



1952

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**TEORIA DE SEÑALES Y SU APLICACION  
EN EL ANALISIS DE REGISTROS  
GEOFISICOS DE POZOS**

**T E S I S**

**Que para obtener el título de:  
INGENIERO GEOFISICO**

**p r e s e n t a**

**FRANCISCO ALEJANDRO ARROYO CARRASCO**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

# I N D I C E

	Pág.
I. INTRODUCCION .....	1
II. ANTECEDENTES TEORICOS .....	3
1. Sistema Lineal .....	3
2. Convolución .....	4
2.1. Convolución en el espacio o tiempo .	4
2.2. Propiedades de la Convolución .....	5
2.3. Convolución numérica o digital .....	5
3. Transformada de Fourier .....	5
3.1. Transformada discreta de Fourier ...	8
3.2. Propiedades de la Transformada de Fourier .....	12
3.2.1. Linealidad .....	12
3.2.2. Desplazamiento en el tiempo .	12
3.2.3. Escalamiento .....	13
4. Teorema de Convolución .....	14
5. Función de Transferencia o Respuesta Impulso .....	15
6. Correlación .....	19
6.1. Autocorrelación .....	19
7. Espectro de Potencia .....	21
7.1. Definición .....	21
7.2. Interpretación del Espectro de Potencia .....	24
7.3. Métodos de Estimación del Espectro de Potencia .....	24
8. Regresión .....	25
9. Digitización de Registros .....	28
9.1. Aliasing .....	30
III. CONCEPTO DE FILTRACION EN REGISTROS GEOFISICOS .....	37
1. "Respuesta Impulso" o "Función Caracterís- tica" en Registros Geofísicos .....	37
2. Fundamentos Teóricos de Filtración para hacer equivalentes diferentes tipos de Registros Geofísicos .....	38

	Pág.
2.1. Aplicación .....	39
IV. FILTROS PARA EQUIPARAR DIFERENTES TIPOS DE REGISTROS .....	43
V. CORRELACION AUTOMATIZADA DE REGISTROS GEOFISICOS .....	59
VI. CONCLUSIONES .....	71
BIBLIOGRAFIA .....	73

## I. INTRODUCCION

La teoría de señales es una disciplina que fue altamente desarrollada como una necesidad en el diseño de radares; posteriormente fue transferida al área de la electrónica y procesamiento de datos geofísicos.

Al transmitirse una señal específica a través de un medio, ésta es alterada por el medio transmisor (función respuesta impulso), recibíéndose al final, la señal original y ruido superpuesto no deseado. En este caso, el objetivo fundamental de la teoría de señales, sería separar de la señal transmitida el "ruido" no deseado, y obtener así una señal lo más cercanamente posible a la señal original.

Respecto a Registros Geofísicos, estos serán considerados señales que fueron originadas en las paredes del agujero (señal original) y que son alteradas por el filtrado, enjarre y lodo de perforación, así como por la sonda y equipo de grabación. Bajo esta perspectiva, la aplicación de la Teoría de Señales, tendría por objetivo la separación de tales características de la señal registrada; es decir, subdividir a la señal grabada en diferentes componentes, y separar aquellas no deseadas.

Hay varios conceptos fundamentales en la teoría de señales que tienen una gran utilidad como herramientas de análisis de cualquier información. Estos son: Convolución, Correlación, Transformada de Fourier, Teorema de Convolución y Teorema de Nyquist, los cuales serán expuestos teóricamente y en su aplicación.

El concepto Convolución es utilizado para representar en el dominio del espacio (o tiempo) el comportamiento de un sistema lineal ante una función de entrada (secuencia de impulsos); es decir el registro grabado puede considerarse equivalente a la convolución de una señal original con la función respuesta impulso característica de la sonda y equipo de grabación.

Apoyándose en el Teorema de Convulación y utilizando a la Transformada de Fourier, en el dominio de la frecuencia, el espectro de la señal grabada es equivalente a la multiplicación de los espectros de la señal original y de la respuesta impulso de la sonda.

La obtención del espectro de potencia se realizará por dos métodos, el primero es un método convencional el cual utiliza la Transformada de Fourier y el segundo utilizando el método de Máxima Entropía por medio de la determinación de parámetros autorregresivos. Este método está basado en el contenido de Entropía de los datos, este método fue originalmente aplicado en sismología, para estimar el espectro de potencia por este método se aplicará el programa de Barrodale y Erickson (1981) adaptado para su aplicación en Registros Geofísicos de Pozo.

El objetivo del presente trabajo es el de aplicar la Teoría de Señales para obtener filtros para equiparar diferentes tipos de Registros Geofísicos de Pozo con el propósito de acentuar o enfatizar ciertas características del registro para poder realizar una correlación ya sea manual o automatizada de los registros.

## II. ANTECEDENTES TEORICOS

### 1. SISTEMA LINEAL

El análisis de un sistema es de gran utilidad cuando se desea describir el comportamiento o estado del sistema en un tiempo pasado, presente o futuro, así como también cuando se desea determinar el valor que debe darse a una o más variables controlables para maximizar o minimizar otra variable de interés.

Para el primer punto el análisis de un registro geofísico de pozo al cual consideraremos como un sistema lineal, nos interesará determinar la correlación entre las variaciones de las diferentes curvas en un campo petrolero con la posibilidad de encontrar repeticiones cíclicas sistemáticas en las trazas.

El segundo punto será el diseño de un filtro que minimize el ruido contenido en una señal recibida con el fin de extraer el mensaje transmitido por el sistema.

Un sistema lineal está caracterizado porque la señal de salida es en cierta forma proporcional a la señal de entrada. Esto es, para la entrada  $x(t)$  se obtiene la salida  $y(t)$ , entonces - para  $ax(t)$  se obtendrá  $ay(t)$ , cualquiera que sea la constante  $a$ .

$$\begin{array}{l} \text{Así:} \quad x(t) \text{ ----} \rightarrow y(t) \\ \quad \quad ax(t) \text{ ----} \rightarrow ay(t) \qquad \qquad \dots (2.1) \end{array}$$

se le conoce como propiedad de homogeneidad. Otra propiedad que debe de poseer un sistema lineal es la superposición, es decir:



si  $x_1(t) \text{ ----> } y_1(t)$   
 y  $x_2(t) \text{ ----> } y_2(t)$   
 entonces,  $x_1(t) + x_2(t) \text{ ----> } y_1(t) + y_2(t)$   
 o bien  $ax_1(t) + bx_2(t) \text{ ----> } ay_1(t) + by_2(t) \quad \dots (2.2)$

La representación de un sistema lineal puede expresarse por:

$$y(t) = H(x(t)) \quad \dots (2.3)$$

donde H es la transformación lineal que representa el comportamiento del sistema, x(t) es su entrada, y y(t) su salida.

Los registros geofísicos serán considerados sistemas lineales donde la señal grabada representa la salida del sistema en respuesta a la señal de entrada originada en las paredes del pozo.

## 2. CONVOLUCION

### 2.1 CONVOLUCION EN EL ESPACIO O TIEMPO

Convolución describe la acción o respuesta de un instrumento observador cuando recibe un impulso de una cantidad física en un rango estrecho de alguna variable (ej. tiempo).

La convolución y(x) de dos funciones f(x) y g(x) se define como  $y(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u)g(x-u)du \quad \dots (2.4)$

se acostumbra representarla por  $y(x) = f(x)*g(x) \quad \dots (2.5)$

La convolución puede ser visualizada de diferentes manere

ras, la fig. (1) representa gráficamente la convolución de  $f(x)$  y  $g(x)$ .

## 2.2 PROPIEDADES DE LA CONVOLUCION

2.2.1 Conmutativa:  $f(x) * g(x)$

$$f(x) * g(x) = g(x) * f(x)$$

2.2.2 Asociativa:  $[f(x) * g(x)] * h(x) = f(x) * [g(x) * h(x)]$

2.2.3 Distributiva sobre la adición:

$$f(x) * (g(x) + h(x)) = f(x) * g(x) + f(x) * h(x)$$

## 2.3 CONVOLUCION NUMERICA O DIGITAL

$$y_t = \sum_{\tau=0}^t f_{\tau} \cdot g_{t-\tau} \quad 0 \leq t \leq m+n \quad \dots (2.6)$$

donde  $f_t = f_0, f_1, \dots, f_m$  y  $g_t = g_0, g_1, \dots, g_n$ , son funciones digitizadas a un intervalo  $\Delta t$ , el cual se considera constante y unitario.

## 3. TRANSFORMADA DE FOURIER

Un registro geofísico de pozo lo podemos definir como la suma de varias componentes individuales; siendo cada una, el resultado de un impulso generado por cierta característica de la formación. Bajo esta perspectiva el problema que se plantea es en términos de separar e identificar cada una de las componentes del registro y las condiciones por las cuales son causadas. Un -

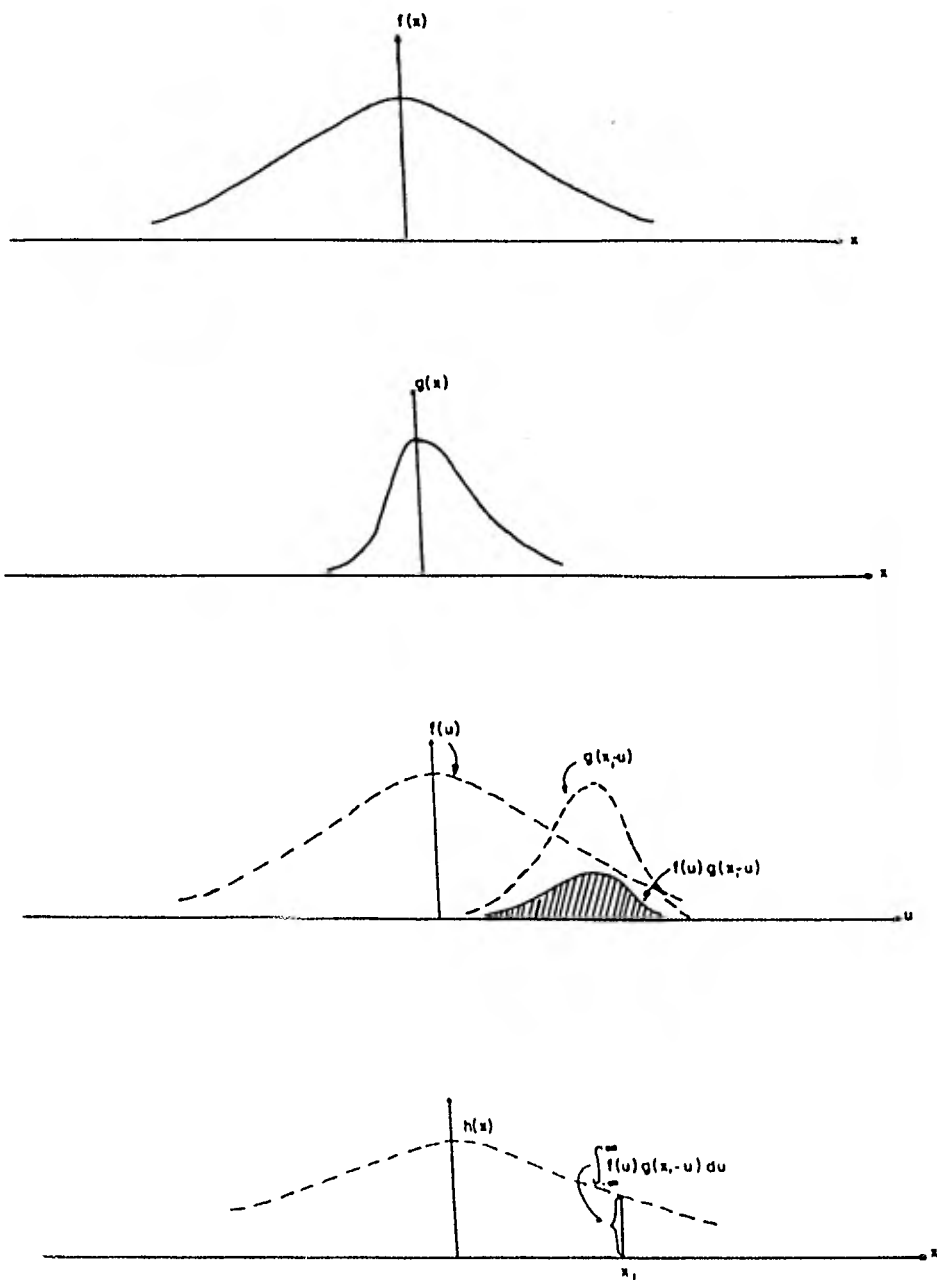


FIG. No. 1

La integral convolución  $h(x) = f(x) * g(x)$  representada por el área rayada  
 (BRACEWELL, R.M., 1965, p25)

método utilizado para determinar las componentes de una señal es el análisis de Fourier; el cual permite definir las componentes - individuales de la señal como sinusoides en función de frecuencia y fase.

La Transformada de Fourier de una señal continua  $x(t)$  - está definida como

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-ift) dt \quad \text{o} \quad \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i2\pi ft) dt \quad \dots (2.7)$$

La transformada inversa de Fourier permite recobrar la señal original  $x(t)$ , y está definida por

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \exp(ift) df \quad \text{o} \quad \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \exp(i2\pi ft) df \quad \dots (2.8)$$

La correspondencia entre las dos funciones  $x(t)$  y  $X(f)$  generalmente se expresa con la notación  $x(t) \longleftrightarrow X(f)$ .

Esta transformación puede ser visualizada como  $x(t)$  representando una señal en el dominio del tiempo y  $X(f)$  representa a la misma señal en el dominio de la frecuencia.

En general, la Transformada de Fourier  $X(f)$  es una función compleja y puede ser expresada en términos de sus partes - real e imaginaria como:

$$X(f) = R(f) + iI(f) \quad \dots (2.9)$$

o bien en términos de su amplitud y fase:

$$X(f) = |X(f)| e^{i\theta(f)} \quad \dots (2.10)$$

donde  $|X(f)|$  es el espectro de amplitud de  $X(f)$  y está dado por:

$$\sqrt{R(f)^2 + I(f)^2} \quad \dots (2.11)$$

$\phi(f)$  es el espectro de fase y está dado por

$$\tan^{-1} \sqrt{I(f)/R(f)} \quad \dots \quad (2.12)$$

Para que  $X(f)$  sea finita se necesita que  $x(t)$  contenga una componente periódica y los coeficientes sean infinitesimales. Las condiciones de Dirichlet constituyen un conjunto de condiciones suficientes para poder representar una función  $x(t)$  en términos de integrales de Fourier.

### 3.1 TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER

Para análisis digital de señales se utiliza el concepto de transformada discreta de Fourier (TDF), la cual para una secuencia de  $N$  muestras  $x(nT)$ ,  $0 \leq n \leq N-1$ , se define como:

$$X(Kf) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) \exp(-iKfnT); \quad K = 0, 1, \dots, N-1 \quad \dots \quad (2.13)$$

donde  $T$  es el intervalo de muestreo en el dominio del tiempo y el incremento de frecuencia  $f$  como  $2\pi/NT$ .

La serie de tiempo  $x(nT)$  puede ser recobrada exactamente por medio de la TDF inversa.

$$x(nT) = \frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} X(Kf) \exp(iKfnT) \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad \dots \quad (2.14)$$

$1/N$  es un factor de normalización, como  $1/(2\pi)$  en su expresión análoga;  $x(nT)$  está definida en un conjunto completo de enteros  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  y está restringida por la identidad

$$x(nT) = x((n + mN)T) \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \dots \quad (2.15)$$

ya que la ecuación (2.15) requiere que la secuencia en el espacio sea periódica, las muestras  $x(nT)$  para  $n$  fuera del rango  $0 \leq n \leq N-1$ , puede ser obtenido por una simple repetición de los valores de  $x(nT)$  tomados con  $n$  dentro del rango. La figura (2) muestra las relaciones de las componentes de Fourier positivas y negativas. Los datos son obtenidos de la computadora desde  $n = 0$  a  $N-1$  aunque debe ser transformado de  $-N/2$  a  $N/2$  para interpretaciones físicas.

Para la evaluación de las transformadas por medio de las ecuaciones (2.13) y (2.14), son necesarias realizar  $N-1$  multiplicaciones en la determinación de cada  $X(fK)$  ó  $x(nT)$ ; así pues, para determinar el espectro total  $X(fK)$  son requeridas  $(N-1)^2$  operaciones. A continuación se expone la aplicación del algoritmo llamado Transformada Rápida de Fourier (FFT), el cual permite reducir el número de  $(N-1)^2$  operaciones a  $N \log_2 2N$ .

La transformada discreta de Fourier es una suma trigonométrica bien definida relacionándose a un par de secuencias periódicas cada una de longitud  $N$ . Por conveniencia de notación (2.13) la podemos representar por

$$X(Kf) = x(nT)W^{nK} \quad \text{para } K = 0, 1, \dots, N-1 \quad \dots (2.16)$$

siendo  $W = \exp(-i2\pi/N)$

Considérense los valores pares ( $2nT$ ) e impares ( $2nT + 1$ ) de la serie dada por (2.16).

$$X(Kf) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT)W^{nK} = \sum_{n=0}^{N/2-1} \left\{ x(2nT)W^{2nK} + x(2nT+1)W^{(2n+1)K} \right\} \dots (2.17)$$

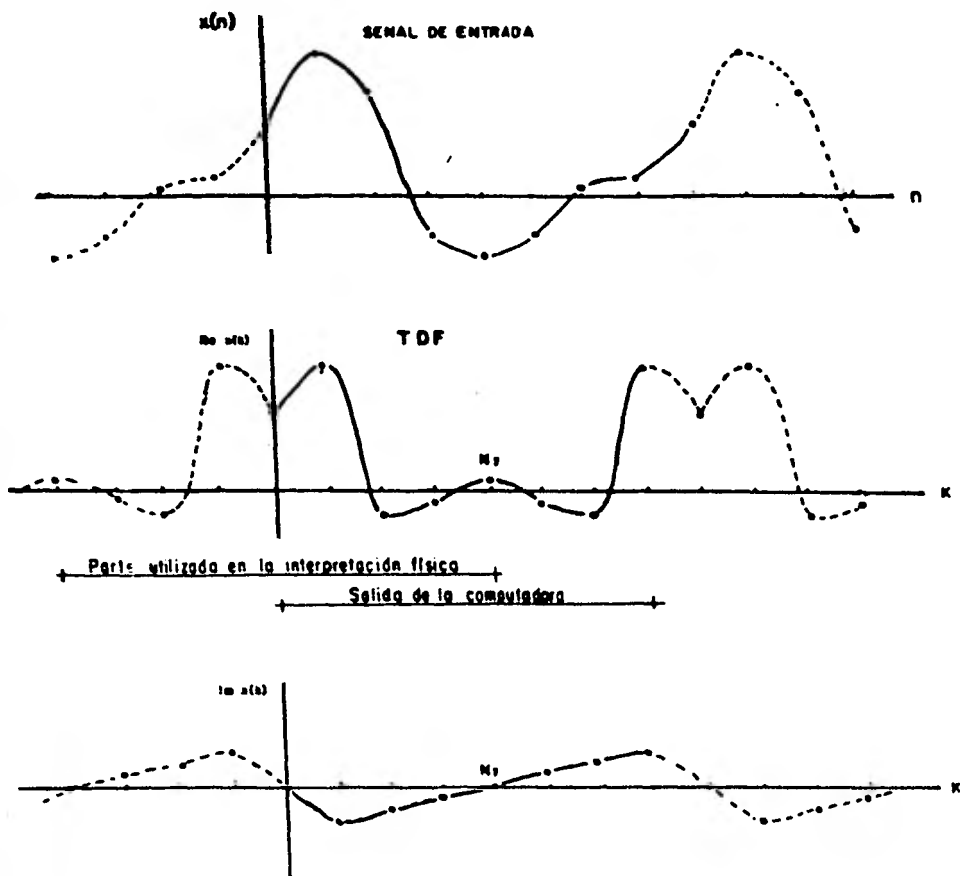


FIG. No. 2

REPRESENTACION GRAFICA DE LA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER

Requiere que las funciones sean periódicas. La parte real tiene simetría par y la parte imaginaria impar.

(Tomado de Kwon-Byung-Doo, 1977, pag.20)

$$X(Kf) = \sum_{n=0}^{N/2-1} \{x(2nT)W^{2nK}\} + W^K \sum_{n=0}^{N/2-1} \{x(2nT+1)W^{2nK}\} \quad \dots (2.18)$$

$$X(Kf) = A(K) + W^K B(K) \quad K = 0, \dots, N-1 \quad \dots (2.19)$$

El número de multiplicaciones requeridas para obtener  $A(K)$  y  $B(K)$  son  $2(N/2 - 1)^2$  y para calcular  $W^K B(K)$  se requieren  $N-1$  operaciones; por lo tanto para calcular el espectro  $X(fK)$  por medio de (2.19), se requieren en total  $2(N/2 - 1)^2 + N-1 = N^2/2 - N+1$ . Como ya fue observado anteriormente, para calcular  $X(fK)$  por medio de (2.16) se requieren  $(N - 1)^2 = N^2 - 2N + 1$  operaciones. Por lo tanto, el cálculo a través de (2.19) implica una reducción de multiplicaciones por un factor aproximado de 2.

El proceso mencionado puede repetirse, es decir,  $A(K)$  y  $B(K)$  se determinarán en base a otras cuatro series semejantes a las de la ecuación (2.18), las cuales resultarían de orden  $N/4$ ; - este proceso puede ser repetido sucesivamente.

Lo hasta aquí encontrado puede ser replanteado en el siguiente teorema; "Si  $x(2nT)$  y  $x(2nT+1)$  son las componentes par e impar respectivamente de una secuencia dada  $x(nT)$ , se tiene que - para cualquier  $K$ :

$$X(fK) = A(K) + W^K B(K) \quad \dots (2.19)$$

Si consideramos a  $F(n)$  el número de multiplicaciones necesarias para obtener la  $X(fK)$ ,  $K = 0, \dots, N-1$ , por repetidas aplicaciones de (2.19), se desprende que  $F(2N) = 2F(N) + N-1$  ya que - se requieren  $2F(N)$  multiplicaciones para el cálculo de  $X(fK)$ , - -



$K = 0, 1, \dots, N-1$ . Para efecto de simplificación se considera una multiplicación adicional, así pues quedaría:

$$F(2N) = 2F(N) + N$$

De ser  $F(2) = 1$ , si consideráramos a  $N = 2^s$   $s = 1, 2, \dots$

$$\begin{aligned} 2^1 \quad F(2) &= 1 = N/2 \text{ -----} = N/2 \\ 2^2 \quad F(4) &= 4 = N/2 + N/2 \text{ -----} = 2(N/2) \\ 2^3 \quad F(8) &= 12 = N/2 + N/2 + N/2 \text{ -----} = 3(N/2) \\ 2^4 \quad F(16) &= 32 = N/2 + N/2 + N/2 + N/2 \text{ -----} = 4(N/2) \\ 2^5 \quad F(32) &= 80 = N/2 + N/2 + N/2 + N/2 + N/2 \text{ -----} = 5(N/2) \end{aligned}$$

por lo tanto si  $N = 2^s$   $F(N) = F(2^s) = (N/2)_s$ , además  $N = 2^s$  siendo  $s = \log_2 N$ . Así

$$F(N) = N/2 \log_2 N \quad \text{y por lo tanto}$$

$$F(2N) = N \log_2 2N$$

### 3.2 PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER

3.2.1 LINEALIDAD. Si dos secuencias  $x(nT)$  y  $y(nT)$  con períodos  $nT$ , son combinadas linealmente como:

$z(nT) = ax(nT) + by(nT)$ , entonces la TDF de  $z(nT)$

TDF  $\underline{Z}(nT) = \text{TDF } \underline{ax}(nT) + \text{TDF } \underline{by}(nT)$  se define como

$$Z(fK) = aX(fK) + bY(fK) \quad \dots (2.20)$$

3.2.2 DESPLAZAMIENTO EN EL TIEMPO. Si una secuencia periódica  $x(nT)$  tiene coeficientes de Fourier  $X(Kf)$ , la TDF de la serie desplazada  $x((n+m)T)$  está expresada como una multiplicación de  $X(Kf)$  y un término exponencial el cual expresa el cambio de fase.

$$\begin{aligned}
\text{TDF} \left\{ x((n+m)T) \right\} &= \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) \exp(-iKf(n+m)T) \\
&= \sum_{n=0}^{N-1} \underline{x(nT) \exp(-iKfnT)} \underline{\exp(-iKfmT)} \\
&= \exp(-iKfmT) X(Kf) \quad \dots (2.21)
\end{aligned}$$

3.2.3 ESCALAMIENTO. Si existen  $x(nT)$  muestras  $0 \leq n \leq N-1$  y considerando a  $y(nT)$   $0 \leq n \leq rN-1$ , donde  $r$  es un entero y

$$y(nT) = \begin{cases} x(nT) & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{En otros casos} \end{cases} \quad \dots (2.22)$$

La longitud incrementada de  $y(nT)$  modifica el incremento de frecuencia  $Kf$  a  $Kf/r$ ; la ecuación (2.7) modificada es

$$Y(K(f/r)) = \sum_{n=0}^{rN-1} y(nT) \exp(-iKfnT/r) \quad \dots (2.23)$$

La propiedad de escala cuantifica la relación tiempo de duración/ancho de banda, entre una función de tiempo y su transformada, si  $|r| > 1$  entonces  $x(rnT)$  es la función  $x(nT)$  con una escala de tiempo reducida en un factor  $r$ . Así también  $X(Kf/r)$  representa la función  $X(Kf)$  con una escala de frecuencia  $f$ , expandida por el factor  $r$ , si  $|r| < 1$  entonces  $x(nTr)$  representa una expansión de  $x(nT)$  y  $X(Kf/r)$  representa una compresión de  $X(Kf)$ .

Así cuando se reduce el tiempo de duración de una señal se aumenta la distribución de su espectro de frecuencia. Al comprimir el tiempo de duración de una señal se producen transiciones más rápidas y por tanto se requieren componentes de alta frecuencia en el espectro. Si se incrementa el tiempo de duración -

de la señal las transiciones se producen en intervalos mayores, lo que se puede lograr con componentes de menor frecuencia en el espectro.

#### 4. TEOREMA DE CONVOLUCION

Un resultado muy útil se obtiene al calcular la transformada de Fourier de la convolución:

$$\begin{aligned}
 y(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau) x_2(x - \tau) d\tau && \dots (2.24) \\
 \text{T.F. } \{y(x)\} &= Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau) x_2(x - \tau) d\tau \exp(-i2\pi fx) dx \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} x_2(x - \tau) \exp(-i2\pi ft) dt d\tau \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau) \exp(-i2\pi f\tau) X_2(f) d\tau \\
 &= X_1(f) X_2(f) && \dots (2.25)
 \end{aligned}$$

Usando notación breve, el teorema y su inverso puede expresarse como:

$$\begin{aligned}
 \text{T.F. } \{x_1(x) * x_2(x)\} &= X_1(f) X_2(f) \\
 \text{T.F. } \{x_1(x) \cdot x_2(x)\} &= X_1(f) * X_2(f) && \dots (2.26)
 \end{aligned}$$

o bien

$$\begin{array}{rcc}
 y(x) & = & x_1(x) * x_2(x) \\
 \uparrow & & \uparrow \quad \uparrow \\
 \text{T.F.} & & \text{T.F.} \quad \text{T.F.} \\
 \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\
 Y(f) & = & X_1(f) \cdot X_2(f) && \dots (2.27)
 \end{array}$$

Considerando este concepto en relación al comportamiento de la sonda (Registro Geofísico). La figura 3 muestra objetivamente tal concepto.

#### 5. FUNCION DE TRANSFERENCIA O RESPUESTA IMPULSO

Consideremos una sección ideal de un pozo, la cual está compuesta por dos unidades homogéneas de espesor infinito, con características diferentes en la interfase (fig. 4). La herramienta (sonda del Registro geofísico) recibe un impulso en la interfase. La respuesta del equipo a tal impulso es llamada función impulso del aparato. En el dominio de la frecuencia, la función impulso del aparato es llamada función de transferencia.

Consideremos otra sección ideal, la cual tiene dos unidades homogéneas (fig. 5). En este caso tendremos dos impulsos - uno positivo y otro negativo, al tocar la primera interfase la herramienta recibirá un impulso y al detectar la segunda el impulso será en sentido contrario regresando a las condiciones originales. La respuesta de este sistema a un impulso negativo difiere de la respuesta del impulso positivo sólo en el signo.

La figura 6 muestra una serie de unidades litológicas - de diferente espesor. Para cada interfase se muestra su respuesta individual, así como la suma o superposición de estas respuestas, lo cual equivale a la curva registrada.

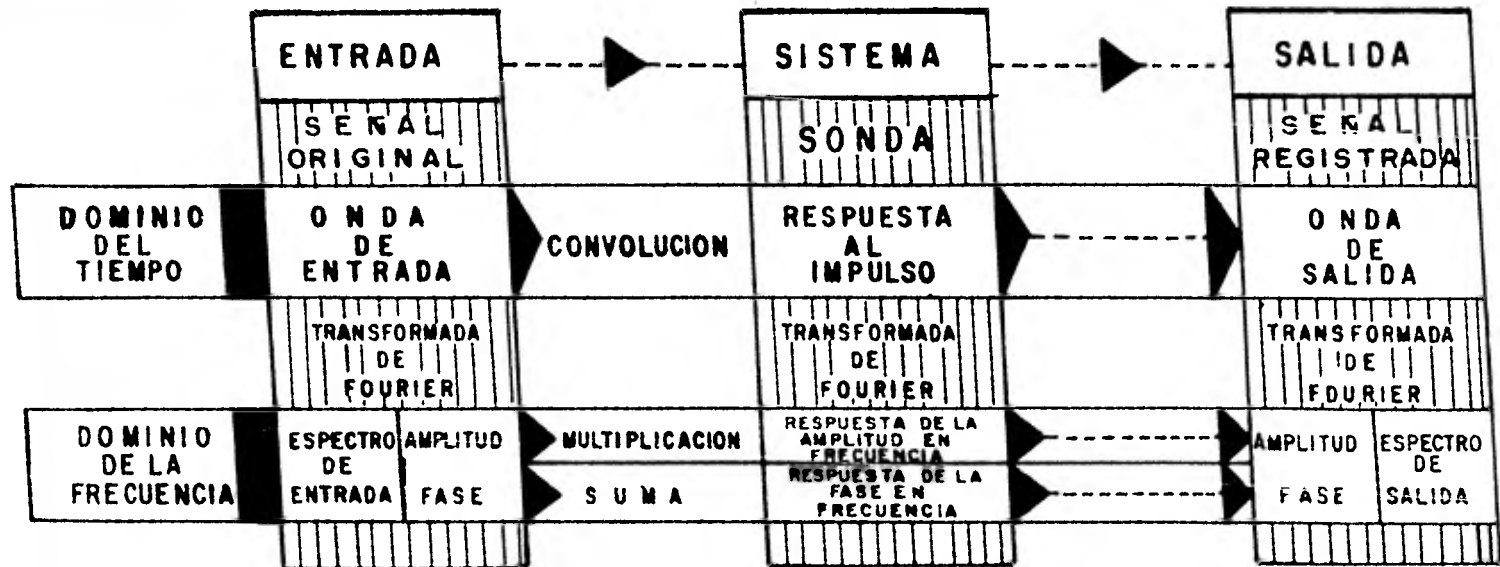


FIG. 3 REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL TEOREMA DE CONVOLUCION

Mejorado de Anstey, N.A., (1970 p. 39)

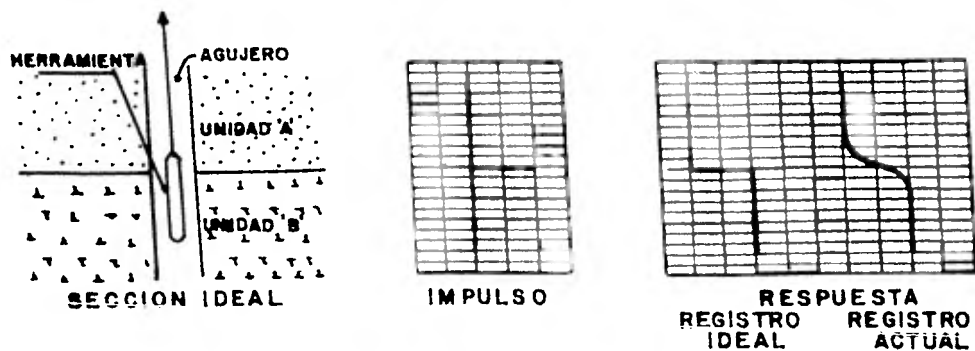


FIG. No. 4

RESPUESTA DE UN MODELO DE REGISTRO DE UN CONTACTO

Una interfase simple desarrolla un impulso el cual causa un desplazamiento en el potencial e en la respuesta.  
(Lindseth, 1966, p.7)

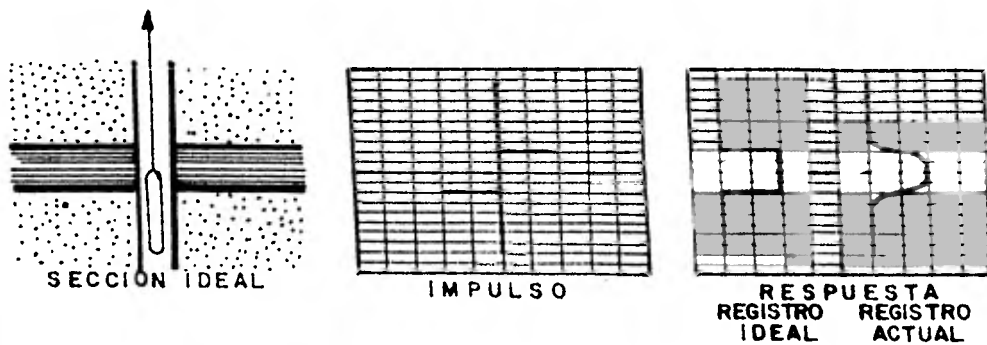
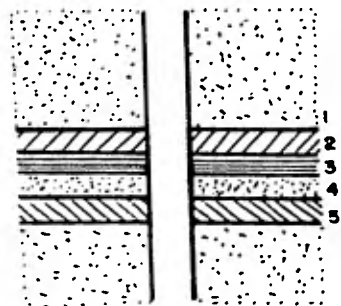


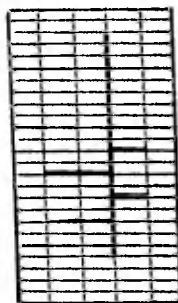
FIG. No. 5

RESPUESTA DE UN MODELO DE REGISTRO DE DOS CONTACTOS

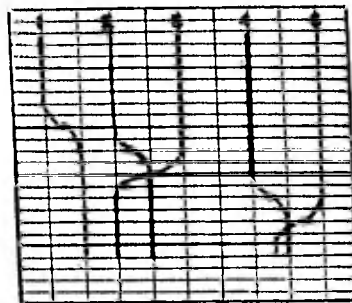
(Lindseth, 1966, p.8)



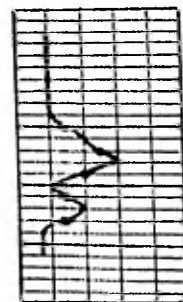
SECCION HIPOTETICA



SECUENCIA DE IMPULSOS



REGISTRO PARA CADA INTERFASE



CURVA REGISTRADA SUMA DE 1+2+3+4+5

FIG.No.6  
SIMULACION DE UN REGISTRO DE CAMPO COMPLEJO.  
(Lindseth, 1966, p. 9)

En otros términos se puede considerar que la curva registrada es equivalente a la convolución de la respuesta impulso de aparato (respuesta ante un impulso unitario) con la secuencia de impulsos provenientes de las unidades Litológicas. (fig. 7).

En la práctica, la señal registrada incluye la información deseada, y no deseada a la cual se le denomina ruido. El ruido es originado por factores ambientales y equipo de registro, así como por efectos originados al transmitirse la señal deseada hasta la sonda: fluido de perforación, enjarre y filtrado del lodo; aunque esta información oscurece la señal deseada, es de utilidad complementaria en la interpretación del registro.

## 6. CORRELACION

Un procedimiento matemático para definir el grado de semejanza entre dos funciones cualesquiera, es el concepto de correlación, el cual permite medir la similitud entre dos funciones o señales. Es un concepto íntimamente ligado al cálculo del espectro de potencia y en el diseño de filtros digitales.

### 6.1 AUTOCORRELACION

Es la correlación de dos funciones iguales o de una función consigo misma, y se define como:

$$C_{xx}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+u)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t-u)du \quad \dots (2.28)$$



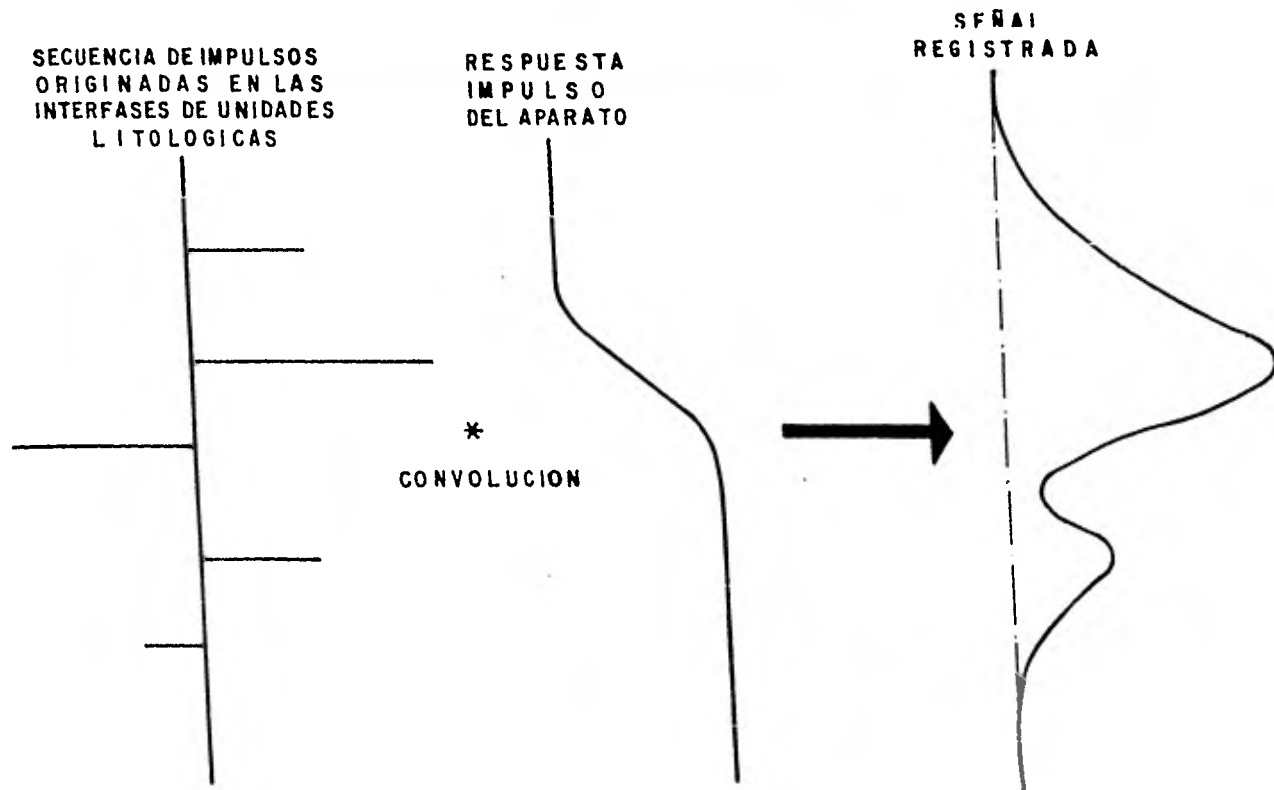


Fig. N<sup>o</sup> 7.- REPRESENTACION DE UN REGISTRO GEOFISICO EN TERMINOS DE SU RESPUESTA IMPULSO CARACTERISTICA.

esta función es simétrica respecto al origen ( $u = 0$ ) y también su valor máximo está en  $u=0$ . La figura 8, es una representación gráfica de la autocorrelación de  $x(t)$ .

La correlación cruzada es la correlación de dos funciones diferentes, se define por:

$$C_{xy}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t+u)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-u) y(t)dt \quad \dots (2.29)$$

expresa la relación estadística entre dos señales diferentes como una función de retardo o desplazamiento en el tiempo (fig. 9).

En muchas circunstancias es conveniente considerar a la autocorrelación y correlación cruzada normalizadas:

$$C_{xx}(u) \text{ NORMALIZADA} = \frac{C_{xx}(u)}{C_{xx}(0)} \quad \dots (2.30)$$

$$C_{xy}(u) \text{ NORMALIZADA} = \frac{C_{xy}(u)}{[C_{xx}(0) C_{yy}(0)]^{1/2}} \quad \dots (2.31)$$

## 7. ESPECTRO DE POTENCIA

### 7.1 DEFINICION

En términos generales el espectro de potencia  $P_x(f)$  de una serie de tiempo  $x(t)$  es definido como la transformada de Fourier de su autocorrelación, (2.28), lo cual considerando el teorema de Convención (2.27) puede ser expresado como el cuadrado del espectro de Amplitud de la T.F.

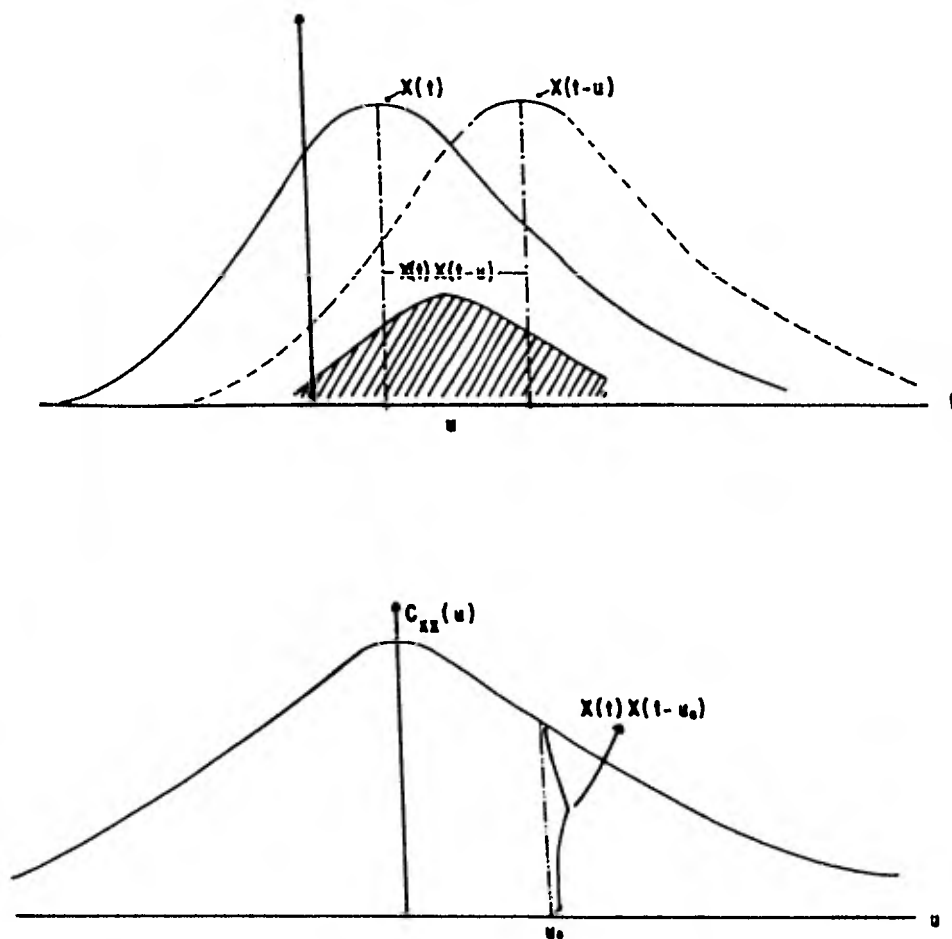


FIG. NUM. 8 LA FUNCION AUTOCORRELACION REPRESENTADA POR UN AREA. (BRACEWELL, 1965, p. 40)

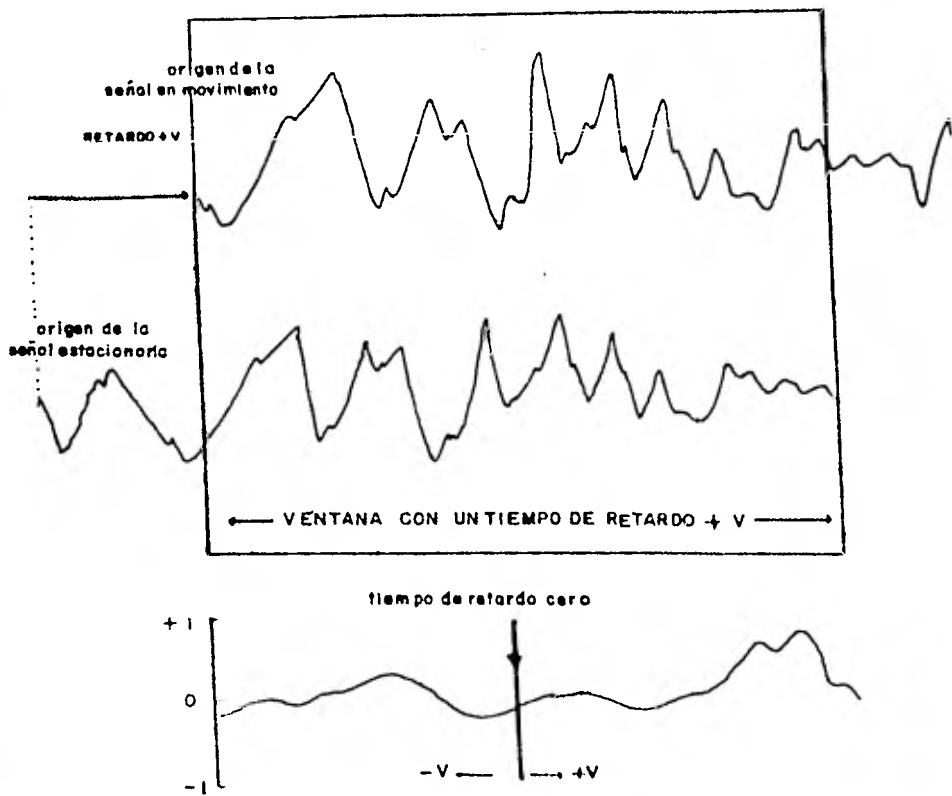


FIG. No. 9  
 Dibujo mostrando la cross-correlación con una ventana de tamaño variable y la función cross-correlación normalizada.  
 (Kwon-Byung-Doo, 1977, p 14)

Considerando las definiciones de correlación y convolución:

$$\text{Correlación de } f(t) \text{ con } f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t-u)dt$$

$$\text{Convolución de } f(t) \text{ con } f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(u-t)dt$$

Es claro que la operación correlación es equivalente a la convolución, si antes de multiplicar e integrar las funciones, se invierte una de ellas; esto es, la  $f(x)$  se transforma en  $f(-x) = f^{-}(x)$ .

$$\text{Así pues, } \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t-u)dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f^{-}(u-t)dt$$

por lo tanto el espectro de potencia  $P_x(f)$  se expresa por:

$$P_x(f) = \text{T.F.} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t-u)dt \right\} = \text{T.F.} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x^{-}(u-t)dt \right\} \dots (2.32)$$

$$P_x(f) = X(f)X^*(f) = \underline{A(f)\exp(i\theta(f))} \underline{A(f)\exp(-i\theta(f))}$$

$$P_x(f) = |A(f)|^2$$

## 7.2 INTERPRETACION DEL ESPECTRO DE POTENCIA

La función espectral, en el presente trabajo, es utilizada para descifrar las características cíclicas de las señales - bajo estudio; representando la fracción de la potencia total que corresponde a cada frecuencia ( $Kf$ ). En el ámbito de Registros - Geofísicos su espectro puede ser asociado a la continuidad o variación de la energía del medio en que fueron transportados y depositados los sedimentos representados por el registro geofísico analizado.

## 7.3 METODOS DE ESTIMACION DEL ESPECTRO DE POTENCIA

Existen varios métodos para la estimación del espectro

de potencia, casi todos utilizan una combinación de factores de ponderación y la Transformada Discreta de Fourier. Blackman y Tukey (1959) utilizan la T.F. de una función de autocorrelación suavizada, lo cual origina un límite en la resolución. Debido al algoritmo FFT, se han desarrollado métodos utilizando al periodograma (Jones, 1965).

Las más recientes técnicas conocidas como el método de mayor semejanza (Maxima Likelihood Method) de Capon (1969) y Lacoss (1971); y el Método de Máxima Entropía (Maximum Entropy Method) de Burg (1967) surgieron de los aspectos de predicción de la teoría de Filtrado Optimo.

El método de mayor semejanza (Lacoss, 1971) es un proceso no lineal y de gran resolución. En esta técnica una función "ventana" es computada para cada frecuencia, de tal manera que se adapta al ruido bajo análisis.

## 8. REGRESION

La regresión determina el comportamiento medio de las variaciones de uno o más parámetros. Considerando la figura 10 que representa variaciones en  $(x,y)$  con cierta regularidad por lo cual es posible trazar (a ojo) en la vecindad de los puntos una curva que se ajuste lo mejor posible a las tendencias de las variaciones. Sean dos variables aleatorias "x" y "y", supóngase que "x" toma un valor fijo  $x_0$  a lo largo de la recta  $x = x_0$ , el

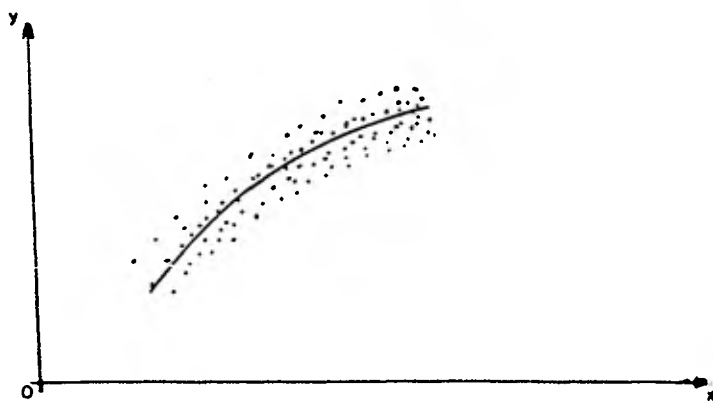


Fig. No. 10  
 Representación gráfica del comportamiento medio de las variaciones correspondientes de X y de Y.

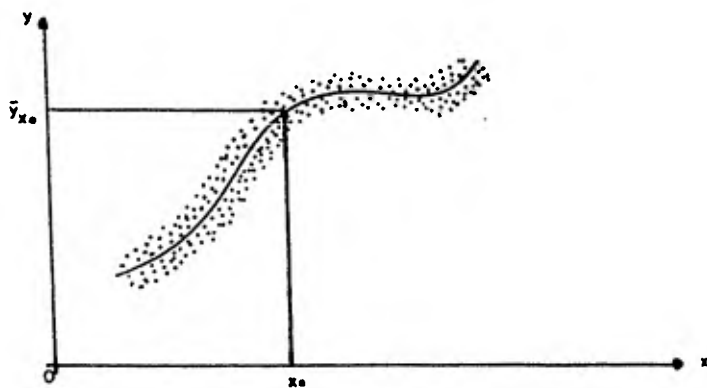


Fig. No. 11  
 Representación gráfica cuando X toma un valor fijo  $X_0$ . A lo largo de la recta  $X = X_0$  el valor medio de Y determinará un punto cuya ordenada se representará con  $\bar{y}_{x_0}$ .  
 (M. Bonett, p.213)

valor medio de "y" determinará un punto cuya ordenada se representará con  $\bar{y}_{x_0}$  (fig. 11). A medida que se eligen los diferentes valores de "x", se obtienen diferentes puntos medios sobre las rectas verticales correspondientes, siendo  $\bar{y}_x$ , la ordenada del punto medio de cada una de dichas rectas, una función del valor "x" seleccionado.

El lugar geométrico de dichos puntos medios recibe el nombre de curva de regresión de y en x. La expresión analítica de dicha curva será:

$$\bar{y}_x = \int_{-\infty}^{\infty} y f(y/x) dy,$$
 donde  $f(y/x)$  es la densidad de probabilidad condicional de y ligado a x; esto es, de acuerdo a la figura 11,  $\bar{y}_{x_0}$  representará el valor medio de todas las y cuando x toma un valor fijo  $x_0$ .

Un procedimiento que se utiliza para ajustar los datos a una curva predeterminada, es el llamado "ajuste por mínimos cuadrados", el cual consiste en determinar los coeficientes de un filtro digital que permita hacer un ajuste lineal con los datos de entrada. El método de mínimos cuadrados consiste en determinar una curva de ecuación  $y = f(x)$  de manera que la suma e de los cuadrados de las desviaciones de los valores observados con respecto a la curva ajustada sea mínimo.

Esto es  $e = \sum_i (y_i - y(x_i))^2$  según figura 12.



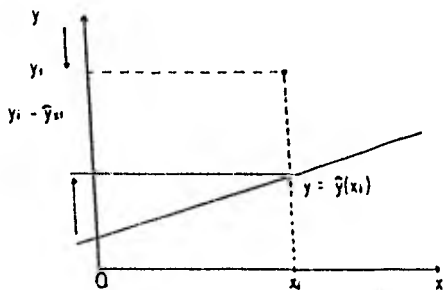


FIG. 12

Considérese una serie de valores  $y_1, y_2, \dots, y_n$  donde el subíndice representa la ordenada  $x$ , siendo  $m$  el número de  $y$ 's en la abscisa  $x_0$ , el valor del filtro en el punto  $x_0$ , se define por

$$Y_t = \sum_{x=1}^m a_x y_t - x \quad \text{para } t = m+1, m+2, \dots, n.$$

El error estaría dado por  $\bar{e}_t = \sqrt{Y_t - y_t}^2$ , minimizando a  $\bar{e}_t$  se obtienen los valores de los coeficientes  $a_x$  del filtro digital deseado. La convolución de este filtro con los datos originales nos dará como respuesta la curva promedio deseada.

Posteriormente en el diseño de filtros, se verá la necesidad de determinar una función promedio suavizada del espectro de potencia, para tal fin será aplicado el concepto de regresión.

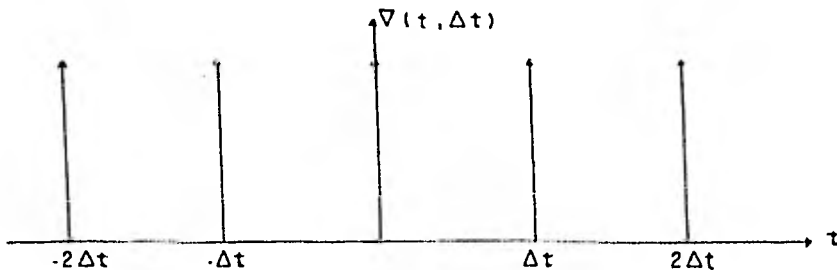
## 9. DIGITIZACION DE REGISTROS

El primer paso para aplicar numéricamente los conceptos hasta aquí presentados, es la conversión del registro o señal analógica a digital. La digitización de la señal  $s(t)$  puede visualizarse como la convolución de la señal o función continua con la función "Dirac"  $\nabla(t, \Delta t)$ .

$$\nabla(t, \Delta t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n\Delta t) \quad \dots (2.33)$$

en el dominio del tiempo;

FIG. 13



Esto produce una señal digitalizada  $S_1(t) = S(t) \Delta(t)$ .

La transformada de Fourier de la función "Dirac" es también una función 'Dirac' sólo que en el dominio de la frecuencia (f).

$$\nabla(f, 1/t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - n/\Delta t) \quad \dots (2.34)$$

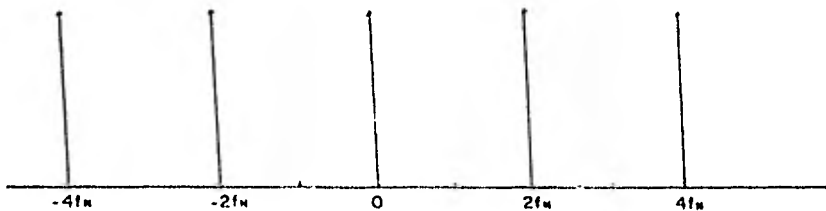


FIG. 14

$$f = 1/2\Delta t$$

Si una señal es muestreada a un intervalo uniforme de tiempo  $\Delta t$ , las frecuencias en el intervalo  $0 \leq f \leq f_N$  se dicen que están en el intervalo principal, y la frecuencia  $f_N = 1/2\Delta t$  es llamada frecuencia de Nyquist o frecuencia de doblamiento.

Esta relación  $f_N = 1/2\Delta t$  es definida porque para detec-

tar cualquier componente de determinada frecuencia es necesario - obtener al menos dos muestras de tal componente (fig. 15).

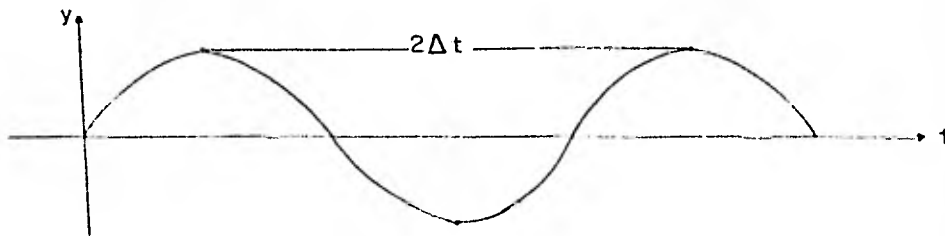


Fig. No. 15. La mayor frecuencia detectable para un intervalo de digitización.

En el dominio de la frecuencia el proceso de digitización puede ser descrito como la convolución de la "Dirac" con la transformada de Fourier de los datos observados  $y(t)$ . Esto produce una función continua en la cual toda la información está contenida en el intervalo principal.

### 9.1 ALIASING

Debido al muestreo discreto de la información, es imposible distinguir frecuencias mayores que las frecuencias de Nyquist ( $f_N$ ) del intervalo principal (fig. 16); pero si en una señal digitizada están presentes frecuencias mayores que la  $f_N$ , su potencia será reflejada o "Aliased" (superpuesta) en el espectro de potencia sobre el rango principal, lo cual origina cierta distorsión de la señal digitizada.

La figura 17 muestra un intervalo de un Registro Geofísico de Pozo digitizado manualmente a intervalos de un metro. Si

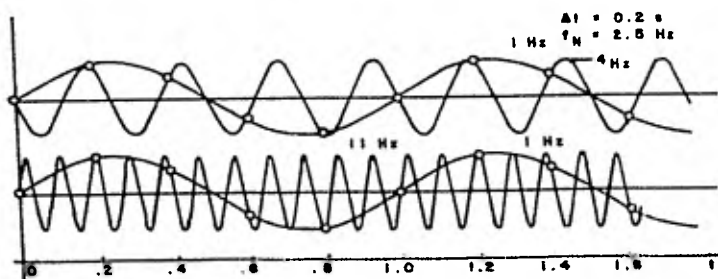


FIG. N° 16.- ESTE EJEMPLO ILUSTR LA IMPOSIBILIDAD DE DISTINGUIR FRECUENCIAS MAYORES QUE LA NYQUIST, EN UNA SEÑAL DIGITIZADA.

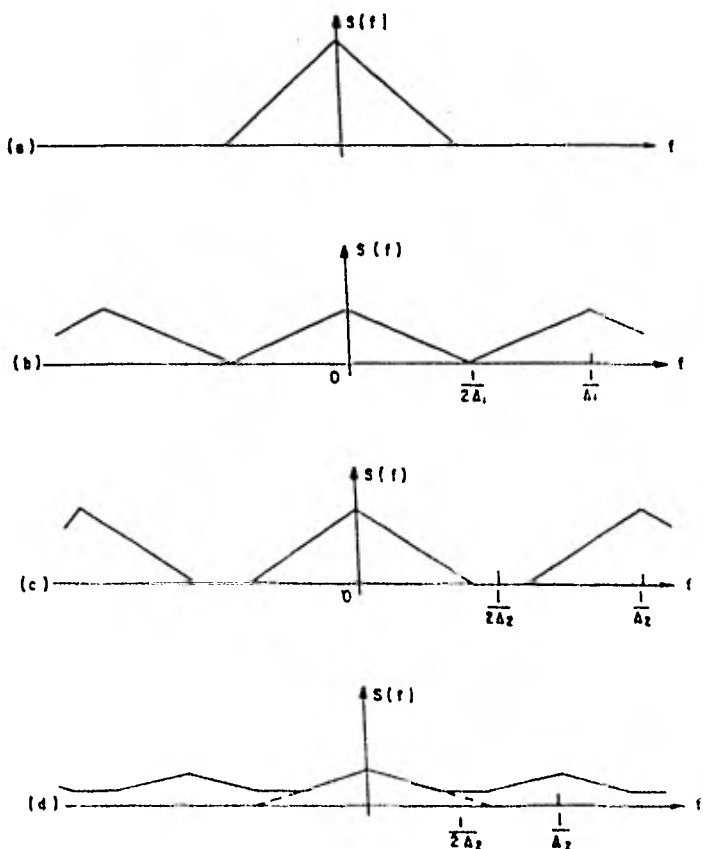


FIG N° 20. TRANSFORMADA  $S(f)$  DE UNA SEÑAL  $s(x)$  EN VARIOS INTERVALOS  $\Delta$  DE MUESTREO.

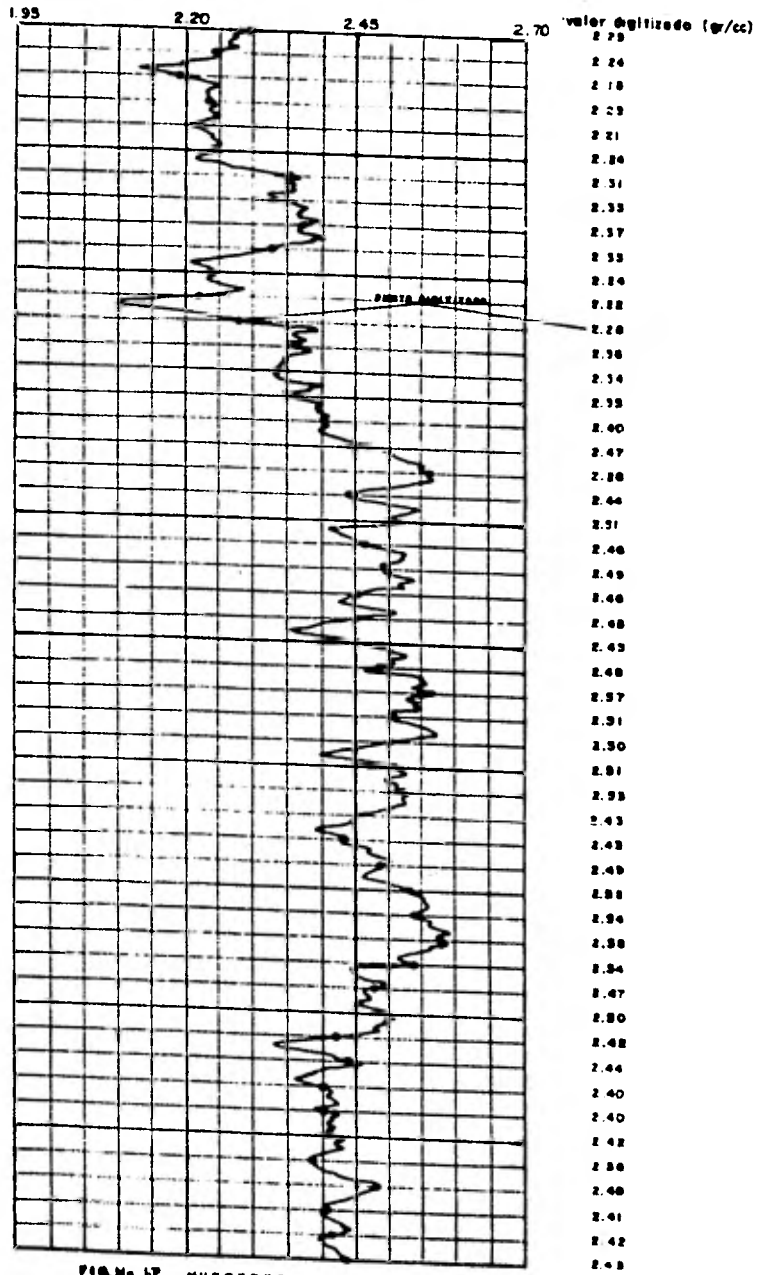


FIG. No. 17 MUESTREO DIGITAL DE UN REGISTRO A UN ESPACIAMIENTO DE UN METRO

(Lindsoth, 1966 p.3)

se reconstruyera el registro por un simple procedimiento de unir los puntos digitizados el resultado sería, como se muestra en la figura 18, donde la traza gruesa es la señal reconstruída. Observamos que muchos detalles se han perdido; pero si el intervalo de muestreo se redujera la reconstrucción de la señal sería más exacta.

La figura 19 representa un registro ideal de una serie de capas alternantes de 3 metros de espesor. El registro ha sido muestreado cada 5 metros en todos los puntos indicados. El registro reconstruído muestra una secuencia de capas aparentes de 15 metros de espesor. Esta distorsión, es lo que se llama "Aliasing" o efecto Nyquist.

El concepto de Aliasing en el dominio de la frecuencia puede ser visualizado a través de la figura 20. Si el intervalo de muestreo  $\Delta t$  fue tal que  $S(f) = 0$  para valores  $|f| \leq 1/2 \Delta t$  como en los casos (b) y (c) de la figura 20, entonces es posible recuperar  $s(t)$  de  $s_1(t)$ . Si  $S(f) \neq 0$  para valores  $|f| > 1/2 \Delta t$ , componentes de frecuencias mayores que  $f_N$  en  $S(f)$  operan en  $S_1(f)$ , como en el caso (d), en el rango

$$-1/2 \Delta_3 t \leq f \leq 1/2 \Delta_3 t \quad \dots (2.35)$$

La frecuencia Nyquist  $f_N = 1/2 \Delta t$  es la mayor frecuencia que puede ser detectada con los datos muestreados en  $s(t)$  a intervalos  $\Delta t$ .

El efecto Nyquist puede ser evitado muestreando al re--

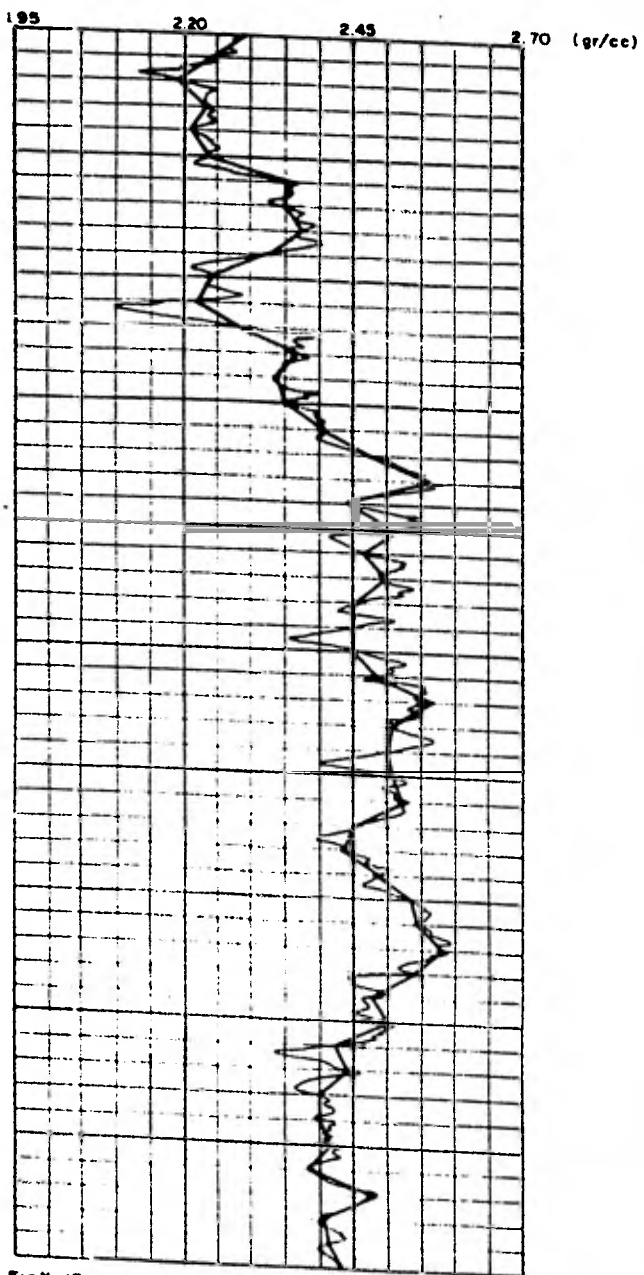


Fig No 18 Registro de la fig 17 reconstruido (Lindseth 1966, p 4)

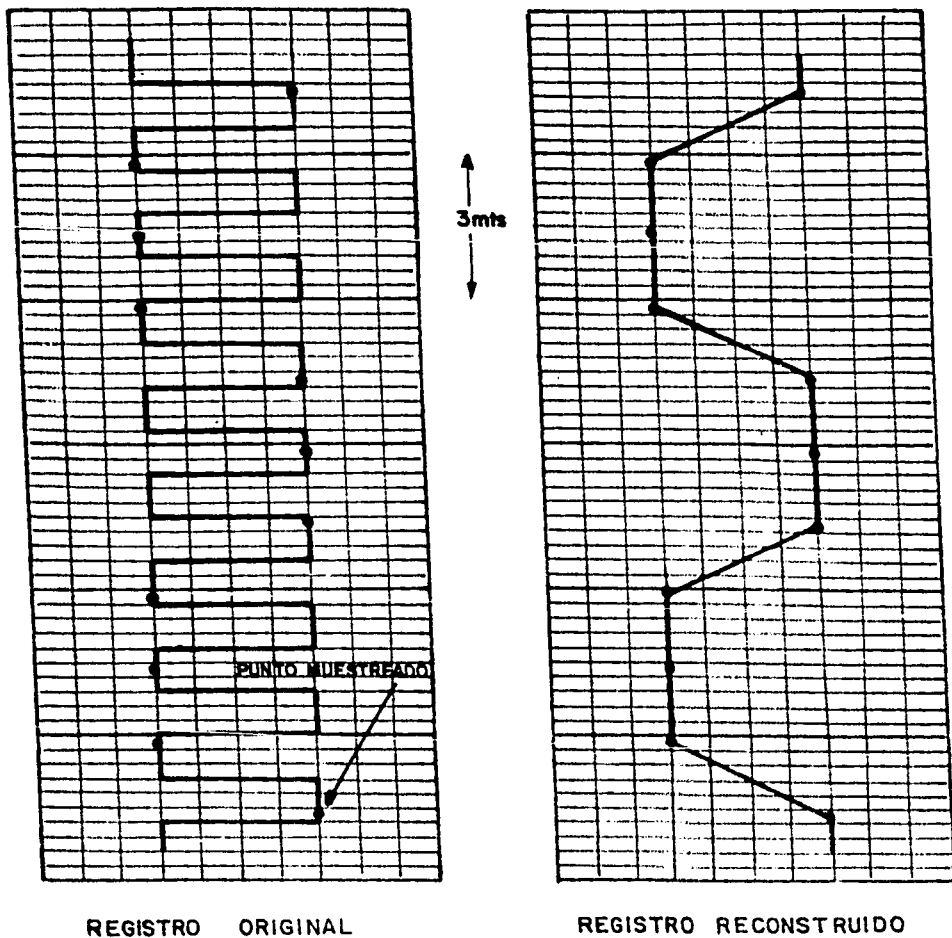


Fig.No.19

EFFECTO DE LA FRECUENCIA NYQUIST

Una serie cíclica muestreada a una frecuencia ligeramente menor que la secuencia registrada produciría una baja frecuencia aparente (Lindseth, 1966 p 7)



gistro en un intervalo menor que la capa más delgada que la herramienta de registro es capaz de detectar. En algunos casos el intervalo será tan pequeño que un número excesivo de muestras será requerido aumentando considerablemente el tiempo de computación, lo cual económicamente pudiera resultar incosteable.

Por lo tanto, es necesario considerar las observaciones anteriores para así definir el intervalo óptimo de digitización.

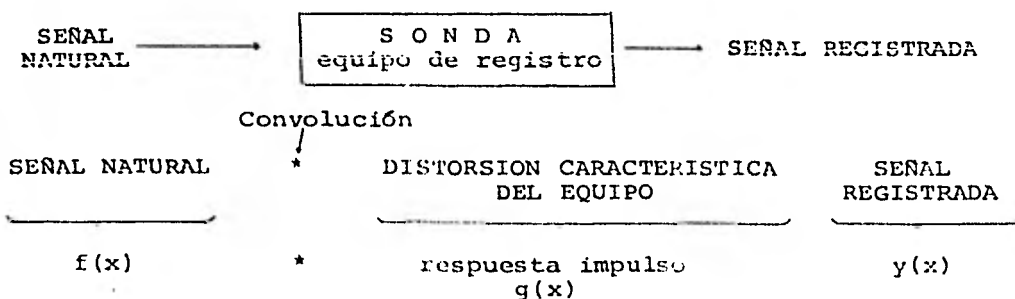
### III. CONCEPTO DE FILTRACION EN REGISTROS GEOFISICOS

#### 1. "RESPUESTA IMPULSO" O "FUNCION CARACTERISTICA" EN REGISTROS GEOFISICOS

Los registros geofísicos miden (cuantifican) propiedades de los estratos atravezados por la sonda a lo largo del pozo. La sonda recibe la señal "natural" de la formación y es transferida a través de circuitos electrónicos registrándose en una cinta de papel o magnética.

La sonda o equipo de registro al realizar la transferencia de la señal natural a la señal registrada ocasiona cierta distorsión, la cual es una característica de la sonda (Lindseth, -- 1966).

El proceso puede ser visualizado de la siguiente manera:



En este caso particular, la sonda (equipo) representa un filtro que al recibir la señal natural, imprime cierta característica y da como respuesta final la señal registrada. El proce-

so de filtración, matemáticamente es representado por la operación convolución.

A la función característica que imprime el equipo, se le conoce con el nombre de Respuesta Impulso, debido a que es la respuesta del aparato o equipo ante un estímulo de duración lo más corto posible y de gran amplitud. Es decir:



FIG. 21

## 2. FUNDAMENTOS TEORICOS DE FILTRACION PARA HACER EQUIVALENTES DIFERENTES TIPOS DE REGISTROS GEOFISICOS

Se tratará en este inciso la fundamentación teórica para realizar una equiparación de diferentes tipos de registros. La aplicación de las técnicas presentadas implican la utilización de registros digitizados.

Como fue indicado anteriormente, un registro geofísico de pozo puede ser conceptualizado como la convolución de una señal "natural" con la "respuesta impulso" del equipo o sonda.

$$\begin{aligned} \text{REGISTRO} &= \text{SEÑAL NATURAL} * \text{RESPUESTA IMPULSO} \\ r(x) &= s(x) * i(x) \dots (3.1) \end{aligned}$$

La aplicación del teorema de convolución establecería:

$$\begin{array}{ccccc}
 r(x) & = & s(x) & * & i(x) \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{T.F.} & & \text{T.F.} & & \text{T.F.} \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 R(f) & = & S(f) & \cdot & I(f)
 \end{array}$$

o sea que la Transformada de Fourier del registro  $R(f)$  es igual - al producto de la T.F. de la señal natural  $S(f)$  con la T.F. de la respuesta impulso del equipo  $I(f)$ .

Si se conociera la respuesta impulso  $i(x)$  del aparato - utilizado, aplicándole la Transformada de Fourier se conocerá su espectro  $I(f)$  y así fácilmente se podrá eliminar el efecto de distorsión introducido por el equipo, permitiendo obtener una señal natural:

$$R(f) = S(f) \cdot I(f)$$

$$S(f) = \frac{R(f)}{I(f)}$$

$$\text{T.I.F. } \left\{ (S(f)) \right\} = s(x) = \text{señal natural} \quad \dots(3.2)$$

Esta señal natural facilitaría su comparación con otras señales naturales de otros pozos entre las cuales existe la necesidad de correlacionar para efectos de entender la geología del - subsuelo.

## 2.1 APLICACION

Uno de los principales problemas que se le presentan al

geólogo es que el Registro Geofísico de Pozo en la mayoría de las veces son difíciles de interpretar debido a variaciones en el equipo de registro lo cual provoca que muchas veces no se puedan distinguir las variaciones geológicas de un pozo a otro, además de que los espesores no permanecen constantes lo que origina errores en la correlación efectuada.

Los registros considerados para su equiparación, son el de Potencial Espontáneo SP y el de Rayos Gamma.

Considerando:

Convolución

$$\text{Registro SP} = \underline{\text{Señal Natural } s_{\text{SP}}(x)} * \underline{\text{Respuesta impulso } i_{\text{SP}}(x)}$$

$$\text{Registro RG} = \underline{\text{Señal Natural } s_{\text{RG}}(x)} * \underline{\text{Respuesta impulso } i_{\text{RG}}(x)}$$

aplicando el teorema de convolución:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{SP}(x) & = & s_{\text{SP}}(x) & * & i_{\text{SP}}(x) & \text{ y } & \text{RG}(x) & = & s_{\text{RG}}(x) & * & i_{\text{RG}}(x) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ & & \text{T R A N S F O R M A D A} & & & & \text{F O U R I E R} & & & & \\ \text{SP}(f) & = & s_{\text{SP}}(f) & \cdot & I_{\text{SP}}(f) & & \text{RG}(f) & = & s_{\text{RG}}(f) & \cdot & I_{\text{RG}}(f) \end{array}$$

Si se conocieran las respuestas impulso de las sondas utilizadas  $i_{\text{SP}}(x)$  e  $i_{\text{RG}}(x)$ , se calcularían los espectros correspondientes  $I_{\text{SP}}(f)$  e  $I_{\text{RG}}(f)$  y así se obtendrían dos registros de señales naturales  $s_{\text{SP}}$  y  $s_{\text{RG}}$ , las cuales podrían ser directamente equivalentes. Como no es posible conocer  $I_{\text{SP}}$  e  $I_{\text{RG}}$ , se recurre a un procedimiento indirecto que se presenta en el siguiente capítulo. En tal procedimiento se utilizarán dos programas con el fin de comparar su efectividad con los datos de diferentes pozos.

El programa EPFFT obtiene el espectro de potencia por medio de la transformada rápida de Fourier y el programa FABMI (mejorado de Barrodale y Erickson, 1980) que obtiene el espectro de potencia por medio del Método de Máxima Entropía.

El espectro de Potencia que se obtiene por medio de EPFFT es el producto de dos espectros (de la respuesta impulso y señal original); el espectro que nos interesa por el momento es el espectro de la "respuesta impulso" el cual es una línea curva suavizada. El suavizamiento se hace manualmente tratándose la línea ideal (línea de regresión) sea la que condense a la mayoría de los datos transformados, esto provoca que muchas veces no sea el espectro de la "respuesta al impulso" debido a que la persona que lo realiza lo hace a criterio. Además el uso de EPFFT requiere que el número de muestras debe ser potencia de dos la que provoca que hay que agregar cierta cantidad de ceros a la función a transformar para que sea potencia par, lo cual aunquela frecuencia de Nyquist no se altera, si se introduce cierto ruido al espectro. Una vez obtenido el espectro de Potencia, se suaviza, normaliza y se obtiene la relación de amplitudes RG/SP en el dominio de la frecuencia; haciendo uso de la Transformada Inversa de Fourier se obtiene la relación de amplitudes en el dominio del espacio, lo cual representa el filtro buscado. La convolución de este filtro con el registro SP, da como resultado la curva equiparable o rayos gama. El uso de este programa introduce errores humanos en el suavizamiento de los espectros.

El programa FABMI (autor Barron Dale y Erickson 1980) obtiene el espectro de potencia ya suavizado de una serie de datos. Este programa determina los parámetros autorregresivos para la obtención del espectro de potencia; obtiene un vector  $\bar{a}$  el cual contiene los coeficientes del filtro óptimo obtenido por medio de mínimos cuadrados. El suavizamiento implícito de programa, hace que resulte más eficiente que el uso de la Transformada Rápida de Fourier, además de ser completamente automatizado.

IV. FILTROS PARA EQUIPARAR DIFERENTES  
TIPOS DE REGISTROS

Considerando dos registros  $r_1$  y  $r_2$  diferentes cuantitativamente por ejemplo el S.P. y el Rayos Gamma y se quiere hacer equivalentes a los dos registros mediante un filtro  $h(x)$ ; se tendría que convolucionar a uno de los registros con el filtro -  
 $r_1(x) = h(x) * r_2(x)$ . Utilizando el Teorema de Convolución:

$$\begin{array}{ccc}
 r_1(x) & = & h(x) * r_2(x) \\
 \downarrow & \text{T.F.} & \downarrow \\
 R_1(f) & = & H(f) * R_2(f) \\
 \\ 
 H(f) & = & \frac{R_1(f)}{R_2(f)} \quad \dots (4.1) \\
 \text{T.I.F. } \{ H(f) \} & \longrightarrow & h(x)
 \end{array}$$

Lo anterior indica, que el espectro  $H(f)$  del filtro es el resultado de dividir los espectros  $R_1(f)$  y  $R_2(f)$  de los dos registros  $r_1(x)$  y  $r_2(x)$ , o sea que para el cálculo del filtro se necesitan efectuar las siguientes operaciones básicas:

Se tienen dos registros digitizados  $r_1(x)$  y  $r_2(x)$  a los cuales se desea hacer equiparables mediante el uso de un filtro digital  $h(x)$ .

$$r_1(x) = h(x) * r_2(x)$$

Se obtienen las transformadas de Fourier de los dos registros:



$$\text{T.F.}(x_1(x)) \text{ -----} \rightarrow R_1(f)$$

$$\text{T.F.}(x_2(x)) \text{ -----} \rightarrow R_2(f)$$

Se dividen los dos espectros determinados:

$$\frac{R_1(f)}{R_2(f)} \longrightarrow H(f) \quad \dots (4.2)$$

y se determina la transformada inversa de Fourier del espectro  $H(f)$

$$\text{T.I.F.} \{H(f)\} \longrightarrow h(x) \quad \dots (4.3)$$

$h(x)$  es el filtro digital deseado en el dominio del espacio (profundidad).

Los conceptos anteriores fueron aplicados en dos tipos de registros, potencial espontáneo SP y rayos Gamma RG, mostrados en la figura 22. El registro 1 representa al registro SP y el registro número 2 al registro RG.

Para ambos registros fueron calculados sus espectros  $SP(f)$  y  $RG(f)$  de frecuencia (fig. 23 y 24) a través del algoritmo de la transformada Rápida de Fourier (Cooley, Lewis, Welch, 1969). La frecuencia de Nyquist es de dos ciclos por metro, además se observa que el registro 1, las amplitudes se presentan muy uniformes en comparación con los del registro 2, esto se debe a que la sonda detecta mayores variaciones que la sonda del registro 1.

Estos espectros fueron suavizados a mano (fig. 25 y 26) y divididos, y el cociente  $H(f)$  se transportó al dominio del espa-

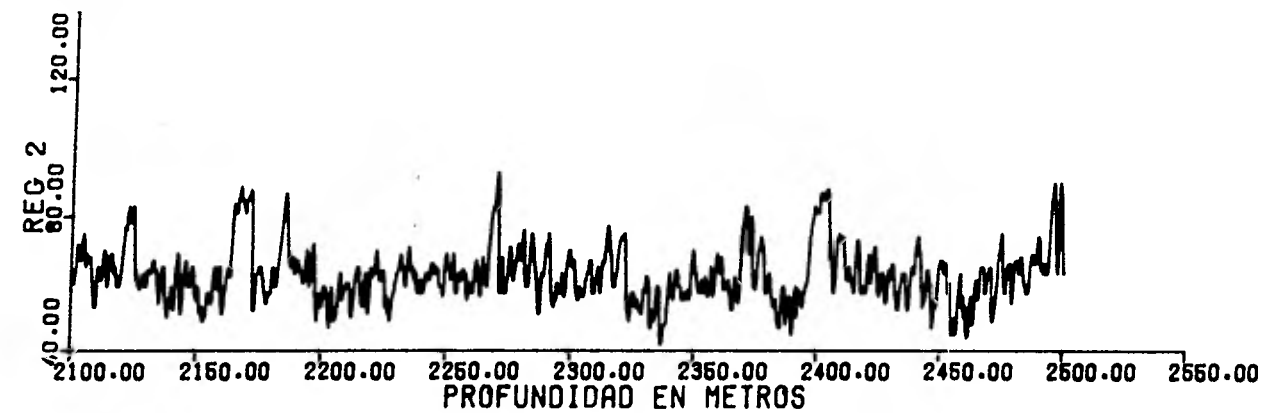
cio a través del inverso del algoritmo mencionado. Este resultado  $h(x)$  se muestra en la figura 27.

El filtro determinado  $h(x)$  se convolucionó con el registro SP, cuyo resultado se muestra en la figura 28. Comparando al registro SP original y al SP filtrado con el RG original (fig. 22), puede notarse claramente que el SP filtrado es más claramente correlacionable con el RG que el SP original.

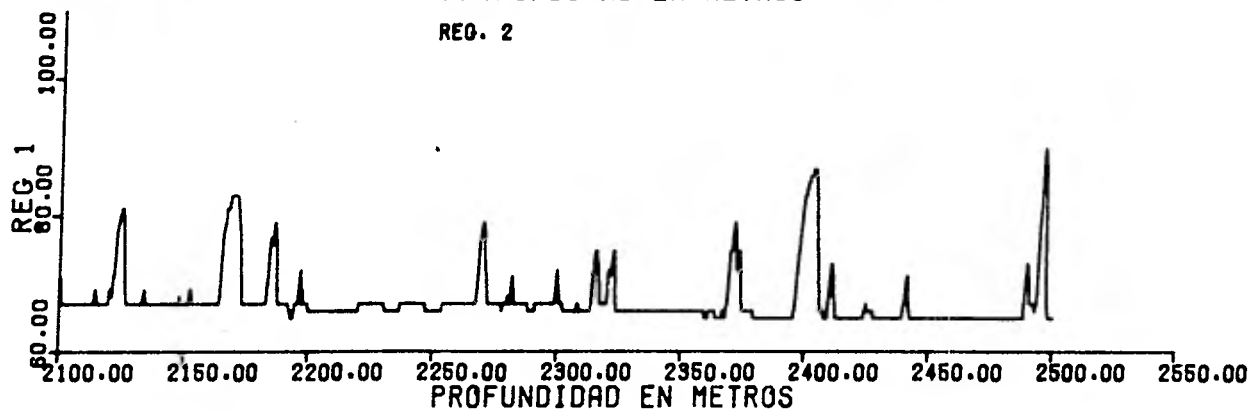
El procedimiento anterior se realizó utilizando un diferente procedimiento para el cálculo del espectro de potencia, llamado "Método de Máxima Entropía" (Barrodale y Rickson, 1980).

La utilización de este método origina espectros de frecuencia (fig. 29 y 30) muy suavizadas. Repitiendo el procedimiento descrito, se obtiene la relación de amplitudes en el dominio del tiempo (fig. 31) la cual tiene mayor amplitud que el obtenido en el procedimiento mencionado. Haciendo una comparación de los dos registros mejorados (fig. 32 y 28) se observa que en el obtenido por Máxima Entropía se detectan mejor algunos intervalos. En el intervalo de 2150 a 2200 metros presenta un intervalo el cual es mejorado en relación con el obtenido por FFT.

La figura 33 y 34 muestra otro ejemplo utilizando el Método de Máxima Entropía. El registro MEM es mejorado y amplificado en comparación al registro 1.



REG. 2



REG. 1

FIG. 22

ESPECTRO DE POTENCIA REG 1

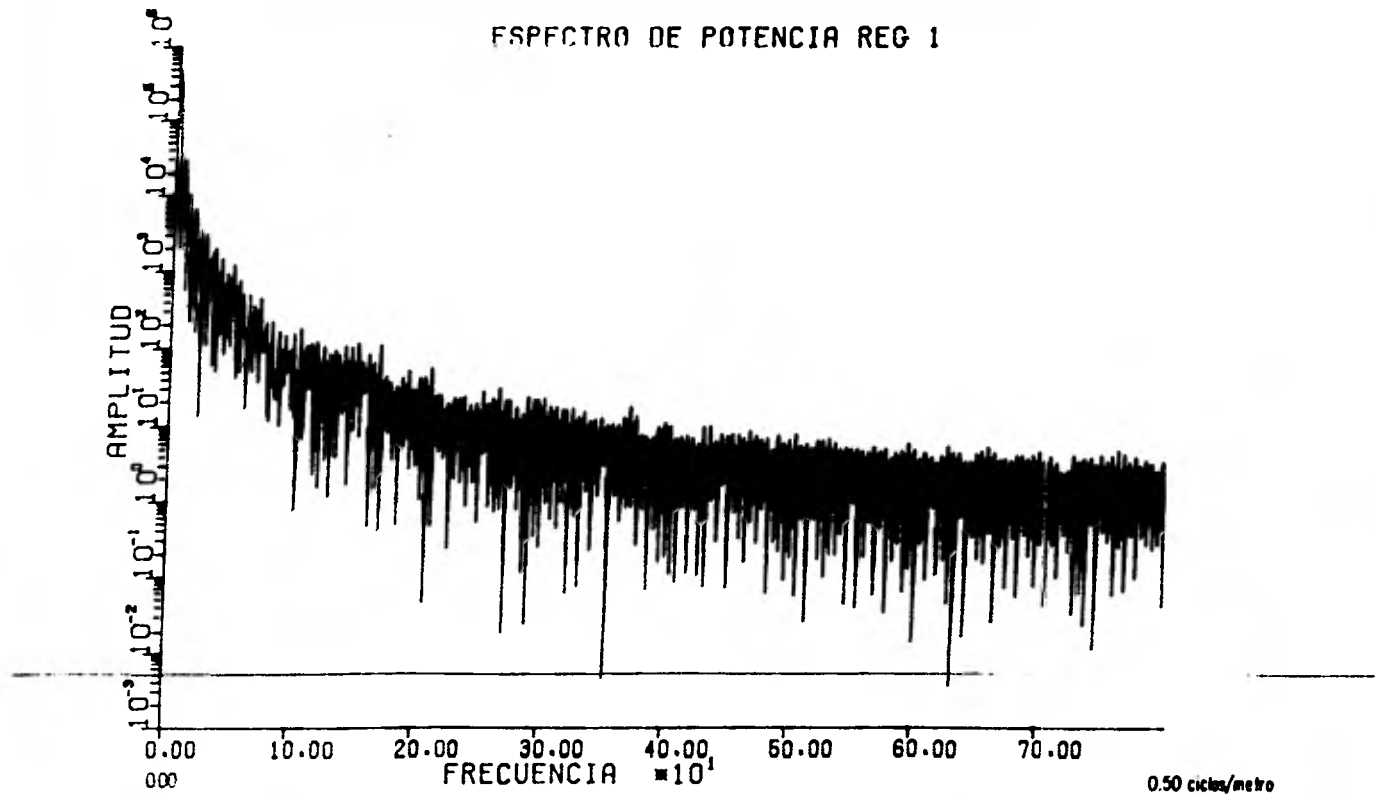
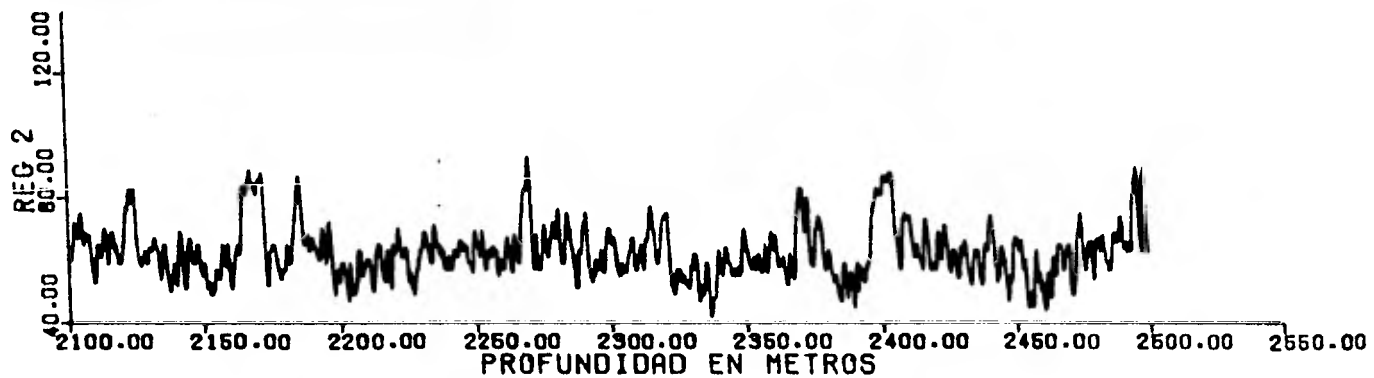
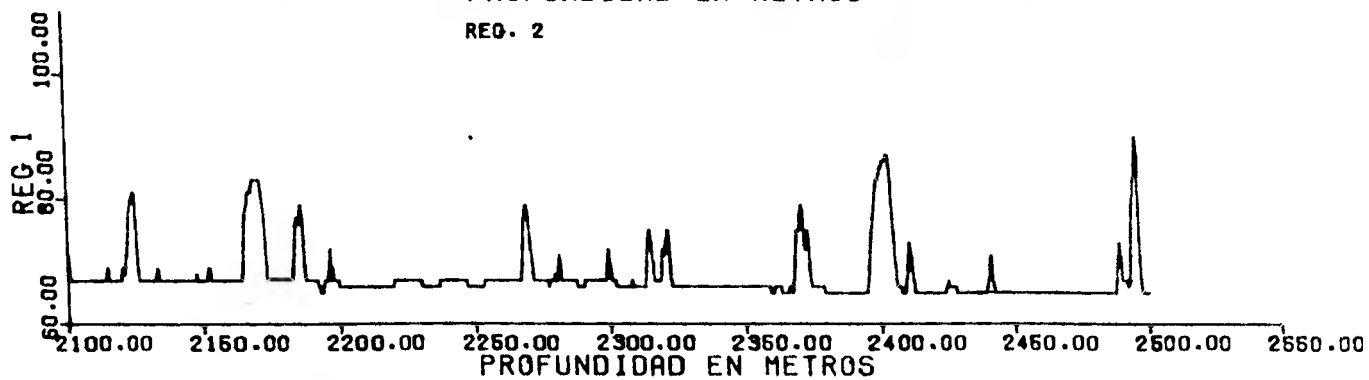


FIG 23



REG. 2



REG. 1

FIG. 22

ESPECTRO DE POTENCIA REG 1

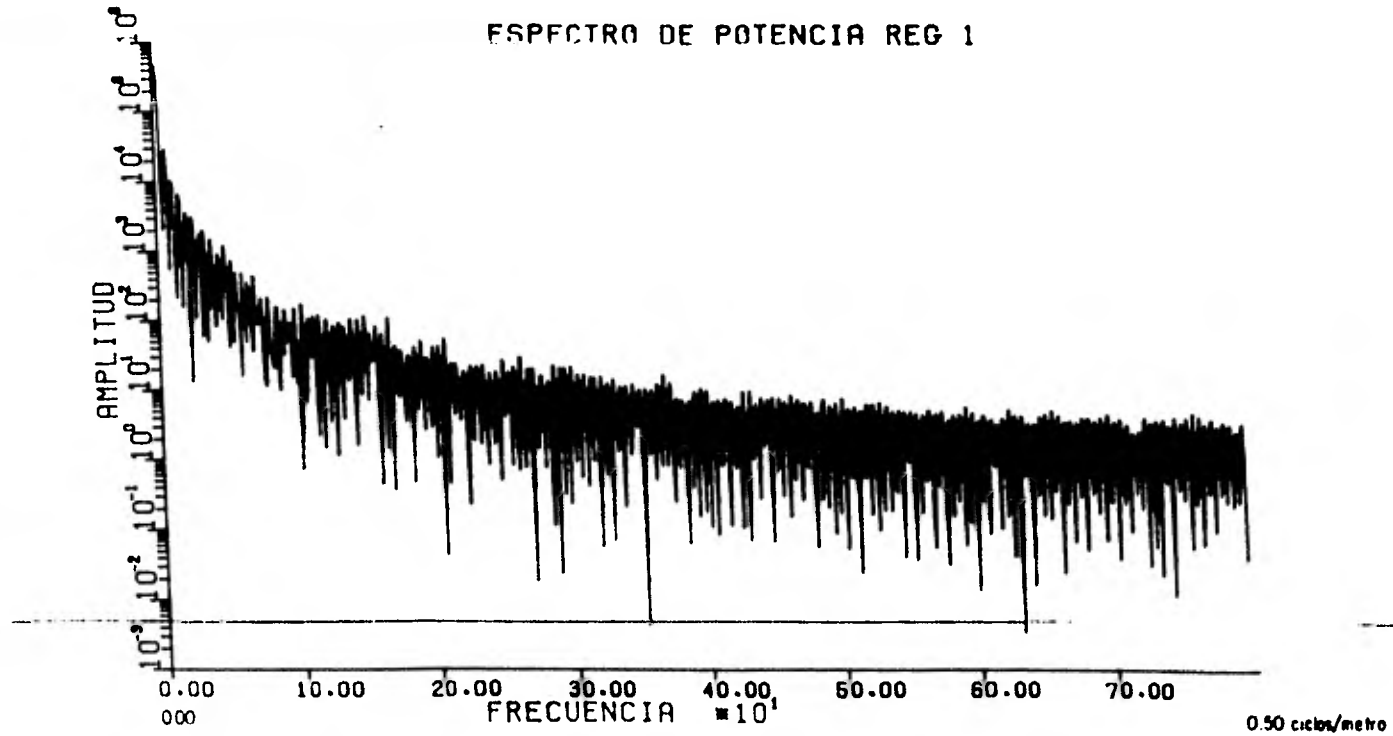


FIG. 23

ESPECTRO DE POTENCIA REG 2

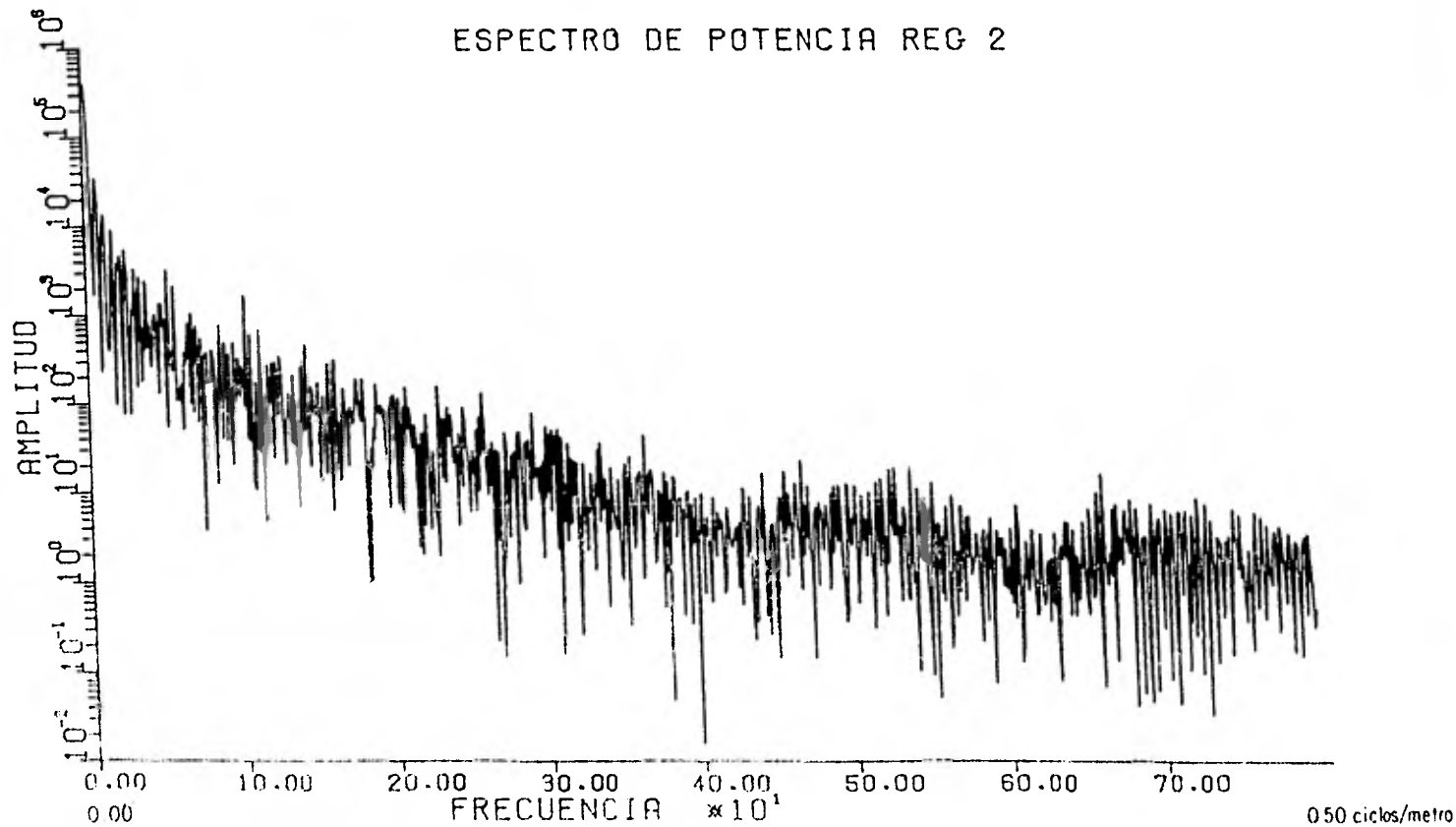


FIG. 24

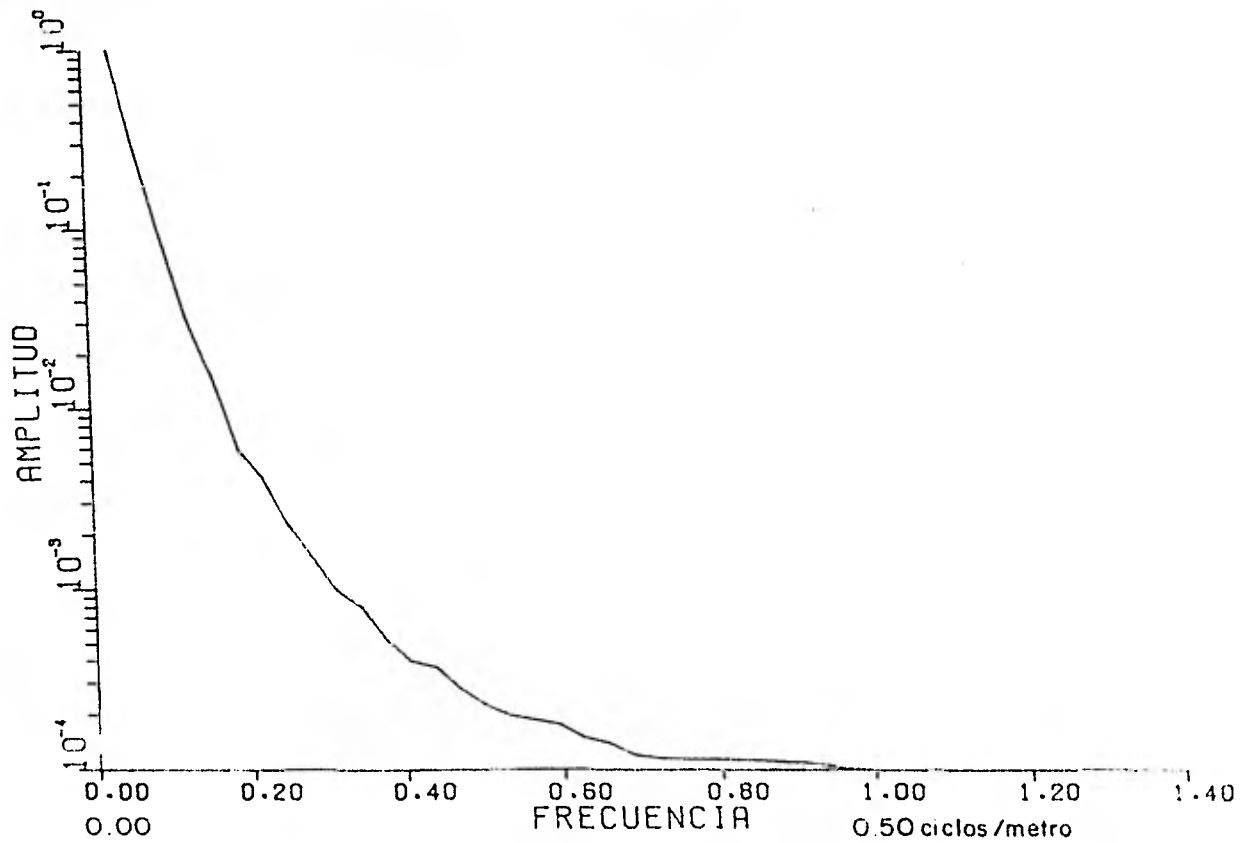


FIG 25 ESPECTRO SUAVIZADO RED 1 Y NORMALIZADO MANUALMENTE



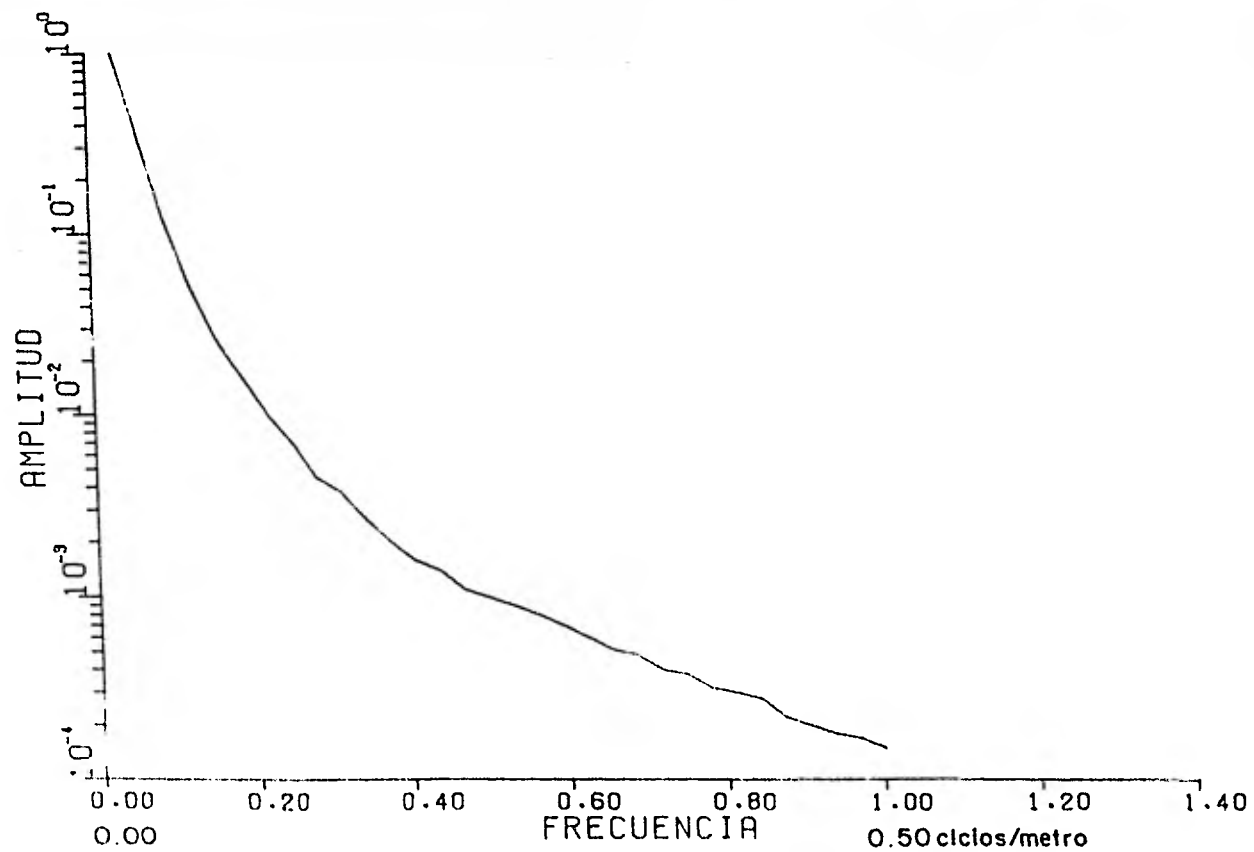


FIG 26.-ESPECTRO SUAVIZADO REO 2 Y NORMALIZADO MANUALMENTE

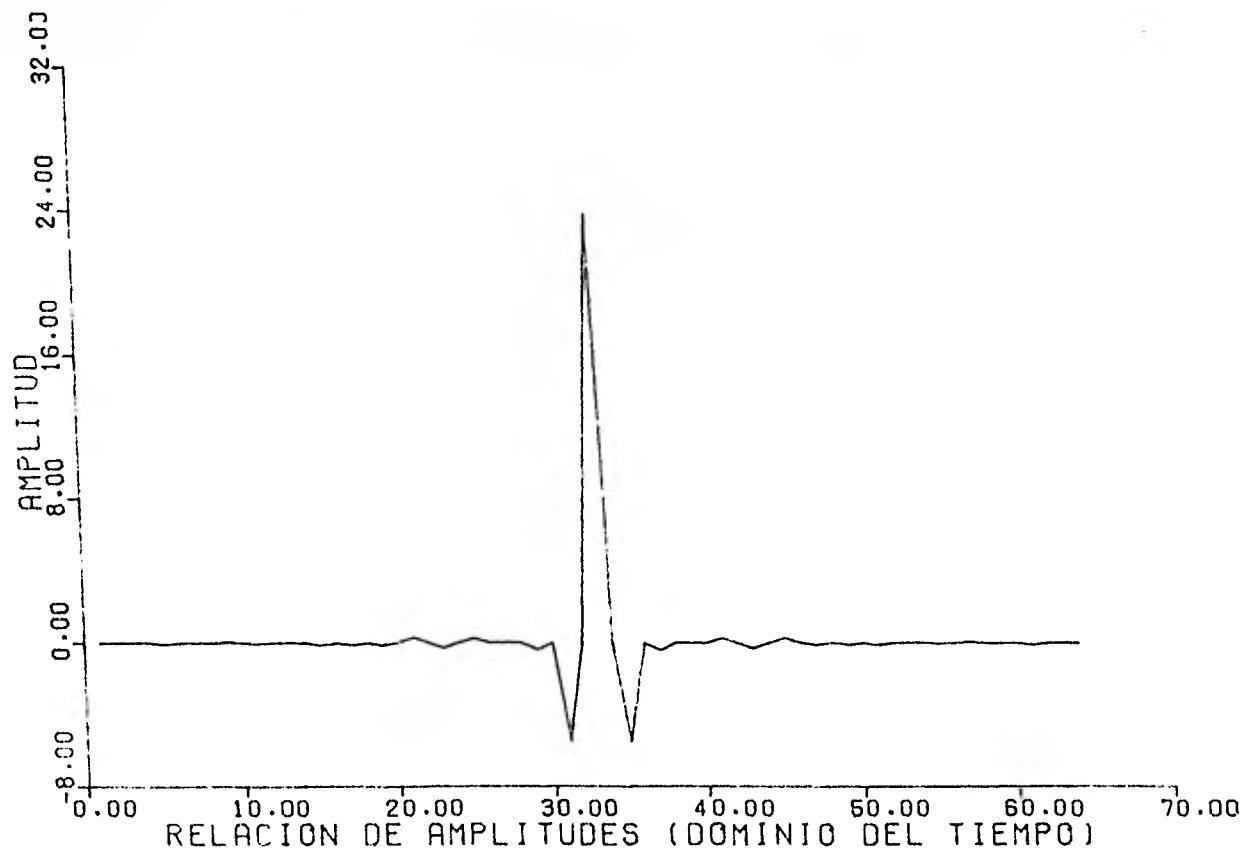


FIG 27 R2/RI

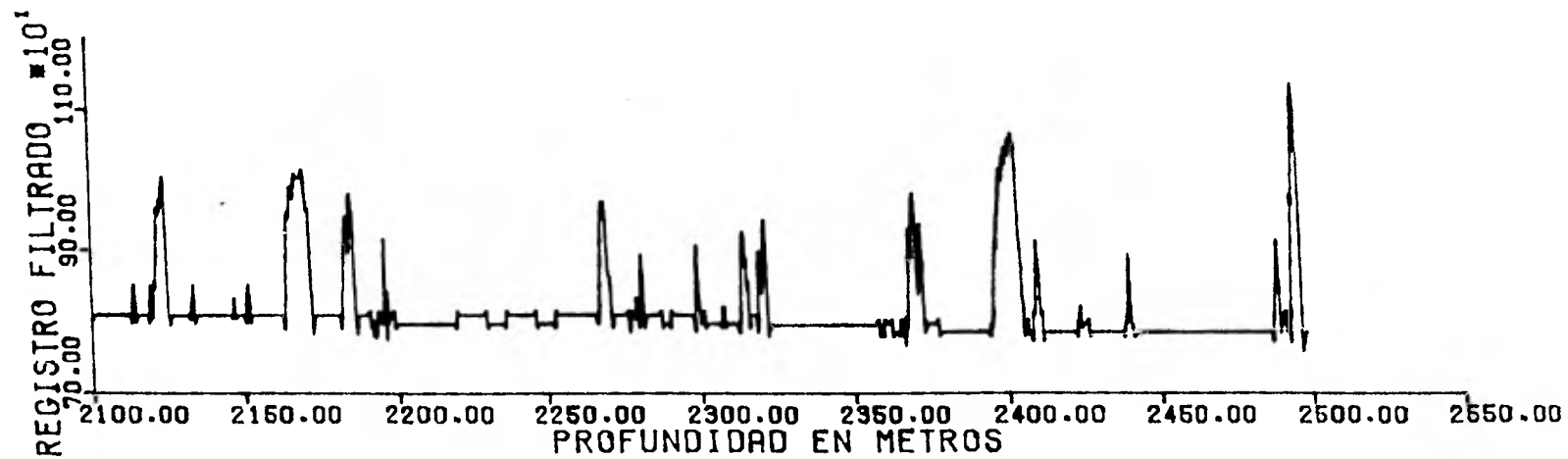


FIG 28:REGISTRO MEJORADO UTILIZANDO FFT

ESPECTRO DE POTENCIA REG 1

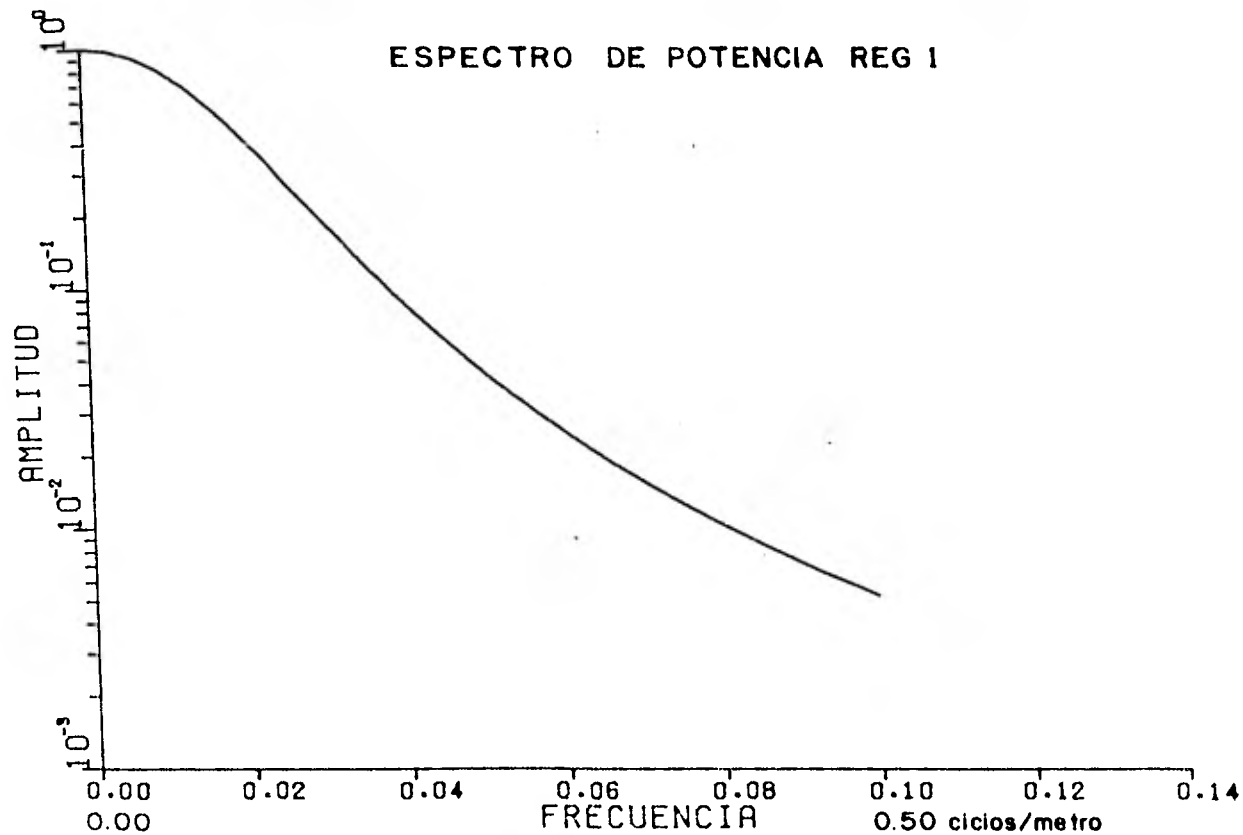


FIG 29.- REG. 1 NORMALIZADO, OBTENIDO POR METODO DE MÁXIMA ENTROPIA

ESPECTRO DE POTENCIA REG 2

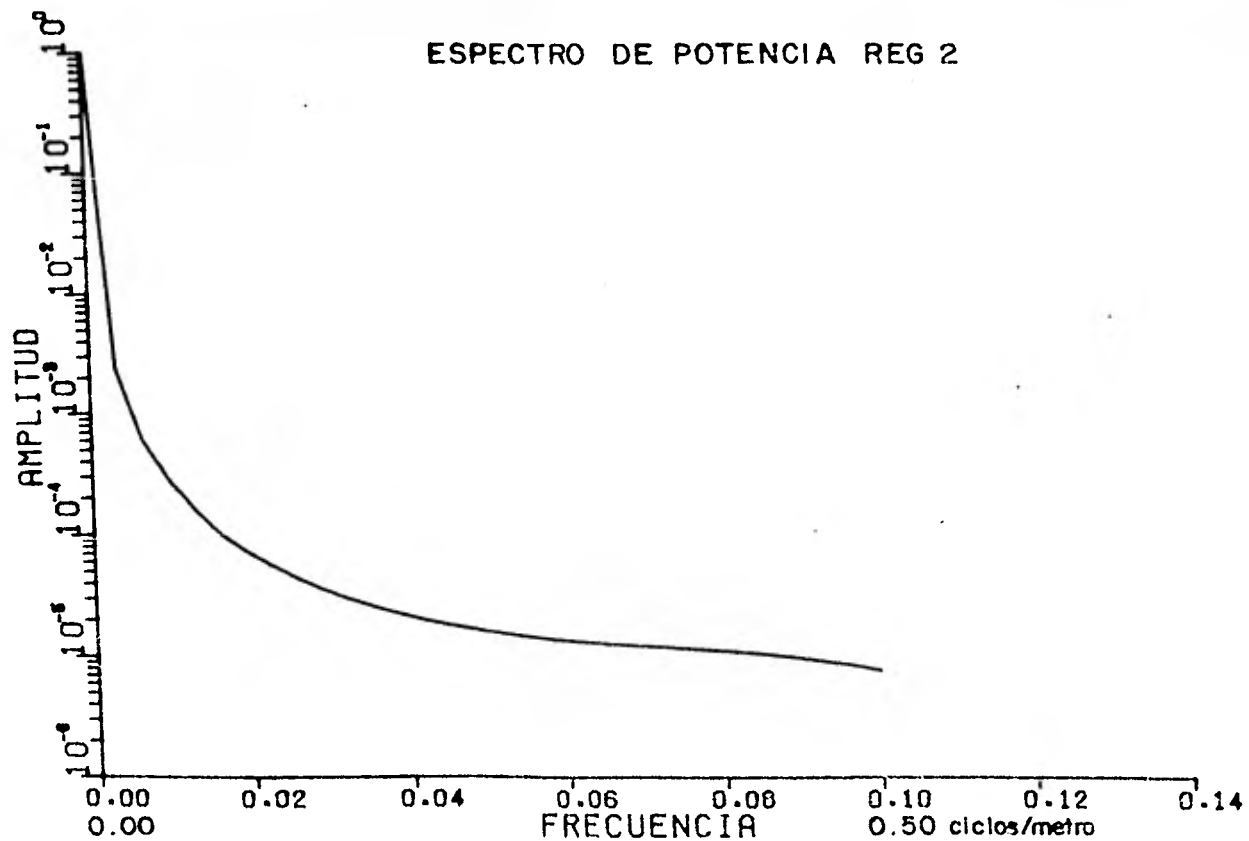


FIG. 30.- REG. 2 NORMALIZADO, OBTENIDO POR METODO DE MAXIMA ENTROPIA

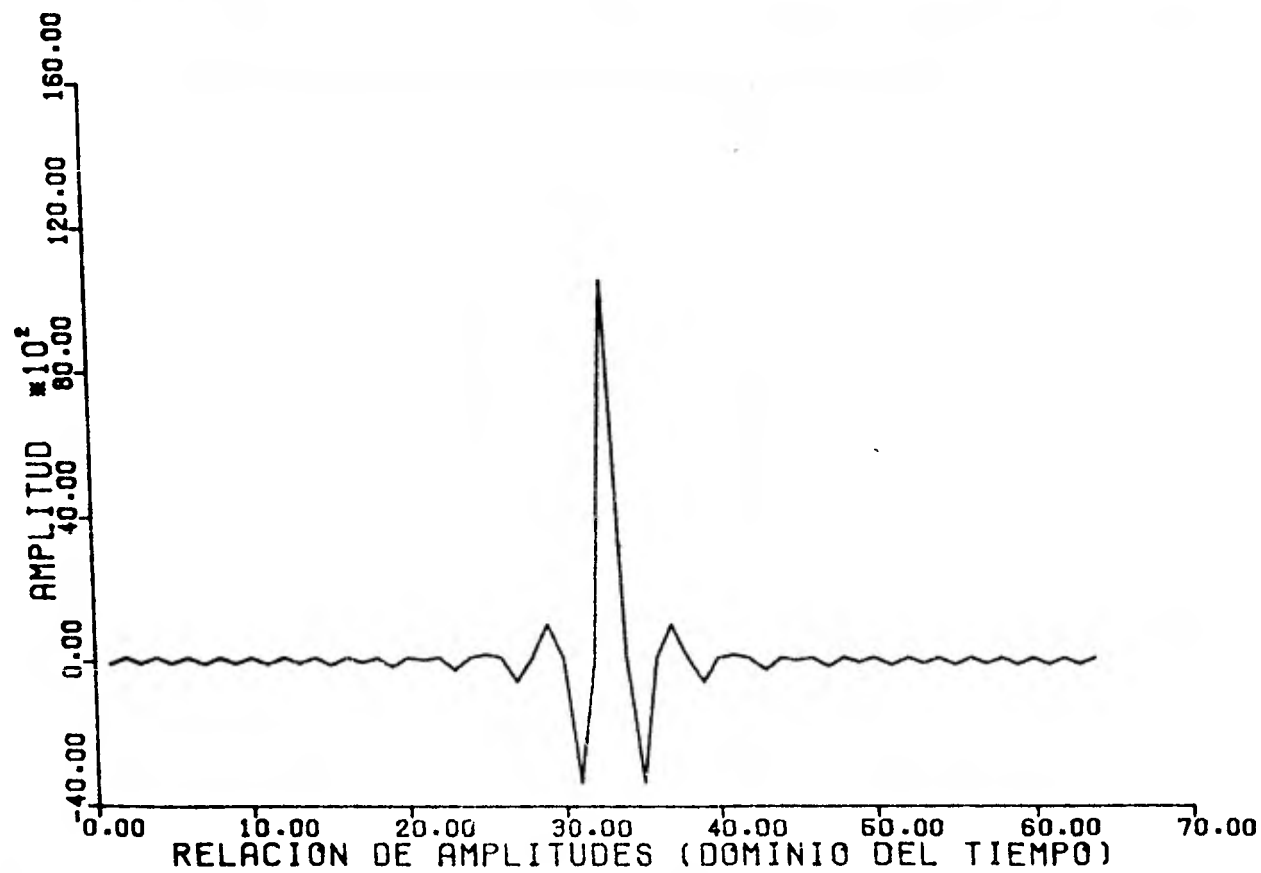


FIG. 31- R2/R1

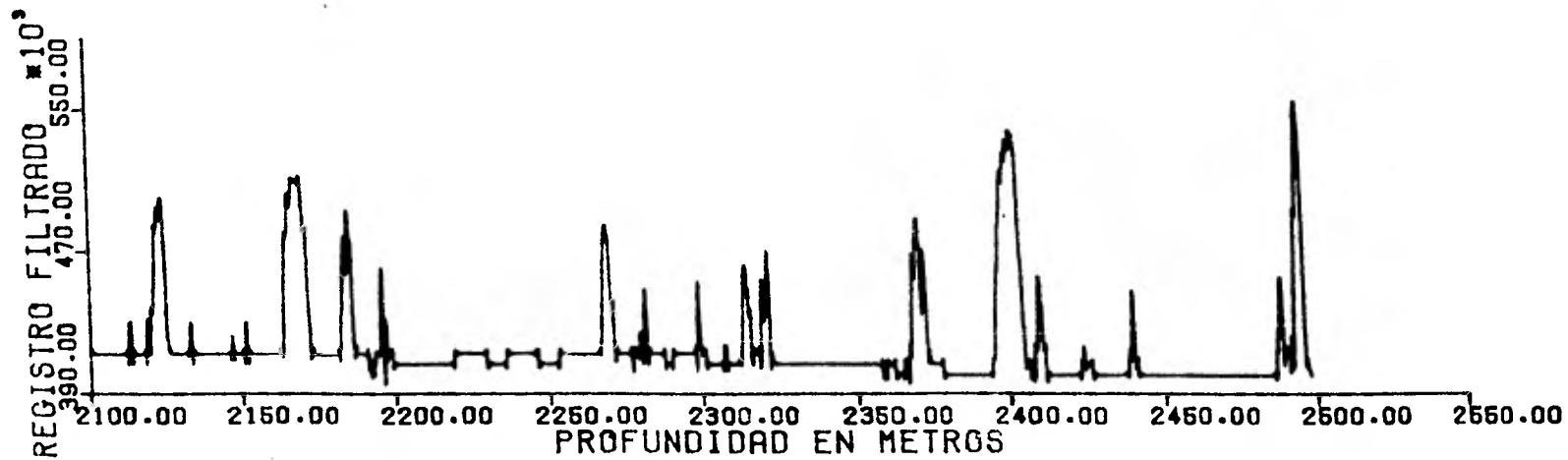


FIG- 32 -REGISTRO OBTENIOO UTILIZANDO MAXIMA ENTROPIA

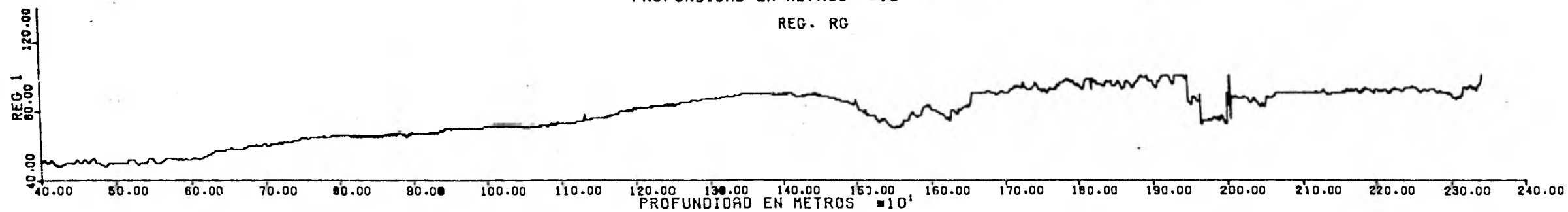
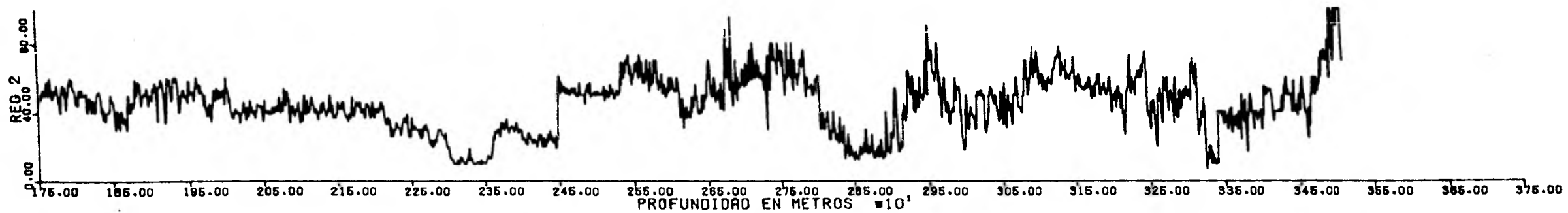


FIG. 33

REG. SP



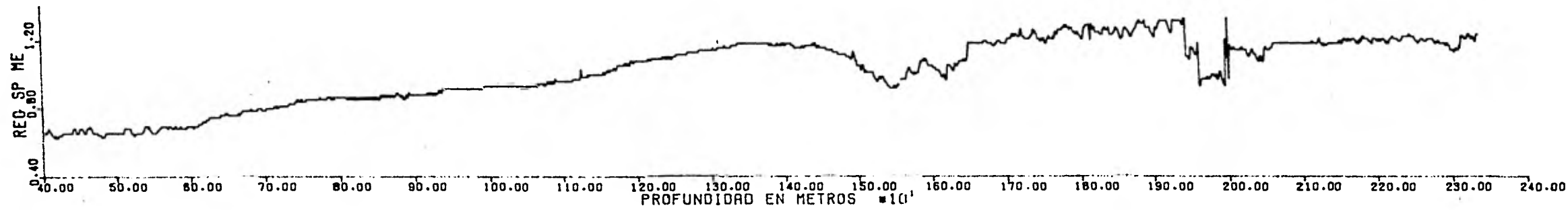


FIG 34 REGISTRO MEJORADO POR MAXIMA ENTROPIA

## V. CORRELACION AUTOMATIZADA DE REGISTROS GEOFISICOS

La Técnica de correlación ha sido ampliamente utilizada para medir el grado de similitud entre dos conjuntos de datos en varios campos de la ciencia. En geología, la correlación de las diferentes capas o estratos del subsuelo es una de las primeras etapas para su interpretación estratigráfica. El uso de Registros Geofísicos de Pozos es muy conveniente para tales propósitos de correlación, debido a que estos miden parámetros representativos de las características estratigráficas de las rocas.

La correlación de Registros Geofísicos de Pozos se basa en la identificación de ondas similares en dos o más Registros que se presuponen tienen equivalencia estratigráfica. Esta comparación de la forma, generalmente se realiza manualmente por ensayo y error dependiendo de la habilidad del geólogo para reconocer patrones semejantes a través de comparaciones visuales. La correlación de Registros Geofísicos por medio de una computadora digital, requiere que los registros estén digitizados; la técnica utilizada es la llamada correlación cruzada (cross-correlación), la cual determina el grado de similitud entre dos señales.

La correlación cruzada  $C_{fg}(x)$  de dos funciones  $f(x)$  y  $g(x)$  se expresa como

$$C_{fg}(x) = f(x) \circ g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(u - x)h(u)du \quad \dots (5.1)$$

En forma digitizada:

$$C_{fg}(n, \Delta x) = \sum_{u=0}^N f_u g_{u-x} \quad \dots (5.2)$$

La cual es similar a la integral de convolución excepto de que la componente  $g(u)$  es simplemente desplazada a  $g(u - x)$  sin invertir a  $g(-u)$ , como fue indicado para realizar la convolución.

Las propiedades de la correlación cruzada son ligeramente más simples que las de convolución, y es importante hacer notar que no es conmutativa

$$g \circ f \neq f \circ g \quad \dots (5.3)$$

Obsérvese que la correlación es equivalente a la convolución, si la función  $g(u)$  que se quiere correlacionar con la función  $f(x)$  se invierte respecto al origen  $g(-u)$  antes de efectuar la función correlación, como se muestra en la fig.35.

Lo anterior puede expresarse como

$$C_{fg}(x) = g \circ f = \int_{-\infty}^{\infty} g(u-x) f(u) du \quad \dots (5.4)$$

Si se invierte a  $g$  respecto al origen

$$\bar{g}(u) = g(-u), \text{ entonces } \bar{g}(u-x) = g(-u+x)$$

$$C_{f\bar{g}}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(-u+x) f(u) du = \int_{-\infty}^{\infty} g(x-u) f(u) du$$

entonces  $C_{f\bar{g}}(x) = g * f \quad \dots (5.5)$

La función correlación cruzada normalizada caracteriza la relación estadística entre los valores de  $f(x)$  y  $g(x)$  respecto

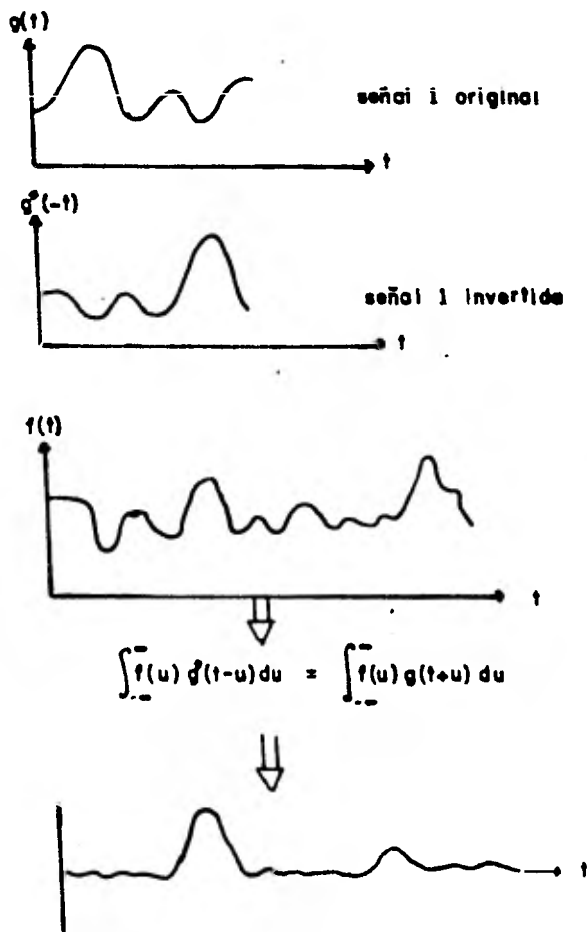


FIG. No.35. FUNCION DE CORRELACION ENTRE "f" y "g" EQUIVALENTE A LA CONVOLUCION CUANDO ES INVERTIDA UNA DE ELLAS PREVIAMENTE.

a un desplazamiento entre ellas; cuando la cantidad es cercana a  $+ 1$ , existe una correlación lineal fuerte dentro de las dos señales, si es cercana a cero la correlación es débil.

Considérense dos registros hipotéticos Reg. 1 y Reg. 2 (fig.36) los cuales fueron digitizados a intervalos de 1 metro, - resultando 130 puntos del Reg. 1 y 350 puntos del Reg. 2. Se aplicó la función de correlación cruzada normalizada para comparar el grado de semejanza entre los dos registros, lo cual implica desplazar el Reg. 1 a lo largo del Reg. 2, y para cada desplazamiento se multiplican entre sí los valores de las funciones en cada ordenada y se suman estos productos. Esta suma de productos en cada desplazamiento representa los coeficientes de la función de correlación, la cual es graficada en función de intervalos desplazados respecto a un origen considerado (fig.37). La señal que se obtiene en esta figura está recortada a los extremos; se considera en este caso de que los coeficientes de correlación obtenidos son más confiables cuando todos los valores de las funciones se convolucionan. Así para este caso si no se recortaran los valores de la convolución serían  $M+N-1$  muestras obtenidas o sea 579 muestras, pero como se recortó la señal hubo que quitar 60 muestras de cada extremo. Los valores máximos representan la ordenada en que el registro desplazado tiene un mayor grado de semejanza respecto al registro que se mantiene fijo (Reg. 2). En este ejemplo se delimitan dos intervalos en que la correlación obtiene valores máximos uno de ellos es el intervalo de 90 a 110, siendo el valor máximo en el punto 210.

Como puede observarse la aplicación de la función de - correlación cruzada, permite identificar el grado de correlación entre dos o más Registros Geofísicos de Pozos, lo cual representa rá una gran ayuda en la interpretación geológica del subsuelo bajo estudio.

La correlación en el dominio de la frecuencia es otro - método para obtener el grado de similitud entre dos funciones y - puede ser procesado más eficazmente ya que el número de operaciones se reduce considerablemente.

Aplicando el Teorema de Convolución, la correlación de dos señales se reduciría a multiplicar componentes de igual frecuencia. Un problema que se presenta al trabajar en el dominio - de la frecuencia es el de no tener siempre la misma cantidad de - muestras en los pozos a correlacionar, para ello es necesario utilizar las propiedades de la Transformada de Fourier en especial - la de escalamiento para cuantificar la relación tiempo de duracion del ancho de banda y modificar la longitud del incremento de frecuencia. La aplicación de la transformada rápida de Fourier - FFT, requiere que el número de muestras sea del orden  $2^n$ , el escalamiento o estrechamiento de las dos series de datos puede ser obtenida por medio del proceso de interpolación incrementando componentes de frecuencia cero sobre la frecuencia de Nyquist (Frecuencia Nyquist es de 0.50 ciclos metro para ambos registros); además, como la FFT trabaja con series complejas de datos hay que considerar a los datos reales a Transformar como la parte real de un número complejo.

Considerando los dos registros anteriores, al obtener - el espectro de potencia de estos fig 38 y 39 , se observa que el espectro de potencia del Reg. 1 presenta ruido en altas frecuencias, esto se debe a que se le agregó un número muy alto de componentes cero con el propósito de tener el mismo número de muestras en el dominio de la frecuencia en ambos espectros y poder aplicar el Teorema de Convolución. El producto de los dos espectros se muestra en la fig. 40 , y su transformación al dominio del espacio (fig. 41) muestra varios máximos relativos, siendo el mayor en el punto 256. El primer valor en el desplazamiento cero si se observa, presenta el máximo valor, este valor se desprecia debido a que el algoritmo FFT, siempre da un valor máximo para frecuencias cero.

Si se comparan las fig. 37 y 41 , puede observarse que - los dos resultados muestran grandes diferencias, que son debidas a imprecisiones de los algoritmos utilizados, ya que teóricamente son equivalentes.

Actualmente estamos trabajando en el mejoramiento del - proceso utilizado y en la aplicación de otros, que permitan una - más eficiente correlación automatizada de registros.

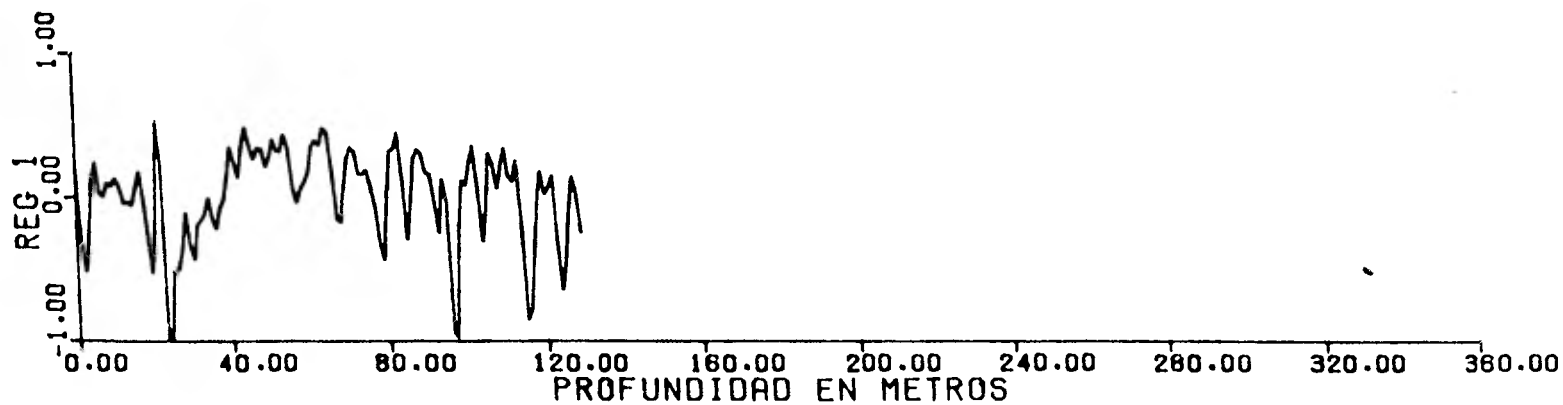
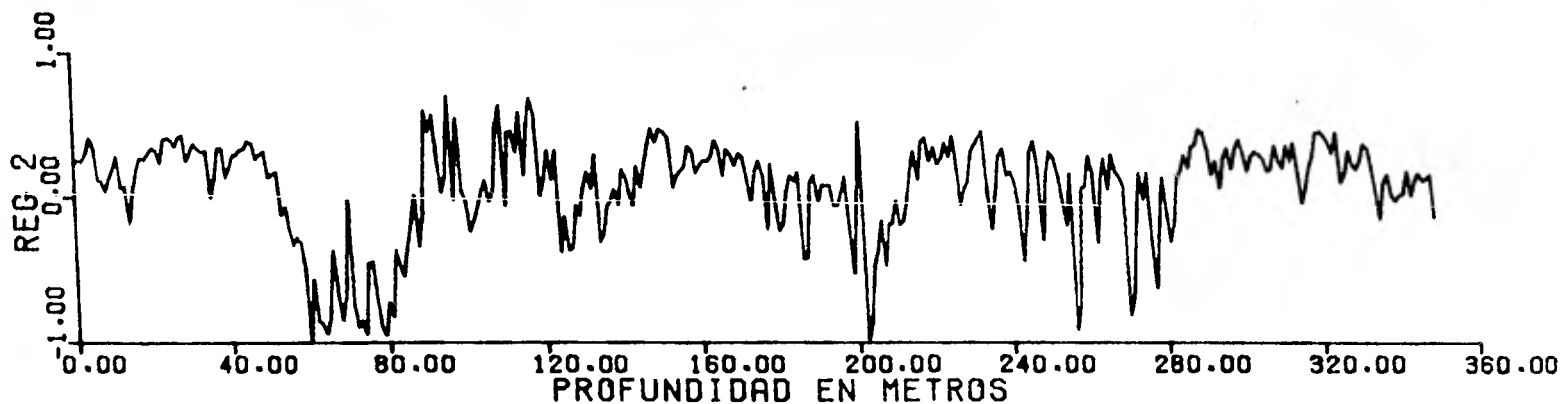


FIG.36. REGISTROS HIPOTETICOS DIGITIZADOS A INTERVALO CONSTANTE DE UN METRO , SUJETOS A CORRELACION AUTOMATIZADA .





FIG. 37. CORRELACION DETERMINADA EN EL DOMINIO DEL ESPACIO (TIEMPO),  
PARA LOS DOS REGISTROS DIGITIZADOS, REG. 1. Y REG. 2 .

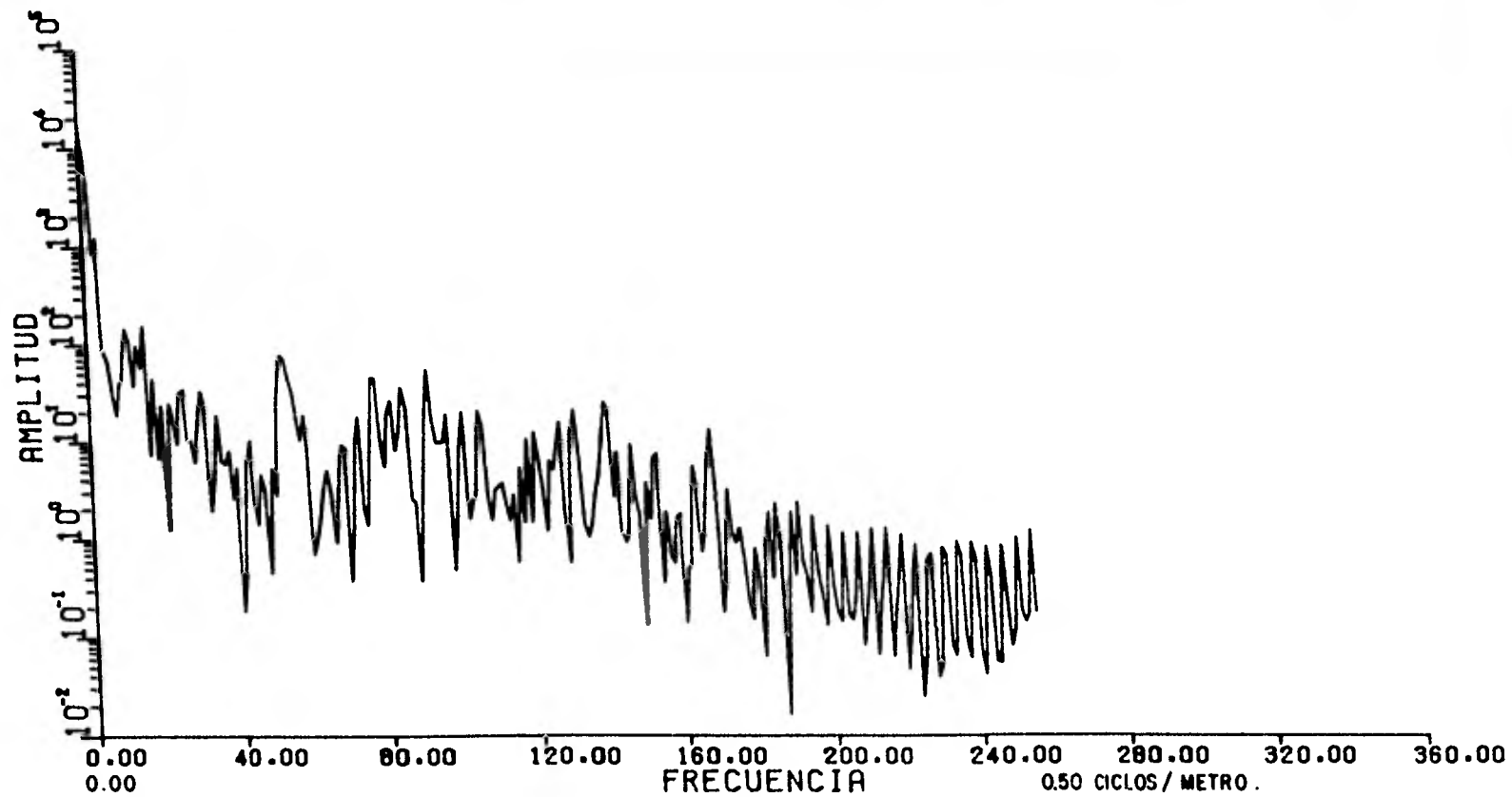


FIG. 38. ESPECTRO DE POTENCIA DEL REG. I .

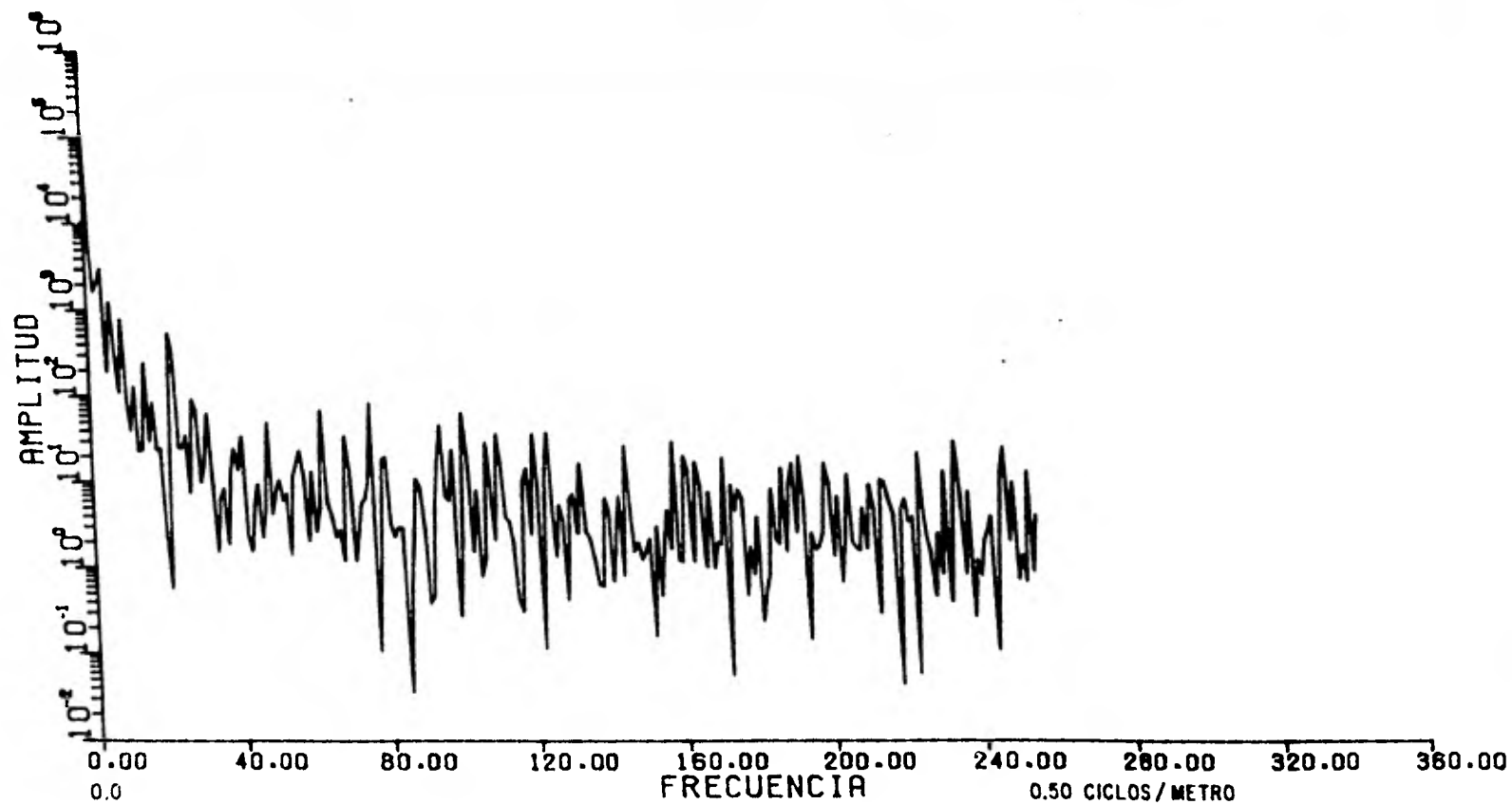


FIG. 39.-ESPECTRO DE POTENCIA DEL REG. 2

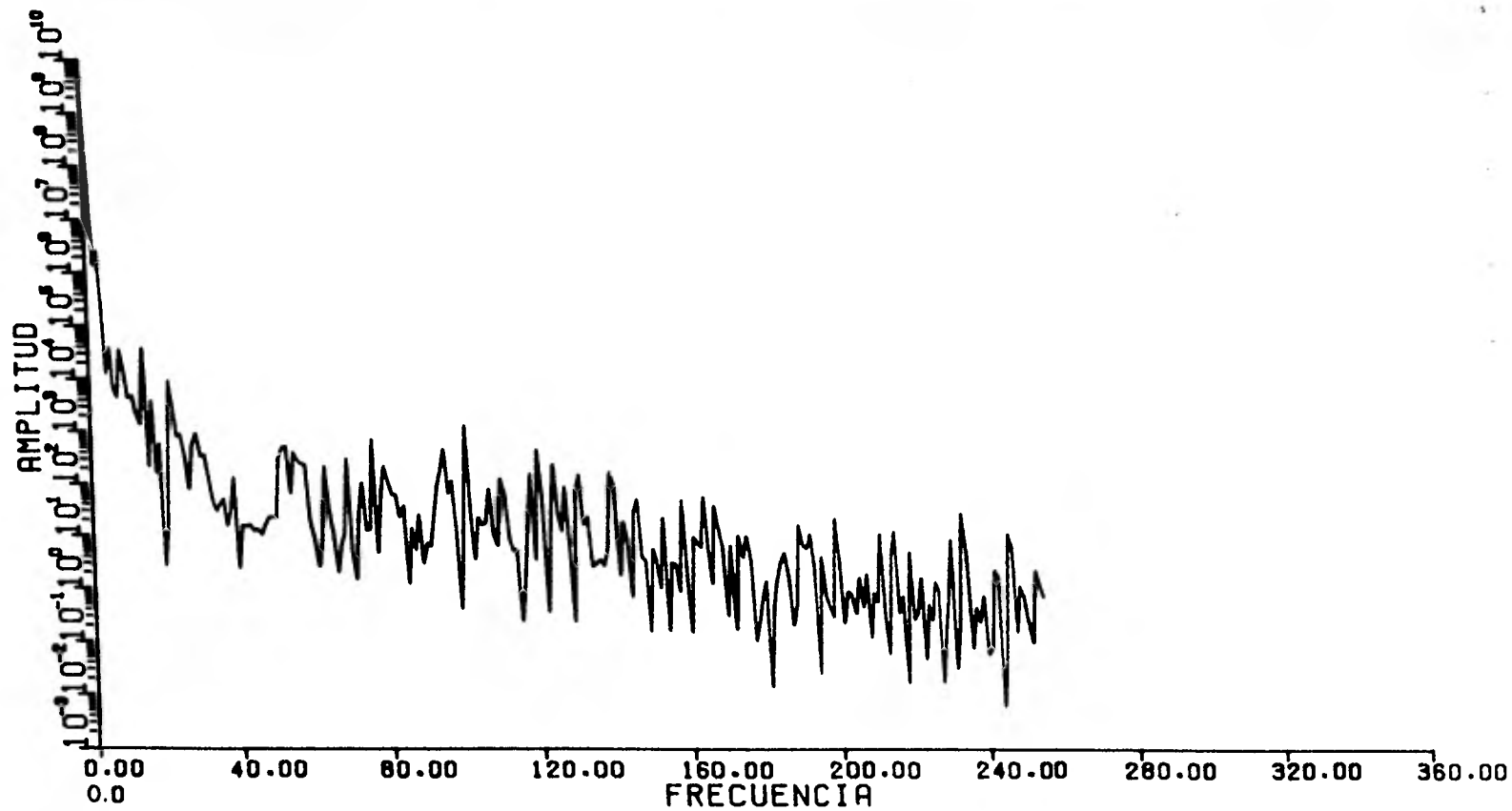


FIG.40. PRODUCTO DE LOS ESPECTROS DE POTENCIA DE LOS REGISTROS,  
REG.1 y REG.2 .

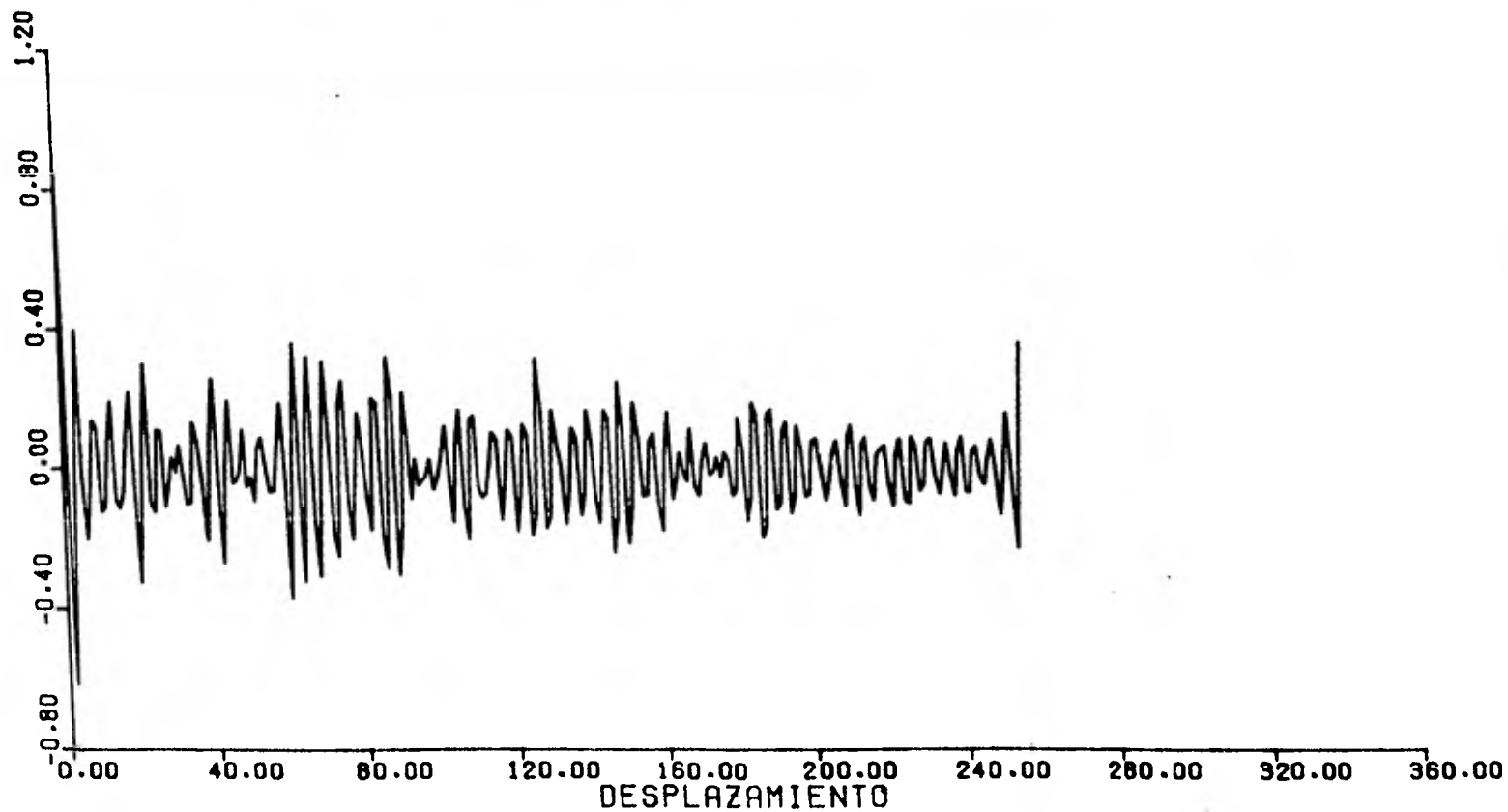


FIG. 41. FUNCION CORRELACION NORMALIZADA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO, OBTENIDA DE LA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER DEL PRODUCTO DE LOS DOS ESPECTROS DE LOS REGISTROS, REG. 1. Y REG. 2.

## VI. CONCLUSIONES

La Teoría de señales representa una herramienta nueva de gran potencialidad en el análisis de Registros Geofísicos de Pozos.

Se presentó la teoría y aplicación en el diseño de filtros para equiparar o normalizar diferentes tipos de registros. El diseño de estos filtros requirió la computación del Espectro de Potencia. Para la estimación del Espectro de Potencia se utilizaron dos métodos. El primero, la obtención del Espectro de Potencia por medio de la transformada de Fourier y el segundo a través del Método de Máxima Entropía. En su aplicación para el diseño de filtros, el método de Máxima Entropía resultó de mayor eficiencia debido a que para equiparar o normalizar Registros se requiere de la función respuesta del aparato, la cual es una curva suavizada y este método da como resultado un espectro suavizado; por otra parte el método para obtener el espectro de Potencia por la FFT requiere que los datos sean del orden  $2^n$ ; por lo que se le va a agregar cierto ruido a la señal, además de que la función respuesta del aparato se tiene que suavizar manualmente lo cual acarrea error.

El diseño de filtros hacia otros fines, por ejemplo la eliminación del efecto del lodo de perforación y su filtrado, representan aplicaciones de la Teoría de señales que son de gran interés y que se espera trabajarlos en el futuro.

Como otra aplicación de la Teoría de señales se planteó la posibilidad de realizar una correlación automatizada en dos registros, la cual fue desarrollada en el dominio del espacio y de la frecuencia. La correlación automatizada entre varios registros, con la finalidad de interpretar la geología del subsuelo, - representa un proceso bastante factible, el cual puede ser optimizado extraordinariamente a través de la consideración de hacer - equivalente la correlación a una convolución (invirtiendo previamente uno de los registros).

En la correlación automatizada de registros, la aplicación del Teorema de Convolución en el dominio de la frecuencia, - reduce considerablemente el tiempo de cómputo. La aplicación de este teorema requiere que las componentes de las frecuencias sean iguales, para lo cual es necesario aplicar la propiedad de estrechamiento o escalamiento de la transformada de Fourier.

## BIBLIOGRAFIA

- Anderson, N., 1974; On the calculation of filter coefficients for Maximum Entropy spectral analysis; short note, *Geophys.*, v. 39, pp. 69-72.
- Anstey, N.A., 1964; Correlation techniques - a review, - *Geophys. Prosp.* XII, pp. 355-382.
- \_\_\_\_\_, Evedem, B.S., 1970; Seismic Prospecting Instruments, Geopublication Associates; geoeexploration monographs, series 1, No. 3, Berlin, p. 156.
- Barbando, G.A., 1973; *Estadística Elemental*, Moderna, Ariel, Barcelona, 1973.
- Barcat, C.; García Marra, J.J.; Vázquez, J.R.; 1980; Interpretación Geológica del análisis espectral de un perfil de Potencial Espontáneo, Trabajo presentado en la XXXV reunión a nivel de expertos, ARPEL, México.
- Barrodale, I.; Erickson, R.E., 1980; Algorithms for least square linear prediction and maximum entropy spectral analysis. I y II, *Geophys*, v. 45, pp. 420-432.
- Blackman, R.B.; Tukey, J.W., 1958; *The measurement of power spectra*, Dover publications, New York.
- Bracewell, R., 1965; *The Fourier transform and its applications*, Mc. Graw Hill, New York.
- Branisa, F., 1974; Filtering of well log curves, short note, *Geophys*, v. 39, pp. 545-549.
- Burg, J.P., 1967; Maximum entropy spectral analysis, trabajo presentado en la XXXVII reunión de la Sociedad de Exploración Geofísica, Oklahoma.
- Chen, Y.W.; Stogen, R.G., 1974; Experiments with maximum entropy power spectra of sinusoids, *J. of Geophys. Res.*, v. 79, pp. 3019-3022.



Cooley, J.W.; Lewis, P.A.; Welch, P.D., 1969; The fast - Fourier transform and its Applications, IEEE Transactions on education, v. 12, pp. 27-34.

Davis, J.C., 1973; Statistics and data analysis in geology, John Wiley and Sons., New York.

Fast, D.J., 1968; Entropy, Philips technical library Holanda.

Fryer, G.J.; Odegard, M.E.; Sutton, G.H., 1975; Deconvolution and spectral estimation using final prediction error, Geophys., v. 40, pp. 411-425.

Gabel, R.A.; Roberts, R.A., 1975; Señales y sistemas lineales, Limusa, México.

George, C.F.; Smith, H.W.; Bostik, F.X., 1964; Application of inverse filters to induction log analysis, Geophys., v. 29, pp. 93-104.

Hinch, M.J.; Clay, C.S.; 1968; The applications of the discrete Fourier Transform in the estimation of Power spectra, Coherence and bispectra of Geophysical data. Rev. of Geophys., v. 6, pp. 347-367.

Jenkins, G.M.; Watts, D.G.; 1968; Spectral analysis and its applications; Holden-day; San Francisco, Cal.

Jones, H.R.; 1976; Autoregression order selection; Geophys., v. 41, pp. 771-773.

Kanasewich, E.R.; 1973; Time Sequence Analysis in Geophysics. The University of Alberta prese, Canada.

Kwon Byung-Doo, 1977; Spectral analysis of geophysical logs for correlation. Tesis doctoral. Universidad de Indiana.

Lacoss, R.T.; 1971; Data adaptive spectral analysis methods, Geophys., v. 36, pp. 661-675.

Lee, Y.W.; 1960; Statistical Theory of communication, John - Wiley and sons, New York, p.

Lindseth, R.O.; 1966; Application of signal theory to well log interpretation, Engineering data Processors, LTD. Calgary, Alberta, p. 20.

Mc Donough, R.N., 1974; Maximum Entropy spacial processing of array data. Geophys., v. 39, pp. 843-851.

Oppenheim, A.V.; Schafer, R.W., 1975; Digital Signal Processing, Prentice-Hall, inc., New Jersey.

Papoullis, A.; 1965; Probability random variables and stochastic processes, Mac. Graw Hill, New York.

\_\_\_\_\_, 1978; Sistemas digitales y analógicos, Transformadas de Fourier estimación=espectral, Marcombo Boixareu editores, Barcelona.

Robinson, E.A.; Silvia, M.T., 1978; Digital signal processing and time series analysis, Holden-day. San Francisco.

Sokolnikoff, ; Reheffer, ; 1966; Mathematics of physics and modern Engineering, Mc. Graw Hill, Japón.

Ulrich, T.J.; 1972; Maximum Entropy Power Spectrum of Long Period Geomagnetic Reversal. Nature, v. 235, pp. 218-219.

\_\_\_\_\_; 1972; Maximum Entropy Power Spectrum of Truncated Sinusoids, Journal of Geophys. R., v. 77, pp. 1396-1400.