

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

ALGUNOS ASPECTOS DE INTERPRETACION GRAVIMETRICA PARA ESTRUCTURAS BIDIMENSIONALES

T E S I S
QUE PARA OBTENER
EL TITULO DE:
INGBNIBRO GBOFISICO
P R E B E N T A

JOSE RAFAEL ARANDA LOPEZ





UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

RESUMEN				iii
INTRODUCCION				1
a) Tratamiento y model	ado de diques	y estructura	s bidimensio	nales
b) Análisis de frecuenc	ias en relació:	ı a la forma	del cuerpo.	
1, - Diques	의학회의 회송장이다. 한국화교 (1558년)			
2 Cuerpos de sorm	a arbitraria			
c) Aplicación en Noxtep	ec, Gro.			
TRATAMIENTO MATEMA	\TICO			10
a) Teoría proporcionad	s por Odegard	y Berg		
b) Integral de linea y aj	u ste por medi	o de la form	ula de placa	infinita.
c) Punto equivalente				
APLICACIONES		er er er er er er er er Gregoria Gregoria		22
a) Diques Noxtepec				
b) Modelado de estructi	ıras bidimens	ionales por e	il método de	punto
equivalente.				
c)Ajuste de Modelos po	r medio de la	placa infinit	3.	
				agan sa ang Sasa Sasan Sasan
CONCLUSIONES			e e e e e e e e e e e e e e e e e e e	33
BIBLIOGRAFIA				35

APENDICE A. - Curvas de anomalías gravimétricas causadas por diques inclinados y sus espectros de frecuencias.

APENDICE B. - Atracción vertical gravitacional de la losa infinita.

APENDICE C. - Programas de computadora

RESUMEN

Se presentan algunos métodos útiles para interpretación de datos gravimétricos causados por estructuras bidimensionales. El método de punto equivalente (Ku, 1977) modela cuerpos tubulares de forma arbitraria por medio de áreas rectángulares que son tomadas como puntos masa facilitando el cálculo y rapidez de las anomalfas gravimétricas. Los resultados son comparados con Talwani. et. al. (1959) con resultados idénticos en tiempo de computadora y con un error cuadrático medio de 1.37 x 10⁻⁴ miligals en magnitud de las anomalfas o sea los resultados son prácticamente iguales. Este método tiene como restricción que la distancia entre el punto de observación y el punto equivalente debe ser más grande que la distancia entre puntos equivalentes del cuerpo. El método de punto equivalente viene a complemen tar al de Talwani con la ventaja de poder modelar cuerpos de densidad variable.

Para el ajuste de modelos se utiliza la integral de Línea (Hubbert, 1948) y se mueven los vértices por medio de la fórmula de la placa infinita (jin, 1974), observándose una buena aproximación con un error cuadrático medio de 1.93 miligales para la placa finita.

Como aplicación en el Proyecto de Noxtepec, Gro., de Tectónica y Exploración para barita (Del Castillo y otros, 1977), se presentan una serie de curvas de anomalías gravimétricas causadas por diques incli-

nados de longitud finita. En el dominio de las frecuencias, se sugiere el uso de las partes real e imaginaria de la Transformada de Fourier de la anomalía gravitacional de los diques para estimar algunos parámetros importantes en la interpretación. Asímismo, al comparar los tiempos-máquina de los algorítmos de punto equivalente, ajuste por placa infinita y diques, el último es más eficiente aunque los tres métodos expuestos utilizan reducido tiempo-máquina.

INTRODUCCION

a) l'ratamiento y modelado de diques y estructuras bidimensionales.

La naturaleza, presenta en el subsuelo estructuras geológicas que pueden ser modelados a través de la interpretación adecuada de perfiles seleccionados considerando que la estructura o forma se extiende hacia el infinito en dirección ±y, en concordancia con la tendencia y en la misma dirección de la anomalía. Los cuerpos geológicos adoptan formas que se

pueden tratar como diques, mantos, vetas o cuerpos tubulares, o como estructuras sedime ntarias de mayor extensión y alcance, como sería el caso de anticlinales, sinclinales, fallas, cobijaduras, etc.

Se han presentado varios métodos de computación para atacar la solución sobre modelos y sus anomalías gravimétricas por Talwani, - Worzel and Landisman (1959), Qureshi and Mula (1971), Jin (1974), Morgan and Grant (1969), Corbató (1965); algunos de éstos superponen y ajustan automáticamente las anomalías variando el cuerpo causante, hasta obtener una buena aproximación de la anomalía residual observada.

En esta Tesis se expone brevemente un tratamiento para la interpretación de perfiles gravimétricos de diques inclinados de longitud finita,
según Bhimasamkaram et al (1977). La atracción gravitacional en un punto
P(x, o) está dado por:

$$g(x) = 2 G \sigma \iint \frac{z' d x' d z'}{(x-x')^2 + z'^2}$$
 (1)

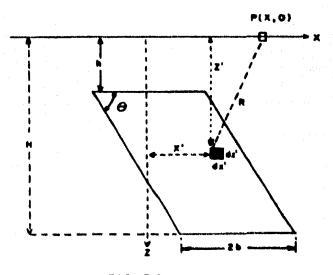


FIGURA -

siendo 9 la inclinación de las paredes del dique, 2b su ancho, G la constante gravitacional y O el contraste de densidad entre el material del dique y el de la roca encajonate. Colocando en la fórmula anterior los límites de integración deducidos de la Figura 1.

g (x) = 2G
$$\int \int \frac{\sigma}{(z'-h) \cot b} \frac{z' d x' d z'}{(x-x')^2 + z'} \frac{2}{2}$$
 (2)
h (z'-h) cote - b

Evaluando la integral se obtiene el algoritmo de Bhimasamkaram et al (1977);

$$g(x)=2GO \left\{ H \tan^{-1} \frac{A}{H} - h \tan^{-1} \frac{x+b}{h} + \frac{c}{2} \sec^{2} e, Ln \frac{H^{2}+A^{2}}{E} \right.$$

$$+ \sec e \cos e, C \left[\tan^{-1} \frac{H-A \cot e}{C} - \tan^{-1} \frac{h-(x+b) \cot e}{C} \right]$$

$$- H \tan^{-1} \frac{B}{H} + h \tan^{-1} \frac{x-b}{h} - \frac{D}{2} \sec^{2} e, Ln \frac{H^{2}+B^{2}}{F}$$

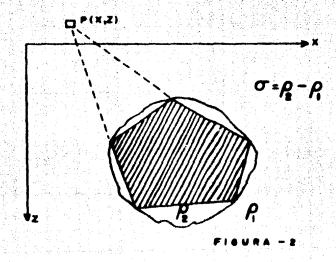
$$- \sec e \cos e. D \left[\tan^{-1} \frac{H-B \cot e}{D} - \tan^{-1} \frac{h-(x-b) \cot e}{D} \right]$$
(3)

si:

A = x + b - (H - h) cot e
B = x - b - (H - h) cot e
C = x + b + h cot e
D = x - b + h cot e
E =
$$h^2 + (x + b)^2$$

F = $h^2 + (x - b)^2$

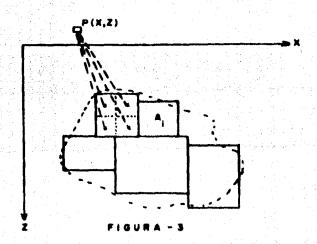
Al considerar ahora los cuerpos bidimensionales de forma arbitraria delineados por la sección de un polígono de n vértices, se puede integrar el efecto gravimétrico causado por el cuerpo en un punto (x z) con buena aproximación.



Evaluando la integral de linea (Hubbert, King, 1948) se puede obtener el effecto gravimétrico de un cuerpo bidimensional de forma arbitraria, con un contraste de densidad σ ; Figura 2.

$$g(x) = 2G\sigma \oint z d \bullet \tag{4}$$

Otra forma de aproximar el cuerpo anómalo es ajustando por medio de cubos en 3 dimensiones o por áreas rectangulares en 2 dimensiones y efectuar la integración por el método que sugiere Ku, (1977) o sea el método de puntos equivalentes, en éste trabajo sólo se tratará el problema de 2 dimensiones Figura 3. Existe una restricción de éste méto do conocido como de punto masa para la gravimetría o de punto dipolo magnético en Magnetometría, esto es, que la distancia entre el punto de observación y las del punto equivalente debe ser más grande que la distancia entre los puntos equivalentes del cuerpo; es decir la restricción se tiene para el caso de cuerpos anómalos aflorando, pero puede resolverse por continuación analítica hacia arriba o calculando la anomalía por los métodos de Talwani et al (1959), o de Qureshi and Mula (1971).



b). - Análisis de frecuencias en relación a la forma del cuerpo.
 1. - Diques.

La transformada de Fourier de una función de distancia g (x) es:

$$G(w) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) e^{-i w x} dx$$
 (5)

sustituyendo g (x) por la anomalfa del dique (2) y desarrollando en función de:

$$u = b - (H - h) \cot \theta$$

 $v = b + (H - h) \cot \theta$

la transformada de Fourier de la anomalía gravimétrica de diques inclinados es:

$$G(w) = \frac{2\pi G\sigma \text{sen o e}^{i\bullet}}{w^2} \left[e^{(iwu-wH)} - e^{(-iwv-wH)} - e^{(-iwb-wh)} + e^{(-iwb-wh)} \right]$$

$$(6)$$

Al separar las partes real e imaginaria, y si se considera la profundidad del fondo del dique mucho más grande que la profundidad de la cima, o sea H>> h, se tiene la siguiente aproximación.

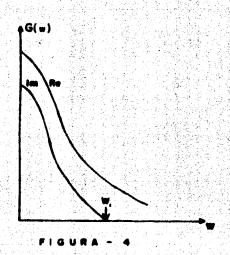
Re
$$\left[G(w)\right] = \frac{4 \pi G \sigma \operatorname{sen}^2 e \operatorname{sen} (bw)}{w^2} e^{-wh}$$
 (7)

$$I m \left[G(w) \right] \doteq -\frac{4 \pi G \sigma_{\text{sen e cos e sen (bw)}}}{w^2} e^{-wh}$$
 (8)

Al considerar el cociente resultante de la parte real por la imaginaria podríase obtener el ángulo de buzamiento e.

$$e = \tan^{-1} \left| \frac{\text{Re} \left[G(w) \right]}{\text{Im} \left[G(w) \right]} \right|_{w = w'}$$
(9)

donde w' es una frecuencia dada. Se puede obtener w_1 de la intersección de la parte imaginaria Im [G(w)] con el eje de frecuencias Figura 4 encontrando una buena aproximación de la anchura del dique, (10).



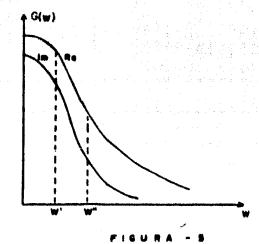
 $\mathbf{b} = \frac{\pi}{\mathbf{w}_1} \tag{10}$

Ancho = 2 b

Para estimar la profundidad de la cima del dique (h) si no aflora se toman de la gráfica del espectro de amplitud (parte real e imaginaria), dos frecuancias arbitrarias obteniêndose dos valores de h, teniendo un número razonable de valores de h se promedian, Figura 5.

$$h = \frac{1}{w' - w'} L n \left\{ \frac{\text{Re}[G(w')] \text{ sen (bw'') } w'^2}{\text{Re}[G(w'')] \text{ sen (bw') } w''^2} \right\}$$
(11)

$$h = \frac{1}{w'' - w'} Ln \left\{ \frac{Im [G (w')] sen (bw'') w'^{2}}{Im [G (w'')] sen (bw') w''^{2}} \right\}$$
(12)



Una vez obtenidos los parámetros h, e y b sólo se desconocen H y o; el contraste de densidad se puede calcular por muestreo estadís tico en el campo o por los métodos tradicionales; si no es posible se hacen estimaciones de H y se evalúa el límite de abajo;

$$\lim_{\mathbf{w} \to \mathbf{0}} \operatorname{Re} \left[G(\mathbf{w}) \right] = 4 \, \pi \, G \, \sigma \, b \, (H-h) \tag{13}$$

Si se toma la intersección de la parte real del espectro con el eje de amplitudes, se puede evaluar aproximadamente el contraste de densidad σ (Bhimasamkaram et al. 1977).

2. - Cuerpos de forma arbitraria.

Los espectros de anomalías gravimétricas y magnéticas (Bhattacharyya and Lei-Kuang Lev. 1975) consisten en una suma de exponenciales multiplicados por un factor. Las variables de las exponenciales en parte son, funciones de frecuencia y de la posición de los vértices del polígono de aproximación al cuerpo.

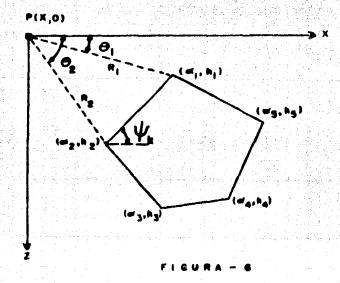
A continuación se transcribe la expresión general para el espectro de anomalías gravimétricas para cuerpos bidimensionales. Figura 6.

$$F(w) = w^{-L} \sum_{k=1}^{m} Ak e^{-wzk}$$
 (14)

donde m es el número de lados del polígono.

$$Zk = h_k + i \propto k$$

$$A k = 2\pi G \sigma \left[\operatorname{sen} \psi_{k+1} e^{-i \psi_{k+1}} - \operatorname{sen} \psi_{k} e^{-i \psi_{k}} \right]_{(15)}$$



Se ha esbozado el tratamiento de diques y cuerpos generales en dos dimensiones tanto en el dominio del espacio como el de la frecuencia, aplicado al campo potencial gravimétrico. En base a éste análisis se ha podido extrapolar dicho tratamiento al método magnético. Del Castillo (1969).

c). - Aplicación en Noxtepec, Gro.

Específicamente se aplica la parte de diques al trabajo de explo

ración de barita realizado en el Departamento de Exploración del Instituto de Geofísica de la UNAM (Del Castillo y otros, 1977).

La aplicación corresponde al cálculo de anomalías gravimétricas por computadora variando los siguientes parámetros: iniclinación del dique (e), ancho (b), profundidad de la cima (h) y del fondo

(H) y contraste de densidad (O). Las curvas se presentan en el Apándice A.

TRATAMIENTO MATEMATICO

1. - Odegard and Berg.

Estos autores utilizan la integral de Fourier como arma de interpretación aplicada a los perfiles gravimétricos para cuerpos regulares; cilindro, esfera y falia. Aquí se afirma que el espectro de frecuencias de la anomalía puede contener información sobre parámetros importantes como; profundidad, densidad y tamaño del cuerpo.

Las fórmulas de campo gravitacional fueron tomadas de Nettleton (1940).

La anomalía de gravedad para un cilindro es:

$$g(x) = 2\pi G \sigma \frac{z R c^2}{z^2 + x^2}$$
 (16)

donde z es la profundidad al centro del cilindro; la anomalía función par, la transformada de Fourier es según Odegard y Berg (1965);

$$F c (w) = \frac{4\pi G \sigma Rc^{2} Z}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\infty} \frac{\cos (w \xi) d\xi}{(z^{2} + \xi^{2})}$$
(17)

Integrando queda:

$$F c (w) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} 2\pi G \sigma Rc^2 e^{-ZW}$$
 (18)

graficando Pc (w) en escala semilogarítmica, Figura 7.

$$Ln\left[F_{c}(\mathbf{w})\right] = Ln\left[\int_{2}^{\mathbf{T}} 2\pi G \sigma R_{c}^{2}\right] - D\mathbf{w}$$
 (19)

Aquí se puede estimar la profundidad z, el radio del cilindro Rc y el contraste de densidad O, ver Figura 7.

La anomalía gravimétrica de una esfera es:

$$g(x) = \frac{4}{3} \pi_G \sigma \frac{Z Re^3}{(z^2 + x^2)^{3/2}}$$
 (20)

Rs es el radio de esfera y Z la profundidad al centro de la misma. Tomando la transformada de Fourier de la anomalía.

$$F_{z}(w) = \frac{8\pi G \sigma R_{z}^{3} Z}{3\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\infty} (Z^{2} + \xi^{2})^{-3/2} \cos(w\xi) d\xi \qquad (21)$$
si Ko (wz) =
$$\int_{0}^{\infty} \frac{\cos(w\xi) d\xi}{(\xi^{2} + Z^{2})^{1/2}} y$$
w K·(wz) =
$$z \int_{0}^{\infty} \frac{\cos(w\xi) d\xi}{(z^{2} + \xi^{2})^{3/2}} \qquad (22)$$

donde K (wz) es la función de Bessel modificada de primer orden y segunad clase.

$$F = (w) = \frac{4}{3} \pi^G \sigma^{R} = \frac{4}{3} \pi^G \sigma^$$

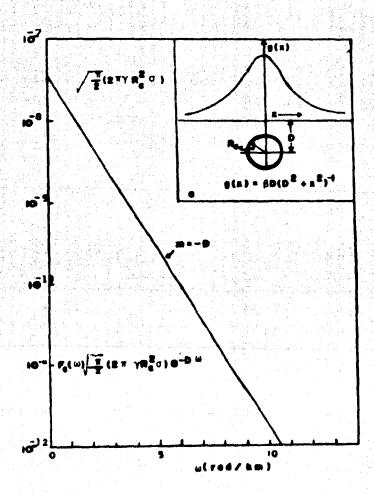


Figura 7. - (a) Atracción gravitacional vertical $\mathbf{g_Z}$ (x). (b) Transformada de Fourier de la atracción gravitacional del cilindro.

también se observa el comportamiento del espectro de la anomalía en escala semilogarítmica en la Figura 8.

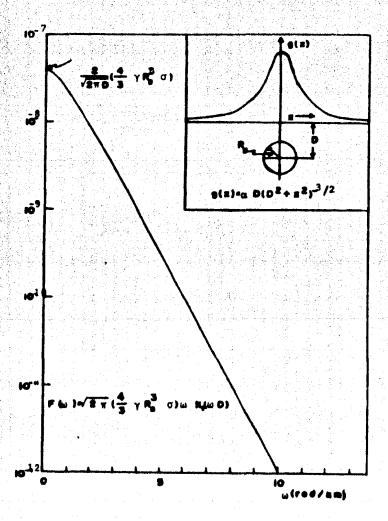


Figura 8. - Atracción gravitacional vertical y Transformada de Fourier de una esfera.

La atracción gravitacional a lo h rgo de un perfil perpendicular al rumbo de una falla está dada por:

$$g(x) = 2GO\left\{\frac{x}{2} \ln\left[\frac{x^2 + z^2}{x^2 + (z + \tau^2)}\right] + \frac{\pi \tau}{2} + z \tan^{-1}\left(\frac{x}{z}\right) - (z + \tau)\right\}$$

$$\operatorname{can}^{-1}\left(\frac{\mathsf{X}}{2+\mathsf{T}}\right) \tag{24}$$

donde T representa el salto de falla y su transformada es:

$$F_{f}(w) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\infty} g(\xi) \operatorname{sen}(w \xi) d\xi$$
 (25)

integrando:

$$F_{1}(w) = \sqrt{2\pi} GO[w^{2}] \left\{ e^{-(z+T)w} - e^{-zw} \right\} + \frac{\tau}{w} \right]$$
 (26)

la gráfica se ve en la Figura 9.

b). - Integral de Linea y ajuste por medio de la formula de placa infinita.

En general cualquier perfil de gravedad puede producirse por un número infinito de distribuciones de masa y la incertidumbre respecto a la interpretación puede eliminarse si se tiene conocimiento o inferencia de algunos parámetros básicos apoyándose en datos geológicos o en algún método geofísico complementario. Es importante por supuesto, tener alguna frontera de apoyo del cuerpo o estructura anómala por medio de posos petroleros o sismología, eliminando en gran parte la incertidumbre en la interpretación de los datos.

El uso de la integral de Linea para el cálculo de anomalias gravi métricas ha sido sugerido por Talwani y otros (1959); siendo Qureshi y

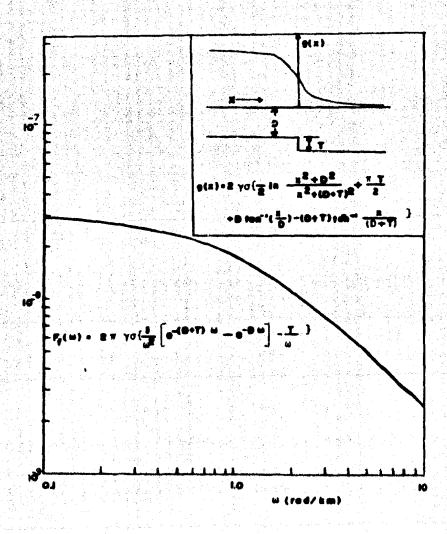


Figura 9. - Atracción vertical gravitacional de una falla y su transformada.

Mula (1971) y posteriormente Jin (1974), los que han desarrollado un método de ajuste en anomalfas gravitacionales por medio de la fórmula de la Losa infinita (Apéndice B); el método fue aprovechado en 1959 por Bott, para la interpretación de cuencas sedimentarias.

El método sugerido por Qureshi y Mula es el siguiente:

1. - Se construye el modelo inicial escogiendo una serie de puntos que representan una frontera del posible cuerpo causa, y se hace una primera estimación del espesor de la masa anómala por medio de la formula de la placa infinita (27) Figura 10.

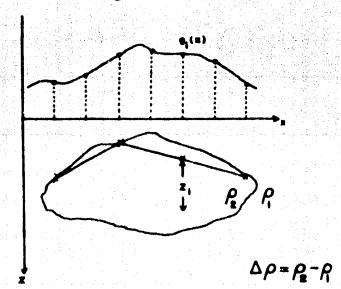


Figura 10.

$$Zi = \frac{g i(x)}{277G \Delta \rho}$$
 (27)

2. - Se calcula el efecto gravitacional causado por el polígono de aproximación con la integral de Línea.

$$g_{C_i}(x) = 2 G \Delta \rho \oint z d\theta \tag{28}$$

donde gci (x) es el efecto de gravedad calculado en el lésimo punto y la integral de la expresión (28) es la integral de Línea alrededor de la masa anómala.

si:
$$\Delta zi = zi + 1 - zi$$

y $\Delta xi = Xi + 1 - Xi$; entonces

$$\int_{1}^{1+1} z_{i} de = \frac{\Delta z_{i} \left[x_{i}+1\right]-z_{i}+1\left[\Delta x_{i}\right]}{\Delta z_{i}^{2}+\Delta x_{i}^{2}} \left\{ tan^{-1} \frac{x_{i}}{z_{i}}-tan^{-1} \frac{x_{i}+1}{z_{i}+1}+\frac{1}{2} \right\}$$

$$\frac{\Delta z_i}{\Delta x_i} L_0 \frac{x_i^2 + z_i^2}{x_i + 1^2 + z_i + 1^2} \right\} \Delta z_i \tag{29}$$

si se tienen lados horizontales, la integral se simplifica;

$$zi = zi + i$$

1+1

$$\int z de = zi+1 \left[tan^{-1} \frac{xi+1}{zi+1} - tan^{-1} \frac{xi}{zi} \right]$$
 (30)

y para lados verticales o sea xi = xi+l;

$$\int_{1}^{1+1} z de = \frac{1}{2} xi+1 \quad \text{Ln} \quad \frac{xi^2 + zi^2}{xi+1^2 + zi+1} 2$$
 (31)

3. - Se ajusta el modelo haciendo la diferencia de la gravedad observada con la

calculada y se mueven los vértices profundos.

$$\Delta Zi = g_i(x) - gci(x)$$

$$2\pi G \Delta \rho$$

para ajuste simple;

$$y \Delta Zi = gi(x) - gci(x)$$
 $\pi G \Delta \rho$

para ajuste doble.

Se suma el espesor del ajuste con la Zi del modelo de arranque (32)

para obtener otra Zi, se itera sucesivamente hasta aproximar satisfactoria

mente la gravedad calculada a la observada.

$$ZI = ZI + \Delta ZI \tag{32}$$

c). - Punto equivalente.

Si tenemos una esfera con una distribución volumétrica de masa o de magnetización, se sabe que la masa puede ser reducida a un punto así como en Magnetismo considerar un dípolo magnético. La atracción magnetica causada por un dipolo es:

$$A (x, y, z) = \sqrt{\frac{J \cdot R}{R^3}} dx' dy' dz'$$
(33)

donde J es el vector de magnetización.

Para la atracción vertical gravitacional:

$$g_{\mathbf{z}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = G \sigma \iiint \frac{(\mathbf{z}' - \mathbf{z})}{R^3} d\mathbf{x}' d\mathbf{y}' d\mathbf{z}'$$
(34)

si se concentra la masa puntual equivalente a la masa de la esfera.

El método de punto masa y punto dipolo magnético utiliza la formula de cuadratura gaussiana para la integración numérica y aproximación por polinomios cúbicos para interpolación si se toman áreas o volúmenes constantes; en nuestro caso usaremos áreas variables (Figura 3), con las siguientes ventajas: la primera, ahorro de tiempo de computadora ya que se pueden variar las áreas a voluntad y la segunda evitando el uso de aproximación polinomial cúbica como sugiere Ku (1977), lo cual requiere un considerable tiempo de computación.

La atracción gravitacional en 2 dimensiones es; en forma general:

$$g_z(x, y, z | b, b_2...bk) = \iint F2(x, z, x', z'; b_1, b_2...bk) dx' dz'$$

Integrando numéricamente la expresión anterior por medio de la fórmula de cuadratura gaussiana, se obtiene para dos dimensiones una doble sumatoria:

$$X i = \frac{1}{2} (b - a) v_i + b + a$$
 (37)

$$Z'_{j} = \frac{1}{2} (d - c) v_{j} + d + c$$
 (38)

siendo ai y aj los coeficientes de cuadratura de Gauss y vi las coordenadas de subdivisión de -1 a +1, pero los limites de integración son des de a hasta b y de c a d por lo que se utilizan las transformaciones lineales respectivas (37) y (38).

Para interpretación gravimétrica en tres dimensiones se hace un desarrollo similar al anterior obteniéndose una triple sumatoria para la integración numérica; en éste caso es necesaria la interpolación por aproximación polinomial cúbica ya que el control de volúmenes cúbicos no es tan sencillo como el de áreas rectangulares.

Para el análisis bidimensional de anomalías gravimétricas se sugiere escoger un modelo de arranque en base a datos geológicos o geoffsicos según el área de estudio y posteriormente dividirlo en áreas rectan guiares de cualquier tamaño respetando la restricción de que la distancia entre puntos equivalentes debe ser menor que las distancias Rijó sea del punto equivalente al punto de observación, teniendo para 2 dimensiones una aproximación del 0.1% comparada con la solución analítica (Ku, 1977).

Para un dique rectangular que se divide en 4 partes iguales 6 4 puntos equivalentes para su integración, se tiene:

$$g_{Z}(x) = 2 G \sigma^{\frac{(B-A)(C-D)}{4}} \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \frac{z^{1}_{j} - z}{R_{ij}^{2}}$$
 (39)

donde:

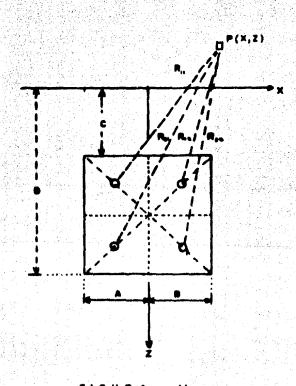
$$Ri^{2}j = (Z^{1}_{j} - Z)^{2} + (X^{1}_{i} - x)^{2}$$

 $X^{1}_{i} = \frac{1}{2}$ (B - A) $Vi + B + A$

$$Z^{1}_{j} = \frac{1}{2} (D - C) V_{j} + D + C$$

 $V_{1} = -0.5773503$
 $V_{2} = 0.5773503$

y, (x, z) son las coordenadas delpunto de observación, ver Figura 11.



APLICACIONES

a). - Diques, Noxtepec.

En Noxtepec, Gro, , se efectuó un trabajo de Geología Estructural y gravimetría para la localización de Barita (Del Castillo y Otros, 1977).

Las vetas afloran con espesores de 1 a 4 mts. y están asociados con niveles metasedimentarios y metavolcánicos de las formaciones Acahvizotia y Riolita Tilzapotia. Algunas vetas están asociadas con fallas por lo que se les reconoció con estudios geotectónicos.

Tomando en cuenta que la densidad de la barita varía de 4, 13 a 4, 44 (gr/cm^3) , se usó como contraste de densidad $\rho = 1.5 \text{ y } 1.3 \text{ (grs/cm}^3)$ para calcular el efecto gravitacional de los diques variando los siguientes parametros, (ver Figura 1).

inclinación

o = 45°, 60°, 90°

ancho

 $2^{b} = 3, 5, 10 \text{ mts.}$

longitud

L = 100 mts.

profundidad de la cima h = o mts.

El programa para el cálculo de anomalías gravitacionales de los diques se presenta en al Apéndice C, contiene un subprograma que calcula la transformada de Fourier (parte real e imaginaria) de la anomalía de los diques (Bhima samkaram y otros, 1977). Las curvas de anomalías (Apéndice A) presentan máximos desde 0, 2 hasta 0, 8 miligals dependiendo del ancho del dique.

Las gráficas de los espectros de frecuencia se presentan en el Apéndice A, se observa para o : 90°que la parte imaginaria es cero y para o = 45° que la parte imaginaria es simétrica de la real respecto al eje X, lo que da idea de la inclinación o echado del dique.

El patrón de curvas se utilizó para reconocer algunas vetas de barita en Noxtepec, aunque algunas anomalías fueron enmascaradas por efecto topo gráfico y por fallas asociadas con los diques.

b). - Modelado de estructuras bidimensionales por el método de punto equivalente.

El método de punto equivalente, utiliza para dos dimensiones áreas rectangulares de cualquier tamaño dividiéndolas en 4 partes iguales (ver Figura 11), sustituyéndolas por 4 puntos equivalentes cuyas coordenadas es tán ligeramente separadas del centro de los rectángulos, con objeto de evitar el efecto de realce en las anomalías ya que se sustituye el efecto de áreas rectangulares por puntos equivalentes que geométrica y matemáticamente modelan cilindros que se extienden hacia el infinito en dirección perpendicular a la sección en estudio.

Las ventajas del método son las siguientes:

- 1. Facilidad de ajuste afiadiendo, quitando ó cambiendo las áreas a criterio del geofísico.
- 2. Bajo tiempo de computación, puesto que se usan operaciones algebraicas sencilias. Una doble sumatoria para casos bidimensionales y una triple suma toria para el caso tridimensional.
- Se pueden modelar cuerpos de densidad variable ó varios cuerpos de diferente densidad.

El algoritmo se programó en computadora digital (Apéndice C) probándose con modelos sencillos:

Prisma rectangular (Modelo-1), cilíndro (Modelo-2), losa finita (Modelo-3) y 2 modelos de distribución de masa arbitraria. Los modelos se exponen a final del capítulo.

Los resultados obtenidos se comparan con el programa de Talwani que aproxima el cuerpo por medio de polígonos. Se obtiene una aproximación de 0,0008 miligals en puntos máximos. En la Tabla-1 se detalla la variación del método de punto equivalente respecto al Talwani del Modelo-1 (Prisma rectangular), observándose una buena aproximación. El error cuadrático medio para esta comparación es de 1.37 X 10⁻⁴ miligals.

TABLA - 1

Modelo - 1 - (Prisma rectangular)

X (mts)	Pto, Equivalente	Talwani	Aproximación
0	0. 6666	0. 6658	0. 0008
20	0. 6413	0.6408	0. 0005
40	0. 5754	0. 5753	0. 0001
60	0. 4909	0. 4909	0. 0
80	0. 4071	0. 4070	0. 0001
100	0. 3337	0. 3336	0.0001
200	0. 1334	0. 1334	0. 0

c). - Ajuste de model os por medio de la placa infinita.

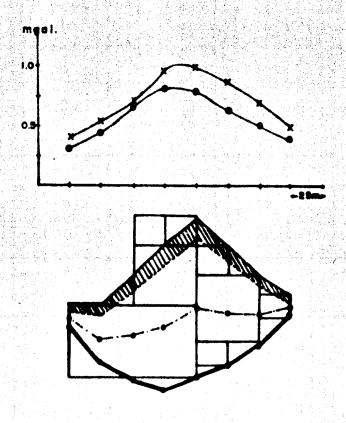
En los programas de computadora (Apéndice-C) se muestra un algoritmo que mueve los vértices inferiores del poligono inicial de aproximación al cuerpo anómalo, haciendo mínimo el residuo entre la anomalía observada y la calculada.

El incremento en profundidad de los vértices es función de la diferen cia relativa entre la anomalía observada y la calculada, así como el contraste de densidad; la fórmula de la placa infinita es utilizada como factor de aproximación en éste programa, el cual converge con la primera ó segunda aproximación como se observa en las Figuras - 12 y 13.

En la Figura 12 se presenta el ajuste del modelo-4 del inciso anterior y en la Figura 13 se ajusta la placa del Modelo-3 con la aproximación en profundidad del mismo modelo en la Tabla-2. Es interesante notar que el ajuste no es simétrico debido al sentido de integración en ambos modelos.

En comparación con otros métodos en lo relativo a tiempo de computadora, éste tipo de modelado utiliza un mínimo de tiempo "máquina", tomando como ejemplo el ajuste de la placa (Figura-13) que se tomó 1.1 segundos aproximadamente de tiempo de proceso.

En síntesis el método tiene una convergencia relativa respecto al modeio inicial o sea la frontera de apoyo que se toma con objeto de eliminar la ambigue dad en la interpretación. Si los vértices iniciales no se ajustan al modelo real el ajuste no converge aunque se aumente el número de aproximaciones.



FRONTERA

T A R | A - 2

	X(mts.)	Z(caic.)	Z(piece)	Error		
	100.	94.30	100.	5.62		
	1 (1 (1 (1 (1 (1 (1 (1 (1 (1 (1 (1 (1 (1		100.	0.11		
	5 0.	103.30	100.	-3.30		
	2 \$.	104.79	100.	.4.79		
		104.17	100.			
. 1		101.60	100.	- 4.17 - 1.60		
11						
	- 50.	97.43	100.	2.57		
	· 유명 (중 7 8 - 1 1) 기 등 회장 중 () : - 1 기 (92,45	160.	7.55		
	-100.	97.60	160.	12.40		

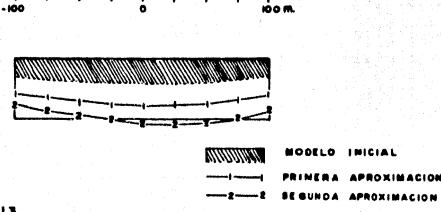
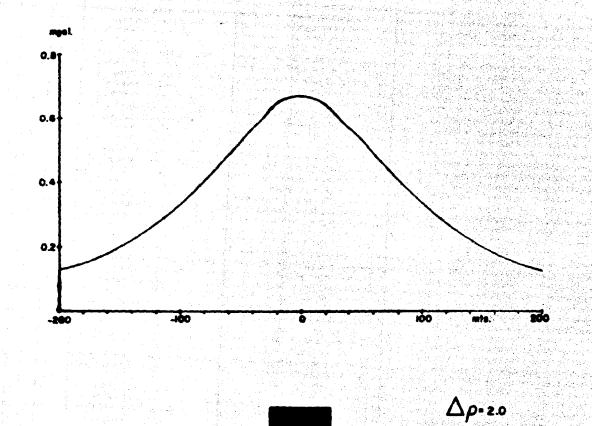
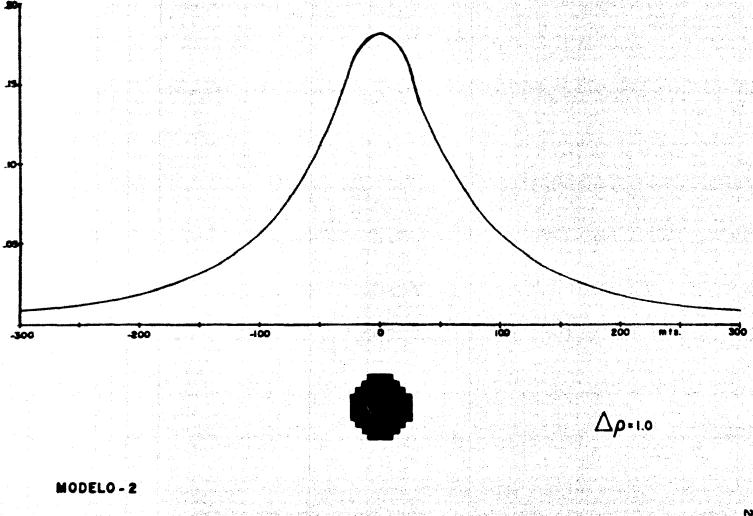
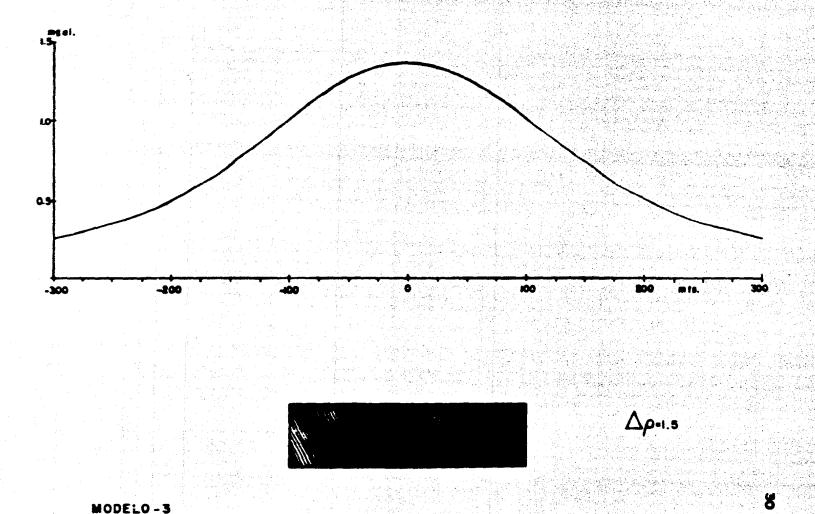


FIGURA-13 Ajuste del modelo 3

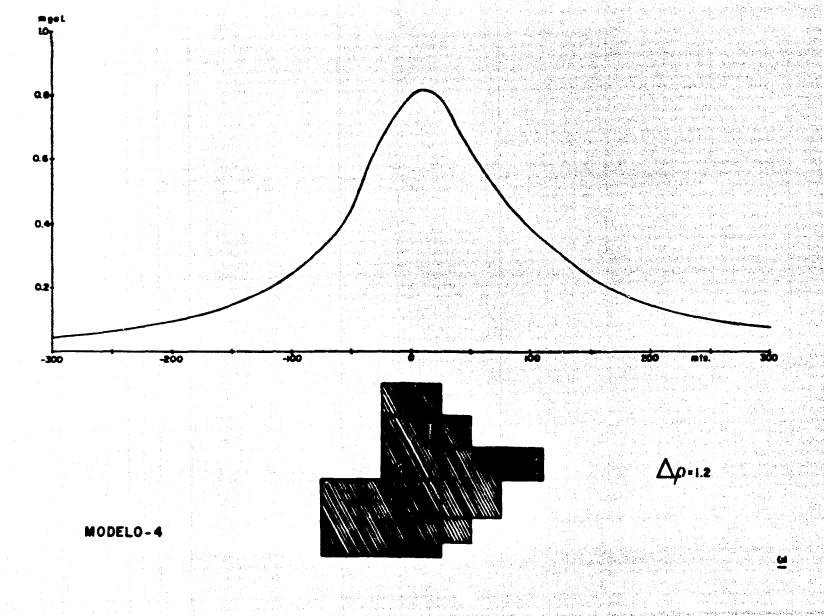


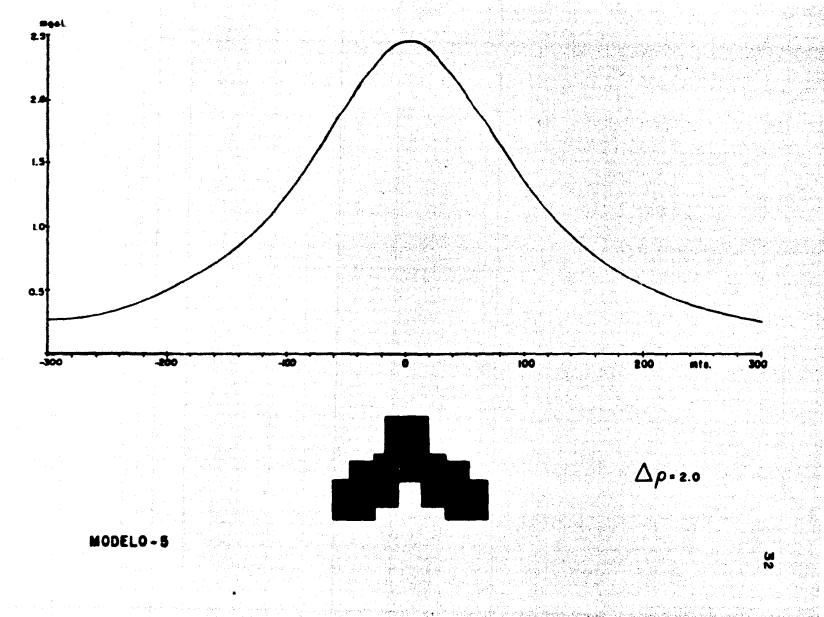
MODELO -I





The Particular Section of the Control of the Contro





CONCLUSIONES

Se han mostrado algunos métodos para interpretación de datos gravimétricos modelando cuerpos bidimensionales utilizando una computadora digital. Como aplicación práctica del modelado de diques en el distrito minero de Noxtepec, Gro. que presenta cuerpos de forma tabular.

El algoritmo programado en la computadora Burroughs 67 00 llevó 6.2 segundos de procesado para 14 diques, lo que indica un bajo tiempo de máquina.

El programa también puede aplicarse en la industria petrolera modelando anticlinales y sinclinales combinando diques de diferente an gulo de buzamiento y sumando sus respectivos efectos gravitacionales.

El método de punto equivalente es sencillo y versátil para calcular anomaifas gravitacionales de estructuras bidimensionales utilizando una doble sumatoria y operaciones algebráicas sencillas. Los
resultados obtenidos se compararon con Talwani observándose una bue
na aproximación en la magnitud de la anomalía y en el tiempo de computadora.

Con algunas modificaciones al programa (Apéndice c) se pueden modelar cuerpos de densidad variable o bién sumar el efecto gravitacio nal de varios cuerpos de igual o diferente densidad. Este método viene a complementar los métodos de Talwani tanto en gravimetría como en magnetometría.

En el ajuste de modelos, se usó una placa de 200 metros de ancho (Figura-13) lográndose ajustar con un error promedio de ± 1.93 metros, lo cual indica una aproximación aceptable. El ajuste para 2 modelos ilevó un tiempo de procesado de 2.18 segundos, lo que implica poco tiempo-máquina considerando que otros ajustes llevan solucio nes matriciales al mover cada vértice como es el caso de Corbató, que ajusta por mínimos cuadrados empleando mayor tiempo de computadora.

BIBLIOGRAFIA

- Bhattacharyya and Lei Kuang Leu, 1975, Spectral analysis of gravity and magnetic anomalies due to two dimensional structures. geophysics v, 40 p. 993-1013.
- Bhimasamkaram, Nagendra and Rao, 1977, Interpretation of gravity anomalies due to finite inclined diques using Fourier Transforms. Geophysics v. 42, p. 51-59.
- Bott, 1959, The use of rapid digital computing method for direct gravity interpretation of sedimentary bassins. Geophysical Prospecting v,7, p. 63-67.
- Corbato, 1965, A least square procedure for gravity interpretation.

 Geophysics, v. 30, p. 228-333.
- Del Castillo, G. L., 1969, Nuevas técnicas de interpretación en gravimetría y magnetometría. Memoria de la VII Convención Nacional de la Asociación de Ingenierós de Minas, Metalurgistas y Geólogos de México.
- Del Castillo, G. L., Meritano A. J., López Loera H., Flores, L. C., Hernández M. G. y Aranda, L. R., 1977, Tectónica y exploración para baríta en Noxtepec, Gro. en revisión.
- Grant and West, 1965, Interpretation theory in applied geophysics, Mc Graw-Hill.
- Hubbert M, King, 1948, A line integral method of computing the gravimetric effects of two dimensional masses. Geophysics v, 13, p. 218-225.
- Jin, 1974, Two dimensional mass distributions from gravity anomalies: a computer method. Geophysical Prospecting v, 22, p. 761-764.
- Ku, 1977, A direct computation of gravity and magnetic anomalies caused by 2- and 3- dimensional bodies of arbitrary shape and arbitrary magnetic polarization by equivalent point method and a simplified cubic splines, Geophysics, v. 42, p. 610-622.
- Nettleton, 1940, Geophysical prospecting for Oil; New york, Mc Graw-Hill.

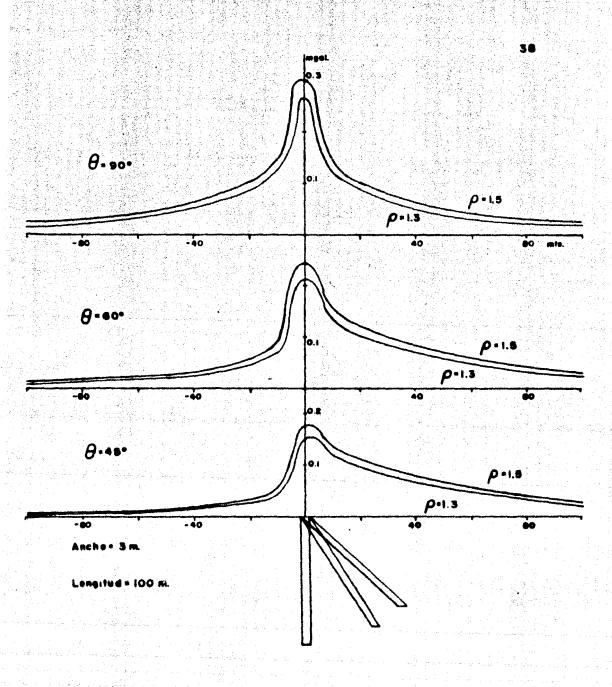
- Odegard and Berg, 1965, Gravity interpretation using the Fourier integral. Geophysics v. 30, p. 424-438.
- Qureshi and Mula, 1971, Two dimensional mass distributions from gravity anomalies: a computer method, Geophysical Prospecting v. 19, p. 180-191.
- Ramsey, 1961, Theory of newtonian attraction, Cambridge.
- Talwani, Worzel and Landisman, 1959, Rapid gravity computations for two dimensional bodies with application to the Mendocino submarine fracture zone, Journal of geophysical research, v. 64, p. 49-59.

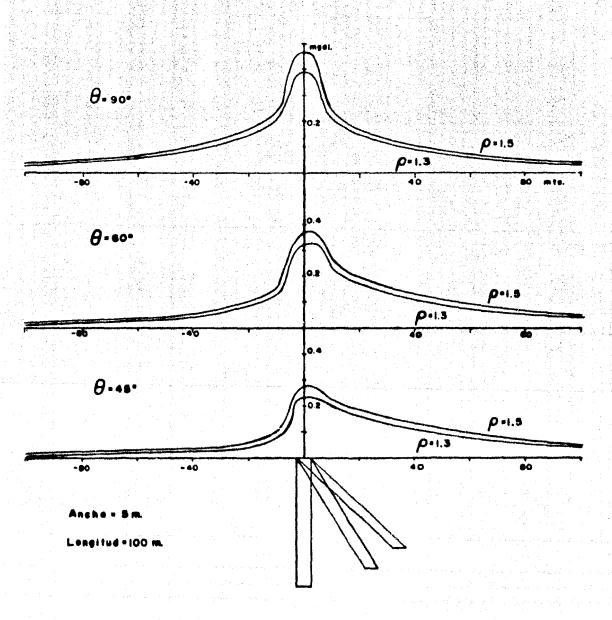
APENDICE - A

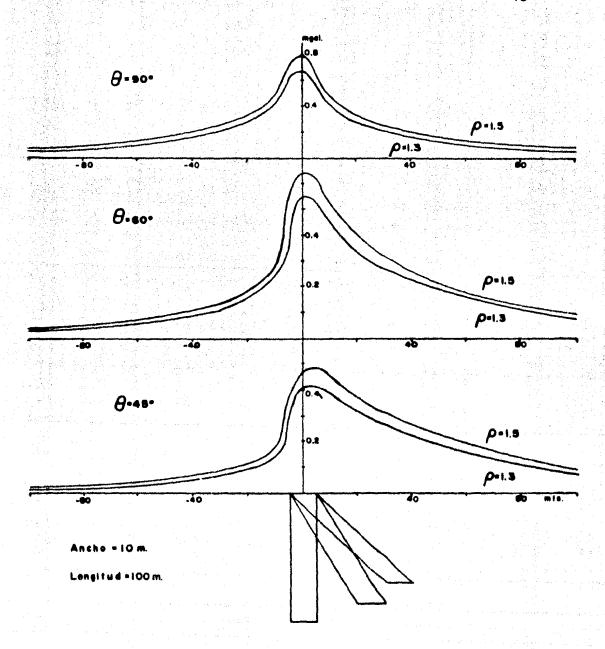
Curves de enomelias gravimétricas ceusedas

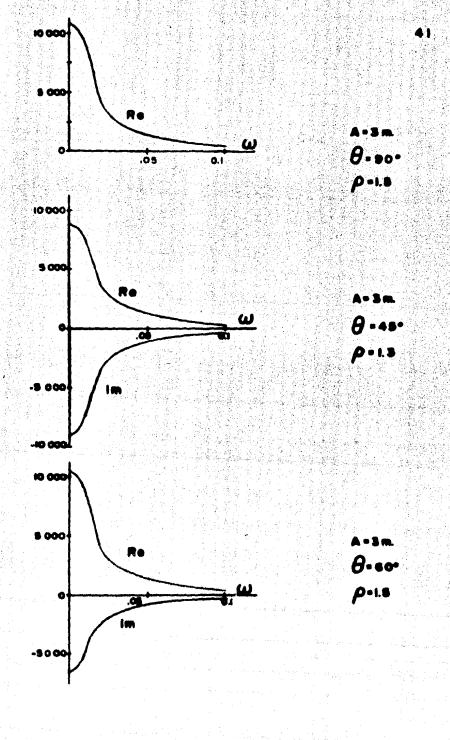
por diques inclinades y sus espectres de

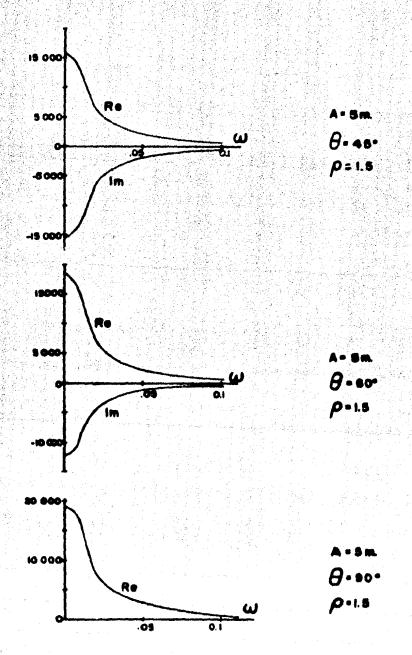
frecuencies.

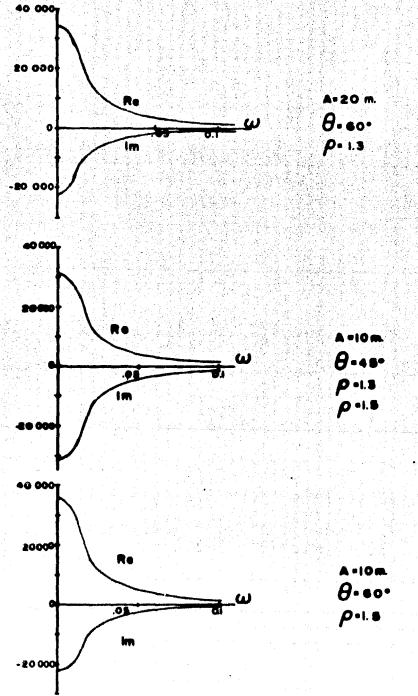


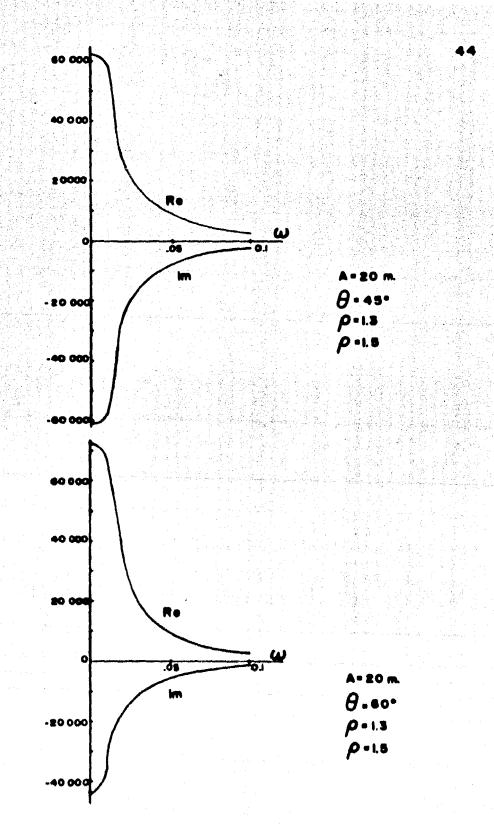












x-ten 8 · z

$$\Delta_{\theta} = 2\pi G \sigma \int \frac{z^2 \tan \theta \sec^2 \theta \cos \theta d\theta}{z^2 \sec^2 \theta}$$

si
$$x \rightarrow \infty$$
; $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$ integrando en z:

Remsey , 1961

APENDICE

Progremes de computedo (°)

```
DATCC/PTTCO FORTRANCCOMPILATICH VARA
      COPILITACIUM DE AMOPALIAS GRAVIMETRICAS CAUSANAS POR
      ESTRUCTURAS BIDIHENSIGNALES POR EL METODO DE PUNTO
      CCLIVALENTE
  DESCRIPCION LE VARIABLES
             FORHATO
                          CULLWHAS
                                         DESCRIPCION
  VARIABLE
     LX
               15
                            1-5
                                     LIMITE DEL EJE X
                            6-10
                                     DISTANCIA ENTPE ESTACIONES .
     LAX
               15
               15
                            11-15
                                     NO. DE PUESTRAS DE ESTACION.
              15
                            16-20
                                    INFICADOR CEL NO. DE CHERPOS.
               F5.0
                            21-25
                                     CONTRASTE DE CENSIDAD
     SIGP/.
     22(1)
             18.0
                            1-40
                                     PERFIL TOPOGRAFICO
DIMERSICA V(2), ZZ(200), Z(2), X(2), S(200), GZ(200)
60.CC667
V(1)-c.5773503 / V(2)--V(1)
READ(5,1)LX,LAX,H,H,STGHA
FORMAT(415,/5.0)
DD 9 J=1.P
$(J)=C.C
```

C

C

CCC

```
READ(5,6) (22(1),1=1,M)
      FDRMAT(1CF4.0)
      WRITE(6,15)816HA
15
      FORMATCIFI, TOX, "CONTRASTE DE DENSIDAD", F10.2, //)
      WPITE(6,14)
14
      FURNATCIFC, 20%, "VERTICES DE ENTRADA", /, 15%, "X1", 15%, "X2", 15%,
     44714,15X, 4724,/)
3
      READ(5,2)×1,×2,21,22
2
      FORMATCAFE.0)
      IF(Z1.EC.C) GL TD 10
      WRITE (4.16)X1.X2.21.Z2
16
      FCRPAT (1+C,10x,4F15-2)
      ALFA=c.5+(22-21)+(x2-X1)+6+516+A
      DO 4 1=1.4
      XX=(1-1)-LAX-LX
      DD 5 J=1-2
      2(J)=c.5-((22-21)=V(J)+22+21)
      A-2(J)-ZZ(1)
      DO 5 K=1-2
      X(K)=c.5+((X2-X1)+V(K)+X2+X1)
      R=4+4+(x(#)=XX)++2.
      あく1)=まく13+ん/む
5
      CONTINUE
      GD TC 3
10
      00 8 I=1.F
80
      GZ(1)=ALFA+S(1)
      CONTINUE
      WRITE(4,11)
11
      FORMATCIET, 25x, "ABUMALIA GRAVIPETRICA", //, 2x, "xx", 6x, "MILIGALS", /)
      CALL PLET(GZoli, 1. LAXALY)
103
      IF(N.EQ.1)CO TO 7
      CALL EXIT
      END
```

```
647CC/677LU
¢
C
       ANCHALIAS GRAVIHETRICAS DE CIQUES INCLINADOS
C
      DIHERSICK LE (500) - X(500) - EE (200) - IF (200) - T(200)
      REAL LOLG , III
      READ(5,7) (7(1),1=1,29)
   7 FORMAT(10FL+0)
      G=0.4192
      PI=3-1415910
      READCS, 13H 1 - HIALDI G. TLTA BASIGFA ALXALAX
  20
      FORMATCEF16-0-2119)
      BB-2. . P.
      IF(1:1)5,4,6
      WALTE (6, 2) !! I . HI . LUIG . BI . TETA . SIGNA
     FORMATCIFI, 15x, MANGUALIA GRAVIVETRICA DE UN DIGUF IL CLINADOMAZZA
     -20x, meates-//,10x, mprefundible be la cimam, storic.3//,10x,
     ompropulação, Lei, fundom/5x/fig.3///idx/michaitur-cel-cichem/5x/
     of10.3,/,16k/"Atchura net DIQUE",5x,f12,2,/,16x,™1fcl1kAc16t bel
     #DIGUE##5x#19*G#/FIOX##CCHTRASTE PE.DENSIPAP##6x#F7*7#////#20x##
     #DISTARCIAM, 15x, MARCHAL IAM, 10x, MPERFIL TEPHORAFICEM, //24x,
     単純モTAESM217X271.36368472/2
      ALFA=C+SICIA/II
      SESTE (TETA) & CHOUS (TETA) ; COTHC/S ; DEFM-COT
      14=2+1 X+1 AX
      DD 2 Imlatal AX
      K-1/LAX+1
      X(1)=1=1=1.
      ### | 11 + T (1.)
                   3 HH=14.1+T(E)
      AMKCIDAM & HACIDAMA
      F#A+D
```

```
UER+D J EEA-DD J GEHOH+EOE J CEMMONNOAA J PORPEACOT
      TTOR-CD & VEHONOTTOTT & VIEHNOPHOROP & LEH-TTOCHT & TOHU-ROCOT
      Z=F+8+8 | | L1=H=E=COT | | Z1=Z+COT | | ||1=8+8+U | | || U2=U1+COT
      Aleheatar2(Loh)=HHeatar2(AoHH)
      A2=(7/2.)+ALGG(Q/B)
      AB-Z1-CATALLECLIOF >-ATALLECPOF>>
      AABHEAATAK2(RJHH)=H+ATA62(TTJF)
      A3-(U1/2.)+ALGG(Y/V1)
      AGEUZ-CATALZCH-U) TATANZ (Y-U))
      GR(1)=ALFA=(A1+A2+A3+A4-A5-A6)
   2 WRITE(4.3)X(13.GK(1) .T(K)
   3 ... FORHAT (18C, 20x, 66.2, 17x, F7.3, 14x, F9.2)
         SUPPREGLAMA PARA GALCHLAR LA TRANSFORMADA DE FOUTTER ......
C---- DE LA ARCHALIA GRAVIPETRICA DE UM DIQUE INCLIMADO ARA -----
      WRITE (4,1C1)
  101 FORMAT(111.////20X/TTHANSFORMADA PE FOURIERT//,20X/TRRECUENCIAM,
     ~10x, "REAL ", 20x, "IMAGINAKIO",/)
      FIOR GOOSILHAOS
      INTERVALE DE FRECUENCIA EN BASE À l'A FRECUENCIA DE ATQUIST
      H-20
      AF=1./(20.-LAX)
      DB 10c k=1.k
      FRECOMOAL
      RIOFOSIA (BOFRLE) - (EXP(-HM-FREE))/(FREE-FREE)
      RE(K)=8=RI
      IM(K)=-C+RI
      ESPOCRE(K)+FE(K)+FK(K)+JH(K))++0.5
  100 WRITE(6,1G2) | RECORE(K), IM(K), ESP
102
      FORMAT(16C,20x,F7.4,13x,E32.6,15x,F12.6,10x,E12.6;
      60 TC 20
      CALL EXIT
      END
```

```
B6700/87760 FORTEAN COVPILATION VARK
     TESIS DE LICENCIATURA
     ILEFILIERO GEOFISICO
     ARANLA LOPEZ JOSE RAFAEL
     FACILTAL DE INGENIERIA
   HUVELC LE CUEHTA 7345275-9
PROGRAMA EL MIDELACO EN CUERPES BIPIMENSIONALES EN GRAVIPETRIA
JIN, THE CIMERSICHAL MASS DISTRIBUTIONS FROM GRAVITY ANCHALIESS
DESCRIPCION DE VAPIABLES
MMO ALMERE DE MUSSTRAS
      KY - NUMERO DE VERTICES
            AN - INTERVALO DE MUESTRED
       CELSE - CONTRASTE DE CENSIPAD
  A(1) - ANONALIA DESLEVADA
DIMENSION C(70)/F(50)
DIMENSICA 4(200)-X(50),Z(50),AZ(50),AN(50),ALEPT(50)-XX(50)
READ(5,27)(C(1),1-1,70)
```

c

FORMAT(76A1) REAL INT

DD 29 J-1-L+1

E-0.1

L=2+44

8-0.0c447 \$ FI-3.1416

READ(S,1)h(:)HY,AX,CEHSI

```
F(J)=1
29
1
      FORMAT(216,2F8.0)
      IF(NY.FO.C)GD TO 17
      ALFA=PI = G+LENSI+2.
      YDU=ALFA/PI
      READ(5,2)(A(1),1=1,NH)
2
      FORMATC16F5.03
      DD 4 1=1.1.V
      READ(E, 3)XX(I),Z(I)
3
      FORMATCEFIC.0)
      WRITE(6,24)
24
     FORMATCING, 10x, "VERTICES DEL POLIGINA PROPUESTO" //, 10x, "XCI)",
     -15x, -2(1)*,/)
      DO 23 1-1-1.V
      WRITE(6,4C)XX(I),Z(I)
23
40
      FORMATC1HC, 7X, F10.2, 9X, F10.2)
C
      PRIMERA APIGXIMACION
      DO 5 1=1,AV
      K=XX(13/AX+1.
      Z(NV+1)=A(E)/ALFA+Z(I)
      ALEPH(I)=A(K)
      CONTINUE
      DD 21 J-1-L
      WRITE(4,15)Z(J),J
21
19
      FORMAT(140,20x,F12.3,3x,"4ETA",16)
C
      INTEGRAL OL LINEA
      XX(L+1)=XX(1)
      Z(L+1)=Z(1)
       DO & JLAR=1.3
      WRITE(6,24)(C(1),1=1,70)
      FORMATCIEC, 7041)
26
      DD 6 3=1.4.V
      DD 7 x=1,L+1
      X(K)=XX(K)=XX(J)
```

```
BETH=C.C
14
      UD 8 1=1.L
      K=1+1
60
80
      B1=ATAN2(X(I),Z(I))-ATAN2(X(K),Z(K))
      B3=(X(I)+X(I)+Z(I)+Z(I))/(X(K)+X(K)+Z(K)+Z(K))
      B4=A' CG(B3)=0.5
      IF(X(K)=X(1))9,10,9
10
      INT=X(K)=E4
      GD TC 13
      IF(Z(K)-Z(I))11-12-11
12
      INT=-E1+Z(1.)
      GD TC 13
11
      DS=S(k)-S(I) 3 DX=X(K)-X(I)
      D1=(X(K)+FZ=Z(K)+DX)+DX
      D2=DZ+DZ+DX+DX
      INT=(C1/G2)+(61+(DZ/DX)+84)
13
      BETHEINT+BLTH
      CONTINUE
      AMCUS=YCC+CETH
      AJUSTE CEL MOLELD
C
      GIMEL-ALEFI:(J)-AN(J)
      IF(F(J).E0.0) GO TG 28
      1F(ABS(GIFLL)=E)22,22,25
      F(J)=0.
                J GL TO 28
22
25
      AZ(J)=GIFEL/ALFA
      CL) XA+(L+V,1) S=(L+VH)X
      DALETHOGIPLETE
28
      WRITE(6,18)GINEL,ANCJ),ALLPH(J),Z(PV+J),J
     FORMATCIFC,5X, MDIF=M,F12.4,5X, MACALCHM,F12.4,5X, MACHS=M,F12.4,//
10
```

END