

120
2ej



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

"Reacondicionamiento de una Turbina
de Admisión Parcial"

T E S I S

Que para obtener el Título de
Ingeniero Mecánico Electricista

p r e s e n t a

RICARDO ALBERTO TOVAR BARRERA

Director: M. en I. Filiberto Gutiérrez M.



México, D. F.

1987



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

NOMENCLATURA

a	velocidad del sonido
A	área de la sección transversal
A_c	área de la sección transversal de la garganta de la tobera
C	velocidad del fluido
C_u	componente periférica de la velocidad absoluta
d_s	diámetro específico
D	diámetro del rotor
F	fuerza
g	gravedad
h	entalpía
Δh	salto entálpico
H_u	altura equivalente de energía
k	índice adiabático
ℓ	brazo de palanca
L	altura del álabe
\dot{m}	flujo o gasto másico
M	número de Mach
M_0	momento
n	índice politrópico
n_s	velocidad específica
N	velocidad de rotación
N_r	pérdidas por rotación
P	presión
P_u	potencia

Q	calor
Q_c	caudal
k	constante particular del fluido
s	entropía específica
T	temperatura
\bar{U}	velocidad periférica
v	volumen específico
\bar{V}	velocidad absoluta
\dot{V}	flujo volumétrico
\bar{V}_c	velocidad en la garganta en la tobera
w	trabajo
\bar{w}	velocidad relativa
y_u	energía específica
z	altura
α	ángulo de la velocidad absoluta
β	ángulo de la velocidad relativa
β'	coeficiente experimental para pérdidas por rotación
ψ	relación de presiones
ϕ	coeficiente de pérdidas en los álabes móviles
c	fracción de admisión parcial
λ	factor de corrección para pérdidas por rotación
λ'	razón de centros
η_{iT}	rendimiento interno de la turbina
η_{mec}	rendimiento mecánico de la turbina
η_T	rendimiento térmico
η_{tot}	rendimiento total de la turbina

ω velocidad angular
 ρ densidad del vapor
 γ densidad del aire

I N D I C E

	Pág.
NOMENCLATURA	
INTRODUCCION	1
1. ASPECTOS GENERALES	2
1.1 <i>Clasificación de las turbomáquinas y de las turbinas de vapor</i>	3
1.2 <i>Ciclo básico ideal con turbinas de vapor (ciclo de Rankine)</i>	9
1.3 <i>Rendimiento del ciclo de Rankine</i>	11
1.4 <i>Medios que permiten mejorar el rendimiento del ciclo de Rankine</i>	14
2. ASPECTOS TEORICOS SOBRE ALGUNOS ELEMENTOS DE UNA TURBINA DE ACCION	21
2.1 <i>Expansión adiabática-isoentrópica en una tobera</i>	21
2.2 <i>Expansión real en una tobera</i>	29
2.3 <i>Flujo subsónico, transónico y supersónico</i>	32
2.4 <i>Alabes móviles de acción</i>	39
2.5 <i>Ecuación de Euler</i>	42
2.6 <i>Admisión parcial del vapor y pérdidas por rotación</i>	48
2.7 <i>Concepto de similitud</i>	50

	Pág.
3. ANALISIS TEORICO DE LA TURBINA EN ESTUDIO	59
3.1 <i>Cálculos de los parámetros de operación según la ecuación de Euler</i>	59
3.1.1 Primer caso: considerar pérdidas en la tobera y por velocidad residual	60
3.1.2 Segundo caso: considerar pérdidas en la tobera, por velocidad residual y por rotación	73
3.2 <i>Cálculo de los parámetros de operación según el concepto de similitud</i>	80
3.2.1 Velocidad específica y diámetro específico de la turbina	80
3.2.2 Flujo volumétrico y salto entálpico isoentrópico según el concepto de similitud para la turbina en estudio	87
4. PRUEBAS HECHAS A LA TURBINA	95
4.1 <i>Trabajos previos a este estudio</i>	95
4.2 <i>Problema principal y modificaciones a la turbina</i>	99
4.3 <i>Desarrollo de pruebas luego de hecha la modificación</i>	109
4.4 <i>Resultados</i>	112
4.5 <i>Conclusiones</i>	114
REFERENCIAS	117
ANEXO 1	119
ANEXO 2	121

INTRODUCCION

Se desarrolla un trabajo de tipo teórico-práctico mediante el cual se pretende elevar, en un orden de magnitud, el rendimiento de una turbina de acción de una sola etapa con admisión parcial del vapor de pequeña potencia, fabricada en el país.

Se estudian los principales aspectos termodinámicos inherentes a la turbina de acción o impulsos, a partir de los cuales se integran dos métodos para hacer estimaciones teóricas sobre las condiciones óptimas de operación (velocidad de rotación, presión del vapor a la entrada y salida y potencia). En el primero se recurre a los conceptos termodinámicos fundamentales, y en el segundo se emplea el criterio que maneja los parámetros de diseño conocidos como velocidad específica y diámetro específico.

Se encuentra que el bajo rendimiento mecánico de la turbina original, por ejemplo, 5.9% para 3225 rpm y 5.2 bar de presión, es el resultado de un desajuste inadecuado del flujo de vapor una vez que ha pasado por el rotor. Se identifica la solución más simple al problema, y se aplica, modificándose la carcasa de la turbina. Luego se hacen pruebas para contrastar los resultados obtenidos con los esperados. Finalmente se analizan dichos resultados y se comparan con los obtenidos con la turbina original.

1. ASPECTOS GENERALES

Dentro de las máquinas de fluido, las turbomáquinas constituyen una clase especial.

Las máquinas de fluido absorben energía de un fluido y la transforman en energía mecánica en el eje, como en una turbina de vapor, que acciona un generador; o en energía propulsiva en el chorro, como en un turboreactor o un cohete; o bien absorben energía mecánica en el eje y restituyen energía a un fluido. Los motores Diesel, los motores de explosión, las bombas de émbolo, los turbocompresores, etc., son máquinas de fluido.

El fluido de trabajo puede ser un líquido o un gas; el elemento intercambiador de energía mecánica y de fluido puede estar dotado de movimiento rotativo o movimiento alternativo, estos y otros factores pueden servir para clasificar las máquinas de fluido.

Las turbomáquinas también se llaman máquinas de corriente o máquinas dinámicas. En ellas el intercambio de energía es debido a la variación del momento cinético del fluido en su paso por el elemento intercambiador de energía dotado de movimiento rotativo, que se llama rodete. La ecuación de Euler o ecuación fundamental de las turbomáquinas, basada en el teorema del movimiento cinético, es básica para el estudio de estas máquinas.

La historia de la turbina de vapor se inició a fines del siglo pasado. Entre los muchos investigadores que contribuyeron a su desarrollo, hay

dos principales que fueron los creadores de las turbinas de vapor modernas.

El primero es el sueco De Laval (1845-1913) que creó como producto de su desnatador centrífugo, impulsado por la necesidad de encontrar un accionamiento de gran velocidad para el mismo, la turbina de acción, de un solo escalonamiento, llamada turbina De Laval. De Laval desarrolló para su turbina la tobera convergente-divergente con velocidad supersónica de salida de vapor y el eje flexible cuya velocidad crítica quedaba por debajo de la velocidad de rotación de la turbina, 30 000 rpm.

El segundo es el inglés Parsons (1854-1931), quien en busca de un motor marino apropiado, desarrolló la turbina de vapor de reacción de varios escalonamientos.

La idea de aprovechar la energía del vapor de agua, transformándola en energía cinética o de movimiento y ésta en trabajo mecánico, haciéndolo actuar sobre una rueda de paletas, dió lugar a la invención de la turbina de vapor.

1.1 Clasificación de las turbomáquinas y de las turbinas de vapor

Se clasifican como turbomáquinas todos aquellos mecanismos en los que se intercambia energía con un fluido, que circula a través de ellos de forma continua, por la acción dinámica de una o más coronas de álabes móviles. La palabra turbo o turbinis es de origen latino e implica que aquellas gi

ran. Esencialmente, una corona de álabes móviles o rotor varía la entalpía total del fluido que circula por ella, dando un trabajo positivo o negativo, dependiendo del resultado exigido a la máquina. Estas variaciones de entalpía están íntimamente ligadas a los cambios de presión y velocidad que simultáneamente tienen lugar en el fluido.

Para su clasificación se pueden seguir criterios diversos. El primero toma en cuenta la compresibilidad del fluido dentro de la máquina. El segundo las divide de acuerdo al sentido que sigue la cesión de la energía, en turbomáquinas motoras y generadoras. Y como tercero, según la dirección diagonal del flujo en el rodete, las turbomáquinas se clasifican en radiales, axiales y diagonales.

En el primero, las turbomáquinas se clasifican en Turbomáquinas hidráulicas y Turbomáquinas térmicas.

Las turbomáquinas hidráulicas son aquellas en las que el fluido de trabajo es agua, fluido que puede considerarse como incompresible.

Turbomáquina térmica es aquella en que el fluido ha de considerarse compresible, porque su compresibilidad no es despreciable.

Todos los cuerpos reales, líquidos o gaseosos son compresibles. Sin embargo el diseño y estudio de una bomba hidráulica, por ejemplo, puede hacerse suponiendo que el agua es incompresible, o sea, que su densidad o volumen específico permanece constante a través de la máquina. Por el

contrario, el diseño de una turbina de vapor, no puede hacerse sin tener en cuenta la variación de volumen específico del fluido a través de ella.

El papel de la turbina de vapor consiste en transformar la energía contenida en el vapor de agua bajo la forma de energía térmica y de energía de presión en energía mecánica.

La suma de estas dos formas de energía expresada en kJ/kg de fluido, caracteriza la entalpía del vapor, función de la presión y de la temperatura.

Originando una diferencia de presión y una caída de temperatura se produce una caída de entalpía entre el generador de vapor y el condensador o atmósfera. La turbina situada entre estos dos puntos, asegura la transformación en energía mecánica de rotación.

La clasificación de las turbinas de vapor es la siguiente:

A) Con respecto a la forma de pasar el vapor entre los álabes:

a. Impulso (acción)

1. Simple o de un escalón
2. Pasos de velocidad
3. Pasos de presión
4. Combinación pasos de presión y velocidad

b. Reacción, Parsons

c. Combinación impulso-reacción

B) Con respecto al flujo:

a. Un solo flujo

b. Doble flujo

c. Compuesto, dos o tres cilindros, cruzado o conexión tandem

d. Flujo dividido

C) Con respecto a la dirección del flujo de vapor respecto al plano de rotación:

a. Flujo axial

b. Flujo radial

c. Flujo tangencial

D) Con respecto a la repetición del flujo de vapor a través de los álabes:

a. Un solo paso

b. Reentrada o flujo repetido

E) Con respecto a la velocidad de rotación:

a. Para 60 ciclos

- b. Para 50 ciclos
- c. Para 25 ciclos
- d. Para unidades de engrane y para la conexión directa en transmisiones eléctricas de unidades marinas

F) Con respecto al movimiento relativo de rotor a rotor:

- a. Movimiento simple
- b. Doble movimiento

G) Con respecto a las condiciones de descarga del vapor:

- a. Alta presión de condensación
- b. Contrapresión
- c. Presión doble
- d. Regenerativa
- e. Una extracción
- f. Doble extracción
- g. Recalentado o sobrecalentado
- h. Baja presión

Los componentes de una turbina de acción (impulso) de varias etapas, están acoplados en elementos individuales (celdas) que contienen:

- Un distribuidor fijo compuesto de toberas o álabes que tienen por objeto transformar la energía térmica del vapor, puesta a su disposición (o sólo una parte de ella) en energía cinética,
- Una rueda móvil fija sobre el eje y cuyas aletas situadas en la periferia tienen por objeto transformar en energía mecánica de rotación la energía térmica y cinética puesta a su disposición.

El primer distribuidor va generalmente precedido de un toro de admisión que conduce el vapor a las toberas, precedido, a su vez de una compuerta de parada y de una o varias válvulas de regulación de flujo.

La última rueda va seguida de un toro o fondo de escape que conduce el vapor al condensador (turbina de condensación) o hacia los aparatos de utilización (turbina de contrapresión). La potencia mecánica se transmite al receptor por medio de un eje soportado por cojinetes e inmobilizado longitudinalmente por un tope apropiado. En el paso del eje por las partes del estator están provistos dispositivos de estanqueidad.

La caída de entalpía (h_{ad}) puesta a disposición de la celda se puede transformar enteramente en el distribuidor en energía cinética (menos las pérdidas).

Para una turbina de acción el chorro de vapor a la salida de las toberas es libre y la presión que hay a un lado y otro de los álabes es teóricamente la misma.

1.2 Ciclo básico ideal con turbinas de vapor (ciclo de Rankine)

La Termodinámica se desarrolló a partir de los trabajos realizados en el siglo XIX con las máquinas de vapor a base de émbolo. Las aplicaciones actuales de la Termodinámica, superan cualquier análisis de dichas máquinas, pero los sistemas generadores de vapor siguen siendo hasta la fecha la fuente principal de energía eléctrica y adquieren mayor importancia al perfeccionarse las calderas operadas con reactores nucleares.

Por razones prácticas, los sistemas modernos de generación de vapor utilizan máquinas rotatorias en lugar de las reciprocantes. En la figura No. 1 aparece el diagrama de flujo y las representaciones del proceso para un ciclo de Rankine simple.

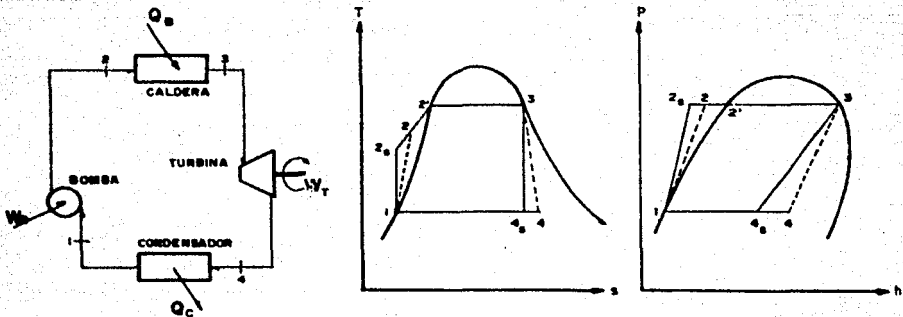


Fig. 1. Ciclo de Rankine simple.

Realizando un balance de energía en los elementos que constituyen al ciclo de Rankine se tiene:

El proceso 3-4_s es de expansión isentrópica del vapor en la turbina. Este proceso reversible-isentrópico es también adiabático, o sea $Q = 0$, y aplicando el primer principio de la Termodinámica.

$$w_{3-4_s} = -\Delta h - \Delta \frac{C^2}{2} \quad (1)$$

si las energías cinéticas del vapor antes y después de la expansión no varían mucho.

$$\Delta \frac{C^2}{2} = 0 \quad \text{y} \quad w_{3-4_s} = h_3 - h_{4_s} \quad (2)$$

El proceso 4_s-1 es de condensación isobárica del vapor en el condensador. Este proceso se realiza hasta alcanzar el estado del líquido saturado o subenfriado. En este proceso el vapor cede el calor.

$$-Q_{1-4_s} = h_{4_s} - h_1 \quad (3)$$

estrictamente, si no fuera despreciable el incremento de energía cinética se deberían emplear entalpías totales.

El proceso 1-2_s es de compresión adiabática-isentrópica, a diferencia del ciclo de Carnot, se realiza en la fase líquida.

$$-w_{1-2_\delta} = v_1 (P_{2_\delta} - P_1)$$

6

$$-w_{1-2_\delta} = h_{2_\delta} - h_1 \quad (4)$$

El proceso $2_\delta-2'-3$ es de adición isobárica de calor en la caldera y en el recalentador, si lo hay. Nótese que la adición de calor en el ciclo de Rankine:

- Es isoterma nada más en el proceso $2'-3$
- El proceso $2_\delta-2'$ ha de ser reversible en el ciclo ideal; lo cual exigirá infinitas fuentes de calor a temperaturas crecientes. En la realización práctica del ciclo, el agua de la caldera se encuentra a la temperatura alta T_2 , y se mezcla con el agua impulsada por la bomba a la temperatura baja T_{2_δ} , siendo este proceso fuertemente irreversible. El calor comunicado al fluido será:

$$Q_{2_\delta-3} = h_3 - h_{2_\delta} \quad (5)$$

1.3 Rendimiento del ciclo de Rankine

Para evaluar la economía de un motor se define el llamado rendimiento térmico, que en todo ciclo es el cociente del trabajo exterior hecho por el ciclo, dividido por el calor absorbido de la fuente caliente, Q_a . Según la primera ley de la termodinámica, y siendo un ciclo completo, $\Delta h = 0$, porque la substancia vuelve a su estado inicial, y si además suponemos

que también las energías cinética y potencial vuelven a su valor inicial, se tendrá $Q = W$; pero

$$Q = Q_a - Q_c \quad ; \quad Q_c = \text{calor cedido a la fuente fría}$$

por lo tanto el rendimiento térmico será:

$$\eta_t = \frac{Q_a - Q_c}{Q_a} \quad (6)$$

Aplicando la última ecuación, el rendimiento del ciclo de Rankine ideal según el siguiente desarrollo será:

Los calores absorbido y cedido se definen así,

$$Q_a = Q_{2_3} - 3 = h_3 - h_{2_3} \quad (7)$$

$$Q_c = -Q_{4_1} - 1 = h_{4_1} - h_1 \quad (8)$$

por lo tanto, substituyendo las ecs. (7) y (8) en la ec. (6), tenemos:

$$\eta_t = \frac{(h_3 - h_{2_3}) - (h_{4_1} - h_1)}{h_3 - h_{2_3}} \quad (9)$$

reordenando,

$$\eta_t = \frac{w_{3-4_1} - w_{1-2_3}}{(h_3 - h_1) - w_{1-2_3}}$$

$$\eta_x = \frac{\text{trabajo turbina} - \text{trabajo bomba}}{(h_3 - h_1) - \text{trabajo bomba}} \quad (10)$$

*Rendimiento del ciclo si se considera despreciable el trabajo de la bomba:

$$\eta_x = \frac{h_3 - h_{4s}}{h_3 - h_1}$$

El numerador es el salto entálpico puesto a disposición de la turbina.

No toda la entalpía con que el fluido entra en la turbina h_3 se pone a disposición de la misma; hay que descontar la entalpía del líquido saturado, la cual podría aprovecharse bombeando dicho líquido caliente a la caldera.

*Rendimiento interno de la turbina:

$$\eta_{iT} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \quad (11)$$

*Rendimiento mecánico de la turbina:

$$\eta_{mec} = \frac{\text{Potencia en el eje}}{\dot{m} (h_3 - h_4)} \quad (11a)$$

*Rendimiento total de la turbina:

$$\eta_{tot} = \frac{\text{Potencia en el eje}}{\dot{m} (h_3 - h_{4s})} \quad (11b)$$

1.4 Medios que permiten mejorar el rendimiento del ciclo de Rankine.

El aumento del rendimiento termodinámico está ligado al proyecto, al trazado del circuito de vapor y a las formas constructivas de la máquina.

Algunos de ellos son:

- Las pérdidas en el escape dependen de la velocidad del vapor, de la forma y magnitud de los canales, los que se deben proyectar de manera que se eviten rozamientos excesivos, choques, desviaciones del chorro, desprendimientos.
- La búsqueda de velocidades de escape moderadas conduce a aumentar el número de escalonamientos, pero esto está limitado por el precio de fábrica de la máquina.
- Las pérdidas por rozamiento de las ruedas y las aletas móviles son mayores en el caso de inyección parcial.
- La eliminación del agua condensada en los escalonamientos de baja presión, y el trazado correcto de los fondos de escape, contribuye igualmente a aumentar el rendimiento.
- Por aumento de la caída de entalpía, elevando la presión y la temperatura iniciales, y bajando la presión final a la salida de la turbina.

- Por medio de extracciones de vapor a la turbina para aumentar la temperatura del agua de alimentación.
- Por el empleo de contrapresión cuando lo permita la instalación.

a) Influencia de la presión final

El vacío teóricamente realizable en el condensador está condicionado por la cantidad del agua de refrigeración disponible y la temperatura de entrada.

Los vacíos elevados que corresponden a grandes volúmenes específicos de vapor exigen en los álabes de baja presión grandes secciones de paso y velocidades de evacuación elevadas. La energía cinética que corresponde a la velocidad de escape del último escalonamiento constituye una pérdida.

Las siguientes figuras muestran la relación de vacío teórico realizable en función de la cantidad y temperatura del agua de enfriamiento, y la relación existente entre el aumento del trabajo adiabático isentrópico de la turbina con la disminución de la presión de salida.

Condensar agua a temperaturas inferiores a 100°C presenta un problema práctico: la presión en el interior del condensador debe ser inferior a 1 atm. Esto significa que cualquier fuga en el condensador permitirá que el aire contamine el fluido de trabajo, lo que dificultará mantener baja la presión de condensación. Los sistemas de condensación siempre operan

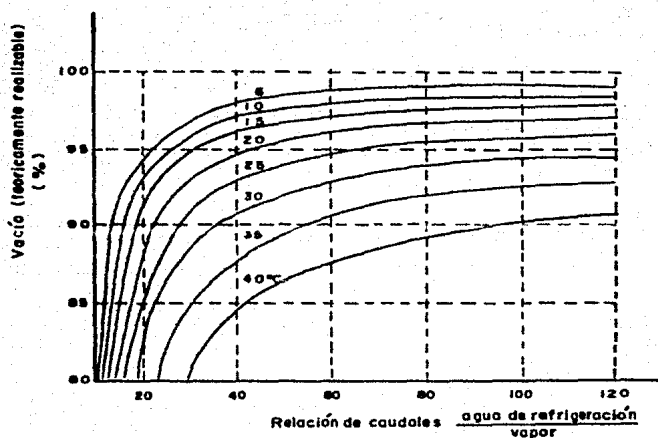


Fig. 2. Vacío teórico realizable en el condensador para distintas cantidades y temperaturas de entrada del agua de enfriamiento.

con bombas de vacío que, al arrancar el sistema, suministran la baja presión y extraen las pequeñas cantidades de aire, que inevitablemente penetran en el condensador. A menudo se utilizan bombas de chorro operadas por vapor o eyectores.

b) Elevación de la presión y temperatura iniciales

La presión y la temperatura iniciales y la presión final del vapor determinan la caída térmica disponible. Teóricamente cada una de estas tres magnitudes, en tanto se trata de vapor recalentado, es independiente de las otras dos. En la práctica existe entre ellas una estrecha dependencia.

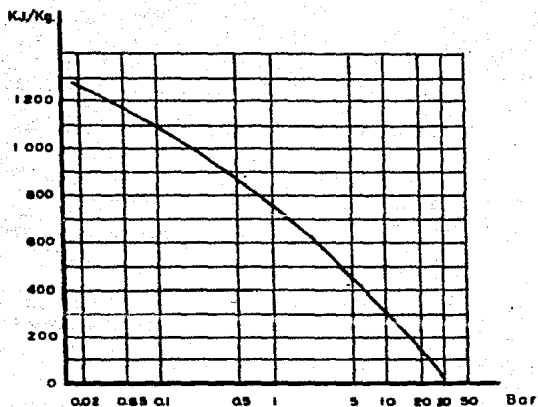


Fig. 3. Aumento del trabajo adiabático isentrópico con la disminución de la presión a la salida de la turbina. Para $P_0 = 30$ bar y $T_0 = 450^\circ\text{C}$. Ref. (1)

Observando el diagrama de Mollier:

- Todo aumento de la presión inicial que no va acompañado de un aumento de la temperatura se traduce en un aumento de humedad del vapor a la salida de la turbina.
- Todo aumento en el vacío en el condensador, permaneciendo iguales las condiciones iniciales, da lugar, igualmente, a un aumento de la humedad del vapor.

A fin de limitar las pérdidas ocasionadas por las gotitas de agua condensada arrastradas a gran velocidad en los escalonamientos de baja presión, conviene tener una calidad del vapor a la salida de la turbina por encima del 85%.

c) Recalentamiento intermedio

Una modificación en el ciclo de Rankine que normalmente se emplea en las grandes centrales eléctricas es el recalentamiento intermedio. El vapor que sale de la primera etapa de la turbina se recalienta antes de alimentarlo a la segunda etapa, y según revela el análisis del diagrama $h-s$, es to, proporciona a dicha etapa la posibilidad de un mayor cambio de entalpía. En tanto que el trabajo de salida por unidad de masa mejora, la eficiencia puede reducirse o incrementarse, y esto depende de la temperatura del recalentamiento y de la presión de condensación.

Este procedimiento proporciona:

- Mejora del ciclo (bastante moderado)
- Aumento del rendimiento de los álabes por reducción de la humedad del vapor en los últimos escalonamientos de la turbina.

El beneficio así producido depende esencialmente:

- Del punto del ciclo donde se prevé el recalentamiento intermedio
- De la temperatura de recalentamiento intermedio, que en general es

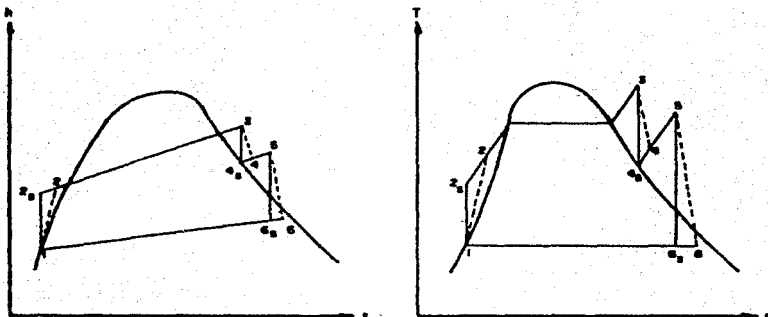


Fig. 4. Ciclo de Rankine con recalentamiento intermedio.

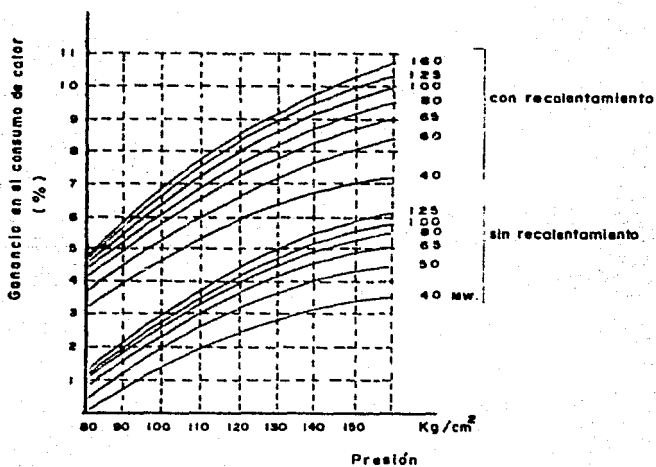


Fig. 5. Influencia de la potencia unitaria sobre el consumo de calor de una instalación con precalentamiento del agua de alimentación y recalentamiento intermedio a la entrada de la turbina en función de la presión del vapor.

la misma temperatura inicial

- De la potencia de grupo y de la temperatura inicial del vapor.

El beneficio directo de este procedimiento sobre el rendimiento del ciclo es generalmente moderado, de 2 a 4%, pero el recalentamiento intermedio disminuye la humedad del vapor (mejorando el rendimiento de la turbina) y permite aumentar la presión de admisión sin aumentar la temperatura.

d) Extracción y regeneración

Otra modificación normalmente utilizada en las grandes centrales eléctricas es la extracción de vapor para el calentamiento del agua de alimentación ó regeneración. Parte del flujo que sale de la primera etapa de la turbina se extrae y se condensa. La energía transferida por el fluido se suministra en forma de calor al líquido de baja temperatura que sale de la bomba principal. La única energía que se debe suministrar en forma de calor del exterior del sistema es la requerida para que el flujo total pase del estado 5 al 6, (ver figura No. 6). Mediante el regenerador se logra mejorar la eficiencia en forma considerable.

El calor de condensación del vapor extraído no es eliminado por el agua de refrigeración del condensador, sino que permanece en el ciclo, lo que mejora el rendimiento. Por otra parte, la cantidad de vapor que atraviesa la parte de baja presión de la turbina es más pequeña, las pérdidas en el escape son menores, o si se admiten las mismas pérdidas en el escape es posible elevar el límite superior de la potencia de la turbina estando determi

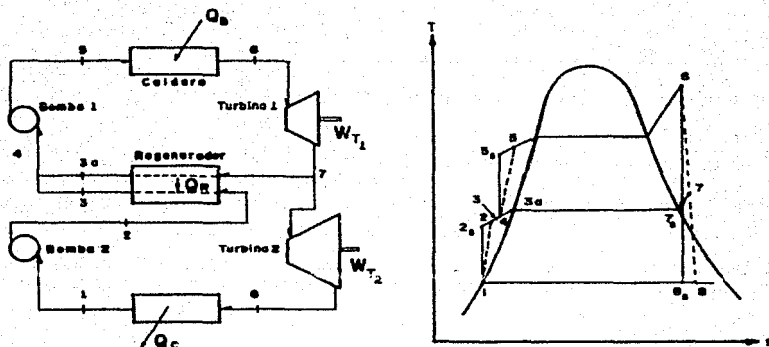


Fig. 6. Ciclo de Rankine con extracción y regeneración.

nada ésta, para una velocidad dada, por el valor máximo admisible para el diámetro y la longitud de aletas del último escalonamiento.

2. ASPECTOS TEORICOS SOBRE ALGUNOS ELEMENTOS DE UNA TURBINA DE ACCION

2.1 Expansión adiabática-isoentrópica en una tobera

Esta expansión, totalmente teórica, se efectúa sin pérdida, ni cambio de calor con el exterior, es decir, a entropía constante. Y sigue la ecuación $pV^k = \text{cte.}$

Considerando al vapor como un fluido perfecto, lo que sólo es admisible en el caso de vapor fuertemente sobrecalentado, la caída de entalpía que corresponde a una caída de presión de P_0 a P_1 ($P_0 > P_1$) y a las condiciones iniciales definidas antes, tiene por expresión:

$$h_0 - h_1 = \frac{k}{k-1} P_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{(k-1)/k} \right] \quad (12)$$

donde

k = constante adiabática del fluido

v_0 = volumen específico del vapor a la entrada de la tobera

Habiéndose transformado en su totalidad la variación de entalpía en energía cinética, la velocidad en un punto de una tobera convergente tiene por expresión:

$$V = \sqrt{\frac{2k}{k-1} P_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{(k-1)/k} \right]} \quad (13)$$

La temperatura absoluta en dicho punto es:

$$T = T_o \left(\frac{P_1}{P_o} \right)^{(k-1)/k} \quad (14)$$

Haciendo intervenir el flujo másico:

$$\dot{m} = A \bar{U} \rho \quad (15)$$

donde

A = área de la sección transversal de la tobera

ρ = densidad del flujo de vapor

quedando la expresión:

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left(\frac{P_o v_o}{v_1^2} - \frac{P_1 v_1}{v_1^2} \right)} \quad (16)$$

multiplicando a los sumandos de la raíz por:

$$\left(\frac{v_o}{v_o} \right) \text{ y } \left(\frac{P_o v_o}{P_o v_o} \right) \quad \text{respectivamente,}$$

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_o}{v_o} \left[\left(\frac{v_o}{v_1} \right)^2 - \frac{P_1 v_o}{P_o v_1} \right]} \quad (17)$$

de las expresiones:

$$\frac{P_1 v_0}{P_0 v_1} = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{(k-1)/k}$$

y

$$\left(\frac{v_0}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{2/k}$$

por lo que el flujo másico queda:

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_0}{v_0} \left[\frac{P_1}{P_0} \right]^{2/k} - \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{(k-1)/k}} \quad (18)$$

$$\text{sea } \psi = \frac{P_1}{P_0}$$

Para una tobera convergente en la cual el área disminuye según avanza el vapor, se tiene que para z' máximo, A es mínima y la sección donde ocurre esta situación se llama sección crítica y en este mismo lugar se tienen los parámetros críticos; v_c , T_c , P_c y \bar{v}_c .

$$\frac{d(z')}{d\psi} = \frac{2}{k} \psi^{(2/k)-1} - \frac{k-1}{k} \psi^{(k-1)/k-1} = 0$$

y la presión crítica será:

$$P_c = P_0 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} \quad (19)$$

la temperatura crítica:

$$T_c = T_o \left(\frac{2}{k+1} \right) \quad (20)$$

el volumen específico crítico:

$$v_c = v_o \left(\frac{k+1}{2} \right)^{1/(k-1)} \quad (20A)$$

Obsérvese que las características en la sección crítica o en la garganta (para toberas convergentes-divergentes) no dependen más que de las características del fluido a la entrada (siempre que $P_1 < P_o$).

Cuando la presión en la tobera llega a alcanzar el valor crítico, la función z' alcanza su valor máximo y según la ecuación de flujo másico, el área de la tobera será mínima porque $m=cte$. Si la presión que se mantiene a la salida de la tobera es:

$$P_1 < P_o$$

z' , alcanza su valor máximo, luego empieza a disminuir y A a aumentar: la tobera se hace divergente.

Si $P_1 \geq P_c$ se trata de una tobera convergente

Si $P_1 < P_c$ se trata de una tobera convergente-divergente.

Calculando la velocidad crítica V_c , o velocidad en la garganta de la tobe-

ra;

$$V_c = \sqrt{\frac{2k}{k-1} (P_o v_o - P_c v_c)} \quad (21)$$

de,

$$\frac{P_o v_o}{P_c v_c} = \frac{k-1}{2} \quad (22)$$

por lo cual queda:

$$V_c = \sqrt{\frac{2k}{k-1} P_c v_c \left(\frac{k+1}{2} - 1 \right)} = \sqrt{k r T_c} \quad (23)$$

siendo κ la constante particular del gas. Y donde $a = \sqrt{\kappa r T_c}$ es la velocidad del sonido en la sección crítica, o sea, velocidad del sonido correspondiente al estado del gas/vapor en la garganta de la tobera.

Ahora sacando como factor común a $P_o v_o$ en el radicando,

$$V_c = \sqrt{\frac{2k}{k-1} P_o v_o \left(1 - \frac{P_c v_c}{P_o v_o} \right)} \quad (24)$$

de la relación,

$$\frac{P_c v_c}{P_o v_o} = \frac{2}{k+1}$$

la velocidad crítica queda:

$$V_c = \sqrt{\frac{2k}{k+1} P_o v_o} \quad (25)$$

que es la velocidad crítica en función de los parámetros iniciales.

El análisis del carácter de la dependencia del gasto \dot{m} , dado por la ecuación 18, con respecto a la razón de las presiones del fluido a la salida de la tobera y antes de entrar a ella P_1/P_o (a esta magnitud se le llamará ψ), demuestra que esta dependencia tiene la forma representada en la figura 7.

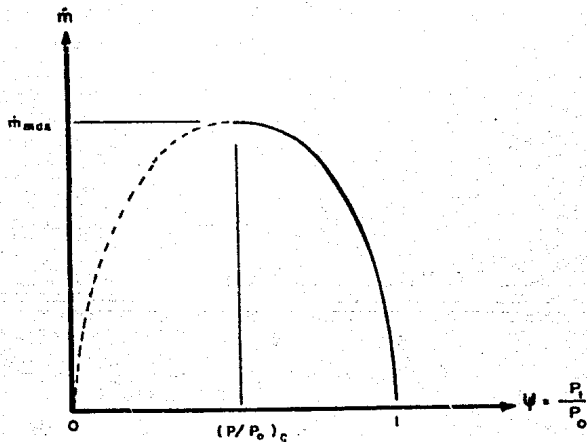


Fig. 7 Gasto másico en función de la relación de presiones en una tobera.

Es evidente que cuando $\psi=1$, $\dot{m}=0$. Al disminuir ψ comienza a crecer \dot{m} , que alcanza el máximo valor para cierto valor de ψ . Si ψ sigue disminuyendo, \dot{m} , de acuerdo con la ecuación 18, disminuye anulándose cuando $\psi=0$.

La comparación de la dependencia descrita $\dot{m}_g(\psi)$, que se obtiene de la ecuación 18, con los datos experimentales acerca de la salida de gases por toberas, puso de manifiesto un hecho curioso. El intervalo de valores de ψ desde la unidad hasta el valor correspondiente al gasto máximo, calculados por la ecuación 18, coinciden bien con los datos experimentales. En cuanto a la región de valores de ψ entre el correspondiente al gasto máximo y cero se descubrió un resultado sorprendente: la disminución de la presión del medio detrás de la tobera no influye de modo alguno en el gasto a través de dicha tobera; el gasto \dot{m} permanecía constante para todo el intervalo de variaciones de ψ (hasta llegar a cero).

Para explicar esta divergencia de la teoría con la experiencia se formuló una hipótesis, la cual se demostró era cierta, de que cuando un gas se expande en una tobera convergente es imposible obtener una presión de salida del gas, inferior a cierta presión crítica de salida, (P_c), que corresponde al gasto máximo del gas a través de la tobera. Por consiguiente, por muy bajas que sean las presiones del medio detrás de la tobera, menores que P_c , la presión del gas en la sección de salida de la tobera convergente permanecerá constante e igual a P_c .

La velocidad del gas V , a la salida de la tobera, aumenta al disminuir P_1 ; este aumento sólo ocurre mientras P_1 no disminuya hasta P_c . En adelante la disminución de la presión detrás de la tobera no ocasiona aumento en V , (sólo en toberas convergentes).

2.2 Expansión real en una tobera

La expansión real del vapor, fluido no perfecto, se efectúa con pérdidas que se ponen de manifiesto en el diagrama de Mollier.

Los rozamientos aumentan en Δs la entropía del fluido, siendo 1 el punto representativo de las características del vapor a la salida. La caída efectiva utilizada es: $h' < (h_{ad})$, véase la Fig 8.

De la primera Ley de la Termodinámica:

$$Q_{o1} - W_{o1} = m \left[\frac{1}{2} (V_1^2 - V_o^2) + g(Z_1 - Z_o) + (h_1 - h_o) \right] \quad (25')$$

si la velocidad de entrada a la tobera se considera despreciable así como la diferencia de alturas, y además no se realiza trabajo ni hay intercambio de calor, se tiene:

$$V_1 = \sqrt{2(h_o - h_1)} \quad (26)$$

de la ecuación de velocidad anterior:

$$h_o - h_1 = h' = \frac{V_1^2}{2}$$

si hacemos: $h' = \phi^2 h_{ad}$ ϕ , coeficiente de velocidad

de donde:

$$V_1 = \sqrt{2h'} = \phi \sqrt{2h_{ad}} \quad (27)$$

Si no es nula la velocidad de entrada a la tobera, lo que ocurre generalmente en las celdas de las turbinas multicelulares a partir de la segunda, la velocidad de salida será:

$$V_1 = \phi \sqrt{2h_{ad} + V_0^2} \quad (28)$$

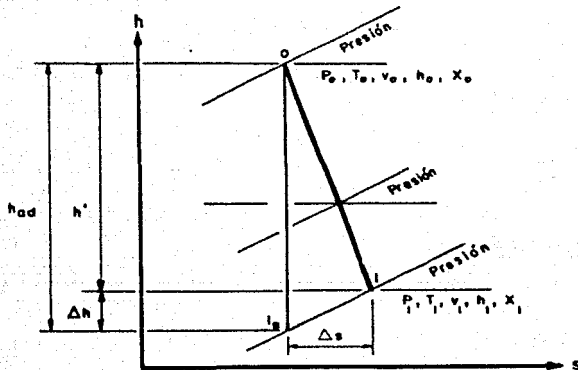


Fig. 8 Expansión real del vapor en un diagrama entalpía-entropía.

La expansión real se considera adiabática en el cálculo de toberas, porque las pérdidas de calor al exterior suelen ser despreciables a causa del corto tiempo en que se realiza la expansión en toda la tobera; pero no es isentrópica. No obstante, dado que las pérdidas, sobre todo en la

zona convergente, son pequeñas, siempre podrá hacerse el primer cálculo de una tobera sin tener en cuenta el rozamiento. En la realidad las velocidades en cada sección serían menores, los volúmenes específicos mayores, y por consiguiente las secciones deberían ser mayores. Esto justifica la práctica, a veces utilizada, de realizar el proyecto definitivo sin tomar en cuenta el rozamiento, ensanchando posteriormente los ductos entre los álabes fijos en la turbina ya construida para aumentar las secciones.

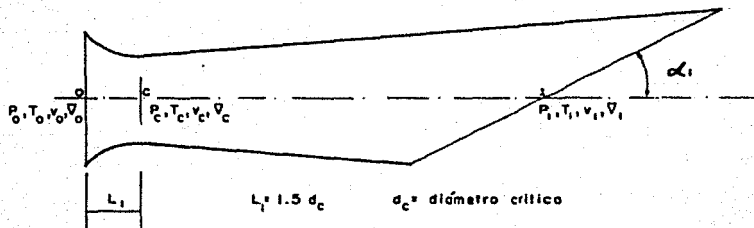


Fig. 9. Tobera convergente-divergente

Las ecuaciones derivadas para la expansión adiabática-isoentrópica (18,19 y 23) son similares a las encontradas para la expansión real, sólo cambia el término "k" por "n" en algunos casos.

La expansión real de un fluido perfecto sigue aproximadamente la ecuación de una expansión politrópica $Pv^n = \text{cte}$. Siendo esto así, y partiendo de la ecuación 13 para obtener la velocidad, se tiene:

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_0}{v_0} \left[\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{2/n} - \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{(n-1)/n} \right]} \quad (29)$$

y para la presión crítica será:

$$P_c = P_0 \left(\frac{2}{n+1}\right)^{n/(n-1)}$$

y en la garganta de la tobera no se alcanzará la velocidad del sonido ya que $n > k$.

$$V = \sqrt{\frac{2k}{k-1} P_c v_c \left(\frac{n+1}{2} - 1\right)} = \sqrt{\frac{n-1}{k-1} a} \quad (30)$$

2.3 Flujo subsónico, transónico y supersónico

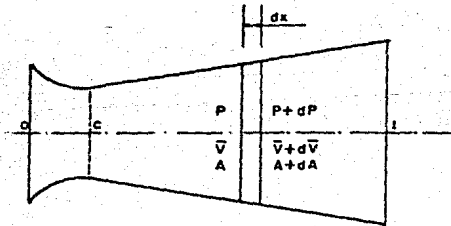


Fig. 9'. Tobera

La figura 9' representa el caso general de un conducto en que la presión P_1 disminuye (tobera) o aumenta (difusor) en la dirección del flujo. En

toda la sección A se cumple la ecuación de continuidad:

$$\dot{m} = \frac{AV}{v} = \text{cte.} \quad (31)$$

diferenciando esta ecuación:

$$\frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} - \frac{dv}{v} = 0 \quad (32)$$

suponiendo que se trata de un gas perfecto y que $k = \text{cte.}$ Si el proceso es adiabático-isentrópico se verificará:

$$Pv^k = \text{cte.}$$

tomando logaritmos:

$$\ln(P) + k \ln(v) = \ln(\text{cte.})$$

y diferenciando,

$$\frac{dP}{P} + k \frac{dv}{v} = 0 \quad (33)$$

de donde,

$$-\frac{dv}{v} = \frac{1}{k} \frac{dP}{P} \quad (34)$$

por otra parte, de la primera Ley de la Termodinámica, siendo un proceso adiabático-isentrópico y $dW = 0$:

$$- dh = \nabla dV = -v dP$$

$$\frac{dV}{V} = -\frac{v}{V^2} dP$$

sustituyendo dv/v y dV/V en la ecuación 32,

$$\frac{dA}{A} = \frac{1}{k} \frac{dP}{P} \left(\frac{kPv}{V^2} - 1 \right) = \frac{1}{k} \frac{dP}{P} \left(\frac{\alpha^2}{V^2} - 1 \right)$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{1}{k} \frac{dP}{P} \left(\frac{1 - M^2}{M^2} \right) \quad (35)$$

donde:

α = velocidad del sonido

M = número de Mach = $\frac{V}{\alpha}$

De la ecuación 35, se observa:

1) Tobera

- a) Flujo subsónico: $M < 1$. En este caso $dA/A < 0$, tobera convergente.
- b) Flujo transónico: $M = 1$. En este caso $dA/A = 0$, garganta de la tobera

c) Flujo supersónico: $M > 1$. En este caso $dA/A > 0$, tobera divergente.

2) Difusor

a) Flujo subsónico: $M < 1$. En este caso $dA/A > 0$, difusor divergente

b) Flujo transónico: $M = 1$. En este caso $dA/A = 0$, garganta del difusor

c) Flujo supersónico: $M > 1$. En este caso $dA/A < 0$, difusor convergente.

La tobera convergente-divergente se utiliza muy raramente, la expansión es siempre supersónica y las pérdidas son sensiblemente más elevadas debido a la existencia de choques de compresión. Se la encuentra principalmente en las pequeñas turbinas de una sola celda de acción con escalonamiento de velocidad. La tobera está constituida en general por un orificio de sección circular efectuado en un bloque de acero aleado. La garganta está muy próxima a la sección de entrada y el ángulo de ataque (α_1) es lo más reducido posible, 14 a 25°, véase la Fig. 9.

Para el caso de la corriente de un tubo de sección constante ($dA = 0$), si no existe trabajo ni rozamiento y $dz = 0$, pero existe suministro o extracción de calor al flujo, de la ecuación: (véase el anexo 2)

$$(M^2 - 1) \frac{dV}{V} = \frac{dA}{A} - \frac{1}{\nu c_p} \left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_p dq_{ext} - \frac{1}{a^2} dw - \dots$$

c) Flujo supersónico: $M > 1$. En este caso $dA/A > 0$, tobera divergente.

2) Difusor

a) Flujo subsónico: $M < 1$. En este caso $dA/A > 0$, difusor divergente

b) Flujo transónico: $M = 1$. En este caso $dA/A = 0$, garganta del difusor

c) Flujo supersónico: $M > 1$. En este caso $dA/A < 0$, difusor convergente.

La tobera convergente-divergente se utiliza muy raramente, la expansión es siempre supersónica y las pérdidas son sensiblemente más elevadas debido a la existencia de choques de compresión. Se la encuentra principalmente en las pequeñas turbinas de una sola celda de acción con escalonamiento de velocidad. La tobera está constituida en general por un orificio de sección circular efectuado en un bloque de acero aleado. La garganta está muy próxima a la sección de entrada y el ángulo de ataque (α_1) es lo más reducido posible, 14 a 25°, véase la Fig. 9.

Para el caso de la corriente de un tubo de sección constante ($dA = 0$), si no existe trabajo ni rozamiento y $dz = 0$, pero existe suministro o extracción de calor al flujo, de la ecuación: (véase el anexo 2)

$$(M^2 - 1) \frac{dV}{V} = \frac{dA}{A} - \frac{1}{\gamma c_p} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dq_{ext} - \frac{1}{\alpha^2} dw - \dots$$

$$-\left[\frac{1}{v c_p} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p + \frac{1}{a^2} \right] d w_{noz} - \frac{g}{a^2} dz \quad (36)$$

obtenemos:

$$(M^2 - 1) \frac{dV}{V} = - \frac{1}{v c_p} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dq_{ext} \quad (37)$$

Como siempre ocurre que $c_p > 0$ y en general $(\partial v / \partial T) > 0$, se deduce que en un flujo subsónico ($M < 1$) el suministro de calor ($dq_{ext} > 0$) ocasiona la aceleración del flujo ($dV > 0$), y la extracción de calor, su retardación; esto es de esperar, porque al suministrar calor, el gas se expande al fluir y su velocidad aumenta. Es curioso advertir que un flujo subsónico de líquido, en el cual sea $(\partial v / \partial T)_p < 0$ (por ejemplo una corriente de agua a $T < 4^\circ\text{C}$) se retardará si se le suministra calor.

Respectivamente, en un flujo supersónico ($M > 1$) el suministro de calor, como se deduce de la ecuación 37, ocasionará la retardación del flujo, y la extracción de calor, su aceleración.

En estas condiciones se basa el principio de la estructura de la llamada tobera térmica, mostrada en la Fig. 10.

Recibe el nombre de tobera térmica un tubo de sección constante en el cual el flujo se acelera a expensas del calor que se suministra o se extrae de él a través de la pared del tubo.

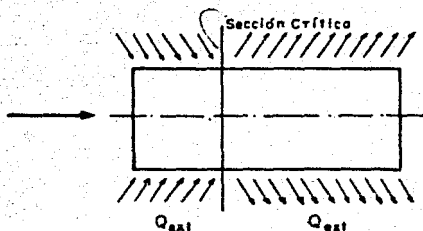


Fig. 10. Tobera Térmica

La tobera mecánica, Fig. 11, es un tubo de sección constante, aislado térmicamente, en el que un flujo subsónico, que se mueve sin rozamiento, se acelera a expensas de ceder trabajo y una vez que el flujo alcanza la velocidad del sonido, entra en las paletas de un compresor movido por una fuente exterior de trabajo para seguir acelerándose.

Para el caso de la corriente de un tubo de sección constante ($dA = 0$) en ausencia de intercambio de calor externo ($dq_{ext} = 0$) y de rozamiento, y siendo $dz = 0$, pero realizando trabajo el flujo (o recibiendo de una fuente externa), de la ecuación 36 se obtiene:

$$(M^2 - 1) \frac{dV}{V} = - \frac{1}{a^2} dw \quad (38)$$

De esta relación se deduce que, en las condiciones consideradas, un flujo subsónico ($M < 1$) que realice trabajo (por ejemplo, que haga girar la rueda de una turbina), se acelera ($dw > 0$). Respectivamente el suministro de

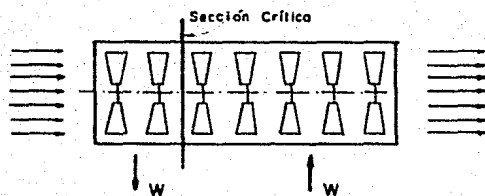


Fig. II. Tobera Mecánica

trabajo al flujo desde fuera ocasionará su retardación; esta conclusión es algo inesperada. Esto significa, por ejemplo, que si dentro del flujo se coloca una rueda de paletas accionada por una fuente exterior de trabajo, la rotación de esta rueda ocasionará no la aceleración, sino la retardación del flujo. El suministro de trabajo a un flujo supersónico ($M > 1$) hará que dicho flujo se acelere, mientras que si el flujo realiza trabajo, se retardará.

Para obtener velocidades supersónicas es posible utilizar las llamadas toberas combinadas, en las cuales la parte subsónica se toma de un tipo de tobera (geométrica, térmica o mecánica) y la supersónica, de otro tipo de tobera. Por ejemplo, como parte subsónica puede utilizarse una tobera geométrica convergente, y como supersónica, un tubo de sección constante con suministro de calor desde el exterior.

Para el caso de corriente en un tubo no horizontal ($dz \neq 0$) de sección constante cuando $dq_{ext} = 0$, $dv = 0$ y sin rozamiento, se obtiene de la ec. (36):

$$(M^2 - 1) \frac{d\bar{V}}{\bar{V}} = - \frac{g}{a^2} dz \quad (39)$$

De esta relación se deduce que un flujo de gas subsónico ($M < 1$) que se mueve hacia arriba ($dz > 0$), se acelerará ($d\bar{V} > 0$), y un flujo supersónico ($M > 1$) que se mueva también hacia arriba, se retardará ($d\bar{V} < 0$).

La tobera de gasto, es aquella en la cual variando el gasto en un tubo de sección constante, pueden crearse las mismas condiciones de corriente que en la tobera geométrica (tobera de sección variable), cuando $h = \text{cte}$.

Para las condiciones en que: $q_{ext} = 0$, $dU = 0$, $dz = 0$, sin rozamiento y $A = \text{cte}$, se obtiene,

$$(M^2 - 1) \frac{d\bar{V}}{\bar{V}} = - \frac{dh}{h} \quad (40)$$

De aquí se deduce que cuando $M < 1$, la velocidad del flujo crece al aumentar el gasto ($d\bar{V} > 0$, cuando $dh > 0$), y cuando $M > 1$ hay que disminuir el gasto para que aumente la velocidad ($d\bar{V} > 0$, cuando $dh < 0$).

2.4 Alabes móviles de acción

Estos álabes transforman la energía cinética del vapor que sale del distribuidor (toberas) en energía mecánica de rotación, y se caracterizan por producir una expansión a presión constante (sin empuje estático sobre la rueda).

En las coronas móviles de acción se utilizan mucho los álabes simétricos (el ángulo de entrada es igual al ángulo de salida).

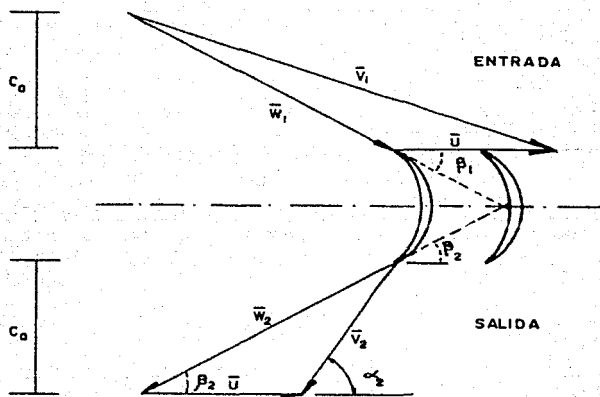


Fig. 12 Triángulo de velocidades

En la figura 12 pueden verse estos álabes simétricos en desarrollo cilíndrico, que se caracterizan por tener $\beta_1 = \beta_2$

Los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida de los álabes móviles se representan en la figura 13.

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_2 = \bar{u} \quad \bar{w}_2 = \phi \bar{w}_1 \quad (41)$$

donde ϕ es un coeficiente que tiene en cuenta la deceleración del vapor a su paso por el canal de los álabes; este retraso ocasionado por los rozam-

mientos equivale a una pérdida de energía.

Según la ecuación de Euler (54):

$$w = U(C_{1u} - C_{2u}) \quad (42)$$

como:

$$C_{1u} = \bar{V}_1 \cos \alpha_1 \quad (43)$$

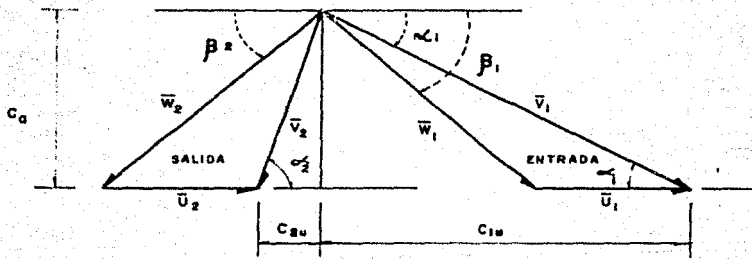


Fig. 13 Triángulo de velocidades a la entrada y salida.

$$- C_{2u} = \bar{w}_2 \cos \beta_2 - \bar{u} = \phi \bar{w}_1 \cos \beta_2 - \bar{u}$$

$$\bar{w}_1 \cos \beta_1 = \bar{V}_1 \cos \alpha_1 - \bar{u}$$

por ser álabes simétricos: $\beta_1 = \beta_2$

$$- C_{2u} = \phi \bar{V}_1 \cos \alpha_1 - \bar{U}(1 + \phi) \quad (44)$$

Substituyendo las ecuaciones (43) y (44) en (42):

$$w = \bar{U}(1 + \phi) (\bar{V}_1 \cos \alpha_1 - \bar{U}) \quad (45)$$

2.5 Ecuación de Euler

En una turbomáquina la conversión de energía del fluido en energía mecánica tiene lugar únicamente en la corona móvil (rodete). Este intercambio obedece a una ecuación única para todas las turbomáquinas, hidráulicas y térmicas, que es la ecuación de Euler. Esta ecuación es básica para el estudio y diseño de las turbomáquinas, y por eso se llama ecuación fundamental de las turbomáquinas. En las figs. 12 y 13 pueden verse diagramas de velocidades para la entrada y salida de los álabes.

En la fig. 14a se representa el corte por un plano que contiene el eje de la máquina, que se llama corte meridional. En este corte se ven las aristas de entrada y de salida de los álabes, los cuales imparten (bomba) o absorben (turbina) energía del fluido.

En la fig. 14b se representa el corte transversal por un plano perpendicular al eje. En el corte transversal de una bomba radial se ve el álabes del rodete en su verdadera forma. Los diámetros de entrada y salida de los álabes D_1 y D_2 se acotan también en este plano, así como el diámetro del eje, d_e .

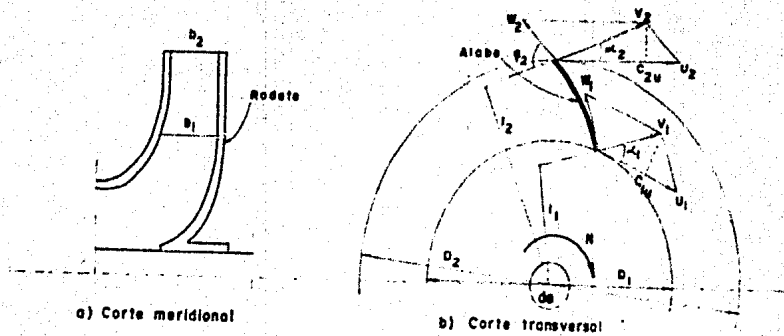
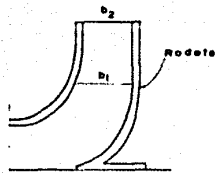
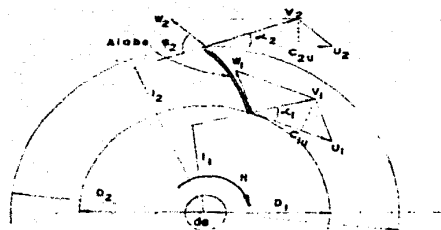


Fig. 14 Rodete de una bomba centrífuga. En el corte transversal se han dibujado los triángulos de velocidad a la entrada y a la salida.



a) Corte meridional



b) Corte transversal

**Fig. 14 Rodete de una bomba centrífuga.
En el corte transversal se han dibujado
los triángulos de velocidad a la entrada
y a la salida.**

Para la deducción de la ecuación de Euler supondremos que una bomba funciona en régimen permanente y que al girar crea una depresión en el rodete penetrando el fluido en el interior de la bomba. Sea \bar{v}_1 la velocidad absoluta de una partícula de fluido a la entrada de un álabe (punto 1 en la fig. 14b). El rodete accionado por el motor de la bomba gira a una velocidad N , rpm. En el punto 1 el rodete tiene una velocidad periférica:

$$\bar{u}_1 = \frac{D_1 N}{60} \quad (46)$$

Con relación al álabe el fluido se mueve con una velocidad \bar{w}_1 , llamada velocidad relativa a la entrada. Las tres velocidades \bar{v}_1 , \bar{u}_1 y \bar{w}_1 están relacionadas según la mecánica del movimiento relativo, por la ecuación vectorial:

$$\bar{w}_1 = \bar{v}_1 - \bar{u}_1 \quad (47)$$

La partícula guiada por el álabe sale del rodete con una velocidad relativa a la salida \bar{w}_2 , que será tangente al álabe en el punto 2. En el punto 2 el álabe tiene la velocidad periférica \bar{u}_2 . Similar a la ecuación (47):

$$\bar{v}_2 = \bar{w}_2 + \bar{u}_2$$

La partícula de fluido ha sufrido, en su paso por el rodete, un cambio de velocidad de \bar{v}_1 a \bar{v}_2 .

Del teorema de la cantidad de movimiento se deduce el teorema del momento,

cinético. Aplicado al hilo de corriente a que pertenece la partícula de fluido considerada será:

$$dF = dQ_c (V_2 - V_1) \quad (48)$$

Tomando momentos con relación al eje de la máquina tendremos:

$$dM_o = dQ_c (\ell_2 V_2 - \ell_1 V_1) \quad (49)$$

que es el teorema del momento cinético.

Donde dM_o , es el momento resultante con relación al eje de todas las fuerzas que el rodete ha ejercido sobre las partículas que integran el filamento de corriente considerado para hacerle variar su momento cinético.

dQ_c , es caudal del filamento

ℓ_2, ℓ_1 , son los brazos de los vectores V_2 y V_1 respectivamente (véase fig. 14b).

Al suponer que ahora todas las partículas de fluido entran en el rodete a un diámetro D_1 con la misma velocidad V_1 , y salen hasta un diámetro D_2 con la misma velocidad V_2 . Esto equivale a suponer que todos los filamentos de corriente sufren la misma desviación, lo cual a su vez implica que el número de álabes es infinito para que el rodete gufe al fluido perfectamente. Al hacer la integración de la ecuación (49), el paréntesis del segundo miembro será constante, obteniéndose finalmente:

$$M = Q(\ell_2 V_2 - \ell_1 V_1)$$

donde:

M = es el momento total comunicado al fluido

Q = es el caudal total

de la fig. 14b se deduce:

$$\ell_1 = r_1 \cos \alpha_1 \quad \text{y} \quad \ell_2 = r_2 \cos \alpha_2$$

quedando:

$$M = Q (r_2 V_2 \cos \alpha_2 - r_1 V_1 \cos \alpha_1) \quad (50)$$

multiplicando la ecuación (50) por la velocidad de rotación, ω , dará la potencia que el rodete comunica al fluido. Por tanto:

$$P_u = M \omega = Q (r_2 V_2 \cos \alpha_2 - r_1 V_1 \cos \alpha_1) \quad (51)$$

donde $\omega = 2\pi N/60$, es la velocidad angular del rodete en rad/s.

Si llamamos V_u a la energía específica intercambiada entre el rodete y el fluido, y \dot{m} el caudal másico que atraviesa el rodete, se tendrá:

$$P_u = \dot{m} V_u = Q g H_u \quad (52)$$

donde:

H_u , es la altura equivalente a la energía intercambiada en el fluido

Igualando las dos expresiones de la potencia de las ecuaciones (51) y (52) se tiene:

$$Q \gamma_u = Q (\omega r_2 V_2 \cos \alpha_2 - \omega r_1 V_1 \cos \alpha_1) \quad (53)$$

Pero,

$$\omega r_1 = U_1$$

$$V_1 \cos \alpha_1 = C_{1u}$$

$$\omega r_2 = U_2$$

$$V_2 \cos \alpha_2 = C_{2u}$$

donde:

C_{1u} , C_{2u} , son proyecciones de V_1 y V_2 sobre U_1 y U_2 , o componentes periféricos de las velocidades absolutas a la entrada y a la salida de los álabes.

Sustituyendo estos valores en la ecuación (53), y simplificando, se obtiene la ecuación de Euler:

$$y_u = \bar{U}_2 C_{2u} - \bar{U}_1 C_{1u}$$

*Ecuación de Euler para
bombas, ventiladores y
turbocompresores*

Las turbinas hidráulicas, turbinas de vapor y turbinas de gas son máquinas motoras. Por eso al tratar de deducir la ecuación de Euler para las máquinas motoras se procedería análogamente.

y_u ya no será la energía específica que da la máquina al fluido, sino la que absorbe la máquina.

Por tanto:

$$y_u = \bar{U}_1 C_{1u} - \bar{U}_2 C_{2u} \quad (54)$$

*Ecuación de Euler para
Turbinas hidráulicas,
Turbinas de vapor y
Turbinas de gas*

Las ecuaciones vectoriales:

$$\vec{V}_1 = \bar{U}_1 + \vec{w}_1$$

$$\vec{V}_2 = \bar{U}_2 + \vec{w}_2$$

se representan mediante dos triángulos, que se llaman triángulos de entrada y triángulos de salida, respectivamente, figs. 12 y 13.

Del triángulo de entrada se deduce trigonómicamente que:

$$\begin{aligned} \bar{w}_2 &= \bar{u}_1^2 + \bar{v}_1^2 - 2\bar{u}_1 \cos \quad , = \bar{u}_1^2 + \bar{v}_1^2 - 2\bar{u}_1 C_{1u} \\ \bar{u}_1 C_{1u} &= (1/2) (\bar{u}_1^2 + \bar{v}_1^2 - \bar{w}_2^2) \end{aligned} \quad (55)$$

Asimismo, del triángulo de salida se deduce que:

$$\bar{v}_2 C_{2u} = \frac{1}{2} (\bar{v}_2^2 + \bar{w}_2^2 - \bar{u}_2^2) \quad (56)$$

sustituyendo las ecuaciones (55) y (56) en (54), tenemos:

$$\gamma_u = (1/2) (\bar{u}_1^2 - \bar{u}_2^2 + \bar{w}_2^2 - \bar{w}_1^2 + \bar{v}_1^2 - \bar{v}_2^2) \quad (57)$$

2.6 Admisión parcial del vapor y pérdidas por rotación

En las turbinas de vapor con flujos pequeños de volumen, se emplea la admisión parcial del vapor. La admisión parcial significa que el vapor no pasa por toda la circunferencia de las coronas.

La parte de la circunferencia ocupada por los canales entre las toberas, a través de las cuales fluye el vapor se llama grado de admisión o grado de parcialidad.

El hecho de que las toberas no están dispuestas por toda la circunferencia, sino en parte de ésta, influye en el diseño y el funcionamiento de la turbina. Los esfuerzos dinámicos que actúan sobre los álabes rotatorios en la turbina con la admisión parcial del vapor, son dos veces mayores que en el caso de la admisión por toda la circunferencia.

La admisión parcial del vapor origina pérdidas complementarias de energía, que reducen el rendimiento de la turbina.

Si el vapor se suministra por toda la circunferencia (grado de admisión $\epsilon = 1$), pasa un flujo de vapor más o menos constante por los canales entre todos los álabes. En cambio, si la admisión del vapor es parcial ($\epsilon < 1$), los canales entre los álabes, al girar alternativamente se llenan con el chorro de vapor, o salen del flujo de vapor y recorren el camino en el espacio muerto de vapor de la carcasa; en este caso, la corona de álabes rotatoria funcionando como un ventilador, arrastra y desplaza el vapor que llena la carcasa, lo que se acompaña con gasto de energía.

La rotación de los álabes en el espacio de vapor de la carcasa acarrea con siderables pérdidas complementarias, llamadas pérdidas por rotación. Estas son tanto mayores cuando menor es el grado de admisión.

En el periodo de tiempo invertido, en el que los álabes recorren el arco, dentro de cuyos límites el flujo de vapor no se suministra al rotor, en los canales de los álabes cesa el flujo organizado, quedando en ellos el vapor estancado. Al acercarse los canales de los álabes llenos de este vapor hacia el flujo procedente del segmento de toberas, la energía del chorro se gasta parcialmente en acelerar la masa del vapor estancado.

Las pérdidas por rotación en función del arco de admisión se calculan de la siguiente manera:

$$N_{\lambda} = \lambda \left[B_1' D_1^2 + B_2' (1 - \epsilon) D_1 L^{1.5} \right] \frac{\bar{U}^3}{10^6} \gamma \quad (58) *$$

donde:

N_{λ} pérdida por rotación (HP) para rueda encerrada en aire

D_1 diámetro del rodete a la mitad del álabe (pulg)

\bar{U} velocidad periférica (pies/seg)

λ factor de corrección que está en función de las condiciones del v_a por de agua. Para vapor húmedo es igual a 1.3

ϵ fracción de la admisión parcial

γ densidad del aire (lb/pie³)

B_1', B_2' , coeficientes experimentales para pérdidas por rotación

L altura del álabe

(*) Ref. (2)

2.7 Concepto de similitud

Las consideraciones de similitud ofrecen un método conveniente y exacto para reconocer las características importantes de las turbomáquinas.

Con ayuda de este método se pretende obtener valores de eficiencia que la turbina en estudio podría alcanzar según sus dimensiones geométricas para diversas condiciones de operación.

La derivación de este concepto está basada en el análisis dimensional para argüir que la eficiencia de una turbomáquina o, en general, una característica física, Q_1 , está interrelacionada con otras cantidades, Q_2 a Q_n ,

luego:

$$Q_1 = f(Q_2, Q_3, Q_4, \dots, Q_n) \quad (59)$$

donde Q_2 a Q_n representan variables significativas. La ecuación anterior puede escribirse según el Teorema de π :

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_n) \quad (60)$$

donde cada $\pi = Q_1^{a'}, Q_2^{b'}, \dots, Q_n^{x'}$

En general, el número de parámetros agrupados es igual al número de variables menos el número de dimensiones primarias.

Pueden definirse nueve variables independientes para las turbomáquinas, así como tres dimensiones primarias (masa, longitud y tiempo), por lo que pueden formularse seis parámetros de similitud adimensionales: la eficiencia; el número de Reynolds, $R_e = \bar{U}D/\nu$; el número de Laval, $L_a = \bar{U}/C_d$; la razón de calores específicos, k ; la velocidad específica, $n_d = \omega \bar{V}_1/\Delta h_c^{3/4}$; y el diámetro específico, $d_d = D\Delta h_c^{1/4}/\bar{V}_1$.

El valor de flujo \bar{V}_1 pasando a través del escape de la turbina es proporcional a una velocidad característica C y al flujo a través del área A . El área A es proporcional al cuadrado del diámetro del rotor, D ; y la velocidad característica, C , es proporcional a la velocidad \bar{U} en la salida del rotor. Por lo tanto, el flujo volumétrico que pasa a través de la tur

bina llega a ser proporcional al producto de la velocidad de rotación N y al cubo del diámetro del rotor.

$$\dot{V}_1 = CA = CD = \bar{u}_z D^2 = ND^3 \quad (61)$$

$$\Delta h_L = C^2 = \bar{u}^2 = N^2 D^2 \quad (62)$$

Comparando el flujo volumétrico y la carga de la turbina con el flujo volumétrico y la carga de una turbina estándar (subíndice δ), esto resulta de la ecuación (61):

$$\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_{1\delta}} = \frac{ND^3}{N_\delta D_\delta^3} \quad (63)$$

y de la ecuación (62):

$$\frac{\Delta h_L}{\Delta h_{L\delta}} = \frac{N^2 D^2}{N_\delta^2 D_\delta^2} \quad (64)$$

Resolviendo las ecuaciones (63) y (64) para el diámetro del rotor D , considerando que los valores característicos de la turbina estándar son unitarios ($\dot{V}_{1\delta} = \Delta h_{L\delta} = 1$), será:

$$D_\delta = \frac{\dot{V}_1^{1/3} N_\delta^{1/3} D_\delta}{N^{1/3}} = \frac{\Delta h_L^{1/2} N_\delta D_\delta}{N} \quad (65)$$

o.

$$N_s = \frac{N \dot{V}_1^{1/2}}{\Delta h \zeta^{3/4}} \quad (66)$$

Luego, resolviendo las ecuaciones (63) y (64) para la velocidad de rotación, de nuevo suponiendo que los valores característicos de la turbina estándar o patrón son unitarios, se obtiene la relación:

$$N_s = \frac{\dot{V}_1 N_s D_s^3}{D^3} = \frac{\Delta h \zeta^{1/2} D_s N_s}{D} \quad (67)$$

y se puede reordenar de la forma:

$$D_s = \frac{D \zeta^{1/4}}{\dot{V}_1^{1/2}} \quad (68)$$

Los términos N_s y D_s representan la velocidad de rotación y diámetro del rotor, respectivamente, de una turbina que maneja un flujo volumétrico unitario y expande o produce una carga unitaria.

En las ecuaciones (66) y (68) la velocidad específica N_s y el diámetro específico D_s están en forma dimensional.

Reemplazando la velocidad de rotación por la velocidad angular ω y reemplazando la carga por el producto $g\Delta h\zeta$, los términos llegan a ser adimensionales.

$$n_s = \frac{\omega \dot{V}_1^{1/2}}{(g\Delta h\zeta)^{3/4}} \quad (69)$$

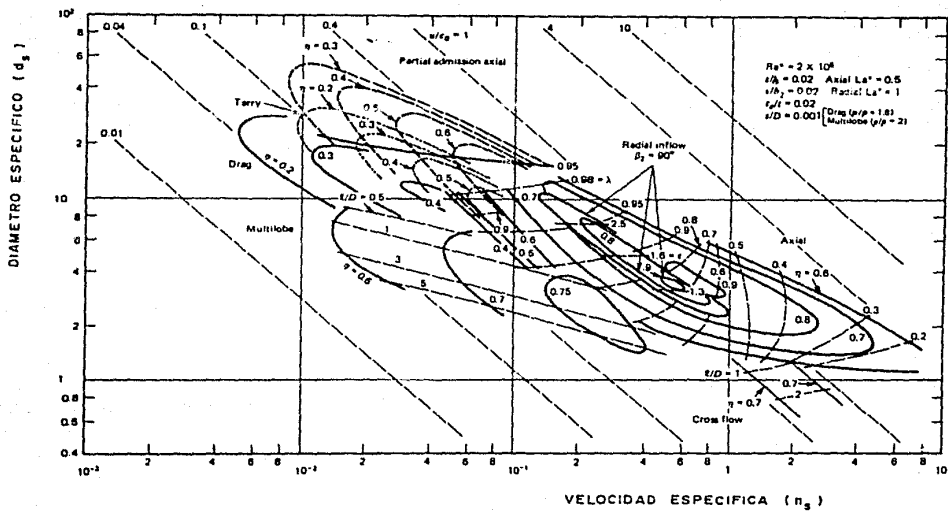


Fig. 15 Diagrama $n_s d_s$ para turbinas y compresores de una etapa operando con fluidos compresibles.

y

$$d_{\delta} = \frac{D(g \ h \ z)^{1/4}}{\dot{v}_j^{1/2}} \quad (70)$$

donde:

- ω |1/s|
- \dot{v}_j |m³/s|
- g |m/s²|
- $\Delta h z$ |m|

Las ecuaciones (69) y (70) exhiben que n_{δ} y d_{δ} son proporcionales a N_{δ} y D_{δ} y que la constante de conversi3n depende del sistema de unidades.

Los diagramas n_{δ} d_{δ} presentan la m3xima eficiencia y la geometr3a 3ptima de turbom3quinas, en una forma rigurosa, tanto te3rica como pr3ctica.

Una de las principales ventajas de esta t3cnica es que la m3xima eficiencia obtenible se muestra como una funci3n de los par3metros de inter3s inmediato para el dise3ador, es decir, la velocidad angular y el di3metro del rotor.

Este tipo de diagramas permiten un r3pido reconocimiento de los tipos de m3quinas m3s eficientes para requerimientos dados de dise3o.

La fig 15, Ref. [6] presenta l3neas de eficiencia constante para diferentes turbinas y tipos de expansi3n, en funci3n de la velocidad espec3fica y di3metro espec3fico, operando con un medio compresible y un n3mero de Reynolds de 2×10^6 . Adicionalmente se muestran l3neas de geometr3a 3ptima

constante (líneas con λ' constante para turbinas axiales) donde λ' denota la razón de centros, véase fig. 16. Las más altas eficiencias se obtienen con velocidades específicas entre 0.5 y 1.0. Las turbinas de admisión total de una sola etapa axial, así como radial, cubren este régimen igualmente bien, la eficiencia tiende a disminuir con velocidades superiores o inferiores a este rango.

Para velocidades específicas abajo de 0.1, las turbinas de admisión parcial ofrecen una eficiencia superior que las turbinas de admisión total.

Las turbinas Terry tienen menos eficiencia que las turbinas axiales de admisión parcial. Las expansiones del tipo desplazamiento positivo rotatorio muestran eficiencias más altas en el régimen de velocidad específica baja, que las máquinas dinámicas en el mismo rango de velocidades específicas.

La fig 15 es de gran utilidad para hacer una rápida visualización de la turbina más adecuada y mejor diseñada según las condiciones de operación.

Un diagrama típico de turbinas de acción de admisión parcial (con pérdidas mínimas de salida) calculado considerando un coeficiente de pérdidas promedio, se muestra en la figura 17. Un criterio importante aquí es el número expresado por la razón α^*/D , véase fig. 16. Se obtienen eficiencias bajas en turbinas de admisión parcial cuando aumenta la razón de α^*/D .

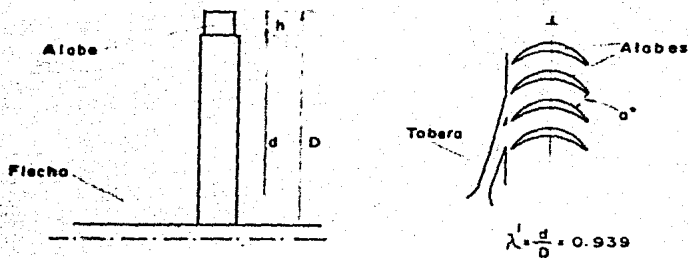


Fig. 16 Notación de algunos parámetros de la turbina.

Se obtiene una comparación del funcionamiento de turbinas de admisión parcial y admisión total cuando la eficiencia máxima se traza como función de la velocidad específica (para d_{Δ} óptimo), fig 18. Este diagrama también muestra los valores requeridos de h/D , que son de particular significado para esta comparación. De la figura 18, en velocidades específicas inferiores a 0.2, la turbina de admisión parcial obtiene eficiencias máximas superiores que la turbina de admisión total, cuando pueden alcanzarse valores de α^*/D igual a 0.01.

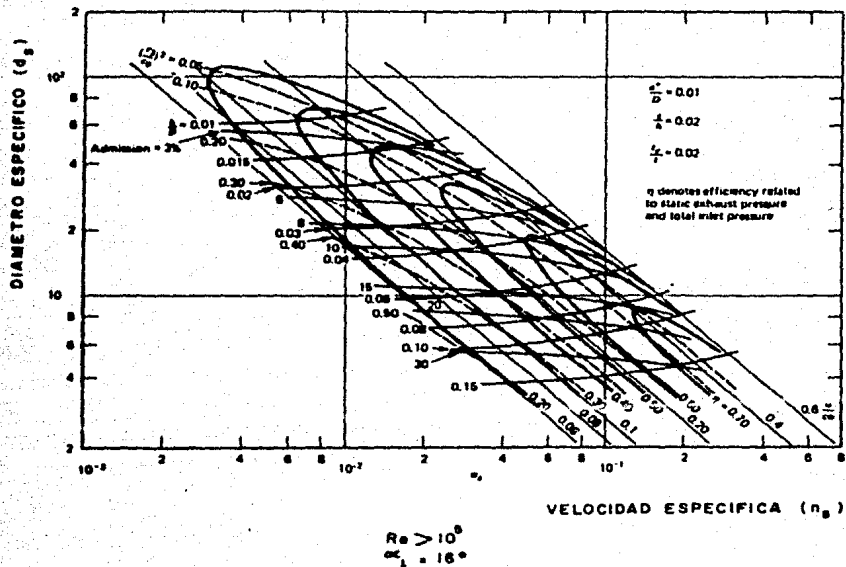


Fig. 17. Diagrama $n_s d_s$ para turbinas de admisión parcial, suponiendo un alto número de álabes.

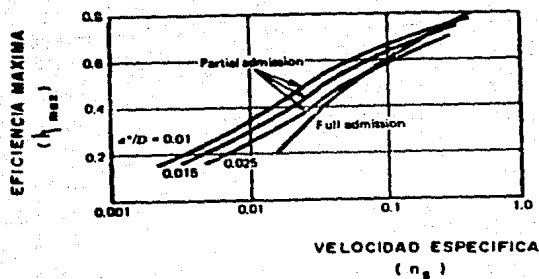


Fig. 18. Comparación de eficiencias de turbinas axiales de admisión total y admisión parcial.

3. ANALISIS TEORICO DE LA TURBINA EN ESTUDIO

3.1 Cálculos de los parámetros de operación según la ecuación de Euler

Se pretende conocer el comportamiento de los parámetros de operación más importantes de una turbina, como son: velocidad periférica, ángulo de salida del vapor, potencia entregada por la turbina y rendimiento mecánico.

La turbina en estudio pertenece a las turbinas de vapor de acción o impulsión, de admisión parcial y de una sola etapa (turbina De Laval).

Las características geométricas más importantes son:

- a) Diámetro del rodete 22.46 cm
- b) Ángulo de ataque 19°
- c) Grado de admisión 3.19%
- d) Número de álabes 86
- e) Altura del álabe 1.35 cm
- f) Ancho del álabe 0.99 cm
- g) Una tobera de tipo convergente-divergente
- h) Alabes simétricos
- i) Una etapa
- j) Flujo axial
- k) Área de la sección crítica de la tobera, $2.376 \times 10^{-5} \text{ m}^2$

Este análisis se realizará en dos casos y en ambos se utilizará como pre-

sión de salida de la turbina la presión atmosférica (0.79 bar en la Cd. de México).

3.1.1 Primer caso: considerar pérdidas en la tobera y por velocidad residual

En las pérdidas en la tobera se tomará el criterio de Stodola. Este criterio establece que existen pérdidas en la tobera de 5% desde la entrada a la tobera hasta la sección crítica, y del 10% desde este lugar hasta la salida.

En la Tabla 1 se resumen los resultados de la expansión del vapor en una tobera.

Por medio de las tablas de vapor, se obtuvieron las propiedades termodinámicas para cada presión, a la entrada y salida de la turbina, (temperatura, volumen específico, entalpía, entropía y calidad del vapor) y con estas propiedades se calcularon dichos resultados.

La velocidad crítica en la garganta de la tobera y la velocidad absoluta del vapor a la entrada, se obtienen según la ec. (26), el flujo másico con la ec. (15), la potencia entregada por el vapor con el producto de la ec. (15) y el salto entálpico de P_0 a P_1 , el número de Mach de la relación V_1/a , donde a es la velocidad del sonido.

Utilizando los valores de la Tabla 1, como datos de entrada para el siguiente programa, se calcula la velocidad periférica, el ángulo de la velocidad absoluta de salida, la potencia entregada por la turbina y el rendimiento mecánico en función de la velocidad de giro.

Los resultados del programa se resumen en las figuras 19 a 25 donde se muestran estos parámetros en función de la velocidad de rotación.

Tabla 1. Resumen de resultados de la expansión del vapor en la tobera.

P_0 (bar)	P_1 (bar)	\bar{V}_c (m / s)	\bar{V} (m / s)	\dot{m} $\times 10^2$ (Kg / s)	Potencia entregada por el vapor (watt)	Numero de Mach
7.0	0.79	437.5736	811.7487	2.35610	7763.6002	1.855
6.0	0.79	435.6945	782.6789	2.02834	6212.6734	1.796
5.0	0.79	433.4713	746.7156	1.69939	4737.7754	1.723
4.0	0.79	430.7972	700.1512	1.36887	3355.1841	1.625
3.0	0.79	426.7568	634.7974	1.03874	2085.1037	1.487
2.0	0.79	421.7173	529.4664	0.69882	979.5117	1.255
1.5	0.79	418.0150	439.6804	0.52867	511.0102	1.052

P_0 , presión de entrada a la turbina (vapor saturado seco)

P_1 , presión de salida de la turbina

```

5 DIM B(10),A1(10),R(10),B1(10)
10 PRINT "CALCULO DE LOS PARAMETROS DE OPERACION DE UNA TURBINA DE ACCION DE ADMISION PARCIAL DE UNA SOLA ETAPA"
11 PRINT " "
12 PRINT " "
15 INPUT "PRESTION DE ENTRADA : ",A#
17 PRINT "PRESTION DE SALIDA : 0.79 BAR"
18 PRINT " "
19 PRINT " "
20 INPUT "VALOR DE LA VELOCIDAD DE ENTRADA: ",B(1)
22 INPUT "VALOR DEL FLUJO MASICO: ",M#S
24 INPUT "VALOR DE LA POTENCIA TEORICA: ",MT
26 INPUT "VALOR INICIAL DE LA VELOCIDAD DE ROTACION: ",N1
28 INPUT "VALOR FINAL DE LAS RPM: ",N4
29 INPUT "INCREMENTO DE LAS RPM: ",N2
30 PRINT " "
31 PRINT " "
32 PRINT "///// CONSIDERANDO DOS TIPOS DE PERDIDAS /////"
33 PRINT " ", "A - EN LA TUBERIA"
34 PRINT " ", "B - POR VELOCIDAD RESIDUAL"
35 PRINT " "
36 PRINT " "
40 PRINT "R E S U L T A D O S"
42 PRINT " "
44 PRINT " "
45 PRINT "VEL: ",SPC(5); "VEL REL 1: ",SPC(5); "VEL ABS 2: ",SPC(5); "VEL REL 2: ",SPC(5); "ANGULO 1: ",SPC(6); "ANGULO
  2: ",SPC(6); "WATT: ",SPC(10); "EFICIENCIA"
47 PRINT "RPM: ",SPC(6); " N/S: ",SPC(9); " N/S: ",SPC(8); " N/S: ",SPC(8); "GRADOS C: ",SPC(6); "GRADOS C: ",SPC(7
  ), " WATT: ",SPC(11); "EFICIENCIA
48 PRINT " "
49 PRINT " "
70 N = N + N2
80 A = 2 + 3.1416 * N + 0.10555 / 60
90 Z = 0.88
95 A1(1) = 0.3316
120 FOR I = 1 TO 2
130 R(I) = (A ^ 2 + B(I) ^ 2 - 2 * A * B(I) * COS(A1(I))) ^ 0.5
140 X(I) = (A ^ 2 + R(I) ^ 2 - B(I) ^ 2) / (2 * A * R(I))
150 B2(I) = - ATN(X(I)) / SQRT(-X(I) * X(I) + 1) + 1.5708
155 B1(I) = 3.1416 - B2(I)
160 V(I) = B1(I) * 57.29
170 B(I + 1) = Z * R(I)
180 A1(I + 1) = B1(I)
190 NEXT I
200 MR = M#S * 0.5 * (B(1) ^ 2 - R(2) ^ 2 + (Z ^ 2 - 1) * R(1) ^ 2)
210 EFIC = MR * 100 / MT
230 PRINT N; SPC(4); R(1); SPC(4); R(2); SPC(4); V(1); SPC(4); V(2); SPC(4); MR; SPC(4); EFIC
240 IF N > N4 THEN 255
250 GOTO 70
255 END

```

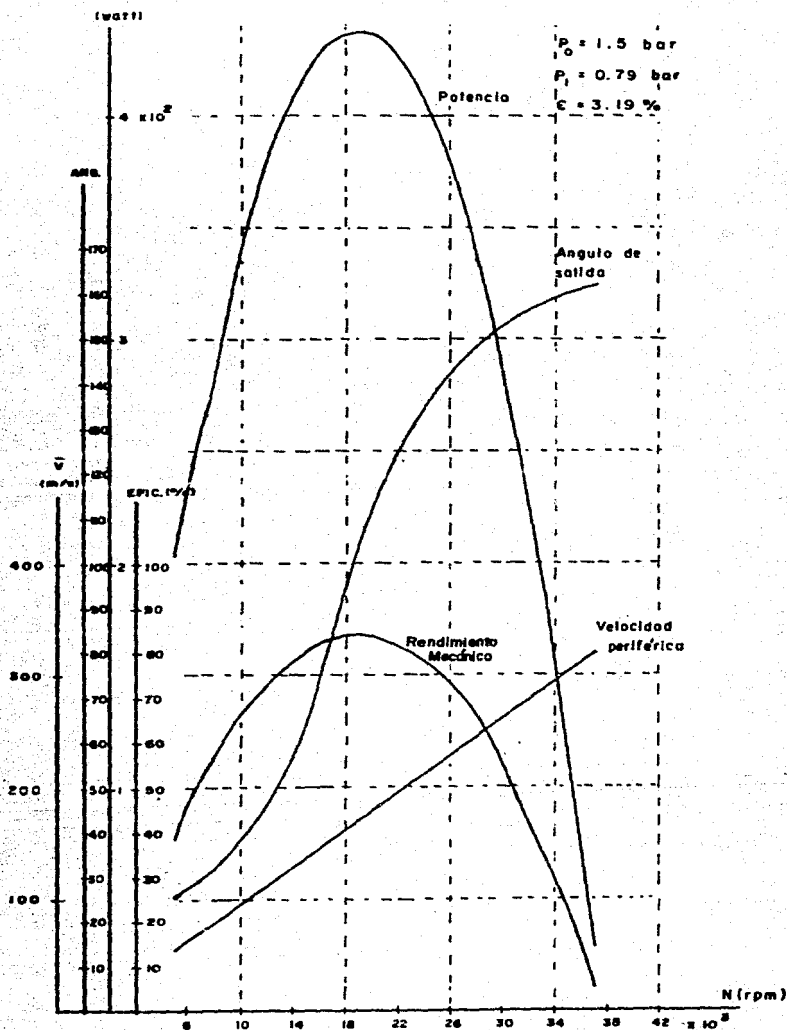



Fig. 19 Comportamiento de algunos parámetros de operación de una turbina de acción de admisión parcial de una etapa, en función de la velocidad de giro, considerando pérdidas en la tobera y por velocidad residual.

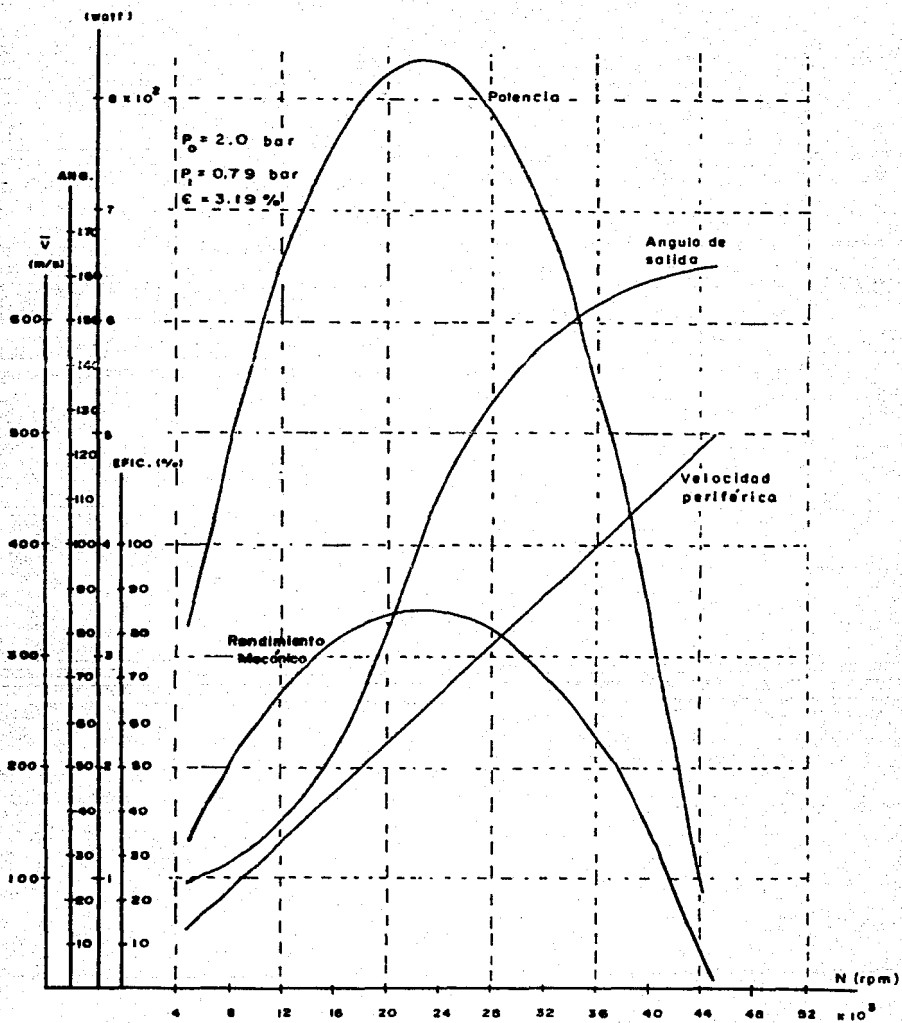


Fig. 20 Ver leyenda en la fig. 19.

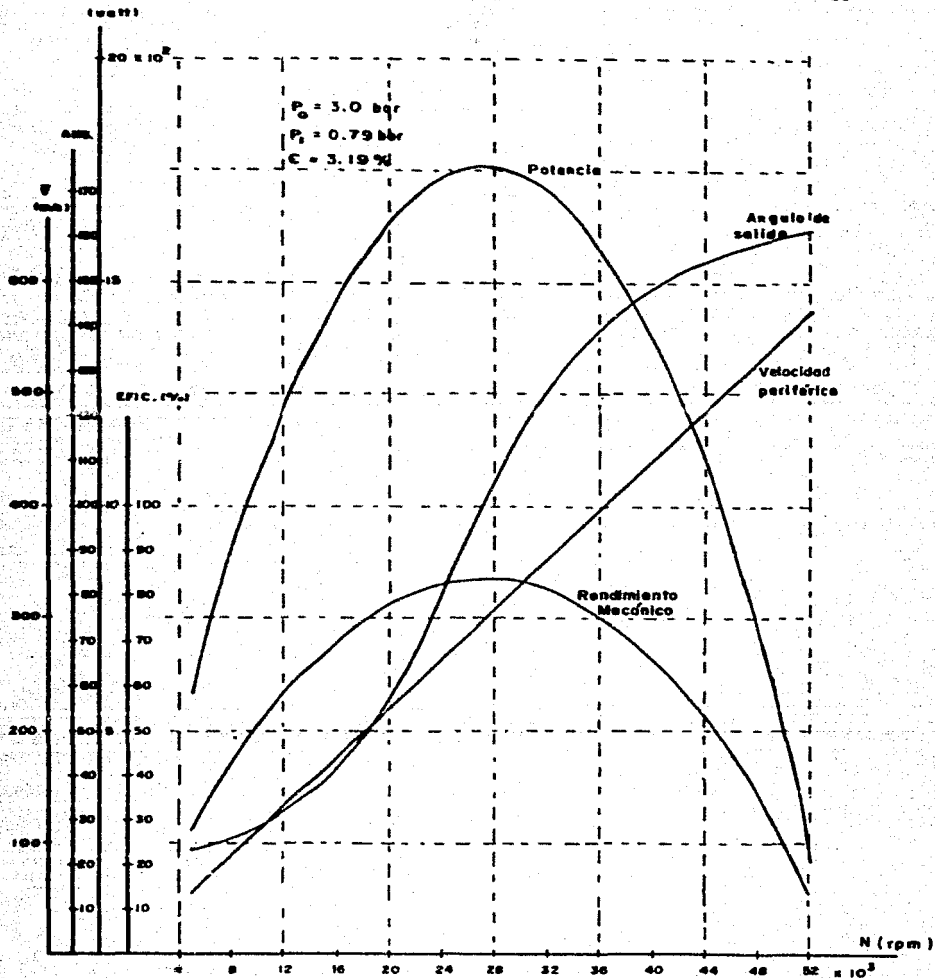


Fig. 21 Ver leyenda en la fig. 19.

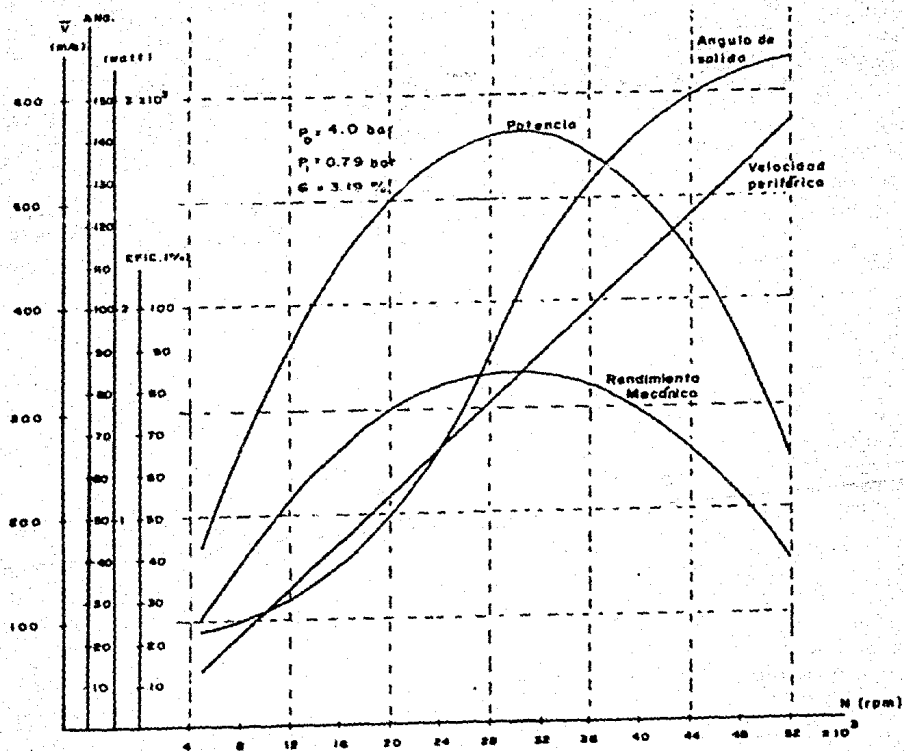


Fig. 22 Ver leyenda en la fig. 19.

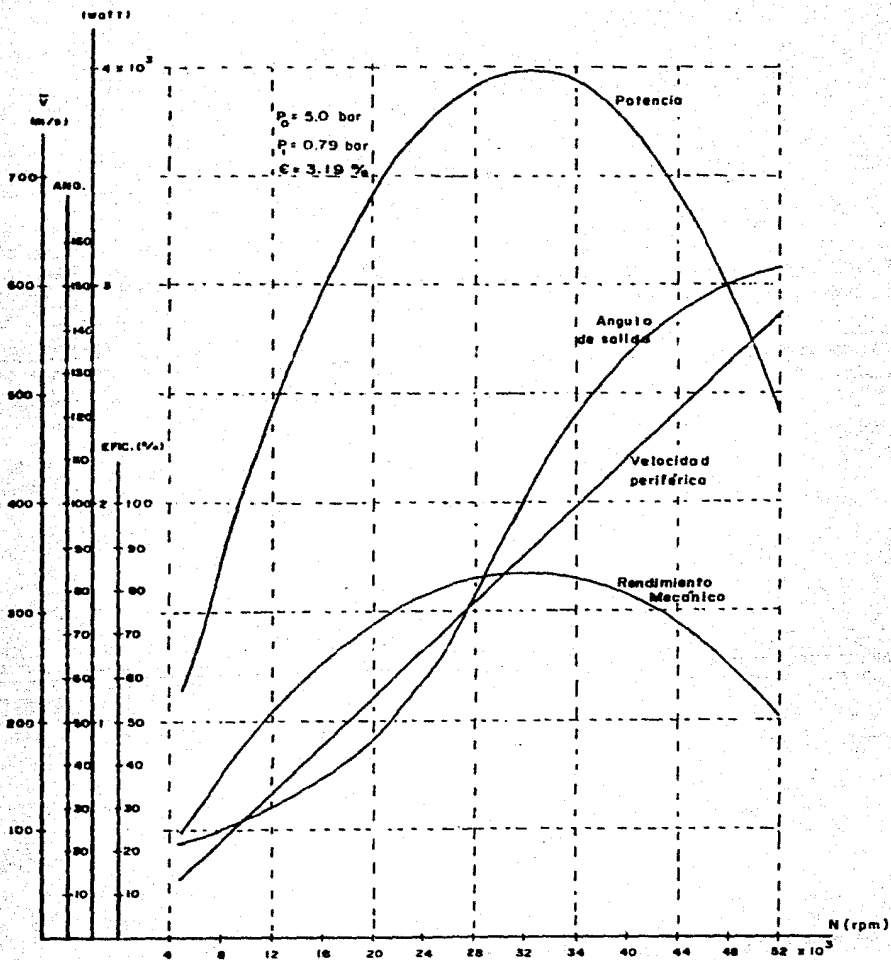


Fig. 23 Ver leyenda de la fig. 19.

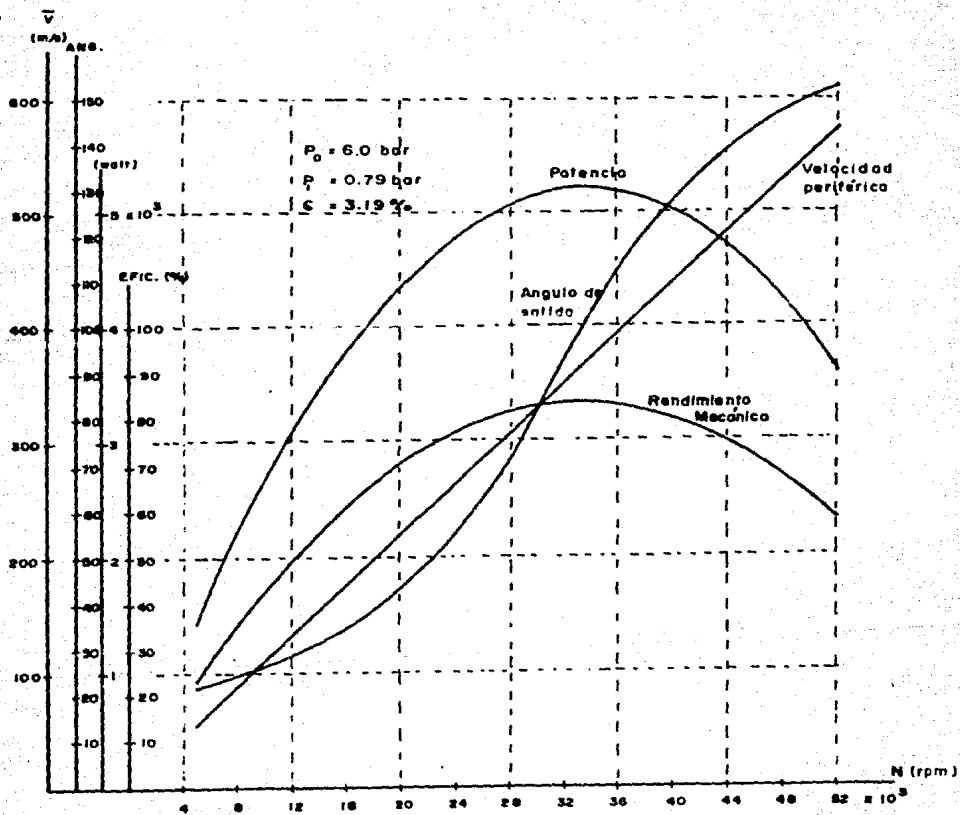


Fig. 24 Ver leyenda de la fig. 19.

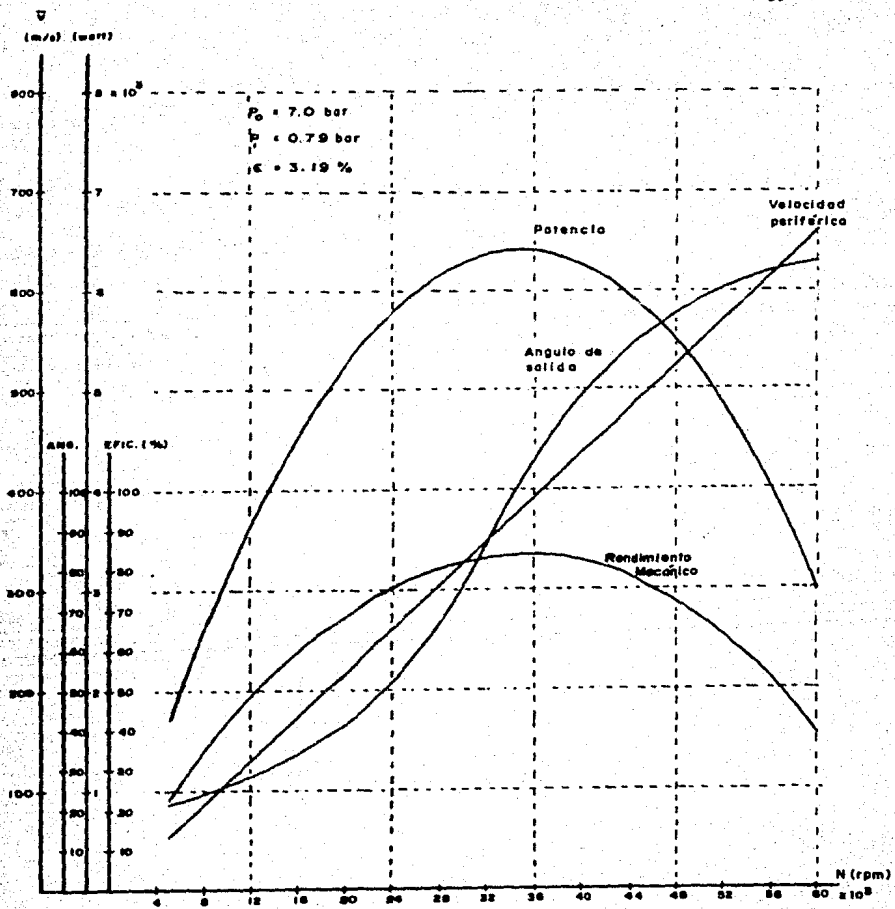


Fig. 25 Ver leyenda en la fig. 19.

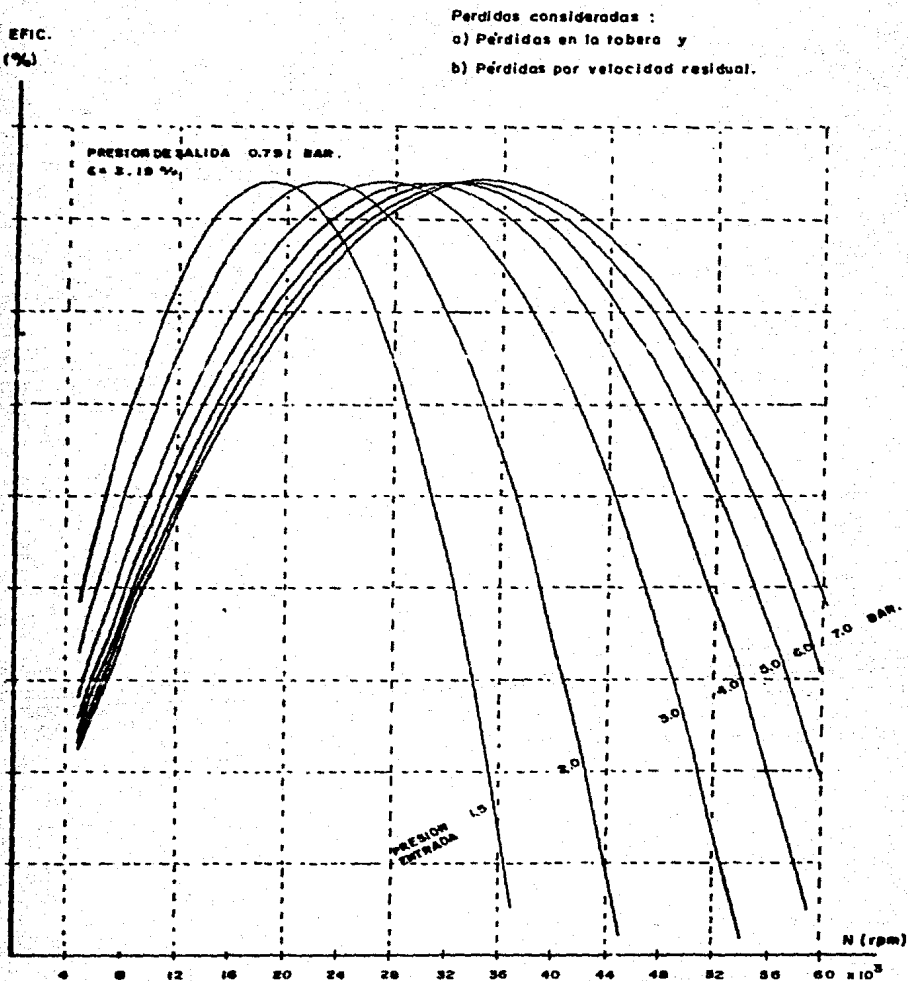


Fig. 26 Rendimiento mecánico de una turbina con admisión parcial de una etapa.

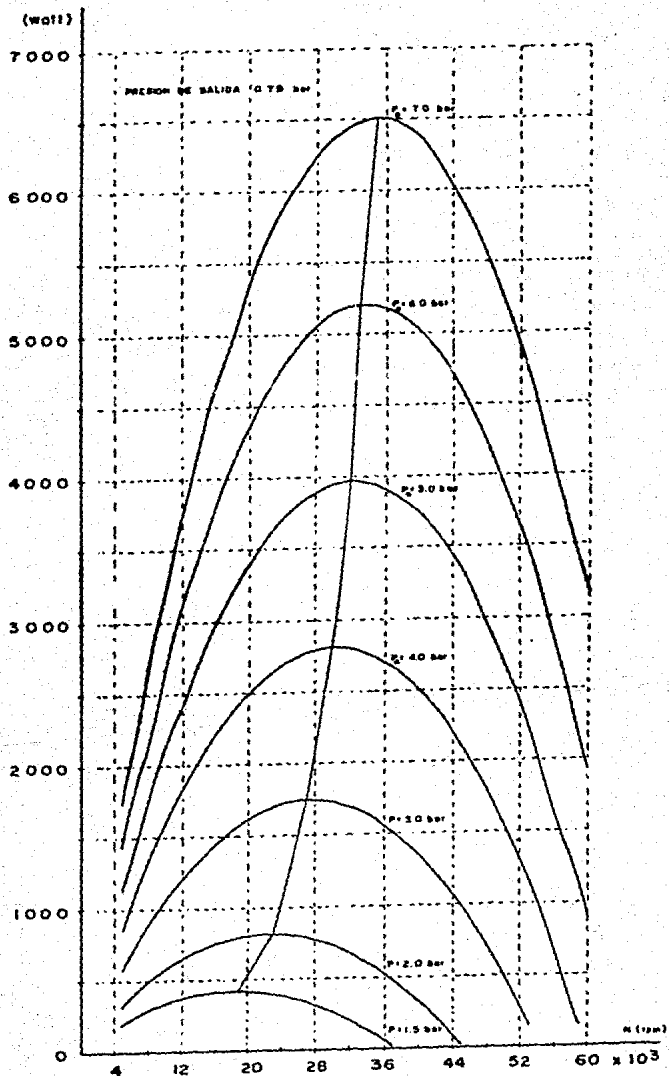


Fig. 27 Potencia obtenida en la turbina en funcion de la velocidad N , para varias presiones de entrada.

- V_c , velocidad crítica del flujo de vapor
 V , velocidad absoluta del flujo de vapor
 M , flujo másico

Como se puede observar en las figs. 19 a 25, para cada caso, según la presión de entrada, la tendencia del comportamiento de estos parámetros es similar en todos. El rendimiento mecánico y la potencia entregada por la turbina tienen un comportamiento parabólico, la velocidad periférica es lineal con respecto a la velocidad de giro, y el ángulo de salida varía como un polinomio de tercer grado.

En la fig. 26 se resumen los rendimientos mecánicos para cada una de las presiones de entrada y se observa que el rendimiento mecánico máximo es igual en todos los casos (84%), sólo que este rendimiento mecánico máximo se obtiene a diferentes velocidades de giro. A mayor presión de entrada el rendimiento mecánico máximo se obtiene a mayor velocidad de giro, véase el anexo 1.

De la fig. 26, el rendimiento mecánico máximo para cada presión de entrada se obtiene:

para,	7.0 bar	35 000 r.p.m.
	6.0 bar	33 000 r.p.m.
	5.0 bar	32 000 r.p.m.
	4.0 bar	30 000 r.p.m.
	3.0 bar	27 000 r.p.m.
	2.0 bar	23 000 r.p.m.
	1.5 bar	19 000 r.p.m.

La fig. 27 muestra la potencia entregada por la turbina para cada presión de entrada. La potencia es mayor a mayor presión de entrada, y la máxima potencia corresponde a la velocidad de giro que produce el rendimiento mecánico máximo.

3.1.2 Segundo caso: considerar las pérdidas en la tobera, por velocidad residual y por rotación

Estas últimas pérdidas se deben a la oposición que presenta el fluido para que el rodete de la turbina gire y están en función directa del cubo de la velocidad de giro. También en este caso se toma el criterio de Stodola para las pérdidas en la tobera.

Las pérdidas por rotación de la turbina se calculan a continuación utilizando la ecuación 58, para lo cual es necesario obtener los valores de los parámetros que intervienen en esta ecuación.

El grado de admisión está definido como:

$$\epsilon = \frac{\text{apertura de descarga de la tobera}}{\text{perímetro del rotor}} \times 100 \quad (\%)$$

de la fig. 28 se obtiene el valor de la apertura de descarga, por lo que $\epsilon = 3.19\%$.

Los coeficientes y factor de corrección experimentales, la longitud del

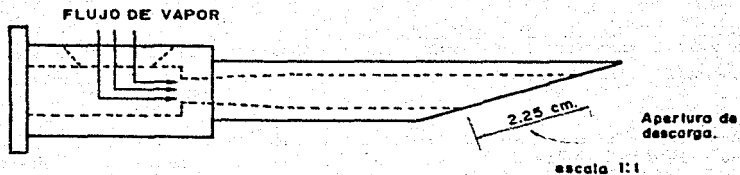


Fig. 28 Tobera de la turbina.

Ángulo y el diámetro son:

$$\beta_1' = 0.0608$$

$$\beta_2' = 0.458$$

$$\lambda = 1.3$$

$$L = 1.35 \text{ cm} = 0.0443 \text{ pies}$$

$$D_1 = 22.4 \text{ cm} = 0.7349 \text{ pies}$$

A continuación se calcula la densidad del aire para las siguientes condiciones:

$$P_1 = 0.79 \text{ bar y } T_{sat} = 93.15 \text{ C}$$

el volumen específico del aire para $T = 93.15 \text{ C}$ es, utilizando la siguiente ecuación:

$$v = \frac{vT}{P_1} = 1.325 \text{ m}^3/\text{Kg}$$

por lo que la densidad será:

$$\rho = \frac{1}{v} = 0.754 \text{ kg/m}^3 = 0.0471 \text{ lb/pie}^3$$

De la ecuación 58,

$$N\lambda = 0.0974 \times 10^{-6} \text{ U}^3$$

donde,

$$\bar{U} = (2 \pi \lambda N)/60$$

Con el siguiente programa* se calculan las pérdidas por rotación para diferentes velocidades de rotación con incrementos de 500 rpm.

Los resultados del programa se resumen en la fig. 29. Como se observa, esta curva tiene un comportamiento exponencial, a baja velocidad de giro (de 0 a 10 000 r.p.m.) la potencia es baja, arriba de 10 000 r.p.m. la pérdida por rotación se incrementa mucho más rápido.

En el programa de computadora siguiente se calculan los parámetros de mayor importancia de una turbina, tales parámetros son: velocidades relativas y absolutas del flujo de vapor, ángulos de dichas velocidades, potencia entregada por la turbina y rendimiento mecánico. Al igual que en el anterior análisis se toman en cuenta las pérdidas en la tobera y por velocidad residual y además las pérdidas por rotación. Los datos de entrada

*

```

10 REM CALCULO DE PERDIDAS POR ROTACION EN UNA TURBINA DE ACCION CON ADMISION PARCIAL
20 PRINT "NR=PERDIDAS POR ROTACION (HP)"
30 PRINT "D1=DIAMETRO DEL RODETE A LA MITAD DEL ALABE (FT)"
40 PRINT "L=ALTURA DEL ALABE (IN)"
50 PRINT "U=VELOCIDAD PERIFERICA (FT/S)"
60 PRINT "V=DENSIDAD DEL AIRE (LB/FT^3)"
70 PRINT "E=FRACCION DE LA ADMISION PARCIAL"
80 PRINT "H=FACTOR PARA LAS CONDICIONES DEL VAPOR, H=1.3 PARA VAPOR HUMEDO"
90 PRINT "R.P.M.", "M/S", "FT/S", "H.P.", "WATT"
100 B1 = 0.0698
110 B2 = 0.450
120 L = 0.531496063
130 D1 = 0.7349881365
140 H = 1.3
150 E = 0.8319
160 T = 366.156
170 P = 79999
180 R = 286
190 Y = (P / (R * T)) * 2.205 / 35.31
200 R1 = 0.18555
210 FOR N = 1000 TO 30000 STEP 500
220 U1 = 2 * 3.1416 * N * R1 / 60
230 U2 = 3.281 * U1
240 NR = H * (B1 * D1 ^ 2 + (1 - E) * B2 * D1 * L ^ 1.5) * Y * (U2 ^ 3) / 1000000
250 NT = 745.7 * NR
260 PRINT N,U1,U2,NR,NT
270 NEXT N
280 END

```

para este programa se toman de la Tabla 1.

En la fig. 30 se resumen los cálculos de rendimiento mecánico para las diferentes presiones de entrada. Como se observa, el rendimiento mecánico máximo para cada presión es diferente. A mayor presión de entrada el rendimiento mecánico máximo se incrementa y corresponde a una velocidad de giro mayor.

Según la fig. 30, el rendimiento mecánico máximo para cada caso es:

```

1  DIM B(10),AL(10),R(10),BL(10)
2  PRINT "CALCULO DE LOS PARAMETROS DE OPERACION DE UNA TURBINA DE ACCION DE ADMISION PARCIAL DE UNA SOLA ETAPA"
3  INPUT "PRESION DE ENTRADA. ";A$
4  PRINT "PRESION DE SALIDA: 0.79 BAR"
5  INPUT "VALOR DE LA VELOCIDAD DE ENTRADA. ";B(1)
6  INPUT "VALOR DEL FLUJO MASICO. ";M$
7  INPUT "VALOR DE LA POTENCIA TEORICA. ";MT
8  INPUT "VALOR INICIAL DE LA VELOCIDAD DE ROTACION. ";N
9  INPUT "VALOR FINAL DE LA VELOCIDAD DE ROTACION. ";N2
10 INPUT "INCREMENTO DE LA VELOCIDAD DE ROTACION. ";N2
11 PRINT "///// CONSIDERANDO TRES TIPOS DE PERDIDAS /////"
12 PRINT " ", "A - EN LA TOBERA"
13 PRINT " ", "B - POR VELOCIDAD RESIDUAL"
14 PRINT " ", "C - POR ROTACION"
15 PRINT "R E S U L T A D O S"
16 PRINT "VEL.:" SPCC(5); "VEL. REL 1°:" SPCC(5); "VEL. REL 2°:" SPCC(5); "ANGULO 1°:" SPCC(6); "ANGULO"
17 " 0 2°:" SPCC(6); "WATT:" SPCC(10); "EFICIENCIA"
18 PRINT "MPP:" SPCC(6); " M/S:" SPCC(9); " M/S:" SPCC(8); " M/S:" SPCC(8); "GRADOS C°:" SPCC(6); "GRADOS C°:" SPCC
19 " 7):" SPCC(11); " %"
20 PRINT " "
21 M = M + N2
22 K1 = 0.0690 * K2 = 0.458 * L = 0.53149 * D1 = 0.73491 * H = 1.3 * E = 0.0319 * T = 366.156 * R = 286 * Z = 0.88
23 A = 2 * 3.1416 * M + 0.18535 / 60
24 V = (P / (CR * T)) * 2.285 / 35.31
25 RA = 0.18535
26 U1 = 2 * 3.1416 * M * RA / 60
27 U2 = 3.281 * U1
28 NR1 = H * (K1 * D1 ^ 2 + (1 - E) * K2 * D1 * L ^ 1.5) + V * (U2 ^ 3) / 1000000
29 NR2 = 745.7 * NR1
30 Z = 0.88
31 AL(1) = 0.3316
32 FOR I = 1 TO 2
33 R(I) = (A ^ 2 + B(I) ^ 2 - 2 * A * B(I) * COS(AL(I))) ^ 0.5
34 X(I) = (A ^ 2 + R(I) ^ 2 - B(I) ^ 2) / (2 * A * R(I))
35 B2(I) = - ATN(X(I)) / SIN(-X(I) + X(I) + 1) + 1.5708
36 BL(I) = 3.1416 - B2(I)
37 V(I) = BL(I) * 57.29
38 B(I + 1) = Z * R(I)
39 AL(I + 1) = BL(I)
40 NEXT I
41 MR = MRS + 0.5 * (B(1) ^ 2 - R(2) ^ 2 + (Z ^ 2 - 1) * R(1) ^ 2)
42 MRN = MR - NR2
43 EFIC = MRN * 100 / MT
44 PRINT M; SPCC(4); B(2); SPCC(4); R(2); SPCC(4); V(1); SPCC(4); V(2); SPCC(4); MR; SPCC(4); EFIC
45 IF EFIC < 0 THEN 255
46 IF M > M4 THEN 255
47 GOTO 70
48 END

```

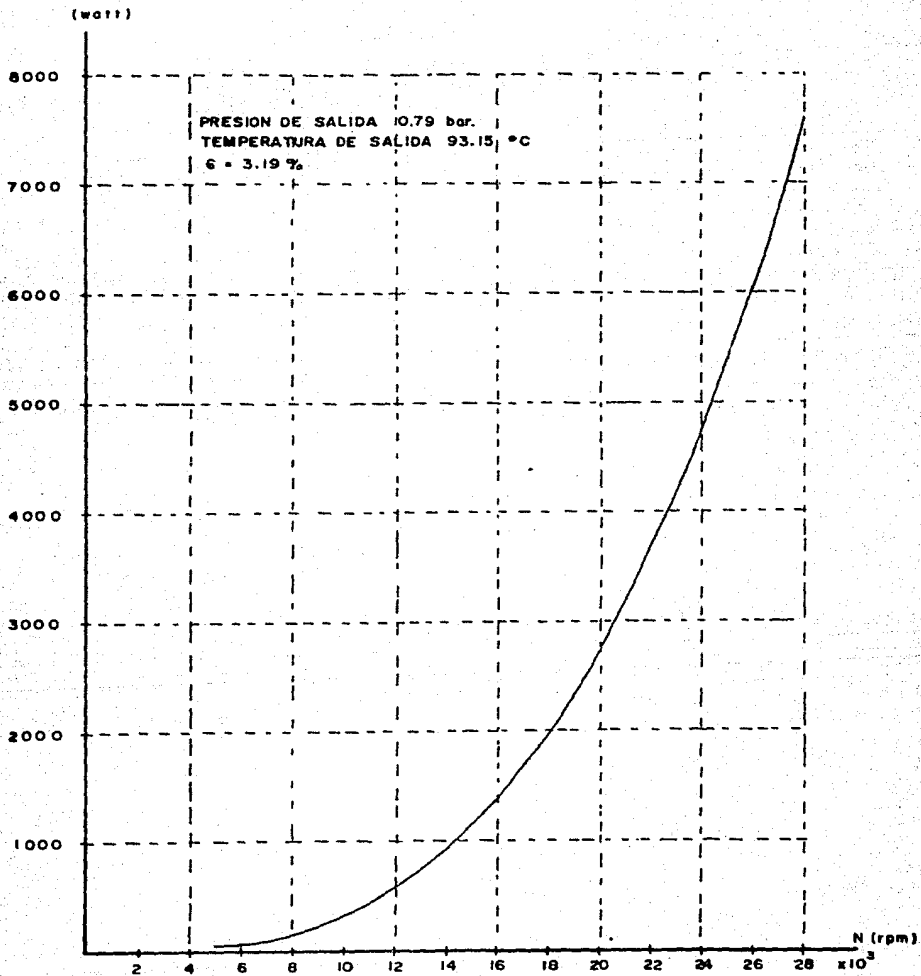


Fig. 29 Pérdidas por rotación en una turbina de acción con admisión parcial.

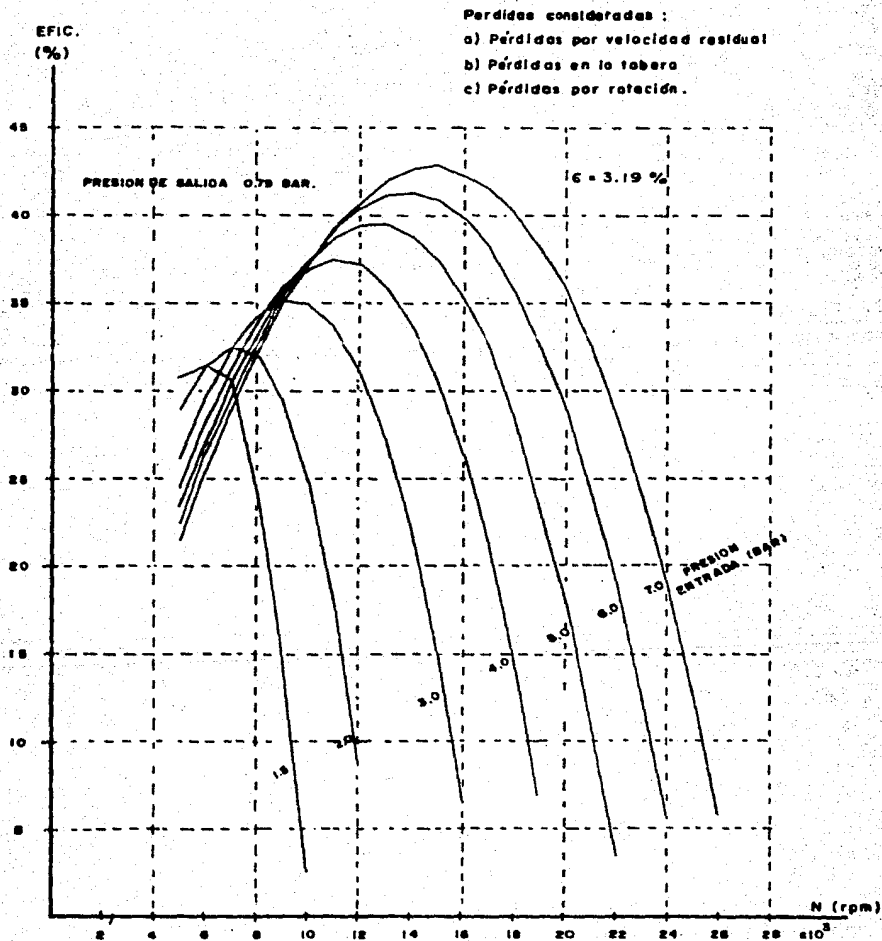


Fig. 30 Rendimiento mecánico de una turbina de acción con admisión parcial de una sola etapa, para varias presiones en función de la velocidad.

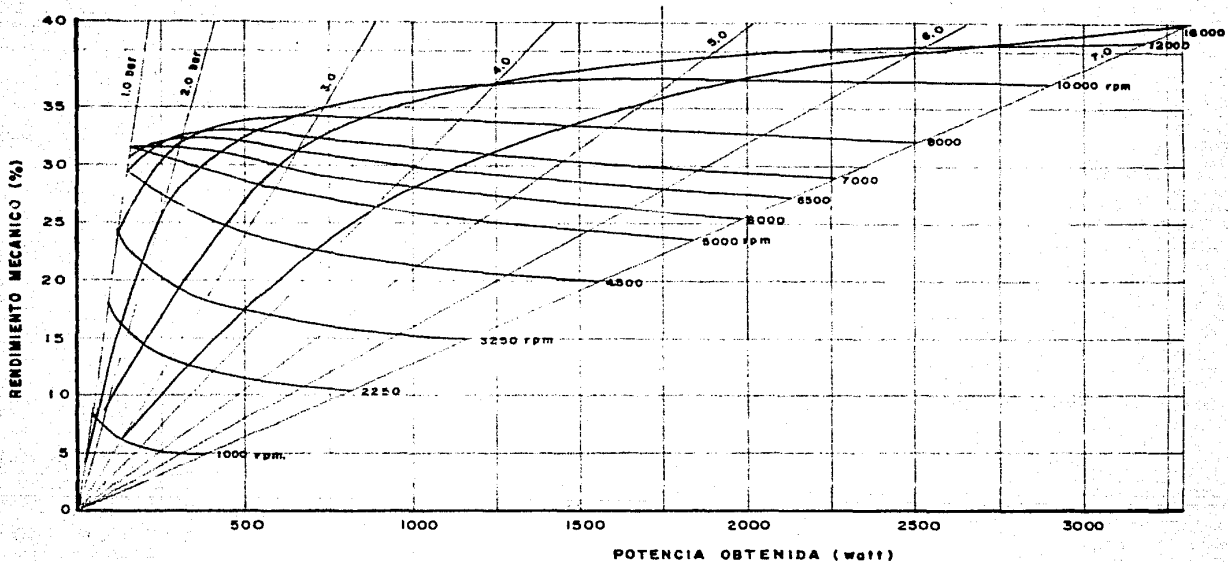


Fig. 31 Curvas características rendimiento mecanico-potencia, de una turbina de accion con admision parcial ($\epsilon = 3.19\%$), de una sola etapa.

Para

P_0 (bar)	Rendimiento Mecánico (%)	N (r.p.m.)
7.0	42.90	15 000
6.0	41.38	14 000
5.0	39.57	13 000
4.0	37.63	11 000
3.0	35.23	9 000
2.0	32.65	7 000
1.5	31.47	6 000

La fig. 31 muestra el comportamiento del rendimiento mecánico en función de la potencia, y se observa que para una baja velocidad de rotación constante, el rendimiento mecánico es mayor a presiones bajas. Lo contrario ocurre cuando la velocidad de rotación es alta (arriba de 6 500 r.p.m.).

Al comparar las figs. 26 y 30, observamos en la primer figura que el rendimiento mecánico es mayor que en la segunda, para las mismas condiciones de operación. Por ejemplo, para 2 bar y 12000 rpm, las figs. 26 y 30, dan un rendimiento mecánico de 65 y 8.7%, respectivamente.

3.2 *Cálculo de los parámetros de operación según el concepto de similitud*

3.2.1 Velocidad específica y diámetro específico de la turbina

Otra forma de predecir el rendimiento de la turbina en estudio es mediante el concepto de similitud. Esto se realizará para tener una segunda estimación con que validar la primera.

Utilizando las ecuaciones (69) y (70) se calcula el diámetro específico y la velocidad específica de dicha turbina para dos presiones de entrada, y con objeto de obtener el rendimiento total óptimo en función de la velocidad de giro se utiliza la fig. 15.

$$n_s = \frac{\omega \dot{V}_1^{1/2}}{(\Delta h_L)^{3/4}}$$

$$d_s = \frac{D(\Delta h_L)^{1/4}}{\dot{V}_2^{1/2}}$$

donde:

- ω , velocidad de giro (rad/seg)
- D , diámetro del rotor (m)
- \dot{V} , flujo volumétrico a la salida de la turbina (m^3/seg)
- Δh_L , expansión adiabática isentrópica (kJ/kg)

para una presión de entrada de 7.0 bar:

$$D = 0.2246 \text{ m}$$

$$\dot{m} = 0.0242 \text{ kg/s}$$

$$\Delta h_L = 366.07 \text{ kJ/kg}$$

$$v_1 = 1.888 \text{ m}^3/\text{Kg}$$

$$\dot{V}_1 = \dot{m} v_1$$

donde v_1 es el volumen específico a la salida de la turbina, y \dot{m} el flujo másico en kg/s, por lo tanto:

$$\dot{v}_1 = 0.0457 \text{ m}^3/\text{seg}$$

de donde:

$$d_\delta = 25.84$$

$$n_\delta = 0.1504 \times 10^{-5} N, \quad \text{donde } N \text{ es la velocidad de giro en}$$

r.p.m., $N = \omega \frac{60}{2\pi}$

para una presión de entrada de 5.0 bar:

$$D = 0.2246 \text{ m}$$

$$\dot{m} = 0.01748 \text{ kg/s}$$

$$\Delta h_i = 309.76 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{v}_1 = 3.325 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{seg}$$

por lo tanto,

$$d_\delta = 29.05$$

$$n_\delta = 0.1454 \times 10^{-5} N$$

La Tabla 2 muestra los valores de rendimiento total óptimo y potencia entregada por la turbina para los términos de diámetro específico y velocidad específica para dos presiones de entrada (7 y 5 bar) con 1,2,3 y 4 toberas (distinto grado de admisión), utilizando la fig. 15.

Tabla 2 Resumen de valores del rendimiento total y potencia obtenida en la turbina, según la fig. 15.

P_0 (bar)	P_1 (bar)	No. de Toberas	N (rpm)	n_s $\times 10^2$	d_s	η_{tot} (%)	Potencia entregada por el vapor (watts)	Potencia obtenida en la tur- bina. (watts)
7.0	0.79	1	5000	0.7533	25.84	20	8870.81	1774.16
			12000	1.8053		40		3548.32
			18500	2.7831		49		4245.70
			20000	3.0688		51		4524.11
			50000	7.5220		10		887.08
		2	5000	1.0064	18.27	21	17741.62	3725.74
			12000	2.5531		44		7806.31
			18500	3.9359		54		9580.47
			20000	4.2551		55		9757.89
			50000	10.6377		38		6741.81
		3	5000	1.3028	14.92	25	26612.43	6653.11
			12000	3.1268		45		11975.59
			18500	4.8206		58		15435.21
			20000	5.2114		58		15435.21
			50000	13.0285		40		10644.97
		4	5000	1.5044	12.92	25	35483.23	8870.83
			12000	3.6106		43		15257.84
			18500	5.5663		55		19515.84
			20000	6.0176		59		20935.17
			50000	15.0044		60		21290.01
5.0	0.79	1	5000	0.7272	29.06	20	5413.68	1028.74
			12000	1.7456		38		1954.60
			18500	2.6907		43		2211.78
			20000	2.9088		46		2366.09
			50000	7.2720		10		541.37
		2	5000	1.0284	20.55	26	10827.37	2815.11
			12000	2.4682		41		4439.22
			18500	3.8052		50		5413.68
			20000	4.1137		53		5738.51
			50000	10.2843		36		3897.85
		4	5000	1.4544	14.53	22	21654.74	4764.04
			12000	3.4906		44		9528.08
			18500	5.3814		54		11693.56
			20000	5.8177		56		12126.65
			50000	14.5442		45		9744.63

Tabla 3. Estimación del grado de admisión a partir de las dimensiones geométricas de la turbina (d_s) y de diversas condiciones de operación, según la fig. 17.

P_0 (bar)	P_1 (bar)	No. de Taberas	N (rpm)	n_s $\times 10^2$	d_s	η_{tot} (%)	Grado de Admisión Real. (%)	Grado de Admisión Teórico. (%)
7.0	0.79	1	5000	0.7533	25.84	21	3.19	6.5
			12000	1.8053		42		6.0
			18500	2.7831		51		5.9
			20000	3.0088		53		5.8
			50000	7.5220		5		5.0
		2	5000	1.0064	18.27	20	6.38	9.4
			12000	2.5531		43		8.7
			18500	2.9359		53		8.2
			20000	4.2551		55		8.1
			50000	10.6377		10		7.0
		3	5000	1.3028	14.92	23	9.57	12.0
			12000	3.1268		45		11.0
			18500	4.8205		57		10.0
			20000	5.2113		60		10.0
			50000	13.0283		10		7.7
		4	5000	1.5044	12.92	22	12.76	13.0
			12000	3.6106		45		12.5
			18500	5.5663		59		12.0
			20000	6.0176		61		11.5
			50000	15.0044		30		8.0
5.0	0.79	1	5000	0.7272	29.06	22	3.19	8.8
			12000	1.7453		42		5.5
			18500	2.6907		51		5.4
			20000	2.9088		51		5.3
			50000	7.2720		5		4.2
		2	5000	1.0284	20.55	22	6.38	8.3
			12000	2.4682		45		8.0
			18500	3.8052		55		7.7
			20000	4.1137		57		7.5
			50000	10.2843		10		5.5
		3	5000	1.2596	16.78	24	9.57	10.0
			12000	3.0229		46		9.5
			18500	4.6604		58		9.0
			20000	5.0383		60		9.0
			50000	12.5957		5		6.5
		4	5000	1.4544	14.53	25	12.76	11.0
			12000	3.4906		48		10.5
			18500	5.3814		60		9.8
			20000	5.8177		61		9.7
			50000	14.5442		5		6.8

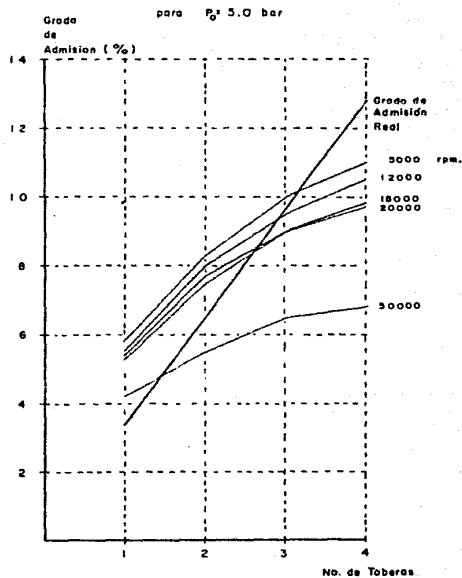
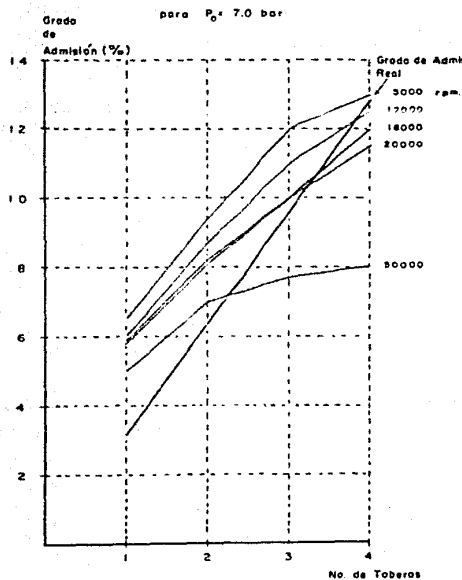


Fig. 32 Grado de admisión óptimo (teórico) y grado de admisión real en función del número de toberas para varias velocidades.

Estos rendimientos totales son para esta turbina en particular, que opera bajo las condiciones mencionadas y corresponden al rendimiento total máximo que podría alcanzar la turbina en estudio según sus dimensiones geométricas, siempre y cuando estuviera bien diseñada en el aspecto aerodinámico y de distribución del flujo.

Estos valores dan una idea del rendimiento total máximo que podría esperarse al hacer las modificaciones adecuadas.

Se elaboraron las Tablas 2 (según la fig. 15) y 3 (según la fig. 16) para obtener los valores de rendimiento total que la turbina en estudio podría alcanzar según sus dimensiones geométricas (Tablas 2 y 3) y comparar el grado de admisión real que tiene la turbina con el grado de admisión teórico óptimo (Tabla 3).

En las Tablas 2 y 3, los resultados de rendimiento total y grado de admisión (Tabla 3) para diferentes velocidades de rotación con 1,2,3 y 4 toberas, se obtuvieron entrando a las gráficas con el diámetro específico y la correspondiente velocidad específica.

La Tabla 3, calculada según la figura 16, coincide con la Tabla 2 (figura 15), en obtener el rendimiento total máximo para una velocidad de rotación de 20 000 r.p.m.

Se puede observar en estas Tablas que el diámetro específico aumenta al disminuir la presión de entrada y lo contrario ocurre con la velocidad es-

pecífica, y que a menor presión de entrada se obtienen mayores eficiencias para la misma velocidad de rotación.

De la Tabla 3 se observa que la turbina en estudio al operar con una tobera debería tener un grado de admisión de entre 5 y 6.5% (el grado de admisión real de la turbina es 3.19%).

La fig. 30 muestra el grado de admisión óptimo teórico y su relación con el número de toberas. También se presenta el grado de admisión real en función del número de toberas. El punto de intersección entre las curvas del grado de admisión óptimo teórico y el grado de admisión real, representa la condición óptima de operación de la turbina.

De la figura 32 se aprecia que al aumentar el número de toberas, el grado de admisión real se acerca al grado de admisión teórico óptimo.

De esta última observación se podría pensar en colocar más toberas a la turbina con el objeto de aumentar el grado de admisión real y así conseguir que la turbina alcanzara las condiciones óptimas de operación.

3.2.2 Flujo volumétrico y salto entálpico-isoentrópico según el concepto de similitud, para la turbina en estudio

Esta parte del estudio pretende expresar en función de los parámetros específicos al flujo volumétrico y al salto entálpico-isoentrópico, y con ayuda del diagrama de Mollier, trazar una gráfica donde se localicen fá-

cilmente las condiciones óptimas de operación, así como el rendimiento to tal de la turbina en estudio.

Utilizando las ecuaciones (69) y (70), y despejando \dot{V}_1 , de ambas se tiene:

$$\dot{V}_1 = \frac{n_\delta^2 (\Delta h i)^{3/2}}{\omega^2} \quad (69')$$

$$\dot{V}_1 = \frac{D^2 (\Delta h i)^{1/2}}{d_\delta^2} \quad (70')$$

igualando las ecs. (69') y (70') :

$$\frac{n_\delta^2}{\omega^2} (\Delta h i)^{3/2} = \frac{D^2}{d_\delta^2} (\Delta h i)^{1/2}$$

quedando:
$$\Delta h = \left(\frac{D \omega}{n_\delta d_\delta} \right)^2 \quad (71)$$

Ahora, despejando $\Delta h i$ de las mismas ecuaciones, se tiene:

$$\Delta h i = \frac{\omega^{4/3} \dot{V}_1^{2/3}}{n_\delta^{4/3}} \quad (69'')$$

$$\Delta h i = \frac{d_\delta^4 \dot{V}_1^2}{D^4} \quad (70'')$$

igualando las ecs. 69'' y 70'', y despejando \dot{V}_1 , se tiene:

$$\dot{V}_1 = \left[\frac{D}{d_\delta} \left(\frac{\omega}{n_\delta} \right)^{1/3} \right]^3 \quad (72)$$

Utilizando el diagrama $n_d d_d$ de la fig. 16, para turbina de acción de admisión parcial con grado de admisión del 3%; se obtienen los siguientes valores:

η	d_d	n_d
40 %	48.548	0.01551
30 %	54.205	0.00681
20 %	56.927	0.00388

Para $\eta = 40\%$, utilizando las ecs. (71) y (72),

$$\Delta h_i = \left[\frac{D\omega}{n_d d_d} \right]^2, \text{ donde } \omega = \frac{2\pi}{60} N$$

quedando:

$$\Delta h_i = 0.9756869 \times 10^{-3} N^2 \text{ (J/kg)}$$

y

$$\dot{V}_1 = \left[\frac{D}{d_d} \left(\frac{\omega}{n_d} \right)^{1/3} \right]^3$$

quedando:

$$\dot{V}_1 = 0.6685 \times 10^{-6} N \text{ (m}^3/\text{seg)}$$

Como se puede observar, tanto Δh_i y \dot{V}_1 dependen sólo de N .

Para una eficiencia del 30%:

$$\Delta h_i = 0.40597923 \times 10^{-2} N^2 \text{ (J/kg)}$$

y

$$\dot{V}_1 = 0.10939 \times 10^{-5} \text{ N } (m^3/\Delta eg)$$

Para una eficiencia del 20%:

$$\Delta h_i = 0.0113390506 \text{ N}^2 \quad (J/kg)$$

y

$$\dot{V}_1 = 0.16576 \times 10^{-5} \text{ N } (m^3/\Delta eg)$$

En las figs. 33 y 34 se muestra el comportamiento de Δh_i y \dot{V}_1 en función de la velocidad de rotación N , para 20, 30 y 40% de rendimiento total.

Al aumentar la velocidad de rotación, manteniendo constante la presión de salida, aumentará la presión de entrada para seguir teniendo la misma eficiencia según los parámetros de velocidad específica y diámetro específico.

De las figs. 33 y 34 se puede observar que para una velocidad de giro, el salto entálpico y el flujo volumétrico son mayores entre menor es la eficiencia. Por ejemplo, para 12000 rpm el salto entálpico es de 140.49, 584.61 y 1632.83 kJ/kg, y el flujo volumétrico de 1.73, 3.17 y 5.04 m^3/s , para 40, 30 y 20% de eficiencia, respectivamente.

En la fig. 35 se presenta la presión óptima de operación, según la velocidad de rotación, para que la turbina en estudio trabaje en condiciones óptimas.

timas de acuerdo a las figs. 15 y 16. Por ejemplo, para una presión de 3.0 bar, la turbina debería operar a 15,000 rpm, para obtener un rendimiento total de 40%.

Esta gráfica (35), se elaboró de la siguiente manera: para varias velocidades de giro se obtuvo el salto entálpico que debería ocurrir en la turbina (según la fig. 33), este salto entálpico se localiza en el diagrama de Mollier, con una presión de salida constante para todos los casos, y así se obtiene la presión de entrada que lo produciría.

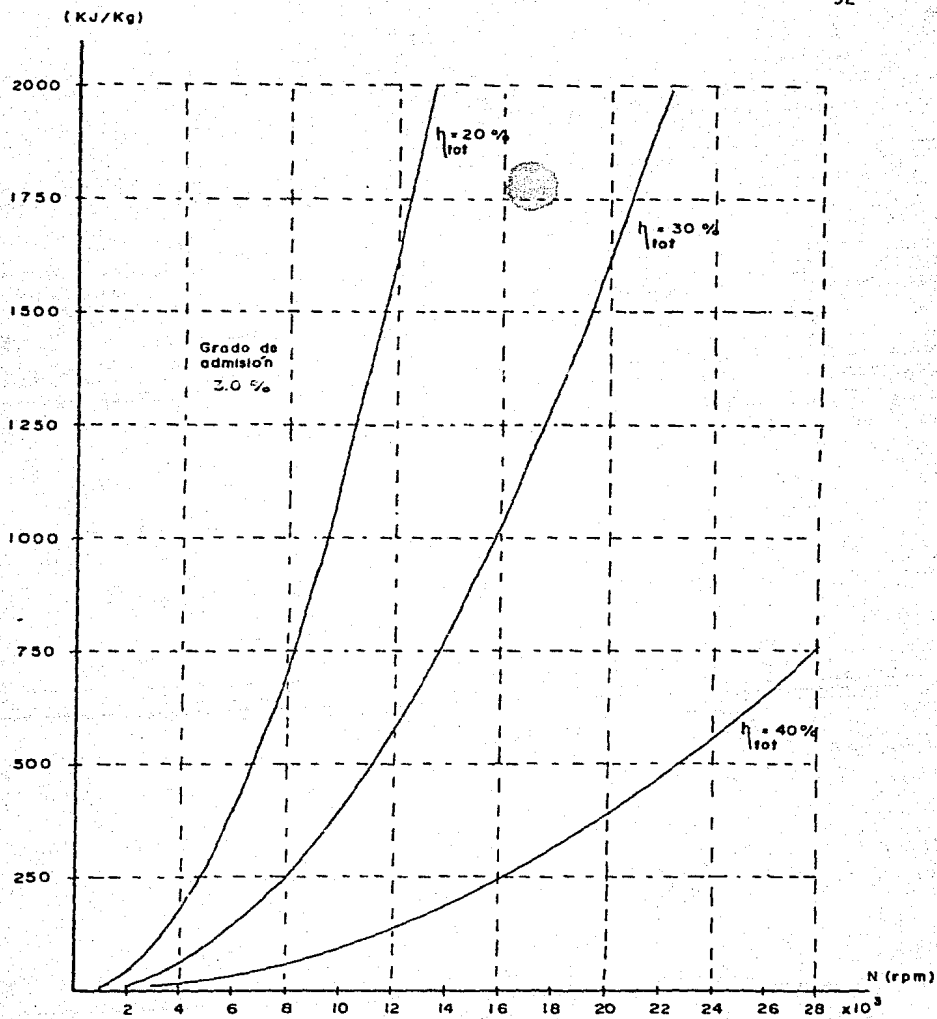


Fig. 33 Salto entálpico en función de la velocidad de rotación en una turbina de acción con admisión parcial para 20, 30 y 40 % de rendimiento total.

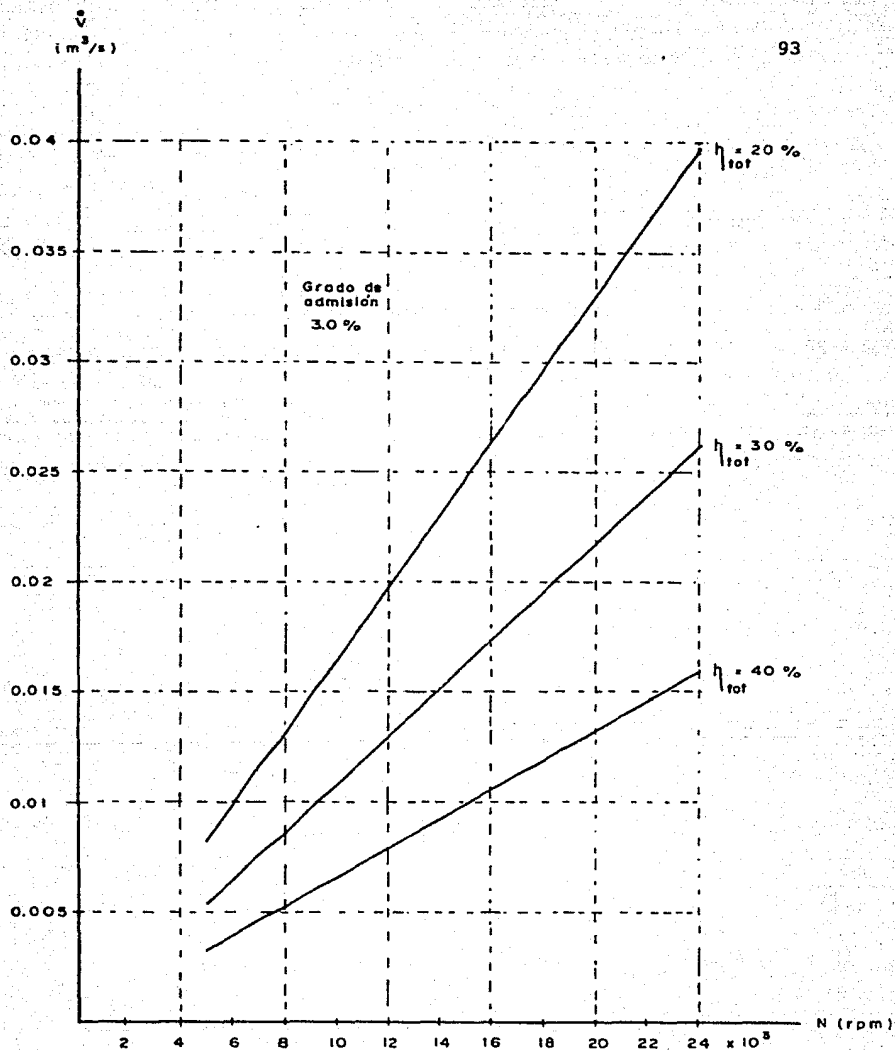


Fig. 34 Flujo volumétrico en función de la velocidad de rotación en una turbina de acción con admisión parcial para 20, 30 y 40 % de rendimiento total.

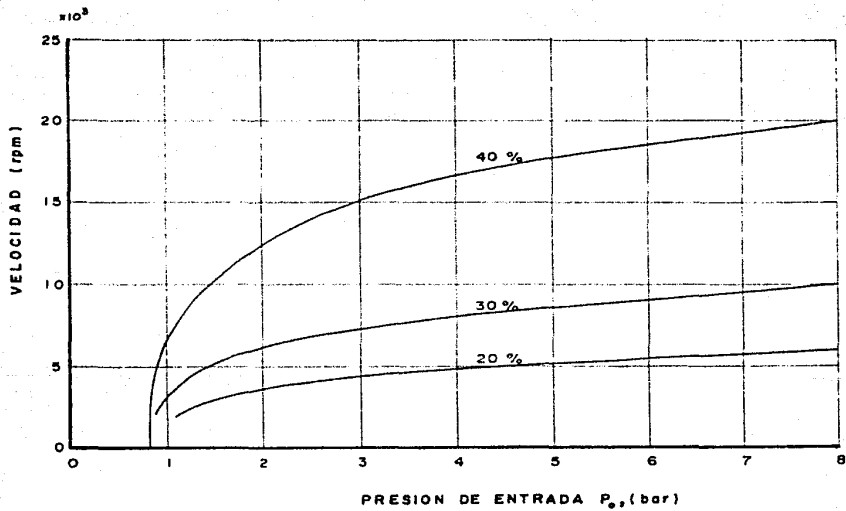


Fig. 35 Condiciones óptimas de presión y velocidad en una turbina de acción con admisión parcial del 3%, para 40, 30 y 20 % de rendimiento total (presión de salida, 0.79 bar).

4. PRUEBAS HECHAS A LA TURBINA

4.1 Trabajos previos a este estudio

En febrero de 1977, en el Instituto de Ingeniería, UNAM, se realizó un estudio teórico y experimental de la turbina en cuestión. Ref. (4).

Fué construida por la casa Willkers Turbinas de Vapor de México, con las siguientes características:

·	Turbina de vapor sin gobernador y sin dispositivo de disparo		
·	Potencia	1	Hp
·	Máxima presión del vapor	7	Kg/cm ²
·	Máxima contrapresión	0.703	Kg/cm ²
·	Velocidad de rotación máxima	4000	r.p.m.
·	Gasto de vapor	36	lb/hr Hp

Este tipo de turbina se fabrica con el propósito de utilizarse en los ingenios azucareros, en principio para mover pequeñas bombas, quemadores de petróleo, etc.

En las pruebas realizadas, Ref. (4), para medir la potencia, se utilizó un alternador de 12 a 16 volts y 65 amper; posteriormente un freno y por último una bomba centrífuga (figuras 36 y 37).

Estas pruebas consistieron en mantener la velocidad constante y el gasto

Tabla 4. Resumen de resultados usando alternador para frenar la turbina. Véase la fig. 3B. Ref. (4)

N (rpm)	T ₀ (°C)	P ₀ (bar)	T ₁ (°C)	P ₁ (bar)	T _{con} (°C)	T _{SA} (°C)	T _{SA} (°C)	\dot{m} $\times 10^3$ (Kg/s)	I (Amp)	V (Volt)	W (watt)	η_{mec} (%)	η_{tot}
TURBINA				CONDENSADOR				ALTERNADOR					
3225	122.0	2.29	79	0.78	62	20	22.0	7.98	15	0.60	9.0	2.2	0.65
3225	129.5	3.00	76	0.78	60	20	23.4	9.12	24	0.90	21.6	3.7	1.09
3225	136.0	3.53	82	0.78	60	20	27.0	11.36	30	1.25	37.5	4.5	1.36
3225	142.0	4.22	83	0.76	63	20	30.0	12.74	83	1.50	44.5	4.8	1.28
3225	141.0	3.70	80	0.78	70	20	32.0	13.12	35	1.50	52.5	5.2	1.59
3225	149.0	5.20	85	0.78	70	20	30.0	14.64	44	1.80	79.2	5.9	1.67
3225	149.0	4.84	84	0.78	80	20	35.0	15.80	40	1.75	70.0	5.0	1.50

Tabla 5. Resumen de resultados usando freno tipo Prony para frenar la turbina. Véase la fig. 3B. Ref. (4)

N (rpm)	P ₀ (bar)	T ₀ (°C)	T ₁ (°C)	T _{SA} (°C)	T _{SA} (°C)	T _{con} (°C)	F (N)	\dot{m} $\times 10^3$ (Kg/s)	W (watt)	η_{mec} (%)	η_{tot}
1000	2.15	124	91.5	13	24	48	2.45	6.42	28.85	3.3	2.75
1000	2.83	131	95.0	13	24	56	3.92	8.25	46.16	4.7	2.69
1000	3.23	136	97.0	13	26	59	4.91	9.00	57.70	5.6	2.80
1000	3.84	144	100.0	13	28	66	5.89	12.00	68.30	4.9	2.21
1000	4.21	146	104.0	13	31	74	6.87	13.31	80.78	5.3	2.23
1000	4.68	151	106.0	13	31	79	7.85	14.72	92.32	5.6	2.17

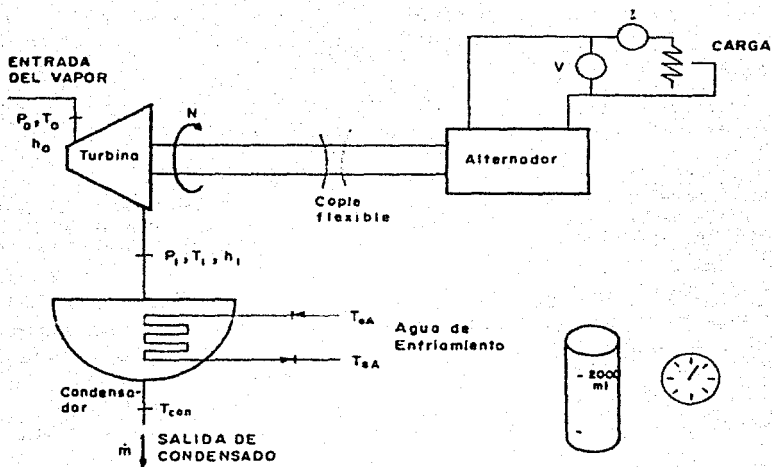


Fig. 36 Diagrama para identificar nomenclatura usada en la tabla 4.

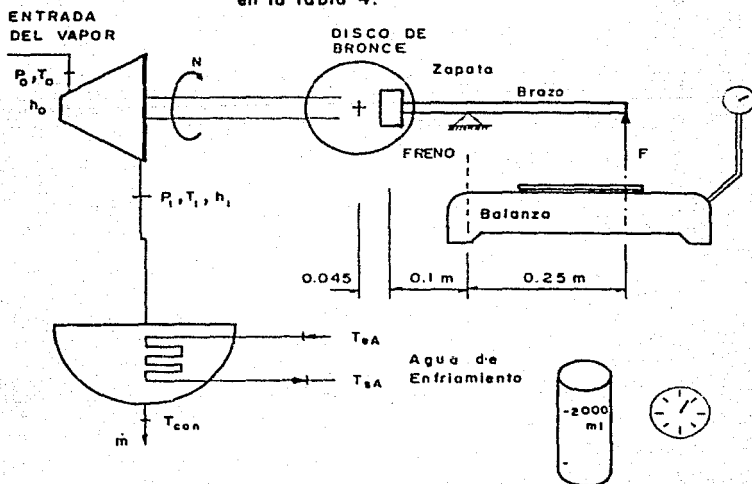


Fig. 37 Diagrama para identificar nomenclatura usada en la tabla 5.

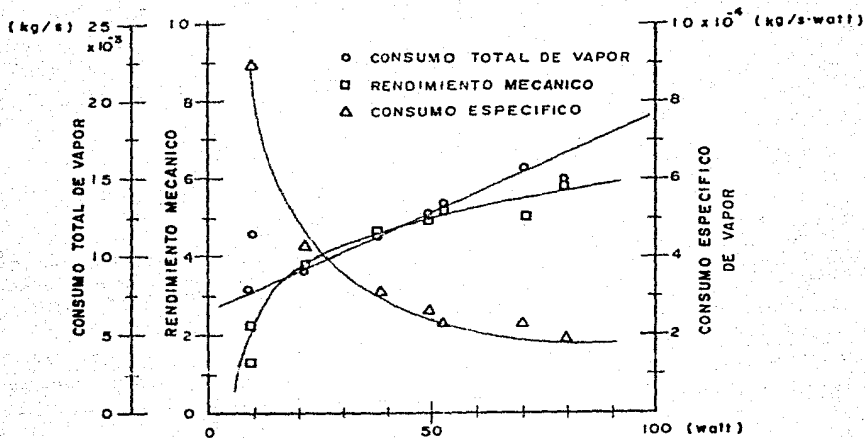


Fig. 38 Curvas características de la turbina usando el alternador. Ref. (4)

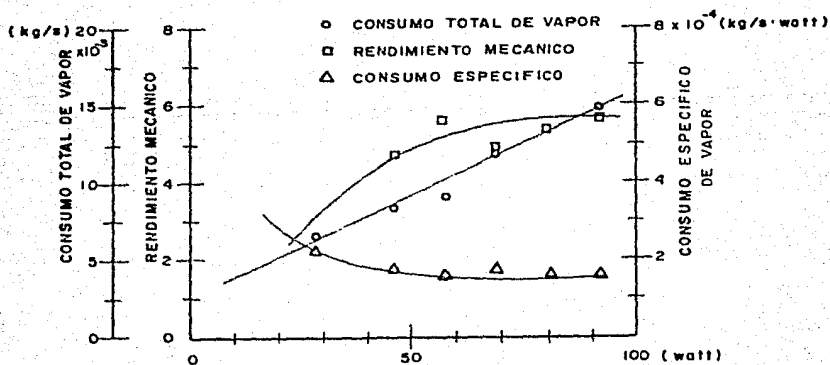


Fig. 39 Curvas características de la turbina usando freno tipo Prony. Ref. (4)

de vapor variable para diferentes cargas.

Los resultados de estas pruebas se resumen en las Tablas 4 y 5, y en las figuras 36 y 37.

4.2 Problema principal y modificaciones a la turbina

La tapa posterior de la turbina, figs. 40 y 42, muestran el canal de escape que conduce el vapor a la salida. La rampa formada al inicio del canal se hizo originalmente por el fabricante para desviar el chorro en la dirección del giro del rodete y conducirlo por el canal para desalojarlo.

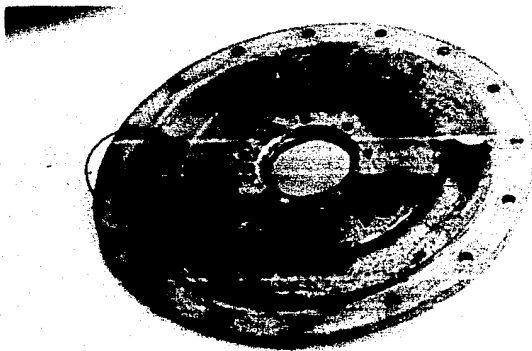


Fig. 40 Tapa posterior de la turbina, que muestra la zona donde chocaba el vapor.

Desafortunadamente la posición del canal y la rampa en la tapa posterior de la turbina no es la adecuada, ya que el flujo de vapor choca ligeramente fuera del canal (considerando una sola partícula al centro del flujo del vapor) y además está muy alejado de la rampa inversora del flujo, tal como se puede apreciar en las figs. 40 y 42, lo cual implica que el flujo de vapor, después de ser desviado por los álabes, toma una dirección contraria al giro del rodete (véase la fig. 41), lo que origina un frenado directo sobre los álabes y aumenta las pérdidas por rotación al moverse el vapor fuera del canal de desalojo.

Para que el flujo de vapor chocara en la parte central de la rampa, el canal tendría que ensancharse hacia el perímetro de la turbina unos milímetros, y además el ángulo del vapor a la salida del álabe debería tener un valor de 16° valor que es imposible conseguir, ya que no alcanzaría un valor tan pequeño ni aún estando parado el rodete. El valor del ángulo de salida cuando el rodete tiene velocidad de rotación nula es de 19° (ángulo de salida de la tobera).

Una solución que se pensó resolvería este problema, consiste en girar la posición de la tapa posterior para centrar el chorro de vapor sobre la rampa, pero no fue posible ya que el dispositivo de aceite para lubricar estaría desnivelado. En la fig. 43 se presenta la turbina despiezada.

Por estas razones, para mejorar las condiciones de operación, la opción más viable fue hacer que la turbina tuviera un nuevo escape del vapor.

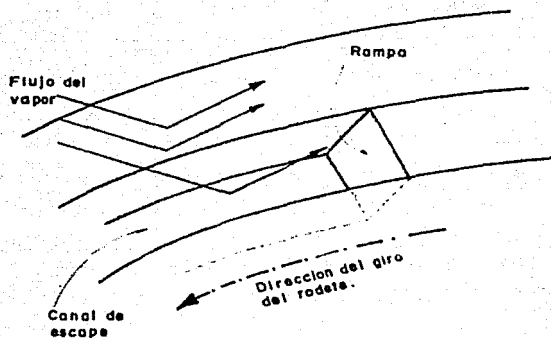


Fig. 41 Figura que muestra como el flujo de vapor toma una dirección contraria al giro del rodete.

Después de analizar algunas alternativas, se eligió hacer el escape al frente de la tobera (tapa anterior, fig. 44), considerando la desviación del chorro de vapor producida por los álabes, como se muestra en las figs. 46 y 47.

Para definir el lugar donde el flujo de vapor choca con la tapa posterior de la turbina, es necesario conocer como varía y cuál es la trayectoria del mismo en función de la velocidad de rotación. Para lograr esto se auxilió de las figs. 45 y 46.

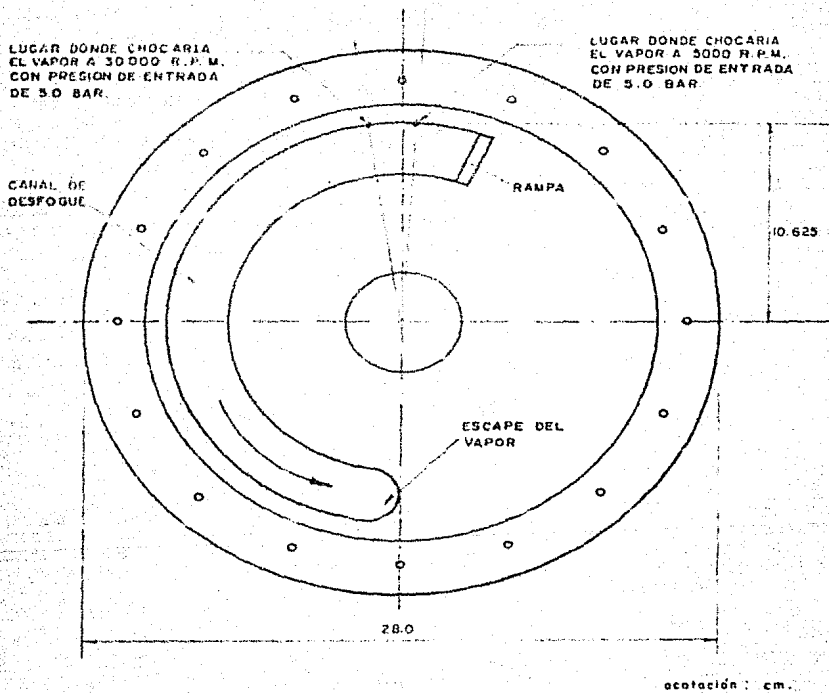


Fig. 42 Localización de los puntos de incidencia del flujo de vapor en la tapa posterior a varias rpm.

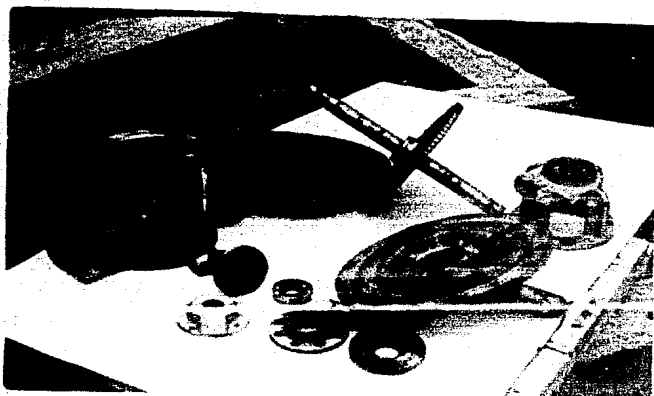


Fig. 43 Turbina despiezada, mostrando la tapa anterior y posterior, rodete, estoperos y soportes para rodamiento.

La Tabla 6 resume los valores calculados del ángulo de salida, en función de la velocidad de rotación para algunas presiones de entrada. Al analizar esta tabla se observa que este ángulo (a una cierta velocidad de rotación) se incrementa al disminuir la presión de entrada P_0 . Para presiones pequeñas, el ángulo de salida sufre mayor incremento al pasar de una velocidad a otra.

De la Tabla 7, que muestra la variación máxima del ángulo de salida en función del rango de la velocidad de rotación, se concluye que a presiones pequeñas, este ángulo, sufre variaciones más grandes, por ejemplo, para una presión de 1.5 bar, el ángulo varía 128° al pasar la velocidad de 5,000

a 3,000 rpm; para 7 bar, el ángulo sólo cambia 55.24°.

Tabla 6. Angulo de salida para diferentes presiones y diferentes r.p.m.

N (rpm)	PRESION DE ENTRADA (bar)						
	7.0	6.0	5.0	4.0	3.0	2.0	1.5
5 000	22.14	22.28	22.46	22.73	23.20	24.25	25.68
10 000	26.44	26.82	27.35	28.15	29.58	33.10	38.55
15 000	32.59	33.44	34.64	36.52	40.03	49.64	66.74
20 000	41.83	43.58	46.12	50.22	58.23	80.65	111.54
25 000	56.15	59.56	64.54	72.54	87.26	117.49	140.64
30 000	77.38	82.92	90.55	101.50	117.62	140.31	153.92

El nuevo escape (orificio) hecho a la turbina (figs. 47 y 48), se localizó tomando como base la trayectoria del flujo de vapor (figs. 42 y 46).

El rango de velocidades para hacer el nuevo escape se tomó de 5000 a 30 000 r.p.m., con una presión de 5 bar.

Para presiones menores podría operar de la siguiente forma: para 4 bar, el orificio desalojaría vapor sin dificultad hasta una velocidad de 28 000 r.p.m., para 3 bar, hasta 25 000 r.p.m., para 2 bar, hasta 21 000 r.p.m., para 1.5 bar, hasta 17 500 r.p.m.; por lo que este orificio cubre un rango muy amplio de velocidades de rotación aún para presiones menores a 5 bar.

Tabla 7 Incremento del ángulo de salida del vapor a partir de 5000 rpm para las velocidades indicadas según la presión de entrada.

N (rpm)	PRESION DE ENTRADA (bar)						
	7.0	6.0	5.0	4.0	3.0	2.0	1.5
10 000	4.30	4.54	4.89	5.42	6.38	8.85	12.87
12 000	10.45	11.16	12.18	13.79	16.85	25.30	41.06
20 000	19.69	21.30	23.66	27.49	35.03	56.04	85.86
25 000	34.01	37.28	42.02	49.81	64.06	93.24	114.96
30 000	55.24	60.64	68.09	78.77	94.43	116.06	128.24

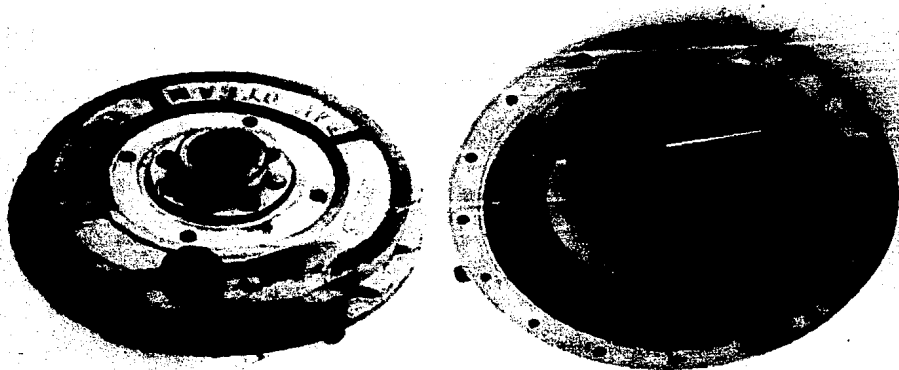


Fig. 44 Tapa anterior de la turbina.

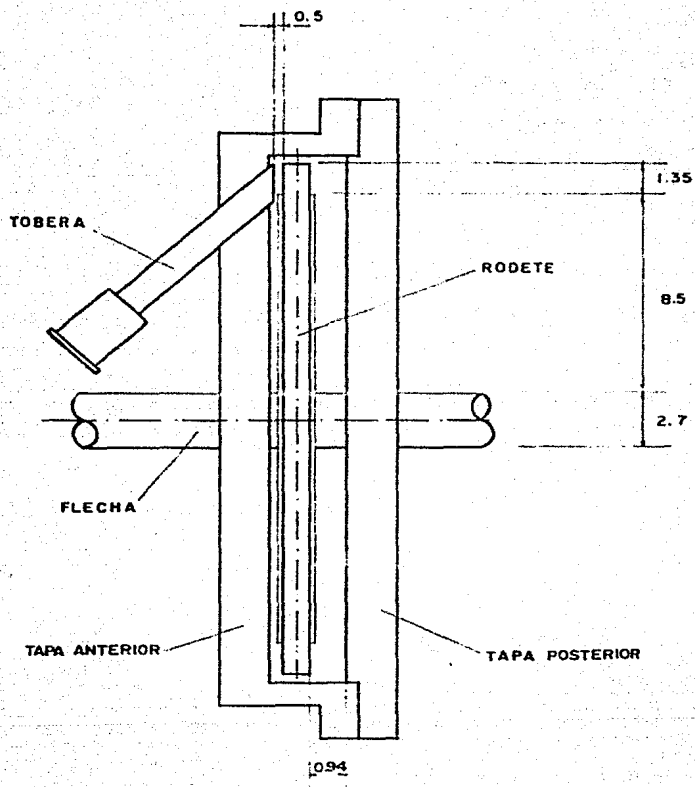
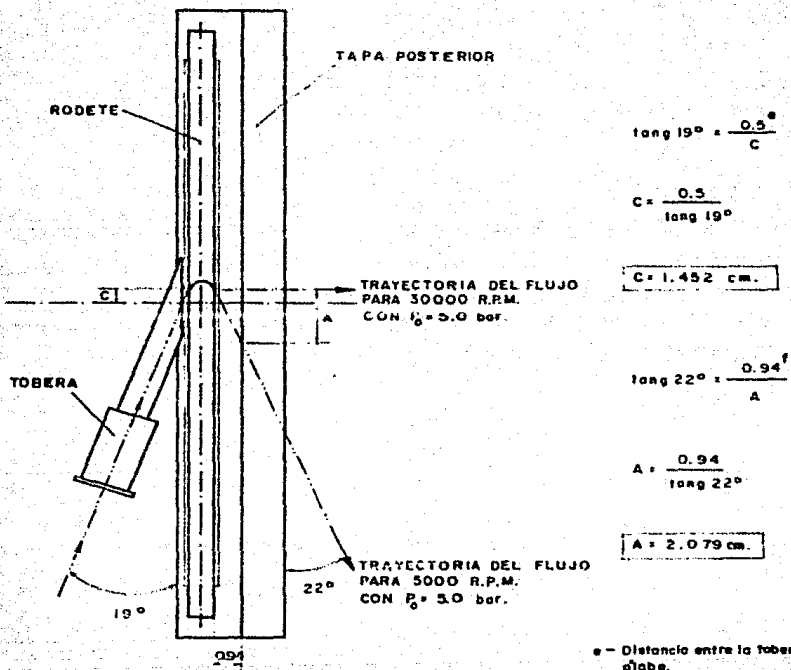


Fig. 45 Corte transversal de la turbina.



e - Distancia entre la tobera y el diabe.

f - Distancia entre el diabe y la tapa posterior.

Fig. 46 Trayectoria del flujo de vapor para varias r.p.m.

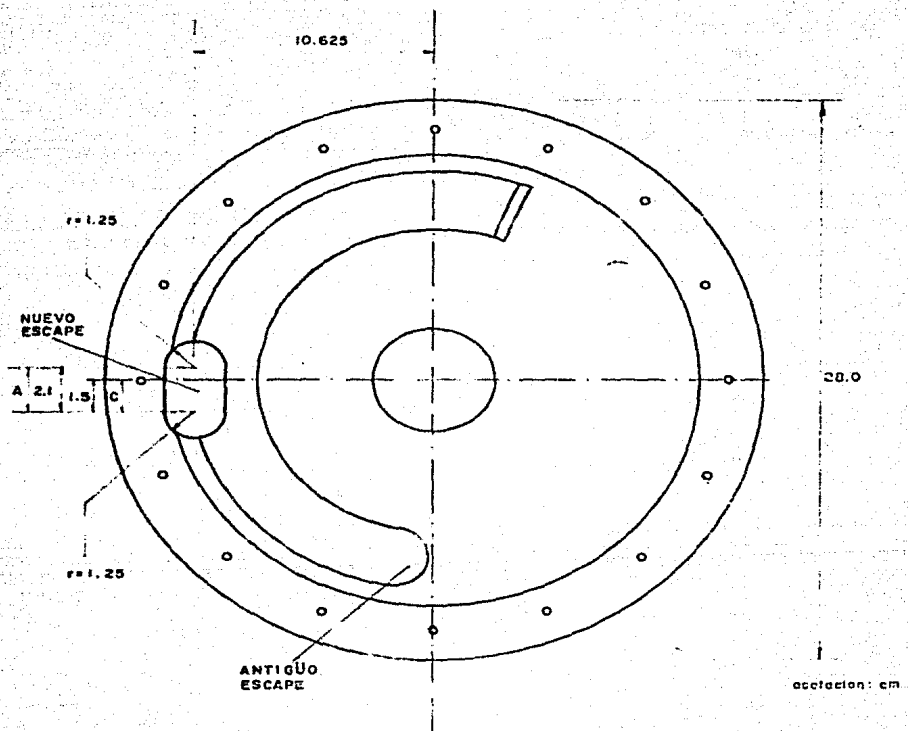


Fig. 47 Localización del nuevo escape de la turbina para desalojar el flujo de vapor.

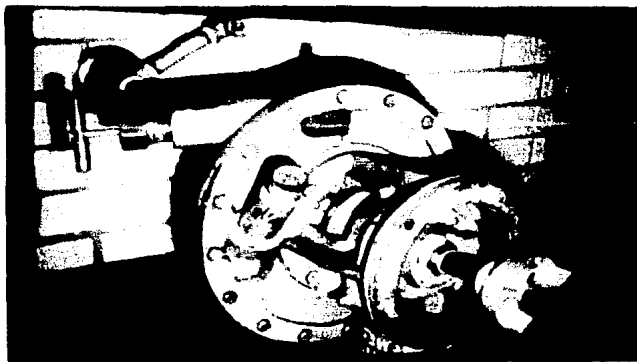


Fig. 48 Figuras que muestran la turbina donde se aprecia el nuevo escape.

4.3 Desarrollo de pruebas después de hecha la modificación

Una vez armado el conjunto, turbina, condensador de contacto directo, dinamómetro y demás elementos (véanse las figs. 49 y 50), las pruebas se iniciaron con observaciones visuales del funcionamiento del sistema, y prosiguieron con la medición de presiones, temperaturas, velocidad de rotación, flujo másico y potencia entregada por la turbina, para calcular los rendimientos mecánico y total de la turbina.

Para estas pruebas se colocaron a la entrada de la turbina un manómetro y un termómetro, este último colocado en un calorímetro; a la salida, el condensador de contacto directo.

La velocidad de giro y la potencia de la turbina se midieron con un dinamómetro electromagnético, el gasto másico de vapor mediante un condensador de contacto directo (depósito con agua en el cual descarga el escape de la turbina). Para realizar esta medición, primero se determinó el peso del depósito con agua y la temperatura inicial, posteriormente, por medio de un ducto flexible el vapor de la turbina se descarga por abajo del nivel del agua durante un tiempo determinado. Para conocer el gasto másico se pesa de nuevo el depósito con agua y se vuelve a medir su temperatura, restandose luego la masa inicial de la masa final y se divide entre el intervalo de tiempo.

Las pruebas se realizaron manteniendo constante la presión de entrada y variando la velocidad de rotación mediante la carga del dinamómetro.

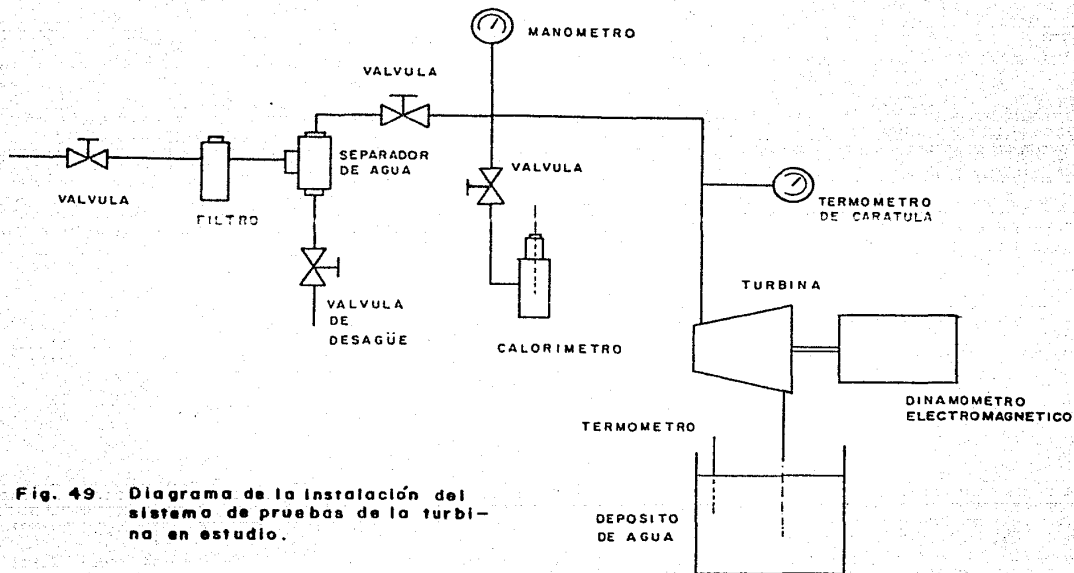


Fig. 49 Diagrama de la instalación del sistema de pruebas de la turbina en estudio.

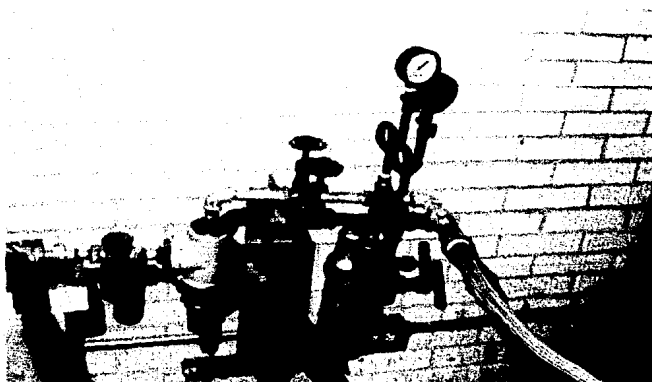
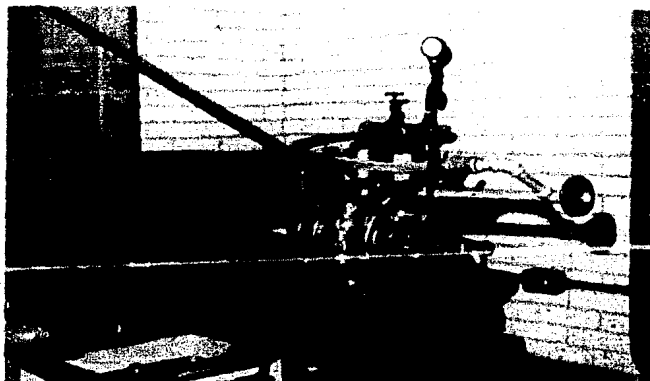


Fig. 50 Figuras que muestran los componentes en la instalación de la turbina.

Cuando se aplica una carga por medio del dinamómetro, el brazo de palanca del mismo se desnivela, produciendo una fuerza sobre la celda de carga, la que registra por un dispositivo electrónico. Esta celda está colocada a un pie de distancia del centro del eje de giro del dinamómetro.

Para medir la potencia entregada por la turbina se tuvo una dificultad, la celda de carga no alcanzaba a leer la fuerza aplicada sobre ella, ya que ésta era muy pequeña para el rango de medición.

Para resolver el problema de medir la potencia, la celda de carga se eliminó y fue sustituida por un recipiente colocado en el extremo opuesto al que ocupaba la celda, también a un pie de distancia del eje giro del dinamómetro. Este recipiente serviría para nivelar el brazo de palanca agregándole agua, cuando se aplicara una carga a la turbina en operación. Por lo que la potencia se calcularía al multiplicar el par producido por la masa del agua del recipiente y la velocidad de giro del eje de la turbina.

4.4 Resultados

De las pruebas realizadas a la turbina, la Tabla 8 resume los resultados del rendimiento mecánico y rendimiento total, así como otros valores de importancia. Los rendimientos se calcularon con las ecuaciones (11a) y (11b), respectivamente.

Tabla 8 Resumen de resultados de las pruebas después de hecha la modificación.

N (rpm)	P ₀ (bar)	\dot{m} $\times 10^{-2}$ (kg/s)	W (watt)	Rendimiento Mecánica (%)	Rendimiento Total (%)
1500	3.73	1.3403	118.81	11.62	3.54
	3.00	1.0846	120.39	16.99	5.16
2000	3.63	1.3055	155.24	15.87	4.83
	3.78	1.3579	152.07	14.54	4.43
	4.81	1.7114	193.26	12.71	3.38
2030	4.60	1.6436	160.79	11.27	3.44
2090	3.54	1.2784	112.57	11.84	3.63
2500	3.00	1.0846	138.61	19.57	5.94
	3.68	1.3228	186.13	18.61	5.66
	4.60	1.6433	186.13	13.04	3.98
2700	3.34	1.1935	145.20	17.31	5.60
3000	2.95	1.0672	156.83	22.78	6.92
	4.81	1.7114	291.79	19.18	5.85
3500	2.90	1.0501	171.87	25.71	7.80
	3.63	1.3055	227.32	23.24	7.07
	4.70	1.6775	338.20	22.94	6.99
4000	3.54	1.2784	221.77	23.33	7.14
5000	3.54	1.2784	348.50	36.67	11.23
	4.20	1.5038	426.91	34.53	10.52
8500	5.69	2.0300	1448.40	60.67	22.15

Sólo en el último renglón de resultados de la Tabla 8, correspondiente a 8500 rpm, la potencia fue medida con la celda de carga del dinamómetro. Este fue el resultado de la primera prueba realizada con anterioridad a las otras.

En la fig. 51 se presentan los resultados de la Tabla 8. Esta figura muestra la variación del rendimiento mecánico en función de la potencia entregada por la turbina.

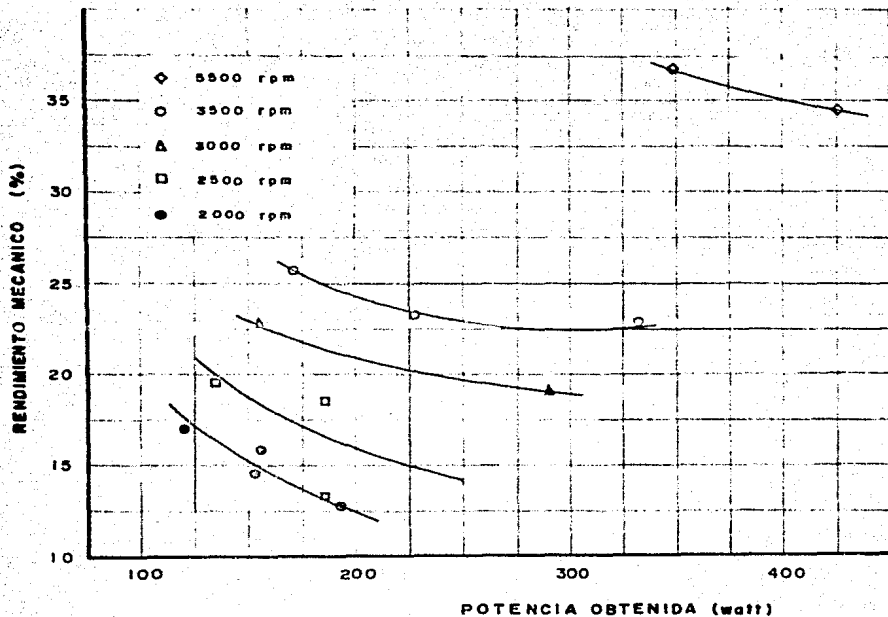


Fig. 51 Rendimiento mecánico de la turbina en función de la potencia obtenida.

4.5 Conclusiones

El análisis teórico realizado en este trabajo arroja resultados interesantes. En el primer caso de análisis desarrollado a partir de la ecuación de Euler, se observa que una turbina de acción con admisión parcial de una

sola etapa, donde sólo se consideran pérdidas en la tobera y por velocidad residual, su rendimiento mecánico máximo únicamente depende del ángulo con que el vapor entra a los álabes (véase anexo 1), es decir, es independiente de las condiciones de operación. Primer análisis que a pesar de carecer de interés práctico, da una idea de los valores de rendimiento que podría alcanzar la turbina en estudio. Para esta turbina en particular el rendimiento mecánico máximo que se encontró es de 84.04%.

En el segundo caso de este análisis además de las pérdidas consideradas en el primero, se incluyen las pérdidas por rotación, estas pérdidas, como se observa en la fig. 29, aumentan exponencialmente según la velocidad de rotación. Al incluir estas pérdidas en el análisis, fig. 30, el rendimiento mecánico máximo es diferente para cada presión de entrada, y ya no alcanza valores tan grandes como en el primero. Esta disminución tan grande del rendimiento mecánico máximo se debe a que las pérdidas por rotación son mucho mayores que las otras pérdidas mencionadas, y sobre todo en una turbina con un grado de admisión tan bajo. A menor grado de admisión, mayores son las pérdidas por rotación.

En el otro análisis, según el concepto de similitud, los resultados son similares a los obtenidos mediante la ecuación de Euler. Los rendimientos encontrados en ambos análisis son un orden de magnitud mayores que los obtenidos en el estudio anterior a este trabajo, por lo que resultó ser relativamente fácil elevar el rendimiento. Esto se logró reubicando el escape de la turbina.

De la Tabla 3 se observa que la turbina en estudio debería tener un grado de admisión mayor que el actual. También con la fig. 32 se aprecia que al aumentar el número de toberas, el grado de admisión real se acerca al grado de admisión teórico. De esta última observación se podría sugerir en colocar más toberas a la turbina, y así conseguir que alcanzara las condiciones óptimas de operación.

Los estudios realizados con anterioridad a este trabajo arrojan un valor máximo de rendimiento mecánico y total de 5.9 y 1.67%, respectivamente, para 3225 rpm y 5.2 bar. En general todos los valores de rendimiento aquí obtenidos son muy bajos, además, al observar las figs. 36 y 37, se encuentra que el comportamiento de la curva rendimiento mecánico contra potencia es contrario a lo que indican la teoría y los resultados experimentales actuales, véase las figs. 31 y 51.

Al comparar los valores de rendimiento que tenía la turbina en estudio antes de la modificación, con los aquí alcanzados, se puede considerar que este trabajo tuvo éxito. Se alcanzaron valores de rendimiento mecánico de 24%, aproximadamente, para 3225 rpm y 3 bar, que es seis veces más grande que el obtenido en el estudio anterior, para las mismas condiciones de operación.

De los resultados aquí obtenidos se puede decir que esta turbina debe operar a altas velocidades, para alcanzar rendimientos aceptables, ya que a bajas velocidades, la potencia generada y el rendimiento son muy pequeños.

REFERENCIAS

1. *"Turbomáquinas Térmicas"*
Autor: Claudio Mataix
Editorial: DOSSAT, S.A.
España 1973

2. *"Steam and Gas Turbines"*
Autor: A. Stodola
Editorial: Mc. Graw-Hill Vol. I
Estados Unidos 1981

3. *"Turbinas de Vapor y de Gas"*
Autor: Lucien Vivier
Editorial: URMO, S.A.
España 1975

4. *"Introducción y Ensayes de Laboratorio de una turbina tipo sección tobera y rodete único"*
Autor: Alan Díaz Cárdenas
Instituto de Ingeniería
Ciudad Universitaria 1977

5. *"Ingeniería Termodinámica"*
Autor: William C. Reynolds
Editorial: Mc. Graw-Hill

México, D.F. 1980

6. *"Turbomachines"*

Autor: O.E. Balje

Editorial: John Wiley and Sons.

Estados Unidos 1981

7. *"Theory and Design of Steam and Gas Turbines"*

Autor: John F. Lee

Editorial: Mc. Graw-Hill

Estados Unidos 1954

8. *"Steam Turbines"*

Autor: E.F. Church

Editorial: Mc. Graw-Hill

Estados Unidos, 1956

ANEXO 1

El rendimiento máximo de una turbina de acción, considerando sólo las pérdidas en la tobera y por velocidad de salida, se obtiene de la forma siguiente:

Del concepto de eficiencia,

$$\eta = \omega_R / \omega_T \quad (a)$$

donde:

$$\omega_R = \bar{U} (1 + \phi) (V_1 \cos \alpha_1 - \bar{U}) \quad (b)$$

$$\omega_T = \Delta h = V_1^2 / 2 \quad (c)$$

Obteniendo la derivada de ω_R con respecto a \bar{U} , e igualando a cero, se tiene:

$$d\omega_R / d\bar{U} = V_1 \cos \alpha_1 (1) - 2\bar{U} + \phi V_1 \cos \alpha_1 - 2\phi\bar{U} = 0$$

agrupando términos y despejando \bar{U} , se tiene:

$$\bar{U} = V_1 \cos \alpha_1 / 2 \quad (d)$$

expresión que da la velocidad de rotación para que ω_R sea máximo.

Substituyendo la ec. (d) en la ecuación (b) se tiene:

$$w_{R_{max}} = V_1^2 \cos^2 \alpha_1 (1 + \phi)/4 \quad (e)$$

Substituyendo las ecs. (c) y (e) en la ec. (a), se tiene:

$$\eta_{max} = (V_1^2 \cos^2 \alpha_1 (1 + \phi)/4) / (V_1^2/2)$$

reagrupando términos se tiene finalmente:

$$\eta_{max} = \cos^2 \alpha_1 (1 + \phi)/2$$

Para el caso de la turbina en estudio:

donde, $\alpha_1 = 19^\circ$ y $\phi = 0.88$

$$\eta_{max} = 84.036\%$$

ANEXO 2

De la ec. (25), incluyendo el trabajo que debe realizar el flujo para vencer las fuerzas de rozamiento, la entalpía $h = u + pv$, y dividiendola por el flujo másico, tenemos:

$$q_{1-2} = (u_2 - u_1) + (p_2 v_2 - p_1 v_1) + (V_2^2/2 - V_1^2/2) + g(z_2 - z_1) + w_{1-2} + w_{roz}$$

Esta ecuación en su forma diferencial queda:

$$dq = du + d(pv) + \bar{V} d\bar{V} = g dz + dw + dw_{roz} \quad (f)$$

La ecuación del primer principio de la Termodinámica en donde la única forma de trabajo es la expansión es:

$$dq = du + pdv \quad (g)$$

Por su esencia, las ecs. (f) y (g) son idénticas y expresan el primer principio de la termodinámica. Por lo que los segundos miembros de estas ecuaciones pueden igualarse, quedando:

$$\bar{V} d\bar{V} = -v dp - g dz + dw + dw_{roz} \quad (h)$$

El análisis de esta ecuación (h), permite hacer deducciones interesantes acerca de los posibles procedimientos de acelerar un flujo.

Obteniendo la diferencial total de p con respecto a v y δ , se obtiene:

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\delta} dv + \left(\frac{\partial p}{\partial \delta}\right)_{v} d\delta \quad (i)$$

La derivada parcial $(\partial p/\partial \delta)_{v}$, puede presentarse de la forma siguiente:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \delta}\right)_{v} = - \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\delta} \left(\frac{\partial v}{\partial \delta}\right)_{p} \quad (j)$$

Como,

$$\left(\frac{\partial v}{\partial \delta}\right)_{p} = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{p} \left(\frac{\partial T}{\partial \delta}\right)_{p} \quad (k)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \delta}\right)_{p} = \frac{T}{c_p} \quad (l)$$

sustituyendo las ecs. (k) y (l) en la ec. (j), se tiene:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \delta}\right)_{v} = - \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\delta} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{p} \frac{T}{c_p} \quad (m)$$

sustituyendo la ec. (m) en la ec. (i), se tiene:

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\delta} \left[dv - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{p} \frac{T}{c_p} d\delta \right] \quad (n)$$

De la ecuación de Laplace,

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\delta} = - \frac{a^2}{v^2} \quad (o)$$

De la ecuación de continuidad (32), se deduce que:

$$dv = v \left[\frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} \right] \quad (p)$$

y la diferencial de la entropía,

$$ds = \frac{dq}{T} \quad (q)$$

En el caso de una corriente con rozamiento, el trabajo del flujo que se gasta en vencer el rozamiento se transforma totalmente en calor que recibe la corriente. Por lo tanto la magnitud q que figura en el primer miembro de las ecuaciones (f) y (g), representa de por sí la suma del calor que se suministra al flujo desde el exterior (q_{ext}) y del calor de rozamiento (q_{roz}).

$$q = q_{ext} + q_{roz}$$

de aquí tenemos:

$$ds = \frac{dq_{ext} + q_{roz}}{T} \quad (r)$$

donde el calor de rozamiento es equivalente al trabajo de rozamiento w_{roz} .

Tomando en consideración las ecs. (o), (p) y (r), de la ec. (n) se deduce:

$$v dp = - a^2 \left[\frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} - \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \frac{dq_{ext} + dq_{roz}}{c_p} \right] \quad (s)$$

sustituyendo la ec. (s) en la ec. (h) y agrupando miembros, se obtiene:

$$\begin{aligned} (M^2 - 1) \frac{dV}{V} &= \frac{dA}{A} - \frac{1}{vc_p} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dq_{ext} - \frac{1}{a^2} dv - \frac{1}{vc_p} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dq_{roz} \\ &\quad - \frac{1}{a^2} dv_{roz} - \frac{g}{a^2} dz \end{aligned} \quad (t)$$

Teniendo en cuenta que $dq_{roz} = dv_{roz}$, tenemos:

$$\begin{aligned} (M^2 - 1) \frac{dV}{V} &= \frac{dA}{A} - \frac{1}{vc_p} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dq_{ext} - \frac{1}{a^2} dv - \left[\frac{1}{vc_p} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p + \frac{1}{a^2} \right] dv_{roz} - \\ &\quad - \frac{g}{a^2} dz \end{aligned} \quad (u)$$