



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

**MODELO TEORICO DE UN ESTANQUE SOLAR NO
CONVECTIVO APLICABLE A LA REPUBLICA MEXICANA**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO QUIMICO
P R E S E N T A :
Javier Armando Lara Arellano



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	Pág
OBJETIVO	
1. INTRODUCCION	1
2. DESCRIPCION DEL PROCESO	4
2.1 Características del Proceso	6
2.2 Formas de los Estanques	7
2.3 Alternativas de Soluciones Salinas	7
2.4 Alternativas de Agua Fresca	16
2.5 Problemas Operativos	19
2.6 Aplicaciones	22
3. FUNDAMENTOS DE ENERGIA SOLAR	27
3.1 Características de Aplicación al Proceso	32
3.2 Distribución de la Radiación Solar en la República Mexicana	36
4. MODELO MATEMATICO	41
4.1 Modelo del Estanque	41
4.2 Estabilidad Térmica del Estanque	66
5. SIMULACION MATEMATICA	69
6. RESULTADOS	87
7. CONCLUSIONES	134
8. RECOMENDACIONES	136
REFERENCIAS	138

OBJETIVO

El propósito del presente estudio es desarrollar un modelo matemático para un estanque solar no-convectivo de tres zonas que permita conocer su comportamiento en dos lugares de la República Mexicana, considerando el estado transitorio y el estacionario.

1. INTRODUCCION

El encarecimiento de los combustibles fósiles y su posible agotamiento, ha traído como consecuencia que gran parte de las naciones se preocupen en estudiar y desarrollar fuentes de energía no convencionales, tales como la geotérmica, la eólica y la solar. En particular el interés por esta última se ha incrementado debido a sus características no contaminantes y a su disponibilidad en la mayor parte del mundo. Así pues se han desarrollado diversos dispositivos para su captación y utilización. Se pueden mencionar entre ellos, el colector plano y el sistema de espejos, que tienen la limitación de requerir el sistema propio de captación y uno de almacenamiento, además de que para grandes áreas de captación se requiere del ensamble de muchas unidades pequeñas.

Un concepto que evita principalmente estas limitaciones son los estanques solares no convectivos que captan y almacenan la energía en una sola un
dad.

Este concepto surgió de que una forma de captar energía solar en grandes áreas horizontales es mediante el uso de una masa de agua, tal como un estanque, un lago o un océano, con la observación de que lagos naturales con gradientes de concentración salinos absorbían radiación con el consecuente aumento de la temperatura en las zonas inferiores.

La convección natural que se produciría en un estanque, debido al aumen
to de la temperatura en el fondo, se evita haciendo que el agua del fon

do permanezca más densa mediante una solución concentrada de sal, es decir el decremento de la densidad debido al perfil de temperatura (termoclina) es contrarrestado por el incremento de concentración de sal (Halóclina). Esto se logra introduciendo una solución concentrada de sal en el fondo y lavando la superficie con una solución diluida. Con esto el estanque queda aislado por una masa de agua, perdiéndose la energía almacenada únicamente por conducción a través de ella y siendo baja la conductividad térmica del agua, las pérdidas son bajas.

El estudio de estos estanques, bajo condiciones reguladas, se empezó en Israel en 1954, a sugerencia de R. Bloch (Ref 1). A partir de ese año, se han realizado diversos estudios para su utilización en generación de electricidad, desalación, calentamiento o enfriamiento de edificios, etc. Además se han empezado a estudiar estanques que ocupan otras sustancias, como geles, en lugar de sales.

La República Mexicana, ubicada en una zona con alta radiación solar, gran extensión de litorales y muchas zonas con salmueras subterráneas es una región potencial para procesos de este tipo. Debido a esto el Instituto de Ingeniería de la UNAM está interesado en el estudio de estos sistemas, incluyendo en su estudio inicial el análisis teórico de un estanque con gradientes salinos.

En el capítulo 2 se describe al proceso, definiendo sus características, tipo de sales convenientes, problemas operativos que se presentan, como el mantener la estratificación, el crecimiento biológico, etc, y por úl-

timo se mencionan algunas de las posibles aplicaciones.

El capítulo 3 se inicia con una introducción al estudio de la energía solar y describe las características de radiación en el país. Posteriormente en el capítulo 4 se plantea un modelo para un estanque de 3 zonas, que se resuelve analíticamente ocupando varias aproximaciones y por diferencias finitas, que lo hace de una manera más formal. Ambas soluciones consideran el estado transitorio.

En el capítulo 5 se desarrollan 4 programas para una minicomputadora - Apple II, que se corren para La Paz, B.C.S. y para la ciudad de México D.F., ocupando NaCl para los gradientes en el estanque. Los programas permiten calcular los perfiles de temperatura y el aumento de temperatura en la zona convectiva inferior, mediante las dos soluciones del modelo.

En el capítulo 6 se estudia el calentamiento del estanque y el efecto que ejercen los días nublados. Se realiza un estudio sobre la extracción de energía y sobre la respuesta del estanque cuando se considera que en un lapso determinado no hay radiación. Los resultados se presentan en las gráficas correspondiente.

Por último se mencionan las conclusiones y recomendaciones obtenidas a la luz del trabajo realizado.

2. DESCRIPCION DEL PROCESO

Un estanque solar no convectivo es simultáneamente un captador de radiación solar y un sistema de almacenamiento térmico; consta de tres zonas: una superior y otra inferior, convectivas y una intermedia no convectiva (ver fig 1). En las zonas convectivas la temperatura y la concentración de la sal se mantienen uniformes aunque son mayores en la inferior, mientras que en la zona intermedia no convectiva se construyen gradientes de temperatura y concentración con el fin de aislar térmicamente la zona inferior de la atmósfera. En la fig 2 se muestran los perfiles de temperatura y concentración de un estanque típico.

Las pérdidas de calor totales están constituidas por las pérdidas hacia la atmósfera y hacia la tierra que rodea al estanque. La energía se extrae de la zona inferior mediante un cambiador de calor colocado en el fondo o bien extrayendo la solución caliente que cede calor a otro fluido en un cambiador externo.

La conservación del perfil de concentraciones en el estanque requiere que se lave la zona superior con agua fresca o solución diluida e introducir en el fondo una solución concentrada. Los fenómenos que afectan la conservación del perfil de concentraciones son: el oleaje producido por el viento que da lugar a una mezcla indeseable; el aumento de la concentración superficial ocasionado por la evaporación y la difusión de sales; y la extracción de calor que puede producir perturbaciones al sistema.

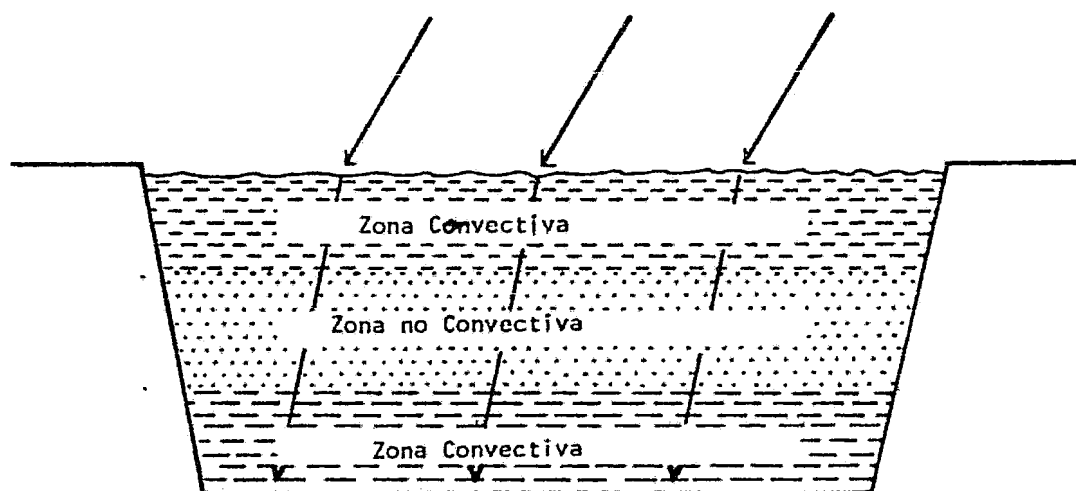


Fig 1. Corte transversal de un estanque solar

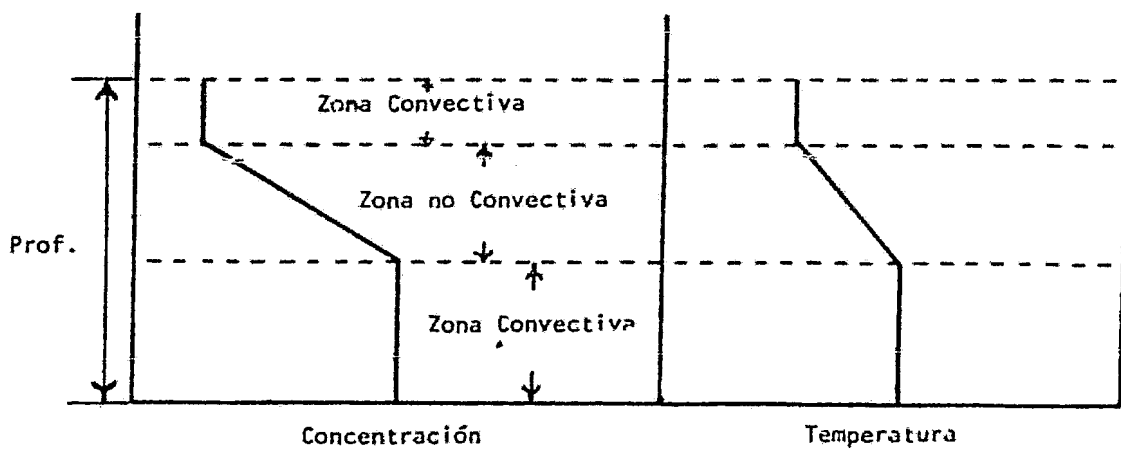


Fig 2. Perfiles de concentración y temperatura en un estanque solar

2.1 Características del Proceso

De los estudios realizados en Israel, Tabor (Ref 1) concluye que el proceso ataca tres de los problemas técnicos, aparte del costo, a que se enfrenta el colector solar plano: (a) la baja densidad de energía de la radiación solar, (b) la intermitencia de la radiación solar y (c) la influencía negativa del polvo que se deposita sobre las "ventanas" de los colectores. El estanque permite captar energía en una gran área, no tiene ventanás que se puedan ensuciar y es un almacén térmico adecuado, debido a la gran masa de agua que lo forma, lo que permite que en días nublados de baja insolación no se afecte considerablemente la temperatura de la zona inferior.

Por otra parte, debido a que el estanque es horizontal y no puede ser inclinado, los sitios donde se puede ocupar deben estar comprendidos en una latitud de $\pm 40^\circ$. Se debe disponer localmente de una fuente de sal o de salmueras baratas, no se debe construir en lugares donde exista un manto acuífero subterráneo, a menos que se evite la filtración.

Puesto que la mitad de la radiación solar es infrarroja y ésta es absorvida en los primeros centímetros de agua, la eficiencia de captación de un estanque no excede el 50%. En la práctica, la eficiencia es del orden del 20% o menos.

2.2 Formas de los Estanques

El estanque consiste básicamente de una poza hecha en la tierra con dimensiones laterales grandes y de poca profundidad, debido a que se requieren grandes áreas de captación y la radiación solar transmitida a través de una capa de agua se va atenuando con la profundidad según puede apreciarse en la tabla 1.

La forma del estanque no es un factor muy importante, desde el punto de vista de funcionamiento, debido a que los parámetros de diseño son básicamente el área y la profundidad; la elección de la forma depende de costos de construcción. Lin (ref 2) reporta estanques de formas circular y rectangular de diferentes áreas.

Por otra parte se pueden usar paredes inclinadas, para reducir costos de construcción, en lugar de paredes verticales, pero debe estudiarse la influencia que ejercen aquellas en el gradiente.

2.3 Alternativas de Soluciones Salinas

La parte fundamental del proceso lo constituye la estabilidad de la capa intermedia no convectiva para lo cual se necesita que el decremento de la densidad producido por el incremento de la temperatura se evite mediante un incremento de la concentración de sal. Así pues la condición necesaria para que las regiones inferiores permanezcan más densas que las superiores es:

Longitud de onda (μm)	Espesor de la capa de agua				
	0	1cm	10cm	1m	10m
0.2 - 0.6	23.7	23.7	23.6	22.9	17.2
0.6 - 0.9	36.0	35.3	30.5	12.9	0.9
0.9 - 1.2	17.9	12.3	0.8	-	-
Mayor a 1.2	22.4	1.7	-	-	-
Total	100.0	73.0	54.9	35.8	18.1

Tabla 1. Distribución de Energía en por ciento de el espectro de luz solar después de atravesar varios espesores de agua. (ref 3)

$$\frac{d\rho}{dz} = \frac{\partial\rho}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial z} + \frac{\partial\rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \geq 0 \quad (1)$$

donde ρ es la densidad de la solución, c la concentración, T la temperatura y z la profundidad del estanque. Sin embargo, Weinberger (Ref 4) estableció que esta condición no es suficiente ya que la estabilidad dinámica que previene movimientos oscilatorios, requiere que la relación entre el gradiente de densidad y el de concentración de sal esté dado por:

$$(v + \alpha_c) \frac{\partial\rho}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial z} + (v + \alpha_T) \frac{\partial\rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \geq 0 \quad (2)$$

donde v es la viscosidad cinemática de la solución, α_c la difusividad másica de la sal y α_T la difusividad térmica. De manera práctica las ecuaciones 1 y 2 no difieren demasiado puesto que v es considerablemente mayor que α_c y α_T .

Cuando se opera cerca de la condición de saturación a una temperatura dada, se puede sustituir

$$\frac{\partial c}{\partial z} = \frac{dc}{dT} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3)$$

en 1 para dar:

$$\frac{dc}{dT} \geq - \frac{\partial\rho/\partial T}{\partial\rho/\partial c} \quad (4)$$

o en 2

$$\frac{dc}{dT} > - \frac{(v+\alpha_T) \frac{\partial \rho}{\partial T}}{(v+\alpha_c) \frac{\partial \rho}{\partial c}} \quad (5)$$

pero de cualquier manera se tiene

$$\frac{dc}{dT} > f(T) \quad (6)$$

y puesto que se requiere cumplir esta desigualdad se necesita que el valor de dc/dT sea grande; se puede concluir que es necesario una sal cuya solubilidad aumente fuertemente con la temperatura, siendo esta condición conveniente no solo cuando se trabaje cerca de la saturación, sino aún con soluciones diluidas. El valor de dc/dT se puede obtener de las curvas de solubilidad de saturación, $C(T)$ tales como las que se muestran en la fig 3. Basándose en este criterio se puede determinar que sales son convenientes y cuáles no; así se puede observar que el Na_2SO_4 no resulta ser un buen candidato, mientras que el KNO_3 y el NH_4NO_3 sí lo son; el $NaCl$ puede ser poco adecuado pero funcional debido a su abundancia.

Por otra parte se necesitan sales que al ser adicionadas al agua no afecten radicalmente las propiedades ópticas de ésta. Las sales inorgánicas cumplen esta condición.

En lo que respecta a las propiedades térmicas se requieren soluciones salinas cuya conductividad térmica, y por consiguiente su difusividad tér-

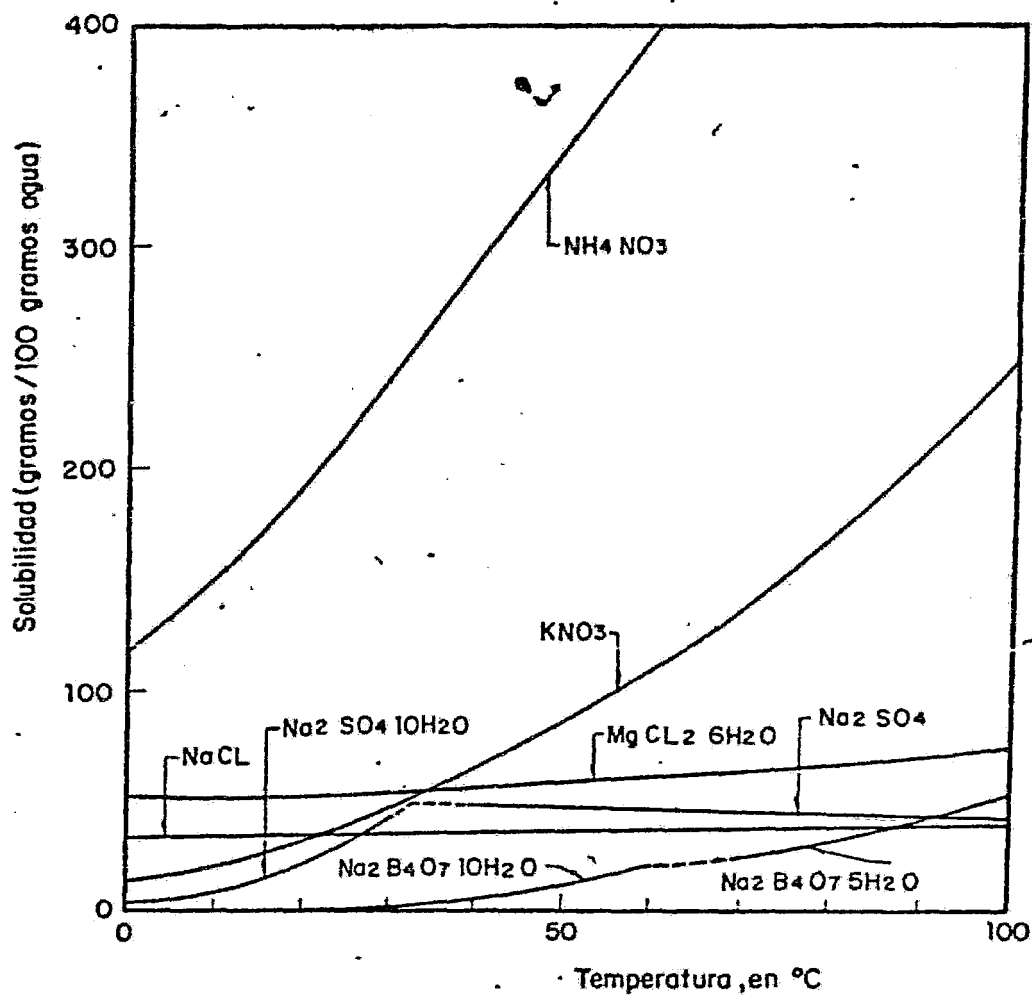


Fig 3 Solubilidad como función de la temperatura

mica, sean de la misma magnitud que la del agua, puesto que el calor se pierde por conducción a través de la zona no convectiva y ésta actúa como aislante. Esto se concluye de la observación de la ecuación que representa al fenómeno:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q \quad (7)$$

donde K es la conductividad térmica, t el tiempo, C_p la capacidad calorífica y Q un término que representa la absorción de radiación.

En general las soluciones acuosas de sales inorgánicas tienen una conductividad térmica similar a la del agua, siendo la tendencia a disminuirla conforme aumenta la concentración como puede apreciarse en la tabla 2 y en las figuras 4 a y b.

Como se ha mencionado anteriormente, para propósitos de operación se requiere un gradiente de densidad estable y para lograr esto, el estanque se llena con una serie de capas que difieren en concentración, pero puesto que la solución no es uniforme se produce inmediatamente una difusión molecular que tiende a eliminar estas diferencias. La ecuación que representa este fenómeno con la difusividad másica constante α_c , es :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \alpha_c \nabla^2 c \quad (8)$$

De la ecuación se puede observar que convienen sales cuya difusividad sea

Líquido	Temp (°C)	k(Watt/m°C)
Agua	37.8	0.628
Cloruro de sodio	12.5% 30	0.588
	25 % 30	0.571
Cloruro de calcio	15 % 30	0.588
	30 % 30	0.553

Tabla 2. Conductividad térmica (K) de líquidos (ref 5)

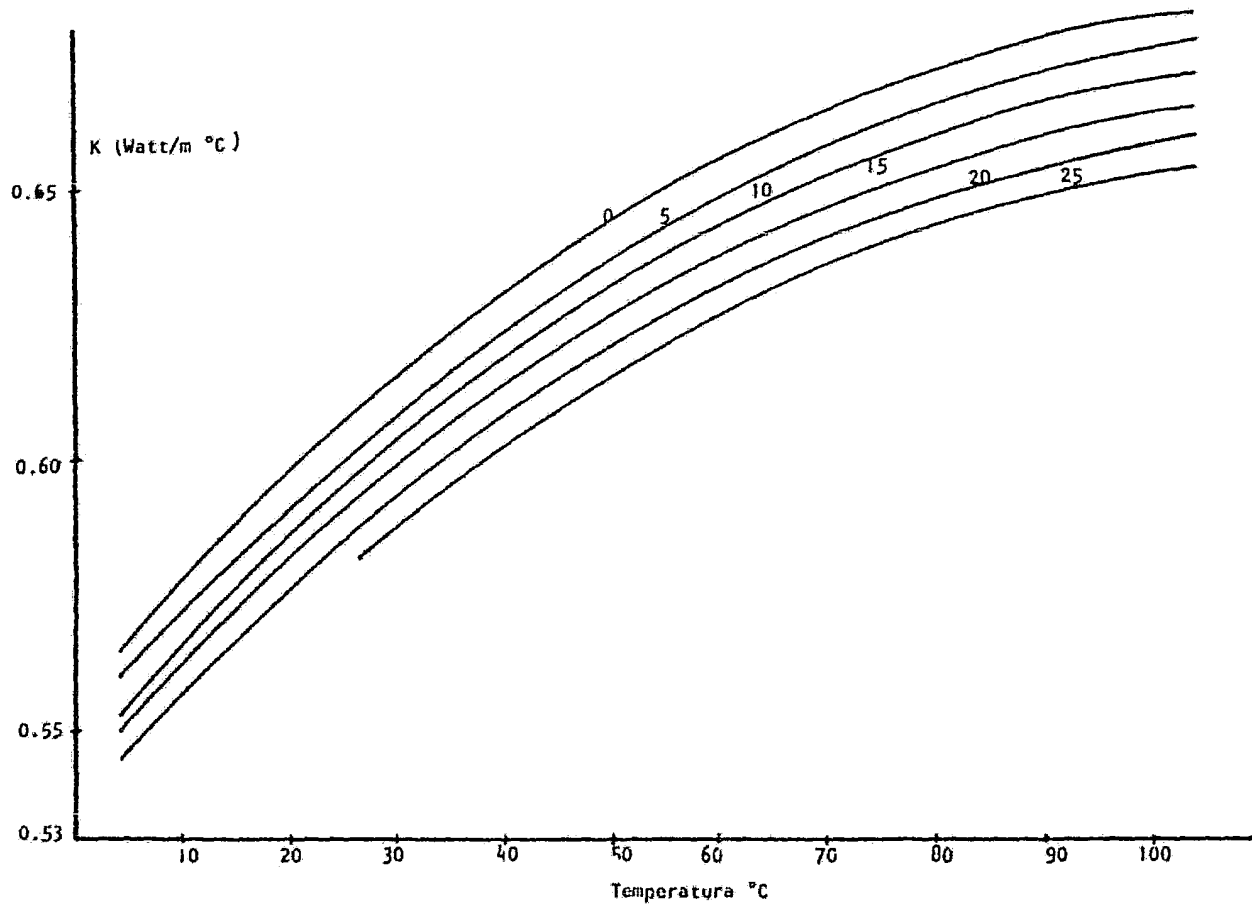


Fig 4.11 Conductividad térmica de soluciones acuosas de cloruro de sodio (porcentaje en peso) (ref. 35)

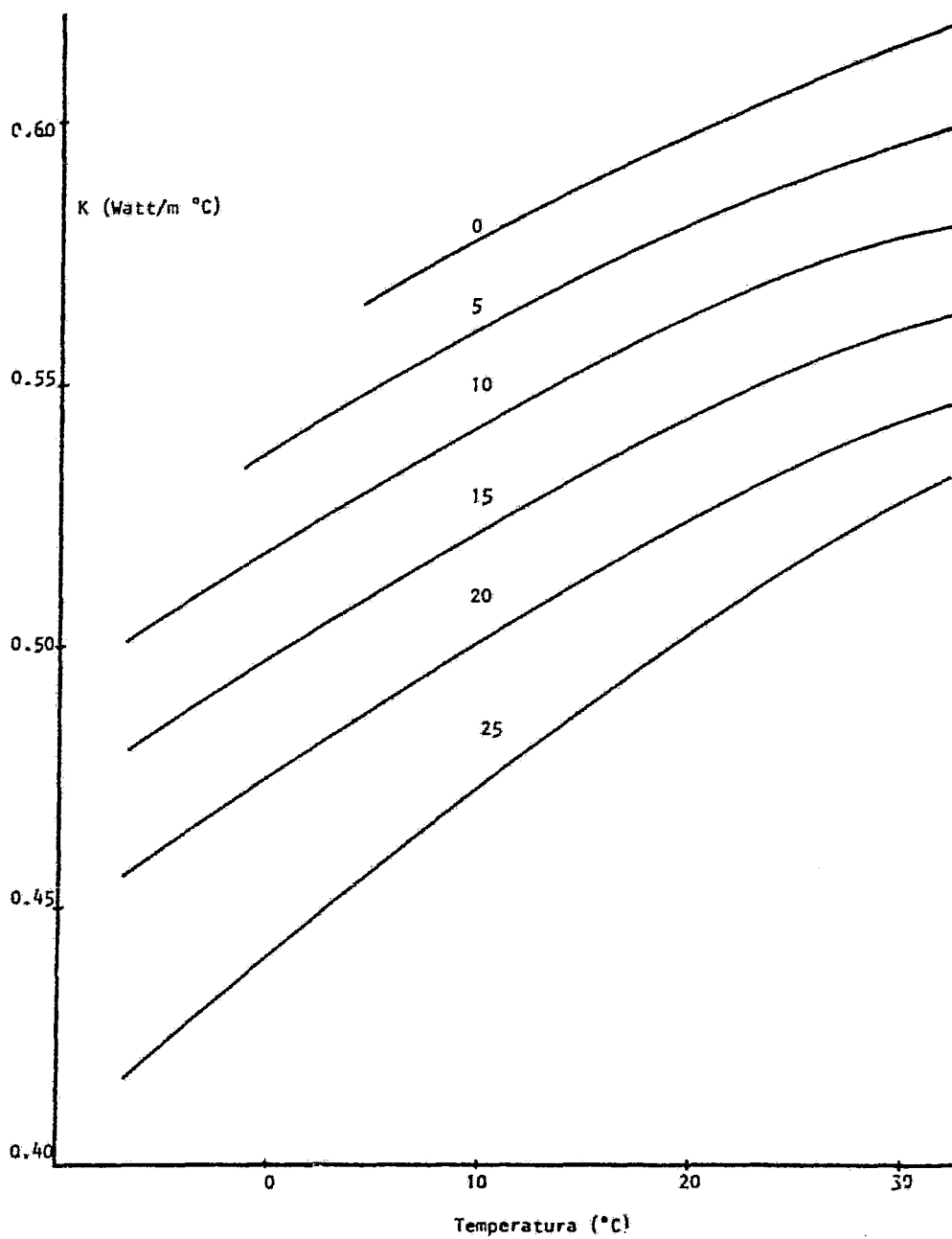


Fig 4.b Conductividad térmica de soluciones acuosas de cloruro de magnesio (porcentaje en peso) (ref 35).

pequeña; en la tabla 3 se presentan algunos valores,

El agua de mar puede ser ocupada como solución salina, pues contiene alrededor de 25 g/lit de cloruro de sodio, o bien puede optarse por agregar una sal al agua potable disponible.

El gradiente de concentración se mantiene regulando las concentraciones de la superficie y el fondo.

Nielsen (ref 7) propone para ésto ocupar un sistema de entrada y salida de soluciones a diferentes niveles, que se muestra en la fig 5. De ella se puede observar que la solución concentrada se obtiene pasando la solución que se extrae a una distancia determinada del fondo por una fuente externa de sal, retornándose al estanque en el fondo. Assaf (ref 8) propone ocupar la descarga de pozas de evaporación solar como fuente de soluciones concentradas.

Con lo anterior se quiere dar un panorama general de las opciones disponibles en cuanto a qué solución salina se puede usar.

2.4 Alternativas de Agua Fresca

El proceso requiere la introducción de agua fresca o de una solución diluida en la superficie para mantener el gradiente de concentración. Si se opera cerca del mar se puede ocupar éste como fuente de agua diluida y como receptor del agua extraída de la zona superior.

C (mol/lit)	α_c (m ² /seg) x 10 ⁻⁹	
	NaCl	KCl
0,1	1,484	1,848
0,3	1,477	1,826
0,5	1,474	1,835
0,7	1,475	1,846
1,0	1,483	1,876
1,5	1,495	1,951
2,0	1,514	2,011
3,0	1,544	2,110

Tabla 3. Coeficiente de difusión másica a 25°C (ref 6)

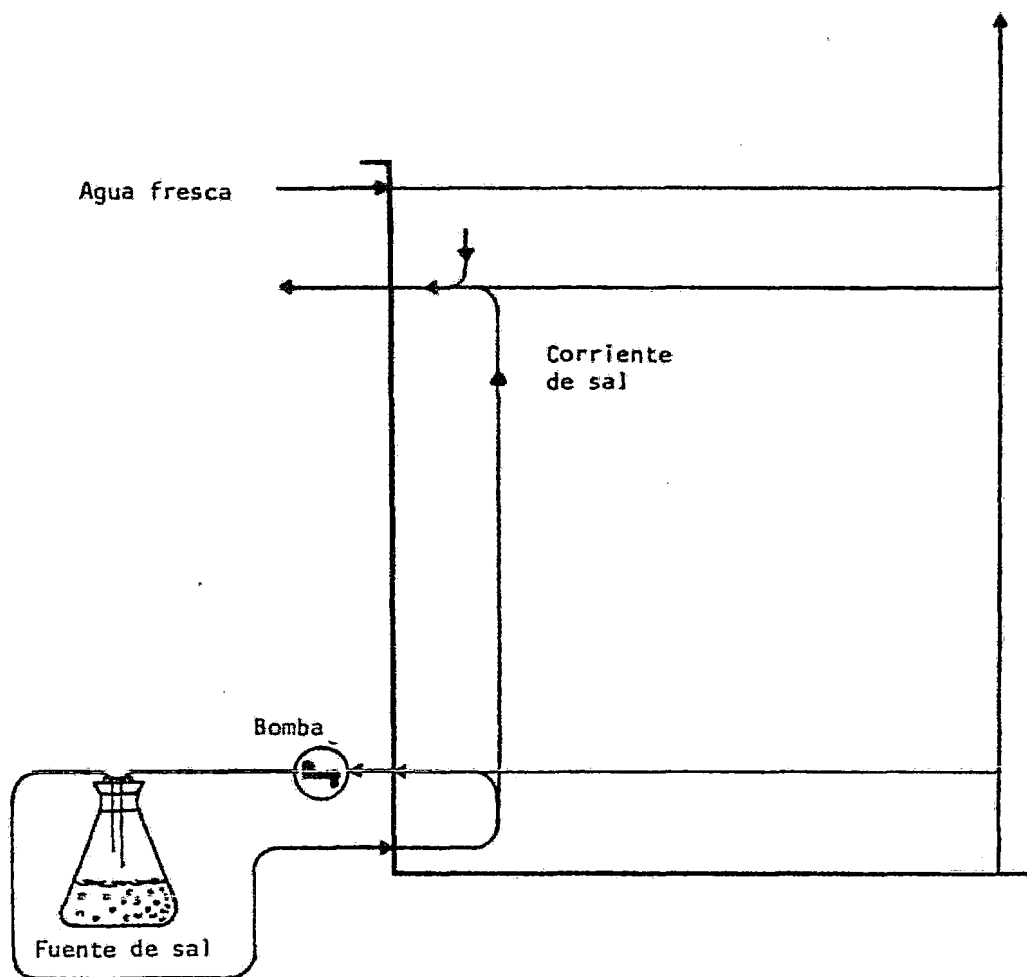


Fig 5. Sistema de flujo para mantenimiento del gradiente de concentración (ref 7)

Otra posibilidad es un ciclo cerrado de operación ocupando un esquema de desalación conveniente. Para ésto se puede usar un destilador solar como el que proponen Muñoz (ref 9) y Pérez (ref 10), el cual se presenta esquemáticamente en la fig 6, o bien un evaporador instantáneo (flash), como lo propone Almanza (ref 11).

2.5 Problemas Operativos

Del funcionamiento de un estanque solar Tabor (ref 12) ha reportado los siguientes problemas operativos:

- a) Crecimiento de algas y bacterias termofílicas o halofílicas
- b) Acumulación de polvo que disminuye la transparencia del lago
- c) Mezclado ocasionado por olas
- d) Aumento de la concentración superficial por la evaporación de agua
- e) Disturbios del gradiente de concentración cuando se extrae la energía
- f) Difusión de sales

Para evitar el crecimiento biológico se ha sugerido agregar sustancias químicas. Para evitar los otros problemas Nielsen (ref 3) ha propuesto

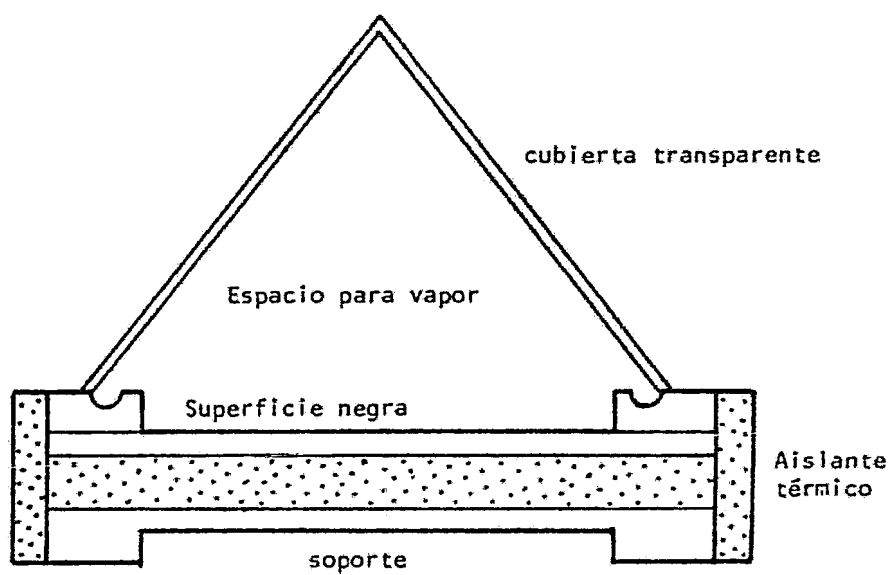


Fig 6. Diagrama esquemático de un destilador solar

colocar 2 particiones transparentes: una superior, a unos cuantos centímetros abajo de la superficie; la otra inferior a una profundidad de 1 a 2 m.

Debido a que este procedimiento no es conveniente, ya que se tienen limitaciones en cuanto a tamaño, igual que un colector plano, se ha optado por otros procedimientos para solucionar los problemas.

El efecto del viento sobre la superficie es generar olas. La energía cinética de éstas se convierte en energía potencial por el mezclado de las capas y es parcialmente disipada por efectos viscosos. Assaf (ref 8) ha propuesto ocupar una red flotante de rompevientos para evitar el mezclado. Otra forma es ocupar un sistema de rompeolas.

La evaporación superficial no puede evitarse, puesto que la radiación debe incidir en el estanque. La determinación de la cantidad de agua evaporada y un balance de materia daría la cantidad de agua de reposición para compensar el incremento en la concentración.

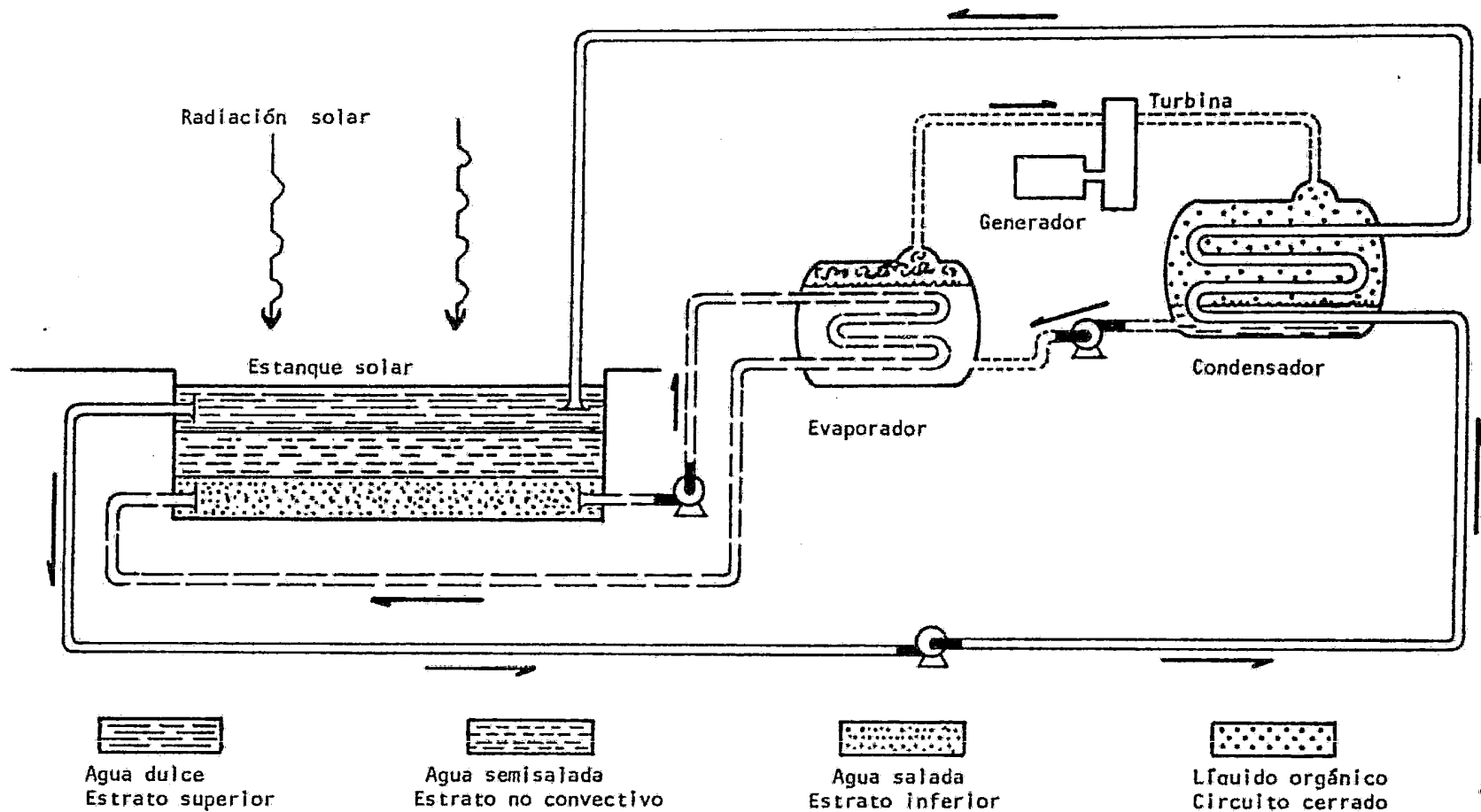
Para evitar disturbios durante la extracción de calor puede ocuparse, un cambiador de calor colocado en el fondo del estanque, el cual no es muy adecuado debido a la cantidad de tubo requerida. Lo conveniente es la extracción de la solución caliente, teniendo en cuenta la velocidad a la cual se puede operar sin alterar el gradiente de concentración, lo cual implica un estudio del flujo estratificado.

2.6 Aplicaciones

El proceso al ser un mecanismo de almacenamiento energético puede ser ocupado en varios procesos de calentamiento, donde se requieran temperaturas bajas, en el intervalo de 50 a 90°C.

Desde un punto de vista energético, Tabor (ref 13) hace notar el rendimiento que tiene el proceso a gran escala. Considera un estanque de 1 Km² de área en un clima soleado, con una insolación anual de 2000 Kwh por m² y una eficiencia de captación de 20%. El estanque de estas características tiene un rendimiento de 400 millones de Kwh por año, lo cual es equivalente a quemar 43,000 barriles de combustóleo con un 80% de eficiencia.

La generación de energía eléctrica a partir de la energía extraída del estanque, llamada generación eléctrica hidrosolar, es una importante aplicación del proceso. Se han hecho muchos estudios a este respecto y en Israel se tiene operando una instalación de este tipo desde 1979, en Ein Bokek (ref 14). El funcionamiento de estas plantas, el cual se muestra en la fig 7, consiste en tomar el agua caliente del fondo del estanque y bombearla a un intercambiador de calor, que funciona como evaporador, en cuyo interior se evapora un líquido orgánico de bajo punto de ebullición; el vapor así obtenido mueve un turbogenerador de baja presión; a la salida de la turbina el vapor orgánico se condensa al recircular, por un segundo intercambiador (tanque condensador), agua fría tomada de la superficie del mismo estanque. El líquido orgánico condensado se inyecta de nuevo al tanque evaporador cerrándose el ciclo interno. Tanto el agua



Fíg 7. Esquema del funcionamiento de una planta hidrosolar (ref 14)

caliente como la fría de los ciclos externos son bombeadas de un extremo del estanque y regresan por el otro con el fin de reducir la agitación al mínimo. En la tabla 4 se muestran los parámetros típicos para una planta hidrosolar. La planta de Ein Bokek consta de un estanque de 7500 m² y 2.5 m de profundidad y genera 150 Kw.

En Israel existe un plan de construcción de plantas hidrosolares que consiste en la terminación de una generadora de 5000 Kw con un estanque de 250 hectáreas; la construcción de dos generadoras de 20 MW con estanques de 1 Km²; y la puesta en marcha de un estanque de 4 Km² y una unidad turbogeneradora de 50 MW.

La descripción del programa de Israel da una perspectiva bastante alentadora en cuanto a la factibilidad del proceso, además de que las plantas de este tipo presentan las siguientes ventajas: son fáciles de construir; no requieren materiales caros ya que operan a baja temperatura y presión; su operación es simple y su mantenimiento muy económico (ref 14).

El proceso también puede ocuparse para el calentamiento o enfriamiento de edificios (refs 3, 15). Fynn (ref 16) reporta el uso de una bomba térmica con un estanque solar para calentamiento de un invernadero. La bomba extrae el calor durante el verano y lo cede en el invierno, cuando las pérdidas de calor son mayores y la radiación disponible es menor.

Styris (ref 15) realizó un estudio económico para el uso del estanque en procesos de calentamiento en la industria del papel y en el secado de

Insolación anual mínima	1850 Kwh/m ²	Temperatura del vapor orgánico	
Tamaño del estanque	1 Km ²	A la entrada de la turbina	74-79°C
		A la salida de la turbina	32-37°C
Profundidad máxima	de 5 a 7 m	Energía empleada por la planta	20-25%
Eficiencia colectora mínima	15%	Potencia de salida	20 MW
Temperatura del agua caliente	75-80°C	Paro anual por mantenimiento	20-25 días
Temperatura del agua fría	25-29°C	Vida de la instalación	30 años

Tabla 4. Parámetros típicos para una planta hidrosolar (ref 14)

granos, que requieren temperaturas relativamente bajas. El secado de granos, es un proceso que requiere aire calentado a 38°C y en este caso el estanque puede proveer la energía térmica necesaria. La industria del papel utiliza aire o vapor a menos de 200°C, pudiéndose ocupar el estanque para el precalentamiento.

Brown (ref 17) reporta el uso para una planta de lavado de aluminio y para una lavandería comercial. En ambos casos el estanque provee la energía requerida.

Otra interesante aplicación es la desalación o la recuperación de sales.

En fin, la ocupación de un estanque de este tipo como fuente de energía es muy versátil.

3. FUNDAMENTOS DE ENERGIA SOLAR *

La energía que el sol proporciona, llega en forma de radiación. El sol radia de una manera muy similar a un cuerpo negro circular con una temperatura de 5600 K. A consecuencia de las temperaturas altas, la intensidad máxima de radiación se encuentra a $0.5 \mu\text{m}$ de longitud de onda y aproximadamente la tercera parte de la radiación se presenta en el intervalo de longitudes de onda visibles y la restante en el infrarrojo hasta aproximadamente $3 \mu\text{m}$. En la fig 1 se presenta el espectro de radiación solar.

La cantidad de radiación solar que incide sobre una unidad de área de una superficie normal a la radiación y situada fuera de la atmósfera, no depende de la localización sobre la tierra o de la hora del día y por esto se le llama constante solar. Varía durante el año, puesto que depende de la distancia entre el sol y la tierra, pero en general puede considerarse un valor promedio de 1353 W/m^2 .

Parte de la radiación solar que llega a la tierra se absorbe, se refleja y se refracta o dispersa a través de su camino en la atmósfera, por lo que la radiación total incidente sobre la superficie de la tierra puede dividirse en dos clases: radiación directa y difusa. La radiación directa es la radiación recibida del sol sin cambio de dirección y la difusa es la recibida después que su dirección ha cambiado por reflexión y dispersión en la atmósfera.

* Tomado principalmente de la Ref 18

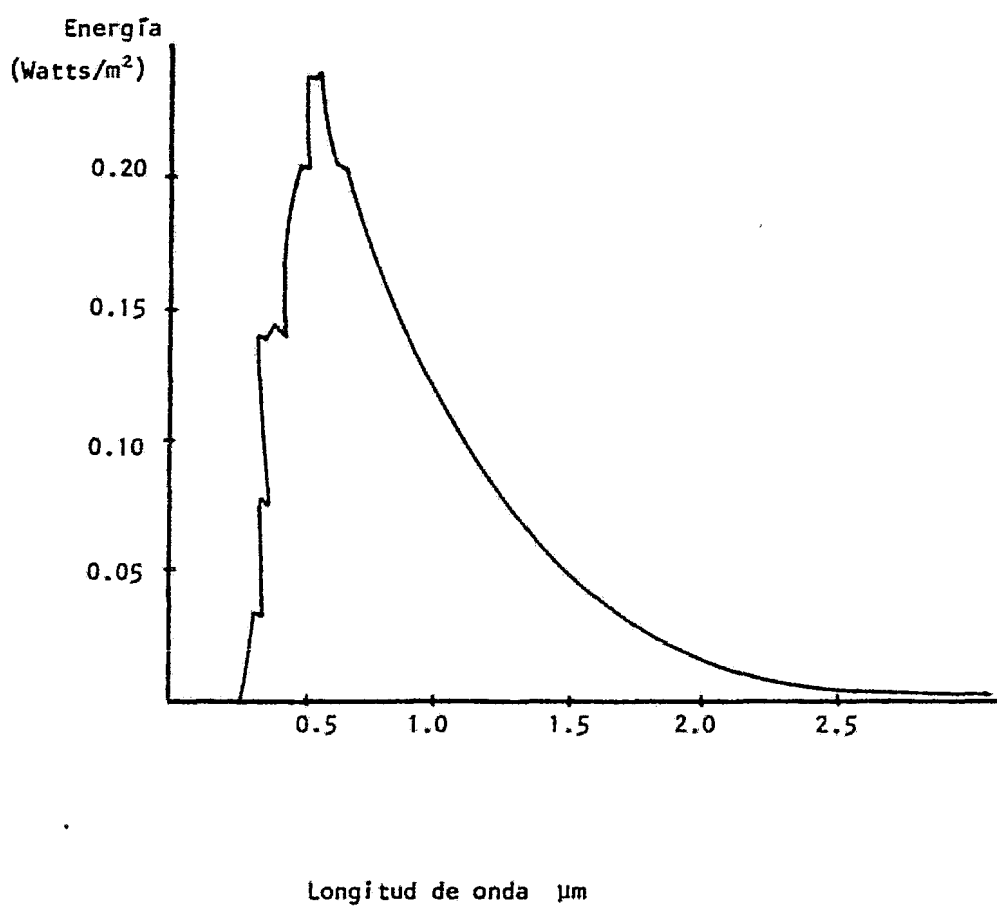


Fig 1. Distribución energética de la radiación solar.

La radiación total que llega a una superficie horizontal puede describirse como:

$$H = H_b + H_d \quad (1)$$

donde H_b es la fracción de energía solar que llega en forma directa y H_d la que se recibe en forma difusa.

Puesto que generalmente se mide la radiación solar total media diaria (H), la fracción difusa de la radiación se calcula ocupando la ecuación propuesta por Page (Ref 19):

$$H_d = H \left(1.00 - 1.13 \frac{H}{H_o} \right) \quad (2)$$

donde H_o es la radiación solar extraterrestre, que es la radiación solar que recibe un plano horizontal fuera de la atmósfera, y está dada por

$$H_o = \frac{24}{\pi} I_{sc} \left(\left\{ 1 + 0.033 \cos \left(\frac{360n}{365} \right) \right\} \left\{ \cos \varphi \cos \delta \sin W_s + \frac{2\pi W_s}{360} \sin \varphi \sin \delta \right\} \right) \quad (3)$$

en donde I_{sc} es la constante solar, φ es la latitud del lugar, n el número del día estudiado en el año, de 1 a 365, δ es la declinación (posición angular del sol al cenith con respecto al plano del ecuador) y está dada por:

$$\delta = 23.45 \operatorname{sen} \left(360 \frac{284+n}{365} \right) \quad (4)$$

y W_s es el ángulo formado por la línea que une el lugar y el sol al amanecer con el plano perpendicular al ecuador, llamado ángulo horario al amanecer y está dado por:

$$W_s = \operatorname{arc} \cos (-\tan \varnothing \tan \delta) \quad (5)$$

Calculando así H_d , la radiación directa se obtiene de:

$$H_b = H - H_d \quad (6)$$

con lo que quedan definidas las fracciones directa y difusa de la radiación.

Es importante conocer la dirección con la cual la radiación directa llega a la tierra. El ángulo de incidencia de la radiación directa θ , que es el ángulo medido entre la dirección de la radiación y la normal al plano, está dado por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \cos \theta = & \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \varnothing \cos s - \operatorname{sen} \delta \cos \varnothing \operatorname{sen} S \cos \gamma & (7) \\ & + \cos \delta \cos \varnothing \cos s \cos w \\ & + \cos \delta \operatorname{sen} \varnothing \operatorname{sen} s \cos \gamma \cos w \\ & + \cos \delta \operatorname{sen} s \operatorname{sen} \gamma \operatorname{sen} w \end{aligned}$$

donde s es el ángulo entre la horizontal y el plano; γ el ángulo acimutal de la superficie, esto es, la desviación de la normal a la superficie y el meridiano local, w es el ángulo horario, siendo al mediodía cero y cada hora equivalente a 15° de longitud, positivo hacia la mañana y negativo hacia la tarde y δ , ϕ y θ ya han sido definidos.

Cuando el plano captador se encuentra en posición horizontal, $s=0^\circ$ y la ecuación (7) se reduce a:

$$\cos \theta = \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos w \quad (8)$$

y en este caso θ coincide con el ángulo del cenith θ_z , que es el ángulo entre la dirección de la radiación y el cenith.

Despejando w de la ecuación (8) al amanecer, cuando $\theta_z = 90^\circ$ se obtiene la ecuación (5) para w_s .

La longitud del día L_d puede calcularse con la ecuación:

$$L_d = \frac{2}{15} \cos^{-1} (-\tan \phi \tan \delta) \quad (9)$$

Debe aclararse que el tiempo ocupado en todas las relaciones solares es el tiempo solar, el cual no coincide con el tiempo estandar. Así pues el mediodía solar no coincide con el estandar y a la diferencia entre ellos se le llama la ecuación del tiempo. La expresión para la ecuación del tiempo la presenta Boes (ref 20) y es:

$$EOT = 12 + (0.1236 \text{ sen } b - 0.0043 \text{ cos } b + 0.1538 \text{ sen } 2b + 0.0608 \text{ cos } 2b) \text{ horas} \quad (10)$$

donde el ángulo b es una función del día n del año:

$$b = 360 (n-1) / 365,242^\circ \quad (11)$$

La ecuación (10) puede emplearse para convertir el tiempo estandar local al tiempo solar mediante:

$$\text{Tiempo Solar} = \text{tiempo estandar} - EOT - LA \text{ horas} \quad (12)$$

donde LA es una expresión para ajustar la longitud en horas. Puesto que $15^\circ = 1$ hora, la expresión es:

$$LA = (\text{longitud local}) - \text{longitud del meridiano del tiempo local} / 15 \quad (13)$$

estando las longitudes en grados.

Por último, cabe mencionar, que la radiación difusa por sus características, se puede considerar que se recibe en todas direcciones.

3.1 Características de Aplicación al Proceso

La radiación incidente sobre una masa de agua puede ser reflejada o absorbida por ella o transmitida a través de ella. La relación de energía

reflejada a incidente se llama reflectancia ρ_λ ; la relación de energía absorbida a incidente se llama absorptancia α_λ ; y la relación de transmitida a incidente, transmitancia τ_λ . De acuerdo a esto, la suma de ellas debe ser la unidad, es decir:

$$\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1$$

La evaluación de dos de estas propiedades define la tercera por diferencia.

La reflectancia de la radiación directa cuando pasa de un medio a otro con índices de refracción n_1 y n_2 respectivamente, está dada por la fórmula de Fresnel:

$$\rho_\lambda = (1/2) \left\{ \frac{\text{sen}^2 (\theta - \theta_r)}{\text{sen}^2 (\theta + \theta_r)} + \frac{\text{tan}^2 (\theta - \theta_r)}{\text{tan}^2 (\theta + \theta_r)} \right\} \quad (15)$$

donde θ y θ_r son los ángulos de incidencia y refracción, respectivamente referidos a la normal a la superficie y se relacionan por medio de la ley de Snell

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\text{sen } \theta_r}{\text{sen } \theta} \quad (16)$$

La radiación que penetra la superficie del estanque, que es proporcional a $(1 - \rho_\lambda)$, se atenúa por absorción en el agua, de tal forma que únicamente una fracción de ella la recibe el fondo. La absorción es proporcio

nal a la intensidad local en el agua y a la distancia x que la radiación atraviesa en ella, esto es representado por la ley de Bouger:

$$dI = IE dx \quad (17)$$

donde E es el coeficiente de extinción. Integrando entre 0 y x , para los cuales corresponden $(1-\rho_\lambda)$ como la fracción que penetra la superficie del agua y τ_λ como la fracción que se recibe a la distancia x :

$$\int_{(1-\rho_\lambda)}^{\tau_\lambda} \frac{dI}{I} = \int_0^x E dx$$

se obtiene la transmitancia:

$$\tau_\lambda = (1-\rho_\lambda) e^{-Ex} \quad (18)$$

con lo cual queda definida la absorptancia como:

$$\alpha_\lambda = 1-\rho_\lambda - (1-\rho_\lambda) e^{-Ex} \quad (19)$$

Puesto que el coeficiente de extinción para el agua depende fuertemente de la longitud de onda, no se puede usar la simple exponencial dada en la ecuación (18) que supone E como constante, pudiéndose representar esta ecuación como:

$$\tau_{\lambda} = (1 - \rho_{\lambda}) h(x) \quad (20)$$

donde $h(x)$ representa una función que da la atenuación de la radiación y es equivalente a la exponencial.

Rabl y Nielsen (ref 3) basándose en datos del porcentaje de radiación transmitida a través de varios espesores de agua (Tabla 1, cap 2) con radiación incidente normal a la superficie, cuando la reflectancia es despreciable ($\rho_{\lambda} \ll 1$), han aproximado esta función como la suma de cuatro exponenciales:

$$h(x) = \sum_{i=1}^4 \eta_i e^{-\mu_i x} \quad (21)$$

con		para longitudes de onda
$\eta_1 = 0.237$	$\mu_1 = 0.32 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$	0.2 - 0.6 μm
$\eta_2 = 0.193$	$\mu_2 = 4.5 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$	0.6 - 0.75 μm
$\eta_3 = 0.167$	$\mu_3 = 0.03 \text{ cm}^{-1}$	0.75 - 0.9 μm
$\eta_4 = 0.179$	$\mu_4 = 0.35 \text{ cm}^{-1}$	0.9 - 1.2 μm

Puesto que el ángulo de incidencia varía con la hora del día, la trayectoria x esta relacionada trigonométricamente con la profundidad Z mediante:

$$x = Z \sec \theta_r = Z / \cos \theta_r \quad (22)$$

según se puede apreciar en la figura 2, con lo que la ecuación (21) se transforma en:

$$h(z) = \sum_{i=1}^4 \eta_i e^{-\mu_i Z/\cos \theta r} \quad (23)$$

que da la radiación recibida a cualquier profundidad.

Por otra parte, Bryant y Colbeck (ref 21) aproximaron la función $h(x)$, para los mismos datos, como:

$$h(x) = a - b \ln x \quad (24)$$

con $a=0.73$ y $b=0.08$ para x en centímetros, si x está en metros, $a=0.36$.

Aplicando la ecuación (22) se obtiene:

$$h(z) = a - b \ln Z/\cos \theta r \quad (25)$$

Kooi (ref 22) al comparar estas dos aproximaciones concluye que ambas son adecuadas en el intervalo de profundidades de interés.

3.2 Distribución de la Radiación Solar en la República Mexicana

La República Mexicana situada entre los paralelos $14^{\circ}30'$ y $32^{\circ}42'$ de latitud Norte, se encuentra dentro de la región mayormente favorecida de

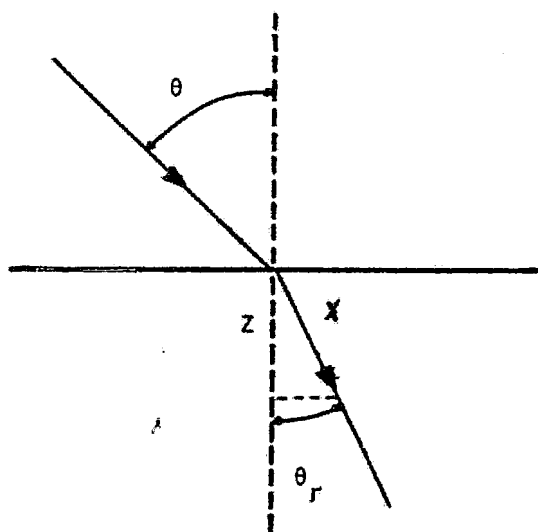


Fig 2. Relación entre la profundidad (Z) y la trayectoria recorrida por la radiación.

radiación solar, comprendida entre los $\pm 35^\circ$ de latitud.

Aun cuando se dispone de varias estaciones que miden la radiación global directamente, la información obtenida es insuficiente para la extensión del país. En consecuencia la distribución de radiación solar se obtiene de manera indirecta, utilizando datos meteorológicos, tales como: duración de la insolación, temperatura ambiente, nubosidad, humedad del aire. De esta manera lo han hecho diferentes autores trabajando independientemente. (refs 23, 24 y 25).

En particular, Almanza y López (ref 23) utilizan datos de insolación, latitud del lugar, tamaño promedio del día al mes, número de días lluviosos en el mes y humedad promedio por día, para obtener una serie de 12 mapas mensuales y uno anual de radiación solar total sobre una superficie horizontal. La radiación que se obtiene en los mapas mensuales es una radiación promedio del mes por día, llamada radiación solar total diaria media mensual (H), mientras que la que se obtiene del anual es el promedio al año.

En el mapa correspondiente al promedio anual de Almanza y López (fig 3) se observa que las regiones de mayor radiación en la República son las del norte de Sonora y Chihuahua. Existen otras dos regiones bastante definidas, con más de 450 ly/día en el año; una que abarca Durango, Zacatecas, Aguascalientes, la mayor parte de Guanajuato y el noroeste de Jalisco, y otra que comprende una parte de Puebla y otras bastante amplia de Oaxaca. Además se aprecia que más de la mitad del país recibe 400 ly/día

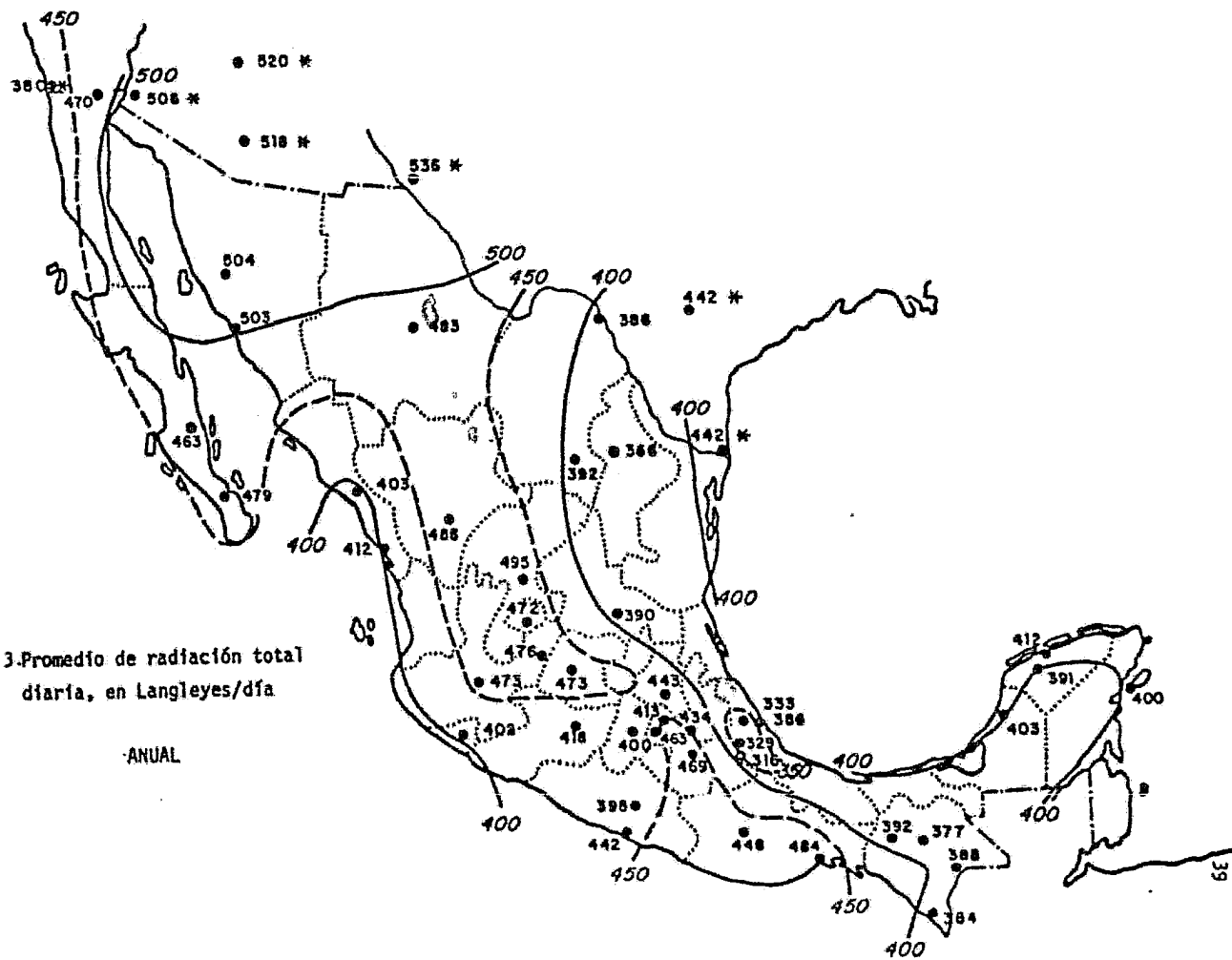


Fig 3. Promedio de radiación total diaria, en Langleyes/día

ANUAL

en el año, valor bastante aceptable para la utilización de energía solar (ref 23).

Recientemente Fernández y Estrada (ref 26) desarrollaron una expresión que calcula la radiación solar instantánea que se recibe sobre una superficie cualquiera en la República, en sus componentes directa y difusa. Para la radiación solar total instantánea, I_t , la expresión es:

$$I_t = H_{tM} \cos^{1.2} \left(\frac{\pi w/15}{L_d} \right) \quad (26)$$

donde H_{tM} es la radiación total máxima recibida en promedio mensual al mediodía solar, w y L_d ya han sido definidas. De manera similar la expresión para la radiación directa instantánea es:

$$I_b = H_{bM} \cos^{1.5} \left(\frac{\pi w/15}{L_d} \right) \quad (27)$$

en donde H_{bM} es la radiación directa máxima en las mismas condiciones que H_{tM} . El valor correspondiente para la componente difusa será: $I_d = I_t - I_b$.

Los valores de H_{tM} y H_{bM} para distintos lugares se pueden consultar en la ref 26.

4. MODELO MATEMATICO

Para iniciar el estudio de todo sistema térmico es conveniente realizar la formulación matemática para conocer la respuesta del sistema a los cambios de operación, antes del desarrollo de un prototipo experimental, debido al amplio intervalo de condiciones a las que se trabaja.

Por otra parte, es claro que el análisis teórico del proceso, al igual que el de todo sistema solar, no puede realizarse de manera estricta, debido a lo aleatorio de la radiación solar y de las condiciones ambientales, tales como lluvia y viento.

Se pretende plantear un modelo que permita obtener variables de diseño y datos de operación del estanque de manera aproximada.

4.1 Modelo del Estanque

El estanque constituye sin duda el elemento principal del proceso ya que funciona como captador de la energía solar y almacén térmico

El modelo como se ha mencionado, consiste en tres regiones y se muestra en la fig 1. La zona convectiva superior (Z.C.S.) abarca de 0 a Z_1 ; la zona no convectiva (Z.N.C.) tiene un espesor de Z_1 a Z_2 ; y la zona convectiva inferior (Z.C.I.) está comprendida entre Z_2 y Z_3 .

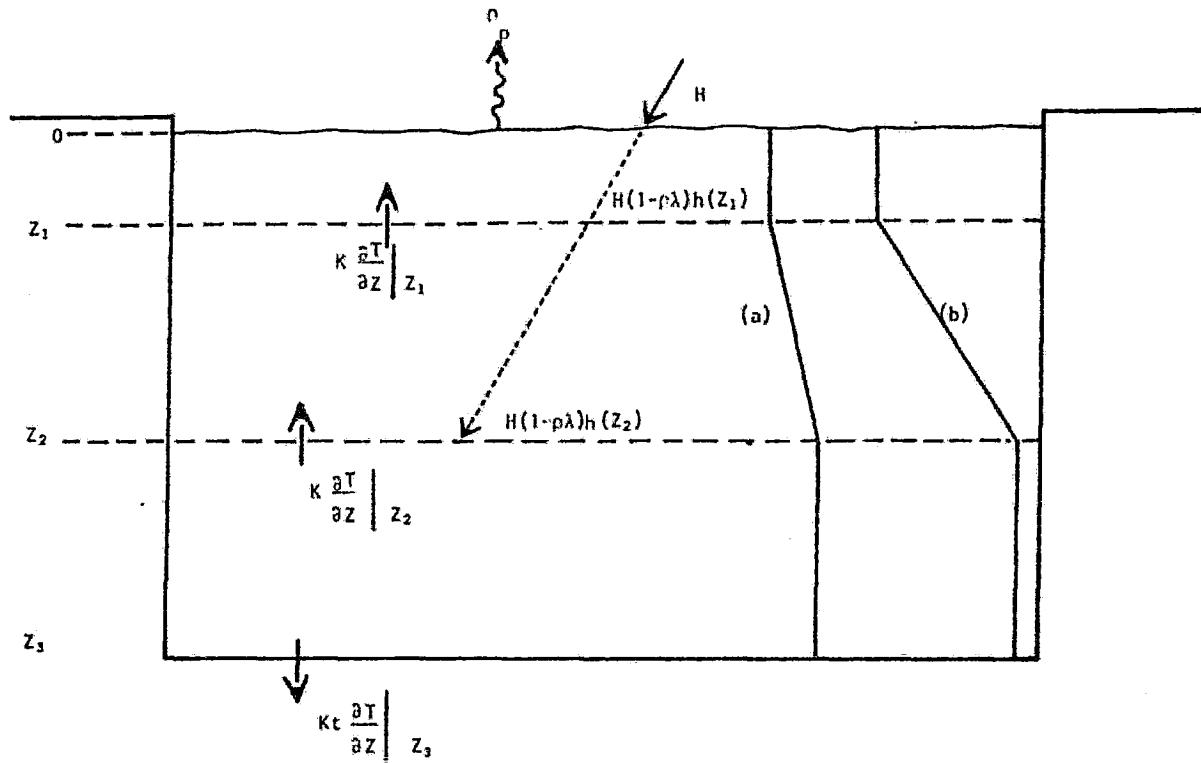


Fig 1 Modelo del estancue
 a) Gradiente de temperatura
 b) Gradiente de concentración

La ecuación que representa al fenómeno es la ecuación de energía (Ref 171)

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) - P (\nabla \cdot v) - \phi \quad (1)$$

el lado izquierdo de la ecuación anterior representa el cambio de energía interna (u) y el lado derecho las causas de dicho cambio: El primer término es la transferencia de calor por conducción, y los dos últimos términos representan la conversión reversible e irreversible de energía mecánica en térmica, debido a los esfuerzos viscosos, siendo v la velocidad y P la presión. En la tabla 1 se detalla la nomenclatura utilizada en el modelo.

Para un fluido a presión constante se tiene:

$$du = - PdV + C_p dT \quad (2)$$

por consiguiente:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = - \rho P \frac{DV}{Dt} + \rho C_p \frac{DT}{Dt} \quad (3)$$

utilizando la ecuación de continuidad

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot v) = 0$$

se obtiene:

- C: concentración
- C_p : capacidad calorífica
- d: espesor de la zona convectiva inferior
- DT/Dt : derivada material o sustancial igual a $\frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \nabla T$
- H: radiación incidente
- $h(z)$: función de transmitancia de la radiación
- h_g : coeficiente de transferencia de calor a la atmósfera
- K: conductividad térmica de la solución salina
- K_t : conductividad térmica del suelo debajo del estanque
- P: presión
- Q_p : pérdidas de calor a la atmósfera
- T_a : temperatura ambiente
- T_e : temperatura de la solución al inicio
- T_g : temperatura del "sumidero" debajo del estanque
- t: tiempo en días después de que el estanque se expone a la radiación
- U: término de extracción de energía
- u: energía interna
- V: volumen
- v: velocidad
- Z: profundidad
- ΔZ_1 : espesor de la zona no convectiva
- ΔZ_2 : distancia al "sumidero"
- α_c : difusividad másica

α_T :	difusividad térmica
ν :	viscosidad cinemática
ρ :	densidad
ρ_λ :	reflectancia
e :	día, contado a partir del 21 de junio, en que el estanque se <u>expo</u> ne a la radiación por primera vez
τ :	día variable a partir del 21 de junio ($\tau=0$)
θ_r :	ángulo de refracción

Tabla 1. Nomenclatura utilizada en el modelo matemático

$$\rho \frac{DV}{Dt} = \rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = \nabla \cdot v$$

y sustituyendo en (3)

$$\rho \frac{Du}{Dt} = - P (\nabla \cdot v) + \rho C_p \frac{DT}{Dt}$$

aplicando a (1) y despreciando el cambio de energía irreversible por disipación viscosa (ϕ) se llega a

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (K \nabla T) \quad (4)$$

desarrollando la derivada sustancial de T

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + (v \cdot \nabla) T = \nabla \cdot (K \nabla T) \quad (5)$$

Si las dimensiones laterales del estanque son demasiado grandes con relación a su profundidad, la variación de la temperatura puede considerarse unidimensional, por lo que la ecuación (5) queda como:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (6)$$

Considerando que en el modelo las tres zonas se encuentran bien definidas y que existe continuidad de las propiedades, puede plantearse una ecuación para cada región.

En la región superior se tiene un fluido perfectamente mezclado, por lo que $T = T(z)$ es decir:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{para } 0 < z < z_1$$

y la ecuación (6) puede integrarse de 0 a z_1

$$\int_0^{z_1} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dz = \int_0^{z_1} d \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

por lo tanto

$$\rho C_p z_1 \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_1} - k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_0$$

puesto que se establece que no hay conducción a través de la superficie (Ref 28) es decir:

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_0 = 0$$

se tiene

$$\rho C_p z_1 \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_1} \quad (7)$$

Recurriendo a la fig 1, se hace un balance de energía en dicha zona para establecer las condiciones a la frontera, observándose que existe generación de energía por absorción de la radiación dada por $H(1-\alpha_\lambda)(1-h(z_1))$ y pérdidas de la misma por evaporación y convección a la atmósfera (Q_p),

por lo que la ecuación (7) queda como;

$$\rho C_p Z_1 \frac{\partial T}{\partial t} - K \frac{\partial T}{\partial Z} \Big|_{Z_1} + Q_p - H(1-\rho_\lambda) (1-h(Z_1)) = 0 \quad (8)$$

La zona intermedia (Z_1 a Z_2) puede considerarse como un sólido, es decir sin flujo vertical ($v_z=0$) y en ella la temperatura depende de la profundidad, estando dada por

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial Z} \left(K \frac{\partial T}{\partial Z} \right) + Q(z,t) \quad (9)$$

donde $Q(z,t)$ representa una fuente interna de energía y es la radiación absorbida por el agua, siendo:

$$Q(z,t) = - \frac{\partial H(z,t)}{\partial z} = - H(1-\rho_\lambda) \frac{dh(z)}{dz} \quad (10)$$

Para la zona inferior, donde se tiene un fluido perfectamente mezclado, se integra (6) de igual manera que para la región superior, pero de Z_2 a Z_3 , obteniéndose

$$\rho C_p (Z_3-Z_2) \frac{\partial T}{\partial t} = K_t \frac{\partial T}{\partial Z} \Big|_{Z_3} - K \frac{\partial T}{\partial Z} \Big|_{Z_2}$$

en donde K_t es la conductividad térmica del suelo, debajo del estanque.

En esta región se absorbe la radiación remanente, es decir $H(Z_2, t)$, y se tiene una extracción de energía $U(Z_3, t)$, por lo que la ecuación para esta zona es:

$$\rho C_p (Z_3 - Z_2) \frac{\partial T}{\partial t} + K \left. \frac{\partial T}{\partial Z} \right|_{Z_2} - K_t \left. \frac{\partial T}{\partial Z} \right|_{Z_3} - H(1 - \rho_\lambda) h(Z_2) + U(Z_3, t) = 0 \quad (11)$$

Considerando K , ρ y C_p constantes e independientes de la temperatura y la concentración, y consecuentemente independiente de la profundidad la ecuación (9) adquiere la forma lineal

$$\alpha_T \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} = \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\alpha_T}{K} Q(z, \tau) \quad (12)$$

que se intentó resolver por transformada de Laplace, con las siguientes condiciones a la frontera: para la zona superior se consideró la temperatura igual a la temperatura ambiente; para la inferior la ecuación (11), pero para el estado transitorio $U=0$; y la condición inicial de que a $t=0$, $T=T_e$.

Debido a la imposibilidad de solución de la ecuación anterior, este procedimiento se eliminó.

Para simplificar el problema de determinar la temperatura en el fondo del estanque, se puede resolver la ecuación para la zona convectiva inferior, discretizando las parciales con respecto a la profundidad en tal forma que

se obtenga una ecuación ordinaria, sólo función del tiempo,

La temperatura de la zona superior se considera igual a la temperatura ambiente y las pérdidas de energía de la zona inferior hacia aquella región son a través de la zona no convectiva, es decir

$$K \left. \frac{\partial T}{\partial Z} \right|_{Z_2} = K \frac{(T_a - T)}{(Z_1 - Z_2)} = K \frac{(T - T_a)}{(Z_2 - Z_1)}$$

La pérdida de energía por conducción al suelo debajo del estanque, es hacia un "sumidero" infinito situado a una distancia definida (ΔZ_2) debajo del estanque y a una temperatura T_g

$$K_t \left. \frac{\partial T}{\partial Z} \right|_{Z_3} = K_t \frac{(T_g - T)}{\Delta Z_2}$$

Así la ecuación (11) para el estado transitorio ($U(Z_3, t) = 0$) queda representada como:

$$\rho C_p (Z_3 - Z_2) \frac{dT}{dt} + K \frac{T - T_a}{Z_2 - Z_1} - K_t \frac{T_g - T}{\Delta Z_2} = H (1 - \rho_\lambda) h (Z_2) \quad (13)$$

con condición inicial ($t=0$) $T=T_e$.

La radiación incidente (H) pueda aproximarse mediante una función periódica:

$$H = \bar{H} + \bar{H}_0 \cos \omega \tau \quad (14)$$

donde $\omega = 2\pi/365$, días, τ es el día considerado siendo $\tau = 0$ el 21 de junio (Ref 3).

No se toma en cuenta la variación horaria de la radiación, porque Weinberger (Ref 4) calculó el cambio de la temperatura media diaria debido a dicha variación, y encontró una amplitud máxima diaria de 7°C en un estanque sin zona convectiva y de 3°C para un estanque con zona convectiva inferior de 20 cm y se estima que para una zona convectiva inferior relativamente mayor, la amplitud se pueda considerar despreciable.

Debe distinguirse entre el tiempo (τ) de la ecuación de radiación, que son los días contados a partir del 21 de junio y el tiempo (t) de la ecuación (13), que son los días contados desde que el estanque se expuso a la radiación. La relación entre ambos esta dada por

$$t = \tau - \epsilon \quad \text{ó} \quad \tau = t + \epsilon$$

donde ϵ representa el número de día, contado a partir del 21 de junio, en que el estanque se expuso por primera vez a la radiación.

Haciendo un cambio de variable de t a τ , la ecuación (13) no varía, solo cambia la condición inicial, puesto que ahora cuando $\tau = \epsilon$, $T = T_e$, que es equivalente a $t = 0$.

Otra simplificación que se hace es que toda la radiación se considera directa y llegando con un ángulo de incidencia fijo, de tal forma que ρ_λ sea constante.

Desarrollando la ecuación (13) se tiene:

$$(Z_3 - Z_2) \frac{dT}{dT} + \frac{\alpha_T (T - T_a)}{(Z_2 - Z_1)} - \frac{K_t}{\rho C_p} \frac{(T_g - T)}{\Delta Z_2} = \frac{(\bar{H} + \bar{H}_o \cos \omega \tau) (1 - \rho_\lambda) h(Z_2)}{\rho C_p}$$

haciendo

$$(Z_3 - Z_2) = d$$

$$(Z_2 - Z_1) = \Delta Z_1$$

y agrupando se llega a

$$\frac{dT}{dT} + \left(\frac{\alpha_T}{d\Delta Z_1} + \frac{K_t}{\rho C_p \Delta Z_2} \right) T = \frac{\bar{H}(1 - \rho_\lambda) h(Z_2)}{\rho C_p d} +$$

$$\frac{\bar{H}_o(1 - \rho_\lambda) h(Z_2)}{\rho C_p d} \cos \omega \tau + \frac{\alpha_T}{d\Delta Z_1} T_a + \frac{K_t}{\rho C_p d\Delta Z_2} T_g$$

haciendo

$$a = \left(\frac{\alpha_T}{d\Delta Z_1} + \frac{K_t}{\rho C_p d\Delta Z_2} \right)$$

$$h' = \frac{(1-\rho_\lambda) h(Z_2)}{\rho C_p d}$$

y aproximando la temperatura ambiente (Ref 3) como:

$$T_a = \bar{T}_a + \tilde{T}_{a0} \cos(\omega t - \delta a) \quad (15)$$

se tiene

$$\frac{dT}{dt} + \alpha T = h' H + h' \tilde{H}_0 \cos \omega t + \frac{K_t}{\rho C_p d \Delta Z_2} T_g +$$

$$\frac{\alpha_T}{d \Delta Z_1} \bar{T}_a + \frac{\alpha_T}{d \Delta Z_1} \tilde{T}_{a0} \cos(\omega t - \delta a)$$

Esta ecuación es lineal y de primer orden, por lo que se resuelve por factor integrante (Ref 29) y se llega a

$$T = A + B \cos \omega t + D \text{ Sen } \omega t + C e^{-\alpha t}$$

donde

$$A = \left(\frac{\bar{H} h'}{\alpha} + \frac{\alpha_T \bar{T}_a}{d \Delta Z_1 \alpha} + \frac{K_t T_g}{\rho C_p d \Delta Z_2 \alpha} \right) \quad (16)$$

$$B = \left(\frac{1}{\alpha^2 + \omega^2} \right) \left(\tilde{H}_0 h' \alpha + \frac{\alpha_T \tilde{T}_{a0} \alpha \cos \delta a}{d \Delta Z_1} - \frac{\alpha_T \tilde{T}_{a0} \omega \text{ Sen } \delta a}{d \Delta Z_1} \right) \quad (17)$$

$$D = \left(\frac{1}{\alpha^2 + \omega^2} \right) \left(\tilde{H}_0 h' \omega + \frac{\alpha_T \tilde{T}_{a0} \omega \cos \delta a}{d \Delta Z_1} + \frac{\alpha_T \tilde{T}_{a0} \alpha \text{ Sen } \delta a}{d \Delta Z_1} \right) \quad (18)$$

C = constante de integración

Para agrupar las funciones seno y coseno en una sola, se ocupa una relación trigonométrica, quedando

$$T = A + \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\tau - \delta^1) + C e^{-\alpha\tau}$$

donde

$$\delta^1 = \arctang \frac{D}{B}$$

La constante C se evalúa con la condición inicial

$$\tau = \epsilon \quad T = T_e$$

es decir

$$T_e = A + \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\epsilon - \delta^1) + C e^{-\alpha\epsilon}$$

$$C = \{ T_e - (A + \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\epsilon - \delta^1)) \} e^{\alpha\epsilon} \quad (19)$$

y la expresión para la temperatura es:

$$T = A + \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\tau - \delta^1) + \frac{\{ T_e - (A + \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\epsilon - \delta^1)) \} e^{\alpha\epsilon}}{e^{\alpha\tau}} \quad (20)$$

Analizando esta expresión se observa que los 2 primeros terminos de lado derecho, representan la ecuación en estado estacionario sin extracción de energía y el último, representa la contribución a la temperatura debida al transiente.

Es claro que cuando $\tau \gg c$ el último término es despreciable, quedando sólo la parte que da el estado estacionario:

$$T = A + \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\tau - \delta^1) \quad (21)$$

Para encontrar el perfil de temperaturas en la zona no convectiva, se ocupa la ecuación (20) como condición a la frontera inferior y la temperatura ambiente como condición en la superior, es decir

$$T(Z_1) = T_a \quad \text{ecuación (15)}$$

$$T(Z_2) = T(\tau) \quad \text{ecuación (20)}$$

Calculando estos valores para una fecha (τ) determinada, la ecuación (12) se simplifica ya que se elimina la dependencia del tiempo, quedando:

$$K \frac{d^2T}{dz^2} = H(1 - \rho_\lambda) \frac{dh(Z)}{dZ} \quad (22)$$

la cual puede integrarse fácilmente (Ref 22) de Z_1 a Z con $Z_1 \leq Z \leq Z_2$ con lo que se obtiene

$$K \frac{dT}{dZ} = H (1 - \rho_\lambda) h(Z) + C' = H' h(Z) + C'$$

una segunda integración da:

$$K (T(Z) - T(Z_1)) = H' \int_{Z_1}^Z h(Z) dz + C' (Z - Z_1)$$

para evaluar la constante C' , se hace $Z=Z_2$ por lo que:

$$C' = (K (T(Z_2) - T(Z_1)) - H' \int_{Z_1}^{Z_2} h(Z) dz) / (Z_2 - Z_1)$$

sustituyendo se obtiene

$$T(Z) = \frac{H'}{K} \int_{Z_1}^Z h(Z) dz + (T(Z_2) - T(Z_1) - \frac{H'}{K} \int_{Z_1}^{Z_2} h(Z) dz) \left(\frac{Z - Z_1}{Z_2 - Z_1} \right) + T(Z_1)$$

(23)

Esta última expresión da el perfil de temperaturas de la zona no convectiva en una fecha determinada, con lo cual $T(Z_2)$, $T(Z_1)$ y H son constantes.

En la solución anterior, se resuelve indirectamente la ecuación (12), suponiendo que la temperatura de la zona superior es igual a la ambiente y discretizando las parciales con respecto a la profundidad en la zona inferior. Debido a esto se propone una solución numérica, para la ecuación (12) por medio de su representación por diferencias finitas, se esco

ge el método implícito, porque es estable para cualquier intervalo de tiempo (Ref 30.)

La ecuación queda representada por

$$\frac{T(n,t+1)-T(n,t)}{\Delta t} = \alpha_T \frac{T(n+1,t+1) - 2T(n,t+1) + T(n-1,t+1)}{\Delta Z^2} - \frac{\alpha_T}{K} H'(t+1) \frac{\{h(n) - h(n-1)\}}{\Delta Z} \quad (24)$$

donde $T(n,t)$ representa la temperatura del estrato n al tiempo t y H' es la radiación corregida por el factor $(1-\rho_\lambda)$ de reflectancia, es decir $H' = H(1-\rho_\lambda)$

Definiendo

$$\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta Z^2}$$

se obtiene:

$$\begin{aligned} -\alpha_T \lambda T(n-1, t+1) + (1+2\alpha_T \lambda) T(n, t+1) - \alpha_T \lambda T(n+1, t+1) = \\ = T(n, t) - \frac{\alpha_T}{K} \lambda \Delta Z H'(t+1) \{h(n) - h(n-1)\} \end{aligned} \quad (25)$$

Las zonas superior e inferior son las condiciones a la frontera,

Definiendo

$$Z_1 = y' \Delta Z$$

$$(Z_3 - Z_2) = x' \Delta Z$$

$$\Delta Z_2 = r \Delta Z$$

la ecuación de la frontera superior, que corresponde al punto cero (ver fig 2) es:

$$\rho C_p y' \Delta Z \frac{T(0,t+1) - T(0,t)}{\Delta t} = K \frac{T(1,t+1) - T(0,t+1)}{\Delta Z} - Q_{\text{evap}}(t+1) + hg \{T_a(t+1) - T(0,t+1)\} + H'(t+1) \{1 - h(0)\} \quad (26)$$

en donde se cambió Q_p por:

$$Q_p = Q_{\text{evap}}(t+1) + hg \{T(0,t+1) - T_a(t+1)\}$$

donde hg representa el coeficiente global de transferencia de calor a la atmósfera.

Desarrollando (26)

$$\left(1 + \frac{\alpha_T \lambda}{y'} + hg \frac{\lambda \Delta Z \alpha_T}{K y'}\right) T(0,t+1) - \frac{\alpha_T}{y'} \lambda T(1,t+1) =$$

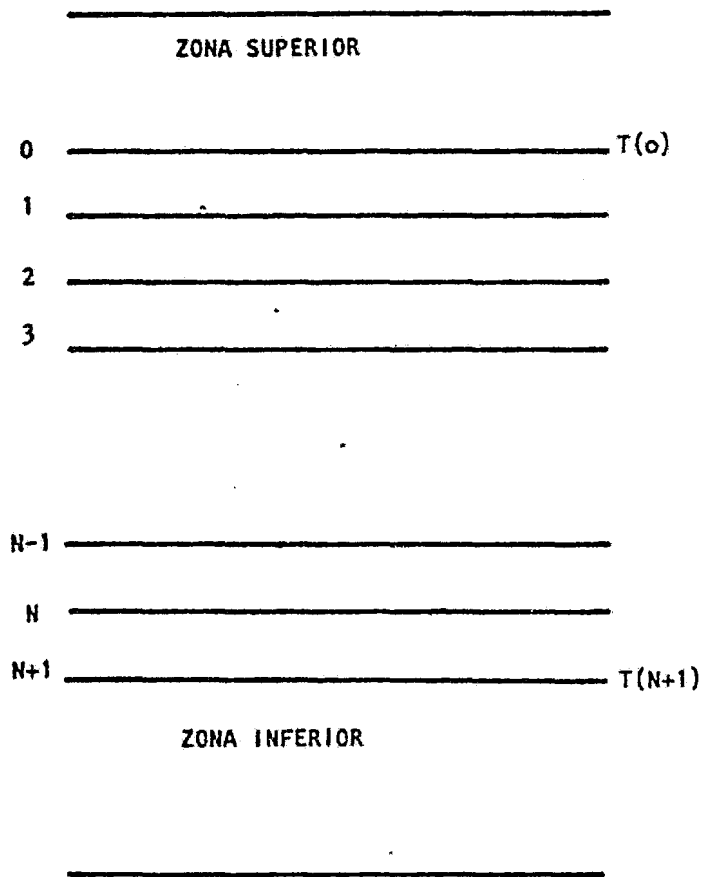


Fig 2. Relación entre estratos

$$\begin{aligned}
= T(0,t) - \frac{Q_{\text{evap}}(t+1) \lambda \Delta Z \alpha_T}{K y'} + \frac{\alpha_T h_g}{K y'} \frac{\lambda \Delta Z}{K y'} T_a(t+1) \\
+ \frac{\alpha_T \lambda \Delta Z}{K y'} H'(t+1) \{1-h(0)\} \quad (27)
\end{aligned}$$

de donde despejando $T(0,t+1)$ se obtiene

$$T(0,t+1) = \frac{\frac{\alpha_T \lambda}{y'} T(1,t+1) + T(0,t) + \frac{\lambda \Delta Z \alpha_T}{K y'} \Omega(t+1)}{u} \quad (28)$$

siendo:

$$u = \left(1 + \frac{\alpha_T \lambda}{y'} + \frac{\alpha_T h_g \lambda \Delta Z}{K y'}\right) \quad (29)$$

$$\Omega(t+1) = (-Q_{\text{evap}}(t+1) + h_g T_a(t+1) + H'(t+1) \{1-h(0)\}) \quad (30)$$

y sustituyendo en la ecuación (25) para el estrato 1, es decir $n=1$, se tiene:

$$\begin{aligned}
\left(u + 2 \alpha_T \mu \lambda - \frac{\alpha_T^2 \lambda^2}{y'}\right) T(1,t+1) - \alpha_T \mu \lambda T(2,t+1) = \\
= u T(1,t) + \alpha_T \lambda T(0,t) + \frac{\alpha_T^2 \lambda^2 \Delta Z}{K y'} \Omega(t+1) - \frac{\alpha_T \mu \lambda \Delta Z}{K} H'(t+1) \{h(1)-h(0)\} \quad (31)
\end{aligned}$$

De manera similar para la frontera inferior, sin extracción de energía

$$\rho C_p x' \Delta Z \frac{T(N+1, t+1) - T(N+1, t)}{\Delta t} = K_t \frac{T_g - T(N+1, t+1)}{r \Delta Z} - K \frac{T(N+1, t+1) - T(N, t+1)}{\Delta Z} + H'(t+1) h(N+1) \quad (32)$$

agrupando:

$$\left(1 + \frac{K_t \alpha_T}{K x' r} \lambda + \frac{\alpha_T}{x'} \lambda\right) T(N+1, t+1) - \frac{\alpha_T}{x'} \lambda T(N, t+1) = T(N+1, t) + \frac{K t}{K} \frac{\alpha_T}{x' r} \lambda T_g + \frac{\alpha_T}{K x'} \lambda \Delta Z H'(t+1) h(N+1) \quad (33)$$

y despejando $T(N+1, t+1)$

$$T(N+1, t+1) = \frac{\frac{\alpha_T \lambda}{x'} T(N, t+1) + T(N+1, t) + \frac{K_t \alpha_T}{K x' r} \lambda T_g + \frac{\alpha_T}{K x'} \lambda \Delta Z H'(t+1) h(N+1)}{u'} \quad (34)$$

con

$$u' = \left(1 + \frac{K_t}{K} \frac{\alpha_T}{x' r} \lambda + \frac{\alpha_T \lambda}{x'}\right)$$

sustituyendo en la ecuación (25) para el estrato N se tiene:

$$- \alpha_T u' \lambda T(N-1, t+1) + (u' + 2 \alpha_T u' \lambda - \frac{\alpha_T^2 \lambda^2}{x'}) T(N, t+1) =$$

$$\begin{aligned}
= & u^i T(N, t) + \alpha_T \lambda T(N+1, t) + \frac{K_t}{K} \frac{\alpha_T^2 \lambda^2}{x^i r} T_g + \frac{\alpha_T^2 \lambda^2 \Delta Z}{k x^i} H^i(t+1) h(N+1) \\
& - \frac{\alpha_T u^i \lambda}{K} \Delta Z H^i(t+1) \{ h(N) - h(N-1) \} \quad (35)
\end{aligned}$$

Con las ecuaciones (25), (31) y (35) se obtiene un sistema de ecuaciones para los N estratos considerados:

$$\begin{aligned}
b_1 T_1 + c_1 T_2 & = d_1 \\
a_2 T_1 + b_2 T_2 + c_2 T_3 & = d_2 \\
\dots & \dots \dots \\
a_i T_{i-1} + b_i T_i + c_i T_{i+1} & = d_i \\
\dots & \dots \dots \\
a_{N-1} T_{N-2} + b_{N-1} T_{N-1} + c_{N-1} T_N & = d_{N-1} \\
a_N T_{N-1} + b_N T_N & = d_N
\end{aligned}$$

siendo

$$b_1 = (u + 2u \alpha_T \lambda - \frac{\alpha_T^2 \lambda^2}{y^i})$$

$$c_1 = - \alpha_T u \lambda$$

$$\begin{aligned}
d_1 = & u T(1, t) + \alpha_T \lambda T(0, t) + \alpha_T^2 \frac{\lambda^2 \Delta Z \Omega}{K y^i} (t+1) \\
& - \alpha_T \frac{u \lambda \Delta Z}{K} H^i(t+1) \{ h(1) - h(0) \}
\end{aligned}$$

$$a_i = -\alpha_T \lambda$$

$$b_i = (1+2\alpha_T \lambda) \quad i = 2, 3, \dots, N-1$$

$$c_i = -\alpha_T \lambda$$

(36)

$$d_i = T(i, t) - \frac{\alpha_T}{K} \lambda \Delta Z H'(t+1) \{h(i) - h(i-1)\}$$

•

$$a_N = -\alpha_T u' \lambda$$

$$b_N = (u' + 2\alpha_T u' \lambda - \frac{\alpha_T^2 \lambda^2}{x'})$$

$$d_N = u' T(N, t) + \frac{u' \lambda T(N+1, t)}{K} + \frac{K_T}{K} (\alpha_T \lambda)^2 \frac{T_E}{x' T} +$$

$$+ \frac{\alpha_T^2 \lambda^2 \Delta Z}{K x'} H'(t+1) h(N+1) - \frac{\alpha_T u' \lambda}{K} \Delta Z H'(t+1) \{h(N) - h(N-1)\}$$

Por consiguiente se debe resolver el sistema para cada intervalo de tiempo y determinar las temperaturas en las fronteras correspondientes, es decir $T(0)$ y $T(N+1)$, con las ecuaciones (28) y (34) respectivamente.

El sistema es una matriz tridiagonal que puede ser resuelta por el método de eliminación Gaussiano (ref 30)

Haciendo:

$$T_i = Y_i - \frac{C_i}{\beta_i} T_{i+1}$$

y sustituyendo en la i -ésima ecuación:

$$a_i \left(Y_{i-1} - \frac{C_{i-1}}{\beta_{i-1}} \right) + b_i T_i + C_i T_{i+1} = d_i$$

despejando T_i

$$T_i = \frac{d_i - a_i Y_{i-1}}{b_i - \frac{a_i C_{i-1}}{\beta_{i-1}}} - \frac{C_i T_{i+1}}{b_i - \frac{a_i C_{i-1}}{\beta_{i-1}}}$$

lo cual lleva a las siguientes relaciones

$$\beta_i = b_i - \frac{a_i C_{i-1}}{\beta_{i-1}}, \quad \gamma_i = \frac{d_i - a_i Y_{i-1}}{\beta_i}$$

y despejando de la ecuación del i -er estrato

$$T_1 = \frac{d_1}{b_1} - \frac{c_1}{b_1} T_2$$

lo cual implica que:

$$\beta_1 = b_1 \quad ; \quad \gamma_1 = \frac{d_1}{\beta_1}$$

y finalmente para la ecuación del estrato N

$$T_N = \frac{d_N - a_N T_{N-1}}{b_N} = \frac{d_N - a_N \left(\gamma_{N-1} - \frac{c_{N-1}}{b_{N-1}} T_N \right)}{b_N}$$

por consiguiente

$$T_N = \frac{d_N - a_N \gamma_{N-1}}{b_N - \frac{a_N c_{N-1}}{b_{N-1}}} = \gamma_N$$

$$b_N - \frac{a_N c_{N-1}}{b_{N-1}}$$

Por lo tanto el algoritmo completo para la solución del sistema tridiagonal es

$$T_N = \gamma_N$$

$$T_i = \gamma_i - \frac{c_i T_{i+1}}{\beta_i} \quad i = N-1, N-2, \dots, 1$$

donde

$$\beta_1 = b_1 \quad ; \quad \gamma_1 = d_1 / \beta_1$$

$$\beta_i = b_i - \frac{a_i C_{i-1}}{\beta_{i-1}} \quad i=2,3,\dots,N$$

$$\gamma_i = \frac{d_i - a_i \gamma_{i-1}}{\beta_i} \quad i=2,3,\dots,N$$

4.2 Estabilidad Térmica del Estanque

La operación eficiente del estanque depende de la estabilidad con respecto a movimientos verticales de la solución que aísla al estanque, es decir de la estabilidad de la zona no convectiva.

La condición necesaria que debe cumplirse, está dada por la ecuación 37 (ec.2 cap 2)

$$(v+\alpha_c) \frac{\partial \rho}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial z} + (v+\alpha_T) \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \geq 0 \quad (37)$$

El gradiente de concentración puede determinarse por la ecuación de difusión:

$$\frac{\partial}{\partial z} (\alpha_c \frac{\partial c}{\partial z}) = \frac{\partial c}{\partial t} \quad (38)$$

Puesto que es condición necesaria tener un perfil de concentraciones que mantenga la estabilidad en cualquier día, puede considerarse el estado estacionario, (Ref 4).

Integrando la ecuación (38) con $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$

$$\alpha_c \left(\frac{\partial C}{\partial Z} \right) = F \quad (39)$$

donde F es el flujo de sal del fondo a la superficie; una segunda integración da:

$$C(Z) = F \int_{Z_1}^Z \frac{dZ}{\alpha_c} + C(Z_1)$$

Manteniendo la concentración en la zona inferior a C (Z₂) y en la superior C (Z₁)

$$F = \frac{C(Z_2) - C(Z_1)}{\int_{Z_1}^{Z_2} \frac{dZ}{\alpha_c}} \quad (40)$$

sustituyendo en la ecuación (39)

$$\frac{\partial C}{\partial Z} = \frac{C(Z_2) - C(Z_1)}{\alpha_c \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{dZ}{\alpha_c}}$$

y aplicando al criterio de estabilidad de la ecuación

$$(\nu + \alpha_c) \frac{\partial \rho}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial Z} + (\nu + \alpha_T) \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial Z} > 0 \quad (37)$$

se obtiene

$$c(Z_2) - c(Z_1) \geq - \frac{(\nu + \alpha_T)}{(\nu + \alpha_c)} \frac{(\partial \rho / \partial T) (\partial T / \partial Z)}{\partial \rho / \partial c} \alpha_c \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{dZ}{\alpha_c}$$

(41)

Para obtener los valores de las concentraciones requeridas, se ocupan los valores extremos de $\partial \rho / \partial c$ y $\partial \rho / \partial T$

5. SIMULACION MATEMATICA

Una vez establecida la solución, conviene presentar de manera resumida las simplificaciones y aproximaciones que se hicieron:

Para la solución analítica se consideró lo siguiente:

- 1) Las propiedades de la solución son constantes
- 2) La temperatura de la zona superior es uniforme e igual a la temperatura ambiente
- 3) La temperatura de la zona inferior es uniforme
- 4) Las pérdidas de calor por el fondo son hacia un "sumidero" infinito a una temperatura y distancia definidas
- 5) Las pérdidas de calor del fondo hacia la zona superior, que se encuentra a la temperatura ambiente, son a través del espesor de la zona no convectiva
- 6) La extracción de energía se hace en la zona convectiva inferior
- 7) La radiación total se considera directa
- 8) La radiación se recibe en un ángulo de incidencia fijo

Para la solución por diferencias finitas, se hicieron las mismas consideraciones, exceptuando la 5 y la 2 en la que la temperatura de la zona superior no es la ambiente.

La diferencia entre la primera solución y la segunda es que la primera resuelve de manera indirecta la ecuación de la zona no convectiva y la segunda lo hace directamente.

En este capítulo se estudia la operación teórica de dos estanques; uno ubicado en la ciudad de México, D.F. y el otro en La Paz, B.C.S. Se elige la ciudad de México, por ser el sitio donde se desarrolla el estudio y La Paz, por ser un lugar con valores altos de radiación solar y con características atractivas de aplicación del proceso.

Se desarrolla un programa de computadora para calcular el aumento de temperatura de acuerdo a las soluciones del capítulo 4. Los datos necesarios son: la velocidad de evaporación, la profundidad del estanque, la temperatura inicial, la fecha de inicio de operación, la difusividad, la conductividad térmica, la densidad y la capacidad calorífica de la solución. El programa calcula el aumento de la temperatura de la zona convectiva inferior así como los perfiles a diferentes tiempos.

En la tabla 1 se presentan los datos climatológicos para la ciudad de México y en la 2 para La Paz.

M E S	Temp Amb (°C)	Rad i a c i ó n (cal/cm ² dfa) (Joule/m ² dfa) x 10 ⁷	Días nublados	Días medio nublados*	Día caracterís tico del mes**	Día contado a partir del 21 de Junio (τ=0)	
Enero	11.2	366	1.53	2.85	4.29	17	210
Feb	12.6	439	1.83	1.76	3.26	16	240
Marzo	15.5	489	2.04	2.88	3.70	16	268
Abril	16.8	482	2.02	3.66	6.33	15	298
Mayo	17.3	479	2.00	5.89	6.14	15	328
Junio	17.6	429	1.79	8.21	10.07	11	355
Julio	16.4	418	1.74	6.78	8.21	17	26
Agosto	16.5	415	1.73	7.32	8.46	16	56
Sept	15.9	398	1.66	12.70	14.96	15	86
Oct	14.7	374	1.56	5.00	18.48	15	116
Nov	12.7	349	1.46	4.59	4.14	14	146
Dic	11.6	315	1.31	3.48	5.68	10	172
Annual	14.8	413	1.72	65.12	93.92		

Tabla 1. Datos climatológicos para México, D.F.
Adaptado de refs (23, 31).

* Cuando la cantidad de nubes que se observan cubren de 1/3 a 2/3 de la bóveda celeste
** Día que representa al mes (ref 118)

L A P A Z B. C. S.						Latitud 24° 10'
H E S	Temp Ambiente (°C)	R a d i a c i ó n		Días Nublados	Días medio Nublados	
		(cal/cm ² dfa)	(Joule/m ² dfa) x10 ⁷			
Enero	17.9	384	1.61	5.00	11.34	
Feb	18.8	459	1.92	2.67	8.89	
Marzo	19.9	502	2.10	2.34	9.31	
Abril	22.2	545	2.28	1.89	8.10	
Mayo	24.6	532	2.23	0.96	5.62	
Junio	26.5	531	2.22	0.37	4.86	
Julio	29.2	520	2.17	2.93	13.82	
Agosto	29.7	514	2.15	5.35	14.46	
Sept	29.1	498	2.08	3.64	12.28	
Oct	26.6	480	2.00	2.40	7.73	
Nov	22.2	420	1.75	2.82	9.55	
Dic	19.5	356	1.48	4.44	10.41	
Anual	23.9	479	2.00	34.81	116.37	

Tabla 2. Datos climatológicos para La Paz B.C.S.,
Adaptado de refs (23, 31)

Las aproximaciones que se hicieron para la radiación y la temperatura ambiente, que se ocupan en la solución analítica, son:

para México

$$H = 1.73 \times 10^7 + 2.05 \times 10^6 \cos \omega t \quad \text{Joule/m}^2 \text{ día}$$

$$T_a = 14.90 + 2.89 \cos (\omega t - 6.11) \quad ^\circ\text{C}$$

y para La Paz:

$$H = 2.00 \times 10^7 + 3.06 \times 10^6 \cos \omega t \quad \text{Joule/m}^2 \text{ día}$$

$$T_a = 23.86 + 5.72 \cos (\omega t - 0.96) \quad ^\circ\text{C}$$

La solución por diferencias finitas ocupa los valores de la tabla. Además esta solución permite observar la influencia que ejercen, sobre la temperatura, los días nublados. Esto no es posible en la otra solución porque las aproximaciones para la radiación son muy malas.

La corrección que se hace por lo días nublados es:

$$H_{\text{cor}} = H (1 - \text{fracción de días nublados al mes})$$

lo cual implica que en los días nublados se considera la radiación incidente nula, que es un caso extremo.

En la tabla 3 se muestran las pérdidas de energía debidas a la evaporación.

La corrección por pérdidas de evaporación solo se hace para la solución por diferencias finitas, ya que en la solución analítica, al considerar la temperatura superficial igual a la ambiente, se incluyen los efectos de evaporación y convección a la atmósfera.

Se ocupa cloruro de sodio, por ser una sal abundante. Las propiedades térmicas de la solución salina a 40°C y una concentración de 150 kg/m³ son las siguientes (Ref 35)

$K = 5.30 \times 10^4$	Joule/m día °C
$\alpha_T = 1.35 \times 10^{-2}$	m ² /día
$\rho = 1099$	kg/m ³
$C_p = 3.572 \times 10^3$	Joule/kg °C

Para la absorción de radiación se ocupa la aproximación de Bryant (Ref 21)

$$h(z) = a - b \ln(Z/\cos \theta r)$$

MES	Vel de Ev. (mm/día)	Pérdida de calor (J/m ² día)x10 ⁷	Vel de Ev. (mm/día)	Pérdida de calor (J/m ² día)x10 ⁶
E	5.5	1.35	3.2	7.85
F	5.6	1.37	3.1	7.61
M	6.0	1.47	4.5	11.0
A	5.8	1.42	4.5	11.0
M	5.6	1.37	4.2	10.3
J	5.7	1.40	4.0	9.82
J	5.9	1.45	3.5	8.59
A	6.2	1.52	3.6	8.83
S	6.1	1.50	3.0	7.36
O	5.9	1.45	2.6	6.38
N	5.8	1.42	2.3	5.64
D	5.6	1.37	2.8	6.87

Tabla 3. Velocidad de Evaporación

Adaptado de Ref (33)

con $a=0.36$ y $b=0.08$, para Z en metros. Por lo que la ecuación (23), del cap 4 se transforma en:

$$T(Z) = \frac{H'}{K} \{ (a+b) (Z-Z_1) + b(Z_1 \ln(Z_1/\cos\theta r) - Z \ln(Z/\cos\theta r)) \}$$

$$+ \{ T(Z_2) - T(Z_1) - \frac{H'}{K} \{ (a+b) (Z_2-Z_1) + b(Z_1 \ln(Z_1/\cos\theta r) - Z_2 \ln(Z_2/\cos\theta r)) \} \}$$

$$\left(\frac{Z-Z_1}{Z_2-Z_1} \right) + T(Z_1)$$

donde $H' = H (1-\rho_\lambda)$

Para calcular la reflectancia (ρ_λ) y el coseno del ángulo de refracción, se necesita calcular el ángulo de incidencia. Para la solución analítica se ocupa el ángulo de incidencia a las 2 PM en el equinoccio (21 de junio), puesto que en una gráfica de radiación solar contra tiempo del día (Ref 3, 4) se muestra que aproximadamente la mitad de la radiación se recibe durante el tercio intermedio del día. Para la segunda solución se calcula a la misma hora pero para cada iteración.

Para la solución por diferencias finitas, las pérdidas por convección a la atmósfera se calculan ocupando el coeficiente de transferencia de calor:

$$h_g = 4.92 \times 10^5 + 3.28 \times 10^5 Vv \quad \text{Joule/ m}^2\text{día } ^\circ\text{C}$$

donde V_v es la velocidad del viento en m/seg (Ref 32).

En la tabla 4 se muestran las velocidades promedio mensuales del viento. En ella se puede observar que la variación con respecto a la media anual es pequeña, por lo que puede considerarse que la velocidad del viento es constante a lo largo del año e igual al valor medio anual.

Para calcular la pérdida de calor al suelo se considera la conductividad térmica constante e igual a la de un suelo promedio (Ref 28), es decir $k_t = 8.294 \times 10^4$ Joule/m² día °C. La diferencia de temperatura se toma como la diferencia entre la temperatura del fondo y la del agua subterránea, siendo para La Paz, 18°C y para México, D.F., 17°C (Ref 33)

Para la distancia al "sumidero" infinito se ocupa el valor intermedio de las columnas de bombeo de extracción de agua subterránea, siendo en La Paz, 10 m (Ref 34). Para México, D.F., se ocupa el mismo valor, puesto que el nivel freático es de ese orden de magnitud (Ref 36)

La temperatura inicial es 20°C y la fecha de inicio el 1° de marzo.

Por último las dimensiones del estanque son:

- 0.20 m de la zona convectiva superior
- 1.00 m de la zona no convectiva
- 1.80 m de la zona convectiva inferior

Velocidad del viento (m/seg)

	La Paz	México, D.F.
E	3.11	1.14
F	3.11	1.44
M	2.60	1.36
A	2.85	1.15
H	2.84	1.09
J	1.98	1.06
J	2.26	0.96
A	2.79	0.91
S	2.60	0.79
O	2.68	0.83
N	2.64	0.98
D	2.64	1.20
Anual	2.68	1.08

Tabla 4 Velocidad del viento

Adaptado (Ref 33)

es decir:

$$\Delta Z_1 = 1m$$

$$d = 1.8 \text{ m}$$

$$Z_1 = 0.20 \text{ m}$$

$$Z_2 = 1.20 \text{ m}$$

$$Z_3 = 3.00 \text{ m}$$

Se presentan a continuación los programas desarrollados para una micro-computadora Apple II

```

LIST
5 PR# 1
7 PRINT **
8 REM PROGRAMA PARA DETERMINAR LOS PERFILES DE TEMPERATURA EN EL ESTANQUE POR MEDIO DE LA SO
  LUCION ANALITICA
9 REM SIN EXTRACCION DE ENERGIA
10 DIM T(13)
20 READ DE, CP, TD, K
25 READ H, HO
30 READ TA, AMP, DA, FI, TG, KT, SUM
40 READ Z1, Z2, ESP, D, DZ, N
50 READ E, DT, OF, THAX, M, CED
60 READ A, B, TE
65 PRINT "----- LA PAZ B. C. S. -----"
  --
67 PRINT " "
70 REM ANGULO DE INCIDENCIA AI
80 X = SIN (CED) * SIN (FI) + COS (CED) * COS (FI) * COS (- 0.524)
90 AI = - ATN (X / SQRT (- X * X + 1)) + 1.5708
95 PRINT SPC( 15); "ANGULO DE INCIDENCIA="AI
96 PRINT " "
100 REM ANGULO DE REFRACCION AR
105 X = SIN (AI) / 1.33
110 AR = ATN (X / SQRT (- X * X + 1))
115 PRINT SPC( 15); "ANGULO DE REFRACCION="AR
116 PRINT " "
120 REM REFLECTANCIA REF
130 REF = (( SIN (AI - AR)) ^ 2 / ( SIN (AI + AR)) ^ 2 + ( TAN (AI - AR)) ^ 2 / ( TAN (AI + AR)
  )) ^ 2) / 2
135 PRINT SPC( 15); "REFLECTANCIA="REF
140 HP = (A - B * LOG (Z2 / COS (AR))) * (1 - REF) / (DE * CP * D)
142 PRINT " "
150 ALF = (TD / (D * ESP) + KT / (D * DE * CP * SUM))
160 A1 = (H * HP + TD * TA / (D * ESP) + KT * TG / (D * DE * CP * SUM)) / ALF
165 X = ALF ^ 2 + M ^ 2
170 B1 = (HO * HP * ALF + TD * AMP * ALF * COS (DA) / (D * ESP) - TD * AMP * M * SIN (DA) /
  (D * ESP)) / X
180 D1 = (HO * HP * M + TD * AMP * M * COS (DA) / (D * ESP) + TD * AMP * ALF * SIN (DA) / (D
  * ESP)) / X
190 FAS = ATN (D1 / B1)
200 PRINT "A="A1, "B="B1, "D="D1, "DEFASAMIENTO="FAS
205 PRINT " "
210 TIE = E
215 PRINT SPC( 15); "FECHA DE INICIO="E
220 TIE = TIE + DT
225 PRINT " "
230 IF TIE > THAX THEN GOTO 370
231 PRINT "----- LA PAZ B. C. S. -----"
  --
232 PRINT " "
233 PRINT "DIAS DESPUES DEL INICIO="TIE - E
235 X = (B1 ^ 2 + D1 ^ 2) ^ 0.5
240 T(N) = A1 + X * COS (M * TIE - FAS) + (TE - (A1 + X * COS (M * E - FAS))) * EXP (ALF *
  E - ALF * TIE)
245 IF (TIE - E) > OP THEN T(N) = T(N) - U / (DE * CP * D * ALF)
250 PRINT " "
260 T(1) = TA + AMP * COS (M * TIE - DA)

```

```

280 HC = (1 - REF) * (H + HO * COS (W * TIE))
290 FOR J = 2 TO N - 1
300 Z = Z1 + (J - 1) * DZ
305 Y = HC / K
306 Q = Z1 * LOG (Z1 / COS (AR))
307 R = Z2 * LOG (Z2 / COS (AR))
310 T(J) = Y * ((A + B) * (Z - Z1) + B * (Q - Z * LOG (Z / COS (AR)))) + (T(N) - T(1) - Y *
  ((A + B) * ESP + B * (Q - R))) * ((Z - Z1) / (Z2 - Z1)) + T(1)
320 NEXT J
325 PRINT " "
330 PRINT SPC( 18); "PROFUNDIDAD(M)"; SPC( 18); "TEMPERATURA(C)"
333 PRINT " "
335 FOR J = 1 TO N
336 Z = Z1 + (J - 1) * DZ
340 PRINT SPC( 23); Z; SPC( 28); T(J)
345 NEXT J
370 GOSUB 1000
380 GOTO 220
390 END
1000 PRINT " "
1005 PRINT " "
1010 PRINT "PROF"; SPC( 35); "TEMPERATURA(C)"
1020 PRINT " "
1030 PRINT SPC( 8); "0"; SPC( 5); "10"; SPC( 4); "20"; SPC( 4); "30"; SPC( 4); "40"; SPC( 4); "50"
  ; SPC( 4); "60"; SPC( 4); "70"; SPC( 4); "80"; SPC( 4); "90"; SPC( 3); "100"; SPC( 3); "110"; SPC(
  3); "120"; SPC( 3); "130"; SPC( 3); "140"
1035 PRINT SPC( 8); "!"-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!
  !-----!"
1036 PRINT " "
1037 PRINT SPC( 8); "!"-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!
  !-----!"
1040 FOR J = 1 TO N
1050 Z = Z1 + (J - 1) * DZ
1060 PRINT TAB( T(J) * 6 / 10 + 9); "*"
1063 M = 0
1065 IF Z = 1 THEN M = 1
1066 IF Z > = 1.1 THEN M = - 1
1070 PRINT SPC( 2); Z; SPC( 4 + M); "!"-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!
  !-----!"
1080 NEXT J
1085 PRINT SPC( 8); "0"; SPC( 4); "10"; SPC( 4); "20"; SPC( 4); "30"; SPC( 4); "40"; SPC( 4); "50"
  ; SPC( 4); "60"; SPC( 4); "70"; SPC( 4); "80"; SPC( 4); "90"; SPC( 3); "100"; SPC( 3); "110"; SPC(
  3); "120"; SPC( 3); "130"; SPC( 3); "140"
1087 PRINT " "
1090 PRINT SPC( 35); "TEMPERATURA(C)"
1095 PRINT " "
2010 PRINT SPC( 10); "PERFIL DE TEMPERATURA AL OIR"; SPC( 1); "TIE = E"; SPC( 1); "COEFLES DEL IN
  TERO (SOL. ANALITICA)"
2015 PRINT " "
2020 RETURN

```

```

LIST
5 PR# 1
7 PRINT **;
8 REM PROGRAMA PARA DETERMINAR LOS PERFILES DE TEMPERATURA POR LA SOL EN DIF. FIN.
9 REM SIN EXTRACCION DE ENERGIA
10 DIM T(11),A(9),B(9),C(9),D(9),BE(9),GA(9),HA(11)
15 DIM H(12),TA(12),QE(12),DT(12)
20 READ DE,CP,TD,K
25 FOR J = 1 TO 12
30 READ H(J),TA(J),QE(J),DT(J)
40 NEXT J
50 READ FI,TO,KT,WV
60 READ ZL,ZZ,XP,YP,R,DZ,N
65 READ DI,OP,THRX,M
70 READ AL,BL,TE
88 PRINT "----- LA PAZ B. C. S. -----"
90 L = 30 / DZ ^ 2
100 HG = 4.93E5 + (3.28E5) * WV
110 U = (1 + TD * L / YP + HG * L * DZ * TD / (K * YP))
120 B(1) = (U + 2 * U * TD * L - TD ^ 2 * L ^ 2 / YP)
130 C(1) = - TD * U * L
140 FOR I = 2 TO N - 1
150 A(I) = - TD * L
160 B(I) = 1 + 2 * TD * L
170 C(I) = - TD * L
180 NEXT I
190 UP = 1 + KT * TD * L / (K * XP * R) + TD * L / XP
200 A(N) = - TD * UP * L
210 B(N) = UP + 2 * TD * UP * L - TD ^ 2 * L ^ 2 / XP
220 FOR I = 0 TO N + 1
230 T(I) = TE
240 NEXT I
250 TIE = 0
260 J = 0
270 J = J + 1
280 IF J > 12 THEN J = 1
290 TIE = TIE + DT(J)
300 IF TIE > THRX THEN GOTO 800
310 F = DI + TIE
315 IF F > 365 THEN F = F - 365
320 REM DECLINACION CED
330 CED = 0.489 * SIN (M * (284 + F))
340 REM ANGULO DE INCIDENCIA AI
350 X = SIN (CED) * SIN (FI) + COS (CED) * COS (FI) * COS (- 0.524)
360 AI = - ATN (X / SQRT (- X * X + 1)) + 1.5708
370 REM ANGULO DE REFRACCION AR
375 X = SIN (AI) / 1.33
380 AR = ATN (X / SQRT (- X * X + 1))
390 REM REFLECTANCIA REF
400 REF = (( SIN (AI - AR)) ^ 2 / ( SIN (AI + AR)) ^ 2 + ( TAN (AI - AR)) ^ 2 / ( TAN (AI + AR)
)) ^ 2) / 2
410 HC = (1 - REF) * H(J)
420 FOR I = 0 TO N + 1
430 Z = ZL + I * DZ
440 HA(I) = AI - BI * LOG (Z / COS (AR))
450 NEXT I
460 OM = (- QE(J) + HG * TA(J) + HC * (1 - HA(0)))
470 D(1) = U * T(1) + TD * L * T(0) + TD ^ 2 * L ^ 2 * DZ * OM / (K * YP) - TD * U * L * DZ *
HC * (HA(1) - HA(0)) / K
480 FOR I = 2 TO N - 1
490 D(I) = T(I) - TD * L * DZ * HC * (HA(I) - HA(I - 1)) / K
500 NEXT I
510 D(N) = UP * T(N) + TD * L * T(N + 1) + KT * TD ^ 2 * L ^ 2 * TG / (K * XP * R) + TD ^ 2 *
L ^ 2 * DZ * HC * HA(N + 1) / (K * XP) - TD * UP * L * DZ * HC * (HA(N) - HA(N - 1)) / K
520 BE(1) = B(1)
530 GA(1) = D(1) / BE(1)

```

```

540 FOR I = 2 TO N
550 BE(I) = B(CI) - A(CI) * C(CI - 1) / BE(CI - 1)
560 GA(I) = (D(CI) - A(CI) * GA(CI - 1)) / BE(CI)
570 NEXT I
580 T(N) = GA(N)
590 FOR I = N - 1 TO 1 STEP -1
600 T(I) = GA(I) - C(CI) * T(CI + 1) / BE(CI)
610 NEXT I
620 T(0) = (TD * L * T(1) / YP + T(0) + L * DZ * TD * OM / (K * YP)) / U
630 T(N + 1) = (TD * L * T(N) / XP + T(N + 1) + KT * TD * L * TG / (K * XP * R) + TD * L * DZ *
  HC * HACH + 1) / (K * XP) / UP
650 PRINT " "
660 PRINT SPC(15); "DIAS DESPUES DEL INICIO="TIE
665 PRINT " "
670 PRINT SPC(15); "DIA DEL AÑO="F
680 PRINT " "
690 PRINT SPC(15); "PROFUNDIDAD(M)"; SPC(15); "TEMPERATURA(C)"
695 PRINT " "
700 FOR I = 0 TO N + 1
710 Z = Z1 + I * DZ
720 PRINT SPC(21); Z; SPC(24); T(I)
730 NEXT I
740 IF T(N + 1) > 0P THEN Q1 = DE * CP * DZ * XP * (CP - T(N + 1)) / DT(CJ)
745 PRINT " "
746 PRINT " "
750 GOSUB 1000
790 GOTO 270
800 END
1000 PRINT " "
1010 PRINT "PROF"; SPC(30); "TEMPERATURA(C)"
1020 PRINT " "
1030 PRINT SPC(8); "0"; SPC(5); "10"; SPC(4); "20"; SPC(4); "30"; SPC(4); "40"; SPC(4); "50"
  ; SPC(4); "60"; SPC(4); "70"; SPC(4); "80"; SPC(4); "90"; SPC(3); "100"; SPC(3); "110"; SPC(
  3); "120"; SPC(3); "130"; SPC(3); "140"
1035 PRINT SPC(8); "!"-----!"-----!"-----!"-----!"-----!"-----!"-----!"-----!"
  |-----!"
1036 PRINT " "
1037 PRINT SPC(8); "!"-----!"-----!"-----!"-----!"-----!"-----!"-----!"-----!"
  |-----!"
1040 FOR I = 0 TO N + 1
1050 Z = Z1 + I * DZ
1060 PRINT TAB( T(I) * 6 / 10 + 9); "*"
1065 M = 0
1065 IF Z = 1 THEN M = 1
1066 IF Z > = 1.1 THEN M = - 1
1070 PRINT SPC(2); Z; SPC(4 + M); "!"-----!"-----!"-----!"-----!"-----!"-----!"
  |-----!"
1080 NEXT I
1085 PRINT SPC(8); "0"; SPC(5); "10"; SPC(4); "20"; SPC(4); "30"; SPC(4); "40"; SPC(4); "50"
  ; SPC(4); "60"; SPC(4); "70"; SPC(4); "80"; SPC(4); "90"; SPC(3); "100"; SPC(3); "110"; SPC(
  3); "120"; SPC(3); "130"; SPC(3); "140"
1087 PRINT " "
1090 PRINT SPC(35); "TEMPERATURA(C)"
2000 PRINT " "
2010 PRINT SPC(10); "PERFIL DE TEMPERATURA AL DIA"; SPC(1); TIE; SPC(1); "DESPUES DEL INICIO"
  (SOL DIF FIINITAS)"
2025 RETURN

```

LIST

```

LIST
5 PA# 1
7 PRINT ""
9 REM PROGRAMA PARA CALCULAR LA TEMPERATURA DE LA ZONA CONVECTIVA INFERIOR EN FUNCION DEL TIEMPO
  (SOL ANALITICA)
9 REM EXTRACCION DE ENERGIA Y DIA EN QUE SE EMPIEZA OPCIONALES
10 READ A, B, D1, FAS
13 READ H, HO
15 READ DE, CP, TD
20 READ D, ESP, SUM, KT
23 READ E, TE, DT, THAX, W
25 READ PE, OP
26 REM TEMPERATURA EN EL FONDO EN FUNCION DEL TIEMPO
27 PRINT "----- LA PAZ B. C. S. -----"
28 PRINT " "
29 PRINT " "
30 PRINT "DIAS"; SPC( 35); "TEMPERATURA(C)"
40 PRINT " "
50 PRINT SPC( 8); "0"; SPC( 4); "10"; SPC( 4); "20"; SPC( 4); "30"; SPC( 4); "40"; SPC( 4); "50"; SPC(
   4); "60"; SPC( 4); "70"; SPC( 4); "80"; SPC( 4); "90"; SPC( 3); "100"; SPC( 3); "110"; SPC( 3); "120"
   ; SPC( 3); "130"; SPC( 3); "140"; SPC( 3); "150"
60 PRINT SPC( 8); "!"-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!
   !-----!"
63 PRINT SPC( 8); "!"-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!
   !-----!"
65 X = (B ^ 2 + D1 ^ 2) ^ 0.5
66 ALF = (TD / (D * ESP) + KT / (D * DE * CP * SUM))
70 TIE = E
80 TIE = TIE + DT
85 IF TIE > THAX THEN GOTO 140
90 T = A + X * COS (W * TIE - FAS) + (TE - (A + X * COS (W * E - FAS))) * EXP (ALF * T - ALF * T
  IE)
91 DU = ATN (W / ALF)
92 IF (TIE - E) > OP THEN T = T - (PE * H / (ALF * DE * CP * D) + PE * HO * COS (W * TIE - DU) /
  (DE * CP * D * (ALF ^ 2 + W ^ 2) ^ 0.5) + (PE * H / (ALF * DE * CP * D) + PE * HO * COS (W *
  (E + OP) - DU) / (DE * CP * D * (ALF ^ 2 + W ^ 2) ^ 0.5)) * EXP (ALF * (E + OP - TIE))
94 IF (TIE - E) < 100 THEN Q = 4
95 IF (TIE - E) >= 100 THEN Q = 3
100 PRINT SPC( 2); TIE - E; SPC( 0); "-"; TAB( T * 6 / 10); "*"
110 PRINT SPC( 8); "!"-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!
   !-----!"
130 GOTO 80
140 PRINT SPC( 8); "0"; SPC( 5); "10"; SPC( 4); "20"; SPC( 4); "30"; SPC( 4); "40"; SPC( 4); "50"; SPC(
   4); "60"; SPC( 4); "70"; SPC( 4); "80"; SPC( 4); "90"; SPC( 3); "100"; SPC( 3); "110"; SPC( 3); "120"
   ; SPC( 3); "130"; SPC( 3); "140"; SPC( 3); "150"
150 PRINT " "
160 PRINT "DIAS"; SPC( 35); "TEMPERATURA(C)"
170 PRINT " "
180 PRINT SPC( 13); "TEMPERATURA DE LA ZONA CONVECTIVA INFERIOR AL TRANSURSO DEL TIEMPO"
185 PRINT SPC( 13); "EXTRACCION DE ENERGIA DEL"; SPC( 1); PE * 100; SPC( 1); "% DE LA RADIACION INCI
  DENTE"
186 PRINT SPC( 13); "LA EXTRACCION DE ENERGIA SE EMPIEZA DESPUES DEL DIA "; OP; " DESPUES DEL INICIO
190 END

```



```

330 CED = 0.489 * SIN (W * (284 + F))
340 REM ANGULO DE INCIDENCIA AI
350 X = SIN (CED) * SIN (FI) + COS (CED) * COS (FI) * COS (- 0.524)
360 AI = - ATN (X / SQRT (- X * X + 1)) + 1.5768
370 REM ANGULO DE REFRACCION AR
375 X = SIN (AI) / 1.33
380 AR = ATN (X / SQRT (- X * X + 1))
390 REM REFLECTANCIA REF
400 REF = (( SIN (AI - AR)) ^ 2 / ( SIN (AI + AR)) ^ 2 + ( TAN (AI - AR)) ^ 2 / ( TAN (AI + AR)
    )) ^ 2 / 2
410 HC = (1 - REF) * H(J)
420 FOR I = 0 TO N + 1
430 Z = Z1 + I * DZ
440 HA(I) = AI - B1 * LOG (Z / COS (AR))
450 NEXT I
460 OM = (- OE(J) + HG * TA(J) + HC * (1 - HA(0)))
470 D(1) = U * T(1) + TD * L * T(0) + TD ^ 2 * L ^ 2 * DZ * OM / (K * YP) - TD * U * L * DZ *
    HC * (HA(1) - HA(0)) / K
480 FOR I = 2 TO N - 1
490 D(I) = T(I) - TD * L * DZ * HC * (HA(I) - HA(I - 1)) / K
500 NEXT I
510 D(N) = UP * T(N) + TD * L * T(N + 1) + KT * TD ^ 2 * L ^ 2 * TG / (K * XP * R) + TD ^ 2 *
    L ^ 2 * DZ * HC * HA(N + 1) / (K * XP) - TD * UP * L * DZ * HC * (HA(N) - HA(N - 1)) / K
515 IF TIE > OP THEN D(N) = D(N) - TD ^ 2 * L ^ 2 * DZ * PE * H(J) / (K * XP)
520 BE(1) = B(1)
530 GA(1) = D(1) / BE(1)
540 FOR I = 2 TO N
550 BE(I) = B(I) - A(I) * C(I - 1) / BE(I - 1)
560 GA(I) = (D(I) - A(I) * GA(I - 1)) / BE(I)
570 NEXT I
580 T(N) = GA(N)
590 FOR I = N - 1 TO 1 STEP - 1
600 T(I) = GA(I) - C(I) * T(I + 1) / BE(I)
610 NEXT I
620 T(0) = (TD * L * T(1) / YP + T(0) + L * DZ * TD * OM / (K * YP)) / U
630 T(N + 1) = (TD * L * T(N) / XP + T(N + 1) + KT * TD * L * TG / (K * XP * R) + TD * L * DZ *
    HC * HA(N + 1) / (K * XP)) / UP
635 IF TIE > OP THEN T(N + 1) = T(N + 1) - (TD * L * DZ * PE * H(J) / (K * XP)) / UP
640 IF TIE < 100 THEN M = 4
650 IF TIE > = 100 THEN M = 3
660 PRINT SPC( 2);TIE; SPC( M);"-"; TAB( T(N + 1) * 5 / 10);"*"
670 PRINT SPC( 8);"!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!
    ---!-----!"
675 GOTO 270
680 PRINT SPC( 8);"0"; SPC( 4);"10"; SPC( 3);"20"; SPC( 3);"30"; SPC( 3);"40"; SPC( 3);"50";
    SPC( 3);"60"; SPC( 3);"70"; SPC( 3);"80"; SPC( 3);"90"; SPC( 2);"100"; SPC( 2);"110"; SPC(
    2);"120"; SPC( 2);"130"; SPC( 2);"140"; SPC( 2);"150"; SPC( 2);"160"
685 PRINT " "
700 PRINT "DIAS"; SPC( 35);"TEMPERATURA(C)"
705 PRINT " "
710 PRINT SPC( 11);"TEMPERATURA DE LA ZONA CONVECTIVA INFERIOR EN FUNCION DEL TIEMPO (SOL DI
    F FIN )"
720 PRINT SPC( 11);"SIN TOCAR EN CUENTA LOS DIAS NUBLADOS"
725 PRINT SPC( 11);"EXTRACCION DE ENERGIA DE ";PE * 100;"% DE LA RAD. INCIDENTE"
730 END

```

6. RESULTADOS

Con los programas desarrollados y los datos presentados en el capítulo anterior se obtiene la temperatura de la zona convectiva inferior al transcurso del tiempo, sin extracción de energía, lo cual da la máxima teórica en el estanque.

Para La Paz B.C.S., la fig 1 muestra dicha elevación, obtenida por la solución analítica, donde cada intervalo corresponde a 30 días y la fig 2 la obtenida por la solución por diferencias finitas, con intervalos de un mes contados a partir de marzo.

Las figs. 3 y 4 corresponden a las mismas soluciones para la ciudad de México.

La expresión que permite obtener la temperatura de la zona inferior, por medio de la solución analítica, para La Paz es:

$$T = 131.8 + 9 \cos (\omega\tau - 1.3) - 922 e^{-8.67 \times 10^{-3} \tau} \text{ } ^\circ\text{C} \quad (1)$$

y para México:

$$T = 109.2 + 6.1 \cos (\omega\tau - 1.07) - 925 e^{-8.67 \times 10^{-3} \tau} \text{ } ^\circ\text{C} \quad (2)$$

De las figs mencionadas puede observarse que la solución por diferencias finitas da valores más altos que la otra.

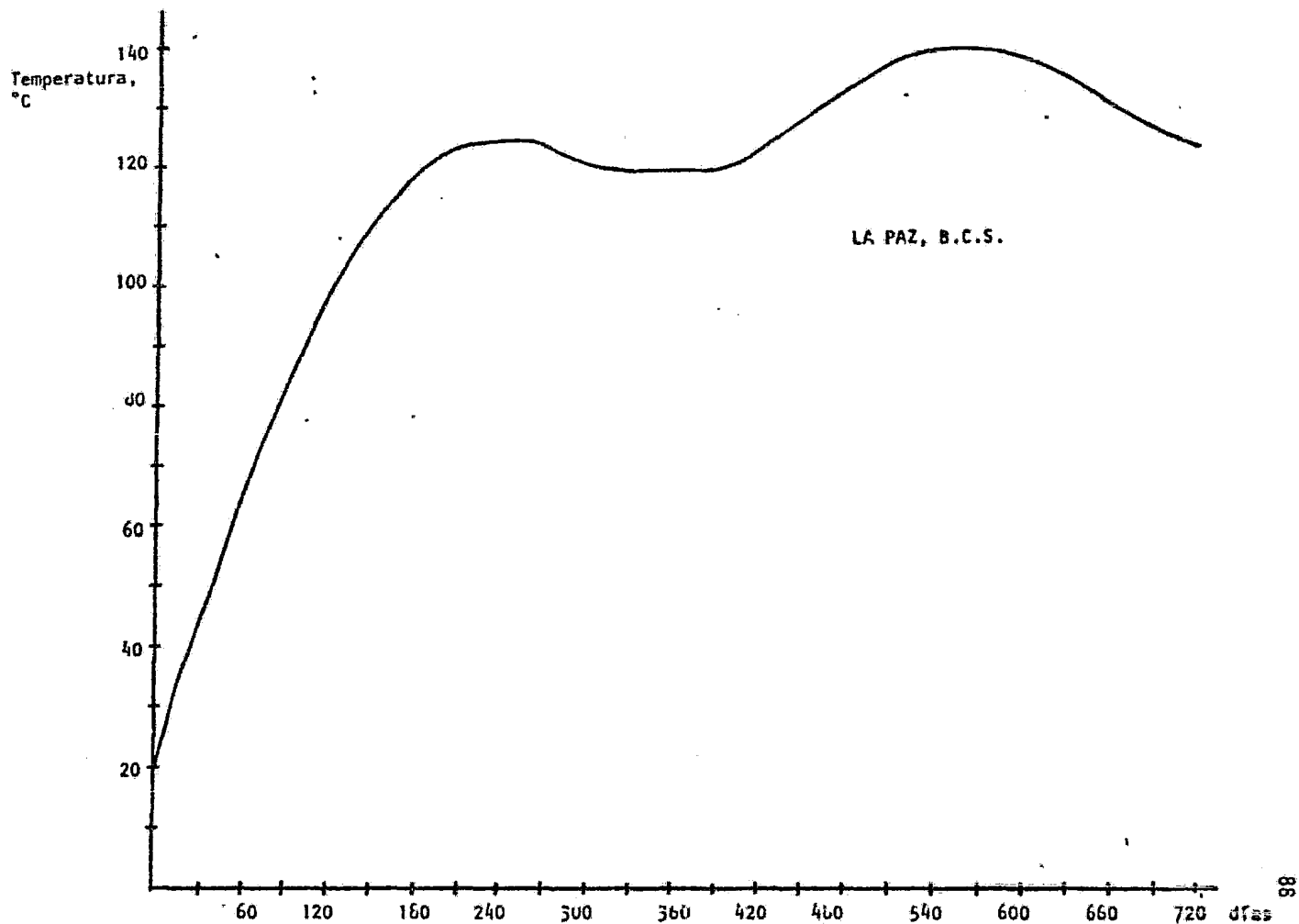


Fig 1. Temperatura de la zona inferior al transcurso del tiempo (sol. analítica). Sin extracción de energía

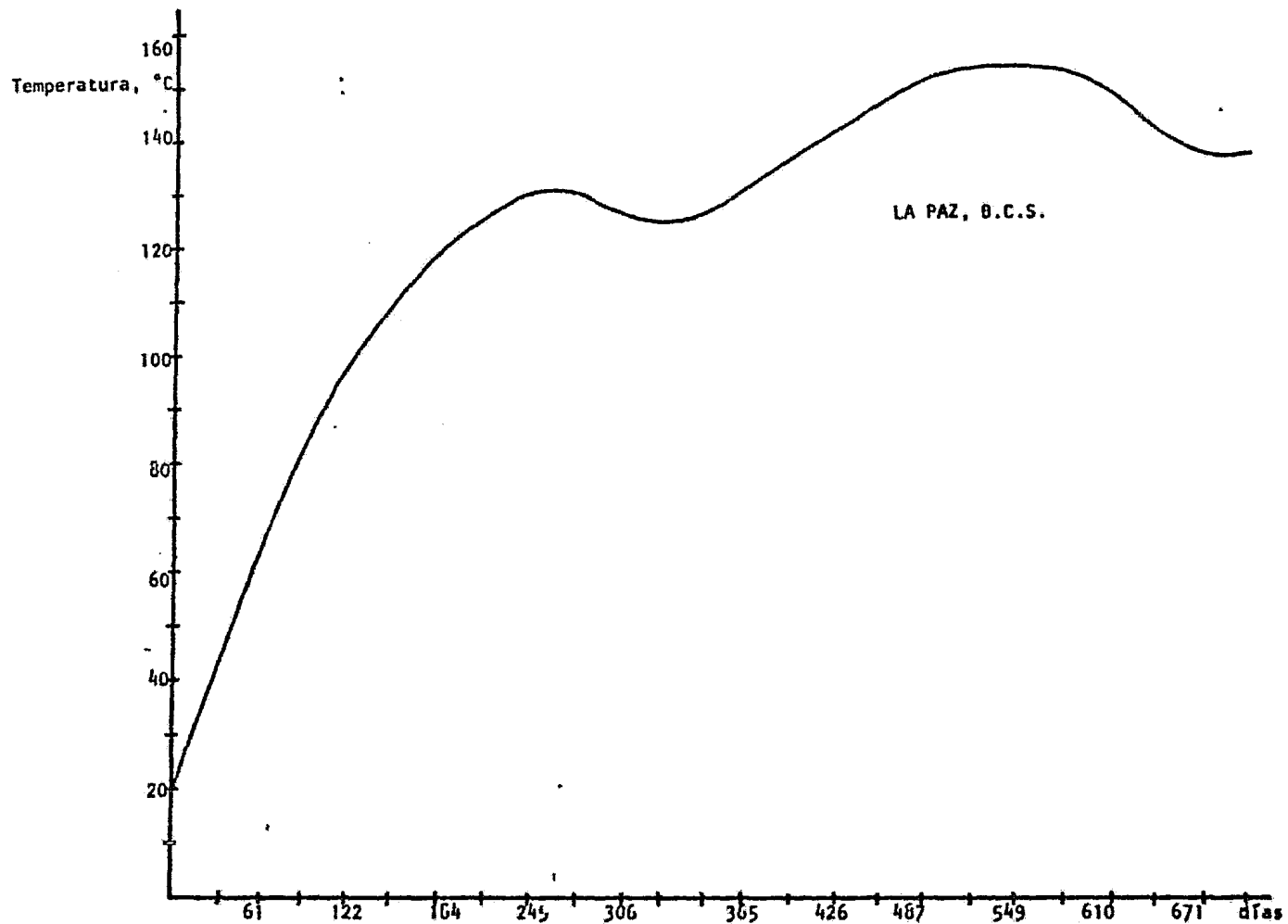


Fig 2. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.dif.f.in.). Sin tomar en cuenta los días nublados y sin extracción de energía

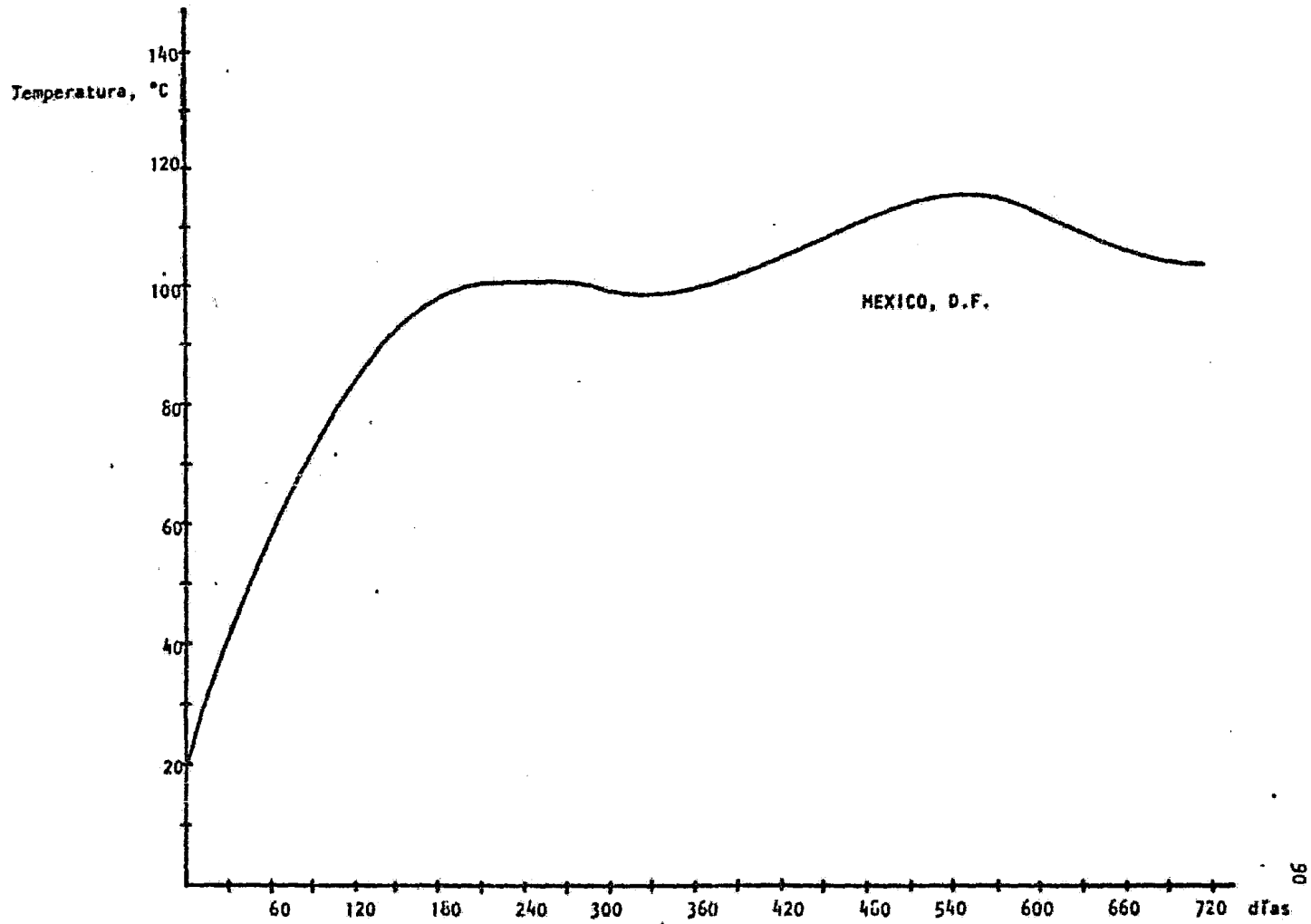


Fig 3. Temperatura de la zona inferior al transcurso del tiempo (sol. anal). Sin extracción de energía

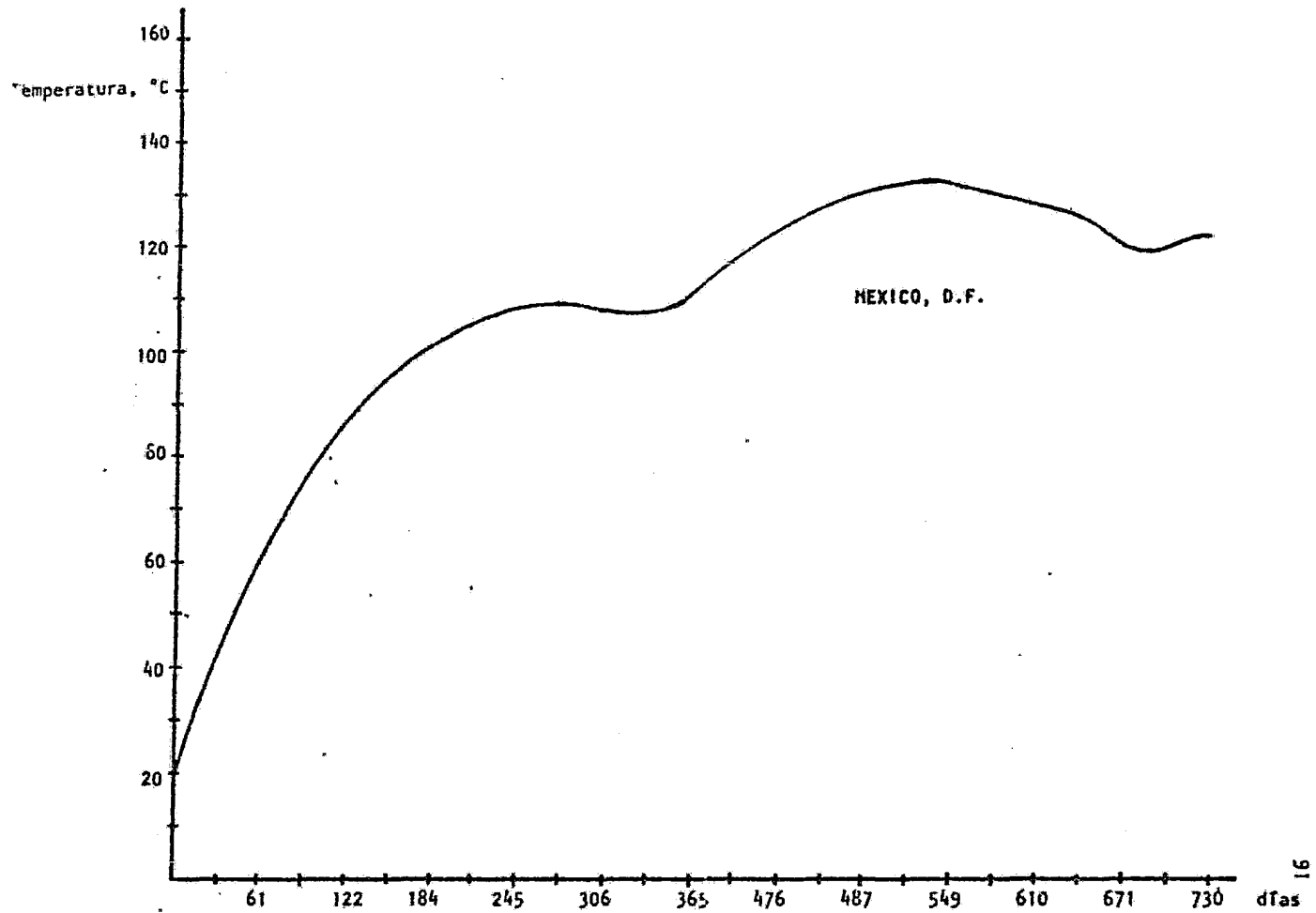


Fig 4. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.dif.fin.). Sin extracción de energía

Para La Paz la solución por diferencias finitas da un máximo de aproximadamente 153°C el día 549, mientras que la analítica da un máximo de alrededor de 140°C el día 540, es decir existe una diferencia de 13°C .

Para México, por diferencias finitas se obtiene un máximo de 130°C el día 518, y en la otra el máximo es de 114°C el día 510, existiendo una diferencia de 16°C .

Lo anterior se debe al hecho de que la solución analítica ocupa una aproximación para la radiación, mientras que la otra ocupa valores discretos y fijos para cada mes.

Por otra parte en la tabla 1 se muestra la temperatura de la zona convectiva superior, obtenida por diferencias finitas para La Paz. De ella puede observarse que la consideración en la solución analítica de que la temperatura de dicha zona es igual a la ambiente, es una buena aproximación que evita preocuparse por las pérdidas debidas a la evaporación y convección a la atmósfera.

Así mismo de las figs 5 a la 8 que muestran los perfiles de temperatura, se observa que la discretización de las perdidas del fondo hacia la superficie hecha en la solución analítica es adecuada, puesto que los perfiles son aproximadamente lineales a temperaturas del orden de los 60°C o mayores en el fondo.

La solución por diferencias finitas permite estudiar la influencia que

Día después del inicio	31	61	92	122	153	184	214	245	275	306	337	365
MES	Ab	Mayo	Junio	Julio	Ag	Sept	Oct	Nov	Dic	Ene	Feb	Marzo
Temp Z.C. Superior, °C	18.8	22.7	25.9	28.2	30.7	31.1	30.7	28.6	23.7	20.2	19.1	21.1
T ambiente, °C	22.2	24.6	26.5	29.2	29.7	29.1	26.6	22.2	19.5	17.9	18.8	19.9

Tabla 1 Temperatura de la zona convectiva superior (ZCS) y temperatura ambiente.

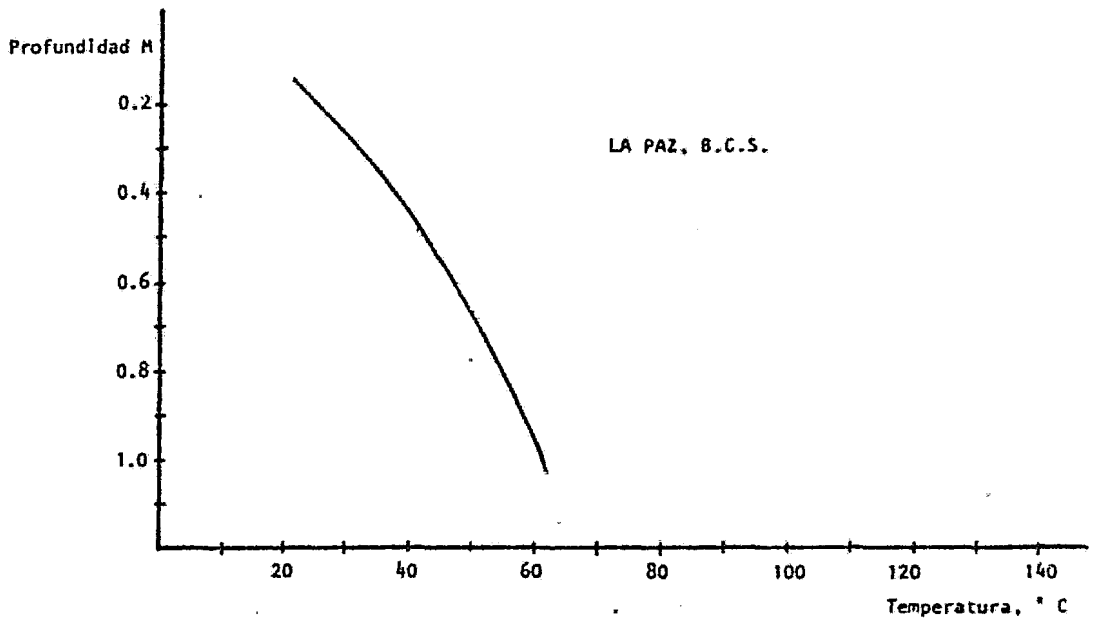


Fig 5. Perfil de temperatura al día 60 después del inicio (sol. anal.)

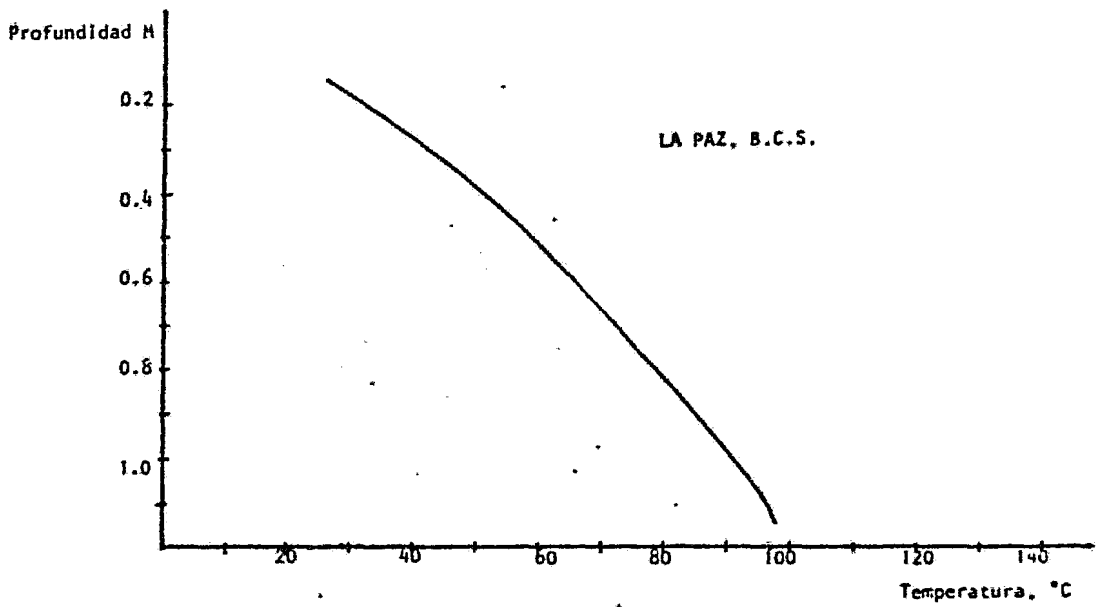


Fig 6. Perfil de temperatura al día 120 después del inicio (sol. anal.)

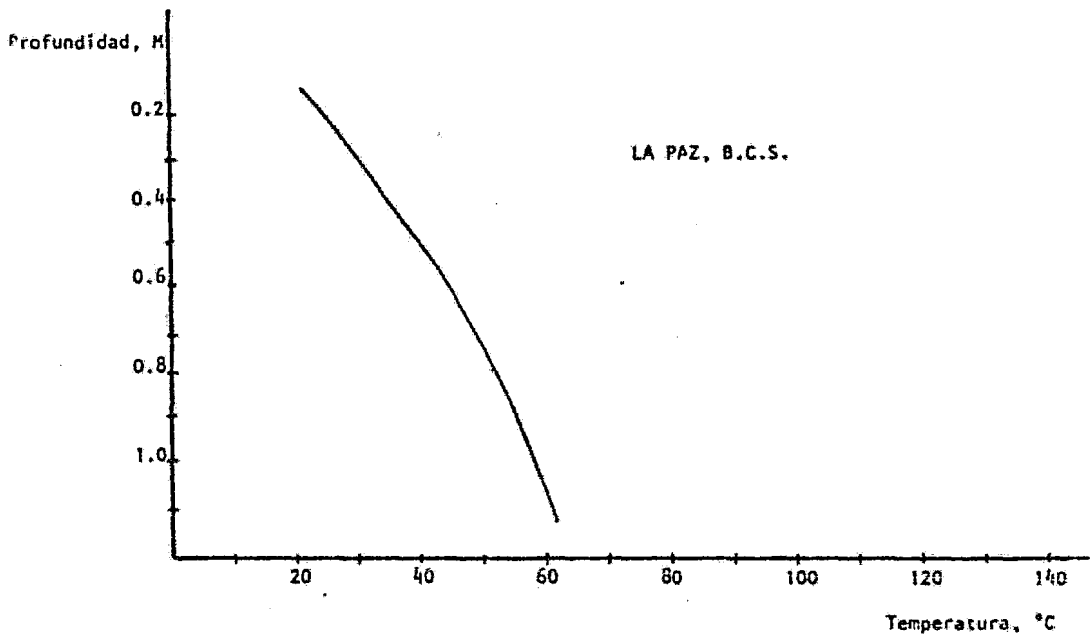


Fig 7. Perfil de temperatura al día 61 después del inicio (sol.dif.fin.)

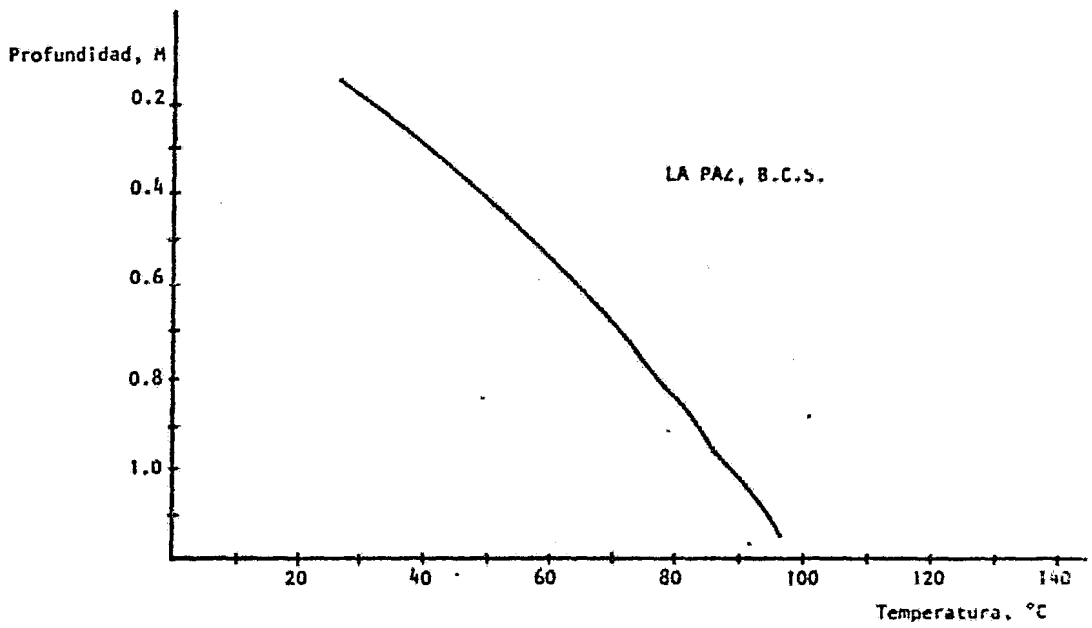


Fig 6. Perfil de temperatura al día 122 después del inicio (sol.dif.fin.)

ejercen, sobre la temperatura, los días nublados.

La fig 9 muestra dicha influencia considerando exclusivamente los días completamente nublados y la 10 éstos aunados a los seminublados para La Paz y las figs 11 y 12 son las correspondientes para México.

De las figuras mencionadas se observa que la influencia es grande.

Para La Paz se tiene una temperatura máxima de aproximadamente 153°C sin considerar los días nublados, mientras que cuando se toman en cuenta, en el primer caso el máximo es de 140°C alcanzando el día 518 después del inicio. En el segundo caso, que es el más extremo se alcanza el máximo de 103°C el día 457.

Para la ciudad de México, sin días nublados se alcanza un máximo del 130°C el día 518, y al considerarlos, en el primer caso se tiene 110°C el día 547 y en el segundo el máximo es de 87°C el día 457.

Todo lo anterior corresponde al funcionamiento del estanque sin extracción de energía, es obvio que la temperatura no puede elevarse mas allá de la de ebullición de la solución, por consiguiente la energía excedente debe retirarse del estanque, pues de lo contrario si llegara a hervir la estratificación se rompería, quedando el estanque no aislado.

Por lo tanto después de un cierto intervalo de tiempo en el que la solución se calienta hasta un nivel en el cual el puede ser utilizada, se em

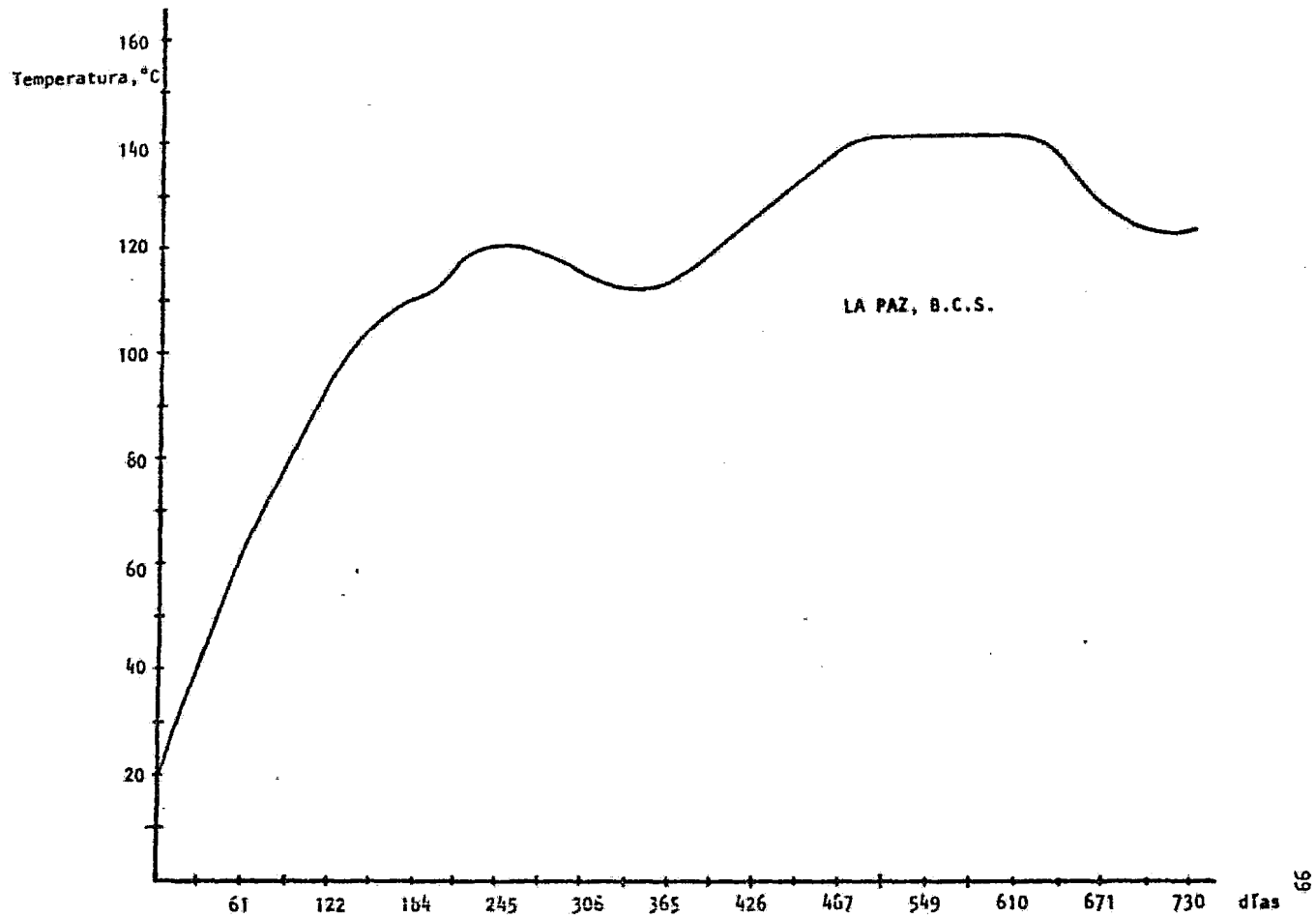


Fig 9. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.dif.fin.) considerando los días completamente nublados y sin extracción de energía

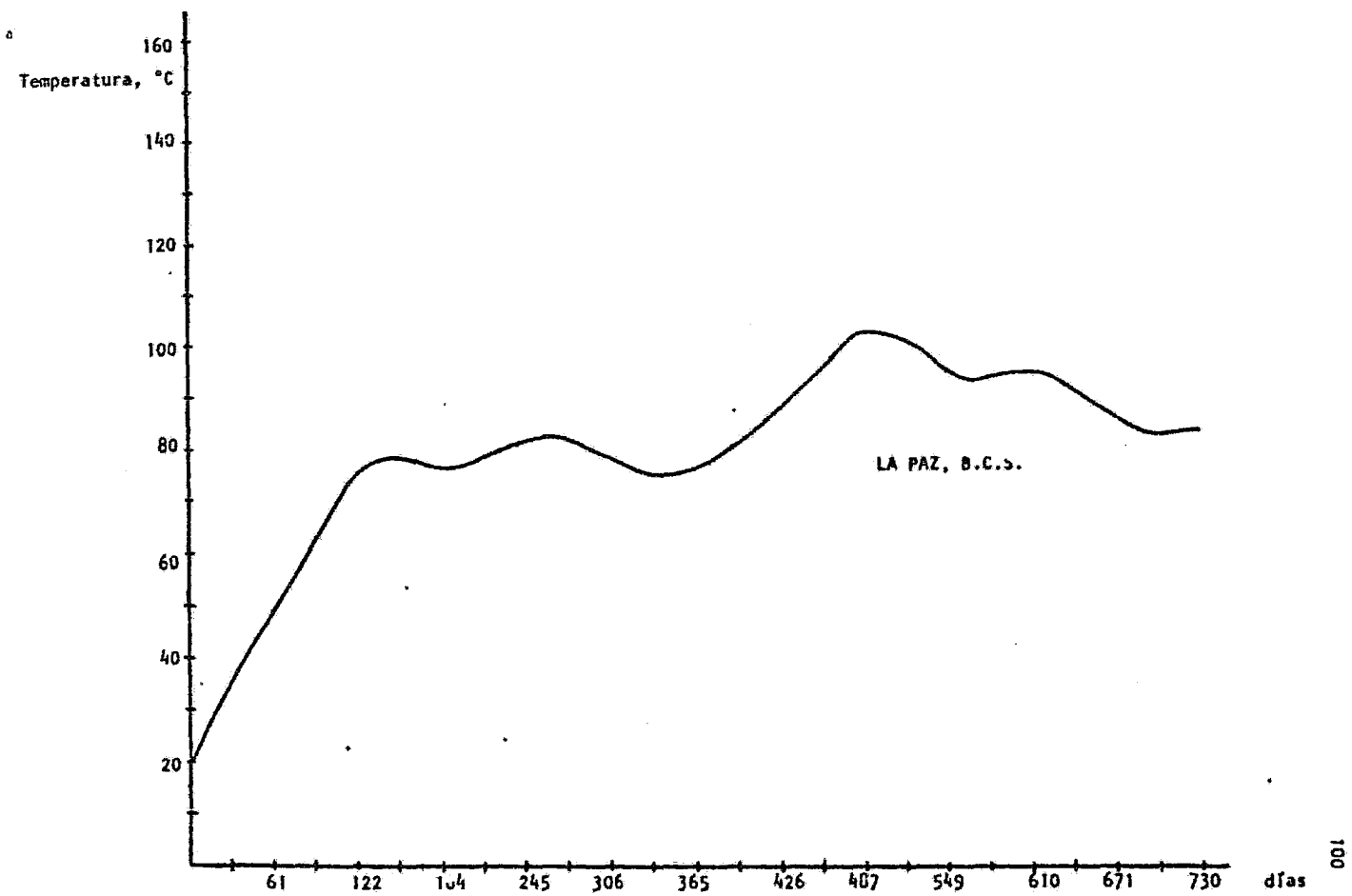


Fig 10. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.dif.fin.) considerando los días completamente nublados y seminublados; sin extracción de energía

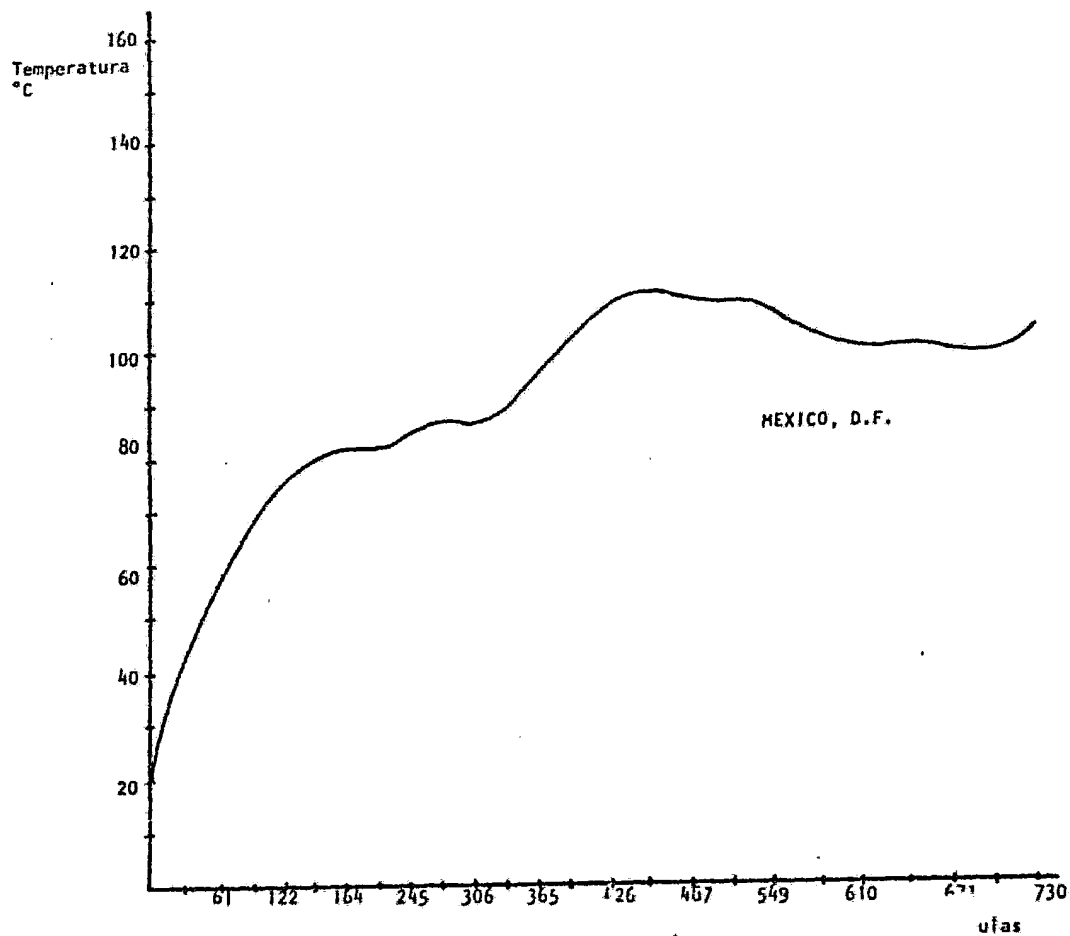


Fig 11. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.dif.fin) considerando los días completamente nublados, sin extracción de energía

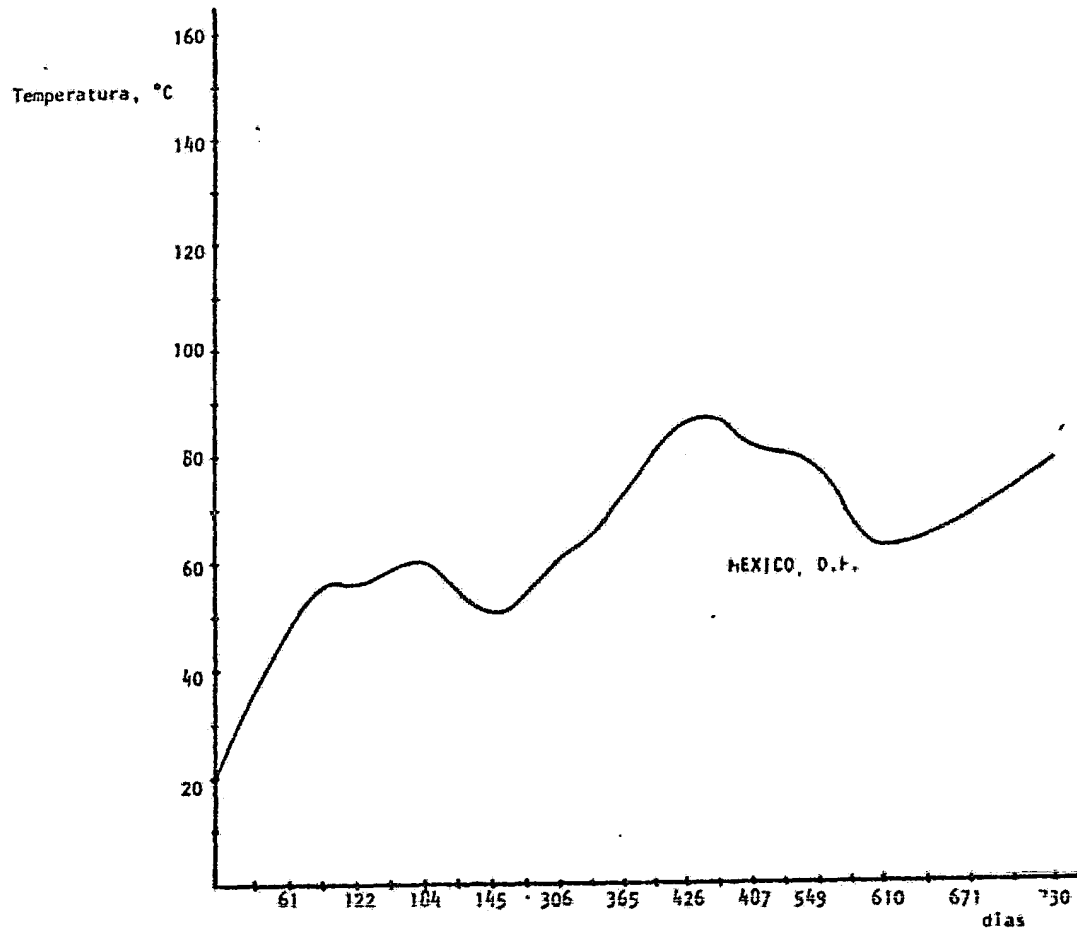


Fig 12. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol,dif.fln) considerando los días completamente nublados, y los seminublados sin extracción de energía

pieza la extracción de energía. Para la solución analítica la extracción se empieza después del día 90 y para la otra después del día 92,

La energía puede extraerse como un porcentaje de la radiación recibida, lo cual equivale a decir la eficiencia a la que opera el estanque. De esta manera se obtiene una extracción de energía variando de acuerdo a la radiación, es decir:

$$U = \% H$$

Al considerar la extracción de energía para la solución analítica la ec. (20) cap 4 para la zona convectiva inferior se transforma en

$$T = A + \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\tau - \delta^1) + Y e^{-\alpha\tau} - e^{-\alpha\tau} \int \frac{U(\tau)}{\rho C_p} e^{\alpha\tau} d\tau \quad (3)$$

donde

$$Y = \{T_e - (A + \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\epsilon - \delta^1))\} e^{\alpha\epsilon}$$

siendo en este caso

$$U(\tau) = \% (\bar{H} + \tilde{H}_0 \cos\omega\tau) \quad (4)$$

y por consiguiente

$$T = A + \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\tau - \delta^1) + Y e^{-\alpha\tau} - \left(\frac{\% \bar{H}}{\rho C_p d \alpha} + \frac{\% \tilde{H}_o \cos(\omega\tau - \delta u)}{\rho C_p d (\alpha^2 + \omega^2)^{1/2}} \right) + C t_e e^{-\alpha\tau} \quad (5)$$

siendo

$$\delta u = \arctan(\omega/\alpha) \quad (6)$$

la constante de integración se evalúa sabiendo que al tiempo τ_1 la extracción de energía es cero, por lo que se obtiene

$$T = A + \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\tau - \delta^1) + Y e^{-\alpha\tau} - \left(\frac{\% \bar{H}}{\rho C_p d \alpha} + \frac{\% H_o \cos(\omega\tau - \delta u)}{\rho C_p d (\alpha^2 + \omega^2)^{1/2}} \right) + \left\{ \frac{\% \bar{H}}{\rho C_p d \alpha} + \frac{\% \tilde{H}_o \cos(\omega\tau_1 - \delta u)}{\rho C_p d (\alpha^2 + \omega^2)^{1/2}} \right\} e^{\alpha(\tau_1 - \tau)} \quad (7)$$

con esta expresión puede calcularse la variación de la temperatura cuando se extrae energía, para τ mayores a 343.

La fig 13 muestra esta variación para un 15% de extracción en La Paz y la fig 14 en México.

De ellas se observa que a este nivel de extracción la temperatura se encuentra dentro de un nivel razonable en el cual puede ocuparse la solución

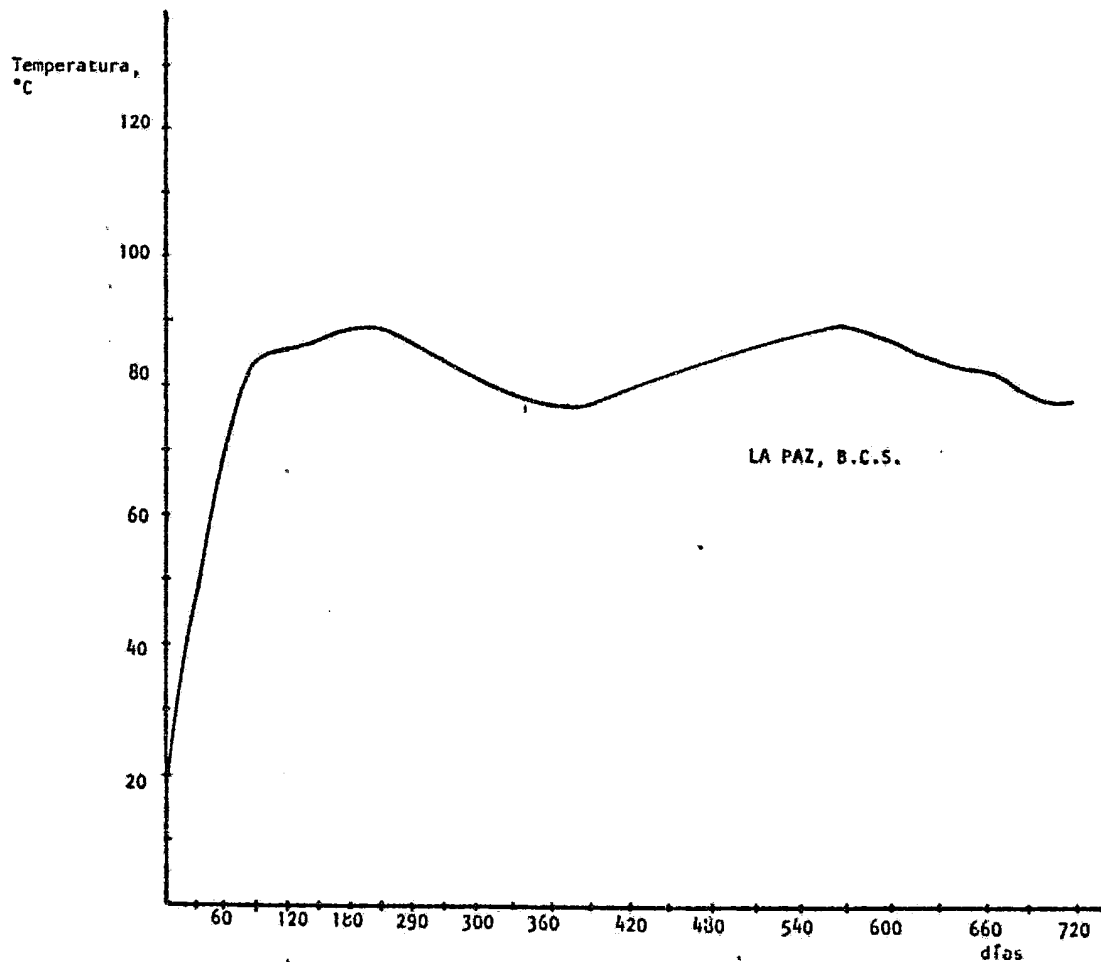


Fig 13. Temperatura de la zona convectiva inferior al transcurso del tiempo (sol. anal); extracción de energía al 15% de la radiación incidente después del día 90

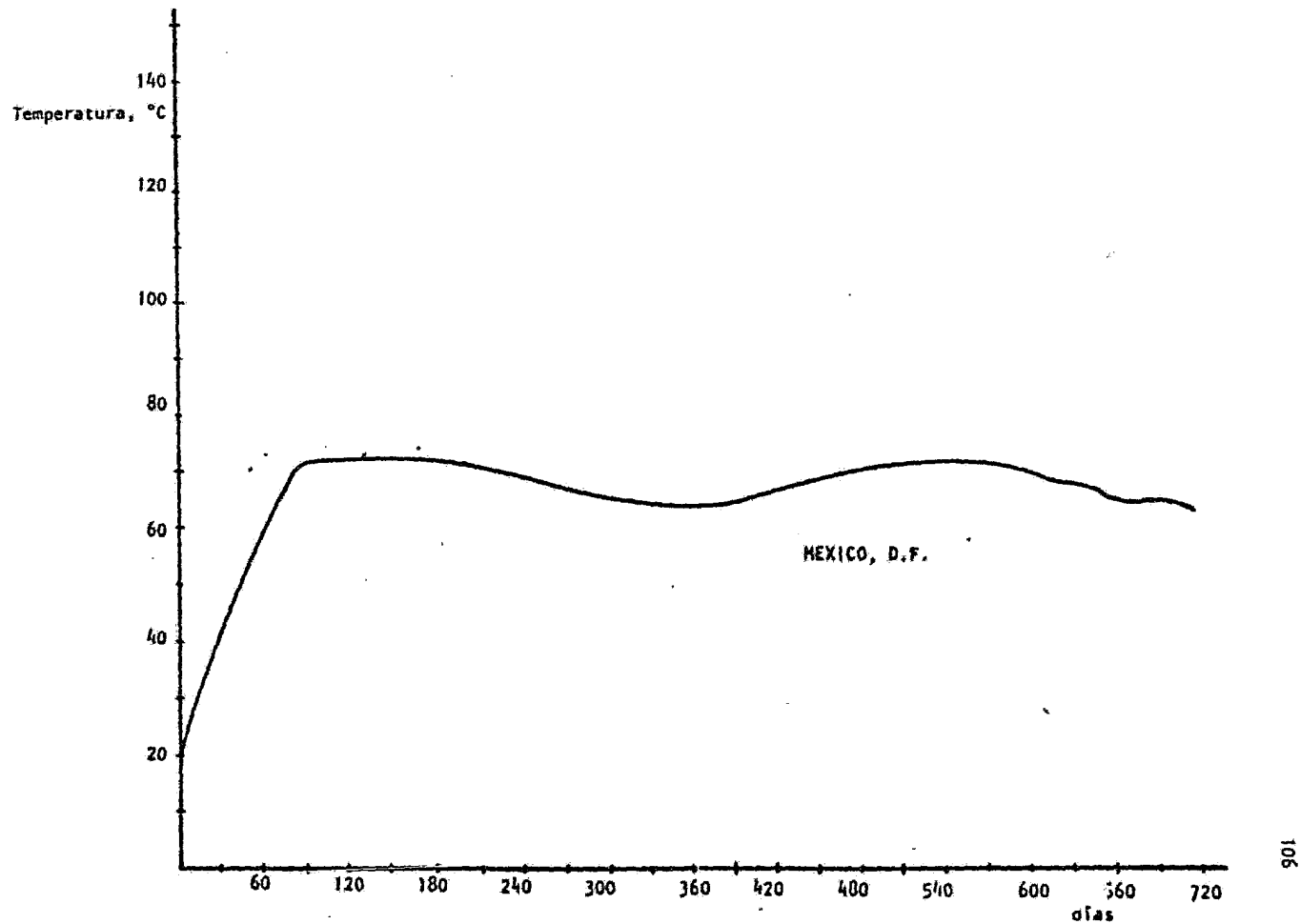


Fig 14. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.anal.)extracción de energía del 15% de la radiación incidente, después del día 90

salina. En La Paz la temperatura varia entre 77° y 89°C y en México entre 63° y 72°C.

La energía que se extrae para la Paz será de:

$$U = 34.7 + 5.3 \cos \omega t \text{ Watt/m}^2 \quad (8)$$

y para México:

$$U = 30.0 + 3.6 \cos \omega t \text{ Watt/m}^2 \quad (9)$$

Si se quiere extraer un porcentaje diferente, la forma de las curvas no cambia, solo se afectan los máximos y los mínimos, según puede apreciarse en la fig 15, que corresponde a un 10% de extracción para México.

En la solución por diferencias finitas se tiene:

$$U(t+1) = \% H(t+1)$$

con lo cual la temperatura en el fondo del estanque, ec (34) Cap 4 se transforma en:

$$T(N+1, t+1) = \frac{\frac{\alpha_T \lambda}{x'} T(N, t+1) + T(N+1, t) + \frac{K \alpha_T}{Kx'r} \lambda T_g + \frac{\alpha_T \lambda \Delta Z}{Kx'r} H'(t+1) h(N+1)}{u'} - \frac{\alpha_T \lambda \Delta Z \% H(t+1)}{u'} \quad (10)$$

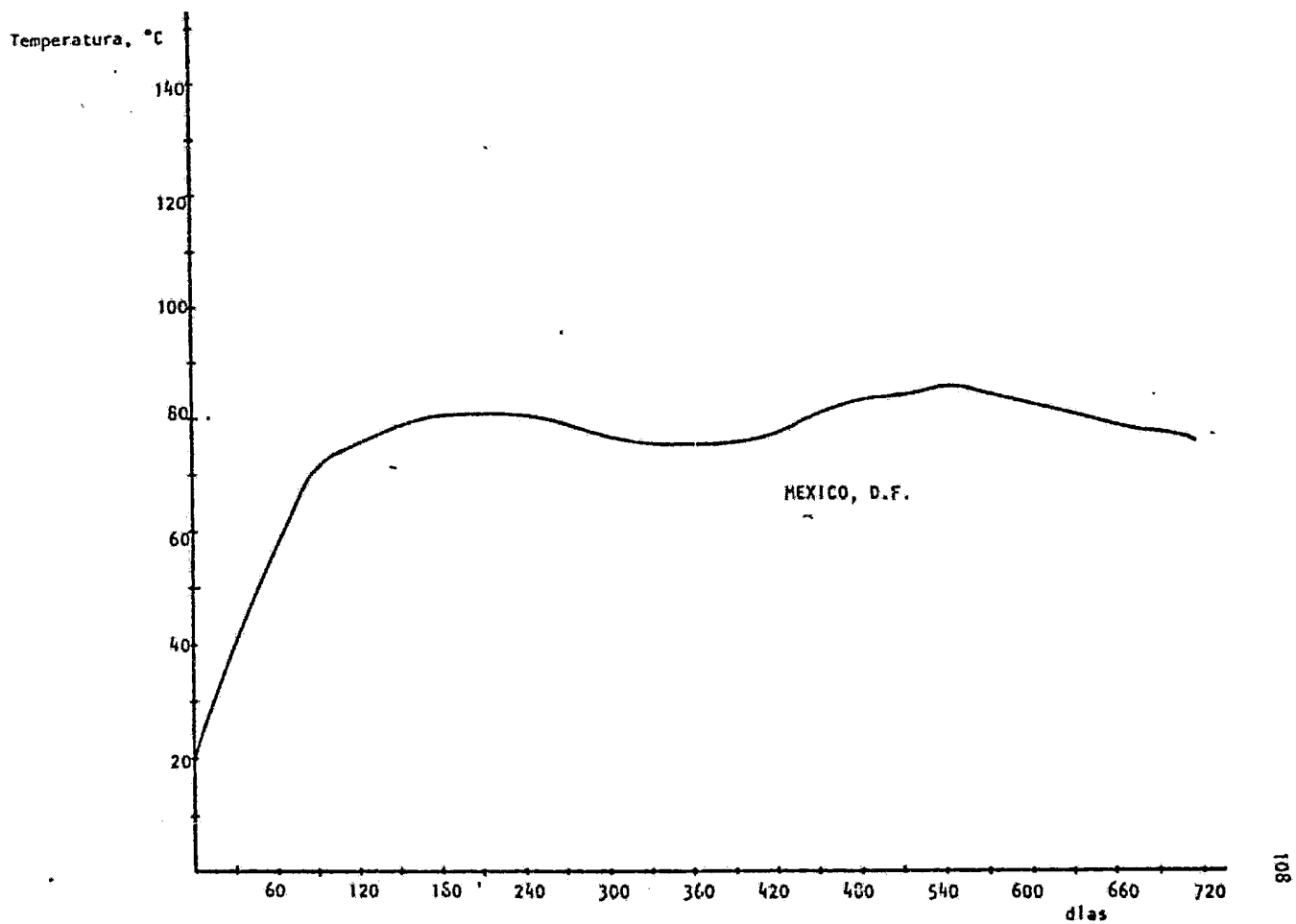


Fig 15. Temperatura de la zona convectiva interior en función del tiempo (sol.anal.) extracción de energía del 10% de la radiación incidente, después del día 90

y por consiguiente la ecuación para d_N (ecs 36 Cap 4) se transforma en:

$$d_N = u' T(N, t) + \alpha_T \lambda T(N+1, t) + \frac{K_t \alpha_T^2 \lambda^2}{Kx'r} T_g + \frac{\alpha_T^2 \lambda^2 \Delta Z}{Kx'} H'(t+1) h(N+1) - \frac{\alpha_T u' \lambda}{K} \Delta Z H'(t+1) [h(N) - h(N-1)] - \frac{\alpha_T^2 \lambda^2 \Delta Z}{Kx'} \frac{1}{2} H(t+1) \quad (11)$$

Las figs 16, 17, 18 muestran los tres posibles casos para La Paz y las 19, 20, 21 para México, con un 15% de eficiencia de captación.

Con esta eficiencia la energía media anual que puede extraerse en La Paz es:

Sin días nublados:	34.7 Watt/m ²
Con días nublados:	31.5 Watt/m ²
Con días nublados y seminublados:	20.5 Watt/m ²

y para México:

Sin días nublados:	29.9 Watt/m ²
Con días nublados:	24.6 Watt/m ²
Con días nublados y seminublados:	17.4 Watt/m ²

Por consiguiente en el peor de los casos se tendrá una extracción de 20.5 Watt/m², en La Paz con la temperatura variando entre 56 y 70°C. En México la variación estará entre 42 y 58°C y la extracción será de 17.4 Watt/m².

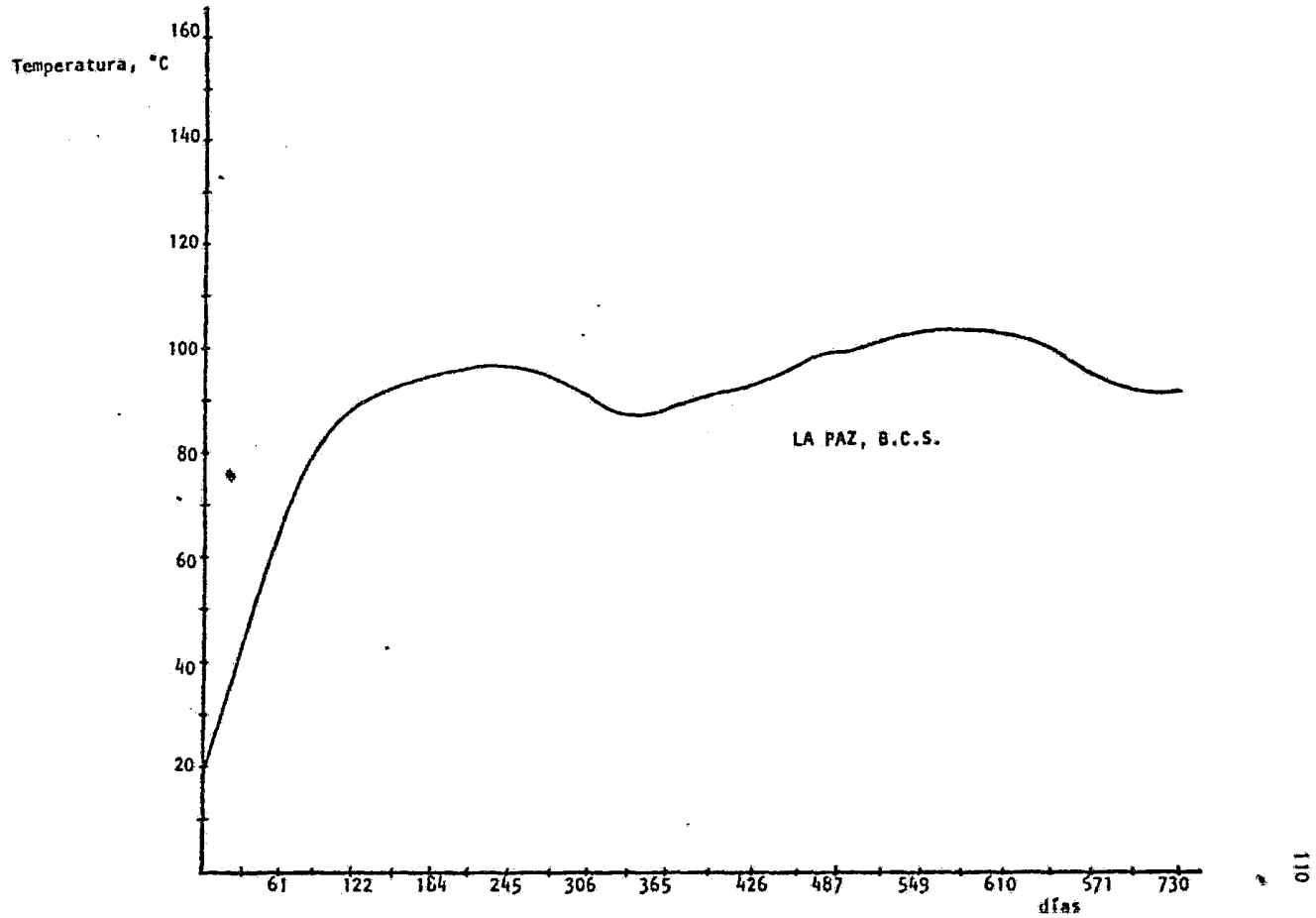


Fig 16. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.dif.fin). Sin tomar en cuenta los días nublados; extracción de energía de 15% de la radiación incidente después del día 92

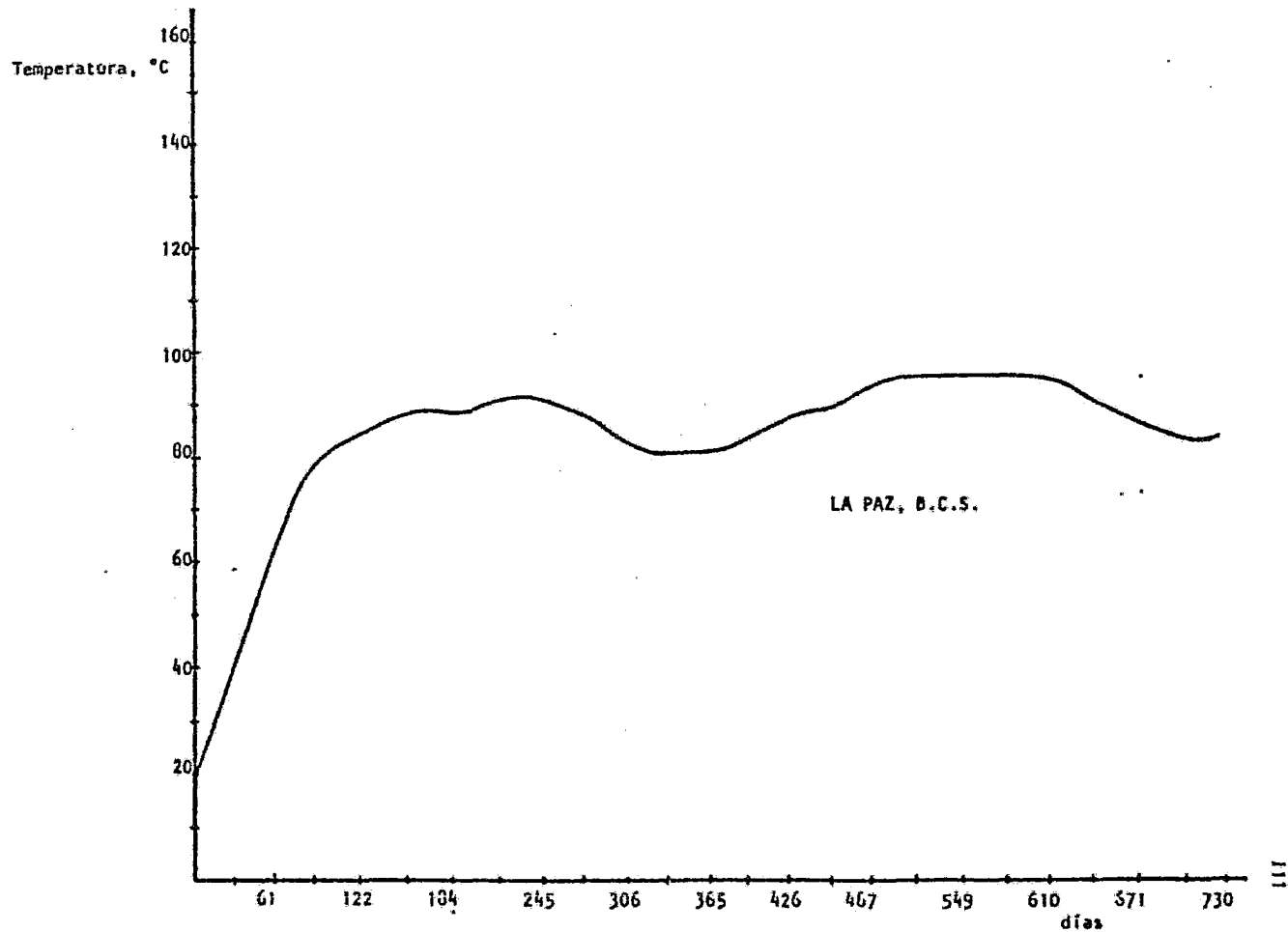


Fig 17. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.dir.fin.) considerando los días completamente nublados; extracción de energía del 15% de la radiación incidente

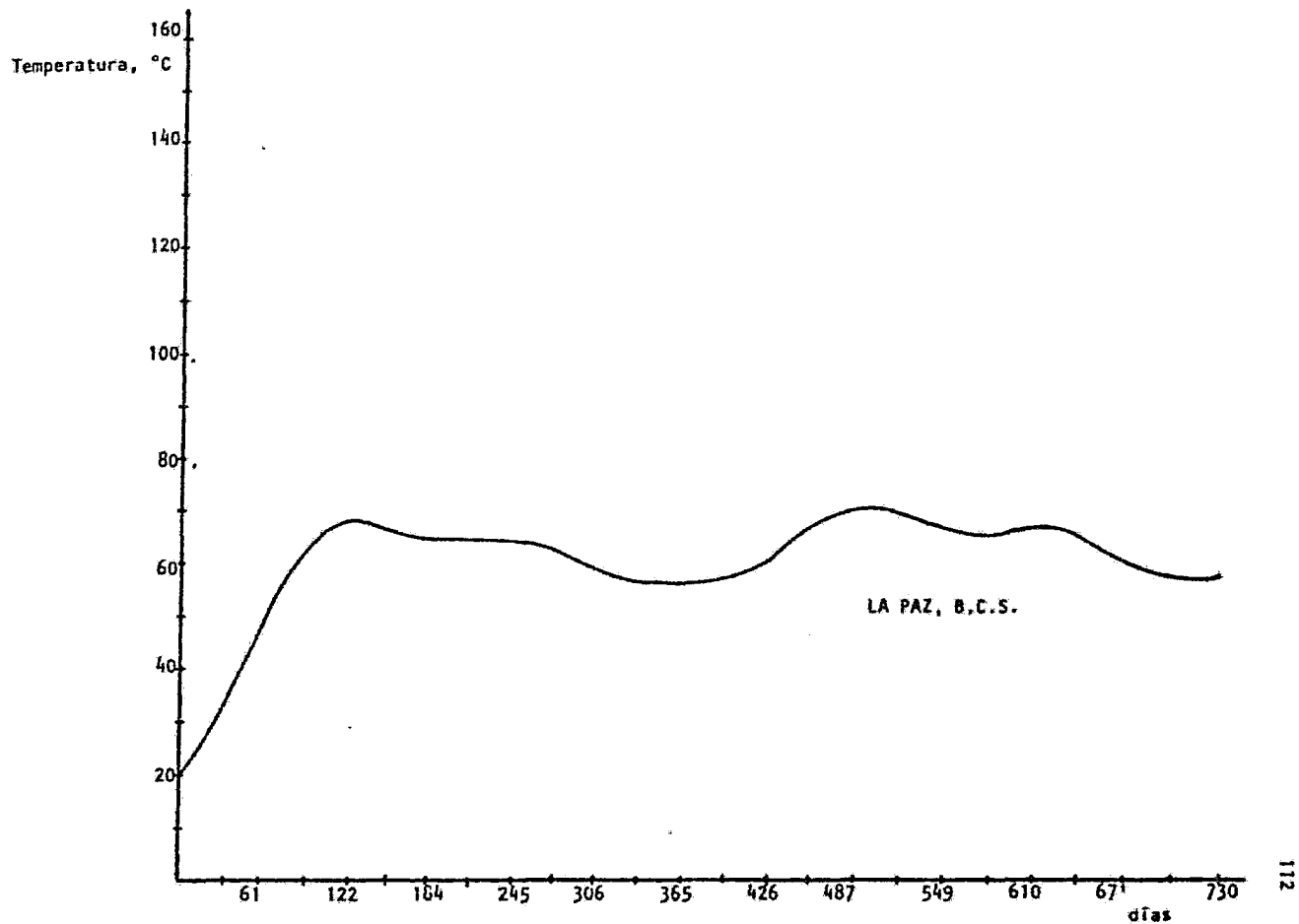


Fig 10. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.dif.fin) considerando los días completamente nublados y los seminublados; extracción de energía del 15% de la radiación incidente después del día 92

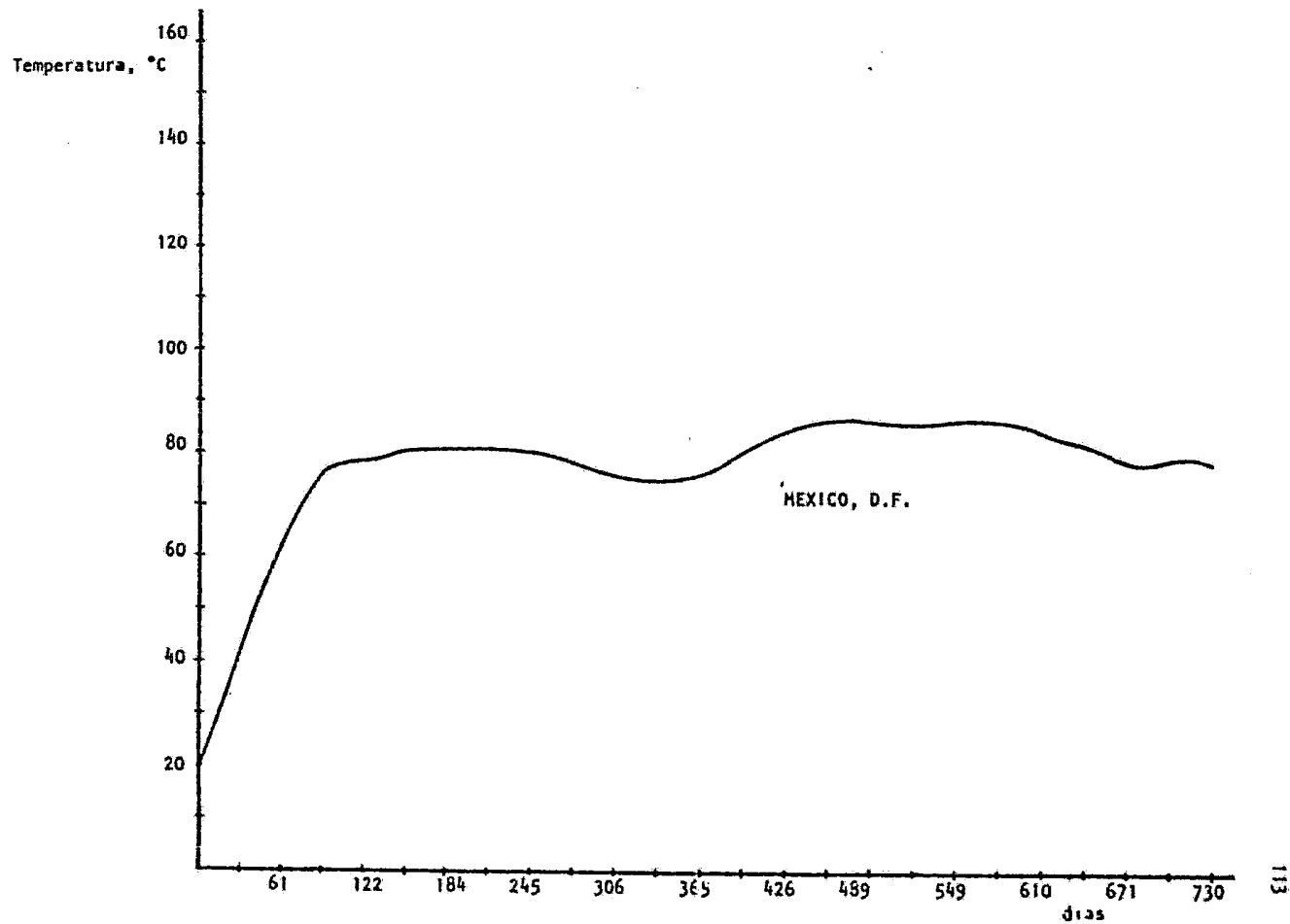


Fig 19. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.dif.fin) sin considerar los días nublados; extracción de energía del 15% de la radiación incidente después del día 92

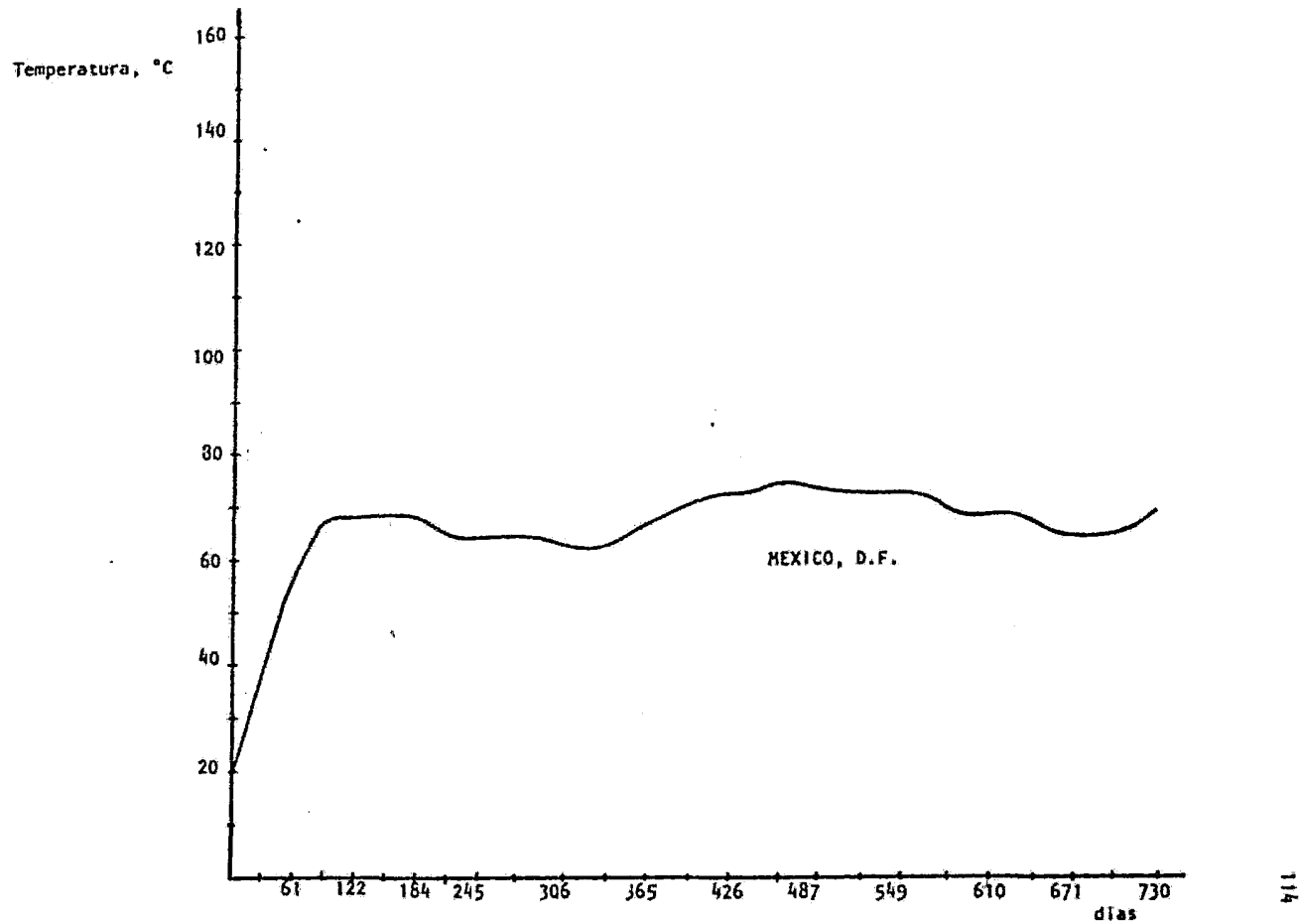


Fig 20. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.dif.fin:) considerando los días completamente nublados; extracción de energía del 15% de la radiación incidente después del día 52

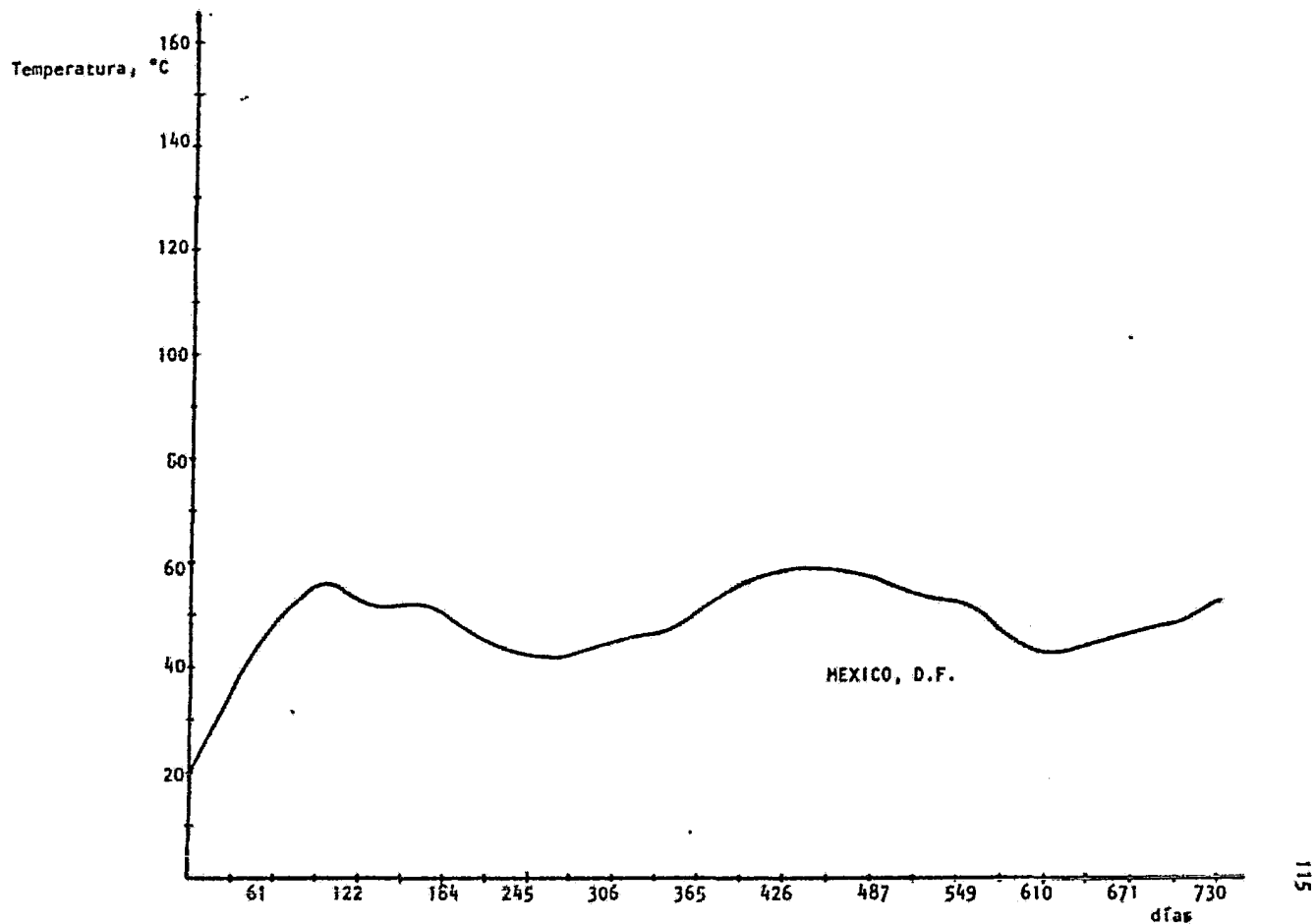


Fig 21. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.dif.fin) considerando los días completamente nublados y los seminublados; extracción de energía del 15% de la radiación incidente después del día 92

Existe otra alternativa para la extracción de energía, la cual consiste en tratar de mantener fija la temperatura de la zona inferior y extraer energía variando la eficiencia.

La solución analítica, para este caso, permite obtener esta extracción fácilmente para el estado estacionario, es decir cuando τ crece considerablemente de tal forma que el término $Ye^{-\alpha\tau}$ de la ec (3) tienda a cero, quedando dicha ecuación como:

$$T = A + \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\tau - \delta^1) - e^{-\alpha\tau} \int \frac{U(\tau)}{\rho C_p d} e^{\alpha\tau} d\tau$$

y siendo

$$U(\tau) = \bar{U} + U_0(\tau)$$

se tiene

$$e^{-\alpha\tau} \int \frac{U(\tau)}{\rho C_p d} e^{\alpha\tau} d\tau = e^{-\alpha\tau} \int \frac{\bar{U}}{\rho C_p d} e^{\alpha\tau} d\tau + e^{-\alpha\tau} \int \frac{U_0(\tau)}{\rho C_p d} e^{\alpha\tau} d\tau$$

por lo que

$$T = \left(A - \frac{\bar{U}}{\rho C_p d \alpha} \right) + \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\tau - \delta^1) - e^{-\alpha\tau} \int \frac{U_0(\tau)}{\rho C_p d} e^{\alpha\tau} d\tau$$

y para que T permanezca constante es necesario que

$$\sqrt{B^2+D^2} \cos(\omega\tau - \delta^1) = e^{-\alpha\tau} \int \frac{U_0(\tau)}{\rho C_p d} e^{\alpha\tau} d\tau$$

y por consiguiente

$$U_0(\tau) = \sqrt{\alpha^2 + \omega^2} \rho C_p d \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\tau - \gamma_u) \quad (12)$$

donde

$$\gamma_u = \delta^1 - \delta_u$$

siendo $\delta_u = \arctan \omega/\alpha$ definido anteriormente

y por lo tanto

$$U(\tau) = \rho C_p d \alpha (A - T_{op}) + \sqrt{\alpha^2 + \omega^2} \rho C_p d \sqrt{B^2 + D^2} \cos(\omega\tau - \gamma_u) \quad (13)$$

en donde T_{op} representa la temperatura a la cual se opera la zona inferior.

La eficiencia estará dada por

$$E_f = U(\tau) / (\bar{H} + \bar{H}_0 \cos\omega\tau) \quad (14)$$

Para una temperatura de operación de 80°C y para las medidas consideradas en La Paz se tiene una extracción de energía de acuerdo con:

$$U(\tau) = 36.7 + 14.2 \cos (\omega\tau - 0.2) \frac{\text{Watt}}{\text{m}^2} \quad (15)$$

y en México:

$$U(\tau) = 20.7 + 9.6 \cos (\omega\tau + 0.03) \text{Watt/m}^2 \quad (16)$$

De estas ecuaciones se observa que la amplitud de la extracción es mayor que en el caso donde se extrae un porcentaje de radiación fijo, (ecs 8 y 9) y además que la eficiencia media anual para La Paz será de 15.8% y para México de 10.4%.

Puesto que la temperatura de operación está dada por

$$T_{op} = A - \bar{U}/\rho C_p \quad (17)$$

sucede que para cada espesor de la zona no convectiva (ΔZ_1) existe un valor de T_{op} para el cual \bar{U} es máxima. Esto se obtiene haciendo $\partial\bar{U}/\partial\Delta Z_1=0$ con lo cual se llega a

$$T_{op} = \frac{\bar{h} b (1 - \beta \lambda) \Delta Z_1^2}{K(Z_1 + \Delta Z_1)} + \bar{T}_a \quad (18)$$

siendo para La Paz esta temperatura igual a 48.5°C y para México 36.2°C.

A esta condición las pérdidas a través de la zona no convectiva se reducen a un mínimo, puesto que el perfil presenta una curva que se vuelve vertical en la frontera de la zona no convectiva y la zona inferior, es decir

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_2} = 0$$

según se puede apreciar en la fig 22, que muestra dicho perfil para La Paz.

Es importante hacer notar, que el valor de dicha temperatura óptima no depende del espesor de la zona convectiva inferior (d), el cual influirá solamente en el tiempo en que se calienta dicha zona.

Debido a que estas temperaturas de operación óptimas son bajas es preferible operar a temperaturas más altas sacrificando eficiencia, es decir perdiendo más calor.

La solución por diferencias finitas permite atacar este problema de una manera simple aun en el transiente,

La ecuación para la zona convectiva inferior (ec 32 Cap 4) para esta condi

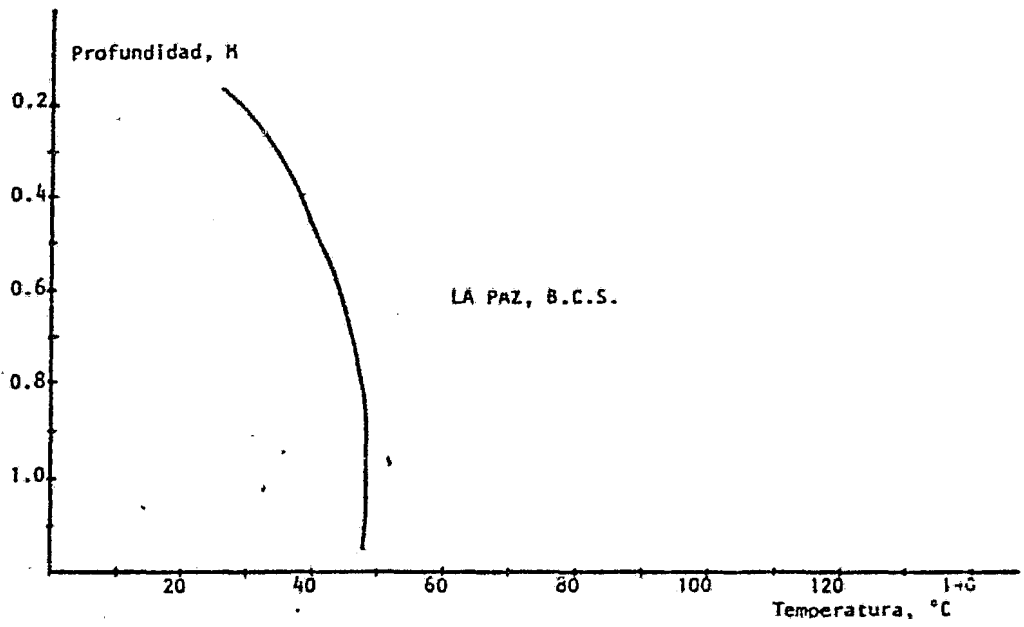


Fig 22. Perfil de temperatura a la temp optima para $\Delta Z_1 = 1m$

ción se transforma en:

$$0 = K_t \frac{T_g - T(N+1)}{r \Delta Z} - K \frac{T(N+1) - T(N,t+1)}{\Delta Z} + H'(t+1) h(N+1) - U(t+1) \quad (19)$$

ya que $T(N+1)$ es constante e igual a T_{Op} .

Por consiguiente la extracción de energía estará dada por

$$U(t+1) = H'(t+1) h(N+1) - \left(\frac{K_t}{r} + K\right) \frac{1}{\Delta Z} T(N+1) + \frac{K_t T_g}{r \Delta Z} + \frac{K T(N,t+1)}{\Delta Z} \quad (20)$$

y la ecuación para el estrato N será ahora

$$-\alpha_T \lambda T(N-1, t+1) + (1+2\alpha_T \lambda) T(N,t+1) = \alpha_T \lambda T(N+1) + T(N,t) - \frac{\alpha_T \lambda}{K} \Delta Z H'(t+1) \{h(N) - h(N-1)\} \quad (21)$$

con la cual se obtiene que

$$\begin{aligned} a_N &= -\alpha_T \lambda \\ b_N &= (1 + 2\alpha_T \lambda) \\ d_N &= \alpha_T \lambda T(N+1) + T(N,t) - \frac{\alpha_T \lambda \Delta Z}{K} H'(t+1) \{h(N) - h(N-1)\} \end{aligned} \quad (22)$$

Por lo tanto resolviendo el sistema de ecuaciones para estas nuevas condiciones se determina U como función del tiempo con la ec (20)

El programa que da la temperatura de la zona inferior del capítulo anterior, con ligeras modificaciones permite calcular U , y se presenta a continuación.

Se considera una temperatura de operación igual a la alcanzada el día 92, es decir a partir de ese día se empieza a extraer energía.

Las figs 23,24,25 muestran la variación de la extracción para La Paz en los tres posibles casos y las 26, 27, 28 para México.

En los casos donde se consideran los días nublados y seminublados (Figs 25 y 28), algunas veces se tiene que la extracción es negativa, lo cual implica que se le debe suministrar energía al estanque. Como esto no se hace, la temperatura del estanque variará ligeramente en esos períodos. Esta condición corresponde a los puntos inferiores de la gráfica, que se encuentran después del día 92.

El análisis anterior es para cuando se inicia la operación el 1° de marzo, a esto se debe el aumento rápido, pues el calentamiento ocurre en los meses con radiación alta. Si se empieza a operar en meses con radiación baja el calentamiento será mas lento, como muestra basta observar la fig 29 que corresponde a La Paz con inicio de operación 7 meses después del 1° de

```

LIST
LIST
5 PR# 1
7 PRINT **
8 REM PROGRAMA PARA OBTENER LA EXTRACCION DE ENERGIA MANTENIENDO LA TEMPERATURA DE OPERACION
CONSTANTE
9 REM ALGUNAS VECES DE ACUERDO AL PROGRAMA SE OBTIENEN VALORES NEGATIVOS DE EXTRACCION QUE C
ORRESPONDEN A LOS PUNTOS INFERIORES DE LA GRAFICA
10 REM EN ESTOS CASOS PARA GRAFICAR EL VALOR DE LA EXTRACCION ESTA SE HACE IGUAL A 1
11 REM DEBE QUEDAR CLARO QUE EN ESOS DIAS EL ESTANQUE BAJARA UN POCO SU TEMPERATURA DE OPERA
CION PORQUE UN VALOR NEGATIVO IMPLICA QUE SE LE DEBE SUMINISTRAR ENERGIA
13 DIM T(11),A(9),B(9),C(9),D(9),BE(9),GA(9),HA(11)
15 DIM H(12),TA(12),QE(12),DT(12)
20 READ DE,CP,TD,K
25 FOR J = 1 TO 12
30 READ TA(J),QE(J),DT(J)
40 NEXT J
42 FOR J = 1 TO 12
43 READ H(J)
45 NEXT J
50 READ FI,TD,KT,VV
60 READ ZL,ZZ,XP,YP,R,DZ,N
65 READ DI,OP,TMAX,M
70 READ AL,BL,TE
80 PRINT "----- LA PAZ B. C. S. -----"
81 PRINT " "
82 PRINT " "
83 PRINT "DIAS"; SPC( 40); "U(WATT/H*2)"
84 PRINT " "
85 PRINT SPC( 8); "8"; SPC( 9); "18"; SPC( 8); "28"; SPC( 8); "38"; SPC( 8); "48"; SPC( 8); "58"; SPC(
8); "68"; SPC( 8); "78"
86 PRINT SPC( 8); "!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!"
87 PRINT SPC( 2); "31"; SPC( 4); "*"
88 PRINT SPC( 8); "!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!"
89 PRINT SPC( 2); "61"; SPC( 4); "*"
90 PRINT SPC( 8); "!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!"
91 PRINT SPC( 2); "92"; SPC( 4); "*"
92 PRINT SPC( 8); "!-----!-----!-----!-----!-----!-----!-----!"
95 L = 30 / DZ ^ 2
100 HG = 4.93E5 + (3.28E5) * VV
110 U = (1 + TD * L / YP + HG * L * DZ * TD / (K * YP))
120 B(1) = (U + 2 * U * TD * L - TD ^ 2 * L ^ 2 / YP)
130 C(1) = - TD * U * L
140 FOR I = 2 TO N - 1
150 A(I) = - TD * L
160 B(I) = 1 + 2 * TD * L
170 C(I) = - TD * L
180 NEXT I
190 UP = 1 + KT * TD * L / (K * XP * R) + TD * L / XP
200 A(N) = - TD * UP * L
210 B(N) = UP + 2 * TD * UP * L - TD ^ 2 * L ^ 2 / XP
220 FOR I = 0 TO N + 1
230 T(I) = TE
240 NEXT I
250 TIE = 0
260 J = 0
270 J = J + 1
280 IF J > 12 THEN J = 1
290 TIE = TIE + DT(J)
300 IF TIE > TMAX THEN GOTO 600
310 F = DI + TIE

```

```

320 IF F > .085 THEN F = F - .035
325 REM DECLINACION CED
330 CED = 0.409 * SIN (W * (284 + F))
340 REM ANGULO DE INCIDENCIA AI
350 X = SIN (CED) * SIN (FI) + COS (CED) * COS (FI) * COS (- 0.524)
360 AI = - ATN (X / SQRT (- X * X + 1)) + 1.5708
370 REM ANGULO DE REFRACCION AR
375 X = SIN (AI) / 1.33
380 AR = ATN (X / SQRT (- X * X + 1))
390 REM REFLECTANCIA REF
400 REF = (( SIN (AI - AR)) ^ 2 / ( SIN (AI + AR)) ^ 2 + ( TAN (AI - AR)) ^ 2 / ( TAN (AI + AR)
    )) ^ 2 / 2
410 HC = (1 - REF) * HCJ
420 FOR I = 0 TO N + 1
430 Z = Z1 + I * DZ
440 HA(I) = AI - B1 + LOG (Z / COS (AR))
450 NEXT I
460 OM = (- BE(I) + HG * TAN(J) + HC * (1 - HA(I)))
470 D(I) = (L * T(I) + TD * L * T(N) + TD ^ 2 * L ^ 2 * DZ * C1 / (K * XP) - TD * L * DZ *
    HC * HA(I) - TD * L * DZ * HC * HA(I - 1)) / K
480 T(I) = (T(I) - TD * L * DZ * HC * HA(I) - HA(I - 1)) / K
490 NEXT I
510 D(N) = (L * T(N) + TD * L * T(N + 1) + KT * TD ^ 2 * L ^ 2 * TG / (K * XP * R) + TD ^ 2 *
    L ^ 2 * DZ * HC * HA(N + 1) / (K * XP) - TD * UP * L * DZ * HC * HA(N) - HA(N - 1)) / K
513 IF TIE > OP THEN A(N) = - TD * L
514 IF TIE > OP THEN B(N) = 1 + 2 * TD * L
515 IF TIE > OP THEN D(N) = TD * L * EE + T(N) - TD * L * DZ * HC * (HA(N) - HA(N - 1)) / K
520 BE(1) = B(1)
530 GA(1) = D(1) / BE(1)
540 FOR I = 2 TO N
550 BE(I) = B(I) - A(I) * C(I - 1) / BE(I - 1)
560 GA(I) = (D(I) - A(I) * GA(I - 1)) / BE(I)
570 NEXT I
580 T(N) = GA(N)
590 FOR I = N - 1 TO 1 STEP - 1
600 T(I) = GA(I) - C(I) * T(I + 1) / BE(I)
610 NEXT I
620 T(0) = (TD * L * T(1) / YP + T(0) + L * DZ * TD * OM / (K * YP)) / U
630 T(N + 1) = (TD * L * T(N) / XP + T(N + 1) + KT * TD * L * TG / (K * XP * R) + TD * L * DZ *
    HC * HA(N + 1) / (K * XP)) / UP
635 IF TIE = OP THEN EE = T(N + 1)
639 Q1 = HC * HA(N + 1) - (KT / R + K) * EE / DZ + KT * TG / (R * DZ) + K * T(N) / DZ
640 IF TIE < 100 THEN M = 4
650 IF TIE > = 100 THEN M = 3
655 IF TIE < = OP THEN GOTO 675
660 PRINT SPC( 2);TIE; SPC( M);"-"; TAB( Q1 / 06400);"*"
670 PRINT SPC( 8);"!-----!-----!-----!-----!-----!-----!"
675 GOTO 270
680 PRINT SPC( 8);"0"; SPC( 9);"10" SPC( 8);"20"; SPC( 8);"30"; SPC( 8);"40"; SPC( 8);"50"; SPC(
    8);"60"; SPC( 8);"70"
685 PRINT " "
700 PRINT "DIAS"; SPC( 40);"U(WATT/M^2)"
705 PRINT " "
710 PRINT SPC( 11);"POTENCIA EXTRAIDA EN FUNCION DEL TIEMPO (SOL. DIF. FIN.)"
720 PRINT SPC( 11);"SIN TOMAR EN CUENTA LOS DIAS NUBLADOS"
725 PRINT SPC( 11);"TEMPERATURA DE OPERACION CONSTANTE E IGUAL A ";EE;" C OBTENIDA EL DIA ";
    OP
730 END

```

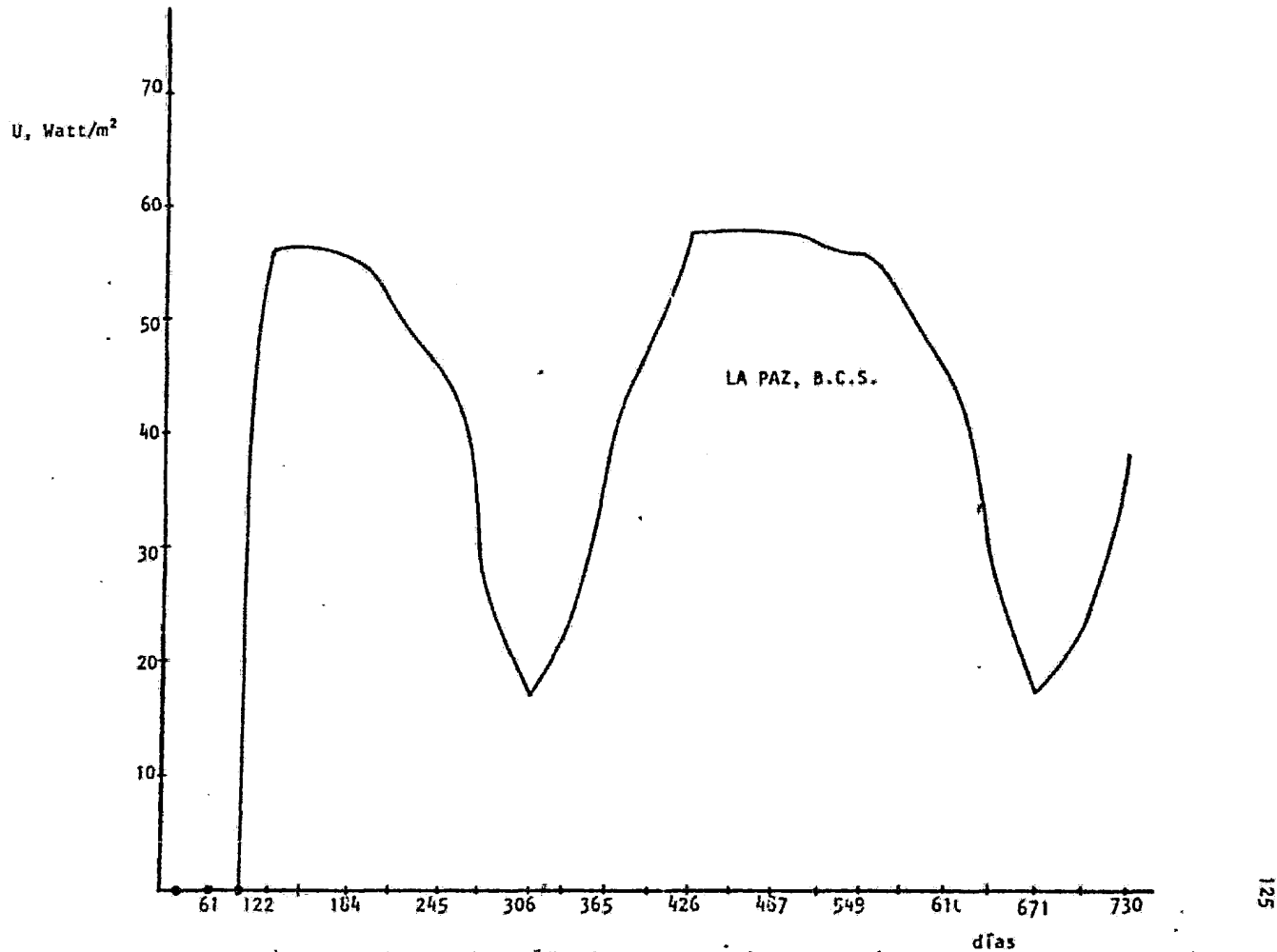



Fig 23. Potencia extraída en función del tiempo (sol.dif.fin). Sin tomar en cuenta los días nublados; temp de op. constante e igual a 83.2°C obtenida el día 92

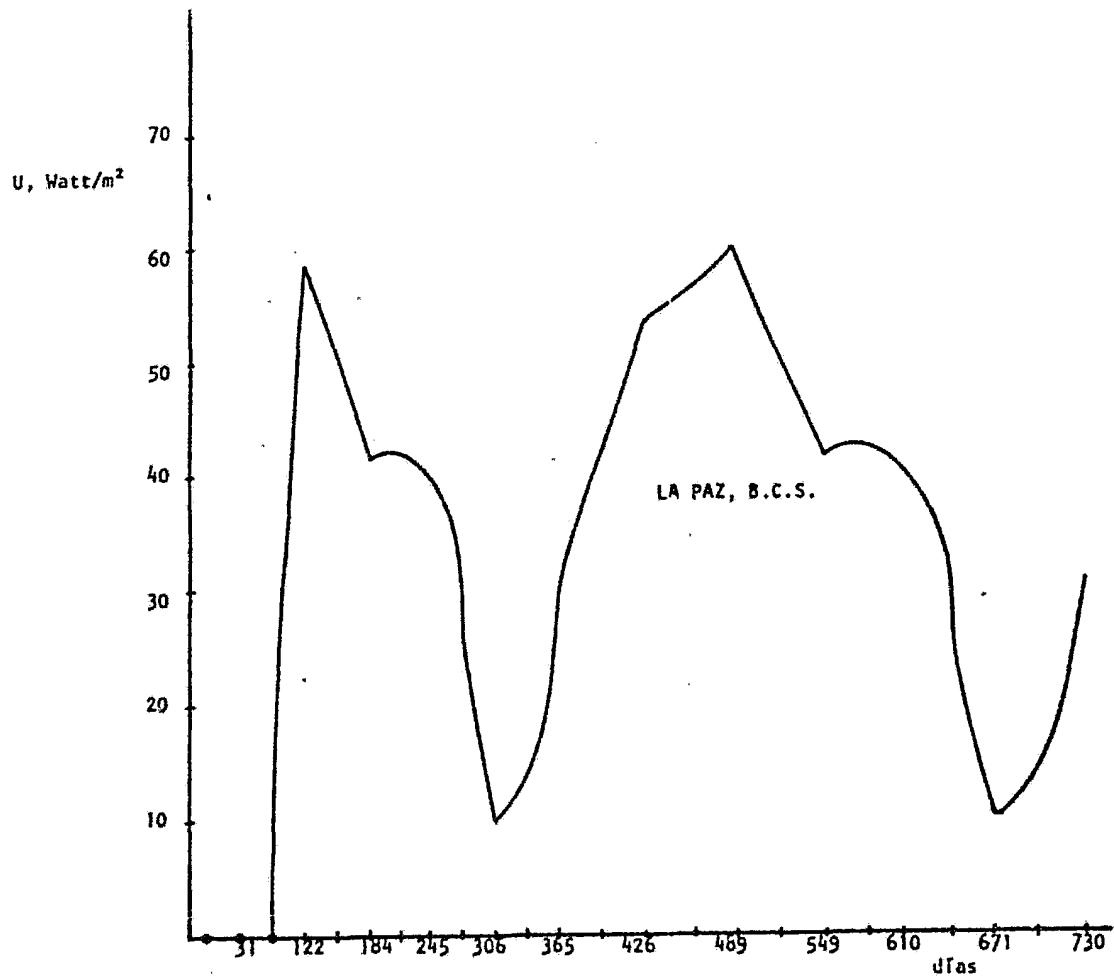


Fig 24. Potencia extraída en función del tiempo (sol.dif.fin) considerando días completamente nublados, temp de op. constante e igual a 79.6°C obtenida el día 92

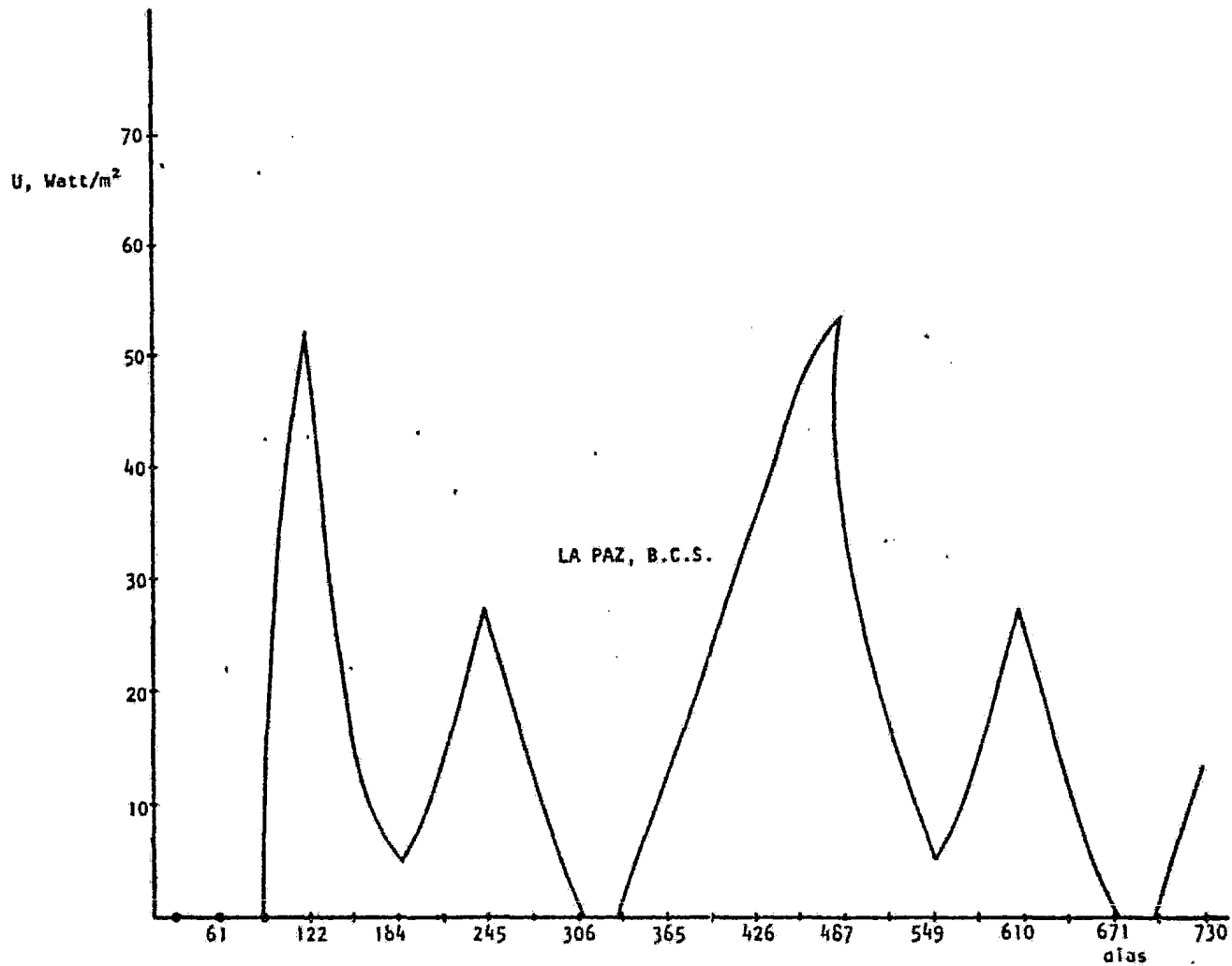


Fig 25. Potencia extraída en función del tiempo (sol.dif.fin.) considerando los días nublados y semi nublados; temp. de op. constante e igual a 63.7 °C obtenida el día 92

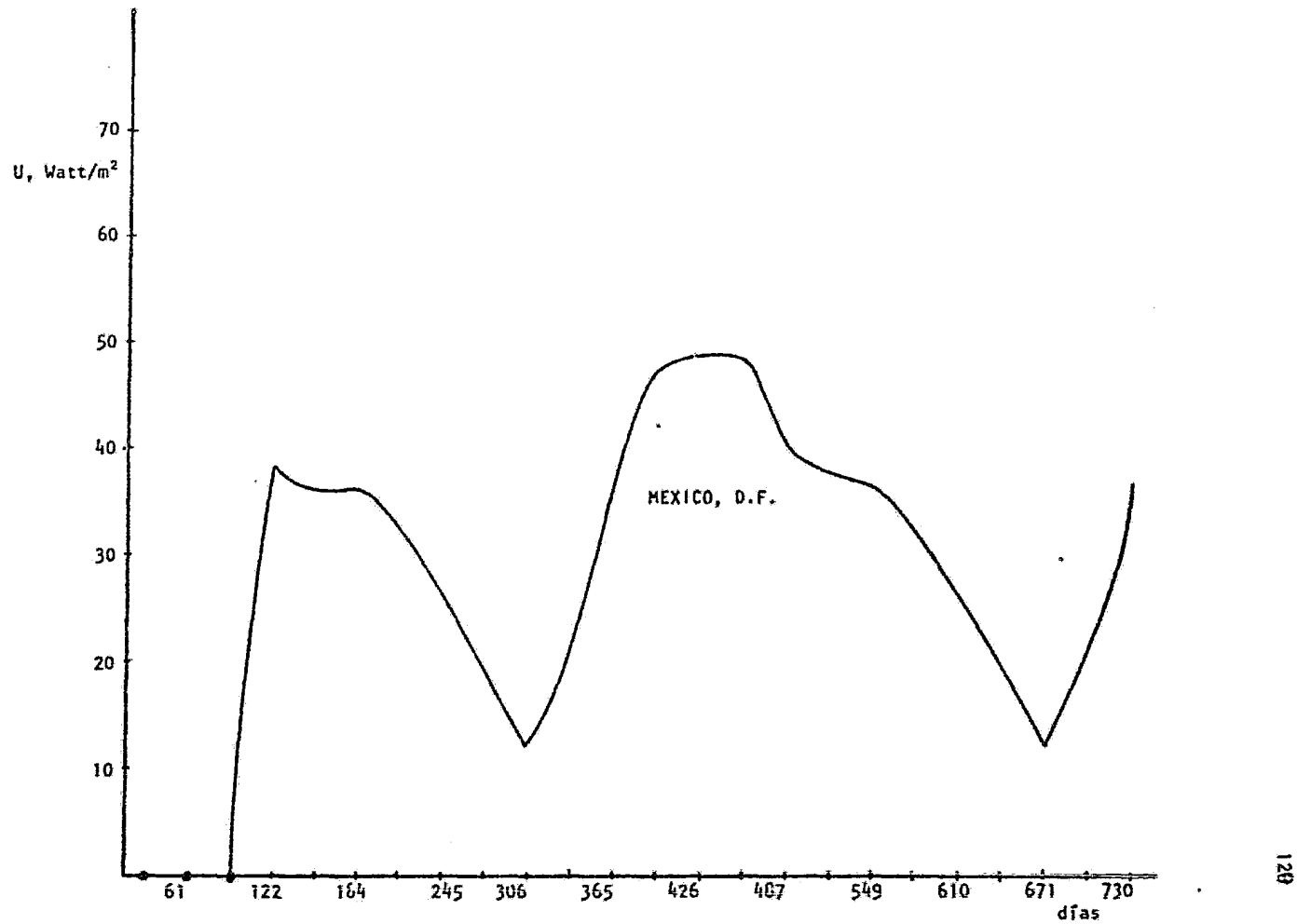


Fig 26. Potencia extraída en función del tiempo (sol. dif. fin) sin considerar los días nublados; temp. de op. constante e igual a 76.4°C obtenida el día 92

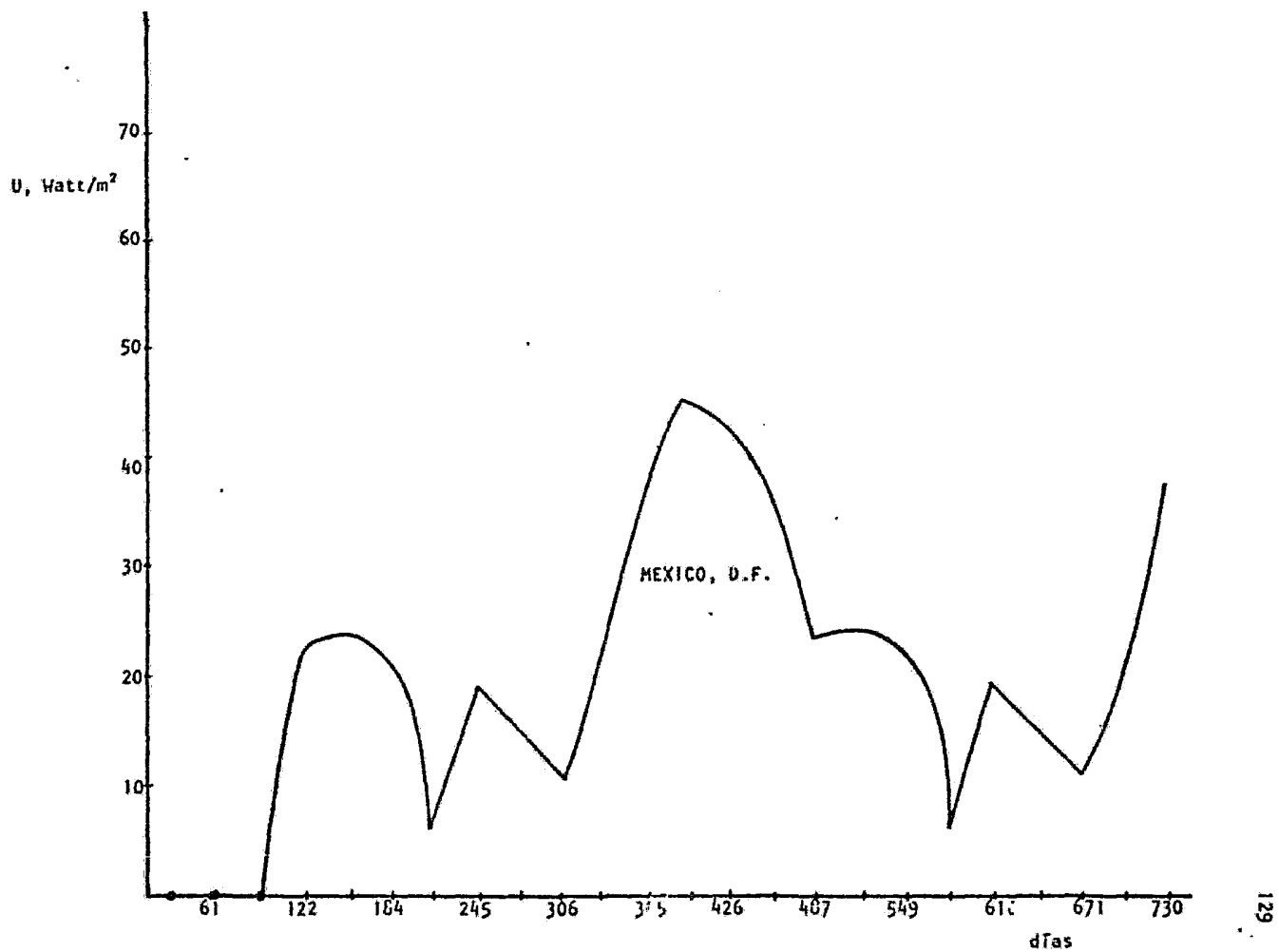


Fig 27. Potencia extraída en función del tiempo (sol.dif.fin) considerando días completamente nublados; temp. de op. constante e igual a 68°C obtenida el día 92

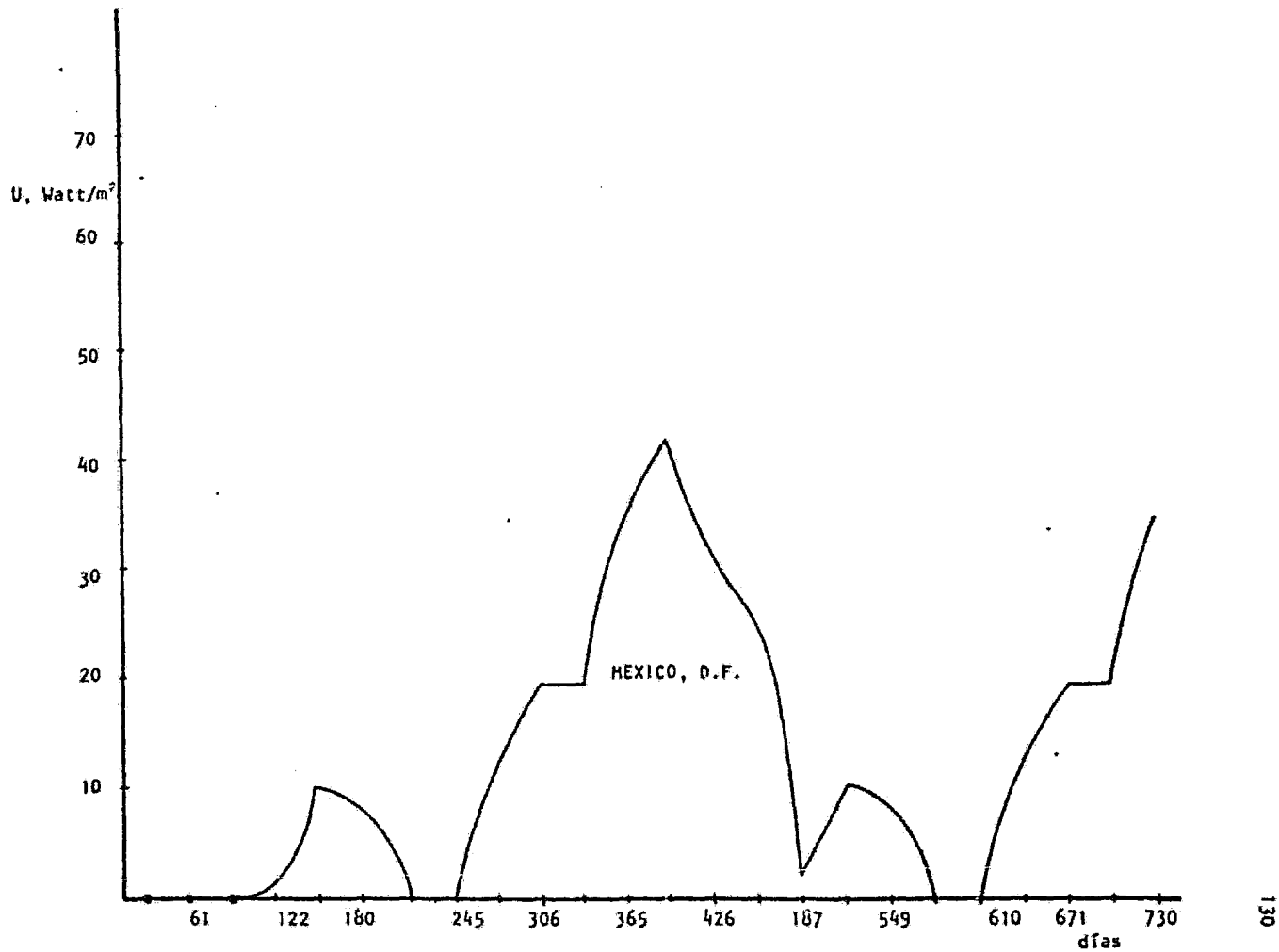


Fig 28. Potencia extraída en función del tiempo (sol.dif.fin) considerando días completamente nublados y seminublados; temp de op. constante e igual a 57 C obtenida el día 92

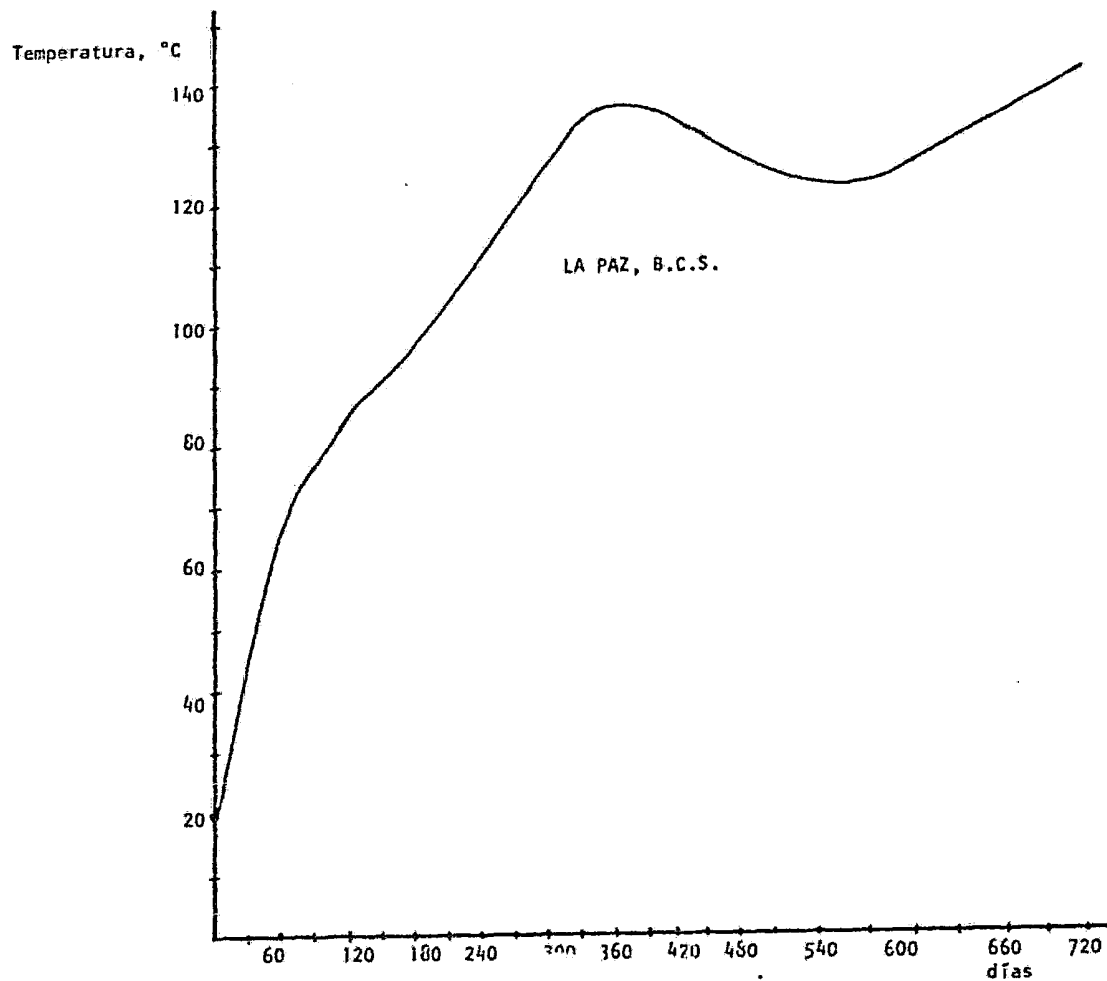


Fig 29. Temperatura de la zona convectiva inferior al transcurso del tiempo (sol.anal)
El estanque se expone a la radiación el 1^a de septiembre

marzo, es decir el 1° de septiembre y compararla con la fig 1.

Una observación importante es la que muestra que la zona convectiva amortigua la variación de la temperatura aun en los casos más extremos. Para comprobar esto, se obtiene la variación de la temperatura considerando días nublados y seminublados, y además un mes completamente nublado. Para La Paz se considera enero, por ser el mes más frío y con bastantes días nublados, y el resultado se muestra en la fig 30, como un ejemplo de lo mencionado.

Al comparar esta figura con la 10, que es la correspondiente con días nublados y seminublados, se observa que la temperatura para este caso extremo es solo 8°C menor que en un año normal, pues en éste se obtiene una temperatura mínima de 74°C y en el otro caso extremo de 66°C.

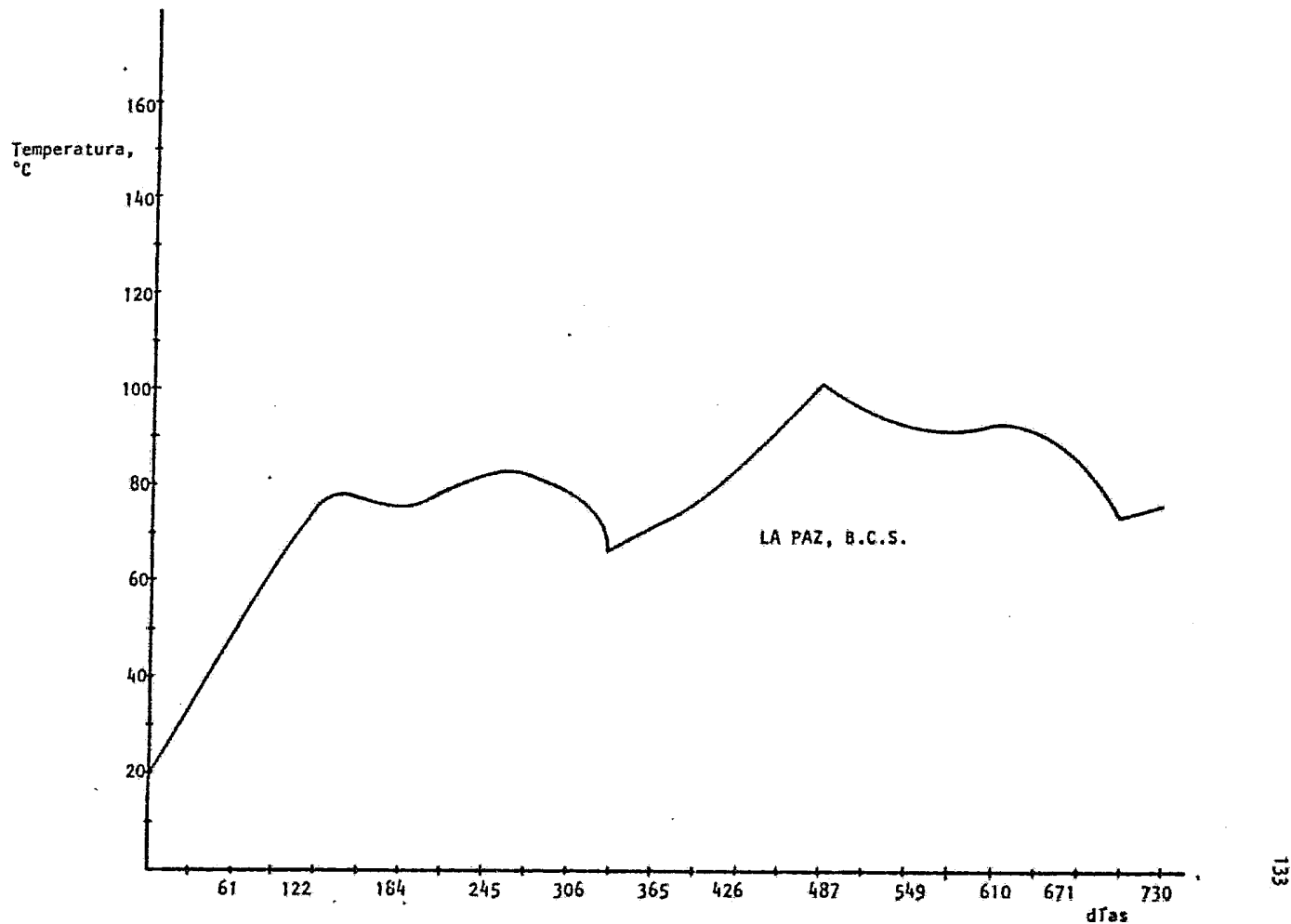


Fig 30. Temperatura de la zona convectiva inferior en función del tiempo (sol.dif.fin) considerando días completamente nublados y seminublados y además enero completamente nublado; sin extracción de energía

7. CONCLUSIONES

Desde el punto de vista térmico los resultados obtenidos permiten observar que las perspectivas para el proceso, como captador y almacén de energía, en la República Mexicana son alentadoras, ya que el estanque se mantiene en niveles adecuados de temperatura aún en las condiciones más adversas. Estas corresponden a considerar radiación nula en los días nublados y seminublados, lo cual no es completamente cierto, pues en estos casos hay radiación.

La eficiencia de captación media anual es del orden del 15%, lo que equivale a decir que para La Paz B.C.S. se tendrían alrededor de 1095 megajoule/m² y para México D.F., 942 megajoule/m² al año.

Con esta eficiencia del 15% mantenida fija a través del año, para La Paz la temperatura oscila entre 55 y 70°C para el caso mas adverso, entre 80 y 95°C al considerar sólo los días nublados y entre 85 y 100°C en el mejor de los casos, y para México entre 40 y 60°C, 60 y 75°, y 75 y 85°C para los tres casos, respectivamente.

En el caso de mantener la temperatura de operación del estanque fija la eficiencia en La Paz oscila entre 9% y 22% y en México entre 5.6% y - 15.3% en el mejor de los casos.

Comparando los resultados de los dos lugares se ve claramente que La Paz es potencialmente mejor que México para la operación de un estanque.

Otro resultado importante que se observó es que la temperatura del estanque no se afecta considerablemente con los cambios de condiciones climáticas, aún en el caso extremo de considerar un mes sin radiación.

El tiempo en que el estanque se calienta depende del mes en que se inicia la operación. Si se empieza en meses con alta radiación el calentamiento transitorio es más rápido que si se empieza en meses de baja radiación,

En lo que respecta a la comparación de las dos soluciones propuestas, es claro que la solución por diferencias finitas es mejor y más poderosa que la analítica, pero, ésta es más fácil de manipular.

Por otra parte se pudo observar que las aproximaciones hechas en la solución analítica, como son el considerar la temperatura de la zona convectiva superior igual a la ambiente y la discretización lineal de las pérdidas de calor son aceptables.

Por consiguiente para cálculos rápidos conviene ocupar la solución analítica y para mayores detalles la otra.

* Es obvio que ambas soluciones deben compararse con futuras mediciones experimentales, para saber si se ajustan a la realidad.

8. RECOMENDACIONES

Con los resultados obtenidos es recomendable lo siguiente:

- a) Operación de un prototipo experimental para realizar la correlación teórico-experimental
- b) Realizar un estudio comparativo con sales cuya solubilidad tenga una fuerte dependencia con la temperatura, tales como KNO_3 , NH_4NO_3
- c) Realizar un estudio más a fondo de las dimensiones del estanque, es decir variar las fronteras de las tres zonas para observar la influencia que ejercen
- d) Tratar de obtener datos de radiación diaria para tener mayor exactitud en los cálculos
- e) Estudiar la influencia de la radiación difusa, y no considerar, como se hizo, la radiación total como directa
- f) Con los datos experimentales de transmitancia en estanques de $NaCl$ y KNO_3 , recientemente reportados por Almanza (ref 37), obtener una función mejor que la ocupada en el presente estudio, pues se considera que los valores obtenidos con esta función son altos
- g) Realizar un estudio de la estabilidad del estanque, considerando la transferencia de masa y tratar de conjuntarlo con la solución térmica.

- h) Realizar estudios específicos sobre la utilización del proceso y su evaluación económica respectiva.

REFERENCIAS

- {1} H. Tabor and Z. Weinberger, "Nonconvecting Solar Ponds", Solar Energy Handbook, (J.F. Kreider and F. Kreith) Mc Graw Hill Book Co. New York (1981)
- {2} E.I.H. Lin et al, "Stability considerations and a double-diffusive convection model for Solar Ponds" Argonne National Laboratory, April (1979) ANL-CT-79-34
- {3} A. Rabi and C.E. Nielsen, "Solar pond for space heating" Solar Energy 17,1 (1975)
- {4} H. Weinberger, "The physics of the solar pond" Solar Energy 8,45 (1964)
- {5} R.H. Perry and C.H. Chilton "Chemical Engineers' Handbook" Mc Graw Hill Koga Kusha L.T.D. Tokyo (1973)
- {6} R.H. Stokes, "The diffusion coefficients of eight univalent electrolytes in aqueous solution at 25°C" J. Am. Chem Soc 72, 2243 (1950)
- {7} C.E. Nielsen et al "Flow system for maintenance of salt concentration gradient in solar ponds-Test in isothermal pond" Solar Energy 19, 763 (1977)

- {8} G. Assaf, "The Dead Sea; a scheme for a solar lake" Solar Energy 18, 293 (1976)
- {9} F. Muñoz G. "Diseño y construcción de un destilador solar" Tesis profesional Fac. de Química UNAM México (1976)
- {10} A.S. Perez C. "Diseño de un destilador solar para potabilizar agua" Tesis profesional ESIQIE, IPN, México (1971)
- {11} R. Almanza S., Investigador del Inst. de Ingeniería. UNAM, comunicación personal
- {12} H. Tabor, "Solar Ponds" Solar Energy 7, 189 (1963)
- {13} H. Tabor, "Using Solar Ponds to store power from Sun" Abstracts of Selected Solar Energy Technology ASSET 4/1, 20 (1982)
- {14} "Generación Eléctrica Hidrosolar, triunfo de la Tecnología Israelí" Información científica y Tecnológica 3, (43), 34, (1981)
- {15} D.L. Styrís et al. "The nonconvecting solar pond applied to building and process heating" Solar Energy 18, 245 (1976)
- {16} S.A. Shah, T.H. Short and R.P. Fynn. "A solar pond-assisted heat pump for greenhouses" Solar Energy 26, 491 (1981)

- {17} Brown et al. "Solar ponds for industrial process heat" Solar Energy Research Institute, Golden Col, Oct 1979, SERI/TP-351-460
- {18} J.A. Duffie and W. A. Beckman. "Solar Energy Thermal Processes" John Wiley & Sons Inc. New York (1974)
- {19} J.K. Page "The estimation on monthly mean values of daily total short-wave radiation on vertical and inclined surfaces from sunshine records for latitudes 40°N-40°S" Proc. UN Conf. on New sources of energy, Paper No 35/5/98, 1961
- {20} E.C. Boes "Fundamentals of Solar Radiation" Solar Energy Handbook, J.K. Freider and F. Kreith Mc Graw Hill Co. New York (1981)
- {21} H.C. Bryant and I. Colbeck, "A Solar Pond for London?" Solar Energy 19, 321 (1977)
- {22} C.F. Kooi. "The Steady state salt gradient solar pond" Solar Energy 23, 37 (1979)
- {23} R. Almanza y S. Lopez, "Radiación Solar global en la República Mexicana mediante datos de insolación" Informe Azul 357, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, 1975
- {24} I. Galindo y A. Chavez, "Estudio del Clima Solar en la República Mexicana" Instituto de Geofísica, UNAM, México, 1977

- {25} E. Hernández, "La distribución de la radiación global en México evaluada mediante la fotointerpretación de la nubosidad observada por satélites meteorológicos" Tesis de Maestría, Facultad de Ciencias, UNAM, México 1976
- {26} J.L. Fernández y V. Estrada "Cálculo de la Radiación Solar instantánea en la Rep. Mexicana" Informe interno del Instituto de Ingeniería, UNAM, Enero 1982.
- {27} R.B. Bird, W.E. Stewart and E.N. Lightfoot "Transport Phenomena" John Wiley & Sons Inc. New York (1960), chap 10
- {28} H.S. Carslaw, and J.C. Jaeger, "Conduction of Heat in Solids" p.18 Oxford University Press, 1959
- {29} C.R. Wylie, "Matemáticas superiores para Ingeniería" Mc Graw Hill Co México, 1969, Cap 1
- {30} B. Carnahan, H.A. Luther and J. O. Wilkes "Applied numerical methods" John Wiley & Sons New York 1969 Chap 7
- {31} Normales Climatológicas Período 1941-1970, Dirección General de Geog. y Meteorología, Servicio Meteorológico Mexicano, S.A.G. México 1976

- {32} W.H. Mc Adams "Heat Transmission", 3rd ed. Mc Graw Hill Co, New York 1954
- {33} "Atlas del Agua" Secretaría de Agricultura y Recursos Hídricos México 1976
- {34} "Inventario Regional de Aguas Subterráneas" Comisión del Plan Nacional Hídrico. Secretaría de Agricultura y Recursos Hídricos, México 1977
- {35} "Saline Water Conversion Engineering Data Book" U.S. Department of the Interior, July 1965
- {36} C. Cruickshank, Investigador Inst, de Ingeniería UNAM, Comunicación personal.
- {37} R. Almanza, and H.C. Bryant "Transmittance Measurements in the KNO₃ Solar Pond" UNM Salt Gradient Solar Pond Research Report 82/4. New Mexico (1982)