento ó decremento angular}$$

Al igual que los esfuerzos, las deformaciones se pueden subdividir en isotrópicas y distorsionales, en el primer tipo no pueden existir deformaciones angulares sino únicamente elongaciones y además todas ellas deben ser iguales entre sí. Dando por resultado un cambio de volúmen y no de forma, es decir que si se tiene una esfera sometida a semejante deformación se tendrá como resultado una esfera, debido a ésto la deformación isotrópica se conoce también con el nombre de deformación volu métrica y se señala con el subíndice "v"; por el contrario una deformación distorsional no ocasiona cambios de volúmen sino de forma, por lo tanto se puede asegurar que una deformación angular es típicamente distorsional, estas deformaciones se señalan con el subíndice "d"

En un medio cualquiera puede siempre suponerse que su deformación se obtiene idealmente debido a la sucesión de una de formación isotrópica y de una distorsional, ésto es:

$$E = E_v + E_d = E_v + (E - E_v)$$

donde: E = Deformación total
 E_v = Deformación isotrópica
 E_d = Deformación distorsional

Para poder relacionar entre sí esfuerzos y deformaciones, es indispensable representar a las deformaciones por medio de un tensor de las deformaciones, análogo al tensor de los esfuerzos y por lo tanto comparable con él.

Se define como tensor de las deformaciones, a la función vectorial que aplicada al vector unitario "n", da la deformación sufrida por él, ésto es:

$$\bar{E}(n) = l \bar{E}(i) + m \bar{E}(j) + n \bar{E}(k)$$

Si representamos las magnitudes de las deformaciones unitarias longitudinales (ó elongaciones) sufridas por los vectores i , j , y k por ϵ_x , ϵ_y y ϵ_z respectivamente; y a las magnitudes de las deformaciones unitarias angulares sufridas por los mismos vectores, en sentido normal al eje correspondiente al primer subíndice y paralelo al eje correspondiente al segundo, por ϵ_{xy} , ϵ_{yx} , ϵ_{xz} , ϵ_{zx} , ϵ_{yz} y ϵ_{zy} ; y si además consideramos los desplazamientos de las partículas en el interior de un medio deformable, podemos establecer una relación entre éstas y las deformaciones mencionadas, ésto es:

Consideremos un sistema de tres puntos P , A y B dispuestos como se ilustra en la Figura No. 7, después de la deformación sufrida en dicho sistema, la disposición original de los tres puntos habrá cambiado, como se muestra en la misma figura. Podemos calcular la posición que adopta dicho sistema después de la deformación, en función de la posición original, por medio de la serie de Taylor (en la cual se desprecian por su pequeñez, las potencias de Δx , Δy y Δz de grado superior al primero), debido a que las propiedades de los medios continuos deformables son funciones continuas y derivables del tiempo y del espacio, esta hipótesis es lo que hace posible el que se pueda operar, empleando también teoremas del valor medio, sobre los campos escalares y vectoriales (de desplazamientos, velocidades, etc.) ligados al medio.

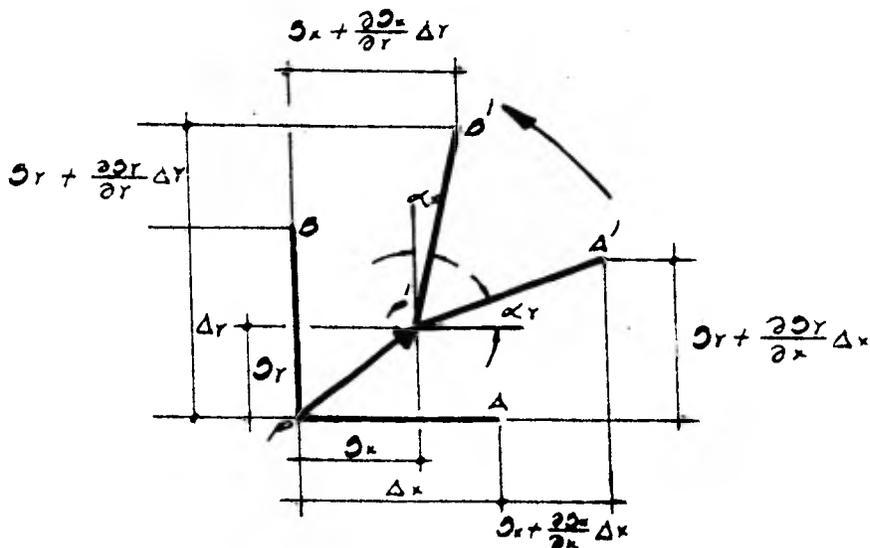


FIGURA No. 7

En efecto, después de la deformación el punto P habrá ido a P', el A al A' y el B a la posición B'. Llamemos S al vector desplazamiento representado en la Figura por PP', según lo dicho anteriormente, las componentes de los segmentos P'A' y P'B' así como las componentes del vector "S" quedarán como sigue:

$$\overline{P'A'} = \left\{ \left[(\Delta x - \vartheta_x) + \left(\vartheta_x + \frac{\partial \vartheta_x}{\partial x} \Delta x \right) \right], \frac{\partial \vartheta_x}{\partial x} \Delta x \right\}$$

$$\overline{P'B'} = \left\{ \frac{\partial \vartheta_x}{\partial y} \Delta y, \left[(\Delta y - \vartheta_y) + \left(\vartheta_y + \frac{\partial \vartheta_y}{\partial y} \Delta y \right) \right] \right\}$$

$$\vec{S} = \vartheta_x \vec{i} + \vartheta_y \vec{j}$$

Ahora bien, considerando que las variaciones angulares - marcadas en la Figura con α_x y α_y sean muy pequeñas, - se tiene que la elongación ϵ_x será igual a:

$$\epsilon_x = \frac{P'A' - \Delta x}{L_x} = \frac{\left[(\Delta x - \vartheta_x) + \left(\vartheta_x + \frac{\partial \vartheta_x}{\partial x} \Delta x \right) \right] - \Delta x}{L_x} = \frac{\partial \vartheta_x}{\partial x}$$

Procediendo de la misma manera se tienen expresiones semejantes para las demás elongaciones, es decir:

$$\epsilon_y = \frac{\partial \vartheta_y}{\partial y} \quad ; \quad \epsilon_z = \frac{\partial \vartheta_z}{\partial z} \quad ; \quad \text{de donde se deduce que:}$$

$\text{div. } \vec{S} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$; en cuanto a la deformación angular definida por $\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \tan \alpha_x$, se tiene tomando en cuenta la nueva notación:

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \tan (\alpha_x + \alpha_y) = \frac{1}{2} \left(\frac{\tan \alpha_x + \tan \alpha_y}{1 - \tan \alpha_x \tan \alpha_y} \right); \text{ pero considerando la}$$

pequeñez de α_x y α_y - tiene:

$E_{xy} = \frac{1}{2} (\tan \alpha_x + \tan \alpha_y)$, donde según la Figura se tiene:

$$\tan \alpha_x = \frac{\frac{\partial \sigma_y}{\partial x} \Delta y}{\Delta y (1 + \frac{\partial \sigma_x}{\partial y})} \quad \gamma \quad \tan \alpha_y = \frac{\frac{\partial \sigma_x}{\partial y} \Delta x}{\Delta x (1 + \frac{\partial \sigma_y}{\partial x})}$$

Si las infinitesimales, cuyo orden difiere del primero, se desprecian, se tiene:

$$E_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{\partial \sigma_x}{\partial y} \Delta y}{\Delta y} + \frac{\frac{\partial \sigma_y}{\partial x} \Delta x}{\Delta x} \right) ; \text{ por lo que procediendo en}$$

forma semejante se tiene:

$$E_{xy} = E_{yx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial y} \right)$$

$$E_{yz} = E_{zy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma_z}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial z} \right)$$

$$E_{zx} = E_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial x} \right)$$

Si ahora escribimos los vectores $E(i)$, $E(j)$ y $E(k)$ en la forma que se indica a continuación:

$$E(i) = E_{xi}i + E_{xy}j + E_{xz}k$$

$$E(j) = E_{yx}i + E_{yy}j + E_{yz}k$$

$$E(k) = E_{zx}i + E_{zy}j + E_{zz}k$$

y los reemplazamos en la expresión

$$E(n) = l E(i) + m E(j) + n E(k)$$

podremos descomponer la deformación $E(n)$ en una componente longitudinal E (elongación) paralela a "n" y una componente angular normal a "n", es decir:

$$E(n) = l(E_{xi} + E_{xy}j + E_{xz}k) + m(E_{yx}i + E_{yy}j + E_{yz}k)$$

$$+ n(E_{zx}i + E_{zy}j + E_{zz}k) ; \text{ reagrupando términos se}$$

tiene:

$$E(n) = (lE_x + mE_{yx} + nE_{zx})i + (lE_{xy} + mE_{yy} + nE_{zy})j + (lE_{xz} + nE_{yz} + nE_{zz})k$$

finalmente se tiene:

$E(n) = P^2 + Q^2 + R^2$, que representa el tensor de las deformaciones y cuyas componentes son:

$$P = l E_x + m E_{yx} + n E_{zx}$$

$$Q = l E_{xy} + m E_y + n E_{zy}$$

$$R = l E_{xz} + m E_{yz} + n E_z$$

De donde la componente longitudinal paralela a "n" será:

$$E = E(n) \cdot n = lP + mQ + nR$$

ó sea:

$$E = l^2 E_x + m^2 E_y + n^2 E_z + 2(lm E_{xy} + mn E_{yz} + nl E_{zx})$$

finalmente, la componente angular normal a "n" se deduce del teorema de Pitágoras, ésto es:

$$E_\alpha^2 = [E(n)]^2 - E^2 = P^2 + Q^2 + R^2 - E^2$$

III.- 1b.- Módulo de Young

De la Ley de Hooke, la cual establece que las deformaciones son proporcionales a los esfuerzos, se deduce que existe un factor de proporcionalidad que correlaciona esfuerzos y deformaciones, éste suele llamarse módulo de elasticidad ó más formalmente módulo de Young y queda representado de la manera siguiente:

$$E = \text{Módulo de Young} = \frac{\text{Esfuerzo}}{\text{Deformación}}$$

Si suponemos que sobre una barra actúa una fuerza "F" (cuya dirección es paralela al eje de la misma), sobre una superficie "S", se verificará un cambio en la longitud de dicha barra, lo anterior se puede expresar por medio del módulo de Young, es decir:

$$E = \frac{\text{Fuerza por unidad de área}}{\text{Cambio en longitud por unidad de longitud}} = \frac{\frac{F}{S}}{\frac{\Delta l}{l}}$$

por lo tanto y según lo visto anteriormente se tiene que:

$$\frac{F}{S} = \text{Esfuerzo} = \sigma$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \text{Deformación longitudinal unitaria} = \epsilon_l$$

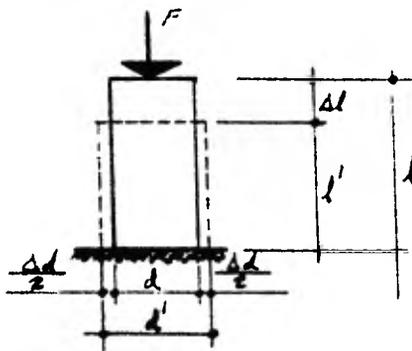
finalmente:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_l}$$

Más adelante, cuando veamos la ley de Hooke generalizada, en la cual se consideran las relaciones que existen entre esfuerzos y deformaciones de tipo mixto (caso más general) se verá que el módulo de elasticidad ó de Young, estará en función de los módulos elásticos correspondientes a los efectos isotrópicos y los distorsionales.

III.- 1c.- Coeficiente de Poisson.

En el inciso anterior se mencionó el caso de una barra sobre la cual actuaba una fuerza paralela a su eje, y se dijo que ésta producía un cambio en la longitud de la misma (deformación longitudinal unitaria), pero además de éste cambio, se registra otro en el sentido transversal (deformación transversal unitaria) tal como se ilustra en la Figura No. 8



- l = longitud inicial
- l' = " final
- d = diámetro inicial
- d' = " final

FIGURA No. 8

Y es precisamente el coeficiente de Poisson el que relaciona los dos tipos de deformación unitaria, ésto es:

$$\nu = \text{coeficiente de Poisson} = \frac{\text{Deformación transversal unitaria}}{\text{Deformación longitudinal unitaria}}$$

$$\nu = -\frac{\frac{\Delta d}{d}}{\frac{\Delta l}{l}} \quad ; \quad \text{finalmente} \quad \nu = -\frac{\epsilon_0}{\epsilon_1}$$

De la misma manera en que se dijo para el módulo de Young, en la ley de Hooke generalizada se dará una interpretación física del coeficiente de Poisson.

En pruebas de laboratorio realizadas sobre materiales sólidos comunes, se ha comprobado que el rango de valores para este tipo de materiales está comprendido entre 0 y 0.5; es decir:

$$0 < \nu < 0.5$$

III.- 1d.- Módulo de rigidez ó de cizallamiento.

En el inciso III.- 1b.- se habló de un factor de proporcionalidad que correlaciona esfuerzos y deformaciones, y el cual depende de varios factores, entre los que se pueden citar, la temperatura, la presión, el material mismo y también según se trate de efectos isotrópicos ó distorsionales.

Para esfuerzos y deformaciones distorsionales $d\tau$ y $d\epsilon_d$ se tiene el siguiente factor de proporcionalidad:

$$G = \frac{\text{Esfuerzo}}{\text{Deformación}} = \frac{\text{Fuerza por unidad de área}}{\text{Deformación de cizallamiento}} = \frac{d\tau}{\gamma = \tan \Delta \alpha}$$

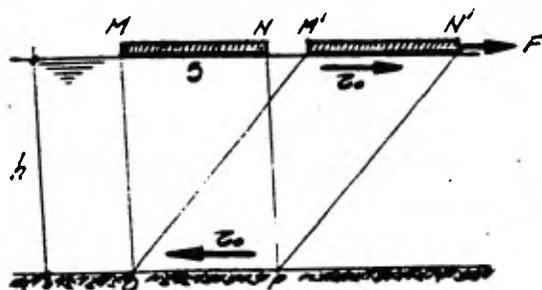
siendo G = Módulo elástico ó módulo al esfuerzo cortante

pero $\tan \Delta \alpha = 2\epsilon_d$ y por lo dicho anteriormente con relación a que toda deformación angular es típicamente distorsional, se tiene que:

$$\epsilon_d = \epsilon_d$$

por lo tanto:
$$G = \frac{d\tau}{2\epsilon_d}$$

El factor así representado recibe también el nombre de módulo de rigidez ó de cizallamiento, debido a que la propiedad de resistencia al cambio de forma sin cambio de volumen que presentan los materiales, es medida empleando dicho módulo, por medio de éste se pueden distinguir los fluidos ideales de los sólidos ya que para los primeros $G=0$ y para los segundos se registran valores hasta de 10^{12} dinas/cm². El hecho de que para los fluidos el módulo G valga 0, se debe a lo siguiente: Si a un fluido se le aplica un esfuerzo distorsional, como el mostrado en la Figura No. 9, dicho fluido escurre, deformándose indefinidamente, es decir que la deformación alcanzada depende también del tiempo de aplicación de la fuerza, ya que cuanto más prolongada sea la aplicación, tanto mayor será la deformación resultante.



$$dEd = \frac{dF}{2g} \quad ; \quad \text{si } g=0$$

$$dEd \rightarrow \infty$$

FIGURA No. 9

Para el material ideal de comportamiento perfectamente elástico (llamado cuerpo de Hooke), la anterior relación toma la forma:

$$Td = 2GEd \quad ; \quad \text{donde}$$

Td = Esfuerzo distorsional

Ed = Deformación distorsional

III.- 1e.- Módulo de Bulk ó de incompresibilidad.

Sea un volumen V de substancia sometido a un esfuerzo isotrópico infinitamente pequeño dP_v , se tendrá un aumento ó disminución de volumen dV (dependiendo del sentido de la fuerza aplicada), siendo la relación elástica resultante la siguiente:

$$dP_v = K \frac{dV}{V} \quad ; \quad \text{donde } K = \text{Módulo elástico isotrópico}$$

Supóngase que el volumen considerado tenga forma cúbica,-

cuyos lados son a , b y c , y que además bajo el efecto del esfuerzo isotrópico dF_v mencionado sufra pequeñas deformaciones isotrópicas $d\epsilon_v$, ésto es:

$$V + dV = a(1 + d\epsilon_v)b(1 + d\epsilon_v)c(1 + d\epsilon_v) = abc(1 + d\epsilon_v)^3$$

Despreciando los términos de orden superior al primero, - dado la pequeñez de la deformación isotrópica, se tiene:

$$V + dV = abc(1 + 3d\epsilon_v), \text{ de donde}$$

$$\frac{V + dV}{V} = 1 + 3d\epsilon_v \quad ; \text{ por lo tanto}$$

$$\frac{dV}{V} = 3d\epsilon_v \quad ; \text{ reemplazando este valor en la primera relación se tiene:}$$

$$dF_v = 3Kd\epsilon_v$$

y finalmente:

$$K = \frac{dF_v}{3d\epsilon_v}$$

Este factor recibe también el nombre de módulo de Bulk ó de incompresibilidad, debido a que como en el caso anterior, - existe una propiedad de los materiales, que es la resistencia que presentan al cambio de volúmen sin variar su forma, la - - cual es medida con dicho módulo. Teniéndose para el cuerpo de Hooke mencionado en el inciso anterior la siguiente relación:

$$F_v = 3K\epsilon_v \quad ; \text{ donde: } F_v = \text{Esfuerzo isotrópico}$$

$$\epsilon_v = \text{Deformación isotrópica}$$

III.- 1f.- Esfuerzos normales y tangenciales.

Si como en el caso de las deformaciones, escribimos los - vectores $T(i)$, $T(j)$ y $T(k)$, (los cuales representan esfuerzos unitarios), en la forma siguiente:

$$T(i) = T_{xi} + T_{xj} + T_{xk}$$

$$T(j) = T_{yx} + T_{yj} + T_{yk}$$

$$T(k) = T_{zx} + T_{zj} + T_{zk}$$

Obtendremos los esfuerzos normales y tangenciales mediante productos escalares, ésto es:

$$\sigma_x = T(i) \cdot i$$

$$\sigma_y = T(j) \cdot j$$

$$\sigma_z = T(k) \cdot k$$

Las relaciones anteriores representan cada una la componente normal del esfuerzo ejercido sobre un elemento de superficie normal al eje indicado por el subíndice, dichas componentes son conocidas también como esfuerzos normales paralelos a los ejes indicados por el subíndice, la representación gráfica de lo anterior se ilustra en la figura No. 10 en la cual se presenta únicamente el primer caso.

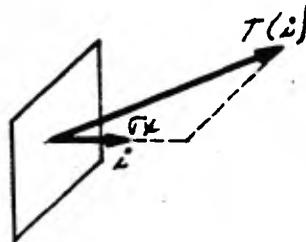


FIGURA No. 10

Para la obtención de las componentes tangenciales se procede de la manera siguiente:

$$T(i) \cdot j = \tau_{xy} ; T(j) \cdot i = \tau_{yx} ; T(k) \cdot i = \tau_{zx}$$

$$T(i) \cdot k = \tau_{xz} ; T(j) \cdot k = \tau_{yk} ; T(k) \cdot j = \tau_{ky}$$

Las relaciones anteriores representan los esfuerzos tangenciales ó cortantes ejercidos sobre un elemento de superficie normal al eje indicado por el primer subíndice y dirigidos en la misma dirección que el eje indicado por el segundo subíndice; de lo dicho hasta aquí se observa que aunque su representación es escalar los esfuerzos normales y tangenciales son vectores, ya que su dirección está dada por medio de un subíndice y su sentido por el signo que les preceda, si éste es negativo ó positivo para el caso de los esfuerzos normales, se tienen respectivamente compresiones y tensiones, y para el caso de los esfuerzos tangenciales relativos a cierto elemento de superficie, se deben asociar con el esfuerzo normal de tensión relativo al mismo elemento, si éste está orientado de acuerdo con la dirección positiva del eje correspondiente al primer subíndice del esfuerzo tangencial, éste será positivo si está dirigido en el sentido positivo del eje correspondiente a su segundo subíndice, siendo negativo en caso contrario,-

Invirtiéndose ésto último cuando el esfuerzo normal de tensión está orientado en la dirección negativa, para ilustrar lo anterior obsérvese la Figura No. 11 y la No. 12, ésta última representa el sentido de los esfuerzos tangenciales

FIGURA No. 11

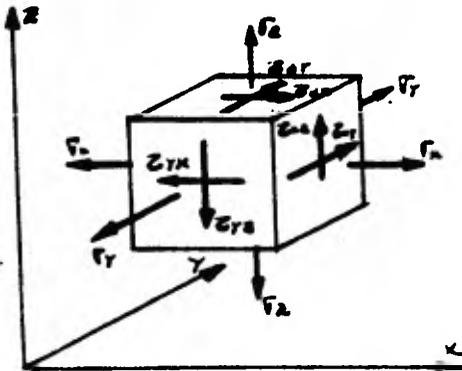
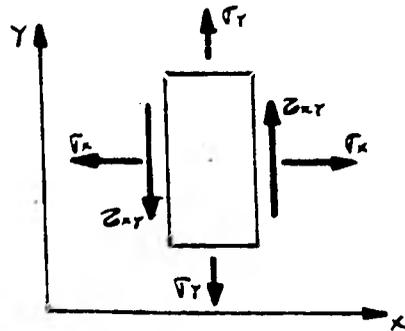


FIGURA No. 12



Del álgebra vectorial se deduce que:

$$\begin{aligned} T(i) \cdot j &= T(j) \cdot i \\ T(j) \cdot k &= T(k) \cdot j \\ T(k) \cdot i &= T(i) \cdot k \end{aligned}$$

Y según los esfuerzos unitarios mencionados al principio se tiene:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz}$$

Estas expresiones indican que al cambiarse el orden de los subíndices el esfuerzo cortante cambia en dirección pero no en magnitud como se observa en la Figura No. 13.

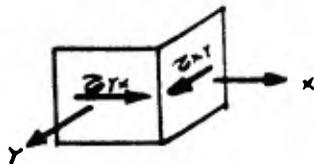


FIGURA No. 13

Lo anterior fue considerando planos normales a los ejes coordenados Cartesianos, pero lo mismo se puede tener para cualquier elemento de superficie dS , sobre el cual se aplica un esfuerzo $T(n)$, ya que dicho esfuerzo también puede descomponerse en un esfuerzo σ normal a dS y un esfuerzo τ tangencial a dS , procediendo como sigue: En la expresión $T(n) = lT(i) + mT(j) + nT(k)$, mencionada anteriormente, sustituiremos las expresiones de los esfuerzos unitarios dados al principio de este inciso, ésto es:

$$T(n) = (l\sigma_x + m\tau_{yx} + n\tau_{zx})i + (l\tau_{xy} + m\sigma_y + n\tau_{zy})j + (l\tau_{xz} + m\tau_{yz} + n\sigma_z)k$$

O en la forma:

$$T(n) = X i + Y j + Z k \quad \text{donde:}$$

$$X = l\sigma_x + m\tau_{yx} + n\tau_{zx}$$

$$Y = l\tau_{xy} + m\sigma_y + n\tau_{zy}$$

$$Z = l\tau_{xz} + m\tau_{yz} + n\sigma_z$$

Por lo tanto la componente σ en dirección normal a dS será:

$$\sigma = T(n) \cdot n = lX + mY + nZ$$

Y como en el caso de la deformación, el cuadrado de la componente tangencial sobre dS se obtiene del teorema de Pitágoras, es decir:

$$\tau^2 = [T(n)]^2 - \sigma^2$$

O sea:

$$\tau^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 - \sigma^2$$

Siendo la representación gráfica de lo anterior, la mostrada en la Figura No. 14.

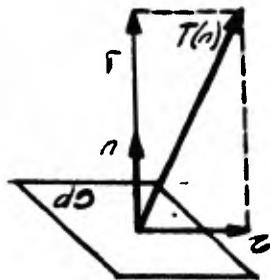


FIGURA No. 14

III.- 1g.- Ley de Hooke generalizada.

En virtud de lo mencionado en incisos anteriores, referente a que los esfuerzos y las deformaciones son por lo general de tipo mixto, es decir que en parte se comportan como isotrópicos y en parte como distorsionales, se establecerá la ley de Hooke generalizada para este caso más general. Para ello pensemos en la descomposición de un esfuerzo normal cualquiera en la dirección del eje "x", por ejemplo:

$$\sigma_x = \sigma_m + \sigma_d = \sigma_m + (\sigma_x - \sigma_m)$$

para la deformación unitaria longitudinal se tendrá lo mismo, es decir:

$$\epsilon_x = \epsilon_m + \epsilon_d = \epsilon_m + (\epsilon_x - \epsilon_m)$$

Las partes isotrópicas tanto del esfuerzo como de la deformación pueden relacionarse según lo visto anteriormente mediante:

$$\epsilon_m = \frac{1}{3K} \sigma_m$$

Por otro lado para las partes distorsionales se tiene:

$$\epsilon_x - \epsilon_m = \frac{1}{2G} (\sigma_x - \sigma_m)$$

El subíndice "m" se emplea con la finalidad de indicar que se trata tanto de esfuerzos normales como de deformaciones lineales medias, de sobra es decir que se trata de efectos isotrópicos. Por otra parte se ha demostrado que el es -

fuerzo normal medio $\bar{\sigma}_m$ es el promedio aritmético de los esfuerzos normales que pasan por un punto, correspondientes a otras direcciones ortogonales entre sí, de igual forma se tiene que $\bar{\epsilon}_m$ representa la elongación media, ó sea el promedio aritmético de las tres deformaciones lineales en la dirección de los ejes coordenados. De acuerdo con lo anterior se tiene que:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_m + (\epsilon_x - \epsilon_m) = \frac{1}{3K} \bar{\sigma}_m + \frac{1}{2G} (\sigma_x - \bar{\sigma}_m) \\ &= \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \right) \left(\frac{1}{3K} \right) + \left(\frac{1}{2G} \right) \left[\sigma_x - \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \right) \right] \\ \therefore \epsilon_x &= \frac{1}{9K} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) + \frac{1}{6G} (2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z) \end{aligned}$$

Reagrupando términos semejantes se tiene:

$$\epsilon_x = \left(\frac{3K + G}{9GK} \right) \sigma_x - \left(\frac{3K - 2G}{18GK} \right) (\sigma_y + \sigma_z)$$

Sacando un factor común se tiene:

$$\epsilon_x = \frac{3K + G}{9GK} \left\{ \sigma_x - \left[\frac{3K - 2G}{2(3K + G)} \right] (\sigma_y + \sigma_z) \right\}$$

Esto es:

$$\left(\frac{9GK}{3K + G} \right) \epsilon_x = \sigma_x - \left[\frac{3K - 2G}{2(3K + G)} \right] (\sigma_y + \sigma_z)$$

La expresión anterior nos expresa en forma analítica la ley de Hooke para efectos mixtos y en la cual el factor de proporcionalidad no es otro que el módulo de Young, representado en la expresión por:

$$E = \frac{9GK}{3K + G} \quad ; \quad E = [FL^{-2}T^0]$$

Así mismo el primer factor del segundo término representa la relación de Poisson, ésto es:

$$\nu = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)} = \text{adimensional}$$

Por lo tanto, si se sustituyen ambos parámetros en la última expresión se obtiene la ley de Hooke generalizada, para la dirección "x", ésto es:

$$E \epsilon_x = \sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)$$

pudiendo hacer lo mismo para las otras direcciones de los ejes coordenados Cartesianos, teniéndose finalmente:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ley de Hooke} \\ \text{Generalizada} \end{array} \right\} \begin{cases} E \epsilon_x = \sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z) \\ E \epsilon_y = \sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z) \\ E \epsilon_z = \sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y) \end{cases}$$

De estas expresiones se puede deducir una interpretación física del coeficiente de Poisson. Para ello supóngase una barra que se estira debido a la aplicación de un esfuerzo σ_x aplicado en la dirección del eje de la barra, por lo cual $\sigma_y = \sigma_z = 0$ si sustituimos estos valores en las ecuaciones anteriores se tiene:

$$E \epsilon_x = \sigma_x$$

$$E \epsilon_y = -\nu \sigma_x$$

$$E \epsilon_z = -\nu \sigma_x \quad ; \text{ de donde:}$$

$$\nu = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \quad ; \text{ se observa que } \nu \text{ mide en valor absoluto}$$

la razón entre la deformación transversal y la deformación longitudinal de la barra, como anteriormente (inciso III.-1c) se había mencionado.

III.- 1h.- Parámetro λ de Lamé

En esta sección se introducirá con el objeto de poder seguir adelante con nuestro desarrollo, la constante λ de Lamé, la cual queda definida por:

$$\lambda = \frac{3K - 2G}{3} \quad ; \quad \lambda = [F L^{-2} T^0]$$

ó bien puede obtenerse a partir de las expresiones que definen tanto al módulo de Young, como a la relación de Poisson, ésto es:

$$E = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)} \quad \text{y} \quad \nu = \frac{3GK}{3K + G} \quad ; \text{ se tiene:}$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad \text{y} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Si ambos valores son sustituidos en la expresión que define a λ se tiene:

$$\lambda = \frac{3 \left[\frac{E}{3(1-2\nu)} \right] - 2 \left[\frac{E}{2(1+\nu)} \right]}{3} = \frac{E(1+\nu-1+2\nu)}{3(1-2\nu)(1+\nu)}$$

finalmente se tiene:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$

Las expresiones anteriores son de gran utilidad ya que permiten calcular cualquier módulo ó relación en función de los restantes.

III.-11.- Esfuerzos normales y tangenciales en función del parámetro λ de Lamé y los desplazamientos.

De la expresión $(\epsilon_x - \epsilon_m) = \frac{1}{2G} (\tau_x - \tau_m)$ podemos despejar el esfuerzo normal τ_x en la dirección correspondiente, es decir:

$$\tau_x = 2G \left[(\epsilon_x - \epsilon_m) + \frac{\tau_m}{2G} \right]; \text{ pero sabemos que:}$$

$$\tau_m = 3K \epsilon_m \quad ; \text{ sustituyendo este valor en la relación anterior se tiene:}$$

$$\tau_x = 2G (\epsilon_x - \epsilon_m + \frac{3K \epsilon_m}{2G}) = 2G \epsilon_x + (3K - 2G) \epsilon_m$$

Si aquí introducimos la constante λ dada en función de los módulos K, G , se tiene:

$$\tau_x = 2G \epsilon_x + 3\lambda \epsilon_m \quad ; \text{ pero según lo visto en el inciso III.-1a.-, referente a:}$$

$$\text{div } \vec{\sigma} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \epsilon_x + \epsilon_r + \epsilon_z$$

y recordando que:

$$3\epsilon_m = \epsilon_x + \epsilon_r + \epsilon_z \quad ; \text{ se tiene finalmente:}$$

$\tau_x = 2g \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \lambda \operatorname{div} \vec{S}$; relaciones análogas se tendrán para los esfuerzos normales τ_r y τ_z , ésto es:

$$\tau_r = 2g \frac{\partial \varphi_r}{\partial r} + \lambda \operatorname{div} \vec{S}$$

$$\tau_z = 2g \frac{\partial \varphi_z}{\partial z} + \lambda \operatorname{div} \vec{S}$$

Se observa que los esfuerzos normales así obtenidos están en función de los desplazamientos y de la constante de Lamé. Por lo que se refiere a los esfuerzos tangenciales partiremos de las relaciones que ligan las deformaciones angulares con los esfuerzos cortantes, ésto es:

$$2g \epsilon_{xy} = \tau_{xy}$$

$$2g \epsilon_{yz} = \tau_{yz}$$

$$2g \epsilon_{zx} = \tau_{zx}$$

Pero según lo mencionado en la sección correspondiente a la determinación de las propiedades del tensor de las deformaciones se sabe que:

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial r} + \frac{\partial \varphi_r}{\partial x} \right)$$

$$\epsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi_r}{\partial z} + \frac{\partial \varphi_z}{\partial r} \right)$$

$$\epsilon_{zx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi_z}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_x}{\partial z} \right)$$

Por lo tanto si sustituimos estas expresiones en las relaciones anteriores podemos determinar los esfuerzos tangenciales τ_{xy} , τ_{yz} y τ_{zx} en función de los desplazamientos, en la forma que sigue:

$$\tau_{xy} = g \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial r} + \frac{\partial \varphi_r}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yz} = g \left(\frac{\partial \varphi_r}{\partial z} + \frac{\partial \varphi_z}{\partial r} \right)$$

$$\tau_{zx} = g \left(\frac{\partial \varphi_z}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_x}{\partial z} \right)$$

III.- 1j.- Densidad

Tal como se mencionó en el inciso III.-1a.-, la densidad es una propiedad intensiva ó de punto, es decir que no depende de la cantidad de substancia presente, y aunque no se trate de una constante elástica, la tomaremos en cuenta puesto que juega un papel importante en la transmisión de las ondas elásticas en las rocas, como se verá más adelante.

III.-1k.- Ecuación fundamental de la elasticidad.

A continuación se expondrá el procedimiento seguido por Navier y Cauchy para la obtención de la ecuación fundamental de la elasticidad, la cual para nuestro propósito será de gran utilidad ya que por medio de ella se obtienen las expresiones que determinan las velocidades de propagación de las ondas elásticas tanto transversales como longitudinales, siendo éste relevante en el estudio de los métodos sísmicos de prospección. Dicha ecuación relaciona las fuerzas másicas "f" y los desplazamientos "s" con la aceleración "a", siendo una fuerza másica, el equivalente intensivo de las fuerzas de cuerpo mencionadas al inicio de este capítulo, ó sea que una fuerza másica, es aquella que se tiene por unidad de masa, y según la segunda ley de Newton, esta posee las dimensiones de una aceleración; a la fuerza másica también se le conoce como fuerza específica, ya que este adjetivo se emplea, tanto para relacionar algo con respecto a la unidad de volumen como para relacionarlo con respecto a la unidad de masa.

Partiremos de la igualdad entre fuerzas específicas dada en coordenadas Cartesianas, ésto es:

$$\rho a = \rho f + \text{div. } T \quad ; \text{ donde como sabemos:}$$

ρ = densidad

a = aceleración

f = fuerza específica

T = tensor

y por lo visto anteriormente, esta expresión puede representarse por medio de sus componentes, es decir:

$$\rho a_x = \rho f_x + \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zx}}{\partial z} \right)$$

$$p_{ar} = p f_r + \left(\frac{\partial \sigma_{xr}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} \right)$$

$$p_{az} = p f_z + \left(\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_z}{\partial r} + \frac{\partial \tau_z}{\partial z} \right)$$

Siendo éstas las ecuaciones de equilibrio dadas en coordenadas Cartesianas, si en éstas sustituimos las expresiones determinadas en el inciso III.- II.-, para las fuerzas normales y tangenciales, se tiene:

Para la primera ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{rx}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} &= 2g \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{div} \vec{\sigma} + g \left(\frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial x \partial r} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial r^2} \right) \\ &+ g \left(\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x \partial z} \right) = g \left(\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial z^2} \right) \\ &+ g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) + \lambda \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{div} \vec{\sigma} \end{aligned}$$

Por álgebra vectorial se sabe que:

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial z^2} = \nabla^2 \sigma_x = \text{Laplaciano de la función escalar "}\sigma_x\text{"}$$

De donde las sumas indicadas entre paréntesis en las ecuaciones de equilibrio se transforman en:

$$\frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{rx}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} = g \nabla^2 \sigma_x + (g + \lambda) \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{div} \vec{\sigma}$$

$$\frac{\partial \sigma_{xr}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} = g \nabla^2 \sigma_r + (g + \lambda) \frac{\partial}{\partial r} \operatorname{div} \vec{\sigma}$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_z}{\partial r} + \frac{\partial \tau_z}{\partial z} = g \nabla^2 \sigma_z + (g + \lambda) \frac{\partial}{\partial z} \operatorname{div} \vec{\sigma}$$

Por lo tanto las ecuaciones de equilibrio quedan como sigue:

$$p_{ax} = p f_x + g \nabla^2 \sigma_x + (g + \lambda) \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{div} \vec{\sigma}$$

$$p_{ar} = p f_r + g \nabla^2 \sigma_r + (g + \lambda) \frac{\partial}{\partial r} \operatorname{div} \vec{\sigma}$$

$$p_{az} = p f_z + g \nabla^2 \sigma_z + (g + \lambda) \frac{\partial}{\partial z} \operatorname{div} \vec{\sigma}$$

Si multiplicamos respectivamente por "i" "j" y "k" estas ecuaciones de equilibrio, se obtiene la ecuación fundamental de elasticidad expresada en forma vectorial, es decir:

$$\rho a_{x2} = \rho f_{x2} + G \nabla^2 \sigma_{x2} + (G + \lambda) \frac{\partial}{\partial x} i \operatorname{div} \vec{\sigma}$$

$$\rho a_{y2} = \rho f_{y2} + G \nabla^2 \sigma_{y2} + (G + \lambda) \frac{\partial}{\partial y} j \operatorname{div} \vec{\sigma}$$

$$\rho a_{z2} = \rho f_{z2} + G \nabla^2 \sigma_{z2} + (G + \lambda) \frac{\partial}{\partial z} k \operatorname{div} \vec{\sigma}$$

Finalmente:

$$\rho \vec{a} = \rho \vec{f} + G \nabla^2 \vec{\sigma} + (G + \lambda) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{\sigma}$$

III.- 2.- Ondas Elásticas.

III.-2a.- Ondas Internas.

Si se rompe el equilibrio de un cuerpo isótropo y elástico mediante un esfuerzo instantáneo ó sacudida aplicada en un punto cualquiera del mismo, se producen esfuerzos y desplazamientos interiores que se propagan en forma de ondas, con velocidad finita, tales como:

- 1.-) Ondas Longitudinales
- 2.-) Ondas Transversales
- 3.-) Ondas Rayleigh
- 4.-) Ondas Love

Estas ondas se clasifican en internas y superficiales, perteneciendo al primer grupo las longitudinales y transversales, y al segundo las Rayleigh y Love. Entendiéndose por ondas internas aquéllas que viajan a través del interior de un medio elástico.

En las ondas longitudinales, el movimiento de vibración de las partículas se produce en la misma dirección de propagación ó formando un ángulo de 180° con ella. Llamándose por esta razón ondas de compresión y dilatación ó bien ondas primarias u ondas "p" tal como se mencionó en el inciso 11-4, y éstas son las que se utilizan en prospección sísmica por reflexión y refracción. Por otro lado, el movimiento de vibración de las partículas en las ondas transver

sales, es como lo indica su nombre, normal a la dirección de propagación, llamándose por esta razón ondas de cizallamiento u ondas segundas, éste último adoptado por sismólogos según se apuntó en el inciso antes mencionado.

Las velocidades de propagación de las ondas longitudinales y transversales pueden calcularse de la misma manera en que se hace para el caso de una barra cuando ésta es golpeada, pues en este caso se tiene una componente de dilatación, la cual provoca dilataciones y compresiones que avanzan dentro del medio sin deformarlo; y una componente distorsional que causa rotaciones y deformaciones angulares sin cambios de volúmen. Lo anterior se ilustra en la Figura No. 15.

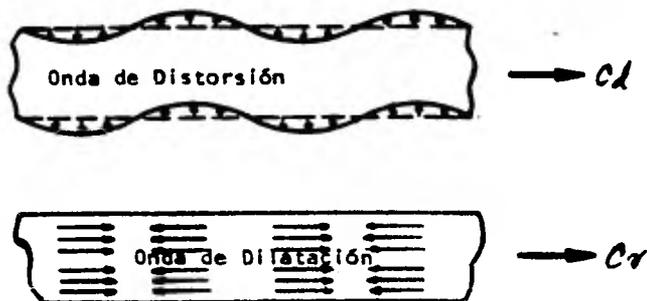


FIGURA No. 15

Dichas velocidades de propagación estarán en función de las constantes elásticas de los medios en que se propagan. - Bajo el efecto de una onda de distorsión, según se acaba mencionar, el material se comporta como incompresible, teniendo por tanto:

$\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \text{div } \vec{\delta} = 0$, si esta relación se sustituye en la ecuación fundamental de la elasticidad dada en el inciso anterior, y si además se desprecian las fuerzas específicas, se tiene:

$$\rho \vec{a} = \rho \frac{d^2 \vec{\delta}}{dt^2} = \eta \nabla^2 \vec{\delta}$$

Por el contrario, durante la propagación de una onda de dilatación, se tienen cambios de volúmen sin rotaciones, por lo que:

$$\nabla \times \vec{S} = \text{rot } \vec{S} = 0 \quad ; \text{ del álgebra vectorial se sabe que:}$$

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{S}) = \text{grad div } \vec{S} = \nabla^2 \vec{S} + \nabla \times (\nabla \times \vec{S})$$

donde $\nabla^2 \vec{S}$ = Laplaciano del vector \vec{S}

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{S}) = \text{rotacional del rotacional del Vector } \vec{S}$$

por lo tanto:

$\text{grad div } \vec{S} = \nabla^2 \vec{S}$, de la misma manera en que se hizo para el caso de las ondas distorsionales, se tiene que la ecuación fundamental de la elasticidad se reduce a:

$$\rho \frac{d^2 \vec{S}}{dt^2} = (2\mu + \lambda) \nabla^2 \vec{S} \quad ; \text{ estas dos expresiones son análogas a la siguiente:}$$

$$\frac{d^2 \vec{S}}{dt^2} = C^2 \nabla^2 \vec{S}, \text{ en la cual y para mayor sencillez en los cálculos que siguen, se supondrá la propagación de una onda unidimensional en el sentido del eje "x", y considerando tanto a los desplazamientos como a los gradientes de los mismos, pequeños, se tiene lo siguiente:}$$

de donde:

$$\nabla^2 \vec{S} = \frac{\partial^2 \partial x}{\partial x^2} \vec{S}, \quad \frac{d^2 \vec{S}}{dt^2} = \frac{\partial^2 \partial x}{\partial t^2} \vec{S}$$

de donde:

$\frac{\partial^2 \partial x}{\partial x^2} = C^2 \frac{\partial^2 \partial x}{\partial t^2}$, siendo ésta una ecuación diferencial lineal de segundo orden, cuya solución general (obtenida por D'Alembert) es la siguiente:

$$\partial x = f_1(x + ct) + f_2(x - ct)$$

donde:

$f_1(x + ct)$ representa una onda que retrocede a lo largo -

del eje "x", con una velocidad constante "C" (celeridad ó velocidad de desplazamiento de la onda) $\frac{1}{2}(1-cL)$ representa una onda que avanza a lo largo del mismo eje y con la misma velocidad.

Por lo tanto y por igualdad de términos, entre las expresiones obtenidas de la ecuación fundamental de la elasticidad con su análoga, se pueden calcular las velocidades correspondientes a las ondas longitudinales y transversales, - ésto es:

Para ondas longitudinales

$$\frac{(2G + \lambda) \nabla^2 \bar{\delta}}{\rho} = C^2 \nabla^2 \bar{\delta}$$

Para ondas transversales

$$G \frac{\nabla^2 \bar{\delta}}{\rho} = C^2 \nabla^2 \bar{\delta}$$

de donde:

$$C_d = V_L = \sqrt{\frac{2G + \lambda}{\rho}}$$

de donde:

$$C_r = V_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

De la expresión $C_r = V_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ se observa que no pueden existir ondas transversales en un medio cuyo módulo de rigidez sea $G=0$, ya que para este caso se tendría $V_T = 0$. Por lo mencionado en el inciso III.-1d.-, dichos medios corresponden a los líquidos. Así mismo se observa que la velocidad - de este tipo de ondas corresponde casi a la mitad de la - correspondiente a las ondas longitudinales, como puede verse si en las anteriores expresiones se reemplazan los parámetros "λ" y "G" por "E" y "ν", ésto es:

$$V_L = \sqrt{\frac{2G + \lambda}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{(1+\nu)\rho} + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} = \sqrt{\frac{E \left[\frac{\nu}{(1-2\nu)} + 1 \right]}{\rho(1+\nu)}} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1-2\nu)(1+\nu)}}$$

$$V_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$$

de donde:

$$\frac{V_L}{V_T} = \frac{\sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1-2\nu)(1+\nu)}}}{\sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)}} = \sqrt{\frac{1-\nu}{0.5-\nu}} \quad \text{y por lo menciona-}$$

do en el inciso III.-1c.-, se sabe que $\nu \approx 0.25$ por lo general, de aquí se tiene que:

$\frac{V_L}{V_T} = 1.73$; es decir que V_L es aproximadamente un 70% mayor que V_T

Finalmente se hace notar que conocida la densidad de la materia ó estimada dentro de ciertos límites, la determinación de velocidades de las ondas P y S conduce a la obtención de todas las constantes elásticas, manipulando en forma adecuada todas las ecuaciones vistas hasta aquí.

III.- 2b.- Ondas superficiales.

Sobre éstas es poco lo que se puede decir, ya que para nuestro propósito nos interesan más las ondas internas y en especial las longitudinales, por ello nos limitaremos únicamente a mencionarlas. Las ondas superficiales son aquellas que existen únicamente en la superficie libre de un medio elástico, conociéndose además de las mencionadas en el inciso anterior, las siguientes:

- a) Ondas Rayleigh
- b) Ondas Love
- c) Ondas Hidrodinámicas ó ondas H
- d) Ondas C (acopladas)

Como ya se mencionó, desde el punto de vista de los métodos sísmicos, las ondas más importantes son las longitudinales, debido a que cuando se detona una carga explosiva, la deformación por cizallamiento del medio es pequeña comparada con el cambio de volumen que se produce en el mismo, y puesto que las primeras deformaciones son las que dan lugar a las ondas transversales, es claro que su efecto sea débil en comparación con los otros, a tal grado que en la práctica no afecta el registro sísmico. Se hace notar que la interpretación en trabajos de sismología de prospección se realiza en función de los tiempos observados para las ondas longitudinales, ya que los instrumentos detectores empleados, registran solamente la componente vertical de vibración, observándose que los parámetros elásticos no son empleados para la determinación de velocidades, sino más bien por medio de éstas últimas se determinan dichos parámetros, según se había mencionado.

III.-3.- Leyes que rigen la propagación de las ondas en sismología de prospección.

Al igual que como ocurre en óptica existen leyes que rigen la propagación de las ondas sísmicas siendo ambas similares.

res, la única diferencia estriba en que los fenómenos de reflexión y refracción en sismología son más complejos que en óptica ya que incluso cuando ondas longitudinales ó transversales puras llegan al contacto de dos medios con velocidades distintas, dan lugar siempre a cuatro ondas diferentes, es decir, dos ondas transversales (una refractada y una reflejada) y dos longitudinales (reflejada y refractada); salvo esta diferencia, la reflexión y refracción de los rayos sísmicos sigue las leyes de la óptica.

III.-3a.- Principio de Huygens.

El principio de Huygens establece que cada punto alcanzado por un frente de ondas (se verá en el capítulo siguiente) actúa como una nueva fuente de ondas que se extiende en todas direcciones.

III.-3b.- Principio de Fermat.

El principio de Fermat indica que un rayo dado real sigue de un punto a otro, aquel camino que produce el tiempo mínimo en su recorrido.

III.-3c.- Ley de Snell.

Para deducir la ley de Snell, nos auxiliaremos de la Figura No. 16 y partiremos de lo que establece el principio de Fermat, ésto es:

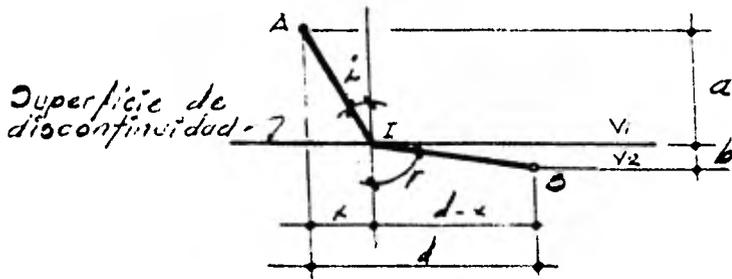


FIGURA No. 16

La expresión del recorrido en el tiempo mínimo será:

$$L = \frac{AI}{V_1} + \frac{IB}{V_2} = \frac{(x^2 + a^2)^{1/2}}{V_1} + \frac{[(d-x)^2 + b^2]^{1/2}}{V_2}$$

Si esta expresión la derivamos respecto a la variable "x" y la igualamos a cero se tiene:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{\frac{1}{2}(x^2 + a^2)^{-1/2}(2x)}{v_1} + \frac{\frac{1}{2}[(d-x)^2 + b^2]^{-1/2} 2(d-x)(-1)}{v_2} = 0$$

De esta expresión se deduce por observación de la figura que el numerador del primer término es idéntico al $\sin \hat{i}$, esto es:

$\frac{\partial \sin \hat{i}}{\partial x} = \frac{x}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$; así mismo el numerador del segundo término es idéntico al $\sin \hat{r}$, esto es:

$\frac{\partial \sin \hat{r}}{\partial x} = \frac{(d-x)}{[(d-x)^2 + b^2]^{1/2}}$; por lo tanto se tiene que:

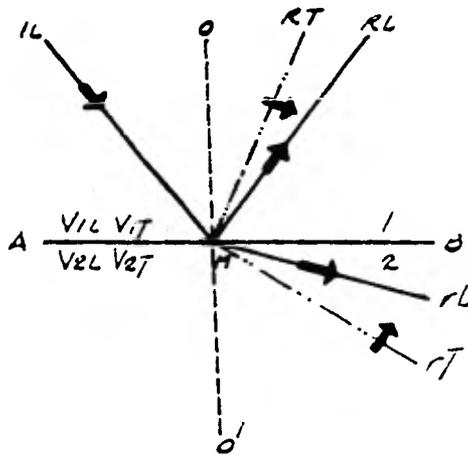
$$\frac{\partial \sin \hat{i}}{v_1} = -\frac{\partial \sin \hat{r}}{v_2}; \text{ finalmente se obtiene la ley de Snell}$$

indicada en la forma siguiente:

$$\frac{\partial \sin \hat{i}}{\partial \sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2}$$

Aquí se observa que tanto los puntos A, I y B así como la normal a la superficie de discontinuidad, deben estar contenidos en un plano vertical. Además, como se mencionó al principio de este artículo, el rayo incidente mostrado en la figura anterior, puede corresponder a una onda longitudinal ó a una onda transversal, y una vez que ésta llega a la superficie de discontinuidad, se obtienen cuatro rayos diferentes, tal como se muestra en la Figura No. 17, siendo dos de éstos reflejados

y dos refractados, transversales y longitudinales. La distribución de la energía inicial entre las ondas resultantes está determinada por el ángulo con el que llegue la onda a la discontinuidad y por el contraste entre las propiedades elásticas de dichos medios.



- IL= Rayo incidente longitudinal
- RL= Rayo reflejado longitudinal
- RT= Rayo reflejado transversal
- rL= Rayo refractado longitudinal
- rT= Rayo refractado transversal

FIGURA No. 17

Cuando el ángulo de refracción es igual a 90° , el rayo refractado experimenta la refracción total, propagándose por el contacto de los dos medios y como por el principio de Huygens, cada uno de los puntos alcanzados por el frente de ondas, es una nueva fuente de ondas, entonces cada uno de los puntos del contacto, generará frentes de onda que alcanzarán la superficie, siendo detectados con instrumentos adecuados tal como se ilustra en la Figura No.18, en ella se observa que el " i_c " que es llamado ángulo crítico, es aquella inclinación del rayo incidente que provoca la refracción total, siendo esto de mucha significación, ya que en sismica de refracción, se estudian precisamente los rayos que experimentan la refracción total, por ser éstos, los que proporcionan los recorridos de tiempo mínimo.

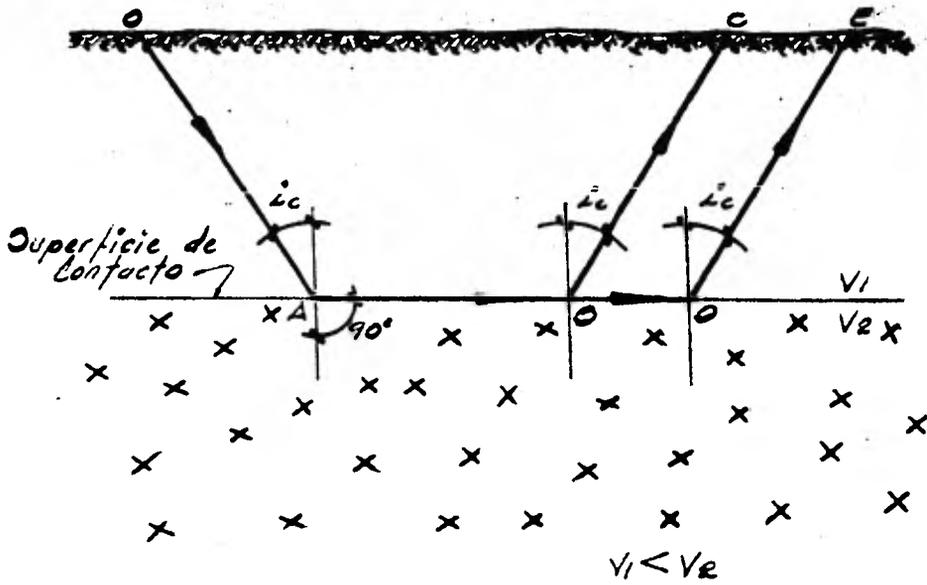


FIGURA No. 18

**CAPITULO IV.- GENERALIDADES SOBRE LOS METODOS SISMICOS DE -
PROSPECCION**

IV.- 1.- Ondas Sísmicas; frente de ondas y rayo sísmico.

Una onda sísmica es un impulso generado en forma mecánica, ó mediante explosiones, según se explicará en el inciso siguiente, este impulso puede considerarse como un tren de ondas, amortiguándose con el tiempo. Dicho amortiguamiento se debe tanto a la pérdida en amplitud ocasionada por la propagación de la onda, como por la disipación en forma de calor, por efecto de frotamiento de la energía elástica; existe una relación que nos proporciona el amortiguamiento total debido a las dos causas anteriores, y ésta es la siguiente:

$$I = I_0 \frac{e^{-qr}}{r^2}$$

donde: I = Amplitud a la distancia "r" del origen.
 I_0 = Amplitud inicial.
 q = Coeficiente de absorción.

El coeficiente "q" está relacionado con la frecuencia de las ondas sísmicas, aunque no se sabe en que forma; pero se piensa que éste aumenta con el cuadrado de la frecuencia, de aquí que las frecuencias altas queden reducidas al aumentar la distancia a la fuente, y las bajas frecuencias se conservan.

Frente de Ondas.- Se llama frente de ondas al lugar geométrico de los puntos alcanzados por la onda sísmica en un mismo momento.

Para un medio homogéneo, se tendrá un frente de ondas esférico y si éste avanza en un medio en el cual existan diferencias de elasticidad, se irá deformando en función de esas diferencias. Para dar una idea gráfica, supondremos el tipo más sencillo de propagación de ondas en un medio elástico homogéneo e infinito, consistente en una serie de condensaciones y rarefacciones alternadas como se indica en la figura No. 19.



FIGURA No. 19

El frente de ondas observado en la figura es de geometría esférica; pero si el radio de la esfera fuera muy grande en comparación con la longitud de onda, se observarían únicamente líneas rectas paralelas, teniéndose así un frente plano de ondas.

Rayo Sísmico.- Se llaman rayos sísmicos a las líneas normales a los frentes de ondas sucesivos.

En otras palabras, el rayo sísmico representa la trayectoria seguida por un punto dado del frente de onda a lo largo de su curso. En un medio homogéneo los rayos sísmicos estarán representados por líneas rectas normales al frente de ondas, para el caso en que se tengan medios heterogéneos, éstas estarán representadas por trayectorias circulares ortogonales a los frentes de onda. En sismología de reflexión son de gran utilidad las gráficas rayos - frente de onda, para situar los elementos reflejantes en profundidad.

IV.- 2.- Generación y Propagación de Ondas Sísmicas.

En sismología de prospección, ya sea que se trate del método de reflexión ó de refracción, la generación de ondas sísmicas ó elásticas, se logra mediante dos sistemas que son:

- a) Explosivos
- b) Mecánicos

Siendo los primeros, los empleados en sismica de refracción por medio de dinamitas gomas, cuyas propiedades y especificaciones se mencionarán más ampliamente en el capítulo dedicado a la práctica y aplicaciones del método sísmico de refracción. Los sistemas mecánicos son empleados en el método de reflexión (sin que esto quiera decir que el de los explosivos no se utilice), tales como el método vibroseis y aquel que genera ondas elásticas por medio del impacto producido por un bloque de acero de unas 3 toneladas de peso, dejándolo caer desde una altura de 2 a 3 mts., el fundamento del método vibroseis, es el empleo de una fuente de energía (un vibrador) que genera una señal controlada durante un cierto tiempo (el que dura el registro del sismograma correspondiente).

Las ondas elásticas producidas por los sistemas antes mencionados se transmiten a través del subsuelo en forma de vibraciones, siendo la de mayor velocidad la correspondiente a la onda longitudinal, que como se ha venido mencionando, es la que se estudia en los métodos sísmicos.

IV.- 3.- Fenómenos de difracción, dispersión y Scattering.

Aparte de los fenómenos de reflexión y refracción que se tienen en la propagación de una perturbación debidos a la heterogeneidad del medio en que se tiene lugar dicha propagación, existen otros que son los que se describirán brevemente a continuación.

Difracción.- Cuando en el trayecto de una onda, ésta se encuentra con un obstáculo, parte de la misma se propaga en la dirección original y una parte cambia de dirección, a este fenómeno se le denomina difracción.

Para entender este hecho considérese el dispositivo mostrado en la Figura No. 20, en la cual se muestra un generador de ondas planas y dos barreras dispuestas en línea, y dejando una abertura entre ellas (el medio circulante para este caso es agua), ésto es:

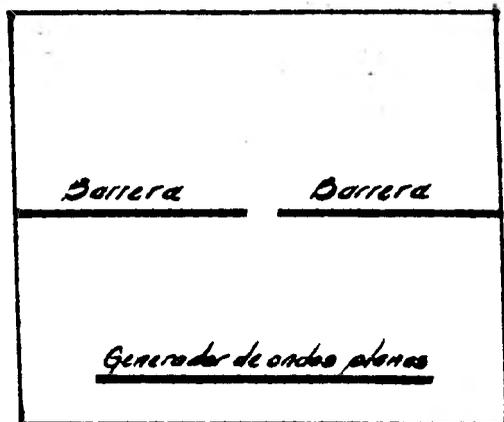


FIGURA No. 20

Una vez que el generador está en operación se forman ondas planas, las cuales inciden sobre las barreras, obteniéndose en la parte central más allá de la abertura, crestas de ondas casi rectas, curvándose en los lados, dando la impresión de ondas circulares que se hubiesen originado en los bordes de la abertura, tal como se muestra en la Figura No. 21.

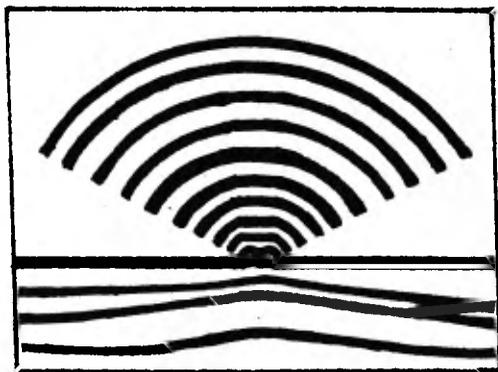


FIGURA No. 21

En otras palabras al incidir las ondas planas, la abertura actúa como una fuente de ondas circulares. A través de estudios realizados en laboratorio empleando el mismo dispositivo, se ha observado que las ondas se difractan intensamente (comportamiento plano antes de la abertura y casi circular pasando ésta) cuando pasan a través de una abertura de tamaño comparable a su longitud de onda, teniéndose el caso contrario (comportamiento plano y casi plano, antes y después de la abertura respectivamente), si la longitud de onda es muy pequeña en comparación con la anchura de la abertura. Dado que la luz puede considerarse formada por ondas de longitud de onda muy pequeña, en sismología se dice que el fenómeno de difracción es análogo y más frecuente que en óptica, debido a que las ondas sísmicas tienen longitudes de onda mucho mayores que las de las ondas luminosas, y en consecuencia la posibilidad de encontrar obstáculos de dimensiones del orden de su longitud de onda (varias decenas de metros) es corriente. En sísmica, la difracción ocurre principalmente en los ángulos de las fallas, y en los puntos en donde los estratos cambian bruscamente de pendiente.

Dispersión.- Cuando existen variaciones en la velocidad de una onda, debidas al cambio de la frecuencia se tiene el fenómeno conocido como Dispersión, como corolario podemos afirmar que un medio en el cual la velocidad de las ondas dependa de la frecuencia, es un medio dispersivo.

Lo anterior se comprende revisando la Ley de Snell, ya que ésta nos dice que el índice de refracción de las ondas sísmicas al pasar de un medio a otro es igual a la relación entre las velocidades de propagación de los dos medios, como puede verse, no se especifica la frecuencia de las ondas, ya que se supone que las velocidades de propagación sólo dependen de los medios en que se propagan; sin embargo de estudios realizados en laboratorio, empleando agua como medio de propagación a profundidades diferentes y ondas con frecuencia distintas, se ha observado que la onda de mayor frecuencia se refracta con una dirección ligeramente menor que la correspondiente a la onda de menor frecuencia, a pesar de que ambas tienen el mismo ángulo de incidencia, por consiguiente se deduce que el índice de refracción para los dos medios depende de la frecuencia de la onda, de lo cual se desprende que la velocidad debe depender de la frecuencia, por lo menos en uno de los dos medios.

En un medio elástico homogéneo no hay dispersión, sin embargo, en un medio imperfectamente elástico, como la tierra, sí existe este fenómeno, como se ha comprobado en Sismología,

en el caso de las ondas longitudinales y transversales. En la actualidad no hay evidencia de que exista dispersión apreciable en prospección sísmica, excepto en las inmediaciones de la explosión, en donde la relación entre el esfuerzo y la deformación no es lineal, siendo ésto una gran ventaja ya que el impulso se propaga sin variar su longitud.

Scattering.- A la formación de pequeñas ondas que propagan la energía en todas direcciones se le da el nombre Scattering.

El fenómeno anterior se presenta cuando un frente de ondas choca con partículas libres ó objetos pequeños, comparados con su longitud de onda. Parte de lo que se considera ruido en un sísmograma, puede ser debido a este fenómeno.

IV.- 4.- Velocidades de propagación en las rocas.

En esta sección se reproducirá una lista (surgida en forma empírica) de velocidades de propagación de las ondas sísmicas longitudinales en algunas rocas, con el objeto de observar que las rocas ígneas tienen en general velocidades de propagación mayores que las que se observan en las rocas sedimentarias, según se indica en la Tabla No. 3.

	<u>m/seg</u>	
Capa Meteorizada	300	a 900
Aluviones Modernos	350	" 1500
Arcillas	1000	" 2000
Margas	1800	" 3200
Areniscas	1400	" 4500
Conglomerados	2500	" 5000
Calizas	4000	" 6000
Dolomías	5000	" 6000
Sal	4500	" 6500
Yeso	3000	" 4000
Anhidrita	3000	" 6000
Gneises	3100	" 5400
Cuarcita	5100	" 6100
Granitos	4000	" 6000
Gabros	6700	" 7300
Dunitas	7900	" 8400
Diabasas	5800	" 7100

TABLA No. 3

De esta tabla se observa asimismo que las rocas tienen velocidades variables entre los límites que se indican, dependiendo de su profundidad y constantes elásticas. En general para un mismo tipo de roca, las velocidades aumentan con la edad geológica y para rocas del mismo tipo y edad aumentan con la profundidad.

IV.- 5.- Estudio de la gráfica tiempo-distancia para dos capas horizontales y velocidades constantes.

A continuación se mostrará el caso más sencillo que se presenta tanto en el método de reflexión como en el de refracción, siendo éste, el de dos medios horizontales y velocidades constantes V_0 y V_1 , para lo cual nos auxiliaremos de la Figura No. 22, y a medida que nos adentremos en esta exposición, culminaremos con la gráfica tiempo-distancia ó dromocrona que se presenta en la misma Figura, ésto es:

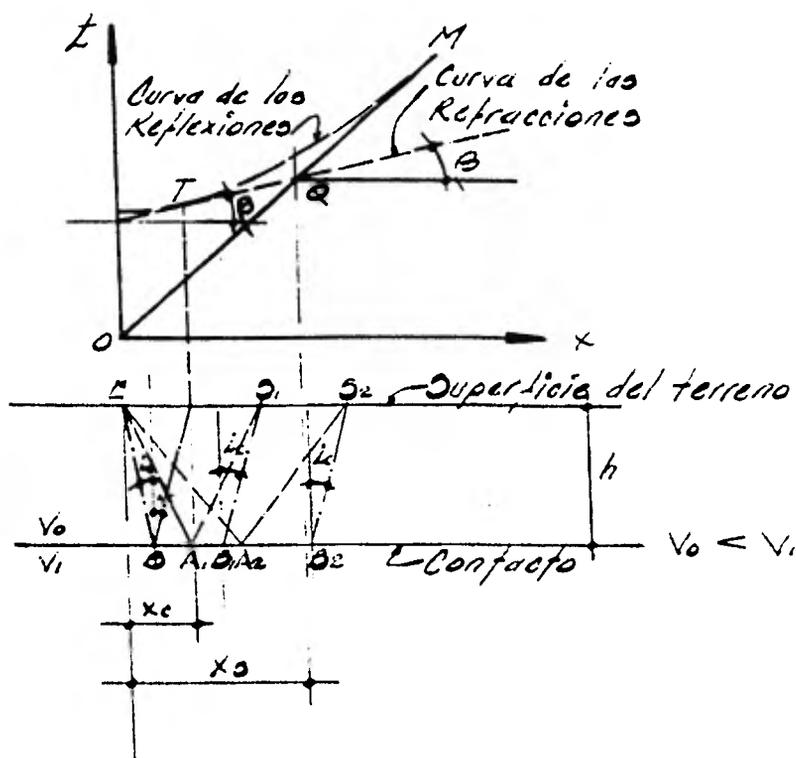


FIGURA No. 22

Siendo "E" el origen de la explosión, "S1", "S2" - - - los sísmodetectores ó geófonos, y "h" la profundidad del contacto entre los dos medios de velocidades V_0 y V_1 , obsérvese que el terreno se ha supuesto plano, para mayor sencillez en los cálculos que siguen.

IV.- 5a.- Onda Directa.

Los recorridos de esta onda son los mostrados en la Fig. No. 22 por EO_1 , EO_2 , etc., etc. Los tiempos de recorrido los representaremos como sigue:

t_{d1} , t_{d2} , t_{d3} , etc. = tiempos de llegada medidos para la onda directa.

Por lo tanto, en base a éstas y a las distancias recorridas (Explosión Sísmodetectores), podemos obtener la velocidad correspondiente a la primera capa, ésto es:

$$V_0 = \frac{EO_1}{t_{d1}} = \frac{EO_2}{t_{d2}} = \dots = \text{etc.}; \text{ ó bien}$$

$V_0 = \frac{X}{t_d}$ para un tiempo " t_d " registrado a una distancia " X " cualquiera; es importante hacer notar, ahora que se habla de distancia, que existe una distancia crítica, que es representada por " X_c " y una distancia llamada de simultaneidad, la cual queda representada por " X_s ", éstas serán empleadas más adelante, y por ahora sólo diremos que la primera es aquella que se presenta, cuando se tiene un recorrido nulo - en el contacto entre los dos medios (abscisa correspondiente al punto "T" de la Figura No. 22), y la segunda representa la abscisa común para la gráfica de la refracción y para la de ondas directas (equivalente a la abscisa del punto "Q" en la Figura No. 22).

Sólo nos resta decir que la gráfica correspondiente a las ondas directas, es la indicada por la recta OM en la Figura No. 22 cuya pendiente es el inverso de la velocidad correspondiente a la primera capa ($\frac{1}{V_0}$) y que pasa por el origen.

IV.- 5b.- Onda Reflejada.

Aquí, como en el inciso anterior, los recorridos de esta onda son los indicados por E A1 S1, E A2 S2, ..., etc., en la Figura 22. Ahora pretendemos encontrar una expresión que nos proporcione el tiempo de recorrido para la onda reflejada, registrado en un sismodetector "Sx" localizado a una distancia "X" cualquiera, en función de la velocidad de la primera capa determinada en el inciso anterior, para lo cual procederemos - como sigue:

El recorrido EAxSx=2EAx

razonando un poco, encontraremos que:

$$2EAx = \sqrt{\frac{x^2}{4} + h^2} = \sqrt{x^2 + 4h^2}$$

y puesto que $t = \frac{2EAx}{V_0}$, se tiene la expresión buscada, - esto es:

$$t_R = \frac{\sqrt{x^2 + 4h^2}}{V_0} = \text{tiempo de recorrido para la onda reflejada.}$$

Se observa que este tiempo no sólo es función de la velocidad de la primera capa sino también de la profundidad de -- contacto. En el inciso siguiente se determinará una expre -- sión para la profundidad "h" la cual facilitará el empleo de la expresión anterior.

IV.- 5C.- Onda Refractada.

Tal como se menciona en el inciso III.- 3c., cuando ocurre la refracción total, la onda refractada que se registra - en superficie es la de tiempo mínimo, es decir aquella que se propaga a lo largo del contacto entre los dos medios, en la figura No. 22. Los recorridos de tales propagaciones son los - indicados por EBB₁S₁, EBB₂S₂, ..., etc., verificándose en éstos, la Ley de Snell, esto es:

$$\frac{\sin i_c}{\sin 90^\circ} = \frac{V_0}{V_1} ; \text{ pero } \sin 90^\circ = 1$$

por lo que: $\sin i_c = \frac{V_0}{V_1}$; donde $i_c = \text{ángulo crítico}$

Volviendo al caso del inciso anterior, en el cual se tenía un geófono "Sx" a una distancia "X", el recorrido de la onda refractada a éste, estará dado por:

$$EB + BBx + Bx Sx = 2EB + BBx; \text{ dado que } EB = Bx Sx$$

Observando la Figura No. 22 se deduce que:

$$EB = \frac{h}{\cos i_c}; \text{ pero sabemos por trigonometría que:}$$

$$\cos i_c = \sqrt{1 - \sin^2 i_c}; \text{ por lo tanto se tiene que:}$$

$$EB = \frac{h}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^2}} = \frac{h V_1}{\sqrt{V_1^2 - V_0^2}}$$

de la misma manera para:

$$BBx = x - 2EB = x - 2h \tan i_c; \text{ se tiene}$$

$$BBx = x - 2h \frac{\frac{V_0}{V_1}}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^2}} = x - 2h \frac{V_0}{\sqrt{V_1^2 - V_0^2}}$$

de donde la expresión que nos da el tiempo de recorrido de la onda refractada dada por:

$$t_r = \frac{2EB}{V_0} + \frac{BBx}{V_1}$$

toma la siguiente forma:

$$t_r = \frac{2h \sqrt{V_1^2 - V_0^2}}{V_1 V_0} + \frac{x}{V_1}$$

Se observa que esta expresión representa la ecuación de una recta cuya pendiente es igual al inverso de la velocidad correspondiente a la segunda capa $\left(\frac{1}{V_1}\right)$ y cuya ordenada al origen es igual a:

$\frac{2h\sqrt{V_1^2 - V_0^2}}{V_1 V_0}$, además esta recta será tangente

en el punto "T" (indicado en la Figura No. 22) a la curva - que representa a las reflexiones (hipérbola dada por la expresión de), ya que por lo mencionado en el inciso IV. 5a., se tendrá una distancia crítica, que equivaldrá tanto a la primera onda refractada (cuyo recorrido por el contacto entre los dos medios es nulo), como a la primera reflexión, y cuyo valor se obtiene a partir de:

$$BBx = x - 2Eb; \text{ donde } BBx = 0$$

por lo tanto $x = 2Eb = ER$; siendo $x = X_c$

de la figura No. 22 se observa que $X_c = 2h \tan \alpha = \frac{2hV_0}{\sqrt{V_1^2 - V_0^2}}$

Por otro lado se tiene que la recta que representa a las ondas directas, interseca a la que representa a las reflexiones en el punto "Q" indicado en la Figura No. 22., por lo tanto se tendrá, según lo mencionado en el inciso al que se hizo referencia, la distancia de simultaneidad "Xs", la cual permite obtener una expresión para la profundidad, esto es:

para "Xs" se tiene que $Ld = Lr$

Por lo tanto:

$$\frac{X_s}{V_0} = \frac{2h\sqrt{V_1^2 - V_0^2}}{V_1 V_0} + \frac{X_s}{V_1}$$

de donde:

$$h = \left(\frac{X_s}{V_0} - \frac{X_s}{V_1} \right) \frac{V_1 V_0}{2\sqrt{V_1^2 - V_0^2}} = \frac{X_s}{2} \frac{(V_1 - V_0)}{\sqrt{(V_1 - V_0)(V_1 + V_0)}}$$

finalmente se tiene que:

$$h = \frac{X_s}{2} \sqrt{\frac{V_1 - V_0}{V_1 + V_0}}$$

Para concluir con este capítulo, se dirá que para el caso que nos ocupa, interesan únicamente las primeras llegadas las cuales son las debidas a la onda directa a través de la zona consolidada.

CAPITULO V.- METODO SISMICO DE REFRACCION

V.- 1.- Generalidades.

El método consiste en generar ondas sísmicas en superficie y registrar las que experimentan la refracción total (a lo largo del contacto entre dos medios con velocidades distintas, en los diferentes estratos del subsuelo), por ser éstas las que efectúan su recorrido en el tiempo mínimo y por tanto las que se registran como primeras llegadas, dado que son las más veloces (suponiendo que la velocidad aumenta con la profundidad). Aunque los métodos por refracción fueron empleados primeramente en la prospección sísmica, ahora se emplean con menos frecuencia en comparación con los métodos por reflexión. El método de refracción es la mayoría de las veces menos exacto que el de reflexión, sin embargo el primero tiene la ventaja de que cuando no se dispone de datos relativos a la geología del subsuelo, la identificación de los materiales rocosos se hace posible con los datos suministrados por éste, tales como las velocidades sísmicas en las diversas formaciones, así como su geometría.

El equipo básico de registro, el cual se estudiará más detalladamente en el Capítulo siguiente, consta brevemente de una serie de sismodetectores ó geofonos, conectados a un aparato registrador, de esta manera el movimiento del suelo se detecta por la señal eléctrica que el geófono envía al aparato registrador, la cual se imprime fotográficamente sobre un papel sensible, obteniéndose así lo que se conoce como sismograma.

V.- 2.- Caso de un refractor horizontal y velocidades constantes.

Como ya se dijo, para el método que nos ocupa, nos interesan únicamente las primeras llegadas, por lo que para el caso de un refractor horizontal y velocidades cts., como el mostrado en la Figura No. 23, si se efectúa una explosión en E y se registra a lo largo de A, B, C, . . . etc., al principio se recibirá la onda superficial, con velocidad V_1 pero a partir del punto "C" indicado en la misma figura recibiremos la onda refractada (ya que la abscisa de este punto corresponde a la distancia de simultaneidad, la cual según se dijo es aquella en donde se intersectan las gráficas correspondientes a las ondas directas y a las refractadas), como primera llegada. Como ya se mencionó, la pendiente de la recta, correspondiente a la onda refractada es igual al inverso de la velocidad del segundo medio; ésto es:

$\tan \theta = \frac{1}{V_1}$; el ángulo crítico L_c , según la Ley de Snell vale:

$L_c = \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_1}$; y la profundidad h_0 se obtiene haciendo $x=0$ y $t_r = L_c$, en la expresión determinada en el inciso IV.-5c, para la obtención del tiempo de recorrido de la onda refractada, ésto es:

$$h_0 = \frac{L_c V_1 V_0}{2\sqrt{V_1^2 - V_0^2}} ; \text{ donde:}$$

h_0 = profundidad del refractor
 L_c = tiempo interceptado

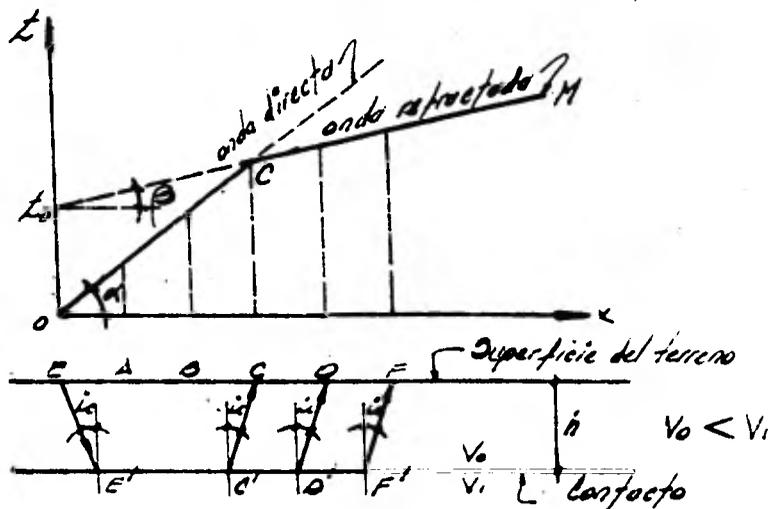


FIGURA No. 23

Las velocidades V_1 y V_0 se obtienen de la dromocrona - por medio de las pendientes de las rectas que representan - tanto a las ondas directas como a las refractadas. Una vez que se saben dichas pendientes, se encuentran los inversos-

de las mismas, quedando así definidas dichas velocidades, en las unidades con las cuales fueron representadas las rectas correspondientes. La obtención de L_0 se hace en forma análoga, es decir por medio de la dromocrona, simplemente se prolonga la recta que representa la onda refractada, hasta intersectar al eje de ordenadas, el cual representa el eje de tiempos. Cabe destacar que para el caso de dos capas horizontales y velocidades constantes, es suficiente disparar en un solo extremo de la línea sísmica y registrar en superficie a lo largo de la misma.

V.- 3.- Ley de las velocidades aparentes.

Esta ley establece, que la velocidad con que aparenta transmitirse una onda en un cierto punto de la superficie del terreno, es igual al cociente entre la velocidad superficial y el seno del ángulo de emergencia, ambos tomados en ese punto, para ilustrar gráficamente lo anterior considérese la figura No. 24.

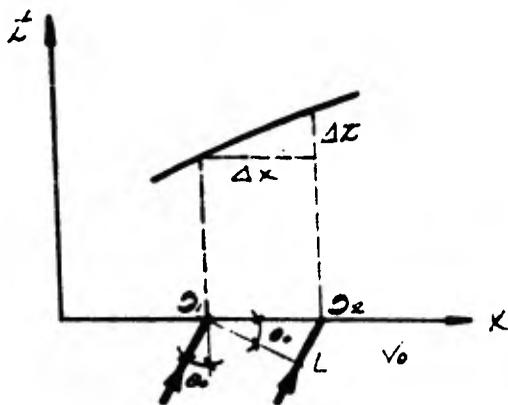


FIGURA No. 24

Esta representa según se observa, un corte vertical del terreno y un frente de ondas, indicado por S_1L , que llega a la superficie en S_1 , asimismo se consideran dos rayos muy próximos entre sí, llegando a dos geófonos S_1 y S_2 , separados por una distancia Δx . De la dromocrona mostrada en la misma figura, se observa que los tiempos de arribo a los sísmodetec-

tores, se han supuesto iguales a S_1A y S_2B , de tal manera - que la velocidad con que aparenta transmitirse la onda a S_1 y S_2 , estará dada por:

$$w = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$
; ahora bien, realmente el frente de ondas se desplaza de L a S_2 en el tiempo Δt , con la velocidad del primer medio, es decir con V_0 , obteniéndose del corte representado en la Figura y la dromocrona, que:

$$V_0 = \frac{\Delta D}{\Delta t} \quad ; \text{ pero como } \Delta D = \Delta x \operatorname{sen} \theta_0 \text{ se tiene que:}$$

$$w = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta D}{\operatorname{sen} \theta_0 \Delta t} \quad ; \text{ finalmente}$$

$$w = \frac{V_0}{\operatorname{sen} \theta_0} = \text{velocidad aparente}$$

Se observa que $w > V_0$, asimismo se deduce del gráfico, - que la velocidad aparente, en el punto del sísmodetector S_1 , será la tangente a la dromocrona AB , en el punto A , ya que:

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

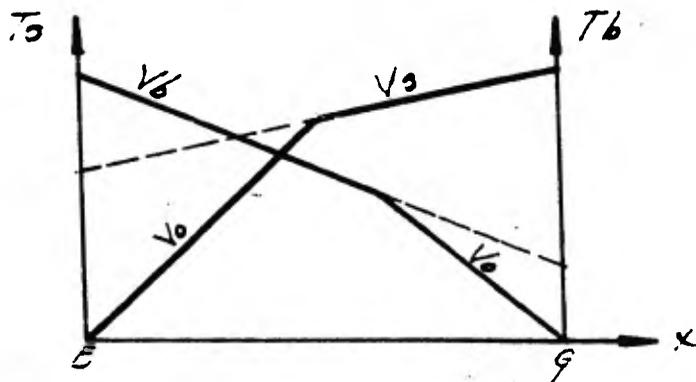
V.- 4.- Caso de un Refractor Inclinado.

Cuando el contacto entre dos medios no es horizontal (caso de un refractor inclinado), las velocidades de propagación que se obtienen cuando se registra dicho contacto, tanto en sentido ascendente como descendente, son distintas y siempre mayor y menor respectivamente, que la velocidad real del contacto, según se verá a continuación.

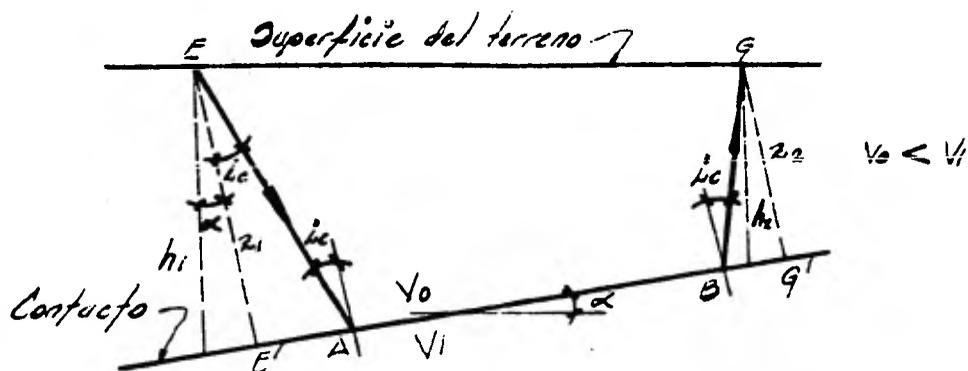
Consideremos dos medios de velocidades V_0 y V_1 , separadas por un contacto inclinado, como se muestra en la Figura - No. 25, misma que muestra el gráfico tiempo-distancia correspondiente. Para determinar la situación del contacto, se re-

querirán 2 puntos del mismo, es decir que dicha necesidad se satisface conociendo las coordenadas de dichos puntos, lo que implica el conocimiento de cuatro incógnitas, solo que si disparamos siguiendo la trayectoria ascendente, ó sea disparando en E y registrando en G, únicamente tendremos dos datos, que son: la velocidad aparente V_s de subida y el tiempo total

T_{EA0G} y si además disparamos en G y registramos en E, el único dato extra proporcionado con este disparo, será el de la velocidad aparente V_b de bajada, ya que por el principio de reciprocidad (el cual se verá en el inciso V-8a), $T_{EA0G} = T_{GE0E}$ por lo consiguiente, dicho problema tendrá infinitas soluciones, ya que con tres datos no puede determinarse una solución única. Por lo tanto, si recurrimos a un artificio tal como considerar que la velocidad y la pendiente del refractor son constantes, el problema anterior puede resolverse fácilmente de la siguiente manera.



GRAFICA TIEMPO-DISTANCIA DE LA FIGURA
NO. 25



- T_s = Tiempo ascendente
 T_b = " descendente
 V_0 = Velocidad \rightarrow la superficie y el refractor.
 V_1 = Velocidad del Refractor
 V_s = " " aparente de subida
 V_b = " " " " bajada
 $T_s(\alpha)$ y $T_b(\alpha)$ = Tiempos interceptados en los ejes ordenados E y G respectivamente.

FIGURA No. 25.

Con las anotaciones de la figura, podemos obtener el tiempo de recorrido del punto E al punto G, es decir:

$$T_g = \frac{EA}{V_0} + \frac{AB}{V_1} + \frac{BG}{V_0}; \text{ donde } EA = \frac{z_1}{\cos \alpha}$$

$$BG = \frac{z_2}{\cos \alpha'} = \frac{z_2 - EG \sin \alpha}{\cos \alpha'}$$

$$AO = E'G - EA - BG' = EG \cos \alpha - EA \sin i_c - BG \sin i_c$$

por la Ley de Snell se tiene que:

$$\sin i_c = \frac{V_0}{V_1} ; \text{ de donde } V_1 = \frac{V_0}{\sin i_c}$$

por lo que:

$$\begin{aligned} T_g &= \frac{CA}{V_0} + \left(\frac{EG \cos \alpha - EA \sin i_c - BG \sin i_c}{V_0} \right) \sin i_c + \frac{BG}{V_0} \\ &= \frac{CA}{V_0} (1 - \sin^2 i_c) + \frac{BG}{V_0} (1 - \sin^2 i_c) + \frac{EG \cos \alpha \sin i_c}{V_0} \\ &= \frac{Z_1}{V_0 \cos i_c} \cos^2 i_c + \frac{Z_1 - EG \sin \alpha}{V_0 \cos i_c} \cos^2 i_c + \frac{EG \cos \alpha \sin i_c}{V_0} \\ &= 2 \frac{Z_1 \cos i_c}{V_0} + \frac{EG \sin i_c \cos \alpha}{V_0} - \frac{EG \sin \alpha \cos i_c}{V_0} \\ &= 2 \frac{Z_1 \cos i_c}{V_0} + \frac{EG}{V_0} (\sin i_c \cos \alpha - \sin \alpha \cos i_c) \end{aligned}$$

finalmente se tiene que:

$$T_G = 2 \frac{Z_1 \cos \alpha_c}{V_0} + \frac{EG}{V_0} \sin(\alpha_c - \alpha)$$

De esta expresión se deduce fácilmente, que para calcular el tiempo de recorrido siguiendo la trayectoria ascendente, - para un punto cualquiera "P1" del perfil EG, será suficiente - substituir en la expresión anterior, la distancia "X" de la - fuente al punto en cuestión, es decir:

$$T_{Gx} = \frac{X}{V_0} \sin(\alpha_c - \alpha) + 2 \frac{Z_1 \cos \alpha_c}{V_0}$$

De la misma manera, si ahora disparamos en G y registramos en E, llegamos a una expresión similar, es decir:

$$T_E = 2 \frac{Z_2 \cos \alpha_c}{V_0} + \frac{GE}{V_0} \sin(\alpha_c + \alpha)$$

En forma análoga a como se hizo para el caso ascendente, podemos calcular el tiempo de recorrido para un punto "P2" - cualquiera, a lo largo del perfil EG, siguiendo ahora la trayectoria descendente, ésto es:

$$T_{Ex} = \frac{X}{V_0} \sin(\alpha_c + \alpha) + 2 \frac{Z_2 \cos \alpha_c}{V_0}$$

Se observa que las expresiones para T_{sx} y T_{bx} representan las ecuaciones de dos rectas. Por la definición que se dió en el inciso anterior, podemos obtener las velocidades - aparentes en uno y otro sentido, de la forma siguiente:

Sabemos que: $w = \frac{dx}{dt}$; ahora si de las expresiones para T_{sx} y T_{bx} , despejamos a la variable "X", la cual representa la distancia entre el punto de explosión y el de registro, y derivamos cada una de ellas con respecto al tiempo, se tiene:

$$\frac{dx}{dz} = V_0 = \frac{V_0}{\sin(i_c - \alpha)} = \text{velocidad aparente de subida}$$

$$\frac{dx}{dz} = V_b = \frac{V_0}{\sin(i_c + \alpha)} = \text{velocidad aparente de bajada}$$

Tanto en las expresiones anteriores como en la Figura, podemos observar que los ángulos de emergencia son:

$$\theta_0 = (i_c - \alpha) \quad \text{————— para el extremo G}$$

y

$$\theta_0 = (i_c + \alpha) \quad \text{————— para el extremo E}$$

Por otro lado, empleando la Ley de Snell y las dos expresiones anteriores se confirma lo mencionado al inicio de este Capítulo, en cuanto al comportamiento de las velocidades, ésto es:

$$\sin i_c = \frac{V_0}{V_1}$$

$$V_1 = \frac{V_0}{\sin i_c}$$

fácilmente se deduce que:

$V_0 > V_1 > V_b$, asimismo se observa que las tres velocidades solo son iguales cuando el refractor es horizontal, es decir cuando $\alpha = 0$.

Los valores de i_0 y de α , en función de las velocidades aparentes, se obtienen como sigue:

$$\text{de } V_b = \frac{V_0}{\text{sen}(i_0 - \alpha)}, \text{ se tiene: } i_0 - \alpha = \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_b}$$

$$\text{y de } V_b = \frac{V_0}{\text{sen}(i_0 + \alpha)}, \text{ se tiene: } i_0 + \alpha = \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_b}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones por suma y resta se obtiene:

$$2i_0 = \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_b} + \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_b}$$

$$2\alpha = \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_b} - \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_b}$$

finalmente se tiene que:

$$i_0 = \frac{1}{2} \left(\text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_b} + \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_b} \right)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_b} - \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_b} \right)$$

Las velocidades aparentes, así como la del primer medio se obtienen de las dromocronas correspondientes, determinando simplemente el inverso de sus pendientes; en base a todo lo anterior se puede calcular sin ningún problema la velocidad correspondiente al segundo medio, de las dos formas siguientes:

$$V_i = \frac{V_0}{\sin \alpha} ; \text{ o bien de } \alpha = \frac{1}{2} \left(\sin^{-1} \frac{V_0}{V_6} + \sin^{-1} \frac{V_0}{V_3} \right)$$

se tiene que el $\sin \alpha = \sin \frac{1}{2} \left(\sin^{-1} \frac{V_0}{V_6} + \sin^{-1} \frac{V_0}{V_3} \right)$

Recurriendo a las identidades trigonométricas, se sabe que:

$$\sin \frac{1}{2}(A+B) = \frac{\sin A + \sin B}{2 \cos \frac{1}{2}(A-B)} ; \text{ donde:}$$

$$A = \sin^{-1} \frac{V_0}{V_6} \quad \text{y} \quad B = \sin^{-1} \frac{V_0}{V_3} ; \text{ por lo tanto se tiene:}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin(\sin^{-1} \frac{V_0}{V_6}) + \sin(\sin^{-1} \frac{V_0}{V_3})}{2 \cos \frac{1}{2} \left(\sin^{-1} \frac{V_0}{V_6} - \sin^{-1} \frac{V_0}{V_3} \right)} = \frac{\frac{V_0}{V_6} + \frac{V_0}{V_3}}{2 \cos \alpha}$$

o sea:

$$\sin \alpha = \frac{V_0 (V_3 + V_6)}{2 V_6 V_3 \cos \alpha} ; \text{ substituyendo este valor en}$$

$$V_i = \frac{V_0}{\sin \alpha} ; \text{ se obtiene el valor de la velocidad en el segundo medio, en función de las velocidades aparentes, - esto es:}$$

$$V_1 = \frac{2 V_0 V_b V_0 \cos \alpha}{V_0 (V_0 + V_b)} ; \text{ finalmente se tiene:}$$

$$V_1 = 2 \frac{V_b V_0}{V_0 + V_b} \cos \alpha$$

Las distancias representadas en la Figura No. 25 por Z_1 y Z_2 se obtienen de las expresiones que nos dan los tiempos de recorrido en los dos sentidos, para una distancia "X" cualquiera, simplemente igualando ésta a cero, ésto es:

$$T_{0x}(i) = 2 \frac{Z_1 \cos \alpha c}{V_0}$$

$$T_{bX}(i) = 2 \frac{Z_2 \cos \alpha c}{V_0}$$

Estos tiempos se obtienen gráficamente, prolongando las dromocronas correspondientes, hasta intersectar los ejes ordenados, en los extremos E y G del gráfico tiempo-distancia. De estas expresiones podemos despejar Z_1 y Z_2 , obteniéndose:

$$Z_1 = \frac{T_{0x} V_0}{2 \cos \alpha c} \quad \text{y} \quad Z_2 = \frac{T_{bX} V_0}{2 \cos \alpha c}$$

Por observación de la misma figura, y en base a estas distancias podemos obtener las profundidades verticales, de la siguiente forma:

$$h_1 = \frac{Z_1}{\cos \alpha} \quad \text{y} \quad h_2 = \frac{Z_2}{\cos \alpha}$$

teniéndose así, perfectamente localizado el refractor - inclinado haciéndose notar que el grado de aproximación de - penderá de lo que las condiciones reales se aproximen a las - supuestas.

V.- 5.- Obtención Gráfica de V_1, δ y α

Las expresiones deducidas para V_1, δ y α , en el capítulo anterior pueden resolverse gráficamente, a partir de V_0 y de las velocidades aparentes V_s y V_b (las cuales se obtienen como ya se mencionó, de las dromocronas correspondientes), como se ilustra a continuación.

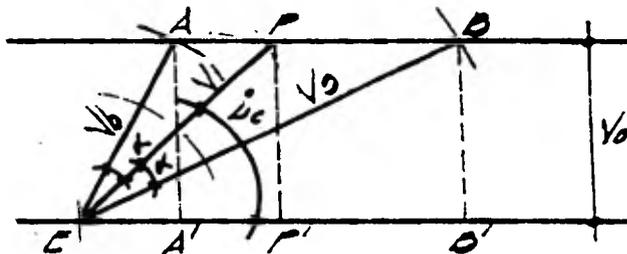


FIGURA No. 26

Consideremos dos rectas paralelas como las mostradas en la Figura No. 26, separadas una distancia igual a V_0 (tomada a cualquier escala), y haciendo centro en el punto "E" indicado en la figura, tracemos dos arcos de circunferencia con radios $EA = V_b$ y $EB = V_s$ (tomados a la misma escala de V_0), - hasta intersectar a la otra en los puntos A y B, tal como se indica en la Figura. Se observa que se ha formado un ángulo \widehat{AEB} , cuya bisectriz medida desde el punto "E" al punto "P" - en el que intercepta a la recta, equivale a la velocidad V_1 , concluido el trazo anterior, podemos deducir lo siguiente:

$$\frac{V_0}{V_b} = \cos \widehat{A'EA'} ; \text{ por lo visto anteriormente: } \widehat{A'EA'} = \delta + \alpha$$

$$\frac{V_0}{V_0} = \cos \widehat{OEB}' \quad ; \text{ de igual forma se tiene: } \widehat{OEB}' = i_c - \alpha$$

Ahora bien, si resolvemos este sistema de ecuaciones, se obtiene:

$$i_c = \frac{1}{2} (\widehat{AEA}' + \widehat{OEB}') = \frac{1}{2} (\widehat{AEP} + \widehat{PEP}' + \widehat{PEP}' - \widehat{PEB})$$

de donde: $i_c = \widehat{PEP}'$

$$\text{y } \alpha = \frac{1}{2} (\widehat{AEA}' - \widehat{OEB}') = \widehat{AEP} - \widehat{PEB}; \text{ por otro lado se}$$

tiene que: $\frac{PP'}{PE} = \cos i_c$; pero como sabemos que $PP' = V_0$,

por lo tanto se tiene que $\frac{V_0}{PE} = \cos i_c$; de donde -

se deduce finalmente que:

$$PE = V_1$$

V.- 6.- Caso de una Falla.

Para la explicación de este problema se considerará el caso de un refractor horizontal afallado verticalmente en el punto M, tal como se ilustra en la Figura No. 27.

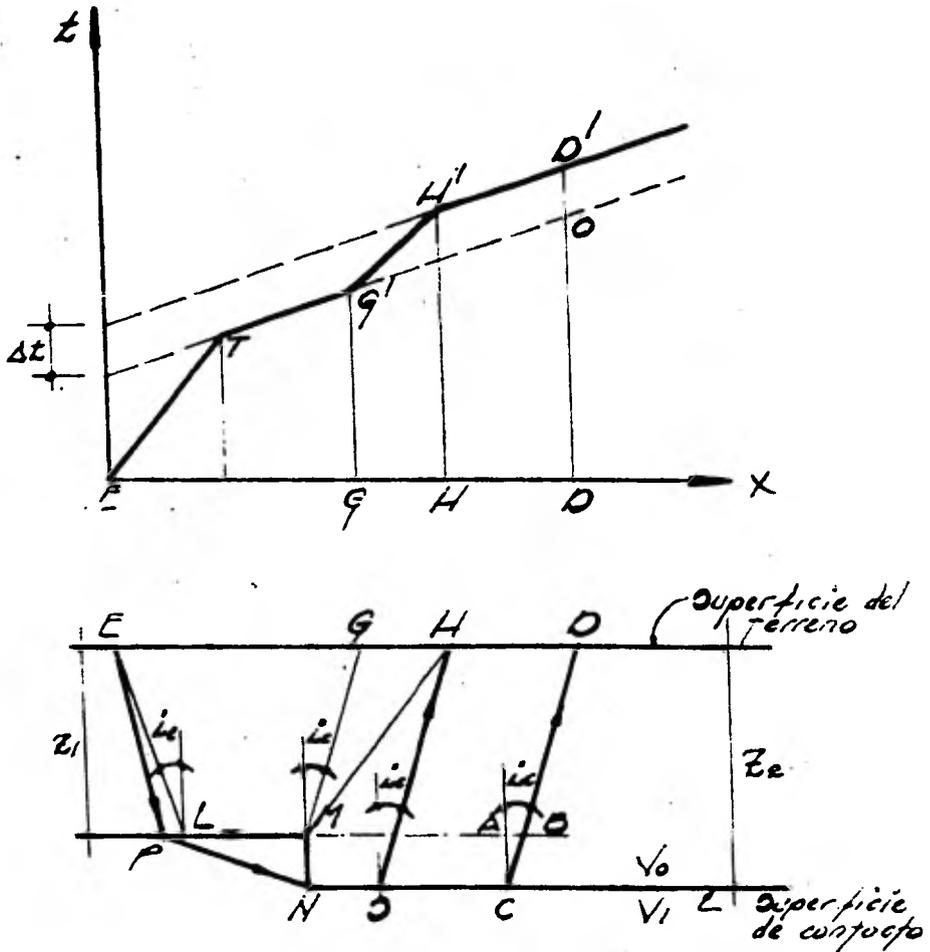


FIGURA No. 27

Lo que se pretende es determinar la existencia de la falla y posteriormente calcular aunque en forma aproximada el salto de la misma, lo cual puede lograrse por medio de un perfil de refracción, perpendicular a la dirección de la falla, ya que de la simple observación de las dromocronas (obtenidas del perfil); las cuales se componen de dos segmentos lineales paralelos desplazados un cierto intervalo de tiempo Δt ; queda

aclarada la existencia de la falla. Los segmentos mencionados corresponden a las llegadas de las ondas que viajan a través del block alto y bajo de la falla respectivamente, cuando el disparo se efectúa sobre el primero de ellos, cumpliéndose lo contrario cuando el disparo se efectúa sobre el segundo (en la Figura, solamente se indica el primer caso). El salto de la falla puede determinarse en función de la diferencia entre los tiempos de intersección de los segmentos con los ejes ordenados como se indica a continuación.

Sea D un punto cualquiera de la superficie y E el punto de tiro. Si no existiese la falla, el refractor sería LMB y el recorrido desde E hasta D sería el ELMED, al cual le correspondería el trozo de dromocrona ETG'0. Pero en realidad el recorrido verdadero sería el indicado por EPNCBD, existiendo una diferencia de tiempos empleados en estos dos recorridos, igual a Δt (separación de las dromocromas paralelas) ésto es:

$$\Delta t = T_{EPNCBD} - T_{ELMED} = T_{EPN} + T_{NC} + T_{CB} + T_{BD} - (T_{ELM} + T_{MA} + T_{AD} + T_{BD})$$

por la suposición hecha en un principio, en cuanto a la no existencia de la falla, se tiene que:

$$T_{MA} = T_{NC} \quad ; \text{ por lo tanto se tiene:}$$

$$\Delta t = T_{EPN} - T_{ELM} + T_{CB} - T_{AD}$$

Si ahora suponemos que la distancia LM es grande con respecto al salto de la falla MN, resulta que:

$$T_{EPN} = T_{ELM} \quad ; \text{ por lo que:}$$

$$\Delta t = T_{CB} - T_{AD}$$

Ahora bien, haciendo hincapié en la suposición de la no existencia de la falla, se tiene:

$$\Delta t \doteq \frac{AC}{V_0} - \frac{AB}{V_1}; \text{ de la Figura se observa que:}$$

$$BC = \frac{AC}{\cos i_c} \text{ y que } AB = AC \operatorname{sen} i_c; \text{ por lo tanto:}$$

$$\Delta t \doteq \frac{AC}{V_0} \left(\frac{1}{V_0} - \frac{\operatorname{sen} i_c}{V_1} \right); \text{ y como } \operatorname{sen} i_c = \frac{V_0}{V_1}$$

se tiene:

$$\begin{aligned} \Delta t &\doteq \frac{AC}{V_0 \cos i_c} \left(1 - \frac{V_0^2}{V_1^2} \right) \doteq \frac{AC}{V_0 \cos i_c} (1 - \operatorname{sen}^2 i_c) \\ &\doteq \frac{AC}{V_0} \cos i_c \doteq \frac{AC}{V_0} \sqrt{1 - \frac{V_0^2}{V_1^2}} \end{aligned}$$

de donde finalmente se tiene que:

$$AC \doteq \frac{V_0 \Delta t}{\sqrt{1 - \frac{V_0^2}{V_1^2}}}; \text{ asimismo, de la figura se observa que el salto de la falla } MN \equiv AC$$

V.- 7.- Caso de dos refractores inclinados.

En este tema se pretende dar una secuela que ayude a determinar la posición de un segundo refractor, misma que pueda ser utilizada para el caso de varios de estos, con mediciones diferentes entre sí, para tal fin, nos auxiliaremos con la figura No. 28, en la cual se presentan dos refractores, cuyas inclinaciones respecto a la superficie del terreno (la cual - para mayor sencillez en los cálculos que siguen, se ha supuesto plana), son diferentes.

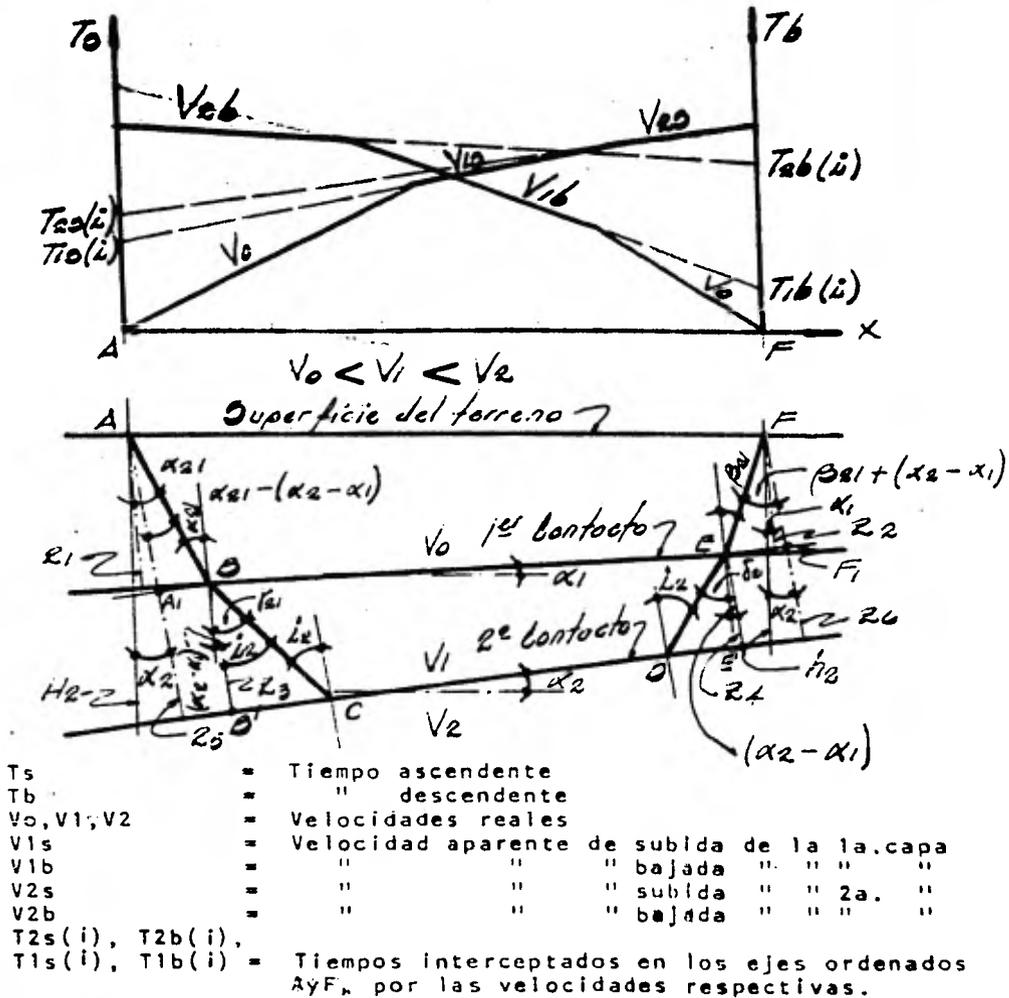


FIGURA No. 28

Para el caso que nos ocupa (dos refractores) se calcula previamente el primer refractor, de la misma manera en que se hizo para el caso de un solo refractor (V-4), una vez conocido el mismo se procede a calcular el segundo, siguiendo el procedimiento que a continuación se expone.

De la Figura se observa, que si efectuamos una explosión en el Punto A y registramos los tiempos de llegada del rayo refractado por el segundo estrato CD, en el punto F, se tiene que:

$$T_{AF} = \frac{AB}{V_0} + \frac{BC}{V_1} + \frac{CD}{V_2} + \frac{DE}{V_1} + \frac{EF}{V_0}; \text{ donde:}$$

$$AB = \frac{Z_1}{\cos \alpha_1} ; \quad CF = \frac{Z_2}{\cos \beta_2} = \frac{Z_1 - AF \cos \alpha_1}{\cos \beta_2}$$

pero como se acaba de mencionar, primeramente se calcula el refractor BE, por lo tanto se tiene que:

$$T_{BE} = \frac{BC}{V_1} + \frac{CD}{V_2} + \frac{DE}{V_1}; \text{ donde:}$$

$$BC = \frac{Z_3}{\cos \beta_2} ; \quad DE = \frac{Z_4}{\cos \beta_2} = \frac{Z_3 - BE \cos(\alpha_2 - \alpha_1)}{\cos \beta_2} \text{ y:}$$

$$CD = BE' - B'C - DE' = BE \cos(\alpha_2 - \alpha_1) - BC \cos \beta_2 - DE \cos \beta_2$$

de la Ley de Snell se tiene que $\cos \beta_2 = \frac{V_1}{V_2}$; de donde:

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{V_1}{\cos \beta_2} ; \text{ por lo que:} \\ T_{BE} &= \frac{BC}{V_1} + \frac{BE}{V_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) - \frac{BC}{V_2} \cos \beta_2 \\ &\quad - \frac{DE}{V_2} \cos \beta_2 + \frac{DE}{V_1} = \frac{BC}{V_1} \cos^2 \beta_2 \\ &\quad + \frac{DE}{V_1} \cos^2 \beta_2 + \frac{BE}{V_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \end{aligned}$$

sustituyendo los valores respectivos se tiene:

$$T_{BE} = 2 \frac{Z_2}{V_1} \cos i_2 - \frac{\theta E \sin(\alpha_2 - \alpha_1) \cos i_2}{V_1} + \frac{\theta E \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \sin i_2}{V_1}$$

finalmente:

$$T_{BE} = 2 \frac{Z_2}{V_1} \cos i_2 + \frac{\theta E}{V_1} \sin [i_2 - (\alpha_2 - \alpha_1)]$$

Ahora bien, puesto que lo primero que se hace es suponer un solo refractor, entonces la representacion de BE indicada en la Figura No. 28, sería la mostrada en la Figura No. 29.

Esto es:

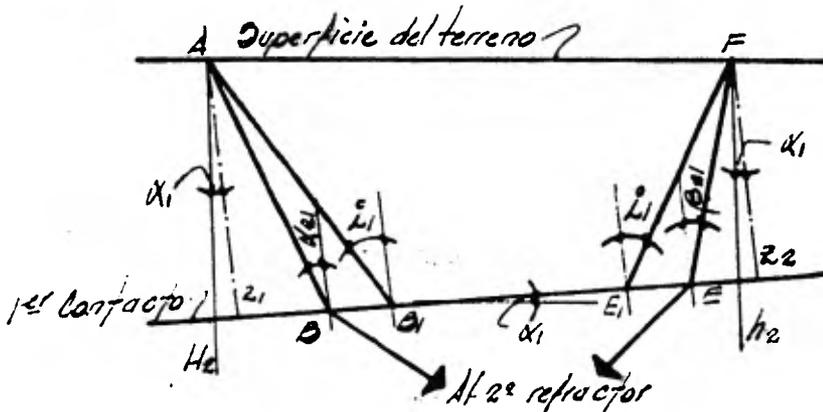


FIGURA No. 29

(Generada a partir de la Figura No. 28)

De esta Figura fácilmente se deduce que:

$$BE = B_1 E_1 + B B_1 + E_1, E = A' F' - A' B_1 - E_1 F' + B B_1 + E_1 E;$$

de donde:

$$A'F' - A'B_1 - E_1F' = AF \cos \alpha_1 - AB \cos \alpha_1 - E_1F \cos \alpha_1$$

$$BB_1 = AB \cos \alpha_1 - AB \cos \alpha_2$$

$$EE_1 = E_1F \cos \alpha_1 - EF \cos \beta_{21}; \text{ por lo tanto:}$$

$$DE = AF \cos \alpha_1 - AB \cos \alpha_2 - EF \cos \beta_{21}; \text{ por lo que:}$$

$$T_{DE} = 2 \frac{r_2}{V_1} \cos \alpha_2 + \frac{AF \cos \alpha_1 - AB \cos \alpha_2 - EF \cos \beta_{21}}{V_1} \cos [\alpha_2 - (\alpha_2 - \alpha_1)]$$

de la Figura No. 28 se observa que:

$$\alpha_2 - (\alpha_2 - \alpha_1) = \delta_{21}$$

por lo cual:

$$T_{DE} = 2 \frac{r_2}{V_1} \cos \alpha_2 + \frac{AF \cos \alpha_1 - AB \cos \alpha_2 - EF \cos \beta_{21}}{V_1} \cdot (\cos \delta_{21})$$

de nueva cuenta se tiene de la Ley de Snell lo siguiente:

$$\frac{\cos \beta_{21}}{\cos \beta_{e1}} = \frac{V_0}{V_1} \quad \text{de donde: } \cos \delta_{21} = \frac{V_1 \cos \beta_{21}}{V_0}$$

Por lo que finalmente se tiene que:

$$T_{02} = 2 \frac{z_3}{V_1} \cos i_2 + \frac{AF \cos \alpha_1 \sin \beta_2 - AB \cos \alpha_1 \sin \beta_2 - EF \cos \beta_2}{V_0}$$

Esta expresión representa el tiempo de recorrido del rayo refractado por el segundo estrato CD, suponiendo se dispara en B y se registra en E, aunque ésto no represente más que un artificio, por lo cual si substituímos esta expresión en la que nos define el tiempo de recorrido total (T_{AF}), se tiene:

$$T_{AF} = \frac{AB}{V_0} + \frac{BE}{V_1} + \frac{EF}{V_0} = \frac{AB}{V_0} + T_{02} + \frac{EF}{V_0} =$$

$$= \frac{AB}{V_0} + \frac{EF}{V_0} (1 - \sin^2 \beta_2) + \frac{AF \cos \alpha_1 \sin \beta_2 - AB \cos \alpha_1 \sin \beta_2}{V_0}$$

+ $2 \frac{z_3}{V_1} \cos i_2$ substituyendo los valores respectivos se tiene:

$$T_{AF} = \frac{z_1}{V_0 \cos \alpha_2} + \frac{z_1 \cos \beta_2}{V_0} - \frac{AF \cos \beta_2 \sin \alpha_1}{V_0} +$$

$$+ \frac{AF \cos \alpha_1 \sin \beta_2}{V_0} - \frac{z_1 \sin \alpha_1 \sin \beta_2}{V_0 \cos \alpha_2} + 2 \frac{z_3}{V_1} \cos i_2$$

finalmente se tiene que:

$$T_{AF} = \frac{AF}{V_0} \sin(\beta_2 - \alpha_1) + \frac{z_1}{V_0} \cdot \frac{\cos(\alpha_2 + \beta_2) + 1}{\cos \alpha_2} + 2 \frac{z_3}{V_1} \cos i_2 = T_{20}$$

Se hace notar que esta expresión representa el tiempo de recorrido del rayo refractado en la dirección ascendente (en la Figura No. 28 se observa); por lo que respecta al recorrido de dicho rayo siguiendo ahora la trayectoria descendente - se tiene, procediendo en forma análoga a la anterior, una expresión similar, ésto es:

$$T_{2a} = T_{2b} = \frac{AF}{V_0} \cos(\alpha_2 + \alpha_1) + \frac{Z_1}{V_0} \cdot \frac{\cos(\alpha_2 + \beta_2) + 1}{\cos \beta_2} + 2 \frac{Z_1}{V_1} \cos i_2$$

Ahora bien, si se deseara calcular dichos tiempos de llegada a un punto cualquiera "P" separado una distancia "X" del punto de explosión, las dos expresiones anteriores quedarían en la forma siguiente:

$$T_{2a} = \frac{x}{V_0} \cos(\beta_2 - \alpha_1) + \frac{Z_1}{V_0} \cdot \frac{\cos(\alpha_2 + \beta_2) + 1}{\cos \alpha_2} + 2 \frac{Z_1}{V_1} \cos i_2$$

$$T_{2b} = \frac{x}{V_0} \cos(\alpha_2 + \alpha_1) + \frac{Z_1}{V_0} \cdot \frac{\cos(\alpha_2 + \beta_2) + 1}{\cos \beta_2} + 2 \frac{Z_1}{V_1} \cos i_2$$

Pudiendo obtener (despejando "X" y derivando respecto al tiempo) de estas expresiones, las velocidades aparentes de subida y de bajada, ésto es:

$$\frac{dx}{dT_{2a}} = V_{2a} = \frac{V_0}{\cos(\beta_2 - \alpha_1)}$$

$$\frac{dx}{dT_{2b}} = V_{2b} = \frac{V_0}{\cos(\alpha_2 + \alpha_1)} \quad ; \quad \text{de aquí podemos deducir lo siguiente:}$$

$$\beta_2 - \alpha_1 = \cos^{-1} \frac{V_0}{V_{2a}}$$

$$\alpha_2 + \alpha_1 = \cos^{-1} \frac{V_0}{V_{2b}} \quad ; \quad \text{sumando ambas expresiones se tiene:}$$

$$\beta_{21} + \alpha_{21} = \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_{2b}} + \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_{20}}; \text{ ahora si restamos la } -$$

primera de la segunda se tiene:

$$2\alpha_1 = \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_{2b}} - \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_{20}} + \beta_{21} - \alpha_{21}; \text{ de donde:}$$

$$-\beta_{21} + \alpha_{21} = \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_{2b}} - \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_{20}} - 2\alpha_1$$

Por lo que si sumamos y restamos esta expresi3n de la - pen3ltima, se obtienen los siguientes valores:

$$\alpha_{21} = \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_{2b}} - \alpha_1$$

$\beta_{21} = \text{sen}^{-1} \frac{V_0}{V_{20}} + \alpha_{21}$; ahora bien, dado que previamente se calcul3 el primer refractor, los valores de V_1 , α_1 , Z_1 y Z_2 son conocidos, por lo que α_{21} y β_{21} se determinarn con facilidad. Recurriendo de nueva cuenta a la Ley de Snell, podemos determinar:

$$\frac{\text{sen } \alpha_{21}}{\text{sen } \gamma_{21}} = \frac{V_0}{V_1}; \quad \frac{\text{sen } \beta_{21}}{\text{sen } \delta_{21}} = \frac{V_0}{V_1}; \quad \text{de donde:}$$

$\gamma_{21} = \text{sen}^{-1} \left(\frac{V_1}{V_0} \text{sen } \alpha_{21} \right)$ y $\delta_{21} = \text{sen}^{-1} \left(\frac{V_1}{V_0} \text{sen } \beta_{21} \right)$ valores - que se obtienen f3cilmente, ya que son conocidos α_{21} y β_{21} .

Por otro lado, podemos deducir de la Figura, que:

$i_2 = \gamma_{21} - (\alpha_2 - \alpha_1)$; 3 bien $i_2 = \delta_{21} + (\alpha_2 - \alpha_1)$; por lo - que su valor promedio ser3:

$$i_2 = \frac{\gamma_{21} + \delta_{21}}{2} = \text{ángulo crítico del segundo refractor}$$

De la misma manera se tiene que:

$$\alpha_2 = \gamma_{21} - i_2 + \alpha_1; \text{ ó } \alpha_2 = i_2 - \delta_{21} + \alpha_1; \text{ siendo el valor promedio, el siguiente:}$$

$$\alpha_2 = \frac{\gamma_{21} - \delta_{21}}{2} + \alpha_1 = \text{Inclinación del segundo refractor.}$$

Finalmente de la Ley de Snell, podemos determinar la velocidad real del tercer medio, Ésto es:

$$\text{con } i_2 = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{de donde} \quad V_2 = \frac{V_1}{\text{sen } i_2}$$

Como anteriormente, si en las expresiones que nos dan el tiempo de recorrido en los dos sentidos para un punto "p" - cualquiera hacemos $X = 0$, se obtienen los tiempos interceptados, en los ejes ordenados por las dromocronas correspondientes, tal como se muestra en la Figura No. 28, siendo equivalentes a:

$$T_{20}(i) = \frac{Z_1}{V_0} \cdot \frac{\cos(\alpha_{21} + \beta_{21}) + 1}{\cos \alpha_{21}} + 2 \frac{Z_3}{V_1} \cos i_2; \text{ y a:}$$

$$T_{20}(i) = \frac{Z_1}{V_0} \cdot \frac{\cos(\alpha_{21} + \beta_{21}) + 1}{\cos \beta_{21}} + 2 \frac{Z_4}{V_1} \cos i_2$$

de donde podemos obtener los valores de Z_3 y Z_4 , simplemente despejando de cada una de ellas, es decir:

$$Z_3 = \frac{V_1 [T_{20}(i) - \frac{Z_1}{V_0} \cdot \frac{\cos(\alpha_{21} + \beta_{21}) + 1}{\cos \alpha_{21}}]}{2 \cos i_2} \quad \text{y:}$$

$$Z_4 = \frac{V_1 [T_{26}(\alpha_2) - \frac{Z_1}{V_0} \cdot \frac{\cos(\alpha_2 + \beta_{21}) + 1}{\cos \beta_{21}}]}{2 \cos \alpha_2}$$

Del corte del subsuelo mostrado en la Figura No. 28, se deduce que las profundidades verticales de los puntos A y F al refractor CD, se obtienen de la siguiente manera:

$$H_2 = \frac{Z_3}{\cos \alpha_2} \quad \text{y} \quad h_2 = \frac{Z_6}{\cos \alpha_2} \quad \text{o bien:}$$

$$H_2 = \frac{Z_3 + AA'}{\cos \alpha_2} \quad \text{y} \quad h_2 = \frac{Z_4 + FF'}{\cos \alpha_2} \quad \text{en donde:}$$

$$AA' = AB \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \quad \text{y} \quad AB = \frac{Z_1}{\cos \alpha_1} \quad ; \text{ Por otro lado:}$$

$$FF' = EF \cos(\beta_{21} + \alpha_2 - \alpha_1) \quad \text{y} \quad EF = \frac{Z_2}{\cos \beta_{21}} \quad ; \text{ Por lo que finalmente se tiene que:}$$

$$H_2 = \frac{1}{\cos \alpha_2} \left[Z_1 \frac{\cos(\alpha_2 - \alpha_1)}{\cos \alpha_1} + Z_3 \right] ; \text{ y}$$

$$h_2 = \frac{1}{\cos \alpha_2} \left[Z_2 \frac{\cos(\beta_{21} + \alpha_2 - \alpha_1)}{\cos \beta_{21}} + Z_4 \right]$$

Con estos últimos datos y los encontrados anteriormente, tales como los ángulos de inclinación de los refractores, etc. quedan perfectamente definidos éstos. Por lo anterior podemos concluir diciendo que matemáticamente puede procederse en forma semejante para cualquier número de refractores.

V.- 8.- Principios generales y métodos de interpretación en Refracción.

La interpretación de los datos proporcionados por un sísmograma (resultado de la ejecución de una línea sísmica, empleando el método de refracción), esta regida por cinco principios, de los cuales ya han sido mencionados dos de ellos (Ley de Snell y Ley de las Velocidades Aparentes), siendo los tres restantes, los que se mencionarán a continuación, de igual manera se esbozarán dos métodos de interpretación, cuyo fundamento está basado en el empleo de los tiempos de llegada a cada geófono, de los rayos refractados, que parten de los puntos de explosión conjugados, y cuya finalidad es la de reconstruir el recorrido de dichos rayos, obteniéndose así la situación del refractor en estudio.

V.- 8a.- Principio de Reciprocidad.

Este principio es una consecuencia del principio de Fermat ó del recorrido de tiempo mínimo, ya que el principio de reciprocidad establece que el tiempo de propagación de la onda sísmica de un punto A a otro B, es el mismo que el de B a A. Este principio es de gran utilidad, ya que por medio de él se pueden determinar los trozos de dromocrona que corresponden a cada refractor.

V.- 8b.- Principio del tiempo interceptado en el Origen.

Para explicar en que consiste este principio, considérese la Figura No. 30.

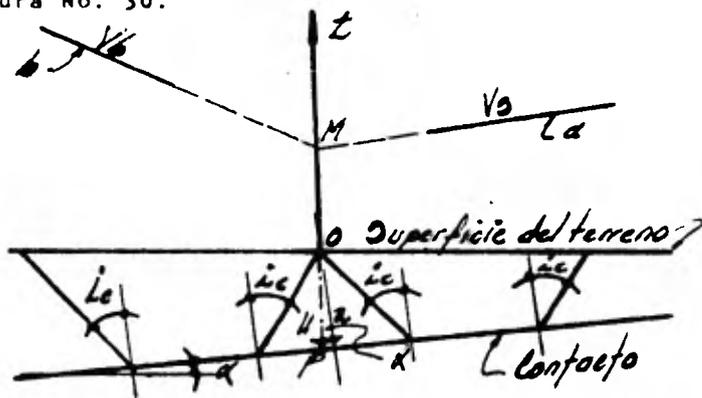


FIGURA No. 30

En ésta según se observa, se efectúan dos disparos, desde el punto indicado en la Figura por "O" y se registran el primero en un sentido y el segundo en el otro; el principio del tiempo interceptado establece que si al prolongarse las dromocronas obtenidas (a y b en la Figura No. 30) hasta interceptar al eje de ordenadas del gráfico tiempo distancia, representado en la Figura por OP , éstas pasarán por el mismo punto de intersección, de lo cual se deduce que los tiempos de intersección en el origen serán iguales. De lo visto anteriormente, se demuestra que la profundidad $OP = H$ bajo "O" en función de los tiempos interceptados será igual a:

$$H = \frac{Z}{\cos \alpha} \quad ; \text{ pero según se ha demostrado}$$

$$Z = \frac{t(\lambda) \cdot V_0}{2 \cos \lambda c} \quad ; \text{ donde } t(\lambda) = \text{ tiempo interceptado}$$

vale: $t(\lambda) = t_0(\lambda) = t_b(\lambda) = 0M$; por lo que H será igual a:

$$H = \frac{t_0(\lambda) \cdot V_0}{2 \cos \lambda c \cos \alpha} = \frac{t_b(\lambda) \cdot V_0}{2 \cos \lambda c \cos \alpha} \quad \text{para finalizar diremos también que}$$

por medio de este principio se pueden reconocer los trozos de dromocrona correspondientes al mismo refractor, cuando desde un punto se tira en los dos sentidos.

V.- 8c.- Principio del Paralelismo.

Este principio establece que si las dromocronas de dos puntos conjugados de tiro son conocidos, una tercera puede ser reconstruida, para un punto de tiro que este comprendido dentro del intervalo original sin que haya necesidad de efectuar la correspondiente explosión. Dicha reconstrucción lógicamente es gráfica, ya que se habla de una dromocrona, lo anterior se ilustrará con un ejemplo, para ello obsérvese la Figura No. 31.

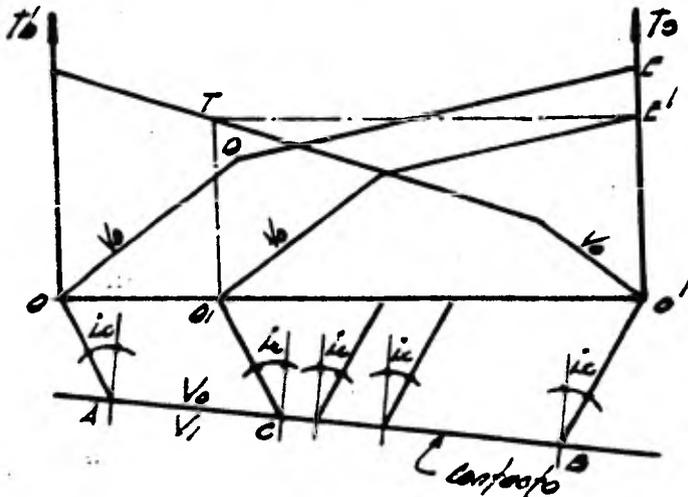


FIGURA No. 31

De la Figura se observa que basta levantar una vertical del punto elegido, hasta interceptar a la dromocrona que nos interese, es decir que si pretendemos la reconstrucción de una dromocrona en el sentido descendente, se tendrá que interceptar con la vertical, la dromocrona ya obtenida en el sentido ascendente (tal es el caso que se ilustra en la mencionada Figura), una vez que se tiene el punto de intercepción se proyecta horizontalmente al origen del disparo correspondiente (O' : sentido ascendente), posteriormente según se observa, se trazan paralelas a las dromocronas OD a partir del punto seleccionado (O) y a la DE partiendo del punto antes-encontrado E' hasta interceptar a la primera. Cabe destacar que lo que se ha hecho hasta aquí, no es más que la aplicación del principio de reciprocidad, ya que de la Figura se deduce que $OT = O'E'$ asimismo se nota que se parte de la consideración ideal de refractores planos con pendientes constantes.

Este principio es de gran importancia, ya que una de sus aplicaciones prácticas es la de evitar líneas sísmicas con puntos conjugados de tiro muy distantes, y substituirlos por medio de explosiones registradas a distancias parciales más pequeñas (siempre y cuando se siga el mismo refractor), lográndose con ésto la reconstrucción de la dromocrona que se obtendría entre los dos puntos lejanos.

V.- 8d.- Método de los "Delay Times" ó de Gardner.

Como se mencionó al principio, este método emplea los tiempos de llegada a cada geófono desde los dos puntos de explosión conjugados. El fundamento del método de "Los tiempos de Retraso" se debe a Gardner y es utilizado de preferencia en zonas en las que los refractores presentan poco declive y cuyas pendientes son suaves.

Los tiempos de retraso se definen como la diferencia entre los tiempos de los recorridos PA ó GB, y su proyección horizontal aproximada P'A ó BQ'; según puede observarse en la Figura No. 32.

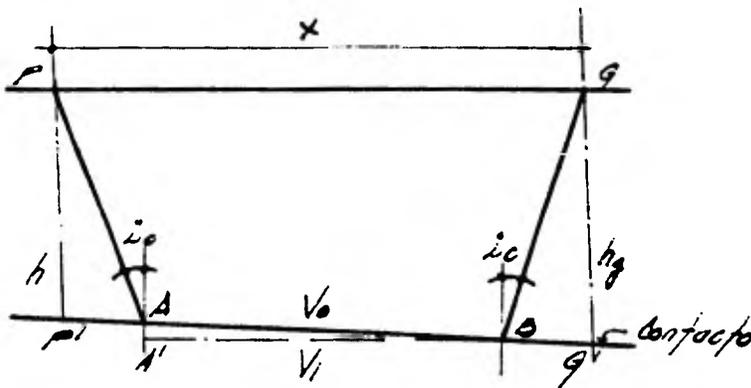


FIGURA No. 32

o sea: $D_p = \text{tiempo de retraso en P} = L_{PA} - L_{P'A}$

$D_g = \text{tiempo de retraso en G} = L_{GB} - L_{G'Q'}$

Por otro lado si el refractor es sub-horizontal, como lo indica la Figura, puede decirse que $AB \approx A'B$, de donde:

$$L_{AG} = L_{PA} + L_{AO} + L_{OG} \approx L_{PA} + L_{A'B} + L_{OG}$$

Por lo anterior:

$$L_{AG} = D_P + D_G + L_{PA} + L_{A'B} + L_{OG}' = D_P + D_G + \frac{FG}{V_1}$$

de donde $L_{AG} - \frac{x}{V_1} = D_P + D_G$; de igual manera, si disparamos en G y registramos en P, se tendrá que:

$$L_{GP} = D_P + D_G + \frac{FG}{V_1}; \text{ de donde:}$$

$$L_{GP} - \frac{x}{V_1} = D_P + D_G$$

Por lo mencionado al principio, en relación a que se consideran lecturas a cada geófono, se puede trazar una gráfica - como la que se indica en la Figura No. 33, la cual nos proporciona la situación del refractor en tiempos.

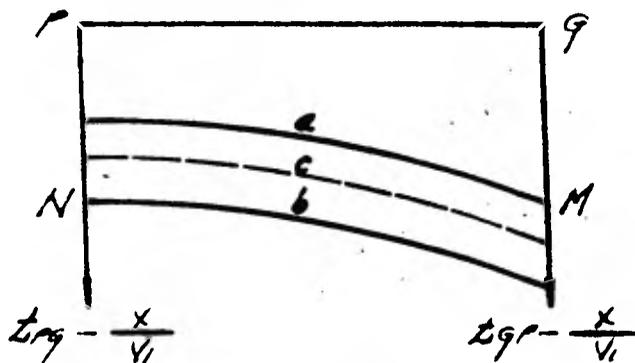


FIGURA No. 33

De ésta se observa que la media (C) de las dos curvas, proporciona una representación más aproximada del refractor, obsérvese también que por el principio de reciprocidad se tiene, que los tiempos extremos han de ser iguales, ésto es:

$$T = LPAQ = LQBAP \quad ; \text{ por lo que:}$$

$$GM = PN = T - \frac{PQ}{V_1}$$

Para obtener una representación en profundidad, se deben conocer las profundidades h y h_g del refractor, en los puntos de tiro conjugados, así como la velocidad del segundo medio como se verá en breve. Según se determinó anteriormente, la velocidad V_1 (correspondiente al segundo medio) queda definida, en función de las velocidades aparente, ésto es:

$$V_1 = \frac{2V_6 V_3}{V_3 + V_6} \cos \kappa \quad ; \text{ y puesto que se están suponiendo - inclinaciones suaves en los refractores, se tendrá por consiguiente - que:}$$

$$V_1 = \frac{2V_6 V_3}{V_3 + V_6}$$

Con esta fórmula y el conocimiento de la profundidad en uno de los extremos, se puede fácilmente determinar la profundidad en cada uno de los geófonos, de la siguiente manera. De la Figura No. 32 se deduce que:

$$\begin{aligned} DP &= LPA - LQA = \frac{h}{V_0 \cos \angle c} - \frac{h \tan \angle c}{V_1} = \frac{h}{\cos \angle c} \left(\frac{1}{V_0} - \frac{\tan \angle c}{V_1} \right) \\ &= \frac{h}{V_0 \cos \angle c} \cos^2 \angle c \quad ; \text{ finalmente se tiene que:} \end{aligned}$$

$$DP = \frac{h \cos \angle c}{V_0} \quad ; \text{ de forma análoga se puede deducir:}$$

$$Dg = \frac{hg \cos ic}{V_0} ; \text{ por lo que si se dispara en P y se registra en G se tiene:}$$

$$Lrg - \frac{x}{V_1} - \frac{h \cos ic}{V_0} = \frac{hg \cos ic}{V_0} ; \text{ de donde}$$

$hg = \frac{V_0}{\cos ic} \left(Lrg - \frac{x}{V_1} - \frac{h \cos ic}{V_0} \right)$; obteniéndose un gráfico de distancias entre explosión - geófono y profundidades al refractor, sólo que en realidad, atendiendo a la Figura No. 34, dichas profundidades no están exactamente abajo de los geófonos sino que se encuentran desplazadas una distancia, GS

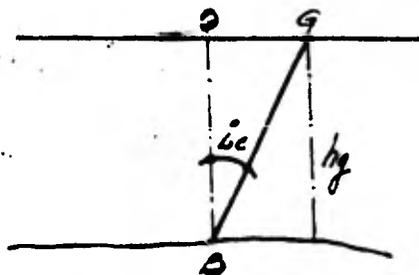


FIGURA No. 34

De la Figura se observa que dicha distancia equivale a:

$$GS = hg \tan ic$$

Si ahora se dispara en G y se registra en P, se obtiene una nueva gráfica de profundidades, siendo la media de estas dos, la que más se aproxima a la situación real del refractor.

V.- 8e.- Método de los Frentes de Onda.

Este método de interpretación proporciona una representación bastante aproximada del refractor, aunque su procedimiento es muy lento. Como ya se mencionó, los frentes de onda son los lugares geométricos de los puntos alcanzados por la sacudida sísmica en un mismo tiempo y a su vez normales a los rayos de cada punto, siendo ésto el fundamento del método que nos ocupa, ésto es:

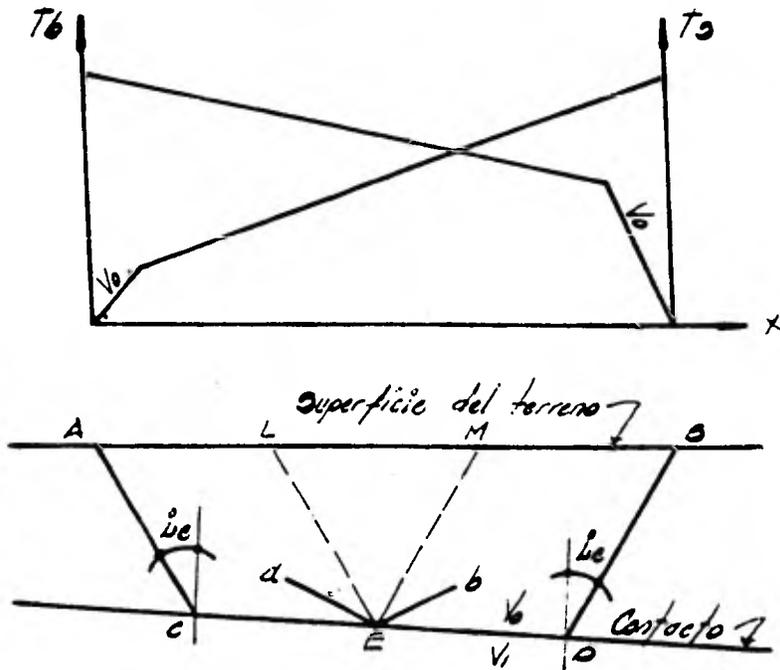


FIGURA No. 35

Sea un refractor CD como el mostrado en la Figura 35, y dos puntos de tiro A y B en superficie, asimismo sea E un punto cualquiera del refractor y M y L los puntos de emergencia de E según se dispare en sentido descendente y ascendente. El tiempo de recorrido de la onda refractada desde A a M será:

$$L_{AM} = L_{AC} + L_{CE} + L_{EM}; \text{ de igual forma de B a L se tendrá:}$$

$$L_{OL} = L_{OO} + L_{OE} + L_{EL} \quad ; \text{ asimismo el tiempo total será:}$$

$T = L_{AO} = L_{OA} = L_{AC} + L_{CE} + L_{EO} + L_{OO}$; pero por las relaciones anteriores se tendrá que:

$T = (L_{AM} - L_{EM}) + (L_{OL} - L_{EL})$; esto es que si se consideran los frentes de onda emergentes "a" y "b" en E (perpendiculares a ME y LE respectivamente, en el medio de velocidad V_0), puede decirse que cada punto E del refractor será el lugar geométrico de los puntos de intersección de frentes de onda "a" y "b" tales que la suma de sus tiempos $L_a = L_{AM} - L_{EM}$ y $L_b = L_{OL} - L_{EL}$, sea constante e igual al tiempo total interceptado T.

Para finalizar diremos que el problema se reduce pues, a trazar los frentes de onda del medio de velocidad V_0 y a buscar la intersección de aquellos cuya suma dé el tiempo total T.

CAPITULO VI.- PRACTICA Y APLICACIONES DEL METODO SIMICO DE REFRACCION.

VI.- 1.- Equipo Empleado.

Los instrumentos empleados en los trabajos sísmicos de prospección proceden de los empleados en sismología, con las adaptaciones pertinentes; claro está (el equipo aludido es el de registro). Dicho equipo consta principalmente de un número determinado de sismodetectores ó geófonos (para el caso en el cual se basa este capítulo, dicho número es igual a 12) cada geófono forma parte de lo que se conoce como "Canal Sísmico", mismo que es equivalente a una traza del sismograma obtenido en campo, las otras partes constituyentes son, un amplificador y un galvanómetro, estos canales forman un conjunto solidario, cuya representación digramática queda indicada en la Figura No. 36, ésto es:

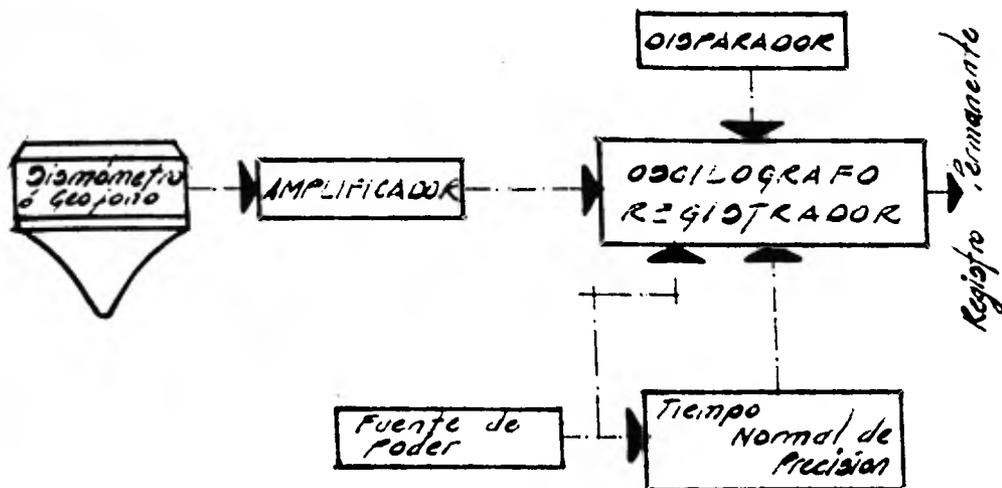


FIGURA No. 36

Los sismodetectores estarán unidos por lo general a un cable por el cual se transmite la señal a los amplificadores. De la misma manera, y según se observa en la Figura, del ex -

plosor saldrá un cable hacia el fulminante eléctrico, mismo - que hará detonar la dinamita, la cual generalmente es de tipo goma.

El equipo que se describe en el presente trabajo, es el conocido por el nombre comercial de "Sistema de Refracción - RS-4"; el cual cuenta con 12 canales, así como con todas las partes constituyentes mencionadas anteriormente a excepción - de los estopines eléctricos, la dinamita y el papel fotográfico empleado, los cuales son materiales de consumo; siendo sus características mecánicas las siguientes:

Largo: 457 mm.
Ancho: 350 mm.
Espesor: 241 mm.
Peso: 17.7 Kg.

De aquí se deduce su fácil transportación, así como su - manejabilidad, en la Figura No. 37 se aprecia una fotografía - del equipo en cuestión.

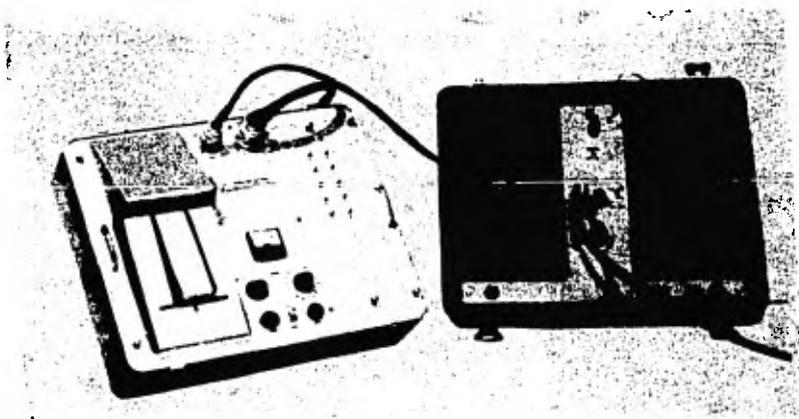


FIGURA No. 37

Para concluir con este inciso diremos que pueden considerarse como parte integral del equipo, las herramientas empleadas por los peones encargados de la perforación de los pozos, tales como excava hoyos, picos y palas, así como barretas y marros, siendo éstos los utensilios principales, empleados para llevar a cabo estudios de sismica de refracción cuya profundidad teórica de investigación es somera.

VI.- 2.- Secuencia seguida en la ejecución de una línea sismica de refracción.

Para describir lo indicado en esta unidad, partiremos de la secuela seguida en una prospección con finalidades para obras civiles, donde la profundidad teórica de estudio se considera somera, razón por la cual el equipo que mejor se ajusta a este tipo de investigación es el esbozado en el inciso anterior, es decir el Sistema de Refracción RS-4, dicha secuela es la siguiente:

- 1o) Programación de los rumbos que deberán seguir las líneas sismicas tanto longitudinales como transversales, así como su ubicación mediante los planos topograficos y de proyecto, ésto es obvio, ya que todos los estudios deben realizarse con el fin de satisfacer las necesidades del proyecto a ejecutar. Supóngase por ejemplo que se trata de la construcción de una cortina para una presa, entonces el estudio se efectuará a lo largo del eje de la misma y si ésta tuviera obras auxiliares como vertedor de demasías, casa de bombas, etc., dicho estudio se haría extensivo hasta los lugares indicados por el plano de proyecto, para lograr un buen trabajo, así como para tener una idea clara de lo que ocurre en el subsuelo, en una área tal que la dimensión de la obra quedará holgada, se programan líneas sismicas transversales al eje de la misma.
- 2o) Una vez satisfecho el paso anterior, se procede al hincado ó plantado de los sismómetros, así como al tendido de cables, existiendo entre los geófonos un espaciamiento en base a la longitud total de la línea sismica de -- que se trate, dicha longitud es programada, en función a la profundidad teórica de penetración que se desee alcanzar, así como a las limitaciones topográficas que presenta la superficie del terreno. Simultáneamente a esta operación se construyen los pozos de tiro; se habla en plural, por el hecho de que por línea sismica efectuada se tira en los dos sentidos, con el objeto de poder de -

terminar los echados de las capas del subsuelo si existieran; cuya profundidad variará según el espesor de la capa superficial meteorizada.

- 3o) En este momento se procede a efectuar las conexiones de los 12 sismodetectores a su cable respectivo, y éste al aparato RS-4, de la misma manera el cable por medio del cual se provoca el corto circuito que hace detonar la dinamita mediante el estopín eléctrico, es preparado para conectarlo tanto al explosor como a los cables del estopín (el extremo que llega al explosor es aterrizado con el objeto de evitar las corrientes estáticas).
- 4o) Se procede a depositar los cartuchos de dinamita, con el estopín incluido, en el fondo del pozo y posteriormente a tapar éste, una vez realizado esto, se conecta el cable mencionado en el paso anterior, primeramente a los cables del estopín, y posteriormente al explosor del aparato RS-4. Las dos últimas maniobras mencionadas aquí, se efectúan estando en constante comunicación, por medio de radio-telefonos, el operador ó jefe de brigada, con el dinamitero, con el objeto de evitar algún percance que pudiera ser fatal.
- 5o) Siendo éste el último paso, debe procederse con el mayor cuidado, ya que es el momento de la explosión, por lo cual, los peones y demás personal que compone la brigada deben estar alejados del punto de tiro, a la vez que estáticos en un lugar seguro, y deben permanecer en esta posición hasta que se haya efectuado el disparo y con esto el sismograma correspondiente. La razón por la cual deben permanecer estáticos, así como evitar el tránsito de animales y de vehículos, es por lo sensible del aparato, por lo que si esto no se satisface, los tiempos de arribo tanto de la onda directa, como de los rayos refractados, se verán afectados por estas macro perturbaciones.

Para finalizar con esta unidad, diremos que el número de cartuchos de dinamita, para la ejecución de estos estudios, es muy variable, ya que depende del tipo de materiales en los cuales se alojarán dichos cartuchos; pero generalmente se emplean para este tipo de investigación (basamento para obras civiles), alrededor de 390 grs., por punto de tiro, pudiendo ser excedida ó disminuida esta cantidad, por la consideración anterior.

VI.- 3.- Aplicaciones del método sísmico de Refracción.

La bondad de este método depende de los refractores existentes en el subsuelo, ya que independientemente de que existan contrastes de velocidades, debe cumplirse el aumento progresivo de estas con la profundidad, dado que de la Ley de Snell se deduce que una capa de baja velocidad, comprendida entre dos de velocidades mayores, no puede ser determinada, esto es:

Si en la igualdad $\sin i_n = \frac{V_{n-1}}{V_n}$, se tiene que

$V_n < V_{n-1}$, esto implica que la refracción total no se produce.

Teniendo en cuenta esta consideración, el método sísmico de refracción ha sido empleado con éxito en diferentes áreas de la ingeniería, indicándose a continuación algo de estas aplicaciones.

VI.- 3a.- En la Prospección Petrolera.

En la investigación petrolera el método sísmico de refracción es de gran utilidad, ya que por medio de él, en la etapa de reconocimiento, puede determinarse la extensión de una cuenca sedimentaria, así como el curso de una capa de alta velocidad, tal como una formación de sal, de caliza, de diorita, etc. En la etapa de detalle, su empleo también es de gran utilidad, ya que los accidentes tectónicos, tales como fallas, quedan bien determinados por este medio.

VI.- 3b.- En la Prospección Minera.

En este tipo de investigación, suele estar muy restringido el uso (en minerales metálicos) del método que nos ocupa, ya que éste está supeditado a condiciones ideales del subsuelo, es decir que para poder efectuar una prospección con finalidad minera, deben tenerse contrastes de velocidades muy significativas, además de tenerse refractores con relieve poco pronunciado.

VI.- 3c.- En trabajos de Ingeniería Civil.

En el curso de la descripción del equipo empleado en estudios de sísmica de refracción, se hizo mención de la utilidad que éstos tienen en investigaciones cuya finalidad es la de determinar el basamento sobre el cual se desplantará una

obra de gran magnitud, tal como una presa, un edificio, un puente, un túnel, etc., y resulta obvio y casi obligado el empleo de dicho método, en la ejecución de tales investigaciones, debido al gran contraste de velocidades existente, entre el firme rocoso y los materiales poco consolidados que lo cubren.

De la misma manera este método tiene especial importancia en la identificación de cavernas, dado que lo que se obtiene en los sismogramas son los tiempos de arribo de las ondas directas y refractadas, mismas que son la base para la obtención de las dromocronas correspondientes, las cuales, en el caso de identificación de cavernas, se verán afectadas por retrasos en los tiempos de arribo, y estos efectos serán más acentuados a medida que la relación, entre el punto de tiro sismodetector y diámetro de la caverna, disminuya, para ilustrar lo anterior, obsérvese la Figura No. 38 ésto es:

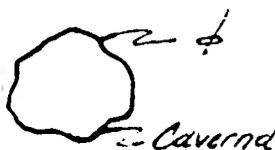
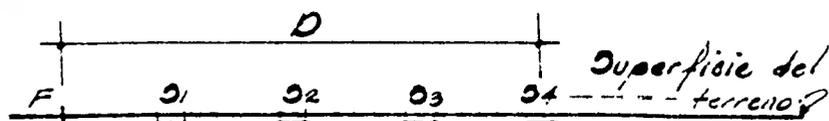


FIGURA No. 38

Retraso en los tiempos de arribo Retraso en los tiempos de arribo

Poco notorio

Muy notorio

Aumenta



Disminuye

Para concluir con este Capítulo, diremos que el método - aquí estudiado es cuantitativo, sin embargo, existe dentro - del mismo, uno que nos proporciona información cualitativa, - tal es el caso de una disposición de sismodetectores en abanico, es decir que éstos se sitúan a lo largo de un arco de circunferencia cuyo centro viene a ser el punto de tiro, y para terminar diremos que una de las tantas aplicaciones que este método tiene es la de determinar de una manera relativamente rápida, el curso de un Paleocauce, ya que por medio de este dispositivo, se pueden conocer tanto su curso, como su anchura, en base a la observación de los tiempos de arribo, ya que como se sabe, la propagación de las ondas en los materiales no consolidados como las gravas, es más lenta en comparación con las rocas cristalinas del sustrato. La profundidad del Paleocauce será la incógnita que persista (por tratarse de un método cualitativo), misma que puede ser despejada mediante el método sísmico de refracción.

CAPITULO VII.- FUNDAMENTOS FISICOS EMPLEADOS EN LOS METODOS
GEOELECTRICOS.

VII.- 1.- Propiedades eléctricas del Medio.

El presente Capítulo tiene por objeto exponer en forma muy breve las magnitudes físicas y sus relaciones, propias de las rocas y sus agregados minerales, que intervienen en el estudio de los diferentes medios que componen el subsuelo, cuando éste es realizado con métodos geoelectricos, haciendo destacar la gran diversidad de factores que influyen en dichas magnitudes, ya que el comportamiento físico de las rocas que componen el subsuelo depende de las propiedades y modo de agregación de sus minerales, así como de la forma, volumen y relleno de los poros comprendidos en la rocas, sin descuidar los efectos que sobre estas propiedades causa, la presión y la temperatura, por considerarse estas íntimamente ligadas al grado de metamorfismo y a la profundidad de la roca, respectivamente.

VII.- 1a.- Resistividad.

La resistividad es la propiedad que presentan los cuerpos de oponerse al paso de la corriente eléctrica a su través, y una medida de esta dificultad es precisamente la resistividad, cuya expresión matemática proviene de la que se tiene para la resistencia de un conductor alargado y homogéneo de forma cilíndrica ó prismática, ésto es:

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad \text{siendo} \quad \begin{array}{l} R = \text{Resistencia eléctrica} \\ \rho = \text{Resistividad} \\ S = \text{Sección del conductor} \\ L = \text{Longitud del conductor} \end{array}$$

Por lo que:

$$\rho = R \frac{S}{L} ; \text{ cuyas unidades en el Sistema Interna-}$$

cional, donde la resistencia está dada en ohms y la unidad de longitud en metros; equivalen al producto de una resistencia eléctrica por una longitud, ésto es:

$$\rho = \text{ohm} \times \text{m}$$

Esta propiedad es una de las más importantes, ya que expresa (según se verá más adelante) los resultados de las mediciones en la mayoría de los métodos geoelectrónicos, por tratarse de una variable experimental, siendo además la base para la interpretación.

VII.- 1b.- Conductividad.

La conductividad es el equivalente a la inversa de la resistividad, esto es, la medida de la facilidad de paso de la corriente eléctrica, a través de los cuerpos, y se representa con la letra griega σ y su expresión matemática es la siguiente:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} ; \text{ siendo sus unidades en el Sistema Internacional- las siguientes:}$$

$$\sigma = \frac{\text{mho}}{\text{m}}$$

VII.- 1c.- Constante Dieléctrica.

Esta propiedad expresa el grado de facilidad que presenta a la formación del flujo eléctrico, una unidad de volumen de substancia ó espacio, matemáticamente puede quedar representada por el cociente que resulta de dividir la densidad total de flujo, entre la intensidad del campo ésto es:

$$K_e = \frac{D}{E} ; \text{ donde } D = E + 4\pi K P ; \text{ por lo cual}$$

para el sistema mks., racionalizado se tiene la siguiente expresión:

$$K_e = 1 + 4\pi K \eta ; \text{ donde: } K_e = \text{Constante dieléctrica}$$

$$\eta = \frac{P}{E} = \text{Susceptibilidad eléctrica}$$

D = Densidad dieléctrica total ó Desplazamiento.

E = Intensidad de campo eléctrico

P = Polarización.

K = Constante de proporcionalidad en la Ley de Coulomb, cuyo

valor depende de las unidades en que se expresan la fuerza, la carga y la distancia; siendo las dimensiones de ésta, las

$$\text{de: } \frac{\text{Fuerza} \times \text{distancia}^2}{\text{carga}^2}$$

sea cual fuere el sistema de unidades elegido, Así para el sistema electrostático se tiene que:

$$K = 1 \frac{\text{dina} \times \text{cm}^2}{(\text{U. e. d.})^2} \quad ; \text{ y para el mks se tiene:}$$

$$K = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nw} \times \text{m}^2}{\text{Coulomb}^2}$$

VII.- 1d.- Potencial eléctrico.

Este concepto es de gran importancia para nuestro propósito, ya que como se expondrá después, es una de las bases en que se apoya la interpretación, cuando se habla del método de Relaciones de Caídas de Potencial, amén de ser ampliamente empleado en el Método de Resistividad.

Se define como potencial eléctrico en un punto del campo eléctrico, a la energía potencial ganada ó perdida por la unidad positiva de carga (llamada carga de prueba), cuando ésta es traída desde el infinito hasta el punto en cuestión, observándose con esto, que se trata de una energía específica, ya que se considera por unidad de carga. Su expresión matemática, de acuerdo a su definición, será el cociente que resulta de dividir la energía ganada ó perdida por la carga de prueba entre el valor de dicha carga (q_2), esto es:

$$\begin{aligned} V &= \int_0^r -E dr = \int_0^r -\frac{F}{q_2} dr = \int_0^r -K \frac{q_1 q_2}{q_2 r^2} dr = \\ &= \int_0^r -K \frac{q_1}{r^2} dr = -K q_1 \int_0^r \frac{1}{r^2} dr \end{aligned}$$

finalmente: $V = K \frac{q_1}{r}$; donde como ya se ha mencionado K

es la constante de proporcionalidad en la Ley de Coulomb; y V = potencial.

Para ilustrar gráficamente lo anterior, observe la Figura No. 39

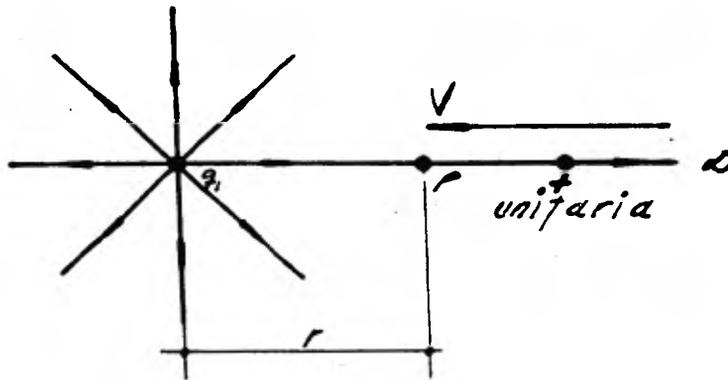


FIGURA No. 39

El signo menos que aparece en la expresión de potencial, indica que se está realizando trabajo en contra de las fuerzas del campo. Ahora bien, si el potencial es positivo, esto querrá decir, que la carga puntual productora del campo, es positiva, por lo que la carga de prueba ganará energía potencial, teniéndose el caso contrario, cuando la carga productora del campo sea negativa. Otra propiedad importante del potencial, es su magnitud, siendo ésta de tipo escalar, ya que tiene módulo; pero no dirección, por lo cual se trata de una magnitud aditiva; y así si son varias cargas puntuales las que producen el campo, la generalización evidente de la fórmula dada anteriormente será:

$$V = K \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r}$$

Se deduce fácilmente, que se trata de una suma algebraica, y no vectorial, ya que como acaba de mencionarse, el potencial es una magnitud escalar.

VII.- 2.- Ecuaciones Generales.

A continuación y en base a lo expuesto en los apartados anteriores se expondrán las ecuaciones generales empleadas en los métodos geoelectricos.

VII.- 2a.- Ley de Ohm.

Cuando la conductividad σ es independiente de la densidad de corriente J , la resistencia "R" es una constante independiente de "l"; y la diferencia de potencial entre los bornes de un conductor es función lineal de la intensidad de corriente en el mismo, puede deducirse la Ley de Ohm, de la relación fundamental de la conducción eléctrica $J = \sigma E$. Para ello considérese un conductor de longitud "L" y sección transversal constante, como se indica en la Figura No. 40.

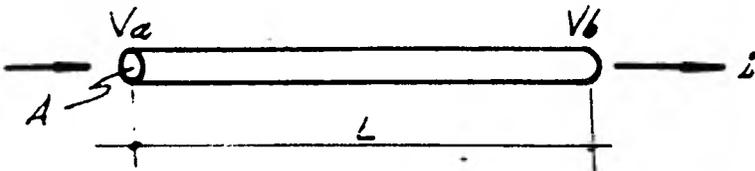


FIGURA No. 40

Según se observa, por este conductor circula una corriente de intensidad I de régimen estacionario, teniéndose los potenciales mostrados en la Figura, por lo tanto, de la relación fundamental se tiene:

$$J = \sigma E \quad ; \quad \text{donde} \quad J = \frac{I}{A} \quad ; \quad \text{y } E = \text{Intensidad de campo eléctrico}$$

Siendo esta última, una magnitud vectorial, la cual tiene módulo y dirección, y según se ha establecido en álgebra vectorial al hablar de campos vectoriales conservativos, es decir aquellos cuyo rotacional es igual con cero; tendremos para nuestro caso lo siguiente:

$\nabla \times \mathcal{E} = 0$; pero para que esto se cumpla debe tenerse que $\mathcal{E} = -\nabla V$ teniéndose así, que "E" representa el campo vectorial conservativo y "V" la función escalar potencial, así substituyendo en la relación fundamental se tiene:

$$i = -r A \frac{dV}{dl} \quad ; \text{ por tratarse de un conductor lineal.}$$

Ahora bien, si suponemos constantes tanto a i , r y A , la anterior ecuación puede integrarse obteniéndose:

$$i = \frac{rA}{L} (V_a - V_b) \quad ; \text{ y por lo mencionado al inicio de este capítulo se tiene:}$$

$$i = \frac{V_a - V_b}{r} = \frac{V_{ab}}{r} \quad ; \text{ resultado que se conoce como Ley de Ohm, y la cual establece que la intensidad de la corriente en un conductor metálico es directamente proporcional a la diferencia de potencial entre sus bornes, e inversamente proporcional a su resistencia eléctrica.}$$

VII.- 2b.- Ecuaciones de Maxwell.

Dado que los problemas que se estudian por medio de los métodos geoelectrónicos están íntimamente relacionados con los campos electromagnéticos, existe la conveniencia de recordarlos brevemente, ya que con su conocimiento podremos establecer las leyes de los fenómenos relacionados con las consideraciones siguientes:

Supóngase un semiespacio de resistividad " ρ ", por el cual se establece, por medio de un generador de corriente y un par de barrenas ó electrodos clavadas parcialmente sobre

la superficie de separación entre el semiespacio considerado y otro de resistividad infinita, un campo eléctrico. Ahora bien, si se supone también que ese campo eléctrico es estacionario, se tendrá que la corriente que entra por uno de los electrodos, será igual a la que sale por el otro. Una vez que han quedado establecidas estas condiciones, podemos establecer las leyes que rigen el fenómeno anterior, por medio de las ecuaciones de Maxwell, las cuales están basadas en las Leyes de Faraday y Ampere, ésto es:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t} \quad ; \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t} \quad ; \quad \text{la prime-}$$

ra relación expresa la generación de un campo eléctrico a partir de un campo magnético que varía con el tiempo, y la segunda, la existencia de una densidad de la corriente de desplazamiento, bajo la existencia de un campo magnético que varía con el tiempo. Ahora bien, debido a que se trata de un campo estacionario, se tiene que:

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad \text{Y} \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad ; \quad \text{donde como ya se mencionó}$$

en el inciso anterior, para que el rotacional de la intensidad de campo eléctrico sea igual con cero, dicha intensidad debe derivar de un potencial escalar V , ésto es:

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Todo lo visto hasta aquí, conduce inminentemente a la expresión general de la prospección eléctrica, la cual se verá a continuación.

VII.- 2c.- Ecuación de Continuidad de Laplace.

En el inciso anterior se hizo mención a un semiespacio conductor, ya que se supuso el paso de corriente eléctrica a través de él, por medio de dos electrodos que bien pueden considerarse como puntos fuente, y en el cual se cumple la relación fundamental de la conducción, $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

Además por no existir aparición ni desaparición de cargas, excepto en los puntos-fuente (electrodos), se tendrá -- que la divergencia de la densidad de corriente es igual con cero, ésto es:

$\nabla \cdot J = 0 = \nabla \cdot (\sigma E)$; dado que la conductividad es una magnitud escalar, se tendrá el desarrollar la ecuación anterior, que el gradiente de la conductividad será igual -- con cero, es decir: $\nabla \cdot \sigma = 0$ para cada zona de conductividad uniforme, por lo tanto de:

$$\nabla \cdot (\sigma E) = -\sigma \nabla^2 V + E \nabla \cdot \sigma = 0$$

se tiene:

$\nabla^2 V = 0$; siendo ésta la ecuación de continuidad de Laplace, la cual es válida en todo el semiespacio conductor, excepto en las superficies de discontinuidad entre medios con resistividades diferentes, así como en los puntos - electrodos donde emerge la corriente, ya que en éstos el potencial es infinito. Finalmente es bueno recordar que para cada problema específico existen ciertas condiciones de frontera, en los límites de los medios con propiedades diferentes, mismas que deben ser satisfechas, siendo las fundamentales las siguientes:

- a) El potencial en la superficie de contacto entre los dos medios con propiedades eléctricas diferentes, debe ser igual, es decir:

$$V_1 = V_2$$

- b) Las componentes normales a la superficie de contacto entre los dos medios, a ambos lados de la misma, debe ser igual, es decir:

$$J_{1n} = J_{2n} \quad ; \text{ ó bien:}$$

$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_1}{\partial n} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial V_2}{\partial n}$; por lo tanto, si existe una solución que cumpla con las dos condiciones anteriores, y que además satisfaga la ecuación de continuidad, ésta será la correcta, diciendo que se trata de una función armónica, un ejemplo de este tipo de solución, es el potencial expresado como sigue:

$$V = \frac{\rho I}{4\pi r} ; \text{ para el caso en que el punto fuente ó punto-electrodo este rodeado de un medio homogéneo infinito ó isotrópico.}$$

$$\text{y } V = \frac{\rho I}{2\pi r} ; \text{ para el caso en que el punto-electrodo esté sobre la superficie de separación de dos semi-medios.}$$

VII.- 2d.- Imágenes Eléctricas de Maxwell.

La teoría que nos ocupa en este apartado, es de gran importancia en lo que se refiere a la resolución del problema directo que se plantea en geofísica eléctrica para medios estratificados; el cual consiste en la determinación del potencial producido en la superficie límite tierra-aire, provocado por una fuente puntual de corriente, situada en dicha superficie; ya que por medio de las imágenes eléctricas, se puede llegar a una expresión que resuelva el problema planteado, haciendo notar que éste no es la panacea, e incluso resulta complicado por la dificultad que surge al considerarse la serie infinita de imágenes, incluso para el caso más sencillo que existe, que es el de dos capas paralelas, y en el cual nos apoyaremos para explicar de manera elemental el principio de esta teoría. Considérese la Figura No. 41

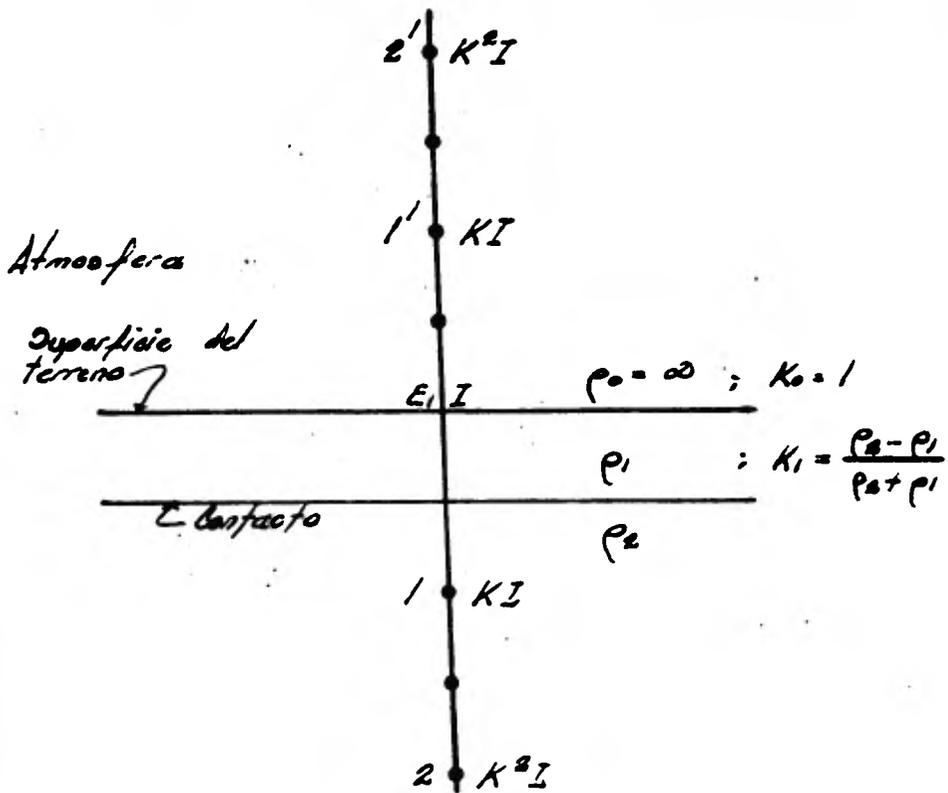


FIGURA No. 41

Como puede verse la Figura representa dos semiespacios diferentes, uno que corresponde a la atmósfera y otro al subsuelo, el cual se ha supuesto formado por dos capas de resistividades y espesores diferentes, asimismo se supone que del punto E, I emerge una corriente de intensidad " I ". Ahora bien, en geofísica eléctrica como en óptica, existe un factor de reflexión, el cual se denomina aquí como coeficiente eléctrico de reflexión; cuyo rango de variación va de $+1$ a -1 , correspondiendo los valores positivos a medios aisladores y los negativos a medios conductores, y para el caso en que se tuviera un medio homogéneo, isotrópico e infinito, dicho valor sería nulo; siendo este de gran importancia, ya que nos informa acerca de la atenuación que sufre la corriente cuando se considera el caso de las imágenes de la fuente puntual, lo grandose ésto por medio de la relación que guardan las resis-

tividades de los medios correspondientes, es decir que si consideramos como espejos planos tanto a la superficie de contacto entre las dos capas, como la de separación tierra-aire, se tendrá que:

$$K_0 = \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_0 + \rho_1} \quad \longleftrightarrow \quad \text{Coeficiente eléctrico de reflexión de la primer capa, con respecto a la atmósfera. Siendo su valor igual con la unidad, por ser la resistividad de la atmósfera infinita.}$$

$$K_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad \longleftrightarrow \quad \text{Coeficiente eléctrico de reflexión de la primer capa con respecto a la segunda.}$$

De lo anterior se deduce, que las intensidades correspondientes a las sucesivas imágenes, son equivalentes a:

$$1 = K_1$$

$$1' = K_1$$

$$2 = K_1^2$$

$$2' = K_1^2$$

⋮

$$n = K_1^n$$

$$n' = K_1^n$$

Por lo tanto, en base a la última expresión obtenida en el inciso anterior; haciendo ésta extensiva al caso de un conjunto de punto-electrodos, de intensidades idénticas a las imágenes anteriores, y con distancias al punto considerado iguales a:

$r_i = [r^2 + (2ih)^2]^{1/2}$, donde i va de $+1$ a ∞ ; se obtiene la expresión que resuelve el problema planteado, esto es:

$$V_p = \frac{\rho_1 I}{2\pi r} + 2 \frac{\rho_1 K I}{2\pi \sqrt{r^2 + (2h)^2}} + 2 \frac{\rho_1 K^2 I}{2\pi \sqrt{r^2 + (4h)^2}} + \dots + 2 \frac{\rho_1 K^n I}{2\pi \sqrt{r^2 + (2nh)^2}}$$

finalmente:

$$V_p = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K^i}{\sqrt{r^2 + (2ih)^2}} \right]; \text{ donde}$$

la distancia r medida sobre la superficie, corresponde a la que existe entre un punto "P" cualquiera y el punto-fuente "E1", como quedó indicado en la Figura No. 41.

VII.-2e.- Relación Directa de las Caídas de Potencial.

Se define por caída de potencial, a la tensión ó diferencia de potencial de una corriente eléctrica. Este concepto es de gran importancia, tanto en electrostática como en los circuitos eléctricos, según se expone a continuación. - El potencial eléctrico según se definió en el inciso VII.-1d.-, queda representado por la expresión:

$$V = K \frac{q_1}{r}$$

Si ahora consideramos que una carga puntual alojada en un medio homogéneo isotrópico e infinito en todas direcciones es la productora del campo, entonces el valor de dicha expresión; para cualquier punto del campo en donde se supone la unidad positiva de carga; así como el de otras que definan las características del mismo, dependerán únicamente de la constante dieléctrica de dicho medio, esto es:

$V = \frac{1}{K_e} \frac{q}{r}$; siendo "r" la distancia del punto a - la carga puntual "q" y "K_e" la constante dieléctrica. Fácilmente se deduce, según lo visto anteriormente, que se está trabajando en el sistema electrostático. Por lo tanto, en un campo electrostático se tiene que la tensión existente entre dos puntos, será igual a:

$$\Delta V_{r_1}^r = V_i - V_e = \frac{1}{K_e} \frac{q}{r_1} - \frac{1}{K_e} \frac{q}{r_2} = \frac{q}{K_e} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Ahora bien, si se consideran 3 puntos sucesivos, cuyos intervalos sean iguales, tal como se mostrado en la Figura No 42 se tiene otra función eléctrica del campo, conocida como relación directa de las caídas de potencial para la distancia central, ésto es:

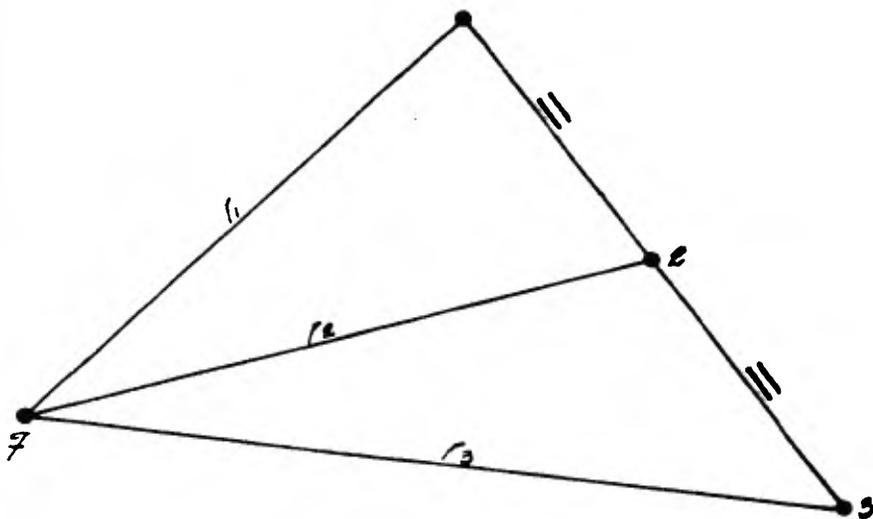


FIGURA No. 42

$$F = \frac{\Delta V_{r_1}^{r_2}}{\Delta V_{r_2}^{r_3}} = \frac{\frac{Q}{K\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}{\frac{Q}{K\epsilon} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right)} = \frac{r_2 r_3 (r_2 - r_1)}{r_1 r_2 (r_3 - r_2)} = \frac{r_3 (r_2 - r_1)}{r_1 (r_3 - r_2)}$$

pero puesto que se supuso que los intervalos entre los puntos debían ser iguales, se tiene:

$$F = \frac{r_3}{r_1} \quad ; \text{ observándose que esta relación es independiente, tanto de la carga como de la constante dieléctrica. Si}$$

ahora suponemos que el campo es generado no por una sino por varias cargas puntuales, la expresión anterior queda en la siguiente forma:

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \frac{q_i}{r_{i1}} - \sum_{i=1}^{i=N} \frac{q_i}{r_{i2}}}{\sum_{i=1}^{i=N} \frac{q_i}{r_{i2}} - \sum_{i=1}^{i=N} \frac{q_i}{r_{i3}}}$$

Podemos llegar fácilmente al resultado anterior, partiendo de las 2 últimas expresiones dadas en el inciso VII.-2c.- aplicándola a tres puntos sucesivos P1, P2 y P3, obteniéndose las tensiones siguientes:

$$\left. \Delta V_{r_1}^{r_2} = \frac{\rho I}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right); \Delta V_{r_2}^{r_3} = \frac{\rho I}{4\pi} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) \right\} \text{ Para el caso en que la fuente sea interna.}$$

y:

$$\left. \Delta V_{r_1}^{r_2} = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right); \Delta V_{r_2}^{r_3} = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) \right\} \text{ Para el caso en que la fuente sea superficial.}$$

A partir de estas podemos obtener las siguientes relaciones directas de caídas de potencial:

$$F = \frac{\Delta V_{12}^2}{\Delta V_{13}^2} = \frac{r_3 (r_2 - r_1)}{r_1 (r_3 - r_2)} \left. \vphantom{\frac{\Delta V_{12}^2}{\Delta V_{13}^2}} \right\} \text{ Para ambos casos}$$

Si los intervalos entre los tres puntos P1, P2 y P3 son iguales, es decir si $r_2 - r_1 = r_3 - r_2$, se tiene finalmente:

$$F = \frac{r_3}{r_1} \quad ; \text{ donde se observa que en este caso, co-}$$

mo en el de los campos electrostáticos, las relaciones de caídas de potencial son independientes de la corriente y de la resistividad del medio. Y de la misma manera en que se hizo anteriormente, esta relación puede hacerse extensiva al caso en que se tenga una serie de punto-electrodos, de las que emerjan corrientes i_0, i_1, \dots, i_n ; resultando finalmente que:

$$F = \frac{\sum_{i=0}^{i=n} \frac{I_i}{r_1 i} - \sum_{i=0}^{i=n} \frac{I_i}{r_2 i}}{\sum_{i=0}^{i=n} \frac{I_i}{r_2 i} - \sum_{i=0}^{i=n} \frac{I_i}{r_3 i}}$$

Expresión muy semejante a la obtenida para el caso de los campos electrostáticos, y la cual proporciona las bases para la interpretación, en el método de las Relaciones de Caídas de Potencial.

CAPITULO VIII.- ARREGLOS O DISPOSITIVOS ELECTRODICOS EMPLEADOS EN PROSPECCION GEOELECTRICA.

VIII.- 1.- Dispositivo electródico.

Se entiende por dispositivo electródico, el conjunto de electrodos que dan origen a dos circuitos independientes, - llamando a uno de ellos, "circuito de corriente", y al otro "circuito de potencial;" generalmente este conjunto consta de cuatro electrodos, aunque como ya se ha mencionado, en algunos casos tiene uno ó más electrodos ya sea en el circuito de corriente, ó en el de potencial. La disposición ó configuración geométrica sobre la superficie del terreno, da lugar a los diferentes arreglos que se mencionan a continuación.

VIII.- 1a.- Dispositivos electródicos lineales.

Son aquellos en los cuales, los cuatro ó más electrodos están dispuestos sobre una misma línea recta, existiendo dentro de este grupo, los "simétricos", es decir aquellos que además de cumplir la condición anterior, se encuentran en disposición, simétrica respecto de un centro "o", perteneciendo a este grupo los siguientes:

- 1.-) Arreglo ó dispositivo Wenner-Newmann.- cuyo coeficiente de dispositivo es igual a:

$$\frac{2\pi a}{\rho}$$

- 2.-) Arreglo ó dispositivo Schlumberger.- Cuyo coeficiente de dispositivo es igual a:

$$\frac{\pi l^2}{a}$$

Es importante hacer notar que en ciertos casos, con el objeto de evitar la influencia del segundo electrodo de corriente en la lectura ΔV observada, se lleva éste a gran distancia, surgiendo así los dispositivos asimétricos, cuyos coeficientes serán el doble de los determinados anteriormente.

VIII.- 1b.- Dispositivos Compuestos.

Estos dispositivos derivan de los anteriores, por la a-

dición de algún electrodo, bien de corriente, bien de potencial. En el primer caso se estará hablando de los dispositivos apantallados, y en el segundo de los dispositivos de agrupación, cabe señalar que el análisis de estos dispositivos puede realizarse, considerándolos como una superposición de dos ó más dispositivos simples. De este tipo de dispositivos uno en especial es el que para el objeto de este trabajo, llama la atención por ser la base en que se apoya el método de las relaciones de caídas de potencial, siendo éste el siguiente:

- 1.-) Arreglo ó dispositivo Wenner-Newman-Lee.- En este dispositivo el electrodo adicional de potencial se coloca al centro de los dos normales, por lo cual existe la misma tensión entre cada dos puntos sucesivos, cuando éstos se encuentran sobre medios homogéneos, teniéndose así el coeficiente de dispositivo equivalente a:

ANQ

VIII.-1c.- Dispositivos Dipolares.

Estos dispositivos constituyen una gran familia, y por lo extenso de sus consideraciones teóricas, únicamente se mencionarán los diferentes arreglos que existen, siendo éstos los siguientes:

- 1.-) Dispositivo paralelo.
- 2.-) " perpendicular
- 3.-) " radial
- 4.-) " azimutal
- 5.-) " ecuatorial
- 6.-) " axial

Mencionando además, que la característica principal de este tipo de dispositivos, estriba en que en éstos, los electrodos de corriente están lo suficientemente próximos entre sí, respecto de la distancia a que se miden sus efectos, tal proximidad atribuye el nombre de dipolo.

Hasta aquí se ha venido mencionando el término, coeficiente de dispositivo, el cual es evidente, depende únicamente de la geometría del dispositivo eléctrico, y sus dimensiones equivalen a las de una longitud, este coeficiente es parte fundamental para la determinación de la resistividad

aparente, es decir aquella resistividad ficticia (ρ_a) que se obtiene aplicando a los datos obtenidos sobre un medio heterogéneo la expresión deducida para medios homogéneos, es decir:

$$\rho = C' \frac{\Delta V}{I} \quad (\text{deducida a partir de la expresión de tensión})$$

Donde según se deduce "C'" equivale al ya muy mencionado coeficiente de dispositivo, por lo tanto, la expresión de resistividad aparente será:

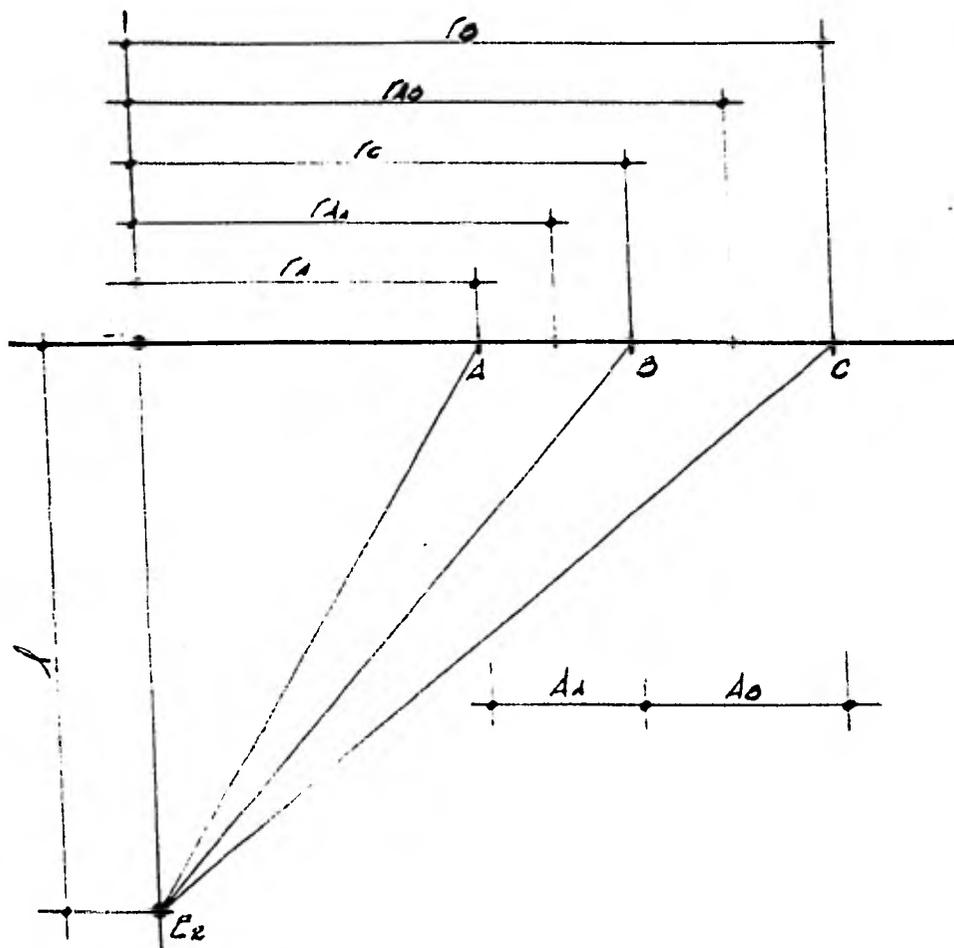
$$\rho_a = C' \frac{\Delta V}{I} \quad ; \text{ siendo esta expresión muy empleada en -}$$

gabinete, ya que por medio de ella se llega a las curvas de campo, lo cual constituye el primer paso para la solución de un problema planteado.

VIII.-2.- Método de las Relaciones de Caídas de potencial.

En este método las mediciones del campo eléctrico se hacen a lo largo de una línea E1C, normal a la línea primaria E1 E2 y se efectúan mediante tres electrodos que denominamos con las letras A, B y C, estableciéndose el campo a ambos lados del electrodo central "C", haciéndose esto con el fin de evitar las irregularidades que pudieran existir por anomalías superficiales. Es claro, que el segundo electrodo (E2) que cierra el circuito deberá estar colocado normal a las alas (llamando así, a la configuración electródica a un lado y otro del electrodo central "C") y pasando por el electrodo central "C", aunque también puede colocarse normal y pasando por cada uno de los otros electrodos de corriente (E1), traduciéndose esto en una labor inútil, ya que se necesitarían propiamente dos circuitos independientes de corriente; además de todo lo anterior, debemos decir, que con el objeto de hacer menos compleja la aplicación de las ecuaciones necesarias en los problemas teóricos que tienen que resolverse, el electrodo E2 que cierra el circuito se considera colocado a una distancia infinita (La experiencia ha demostrado que para evitar la influencia, basta colocarlo a una distan-

cia mínima de 3 veces la abertura total de cada ala). Dichas ecuaciones son las que a continuación se indican y corresponden tanto a medios homogéneos e isotrópicos, como a los que no lo son, considérese la Figura No. 43.



VISTA EN PLANTA

FIGURA No. 43

De ésto se deduce que:

$$V_A = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{\sqrt{r_A^2 + l^2}} \right)$$

$$V_C = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_C} - \frac{1}{\sqrt{r_C^2 + l^2}} \right)$$

$$V_B = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{\sqrt{r_B^2 + l^2}} \right)$$

teniéndose las tensiones siguientes:

$$\Delta V_{AC} = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{\sqrt{r_A^2 + l^2}} - \left(\frac{1}{r_C} - \frac{1}{\sqrt{r_C^2 + l^2}} \right) \right]$$

$$\Delta V_{CB} = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\frac{1}{r_C} - \frac{1}{\sqrt{r_C^2 + l^2}} - \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{\sqrt{r_B^2 + l^2}} \right) \right]$$

finalmente se tienen las relaciones directas de caídas de potencial:

$$\frac{\Delta V_{AC}}{\Delta V_{CB}} = \frac{r_B [r_C - r_A + r_A r_C \left(\frac{1}{\sqrt{r_C^2 + l^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_A^2 + l^2}} \right)]}{r_A [r_B - r_C + r_C r_B \left(\frac{1}{\sqrt{r_B^2 + l^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_C^2 + l^2}} \right)]}$$

pero por la consideración hecha, referente a la distancia infinita del electrodo E2 se tiene:

$$\Delta V_{AC} = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{r_C - r_A}{r_A r_C} ; \text{ de donde: } \rho = \frac{2\pi r_A r_C}{r_C - r_A} \frac{\Delta V_{AC}}{I}$$

$$\Delta V_{co} = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{r_0 - r_c}{r_0 r_c} ; \text{ de donde: } \rho = \frac{2\pi r_0 r_c}{r_0 - r_c} \frac{\Delta V_{co}}{I}$$

finalmente:

$$\frac{\Delta V_{AC}}{\Delta V_{co}} = \frac{r_0 (r_c - r_A)}{r_A (r_0 - r_c)} = \frac{r_0 A_A}{r_A A_0}$$

Si en lugar de considerar las distancias del electrodo - de corriente E_1 a cada uno de los electrodos, A, C y B se consideran las distancias pero al centro de los intervalos entre estos electrodos, se tiene, observando la Figura, que:

$$\rho = 2\pi A_A \left[\left(\frac{r_{A_A}}{A_A} \right)^2 - \frac{1}{4} \right] \frac{\Delta V_{AC}}{I} = 2\pi A_0 \left[\left(\frac{r_{A_0}}{A_0} \right)^2 - \frac{1}{4} \right] \frac{\Delta V_{co}}{I}$$

ó bien llamando simplemente " r " a la distancia media para cualquier intervalo A y ΔV la caída de potencial correspondiente, se tendrá finalmente:

$$\rho = 2\pi a \left[\left(\frac{r}{A} \right)^2 - \frac{1}{4} \right] \frac{\Delta V}{I}$$

En este método como en algunos otros, la profundidad de penetración se gana aumentando en etapas sucesivas la distancia que existe entre el conjunto de electrodos de corriente y los de potencial, sólo que aquí, esta característica da lugar a tres variantes del método en estudio, definidas en base a la forma en que se hace tal incremento.

Esta variante del método de RCP, es conocida con el nombre de "Equidistancia Constante", debido a que la distancia entre los electrodos A y C es exactamente la misma que entre los C y B, ésto es:

$$\overline{AC} = \overline{CB} = A ; \text{ y se conservan así durante un cierto}$$

número de observaciones, mientras que en cada una de éstas la distancia que media entre el electrodo central de potencial y el El de corriente va aumentando en una distancia igual a un múltiplo exacto del intervalo entre A y C ó C y B obteniéndose así un traslape del 50%, que permite obtener una curva continua de resistividades aparentes, de la siguiente manera. Dado que se parte de la suposición de una caída de potencial arbitraria entre el punto A y C, y puesto que lo que se lee en el gradiómetro de resistencia (más adelante se darán más detalles) son los inversos de las relaciones de caídas de potencial, es decir:

$$\frac{\theta}{A} ; \text{ por lo tanto puede determinarse la tensión -}$$

existente entre C y B, que corresponde a la A y C de la siguiente posición, teniéndose así el traslape mencionado ésto es:

$$\Delta V_{AC} \text{ ----- supuesto ; } \frac{1}{\frac{\Delta V_{AC}}{\Delta V_{CB}}} = \frac{\theta}{A} \text{ ---- medido}$$

por lo tanto de:

$$\frac{\Delta V_{AC}}{\Delta V_{CB}} = \frac{A}{\theta} ; \text{ se tiene que:}$$

$$\Delta V_{CB} = \frac{\theta}{A} \Delta V_{AC}$$

Finalmente estas caídas sucesivas de potencial son las que permiten calcular los valores de la resistividad, supo-

niendo igual a la unidad ó a cualquier otra constante, el factor $\frac{2R}{I}$ que aparece en las siguientes expresiones:

$$\rho = \frac{2R}{I} \frac{r_A r_C}{r_C - r_A} \Delta V_{AC} = \frac{2R}{I} \frac{r_B r_C}{r_C - r_C} \Delta V_{CB}$$

Obteniéndose así las variaciones relativas y no las reales, de la resistividad y con ésto, la curva continua de resistividades. Esta variante adolece del grave inconveniente de que a cierta distancia se pierde sensibilidad, debido a que el potencial tiende a cero, a medida que la distancia aumenta indefinidamente. Por último diremos que la relación normal de caídas de potencial, tendrá por expresión:

$$F = \frac{r_C (r_C - r_A)}{r_A (r_C - r_C)} = \frac{r_C}{r_A} = \frac{r_C + A}{r_C - A}$$

VIII.-2b.- Segunda variante.

Esta variante es conocida con el nombre de "Equidistancia Variable", debido a que aquí como en la primera, los intervalos entre electrodos de potencial son los mismos, con la diferencia que para cada observación les corresponde una nueva distancia, misma que guarda una relación M con la distancia que media entre el electrodo central de potencial y el E1 de corriente llamada "r_C", ésto es:

$M = \frac{r_C}{A}$; observándose que los incrementos de r_C (a diferencia de la limitación que existía en la primera variante), pueden ser constantes ó no. Esta variante tiene la ventaja de que prácticamente la sensibilidad es constante en cualquier posición; pero tiene el inconveniente de que las relaciones de caídas de potencial no quedan ligadas entre sí debido a ésto, se carece de la curva continua de las variaciones de resistividad, contándose únicamente con las gráficas de RCP para la interpretación, las cuales en cada caso tienen una forma definida. En esta variante la relación normal de caídas de potencial, para una serie de observaciones será constante e igual a la siguiente:

$$F = \frac{r_C}{r_A} = \frac{r_C + A}{r_C - A} = \frac{\frac{r_C}{A} + 1}{\frac{r_C}{A} - 1} = \frac{M + 1}{M - 1}$$

VIII.-2c.- Tercera Variante.

Esta modalidad en el método de RCP es una aportación del Ing. Alfonso de la O. Carreño, por lo cual lleva su nombre. - Ésta reúne las ventajas proporcionadas por las dos anteriores es decir, que tan se puede obtener una curva continua de la resistividad, como se puede tener una sensibilidad constante. En esta variante, la distancia entre A y C difiere de la que existe entre C y B y ambas van siendo incrementadas a medida que aumenta la distancia a E1, de tal forma que vayan ligadas tal como se indica en la Figura No. 44, en la cual para aclarar ideas se ha supuesto que los que se mueven son únicamente los electrodos de potencial, quedando fijo el electrodo E1 de corriente (en la realidad no ocurre así, como después se verá)

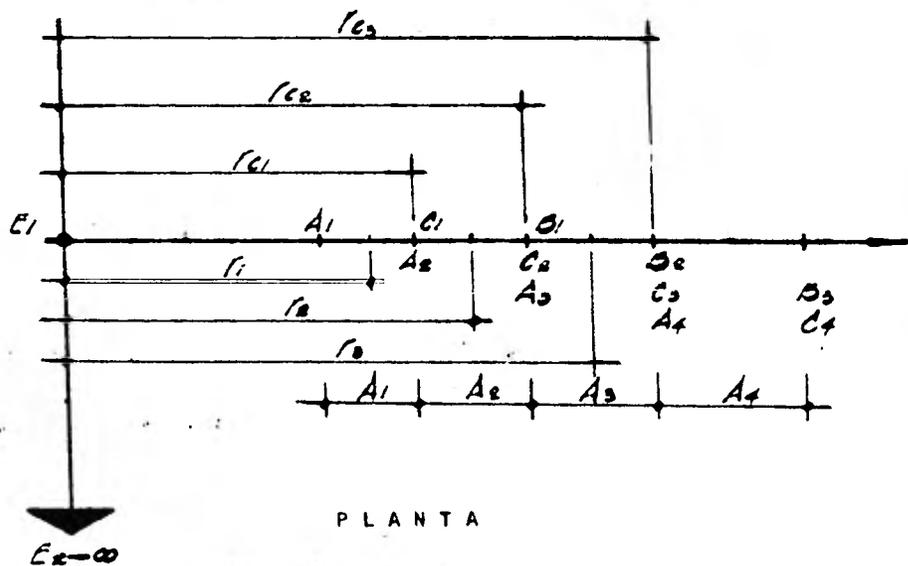


FIGURA No. 44

En ésta se observa que la distancia entre el electrodo "C1" y el "B1", en la posición inicial "1", corresponde a la que existe entre el electrodo "A2" y "C2" en la segunda po-

sición, indicada por el subíndice "2", de la misma manera la distancia $C_2 D_2$ corresponderá a la distancia $A_3 C_3$ de la tercera posición y así sucesivamente. Asimismo se observan las distancias del punto electrodo E1 al punto central de los intervalos entre electrodos de potencial, las cuales están relacionadas con la amplitud de dichos intervalos, mediante la relación:

$$R = \frac{f_{\hat{L}}}{A_{\hat{L}}} \quad ; \quad \text{donde} \quad \hat{L} = 0, 1, 2, \dots, n$$

En el inciso anterior se estableció, que para tener una misma sensibilidad, es necesario que se cumpla la constancia, para cualquier posición, de las relaciones normales de caídas directas de potencial, ésto es, que la relación "F" que se tiene para una posición " \hat{L} " se conserve para una posición " $\hat{L}+1$ " ó sea:

$$F = \frac{f_{0\hat{L}} (f_{0\hat{L}} - f_{A\hat{L}})}{f_{A\hat{L}} (f_{0\hat{L}} - f_{C\hat{L}})} = \frac{f_{0\hat{L}+1} (f_{0\hat{L}+1} - f_{A\hat{L}+1})}{f_{A\hat{L}+1} (f_{0\hat{L}+1} - f_{C\hat{L}+1})}$$

pero según la figura anterior, se tiene que:

$$f_{0\hat{L}} = f_{C\hat{L}} + A_{\hat{L}+1} \quad ; \quad f_{A\hat{L}} = f_{C\hat{L}} - A_{\hat{L}} \quad ; \quad \text{de la misma manera:}$$

$$f_{0\hat{L}+1} = f_{C\hat{L}+1} + A_{\hat{L}+2} \quad ; \quad f_{A\hat{L}+1} = f_{C\hat{L}+1} - A_{\hat{L}+1}$$

substituyendo se tiene que:

$$F = \frac{(f_{C\hat{L}} + A_{\hat{L}+1}) A_{\hat{L}}}{(f_{C\hat{L}} - A_{\hat{L}}) A_{\hat{L}+1}} = \frac{(f_{C\hat{L}+1} + A_{\hat{L}+2}) A_{\hat{L}+1}}{(f_{C\hat{L}+1} - A_{\hat{L}+1}) A_{\hat{L}+2}}$$

igualando a cero se tiene que:

$$\begin{aligned} \tau_{i2} \tau_{i+1} (A_i A_{i+2} - A_{i+1}^2) + \tau_{i+1} (A_i A_{i+1} A_{i+2} + A_i A_{i+1}^2) \\ - \tau_{i2} (A_i A_{i+1} A_{i+2} + A_{i+1}^2 A_{i+2}) = 0 \end{aligned}$$

para que esta igualdad se cumpla debe tenerse que:

$$A_i A_{i+2} = A_{i+1}^2 \quad \text{y además que:}$$

$$\tau_{i+1} (A_i A_{i+1} A_{i+2} + A_i A_{i+1}^2) = \tau_{i2} (A_i A_{i+1} A_{i+2} + A_{i+1}^2 A_{i+2})$$

Por lo que, combinando estas dos condiciones se tiene que:

$$\tau_{i2} A_{i+1} = \tau_{i+1} A_i$$

Como corolario podemos resumir que para lograr una sensibilidad constante, la disposición electródica, deberá cumplir con la relación siguiente:

$$\frac{\tau_{i2}}{A_i} = \frac{\tau_{i+1}}{A_{i+1}}$$

De la misma manera, para lograr que las tensiones queden relacionadas en las diferentes posiciones, deberá cumplirse la siguiente relación:

$$\frac{A_i}{A_{i+1}} = \frac{A_{i+1}}{A_{i+2}}$$

lo anterior puede resumirse en una sola identidad:

$$\frac{A_i}{A_{i+1}} = \frac{\tau_{i2}}{\tau_{i+1}}$$

Esta modalidad según se mencionó al inicio del inciso, es de gran utilidad, ya que para la interpretación se cuenta, tanto con la curva continua de resistividad, como con la gráfica de RCP.

CAPITULO IX.- PRACTICA Y APLICACIONES DE LOS METODOS GEOELECTRICOSIX.- 1.- Equipo empleado.

Independientemente del método empleado en el trabajo de prospección eléctrica, el equipo que forma parte fundamental de una brigada, se compone como se ha venido mencionando, de dos circuitos íntimamente ligados entre sí (ya que a falta de uno carece de significancia el segundo) siendo éstos los siguientes:

- 1.-) Circuito de corriente ó de emisión.- El cual consta de una fuente de energía, un miliamperímetro, electrodos de corriente (generalmente son dos) y cables, para el caso de mediciones de resistividad; para el caso en que se pretendan mediciones de gradientes de potencial, puede omitirse el miliamperímetro, contándose con todo lo demás.
- 2.-) Circuito de potencial ó de medición.- Este circuito queda integrado por un potenciómetro, ó bien por un aparato medidor de caídas de potencial denominado gradímetro de Resistencias. Ya sea que se trate de obtener variaciones de resistividad ó bien de gradientes de potencial, los anteriores equipos efectúan tales mediciones por medio de un juego de electrodos, componiéndose de dos para el primer caso y de tres para el segundo (independientemente de los circuitos electrónicos intrínsecos que forman parte de dichos equipos).

La fuente de energía eléctrica puede consistir de una batería de pilas secas conectadas en serie, teniéndose así una fuente de corriente directa, ó bien de un generador de corriente alterna acoplado a una máquina de gasolina, teniendo éstas las siguientes características (según se trate de solución de problemas someros ó profundos).

Exploración	Generador	Motor
Somera	300 W-110V.-25 Hz.	1/2 H.P.-4 tiempos
Profunda	750 W-400V.- baja frec.	2 H.P.-4 tiempos

La finalidad del circuito de corriente, es la de hacer circular una corriente eléctrica de intensidad 1 constante, a través de los electrodos de corriente, estableciéndose así, un campo eléctrico entre éstas, el cual mediante su estudio proporciona la determinación de la resistividad terrestre, tanto horizontal como vertical, midiendo la variación horizontal del gradiente del potencial, por medio como ya se dijo

del circuito de medición. En el caso de mediciones de caídas de potencial el gradiómetro no proporciona los valores absolutos del gradiente existente en dos intervalos de terreno adyacente (\overline{AC} y \overline{CB}), sino la relación de uno con respecto a otro.

Los cables empleados deben ser de poca resistencia óhmica, buen aislamiento y ligeros, los electrodos empleados en el circuito de emisión constan generalmente de placas de cobre de 150 mm por lado, asidas a un mango aislante, y los empleados en el circuito de medición, son barras generalmente de cobre, de 22.2 mm ϕ y una longitud aproximada de 400 mm., siendo además, puntiagudas, con el objeto de disminuir la resistencia de contacto entre otras cosas. Por último debe hacerse notar que lo que importa en el circuito de emisión no es la potencia suministrada, sino la intensidad de la corriente.

IX.-2.- Secuencia seguida en la ejecución de un sondeo eléctrico vertical, y en una calicata eléctrica.

El primer paso que se da, es la determinación del centro en el cual se efectuará el SEV, posteriormente la orientación de las alas, misma que debe fijarse teniendo en cuenta la topografía del terreno (la cual debe ser suave), así como los accidentes geológicos que pudieran existir y los cuales tendrían que ser librados con el objeto de evitar interpretaciones erróneas, lo anterior debe seguirse en la ejecución de un SEV normal, es decir cuya profundidad esté comprendida entre 200 mts., y 2.5 Kms., existiendo otras limitaciones para el caso de SEV largos y muy largos. Para el caso de una calicata eléctrica se procede en forma similar, considerando además la amplitud de terreno a través de la cual deberá correrse la sección transversal ó calicata eléctrica, ya sea que ésta fuera a profundidad variable ó constante, siendo ésta última la que con mayor frecuencia se emplea.

Una vez seleccionado el sitio, se procede de la siguiente manera:

- a) SEV.- se efectúa el tendido de cables asidos a sus respectivos electrodos, se checa la existencia de fugas de corriente, y si éstas no existen, se procede a la toma de lecturas en las posiciones sucesivas indicadas ya sea por medio de una cuerda graduada, ó bien por medio de estacas. Para el método de resistividad, bien empleando el arreglo ó dispositivo Wenner, ó el Schlumberger, únicamente se requiere, el azimut de la línea \overline{AB} ; pero si se trata del método de RCP además de lo anterior se requiere de una línea normal a la otra (cuya longitud se considera infinita en relación a las alas), en cuyo extremo se tendría el segundo electrodo de corriente, el cual cerrará el circuito con el

electrodo del circuito de corriente correspondiente a cada ala, siendo ésto con el objeto de evitar los efectos de las equipotenciales del 2o electrodo de corriente (el que se manda al infinito). Para el método de resistividad las distancias AB sucesivas deben elegirse de acuerdo a una progresión geométrica, cuya razón dependerá de la densidad de estaciones ya que a mayor densidad se tiene una mayor confiabilidad en las curvas de campo. Para el método de RCP, el cual comprende tres modalidades, los espaciamientos sucesivos de l_c (profundidad teórica de penetración, equivalente como ya se mencionó, a la longitud de cada una de las alas), dependen como ya se dijo, de la modalidad de que se trate, teniéndose así:

1.-) Para la 1a variante:

$$l_c = (m+2) A \quad ; \quad \text{donde} \quad A = \overline{AC} = \overline{CB}$$

y "m" varfa desde "0" para la primera posición, hasta un número tal que indique que en la posición respectiva no se tiene sensibilidad, evitándose este problema, si se amplía la distancia -- "A" que guardan los electrodos de potencial A, C y B, y se regresan a su anterior posición los electrodos de corriente, obteniéndose así, una mayor sensibilidad; es decir que se puede proceder en la misma forma en que se hace para el caso de empalmes, cuando es empleado el dispositivo Schlumberger en el caso de resistividad.

2.-) Para la 2a variante: En esta modalidad una vez especificado el valor de la relación "M", pueden obtenerse las posiciones sucesivas tanto de los electrodos de corriente, como de los de potencial.

3.-) Para la 3a variante δ del Ing. Alfonso de la O. Carreño: Según lo mencionado en el capítulo anterior, en esta modalidad las distancias electródicas guardan una relación $K = \frac{r}{12}$, misma que una vez fija, proporciona las posiciones sucesivas de la disposición electródica.

Una vez tomadas las lecturas respectivas, se procede a la obtención de las gráficas de campo, bien de resistividad de RCP, ó las dos según sea el caso. Lo anterior se logra con ayuda de los diferentes registros que se pueden elaborar dependiendo del método y modalidad de que se trate. Finalmente se procede a la interpretación, siendo este último paso el más importante y complicado, ya que primero debe deducirse la distribución de la resistividad a profundidad y posteriormente

asignarle a esta distribución un significado geológico; sin olvidar que todo lo anterior está basado en el análisis de las anomalías, ya que la resistividad aparente se puede considerar como tal, así como en el caso del método de RCP donde dicha anomalía queda expresada por el cociente que resulta de dividir la relación normal de las caídas de potencial correspondientes a un medio ideal representada por "F", entre las correspondientes al medio en estudio, es decir:

$$A = \frac{F}{\frac{A}{\rho}} = \frac{\rho}{A} F$$

El análisis mencionado está basado en el uso de curvas patrón que existen para ambos casos.

- b) Calfcatas.- Como se mencionó al inicio de este inciso, tanto para el caso de resistividad, como para el de RCP, generalmente la calfcata ó sección, es corrida a profundidad constante, y en ambos casos se procede a correr todo el dispositivo electródico de manera simultánea, claro, después de haber fijado tanto la profundidad teórica de investigación así como la equidistancia entre estaciones; no está por demás aclarar, que en el caso de RCP primeramente se determina la amplitud del intervalo a través del cual se verificará la sección, y al centro de éste, se sitúa la línea normal (Electrodo al infinito), de la que ya se ha hablado, con el objeto de poder establecer el campo eléctrico en las dos alas del dispositivo, a lo largo de toda la sección, sin necesidad de recorrer dicha línea, durante el estudio. Para finalizar diremos que los registros usados aquí, son muy similares a los elaborados para los SEV.

IX.- 3.- Aplicaciones de los métodos geoelectricos de RCP y de resistividad.

Según se ha venido mencionando, en este tipo de prospección geofísica (así como en otras), la exploración del subsuelo se efectúa por medio de observaciones realizadas sobre la superficie terrestre, empleándose el resultado de dichas observaciones, en la solución de diferentes problemas de tipo ingenieril, cuyo objetivo principal se plantea antes de llevar a cabo dicha prospección. En lo que sigue se darán algunos ejemplos de dichos objetivos, y la manera (aunque muy somera) en que se puede llegar a ellos por medio de los métodos geoelectricos.

IX.- 3a.- En la elaboración de mapas de ISO-RCP e ISO-p

Los mapas de ISO-RCP, así como los de ISO-p, se elaboran uniendo puntos con igual resistividad aparente ó igual RCP, relativos a diferentes valores de longitud total de dispositivos. Dichos mapas constituyen una gran ayuda para la determinación en planta, del límite de la zona de contaminación marina en regiones costeras.

De la misma manera en que se elaboran los mapas anteriores se pueden elaborar secciones eléctricas como las mencionadas en la parte final del inciso anterior, ya sea a profundidad variable ó constante, así mismo se puede elaborar una sección vertical por medio de la ejecución de una serie de sondeos, sobre la línea en la cual se pretenda dicha sección. Cabe destacar que una aportación importante de las secciones eléctricas ó calicatas es la de señalar los cambios litológicos laterales presentes en el subsuelo.

IX.-3b.- En la localización de acuíferos, identificación de cavernas y algunas estructuras geológicas.

El SEV tiene una muy especial importancia en la localización de agua subterránea, debido al hecho de que la resistividad está íntimamente ligada con el agua contenida en los poros de las rocas, por lo cual el objetivo que se pretende alcanzar por medio del SEV, es la determinación de mantos acuíferos, ó lo que es lo mismo zonas en las cuales existan contrastes de resistividad que permitan definir una zona permeable de una im permeable; como ejemplo podemos citar el caso de una formación constituida por una serie de mats., cuyo tamaño crece desde las arcillas hasta las gravas, observándose con ésto que se trata de una formación cuya permeabilidad aumenta en el sentido en que aumenta la gradación de los materiales constituyentes, por otro lado sabemos que por efectos de conducción superficial en sedimentos que contienen agua dulce, la resistividad crece en el orden arcilla-limos- arenas y gravas, deduciéndose por lo tanto que para este caso, lo que se pretende es la determinación de zonas resistivas.

Para la determinación de estructuras geológicas, se sigue el siguiente procedimiento: Primeramente se efectúan varios sondeos eléctricos verticales sobre una línea (la cual se programa de antemano) y posteriormente se correlacionan los valores obtenidos, y la interpretación del conjunto permite así, definir una estructura; en el caso de la existencia de cavernas, siguiendo el procedimiento anterior, se puede por lo menos definir los ejes principales de las mismas. De la misma forma, y con ayuda del trazado de secciones y mapas, pueden determinarse topografías de tipo cárstico.

IX.-3c.- En trabajos de Ingeniería Civil.

Dos son las aplicaciones principales de los métodos geoelectrónicos en la ingeniería civil, la primera es la determinación del basamento sobre el cual se desplantará una obra civil, lográndose esto mediante el contraste de resistividades que presenta la regolita y el basamento, la segunda consiste en la determinación y cubicación aproximada de materiales para construcción, lográndose esto, siempre que existan contrastes eléctricos entre este material y el que lo confina.

**CAPITULO X.- EJEMPLO PRACTICO (DETERMINACION DE UNIDADES LI -
TOLOGICAS)**

Los estudios que se mencionana a continuación, se verificaron en el Estado de Nayarit, en un sitio, en donde se pretan de la construcción de una presa de almacenamiento, provista de un dique, de aqui se desprende que el objetivo de dichos estudios, era el de determinar el espesor de acarreos en el cauce, así como los de las terrazas aluviales, además se pretendía lograr, aunque de una forma aproximada, la secuencia estratigráfica del subsuelo, en base a la compacidad de las diferentes capas. Para lograr lo anterior, se efectuó una exploración sísmica de refracción, la cual fue complementada, mediante el empleo del método eléctrico de relaciones de caídas de potencial. El plan de trabajo fue el siguiente:

- 1o.- El emplazamiento de los SEV se realizó de tal manera, que pudiera obtenerse simultaneamente, una correlación con la sismología aplicada, y el espaciamento entre puntos de tiro (quedando entendido, aunque implícitamente, que con esto se determinaba también, el espaciamento entre sísmómetros), para cada línea sísmica.
- 2o.- Se efectuaron explosiones de prueba, para determinar el número adecuado de cartuchos (ó cantidad necesaria) de dinamita (empleada como ya se ha mencionado, para generar las ondas elásticas), con el objeto de depurar la confiabilidad de los sismogramas, ya que de ellos depende la interpretación final, en lo que a sísmica de refracción se refiere.
- 3o.- Realizados, tanto los SEV, como las líneas sísmicas longitudinales y transversales, se procedió a correlacionar las observaciones finales, y con esto se llegó a inferir un perfil geológico, en donde quedaban marcados los contactos de las diferentes capas, definidas en base a los contrastes de compacidad.

En el plano de la Figura No. 45 se muestran las gráficas obtenidas de los SEV, empleando como ya se dijo, el método de RCP en su segunda variante y considerando un factor geométrico $M = 3$. En la misma figura, se muestra en planta, tanto el curso seguido de la línea centro (\mathcal{E}) de la boquilla y el di-

que, como los emplazamientos de los SEV, no indicándose las líneas sísmicas longitudinales y transversales, las cuales se efectuaron, a lo largo de la \mathcal{E} y en dirección transversal a

ella, respectivamente, habiéndose realizado un total de 22, así

mismo, tampoco se muestran, las gráficas tiempo-distancia obtenidas de los sismogramas. Finalmente, en la Figura No. 46 se muestra el perfil geológico pretendido.

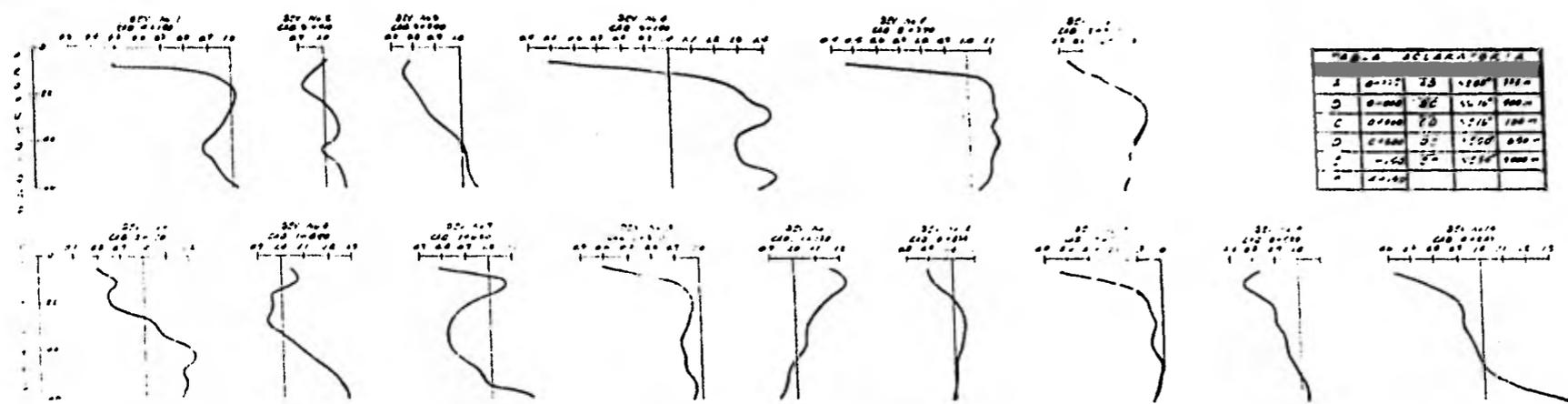
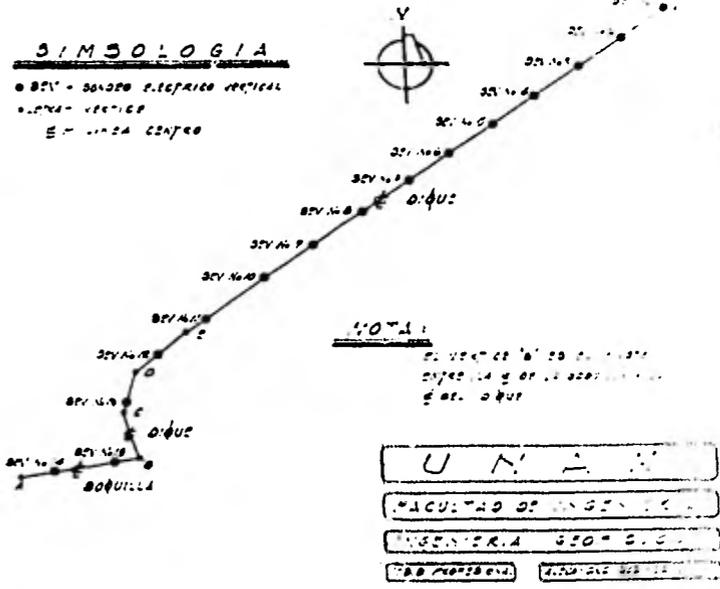


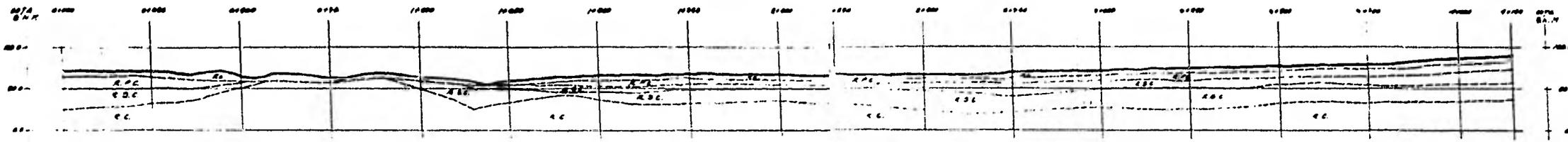
TABLA CLARIFICATORIA

Letra	Resistividad (Ω·cm)	Profundidad (cm)	Observaciones
A	0-100	0-10	100Ω
B	0-100	10-20	100Ω
C	0-100	20-30	100Ω
D	0-100	30-40	100Ω
E	0-100	40-50	100Ω
F	0-100	50-60	100Ω
G	0-100	60-70	100Ω
H	0-100	70-80	100Ω
I	0-100	80-90	100Ω
J	0-100	90-100	100Ω

GRAFICAS DE RESISTIVIDAD (Ω·cm)

METODOS GEOLÉCTRICOS APLICADOS A LA INGENIERIA CIVIL



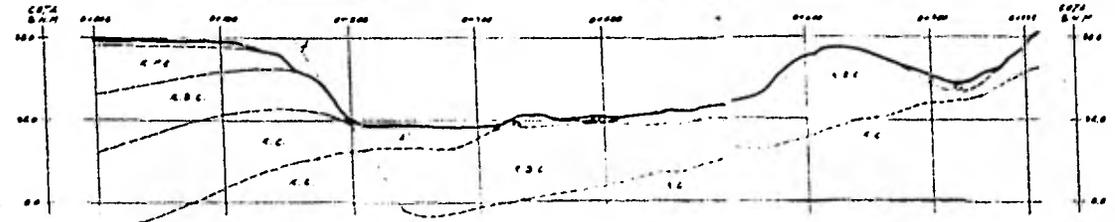


PERFIL GEOLOGICO DEL DIQUE

ESCALAS
H. 1/500
V. 1/500

SIMBOLOGIA

- C.C. ROCA COMPACTA L.P. N. 100
- A.B.C. ROCA SEMI COMPACTA L.P. N. 90
- A.P.C. ROCA MUY COMPACTA L.P. N. 80
- A.B.C. ROCA SEMI COMPACTA L.P. N. 70
- A.P.C. ROCA MUY COMPACTA L.P. N. 60
- C.C. ROCA COMPACTA L.P. N. 50
- C.C. ROCA COMPACTA L.P. N. 40
- CONTACTO DISCONTINUO



PERFIL GEOLOGICO DE LA SOQUILLA

ESCALAS
H. 1/500
V. 1/500

NOTA
EL PERFIL DE LA SOQUILLA
ESTA VISTO AGUAS ABAJO

U N A M
FACULTAD DE INGENIERIA
INGENIERIA GEOLOGICA
TOMO PRIMERO

CONCLUSIONES

En el desarrollo de este trabajo, puede observarse que - la culminación de toda prospección geofísica, es la interpretación, y es aquí donde se hace necesario contar con las bases teóricas y con una aguda capacidad de observación; ya que si únicamente se contara con lo primero, la interpretación - que pudieramos darle a los datos obtenidos en campo, estaría sujeta a las limitaciones que se consideran, en el desarrollo teórico de tal ó cual método.

La observación anterior debe tomarse en cuenta sobre todo, en los métodos eléctricos, dado que el hecho de que exista un número considerable de arreglos, implica que estos se encuentren en etapa de investigación, entendiéndose con esto, que en la actualidad ningún método es la panacea para todos - los problemas planteados por las necesidades imperantes. En resumen, la eficiencia de algún método en particular, está íntimamente ligada, tanto al planteamiento del problema, como a la experiencia y ética del interpretador.

B I B L I O G R A F I A

- 1.- Tratado de Geofísica Aplicada.
José Cantos Figuerola
Editorial A.C., Madrid, España 1973
- 2.- Elementos de Mecánica del Medio Continuo.
Enzo Levi
Editorial Limusa - Wiley, S.A.
México 1973
- 3.- Deriva Continental y Tectónica de Placas.
Selecciones de Scientific American
H. Blume, Ediciones
Madrid, España 1976
- 4.- Introduction to Geophysics
(Mantle, Core and Crust)
George D. Garland
W. B. Saunders Company
Philadelphia, E.U. 1971
- 5.- Prospección Geoeléctrica en Corriente Continua.
Ernesto Orellana
Editorial Paraninfo
Madrid, España 1972
- 6.- Engineering Electromagnetics
William H. Hayt Jr.,
Editorial McGraw-Hill, 1974
- 7.- Geofísica Eléctrica.
Alfonso de la O. Carreño
Sobre tiro de la Revista:
Ingeniería Hidráulica en México, de la S.R.H.
México, D.F., 1974
- 8.- Electricidad y Magnetismo
Francis W. Sears
Aguilar S.A., ediciones
Madrid, España 1967

- 9.- Hidrogeología
Stanley M. Davis
Roger J. M. de Wiest
Ediciones Ariel
Barcelona, 1971
- 10.- Introducción a la Prospección Geofísica
Milton B. Dobrin
Ediciones Omega, S.A.
Barcelona, 1975.