

153
289



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

**DISEÑO DE UN SILO DE CONCRETO
REFORZADO.**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A :
SALAZAR JALDIN ALVARO GONZALO

MEXICO, D. F.

1987



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	Página
I. INTRODUCCION	1
II. ANALISIS PARA OBTENER LAS ACCIONES INTERNAS EN EL SILO	7
III. OBTENCION DE LOS ELEMENTOS MECANICOS DEBIDOS A LAS PRESIONES INTERNAS SOBRE LA PARED DEL SILO	56
IV. OBTENCION DE LOS ELEMENTOS MECANICOS DEBIDOS A SISMO Y A VIENTO	82
V. DISEÑO DEL SILO	88
VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	129
REFERENCIAS	

CAPITULO I

INTRODUCCION

INTRODUCCION

El estudio que se presenta en este trabajo tiene por objeto mostrar de manera general y detallada los diferentes aspectos que tienen que tomarse en cuenta en el diseño de estructuras de almacenamiento de granos y material pulverulento. Especialmente trataremos el diseño de silos.

El estudio de la construcción de silos y de los esfuerzos provocados por los materiales ensilados corresponde al Ingeniero, y es aquí en el diseño, donde se fija nuestro interés y de lo cual tratará esta tesis, procurando hacer un análisis comparativo de varios métodos propuestos — por autores con diferentes criterios.

Existen evidencias que la presión y el flujo de los materiales son diferentes en silos poco profundos y en los silos profundos. Por esta razón se han desarrollado distintos métodos para calcular las presiones en los silos y en los Bunker. Sin embargo las diferencias no implican consecuencias importantes y no existe una línea definida de demarcación entre los silos y los bunker; de tal modo que la práctica ha demostrado que es más sencillo y que no se incurren en errores significativos, si el método de cálculo de presiones que se emplea para los silos (depósitos profundos) se utiliza indistintamente para los Bunker (depósitos poco profundos).

El término "silo" tal y como lo usamos aquí incluye tanto depósitos profundos como poco profundos, a éstos últimos se les ha venido llamando con el término de "Bunker", y por algunos autores "Silos Bunker", de tal forma que una primera clasificación tentativa que podríamos realizar para clasificar un depósito como "silo" o como "silo bunker" sería el siguiente criterio:

$$\text{Silo} \quad H > 1.5 \sqrt{A}$$

$$\text{Bunker} \quad H \leq 1.5 \sqrt{A}$$

En estas expresiones H representa la altura del material almacenado; y A el área de la sección transversal del depósito.

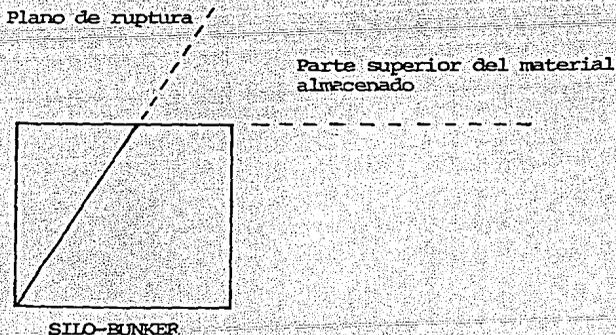
Generalmente el fondo de un silo está formado por una tolva; el bunker puede constar de paredes verticales y una tolva inferior, o puede reducirse solo a la tolva.

Una tolva es una caja con forma de pirámide, o de cono invertido, - abierta por abajo por donde se extrae el material almacenado.

Otra clasificación que se podría considerar para diferenciar los depósitos profundos de los depósitos poco profundos podría hacer con base en el plano de ruptura tal como lo mostramos en la fig. 1.1

Si el plano de ruptura intersecta la parte alta de la superficie del material almacenado el depósito se podría considerar como silo-bunker.

Si el plano de ruptura no intersecta la parte alta del material almacenado el depósito se debe tomar como silo.



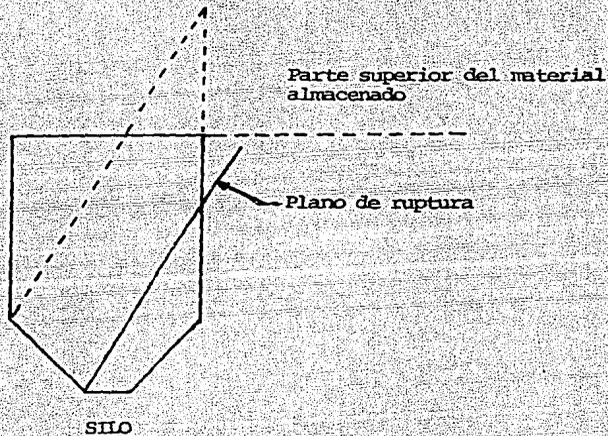


FIG. 1.1 CLASIFICACION DE DEPOSITOS SEGUN EL PLANO DE RIPTURA

Por otro lado los silos también podrían clasificarse según su función en silos agrícolas y silos industriales:

I.- Silos Agrícolas.- Destinados al almacenaje de Cereales.

- a) Silos de granja
- b) Silos cooperativos
- c) Silos portuarios

II.- Silos industriales.- Destinados al almacenamiento de materiales pulverulentos.

- a) Silos de Cemento
- b) Silos de Carbón

- c) Silos destinados a almacenar materias diversas: (coque, fosfato, azúcares, etc.)

Los silos se construyen generalmente de concreto armado o metal y se componen de celdas yuxtapuestas de secciones variables y de gran altura. Un esquema elemental de una instalación de silos podría ser la que se presenta en la Fig. 2.

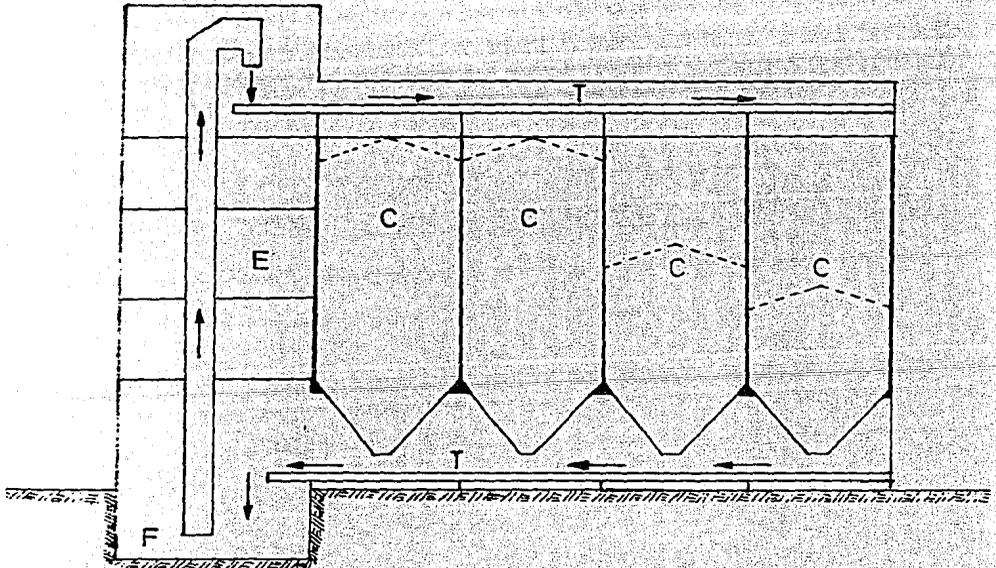


FIG. 2

- F; es la fosa de recepción, en la que se vierte el material a su llegada.
- E; es el elevador que toma el material de la fosa y lo eleva al piso situado por encima de las celdas.
- T; cinta trans-portadora superior que conduce el material desde el punto del vertido del elevador, hasta el orificio de llenado de las celdas.
- C; Celdas de los silos propiamente dichas
- T'; cinta transportadora inferior, que recoge el material procedente de las celdas.

Después de haber visto las diferentes clasificaciones que se han — hecho acerca de los silos, se puede decir que el silo que analizamos en este trabajo, es un silo Industrial debido al material pulverulento y no cohesivo que se almacenará, como es el cemento.

En este trabajo estudiaremos primeramente las presiones verticales y los empujes laterales por los métodos de Reimbert y Janssen, métodos — propuestos por las recomendaciones del ACI (American Concrete Institute) 313-77, y las recomendaciones del manual de obras civiles de la Comisión Federal de Electricidad (1980).

También se considerará la posibilidad de que algunos silos estén — llenos y otros vacíos produciendonos momentos flexionantes. Estos momentos flexionantes se pueden presentar cuando haya cambio en los patrones de flujo y su magnitud puede aumentar con la velocidad de descarga.

Otra posibilidad es que los muros de las celdas intersticiales sufrían momentos flexionantes debido al llenado que podría ocurrir en — éstos y a su vez pueden hacer que estos momentos ocurran en los muros de los silos a los que están unidos, por lo que también se analizará este caso.

El material a almacenarse será cemento cuyas características describiremos a lo largo del trabajo.

Finalmente se presentan unas recomendaciones y conclusiones que podrían servir al lector interesado en esta clase de estructuras.

Este manuscrito en ningún momento se pretende que sea tomado como una memoria de cálculo, el objetivo es interesar al lector en el análisis cuidadoso que debe tenerse planteando las diferentes alternativas a la hora del diseño.

Debo hacer notar que toda la teoría desarrollada hasta el momento se ha basado en experimentos realizados por diferentes autores y lo que pretendo incentivar con este trabajo, es la continua investigación de los distintos fenómenos que hasta el momento han sido causas de fallas.

CAPITULO II

ANALISIS PARA OBTENER LAS ACCIONES INTERNAS EN EL SILO

- 2.I Características principales de los materiales ensilados
- 2.II Método de Reimbert
 - 2.II.1 - Deducción de la curva representativa de las cargas equilibradas por el rozamiento con las paredes del silo
 - 2.II.2 - Empuje lateral sobre las paredes
 - 2.II.3 - Punto de ubicación de la resultante del empuje sobre una pared
 - 2.II.4 - Presión vertical sobre el fondo
- 2.III Método de Janssen
 - 2.III.1 - Derivación de la fórmula
- 2.IV Método de Airy
 - 2.IV.1 - Fórmulas de presiones laterales
 - 2.IV.2 - Fórmula alternativa para la presión "P"
- 2.V Incremento de presiones
- 2.VI Comparación de la presión vertical y empuje lateral para silos con diferentes medidas.

2.1 CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE LOS MATERIALES ENSILADOS.

Los granos y cereales que se almacenen habitualmente en silos constituyen un medio pulverulento o pseudosólido sin cohesión.

Para el equilibrio de una masa pulverulenta ensilada, las características como el factor tiempo, la velocidad del llenado, la forma en que se amontonan los granos, la altura de caída de los granos en el llenado de los silos, la compresibilidad de la materia, tienen una gran importancia porque influyen sobre las características principales del medio pulverulento tales como: la densidad aparente, ángulo de rozamiento interno y coeficiente de rozamiento sobre las paredes.

A continuación haremos una descripción de las características principales antes mencionadas.

a) Rozamiento interno entre los granos.-

Las medidas de rozamiento interno se realizan con un aparato de cortadura por torsión de Hvorslev, por aplicación de una carga normal ejercida por una palanca.

Se ha comprobado que el valor máximo del rozamiento interno se alcanza rápidamente, con deformaciones de algunos milímetros (4 ó 6) en el perímetro de la probeta. Al mismo tiempo, el volumen de la probeta aumenta del 3 al 4%. La resistencia a la cortadura disminuye con algunas fluctuaciones procedente de la dificultad de establecer un régimen permanente de cortadura, obteniéndose para una misma presión dos valores, mínimo y máximo, del rozamiento interno, alcanzándose el máximo con deformaciones muy pequeñas.

Los valores de los ángulos de rozamiento interno de algunos granos representaremos en las siguientes gráficas, llevando en ordenadas los valores correspondientes del ángulo de rozamiento y en abscisas la pre-

sión.

b) Rozamiento con las paredes:

A través de medidas realizadas con una presión media de 0.612 kg/cm para el rozamiento con paredes lisas y rugosas con concreto armado y chapa de acero se obtuvieron los siguientes resultados resumidos en la tabla mostrada.

RESULTADOS OBTENIDOS EN PAREDES LISAS Y RUGOSAS DE HORMIGÓN ARMADO Y CHAPA DE ACERO					
Naturaleza de la materia	Rozamiento con	tg ϕ' Máximo	tg ϕ' Mínimo	Angulo de rozamiento	
				Máximo ϕ'	Mínimo ϕ'
Gafsa	Cemento liso	0.715	0.629	35°30'	32°10'
	Chapa lisa	1.040	0.825	46°15'	39°30'
	" rugosa	0.468	0.342	25°05'	18°55'
Molido	Cemento liso	0.678	0.512	34°10'	27°10'
	Chapa lisa	0.678	0.555	34°10'	29°
	" rugosa	0.637	0.570	32°30'	29°40'
Reno	Cemento liso	0.653	0.530	33°10'	27°55'
	Chapa lisa	0.872	0.561	41°05'	29°20'
	" rugosa	0.715	0.468	35°30'	25°05'
Agrofos	Cemento liso	0.745	0.590	36°40'	30°35'
	Chapa lisa	0.752	0.653	36°55'	33°10'
	" rugosa	0.905	0.715	42°10'	35°35'
Mijo	Cemento liso	0.542	0.486	28°30'	25°55'
	Cemento rugoso	0.536	0.404	28°10'	22°
	Chapa lisa	0.343	0.324	18°55'	18°
	" rugosa	0.412	0.343	22°20'	18°55'
Nabina	Cemento liso	0.387	0.311	21°10'	17°15'
	Cemento rugoso	0.858	0.655	40°40'	33°15'
	Chapa lisa	0.310	0.272	17°15'	15°20'
	" rugosa	0.538	0.470	28°20'	25°10'

c) Angulo de talud natural.-

Quando se vierte una materia pulverulenta sobre un plano horizontal, se amontona en un volumen de forma cónica cuyas generatrices forman con el plano un ángulo determinado, llamado ángulo de talud natural de la materia. Este ángulo, caracterfstico de cada materia, varfa más o menos con el tiempo bajo el efecto del asiento de los granos, y sólo debe medirse después de la estabilización de la masa.

Se admite generalmente que su valor es igual al del ángulo de rozamiento interno de la materia.

En la siguiente tabla presentó algunos de los ángulos de varios materiales caracterfsticos:

Trigo	25°
Avena	33°
Cebada	27°30'
Mijo	24°20'
Colza	27°
Adormidera	29°30'
Nabina	28°40'
Camelina	29°20'

FOSFATOS

Agrofos	42°
Gafsa	40°
Reno	41°
Molido	35°

d) densidad aparente.-

Trigo	750 kg/m ³
Avena	495 kg/m ³

Cebada	552 kg/m ³
Mijo	698 "
Colza	655 "
Adormidena	600 "
Nabfna	650 "
Camelina	665 "

FOSEFATOS

Agrofos	780 kg/m ³
Gafsa	959 "
Reno	1105 "
Molido	1301 "

En la tabla siguiente resumo algunas de las características principales de algunos materiales susceptibles de ser ensilados.

MATERIA ENSILADA	PESO MEDIO (Kg/m ³)	Angulo de talud Natural (en grados)	Coefficiente de rozamiento con las pare- des
Avena	500 a 540	26° a 28°	0.359 a 0.466
Trigo	750 a 840	24° a 26°	0.361 a 0.466
Lino	600 a 680	23° a 26°	0.308 a 0.414
Mafz	780 a 820	26° a 29°	0.308 a 0.424
Malta	530 a 600	21° a 23°	0.325 a 0.445
Cebada	550 a 690	25° a 29°	0.325 a 0.456
Guisantes	800 a 880	24° a 26°	0.268 a 0.445
Arroz	580 a 620	24° a 26°	0.394 a 0.601
Harina	500 a 800	35° a 45°	0.577 a 0.840
Cemento	1400 a 1500	30° a 40°	0.477 a 0.555
Antracita	780 a 820	26° a 28°	0.466 a 0.510
Carbón Graso	800 a 850	35° a 40°	0.404 a 0.700
Carbón Seco	820 a 880	27° a 32°	0.345 a 0.650
Cenizas	635 a 750	35° a 40°	0.730 a 0.840
Coque	440 a 500	37° a 41°	0.466 a 0.730
Mineral de Hierro	1990 a 2100	43° a 46°	0.730 a 0.840
Arena Seca	1600 a 1800	38° a 45°	0.510 a 0.785
Piedra Machacada	1700 a 1850	40° a 45°	0.510 a 0.785

2.II METODO DE REIMBERT

Generalidades.-

Si una materia pulverulenta se vierte sobre un espacio cerrado, como un silo, éste ejerce un empuje sobre las paredes.

A consecuencia del rozamiento de la materia con las paredes, el empuje sobre estas admite dos componentes: una tangencial a la pared, y otra, llamada generalmente empuje lateral, normal a ella.

La diferencia entre el peso de la materia ensilada y la carga equilibrada por el rozamiento de los granos con las paredes representa la carga sobre el fondo del silo o presión vertical total.

Los ensayos demuestran que la presión vertical crece con la altura de grano contenido en el interior del silo; pero a consecuencia del rozamiento de la materia con las paredes, solo en una fracción del peso de materia ensilada. Cuando la altura del grano en el silo se hace muy grande, la fuerza equilibrada por el rozamiento es tal que la presión vertical no acusa variación sensible.

Esta presión tiende hacia un máximo, y la curva representativa de las presiones, obtenida llevando en abscisas las profundidades en el interior de un silo y en ordenadas las presiones correspondientes tiene el aspecto de la siguiente figura (fig. 2.1A) la cual presenta una asíntota paralela al eje de abscisas y cuya ordenada corresponde a la presión vertical máxima.

Los mismo se observa en la curva que representa el empuje lateral. (fig 2.1B). Esta curva tiene una asíntota paralela al eje de abscisas cuya ordenada corresponde al empuje máximo.

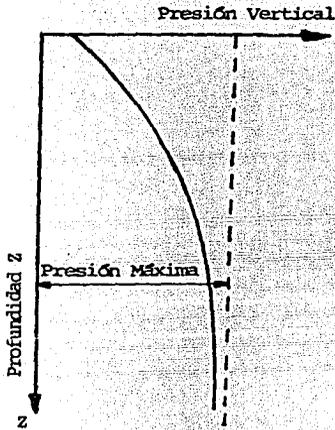


FIGURA 2.1A

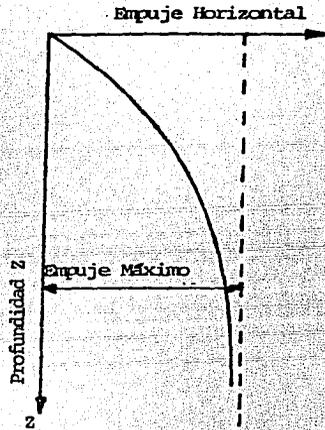


FIGURA 2.1B

DEDUCCION DE LAS FORMULAS

Silos cilíndricos

Notaciones.-

- δ = el peso del metro cúbico de materia ensilada
- ϕ = el ángulo de rozamiento interno de la materia
- ϕ' = el ángulo de rozamiento de la materia con las paredes del silo
- S = Superficie interior de la sección recta de la celda del silo (Area)
- L = Perímetro interior de la celda de esta sección
- D = Diámetro interior de la celda
- r = radio hidráulico medio de la sección.

$$r = \frac{\text{Area}}{\text{perímetro}} = \frac{S}{L}$$

- Z = la profundidad de una sección horizontal en el interior del silo a partir de la parte más alta de las paredes verticales.
 p = empuje lateral ejercido sobre las paredes por la materia ensilada
 q = presión vertical media ejercida por la materia ensilada sobre una sección horizontal
 P_z = empuje lateral a la profundidad Z
 $P_{\text{máx}}$ = empuje lateral máximo
 $q_{\text{máx}}$ = presión vertical unitaria media máxima
 $Q_{\text{máx}}$ = presión vertical total máxima , $Q_{\text{máx}} = S \cdot q_{\text{máx}}$

El valor del empuje lateral máximo se establece por el siguiente método clásico:

Considerando una rebanada horizontal de la materia contenida en el interior del silo cilíndrico; si dz es el espesor del mismo (tal como se muestra en la (Fig. 2.2) su peso será:

$$S \cdot dz \cdot \delta$$

ejerciendo sobre las paredes del silo una presión lateral, en todo el perímetro de la celda de diámetro D :

$$P_z \cdot L \cdot dz$$

Esta presión crece con la profundidad hasta un máximo, $P_{\text{máx}}$, tal que el rozamiento equilibra el peso de la rebanada considerada; por consiguiente en este momento se tiene:

$$P_{\text{máx}} \cdot L \cdot dz \cdot \text{tg } \theta' = S \cdot dz \cdot \delta$$

despejando el valor del empuje máximo

$$P_{\text{máx}} = \frac{S \cdot dz \cdot \delta}{L \cdot dz \cdot \text{tg } \phi'}$$

$$P_{\text{máx}} = \frac{\delta \cdot S}{L \cdot \text{tg } \phi'} = \frac{\delta \cdot \pi D^2}{4 \cdot \pi D \cdot \text{tg } \phi'}$$

finalmente:

$$P_{\text{máx}} = \frac{\delta D}{4 \text{ tg } \phi'}$$

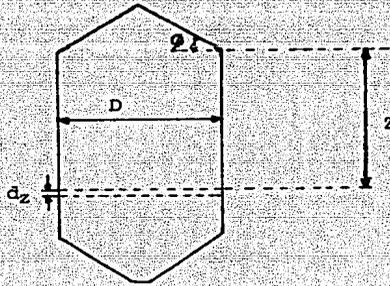


FIGURA 2.2 SILO CILINDRICO

Pero Caquot ha demostrado que en un macizo pulverulento en equilibrio límite, la relación de las tensiones extremas es igual a:

$$\frac{q}{p} = \frac{1 + \text{sen } \phi}{1 - \text{sen } \phi} = \frac{1}{\text{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)}$$

por lo tanto tendremos el valor de la presión vertical máxima:

$$q_{\text{máx}} = \frac{P_{\text{máx}}}{\text{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)}$$

o bien:

$$Q_{\text{máx}} = \frac{\delta \cdot D}{4 \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)}$$

Conociendo el empuje lateral máximo que actúa sobre las paredes de un silo indefinido y la presión vertical máxima correspondiente, puede buscarse los valores del empuje y de la presión en el interior del silo a una profundidad determinada. Estos se obtendrán cuando se conozca la función de la curva representativa de las cargas equilibradas por el rozamiento con las paredes.

2.II.1 Dedución de la curva representativa de las cargas equilibradas por el rozamiento con las paredes del silo.

Se obtiene de la siguiente forma:

Si la materia estuviera ensilada sin rozamiento con las paredes la carga sobre el fondo a la profundidad Z sería:

$$Q_z = \delta \cdot S \cdot Z + \delta \cdot S \cdot \frac{h}{3}$$

siendo h la altura del cono superior de materia ensilada por encima del plano horizontal que pasa por el origen ($Z = 0$)

$$h = \frac{D}{2} \operatorname{tg} \phi$$

D ; es el diámetro del círculo inscrito en la sección recta poligonal de la celda.

Si la celda es cilíndrica D es el diámetro del cilindro interior.

la curva representativa de la carga Q sería la recta I de coeficiente angular $\gamma \cdot S$ y de ordenada al origen igual a:

$$Q_z = \gamma \cdot S \left(z + \frac{h}{3} \right)$$

en el origen $z = 0$

$$Q_0 = \gamma \cdot S \left(0 + \frac{h}{3} \right)$$

$$Q_0 = \gamma \cdot S \cdot \frac{h}{3}$$

la curva II representa la carga sobre el fondo, según ensayos efectuados, llevando en ordenadas las diferencias de las ordenadas de la curva (cargas sobre el fondo del silo en el caso de rozamiento nulo) y de las ordenadas de la curva II (cargas reales sobre el fondo); para los diversos valores de Z se obtiene una curva III, que es la de las cargas equilibradas por el rozamiento.

la curva II es tangente a la recta I para $Z = 0$, y tiene una asíntota paralela al eje de la Z ; de ordenada igual al valor de la presión máxima sobre el fondo igual a:

$$Q_{\text{máx}} = S \cdot Q_{\text{máx}}$$

es decir:

$$Q_{\text{máx}} = \frac{S \cdot \gamma \cdot D}{4 \operatorname{tg} \phi' \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)}$$

Por consiguiente la curva III es tangente al eje de las Z para $Z = 0$ y tiene una asíntota paralela a la recta I, luego las ordenadas son inferiores a las de la recta I en el valor de $Q_{\text{máx}}$.

y por ordenada en el origen

$$[Q_{\text{máx}} - Q_0]$$

la curva puede representarse con precisión suficiente por una rama de hipérbola de la forma:

$$y = \frac{a \cdot z^2 + b \cdot z + c}{d \cdot z + e}$$

la ecuación de la asíntota de esta rama de hipérbola es:

$$Y = \delta \cdot S \cdot Z - (Q_{\text{máx}} - Q_0)$$

el coeficiente angular de la asíntota; $\gamma \cdot S$ corresponda al límite de $\frac{Y}{Z}$ cuando $Z \rightarrow \infty$ de donde:

$$\frac{Y}{Z} = \frac{a \cdot z^2 + b \cdot z + c}{z \cdot (d \cdot z + e)}$$

cuando $Z \rightarrow \infty$; $\frac{Y}{Z}$ tiende hacia la relación de los coeficientes de grado más elevado a/d

$$\text{límite de } \frac{Y}{Z} = \frac{a}{d} = \delta S$$

$$a = d \cdot \gamma \cdot S$$

para $Z = 0$ el empuje es nulo; por tanto, la carga equilibrada por el rozamiento es nula y el numerador de la función debe ser nulo de donde:

$$c = 0$$

$$y = \frac{d \cdot \gamma \cdot S \cdot z^2 + b \cdot z}{d \cdot z + e}$$

Siendo la curva tangente al eje de las Z para $Z = 0$, la derivada debe anularse en ese punto.

$$y' = \frac{(d \cdot z + e)(2d \cdot \gamma \cdot S \cdot z + b) - (d \cdot \gamma \cdot S \cdot z^2 + b \cdot z)d}{(d \cdot z + e)^2}$$

y para eso el numerador debe ser nulo; ó sea

$$b \cdot e = 0$$

z no puede ser nulo, porque la función se haría lineal; por consiguiente $b = 0$; la función general se convierte en,

$$y = \frac{d \cdot \gamma \cdot S \cdot Z^2}{d \cdot Z + e}$$

la ordenada en el origen de la asíntota. $-(Q_{\max} - Q_0)$ corresponde al límite de

$$y - \gamma \cdot S \cdot Z \quad \text{cuando } Z \rightarrow \infty$$

$$\frac{d \cdot \gamma \cdot S \cdot Z^2}{d \cdot Z + e} - \gamma \cdot S \cdot Z = \frac{-e \cdot \gamma \cdot S \cdot Z}{d \cdot Z + e}$$

cuando $Z \rightarrow \infty$; $y - \gamma \cdot S \cdot Z \rightarrow \infty$, luego el límite es el mismo que el de la relación de las derivadas cuando y

$$y - \gamma \cdot S \cdot Z = \frac{-e \cdot \gamma \cdot S}{d} = -(Q_{\max} - Q_0)$$

$$e = \frac{d (Q_{\max} - Q_0)}{\gamma \cdot S}$$

y la función buscada es:

$$y = \frac{d \cdot \gamma \cdot S \cdot Z^2}{d \cdot Z + \frac{Q_{\max} - Q_0}{\gamma \cdot S}}$$

finalmente:

$$y = \frac{\gamma \cdot S \cdot Z^2}{Z + \frac{Q_{\max} - Q_0}{\gamma \cdot S}}$$

$$y = \frac{\gamma \cdot S \cdot Z^2}{Z + A}$$

donde:

$$A = \frac{Q_{\text{máx}} - Q_0}{\gamma \cdot S}$$

A tiene las dimensiones de una longitud y define la abscisa en el origen de la asíntota de la curva de cargas equilibradas por el rozamiento; la llamaremos **ABSCISA CARACTERÍSTICA**.

pero por otra parte sabemos que:

$$Q_0 = \gamma \cdot S \cdot \frac{h}{3}$$

$$Q_{\text{máx}} = \frac{\gamma \cdot S \cdot D}{4 \operatorname{tg} \phi' \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\phi}{2} \right)}$$

tendremos que:

$$A = \frac{D}{4 \operatorname{tg} \phi' \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)} - \frac{h}{3}$$

ahora es posible determinar las ecuaciones que dan el empuje lateral sobre las paredes y la presión vertical sobre el fondo del silo.

2.II. 2 EMPUJE LATERAL SOBRE LAS PAREDES

El conocimiento de la carga equilibrada por el rozamiento con las paredes a un nivel dado, por aplicación de la fórmula fundamental permite determinar a este mismo nivel la presión lateral o empuje horizontal unitario sobre las paredes del material ensilado.

la expresión de la carga equilibrada por el rozamiento con las paredes al nivel Z es :

$$\gamma = \frac{\gamma \cdot S \cdot Z^2}{Z + A}$$

y su diferencial

$$\begin{aligned} d_y &= y' \cdot dz = \frac{2\gamma \cdot S \cdot Z \cdot (Z + A)}{(Z + A)^2} - \gamma \cdot S \cdot Z^2 \cdot dz \\ &= \gamma \cdot S \cdot \frac{Z^2 + 2AZ}{(Z + A)^2} \cdot dz \end{aligned}$$

Si P_z es el empuje horizontal al nivel Z y $\text{tg } \phi'$ el coeficiente de rozamiento del material, la carga equilibrada por el rozamiento con las paredes, en la rebanada de espesor d_z es:

$$P_z \cdot L \cdot dz \cdot \text{tg } \phi'$$

$$P_z \cdot L \cdot dz \cdot \text{tg } \phi' = \gamma \cdot S \cdot \frac{Z^2 + 2AZ}{(Z + A)^2} \cdot d_z$$

$$P_z = \frac{\gamma \cdot S}{L \cdot \text{tg } \phi'} \cdot dz = \frac{Z + 2AZ}{(Z + A)^2} \cdot d_z$$

$$P_z = \frac{\gamma \cdot S}{L \cdot \text{tg } \phi'} \cdot \frac{Z^2 + 2AZ}{(Z + A)^2}$$

$$P_z = \frac{\gamma \cdot S}{L \cdot \text{tg } \phi'} \cdot \left(1 - \frac{A^2}{(Z + A)^2} \right)$$

$$P_z = \frac{\gamma \cdot S}{L \cdot \text{tg } \phi'} \cdot \left[1 - \frac{1}{\left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^2} \right]$$

como : $\frac{\gamma \cdot S}{L \cdot \text{tg } \phi'}$ es la expresión del empuje máximo sobre las paredes; quedándonos la expresión del empuje horizontal unitario sobre las paredes:

$$P_z = P_{\text{máx}} \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right]$$

EMPUJE TOTAL SOBRE LAS PAREDES

El empuje total por unidad de longitud de pared a la profundidad Z es:

$$P_z = \frac{Y \cdot r}{\text{tg } \phi}, \int_0^z \underbrace{\left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right]}_I dz$$

$$P_z = \frac{Y \cdot r}{\text{tg } \phi}, I$$

$$\text{donde } I = \int_0^z \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] dz = \underbrace{\int_0^z dz}_{I_1} - \underbrace{\int_0^z \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} dz}_{I_2}$$

$$I = I_1 - I_2$$

$$I_1 = Z + C$$

$$I_2 = \int \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} dz = \int \frac{dz}{\left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^2}$$

$$\text{haciendo } \mu = \frac{Z}{A} + 1$$

$$d\mu = \frac{1}{A} dz \quad dz = A d\mu$$

$$I_2 = \int \frac{A d\mu}{\mu^2} = -\frac{A}{\mu} + C = -\frac{A}{\frac{Z}{A} + 1} + C$$

de donde:

$$I = I_1 - I_2 = Z + \frac{A}{\frac{Z}{A} + 1} + C$$

Para $Z = 0$ el empuje es nulo de donde se reduce el valor de la constante:

$$C = -A$$

esto es:

$$I \int_0^Z \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] dz = Z + \frac{A^2}{Z+A} - A - (A-A)$$

$$= Z + \frac{A^2}{Z+A} - A$$

finalmente el empuje total por unidad de longitud de pared en la altura total Z es:

$$P_z = \frac{\gamma \cdot r}{\operatorname{tg} \phi'} \left[Z + \frac{A^2}{Z+A} - A \right]$$

$$P_z = \frac{\gamma \cdot r}{\operatorname{tg} \phi'} \left[\frac{Z(Z+A) + A^2 - A(Z+A)}{Z+A} \right]$$

$$P_z = \frac{\gamma \cdot r}{\operatorname{tg} \phi'} \cdot \frac{Z^2}{Z+A}$$

2.II.3 PUNTO DE APLICACION DE LA RESULTANTE DEL EMPUJE SOBRE UNA PARED

Es necesario conocer la posición del punto de aplicación de la resultante del empuje del grano sobre la pared de un silo para determinar las reacciones de apoyo en los extremos superior e inferior de la pared.

$$Z_G = \frac{\int_0^Z Z P_z dz}{\int_0^Z P_z dz} = \frac{\frac{\gamma \cdot r}{\operatorname{tg} \phi'} \int_0^Z Z \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] dz}{\frac{\gamma \cdot r}{\operatorname{tg} \phi'} \int_0^Z \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] dz}$$

$$Z_G = \frac{\int_0^Z Z \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] dz}{Z + \frac{A^2}{Z+A} - A}$$

Haciendo:

$$\int z \, dz = I_1 \quad \text{y} \quad \int \frac{z}{\left(\frac{z}{A} + 1\right)^2} \, dz = I_2$$

tendremos en el numerador $I_1 - I_2$

$$I_1 = \int z \, dz = \frac{1}{2} z^2 + C$$

Para resolver I_2 hacemos:

$$\frac{z}{A} + 1 = \mu \quad \text{de donde} \quad z = A(\mu - 1)$$

$$\frac{dz}{A} = d\mu \quad ; \quad dz = A \, d\mu$$

$$I_2 = \frac{A(\mu - 1)}{\mu^2} \cdot A \, d\mu = A^2 \int \frac{d\mu}{\mu} - A^2 \int \frac{d\mu}{\mu^2}$$

$$A^2 \int \frac{d\mu}{\mu} = A^2 \, L \, \mu + C = A^2 \, L \left(\frac{z}{A} + 1 \right) + C$$

$$A^2 \int \frac{d\mu}{\mu^2} = - \frac{A^2}{\mu} + C = - \frac{A^2}{\frac{z}{A} + 1} + C$$

$$I_2 = A^2 \, L \left(\frac{z}{A} + 1 \right) + \frac{A^2}{\frac{z}{A} + 1} + C$$

finalmente:

$$I = I_1 - I_2 = \frac{1}{2} z^2 - A^2 \, L \left(\frac{z}{A} + 1 \right) - \frac{A^2}{\frac{z}{A} + 1} + C$$

Para $z = 0$ la distancia z_c es nula y nuestros límites serán 0 y Z

$$\int_0^Z z \left[1 - \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] dz = \frac{1}{2} z^2 - A^2 \, L \left(\frac{z}{A} + 1 \right) - \frac{A^2}{\frac{z}{A} + 1} + A^2$$

y la distancia Z_k es:

$$Z_k = \frac{\frac{Z^2}{2} - A^2 L \left(\frac{Z}{A} + 1 \right) - \frac{A^2}{\frac{Z}{A} + 1} + A^2}{Z + \frac{A^2}{Z + A} - A}$$

2.II.4 PRESION VERTICAL SOBRE EL FONDO

El peso total del material ensilado hasta un nivel Z es:

$$P_Z = \gamma \cdot S \cdot Z + \gamma \cdot S \cdot \frac{h}{3}$$

$$P_Z = \gamma \cdot S \cdot \left(Z + \frac{h}{3} \right)$$

la carga equilibrada a este mismo nivel por el rozamiento del material ensilado es:

$$P'_Z = \frac{\gamma \cdot S \cdot Z}{Z + A}$$

por consiguiente la presión vertical total o carga sobre el plano horizontal al nivel Z es:

$$Q_Z = P_Z - P'_Z$$

$$Q_Z = \gamma \cdot S \cdot \left(Z + \frac{h}{3} \right) - \frac{\gamma \cdot S \cdot Z^2}{Z + A}$$

$$Q_Z = \gamma \cdot S \cdot \left(Z + \frac{h}{3} - \frac{Z^2}{Z + A} \right)$$

$$Q_Z = \gamma \cdot S \cdot \left[Z \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right]$$

RESUMIENDO LAS FORMULAS TENEMOS:

Silos cilíndricos:

Empuje lateral máximo .

$$P_{\text{máx}} = \frac{\gamma \cdot D}{4 \cdot \text{tg } \phi'}$$

Abscisa característica:

$$A = \frac{D}{4 \text{ tg } \phi' \text{ tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)} - \frac{h}{3}$$

Empuje lateral unitario sobre las paredes, a profundidad Z:

$$P_z = P_{\text{máx}} \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right]$$

Presión vertical unitaria media sobre el fondo, a profundidad Z:

$$q_z = \left[Z \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right]$$

2. III METODO DE JANSSEN

Notación:

- w = densidad del material almacenado en el silo en kg/m³
- h = altura desde el borde superior de la celda al punto donde se calcula la presión, en metros.
- A = área de la sección recta de la celda en m²
- U = perímetro de la misma sección, en m
- R = $\frac{A}{U}$ radio hidráulico medio de la sección, en m
- ϕ = ángulo de reposo del material almacenado en grados
- ϕ' = ángulo de rozamiento entre el material almacenado y las paredes de la celda
- μ' = $\text{tg } \phi'$
- P_h = presión horizontal, en kg/m²
- P_v = presión vertical en kg/m²
- K = $\frac{P_h}{P_v} = \frac{1 - \text{sen } \phi}{1 + \text{sen } \phi}$

2. III.1 DERIVACION DE LA FORMULA

Janssen obtiene las presiones laterales del llenado en una celda mediante la consideración del equilibrio de una rebanada elemental de producto almacenado según la figura mostrada (fig. 2.4)

$$P_v A + w \cdot A \cdot dh = (P_v + \frac{d P_v}{dh} \cdot dh) A + \mu' P_h \cdot U \cdot dh$$

$$P_v A + w \cdot A \cdot dh = P_v A + \frac{d P_v}{dh} \cdot dh \cdot A + \mu' P_h \cdot U \cdot dh$$

$$w \cdot A \cdot dh - A \frac{d P_v}{dh} \cdot dh - \mu' P_h \cdot U \cdot dh = 0$$

Sustituyendo P_v por P_h

$$w \cdot A \cdot dh - A \frac{d P_v}{dh} \cdot dh - \mu' k P_v \cdot U \cdot dh = 0$$

$$\omega - \frac{d P_V}{dh} - \mu' k P_V \cdot \frac{U}{A} = 0$$

$$\omega - \frac{d P_V}{dh} - \frac{\mu' k P_V}{R} = 0$$

Separando las variables para resolver

$$d P_V = \left(\omega - \frac{\mu' k P_V}{R} \right) dh$$

$$dh = \frac{d P_V}{\omega - \frac{\mu' k P_V}{R}}$$

y por integración:

$$\log_e \left(\omega - \frac{\mu' k P_V}{R} \right) = - \frac{\mu' k}{R} \cdot h + C$$

Si $h = 0$; $P_V = 0 \rightarrow C = \log_e \omega$

Por consiguiente:

$$- \frac{\mu' k}{R} \cdot h = \log_e \left(\frac{\omega - \frac{\mu' k}{R} P_V}{\omega} \right)$$

$$e^{- \frac{\mu' k}{R} h} = \frac{\omega - \frac{\mu' k}{R} P_V}{\omega}$$

$$P_V = \frac{WR}{\mu' k} \left(1 - e^{- \frac{\mu' k}{R} h} \right)$$

$$F_h = k P_V$$

$$= \frac{WR}{\mu' k} k \left(1 - e^{- \frac{\mu' k}{R} h} \right)$$

$$F_h = \frac{WR}{\mu'} \left(1 - e^{- \frac{\mu' k}{R} h} \right)$$

Estos valores son proporcionales a $R = A/U$, muy conocido como radio hidráulico medio e igual a $L/4$ para si los cuadrados de lado L ; e igual a $d/4$ para silos cilíndricos.

Por lo tanto las presiones laterales son las mismas para un silo cuadrado que para un silo circular en los que el diámetro es igual al lado.

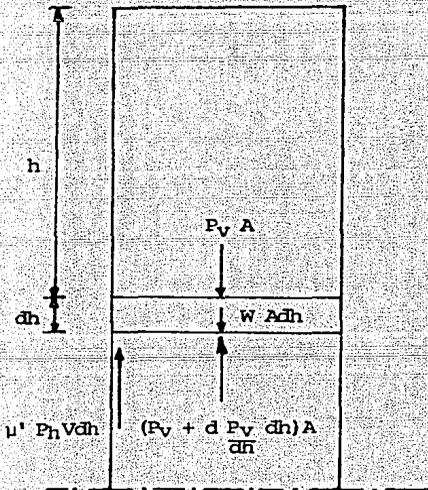


FIGURA 2.4

2.IV. METODO DE AIRY

Mediante el uso de la cuña de deslizamiento Airy deriva su teoría para obtener las presiones laterales sobre las paredes de un silo; así como el peso del producto ensilado que es absorbido por las paredes por rozamiento.

Estas fórmulas han sido usadas extensivamente por Ingenieros Ingleses, en el cálculo y construcción de silos de madera, acero y hormigón armado.

Para todos estos materiales, Airy determina los dos coeficientes μ y μ' (por experimentación) que, junto con la densidad del producto almacenado, son suficientes para la obtención de presiones laterales.

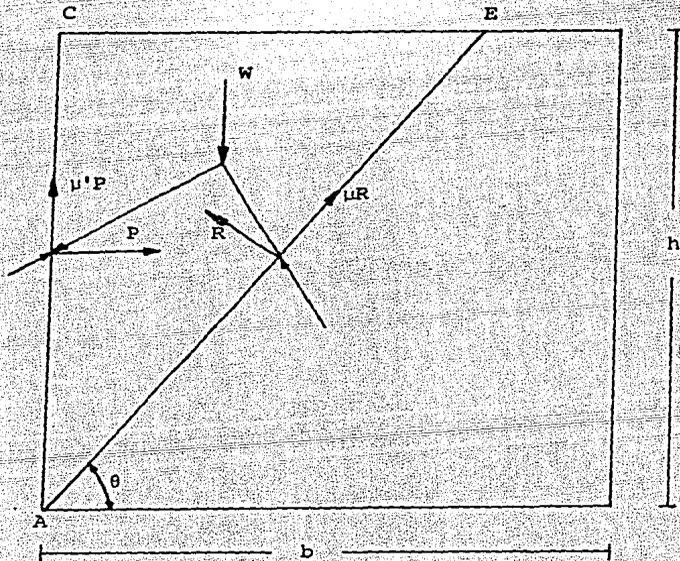
En estas fórmulas no interviene el factor $K = \frac{1 - \text{sen } \phi}{1 + \text{sen } \phi}$

NOTACION:

- W = Densidad del producto almacenado en kg/m^3
- h = altura del grano en la celda; en m.
- b = diámetro o lado de la celda, en m.
- μ = coeficiente de rozamiento grano-grano
- μ' = coeficiente de rozamiento grano-pared de la celda
- ϕ = ángulo que el plano de deslizamiento forma con la horizontal y que corresponde a la máxima presión lateral.
- P = presión horizontal contra la pared de la celda en un metro de ancho y en toda la altura considerada.

2.IV. 1. FORMULAS DE PRESIONES LATERALES

De acuerdo a la figura Airy establece el equilibrio de la cuña de - deslizamiento que es soportada por el grano en reposo a lo largo del plano no AE y por la pared de la celda AC; ejerciendo contra esta la presión - P, que es la que pretendemos calcular.



Teoría de Airy basada en el plano de deslizamiento AE
Caso de celdas bajas

FIGURA 2.5

Airy distingue dos tipos de celdas:

- 1) Celdas bajas (Shallow bins), en la que el plano de deslizamiento corta a la superficie libre del grano antes que a la pared de la celda.

Para estas celdas bajas obtiene el siguiente valor de la presión lateral.

$$P = \frac{wh^2}{2 \operatorname{tg} \theta} \frac{\operatorname{tg} \theta - \mu}{1 - \mu \mu' + (\mu + \mu') \operatorname{tg} \theta}$$

Siendo:

$$\operatorname{tg} \theta = \mu + \sqrt{\mu \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'}}$$

- 2) Celdas altas (Deep bins), en las que el plano de deslizamiento corta a la pared de la celda antes que a la superficie del - - cereal.

la presión lateral en este caso tiene el valor:

$$P = \frac{wb}{2} (2h - b \operatorname{tg} \theta) \frac{\operatorname{tg} \theta - \mu}{1 - \mu \mu' + (\mu + \mu') \operatorname{tg} \theta}$$

Siendo:

$$\operatorname{tg} \theta = \sqrt{\frac{2h}{b} \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'} + \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'} \frac{1 - \mu^2}{\mu + \mu'} - \frac{1 - \mu \mu'}{\mu + \mu'}}$$

Coefficientes usados en la fórmula de Airy

En la fórmula la presión "P" es una función de μ y μ' los cuales - pueden obtenerse rápidamente por experimentos sencillos.

En este método como vemos no se requiere cuantificar el factor "k" sobre el cual existen muchas dudas debido a que no es fácilmente cuantificable.

Los valores mostrados en la siguiente tabla, son usados en el diseño de silos de concreto reforzado que fueron obrenidos por Airy para varias clase de granos.

GRANO	PESO VOLUMETRICO		μ GRANO SOBRE GRANO	μ' GRANO SOBRE CONCRETO
	lb/ft ³	kg/m ³		
Trigo	49	785	0.466	0.444
Cebada	39	625	0.507	0.452
Avena	28	449	0.532	0.466
Mafz	44	705	0.521	0.423
Frijoles	46	737	0.616	0.442
Garbanzo	50	801	0.472	0.296
Chicharo	49	785	0.554	0.394
Linaza	41	657	0.456	0.414

2.IV.2 FORMULA ALTERNATIVA PARA LA PRESION "P"

En un segundo artículo se demuestra que la fórmula de tang θ y P pueden ser reducidas a:

$$P = \frac{Wh^2}{2} \left(\frac{1}{\mu(\mu + \mu') + \sqrt{1 + \mu^2}} \right)^2 \quad \text{Para el caso I}$$

$$P = \frac{Wb^2}{2} \left(\frac{\sqrt{\frac{2h}{b} (\mu + \mu') + (1 - \mu\mu')} - \sqrt{1 + \mu^2}}{\mu + \mu'} \right)^2 \quad \text{Para el caso II}$$

Como antes, la presión sobre el fondo de un recipiente cuadrado es:
(para el caso II)

$$\begin{aligned} P &= Whb^2 - 4b P \mu' \\ &= Whb^2 - 2 \mu' Wb^2 \left(\frac{\sqrt{\frac{2h}{b} (\mu + \mu') + (1 - \mu\mu')} - \sqrt{1 + \mu^2}}{\mu + \mu'} \right)^2 \end{aligned}$$

y el valor máximo de esta presión ocurre a la profundidad:

$$h = \frac{b}{2} \left[\left(\frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'} \right) \left(\frac{4 \mu'}{3 \mu' - \mu} \right) - \frac{1 - \mu \mu'}{\mu + \mu'} \right]$$

la principal crítica del análisis hecho por Airy es que es aplicable solamente a la parte central de un recipiente muy largo. En un contenedor de longitud limitada, habrá fuerzas friccionantes en las colindancias del perfil de la cuña-masa que tiende a deslizar, es decir, el problema es en 3 dimensiones y no en dos como es tratado.

Una fórmula que no quite exactitud teórica puede elaborarse para trabajar en la práctica ajustando varios coeficientes para hacer el cálculo de las presiones concordantes con los resultados obtenidos o con las prácticas comunes.

T.1 TABLA COMPARATIVA DE PRESIONES

SILOS CILINDRICOS

MÉTODOS	PRESION VERTICAL	PRESION HORIZONTAL
REIMBERT	$q_z = \gamma \left[z \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right]$	$P_z = P_{máx} \left[1 - \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-2} \right]$
JANSSEN	$P_v = \frac{WR}{\mu'k} \left(1 - e^{-\frac{\mu'k}{R} \cdot h} \right)$	$P_h = \frac{WR}{\mu'k} \left(1 - e^{-\frac{\mu'k}{R} \cdot h} \right)$

DONDE:

REIMBERT

kg/m² q_z = Presión vertical media a la profundidad Z
 kg/m³ γ = Peso volumétrico del material almacenado
 m z = Profundidad
 m A = Coef. de reimbert (abs)
 m h = altura del cono
 kg/m² P_{máx} = Empuje lateral máximo
 kg/m² P_z = Empuje lateral a la profundidad Z

JANSSEN

P_v = Presión vertical
 W = densidad del material almacenado
 R = radio hidráulico medio
 μ' = tan φ
 $k = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}$
 h = altura abajo del tope de la pared del silo
 P_h = presión horizontal

T.2 TABLA COMPARATIVA DE PRESIONES

METODO DE AIRY

	PRESION HORIZONTAL CASO I	FORMULA REDUCIDA CASO I
<p>CELDAS BAJAS (SHALLOW BINS)</p>	$P = \frac{Wh^2}{2 \cdot \text{tg } \theta} \frac{\text{tg } \theta - \mu}{1 - \mu\mu' + (\mu + \mu') \text{tg } \theta}$ $\text{tg } \theta = \mu + \sqrt{\mu \frac{1 + \mu'^2}{\mu + \mu'}}$	$P = \frac{Wh^2}{2} \left(\frac{1}{\mu(\mu + \mu') + \sqrt{1 + \mu'^2}} \right)$
<p>CELDAS ALTAS (DEEP BINS)</p>	$P = \frac{Wb}{2} (2h - b \text{tg } \theta) \frac{\text{tg } \theta - \mu}{1 - \mu\mu' + (\mu + \mu') \text{tg } \theta}$ $\text{tg } \theta = \frac{2h}{b} \frac{1 + \mu'^2}{\mu + \mu'} + \frac{1 + \mu'^2}{\mu + \mu'} \frac{1 + \mu'^2}{\mu + \mu'} - \frac{1 - \mu\mu'}{\mu + \mu'}$	$P = \frac{Wb^2}{2} \left(\frac{\sqrt{\frac{2h}{b}(\mu + \mu') + (1 - \mu\mu') - \sqrt{1 + \mu'^2}}}{\mu + \mu'} \right)^2$

- W = densidad del producto almacenado
- h = altura del grano
- b = diámetro o lado de la celda
- μ = coeficiente de rozamiento grano - grano
- μ' = coeficiente de rozamiento grano pared de la celda
- θ = ángulo que el plano de deslizamiento forma con la horizontal
- P = presión horizontal contra la pared de la celda

2.V. INCREMENTO DE PRESIONES

Después de determinar las presiones internas en la pared del silo debidas al material almacenado por cualquiera de los anteriores métodos antes mencionados, procedemos a tomar en cuenta el incremento de presión debido al llenado, con el factor de impacto "Ci", este incremento predomina en depósitos pequeños que reciben descargas casi instantáneas.

El incremento de presión debido a la descarga se considera con el factor "Cd". Debe hacerse hincapie en que los valores de "Cd" son aplicables cuando durante la descarga, el material se mueve según el llamado "flujo de embudo". Esta condición de descarga es la normal y consiste en que el material fluye hacia la salida por un ducto más o menos cónico.

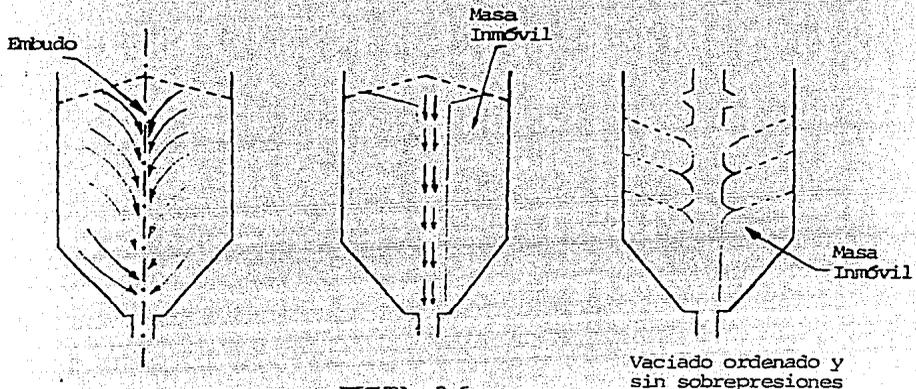
Para que se tenga el "flujo embudo", la abertura de salida debe ser suficientemente amplia de modo que asegure sin obstrucción el paso del material por gravedad; la descarga debe ser el centro del depósito; la relación entre altura y el diámetro de este no debe exceder de aproximadamente 2.5, y la velocidad de descarga debe ser suficientemente baja.

Si las paredes de la tolva de descarga son lisas y con mucho declive, se produce el "flujo masivo" en el que al salir parte del material se pone en movimiento todo el contenido de depósito; esta condición causa incrementos excesivos de la presión inferior que no están tomados en cuenta por los factores "Cd".

Se ha encontrado el medio de impedir el incremento de los esfuerzos a través de un dispositivo denominado "columna de depresión"; evitando que la masa ensilada se ponga en movimiento, de tal forma que el vaciado se produzca por capas sucesivas, comenzando por las más altas.

Este resultado se alcanza colocando en el eje del silo, y en toda su altura un conducto de evacuación constituido esencialmente por un -

tubo perforado en toda su longitud y cuyo extremo inferior termina en el orificio de vaciado del silo.



Cuando el silo está lleno la presión ejercida sobre las paredes que es función del radio hidráulico medio, es mucho mayor que la del grano - del inferior del tubo cuyo radio hidráulico medio es relativamente pequeño. De aquí se deduce que cuando se abre el orificio de vaciado el contenido en el inferior de la columna es el que comienza a ponerse en movimiento efectuándose el desalojo del grano por capas tal como lo ilustra la figura.

Debe tomarse en cuenta la posible formación de bóvedas en el material, pues cuando una bóveda falla se produce un fuerte impacto que puede dañar la estructura. Las bóvedas se forman ya sea cuando la abertura de salida no es suficientemente grande para asegurar el flujo libre por gravedad, o cuando el depósito se descarga a la máxima velocidad que permite el sistema. El problema requiere un análisis adicional que no veremos.

El fenómeno de aeración, consiste en la disminución del peso volumétrico y de los ángulos de fricción, a causa del aire que queda atrapado en la masa del material.

Durante el llenado, un material fino atrapa un exceso de aire; si la velocidad de llenado es baja, el aire escapa y los coeficientes de fricción y el peso volumétrico finales se alcanzan rápidamente. Si la velocidad de llenado es alta el material tiende a comportarse como un fluido con ángulos de fricción casi nulos.

La descarga por aberturas excéntricas causa cambios en la presión lateral, probablemente la presión aumenta en un lado y disminuye en el otro aunque esto último no se puede afirmar, las paredes de los silos deben tener resistencia y rigidez horizontales adecuadas para soportar la presión desbalanceada que ocurre durante la descarga excéntrica.

Aunque la descarga sea concéntrica, pueden generarse presiones desiguales alrededor del perímetro del depósito si la superficie del material almacenado es asimétrica. Esto puede ocurrir, por ejemplo, si el material que entra no cae verticalmente o si existen presiones internas que favorezcan un flujo más rápido en un lado que en el otro.

Un fenómeno que debemos tomar en cuenta para el llenado de los silos es la velocidad de llenado. Así si el llenado es muy rápido se producirán tensiones máximas para los empujes laterales, es decir, la densidad aparente y el ángulo de rozamiento interno del medio son mínimos.

Si el llenado es muy lento se producirán las fuerzas máximas para las presiones verticales, o sea, la densidad aparente y el ángulo de rozamiento interno del medio son máximos.

Según la naturaleza de las paredes de silos se tomarán las siguientes recomendaciones:

- 1) Para silos de paredes lisas.-

Las tensiones máximas, empujes y presiones se calcularán con la densidad máxima producida por ensilado lento y asentamiento, el correspondiente ángulo de rozamiento interno máximo y el ángulo mínimo de rozamiento.

miento interno máximo y el ángulo mínimo de rozamiento del grano con las paredes.

2) Para silos de paredes rugosas.

- a) Se calcularán los empujes laterales con la densidad mínima debida a ensilado rápido, el correspondiente ángulo de rozamiento interno mínimo y el ángulo mínimo de rozamiento del grano con las paredes.

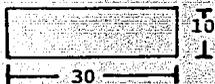
- b) Se calcularán las presiones verticales con la densidad máxima debida a llenado muy lento de los silos y el asentamiento, el ángulo de rozamiento interno correspondiente y el -- ángulo mínimo de rozamiento del grano con las paredes.

2. VI COMPARACION DE LA PRESION VERTICAL Y EL EMPUJE LATERAL POR LOS METODOS DE:

- REIMBERT
- JANSSEN

PARA LOS SIGUIENTES SILOS:

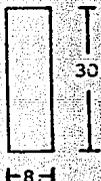
a)



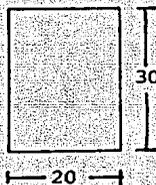
b)



c)



d)



Se trata de calcular un silo cilíndrico de las dimensiones a), b), c), d); la carga sobre el fondo y el empuje lateral que actúa sobre sus paredes.

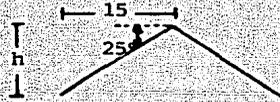
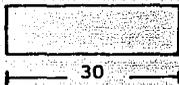
Destinado al almacenaje de trigo:

- | | |
|---------------------------------------|-----------------------|
| - Densidad aparente máxima | 840 kg/m ³ |
| - Densidad aparente mínima | 730 kg/m ³ |
| - Angulo de rozamiento interno mínimo | 21°30 |
| - Angulo de rozamiento interno máximo | 31° |
| - Angulo de talud natural del trigo | 25° |

- Angulo mínimo de rozamiento con la pared

18° φ

a)



$$h = 15 \cdot \operatorname{tg} 25^\circ$$

$$h = 6.9946$$

Reimbert

Presión vertical:

$$q_z = \gamma z \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \quad ; \quad Q_z = S \cdot q$$

$$A = \frac{D}{4 \operatorname{tg} \phi' \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)} - \frac{h}{3}$$

$$A = \frac{30}{4 \operatorname{tg} 18^\circ \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{31^\circ}{2} \right)} - \frac{6.9946}{3} = 69.7791$$

$$A = 69.7791$$

$$A = 10 - 6.9946 = 3.0054$$

$$Q_z = \pi \frac{(30)}{4} \times 840 \cdot 3.0054 \left(\frac{3.0054}{69.7791} + 1 \right)^{-1} + \frac{6.9946}{3}$$

z	$z \left(\frac{z}{A} + 2 \right)^{-1} + \frac{h}{3}$	q_z	Q_z
0	0.00	1958.48	1384373.59
0.60	2.9264	2458.19	1737593.02
1.20	3.5112	2949.44	2084840.73
1.80	4.0846	3432.46	2426267.05
2.40	4.6517	3907.45	2762017.00
3.0054	5.2128	4378.78	3095178.23

Empujes laterales

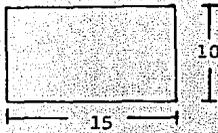
$$P_z = P_{\max} \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right]; \quad P_{\max} = \frac{\gamma \cdot D}{4 \cdot \operatorname{tg} \phi} \quad P_{\max} = \frac{\gamma \cdot R}{\operatorname{tg} \phi}$$

$$P_{\max} = \frac{840 \times 7.50}{\operatorname{tg} 18^\circ} = 19389.40 \quad \text{kg/m}^2$$

$$P_z = 19389.40 \left[1 - \left(\frac{Z}{69.7791} + 1 \right)^{-2} \right]$$

Z	$\frac{Z}{69.7791}$	$1 - \left(\frac{Z}{69.7791} + 1 \right)^{-2}$	P_z
0	0	0	0
0.60	0.0086	0.0170	329.19
1.20	0.0172	0.0335	650.06
1.80	0.0258	0.0497	962.91
2.40	0.0344	0.0654	1267.98
3.0054	0.0431	0.0809	1568.18

b)



Presión Vertical.-

$$q_z = \gamma z \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \quad ; \quad Q_z = S \cdot q_z$$

$$A = 36.055 - 2.3315 = 33.7239$$

$$z = 3.0054 \text{ mts.}$$

$$Q_z = \pi \left(\frac{15}{4} \right)^2 \cdot 840 \left(3.0054 \left(\frac{3.0054}{33.7239} + 1 \right)^{-1} + \frac{6.9946}{3} \right)$$

z	$\left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} z + \frac{h}{3}$	$Q_z = S \cdot \gamma \left \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} z + \frac{h}{3} \right $	$q_z = \frac{Q_z}{S}$
0	2.3315	346093.39	1956.45
0.60	2.9210	433600.66	2453.67
1.20	3.4903	518101.14	2931.85
1.80	4.0403	599747.19	3393.67
2.40	4.5121	678681.04	3840.54
3.0054	5.0910	755711.50	4276.45

Empujes Laterales:

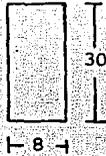
$$P_z = P_{\text{máx}} \left[1 - \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] \quad P_{\text{máx}} = \frac{\gamma D}{4 \cdot \text{tg } \phi'} \rightarrow P_{\text{máx}} = \frac{\gamma R}{\text{tg } \phi'}$$

$$P_{\text{máx}} = \frac{840 \times 3.75}{\text{tg } 18^\circ} = 9694.70 \text{ kg/m}^2$$

$$P_z = 9694.70 \left[1 - \left(\frac{z}{33.7239} + 1 \right)^{-2} \right]$$

z	$\frac{z}{33.7239}$	$1 - \left(\frac{z}{33.7239} + 1\right)^{-2}$	P_z
0	0	0.	0
0.60	0.178	0.0347	335.97
1.20	0.0356	0.0675	654.78
1.80	0.0534	0.0988	957.57
2.0054	0.0891	0.1570	1521.64

c)



Presión Vertical

$$Q_z = S \cdot \gamma \left| z \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right|$$

$$A = 16.8980$$

$$z = 20 - 6.9946 = 23.0054$$

$$Q_z = \frac{\pi (8)^2}{4} 840 \left| z \left(\frac{z}{16.8980} + 1 \right)^{-1} + \frac{6.9946}{3} \right|$$

z	$\left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} z + \frac{h}{3}$	$Q_z = S \gamma \left \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} z + \frac{h}{3} \right $	$q_z = \frac{Q_z}{S}$
0	2.3315	98444.34	1958.48
0.60	2.9110	122909.46	2445.21
1.20	3.4520	145752.41	2899.65
1.80	3.9583	167129.34	3324.93
2.40	4.4331	187177.01	3723.76
3.0054	4.8831	206180.04	4101.82
4.0	5.5659	235009.52	4675.36
5.0	6.1899	261355.29	5199.49
6.0	6.7593	285339.94	5677.85
7.0	7.2812	307432.32	6116.17
8.0	7.7611	327694.89	6519.28
9.0	8.2039	346392.66	6891.26
10.0	8.6138	363700.18	7235.58
11.0	8.9943	379766.90	7555.22
12.0	9.3485	394721.68	7852.73
13.0	9.6790	408676.07	8130.35
14.0	9.9881	421727.21	8389.94
15.0	10.2778	433960.04	8633.36
16.0	10.5494	445449.20	8861.93
17.0	10.8060	456260.48	9077.01
18.0	11.0473	466452.18	9279.77
19.0	11.2753	476076.06	9471.23
20.0	11.4909	485178.30	9652.31
21.0	11.6951	493800.18	9823.84
22.0	11.8888	501978.75	9986.55
23.0054	12.0737	509788.24	10141.91

Empujes Laterales.-

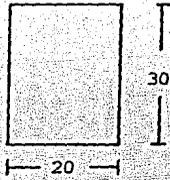
$$P_z = P_{\text{máx}} \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] \quad ; \quad P_{\text{máx}} = \frac{\gamma D}{4 \operatorname{tg} \phi'} = \frac{\gamma r}{\operatorname{tg} \phi'}$$

$$P_{\text{máx}} = \frac{840 (2)}{\operatorname{tg} 18^\circ} = 5170.50 \text{ kg/m}^2$$

$$P_z = 5170.50 \left[1 - \left(\frac{Z}{16.8980} + 1 \right)^{-2} \right]$$

Z	$\frac{Z}{16.8980}$	$1 - \left(\frac{Z}{16.8980} + 1 \right)^{-2}$	P_z
0	0	0	0
0.60	0.0035	0.0674	348.50
1.20	0.0710	0.1282	662.93
1.80	0.1065	0.1833	947.57
2.40	0.1420	0.2333	1206.08
3.0054	0.1779	0.2792	1443.58
4.0	0.2367	0.3462	1789.89
5.0	0.2959	0.4045	2091.60
6.0	0.3551	0.4554	2354.65
7.0	0.4142	0.500	2585.38
8.0	0.4734	0.5394	2788.86
9.0	0.5326	0.5743	2969.24
10.0	0.5918	0.6053	3129.87
11.0	0.6510	0.6331	3272.54
12.0	0.7101	0.6581	3402.55
13.0	0.7693	0.6806	3518.84
14.0	0.8285	0.7009	3624.02
15.0	0.8877	0.7194	3719.46
16.0	0.9469	0.7362	3806.34
17.0	1.0060	0.7515	3885.63
18.0	1.0652	0.7655	3958.22
19.0	1.1244	0.7784	4024.81
20.0	1.1836	0.7903	4086.07
21.0	1.2427	0.8012	4142.55
22.0	1.3019	0.8113	4194.72
23.0054	1.3614	0.8207	4243.27

d)



Presión Vertical.-

$$Q_z = S \cdot \gamma \left[Z \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right]$$

$$A = 48.0740 - 2.3315 = 45.7425$$

$$Z = 30 - 6.9946 = 23.0054$$

$$Q_z = \frac{\pi (20)^2}{4} 840 \left[Z \left(\frac{Z}{45.7425} + 1 \right)^{-1} + \frac{6.9946}{3} \right]$$

z	$\left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} z + \frac{h}{3}$	$Q_z = S \cdot \gamma \left[\left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} z + \frac{h}{3} \right]$	$q_z = \frac{Q_z}{S}$
0	2.3315	615277.15	1958.48
0.60	2.9238	771563.43	2455.96
1.20	3.5009	923854.53	2940.72
1.80	4.0634	1072301.71	3413.24
2.40	4.6119	1217048.71	3873.98
3.0054	5.1516	1359487.02	4327.38
4.0	6.0099	1585969.12	5048.29
5.0	6.8388	1004729.92	5744.63
6.0	7.6358	2015034.96	6414.05
7.0	8.4025	2217365.21	7058.09
8.0	9.1407	2412165.85	7678.16
9.0	9.8519	2599849.51	8275.57
10.0	10.5376	2780799.22	8851.55
11.0	11.1991	2955370.99	9407.23
12.0	11.8377	3123896.22	9943.67
13.0	12.4546	3286683.67	10461.83
14.0	13.0508	3444021.49	10962.66
15.0	13.6274	3596178.84	11446.99
16.0	14.1853	3743407.40	11915.63
17.0	14.7254	3885942.86	12369.34
18.0	15.2486	4024006.09	12808.81
19.0	15.7556	4157804.33	13235.70
20.0	16.2472	4287532.19	13647.63
21.0	16.7240	4413372.65	14048.20
22.0	17.1868	4535497.84	14436.94
23.0054	17.6385	4654700.84	14816.37

Empujes laterales.-

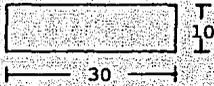
$$P_z = P_{\max} \left[1 - \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] ; P_{\max} = \frac{\gamma D}{4 \operatorname{tg} \phi'} = \frac{\gamma r}{\operatorname{tg} \phi'}$$

$$P_{\max} = \frac{840 (5)}{\operatorname{tg} 18^\circ} = 12926.27 \text{ kg/m}^2$$

$$P_z = 12926.27 \left[1 - \left(\frac{z}{45.7425} + 1 \right)^{-2} \right]$$

z	$\frac{z}{45.7425}$	$1 - \left(\frac{z}{45.7425} + 1 \right)^{-2}$	P_z
0	0	0	0
0.60	0.0131	0.0257	332.55
1.20	0.0262	0.0505	652.43
1.80	0.0394	0.0743	960.27
2.40	0.0525	0.0972	1296.67
3.0054	0.0657	0.1145	1544.72
4.0	0.0874	0.1544	1995.32
5.0	0.1093	0.1874	2421.92
6.0	0.1312	0.2185	2824.02
7.0	0.1530	0.2478	3203.46
8.0	0.1749	0.2756	3561.92
9.0	0.1968	0.3018	3900.93
10.0	0.2186	0.3266	4221.84
11.0	0.2405	0.3501	4525.94
12.0	0.2623	0.3724	4814.38
13.0	0.2842	0.3936	5088.21
14.0	0.3061	0.4138	5348.42
15.0	0.3279	0.4329	5595.91
16.0	0.3498	0.4511	5831.39
17.0	0.3716	0.4685	6055.75
18.0	0.3935	0.4850	6269.63
19.0	0.4154	0.5008	6473.68
20.0	0.4372	0.5159	6668.48
21.0	0.4591	0.5303	6854.60
22.0	0.4810	0.5440	7032.53
23.0054	0.5029	0.5573	7203.66

a)



Presión Vertical.-

$$P_v = \frac{w R}{\mu' k} (1 - e^{-\frac{\mu' k}{R} \cdot h})$$

$$P_v = \frac{840 (30/4)}{0.3249 (0.4059)} (1 - e^{-\frac{0.3249 (0.4059)}{7.5} \cdot h})$$

h	$(1 - e^{-\frac{\mu' k}{R} \cdot h})$	P_v
0	0.00	0
0.60	0.0105	501.35
1.20	0.0209	997.43
1.80	0.0312	1488.32
2.40	0.0413	1974.05
3.0054	0.0515	2458.99
4.0	0.0679	3244.56
5.0	0.0842	4020.66
6.0	0.1001	4783.24
7.0	0.1158	5532.53
8.0	0.1312	6268.75
9.0	0.1464	6992.15
10.0	0.1612	7702.93

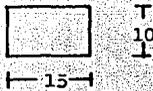
Presion Horizontal.-

$$P_h = k P_v \quad ; \quad P_h = \frac{W R}{\mu'} \left(1 - e^{-\frac{\mu k}{R} \cdot h} \right)$$

$$k = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} \Rightarrow K = \frac{1 - \operatorname{sen} 25^\circ}{1 + \operatorname{sen} 25^\circ} = \frac{1 - 0.4226}{1 + 0.4226} = 0.4059$$

h	P_v	k	P_h
0	0	0.4059	0
0.60	501.35	0.4059	203.49
1.20	997.43	0.4059	404.85
1.80	1488.32	0.4059	604.10
2.40	1974.05	0.4059	801.26
3.0054	2458.99	0.4059	998.10
4.0	3244.56	0.4059	1316.96
5.0	4020.66	0.4059	1631.98
6.0	4783.24	0.4059	1941.51
7.0	5532.53	0.4059	2245.65
8.0	6268.75	0.4059	2544.48
9.0	6992.15	0.4059	2838.11
10.0	7702.93	0.4059	3126.61

b)



Presión Vertical.-

$$P_v = \frac{W R}{\mu' k} (1 - e^{-\frac{\mu' k}{R} \cdot h})$$

$$P_v = \frac{840 (15/4)}{0.3249 (0.4059)} (1 - e^{-\left(\frac{0.3249 (0.4059)}{3.75}\right) \cdot h})$$

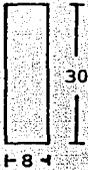
Presión Horizontal.-

$$P_h = K P_v ; P_h = \frac{W R}{\mu'} (1 - e^{-\frac{\mu k}{R} \cdot h}) ; k = \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}$$

$$K = \frac{1 - \sin 25^\circ}{1 + \sin 25^\circ} = 0.4059$$

h	$(1 - e^{-\frac{k}{R} \cdot h})$	P_v	k	P_h
0.0	0	0	0.4059	0
0.60	0.0209	498.71	0.4059	202.43
1.20	0.0413	987.02	0.4059	400.63
1.80	0.0613	1465.13	0.4059	594.69
2.40	0.0809	1933.26	0.4059	784.71
3.0054	0.1003	2395.70	0.4059	972.41
4.00	0.1312	3134.37	0.4059	1272.24
5.00	0.1612	3851.46	0.4059	1563.31
6.00	0.1902	4543.71	0.4059	1844.31
7.00	0.2182	5212.16	0.4059	2115.61
8.00	0.2452	5857.45	0.4059	2377.54
9.00	0.2713	6480.44	0.4059	2630.41
10.00	0.2965	7081.90	0.4059	2874.54

c)



Presión Vertical.-

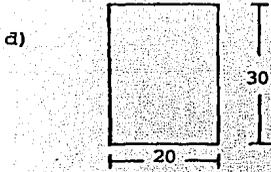
$$P_v = \frac{W R}{\mu' k} \left(1 - e^{-\frac{\mu' k}{R} \cdot h} \right)$$

$$P_v = \frac{840(8/4)}{0.3249(0.4059)} \left(1 - e^{-\frac{(0.3249)(0.4059)}{2} \cdot h} \right)$$

Presión Horizontal.- $P_h = k P_v$; $k = 0.4059$

$$P_h = \frac{W R}{\mu'} \left(1 - e^{-\frac{\mu' k}{R} \cdot h} \right)$$

h	$\left(1 - e^{-\frac{k}{R} \cdot h} \right)$	P_v	k	P_h
0	0	0	0.4059	0
0.60	0.0638	812.90	0.4059	329.95
1.20	0.0388	968.60	0.4059	393.15
1.80	0.1119	1425.71	0.4059	578.69
2.40	0.1464	1864.57	0.4059	756.83
3.0054	0.1798	2290.12	0.4059	929.56
4.00	0.2318	2953.41	0.4059	1198.78
5.00	0.2809	3577.85	0.4059	1452.25
6.00	0.3267	4162.45	0.4059	1689.53
7.00	0.3697	4709.74	0.4059	1911.68
8.00	0.4099	5222.11	0.4059	2119.65
9.00	0.4476	5701.78	0.4059	2314.35
10.00	0.4828	6150.85	0.4059	2496.63
11.00	0.5158	6571.26	0.4059	2667.27
12.00	0.5467	6964.84	0.4059	2827.02
13.00	0.5757	7333.31	0.4049	2976.59
14.00	0.6027	7678.26	0.4059	3116.60
15.00	0.6281	8001.20	0.4059	3247.69
16.00	0.6518	8303.54	0.4059	3370.40
17.00	0.6740	8586.58	0.4059	3485.29
18.00	0.6948	8851.56	0.4059	3592.85
19.00	0.7143	9099.64	0.4059	3693.54
20.00	0.7325	9331.88	0.4059	3887.81
21.00	0.7496	9549.30	0.4059	3876.06
22.00	0.7656	9752.85	0.4059	3958.68
23.0054	0.7806	9944.41	0.4059	4036.43



Presión Vertical

$$P_v = \frac{w R}{\mu k} (1 - e^{-\frac{\mu k}{R} \cdot h})$$

$$P_v = \frac{840(20/4)}{(0.3249)(0.4059)} (1 - e^{-\frac{0.3249(0.4059)}{s} \cdot h})$$

Presión Horizontal.- $P_h = k P_v$; $k = 0.4059$

$$P_h = \frac{w R}{\mu} (a - e^{-\frac{\mu k}{R} \cdot h})$$

h	$(1 - e^{-\frac{k}{R} \cdot h})$	P_v	k	P_h
0	0.00	0.00	0.4059	0.00
0.60	0.0157	500.03	0.4059	202.96
1.20	0.0312	992.21	0.4059	402.74
1.80	0.0464	1476.69	0.4059	599.38
2.40	0.0613	1953.51	0.4059	792.93
2.0054	0.0762	2427.07	0.4059	985.14
4.00	0.1001	3188.82	0.4059	1294.34
5.00	0.1236	3934.84	0.4059	1597.15
6.00	0.1464	4661.43	0.4059	1892.07
7.00	0.1686	5369.11	0.4059	2179.32
8.00	0.1902	6058.37	0.4059	2459.09
9.00	0.2113	6729.68	0.4059	2731.58
10.00	0.2318	7383.52	0.4059	2996.97
11.00	0.2518	8020.35	0.4059	3255.46
12.00	0.2713	8640.59	0.4059	3507.21
13.00	0.2903	9244.69	0.4059	3752.42
14.00	0.3088	9833.06	0.4059	3991.24
15.00	0.3267	10406.12	0.4059	4223.84
16.00	0.3443	10964.26	0.4059	4450.39
17.00	0.3613	11507.88	0.4059	4671.04
18.00	0.3780	12037.34	0.4059	4885.95
19.00	0.3942	12553.02	0.4059	5095.27
20.00	0.4099	13055.27	0.4059	5299.13
21.00	0.4253	13544.46	0.4059	5497.69
22.00	0.4402	14020.91	0.4059	5691.08
23.0054	0.4549	14487.43	0.4059	5880.44

CAPITULO III

OBTENCION DE LOS ELEMENTOS MECANICOS DEBIDAS A LAS PRESIONES INTERNAS SOBRE LA PARED DEL SILO

- 3.I Determinación de las presiones
 - 3.I.1 - Criterio de Reimbert
 - 3.I.2 - Criterio de Janssen
 - 3.I.3 - Obtención de los coeficientes de descarga
- 3.II Silos cilíndricos Multicelulares
 - 3.II.1 - Momentos derivados del llenado de una intercelda sobre las paredes contiguas
 - 3.II.2 - Momentos derivados de una celda circular sobre las paredes contiguas.

Los criterios de análisis que usaremos para obtener las presiones - del material sobre las paredes del silo son los siguientes:

- 1.- Criterio de Reimbert
- 2.- Criterio de Janssen

De la tabla II.1 del manual de diseño de obras civiles de la Comisión Federal de Electricidad se obtuvieron los siguientes valores de las características principales del cemento.

Cemento.-

Peso volumétrico	γ	1340 - 1660 kg/m
Angulo de reposo	ϕ	24° - 30°
Coefficiente de fricción contra concreto	μ'	0.36 - 0.45

Considerando que las paredes del silo son rugosas tomaremos en cuenta las siguientes consideraciones para el empuje lateral y las presiones verticales:

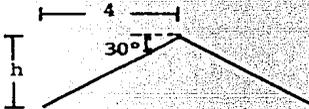
- | | |
|------------------------|---|
| Empuje Lateral.- | <ul style="list-style-type: none"> - densidad mínima - Angulo de rozamiento mínimo - Angulo mínimo de rozamiento grano-pared |
| Presiones Verticales.- | <ul style="list-style-type: none"> - Densidad máxima - Angulo de rozamiento máximo - Angulo mínimo de rozamiento grano-pared |

3.1 DETERMINACION DE LAS PRESIONES

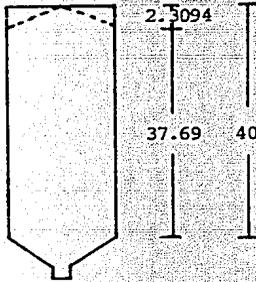
3.1.1 Criterio de Reimbert

Presión Vertical.-

$$q_z = \gamma \left[\left(Z \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right) \right]$$



$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 30^\circ \times 4 &= h \\ h &= 2.3094 \end{aligned}$$



$$A = \frac{r}{\operatorname{tg} \phi \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)} - \frac{h}{3}$$

$$A = \frac{2}{0.36 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{45^\circ - 30^\circ}{2} \right)} - \frac{2.3094}{3} = 15.8969 \text{ mts.}$$

$$Z = 40 - 2.3094 = 37.69$$

Z	$Z \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3}$	$q_z = \left[Z \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right] \gamma$
0	0.7698	1231.68
2	2.5463	4074.07
4	3.9657	6345.04
6	5.1257	8201.17
8	6.0916	9746.60
10	6.9083	11053.33
12	7.6079	12172.69
14	8.2139	13142.29
16	8.7439	13990.31
18	9.2114	14738.25
20	9.6268	15402.84

z	$z \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3}$	$q_z = \gamma \left[z \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right]$
22	9.9983	15997.29
24	10.3326	16532.14
26	10.6350	17015.93
28	10.9098	17455.63
30	11.1606	17857.01
32	11.3905	18224.87
34	11.6020	18563.24
36	11.7972	18875.54
37.69	11.9508	19121.25

$$\begin{aligned}
 Q_{37.69} &= \gamma \times S \left[z \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right] \\
 &= 1600 \times \frac{\pi \times 8}{4} \left[37.69 \left(\frac{37.69}{15.8969} + 1 \right)^{-1} + \frac{2.3094}{3} \right] \\
 &= 961138.91 \text{ kg/m}^2
 \end{aligned}$$

$$P_{\max} = \frac{\gamma D}{4 \operatorname{tg} \phi'} = \frac{\gamma r}{\operatorname{tg} \phi'} = \frac{1600 \cdot (2)}{0.36} = 8888.88 \text{ kg/m}^2$$

$$q_{\max} = \frac{P_{\max}}{\operatorname{tg} \left(\frac{\phi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)} = \frac{8888.88}{\operatorname{tg} \left(\frac{45}{4} - \frac{30}{2} \right)} = 123\,806.12 \text{ kg/m}^2$$

Empuje lateral.-

$$P_z = P_{\text{máx}} \left[1 - \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-2} \right]$$

$$P_z = 8888.88 \left[1 - \left(\frac{z}{15.8969} + 1 \right)^{-2} \right]$$

z	$\frac{z}{15.8969}$	$1 - \left(\frac{z}{15.8969} + 1 \right)^{-2}$	P_z
2	0.1258	0.2110	1875.55
4	0.2516	0.3617	3215.10
6	0.3774	0.4729	4203.55
8	0.5032	0.5575	4955.55
10	0.6291	0.6232	5539.55
12	0.7549	0.6753	6002.66
14	0.8807	0.7173	6375.99
16	1.0065	0.7516	6680.88
18	1.1323	0.7801	6934.21
20	1.2581	0.8039	7145.77
22	1.3839	0.8240	7324.43
24	1.5097	0.8412	7477.32
26	1.6355	0.8560	7608.88
28	1.7613	0.8689	7723.54
30	1.8872	0.8800	7822.21
32	2.0130	0.8898	7909.32
34	2.1388	0.8985	7986.65
36	2.2646	0.9062	8055.10
3869	2.3709	0.9120	8106.65

3.1.2 CRITERIO DE JANSSEN

Presión Vertical.-

$$P_v = \frac{W R}{k} \left(1 - e^{-\frac{\mu' k}{R} \cdot h} \right)$$

$$k \mu' = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} = \frac{1 - \operatorname{sen} 30^\circ}{1 + \operatorname{sen} 30^\circ} = \frac{0.50}{1.5} = 0.333$$

$$P_v = \frac{1600 (8/4)}{0.36(0.333)} \left(1 - e^{-\frac{0.36(0.333)}{8/4} \cdot h} \right)$$

h	$1 - e^{-\frac{k}{R} \cdot h}$	P_v	$P_h = k P_v$
0	0.00	0.00	0.00
2	0.1131	3018.47	1005.15
4	0.2134	5695.62	1896.64
6	0.3023	8070.03	2687.32
8	0.3812	10175.95	3388.59
10	0.4512	12043.73	4010.56
12	0.5132	13700.30	4562.20
14	0.5683	15169.55	5051.46
16	0.6171	16472.66	5485.39
18	0.6604	17628.41	5870.26
20	0.6988	18653.47	6211.60
22	0.7329	19562.62	6514.35
24	0.7631	20368.96	6782.86
26	0.7899	21084.12	7021.01
28	0.8136	21718.41	7232.23
30	0.8347	22280.97	7419.56
32	0.8534	22779.92	7585.71
34	0.8700	23222.46	7733.07
36	0.8847	23614.94	7863.77
37.69	0.8758	23911.79	7962.63

3.I.3 Obtención de los coeficientes de descarga.-

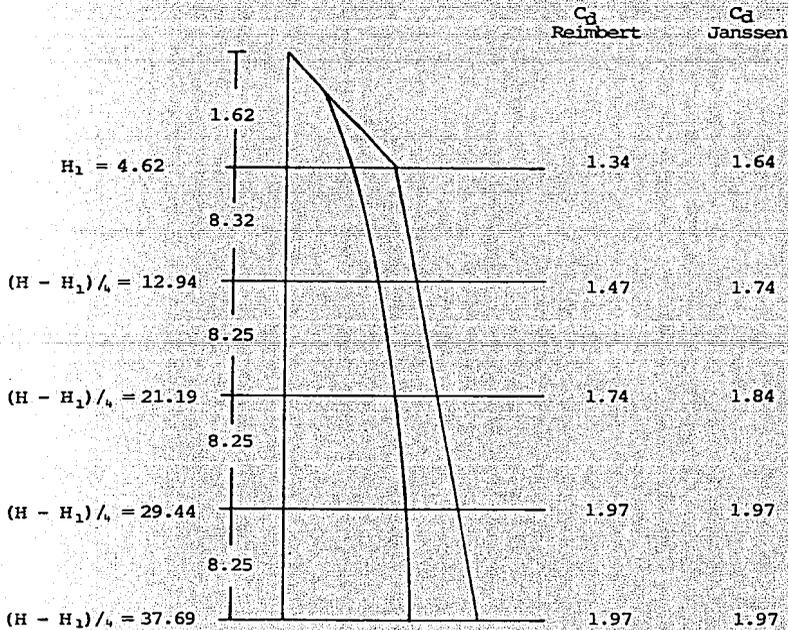
de la tabla C.1 del libro Recomendaciones para el diseño y construcción de silos de concreto, interpolando linealmente para obtener los valores de Coeficiente de descarga (C_d)

$$\frac{H}{D} = \frac{37.69}{8} = 4.71$$

$$H_1 = D \tan \phi$$

$$= 8 \tan 30^\circ \Rightarrow H_1 = 8 (0.5774)$$

$$H_1 = 4.62$$



Presión Vertical.-

Z	Reimbert q _z	Janssen P _v	C _d		Reimbert q _z diseño	Janssen P _v diseño
			Reimbert	Janssen		
0	1231.68	0.0	1.34	1.64	1650.45	0.00
2	4074.07	3018.47	1.34	1.64	5459.	5097.89
4	6345.04	5695.62	1.34	1.64	8502.35	9340.81
4.62	6959.15	6462.37	1.34	1.64	9325.26	10598.28
6	8201.17	8070.03	1.47	1.74	12055.71	14041.85
8	9746.60	10175.95	1.47	1.74	14327.50	17706.15
10	11053.33	12043.73	1.47	1.74	16248.34	20956.09
12	12172.69	13700.30	1.47	1.74	17893.85	23838.52
12.94	12646.16	14412.82	1.47	1.74	18588.38	25078.31
14	13142.29	15169.55	1.74	1.87	22867.58	28367.05
16	13990.31	16472.66	1.74	1.87	24343.14	30803.87
18	14378.25	17628.41	1.74	1.87	25644.55	32965.13
20	15402.84	18653.47	1.74	1.87	26800.94	34881.98
21.19	15764.26	19207.49	1.74	1.87	27429.81	35418.00
22	15997.29	19562.62	1.97	1.97	31514.66	38538.36
24	16532.14	20368.96	1.97	1.97	32568.32	40126.85
26	17015.93	21084.12	1.97	1.97	33521.38	41535.72
28	17455.63	21718.41	1.97	1.97	34387.54	42785.26
29.44	17748.19	22130.19	1.97	1.97	34963.93	43596.47
30	17857.01	22280.97	1.97	1.97	35178.31	43893.51
32	18224.87	22779.92	1.97	1.97	36902.94	44876.44
34	18563.24	23222.46	1.97	1.97	36569.58	45748.25
36	18857.54	23614.94	1.97	1.97	37149.35	46521.43
37.69	19121.25	23911.79	1.97	1.97	37668.86	47106.23

EMPUJE LATERAL.-

Z	REIMBERT P _Z	JANSSEN P _n	C _d		REIMBERT P _Z diseño	JANSSEN P _n diseño
			REIMBERT	JANSSEN		
0	—	—	—	—	—	—
2	1875.55	1005.15	1.34	1.64	2513.23	1648.45
4	3215.10	1896.64	1.34	1.64	4308.23	3110.48
4.62	3552.48	2153.91	1.34	1.64	4760.32	3532.41
6	4203.55	2687.32	1.47	1.74	6179.22	4675.94
8	4955.55	3388.59	1.47	1.74	7284.65	5896.14
10	5539.55	4010.59	1.47	1.74	8143.14	6978.43
12	6002.66	4562.20	1.47	1.74	8823.91	7938.23
12.94	6187.57	4803.79	1.47	1.74	9095.73	8358.59
14	6375.99	5051.46	1.74	1.87	11094.22	9446.23
16	6680.88	5485.39	1.74	1.87	11624.73	10257.67
18	6934.21	5870.26	1.74	1.87	12065.53	10977.38
20	7145.77	6211.60	1.74	1.87	12433.64	11615.69
21.19	7255.71	6401.86	1.74	1.87	12624.93	11971.47
22	7324.43	6514.35	1.97	1.97	14429.13	12833.26
24	7477.32	6782.86	1.97	1.97	14730.32	13362.23
26	7608.88	7021.01	1.97	1.97	14989.49	13831.38
28	7723.54	7232.23	1.97	1.97	15215.37	14247.49
29.44	7796.01	7375.99	1.97	1.97	15358.14	14530.70
30	7822.21	7419.56	1.97	1.97	15409.75	14616.53
32	7909.32	7585.71	1.97	1.97	15581.36	14943.84
34	7986.65	7733.07	1.97	1.97	15733.70	15234.15
36	8055.10	7863.77	1.97	1.97	15868.55	15491.63
37.69	8106.65	7962.63	1.97	1.97	15970.10	15686.38

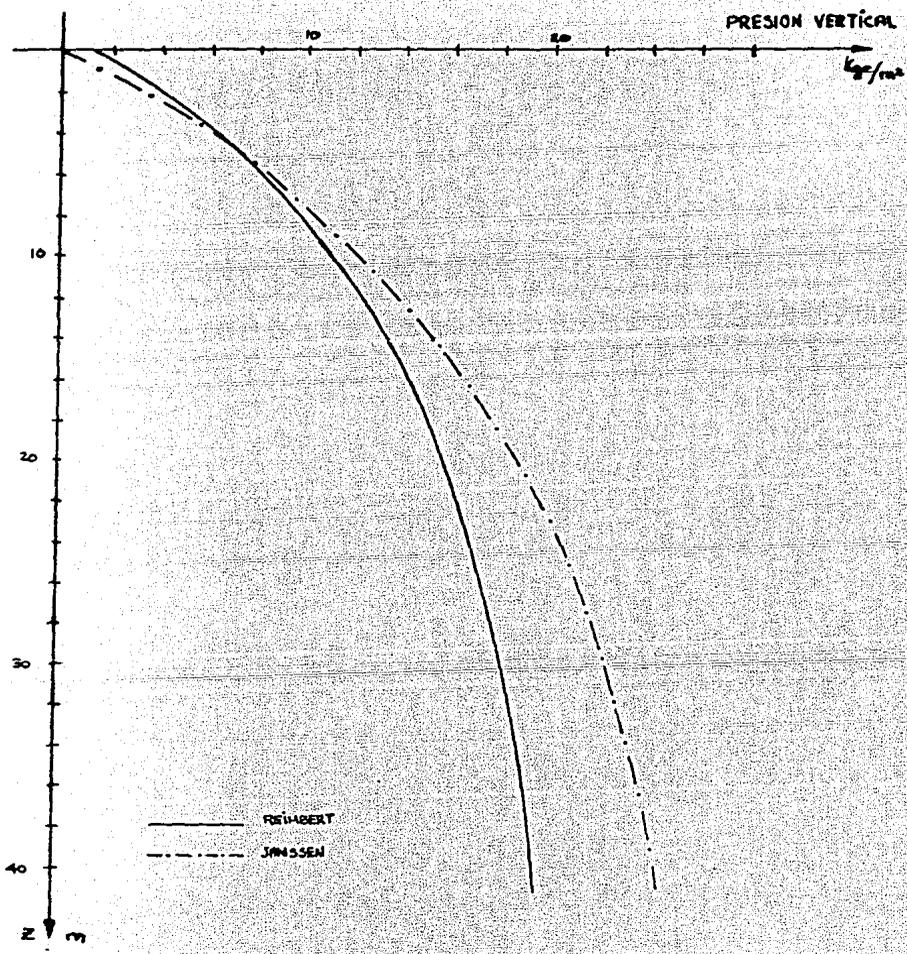
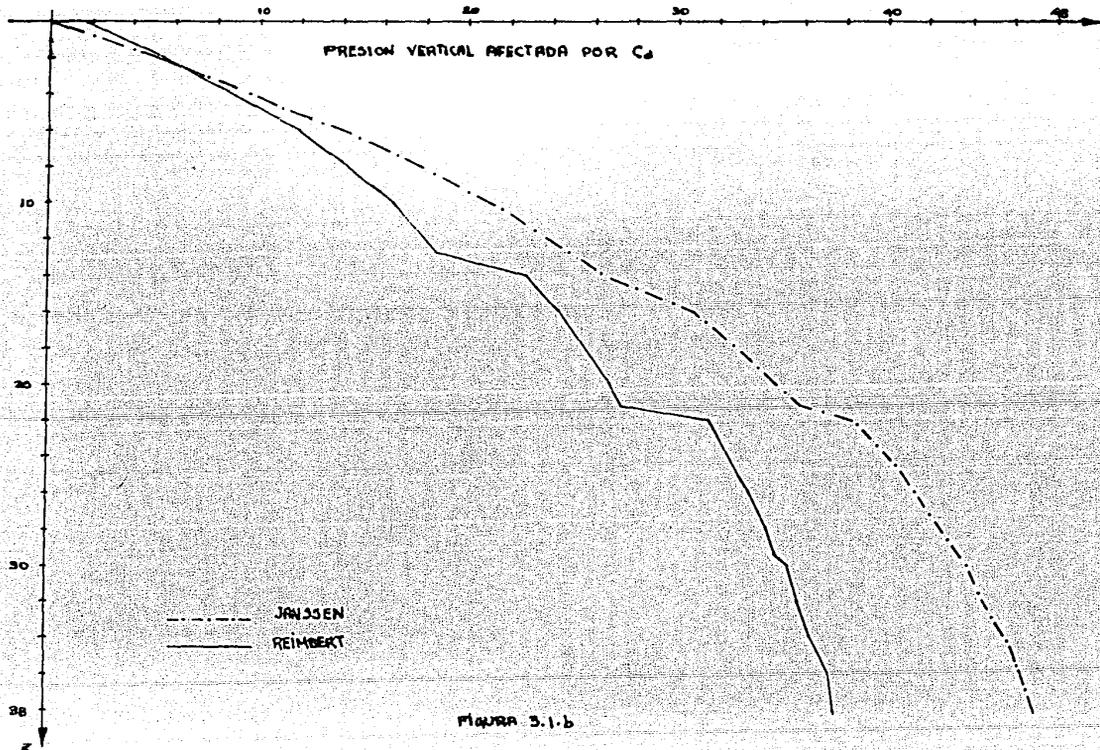
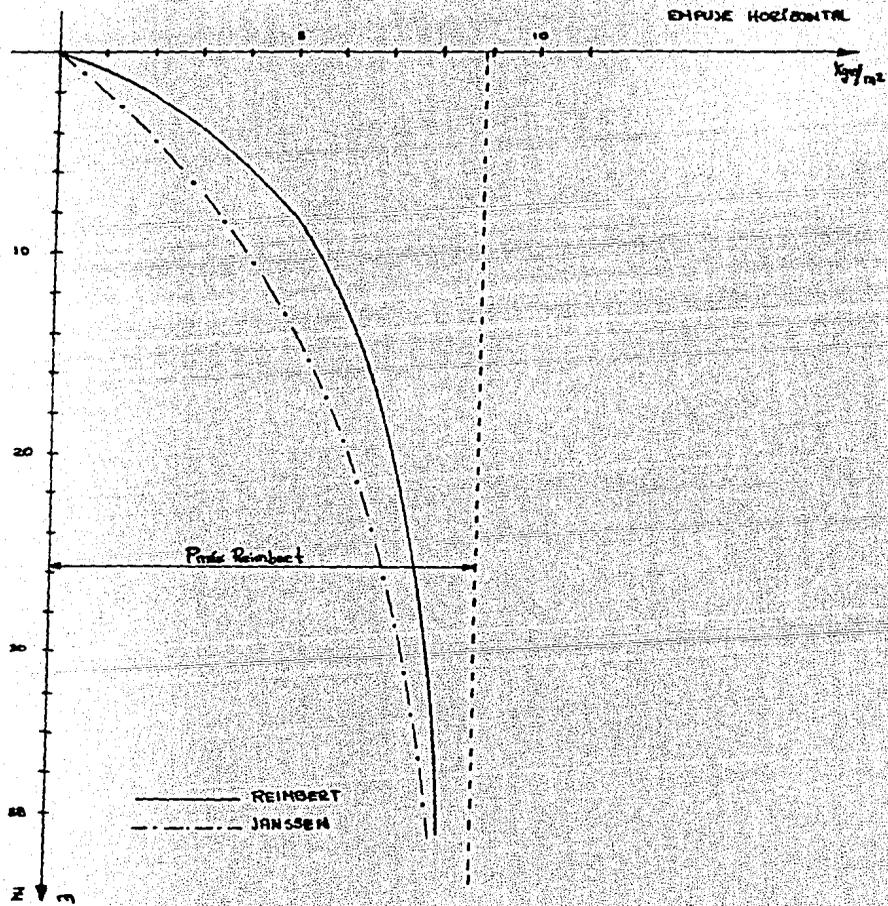
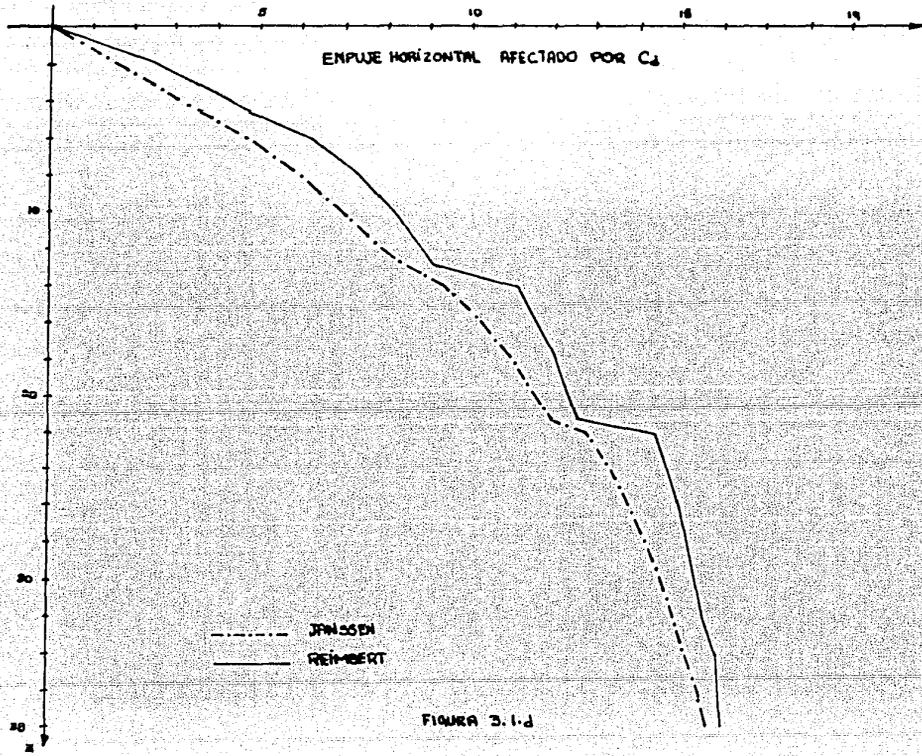


FIGURA 3-1.a







DISEÑO Y CONSTRUCCION DE SILOS

APENDICE C. TABLAS
 TABLA C.1 Valores mínimos recomendados de factor de sobrepresión C_p para silos*

Véase también el comentario para la sección 4.2.2 en relación con el flujo de masa.
 Para aceros del material y del silo.

Factor de sobrepresión C_p

Para materiales polvoscosos, como el cemento o harina, cuando el vaciado se hace por medios neumáticos

Profundidad de la tolva, profundidad del silero que forma el silero que soporta la boca del fondo del silo.
 Fondo de la tolva, boca plano o redondeado.

Utilícese la misma presión dentro de la altura de la tolva o, si se prefiere, realice las presiones de acuerdo con el cambio del radio hidráulico.
 Si se desea, se pueden reducir las presiones desde la parte alta del refuerzo hacia la parte alta de la boca plana, como se indica.

Factor de sobrepresión, C_p , utilizado para calcular las presiones de diseño del fondo en silos (véase la nota 6)

Factor de sobrepresión C_p	Fondo de concreto		Fondo de acero	
	1.50	1.75	1.50	1.75
1.33	1.33	1.50	1.33	1.50
1.50	1.50	1.75	1.50	1.75
1.75	1.75	2.00	1.75	2.00
2.00	2.00	2.25	2.00	2.25
2.25	2.25	2.50	2.25	2.50
2.50	2.50	2.75	2.50	2.75
2.75	2.75	3.00	2.75	3.00
3.00	3.00	3.25	3.00	3.25
3.25	3.25	3.50	3.25	3.50
3.50	3.50	3.75	3.50	3.75
3.75	3.75	4.00	3.75	4.00
4.00	4.00	4.25	4.00	4.25
4.25	4.25	4.50	4.25	4.50
4.50	4.50	4.75	4.50	4.75
4.75	4.75	5.00	4.75	5.00
5.00	5.00	5.25	5.00	5.25
5.25	5.25	5.50	5.25	5.50
5.50	5.50	5.75	5.50	5.75
5.75	5.75	6.00	5.75	6.00
6.00	6.00	6.25	6.00	6.25
6.25	6.25	6.50	6.25	6.50
6.50	6.50	6.75	6.50	6.75
6.75	6.75	7.00	6.75	7.00
7.00	7.00	7.25	7.00	7.25
7.25	7.25	7.50	7.25	7.50
7.50	7.50	7.75	7.50	7.75
7.75	7.75	8.00	7.75	8.00
8.00	8.00	8.25	8.00	8.25
8.25	8.25	8.50	8.25	8.50
8.50	8.50	8.75	8.50	8.75
8.75	8.75	9.00	8.75	9.00
9.00	9.00	9.25	9.00	9.25
9.25	9.25	9.50	9.25	9.50
9.50	9.50	9.75	9.50	9.75
9.75	9.75	10.00	9.75	10.00
10.00	10.00	10.25	10.00	10.25
10.25	10.25	10.50	10.25	10.50
10.50	10.50	10.75	10.50	10.75
10.75	10.75	11.00	10.75	11.00
11.00	11.00	11.25	11.00	11.25
11.25	11.25	11.50	11.25	11.50
11.50	11.50	11.75	11.50	11.75
11.75	11.75	12.00	11.75	12.00
12.00	12.00	12.25	12.00	12.25
12.25	12.25	12.50	12.25	12.50
12.50	12.50	12.75	12.50	12.75
12.75	12.75	13.00	12.75	13.00
13.00	13.00	13.25	13.00	13.25
13.25	13.25	13.50	13.25	13.50
13.50	13.50	13.75	13.50	13.75
13.75	13.75	14.00	13.75	14.00
14.00	14.00	14.25	14.00	14.25
14.25	14.25	14.50	14.25	14.50
14.50	14.50	14.75	14.50	14.75
14.75	14.75	15.00	14.75	15.00
15.00	15.00	15.25	15.00	15.25
15.25	15.25	15.50	15.25	15.50
15.50	15.50	15.75	15.50	15.75
15.75	15.75	16.00	15.75	16.00
16.00	16.00	16.25	16.00	16.25
16.25	16.25	16.50	16.25	16.50
16.50	16.50	16.75	16.50	16.75
16.75	16.75	17.00	16.75	17.00
17.00	17.00	17.25	17.00	17.25
17.25	17.25	17.50	17.25	17.50
17.50	17.50	17.75	17.50	17.75
17.75	17.75	18.00	17.75	18.00
18.00	18.00	18.25	18.00	18.25
18.25	18.25	18.50	18.25	18.50
18.50	18.50	18.75	18.50	18.75
18.75	18.75	19.00	18.75	19.00
19.00	19.00	19.25	19.00	19.25
19.25	19.25	19.50	19.25	19.50
19.50	19.50	19.75	19.50	19.75
19.75	19.75	20.00	19.75	20.00
20.00	20.00	20.25	20.00	20.25
20.25	20.25	20.50	20.25	20.50
20.50	20.50	20.75	20.50	20.75
20.75	20.75	21.00	20.75	21.00
21.00	21.00	21.25	21.00	21.25
21.25	21.25	21.50	21.25	21.50
21.50	21.50	21.75	21.50	21.75
21.75	21.75	22.00	21.75	22.00
22.00	22.00	22.25	22.00	22.25
22.25	22.25	22.50	22.25	22.50
22.50	22.50	22.75	22.50	22.75
22.75	22.75	23.00	22.75	23.00
23.00	23.00	23.25	23.00	23.25
23.25	23.25	23.50	23.25	23.50
23.50	23.50	23.75	23.50	23.75
23.75	23.75	24.00	23.75	24.00
24.00	24.00	24.25	24.00	24.25
24.25	24.25	24.50	24.25	24.50
24.50	24.50	24.75	24.50	24.75
24.75	24.75	25.00	24.75	25.00
25.00	25.00	25.25	25.00	25.25
25.25	25.25	25.50	25.25	25.50
25.50	25.50	25.75	25.50	25.75
25.75	25.75	26.00	25.75	26.00
26.00	26.00	26.25	26.00	26.25
26.25	26.25	26.50	26.25	26.50
26.50	26.50	26.75	26.50	26.75
26.75	26.75	27.00	26.75	27.00
27.00	27.00	27.25	27.00	27.25
27.25	27.25	27.50	27.25	27.50
27.50	27.50	27.75	27.50	27.75
27.75	27.75	28.00	27.75	28.00
28.00	28.00	28.25	28.00	28.25
28.25	28.25	28.50	28.25	28.50
28.50	28.50	28.75	28.50	28.75
28.75	28.75	29.00	28.75	29.00
29.00	29.00	29.25	29.00	29.25
29.25	29.25	29.50	29.25	29.50
29.50	29.50	29.75	29.50	29.75
29.75	29.75	30.00	29.75	30.00
30.00	30.00	30.25	30.00	30.25
30.25	30.25	30.50	30.25	30.50
30.50	30.50	30.75	30.50	30.75
30.75	30.75	31.00	30.75	31.00
31.00	31.00	31.25	31.00	31.25
31.25	31.25	31.50	31.25	31.50
31.50	31.50	31.75	31.50	31.75
31.75	31.75	32.00	31.75	32.00
32.00	32.00	32.25	32.00	32.25
32.25	32.25	32.50	32.25	32.50
32.50	32.50	32.75	32.50	32.75
32.75	32.75	33.00	32.75	33.00
33.00	33.00	33.25	33.00	33.25
33.25	33.25	33.50	33.25	33.50
33.50	33.50	33.75	33.50	33.75
33.75	33.75	34.00	33.75	34.00
34.00	34.00	34.25	34.00	34.25
34.25	34.25	34.50	34.25	34.50
34.50	34.50	34.75	34.50	34.75
34.75	34.75	35.00	34.75	35.00
35.00	35.00	35.25	35.00	35.25
35.25	35.25	35.50	35.25	35.50
35.50	35.50	35.75	35.50	35.75
35.75	35.75	36.00	35.75	36.00
36.00	36.00	36.25	36.00	36.25
36.25	36.25	36.50	36.25	36.50
36.50	36.50	36.75	36.50	36.75
36.75	36.75	37.00	36.75	37.00
37.00	37.00	37.25	37.00	37.25
37.25	37.25	37.50	37.25	37.50
37.50	37.50	37.75	37.50	37.75
37.75	37.75	38.00	37.75	38.00
38.00	38.00	38.25	38.00	38.25
38.25	38.25	38.50	38.25	38.50
38.50	38.50	38.75	38.50	38.75
38.75	38.75	39.00	38.75	39.00
39.00	39.00	39.25	39.00	39.25
39.25	39.25	39.50	39.25	39.50
39.50	39.50	39.75	39.50	39.75
39.75	39.75	40.00	39.75	40.00
40.00	40.00	40.25	40.00	40.25
40.25	40.25	40.50	40.25	40.50
40.50	40.50	40.75	40.50	40.75
40.75	40.75	41.00	40.75	41.00
41.00	41.00	41.25	41.00	41.25
41.25	41.25	41.50	41.25	41.50
41.50	41.50	41.75	41.50	41.75
41.75	41.75	42.00	41.75	42.00
42.00	42.00	42.25	42.00	42.25
42.25	42.25	42.50	42.25	42.50
42.50	42.50	42.75	42.50	42.75
42.75	42.75	43.00	42.75	43.00
43.00	43.00	43.25	43.00	43.25
43.25	43.25	43.50	43.25	43.50
43.50	43.50	43.75	43.50	43.75
43.75	43.75	44.00	43.75	44.00
44.00	44.00	44.25	44.00	44.25
44.25	44.25	44.50	44.25	44.50
44.50	44.50	44.75	44.50	44.75
44.75	44.75	45.00	44.75	45.00
45.00	45.00	45.25	45.00	45.25
45.25	45.25	45.50	45.25	45.50
45.50	45.50	45.75	45.50	45.75
45.75	45.75	46.00	45.75	46.00
46.00	46.00	46.25	46.00	46.25
46.25	46.25	46.50	46.25	46.50
46.50	46.50	46.75	46.50	46.75
46.75	46.75	47.00	46.75	47.00
47.00	47.00	47.25	47.00	47.25
47.25	47.25	47.50	47.25	47.50
47.50	47.50	47.75	47.50	47.75
47.75	47.75	48.00	47.75	48.00
48.00	48.00	48.25	48.00	48.25
48.25	48.25	48.50	48.25	48.50
48.50	48.50	48.75	48.50	48.75
48.75	48.75	49.00	48.75	49.00
49.00	49.00	49.25	49.00	49.25
49.25	49.25	49.50	49.25	49.50
49.50	49.50	49.75	49.50	49.75

3.II. SILOS CILINDRICOS MULTICELULARES.-

Existen fundamentalmente dos tipos de silos multicelulares cilíndricos de concreto reforzado, y su disposición proviene del tipo de unión de las celdas cilíndricas.

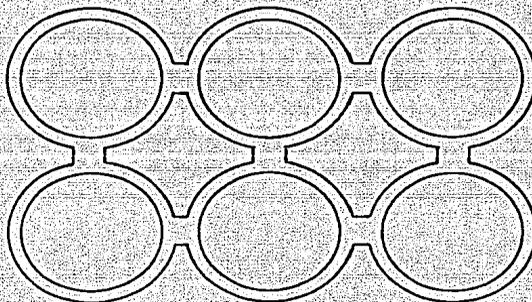


FIGURA 3.2 a

Distribución en planta de un silo cilíndrico multicelular de concreto armado con paredes tangenciales

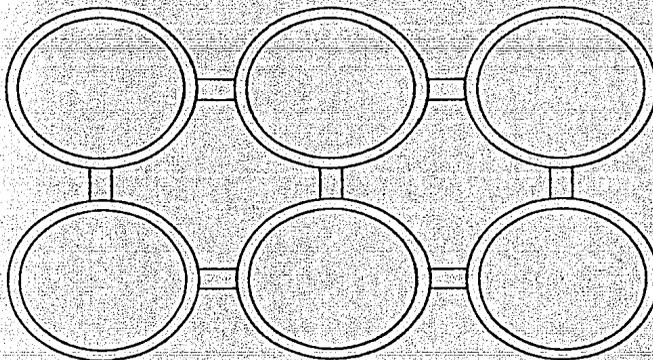


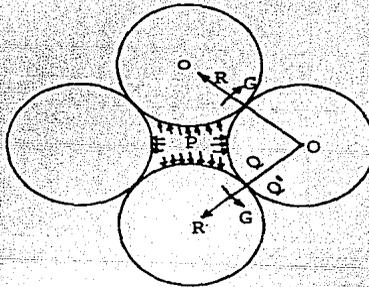
FIGURA 3.2 b

Distribución en planta de un silo cilíndrico multicelular de concreto armado con paredes de unión entre las paredes.

Estos 2 tipos de instalaciones constituyen el caso más generalizado y complejo de cálculo de silos ya que los múltiples factores a tener en cuenta son:

- Esfuerzos de tracción en las paredes debidas a la presión del grano.
- Momentos debidos a la conexión de celdas y que aparecen al tener celdas llenas frente a celdas vacías.
- Momentos producidos por las variaciones de temperatura exterior e inferior.
- Momentos producidos por una distribución no uniforme de la presión horizontal sobre la pared.

3.II.1 MOMENTOS DERIVADOS DEL LLENADO DE UNA INTERCELDA SOBRE LAS PAREDES CONTIGUAS



$P(x)$ = Presión total que la intercelda produce sobre el sector $O'Q'$ de pared correspondiente a la celda circular.

$R(x)$ = Reacciones que aparecen en el cilindro principal en los puntos de atadura.

$G(x)$ = Par de enlace en los puntos P y Q

las presiones laterales aparecidas en la intercelda las podemos considerar exponenciales y del tipo de Janssen para el llenado con los coeficientes para absorberlas sobre presiones de vaciado.

El valor de la presión a una profundidad Z es:

$$P_z = P_0 \left(1 - e^{-\frac{Z}{L}} \right)$$

Siendo:

P_z = Presión a la profundidad Z en Kg/m^2

P_0 = Presión máxima en kg/m^2

Z = Profundidad a la sección considerada en mts.

L = longitud característica en metros

Supondremos, para simplificar el cálculo, que la presión se reparte uniformemente en el sentido horizontal a lo largo del arco $P'Q'$

Designaremos por:

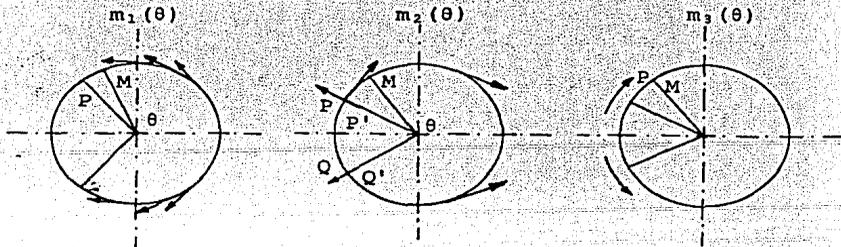
$m_1(\theta)$ = valor del momento producido por la resultante de la presión $p(x)$ y las fuerzas elásticas de cizallamiento que la equilibran.

$m_2(\theta)$ = valor del momento creado por fuerzas aplicadas en P y Q normales a la pared y por las fuerzas elásticas correspondientes debidas al cizallamiento.

$m_3(\theta)$ = valor del momento debido a los momentos aplicados en P y Q

El momento resultante es:

$$m(x, \theta) = p(x) m_1(\theta) + R(x) m_2(\theta) + G(x) m_3(\theta) \quad (1)$$



El desplazamiento de P siguiendo la dirección Δ es:

$$d = \frac{r}{2E_1} \int_0^{2\pi} P(x) m_1 m_2 d\theta + \frac{r}{2E_1} \int_0^{2\pi} R(x) m_2^2 d\theta + \frac{r}{2E_1} \int_0^{2\pi} G(x) m_3 m_2 d\theta + \frac{v}{\sqrt{2}} = 0 \quad (2)$$

Siendo v el desplazamiento del punto O.

la rotación de la sección en P tiene como valor

$$w = \frac{r}{2E_1} \int_0^{2\pi} P(x) m_1 m_3 d\theta + \frac{r}{2E_1} \int_0^{2\pi} R(x) m_2 m_3 d\theta + \frac{r}{2E_1} \int_0^{2\pi} G(x) m_3^2 d\theta = 0 \quad (3)$$

Haciendo:

$$A = \int_0^{2\pi} m_2^2 d\theta ; \quad B = \int_0^{2\pi} m_2 m_3 d\theta ; \quad C = \int_0^{2\pi} m_3^2 d\theta$$

$$D = \int_0^{2\pi} m_3 m_1 d\theta ; \quad H = \int_0^{2\pi} m_1 m_2 d\theta$$

las 2 ecuaciones anteriores quedarán:

$$D P(x) + B R(x) + C G(x) = 0 \quad (3)$$

$$H P(x) + A R(x) + B G(x) + \frac{v E_1 \sqrt{2}}{r} = 0 \quad (2)$$

Eliminando $G(x)$ entre estas 2 ecuaciones:

$$\frac{HC - BD}{C} P(x) + \frac{AC - B^2}{C} R(x) + \frac{v E_1 \sqrt{2}}{r} = 0$$

Sabemos que:

$$\frac{d^4}{dx^4} = - \frac{P(x)}{EI} + \frac{R(x) \sqrt{2}}{EI}$$

la ecuación (2) se convierte en:

$$\frac{HC - BD}{C} \frac{d^4 P}{dx^4} = \frac{AC - B^2}{C} \frac{d^4 R}{dx^4} - \frac{1 \cdot \sqrt{Z}}{I \cdot r} P(x) + \frac{2 \cdot i}{I \cdot r} R(x) = 0$$

Haciendo:

$$\frac{2 C_i}{r I (AC - B^2)} = 4 \gamma^4 \quad ; \quad \frac{HC - BD}{AC - B^2} = \alpha$$

las ecuaciones anteriores se convierten en:

$$E_i \cdot v = - \frac{\sqrt{Z}}{4\gamma^4} R(x) + \frac{\sqrt{Z}}{4\gamma^4} \alpha P(x)$$

$$\frac{d^4 R}{dx^4} + 4\gamma^4 R(x) = \frac{4\gamma^4}{\sqrt{Z}} P(x) + \alpha \frac{d^4 P}{dx^4}$$

Resolveremos la ecuación (5) para el caso simplificado de suponer — que el cilindro se encuentra inferiormente empotrado en la losa de cimentación y que es suficientemente alto como para considerar que la presión lateral es constante e igual a la asíntota de la curva exponencial.

$$\frac{d^4 R}{dx^4} + 4 \gamma^4 R(x) = \frac{4 \gamma^4}{\sqrt{Z}} P_0$$

la misma hipótesis permite eliminar 2 constantes de integración y la integral se escribe:

$$R = C_1 e^{-\gamma x} \cos \gamma x + C_2 e^{-\gamma x} \operatorname{sen} \gamma x + \frac{P_0}{\sqrt{Z}} \quad (7)$$

las 2 constantes de integración C_1 y C_2 se determinan por las 2 condiciones enunciadas anteriormente.

Para $x = 0$ $R = \alpha P_0$ ya que $v = 0$

$$\frac{dR}{dx} = 0$$

ya que $\frac{dv}{dx} = 0$ y $p = \text{constante}$

la integral particular (7) se puede escribir:

$$R = [1 - (1 - \alpha \sqrt{2})] \cdot e^{-\gamma x} (\cos \gamma x + \text{sen } \gamma x) \frac{P_0}{\sqrt{2}} \quad (8)$$

El momento flector en un plano vertical tiene como valor:

$$\begin{aligned} M &= EI \frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{\sqrt{2}}{4 \gamma^2} \frac{d^2 R}{dx^2} \\ &= \frac{-1 - \alpha \sqrt{2}}{2 \gamma^2} e^{-\gamma x} (\cos \gamma x - \text{sen } \gamma x) P_0 \\ M &= \frac{-1 - \alpha \sqrt{2}}{2 \gamma^2} e^{-\gamma x} (\cos \gamma x + \text{sen } \gamma x) P_0 \quad (9) \end{aligned}$$

de la misma forma el esfuerzo cortante tiene como valor:

$$T = \frac{dM}{dx} = \frac{1 - \alpha \sqrt{2}}{\gamma} P_0 e^{-\gamma x} \cos \gamma x \quad (10)$$

las ecuaciones (9) y (10) dan los valores del momento flector y es fuerza cortante en una sección vertical próxima a la base del silo.

En la parte alta del silo, la ecuación (5) se puede resolver suponiendo que el cilindro se encuentra apoyado hacia abajo y es de altura infinita, considerando la presión de tipo exponencial y cuyo valor es:

$$P = P_0 (1 - e^{-z/L})$$

Por lo que la ecuación (5) se escribe:

$$\frac{d^4 R}{dz^4} + 4\gamma^4 R(z) = \frac{4 \gamma^4}{\sqrt{2}} P_0 - \left(\frac{4 \gamma^4}{\sqrt{2}} + \frac{\alpha}{L^4} \right) P_0 e^{-z/L} \quad (11)$$

$$R(z) = C_1 e^{-\gamma z} \cos \gamma z + C_2 e^{-\gamma z} \sin \gamma z + \frac{P_0}{\sqrt{2}}$$

$$- \frac{4\gamma^4 L^4 + \alpha\sqrt{2}}{1 + 4\gamma^4 L^4} \cdot \frac{P_0}{\sqrt{2}} e^{-z/L} \quad (12)$$

la eliminación de las constantes se efectúa considerando

$$Z = 0 \quad R = 0 \quad (\text{ya que } v = 0 \quad \text{y } P = 0)$$

$$- \frac{d^2 R}{dz^2} + \frac{d^2 P}{dz^2} = 0 \quad (\text{ya que } \frac{d^2 v}{dz^2} = 0)$$

la integración particular correspondiente a partir de (12) se escribe:

$$R = \left| 1 - \frac{(1 - \alpha\sqrt{2})(\cos \gamma z + 2\gamma^2 L^2 \sin \gamma z) e^{-\gamma z}}{1 + 4\gamma^4 L^4} + \frac{(4\gamma^4 L^4 + \alpha\sqrt{2}) e^{-z/L}}{1 + 4\gamma^4 L^4} \right| \frac{P_0}{\sqrt{2}}$$

El momento flector en el plano vertical tiene como valor:

$$M = EI \frac{d^2 v}{dz^2} = \frac{(\sin \gamma z - 2\gamma^2 L^2 \cos \gamma z) e^{-\gamma z} - 2\gamma^2 L^2 e^{-z/L}}{1 + 4\gamma^4 L^4} \times \frac{P_0 (1 - \alpha\sqrt{2})}{2\gamma^2}$$

El esfuerzo cortante tiene como valor:

$$T = \frac{dM}{dz} = \frac{\cos \gamma z (1 + 2\gamma^2 L^2) - \sin \gamma z (1 - 2\gamma^2 L^2) e^{-\gamma z}}{1 + 4\gamma^4 L^4} - \frac{2\gamma L e^{-z/L}}{1 + 4\gamma^4 L^4} \cdot \frac{P_0 (-\alpha\sqrt{2})}{2\gamma}$$

La aplicación de fórmulas en un anillo circular permite determinar los valores de $m_1(\theta)$; $m_2(\theta)$; $m_3(\theta)$.

momento m_1 :

$$\text{Entre } \theta = 0 \quad \text{y} \quad \theta = \frac{3}{4} \pi$$

$$m_1 = r(0.1768 - 0.1137 \cos \theta - \frac{\theta}{2\pi} \sin \theta)$$

$$\text{entre } \theta = \frac{3}{4} \pi \quad \text{y} \quad \theta = \pi$$

$$m_1 = r(-0.5302 - 0.6137 \cos \theta + 0.5 \sin \theta - \frac{\theta}{2\pi} \sin \theta)$$

momento m_2 :

$$\text{Entre } \theta = 0 \quad \text{y} \quad \theta = \frac{3}{4} \pi$$

$$m_2 = r(-0.3188 + 0.2893 \cos \theta + 0.7071 \frac{\theta}{\pi} \sin \theta)$$

$$\text{Entre } \theta = \frac{3}{4} \pi \quad \text{y} \quad \theta = \pi$$

$$m_2 = r(-0.3183 - 0.4178 \cos \theta - 0.7071 \sin \theta + 0.7071 \frac{\theta}{\pi} \sin \theta)$$

momento m_3 :

$$\text{Entre } \theta = \frac{3}{4} \pi \quad \text{y} \quad \theta = 0$$

$$m_3 = 0.25 - 0.4501 \cos \theta$$

$$\text{Entre } \theta = \frac{3}{4} \pi \quad \text{y} \quad \theta = \pi \quad \rightarrow \quad m_3 = -0.75 - 0.4501 \cos \theta$$

los valores de las constantes A, B, C, D y H se deducen por integración numérica:

$$A = 0.0188 r \quad ; \quad B = -0.0225 r \quad ; \quad C = -0.541$$

$$D = -0.0832 r \quad ; \quad H = 0.0022 r^2$$

los valores de α y γ^4 son:

$$\alpha = -\frac{HC - DB}{AC - B^2} = 0.0724$$

$$4 \gamma^4 = \frac{2 \cdot C \cdot i}{r \cdot I (AC - B^2)} = \frac{115 \cdot i}{r^3 I}$$

En la base del silo los valores de R y G son:

$$R = R_0 (0.7071 - 0.6347 e^{-\gamma} (\cos \gamma x + \operatorname{sen} \gamma x))$$

$$G = r (0.1831 - 0.0264 e^{-\gamma x} (\cos \gamma x + \operatorname{sen} \gamma x))$$

El momento flector tiene como valor en las proximidades del fondo:

$$M = -0.4488 \frac{P_0}{\gamma^2} e^{-\gamma x} (\cos \gamma x - \operatorname{sen} \gamma x)$$

El esfuerzo cortante tiene como valor:

$$T = 0.8976 \frac{P_0}{\gamma} e^{-\gamma x} \cos \gamma x$$

En la parte alta del silo los valores de R y G son:

$$R = P_0 \left[0.7071 - \frac{0.6347}{1 + 4 \gamma^4 L^4} e^{-\gamma z} (\cos \gamma z + 2 \gamma^2 L^2 \operatorname{sen} \gamma z) - \left(0.7071 - \frac{0.6347}{1 + 4 \gamma^4 L^4} \right) e^{-z/L} \right]$$

$$G = P_0 \cdot r \left[0.1831 - \frac{0.0264}{1 + 4\gamma^4 L^4} e^{-\gamma z} (\cos \gamma z + 2\gamma^2 L^2 \sin \gamma z) - \right. \\ \left. - (0.0295 - \frac{0.0264}{1 + 4\gamma^4 L^4} e^{-z/L}) \right]$$

El momento flector vale:

$$M = 0.4488 \frac{P_0}{\gamma^2} \frac{(\sin \gamma z - 2\gamma^2 L^2 \cos \gamma z) e^{-\gamma z} + 2\gamma^2 L^2 e^{-z/L}}{1 + 4\gamma^4 L^4}$$

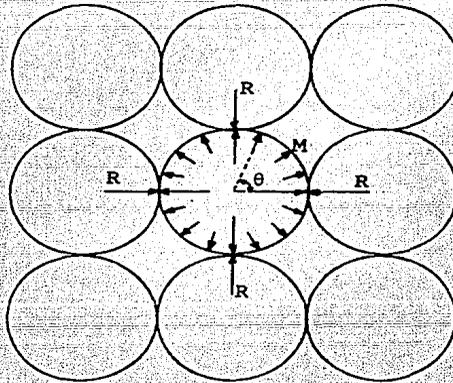
El esfuerzo cortante vale:

$$T = 0.4488 \frac{P_0}{\gamma} \frac{\cos \gamma z (1 + 2\gamma^2 L^2) - \sin \gamma z (1 - 2\gamma^2 L^2) e^{-\gamma z}}{1 + 4\gamma^4 L^4} - \\ \frac{2\gamma^2 L e^{-z/L}}{1 + 4\gamma^4 L^4}$$

3.II.2 MOMENTOS DERIVADOS DE UNA CELDA CIRCULAR SOBRE LAS PAREDES CONTIGUAS

Este estudio tiene por objeto el cálculo de las deflexiones secundarias provocadas por la presión del grano en las celdas circulares unidas a otras celdas circulares, de modo que el conjunto constituya un monolito multicelular.

Las hipótesis a considerar son las mismas que se consideraron en el cálculo de los momentos derivados del llenado de una intercelda sobre las paredes contiguas.



R_1 = Reacción por unidad de altura de las celdas adyacentes
 W_1 = Presión del grano

Efectos del llenado de una celda circular sobre las cuatro adyacentes vacías.

Por razones de simetría, las 4 reacciones R_1 son iguales y de sentido opuesto y constituyen un sistema equivalente a cero.

Para el cálculo de R_1 suponemos que la deformación total provocada por las fuerzas R_1 es igual y de sentido opuesto a la dilatación creada por la

presión del producto almacenado.

$$W_1 \frac{r^2}{E - e_0} = 0.006 \frac{r^3}{E \cdot I} R_1$$

Siendo:

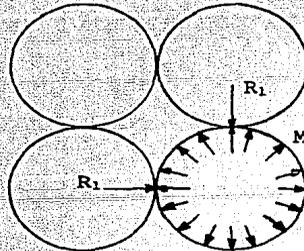
$$R = 167 \frac{I}{e \cdot r}$$

los momentos correspondientes son:

Para $\theta = \frac{3}{4} \pi$ (a la derecha de R_1) $m = + 0.1366 R_1 r$

Para $\theta = \pi$ $m = -0.0705 R_1 r$

Considerando ahora que la celda a estudiar es de esquina como se muestra en la figura

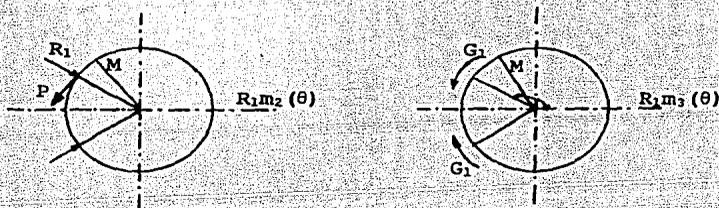


Efectos del llenado de una celda circular esquina

Suponemos un elemento de altura unitaria sometido a:

- las fuerzas R_1 (x) y los pares G_1 (x) producidos por la ligación de la celda circular con las 2 celdas vecinas.
- las fuerzas elásticas debidas a la diferencia de esfuerzos de cizalla

miento de las secciones superior e inferior al elemento de altura unitaria considerado.



El momento total $m(\theta, x)$ es:

$$m(x, \theta) = R_1(x) m_2(\theta) + G_1(x) m_3(\theta) \quad (1)$$

El desplazamiento de P siguiendo la dirección A es nulo y utilizando la misma notación anterior:

$$A R_1(x) + B G_1(x) + \frac{\nu}{r} E i \sqrt{2} + 2 W_1(x) \frac{i}{e_0} r = 0 \quad (2)$$

la rotación de la sección P es nula, resultando:

$$B R_1(x) + C G_1(x) = 0 \quad (3)$$

eliminando $G_1(x)$ entre las 2 ecuaciones

$$\frac{AC - B^2}{C} R_1(x) + \frac{\nu \cdot E \cdot i}{r} \sqrt{2} = -2 W_1(x) \frac{i}{e_0} r \quad (4)$$

sabemos que:

$$\frac{d^4 \nu}{dx^4} = \frac{R_1(x) \sqrt{2}}{EI} \quad (5)$$

quedando la ecuación (4)

$$\frac{AC - B^2}{C} \frac{d^4 R_1}{dx^4} + \frac{2}{r i} R_1(x) + \frac{2 d^4 W_1}{dx^4} \frac{i r}{e_0} = 0 \quad (6)$$

Haciendo:

$$\frac{2 C_1}{r I (AC - B^2)} = 4 \gamma^4 \quad ; \quad \frac{2 C_1 r}{e_0 (AC - B^2)} = \lambda$$

las ecuaciones anteriores se convierten en:

$$E I v = \frac{\sqrt{2}}{4 \gamma^4} R_1(x) - \frac{\sqrt{2}}{4 \gamma^4} \lambda W_1(x) \quad (4)$$

$$\frac{d^4 R_1}{dx^4} + 4 \gamma^4 R_1(x) = - \frac{\lambda d^4 W_1}{dx^4}$$

Resolviendo la ecuación (6) para el caso simplificado de una celda empotrada inferiormente y supuesta semiinfinita en altura

En este caso la presión W_1 es constante y la (6) se convierte en:

$$\frac{d^4 R_1}{dx^4} + 4 \gamma^4 R_1(x) = 0 \quad (7)$$

la integral es:

$$R = C_1 e^{-\gamma x} \cos \gamma x + C_2 e^{-\gamma x} \operatorname{sen} \gamma x$$

las 2 constantes de integración se determinan por las 2 condiciones siguientes en el límite inferior:

$$x = 0 \quad R_1 = \lambda W_1 \quad (\text{ya que } v = 0)$$

$$\frac{d R_1}{dx} = 0$$

la integral particular se escribe:

$$R_1 = - \lambda W_1 e^{-\gamma x} (\cos \gamma x + \operatorname{sen} \gamma x) \quad (8)$$

utilizando los valores A, B, C; indicados anteriormente tenemos:

$$G_1 = 0.0416 r R_1$$

$$4 \gamma^4 = 115 \frac{i}{r^2 I}$$

$$\lambda = 115 \frac{i}{r e_0}$$

el momento vale:

$$m_1(x, \theta) = -\lambda W_1 e^{-\gamma x} (\cos \gamma x + \operatorname{sen} \gamma x) [m_2(\theta) + 0.0416 r m_3(\theta)]$$

Haciendo:

$$\mu(\theta) = - [m_2(\theta) + 0.0416 r m_3(\theta)]$$

la ecuación (9) se puede escribir:

$$m(x, \theta) = \frac{115 i W_1}{e_0} e^{-\gamma x} (\cos \gamma x + \operatorname{sen} \gamma x) \frac{\mu(\theta)}{r} \quad (9)$$

El esfuerzo cortante T y el momento flector M en un plano vertical del cilindro tienen como valores:

$$M = -81.3 \frac{i W_1}{\gamma^2 r e_0} e^{-\gamma x} (\cos \gamma x - \operatorname{sen} \gamma x)$$

$$T = 162.6 \frac{i W_1}{\gamma r e_0} e^{-\gamma x} \cos \gamma x$$

MOMENTOS DERIVADOS DEL LLENADO DE UNA INTERCELDA SOBRE LAS PAREDES CONTIGUAS.-

el radio hidráulico medio de la intercelda es de:

$$r_1 = \frac{A}{P} = \frac{8.30 \times 8.30 - \pi (4.15)^2}{2 \pi (4.15)} = \frac{14.78}{26.07} = 0.5668$$

el valor de γ viene dado por la fórmula : $4\gamma^4 = 115 \frac{i}{r^3 I}$

Siendo: $i = \frac{e^3}{12}$; $I = \pi e r^3$

$$4\gamma^4 = \frac{115 e^3}{12 r^3 \pi e r^3} = \frac{115 e^2}{12 \pi r^6}$$

$$\gamma^4 = \frac{115 e^2}{48 \pi r^6} = \frac{115 (0.15)^2}{48 \pi (4.075)^6}$$

$$\gamma^4 = 3.7473 \times 10^{-6} \rightarrow \gamma = 0.0440$$

x	Momento Flector kg-m	Fuerza Cortante	A _s Sección A _s cm ²	Refuerzo	Separación cm
0	-16260.46	325790.04	29.32	6Ø25.4 (#8)	17.29
5	-12999.12	261452.63	23.44	5Ø25.4 (#8)	21.62
10	-10391.59	209820.65	18.74	5Ø22.2 (#7)	20.70
15	- 8306.87	168373.84	15.52	4Ø22.2 (#7)	25.00
20	- 6640.18	135116.20	11.97	2Ø28.6 (#9)	53.55
25	- 5307.72	108426.09	9.57	2Ø25.4 (#8)	52.97
30	- 4242.53	87006.92	7.65	2Ø22.2 (#7)	50.71
35	- 3390.99	69818.00	6.12	5Ø12.7 (#4)	20.75
40	- 2710.28	56024.06	4.88	4Ø12.7 (#4)	26.02

MOMENTO FLECTOR EN LAS PROXIMIDADES DEL FONDO

$$M = - 0.448 \frac{P_0}{\gamma^2} e^{-\gamma x} (\cos \gamma x - \text{sen } \gamma x)$$

FUERZA CORRIENTE

$$T = 0.8976 \frac{P_0}{\gamma} e^{-\gamma x} \cos \gamma x$$

Celda circular

a) Celda situada en el centro de otras cuatro

Reacción:

$$R_1 = 167 \frac{1}{e \cdot r} W_1 = 167 \frac{e^2}{12r}$$

$$R = \frac{167(0.15)^2}{12(4.15)} (15970.10) \Rightarrow R = 1204.97 \text{ kg}$$

• Momento para $\theta = \frac{3}{4}\pi$ (este momento aparece a la derecha de R_1)

$$\begin{aligned} m &= 0.1366 R_1 r \\ &= 0.1366 (1204.97) (4.13) \\ &= 679.79 \text{ kg-m} \end{aligned}$$

la sección de las armaduras : 1.23 cm²

equivalente a: 3 \emptyset 0.388 mm (# 2.5)

• Momento para $\theta = \pi$ (este momento aparece a la izquierda de R_1)

$$\begin{aligned} m &= -0.0705 R_1 r \\ &= -0.0705 (1204.97) (4.13) \\ &= -350.84 \text{ kg - m} \end{aligned}$$

la sección de las armaduras : 0.63 cm²

equivalente a: 2 \emptyset 0.388 mm (#2.5)

B) Celda esquina.-

x	Momento flector kg - m	Fuerza Cortante	Sección cm ²
0	-323202.51	28441.82	582.97
5	-259376.09	23286.19	467.85
10	-206549.55	18317.56	372.56
15	-165112.35	15608.34	297.82
20	-131984.15	11795.78	238.06
25	-105499.59	9465.71	190.29
30	- 84326.96	8564.63	152.10
35	- 67401.36	7011.57	121.57
40	- 53871.29	4890.96	97.17

El esfuerzo cortante T y el Momento flector M en un plano vertical del cilindro tienen como valores:

$$M = - 81.3 \frac{i W}{\gamma^2 r e_0} e^{-\gamma x} (\cos \gamma x - \text{sen } \gamma x)$$

$$T = 162.6 \frac{i W}{\gamma r e_0} e^{-\gamma x} \cos \gamma x$$

donde:

W_1 = Presión del grano en kg/m²

e_0 = espesor

r = radio

$$\gamma \rightarrow 4 \gamma^4 = 115 \frac{i}{r^3 I} \rightarrow 4 \gamma^4 = 115 \frac{e_0}{12 r^3 \pi e r^3}$$

$$\gamma = \left(\frac{115 e^2}{48 \pi r} \right)^{\frac{1}{4}}$$

CAPITULO IV

OBTENCION DE ELEMENTOS MECANICOS DEBIDOS A SISMO Y VIENTO

4.I Consideraciones de Sismo

4.II Consideraciones de viento

4.I. CONSIDERACIONES DE SISMO

De acuerdo el manual de Diseño Sísmico de la Comisión Federal de Electricidad (CFE).

Para tipos particulares de estructuras, como tanques y depósitos, chimeneas, torres, tuberías, etc., deberán consultarse las recomendaciones dadas en los capítulos correspondientes tema 2, métodos de Análisis y Diseño, de esta misma sección del manual.

En la clasificación de las construcciones según su destino; podemos ubicar esta estructura en el grupo "B", es decir, construcciones cuya falla ocasionaría pérdidas de magnitud intermedia, tales como plantas industriales, bodegas ordinarias, etc.

En la clasificación de las construcciones según su estructuración -- ubicaremos esta estructura en el grupo 3, otras estructuras.

Tomando en cuenta la regionalización sísmica de la República Mexicana, consideraremos que se encuentra dentro de la zona "A" que corresponde a la zona de menor intensidad sísmica.

Atendiendo a la clasificación de terrenos de cimentación se supondrá ubicada en el tipo III que corresponde a la de arcillas blandas muy -- comprensibles (los terrenos cuyas propiedades se desconocen se supondrán pertenecientes al tipo III).

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, podemos obtener los siguientes coeficientes:

Zona sísmica de la República = "A"

Tipo del Suelo = III

C = 0.4

a_0 = 0.01

T_1 = 0.75

$$T_2 = 3.3$$
$$r = 1.0$$

donde:

C = Coeficiente Sísmico

a_0 = ordenada espectral para $T = 0$

r = exponente adimensional

T_1 y T_2 = Periodos naturales que definen la forma del espectro,
en segundos

$$Q = 1.0$$

NOTA.- Las ordenadas espectrales que se obtuvieron son para estructuras del grupo B. Estas deberán multiplicarse por 1.3 en el caso de estructuras del grupo A.

Fuerzas Sísmicas.-

Deben calcularse con un método adecuado y dentro de las disposiciones del reglamento sísmico vigente.

Suposiciones.-

- a) las fuerzas sísmicas pueden actuar en cualquier dirección
- b) para el cálculo de las fuerzas sísmicas sobre silos, el porcentaje del peso del material almacenado que debe usarse -- como carga viva efectiva no será menor del 80%.

Fuerzas Sísmicas Mínimas.-

La fuerza sísmica lateral total, es decir, el cortante en la base, -- será calculado por la fórmula:

$$H_e = Z C_p (W_g + W_f)$$

donde:

W_g = peso de la estructura

W_{ef} = carga viva efectiva

Z = factor de zona sísmica

- b) Todos los silos con material almacenado en el fondo del silo por encima del nivel de terreno y sujetos a cargas sísmicas se diseñarán para $C_p = 0.2$, a menos que un análisis sísmico dinámico de nuestra resistencia y estabilidad adecuadas de la estructura baje un valor de C_p ; pero no menor de 0.1.
- c) los silos en los que los muros se prolonguen hasta el terreno, y donde el material almacenado descansa directamente sobre el suelo, se tratarán como si fueron tanques que descansan en el terreno, — usando $C_p = 0.10$
- d) Para casa intermedias que se encuentren entre (b) y (c), se puede obtener el valor de C_p por interpolación lineal.

4.II CONSIDERACIONES DE VIENTO.-

El Manual de Diseño por viento de la Comisión Federal de Electricidad (CFE) nos dice:

En la clasificación de la estructura según su destino podemos considerar su ubicación en el grupo "B".

En la clasificación de las estructuras por las características de sus respuestas ante el viento, la consideraremos estructuras del tipo "B".

Estructuras aproximadamente cilíndricas o prismáticas.

la velocidad regional del grupo B es:

U_r con periodo de recurrencia de
 T_r 50 años

tomando la zona A $\rightarrow U_r = 160$ km/h

la velocidad básica es:

$$V_B = K U_r$$

con topografía: Campo abierto, terreno plano

$$K = 1.0$$

$$V_B = 1 \times V_r$$

la velocidad del viento a la altura "z", V_z dada por las expresiones

$$V_z = V_B \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha \quad \text{para } 10 \text{ m} < z < \delta$$

$$V_z = V_B \quad \text{para } z \leq 10 \text{ m}$$

$$V_z = V_\delta \quad \text{para } z \leq \delta$$

donde: V_z en km/h z y δ en m.

los valores α y δ son función de la topografía del lugar de acuerdo al tipo de terreno:

litoral $\rightarrow \alpha = 0.14$
 $\delta = 200 \text{ m}$

Para obtener la velocidad de diseño, V_D , se tomará en cuenta el efecto de ráfagas en la estructura (F_r) = Factor de Ráfaga.

En la distribución de las presiones deben tomarse en cuenta estructuras a silos adyacentes, y la flexión circular debida al viento sobre el silo vacío también deberá ser considerado.

$$V_D = F_r V_z$$

El factor de ráfaga será 1.3 (estructuras tipo 2 y 3)

El coeficiente de empuje actuando en la proyección del área vertical es $C = 0.7$

las excentricidades accidentales son:

En dirección horizontal:

$$e = \pm \left(\frac{0.3 L^2}{8h} \right) + 0.056 \quad \text{para } \frac{L}{H} < 2$$

o

$$e = \pm \frac{L}{8} \quad \text{para } \frac{L}{H} > 2$$

En dirección vertical:

$$e = \pm 0.05 h$$

donde:

e = excentricidad accidental en (m)

L = base del área expuesta en (m)

H = altura del área expuesta en (m)

Debiendo considerar simultáneamente las dos excentricidades en el caso más desfavorable.

CAPITULO V

DISEÑO DEL SILO

- 5.1 Determinación del espesor de la pared.
- 5.II Cálculo de la armadura de tensión
- 5.III Grietas ancho máximo admisible
- 5.IV Efectos de temperatura
- 5.V Diseño de la losa
- 5.VI Diseño de vigas
 - 5.VI.1 - Método plástico
 - 5.VI.2 - Método elástico
- 5.VII Cuantificación del material

5.1 Determinación del espesor de la pared.-

$$E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad (A-36)$$

$$f_s = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$n = E_s/E_c$$

$$f'c = 250 \text{ kg/cm}^2 \longrightarrow 300 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{cf} = 0.1 f'c$$

$$E_c = 10\,000 \text{ f'c}$$

$$\text{Si } f'c = 250$$

$$E_c = 10\,000 \cdot 250$$

$$E_c = 158113.88$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2.1 \times 10^6}{158113.88}$$

$$n = 13.28$$

$$h = \frac{C E_s + f_s - n f_{cf}}{100 f_s f_{cf}}$$

$$\text{Si } f'c = 300$$

$$E_c = 10\,000 \cdot 300$$

$$E_c = 173205.08$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2.1 \times 10^6}{173205.08}$$

$$n = 12.12$$

donde:

C = deformación unitaria del concreto por contracción (puede tomarse igual a 0.0003)

E_s = Módulo de elasticidad del acero en kg/cm^2

f_s = Esfuerzo admisible en el acero, en kg/cm^2

f_{cf} = Esfuerzo admisible de tensión en el concreto en kg/cm^2

n = E_s/E_c relación modular

T_m = Tensión máxima por metro de alto en kgr. $T = P.D/2$

h = espesor en cm

Si $f'c = 250 \text{ kgr/cm}$

$$h = \frac{0.0003 (2.1 \times 10^6) + 4200 - 13(0.1 \times 250)}{100 (4200) (0.1 \times 250)} \quad \frac{7962.63 \times 8}{2}$$

$$h = 13.66 \text{ cm}$$

$$\text{Si } f'c = 300 \text{ kgr/cm}^2$$

$$h = \frac{0.0003 (2.1 \times 10^6) + 4200 - 12 (0.1 \times 300)}{100 (4200) (0.1 \times 300)} \frac{7962.63 \times 8}{2}$$

$$h = 11.29 \text{ cm}$$

Por recomendaciones tanto de la Comisión Federal como del ACI el espesor mínimo en ningún caso deberá ser menor de 15 cm.

por lo tanto adoptamos un espesor de 15 cm.

Utilizando el criterio de la Comisión Federal de Electricidad, considerando que la base se encuentra empotrada, las tensiones horizontales, T , por unidad de altura, los momentos M , por unidad de ancho, y las fuerzas cortantes radiales, V , por unidad de ancho se calcularán con las siguientes expresiones:

$$T = \gamma R \left[H - x - e^{-Qx} \left(H \cos Qx + \frac{Q H - 1}{Q} \sin Qx \right) \right]$$

$$M = - \frac{\gamma R h}{12 (1 - \nu^2)} e^{-Qx} \left(H \sin Qx - \frac{Q H - 1}{Q} \cos Qx \right)$$

$$V = \frac{R h Q}{\sqrt{12} (1 - \nu^2)} e^{-Qx} \left[H (\sin Qx - \cos Qx) - \frac{Q h - 1}{Q} (\sin Qx + \cos Qx) \right]$$

donde:

e = base de los logaritmos naturales

H = Altura de material almacenado

γ = Peso volumétrico

$$Q = \sqrt{\frac{3(1 - \nu^2)}{R^2 h^2}}$$

R = radio medio del silo

h = espesor de la pared

x = altura sobre el fondo a la cual se valúan T, M y V

ν = módulo de Poisson

En estas expresiones, debe usarse una misma unidad de longitud y una misma unidad de fuerza, si utilizamos metros para H, R, h y x y kgr , para fuerza, T y V resultan en kgr/m y M en $\text{kgr} \cdot \text{m/m}$

de la gráfica de presiones horizontales afectadas por el Coeficiente de descarga, obtenemos una envolvente triangular; para obtener el peso específico y reducirlo en un 40% encontrándose de esta manera el peso específico equivalente " γ equivalente", para poder aplicar en las expresiones anteriores.

de la envolvente triangular $H = 22\ 000\ \text{kg}/\text{m}^2$

$$\gamma H = 22\ \text{ton}/\text{m}^2$$

$$\gamma_{\text{equivalente}} = \frac{22}{37.69}$$

$$= 0.584\ \text{ton}/\text{m}^3$$

$$\text{equivalente reducido} = \gamma_{\text{equivalente}} \times 0.6$$

$$= 0.584 \times 0.6$$

$$= 0.350\ \text{ton}/\text{m}^3$$

$$= 350\ \text{kg}/\text{m}^3$$

x (m)	T (ton/m)	M (ton - m/m)	V (ton / m)
0	0.00	8.87	- 15.28
5	88.34	0.117	- 0.218
10	76.15	0.002	- 0.003
15	62.42	0.00	0.00
20	48.66	0.00	0.00
25	34.91	0.00	0.00
30	21.15	0.00	0.00
35	7.40	0.00	0.00
37.69	0.00	0.00	0.00

DISEÑO DE LAS PAREDES.-

En el diseño de las paredes se incluirá el efecto de toda fuerza interna (tensión, flexión, etc.) que pueda presentarse.

Las paredes sujetas a flexotensión se diseñaran con el siguiente criterio (.C.F.E.)

$$e = \frac{M}{F} = \frac{8.870}{89.03} = 0.0996 \text{ mts.}$$

$$\frac{h}{2} - d'' = \frac{0.30}{2} - 0.05 = 0.10 \text{ mts.} = 10 \text{ cm.}$$

Como $e < \frac{h}{2} - d''$ se considera excentricidad pequeña

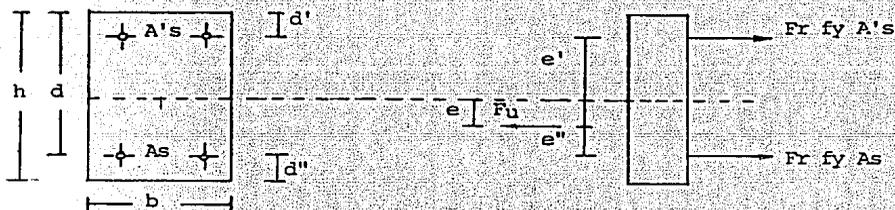


FIGURA 5.1

donde el área de acero necesario en la cara próxima de F_u es:

$$A_s = \frac{F_u e'}{F_r f_y (d - d')} = \frac{89030 (1.4) (10.996)}{0.85 (4200) (25 - 5)} = 19.19 \text{ cm}^2$$

y en la cara opuesta el Area de acero será

$$A_s' = \frac{F_u e''}{F_r f_y (d - d')} = \frac{89030 (1.4) (9.0040)}{0.85 (4200) (25 - 5)} = 15.71 \text{ cm}^2$$

los refuerzos A_s y A_s' están en tensión

5.2 CALCULO DE LA ARMADURA A TENSION (Utilizando Reimbet por ser mayor que Janseen)

Altura m	Presión llenado kg/m ²	Presión Vaciado kg/m ²	Tensión kg/m lineal	Sección A _s Armadura cm ²	Armadura a colocar en ambas caras	Perimetro
0	0.0	0.0	0.0	0.0	—	—
5	3731.76	4432.71	17730.84	10.55	6 Ø 15.9 (#5)	199.49
10	3539.05	8143.14	32578.56	19.38	4 Ø 25.4 (#8)	249.75
15	6528.43	11359.47	45437.88	27.046	6 Ø 25.4 (#8)	298.45
20	7145.77	12433.64	49734.56	29.60	4 Ø 31.8 (#10)	278.97
25	7543.10	14859.90	59439.60	35.38	5 Ø 31.8 (#10)	348.71
30	7622.21	15409.75	61639.00	36.68	5 Ø 31.8 (#10)	348.71
35	8020.87	15801.11	63204.44	37.62	5 Ø 31.8 (#10)	348.71
37.69	8106.65	15970.10	63880.40	38.02	5 Ø 31.8 (#10)	348.71 <u>z=2421.52</u> mm

Altura m	Presión Longitudinal	Sección A _s Armadura cm ²	Armadura a colocar	Separación Perimetral S _p (cm)	Separación Longitudinal S _L (cm)
0	—	—	mm	—	—
5	8865.42	5.27	3 Ø 15.9 (# 5)	18.76	37.57
10	16289.42	9.69	5 Ø 15.9 (# 5)	26.16	20.43
15	22718.94	13.52	5 Ø 19.0 (# 6)	18.74	21.07
20	24867.28	14.80	3 Ø 25.4 (# 8)	26.75	34.25
25	29719.80	17.69	4 Ø 25.4 (# 8)	14.33	28.66
30	20819.50	18.34	4 Ø 25.4 (# 8)	13.82	27.64
35	31602.22	18.81	4 Ø 25.4 (# 8)	13.47	26.95
37.69	31940.20	19.01	4 Ø 25.4 (# 8)	13.33	26.67

Tensión Perimetral: $T = \frac{PD}{2}$ Tensión amular: $T = \frac{PD}{4}$ $S = \frac{a_s \times 100}{A_s}$

$A_s = \frac{T}{P_s} \cdot 2.5 \rightarrow A_s = \frac{T}{4200} \cdot 2.5$

5.2 CALCULO DE LA ARMADURA A TENSION (Utilizando Reimbet por ser mayor que Janseen)

Altura m	Presión llenado kg/m ²	Presión Vaciado kg/m ²	Tensión kg/m lineal	Sección Armadura cm ²	Armadura a colocar en ambas caras	Perimetro
0	0.0	0.0	0.0	0.0	---	---
5	3731.76	4432.71	17730.84	10.55	6 Ø 15.9 (#5)	199.49
10	3539.05	8143.14	32578.56	19.38	4 Ø 25.4 (#8)	249.75
15	6528.43	11359.47	45437.88	27.046	6 Ø 25.4 (#8)	298.45
20	7145.77	12433.64	49734.56	29.60	4 Ø 31.8 (#10)	278.97
25	7543.10	14859.90	59439.60	35.38	5 Ø 31.8 (#10)	348.71
30	7622.21	15409.75	61639.00	36.68	5 Ø 31.8 (#10)	348.71
35	8020.87	15801.11	63204.44	37.62	5 Ø 31.8 (#10)	348.71
37.69	8106.65	15970.10	63880.40	38.02	5 Ø 31.8 (#10)	348.71 <u>Z=2421.52</u> mm

Altura m	Presión Longitudinal	Sección Armadura cm ²	Armadura a colocar	Separación Perimetral S _P (cm)	Separación Longitudinal S _L (cm)
0	--	--	mm	--	--
5	8865.42	5.27	3 Ø 15.9 (# 5)	18.76	37.57
10	16289.42	9.69	5 Ø 15.9 (# 5)	26.16	20.43
15	22718.94	13.52	5 Ø 19.0 (# 6)	18.74	21.07
20	24867.28	14.80	3 Ø 25.4 (# 8)	26.75	34.25
25	29719.80	17.69	4 Ø 25.4 (# 8)	14.33	28.66
30	20819.50	18.34	4 Ø 25.4 (# 8)	13.82	27.64
35	31602.22	18.81	4 Ø 25.4 (# 8)	13.47	26.95
37.69	31940.20	19.01	4 Ø 25.4 (# 8)	13.33	26.67

Tensión Perimetral: $T = \frac{PD}{2}$ Tensión anular: $T = \frac{PD}{4}$ $S = \frac{a_s \times 100}{A_s}$

$A_s = \frac{T}{F_s} \cdot 2.5 \Rightarrow A_s = \frac{T}{4200} \cdot 2.5$

5.3 GRIETAS - ANCHURA MAXIMA ADMISIBLE

Todos los silos de hormigón armado construídos presentan grietas que no son tenidas en cuenta hasta que no alcanzan valores superiores a los - 0.2 mm de espesor.

Más que la cantidad de grietas, lo interesante es el ancho máximo de las mismas, que ha sido fijado en 0.2 mm para los grandes silos de almacenamiento de cereales y de cemento.

Uno de los métodos utilizados para verificar este aspecto fué proporcionado por las fórmulas aproximadas introducidas por Lipnitski.

Dicho método considera los efectos de las cargas (estáticas) a largo plazo, así como los de las cargas a corto plazo (sobre presión), y usa -- cargas de trabajo en lugar de usar cargas últimas.

Con el fin de hacer más sencilla la explicación supongase que las - paredes estan sujetas a tensión pura y que el esfuerzo se localiza en el centro.

El ancho total de la grieta, W_{cr} de una grieta vertical acusada -- por la acción simultánea de las cargas a corto y a largo plazo, se determina de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$W_{cr} = W_1 - W_2 + W_3$$

donde:

- W_1 = ancho de grieta resultante de la aplicación a corto plazo de la carga total T_{total} (estática más sobrepresión)
- W_2 = la parte del ancho de la grieta W_1 debida a la carga estática T_{st} sola, durante el tiempo en que este actuando T_{total} (W_2 está incluida en W_3 ; entonces $W_1 - W_2$ es el incremen

to de ancho debido a la sobrepresión a corto plazo.

W_3 = Ancho de grieta debida unicamente a la carga estática T_{se} a largo plazo.

W_{cr} = ancho total de la grieta.

Los valores de W_1 , W_2 , W_3 se calculan individualmente según las siguientes fórmulas:

$$W_n = \psi S_{cr} f_s / E_s \quad (*)$$

donde:

f_s : es la resistencia a la tensión real (análisis elástico) en el acero de refuerzo.

S_{cr} : Separación entre grietas, calculada mediante la ecuación:

$$S_{cr} = \frac{A}{\Sigma O} \beta$$

en donde: ΣO = Suma de los perímetros de las barras circunferenciales en el Area A [cm].

β = 0.7 y 1.0 para varillas corrugadas y lisas respectivamente.

el factor ψ se calcula de la manera siguiente:

- Para cargas a corto plazo:

$$\psi = 1 - 0.7 \left[\frac{0.8 A f'_c}{(\Sigma y)_{total} \sigma_{se}} \right] \text{ pero no } < 0.3$$

- Para cargas a largo plazo:

$$\psi = 1 - 0.35 \left[\frac{0.8 A f'_c}{(\Sigma y)_{se}} \right] \text{ pero no } < 0.65$$

En las ecuaciones anteriores:

T_y = es la fuerza de tensión en el muro al nivel bajo análisis
[kg/m]

A = representa el área de la sección por unidad de ancho (o de alto) del muro [cm²].

* f_s = debe estar en las mismas unidades que E_s

los subíndices "total" y "Se" significan "total" y "estática"

f'_c = es la resistencia última a la tensión del concreto donde

$$f'_c = 1.20 \sqrt{f'_c} \quad [f'_c \text{ en kg/cm}^2]$$

GRIETAS:

Comprobación del ancho máximo admisible

$$W_{CR} = W_1 - W_2 + W_3$$

$$W_1 = \psi S_{CR} f_{SE}/E_S$$

$$\psi_1 = 1 - 0.7 \left[\frac{0.8 \times 15 \times 100 \times 1.2 \times \sqrt{250}}{63880.40} \right] \rightarrow \psi_1 = 0.75$$

$$S_{CR} = \frac{15 \times 100}{64.25} \times 0.7 = 16.34$$

$$f_{SE} = \frac{T}{A_S} = \frac{63880.40}{38.02} = 16.34$$

$$W_1 = 0.75 \times 16.34 \times \frac{1680.178}{2.1 \times 10^6} = 0.0098 \text{ cm}$$

$$W_2 = \psi_2 S_{CR} f_{SE}/E_S$$

$$\psi_2 = 1 - 0.7 \left[\frac{0.8 \times 15 \times 100 \times 1.2 \times \sqrt{250}}{\frac{8020.87 \times 8}{2}} \right] = -0.4097$$

Al salir este coeficiente negativo varios a considerar como presión estática de llenado 7962.63 kgr/m² JANSSEN

$$\psi_2 = 1 - 0.7 \left[\frac{0.8 \times 15 \times 100 \times 1.2 \times \sqrt{250}}{\frac{7962.63 \times 8}{2}} \right] = 0.2145$$

$$f_{S2} = \frac{31 \ 850.52}{38.02} = 837.73$$

$$W_2 = 0.2145 \times 16.34 \times \frac{837.73}{2.1 \times 10^6} = 0.0014 \text{ cm}$$

$$W_3 = \psi_3 \frac{S_{CR} f_{S3}}{E_S}$$

$$\psi_s = 1 - 0.35 \left[\frac{0.8 \times 15 \times 100 \times 1.2 \times 250}{31850.52} \right] = 0.0147$$

$$f_{s_s} = \frac{31850.52}{38.02} = 837.73$$

$$W_3 = 0.0147 \times 16.34 \times \frac{837.73}{2.1 \times 10^6} = 0.00010 \text{ cm}$$

Anchura de la grieta en cm.

$$W = W_1 + W_2 + W_3$$

$$W = 0.0098 + 0.0014 + 0.00010$$

$$W = 0.01130 \text{ cm.}$$

en este silo aparecen grietas de 0.1130 mm < 0.2 mm

5.4 EFECTOS DE TEMPERATURA.-

En muchas ocasiones el producto a ensilar entra a una temperatura muy elevada que produce un momento en la pared del silo debida a esta — diferencia de temperatura entre la cara inferior y cara exterior de la pared.

Se considerará que una diferencia de temperatura de 44.5° C no es tenida en cuenta en el diseño de silos, de manera que para fines de diseño la temperatura del material se puede tomar como:

$$(T_1)_{dis} = (T_1 - 44.5^\circ \text{ C})$$

Siendo T_1 temperatura máxima del producto

la diferencia máxima de temperatura entre la pared interior y exterior es:

$$\Delta T = T_2 - T_1$$

la caída de temperatura, ΔT , dentro del muro, es una porción de la diferencia de temperatura de diseño, correspondiente a una relación K_E de la resistencia térmica del muro en si con la resistencia del muro, cemento y aire externo combinados. Los valores de ΔT se pueden obtener a partir de:

$$\Delta T = [(T_1)_{dis} - T_0] K_E$$

El factor K_E se determina con base en los principios de transferencia de calor, y toma en cuenta que la temperatura de un material granular en un silo no es uniforme sino que disminuye apreciablemente cerca de la pared, así como que la temperatura del ambiente es distinta de la que se tiene en la cara exterior de la pared.

Por ejemplo, en un depósito para almacenar cemento caliente, el factor K_E resulta:

$$K = \left(\frac{0.08 h}{10.4 + 0.08 h} \right)$$

donde h es el espesor de la pared, en cm.

El momento flexionante que aparece en las paredes debido a la variación de temperatura tiene como valor:

$$M = 21 E_c h^2 \alpha_c \Delta T / (1 - \nu)$$

Siendo:

M = Momento flexionante en kg. cm

E_c = Módulo de elasticidad del concreto kg/cm², es igual al módulo elástico del Acero dividido por ocho.

h = Espesor de la pared en cm

α_c = coeficiente de expansión térmica del concreto

ν = Relación de Poisson para el concreto, supuesta como 0.2

El refuerzo vertical y el horizontal por unidad de ancho son:

$$A_s = \frac{M}{f_y (d - d')}$$

El acero que se añade para los momentos flexionantes térmicos se deberá colocar cerca de la cara más fría (generalmente la externa) del muro.

El refuerzo vertical por temperatura puede omitirse si se juzga que las compresiones verticales debidas a la carga muerta evitaran la aparición de tensiones por temperatura en esta dirección, sin embargo se respetará el refuerzo mínimo vertical.

EFECTOS DE TEMPERATURA.-

El cemento recién fabricado es almacenado a una temperatura de - -
100° C.

$$(T_1)_{des} = 100 - 44.5 = 55.50^{\circ}\text{C}$$

$$K_c = \left(\frac{0.08 \text{ h}}{10.4 + 0.08 \text{ h}} \right) = \frac{0.08 (15)}{10.4 + 0.08 (15)}$$

$$K_c = 0.1034$$

$$\Delta c = (55.50 - 20) 0.1034 \Rightarrow \Delta t = 3.67$$

$$M_t = \frac{21 \times 2.1 \times 10^6}{8} (15)^2 \times 10.8 \times 10^{-6} \times \frac{3.67}{(1 - 0.2)}$$

$$M_t = 61451.28 \text{ kgr} - \text{cm}$$

El acero de refuerzo por temperatura será

$$61451.28 = \frac{4200}{2.5} A_s \times 33$$

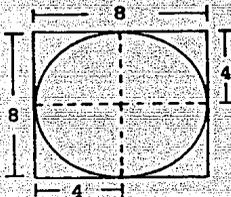
$$A_s = \frac{61451.28 \times 2.5}{4200 (33)}$$

$$A_s = 1.1084 \text{ cm}^2 \Rightarrow 2 \emptyset 9.5 \text{ mm} (\# 3)$$

5.5 DISEÑO DE LA LOSA.- (Perimetralmente apoyada)

$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2 \quad f^*_c = 0.8 f'_c = 0.8 (250) = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2 \quad f'_c = 0.85 f^*_c = 0.85 (200) = 170 \text{ kg/cm}^2$$



$$d = \frac{\text{Perímetro}}{300} = \frac{(400 + 400) + 1.25 (400 + 400)}{300} = 6 \text{ cm}$$

$$f_s = 0.6 f_y = 0.6 (4200) = 2520 \text{ kg/cm}^2$$

$$2520 \text{ kg/cm}^2 > 2000 \text{ kg/cm}^2$$

$$W = 1040 \text{ kg/m}^2 \quad 380 \text{ kg/m}^2$$

$$d_{\text{mín}} = d \times 0.034 \sqrt[4]{f_s W}$$

$$= 6 \times 0.034 \sqrt[4]{2520(1040)}$$

$$= 7.36 \text{ cm}$$

$$h = d + r = 7.36 + 2 \Rightarrow h = 9.368$$

$$h = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Suponiendo losa de } 10 \text{ cm} \quad 0.10(2.4) = 0.24 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{acabado} + 0.02 \text{ ton Carga muerta adicional} = 0.10 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{CARGA MUERTA} = 0.34 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{CARGA VIVA} = 0.700 \text{ ton/m}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Carga de Servicio} &= \text{Carga muerta} + \text{carga viva} \\ &= 0.34 + 0.700 \\ &= 1.040 \text{ ton/m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Carga de diseño} &= W_u = F_c \times W = 1.4 (1.040) \\ W_u &= 1.4560 \text{ ton/m}^2 \end{aligned}$$

- Revisión por Flexión del Peralte supuesto.-

Se debe cumplir $P \leq P_{\text{máx}}$

$$\begin{aligned} P_{\text{máx}} = P_b &= \frac{f''c}{f_y} \frac{4800}{f_y = 6000} \\ &= \frac{170}{4200} \frac{4800}{4200 + 6000} = 0.019 \end{aligned}$$

Se revisará con el momento negativo: $m = \frac{a_1}{a_2} = \frac{400}{400} = 1$

de la tabla 4.1 $\rightarrow k = 0.0324$

$$M_u = K W_u a_1^2 = 0.0324 (1.4560) (4)^2$$

$$M_u = 0.7548 \text{ ton-m}$$

Cálculo de p

$$\frac{M_r}{d^2 b} = \frac{75480}{100 (6)^2} = 20.96 \quad \rightarrow \quad p = 0.0092$$

$$\text{donde } d = h - r - 2 = 10 - 2 - 2 = 6$$

Comparando: $P \leq P_{\text{máx}}$

$$0.0092 < 0.019$$

∴ El peralte supuesto es aceptable por flexión

- Revisión por fuerza cortante del peralte supuesto.-

$$V_{cr} > V_u$$

$$V_u = \frac{(0.5 a_1 - d) W_u}{1 + \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^6} = \frac{(0.5 (4) - 0.06) 1456}{1 + \left(\frac{4}{4}\right)^6}$$

$$V_u = 1412.32 \text{ kgr}$$

$$V_{cr} = 0.5 F_r b d \sqrt{f'c}$$

$$= 0.5 (0.8) 100 (6) \sqrt{200}$$

$$V_{cr} = 3394.12 \text{ kgr}$$

Comparando:

$$V_{cr} > V_u$$

$$3394.12 > 1412.32$$

∴ El peralte supuesto se acepta por fuerza cortante

- Refuerzo mínimo.-

$$a_{sm} = \frac{450 x_1}{f_y (x_1 + 100)} = \frac{450(10)}{4200 (10 + 100)} = 0.0097 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$\text{en un ancho de } 100 \text{ cm : } A_{smfn} = 0.0097 \times 100 = 0.97 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

con barras # 2.5, a esta área corresponde una separación de:

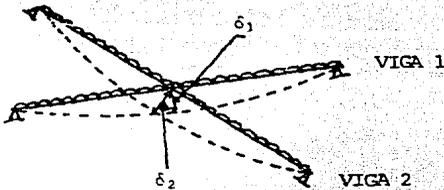
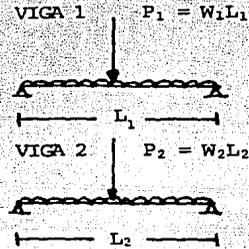
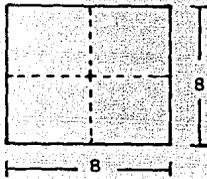
$$s = \frac{100 a_s}{A_s} = \frac{100 (0.49)}{0.97} = 46.14 \text{ cm}$$

Pero:

$$S_{m\acute{a}x} \begin{cases} 3.5 h & = 3.5 (10) & = 35 \text{ cm (Rige)} \\ 50 \text{ cm} \end{cases}$$

∴ Se usará una separación máxima de 35 cm.

BAJADA DE CARGA PARA EL DISEÑO DE VIGAS.-



$$P_T = P_1 + P_2 \quad (1)$$

$$\epsilon_1 = \delta_2 \quad (2)$$

$$\delta_1 = \frac{5}{384} \frac{W_1 L_1^3}{EI} = \frac{5}{384} \frac{P_1 L_1^3}{EI}$$

$$\delta_2 = \frac{5}{384} \frac{W_2 L_2^3}{EI} = \frac{5}{384} \frac{P_2 L_2^3}{EI}$$

de (1)

$$P_1 = P_T - P_2 \quad (3)$$

de (2) Considerando que las secciones y el material es el mismo

$$\frac{5}{384} \frac{P_1 L_1^3}{EI} = \frac{5}{384} \frac{P_2 L_2^3}{EI}$$

$$P_1 L_1^3 = P_2 L_2^3 \quad (4)$$

$$(P_T - P_2) L_1^3 = P_2 L_2^3 \quad (5)$$

$$P_T L_1^3 = P_2 L_1^3 + P_2 L_2^3$$

$$P_2 = \frac{P_T L_1^3}{L_1^3 + L_2^3} \quad (6)$$

de (6) en (3)

$$P_1 = P_T - \frac{P_T L_1^3}{L_1^3 + L_2^3}$$

$$P_1 = P_T \left(1 - \frac{L_1^3}{L_1^3 + L_2^3} \right) \quad (7)$$

Para nuestro caso como $L_1 = L_2 = 8$ mts.

de (6)

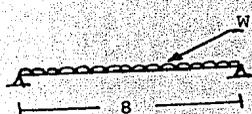
$$P_2 = P_T \frac{L_1^3}{L_1^3 + L_2^3} \Rightarrow P_2 = 0.5 P_T \quad (8)$$

de (7)

$$P_1 = P_T \left(1 - \frac{L_1^3}{L_1^3 + L_2^3} \right) \Rightarrow P_1 = 0.5 P_T \quad (9)$$

5.6. DISEÑO DE LA VIGA.-

5.6.1. PLASTICO.- (Carga última)



$$f'c = 200 \text{ kgr/cm}^2$$

$$f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'c = 0.8(200) = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = 0.85(160) = 136 \text{ kgr/cm}^2$$

$$M_u = M_e \times 1.4 \quad M_u = 1.4 \frac{(2.06)}{8} 8^2$$

$$M_u = 16.64 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

$$M_u = F_r q f''c (1 - 5.0 q) b d^2$$

tomando $q = 0.18$

$$M_u = 0.9 (0.18) (136) (1 - 0.5 \times 0.18) b d^2$$

$$M_u = 20.049 b d^2$$

$$d = \sqrt{\frac{M_u}{20.049 b}} \quad d = \sqrt{\frac{23.29 \times 10^5}{20.049 (b)}}$$

Si $b = 30 \text{ cm} \rightarrow d = 62.22 \text{ cm}$

$$A_s = p d b$$

$$q = p \frac{f_y}{f''c} \rightarrow p = q \frac{f''c}{f_y} = \frac{0.18 (136)}{4000} \rightarrow p = 0.0061$$

$$A_s = 0.0061 (30) (62) = 11.38 \text{ cm}^2$$

$$3 \text{ VRS } \# 7 \quad A_s = 11.64 \text{ cm}^2$$

$$b_n = 2(\text{rec} + e) + n \phi + (n - 1) S$$

$$\text{rec} = \phi = 2.22 \text{ cm}$$

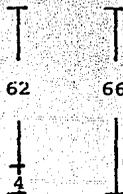
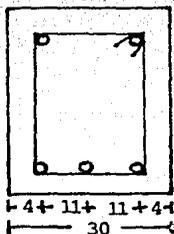
$$e = 0.5 \text{ cm}$$

$$S = 1.5 \text{ T.M.A} = 1.5 (1.9) = 2.85 \text{ cm}$$

$$b_n = 2(2.5 + 0.5) + 3(2.22) + (3 - 1) (2.85)$$

$$b_n = 18.46 \text{ cm} < 30 \text{ cm}$$

CROQUIS DE ARMADO



$$\begin{aligned} y_{cr} &= \text{rec} + e + 0.5 \phi \\ &= 2.5 + 0.5 + 0.5 (2.22) \\ &= 4.11 = 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

5.6.2 .- ELASTICO (Carga de Servicio)

$$f_c = 0.45(200) = 90 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s = 0.5(4000) = 2000 \text{ kg/cm}^2$$

$$n = \frac{2 \times 10^6}{141421.3} = 14.14 = 14$$

$$k = \frac{1}{1 - \frac{2000}{14(90)}} = 0.39 \quad ; \quad j = 1 - \frac{0.39}{3} = 0.89$$

$$K = \frac{1}{2}(90)(0.39)(0.89) = 15.27 \text{ kg/cm}^2$$

$$d = \frac{\sqrt{M}}{k b} = \frac{\sqrt{16.64 \times 10^5}}{15.27(30)} = 60.27 \text{ cm} \quad \therefore b = 30 \text{ cm} ; d = 60 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{16.64 \times 10}{2000(0.89)(60)} = 15.58 \text{ cm}^2 \quad ; \quad 3 \text{ Vrs } \# 9 = a_s = 19.23 \text{ cm}$$

Revisión.-

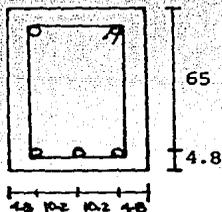
$$p = \frac{19.23}{60(30)} = 0.0107 \quad ; \quad k = \sqrt{(14 \times 0.0107)^2 + 2(14)(0.0107)} - 14(0.0107)$$

$$k = 0.4177$$

$$j = 1 - \frac{0.4177}{3} = 0.8608$$

$$f_s = \frac{16.64 \times 10}{19.23(0.8608)(60)} = 1675.4 \text{ kg/cm}^2 < 2000 \text{ kg/cm}^2$$

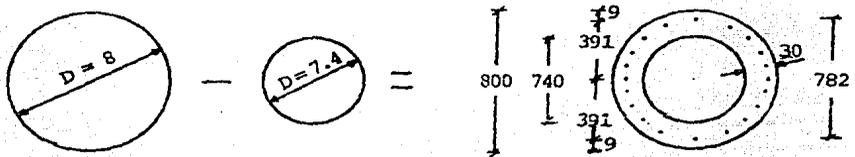
$$f_c = \frac{1675.4}{14} \frac{0.4177}{1 - 0.4177} = 85.84 \text{ kg/cm}^2 < 90 \text{ kg/cm}^2$$



$$y_c = 2.86 + 0.5 + 0.5(2.80)$$

$$= 4.79 \text{ cm} = 4.8 \text{ cm}$$

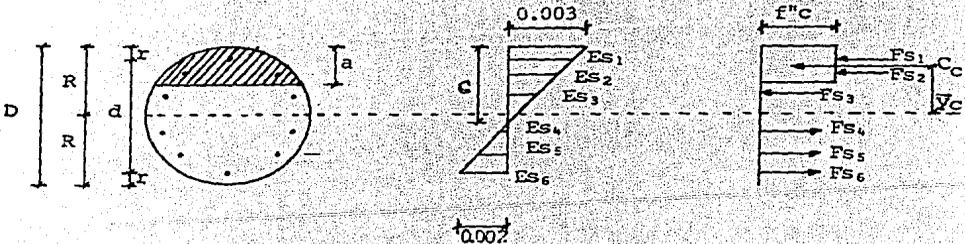
Revisaremos los efectos de sismo y viento utilizando el criterio de diseño por resistencia última, para ello construiremos un diagrama de iteración tal como se utiliza, para revisar columnas con la particularidad de que ésta no será una sección maciza de concreto, será un cilindro hueco y esto lo lograremos restando 2 secciones cilíndricas de distinto diámetro tal como mostramos en la siguiente figura:



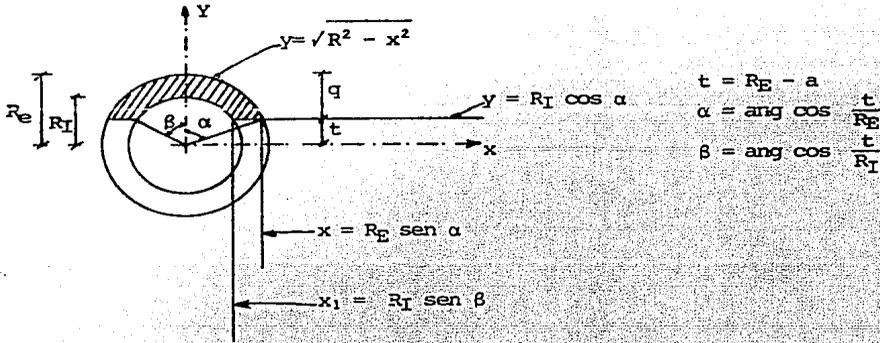
Distribuyendo en esta sección el acero de tensión longitudinal obtenida con el criterio de Ravanet, ya que es mayor que el obtenido por las recomendaciones del manual de obras civiles de la Comisión Federal de Electricidad (C.F.E.), tendremos 96 área de acero tal como se muestra en la figura anterior.

Para determinar el diagrama de iteración tenemos que determinar el área de concreto sujeta a compresión y la ubicación de su centroide, punto en el cual se considerará concentrada la fuerza de compresión, C_c .

Para una sección cilíndrica compacta de concreto tenemos el siguiente diagrama de deformaciones y de fuerzas.



Para determinar un punto cualquiera del diagrama de interacción se propone una profundiad "C" del eje neutro y haciendo $a = 0.8 C$ tendremos la reacción interna del concreto $C_c = A_c f''c$; y el momento de esta fuerza con respecto al eje central ej: $M_c = C_c \bar{y}_c$. Por lo tanto lo primero a calcular es el area del segmento circular A_c y la ordenada \bar{y}_c de su centro de gravedad; para la determinación de estos valores en nuestro caso partiremos de las siguientes consideraciones.



$$A_c = 2 \int \int_s ds - 2 \int \int_{s_1} ds$$

donde: $S = R_e [0, R_e \text{ sen } \alpha, R_e \text{ cos } \alpha, \sqrt{R_e^2 - x^2}]$

$S_1 = R_I [0, R_I \text{ sen } \beta, R_I \text{ cos } \beta, \sqrt{R_I^2 - x^2}]$

$$A_c = 2 \left| \int_0^{R_e \text{ sen } \alpha} dx \int_{R_e \text{ cos } \alpha}^{\sqrt{R_e^2 - x^2}} dy \right| - \left| 2 \int_0^{R_I \text{ sen } \beta} dx \int_{R_I \text{ cos } \beta}^{\sqrt{R_I^2 - x^2}} dy \right|$$

Calculando las integrantes tenemos

$$A_c = \frac{D_c^2}{4} (\alpha - \text{sen } \alpha \text{ cos } \alpha) - \frac{D_I^2}{4} (\beta - \text{sen } \beta \text{ cos } \beta)$$

a) Obtención del punto P_{RO} .-

Por ser una sección sujeta solo a carga axial de compresión su resistencia está dada por la contribución del concreto y del acero.

$$\frac{P_{RO}}{F_R} = A_g f''c + A_s f_y$$

$$A_g = \frac{\pi}{4} (D_C^2 - D_I^2) = \frac{\pi}{4} (800^2 - 140)^2 = 72570.79 \text{ cm}^2$$

$$f''c = 0.8 (0.85) (250) = 170 \text{ kgr/cm}^2$$

$$A_s = 96 (20.28) = 1946.88 \text{ cm}^2$$

$$\frac{P_{RO}}{F_R} = 72570.79 \times 170 + 1946.88 \times 4200 \rightarrow \frac{P}{F_R} = 20513930.35 \text{ kgr}$$

$$\frac{P_R}{F_R} = 20513.93 \text{ ton}$$

b) Obtención del punto M_{RO} .-

La carga axial es nula, sabemos que este punto cae en la zona de -- falla de tensión, suponemos que el acero a partir de $A_{S_{15}}$

las deformaciones unitarias obtenemos por triangulos semejantes:

$$E_{S_1} = \frac{0.003(C - 9)}{C}$$

$$E_{S_2} = \frac{0.003(C - 25)}{C}$$

$$E_{S_3} = \frac{0.003(C - 41)}{C}$$

$$E_{S_{14}} = \frac{0.003(C - 217)}{C}$$

Esfuerzo y fuerzas en el acero.

$$f_s = E_s \times \epsilon_s ; \quad F_s = f_s \times A_s$$

$$f_{s_1} = 6000 - \frac{54000}{C} \times 20.28 \quad \Rightarrow \quad F_{s_1} = 121680 - \frac{1095120}{C}$$

$$f_{s_2} = 6000 - \frac{150000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_2} = 243360 - \frac{6084000}{C}$$

$$f_{s_3} = 6000 - \frac{246000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_3} = 243360 - \frac{9977760}{C}$$

$$f_{s_4} = 6000 - \frac{342000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_4} = 243360 - \frac{1381520}{C}$$

$$f_{s_5} = 6000 - \frac{483000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_5} = 243360 - \frac{17765280}{C}$$

$$f_{s_6} = 6000 - \frac{534000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_6} = 243360 - \frac{21659040}{C}$$

$$f_{s_7} = 6000 - \frac{630000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_7} = 243360 - \frac{25552800}{C}$$

$$f_{s_8} = 6000 - \frac{726000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_8} = 243360 - \frac{29446560}{C}$$

$$f_{s_9} = 6000 - \frac{822000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_9} = 243360 - \frac{33340320}{C}$$

$$f_{s_{10}} = 6000 - \frac{918000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_{10}} = 243360 - \frac{37234080}{C}$$

$$f_{s_{11}} = 6000 - \frac{1014000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_{11}} = 243360 - \frac{41127840}{C}$$

$$f_{s_{12}} = 6000 - \frac{1110000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_{12}} = 243360 - \frac{45021600}{C}$$

$$f_{s_{13}} = 6000 - \frac{1206000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_{13}} = 243360 - \frac{48915360}{C}$$

$$f_{s_{14}} = 6000 - \frac{1302000}{C} \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_{14}} = 243360 - \frac{52809120}{C}$$

$$f_{s_{15}} = 6000 - 4200 \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_{15}} = 170352 \text{ kgr}$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$f_{s_{48}} = 4200 \times (20.28) \quad \Rightarrow \quad F_{s_{48}} = 170352 \text{ kgr}$$

$$f_{s_{49}} = 4200 \times 20.28 \quad \Rightarrow \quad F_{s_{49}} = 85176 \text{ kgr}$$

Fuerza en el concreto:

$$C_c = A_c f''c$$

$$A_c = \frac{D_B^2}{4} (\alpha - \text{sen } \alpha \text{ cos } \alpha) - \frac{D_T^2}{4} (\beta - \text{sen } \beta \text{ cos } \beta)$$

$$\alpha = \text{ang cos } (1 - 0.00200 C)$$

$$\beta = \text{ang cos } (1.081 - 0.00216 C)$$

$$C_c + F_{S_1} + \dots + F_{S_{14}} - \dots - F_{4_9} = 0$$

$$A_c f''c - \frac{1}{C} (383,900 400) - 2421 432 = 0$$

Resolviendo la ecuación iterativamente

$$C = 244.7338$$

$$C_c = 3990076.88 \text{ kgr} \Rightarrow 3990.0 \text{ ton}$$

- $F_{S_1} = 117.20 \text{ ton.}$
- $F_{S_2} = 218.50 \text{ ton.}$
- $F_{S_3} = 202.50 \text{ ton.}$
- $F_{S_4} = 186.67 \text{ ton.}$
- $F_{S_5} = 170.76 \text{ ton.}$
- $F_{S_6} = 154.85 \text{ ton.}$
- $F_{S_7} = 138.94 \text{ ton.}$
- $F_{S_8} = 123.03 \text{ ton.}$
- $F_{S_9} = 107.12 \text{ ton.}$
- $F_{S_{10}} = 91.21 \text{ ton.}$
- $F_{S_{11}} = 75.30 \text{ ton.}$
- $F_{S_{12}} = 59.39 \text{ ton.}$
- $F_{S_{13}} = 43.48 \text{ ton.}$

$$F_{S_{14}} = 27.57 \text{ ton}$$

$$F_{S_{15}} = 170.3 \text{ ton}$$

⋮

$$F_{S_{48}} = 170.3 \text{ ton}$$

$$F_{S_{49}} = 85.1 \text{ ton}$$

Cálculo de Mr

$$\frac{Mr}{Fr} = C_C \bar{Y}_C + F_{S_1} Y_{S_1} + \dots + F_{S_{49}} Y_{S_{49}}$$

$$\bar{Y}_C = \frac{\sum Ay}{\sum A} ;$$

$$A_1 = 16000 (\alpha - \text{sen } \alpha \text{ cos} \alpha) = 95361.09 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 136900 (\beta - \text{sen } \beta \text{ cos} \beta) = 71890.05 \text{ cm}^2$$

$$Y_1 = \frac{800}{3} \left(\frac{\text{sen}^3 \alpha}{\alpha - \text{sen } \alpha \text{ cos} \alpha} \right) = 283.64 \text{ cm}$$

$$Y_2 = \frac{740}{3} \left(\frac{\text{sen}^3 \beta}{\beta - \text{sen } \beta \text{ cos} \beta} \right) = 272.08 \text{ cm}$$

$$\bar{Y}_C = \frac{95361.09 (283.64) - 71890.05 (272.08)}{23471.04} = 319.048 \text{ cm}$$

$$Y_C = 3.19 \text{ mts.}$$

$$\begin{aligned} \frac{M_c}{F_y} &= 3990 (3.19) + 117 (3.91) + 2.18 (3.74) + 202.5 (3.58) + 186.6 (3.42) \\ &+ 170.7 (3.25) + 154.8 (3.09) + 138.9 (2.93) + 123 (2.76) + 107.1 (2.60) \\ &+ 91.2 (2.44) + 75.3 (2.28) + 59.3 (2.11) + 43.4 (1.95) + 27.5 (1.79) \\ &+ 170.3 (1.62) + 170.3 (1.46) + 170.3 (1.30) + 170.3 (1.14) + 170.3 (0.97) \\ &+ 170.3 (0.81) + 170.3 (0.65) + 170.3 (0.48) + 170.3 (0.32) + 170.3 (0.16) \\ &+ 170.3 (0.0) + 170.3 (0.16) + 170.3 (0.32) + 170.3 (0.48) + 170.3 (0.65) \\ &+ 170.3 (0.81) + 170.3 (0.97) + 170.3 (1.114) + 170.3 (1.30) + 170.3 (1.46) \\ &+ 170.3 (1.62) + 170.3 (1.79) + 170.3 (1.95) + 170.3 (2.11) + 170.3 (2.28) \\ &+ 170.3 (2.44) + 170.3 (2.60) + 170.3 (2.76) + 170.3 (2.93) + 170.3 (3.09) \\ &+ 170.3 (3.25) + 170.3 (3.42) + 170.3 (3.56) + 170.3 (3.74) + 85.11 (3.91) \end{aligned}$$

$$\frac{M_r}{F_y} = 28\,052.62 \text{ ton-m}$$

c) Obtención del punto de falla balanceada

Se supone que la deformación de fluencia del acero $E_y = 0.002$ se presenta simultáneamente con la falla útil del concreto $E_{cu} = 0.003$

$$\frac{0.003}{C_b} = \frac{0.002 + 0.003}{791} \Rightarrow C_b = \frac{0.003 (791)}{0.005} = 474.60 \text{ cm}$$

$$E_{s_1} = \frac{0.003 (C_b - 9)}{C_b} = \frac{0.003 (474.60 - 9)}{474.60} = 0.0029$$

$$E_{s_2} = \frac{0.003 (474.6 - 25)}{474.6} = 0.0028$$

$$E_{s_3} = \frac{0.003 (474.6 - 41)}{474.6} = 0.0027$$

$E_{S_4} = 0.0026$
 $E_{S_5} = 0.0025$
 $E_{S_6} = 0.0024$
 $E_{S_7} = 0.0023$
 $E_{S_8} = 0.00223$
 $E_{S_9} = 0.00213$
 $E_{S_{10}} = 0.00203$
 $E_{S_{11}} = 0.0019$
 $E_{S_{12}} = 0.0018$
 $E_{S_{13}} = 0.0017$
 $E_{S_{14}} = 0.0016$
 $E_{S_{15}} = 0.0015$
 $E_{S_{16}} = 0.0014$
 $E_{S_{17}} = 0.0013$
 $E_{S_{18}} = 0.0012$
 $E_{S_{19}} = 0.0011$
 $E_{S_{20}} = 0.0010$
 $E_{S_{21}} = 0.0009$
 $E_{S_{22}} = 0.0008$
 $E_{S_{23}} = 0.0007$
 $E_{S_{24}} = 0.0006$
 $E_{S_{25}} = 0.0005$
 $E_{S_{26}} = 0.0004$
 $E_{S_{27}} = 0.0003$
 $E_{S_{28}} = 0.0002$

$E_{S_{29}} = 0.00011$
 $E_{S_{30}} = 0.00001$
 $E_{S_{31}} = 0.0021$
 \vdots
 \vdots
 \vdots
 $E_{S_{49}} = 0.0021$

Esfuerzos y fuerzas en el acero:

$f_{S_1} = 4200$	$\times 20.28$	\Rightarrow	$F_{S_1} = 85176$	kgf
$f_{S_2} = 4200$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_2} = 170352$	kgf
.
$f_{S_9} = 4200$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_9} = 170352$	kgf
$f_{S_{10}} = 4066$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{10}} = 164916.9$	kgf
$f_{S_{11}} = 3860$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{11}} = 156561.6$	kgf
$f_{S_{12}} = 3660$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{12}} = 146016$	kgf
$f_{S_{13}} = 3400$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{13}} = 137904$	kgf
$f_{S_{14}} = 3200$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{14}} = 129792$	kgf
$f_{S_{15}} = 3000$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{15}} = 121680$	kgf
$f_{S_{16}} = 2800$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{16}} = 113568$	kgf
$f_{S_{17}} = 2600$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{17}} = 105456$	kgf
$f_{S_{18}} = 2400$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{18}} = 97344$	kgf
$f_{S_{19}} = 2200$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{19}} = 89232$	kgf
$f_{S_{20}} = 2000$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{20}} = 81120$	kgf
$f_{S_{21}} = 1800$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{21}} = 73008$	kgf
$f_{S_{22}} = 1600$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{22}} = 64896$	kgf
$f_{S_{23}} = 1400$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{23}} = 56784$	kgf
$f_{S_{24}} = 1200$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{24}} = 48672$	kgf
$f_{S_{25}} = 1000$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{25}} = 40560$	kgf
$f_{S_{26}} = 800$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{26}} = 32448$	kgf
$f_{S_{27}} = 600$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{27}} = 24336$	kgf
$f_{S_{28}} = 400$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{28}} = 16224$	kgf
$f_{S_{29}} = 200$	$\times (20.28) 2$	\Rightarrow	$F_{S_{29}} = 8112$	kgf

$f_{S_{30}} = 20 \times (20.28)^2$	$F_{S_{30}} = 811.20 \text{ kgr}$
$f_{S_{31}} = 4200 (20.28)^2$	$F_{S_{31}} = 170\ 352 \text{ kgr}$
\cdot	\cdot
\cdot	\cdot
\cdot	\cdot
$f_{S_{48}} = 4200 (20.28)^2$	$F_{S_{48}} = 170\ 352 \text{ kgr}$
$f_{S_{49}} = 4200 (20.28)$	$F_{S_{49}} = 85\ 176 \text{ kgr}$

Fuerza en el concreto

$$Ac = f''c \left[\frac{De^2}{4} (\alpha - \text{sen } \alpha \cos \alpha) - \frac{Dl^2}{4} (\beta - \text{sen } \beta \cos \beta) \right]; C=474.60$$

$$\alpha = \text{ang } \cos (1 - 0.0020 C) = 1.5199$$

$$\beta = \text{ang } \cos (1.081 - 0.00216 C) = 1.5149$$

$$C_c = 6005078.9 \text{ kgr} \rightarrow 6005.07 \text{ ton}$$

Cálculo del Pr

$$\frac{Pr}{Pr} = C_c + F_{S_1} + \dots + F_{S_{30}} - F_{S_{31}} - \dots - F_{S_{49}}$$

$$\begin{aligned} \frac{Pr}{Pr} = & 6005.07 + 85.1 + 170.3(8) + 164.9 + 156.5 + 146 + 137.9 + 129.7 \\ & + 121.6 + 113.5 + 105.4 + 97.3 + 89.2 + 81.1 + 73 + 64.8 + 56.7 \\ & + 48.6 + 40.5 + 32.4 + 24.3 + 16.2 + 8.1 + 0.8 - 170(18) - 85.1 \end{aligned}$$

$$\frac{Pr}{Pr} = 6010.57 \text{ ton.}$$

Cálculo del Mr

$$\frac{Mr}{Fl} = C_c \bar{Y}_c + F_{S_1} Y_{S_1} + \dots + F_{S_{48}} Y_{S_{48}}$$

$$\bar{Y}_c = \frac{\sum Ay}{\sum A}$$

$$A_1 = 160\,000 (\alpha - \text{sen } \alpha \cos \alpha) = 235054 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 136900 (\beta - \text{sen } \beta \cos \beta) = 199753 \text{ cm}^2$$

$$Y_1 = 180.8$$

$$Y_2 = 168.2$$

$$\bar{Y}_c = \frac{235054(180.8) - 199753(168.2)}{35301}$$

$$\bar{Y}_c = 252.09$$

$$\begin{aligned} \frac{Mr}{Fl} = & 6005.07(2.52) + 85.1(3.91) + 170.3(3.74) + 170.3(3.58) + 170.3(3.42) \\ & + 170.3(3.25) + 170.3(3.09) + 170.3(2.93) + 170.3(2.76) + 170.3(2.60) \\ & + 164.9(2.44) + 156.5(2.28) + 146(2.11) + 137.9(1.95) + 129.7(1.79) \\ & + 121.6(1.62) + 113.5(1.46) + 105.4(1.30) + 97.3(1.114) + 89.2(0.97) \\ & + 81.1(0.81) + 73(0.65) + 64.8(0.48) + 56.7(0.32) + 48.6(0.16) \\ & + 40.5(0.0) + 32.4(0.16) + 24.3(0.32) + 16.2(0.48) + 8.1(0.65) \\ & + 170.3(0.81) + 170.3(0.97) + 170.3(1.14) + 170.3(1.30) + 170.3(1.46) \\ & + 170.3(1.62) + 170.3(1.79) + 170.3(1.95) + 170.3(2.11) + 170.3(2.28) \\ & + 170.3(2.44) + 170.3(2.60) + 170.3(2.76) + 170.3(2.93) + 170.3(3.09) \\ & + 170.3(3.25) + 170.3(3.42) + 170.3(3.58) + 170.3(3.74) + 85.1(3.91) \end{aligned}$$

$$\frac{Mr}{Fl} = 29\,944.17 \text{ ton-m}$$

d) Obtención del punto de tensión:

la capacidad a tensión solo la proporciona el acero, ya que el concre

to no resiste esfuerzos a tensión.

$$Pr = Fr (As fy)$$

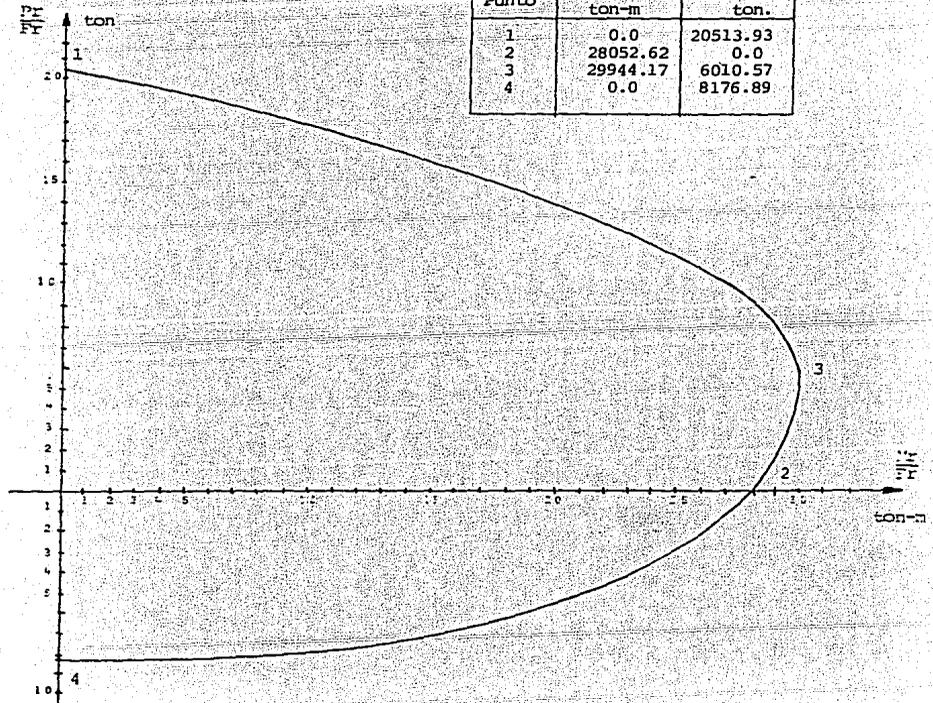
$$\frac{Pr}{Fr} = As fy$$

$$\frac{Pr}{Fr} = 96(20.28) 4200$$

$$\frac{Pr}{Fr} = 81\ 76896.0\ \text{kgf} \rightarrow 8176.89\ \text{ton}$$

Los puntos obtenidos se muestran en la siguiente figura:

Punto	M _r /Fr ton-m	P _r /Fr ton.
1	0.0	20513.93
2	28052.62	0.0
3	29944.17	6010.57
4	0.0	8176.89



Ahora procedemos a calcular los elementos en las paredes debidos a los momentos de volteo ocasionados por las fuerzas de sismo y de viento.

obtención del momento de Inercia.

$$I = \frac{(d^4 - d_r^4)}{64} \quad \text{Momento de Inercia Centroidal}$$

$$I = \frac{(800^4 - 740^4)}{64} = 5,386,566,911.00 \text{ cm}^4$$

$$I = 53.86 \text{ m}^4$$

Esfuerzos debido a sismo.

$$C = \frac{C}{Q} = 0.4 > 0.01$$

W carga viva reducida = 0.8 W_{TOTAL}

$$W_{TOTAL} = (\text{Vol mat. almacenado} \times \gamma_{\text{Mat.}}) 0.8 + \text{Volsilo} \gamma_{\text{concreto}}$$

$$= \left(\frac{\pi}{4} d^2 h \times \gamma_{\text{mat}} \right) 0.8 + \frac{\pi}{4} h (D^2 - d^2) \gamma_{\text{concreto}}$$

$$= \frac{\pi}{4} (7.40)^2 (37.69) (1600) 0.8 + \frac{\pi}{4} (37.69) (8.00^2 - 7.40^2) 2400$$

$$= 2074863.00 + 656446.34$$

$$= 2731309.34 \text{ kgr} \rightarrow 2731.309 \text{ Ton}$$

$$\text{Fuerza Sismica} = C' W_C v_r = 0.4 (2731.3)$$

$$= 1092.5 \text{ Ton}$$

$$\text{Momento de volteo} = C' W_{CVr} (\bar{y})$$

$$\frac{\bar{y}}{Y} = \frac{301.52(18.845) + 241.261(15.075)}{542.736}$$

$$\bar{y} = 17.169 \text{ mts.}$$

$$\text{Momento de volteo} = 1092.5 (17.169)$$

$$= 18757.13 \text{ Ton-m.}$$

Ingresando en el diagrama de iteración con los valores de:

$$\frac{M_r}{F_r} = \underline{18\ 757.13} \text{ ton-m}$$

$$\frac{P_r}{F_r} = 2731.309 \text{ ton}$$

vemos que cae dentro de la zona de resistencia

∴ nuestro diseño es aceptado

Esfuerzos debido a viento

$$\text{Velocidad Regional} = 160 \text{ km/h} = V_R$$

$$\text{Velocidad básica} = V_B = k V_R$$

donde $k = 1.0$

$$\therefore V_B = 1 (160)$$

$$V_B = 160 \text{ km/h} = V_R$$

Velocidad a una altura "z"

$$V_z = V_B \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha \quad \text{para } 10 \text{ mts} < z < \delta \quad \text{donde } \delta = 200 \text{ mts.}$$

$$10 < z < 200 \quad \alpha = 0.14$$

Para $z = 37.69$ mts.

$$V_z = 160 \left(\frac{37.69}{10} \right)^{0.14}$$

$$V_z = 192.66 \text{ km/h}$$

Para $z = 40$ mts.

$$V_z = 160 \left(\frac{40}{10} \right)^{0.14}$$

$$V_z = 194.66 \text{ km/h}$$

$$\text{Velocidad de dise\~no} = V_D = F_R V_z$$

donde: $F_R = 1.3$

$$V_D = 1.3 (192.66)$$

$$V_D = 1.3 (194.66)$$

$$V_D = 250.46 \text{ km/h}$$

$$V_D = 253.05 \text{ km/h}$$

la presión es:

$$P = 0.0048 \quad C \quad V_D^2$$

$$G = \frac{8 + h}{8 + 2h} \quad (h \text{ en kilómetros sobre el nivel del mar})$$

$$h = 0 \quad \rightarrow \quad G = 1.0$$

Presión en la cubierta:

$$P = 0.0048 \quad (1.0) \quad C (252.52)^2$$

$$P = 306.16 \text{ kgr/m}^2 \quad \times \quad C$$

Presión en la pared cilíndrica

$$P = 0.0048 \quad (1.0) \quad C \quad (250.46)^2$$

$$P = 301.10 \text{ kgr/m}^2 \quad \times \quad C$$

tomando las excentricidades accidentales

$$\text{Para } \frac{L}{h} < 2 \quad ; \quad \frac{8}{37.69} = 0.2123$$

$$e_x = \pm \left[\frac{0.3 L^2}{8h} + 0.056 \right] = \pm \frac{0.3 (8)^2}{8(37.69)} + 0.05 (37.69)$$

$$e_x = \pm 1.9484$$

$$e_y = 0.05 H = 0.05 (37.69)$$

$$e_y = \pm 1.8845$$

El momento de volteo es:

con $C = 1$

$$\begin{aligned} F_{TOTAL} &= 301.10 \times 1 \times 8 \times 37.69 \\ &= 90789.67 \text{ kgr} \quad 91 \text{ ton} \end{aligned}$$

con $C = -2.5$

$$\begin{aligned} F_{TOTAL} &= 301.10 \times (-2.5)(8)(37.69) \\ &= -227.5 \text{ ton} \end{aligned}$$

∴ el momento de volteo es con $F = 91 \text{ Ton}$

$$\text{brazo desde la base} = \frac{37.69}{2} + 1.88 = 20.72$$

$$\text{Momento de volteo} = 91 \times 20.72 = 1885.97 \text{ ton-m}$$

Ingresando en el diagrama de iteración obtenido con los valores de:

$$\frac{M_r}{F_r} = 1885.97 \text{ ton-m}$$

$$\frac{P_r}{F_r} = 2731.309 \text{ ton}$$

venos que cae dentro la zona de resistencia

∴ nuestro diseño es aceptado.

5.7 CUANTIFICACION DEL MATERIAL.-

Concreto:

Volumen Silo	$\frac{\pi}{4} (37.69) (8^2 - 7.40^2)$	=	273.51 m ³
Volumen losa	$\frac{\pi}{4} 8^2 (0.10)$	=	5.02 m ³
Volumen vigas	0.30 x 0.60 x 8 x 2	=	2.88 m ³
	TOTAL	=	281.41 m³

Acero:

Acero Horizontal de Tension Perimetral

Dexterior = 7.90 mts.

Dinterior = 7.50 mts.

	PERIMETRO EXTERIOR	PERIMETRO INTERIOR	PERIMETRO TOTAL
Vrs # 5	24.81	23.56	48.37 (6) = 290.22 x $\frac{500}{18.76}$ = 7735.07
Vrs # 8	24.81	23.56	48.37 (4) = 193.48 x $\frac{500}{26.16}$ = 3698.01
Vrs # 8	24.81	23.56	48.37 (6) = 290.22 x $\frac{500}{18.74}$ = 7743.33
Vrs # 10	24.81	23.56	48.37 (4) = 193.48 x $\frac{500}{26.76}$ = 3615.09
Vrs # 10	24.81	23.56	48.37 (5) = 241.85 x $\frac{500}{14.33}$ = 8438.59
Vrs # 10	24.81	23.56	48.37 (5) = 241.85 x $\frac{500}{13.82}$ = 8950.00
Vrs # 10	24.81	23.56	48.37 (5) = 241.85 x $\frac{500}{13.47}$ = 8977.35
Vrs # 10	24.81	23.56	48.37 (5) = 241.85 x $\frac{500}{13.33}$ = 9071.64

$$\text{Vrs \# 5} \rightarrow 1.552 \frac{\text{kgr}}{\text{m}} \times 7735.07 = 12.004 \text{ kgr} = 12.004 \text{ ton}$$

$$\text{Vrs \# 8} \rightarrow 3.973 \frac{\text{kgr}}{\text{m}} \times 11441.34 = 45467 \text{ kgr} = 45.467 \text{ ton}$$

$$\text{Vrs \# 10} \rightarrow 6.207 \frac{\text{kgr}}{\text{m}} \times 39052.67 = 242399.9 \text{ kgr} = \underline{242.39 \text{ ton}}$$

$$\text{TOTAL} = 299.86 \text{ ton.}$$

Acero vertical de tensión longitudinal.-

$$\text{Vrs \# 5} \quad \frac{24.81}{0.38} \times 5 \times 3 = 979.32 \text{ mts.}$$

$$\text{Vrs \# 5} \quad \frac{24.81}{0.2045} \times 5 \times 5 = 3035 \text{ mts.}$$

$$\text{Vrs \# 6} \quad \frac{24.81}{0.2107} \times 5 \times 5 = 2943.75 \text{ mts.}$$

$$\text{Vrs \# 8} \quad \frac{24.81}{0.3425} \times 5 \times 3 = 1086.54 \text{ mts.}$$

$$\text{Vrs \# 8} \quad \frac{24.81}{0.2866} \times 5 \times 4 = 1731.32 \text{ mts.}$$

$$\text{Vrs \# 8} \quad \frac{24.81}{0.2764} \times 5 \times 4 = 1795.22 \text{ mts.}$$

$$\text{Vrs \# 8} \quad \frac{24.81}{0.2695} \times 5 \times 4 = 1841.18 \text{ mts.}$$

$$\text{Vrs \# 8} \quad \frac{24.81}{0.2667} \times 5 \times 4 = 1860.51 \text{ mts.}$$

$$\text{Vrs \# 5} \rightarrow 1.552 \frac{\text{kgr}}{\text{m}} (4015.29) = 6231.74 \text{ kgr} \Rightarrow 6.23 \text{ ton.}$$

$$\text{Vrs \# 6} \rightarrow 2.235 \frac{\text{kgr}}{\text{m}} (2943.75) = 6579.28 \text{ kgr} \Rightarrow 6.57 \text{ ton.}$$

$$\text{Vrs \# 8} \rightarrow 3.973 \frac{\text{kgr}}{\text{m}} (8314.78) = 33034.62 \text{ kgr} \Rightarrow \underline{33.03 \text{ ton.}}$$

$$\text{TOTAL} = 45.83 \text{ ton.}$$

Resumen.-

Concreto:

Concreto hidráulico $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ —> 281.41 m

10% desperdicio —> 28.14 m

TOTAL 309.59 m

Acero.-

Vrs # 5 $\phi = 15.9 \text{ mm}$ —> 18.2340
 10% desperdicio 1.8234
 20.057 ton.

Vrs # 6 $\phi = 19 \text{ mm}$ —> 6.57
0.6570
 7.2270 ton

Vrs # 8 $\phi = 25.4 \text{ mm}$ —> 78.497
7.847
 86.346 ton.

Vrs # 10 $\phi = 31.8 \text{ mm}$ —> 242.39
24.239
 266.629 ton.

Peso total del acero: 20.057
 7.227
 86.346
266.629
 TOTAL = 380.25 ton

Cimbras:

Se utilizará el método de la cimbra deslizante, quedando el cálculo de cimbras y cuantificación de los mismos por cuenta del constructor.

La tolva y la cimentación no se tomaron en cuenta.

CAPITULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las fallas de silos pusieron sobre aviso a los ingenieros de diseño acerca del peligro que entraña diseñar silos tomando en cuenta solamente las presiones estáticas. Investigaciones realizadas hasta el momento determinaron que la mayoría de las fallas se deben al aumento de presión que experimentan los silos al momento de sacar el material, a este fenómeno se conoce como la "sobrepresión" y se le atribuye el cambio de condiciones estáticas a condiciones dinámicas que ocurre al momento de sacar el material.

Otro fenómeno que deberá ser tomado en cuenta al momento del diseño es el impacto que se desarrolla al momento del llenado. Aunque por lo general, la sobrepresión es importante en silos profundos; la experiencia ha demostrado que el impacto puede ser crítico solamente en silos poco profundos en los que se vacían repentinamente grandes volúmenes de materiales, por lo tanto diseñar estas estructuras sin tomar en cuenta la sobrepresión o el impacto, puede ser peligroso.

Al través del trabajo realizado pudo obtenerse las siguientes conclusiones derivadas de los distintos métodos utilizados. En el empuje horizontal, el método de Reimbert es más conservador que el método de Janssen no siendo así en el estudio de la presión vertical puesto que Janssen resultó ser más conservador que Reimbert; tal como lo mostramos en las gráficas. (Figuras 3.1.a y 3.1.c)

Por todo lo antes mencionado se recomienda al Diseñador Calculista o estudioso de esta materia tome en cuenta todos los métodos antes mencionados para obtener las presiones verticales y presiones horizontales y, en base a estos resultados, utilizar un criterio conservador, estando del lado de la seguridad para obtener un diseño dentro de un concepto razonable entre el costo y la funcionalidad.

Los materiales que se utilizarán deberán cumplir por los requisitos

establecidos por el ACI.

El cemento para las partes expuestas debe ser de un tipo y marca -- específicos para evitar variaciones en el color del concreto; lo mismo -- que los agregados deben ser siempre del mismo tipo y la misma fuente para poder evitar variaciones en la apariencia del trabajo terminado.

Deberá tenerse cuidado en el detalle de colocación del refuerzo para evitarse desplazamientos especialmente de las varillas sin amarre, -- que podrían moverse durante el vibrado y así poder evitar posibles -- -- fallas por una separación incorrecta del acero horizontal.

En el curado y protección del concreto deberá ponerse especial atención y en ningún momento se debe permitir que el concreto tenga una superficie seca hasta que haya llegado, por lo menos a los 5 días.

En las superficies internas que vayan a estar en contacto con el -- material almacenado, no es aconsejable utilizar compuestos de curado, ya que dichos compuestos podrían modificar el efecto de la fricción entre -- la superficie interior y el material almacenado.

Los factores C_d recomendados en la tabla C1 se basan en resultados de pruebas, muchas veces puede suceder que estos valores sean conservadores para el cálculo de flujo embudo. Sin embargo las presiones laterales se aumentan conforme se incrementa la velocidad de descarga y cuando sea necesario enfrentar a mayores velocidades de flujo el Ingeniero debe de estar alerta ante la posibilidad de que haya flujo de masa y es muy probable que haya sobre-presiones laterales mayores a las que aparecen en -- la tabla. Para evitar este peligro es necesario determinar el patrón de flujo que puede ocurrir.

Existen también flexiones en las paredes debidas a los efectos de -- salida excéntrica del grano, del impacto de llenado o descarga y/o de -- los efectos de sismo ó viento. Por estas razones se considerará conve--

niente considerar la continuidad del cascaron y obtener los elementos — mecánicos de todo el conjunto, en sí tomando en cuenta las condiciones — de frontera y la compatibilidad de deformaciones, en los cambios de presión.

En conclusión en esta tesis se presentó un trabajo consistente en la utilización de varios métodos de análisis para el diseño de un silo de — concreto. Se aplicaron los métodos de Janssen y Reimbert y para algunos detalles los de Ravanet encontrándose variaciones entre estos, de tal — forma de utilizar los criterios que nos den mayor seguridad.

Por todo lo dicho anteriormente es conveniente diseñar con un criterio que nos lleve a un resultado funcional y rentable y no a considerar a una economía mal entendida.

REFERENCIAS.-

- 1.- Construcción de Silos, Teoría y Práctica
Ing. Marcel y Andre Reimbert
traducido del francés por el Ing. Manuel Velázquez Velázquez
Edit. Aguilar, Madrid, España, 1962
- 2.- Recommended Practice for Design and Construction of Concrete Bins,
Silos, and Bunkers for Storing Granular Materials, Comité ACI-313.
American Concrete Institute, Detroit, Mich, U.S.A.
- 3.- Concrete Water Towers, Bunkers, Silos and other Elevated
Structures.
Gray, W.S. y Manning G.P.
Concrete Publications Limited, Londres, 1964, 4th edición
- 4.- Manual de Diseño de Obras Civiles, Sección "C" Estructuras
Tema "1" : Criterio de Diseño, Capítulos: C.1.3 Diseño por
sismo, C.1.4 Diseño por Viento
Tema "2": Métodos de Análisis y Diseño; C.2.5 Tanques y Depósitos
Edit. Comisión Federal de Electricidad, Instituto de
Investigaciones Eléctricas, México, D.F., 1981
- 5.- Silos, Teoría, Investigación, Construcción
Tomo I:
Tomo II: Deformaciones, Fallas, Explosiones, prevención de
accidentes.
Dr. Ing. Juan Ravenet Catalan
Editores Técnicos Asociados, S.A., Barcelona, España
- 6.- Tesis profesional: Diseño de un silo de Estructura Metálica
utilizando varios métodos de análisis.
José Luis Esquivel Avila
México, D.F., UNAM
- 7.- Resistencia de Materiales, Diseño de Estructuras y Máquinas
Ing. E.J. Hearn
Editorial Interamericana, S.A. de C.V.
México, D.F. 1984 primera edición en español.

- 8.- Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado
Oscar M. González y Francisco Robles
Edit. Limusa, México, 1985
- 9.- Theory of Plates and Shells
Stephen P. Timoshenko y S. Woinowsky Krieger
Mc Graw Hill, U.S.A., 1959
- 10.- Apuntes de Mecánica de Materiales III
Manuel Díaz Canales
Facultad de Ingeniería, México, 1984.
- 11.- Ayudas de Diseño
Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, A.C.
1era. Reimpresión, México, 1983.