Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE QUIMICA

La Importancia de la Enseñanza Interdisciplinaria en el Nivel Académico de los Egresados del Bachillerato. (Diseño de Material de Apoyo en el C.C.H. Sobre Matemáticas-Física)

T E S I S

Que para obtener el título de:

INGENIERO QUIMICO

p r e s e n t a :

REYNA MARIA RIVERA JIMENEZ

México, D. F. 1983

I N D I C E

INTRODUCCION

La educación es el mayor instrumento que el hombre ha concebido para su propia superación. Al paso del tiempo se hace necesario contar con sistemas educativos que atiendan con el mayor esmero las necesidades de los educandos. Se requiere una educación que garantice que los estudiantes que van a ser formados sean genuina y urgentemente necesarios para el campo de trabajo, con objeto de satisfacer las exigencias que requiere el desarrollo de la nación.

En los niveles técnico y universitario (bachillerato y profesional) las instituciones educativas tienen una mayor responsabilidad en la formación del joven como un ser útil y productivo para la sociedad. Por ésto es necesario que los planes de estudio posean un carácter polivalente, que por un lado ayuden a preservar los valores culturales del núcleo social al que pertenece el educando y por el otro, que favorezcan la adaptación de los individuos a diferentes contextos de actividades.

La educación a nivel mundial está sufriendo profundas transformaciones. Este hecho es explicable ya que el proceso educativo conlleva a una íntima relación entre los diversos sectores sociales, mismos que se encuentran evolucionando de manera contínua. En nuestro país, considerado como en desarrollo, la educación puede ser uno de los principales factores para lograr la superación social. Es por ésto que los requerimientos de la nación reclaman una educación que vaya más allá de la adquisición, por parte del estudiante, de ciertas habilidades específicas, por lo que deberá insistirse en vincular estrechamente los conocimientos aprendidos en el aula con la propia realidad del educando.

La educación como un proceso integral debe enseñar a los estudiantes los conocimientos necesarios para explotar y administrar racionalmente los recursos naturales de su país, así como establecer condiciones sociales que permitan al grupo social desarrollar y apreciar las facetas artísticas, científicas y culturales.

La actividad humana en sociedad no se desarrolla de manera fragmentaria ya que, por ejemplo, la explotación de una mina no es únicamente un problema --

geológico sino también de ingeniería, sociología, economía, etc. por lo que es necesario buscar una concepción educativa eficiente y a la vez práctica, ya que como afirma Sánchez Azcona[1] "...la visión interdisciplinaria del fenómeno educativo nos permite conciliar los intereses del desarrollo vocacional y profesional de nuestros alumnos...", y continúa más adelante... "Nos permite finalmente, dentro de los postulados de la libertad de cátedra y de autonomía universitaria, poder visualizar nuestro trabajo en una forma integrada, en y para la universidad y para su proyección social en beneficio de nuestro país".

Para lograr lo anterior es urgente establecer planes y programas de estudio en los cuales uno de los propósitos centrales sea estimular la relación interdisciplinaria.

Aunque, debe reconocerse que, actualmente en nuestro país, no existe la suficiente coordinación entre los diversos niveles educativos para respaldar este tipo de iniciativas.

En la UNAM, el fin que persiguen las licenciaturas del área científica-técnica es el de proporcionar profesionales altamente calificados, los cuales, coadyuven al desarrollo industrial óptimo de nuestra nación en donde las fuerzas productivas luchen por un rápido desarrollo.

Para lograr la excelencia académica de los profesionales, las escuelas y facultades de nivel superior requieren que el bachillerato les proporcione individuos que, además de poseer los conocimientos científico-sociales básicos, posean un sistema de valores que les permita, como adultos, que su proyecto de vida personal esté acorde con lo que espera el país de su trabajo.

En este caso la facultad de química busca con la currícula de sus diferentes licenciaturas y posgrados, llenar en lo posible las necesidades de producción de satisfactores mediante la óptima preparación de profesionales de alta calificación.

Para lograr lo anterior, la Facultad de Química requiere que el nivel medio superior le proporcione bachilleres con buena formación, por lo que es urgente que se establezcan algunos mecanismos que permitan realizar estudios que coadyuven a optimizar el proceso enseñanza-aprendizaje en el bachillerato.

II EL BACHILLERATO[2], SUS FINES Y OBJETIVOS

Con objeto de fijar contextualmente el presente trabajo, a continuación se expondrán algunos conceptos sobre el bachillerato en México.

Para efectos de manejo conceptual, se entiende por bachillerato: la fase de la educación que, siendo posterior a la educación media básica y, en su caso, antecedente de estudios superiores, se caracteriza por:

a) La diversidad de sus contenidos de aprendizaje;
b) Iniciar la síntesis e integración de los conocimientos fragmentaria o disciplinariamente acumulados;
c) Ser la última oportunidad en el sistema educativo formal, de establecer contacto con los productos de la cultura en su más amplio sentido, dado que los estudios profesionales tenderán siempre a la especialización en ciertas áreas, formas o tipos de conocimiento, en menoscabo del resto del panorama científico cultural.

En virtud de que el bachillerato es la etapa en que culmina la educación básica anterior a la especialización y quizás la última instancia en la cual el educando tiene contacto con la cultura universal, se hace indispensable que dicho sistema le proporcione una cultura integral básica que vaya acorde con la época en la que vive.

Se ha considerado al bachillerato como una enseñanza dirigida a un cambio continuado; es decir, como una fase de la educación de carácter esencialmente formativo. Los objetivos programáticos de este ciclo educativo han quedado determinados, se trata de que el educando:

- Continúe su formación integral, ampliando su educación en los campos de la cultura, la ciencia y la técnica.
- Se prepare para la formación profesional superior, adquiriendo los conocimientos, métodos, técnicas y lenguajes que requieren dicha formación.

- Adquiera las actitudes y habilidades que lo orienten, preparen y estimulen para el aprendizaje.
- Se capacite para aprender a realizar un trabajo socialmente útil.

A través de este proceso educativo se espera que el bachiller adopte -- concientemente un sistema de valores personales, que ejercite en los métodos — del conocimiento científico, que participe críticamente en la cultura de su - - tiempo, que desarrolle habilidades técnicas, que adquiera, en fin, el instrumental metodológico necesario para su formación, incluída una buena capacidad para el aprendizaje.

Se tratan de hallar las bases racionales de los distintos elementos culturales que el alumno se apropia y acepta, y de llegar a una primera síntesis - personal, intelectual y moral social, como producto propio, lo que supone la -- adopción conciente de un sistema de valores que proviene de la crítica de las - concepciones filosóficas de su tiempo.

El acceso al conocimiento científico se racionaliza cuando el educando- pone en práctica, en su proceso de aprendizaje de las ciencias, una concepción- simplificada de la ciencia, fundada en tres principios básicos: observar, racionalizar.y aplicar, ubicando la importancia del conocimiento teórico científico- en todo proceso de investigación.

Si se considera que la educación debe ser un proceso contínuo, es deseable que exista una integración en cuanto a fines académicos entre el bachillerato y el nivel superior con objeto de hacer coincidente los objetivos que persigue el bachillerato con los requerimientos que soliciten las instituciones de - nivel superior a sus alumnos de primer ingreso. Esta congruencia ideal entre - ciclos educativos, debiera darse a todos los niveles, aunque la mayoría de las veces no llega a lograrse, ya que se invierte tiempo en proporcionar o reforzar conocimientos deficientes del ciclo anterior.

III LA IMPORTANCIA DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS[3]

Hablar de la importancia de las matemáticas resulta reiterativo, ya que todo lo que nos rodea tiene en algún momento relación con el lenguaje matemático, en tanto lenguaje simbólico, en virtud de que son las matemáticas las que pueden cuantificar las ideas, aunque en la actualidad, se padece una crisis intelectual que no dejará de tener consecuencias importantes en lo que respecta a la educación, crisis ligada a los progresos de la ciencia, y que es un resultado directo de la adopción por el hombre de modos científicos de pensamiento y acción. Las tensiones provocadas por esta crisis no desaparecerán hasta que se acepte que la ciencia es una parte fundamental de nuestra cultura, y no solamente en el nivel material sino tambien en las esferas tangentes de la vida intelectual y de la educación.

"A pesar de que los matemáticos relacionados con el desarrollo y las tendencias fundamentales de las matemáticas poseen un conocimiento suficientemente profundo acerca de la constitución de este núcleo central, dicha idea no se ha plasmado adecuadamente en los programas de matemáticas que se explican actualmente en las escuelas y colegios.. Sin embargo, en estos últimos años se ha puesto claramente de manifiesto la necesidad de una modernización general de los programas de Matemáticas explicados en estos centros, y se han dado pasos importantes para satisfacer esta necesidad, sobre todo en los niveles más elevados."

Uno de los aspectos más importantes de esta tarea de examen y reconsideración de las ideas subyacentes en la práctica educativa es el estudio de la revolución silenciosa que se ha llevado a cabo dentro de las matemáticas en esta época. Es imprescindible darse cuenta de la enorme potencialidad que encierra para el progreso en todos los dominios de lo humano, en los que la razón y el pensamiento científico puedan tener un papel importante. Se debe recordar también que las matemáticas han venido ocupando durante dos milenios y medio un lugar importante en la educación insistiendo de modo claro y vigoroso sobre los enormes progresos que se han realizado en este siglo en las matemáticas y en su relación con las demás disciplinas.

En el caso del bachillerato, el estudio de las nociones básicas de matemáticas proveerá al estudiante de una estructura cognoscitiva lógica que le habrá de permitir una mejor comprensión de las conexiones existentes entre los distintos elementos del conocimiento.

En los programas educativos más recientes, particularmente utilizados en el C.C.H., se ha venido tratando de romper con la idea de que las matemáticas son una asignatura difícil, cuya aplicación mecánica de reglas y técnicas resultan tan complejas que llega a perderse el contacto con el mundo real. Asimismo, estos programas de estudio tratan de contribuir a las necesidades actuales de los estudiantes en el sentido de poder aplicar estos conocimientos como una base fundamental en otras áreas del conocimiento, ya que actualmente las matemáticas[4] tienen tal aplicación práctica que han empezado a ser consideradas como herramienta indispensable para reducir a un grado mínimo el margen de error humano ya que abarca a muchas de las variedades del razonamiento deductivo, por lo que ha penetrado en campos de investigación que antes parecían reservados a los especialistas; por ejemplo, en la rama de las letras, la lógica simbólica ha permitido adelantos notables de la lingüística, mientras que la posibilidad de medir los grados de veracidad ha hecho progresar espectacularmente la tecnología de los ordenadores electrónicos. La teoría de los juegos, el cálculo de operaciones, la teoría de la decisión, el análisis de redes, la teoría de la comunicación, etc., constituye- otros tantos intentos de proporcionar modelos matemáticos que permitan comprender mejor y, hasta cierto punto, controlar la política económica, los procesos industriales, la estrategia militar, la planificación administrativa, etc."

Estas interrelaciones de orden práctico no son directamente aplicables a la enseñanza, sobre todo a nivel bachillerato, razón por la cual debe buscarse que el aprendizaje de las matemáticas a este nivel, interrelacione los conceptos en general abstractos con la realidad inmediata del educando.

Debido a la naturaleza abstracta de las matemáticas y al enfoque experimental de las ciencias naturales, en el nivel bachillerato se han buscado métodos eficaces que vinculen la enseñanza de las matemáticas con otras disciplinas científicas.

A veces, los conocimientos adquiridos en las ciencias naturales (física, química y biología), representan un conjunto de hechos aislados, los cuales en su mayor parte han sido memorizados por el estudiante, ya que no disponen explícitamente de los conocimientos matemáticos necesarios para encontrar los lazos de unión que existen entre los resultados experimentales y teoría de un concepto.

Dado que el bachillerato pretende proporcionar una estructura de pensamiento, es en este nivel donde resulta más fácil relacionar los modelos, lenguajes y principios axiomáticos con otros aspectos de la naturaleza; en este punto se considera la posibilidad de establecer una relación constante entre varias asignaturas que pueden servirse una a otra, es decir, buscar que las Matemáticas, la Física, la Química y la Biología se puedan hacer complementarias, tomando en cuenta que las Matemáticas requieren de ejemplos objetivos y las ciencias naturales de herramientas matemáticas.

Existe un punto fundamental de relación entre ellas y éste es el de la utilización de modelos, con el fin de sistematizar y legislar la experiencia pasada para predecir y en cierto modo, tratar de controlar la experiencia futura.

Tienen en común tambien el caso de la evolución de una teoría donde la matemática y la ciencia de manera conjunta, seleccionan las variables pertinentes en un evento o fenómeno estableciendo relaciones funcionales entre ellas.

En efecto: uno de los recursos más útiles en las ciencias naturales es el empleo de los modelos matemáticos[5]. Su aplicación exitosa en el área del conocimiento científico determinó que actualmente son esenciales para describir muchos fenómenos naturales. En la mayoría de los casos, la elaboración de un modelo suele ser uno de los principales objetivos de la investigación científica, pues estos son una descripción más accesible de los fenómenos. Una vez que se construye esta herramienta (una ecuación algebráica o diferencial, una matriz, etc.), se encuentra a merced de las reglas y de las operaciones propias de las matemáticas. Mediante ellas es posible hacer predicciones prácticas sobre el comportamiento del sistema real bajo determinadas condiciones. Por otro lado, el manejo matemático del modelo podría incluso proporcionar otros modelos teóricos que, en principio, deben resultar válidos tambien.

De tal forma que en la medida en que el estudiante desarrolla una cierta comprensión y habilidad en el manejo de los conceptos matemáticos, éste podrá utilizar el razonamiento deductivo como un apoyo para la formulación de reglas, leyes, etc., manejando un lenguaje y simbolismo apropiados para obtener la rigurosidad necesaria que la ciencia exige, así como de manera práctica relacionar estos conocimientos con los de otras áreas.

Para el caso de la física, siendo una materia científica básica y un importante elemento de cultura, así como de preparación imprescindible para el estudio de las demás ciencias experimentales requiere, como herramienta fundamental, ciertos conocimientos de las matemáticas que le permitan formular sus teorías de una manera más precisa y establecer relaciones funcionales entre las variables. Teniendo ésto en cuenta, el estudiante del bachillerato deberá poseer los conocimientos mínimos necesarios de matemáticas para obtener una mejor comprensión y aprovechamiento del estudio de la física, ya que como afirma Rosenblueth[6]: ..."La física empezó como todas las ciencias, con hipótesis y temas y relativamente poca formulación matemática. Pero no fue sino hasta que se desarrolló la llamada Física matemática, o teórica, cuando alcanzó esta ciencia el auge y apogeo que ahora tiene".

Las consideraciones anteriores tienen como finalidad destacar la importancia de establecer una relación constante y permanente entre el área de matemáticas y la de ciencias experimentales, que redunde en beneficio del estudiante de bachillerato, el cual tendrá la capacidad pra detectar la complementariedad en los puntos de vista de ambas materias, la física y las matemáticas, desde el punto de vista de la selección de variables, el modelo teórico provisional y el modelo matemático, el cual muestra la relación entre causa y efecto al manipular las variables seleccionadas.

IV PROBLEMAS DE LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS Y LA FISICA.

Uno de los principales problemas en la enseñanza de las matemáticas ha sido la naturaleza abstracta de sus contenidos. Muchas de las dificultades provienen de que en los centros de educación no se han encontrado métodos eficaces para evitar que la enseñanza de esta asignatura sea algo más que la manipulación de símbolos y una exagerada insistencia en los cálculos ya que,..."Para contestar una examen escrito tradicional de matemáticas el último tiene que analizar el problema con el fin de descubrir cuál de las cosas que ha aprendido es la que se utiliza en el problema que se le plantea. Esto puede ser un ejercicio muy sano, pero nada tiene que ver con las verdaderas matemáticas. Hacer una aplicación matemática para resolver un problema es usar las matemáticas. Tipificar un problema y luego, una vez hallada la categoría a la que pertenece, aplicarle una técnica, es utilizar los resultados de generaciones anteriores, que han elaborado esas categorías y las técnicas a ellas asociadas. Para ello no se requiere pensamiento original alguno; no hay descubrimiento posible. Y a nuestro modo de ver es este el fallo que hace que las matemáticas resulten aburridísimas para la mayoría de los chicos."[7]

Cabría mencionar también el problema de los educadores que efectúan una enseñanza rutinaria, fomentando el aprendizaje de memoria, dejando de lado la importancia de que exista una comprensión de la estructura matemática y sus aplicaciones. Esto lleva a explicitar lo que se entiende por comprensión[8]. Se puede afirmar que una persona comprende cualquier objeto, proceso, idea o hecho, si ve cómo puede utilizarse para satisfacer alguna meta. En cuanto el individuo advierte para qué sirve algo, lo comprenderá hasta cierto punto. Por supuesto, el grado de comprensión propia es siempre relativo.

Dienes[9], afirma que en México como en otros países. "La actual tendencia hacia los libros de texto y las máquinas de enseñar no hace más que perpetuar la enseñanza contemporánea, mecanizada de un modo bastante defectuoso, mediante el perfeccionamiento de las técnicas de tal mecanización , sin caer en la cuenta de que el alumno carece así de oportunidades de pensar por sí mismo.- Aunque es innegable que pueda conseguirse que unos individuos respondan "correc tamente" a unos conjuntos muy complejos de estímulos interdependientes, se sugiere que la enseñanza de las matemáticas consiste en algo más que ésto, en nuestro país, se han hecho algunos esfuerzos para integrar los niveles educativos medio y superior, buscando continuidad en los objetivos de los programas de estudio. Desafortunadamente, estos esfuerzos han sido aislados y sobre todo no han contado con el suficiente apoyo de los responsables de las instituciones educativas. Lo anterior ocasiona que exista un rompimiento entre los fines del bachillerato y los requisitos de ingreso a las escuelas superiores, sobre todo en el aspecto cognoscitivo, siendo la falta de ciertos conocimientos básicos un hecho que afecta, en forma sustancial, el rendimiento de los estudiantes, así como causa alteraciones en los contenidos programáticos, ya que a menudo es preciso insistir sobre aspectos que son de importancia para comprender un tema mejor, invirtiendo una buena cantidad de tiempo y modificando el plan de clases ya elaborado."

De acuerdo con la experiencia adquirida en el bachillerato de C.C.H., se considera que en general la mayoría de las lecciones de matemáticas consisten en dos o tres ejemplos de soluciones de problemas, para posteriormente, resolver cierta cantidad de ejercicios supuestamente prácticos aplicables con exactitud a las etapas mostradas en los ejemplos ilustrados. Estos métodos provocan que el estudiante memorize y siga ciertas cartabones; los conocimientos, así adquiridos, suelen olvidarse con mucha facilidad, lo que limita también el aprendizaje en estudios posteriores.

Con objeto de hacer del aprendizaje de las matemáticas una actividad útil, el presente trabajo va enfocado a la aplicación directa de los conocimientos de Matemáticas I en la Física I, evitando de esta manera el hecho de que "conocimiento que no se aplica, es un conocimiento que se olvida". Este punto de vista hace ver de manera inmediata que los conocimientos en matemáticas tienen una aplicación, aún en el ámbito escolar, con lo que se pretende quitar a las matemáticas adjetivos tales como "materia difícil y aburrida".

PRESENTACION.

Durante mucho tiempo se ha observado que los estudiantes del bachillerato carecen de los elementos adecuados para adquirir la preparación necesaria. - No tienen los conocimientos básicos de la cultura para lograr un buen aprovechamiento en su desempeño escolar. Sólo a través de una comprensión fundamental - podrán formar una estructura para conocer y mantener las conexiones existentes- entre las disciplinas del conocimiento.

Como una respuesta tentativa a la problemática anterior, uno de los objetivos fundamentales de este trabajo es el de reforzar, mediante el ejercicio- y la aplicación, los conocimientos de matemáticas previamente adquiridos por el estudiante antes de ingresar al bachillerato, así como de apoyar los contenidos programáticos del primer semestre del bachillerato del C.C.H. en matemáticas I, con la idea también de establecer un puente interdisciplinario entre las áreas- de matemáticas y ciencias experimentales.

Se pretende también que este trabajo sirva para ayudar al estudiante a adquirir habilidad en resolver problemas tipo, así como para mejorar las rutinas de estudio y técnicas de autoaprendizaje.

Por último, se espera que este material de apoyo pueda utilizarse en - dos formas: una, que consiste en el uso del material durante el primer semestre, con objeto de lograr un cierto paralelismo entre la matemática y la física a — través del reforzamiento de los conocimientos de Matemáticas I, para ser utilizados en su clase de Física I; otra, que el estudiante disponga de este material como un apoyo a su preparación para eventualmente presentar examen extraordinario de Matemáticas I, pudiendo así, resolver una buena cantidad de problemas, básicamente de Modelo Matemático y gráficas, sin que por esta razón se considere éste como una guía de estudio para examen extraordinario, ya que debido- a su limitación de material de apoyo a Física I, no se han incluído los temas - de Lógica Simbólica y Sistemas de Numeración, así como de operaciones con conjuntos.

LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO EN EL AREA DE MATEMATICAS EN EL BACHILLERATO DEL C.C.H.

Como está estipulado en el plan de estudios del bachillerato del c.c.h., los alumnos deberán cursar y aprobar seis cursos de matemáticas, los cuales se administran de la siguiente manera: Cuatro cursos impartidos en los cuatro primeros semestres de carácter obligatorio, cuyas principales unidades temáticas son:

MATEMATICAS I: Modelos matemáticos, lenguaje simbólico, lógica simbólica, conjuntos y sistemas de numeración.

MATEMATICAS II: Expresiones algebráicas, ecuaciones, sistemas de ecuaciones y funciones.

MATEMATICAS III: Teoría de gráficas, introducción histórica al estudio de la geometría, geometría euclidiana, otras geometrías y trigonometría.

MATEMATICAS IV: La recta, la circunferencia, la geometría analítica como modelo de la geometría euclidiana, la parábola, la elipse y la hipérbola, ecuación general de las cónicas.

Mientras que en los semestres quinto y sexto, también de manera obligatoria, deberán los estudiantes escoger una serie de las siguientes asignaturas: Cálculo diferencial e integral (Matemáticas V y VI), Estadística I y II o Lógica Matemáticas I y II.

Se pretendió originalmente enfocar el curso de Matemáticas I, tomando como base primordial el tema de Modelo Matemático, mediante el cual se espera lograr el estudio de las matemáticas desde un punto de vista menos abstracto, estableciendo sus relaciones con la realidad y destacando el uso del lenguaje matemático como un medio de comunicación. Sin embargo, a más de diez años de estar aplicando estos planteamientos han sido afectados por diversas causas, entre las que se pueden considerar las siguientes:

- Casi la totalidad de los profesores se prepararon por su propia cuenta sobre el tema de Modelo Matemático cuando ya formaban parte del personal docente del C.C.H.

- La mayor parte de los profesores ha utilizado unicamente como material teórico de apoyo el folleto Modelos Matemáticos de el profesor Santiago López de Medrano. Editado por la A.N.U.I.E.S., México, 1972.

- En la biblioteca del plantel Azcapotzalco, solamente tratan el tema como tal, el folleto ya mencionado y el libro Matemáticas I para Bachillerato del profesor Ignacio Lizárraga, publicado por Editorial Progreso, México, 1975.

Debido a la falta de material apropiado los profesores han jerarquizado el tema de maneras diferentes las cuales se pueden dividir en dos grupos:

a) Los que hacen mención y trabajan fundamentalmente con los problemas de tipo "juego", que pueden motivar en buena dosis a los alumnos, pero no siempre proporcionan habilidad para resolver ejercicios, ya que las estructuras simbólicas adquieren toda su importancia en el nivel de las operaciones concretas. Es decir que, a veces, este tipo de problemas aportan muy poco a la mecanización.

b) Los que dan importancia fundamental a los problemas de tipo algebraico, mismos que chocan con los insuficientes conocimientos previos de los estudiantes, por lo que algunas veces absorben gran cantidad de tiempo y esfuerzo.

Cabe señalar que esta enseñanza tan dispareja, no puede conducir a integrar el conocimiento, ni lleva a adquirir las relaciones estructurales entre los principios básicos y los contenidos de los cursos posteriores.

Si se analiza hasta qué punto se llega a lograr este objetivo de relación de conceptos es propio mencionar la diversidad de información que reciben los estudiantes, dependiendo de los criterios que, en muchos casos, arbitrariamente aplique el profesor dependiendo de su formación profesional, de sus intereses, etc.

Aunque lo que se pretende en cada curso es reforzar la idea de modelo, es necesario propiciar la traducción de este lenguaje simbólico; es decir, no leer como se lee "y es función de x" sino relacionar este lenguaje con situaciones reales. Sin embargo, la gran deficiencia en la consecusión de este objetivo, puede ser la poca frecuencia en el reforzamiento de estos conceptos, ya que no es posible que un profesor proporciones un número adecuado de contingencias de reforzamiento para una clase de 50 ó 60 alumnos, en virtud de que se dispone de muy corto tiempo.

Lo que realmente ocurre en el aula es que el profesor intenta enseñar lo que el temario le indica. No cuenta con instrucciones detalladas al respecto. Crea su propia estructura de objetivos y jerarquizaciones y acentúa el abismo entre este curso y los cursos de semestres posteriores.

CONTENIDO TEMATICO DE ESTE TRABAJO

Los contenidos temáticos de este trabajo se determinaron mediante el análisis del programa de Física I, así como mediante entrevistas personales con los profesores de Ciencias Experimentales; ellos coinciden con los resultados sobre conocimientos deficientes que se obtuvieron en los exámenes de diagnóstico aplicados a los alumnos de nuevo ingreso en el área de Matemáticas en el año de 1979.

CONTENIDOS PROGRAMATICOS:

1. OPERACIONES BASICAS
   - a) Suma
   - b) Resta
   - c) Multiplicación
   - d) División

2. OPERACIONES CON FRACCIONES

3. POTENCIAS DE 10

4. CONVERSIONES DE UNIDADES DE TIEMPO

5. CALCULOS DE AREAS Y VOLUMENES

6. DESPEJE DE VARIABLES

7. CONSTRUCCION DE GRAFICAS

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA APLICACION.

1. El material fue aplicado en cinco grupos con los siguientes criterios:

   a) La primera parte, por ser la más extensa, referente al tema de Modelo Matemático, fué aplicada en forma de ejercicios prácticos en donde se describe la estructura matemática como un proceso que comienza con la realidad y que se describe mediante un lenguaje, mismo que nos va a servir para explicar aspectos físicos.

   b) La segunda parte; es decir, Conjuntos, tiene como fundamento principal el uso de las gráficas, mimas que se aplican constantemente en Física. Estas pueden presentarse en el momento en que se requieran también como una forma descriptiva o lenguaje simbólico, es decir, un modelo sencillo que permita conocer la importancia de las gráficas en la física.

2. Debido a retrasos no atribuibles al propio trabajo, no fue posible ampliar la muestra de aplicación.

3. Se aplicó todo el material exceptuando la parte con el título de introducción, ya que ésta fue dirigida al profesor.

4. La metodología de aplicación constó de lo siguiente:

   a) Algunos ejemplos de cada tema se resolvieron de manera ilustrativa con explicaciones detalladas por parte del profesor, para que el alumno pudiera trabajar sobre ellas.

   b) La resolución de otros problemas se realizó como trabajos extraclase y discutidos sus resultados de manera colectiva.

5. Se hizo una evaluación inicial del material aplicando encuestas de opinión tanto a los alumnos como a los profesores.

CONSIDERACIONES Y OPINIONES DE ALGUNOS PROFESORES

Se entrevistaron a veinte profesores del área de Matemáticas con una pregunta central: ¿Qué tan adecuado es este material de apoyo en el curso de Matemáticas I?

De manera general las opiniones fueron como sigue:

1. La realización de proyectos de este tipo son de interés general y bien recibidos por los profesores, en lo que respecta al carácter interdisciplinario, ya que existen muy pocos trabajos de este tipo.

2. De ser posible la implantación de trabajos como éstos, se lograría en cierta medida una homogeneidad, que aún por pequeña que fuera, mejoraría las condiciones actuales de disparidad de criterios para dar la clase.

3. De existir un vínculo entre el área de Ciencias Experimentales y el área de Matemáticas, permitiría la comunicación constante y permanente para mejores logros en el C.C.H.

Dos puntos que son también de tomarse en cuenta son los siguientes:

4. Si se cumpliera el objetivo fundamental de este trabajo, es decir, lograr un paralelismo en cuanto a programas, se llegaría a la necesidad de reformar éstos; sin embargo, pueden lograrse otro tipo de soluciones, como por ejemplo, que un profesor que sabe que la semana próxima los alumnos van a desarrollar gráficas en Física, encuentra la forma de enseñar a graficar en su clase de Matemáticas sin alterar el objetivo de su programa. De esta manera se estará utilizando el material didáctico bajo criterios personales. Además, al introducir una gran cantidad de problemas en Matemáticas relacionados con Física, precisa el sentido de los objetivos, ya que los estudiantes

de reciente ingreso pueden ser bloqueados muy fácilmente por su tendencia a la imitación.

B I B L I O G R A F I A

1. Sánchez Azcona Jorge. Metodología de la enseñanza universitaria: Un enfoque interdisciplinario. Perfiles Educativos, UNAM. 1979.

2. Congreso Nacional de Bachillerato. SEP. Morelos, México 1982.

3. Jean Piaget, G. Choquet, J. Dieudonner, R. Thom y Otros Ed. Alianza, Madrid 1978.

4. W. Kenneth Richmond. La revolución de la enseñanza. Ed. Herder, Barcelona,- 1971.

5. Picones Medina, A. "Modelos matemáticos para Biología" Revista Naturaleza, Vol. 13. No. 6, 1982.

6. Rosenblueth Arturo. El método científico. México, 1971.

7. Experiments in education at sevenoales. Constable young Books, 1965.

8. Bigge Morris, I. Teorías de aprendizaje para maestros. Ed. Trillas, México, 1978.

9. Z.P. Dienes. An Experimental Study of Mathematics Learning, Hutchinson,1964.

10. Z.P. Dienes. Las seis etapas del aprendizaje en matemática. Ed. Varazen, - México, 1971.

11. Pérez Lindo Augusto. Las matemáticas modernas; Pedagogía, Antropología y Política. Entrevista a Georges Papy. Revista Perfiles - Educativos No. 10 UNAM, 1980.

12. Su Reyes Rafael. Matemáticas I. C.C.H. UNAM, México 1976.

OBJETIVOS

OBJETIVOS PARTICULARES

OBJETIVOS GENERALES

-El alumno comprenderá los modelos matemáticos y la necisidad de desarrollar una teoría matemática para resolverlos e interpretarlos.

-Comprenderá la relación que existe entre la realidad y los modelos matemáticos.

-Aplicará a otras disciplinas los métodos para obtner un modelo matemático.

-Comprenderá y valorará la importancia del lenguaje simbólico en las matemáticas y en otras disciplinas.

-Identificará una relación entre el método Científico y el Modelo Matemático.

-Interpretará el concepto de modelo en su fundamento predictivo.

-Valorará la importancia de las Matematicas como una herramienta para otras disciplinas, en este caso la Física.

MODELO

MODELOS ARITMETICOS

Objetivos:

-El alumno comprenderá las potencias de 10 como una representación simbólica, es decir, un Modelo Matemático.

-Aprenderá las partes fundamentales las operaciones, suma, resta, multiplicación y división. *

-Resolverá problemas que involucren estas cuatro operaciones.

-Empleará en forma correcta algunos despejes de variables.

-Resolverá ejercicios con quebrados.

-Aplicará en forma correcta los símbolos correspondientes.

-Construirá modelos de las situaciones que se plantean en los problemas.

-Aplicará casos particulares una regularidad o algún modelo, ya establecido.

-Construirá modelos relacionados con la Física y comprenderá la importancia de las Matemáticas, en particular el Modelo, como una herramienta necesaria.

CONJUNTOS

Objetivos:

-El alumno conocerá el concepto de función.

-Comprenderá que el concepto de una función es una generalización abstracta de funciones concretas, tales como tiempo, distancia, velocidad.

-Identificará la variable independiente y la variable dependiente.

-Construirá gráficas.

-Describirá qué es una relación.

-Describirá cómo es una función con respecto a una relación.

-Describirá el concepto de conjunto.

-Describirá un muestreo estadístico.

MODELO

MODELOS ALGEBRAICOS

Objetivos:

-El alumno conocerá el lenguaje algebráico.

-Comprenderá que una expresión algebráica es la representación de un modelo.

-Transcribirá del lenguaje común al lenguaje simbólico.

-Comprenderá los conceptos de ecuación y variable.

-Será capaz de plantear un modelo para resolver un problema.

-Resolverá problemas con ecuaciones de primer grado.

MODELOS GEOMETRICOS

Objetivos:

-El alumno comprenderá que una figura geométrica es la representación de un modelo.

-Reconocerá los diferentes tipos de figuras geométricas.

-Construirá figuras geométricas usando regla y compás.

-Aplicará las fórmulas para determinación de áreas de diferentes figuras geométricas.

-Aplicará las fórmulas para determinación de volumen de diferentes figuras gemétricas.

T E M A I

1. Concepto de Modelo

2. Lenguajes Simbólicos.

3. El proceso de abstracción.

4. La relación del Modelo Matemático con el Método Científico.

   a) El Método Científico.

   b) Conceptos de: Axiomas, Hipótesis, Ley y Teoría.

5. Modelos Aritméticos.

   a) Potencias de 10.

   b) Operaciones fundamentales: Suma, resta, multiplicación y división.

   c) Operaciones fundamentales con fracciones.

6. Modelos Algebráicos.

   a) Variables.

   b) Ecuaciones.

   c) Despeje de una variable.

7. Modelos Geométricos.

   a) Cálculo de áreas.

   b) Cálculo de volúmenes.

MODELO

Dado que el programa de Matemáticas I como el de Física I, tiene como - meta común la comprensión de Método Científico, el enfoque principal que se pretende en este trabajo, es en el sentido de identificar la importancia de éste - como un proceso sistemático para resolver problemas. Es claro que el Físico no puede avanzar sin las matemáticas, existe una fuerte interrelación entre ambas- disciplinas, así como en todas las ciencias, en una o en otra medida, se siguen los pasos del método científico.

Particularmente el programa de Matemáticas I tiene como uno de sus objetivos fundamentales, como se ha mencionado, que el alumno comprenda el vínculo- que existe entre el modelo generado a partir de un lenguaje simbólico y los hechos reales.

Si se considera de manera simplificada que el Método Científico cumple- con los siguientes pasos:

1. Planteamiento del problema.
2. Formulación de Hipótesis.
3. Comprobación de Hipótesis.
4. Construcción de Leyes, Teorías y Modelos.

En Matemáticas a medida que se va tratando con los objetivos de un universo en particular, cada vez resulta más necesario abstraer una representación que permita tratar con aquel universo con mayor facilidad, y al mismo tiempo, - que llegue a descubrir, relaciones o leyes más generales para el campo de datos.

Se considera como concepto de modelo el siguiente:

Un modelo es la representación que permite tratar con una realidad amplia, a fin de abstraer sus relaciones y leyes universales, es decir, llegar a una descripción general de un universo cualesquiera de objetos.

El modelo matemático es la herramienta que permite relacionar la realidad con la teoría, es decir, que a través de la observación de una situación de la vida cotidiana, se elabora una representación simbólica, que puede ser por medio de numerales, literales, gráficas, diagramas, signos, etc. En esta forma se presenta mediante símbolos dibujados en el papel a los distintos elementos de la realidad que interesa, y mediante la posición que guardan entre sí los símbolos, o mediante otros símbolos, las relaciones que guardan esos elementos.

En la construcción de un modelo substituímos cada elemento de la situación real por otro que lo represente, donde cada elemento del modelo debe representar sólo en un elemento del problema y al mismo elemento desde el comienzo hasta el final del proceso.

El modelo simbólico es el tipo de modelo más abstracto que existe, puesto que sus elementos están menos relacionados con los elementos originales, por lo cual se hacen más generales y fáciles de manipular.

A menudo se piensa que los modelos son el producto de un proceso deductivo. La conclusión de un proceso deductivo es meramente una proporción que aclara la información suministrada, o sea que la conclusión es inherente a los datos. Los modelos no se deducen, se postulan. La representación que describe el modelo se supone, y a partir de ésta se hacen predicciones. Las predicciones se verifican en el campo de datos; si éstas son exactas, el modelo es acertado y se dice que está validado. En caso contrario, el modelo se sustituye o modifica de acuerdo a las predicciones que resultan exactas. Es importante que el modelo sea aceptado o reconocido.

Los modelos son representaciones de la realidad. No necesariamente tienen que ser una imágen física del sistema, en el sentido en que un arquitecto construye un modelo a escala reducida de un edificio, o un físico uno a escala amplificada de un átomo. Los modelos pueden ser una fórmula matemática o alguna otra forma que permita comprender el problema en estudio. De hecho, los modelos se basan en la realidad sin que sean una descripción exacta de la misma.-

Por ejemplo, al estudiar el sistema solar, pueden usarse esferas para representar los planetas, aunque no estén hechas del mismo material ni tengan la temperatura de los mismos. La ventaja que ofrecen los modelos es que se prestan al análisis. Si fuesen tan complejos o difíciles como la realidad, no habría ninguna ventaja en usarlos. Por fortuna, en general, se pueden construir modelos que son mucho más sencillos que la realidad, y a la vez, pueden utilizarse para explicar y describir el pasado y el presente y para predecir y controlar el futuro.

Pero no hay que perder de vista que al estudiar el modelo no se está examinando en forma directa nuestro universo; si el modelo es una buena aproximación de la realidad, las predicciones que de él resulten, pueden ser convenientes. En cambio, si no es adecuado, puede ser que las suposiciones resultantes, tengan poco que ver con la realidad. Por esta razón siempre es útil observar si los resultados predichos son aplicables o no a la realidad[12]

LENGUAJE SIMBOLICO

Toda forma empleada para comunicarse, es un lenguaje, este lenguaje es el que nos permite transmitir nuestras ideas. Un lenguaje debe tener la característica de ser del dominio común. En matemáticas, la solución a muchos problemas depende del lenguaje que se utilice. Un lenguaje matemático nos debe — ahorrar tiempo, darnos habilidad y debe ser práctico, claro y preciso.

Un lenguaje está constituído por símbolos. Los símbolos llegan a constituir estructuras linguísticas, combinándose por medio de reglas que permiten-hacer representaciones y un manejo adecuado de ese lenguaje.

Hemos mencionado que el proceso intelectual mediante el cual separamos-mentalmente las cualidades particulares de varios objetos, para fijarnos exclusivamente en uno o en varios atributos comunes a todos ellos, recibe el nombre-de abstracción recibe el nombre de <u>concepto abstracto</u>.

Los conceptos de volumen, superficie, longitud, masa, peso, etc., son - conceptos abstractos, pues son el resultado de abstracciones. Sin embargo, tenemos una representación simbólica para cada uno de estos conceptos.

EL PROCESO DE ABSTRACCION

En el proceso de abstracción, (10) pueden distinguirse seis etapas diferentes, que son las siguientes:

PRIMERA ETAPA: ADAPTACION.

Todo aprendizaje equivale a un proceso de adaptación del organismo a su entorno. Es decir, de manera más general, que un organismo cualquiera que ha aprendido alguna cosa, puede modificar su comportamiento con respecto a un entorno dado. En la fase que antecede al aprendizaje el organismo no se encuentra adaptado a tal situación, pero gracias al aprendizaje, el organismo ha podido adaptarse en tanto que el individuo se ha hecho capaz de dominar las situaciones ante las que se encuentra dentro de dicho entorno. Si se tiene en cuenta este aspecto de adaptación que representa todo aprendizaje, resulta razonable presentar al sujeto el entorno al cual puede adaptarse. Este proceso de adaptación es lo que los pedagogos conocen, de forma general, bajo el nombre de "aprendizaje". Para ser más precisos, la adaptación tiene lugar en una fase que podemos llamar de "libre juego". Si nos proponemos que el sujeto aprenda algo y el entorno en que se desenvuelve no presenta los atributos que le permitan realizar este aprendizaje, se hace necesario, entonces, inventar un entorno artificial. Un ejemplo, puede ser un universo de bloques lógicos, en los que varían de forma sistemática las siguientes variables: la forma, el grosor, el color y el tamaño. Se podría dar un gran número de ejemplos semejantes para mostrar cómo se puede crear un antorno artificial para el aprendizaje de un conjunto cualquiera de nociones matemáticas.

SEGUNDA ETAPA: LAS REGLAS DEL JUEGO.

Tras un cierto período de adaptación, es decir, de libre juego, el sujeto se dará cuenta de las limitaciones de cada situación. Existen ciertas condiciones que se tienen que cumplir antes de pretender alcanzar los objetivos. Estas restricciones recibirán el nombre de "reglas de juego".

TERCERA ETAPA: ABSTRACCION.

¿Cómo puede el sujeto extraer el conjunto de estos libres juegos las abstracciones matemáticas subyacentes? El método consiste en elegir casos que posean la misma estructura pero en apariencia sean diferentes. De esta manera se llegarán a descubrir las conexiones de naturaleza abstracta que existen entre los elementos de un caso y otro, de estructuras idénticas. A este proceso se le conoce con el nombre de Isomorfismo. De esta forma los juegos desarrollados con unos elementos concretos y después con otra clase de elementos de elementos concretos, quedarán identificados desde el punto de vista del tipo de la estructura, será en ese momento cuando el sujeto se dará cuenta de lo que hay de semejante en los diversos casos que ha practicado; es decir, habrá realizado una abstracción.

CUARTA ETAPA: REPRESENTACION.

Naturalmente, hasta este momento, el sujeto no estará todavía en disposición de utilizar esta abstracción puesto que ésta no habrá quedado impresa en su mente. Antes de tomar plena conciencia de una abstracción, al sujeto se le hace necesario un proceso de representación. Esta representación le permitirá hablar de lo que ha abstraído, de observarlo desde afuera, de salir del juego o del conjunto de casos, de examinar los casos y reflexionar sobre ellos. Esta representación puede ser un conjunto de gráficas un sistema cartesiano, un diagrama de Venn, o cualquier otra representación, incluso visual o auditiva.

QUINTA ETAPA: DESCRIPCION.

Tras la introducción de una representación o de varias representaciones de la misma estructura resultará posible llevar a cabo un examen de dicha representación. El objeto de este examen consiste en percatarse de las propiedades de la abstracción realizada. Esto significa que en esta etapa es necesario una descripción de lo que hemos representado. Para realizar esta descripción será necesario, evidentemente, un lenguaje. Esta es la razón por la cual la realización de las propiedades de la abstracción en esta quinta etapa debe venir acompañada de la invención de un lenguaje y de la descripción de la representación a partir de este lenguaje inventado. Tal descripción constituirá la base de un sistema de axiomas. Cada parte de la descripción podrá servir de axioma o incluso, más adelante, de teorema.

SEXTA ETAPA: TEORIA.

Casi todas las estructuras matemáticas son tan complejas que poseen un número infinito de propiedades. Resulta imposible citar todas esas propiedades en una descripción del sistema engendrado. Es necesario, pues, limitar la descripción con un número finito.de palabras. Ello implica la necesidad de un método para llegar a ciertos puntos de la descripción, dada una primera parte que se ha tomado como punto de partida. Estos métodos utilizados para llegar a otros puntos de la descripción constituirán las reglas de demostración. Las descripciones ulteriores a las que se lleguen llevarán por nombre Teoremas del sistema.

LA RELACION ENTRE EL MODELO MATEMATICO Y EL MODELO CIENTIFICO

Conviene primero considerar si las matemáticas constituyen una ciencia al igual que las otras, o sea, si sus propósitos y sus métodos son semejantes; la segunda consideración es la del papel que desempeñan las matemáticas en las ciencias experimentales.

Es muy general la idea de presentar a las matemáticas como una ciencia comparable con las demás. La expresión popular de "ciencias exactas" que incluye a las matemáticas, involucra este pensamiento. Cuando se ha tenido la oportunidad de observar de cerca los métodos de trabajo de los matemáticos, y los de los hombres de ciencia, se encuentran fácilmente numerosas semejanzas, en sus puntos de vista y procedimientos. Así, la ciencias empieza por seleccionar las variables de observación al igual que la matemática selecciona sus problemas. Aún cuando las leyes matemáticas se enuncian habitualmente bajo la forma de lemas o teoremas, tienen en común con las leyes científicas el afirmar la existencia de relaciones entre distintas entidades. En la ciencia estas entidades pueden tener un carácter relativamente concreto; en las matemáticas ellas son esencialmente abstractas y aplicables a un gran número de casos particulares.

Es importante que la formulación de las leyes y de sus relaciones sea rigurosa. No hay sino un lenguaje o simbolismo apropiado para este rigor: el de las matemáticas. Por lo tanto, aún cuando son posibles y útiles las teorías científicas sin matemáticas , no son ni tan importantes, ni tan precisas como las que pueden formularse a través de ellas.

Hay una diferencia esencial, a saber, entre las matemáticas y las ciencias experimentales: que la prueba o demostración matemática es exclusivamente un rpoblema de lógica, de consistencia. La prueba en la ciencia requiere también lógica, y es inaceptable si contiene o implica argumentos y bases ilógicas. Pero esta prueba además requiere que haya una concordancia rigurosa entre el —

modelo teórico y la realidad exterior. El matemático no tiene que subordinar sus teorías sino a la consistencia y a la lógica; el hombre de ciencia tiene que subordinarlas a los hechos. La "verdad" tiene un significado muy distinto en las matemáticas y en la ciencia.

Las matemáticas no dictan normas a la naturaleza sino que deben ajustarse a ella.

Podemos establecer que las matemáticas y el conocimiento científico tienen en común la generación de modelo, con el fin de sistematizar y legislar la experiencia pasada para predecir y en cierto modo, tratar de controlar la experiencia futura.

Tienen en común también la evolución de una teoría donde ambas, la matemática y la ciencia; seleccionan las variables pertinentes en un evento o fenómeno. Establecen las relaciones funcionales entre estas variables. Dan valores a las constantes numéricas de estas relaciones y buscan relaciones entre una teoría y otras.

El matemático parece no manejar nunca lo concreto, sus elucubraciones son siempre en el dominio de lo abstracto. Sube y baja dentro de la escala de las abstracciones, aparentemente sin llegar nunca a ponerse en contacto con la realidad exterior.

En el método científico los hechos iniciales sugieren un modelo, y este modelo no es satisfactorio, sino cuando es aplicable a hechos ulteriores. Así, aún cuando la ciencia es esencialmente una construcción abstracta, empieza y acaba en lo concreto, en los hechos. Esta aparente diferencia, estriba en que algunas veces las abstracciones de los matemáticos son de bajo orden y resulta relativamente fácil relacionarlas con la realidad, pero otras veces, los niveles de abstracción tan elevados, que da la impresión de que la matemática es totalmente independiente de la experiencia que nos proporcionan los órganos de los sentidos. Sin embargo, los grandes triunfos de las matemáticas han sido en su mayoría hasta ahora teorías aplicables al mundo exterior.

HIPOTESIS, HIPOTESIS CIENTIFICA AXIOMA, LEY Y TEORIA

La hipótesis representa la anticipación de la naturaleza y condiciona el proceso de indagación experimental. En este sentido la hipótesis es la idea que dirige la investigación, es una anticipación, un adelanto sobre la experiencia que la propia experiencia debe juzgar. Un ejemplo ilustrativo de hipótesis es el que supone una sustancia física como el éter, Newton comenzaba con estas palabras la enunciación de la hipótesis del éter:

"Supongo que existe una sustancia difundida por todas partes capaz de contraerse o dilatarse, sumamente elástica, en una palabra, muy parecida al aire en todo respecto, pero mucho más sutil. Supongo -decía más adelante- que este éter penetra en todos los cuerpos sólidos, pero de tal manera, que está más rarificado en sus poros que en los espacios libres y tanto más rarificado cuánto más pequeños son sus poros"

Por medio de sus hipótesis Newton no pretendía decir que era el éter, cuál era su esencia, sino simplemente señalar las características o cualidades que le pertenecen, después de suponer.sus existencia, para que fuese posible explicar a su vez, una serie de fenómenos.

En efecto las hipótesis fraguadas por los científicos pueden estar encaminadas a explicar un conjunto de fenómenos, como en el caso del éter, o bien explicar un sólo hecho, como la hipótesis que permitió descubrir la existencia de Neptuno y Plutón.

La hipótesis tiene carácter provisional, pero puede irse depurando y ajustando hasta convertirse en una ley y después en una teoría científica, la cual viene siendo una explicación más comqleta de un conjunto de fenómenos, y a su vez puede abarcar varias leyes. Cuando una hipótesis es comprobada adquiere el carácter de Ley.

CONCEPTOS PRIMITIVOS Y AXIOMAS.

En el desarrollo lógico de cualquier rama de las Matemáticas, en cada - definición de un concepto y en cada relación intervienen otros conceptos y rela ciones. Por lo tanto, la única manera de evitar un círculo vicioso consiste en admitir que ciertos conceptos y relaciones primitivos (por lo general tan pocos como se pueda) permanezcan indefinidos.

Del mismo modo, la demostración de cada proposición se vale de otras - proposiciones y, en consecuencia, hay proposiciones primitivas, que se llaman - AXIOMAS o POSTULADOS, que se dejan sin demostrar. (Coxeter, Fundamentos de Geo metría).

HIPOTESIS CIENTIFICA.

Atendiendo a sus raíces etimológicas, hipótesis significa una explica-- ción supuesta que está bajo ciertos hechos, a los que sirve de soporte. La HI- POTESIS es aquella explicación anticipada que le permite al científico asomarse a la realidad. Otra definición de HIPOTESIS que amplía la anteior nos dice:

Una hipótesis es una suposición que permite establecer relaciones entre hechos. El valor de una hipótesis reside en su capacidad para establecer esas- relaciones entre los hechos, y de esta manera explicarnos por qué se produce.

La hipótesis es una suposición acerca de la existencia de una entidad - la cual permite la explicación de los fenómenos o del fenómeno estudiado.

Las hipótesis pueden presentar un carácter explicativo, o bien meramen- te descriptivo. Pueden ser también de tipo analógico, es decir, se formula una hipótesis basándose en lo que es verdadero en un conjunto de fenómenos, puede - ser verdadero también acerca de otro conjunto de fenómenos, por tener ciertas - características comunes. La hipótesis es una verdad provisional, nunca defini- tiva.

LEY Y TEORIA.

La hipótesis tiene carácter provisional, pero se va depurando y ajustando hasta convertirse en una LEY y luego en una TEORIA CIENTIFICA.

Una hipótesis siempre está sujeta a comprobación; después de ser comprobada adquiere el carácter de LEY. La TEORIA está formada por varias leyes y nos explica un sector de la realidad.

CONTESTA EL SIGUIENTE CUESTIONARIO

1. Define qué es el Modelo Matemático.

2. Dá un ejemplo de Modelo Matemático.

3. ¿Qué entiendes por proceso de abstracción?

4. ¿Qué es lenguaje simbólico?

5. Dá dos ejemplos de lenguajes simbólicos.

6. ¿Para qué nos sirve el Modelo Matemático?

7. Construye un modelo de una situación real.

8. Dá dos ejemplos de modelos en otras disciplinas.

9. Plantea un problema real, construye un modelo y sugiere una solución.

CONTESTA EL SIGUIENTE CUESTIONARIO

1. Dá dos ejemplos de hipótesis.

2. ¿Cómo se define la hipótesis?

3. ¿Qué diferencia se establece entre los axiomas y las hipótesis?

4. ¿Qué diferencia hay entre Hipótesis, Ley y Teoría?

5. Dá un ejemplo de Axioma.

6. Ennumera los pasos del método científico.

7. Describe brevemente cada uno de los pasos.

8. ¿En qué relacionas el Modelo Matemático con el Modelo Científico?

9. Dá un ejemplo de problema tomado de la realidad.

10. Efectúa un análisis de este problema.

MODELOS ARITMETICOS

POTENCIAS DE 10

Los signos o símbolos llamados numerales son un ejemplo de lenguaje simbólico. Existen varias formas de utilizar estos numerales. Por ejemplo, puede ser de carácter nominal cuando se le asigna a algún objeto o persona, para identificarlo de los otros. Este es el caso de los jugadores de Foot-ball quienes adoptan un número como identificación.

Un número, es un numeral al cual se le ha asignado un valor cuantitativo. Es decir, si se tiene un conjunto de cinco caballos, se le asigna un numeral y esta relación representa un número.

Cuando se trata de medidas muy grandes o bien de medidas sumamente pequeñas, se utiliza, la llamada Notación Científica. En esta notación se aprovecha la base decimal de nuestro sistema de numeración. En este sistema, los números constan siempre de una cifra entera multiplicada por potencias positivas o negativas de 10. Esta forma de indicar los números es de gran utilidad en el cálculo aproximado de una operación, es además la base de las operaciones con regla de cálculo y con logaritmos. La eficacia es evidente, sobre todo con números que contengan muchos ceros, para que rapidamente nos podamos dar una idea de su magnitud.

Ejemplos:

$$10\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 1 \times 10^{19}$$

$$1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 1 \times 10^{15}$$

$$100\ 000\ 000\ 000 = 1 \times 10^{11}$$

$$1.27 \times 10^{4} = 12\ 700$$

PROBLEMAS - POTENCIAS DE 10

1. Expresa las siguientes cantidades utilizando potencias de 10.

   a) 0.001
   b) 2 000 000
   c) 1/10
   d) 2/1 000
   e) 3 000 000
   f) 0.0079
   g) 0.00003
   h) 100

2. Expresa las siguientes cantidades, pasando las potencias de 10 a notación común:

   a) 10^{-6}
   b) 3×10^{4}
   c) 2×10^{-8}
   d) 2.1×10^{-1}
   e) 10^{0}
   f) 10^{-1}

3. En 1959 la población de los Estados Unidos era, aproximadamente de 176 000 000 de habitantes. Expresar este número con la notación de las potencias de 10.

4. Exprésese como potencia de 10 el presupuesto anual de los Estados Unidos suponiéndolo de 71 mil millones de dólares.

5. La luz recorre una distancia del orden de 10 km cada segundo. ¿Qué distancia recorrerá la luz en 1 año?

6. Empleando la notación de las potencias de 10, hallar los siguientes resultados:

   a) 0.00418 x 39.7

   b) 0.703 x 0.014

Ejemplo: 1.72×10^2 multiplicado por 3.25×10^4

$$1.72 \times 10^2 \times 3.25 \times 10^4 = 1.78 \times 3.25 \times 10^2 \times 10^4 = 5.59 \times 10^6$$

LA SUMA.

La suma es una operación directa que tiene por objeto reunir varios números de una misma especie, en uno sólo, llamado suma o función:

$$
\begin{array}{rl}
2\ 345.32 & \\
+\quad 73.03 & \text{sumandos o argumentos} \\
282 & \\
\hline
2\ 700.35 & \text{suma o función}
\end{array}
$$

El signo + indica la operación de sumar. Tambien se emplea para significar que la cantidad o el número es positivo. En Matemáticas se aplica el término positivo a los números mayores que cero. Por ejemplo, en el termómetro se consideran positivas las temperaturas superiores a cero.

Una función es una cantidad cuyo valor depende de otra u otras cantidades variables. Así, el área de un círculo es función del radio; el espacio recorrido por un cuerpo es función de la velocidad y el tiempo. Para mayor comprensión podría decirse que el término función reemplaza a la expresión <u>depende de</u>. Lo que sería lo mismo decir: El espacio recorrido por un cuerpo depende de la velocidad y el tiempo.

Argumento: Los sumandos son tambien llamados argumentos porque constituyen los elementos que hacen variar el resultado o función. Este mismo término se aplica en el caso de las demas operaciones.

SUSTRACCION O RESTA

La Resta es una operación inversa, por medio de la cual se quita un número de otro de la misma especie:

$$
\begin{array}{rl}
-\ 7\ 462.25 & \text{minuendo} \\
643.85 & \text{sustraendo} \\
\hline
6\ 818.40 & \text{resta o diferencia}
\end{array}
$$

Si el sustraendo es 0, la diferencia es igual al minuendo. Si el sustraendo es mayor que el minuendo, la diferencia será negativa.

7. Lo que gasto el primer año que tengo carro:
10 000 pesos de enganche y doce letras de 1 430.70 cada una.
566.25 pesos a Hacienda por pago de facturación. Plaza 100 pesos. Impuesto anual 300 pesos. Fotografías y licencias 50 pesos. Sociedad de servicio 175 pesos. Seguro 785.75 pesos. Pensión 100 pesos al mes. Gasolina un promedio de 40 pesos semanales. Propinas a cuidadores 2 pesos a la semana. Lavado y engrasado 30 pesos al mes. Propinas o infracciones 150 pesos al mes. Cambio de aceite y afinación 75 pesos cada dos meses. ¿Cuánto he pagado al terminar el año?
DATO: 1 año = 52 semanas.

8. El libertador Simón Bolívar nació en Caracas en 1783, principió su carrera militar en 1811 y murió en la Quinta de San Pedro, cerca de Santa Marta 19 años después. ¿Qué edad tenía cuando inició su carrera militar y en qué año y a qué edad murió?

9. El señor González deposita en el banco $ 8,475.60; posteriormente hace los siguientes depósitos: $ 748.00 , $ 1,324.70 , $ 859.00 y retira: $ 382.50 y $ 232.75. ¿Cuál es su saldo después de estos movimientos?

10. En Iberoamérica la mayoría del pueblo habla español, sin embargo, algunos grupos indígenas conservan su propio idioma. Por ejemplo, en México hablan: Náhuatl 700 000, Otomí 450 000, Maya 300 000, Mixteco 200 000, Totonaca 100 000, Tarasca 200 000, Zapoteca 250 000, otras de menor importancia 50 000. ¿Cuál es en total la cantidad de indígenas que no hablan español en la República Mexicana?

11. Dos estudiantes realizaron las siguientes medidas en el laboratorio y quisieron hallar su suma: 3.52 m., 4.213 m. y 5.034 m. Un estudiante insistía en redondear primeramente a las centésimas y luego sumar, mientras que el otro decía que podían sumar directamente las medidas y luego redondear la suma.

a) Ensaya ambos métodos y compara los resultados.

b) ¿Qué estudiante tenía razón? Para contestar esta pregunta toma en cuenta los siguientes criterios:

- La exactitud.
- La facilidad.
- El resultado más exacto es el que se acerca más a la suma original.
- La forma más fácil será la de menor grado de dificultad y que se realice en menos tiempo.

c) Analiza el caso de las siguientes medidas:

i) 3.521 m., 4,657 m., 5,062 m.

ii) 3.526 m., 4,657 m., 5.026 m.

12. Compré una casa por 120 500 pesos y un automóvil por 80 000 pesos. Vendí la casa en 120 564 y el automóvil en 11 676. ¿Gané o perdí y cuánto?

13. Un hombre deja 9 500 sucres para repartir entre sus tres hijos y su esposa. El mayor debe recibir 2300, el segundo 500 menos que el mayor; el tercero tanto como los dos primeros juntos y la esposa lo restante. ¿Cuánto recibió ésta?

14. Un comerciante pide 3000 kg. de mercancía. Primero le mandan 354 Kg. más tarde le remiten 123 Kg. menos que la primera vez y después 156 kg. más que la primera vez. ¿Cuánto falta por enviarle?

MULTIPLICACION.

La Multiplicación es una operación directa o de composición que consiste en tomar un número llamado multiplicando tantas veces como lo indica otro llamado multiplicador.

$$\begin{array}{r} 834 \\ \times\ 5 \\ \hline 4\ 170 \end{array} \quad \text{esta operación remplaza a:} \quad \begin{array}{r} 834 \\ 834 \\ 834 \\ 834 \\ 834 \\ \hline 4\ 170 \end{array}$$

Términos de la Multiplicación:

$$\begin{array}{rl} 345 & \longrightarrow \text{Multiplicando} \\ \times\ 28 & \longrightarrow \text{Multiplicador} \\ \hline 2\ 760 & \\ 6\ 90 & \longrightarrow \text{Productos parciales} \\ \hline 9\ 660 & \longrightarrow \text{Producto o Función} \end{array}$$

CASOS DE LA MULTIPLICACION.

a) Multiplicador 0; $8 \times 0 = 0$, el producto se anula, es decir, vale cero

b) Multiplicador 1; $8 \times 1 = 8$, el producto es igual al multiplicando.

c) Multiplicador fraccionario; $8 \times 0.5 = 4.0$, el producto es menor que el multiplicando.

EJERCICIO

a) ¿Cuándo es el multiplicador igual que el producto?

b) ¿Qué pasa cuando se duplica o se triplica uno de los factores?

PROBLEMAS - MULTIPLICACION.

15. 72 es el producto de dos factores. ¿Qué variación experimentará este producto si el multiplicando lo multiplicamos por tres y el multiplicador por cuatro?

16. Se repartió cierto número de manzanas entre 19 personas y después de dar 6 manzanas a cada persona sobraron 8 manzanas. ¿Cuántas manzanas había?

17. ¿Cuál es el resultado de multiplicar 0.5 por 0.6?

18. Transforma 5 años a segundos.

19. Transforma 24 horas a minutos.

20. Si el kilogramo cuesta 8.25 pesos. ¿Cuánto cuestan 7.5 kilogramos?

DIVISION

La División es la operación contraria a la multiplicación; consiste en - buscar un factor cuando se conoce el otro y el producto. Otro concepto es el - de partir un número, llamado dividendo, en tantas partes iguales, como lo indica otro llamado divisor.

Los componentes de una división se llaman: dividendo, divisor, cociente- y residuo.

```
                           324   ──→  cociente o función
divisor      ──→23  / 7 468  ──→  dividendo
                           56
                           108
                            18   ──→  residuo
```

DIVISION EXACTA: Se llama división exacta cuando no hay residuo. Es decir, el residuo vale cero.

RELACIONES EN LA DIVISION.

a) Si el divisor es 1.16. 1 = 16, el cociente es igual al divisor.

b) Si el divisor y el dividendo son iguales 16 : 16 = 1, el cociente es igual a la unidad.

c) Si el divisor es mayor que la unidad, 16 : 2 = 8, el cociente, es menor - que el dividendo.

d) Si el divisor es menor que la unidad 16 : 0.5 = 32, el cociente es mayor - que el dividendo.

e) Cuando el divisor es 0, el cociente queda indefinido.

f) En caso de que el dividendo sea 0, el cociente tambien es cero.

DECIMALES EN LA DIVISION.

a) Si el dividendo tiene decimales, se procede en el modo acostumbrado y al llegar al punto, éste se sube:

```
        21.90
18 /  394.32
       34
       16 3
          12
```

b) Si el divisor tiene decimales, se corre el punto tantos lugares, como - cifras decimales tenga; y lo mismo se hace en el dividendo.

```
8.32/ 345.60          quedaría     833 / 34560

7.3 / 934.562            "          73 / 9345.62
```

c) En la división inexacta se puede aproximar el cociente sacando dos o más decimales según se necesite. Para ésto se procede en la forma ordinaria hasta terminar con el dividendo, y después de poner el punto en el co - ciente, se agregan ceros al residuo y se prosigue la división.

```
           37.76
34 /   1284
        264
         26 0
          2 20
            16
```

NUMERO FRACCIONARIO O QUEBRADO.

Es el que expresa una o varias partes iguales de la unidad principal.

Un quebrado consta de dos términos llamados numerador y denominador.

El denominador indica en cuántas partes iguales se ha dividido la unidad principal, y el numerador, cuántas partes de esas, se toman.

Para leer un quebrado se enuncia primero el numerador y después el denominador. Todo quebrado puede considerarse como el cociente de una división en la cual el numerador representa el dividendo y el denominador el divisor.

CLASIFICACION DE QUEBRADOS.

Los quebrados se dividen en quebrados comunes y quebrados decimales.

Quebrados comunes: Son aquellos cuyo denominador no es la unidad seguida de ceros, como 3/4 , 7/8 , 9/13.

Quebrados decimales cuyo denominador es la unidad seguida de ceros, como 7/10 , 9/100 , 11/1000.

Los quebrados tanto comunes como decimales pueden ser propios, iguales a la unidad e impropios.

Quebrado propio es aquel cuyo numerador es menor que el denominador, como por ejemplo: 3/4 , 4/6 , 2/9.

Todo quebrado propio es menor que la unidad.

Quebrado igual a la unidad es aquel cuyo numerador es igual al denominador. Ejemplos: 6/6 , 4/4 , 8/8.

Quebrado impropio es aquel cuyo numerador es mayor que el denominador. Ejemplos: 4/3 , 3/2 , 7/5.

Todo quebrado impropio es mayor que la unidad.

Número Mixto es el que consta de entero y quebrado. Ejemplos: 1 2/3 , 4 3/5

Todo número mixto contiene un número exacto de unidades y además una o varias partes iguales de la unidad.

REGLA PARA CONVERTIR UN MIXTO EN QUEBRADO.

Se multiplica el entero por el denominador y al producto se le añade el numerador, esta suma se parte por el denominador. Por ejemplo: Convertir 5 2/3 en quebrado impropio.

$$5\ 2/3 = \frac{5 \times 3 + 2}{3} = 17/3$$

SIMPLIFICAR UNA FRACCION es convertirla en otra fracción rquivalente cuyos términos sean menores.

REGLA: Para simplificar una fracción se dividen sus dos téminos sucesivamente por los factores comunes que tengan. Por ejemplo: Reducir a su más simple expresión 1350/2550

$$\frac{1350}{2550} = \frac{1350(10}{2550} = \frac{135(3}{255} = \frac{45(5}{85} = \frac{9}{17}$$

Como 9 y 17 son números primos entre sí, la fracción 9/17 es irreducible y es equivalente a 1350/2550 porque no hemos hecho más que dividir los dos términos de cada fracción por el mismo número con lo cual el valor de la fracción no se altera.

QUEBRADOS

Un quebrado es una división o cociente indicado: $3/4 = 3 \div 4 = 0.75$

Para transformar un quebrado en fracción decimal basta dividir el numerador entre el denominador.

Para la operación contraria, decimal a quebrado, recordamos que 0.75 se lee 75 centésimos y se puede escribir así: 75/100 en forma de quebrado.

SE SIMPLIFICA ASI:

$$75/100 = 15/20 = 3/4$$

REDUCCION DE UN ENTERO A QUEBRADO.

Reducir 7 enteros a novenos.

1 entero es igual a 9 novenos y 7 enteros es igual a 7 x 9 novenos = = 63 novenos.

Reducir esta expresión mixta a quebrado impropio: 3 5/6

Se multiplica el entero por el denominador y se le suma el numerador. Con el mismo denominador

$$3 \times 6 + 5 = 18 + 5 = 23 \qquad 3\ 5/6 = 23/6$$

SACAR ENTEROS DE UN QUEBRADO IMPROPIO

Se divide el numerador entre el denominador.

14/5 $\quad 14 \div 5 = 2$ y residuo 4. Por lo tanto el resultado es 2 4/5

18/3 $\quad 18 \div 3 = 6$ con residuo 0. Por lo tanto $18/3 = 6$

22. Pasar las siguientes fracciones a enteros.

a) 21/3
b) 32/4
c) 27/9
d) 8/2
e) 56/8
f) 72/36
g) 80/20

23. Transformar los siguientes mixtos a quebrados impropios.

a) 3 1/2
b) 2 3/4
c) 5 3/7
d) 8 2/3
e) 6 1/7
f) 1 2/3
g) 3 1/5

24. Transformar los siguientes quebrados en fracciones decimales:

a) 3/4
b) 2/3
c) 2/5
d) 3/5
e) 7/20
f) 1/4
g) 2/25
h) 3/10
i) 1/20
j) 6/25
k) 22/7
l) 5/2
m) 7/4
n) 9/7
o) 3/2

25. Transformar a quebrados los siguientes decimales.

a) 0.25
b) 0.7
c) 0.75
d) 0.40

e) 0.32
f) 0.2
g) 0.35
h) 0.15
i) 0.23
j) 0.18

26. Simplificar (Usando mitad, tercera, etc.):

a) 32/48
b) 46/54
c) 96/144
d) 32/68
e) 1470/2205

27. Simplifica la siguiente fracción. (Simplificar, primero escogiendo las cantidades que sean divisibles por el mismo número y después multipli - car).

$$\frac{78 \times 84 \times 44}{98 \times 99 \times 520}$$

28. Simplificar la siguiente fracción. (Multiplicando primero y después si guiendo el procedimiento anterior)

$$\frac{88 \times 133 \times 15 \times 211}{2185 \times 462}$$

29. Simplificar la siguiente fracción. (Eliminando primero las cantidades - iguales)

$$\frac{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{3 \times 4 \times 5 \times 8 \times 11}$$

30. Simplificar la siguiente fracción. (Utilizando cualquier método)

$$\frac{8 \times 34 \times 7 \times 20 \times 3}{14 \times 32 \times 6 \times 170}$$

MODELOS ALGEBRAICOS - OBJETIVOS

- El alumno conocerá el lenguaje algebraico.
- Comprenderá que una expresión algebraica es la representación de un modelo.
- Transcribirá del lenguaje común al lenguaje simbólico.
- Comprenderá los conceptos de ecuación y variable.
- Será capaz de plantear un modelo para resolver un problema.
- Resolverá problemas con ecuaciones de primer grado.

MODELOS ALGEBRAICOS

Una ecuación es un ejemplo de modelo matemático, que por medio de un lenguaje simbólico está representando una situación dada. El lenguaje que está utilizando es el del álgebra. Una ecuación está formada por números concretos y otros números no especificados que están representados por alguna letra. A estas letras se les llama variable o incógnita.

El valor de este número no definido se encuentra por medio de procedimientos matemáticos, despejando la variable o incógnita.

Una de las aplicaciones más importantes del álgebra, es la resolución de ecuaciones.

PROBLEMA: Es toda cuestión en que se tiene que hallar una o más cantidades desconocidas, relacionadas con otras que se conocen. A éstas se les llaman datos, y a las primeras incógnitas.

En el enunciado de un problema se indica cómo se relacionan los datos con las incógnitas.

Lo primero que debe hacerse para resolver un problema, es representar la incógnita por medio de una letra del alfabeto, frecuentemente se utiliza la x, y luego expresar la relación que hay entre los datos y las incógnitas por medio de las ecuaciones.

PROBLEMAS DE SUMA Y RESTA QUE INVOLUCRAN DESPEJE

La suma de dos números es 518 y el mayor es 312. Hallar el menor:

SOLUCION:

DATOS	ECUACION
X = número mayor	$x + y = 518$
Y = número menor	$312 + y = 518$
X = 312	DESPEJE
	$y = 518 - 312 = 206$

COMPROBACION:

$$312 + 206 = 518$$
$$518 = 518$$

31. El menor de dos números es 12 304 y la diferencia entre ambos es 1 897. Hallar el mayor.

32. A tiene 15 años, B dos años más que A, C tiene 5 años menos que A y B juntos. Y D nueve años menos que los tres anteriores juntos. ¿Cuál es la suma de las cuatro edades?

33. Si Pedro tuviera 12 años menos tendría 48 años, y si Juan tuviera 13 años más tendría 23 años. ¿Cuántos años es más joven Juan que Pedro?

PLANTEO.

34. La diferencia de dos números es 567 y su cociente es 8. ¿Cuáles son estos dos números?

35. La suma de dos números es 72 y su cociente es 3. ¿Cuáles son estos números?

36. ¿Cuál es el número que sumado con el cuádruplo de sí mismo da 65?

37. La suma de dos números es 27 y su diferencia es 3. ¿Cuáles son estos números?

38. Dos autobuses salen al mismo tiempo, uno de Monterrey a México y el otro de México a Monterrey. La distancia es de 980 kms. Salen a las 7 a.m. a una velocidad media de 98 km. por hora. ¿A qué hora se encontrarán y a qué distancia de México?

39. Una señora propone a su hijo recompensarlo con 5.00 pesos por cada problema que resuelva, pero pierde el hijo 2.00 por cada problema equivocado. Después de resolver 9 problemas, el hijo recibe 31.00 pesos. ¿Cuántos problemas acertó?

40. El triple de la suma de dos números es 1350 y el duplo de su diferencia es 700. Hallar los números.
(Este tipo de problemas se resolverán por sustitución sin involucrar sistema de ecuaciones lineales)

41. La edad de un padre y la de su hijo suman 90 años. Si el hijo nació cuando elpadre tenía 36 años. ¿Cuáles son las edades actuales?

42. ¿Cuál es el número que sumado con su duplo da 261?

43. ¿Cuál es el número que sumado con su triplo da 368?

44. En un colegio hay tres aulas. La primera y la segunda juntas tienen 85 alumnos, la segunda y la tercera 75 alumnos; la primera y la tercera 80 alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en cada clase?

46. La edad de Pedro y la de Juan suman 9 años, la de Juan y la de Enrique – 13 años y la de Pedro y la de Enrique 12 años. Hallar las tres edades.

47. Si a un número añado 23, resto 41 de esta suma y la diferencia la multiplico por dos, obtendo 132. ¿Cuál es el número?

MODELOS GEOMETRICOS - OBJETIVOS.

— El alumno comprenderá que una figura geométrica es la representación de un modelo.

— Reconocerá los diferentes tipos de figuras geométricas.

— Construirá figuras geométricas usando regla y compás.

— Aplicará las fórmulas para determinación de áreas de diferentes figuras geométricas.

— Aplicará las fórmulas para determinación de volumen de diferentes figuras geométricas.

MODELOS GEOMETRICOS

A R E A S

TRIANGULO	------------	(1)
PARALELOGRAMO	------------	(2)
CUADRADO	------------	(3)
ROMBO	------------	(4)
TRAPECIO	------------	(5)
POLIGONO REGULAR	------------	(6)
CIRCULO	------------	(7)

(1) $bxh/2$

(2) bxh

(3) l^2

(3) $d^2/2$ d = diagonal

(4) $\frac{d \times d'}{2}$

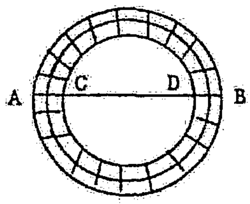
(5) $h/2 \ (b + b') = h(\frac{b + b'}{2})$

(6) $\frac{Pxa}{2}$ P = perímetro a = apotema

(7) Πr^2

EJEMPLO:

La figura representa un paseo circular pavimentado con losas de 400 cm^2 en cuyo interior hay un jardín circular. Siendo AB = 30 m., CD = = 20 m. ¿Cuántas losas fueron necesarias para pavimentar el paseo?



a) Se determina el área de la figura mayor:

Datos:

diámetro = 30 m. = 3000 cm.
radio = 15 m. = 1500 cm.
Fórmula del área = πr^2 $\pi = 3.1416$

$\pi(1500)^2 = 7068600\ cm^2$

b) Se determina el área de la figura menor:

Datos:

diámetro = 20 m. = 2000 cm.
radio = 10 m. = 1000 cm.

$\pi(1000)^2 = 3\ 141\ 600\ cm^2$

c) Se resta el área menor de la mayor:

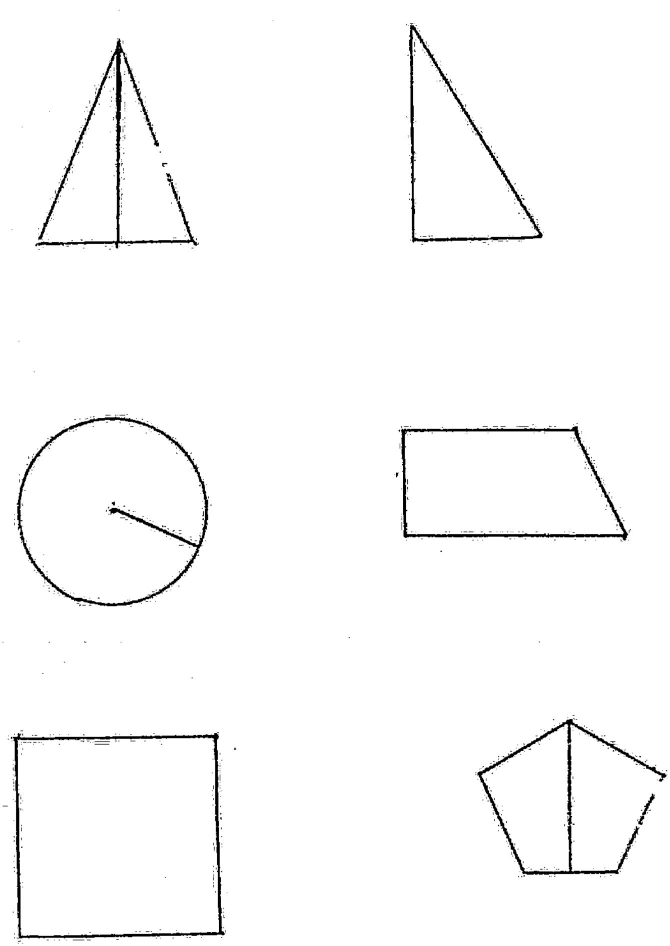
7 068 600 - 3 141 600 = 3 927 000

d) Como cada loseta ocupa una área de 400 cm^2 podemos dividir el área -que obtuvimos, que es la ocupada por losetas, entre 400 y se obtiene el número de losetas:

3 927 000/400 = 9 817.5 losetas.

GEOMETRIA

48. Hallar el área de las figuras que siguen. (Para ello, primero escríbase la fórmula del área de la figura de que se trate y con ella verá los datos que necesite. Luego fíjese en cuáles datos no le doy en la figura y los traza). Después con una regla graduada en milímetros mida todos los datos que hagan falta para aplicar la fórmula y aplique ésta sustituyendo las letras por los datos que ha medido.



GEOMETRIA.

49. Un estudiante mide una tabla y registra las siguientes medidas:

Longitud : 6.3 cm.

Anchura : 12.1 cm.

Altura : 0.84 cm.

a) ¿Cuál es el volumen de esa tabla?

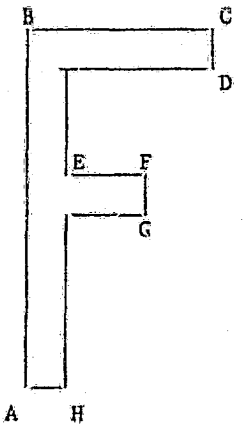
b) Supón que las medidas de longitud y anchura sean correctas; en cambio puedes ver que la medida de la altura puede variar, como máximo en 0.01 cm. en más o en menos. ¿Cómo afectará esta variación el resultado obtenido para el volumen?

50. Una pieza circular de hoja de lata tiene un radio que medido dá 2.6 cm. ¿Cuál es su perímetro?

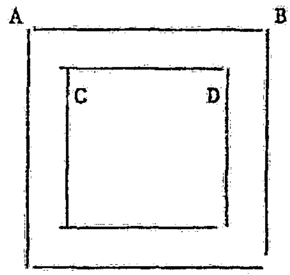
51. Coloca la palma de tu mano sobre una hoja de papel, dibuja su contorno con un lápiz, de manera que obtengas la figura de tu mano. ¿Cómo calcularías el área de esta figura?

52. Traza la gráfica del área de la superficie de un cuadrado en función del lado. Para longitudes comprendidas entre 1 y 10. Esta puede utilizarse como tabla de raíces cuadradas para resolver otros problemas). Puedes utilizar decimales.

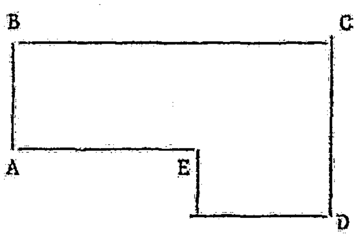
53. Hallar el área de la figura siendo AB = 40 mm.; BC = 30 mm.; CD = FG = AH = 5 mm.; EF = 10 mm.



54. La figura representa el marco de un cuadro cuadrado, que se pagó a 1.60 el dm . Siendo CD = 20 cm. y AB = 30 cm. ¿Cuánto importó el marco?



55. ¿Cuánto costará un piso de concreto como el representado en la figura; siendo AB = 20 m.; BC = 40 m.; CD = 25 m.; AE = 20 m. a \$ 1.80 el m^2?



MODELOS GEOMETRICOS

CALCULO DE VOLUMENES

FORMULAS:

C U B O $V = l^3$ l = lado

PARALELEPIPEDO RECTANGULO $V = abc$ a = largo b = ancho c = altura

E S F E R A $V = 4/3\pi r^3$ r = radio $\pi = 3.1416$

CILINDRO $V = \pi r^2 h$ h = altura r = radio

PROBLEMAS - VOLUMENES

56. ¿Cuál es el volumen de un cilindro cuya altura mide 4 m. y el diámetro de la base 2.40 m.?

57. ¿Cuál es el volumen de una esfera que mide 5 m. de radio?

58. ¿Cuál es el volumen de un paralelepípedo rectángulo que mide 3 m., 4 m. y 5 m. respectivamente en sus lados?

59. ¿Cuál es el volumen de un cubo que mide 12 m. de lado?

60. ¿Cuál es el volumen de una esfera que mide 3 m. de diámetro?

LENGUAJES SIMBOLICOS

TRADUCCION DE ENUNCIADOS

TRADUCIR CADA UNO DE LOS SIGUIENTES ENUNCIADOS:

1. La suma de cierto número y su cuadrado es 72.

   DATOS MODELO

2. El cuadrado de 5 más que un cierto número positivo, excede en 88 a 12-veces el número.

   DATOS MODELO

3. La suma de dos números es 12 y la suma de sus cuadrados es 80.

   DATOS MODELO

4. Cuando el cuadrado de cierto número se divide por cuatro, el cociente es igual al número más 5 y el residuo es uno

DATOS MODELO

5. El largo de un rectángulo es 4 cm. más que su ancho.

DATOS MODELO

6. Un número es tres unidades mayores que otro.

DATOS MODELO

7. El productoede dos números positivos consecutivos es 132

DATOS MODELO

8. La suma de los cuadrados de dos números positivos pares consecutivos es 340.

DATOS MODELO

9. La suma de cierto número positivo y el triple de su cuadrado

DATOS MODELO

10. Cuando restamos 12 de tres veces el cuadrado de un número positivo el resultado es igual a 5 veces el número.

MODELO

REPRESENTACION SIMBOLICA

ENCONTRAR UN MODELO PARA REPRESENTAR LOS PROBLEMAS SIGUIENTES.
(SOLO PLANTEAMIENTO DE ECUACIONES, SIN SOLUCION)

1. Un número es 3 unidades mayor que otro. La suma de los números es 39. Hallar los números.

DATOS MODELO OPERACIONES

2. Un número es 5 unidades menor que el doble de otro y la diferencia entre los números es 19. Encontrar los números si ambos son positivos.

DATOS MODELO OPERACIONES

3. Separar 78 en dos partes tales que una sea el doble de la otra.

DATOS MODELO OPERACIONES

4. Un número es el triple de otro. Si al mayor se le quitan 8, el resultado es 7 unidades mayor que el doble del más pequeño. Encontrar los números.

DATOS MODELO OPERACIONES

5. Hallar tres números consecutivos pares cuya suma es 48.

DATOS MODELO OPERACIONES

6. Si a 8 veces cierto número le agregamos 4, el resultado es 40 unidades- menos que 10 veces el número. Hallar el número.

DATOS MODELO OPERACIONES

7. El mayor de dos números es igual al más pequeño aumentado en 8.5 veces el mayor es igual a 6 veces el menor aumentado en veinte. Encontrar - los números.

DATOS MODELO OPERACIONES

8. Separar 150 en tres números tales que el segundo exceda al primero en 19 y el tercero exceda al doble del primero en 7.

DATOS MODELO OPERACIONES

PROBLEMAS DE MODELO MATEMATICO
QUE UTILIZAN QUEBRADOS

1. Compro un caballo con los 3/8 de mi dinero y un reloj de 20 pesos. Si lo empleado ha sido los 2/5 de mi dinero. ¿Cuánto tenía?

RESPUESTA: 800 pesos

DATOS MODELO OPERACIONES

2. Los libros de Pedro equivale a los 7/9 de los libros que poseo y Enrique posee 28 libros. Si los libros de Pedro junto con los de Enrique representan los 7/8 de los libros que poseo. ¿Cuántos libros tengo?

RESPUESTA: 288 libros.

DATOS MODELO OPERACIONES

3. Después de vender los 3/4 de un rollo de alambre y 30 m. más, queda - 1/6 del alambre que había al principio. ¿Cuál era la longitud del rollo de alambre antes de vender nada?.

RESPUESTA: 360 m.

DATOS MODELO OPERACIONES

4. La edad de Julia es 3/7 de la mía y la hermana de Julia tiene 8 años La suma de las edades de Julia y su hermana equivale a 5/9 de mi edad ¿Cuál es mi edad y cuál es la edad de Julia.

RESPUESTA: 63 años la mía. 27 años la de Julia.

DATOS MODELO OPERACIONES

5. Los 2/3 de un número más los 5/6 de un número exceden en 9 al número. ¿Cuál es el número?

RESPUESTA: 18.

DATOS MODELO OPERACIONES

6. 15/8 de un número más su cuarta parte exceden en treinta unidades al-número. ¿Cuál es el número?

DATOS MODELO OPERACIONES

7. Si se aumentara en su sexta parte el dinero que tengo y recibiera -- después 20 pesos, tendría 69 pesos. ¿Cuánto dinero tengo?

RESPUESTA: 42 pesos

DATOS MODELO OPERACIONES

8. El número de alumnos de una clase es tal que aumentado en sus 2/5, disminuido en sus 2/3 y añadiéndole 20, dá por resultado 152. Hallar el número de alumnos.

RESPUESTA: 180 alumnos.

DATOS MODELO OPERACIONES

9. Reparto cierta cantidad entre mis hermanos. Al mayor doy 1/7, al mediano 1/8 y al menor el resto. Si al menor le he dado 34 pesos más - que al mediano. ¿Cuál fue la cantidad repartida y cuánto recibió cada uno?.

RESPUESTA: El mayor 8 pesos, el mediano 7 pesos y el menor 41 pesos
La cantidad repartida fué 56 pesos

DATOS MODELO OPERACIONES

10. 3/4 más 2/5 de un número exceden en 36 al número. Hallar el número.
RESPUESTA: 240

DATOS MODELO OPERACIONES

MODELOS MATEMATICOS

PROBLEMAS CON DOS INCOGNITAS

1. La suma de dos números es cuatro veces el menor. Si al número menor se le suman 15 y al mayor se le restan 13, los resultados son iguales. Encuentre los números.

DATOS MODELO

2. Un comerciante de tabaco mezcló un grado de tabaco que vale $1.40 por libra, con otro que vale $1.80 por libra a fin de obtener 50 libras de una mezcla que vendió a $1.56 por libra. ¿Qué peso de cada calidad fue empleado?

DATOS MODELO

3. En una tienda una persona compró cinco camisas y cuatro corbatas por treinta pesos. Otro cliente compró dos camisas y seis corbatas por veintitres-pesos. ¿Cuál es el precio de cada camisa y cada corbata?

DATOS MODELO

4. La suma de dos números es el doble que la diferencia, y el mayor excede al menor en 6. Encuentre los números.

DATOS MODELO

5. La suma de dos números es cuatro veces el menor. Si el número menor se le suman 15 y al mayor se le restan 13, los resultados son iguales. Encuentre los números.

DATOS MODELO

6. La suma de dos números es 28 y el doble de su diferencia es 28. Encontrar los números

. DATOS MODELO

7. El doble de cierto número sumado a otro número es igual a 14. El cuádruple del primer número multiplicado por el doble del segundo número es igual a 96. Encontrar los números.

DATOS MODELO

8. Una estación de servicio mezcla gasolina de 29 centavos con gasolina de 37 centavos para formar 200 litros de mezcla que va a vender a 34 centavos el litro. ¿Cuántos litros de cada clase entran en la mezcla?

DATOS MODELO

9. Juanita pagó 4.30 pesos por 4 kilogramos de nueces y 3 kilogramos de cacahuates A los mismos precios Elena compró 5 kilogramos de nueces y 2 kilogramos de cacahuates por 4.15 pesos. ¿Cuál es el precio por kilogramo de cada clase?

PROBLEMAS DE MODELO EN LOS QUE SE COMBINA VOLUMEN CON PESO Y DENSIDAD

Para la resolución de estos problemas, el alumno debe tener presente la fórmula:

$$D = \frac{P}{V}$$

1. Un listón de cedro que mide 15 cm. por 10 cm. por 5 cm., pesa 390 gms. ¿Cuál es la densidad del cedro?

   RESPUESTA: 0.52

   DATOS MODELO OPERACIONES

2. ¿Cuánto pesa una esfera de hierro (densidad = 7.8) cuyo diámetro es 20 cm.?

   RESPUESTA: 32.672 Kg.

   DATOS MODELO OPERACIONES

3. Un terrón de azúcar de 3 cm. por 2 cm. por 1 cm., pesa 9.6 g. Hallar-la densidad del azúcar.

RESPUESTA: 1.6

DATOS MODELO OPERACIONES

4. La goma de borrar de un lápiz tiene forma de cilindro. Si su altura-es 1.5 cm. y el diámetro de la base 1 cm. ¿Cuánto pesa la goma? (Densidad de la goma 0.9)

RESPUESTA: 1.06129

DATOS MODELO OPERACIONES

5. ¿Cuánto pesa el aceite de oliva que contiene lleno un jarro de lata cilíndrico de 20 cm. de altura, siendo 5 cm. el radio de su base? (Densidad del aceite de oliva 0.91)

RESPUESTA: 1.429 Kg.

DATOS MODELO OPERACIONES

PROBLEMAS QUE SE RELACIONAN CON VELOCIDAD

La siguiente expresión se conoce con el nombre de Ecuación del movimiento rectilíneo uniforme:

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}$$

Este movimiento es el que describe un móvil que recorre en una trayectoria recta distancias iguales en tiempos iguales. Se llama Velocidad del móvil a la distancia que recorre cada unidad de tiempo.

1. Un corredor recorre en una pista la distancia de 80 m. en 12 segundos. ¿Qué velocidad desarrolla?

   DATOS MODELO OPERACIONES

2. Un automóvil conserva durante 20 minutos constantemente su velocidad a razón de 60 km. por hora. ¿Qué distancia recorre?

   DATOS MODELO OPERACIONES

3. Un avión vuela entre dos ciudades a razón de 400 kilómetros por hora. Si la distancia en línea recta entre dichas ciudades es de 300 kilómetros. ¿Qué tiempo tarda en hacer el recorrido?

   DATOS MODELO OPERACIONES

PROBLEMAS DE MODELO MATEMATICO QUE UTILIZAN NUMEROS ENTEROS

1. A tiene 9 años, B tantos como A y C juntos, C tantos como A y D juntos D tiene 7 años. ¿ Cuál es la edad de M, que si tuviera 15 años menos - tendría igual edad que los cuatro anteriores juntos?

   RESPUESTA: 72 años

   DATOS MODELO OPERACIONES

2. A tiene 42 años, las edades de A, B y C suman 88 años y C tiene 24 - años menos que A. ¿Cuál es la edad de B y cuál la de C?

   RESPUESTA: B tiene 28 años, C tiene 18 años.

   DATOS MODELO OPERACIONES

3. El producto de dos números es 7533, y uno de los números es 81. ¿En cu ánto excede el duplo de la suma de los dos números a la mitad de su di ferencia?

   RESPUESTA: En 342

DATOS MODELO OPERACIONES

4. ¿Por cuál número se multiplica 634 cuándo se aumenta en 3170?

RESPUESTA: Por 6

DATOS MODELO OPERACIONES

5. ¿Cuál es el número que multiplicado por 5, añadiéndole 6 a este producto y dividiendo esta suma entre 2 se obtiene 23?

RESPUESTA: 8

DATOS MODELO OPERACIONES

6. ¿Cuál es el número que sumado con 14, multiplicando esta suma por 11, dividiendo el producto que resulta entre 44 y restando 31 de este cociente se obtiene 1474?

RESPUESTA: 6006

DATOS MODELO OPERACIONES

7. Tenía cierta cantidad de dinero. Pagué una deuda de 86 pesos, entonces recibí una cantidad igual a la que me quedaba y después presté 20 pesos a un amigo. Si ahora tengo 232 pesos. ¿Cuánto tenía al principio?

RESPUESTA: 212 pesos

DATOS MODELO OPERACIONES

8. El lunes perdí 40 pesos; el martes gané 125 pesos; el miércoles gané el doble de lo que tenía el martes y el jueves, después de perder la mitad de lo que tenía, me quedan 465 pesos. ¿Cuánto tenía antes de empezar a jugar?

RESPUESTA: 225 pesos.

DATOS MODELO OPERACIONES

9. Multiplico un número por 6 y añado 15 al producto; resto 40 de esta-suma y la diferencia la divido por 25, obteniendo como cociente 71. ¿Cuál es el número?

RESPUESTA: 300

DATOS MODELO OPERACIONES

10. Un saco y un pantalón valen 74 pesos; el pantalón y su chaleco 51 pesos y el saco y el chaleco 66 pesos. ¿Cuánto vale cada pieza?

RESPUESTA: Saco 45 pesos. Pantalón 30 pesos. Chaleco 21 pesos

DATOS MODELO OPERACIONES

11. La edad de A es 4 veces la de B y ambas edades suman 45 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

RESPUESTA: A tiene 36 años, B tiene 9 años.

DATOS MODELO OPERACIONES

12. Entre A y B tienen 12,816 pesos, y B tiene la tercera parte de lo- que tiene A . ¿Cuánto tiene cada uno?

RESPUESTA: A tiene 9.612 pesos. B tiene 3.204 pesos.

DATOS MODELO OPERACIONES

13. 638 excede en 14 unidades a la suma de un número con su quíntuplo. ¿Cuál es el número?

RESPUESTA: 104.

DATOS MODELO OPERACIONES

14. La edad de Claudio es el cuádruplo de la de Alfredo y si ambas edades se suman y a esta suma se añade 17 años, el resultado es 42 años. Hallar las edades.

RESPUESTA: Alfredo tiene 5 años. Claudio tiene 20 años.

DATOS MODELO OPERACIONES

15. Un muchachotiene 32 canicas entre las dos manos y en la derecha tiene 6 más que en la izquierda. ¿Cuántas canicas tiene en cada mano?

RESPUESTA: 19 en la derecha. 13 en la izquierda.

DATOS MODELO OPERACIONES

16. Un hotel de dos pisos tiene 48 habitaciones y en el segundo piso hay 6 habitaciones más que en el primero. ¿Cuántas habitaciones hay en cada piso?

RESPUESTA: EN el primero 21. EN EL segundo 27.

DATOS MODELO OPERACIONES

17. Cuando Rosa nación, María tenía 30 años. Ambas edades suman hoy 26 - años más que la edad de Elsa, que tiene 50 años. ¿Qué edad tiene Ma tilde, que nació cuando Rosa tenía 11 años.

RESPUESTA: 13 años.

DATOS MODELO OPERACIONES

18. Encuentre tres números consecutivos tales que su suma sea 72.

DATOS MODELO OPERACIONES

19. Dos monedas raras tienen un valor de 90 pesos. Si el valor de una de ellas es el doble que la otra. ¿Cuánto vale cada moneda?

DATOS MODELO OPERACIONES

20. Encuentre tres enteros impares consecutivos tales que su suma sea 69

Nota: Un entero impar puede representarse como $2x + 1$.

Los tres números enteros consecutivos impares son los siguientes:

El primero: $2x + 1$

El segundo: $(2x + 1) + 2 = 2x + 3$

El tercero: $(2x + 1) + 4 = 2x + 5$

CONJUNTOS

OBJETIVOS.

— El alumno conocerá el concepto de función.

— Comprenderá que el concepto de función es una generalización abstracta de funciones concretas, tales como tiempo, distancia velocidad.

— Identificará la variable independiente y la variable dependiente.

— Construirá gráficas.

— Describirá qué es una relación.

— Describirá cómo es una función con respecto a una relación.

— Describirá el concepto de conjunto.

— Describirá un muestreo estadístico.

M O D U L O   I I

TEMA 2

CONJUNTO

1. RELACION

2. FUNCION.- Función como una relación.

3. DOMINIO. RANGO.

4. VARIABLE INDEPENDIENTE. VARIABLE DEPENDIENTE.

5. GRAFICAS.- Gráficas de una función, gráficas de una relación.

RELACIONES.

DEFINICION: Una relación es cualquier conjunto de pares ordenados. Una relación es una correspondencia entre dos conjuntos, que asocia con cada elemento del primer conjunto algún elemento del segundo conjunto.

De hecho, cada conjunto de pares ordenados es una relación.

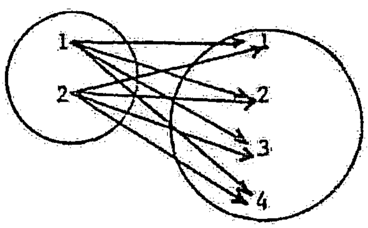
DOMINIO DE LA RELACION: El conjunto de todos los primeros elementos de los pares ordenados se llama Dominio de la relación.

CONTRADOMINIO O RANGO: El conjunto de todos los segundos elementos de los pares ordenados forma el Contradominio, Codominio o Rango de la relación.

El conjunto de pares ordenados $\{(1,2),(1,3),(1,4),(1,5)\}$ es una relación. El dominio de esta relación es $\{1\}$

El Codominio o Rango es $\{2,3,4,5\}$

El siguiente diagrama muestra una relación:



Esta relación se representa así:

$$A = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4)\}$$

F U N C I O N E S

Una función es un tipo específico de correspondencia o relación entre los elementos de dos conjuntos.

Tales relaciones no son difíciles de encontrar. Por ejemplo: El área de un cuadrado se relaciona con la longitud de su lado; el costo de fabricar una hogaza de pan está asociada con el precio de la harina; la distancia que recorre un carro después de haberle aplicado los frenos está relacionada ciertamente con su velocidad. En cada uno de estos ejemplos existe una conexión entre los elementos de un conjunto y los de otro conjunto: Un conjunto de números que representan las áreas a un conjunto de números que representan las longitudes; un conjunto de costos a un conjunto de precios; un conjunto de distancias a un conjunto de velocidades.

Aunque cada uno de los ejemplos anteriores se refiere a números, existen muchos casos de correspondencias entre conjuntos no numéricos. Un mapa de una región puede contener un número de puntos cada uno de los cuáles representa una ciudad. En este caso, tenemos una correspondencia entre un conjunto de puntos y un conjunto de ciudades.

DEFINICION: Una función es una correspondencia entre los elementos de dos conjuntos que asocia con cada elemento del primer conjunto un único elemento del segundo conjunto.

El primer conjunto se llama DOMINIO DE LA FUNCION.

Si x es un elemento del dominio de una función, entonces el elemento correspondiente del segundo conjunto se llama imágen de x. El conjunto de todas las imágenes se llama RANGO DE LA FUNCION.

Es importante que se entienda por qué esta definición nos da una idea más clara:

DEFINICION: Una función es un conjunto de pares ordenados en el que no hay dos pares distintos con el mismo primer miembro. El conjunto de todos los primeros miembros de los pares se llama DOMINIO DE LA FUNCION y el conjunto de todos los segundos miembros o imágenes se llama RANGO DE LA FUNCION.

Ejemplo:

El conjunto de pares ordenados $\{(1,3),(2,4),(3,5),(4,6)\}$ Es una función. El dominio de esta función es el conjunto $\{1,2,3,4\}$. Y el rango es el conjunto $\{3,4,5,6\}$

PROBLEMAS.

61. En el conjunto $\{(1,1),(2,1),(3,1),(4,1)\}$ se representa una función. Decir cuál es el dominio y cuál es el rango.

62. El conjunto $\{(2,2),(2,3),(2,4),(2,5)\}$ ¿Es una función?

Cuando una función está definida por el ennumerado de todos los pares ordenados que pertenecen a la función, no hay ningún problema.

El dominio, el rango y la correspondencia están todos expuestos. Sin embargo, cuando una función está definida mediante una ecuación, el dominio y el rango no están definidos explícitamente. Si el dominio de una función no aparece dado, es práctica común suponer que está formado por todos los números reales, que según la regla de correspondencia, tengan una imagen que sea un número real.

Para que un conjunto de pares ordenados se clasifique como una función no deben existir dos pares del conjunto con el mismo primer elemento. Así - pues con nuestra definición, el conjunto

$$\{(0,0),(1,1),(1,-1),(4,2),(4,-2)\}$$

no es una función. Tales conjuntos los hemos definido ya como relaciones. De hecho cada conjunto de pares ordenados es una relación. La definición de relación difiere de la función sólo en un aspecto. No es necesario que cada - elemento del dominio está asociado con un sólo elemento de la imagen. Según eso, tenemos estas definiciones:

<u>Una relación es cualquier conjunto de pares ordenados.</u>

<u>Cada función es una relación, pero solamente algunas relaciones son funciones.</u>

63. Una señora entra a una farmacia y pide al farmacéutico 10 g. de una mezcla de Zinc y Azufre; el farmacéutico está distraído, así que, cuando la señora se ha retirado para recoger más tarde su preparación, éste se da cuenta de que olvidó preguntarle la proporción en que ella deseaba su mezcla. ¿Crees que las cantidades se podrían variar así?

ZINC	AZUFRE
0.5	9.5
1	9
1.5	8.5
2	8
2.5	7.5
3	7
3.5	6.5
4	6
4.5	5.5
5	5
5.5	4.5
6	4
6.5	3.5
7	3
7.5	2.5
8	2
8.5	1.5
9	1
9.5	0.5

REPRESENTA ESTE CONJUNTO COMO PARES ORDENADOS Y DI SI ES UNA FUNCION

VARIABLE INDEPENDIENTE. VARIABLE DEPENDIENTE

En general, cuando se usa una ecuación en dos variables para definir - una función, la variable INDEPENDIENTE es aquella cuyo conjunto satisfactor es el Dominio de la Función. La Variable DEPENDIENTE es aquella cuyo conjunto satisfactor es el rango de la función.

En la función F de pares ordenados (x,y)

x representa la Variable Independiente.

y representa la Variable Dependiente.

Se dice que "y" es una función de "x", porque los valores que tome - "y", dependen de los valores de "x".

La proposición "y es una función de x" se simboliza así:

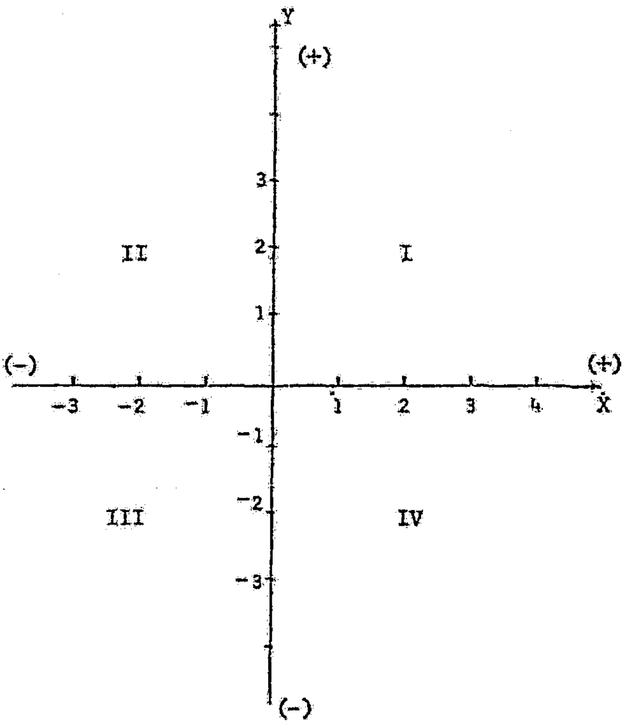
$$y = f(x)$$

Una GRAFICA es, quizá, la forma más clara de ilustrar algunas funciones (en general algunas relaciones). ¿Cómo se construyen tales gráficas?. Puesto que una función es un conjunto de pares ordenados. Cada punto sobre la recta numérica es la gráfica de un sólo número real; para graficar una función debemos disponer de un procedimiento para graficar parejas de números.

La forma más comunmente utilizada para este procedimiento fue inventada por el filósofo y matemático francés RENE DESCARTES y se llama Sistema Coordenado Rectangular o Sistema Coordenado Cartesiano. Este sistema es sumamente simple: Consiste en dos rectas numéricas dibujadas perpendicularmente una a - la otra, en sus orígenes. Las dos rectas numéricas perpendiculares se llaman - ejes coordenados. El eje horizontal se llama eje "x" o de las "x", y el eje vertical se llama eje "y" o eje de las "y".

El punto de intersección de ambos ejes se llama origen del sistema y se denota usualmente por 0. Las coordenadas del eje "x" a la derecha del orígen se consideran POSITIVAS. Las de puntos a la izquierda del orígen NEGATIVAS. Similarmente los puntos del eje "y", arriba del orígen tienen coordenadas positivas y los que est´an abajo del origen tienen coordenadas negativas.

Nps ejes "x" y "y" separan el plano en cuatro regiones llamadas CUADRANTES. Empezando por el que se encuentra arriba a la derecha y desplazándose en sentido contrario a las manecillas del reloj, los Cuadrantes se numeran: I, II, III, IV.



Si se emplea un sistema coordenado rectangular, es posible obtener una representación geométrica o una descripción geométrica de una función. Para lograr este propósito se requiere que cada par ordenado de números (x,y) de una función sean las coordenadas de un punto en el plano cartesiano con "x" como la abscisa y "y" como la ordenada. Entonces se define la gráfica de una función como sigue:

LA GRAFICA DE UNA FUNCION es la totalidad de puntos (x,y) tales que sus coordenadas constituyen el conjunto de pares ordenados de la función, con "x" un número en el dominio y "y" el número correspondiente en el rango.

Las gráficas de la mayoría de las funciones son curvas contínuas y suaves. Cuando se dice que la gráfica de una función es una curva, se quiere decir que el punto determinado por cada par ordenado de números de la función está sobre la curva y que las coordenadas de cada punto en la curva son un par ordenado de números de la función.

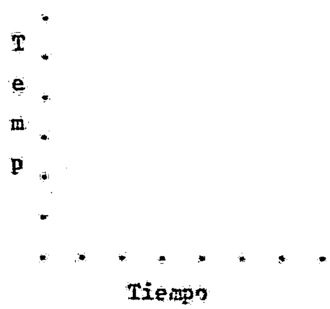
Si el Dominio de una función no está especificado, entonces debe suponerse que es el sistema de los números reales. En tales casos, para obtener un conjunto de pares ordenados con el fin de construir una gráfica, es aconsejable empezar por asignar a "x", enteros pequeños consecutivos y continuar el proceso hasta conseguir un número considerable de puntos y determinar, de esta manera, la naturaleza de la gráfica.

PROBLEMAS - GRAFICAS

64. En una práctica del laboratorio de Física se obtuvieron los siguientes - valores al calentar un líquido:

TIEMPO (Minutos)	TEMPERATURA (°C)
0	20
1	25
2	30
3	35
4	40
5	45
6	50
7	55
8	60
9	65
10	70
11	75
12	80

Construye una gráfica de TEMPERATURA contra TIEMPO



65. Suponemos un vehículo que se mueve a velocidad constante, construir una-gráfica Distancia contra Tiempo con los datos siguientes:

TIEMPO (Minutos)	DISTANCIA (Kilómetros)
0.10	6
0.20	12
0.30	18
0.40	24
0.50	30

66. Construir una gráfica temperatura contra tiempo, con los siguientes datos que fueron obtenidos de los cambios de estado de líquido, en prácticas de laboratorio.

TIEMPO (Minutos)	TEMPERATURA (°C)
0.	−10
0.5	− 8
1.0	0
1.5	0
2.0	0
2.5	2
3.0	4
3.5	20
4.0	30
4.5	50
5.0	60
5.5	70
6.0	80
6.5	90
7.0	100
7.5	100
8.0	100

67 La siguiente tabla muestra la cantidad de Dióxido de Carbono que se disuelve en 100 cm^3 de agua a la presión atmosférica y distintas temperaturas.

MASA DE GAS DISUELTO (gr)	TEMPERATURA (°C)
0.34	0
0.24	10
0.18	20
0.14	30
0.12	40
0.10	50
0.086	60

Construye una gráfica con estos datos. ¿Cuál es la variable independiente ¿Cuál la dependiente? ¿Por qué?

68. Acerca de cualquier disciplina construye una lista de variables independientes y dependientes.

69. Construye una sola gráfica que muestre la representación de las tres siguientes tablas de datos. Es una gráfica variación de volumen contra temperatura. Une los puntos de cada una de las tablas de manera que obtengas tres líneas de colores diferentes. Es decir, un color para cada línea.

<u>TABLA I</u>

A I R E Temperatura (°C)	A I R E Variación de volumen (cm^3)
26.4	0
29.0	0.3
35.2	0.8
40.8	1.1
45.8	1.5
51.8	2.0

A I R E Temperatura (°C)	A I R E Variación de Volumen (cm)
56.0	2.4
61.2	2.7
66.0	3.2
69.5	3.4
75.2	3.9
80.0	4.3

TABLA II

PROPANO Temperatura (°C)	PROPANO Variación de Volumen
27.0	0
33.2	0.5
39.0	0.9
46.4	1.5
52.2	1.8
58.5	2.4
63.0	2.9
68.4	3.2
72.0	3.4
76.2	3.7
80.5	4.2

TABLA III

DIOXIDO DE CARBONO Temperatura (°C)	DIOXIDO DE CARBONO Variación de volumen (cm^3)
26.5	0
32.0	0.5
37.5	0.8
44.8	1.6
52.0	2.1
58.0	2.6
64.0	3.0
69.0	3.5
74.0	3.8
80.0	4.4

¿Qué conclusiones puedes sacar acerca de tu gráfica?

70. En tu casa acumula varios objetos circulares. Toma uno por uno midiendo el perímetro y el radio. Un acuerdo con las mediciones realizadas anota en una tabla los valores obtenidos para cada objeto.

OBJETO	PERIMETRO	RADIO
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Traza una gráfica de los perímetros en función de los radios.

a) En caso de cuadruplicarse el radio. ¿Cuántas veces aumenta el perímetro?

b) ¿Es posible deducir de la gráfica el hecho de que sí se duplica el perímetro?

c) Podrías establecer una representación matemática que representara esta relación.

71. Durante un viaje en un camión de línea, un pasajero sentado junto al conductor anotó los siguientes tiempos al pasar frente a los indicadores de kilómetros.

TIEMPO (horas-minutos)	DISTANCIA (kilómetros)
10:05	40
10:25	45
10:40	52
10:50	62
11:00	66
11:10	68
11:25	78
11:40	82
11:50	82
12:05	76
12:15	70
12:30	56
13:15	40

Representa gráficamente la distancia recorrida por el camión en función del tiempo.

72. Traza con cuidado la gráfica del área de un cuadrado en función del lado, para longitudes comprendidas entre 1 y 10 cm. (Después utilízala como tabla de raíces cuadradas para resolver otros problemas)

73. Construye la gráfica de la función siguiente:

$$f = \{(-5,-3),(-2,0),(1,3),(4,6)\}$$

74. Considerando que el dominio es el conjunto $D = \{0,1,2,3,4,5\}$ Expresar el contradominio de la función $m^3 + 2$

75. Consideremos el enunciado $2x + y = 7$. Si el dominio de la función es $D = \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Determina los valores del rango y construye una gráfica.

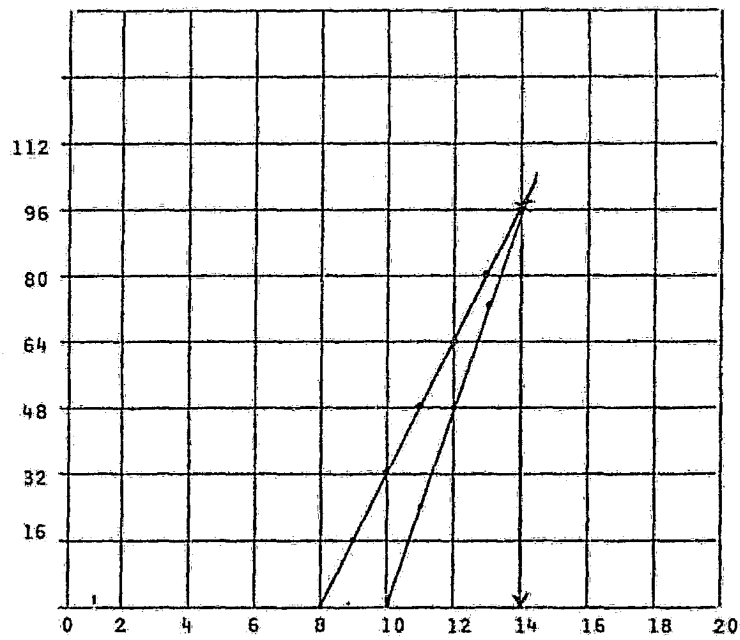
76. Localiza en una gráfica los siguientes puntos:

a) $A(4,1)$
b) $B(2,4)$
c) $C(-2,3)$
d) $D(-3,-2)$
e) $E(2,-3)$
f) $F(0,-1)$
g) $G(-4,0)$

EJERCICIO:

Un ciclista sale a las 8 de la mañana y con una velocidad (supuesta uniforme) de 16 kilómetros por hora, con dirección a un punto determinado- Otro ciclista sale dos horas después, con una velocidad de 24 kilómetro por hora y se dirige hacia el mismo punto. ¿Cuánto tiempo tardará el segundo en alcanzar al primero?

CONSTRUCCION GRAFICA



La gráfica indica que se encuentran cuatro horas después de haber salido el segundo ciclista, es decir, a las 14 horas. La gráfica señala igualmente que cada ciclista ha recorrido 96 km., y puede verse también a qué distancia estaba cada uno del otro a las diferentes horas: 32 km. a las 10.24 km. a las 11, 16 km. a las 12, etc.

CONJUNTOS. OTROS TIPOS DE GRAFICAS

Un conjunto es una agrupación, colección o cantidad de cosas, objetos o acontecimientos, que tienen una característica determinada en común.

Cuando alguien habla de un conjunto, se refiere a una colección de objetos que se entiende se presentan juntos. Estos objetos se llaman miembros o elementos del conjunto. Si hemos de entender lo que significa un cierto conjunto al que estamos considerando, hemos de saber cuáles son sus elementos o tener una forma de determinar si un conjunto en particular es o nó elemento del conjunto

La utilización de la idea de conjuntos, es particularmente importante en el uso del muestreo estadístico, la expresión muestrear una población, significa extraer una muestra o muestras de esa población.

Cuando se trata con grandes conjuntos de datos, generalmente conviene distribuirlos en clases o categorías y determinar el número de elementos que pertenecen a cada clase, número llamado frecuencia de clase.

Supongamos que se desean estudiar las características de la duración "x" de las llantas tipo A que fabrica una compañía. Para ello se extrae una muestra de 60 llantas nuevas, y bajo condiciones homogéneas de experimentación se determina la duración de cada una. En la siguiente tabla se consignan las duraciones de las 60 llantas nuevas en miles de km.; los datos están presentados en la forma en que se colectaron.

77. DURACION DE 60 LLANTAS EN MILES DE KILOMETROS.

40.1	50.2	48.9	40.4
47.5	39.6	42.3	43.7
46.9	48.8	44.4	41.5
45.8	45.0	47.7	43.3
47.2	46.0	47.7	43.9
45.2	44.2	45.5	43.9
44.1	41.3	42.8	46.7
42.9	48.2	39.1	44.7
47.0	49.8	37.4	43.6
52.0	47.9	40.7	46.3
42.1	42.6	40.6	43.1
42.6	49.1	46.9	41.8
41.9	46.1	46.7	45.5
43.9	50.8	44.5	48.3
46.7	51.2	43.4	44.8

Construye una tabla con dos columnas. En la primera columna escribe la duraci´on de las llantas en miles de kil´ometros, sin repetir ningun - valor. En la segunda columna escribe el n´umero de veces que se presentó - ese número.

LENGUAJE SIMBOLICO

FUNCIONES

Simbolizar las siguientes proposiciones:

1. El costo de una pared depende entre otras cosas de su superficie; luego el costo es función de la superficie.

2. El trabajo realizado por cierto número de obreros depende del número de días que trabajen; luego, el trabajo realizado es función del número de días.

3. El tiempo empleado en hacer una obra depende del número de obreros - empleados; luego el tiempo es función del número de obreros.

4. El interés mensual que produce un capital de $ 5,000, depende del tanto por ciento a que esté colocado; luego el interés es función del tanto por ciento.

5. El salario de un obrero depende del tiempo que haya trabajado, el salario es función del número de días de trabajo.

6. El área de un cuadrado depende de la longitud de su diagonal; luego el área de un cuadrado es función de su diagonal..

7. El área de un círculo depende de la longitud del radio; luego, el área de un círculo es función del radio.

8. El volumen de un ortoedro, depende de su ancho, su largo y su altura; luego, el volumen es fución del ancho, del largo y de la altura.

9. Cuando se agrega aluminio a un exceso de ácido clorhídrico, la cantidad de hidrógeno producido varía directamente con la cantidad de aluminio - agregado; luego, la cantidad de hidrógeno es función de la cantidad de aluminio.

10. La cantidad de aceite que consume un barco depende de la distancia recorrida; luego, la cantidad de aceite es función de la distancia.

PROBLEMAS DE CONSTRUCCION DE GRAFICAS

1. Construye una gráfica donde puedas mostrar los siguientes datos:

DENSIDAD DEL AGUA A DIFERENTES TEMPERATURAS

0	0.999 87
1	0.999 93
2	0.999 97
3	0.999 99
4	1.000 00
5	0.999 99
6	0.999 98
8	0.999 87
10	0.999 73

Observa los datos, decide si la densidad depende de la temperatura, entonces la densidad es función de la temperatura. Esto te servirá para saber qué variable pones en el eje X, así como qué variable pones en el eje Y.

2. Construye una gráfica de distancias en el movimiento rectilíneo uniforme tomando el siguiente caso:

Un móvil arranca de cierto punto con una velocidad de 40 metros por se - gundo y está moviéndose durante 10 segundos.

(Prepárese primero una tabla de valores con dos columnas:
Una para las distancias recorridas y otra para el tiempo empleado. Dibú jese después un sistema de coordenadas cartesianas. En el eje vertical - se marcan las distancias recorridas usando la siguiente escala: 1 cm. re presenta 50 cm.

En el eje horizontal 1 cm. representa 1 segundo y sobre éste se marca el tiempo transcurrido)

3. La solubilidad del azúcar viene expresada en la siguiente tabla:

TEMPERATURA (°C)	SOLUBILIDAD DEL AZUCAR EN AGUA ($g/100\ cm^3$)
0	180
20	200
40	240
60	290
80	360
100	490

Construye una gráfica de Temperatura contra Solubilidad del azúcar en agua.

RESOLUCION DE PROBLEMAS

"MATERIAL DE APOYO"

MATEMATICAS I - FISICA I

Profesora: Reyna María Rivera Jiménez.

C.C.H. Azcapotzalco.

MODELOS ARITMETICOS

(1) POTENCIAS DE 10

Expresa las siguientes cantidades utilizando potencias de 10.

a) $0.001 = 1 \times 10^{-3}$

b) $2\ 000\ 000 = 2 \times 10^{6}$

c) $1/10 = 0.1 = 1 \times 10^{-1}$

d) $2/1.000 = 0.002 = 2 \times 10^{-3}$

e) $3\ 000\ 000 = 3 \times 10^{6}$

f) $0.0079 = 7.9 \times 10^{-3}$

g) $0.00003 = 3 \times 10^{-5}$

h) $100 = 1 \times 10^{2} = 10^{2}$

(2) Expresa las siguientes cantidades, pasando las potencias de 10 a notación común:

a) $10^{-6} = 0.000001$

b) $3 \times 10^{4} = 30\ 000$

c) $2 \times 10^{-8} = 0.00000002$

d) $2,1 \times 10^{-1} = 0,21$

e) $10^{0} = 1$

f) $10^{-1} = 0,1$

(3) En 1959 la población de los Estados Unidos era, aproximadamente de 176 000 000 de habitantes. Expresar este número con la notación de las potencias de 10.

REspuesta: $1.76 \times 10^{8} = 176\ 000\ 000$

(4) Exprésese como potencia de 10 al presupuesto anual de los Estados Unidos, suponiéndolo de 71 mil millones de dólares.

RESPUESTA: $71\ 000\ 000\ 000 = 71 \times 10^{9} = 7.1 \times 10^{10}$

(5) La luz recorre una distancia del orden de 10^5 Km. en cada segundo. ¿Qué distancia recorrerá la luz en un año?

1 año = 365 días

1 año = $365 \times 24 = 8.760$ horas.

1 año = $8.760 \times 60 = 525.600$ minutos

1 año = $525.600 \times 60 = 31,536.000$ segundos.

RESPUESTA: $31,536.000 \times 10^5$ kilómetros.

(6) Empleando la notación de las potencias de 10, hallar los siguientes resultados:

a) $0.00418 \times 39.7 = 4.18 \times 10^{-3} \times 3.97 \times 10^{-1}$
$= 4.18 \times 3.97 \times 10^{-3} \times 10^{-1}$
$= 16.5946 \times 10^{-4} = 0.00165946$

b) $0.703 \times 0.014 = 0.009842 = 9.842 \times 10^{-3}$

(7) SUMA

Lo que gasto el primer año que tengo carro: 10.000 pesos de enganche y 12 letras de 1.430.00 cada una. 566.25 pesos a Hacienda de pago por pago de facturación. Placa 100 pesos. Impuesto anual 300 pesos. Fotografías y licencia 50 pesos. Sociedad de servicio 175 pesos. Seguro 785.75 pesos. Pensión 100 pesos al mes. Gasolina un promedio de 40 pesos semanales. Propinas a cuidadores 2 pesos a la semana. Lavado y engrasado 30 pesos al mes. Propinas o infracciones 50 pesos al mes. Cambio de aceite y afinación 75 pesos cada dos meses. ¿Cuánto he pagado al terminar el año? (1 año = 52 semanas)

OPERACIONES	SUMA TOTAL
1) 1,430.70 x 12 =17,168.40	$ 10,000.00
2) 100 x 12 = 1,200	17,168.40
3) 40 x 52 = 2,080	566.25
4) 52 x 2 = 104	100.00
5) 30 x 12 = 360	300.00
6) 150 x 12 = 1,800	50.00
7) 75 x 6 = 450	175.00
	785.00
	1,200.00
	2,080.00
	104.00
	360.00
	1,800.00
	450.00
RESPUESTA: 35,139.40	35,139.40

(8) El libertador Simón Bolívar nació en Caracas en 1783, principió su carrera militar en 1811 y murió en la Quinta de San Pedro, cerca de Santa Marta, 19 años después. ¿Qué edad tenía cuando inició su carrera militar y en qué año y a qué edad murió?

RESPUESTA: 1811 - 1783 = 28

28 + 19 = 47

Principió su carrera a los 28 años.

Murió a los 47 años.

1783 + 47 = 1830

Murió en 1830.

(9) El señor Gonzáles deposita en el Banco $ 8,475.60; posteriormente hace los siguientes depósitos: $ 748.00, $ 1.324.70, $859.00 y retira $ 232.75. ¿Cuál es su saldo después de estos movimientos?

OPERACIONES:

DEPOSITOS	RETIROS
8,745.60	382.50
+ 748.00	+ 232.75
1,324.70	
859.00	
11,407.30	615.25

(10) En Iberoamérica la mayoría del pueblo habla español, sin embargo, algunos indígenas conservan su propio idioma. Por ejemplo, en México hablan: Náhuatl 700.000, Otomí 450.000, Maya 300.000, Mixteco 200.000, Zapoteca 250.000, otras de menor importancia 50.000.- ¿Cuál es en total la cantidad de indígenas que no hablan español en la República Mexicana?

OPERACIONES

```
  700.000
  450.000
  300.000
  200.000
  100.000        RESPUESTA: 2.250.000 indígenas.
  200.000
  250.000
   50.000
-----------
2,250.000
```

(11) Dos estudiantes realizaron las siguientes medidas en el laboratorio y quisieron hallar su suma: 3.52 m., 4.213 m. y 5.04 m. Es estudiante insistía en redondear primeramente a las centésimas y luego sumar, mientras que el otro decía que podían sumar directamente las medidas y luego redondear la suma.

a) Ensaya ambos métodos y compara los resultados.

b) ¿Qué estudiante tenía razón?

c) Analiza el caso de las siguientes medidas:

i) 3.521 m., 4.657 m., 5.062 m.

ii) 3.526 m., 4.657 m., 5.026 m.

a) 1º

$3.52 + 4.213 + 5.04 = 12.773$ m. Redondeando: 12.77 m.

2º

$3.52 + 4.21 + 5.04 = 12.770$

c) i) $3.52 + 4.66 + 5.06 = 13.24$ redondeando primero

$3.521 + 4.657 + 5.062 = 13.24$ sumando primero

RESPUESTA: Es mejor primero sumar y después redondear la cifra.

ii) 3.53 + 4.66 + 5.03 = 13.22 redondeando primero

3.526 + 4.657 + 5.026 = 13.209 sumando primero

redondenado la cifra: 13.209 = 13.21

(12) Compré una casa por 120.500 pesos y un automóvil por 80.000 pesos. Vendí la casa en 120.564 y el automóvil en 11.676. ¿Gané o perdí y cuánto?

OPERACIONES:

Compra

120.500 + 80.000 = 200.500

Venta

120.564 + 11.676 = 132.240

Diferencia entre venta y compra

200.500 - 132.240 = 68.260

RESPUESTA : Perdió $ 68,260.00

(13) Un hombre deja 9.500 sucres para repartir entre sus tres hijos y su esposa. El mayor debe recibir 2.300, el segundo 500 menos que el mayor; el tercero tanto como los dos primeros juntos y la esposa lo restante. ¿Cuánto recibió ésta?

Primer hijo = 2.300 Sucres.

Segundo hijo = 2.300 - 500 = 1.800 Sucres.

Tercer hijo = 2.300 + 1.800 = 4.100 Sucres

Suma de los tres hijos: 2.300 + 1.800 + 4.100 = 8.200 Sucres.

Diferencia del total y los sucres de los tres hijos:

9.500 - 8.200 = 1.300 Sucres

Respuesta: La madre recibió 1.300 sucres.

(14) Un comerciante pide 3.000 Kg. de mercancía. Primero le mandan 854 Kg. más tarde le mandan 123 Kg. menos que la primera vez y después 156 kg. más que la priemra vez. ¿Cuánto falta por enviarle?

OPERACIONES:

Primer viaje: 854 Kg.

Segundo viaje:

854 - 123 = 731 kg.

Tercer viaje:

854 + 156 = 1.010 Kg.

Total recibido en los tres viajes:

854 + 731 + 1.010 = 2.595 Kg.

Falta por recibir: 3,000 - 2.595 = 405 Kg.

RESPUESTA: Faltan 405 Kg.

(15) 72 es el producto de dos factores. ¿Qué variación experimentará este producto si el multiplicando lo multiplicamos por tres y el multiplicador por cuatro?

Estos dos factores pueden ser varios:
Por ejemplo: 9 x 8, 38 x 2, 72 x 1, 18 x 4, etc.

NOTA: Recordemos que el orden de los factores no altera el producto.
9(3) x 8(4) = 27 x 32 = 864
36(3) x 2(4) = 108 x 8 = 864
72(3) x 1(4) = 216 x 4 = 864
18(3) x 4(4) = 54 x 16 = 864

RESPUESTA : Se obtiene el mismo resultado de multiplicar 72 x 12

(16) Se repartió cierto número de manzanas entre 19 personas y después de dar 6 manzanas a cada persona, sobraron 8 manzanas. ¿Cuántas manzana había?

OPERACIONES:
19 x 6 = 114
114 + 8 = 122

RESPUESTA: Había 122 manzanas.

(17) ¿Cuál es el resultado de multiplicar 0.5 por 0.6?

RESPUESTA: 0.5 x 0.6 = 0.3

(18) Transformar cinco años a segundos:

OPERACIONES:
1 año = 365 días.

1 día = 24 horas

1 hora = 60 minutos

1 minuto = 60 segundos

365 x 5 = 1.825 días.

1.825 x 24 = 43.800 horas.

43.800 x 60 = 2.628.000 minutos.

1.628.000 x 60 = 157.680.000 segundos.

RESPUESTA: 157,680.000 segundos hay en 5 años.

(19) Transforma 24 horas a minutos.

OPERACIONES :

1 hora = 60 minutos.

24 x 60 = 1.440 minutos.

RESPUESTA: 24 horas tienen 1.440 minutos.

(20) Si el kilogramo cuesta 8.25 pesos ¿Cuánto cuestan 7.5 kilogramos?

OPERACIONES:

1 kilogramo = $ 8.25

7.5 kilogramos = 7.5 x 8.25 = 61.875 pesos

RESPUESTA: 7.5 kilogramos cuestan 61.875 pesos.

(21) Multiplicar 7.32 por 10, por 100 y por 1000

RESPUESTAS:

7.32 x 10 = 73.2

7.32 x 100 = 732

7.32 x 1000 = 7.320

(22) Pasar las siguientes fracciones a enteros:

a) 21/3

b) 32/4

c) 27/9

d) 8/2

e) 56/8

f) 72/36

g) 80/20

OPERACIONES

Pasamos a enteros dividiendo así: $3\overline{)21}$ = 7, residuo 0

RESPUESTAS:

a)	7	e)	7
b)	8	f)	2
c)	3	g)	4
d)	4		

(23) Transformar los siguientes mixtos a quedrados impropíos:

a)	3 1/2	e)	6 1/7
b)	2 3/4	f)	1 2/3
c)	5 3/7	g)	3 1/5
d)	8 2/3		

OPERACIONES:

a)	3 x 2 + 1 = 7	RESPUESTA:	7/2
b)	2 x 4 + 3 = 11	RESPUESTA:	11/4
c)	5 x 7 + 3 = 38	RESPUESTA:	38/7
d)	8 x 3 + 2 = 26	RESPUESTA:	26/3
e)	6 x 7 + 1 = 43	RESPUESTA:	43/7
f)	1 x 3 + 2 = 5	RESPUESTA:	5/3
g)	3 x 5 + 1 = 16	RESPUESTA:	16/5

(24) Transformar los siguientes quebrados en fracciones decimales:

a)	3/4	g)	2/25	m)	7/4
b)	2/3	h)	3/10	n)	9/7
c)	2/5	i)	1/20	o)	3/2
d)	3/5	j)	6/25		
e)	7/20	k)	22/7		
f)	1/4	l)	5/2		

OPERACIONES:

Para transformar a decimales se divide así: 3/4 = $4\overline{)30}$ = 0.75; 20; 0

RESPUESTAS:

a)	0.75	f)	0.25	k)	3.142
b)	0.66	g)	0.08	l)	2.5
c)	0.4	h)	0.3	m)	1.75
d)	0.6	i)	0.05	n)	1,285
e)	0.35	j)	0.24	o)	1.5

(25) Transformar a quebrados los siguientes decimales.

a)	0.25	f)	0.2
b)	0.7	g)	0.35
c)	0.75	h)	0.15
d)	0.40	i)	0.23
e)	0.32	j)	0.18

OPERACIONES:

Para transformar decimales a quebrados se procede así:

0.25 = 25/100 = 1/4

0.7 = 7/10

RESPUESTAS:

a)	1/4	f)	2/10 = 1/5
b)	7/10	g)	35/100 = 7/20
c)	75/100 = 3/4	h)	15/100 = 3/20
d)	40/100 = 2/5	i)	23/100
e)	32/100 = 8.25	j)	18/100 = 9/50

(26) Simplificar las siguientes fracciones (sacando mitad, tercera, etc.):

a) 32/48

b) 46/54

c) 96/144

d) 32/68

e) 1 470/2 205

RESPUESTAS:

a) 32/48 = 4/6 sacando octava = 2/3 sacando mitad.

b) 46/54 = 23/27 sacando mitad.

c) 96/144 = 8/12 sacando doceava = 2/3 sacando cuarta

d) 32/68 = 8/17 sacando cuarta.

e) Sacando quinta a 1.470/2.205 = 294/441

sacando séptima a 294/441 = 42/63

sacando séptima a 42/63 = 6/9

sacando tercera a 6/9 = 2/3

(27) Simplificar la siguiente fracción (simplificar primero, escogiendo las cantidades que sean divisibles por el mismo número y después multiplicar) :

$$\frac{78 \times 84 \times 44}{98 \times 99 \times 520}$$

OPERACIONES

78 . 3 = 26

99 3 = 33

84 4 = 21

520 4 = 130

44 2 = 22

98 2 = 49

En base a estos cocientes, descomponemos la fracción en la siguiente forma:

$$78/99 \times 84/520 \times 44/98 =$$

$$26/33 \times 21/130 \times 22/49 = \frac{12.012}{210.210}$$

sacando mitad = 6.006/105.105

sacando tercera = 2.002/35.035

(28) Simplificar la siguiente fracción multiplicando primero y después siguiendo el procedimiento anterior:

$$\frac{88 \times 133 \times 15 \times 211}{2 \times 185 \times 462}$$

OPERACIONES

88 x 133 = 11.704

15 x 211 = 3.165

Se descompone la fracción en la siguiente forma

$$\frac{11.704}{462} \times \frac{3.165}{2.185}$$

Sacando mitad a 11.704/462 = 5.852/231

Sacando quinta a 3 165/2 185 = 633/437

Sacando séptima a 5 852/231 = 836/33

Finalmente tenemos: 836/33 x 633/437 = 529 188/14 421

Sacando tercera 529 188/14 421 = 176 396/4 807

(29) Simplificar la siguiente fracción. (Eliminando primero las cantidades que sean iguales en el numerador y el denominador)

$$\frac{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{3 \times 4 \times 5 \times 8 \times 11}$$

PROCEDIMIENTO:

$$\frac{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{3 \times 4 \times 5 \times 8 \times 11} = 84/88$$

Sacando cuarta a 84/88 = 21/22

Procedimiento para sacar cuarta: 84 ÷ 4 = 21
88 ÷ 4 = 22

(30) Simplificar la siguiente fracción, (utilizando cualquier método):

$$\frac{8 \times 34 \times 7 \times 20 \times 3}{14 \times 32 \times 6 \times 170}$$

OPERACIONES:

$$\frac{8 \times 34 \times 7 \times 20 \times 3}{14 \times 32 \times 6 \times 170} = \frac{56 \times 34 \times 60}{84 \times 32 \times 170}$$

Sacando mitad a todos los factores $= \frac{28 \times 17 \times 30}{42 \times 16 \times 85}$

Separando en fracciones:

28/42 x 17/16 x 30/85 ; simplificando c/u de las fracciones:

7/6 x 17/16 x 2/17 = 238/1 632

Sacando mitad a 238/1 632 = 119/816

MODELOS ALGEBRAICOS

OBSERVACIONES PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS ALGEBRAICOS

1. Según el programa de Matemáticas I

   a) No debe involucrarse en las soluciones de problemas con dos incógnitas, sistema de ecuaciones lineales.

   b) No deben involucrarse problemas que dén como resultado ecuaciones de segundo grado.

   c) Pueden involucrarse problemas con dos o más incógnitas pero resolverse por métodos de sustitución de variable. para no caer en métodos que estén fuera de este curso.

   d) Deberá hacerse hincapié en que todas las ecuaciones representan Modelos Matemáticos.

(31) El menor de dos números es 12.304 y la diferencia entre ambos es 1,897. Hallar el mayor

DATOS:

X = número mayor   Y = Número menor = 12.304

ECUACION:

X - Y = 1.897

OPERACIONES:

Sustituyendo el valor de Y en la ecuación:

X - 12.304 = 1.897

Despejando X :

X = 1.897 + 12.304 = 14.201

RESPUESTA: ¡l número mayor es 14.201

(32) A tiene 15 años, B dos años más que A, C cinco años menos que A y B juntos. Y D nueve años menos que los tres anteriores juntos. ¿Cuál es la suma de las cuatro edades?

DATOS:

A = 15

B = 15 + 2 = 17

C = (A + B) - 5

D = (a + B + C) - 9

ECUACIONES

C = (A + B) - 5

D = (A + B + C) - 9

OPERACIONES:

C = 15 + 17 - 5 = 27

D = 15 + 17 + 27 - 9 = 50

A + B + C + D = 15 + 17 + 27 + 50 = 109

RESPUESTA: La suma de las cuatro edades es 109

(33) Si Pedro tuviera 12 años menos tendría 48 años, y si Juan tuviera 13 años más tendría 23 años. ¿Cuántos años es más joven Juan que Pedro?

DATOS

Edad de Pedro = X

Edad de Juan = Y

ECUACIONES:

$X - 12 = 48$

$Y + 13 = 23$

OPERACIONES:

Despejando X :

$X = 48 + 12 = 60$

$Y = 23 - 13 = 10$

$60 - 10 = 50$

RESPUESTA: Juan es 50 años más joven que Pedro.

(34) La diferencia de dos números es 567 y su cociente es 8. ¿Cuáles son estos dos números?

DATOS:

Primer número = A

Segundo número = B

ECUACIONES

$A - B = 567$

$A/B = 8$

OPERACIONES:

El procedimiento consiste en sustituir una de las variables en términos de la otra y despejar:

De la ecuación $\frac{A}{B} = 8$ despejamos A; $A = 8\ B$

Este valor se sustituye en la ecuación $A - B = 567$, así:

$8B - B = 567$

Como todo está en términos de B, podemos despejar B:

$7B = 567$

$B = 567/7 = 81$ Con este valor de $B = 81$, podemos conocer A

Como $A - B = 567$ sustituyendo el valor de $B = 81$

$A - 81 = 567$

Despejando A:

$A = 567 + 81 = 648$

RESPUESTA: El primer número es 648, el otro es 81.

ComprobacióN: $\frac{648}{81} = 8$

$648 - 81 = 567$

(35) La suma de dos números es 72 y su cociente es 3. ¿Cuáles son estos números?

DATOS

Primer número = A

Segundo número = B

ECUACIONES:

$A + B = 72$

$A/B = 3$

OPERACIONES

El procedimiento consiste en sustituir una de las variables en términos de la otra y despejar:

$A/B = 3$ despejamos A; $A = 3B$

Este valor se sustituye en la ecuación $A + B = 72$, así

$3B + B = 72$

Como todo está en términos de B , podemos despejar B:

$4B = 72$

$B = 72/4 = 18$. Con este valor de $B = 18$ podemos conocer A

Como $A + B = 72$ sustituyendo el valor de $B = 18$

$A + 18 = 72$

Despejando A:

$A = 72 - 18 = 54$

RESPUESTA: El primer número es 54 y el segundo es 48

Comprobación: $54/18 = 3$ $54 + 18 = 72$

(36) ¿Cuál es el número que sumado con el cuádruplo de sí mismo, dé 65?

DATOS:

Un número=X

ECUACION

$X + 4X = 65$

OPERACIONES:

$X + 4X = 65$

$5X = 65$

$X = 65/5$

$X = 13$

RESPUESTA: El número es 13

Comprobación: $13 + 4(13) = 65$

$13 + 52 = 65$

$65 = 65$

(37) La suma de dos números es 27 y su diferencia es 3. ¿Cuáles son estos números?

DATOS:

Un número = X

Otro número = Y

ECUACIONES

X + Y = 27 ------(I)

X - Y = 3 ------(II)

OPERACIONES:

Como procedimiento a seguir despejar una de las variables en términos de la otra. De la ecuación (ii) despejamos X:

X = 3 + Y. Este valor lo sustituímos en (I), así:

3 + Y + Y = 27

3 + 2Y = 27. Despejando Y, tenemos:

2Y = 27 - 3

2Y = 24 ; Y = 24/2 ; Y = 12

Con el valor de Y = 12, podemos conocer el valor de X.

Podemos sustituir el valor de Y, en cualquiera de las dos ecuaciones originales, Sustituyendo Y = 12 en la ecuación I: X + 12 = 27

Despejando X :

X = 27 - 12

X = 15

RESPUESTA: Un número es 15, el otro es 12.

Comprobación: 15 + 12 + 27

27 = 27

15 - 12 = 3

3 = 3

(38) Dos autobuses salen al mismo tiempo, uno de Monterrey a México, y el otro de México a Monterrey. La distancia es de 980 Km. Salen a las 7 a.m. a una velocidad media de 98 kilómetros por hora. ¿A qué horas se encontrarán y a qué distancia de México?

(39) Una señora propone a su hijo recompensarlo con \$ 5.00 por cada problema que resuelva, pero pierde el hijo \$ 2.00 por cada problema equivocado. Después de resolver 9 problemas, el hijo recibe \$ 31.00. ¿Cuántos problemas acertó?

PROBLEMAS QUE RESOLVIO

I	5.00
II	5.00
III	5.00
IV	5.00
V	5.00
VI	5.00
VII	5.00
VIII	-2.00
IX	-2.00

Si resuelve bien 7 problemas tendrá:

$7(5) = 35$

Resuelve 2 mal, pierde e(2) = 4

$35 - 4 = 31$

RESPUESTA: Acertó siete problemas.

(40) El triple de la suma de dos números es 1350 y el duplo de su diferencia es 700. Hallar los números.

DATOS:

Un número = X

Otro número = Y

ECUACIONES

$3(x + Y) = 1350$

$2(X - Y) = 700$

OPERACIONES

Resolviendo los productos de las ecuaciones originales, se obtiene:

$3X + 3Y = 1350$ - - - - - - - - - - (I)

$2X - 2Y = 700$ - - - - - - - - - - (II)

Despejando X en la ecuación II tenemos:

$2X = 700 + 2Y$

$X = \frac{700 + 2Y}{2}$

$X = \frac{700}{2} + \frac{2Y}{2}$

$X = 350 + Y$. Este valor de X lo sustituímos en la ecuación I:

$3(350 + Y) + 3Y = 1350$. Como toda la ecuación está en términos de Y, podemos despejar Y. Así:

$1.050 + 3Y + 3Y = 1350$

$1.050 + 6Y = 1.350$

$6Y = 1.350 - 1.050$

$6Y = 300$

$Y = 300/6$

$Y = 50$

Podemos sustituir este valor en cualquiera de las dos ecuaciones originales y obtener el otro valor:

Sustituyendo $Y = 50$ en la ecuación II se obtiene:

$2X - 2(5) = 700$

$2X - 100 = 700$

$2X = 700 + 100$

$2X = 800$

$X = 800/2$

$X = 400$

RESPUESTA :

$X = 400$

$Y = 50$

Comprobación:

$3(400 + 50) = 1\ 350$

$3(450) = 1\ 350$

$1\ 350 = 1\ 350$

$2(400 - 50) = 700$

$2(350) = 700$

$700 = 700$

(41) La edad de un padre y la de su hijo suman 90 años. Si el hijo nació cuando el padre tenía 36 años. ¿Cuáles son las edades actuales?

DATOS:

Edad del padre = x

Edad del hijo = y

ECUACIONES

$x + y = 90$ ——— (I)

$x = y + 36$ ——— (II)

OPERACIONES

Sustituyendo la ecuación II en la I:

$y + 36 + y = 90$

$2y + 36 = 90$

$2y = 90 - 36$

$2y = 54$

$y = 54/2$

$y = 27$

Sustituyendo este valor de $y = 27$ en la ecuación I:

Podemos despejar la otra variable, así:

$x + 27 = 90$

$x = 90 - 27$

$x = 63$

RESPUESTA: Edad del padre = 63 años
Edad del hijo = 27 años

Comprobación:

$27 + 63 = 90$

$90 = 90$

$63 = 27 + 36$

$63 = 63$

(42) ¿Cuál es el número que sumado con su duplo da 261?

DATOS: ECUACION

Un número = x $x + 2x = 162$

OPERACIONES

$x + 2x = 261$

$3x = 261$

$x = 261/3$

$x = 87$ RESPUESTA: el número es 87

Comprobación:

$87 + 2(87) = 261$

$87 + 174 = 261$

$261 = 261$

(43) ¿Cuál es el número que sumado con su triplo da 384?

DATOS

Un número = x ECUACION

$x + 3x = 384$

OPERACIONES

$x + 3x = 384$

$4x = 384$

$x = 384/4$ RESPUESTA: el número es 96

$x = 96$

Comprobación:

$96 + 3(96) = 384$

$96 + 288 = 384$

$384 = 384$

(44) En un colegio hay tres aulas. La primera y la segunda juntas tienen 85 alumnos, la segunda y la tercera 75 alumnos, la primera y la tercera - 80 alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en cada clase?

DATOS: ECUACIONES

Primera Aula = A $A + B = 85$ ----------(I)

Segunda Aula = B $B + C = 75$ ----------(II)

Tercera Aula = C $A + C = 80$ ----------(III)

OPERACIONES:

Despejamos los valores de A y B en términos de C para sustituirlos en la primera ecuación:

De la ecuación III despejamos A : $A = 80 - C$

De la ecuación II despejamos B : $75 - C$

Sustituyendo estos valores en la ecuación I, tenemos:

$80 - C + 75 - C = 85$

De esta ecuación toda en términos de C, podemos ya despejar C, en esta forma:

$- 2C + 155 = 85$

$- 2C = 85 - 155$

$- 2C = - 70$

$C = 70/2$

$C = 35$

Sustituyendo este valor de C en la ecuación II podemos obtener el valor B:

$B + 35 = 75$

$B = 75 - 35$

$B = 40$

Sustituyendo nuevamente el valor de C en la ecuación III, podemos obtener el valor de A:

$A + 35 = 80$

$A = 80 - 35$

$A = 45$

RESPUESTA:

En la primera aula hay 45 alumnos

En la segunda aula hay 40 alumnos

En la tercera aula hay 35 alumnos.

Comprobación:

$45 + 40 = 85$

$85 = 85$

$40 + 35 = 75$

$75 = 75$

$45 + 35 = 80$

$80 = 80$

(46) La edad de Pedro y la de Juan suman 9 años, la de Juan y la de Enrique 13 años y la de Pedro y la de Enrique 12 años. Hallar las tres edades.

DATOS

Edad de Juan = J

Edad de Pedro = P

Edad de Enrique = E

ECUACIONES

$P + J = 9$

$J + E = 13$

$P + E = 12$

OPERACIONES:

Despejar el valor de J y de P en términos de E:

De la ecuación II despejar J: $J = 13 - E$

De la ecuación III despejar P: $P = 12 - E$

Sustituyendo estos dos valores en la ecuación I, se obtiene una ecuación toda en términos de E, así podemos despejar E y encontrar su valor:

$13 - E + 12 - E = 9$

$-2E + 25 = 9$

$-2E = 9 - 25$

$-2E = - 16$

$E = 16/2$

$E = 8$

Sustituímos este valor $E = 8$, en las ecuaciones II y III, obteniendo los valores de P y J :

Sustituyendo en la ecuación II tenemos:

$J + 8 = 13$

$J = 13 - 8$

$J = 5$

Sustituyendo en la ecuación III tenemos:

$P + 8 = 12$

$P = 12 - 8$

$P = 14$

RESPUESTAS:

La edad de Juan es 5 años.

La edad de Pedro es 4 años

La edad de Enrique es 8 años.

Comprobación:

$4 + 5 = 9$

$9 = 9$

$5 + 8 = 13$

$13 = 13$

$4 + 8 = 12$

$12 = 12$

(47) Si a un número añado 23, resto 41 de esta suma y la diferencia la multiplico por 2, obtengo 132. ¿Cuál es el número?

DATOS:

Un número = N

ECUACION

$$\left[(N + 23) - 41\right] 2 = 132$$

OPERACIONES

$2N + 2(23) - 2(41) = 132$

$2N + 46 = 82 = 132$

$2N = 132 + 36$

$2N = 168$

$N = 168/2 = 84$

Comprobación:

$(84 + 23) - 41 \quad 2 = 132$

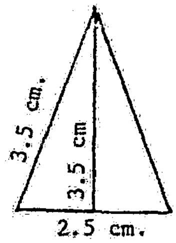
$(107 - 41)2 = 132$

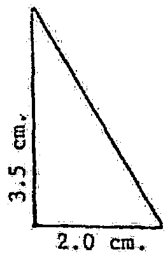
$(66)\ 2 = 132$

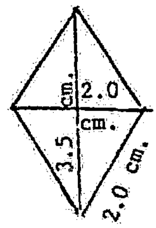
$132 = 132$

MODELOS GEOMETRICOS

(48) Hallar el área de las figuras que siguen, (para ello, primero escríbase la fórmula del área de la figura de que se trate y con ella verá los datos que necesita. Luego fíjese cuáles datos no le doy en la figura y los traza(, después con una regla graduada en milímetros mida todos los datos que hagan falta para aplicar la fórmula y aplique ésta sustituyendo las letras por los datos que ha medido.







$A = \frac{b \times h}{2}$

b = 2.5 h = 3.3

$A = 4.125\ cm^2$

$A = \frac{b \times h}{2}$

b = 2.0

h = 3.5

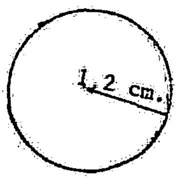
$A = 3.5\ cm^2$

$A = \frac{d + d'}{2}$

d = 2.0

d' = 3.3

$A = 3.3\ cm^2$



$A = \pi r^2$

1 = 3.2 cm.

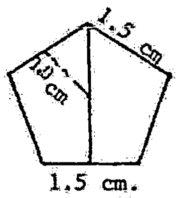
$A = 10.24\ cm^2$

$A = p(a)/2$

P = 1.5(5) cm

a = 1.0 cm.

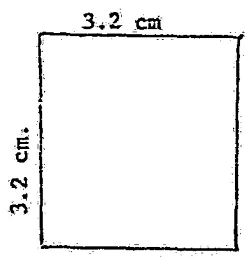
$A = 2.75\ cm^2$

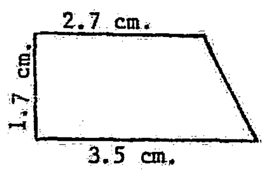


$A = 1^2$

I = 3.2 cm.

$A = 10.24\ cm^2$





$A = h/2(b + b')$

b = 3.5cm

b' = 2.7 cm.

h = 1.7 cm.

$A = 5.26\ cm^2$

(49) Un estudiante mide una tabla y registra las siguientes medidas:

longitud: 6.3 cm.

anchura : 12.1 cm.

Altura: 0.84 cm.

a) ¿Cuál es el volúmen de esa tabla?

b) Supón que las medidas de longitud y anchura sean correctas; en cambio puedes ver que la medida de la altura puede variar como máximo en 0.01 cm. en más o en menos. ¿Cómo afectará esta variación el resultado obtenido para el volúmen?

DATOS:

$L = 6.3$ m.

$a = 12.1$ cm.

$h = 0.84$ cm.

FORMULA :

$V = L\ a\ h$

OPERACIONES:

$V = (6.3)(12.1)(0.84) = 64.03\ cm^3$

a) $L = 6.3$ cm.

$a = 12.1$ cm.

$h = 0.84 - 0.01 = 0.83$ cm.

$V = 63.27\ cm^3$

b) $L = 6.3$

$a = 12.1$

$h = 0.84 + 0.01 = 0.85$

$V = 64.79\ cm^3$

(50) Una pieza circular de hoja de lata tiene un radio que medido dá 2.6 cm. ¿Cuál es su perímetro?

DATOS

$r = 2.6$ cm.

$d = 5.2$cm

FORMULA

$P = \Pi d$

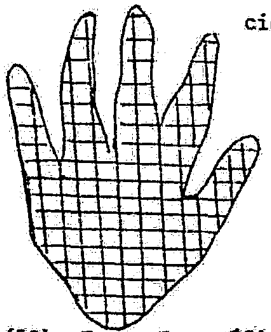
OPERACIONES:

$3.1416 = \pi$

$P = 3.1416(5.2) = 16.336$ cm.

(51) Coloca la palma de tu mano sobre una hoja de papel, dibuja su contorno con un lápiz, de manera que obtengas la figura de tu mano. ¿Cómo calcularías el área de esta figura?

RESPUESTA: Dibujando pequeños cuadrados a lo largo de toda la superficie, después calcular el área de los cuadrados y sumarlas.



(52) Traza la gráfica del área de la superficie de un cuadrado en función del lado. Para longitudes entre 1 y 10. Esta puede utilizarse como tablas de raíces cuadradas para resolver otros problemas. Puedes utilizar decimales.

DATOS:

1 x 1 = 1

2 x 2 = 4

3 x 3 = 9

4 x 4 = 16

5 x 5 = 25

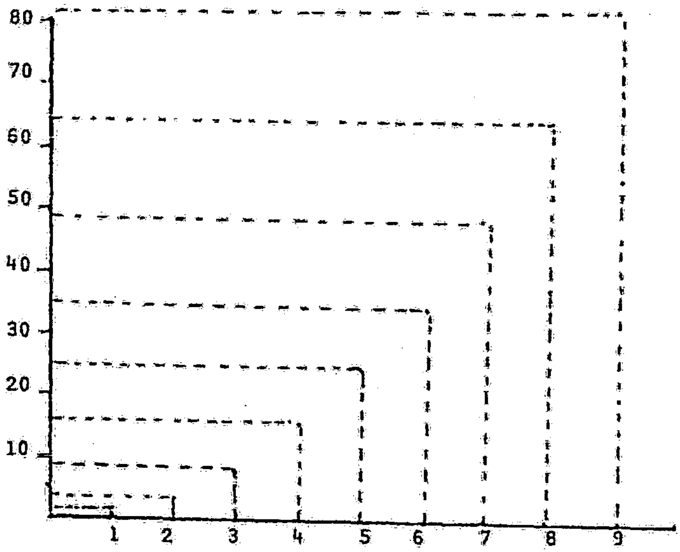
6 x 6 = 36

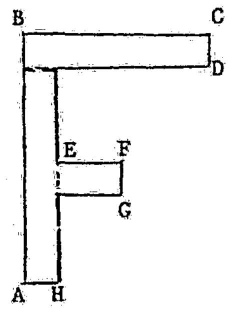
7 x 7 = 49

8 x 8 = 64

9 x 9 = 81

10 x 10= 100





(FIGURA DEL PROBLEMA 53)

---

(53) Hallar el área de la figura, siendo AB = 40 mm; BC = 30 mm.; CD = FG = AH = 5 mm.; EF = 10 mm.

F O R M U L A

AREA = LARGO X ANCHO = L x a

DATOS

Podemos dividir la figura en tres rectán gulos.

A_1 = (BC)(CD) = 30 x 5 = 150

A_2 = (35)(5) = 175

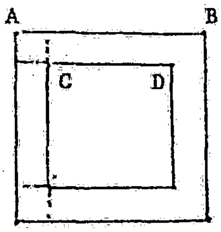
A_3 = (EF)(FG) = 10 x 5 = 50

OPERACIONES:

A_2 se va a calcular con el largo AB = 40, al que se le va a restar CD = 5; AB - CD = 35

RESPUESTA: AREA TOTAL= $A_1 + A_2 + A_3$ = 150 + 175 + 50 = 375 mm^2

(54) La figura representa el marco de un cuadro cuadrado, que se pagó a 1.60 pesos el cm^2. Siendo CD = 20 cm. y AB = 30 cm. ¿Cuánto importó el marco?



F O R M U L A

Area de Rectángulo : $A = L \times a$

Area de Cuadrado : $A' = L^2$

$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = (20)(5) = 100$

$A'_1 = A'_2 = A'_3 = A'_4$ ∠ (5)(5) ∠ 25

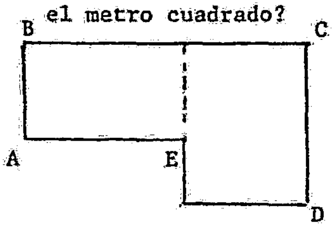
AREA TOTAL + 4(100) + 4(25) = 500 cm^2

NOTA : AB − CD = 10

Largo de cuadrado = 5

RESPUESTA: (1.60)(500) = $ 500.00

(55) ¿Cuánto costará un piso de concreto como el representado en la figura siendo AB = 20m.; BC = 40m.; CD = 25m.; AE = 20 m. Si cuesta $ 1.80 el metro cuadrado?



F O R M U L A

Area de Rectángulo: L x a

$A_1 = (AB)(AE)$

$A_2 = (CD)(BC - AE)$

OPERACIONES:

$A_1 = (20)(20) = 400\ m^2$

$A_2 = (25)(20) = 500\ m^2$

RESPUESTA: (1.80)(500) = $ 900.00

(56) ¿Cuál es el volúmen de un cilindro cuya altura mide 4 m, y el diámetro de la base 2.40 m?

FORMULA

$V = \pi r^2 h$

DATOS

d = 2.40 m.

r = 1.20 m.

π = 3.1416

h = 4.0 m.

$r^2 = (1.20)^2 = 1.44$

OPERACIONES

$V = 3.1416(1.44)(4) = 18.095\ m^3$

RESPUESTA: $V = 18.095\ m^3$

(57) ¿Cuál es el volumen de una esfera que mide 5 m. de radio?

FORMULA

$V = 4/3\Pi\ r^3$

DATOS

$r = 5\ m$

$\Pi = 3.1416$

OPERACIONES:

$V = 4/3(3.1416)(5)^3 = 523.6\ m^3$

RESPUESTA: $V = 523.6\ m^3$

(58) ¿Cuál es el volúmen de un paralelepípedo rectángulo que mide 3 m., 4 m., y 5 m.respectivamente en sus lado?

FORMULA

$V = a \times b \times c$

DATOS

$a = 3$ m.

$b = 4$ m.

$c = 5$ m.

OPERACIONES:

$V = (3)(4)(5) = 60\ m^3$

RESPUESTA: $V = 60\ m^3$

(59) ¿Cuál es el volúmen de un cubo que mide 12 m. de lado?

FORMULA

$V = L^3$

DATOS

$L = 12$ m.

OPERACIONES:

$V = (12)^3 = 1\ 728\ m^3$

RESPUESTA: $V = 1\ 728\ m^3$

(60) ¿Cuál es el volúmen de una esfera que mide 3 m. de diámetro?

FORMULA

$V = 4/3\ \Pi\ r^3$

DATOS

$d = 3$ m.

$r = 1.5$ m.

OPERACIONES:

$V = 4/3(3.1416)(1.5)^3 = 14.137\ m^3$

RESPUESTA: $V = 14.137\ m^3$

F U N C I O N

(61) En el conjunto { (1,1),(2,1),(3.1),(4.1) } se representa una función, decir cuál es el dominio y cuál es el rango.

RESPUESTA:

El Dominio es D = {1,2,3,4}

El Rango : C = {1}

(62) El conjunto {(2,2),(2,3),(2,4),(2,5)} ¿Es una función?

RESPUESTA: No es una función, porque se repiten los elementos del Dominio

(63) Una señora entra a una farmacia y pide una mezcla de Zinc y Azufre. El farmacéutico está distraído. Hasta que la señora se ha retirado para recoger más tarde la preparación, éste se dá cuenta de que olvidó preguntarle a la señora, la proporción en que deseaba su mezcla. Solamente recuerda que le pidió 10 gr.

Representa este conjunto como pares ordenados y dí si es una función.

RESPUESTA:

{ (0.5,95),(1,9),(1.5,8.5),(2.8),(2.5,7.5),(3,7),(3.5,6.5),(4,6),
(4.5,5,5),(5,5),(5.5,4.5),(6,4),(6.5,3.5),(7,3),(7.5,2.5),(8,2)
(8.5,1.5),(9,1),(9.5,0.5) }

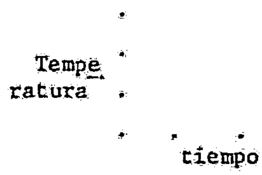
Sí es una función

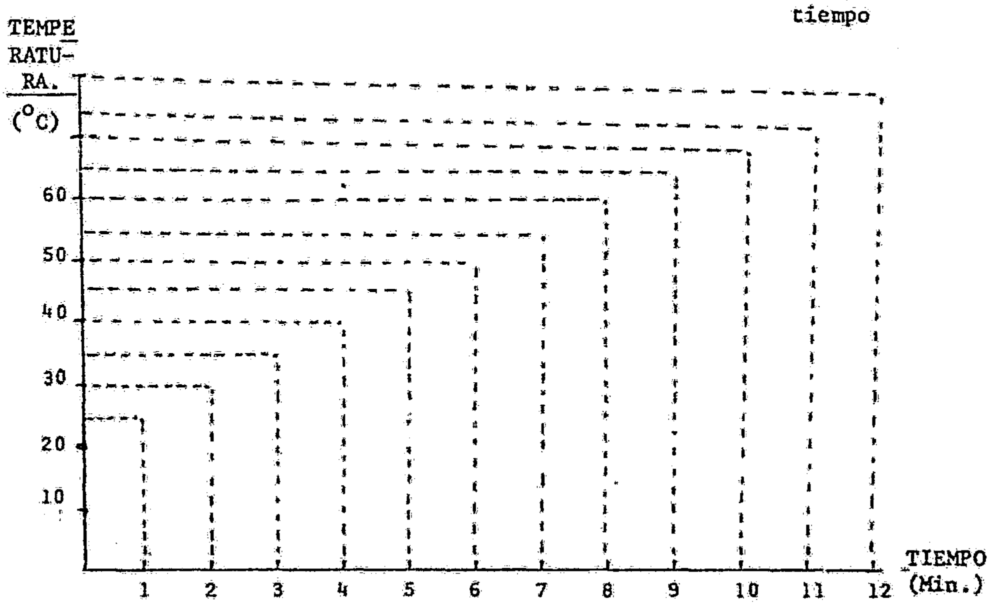
(64) En una práctica de laboratorio de Física se obtuvieron los siguientes valores, al calentar un líquido:

TIEMPO (minutos)	TEMPERATURA (^{o}C)
0	20
1	25
2	30
3	35
4	40
5	45
6	50
7	55

TIEMPO (minutos)	TEMPERATURA (°C)
8	60
9	65
10	70
11	75
12	80

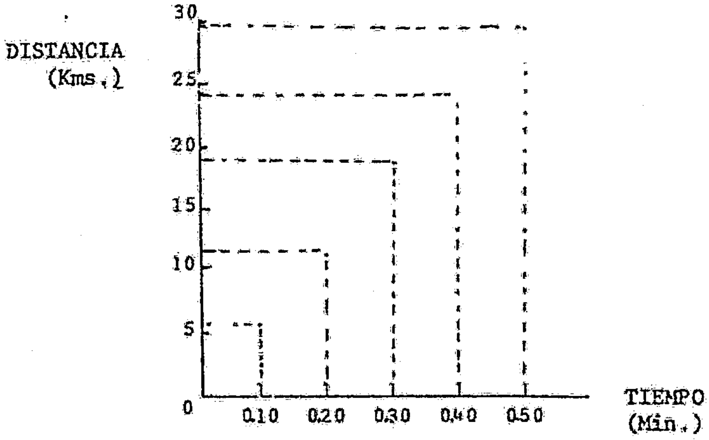
Construye una gráfica de TEMPERATURA contra TIEMPO





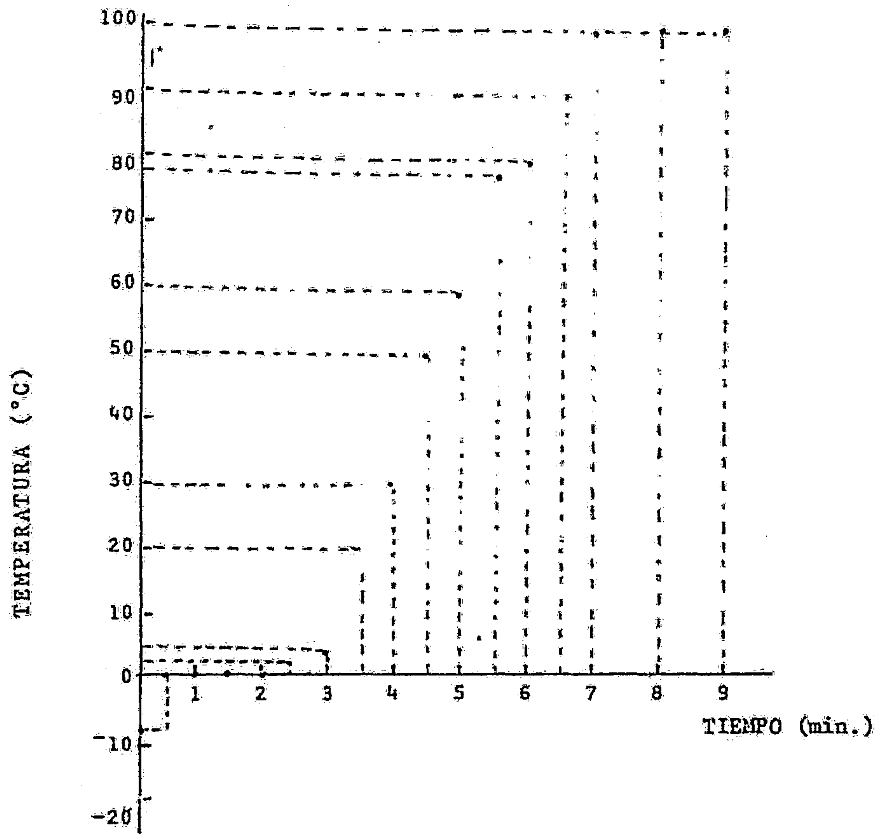
(65) Suponemos un vehículo que se mueve a velocidad constante, construir una gráfica, distancia contra tiempo, con los datos siguientes:

TIEMPO (Horas)	DISTANCIA (Kms.)
0.10	6
0.20	12
0.30	18
0.40	24
0.50	30



(66) Construir una gráfica Temperatura contra Tiempo, con los siguientes datos, que fueron obtenidos de los cambios de estado de líquidos, en prácticas de laboratorio:

TIEMPO (Min.)	TEMPERATURA (^{o}C)
0	− 10
0.5	− 8
1.0	0
1.5	0
2.0	0
2.5	2
3.0	4
3.5	20
4.0	30
4.5	50
5.0	60
5.5	78
6.0	80
6.5	90
7.0	100
8.0	100
[illegible].0	100

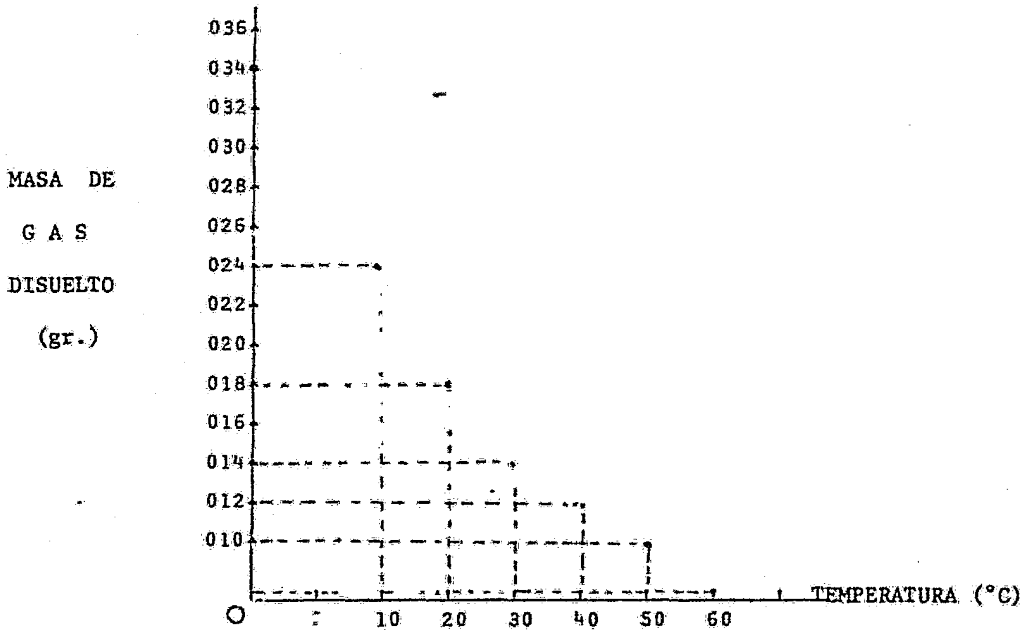


(67) La siguiente tabla muestra la cantidad de Dióxido de Carbono que se di - suelve en 100 cm^3 de agua a la presión atmosférica y distintas temperaturas:

MASA DE GAS DISUELTO (gr)	TEMPERATURA (°C)
0.34	0
0.24	10
0.18	20
0.14	30
0.12	40
0.10	50
0.086	60

Construye una gráfica con estos datos. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Cuál es la variable dependiente? ¿Por qué?

RESPUESTA: La variable independiente es la temperatura. La variable dependiente es la masa de gas disuelto. Debido a que la cantidad de masa de gas disuelto depende de la temperatura



(68) Acerca de cualquier disciplina construye una lista de variables independientes y dependientes.

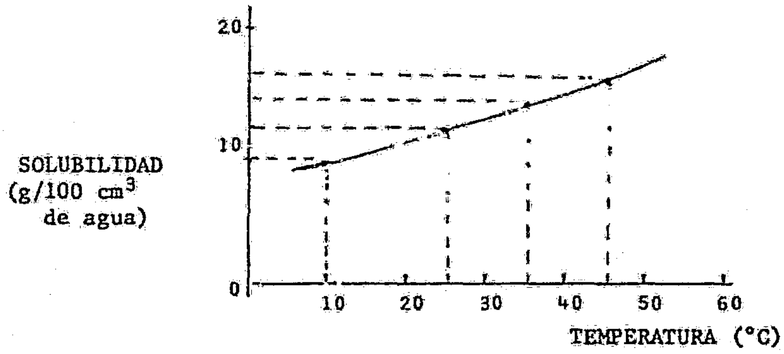
RESPUESTA: Por ejemplo: Si fijamos el volumen de agua en que se va a disolver una sustancia, podemos comparar la solubilidad de varias de ellas la solubilidad medida de esta forma es una propiedad característica.

Se pueden obtener datos de solubilidad a diferentes temperaturas. En este caso, se realiza con Sultafo Potásico.

SOLUBILIDAD (g/100 cm^3 de agua)	TEMPERATURA (°C)
9.2	10
12	25
14.4	35
15.8	45

En este caso la variable independiente es la temperatura. La variable dependiente es la solubilidad.

Podemos observar que a mayor temperatura, mayor es la solubilidad, Construyamos una gráfica.



(69) Construye una sola gráfica que muestre la representación de las tres siguientes tablas de datos. Es una gráfica variación de volumen contra temperatura. Une los puntos de cada una de las tablas de manera que obtengas tres líneas de colores diferentes. Es decir, un color para cada línea.

TABLA I

AIRE TEMPERATURA (°C)	VARIACION DE VOLUMEN (cm^3)
26.4	0
29.0	0.3
35.2	0.8
40.8	1.1
45.8	1.5
51.8	2.0
56.0	2.4
61.2	2.7
66.0	3.2
69.5	3.4
75.2	3.9
80.0	4.3

TABLA II

PROPANO

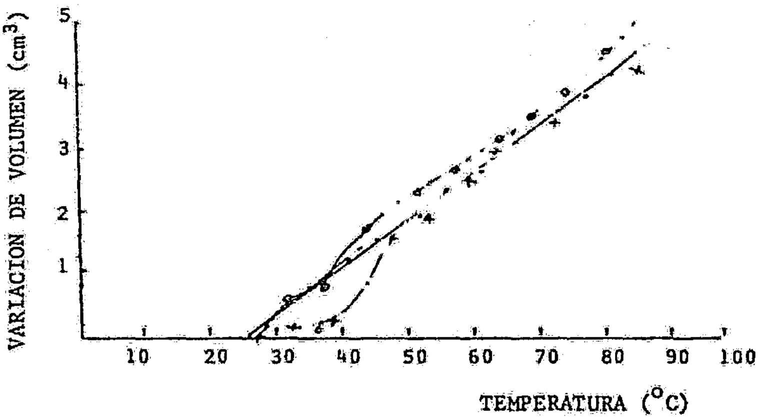
TEMPERATURA (^{o}C)	VARIACION DE VOLUMEN (cm^3)
27.0	0
33.2	0.5
39.0	0.9
46.4	1.5
52.2	1.8
58.5	2.4
63.0	2.9
68.4	3.2
72.0	3.4
76.2	3.7
80.5	4.2

TABLA III

DIOXIDO DE CARBONO

TEMPERATURA (^{o}C)	VARIACION DE VOLUMEN (cm^3)
26.5	0
32.0	0.5
37.5	0.8
44.8	1.6
52.0	2.1
58.0	2.6
64.0	3.0
69.0	3.5
74.0	3.8
80.0	4.4

¿Qué conclusiones puedes sacar acerca de tu gráfica?



I = verde
II = rojo
III = negro

En esta gráfica la temperatura es la variable independiente, la variación de volumen es la variable dependiente. Cuanto más aumenta la temperatura, crece la variación de volumen. La variación de volumen del aire y la del bióxido de carbono es muy semejante.

La variable independiente se va a colocar en el eje de las X.

La variable dependiente se va a colocar en el eje de las Y.

Es decir Y depende de X. el valor de Y depende del valor que toma X .

(70) En tu casa acumula varios objetos circulares. Toma uno por uno, midiendo el perímetro y el radio. De acuerdo con las medidas realizadas anota en una tabla los valores obtenidos para cada objeto.

Traza una gráfica de los perímetros en función de los radios.

a) ¿Es posible deducir de la gráfica el hecho de que si se duplica el radio tambien se duplica el perímetro?

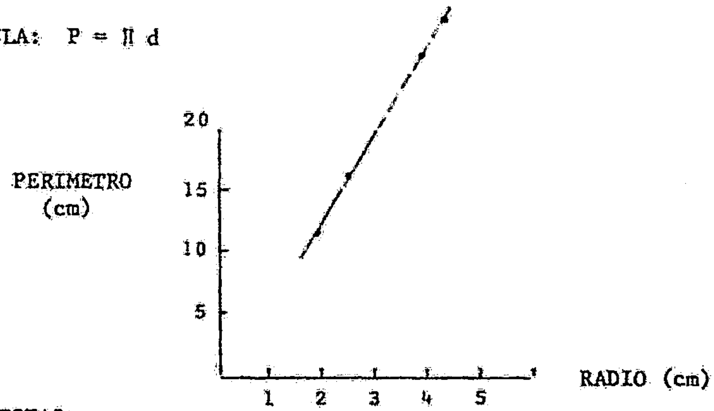
b) En caso de cuadruplicarse el radio. ¿Cuantas veces aumenta el perímetro?

c) Podrías establecer una representación matemática que representara esta relación?

TABLA

OBJETO	PERIMETRO	RADIO
1. Copa	12.566	2 cm.
2. Tapa	25.132	4 cm.
3. Vaso	26.389	4.2 cm.
4. Vasito	16.336	2.6 cm.

FORMULA: $P = \Pi d$



RESPUESTAS:

a) Sí, si se puede deducir que si se duplica el radio, se duplica el perímetro.

b) También se cuadruplica el perímetro.

c) $nP = n\Pi d$

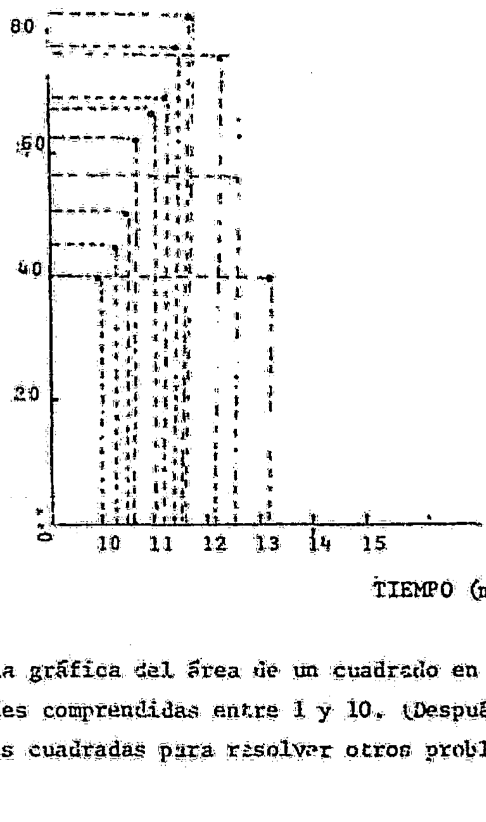
(71) Durante un viaje en un camión de línea, un pasajero sentado junto al conductor anotó los siguientes tiempos al pasar frente a los indicadores de kilómetros:

TIEMPO (minutos)	DISTANCIA (kilómetros)
10.05	40
10.25	45
10.40	52
10.50	62
11.00	66
11.25	68
11.40	78

TIEMPO (minutos)	DISTANCIA (kilómetros)
11.50	82
12.05	82
12.15	76
12.30	70
13.15	56
	40

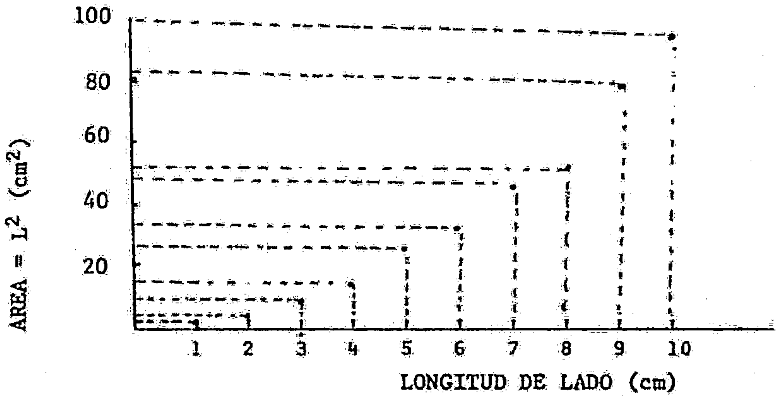
Representa gráficamente la distancia recorrida por el camión en función del tiempo.

DISTANCIA
(Kilómetros)



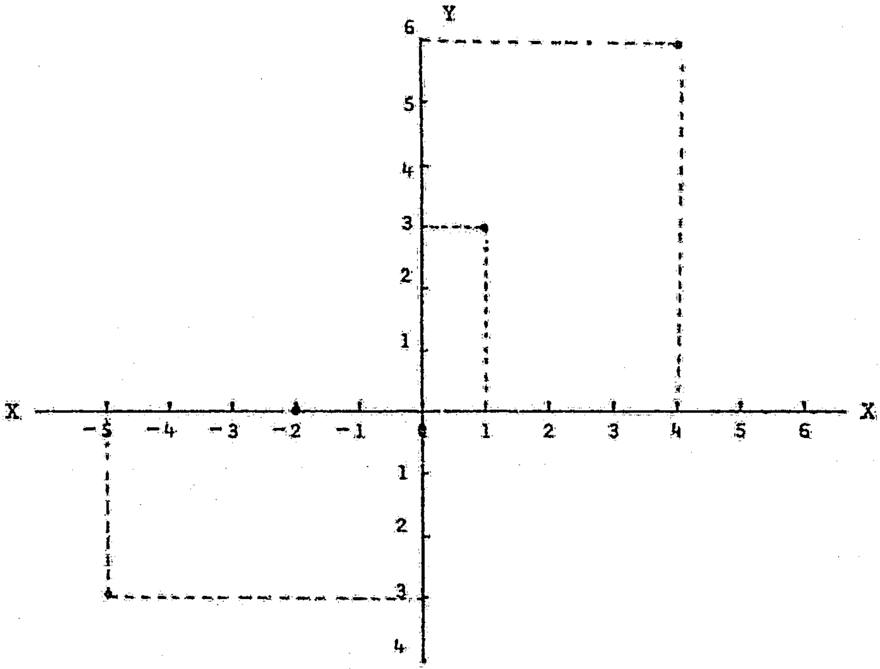
TIEMPO (minutos)

(72) Traza con cuidado la gráfica del área de un cuadrado en función del lado, para longitudes comprendidas entre 1 y 10. (Después utilízala como tabla de raíces cuadradas para resolver otros problemas)



(73) Construye la gráfica de la función siguiente:

$F = \{(-5,-3)(-2,0),(1,3),(4,6)\}$



(74) Considerando que el dominio es el conjunto:

$D = \{0,1,2,3,4,5\}$

Expresar el Contradominio de la función $m^3 + 2$

Como $Y = f(x)$ $\qquad Y = m^3 + 2$

Dando los valores del Dominio, tenemos:

$Y = f(0) = (0)^3 + 2 = 2$

$Y = f(1) = (1)^3 + 2 = 3$

$Y = f(2) = (2)^3 + 2 = 10$

$Y = f(3)^3 = (3)^3 + 2 = 29$

$Y = f(4)^3 = (4)^3 + 2 = 66$

$Y = f(5)^3 = (5)^3 + 2 = 127$

RESPUESTA: El Contradominio es $= \{2,3,10,29,66,127\}$

(75) Consideremos el enunciado $2x + y = 7$

Si el dominio de la función es $D = \{1,2,3,4,5,6,7\}$

$Y = 7 - 2x$

$f(1) = 7 - 2(1) = 5$

$f(2) = 7 - 2(2) = 3$

$f(3) = 7 - 2(3) = 1$

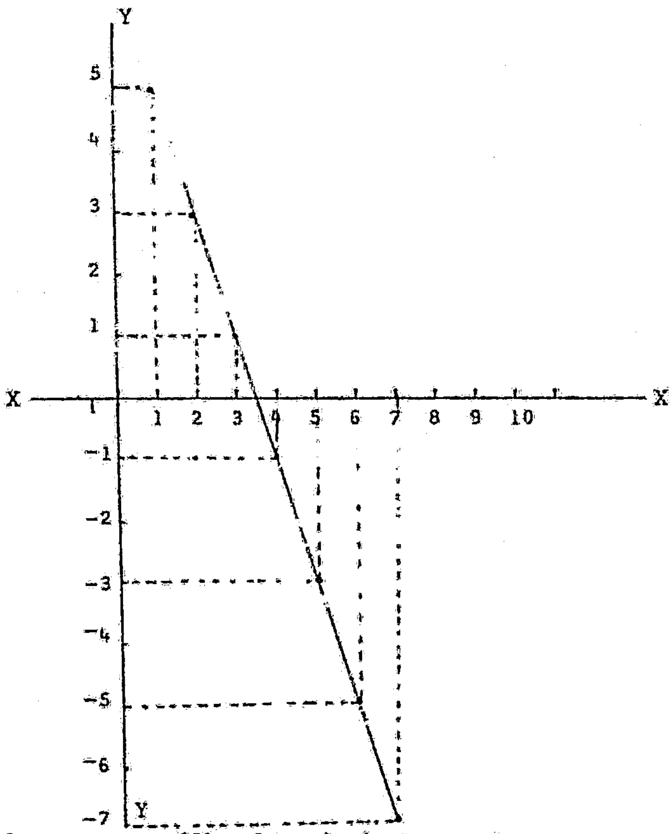
$f(4) = 7 - 2(4) = -1$

$f(5) = 7 - 2(5) = -3$

$f(6) = 7 - 2(6) = -5$

$f(7) = 7 - 2(7) = -7$

RANGO $= \{5,3,1,-1,-3,-5,-7\}$



(76) Localiza en una gráfica los siguientes puntos:

a) A(4,1)

b) B(2,4)

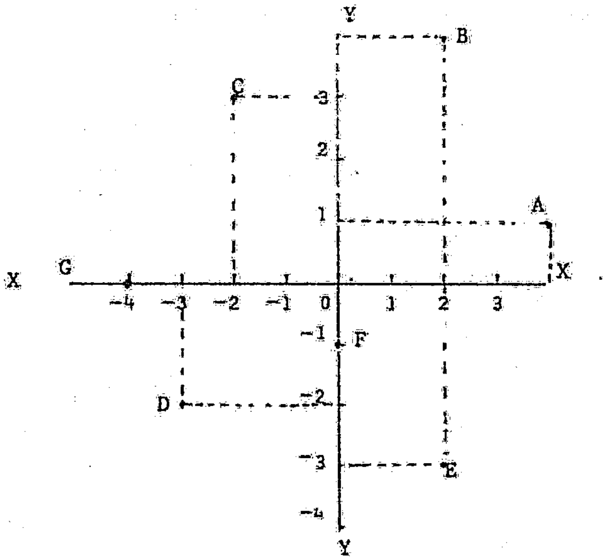
c) C(-2,3)

d) D(-3,-2)

e) E(2,-3)

f) F(0,-1)

g) G(-4,0)



(77) Duración de 60 llantas (en miles de kilómetros)

50.1	50.2	48.9	40.4
47.5	39.6	42.3	43.7
46.9	48.8	44.4	41.5
45.8	45.0	47.7	43.3
47.2	46.0	47.7	43.9
45.2	44.2	45.5	43.9
44.1	41.3	42.8	46.7
42.9	48.2	39.1	44.7
47.0	49.8	37.4	43.6
52.0	47.9	40.7	46.3
42.1	42.6	40.6	43.1
42.6	49.1	46.9	41.8
41.9	46.1	46.7	45.5
43.9	50.8	44.5	48.3
46.7	51.2	43.4	44.8

Construye una tabla con dos columnas. En la primera columna escribe la duración de las llantas en miles de kilómetros, sin repetir ningún valor. En la segunda columna escribe el número de veces que se presentó ese número.

TABLA DE	FRECUENCIA
40.1	1
47.5	1
46.9	2
45.8	1
47.2	1
45.2	1
44.1	1
42.9	1
47.0	1
52.0	1
42.1	1
42.6	2
41.9	1
43.9	3
46.7	3
50.2	1
39.6	1
48.8	1
45.0	1
46.0	1
44.2	1
41.3	1
48.2	1
49.8	1
47.9	1
49.1	1
46.1	1
50.8	1
51.2	1
48.9	1
42.3	1
44.4	1
47.7	2
45.5	2
42.8	1
39.1	1
37.4	1
40.7	1
40.6	1
44.5	1
43.4	1
40.4	1
43.7	1
41.5	1
43.3	1
44.7	1
43.6	1
46.3	1
43.1	1
41.8	1
48.3	1
44.8	1

BIBLIOGRAFIA

Bunge, Mario — LA CIENCIA, SU METODO Y SU FILOSOFIA
Edit. Siglo XX, 1973, México.

López Cano, José L. — METODO E HIPOTESIS CIENTIFICOS
Edit. Trillas, 1980, México.

Dienes Z. P. — LAS SEIS ETAPAS DEL APRENDIZAJE MATEMATICO
Edit. Varazen, 1970.

Cantú Villarreal Pablo — SINTESIS DE MATEMATICAS.
Edit. Trillas, 1965. México.

Anfossi, Agustín — CURSO DE ALGEBRA
Edit. Progreso, México, 1968.

Lovaglia, Florence — ALGEBRA, Editorial Harla, México, 1972.

Courant, Robbins, — QUE ES LA MATEMATICA,
Editorial Aguilas, Madrid, 1971.

Physical Science Study Committee — F I S I C A. (Tomo I)., Edit. Reverte
España, 1962.

A. Baldor, — ARITMETICA. Edit. Cultural Centroamericana
S. A., Guatemala, 1973.

López Cano, J.L. — METODO E HIPOTESIS CIENTIFICOS.
Editorial Trillas, México, 1980

Morones, Gregorio — PRACTICAS DE LABORATORIO DE FISICA.
Editorial Harla, México, 1979

Schaim and Cross — CURSO DE INTRODUCCION A LAS CIENCIAS FISICAS
Editorial Reverté, México, 1976.

Rees and Sparks	ALGEBRA CONTEMPORANEA, Editorial McGraw Hill, México, 1980.
Matheny Dillman C.	COMO REDACTAR OBJETIVOS DE INSTRUCCION Editorial Trillas, México, 1978.
Peters Schaaf	ALGEBRA. UN ENFOQUE MODERNO. Editorial Reverté, México, 1972.
Salvador Mosqueira	FISICA ELEMENTAL, Editorial Patria. México, 1962.