



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
FACULTAD DE INGENIERIA

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UNA  
ANTENA LOGARITMICO - PERIODICA  
CON POLARIZACION CIRCULAR

T E S I S

Que bajo la dirección del Dr. RODOLFO NERI VELA  
Y PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA  
P R E S E N T A N

JOSE DE JESUS TORRES ROCHA  
FELIPE DE JESUS SALAZAR VIZCARRA  
VICTOR HERNANDEZ MAGADAN

MEXICO, D. F.

1985



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# ANALISIS Y DISEÑO DE UNA ANTENA LOGARITMICO-PERIODICA

## CON POLARIZACION CIRCULAR

### I N D I C E

#### CAPITULO I I N T R O D U C C I O N

1.1	OBJETIVOS	1
1.2	PLAN DE TRABAJO	2
1.3	GENERALIDADES DEL METODO DE MOMENTOS	5
1.4	GENERALIDADES SOBRE LAS ANTENAS LOGARITMICO-PERIODICAS	6
1.5	EQUIPO UTILIZADO	9
1.6	REFERENCIAS	11

#### CAPITULO II E L M E T O D O D E M O M E N T O S

2.1	FORMULACION DEL PROBLEMA	13
2.2	METODO DE MOMENTOS	15
2.3	TECNICAS ESPECIALES	19
2.4	INTERPRETACION VARIACIONAL	20
2.5	REFERENCIAS	23

#### CAPITULO III F U N D A M E N T O S D E A N T E N A S

3.1	INTRODUCCION	24
3.2	DEFINICION Y CARACTERISTICAS DE LAS ANTENAS	25

3.3	TIPOS DE ANTENAS	49
3.4	ANTENAS LOGARITMICO-PERIODICAS	54
3.5	REFERENCIAS	75

CAPITULO IV APLICACION DEL METODO  
DE MOMENTOS AL CALCULO  
DE ANTENAS

4.1	CONSIDERACIONES PREVIAS	76
4.2	ANALISIS POR EL METODO DE MOMENTOS	81
4.3	DETERMINACION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS	83
4.4	REFERENCIAS	89

CAPITULO V ANALISIS DE LA ANTENA  
LOGARITMICO - PERIODICA  
CON POLARIZACION CIRCULAR

5.1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	90
5.2	DETERMINACION DE PARAMETROS	91
5.3	MODELO FISICO DE LA ANTENA LOGARITMICO PERIODICA CON POLARIZACION CIRCULAR	103
5.4	MATRIZ DE IMPEDANCIAS MUTUAS	117
5.5	OTROS METODOS DE ANALISIS	131
5.6	VECTOR DE CORRIENTES EN LOS SEGMENTOS	140
5.7	IMPEDANCIA DE ENTRADA Y RESISTENCIA DE RADIACION	142
5.8	ANALISIS DE LOS CAMPOS RADIADOS	148
5.9	GANANCIA, DIRECTIVIDAD Y OTROS	160
5.10	REFERENCIAS	163

CAPITULO VI IMPLEMENTACION Y  
PRUEBAS

6.1	MATERIALES	164
6.2	CONSTRUCCION	167
6.3	PRUEBAS	174
6.4	RESULTADOS	177
6.5	REFERENCIAS	178

CAPITULO VII CONCLUSIONES

7.1	VENTAJAS DEL METODO DE MOMENTOS	179
7.2	ANALISIS DE RESULTADOS	180
7.3	APLICACIONES	182
7.4	CONCLUSIONES	185
7.5	REFERENCIAS	186

APENDICE A TEORIA  
ELECTROMAGNETICA

A.1	ELECTROSTATICA	187
A.2	CAMPO MAGNETICO	203
A.3	ECUACIONES DE MAXWELL	214
A.4	ESPECTRO ELECTROMAGNETICO	220
A.5	REFERENCIAS	223

APENDICE B CAMPOS MAGNETICO Y ELECTRICO  
PRODUCIDOS POR LA ANTENA LOGARITMICO  
PERIODICA CON POLARIZACION CIRCULAR

B.1	CAMPO MAGNETICO "B"	225
-----	---------------------	-----

B.2	CAMPO ELECTRICO "E"	226
B.3	POTENCIAL VECTORIAL EN LA ANTENA	229
B.4	CAMPO ELECTRICO EN TERMINOS DE "A" Y "H"	234
B.5	CONTRIBUCION DE LOS DIPOLOS HORIZON TALES AL CAMPO MAGNETICO	235
B.6	CONTRIBUCION DE LOS DIPOLOS HORIZON TALES AL CAMPO ELECTRICO	240
B.7	CONTRIBUCION DE LOS DIPOLOS VERTICA LES AL CAMPO MAGNETICO	249
B.8	CONTRIBUCION DE LOS DIPOLOS VERTICA LES AL CAMPO ELECTRICO	250
B.9	CAMPOS TOTALES	252
B.10	REFERENCIAS	254

## APENDICE C PROGRAMAS DE COMPUTADORA

C.1	REQUERIMIENTOS PREVIOS	255
C.2	DIAGRAMA DE PROCESO	256
C.3	TERMINOLOGIA EMPLEADA	256
C.4	LIMITACIONES DE LOS PROGRAMAS	258
C.5	PASO 1.- DIMENSIONES FISICAS	260
C.6	PASO 2.- MATRIZ DE IMPEDANCIAS	263
C.7	PASO 3.- INVERSION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS	265
C.8	PASO 4.- CALCULO DE LAS IMPEDANCIAS DE ENTRADA Y DEL VECTOR DE CORRIENTES	273
C.9	PASO 5.- PATRON DE RADIACION Y DIRECTIVIDAD	276
C.10	PASO 6.- CALCULO DE LA GANANCIA	278

C.11 PROGRAMAS DE COMPUTADORA	280
C.12 REFERENCIAS	302

BIBLIOGRAFIA	303
--------------	-----

# CAPITULO I

## INTRODUCCION

### INDICE

1.1	OBJETIVOS	1
1.2	PLAN DE TRABAJO	2
	1.2.1. DESARROLLO DEL SEMINARIO	2
	1.2.2. ESTRUCTURA DE LA TESIS	3
1.3	GENERALIDADES DEL METODO DE MOMENTOS	5
1.4	GENERALIDADES SOBRE LAS ANTENAS LOGARITMICO PERIODICAS	6
1.5	EQUIPO UTILIZADO	9
1.6	REFERENCIAS	11

C A P I T U L O II N T R O D U C C I O N .

En este capítulo se presenta un panorama general del seminario, abarcando los diversos puntos de vista con que se analizó el problema propuesto, así -- como algunos temas que deben tenerse en cuenta debido a la información que -- proporcionan.

### 1.1 O B J E T I V O S .

Dos son los principales objetivos que pretenden alcanzarse en el desarrollo de este seminario:

- a).- Diseñar una antena logarítmico periódica con polarización circular, considerando que este tipo de antena puede proporcionar nuevos conocimientos al campo de la teoría de antenas;
- b).- Analizar la nueva estructura en base a un método numérico de aplicación general desarrollado recientemente y comparar los resultados obtenidos con mediciones de campo.

Aunados a los anteriores, se pretenden satisfacer otros objetivos que resultan consecuencia de los primeros, tales como:

- a).- Sintetizar los principios de diseño de antenas logarítmico periódicas, así como los de polarización circular;
- b).- Conocer otros métodos usados en el análisis de antenas de características similares a la estudiada, a fin de compararlos y conocer sus ventajas;
- c).- Sugerir posibles aplicaciones, tanto de la antena bajo estudio -- como del método utilizado.

## 1.2 PLAN DE TRABAJO.

Este punto será dividido en dos partes, considerando en la primera lo correspondiente al trabajo de investigación, y en la segunda la estructura de la presente tesis.

1.2.1. DESARROLLO DEL SEMINARIO.- Para el análisis de la antena se -- utilizó el llamado "Método de Momentos", así que una vez estudiados -- tanto el propio método como la teoría de las antenas logarítmico periódicas, el siguiente paso fué determinar un modelo que, a la vez que se adaptara a -- los recursos disponibles en el laboratorio, cumpliera con los fines demostrativos del seminario; posteriormente se implementó el método mediante un sistema de seis programas de computadora para obtener el análisis completo de --

la estructura seleccionada, comprobando al mismo tiempo los resultados y optimizando las alternativas de elaboración a fin de lograr el máximo de exactitud con el mínimo de tiempo-máquina, buscando en los programas evitar el uso de instrucciones reservadas al computador en que se efectuaron las pruebas para hacerlos tan elásticos como fuese posible, permitiendo así a futuros usuarios el uso de los mismos y evitar su innecesaria adaptación a otros sistemas de cómputo, con la consecuente pérdida de tiempo.

Por último y en base a los resultados teóricos obtenidos, se efectuaron pruebas de laboratorio a diversos modelos físicos hasta lograr uno en que se obtuvieran los más acordes con los calculados, pues por causas ajenas no fué posible encontrar en el mercado los materiales óptimos para usarse en las frecuencias utilizadas. Es de observar la pobre información existente sobre construcción de antenas de este tipo, razón que ocasionó el ensayo aludido, ya que la discordancia entre los datos teóricos y los reales se debió principalmente a lo inadecuado de los materiales utilizados.

1.2.2 ESTRUCTURA DE LA TESIS.- La presente tesis consta de siete capítulos organizados de tal modo que en forma progresiva se van cubriendo los temas que la constituyen, desde los fundamentos hasta las conclusiones a las que se llegó en el desarrollo del seminario.

Al término de cada capítulo se presenta una bibliografía detallada sobre las fuentes que sirvieron de consulta para el tema tratado y al final, la referencia completa de las obras citadas.

En el presente capítulo se hace una presentación formal del método de momentos, algunos comentarios sobre otros métodos de análisis para antenas logarítmico periódicas y se mencionan las características del equipo utilizado en el desarrollo de las pruebas experimentales correspondientes.

En el capítulo II se describen los fundamentos matemáticos del método de momentos y algunas técnicas necesarias para facilitar su aplicación según la exactitud deseada.

El capítulo III presenta las nociones fundamentales de la teoría de antenas, incluyendo sus principales características y parámetros.

El capítulo IV liga los conceptos expuestos en los dos anteriores, mostrando cómo puede aplicarse el método de momentos al análisis de antenas constituidas por varillas.

Con el capítulo V se concluye la parte teórica de la tesis aplicando el método propuesto con anterioridad al caso concreto de una estructura radiante con características particulares (antena logarítmico-periódica).

El capítulo VI detalla las pruebas de laboratorio efectuadas al diseño seleccionado, comparando los resultados obtenidos con los previamente calculados mediante el método de momentos.

En el capítulo VII se señalan las observaciones realizadas, se concluye juzgando la validez del método en base a los resultados finales y se pro

ponen posibles aplicaciones prácticas de lo expuesto en los capítulos precedentes.

Como apéndices, se presentan algunas nociones de teoría electromagnética, el desarrollo de las ecuaciones obtenidas para el modelo y un instructivo de operación de los programas de computadora elaborados, pretendiendo con ésto facilitar su aplicación a otros usuarios.

### 1.3 GENERALIDADES DEL METODO DE MOMENTOS.

El uso de computadoras digitales ha hecho posible el desarrollo de métodos numéricos con los cuales se ha facilitado la solución de múltiples problemas de interés práctico, mismos que por las técnicas clásicas resultan difíciles de analizar debido a la alta complejidad de las expresiones matemáticas que involucran.

Uno de tales métodos es el llamado método de momentos, que es un procedimiento de aplicación general para resolver problemas lineales. Este procedimiento está considerado como método matricial debido a que transforma una ecuación original de tipo funcional a una ecuación matricial equivalente. Su grado de exactitud está en función directa del orden de las matrices involucradas en un problema específico, así como de la capacidad de almacenamiento del computador utilizado y del tiempo requerido para lograr la exactitud deseada.

Teniendo en cuenta la combinación de estos factores aplicados al pro-

blema aquí presentado y después de una ponderación de su influencia sobre -- los resultados pretendidos, se llegó a la decisión que más adelante se expone.

El método de momentos tiene fundamentados sus principios matemáticos en la teoría de espacios y operadores lineales (1), pero su enfoque a problemas de ingeniería comienza con los estudios realizados por R.F. Harrington (2) y publicados en 1967 (3-4). A partir de entonces se ha aplicado el método con bastante éxito a la solución de problemas de índole electromagnética, pudiéndose citar entre quienes lo han utilizado a Kyle -1970-(5). Imbriale -1973-(6-7), R. Neri y T.S.M. Maclean -1978-79-(8-9), siendo estos últimos quienes, además de aplicar el método al análisis de un paraboloide reflector, aportan abundante información sobre el comportamiento del método de momentos en sí -- mismo.

#### 1.4 GENERALIDADES SOBRE LAS ANTENAS LOGARITMICO PERIODICAS.

Antes de comenzar esta sección, es conveniente aclarar que lo expuesto a continuación no pretende ser sino una breve reseña sobre el desarrollo de las antenas logarítmico periódicas, también llamadas logoperiódicas o simplemente logarítmicas, dejando para el capítulo III (inciso 3.4) la descripción formal de este tipo de radiadores.

A medida que fueron progresando los diseños en materia de equipo para comunicaciones, fué surgiendo la necesidad de contar con antenas cuyo comportamiento se mantuviese dentro de un determinado rango de estabilidad en anchos de banda cada vez mayores.

Para satisfacer este requisito se hicieron estudios en los laboratorios de la Universidad de Urbana, Illinois, que a fin de cuentas llevaron a la -- creación de dos tipos de antenas, conceptual y estructuralmente diferentes: las antenas equiangulares y las antenas logarítmico periódicas.

La idea común a ambos tipos se basa en el hecho de que, si todas las dimensiones de una antena se modifican en un factor  $\tau$ , tanto su patrón de radiación como su impedancia (ver incisos 3.2.3 a y b) permanecen fijos si la longitud de onda de operación también se varía en el mismo factor  $\tau$ , es decir que el comportamiento de la antena es independiente de la frecuencia si sus dimensiones, medidas en longitudes de onda, se mantienen constantes. Esta idea es conocida en términos electromagnéticos con el nombre de principio de escalamiento.

V.H. Rumsey -1957-(10), basado en este principio estudió las antenas equiangulares, mientras por otro lado, R.H. Duhamel y D.E. Isbell -1957-(11) desarrollaron la idea de las antenas con período logarítmico, llamadas así porque su comportamiento se repite periódicamente a intervalos que varían según alguna función del logaritmo de la frecuencia.

A partir de entonces surgió un gran número de diseños tanto de arreglos como antenas simples, teniendo siempre como factor común la mejora en el comportamiento eléctrico de los precedentes. Por mencionar algunos diseñadores citaremos a Isbell (12), Green (13), Keen (14), Campbell (15), Millard (16), Wharton (17) y Pues (18).

De los diseños por ellos creados, el más conocido es el de la llamada - antena logarítmico periódica tipo dipolo, creada en 1958 por *D.E. Isbell* y - dada a conocer en 1960 (19) mediante la publicación de los resultados obteni- dos en sus experimentos.

En 1961, *R.L. Carrel* publicó un primer análisis del comportamiento de - la antena (20), habiendo utilizado el método de la FEM inducida (21) para -- estudiar la distribución de corrientes a lo largo del arreglo. Este método - fué corregido posteriormente por *Butson*(22) en lo referente al cálculo de la ganancia. Sobre esta característica, de *Vitto y Stracca* realizaron estudios más profundos (23) siguiendo la teoría de los tres términos propuesta por -- *Cheong y King* (24) para analizar las antenas logoperiódicas en base al estu-- dio de arreglos de dipolos de diferente longitud y espaciamiento mutuo.

Por su parte, *Mayes, Deschamps y Patton* (25) analizaron el patrón de -- radiación de la nueva antena -1961-, obteniendo algunas relaciones importan- tes.

A *Kyle* (5) se debe la primera aplicación del método de momentos al aná- lisis tanto de una sola como de un arreglo de antenas logoperiódicas con -- polarización lineal, habiéndolo seguido *Sinnot* (26) con un mejor método para - obtener la matriz de impedancias considerando su comportamiento en múltiples - frecuencias.

En los siguientes capítulos se expone un resumen sobre los principales -

aspectos cubiertos por los autores citados, combinando además la polarización circular, no tratada en las obras consultadas.

### 1.5 EQUIPO UTILIZADO.

Para efectuar el análisis del modelo propuesto, se utilizó principalmente una computadora IBM/370-135 bajo el sistema operativo DOS/VS, con una capacidad total de memoria real de 512 Kbytes divididos en cinco particiones, lo que reduce considerablemente la memoria disponible a 44K bytes por partición (utilizables para almacenamiento de datos). Este obstáculo se salvó almacenando los resultados parciales en cinta magnética, logrando así poder distribuir el trabajo en secciones independientes.

El tiempo-máquina promedio requerido para el análisis completo a una frecuencia determinada resultó ser de tres horas y media aproximadamente. Los detalles sobre la manera como se lograron los resultados aquí señalados se darán más adelante.

En el laboratorio, para llevar a cabo las pruebas correspondientes a polarización, radiación, ganancia, etc., se utilizaron los siguientes equipos:

- a).- Oscilador de U.H.F.
- b).- Generador de Funciones

- c).- Indicador de V.S.W.R.
- d).- Detector Coaxial

Las principales características de cada uno de los instrumentos son:

- a).- Oscilador de ultra alta frecuencia: es del modelo 1362 con un -- rango de frecuencia de 220 a 920 MHz, con una precisión de  $\pm 1\%$ , potencia de salida ( $50\Omega$ ) de 160 mw y una impedancia de modulación de  $3 K\Omega$ , marca GENERAL RADIO COMPANY.
- b).- Generador de funciones *Hewlett Packard* modelo 3310A que genera -- las siguientes formas de onda: Senoidal, Cuadrada, Triangular, - Pulsos positivo y negativo, Rampa negativa y positiva, con una - frecuencia de operación de 0.0005 Hz a 50 KHz  $\pm 1\%$ .
- c).- Indicador de V.S.W.R. modelo 6593A de *Marconi Instruments* con las siguientes características:

Entrada	2 Canales	Alta impedancia $200 \Omega$
Rango de Frecuencias		800 Hz - 1200 Hz
Sensitividad		0.5 $\mu$ V R.M.S. en canal
Nivel de Ruido		menor a -10 dB

- d).- Detector Coaxial tipo 6002 de *Marconi Instruments*, con las siguientes características:

Rango de Frecuencias	200 MHz - 12 GHz
Tipo de Diodo	CV 2154
Conector de Entrada de RF.	Tipo N macho

## 1.6 REFERENCIAS

NOTA.- Los números entre diagonales indican la ubicación de cada referencia en la bibliografía al final de la tesis. Esta notación se seguirá en todos los capítulos.

- (1) Gavurin /4/, Pp. 48 y 56
- (2) Harrington Et AL. "Matrix Methods For Solving Field Problems" --  
Rome Air Development Center. Griffiss, Afb, N. Y. Final Rept. --  
Under Contract A8 30(602)-3724, March, 1966. Citado en /53/, --  
P. 149.
- (3) Harrington /53/, P. 136.
- (4) Harrington /13/, Pp. 5-6.
- (5) Kyle /61/, Pp. 15-16.
- (6) Imbriale /17/, Pp. 5-17.
- (7) Imbriale, IEEE, T-AP. 18, No. 15 (1970). Citado en /17/, P. 30
- (8) Neri /28/, /64/, /65/.
- (9) Neri y Maclean /66/, /67/.
- (10) Rumsey /73/, P. 114.
- (11) Duhamel e Isbell /50/, Pp. 119-120.
- (12) Isbell /55/, P. 1152.
- (13) Green /52/, Pp. 332-333.
- (14) Keen /59/, P. 489.
- (15) Campbell /45/, Pp. 718-719.
- (16) Millad /63/, Pp. 148-149.
- (17) Wharton /77/, P. 9.
- (18) Pues /71/, P. 159.

- (19) Isbell /56/, Pp. 260-262.
- (20) Carrel /46/, P. 61.
- (21) Kraus /23/, P. 254.
- (22) Butson /44/, P. 105.
- (23) De Vito y Stracca /48/, P. 303. /49/, P. 714.
- (24) Cheong y King /47/, Pp. 1315-1316.
- (25) Mayes Et. AL. /62/, P. 962.
- (26) Sinnot /75/, P. 592.

# CAPITULO II

## EL METODO DE MOMENTOS

### INDICE

2.1	FORMULACION DEL PROBLEMA	13
2.2	METODO DE MOMENTOS	15
2.3	TECNICAS ESPECIALES	19
2.3.1.	IGUALACION DE PUNTOS	20
2.3.2.	BASES SUBSECCIONALES	21
2.3.3.	OPERADORES EXTENDIDOS	21
2.3.4.	OPERADORES APROXIMADOS	22
2.3.5.	SOLUCIONES DE PERTURBACION	22
2.4	REFERENCIAS	23

C A P I T U L O II

## E L M E T O D O D E M O M E N T O S

Una vez hechas las consideraciones previas al estudio aquí presentado, se iniciará el desarrollo del mismo anotando los conceptos fundamentales del método de momentos, herramienta principal del análisis.

**2.1 FORMULACION DEL PROBLEMA (1-2).**

Sea un problema de cualquier naturaleza, tal que pueda ser representado por una ecuación de tipo no homogéneo de la forma

$$L(f) = g \quad (2.1)$$

Donde "L" es un operador lineal;

"f" es el campo o respuesta (función desconocida que se trata de determinar;

"g" es la excitación o fuente (función conocida).

Se dice que el problema es determinístico si la solución es única, es decir, si solamente una "f" está asociada con cada "g". El problema de análisis, por una parte, trata de determinar "f" cuando "L" y "g" son dadas; el problema de síntesis, en cambio, trata de determinar "L" cuando "f" y "g" -- son especificados. Dado un problema determinístico en la forma de la ecuación (2.1), deseamos identificar el operador "L", su dominio (el conjunto de funciones "f" sobre las cuales opera) y su rango (las funciones "g" resultantes de la operación); además es necesaria la operación "producto interno" de dos funciones,  $\langle f, g \rangle$ , definida como una cantidad escalar tal que deberá satisfacer las relaciones.

$$\langle f, g \rangle = \langle g, f \rangle \quad (2.2)$$

$$\langle \alpha f + \beta g, h \rangle = \alpha \langle f, h \rangle + \beta \langle g, h \rangle \quad (2.3)$$

$$\langle f^*, f \rangle > 0 \quad \text{SI } f \neq 0 \quad (2.4)$$

$$\langle f^*, f \rangle = 0 \quad \text{SI } f = 0 \quad (2.5)$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son escalares y \* indica el complejo conjugado. Denotando como norma a  $\| f \|$ , definida por

$$\| f \| = \sqrt{\langle f, f^* \rangle} \quad (2.6)$$

y que corresponde al concepto vectorial euclidiano de longitud, la métrica "d" de dos funciones resulta

$$d(f, g) = \| f - g \| \quad (2.7)$$

que corresponde al concepto vectorial euclidiano de distancia entre dos puntos.

Las propiedades de la solución de 2.1 dependen de las propiedades del operador "L". El operador adjunto " $L^a$ " y su dominio están definidos por

$$\langle L(f), g \rangle = \langle f, L^a(g) \rangle \quad (2.8)$$

para toda "f" en el dominio de "L". Un operador es adjunto propio si  $L^a = L$  y el dominio de " $L^a$ " es el de "L". Un operador es real si  $L(f)$  es real cada vez que "f" es real. Un operador es positivo definido si

$$\langle f^*, L(f) \rangle > 0 \quad (2.9)$$

para toda  $f \neq 0$  en su dominio; es positivo semidefinido si

$$\langle f^*, L(f) \rangle \geq 0 \quad (2.10)$$

es negativo definido si

$$\langle f^*, L(f) \rangle < 0 \quad (2.11)$$

Si la solución de  $L(f) = g$  existe y es única para toda "g", entonces el operador inverso  $L^{-1}$  existe, tal que

$$f = L^{-1}(g) \quad (2.12)$$

Si "g" es conocida, entonces (2.12) representa la solución al problema original.

## 2.2 METODO DE MOMENTOS.

Volvamos a la ecuación no homogénea

$$L(f) = g \quad (2.13)$$

Donde "L" es un operador lineal, "g" es conocida y "f" se va a determinar. Sea "f" expandida en una serie de funciones "f<sub>1</sub>", "f<sub>2</sub>", "f<sub>3</sub>", ..., "f<sub>n</sub>" en el dominio de "L", como

$$f = \sum_n \alpha_n f_n \quad (2.14)$$

donde las  $\alpha_n$  son constantes y  $n = 1, 2, 3, \dots$

Llamemos a las "f<sub>n</sub>" funciones de expansión o funciones base. Para una solución exacta, la ecuación (2.14) es una sumatoria infinita y las "f<sub>n</sub>" -- forman una conjunto de funciones base (3). Para soluciones aproximadas, (2.14) es usualmente una sumatoria finita.

Sustituyendo (2.14) en (2.13) y haciendo uso de la linealidad de "L", tenemos que

$$\sum_n \alpha_n L(f_n) = g \quad (2.15)$$

Se asume que previamente ha sido determinado un producto interno de la forma  $\langle f, g \rangle$  para el problema

Definiendo ahora un conjunto de funciones de peso o funciones de prueba  $w_1, w_2, \dots, w_m$  en el rango de "L" y tomando el producto interno (2.15) con cada  $w_m$ , el resultado es

$$\sum_n \alpha_n \langle w_m, L(f_n) \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad (2.16)$$

Este conjunto de ecuaciones puede ser escrito en forma matricial como

$$\begin{bmatrix} 1_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_m \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

donde

$$1_{mn} = \begin{bmatrix} \langle w_1, L(f_1) \rangle & \langle w_1, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_1, L(f_n) \rangle \\ \langle w_2, L(f_1) \rangle & \langle w_2, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_2, L(f_n) \rangle \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \langle w_m, L(f_1) \rangle & \langle w_m, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_m, L(f_n) \rangle \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\begin{bmatrix} g_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \langle w_2, g \rangle \\ \vdots \\ \langle w_m, g \rangle \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Si la matriz " $l_{mn}$ " es no singular, su inversa " $l_{nm}^{-1}$ " existe y por -- tanto, las  $\alpha_n$  están dadas por

$$\begin{bmatrix} \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{nm}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_m \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

y la solución para "f" está dada por (2.14)

Para obtener expresiones concisas de este resultado, se define la - matriz de funciones

$$\begin{bmatrix} \hat{f}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1, f_2, \dots, f_n \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

con lo cual se podrá escribir

$$f = \begin{bmatrix} \hat{f}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{f}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{nm}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_m \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Esta solución puede resultar exacta o aproximada dependiendo de la selección de " $f_n$ " y " $w_m$ ". En particular, la selección " $w_m = f_n$ " es conocida como método de Galerkin.

Una de las principales tareas en un problema particular es la apropiada selección de " $f_n$ " y " $w_m$ ". Las " $f_n$ " deberán ser linealmente independientes y escogidas de tal modo que, por superposición, (2.14) pueda ser aproximada a " $f$ " razonablemente.

Las funciones " $w_m$ " también deberán ser linealmente independientes y escogidas para que los productos  $\langle w_m, g \rangle$  dependan de las propiedades relativamente independientes de " $g$ ".

Entre los factores adicionales que afectan la selección de " $f_n$ " y " $w_m$ ", pueden citarse los siguientes:

- 1.- La exactitud deseada en la solución;
- 2.- La facilidad de evaluación de los elementos de la matriz;
- 3.- El orden de la matriz que pueda ser invertida; y
- 4.- La elaboración de una matriz " $l_{mn}$ " bien condicionada

Cuando la ecuación (2.1) es la expresión matemática de algún problema físico, " $L$ " representa el sistema, " $g$ " la excitación y " $f$ ", la respuesta.

### 2.3 TECNICAS ESPECIALES.

Cuando la ecuación del operador es sencilla, la aplicación --

del método de momentos da soluciones de una manera directa. Sin embargo, la mayoría de los problemas de campo, de interés en ingeniería, no son simples. El problema físico puede ser representado por muchas diferentes ecuaciones con operadores, y debe ser entonces escogida la que más se adecúe a las necesidades del caso particular a resolver. -- La forma de "L" puede resultar muy complicada, pero afortunadamente existe un número infinito de conjuntos de funciones de expansión " $f_n$ " y funciones de prueba " $w_m$ " de entre los cuales es posible hacer una elección. Finalmente se debe citar que existen aproximaciones matemáticas que pueden utilizarse en la evaluación de los elementos de las matrices " $l_{mn}$ " y " $g_m$ ".

Aquí se describirán, en términos generales, algunas técnicas especiales útiles para superar estas dificultades.

2.3.1. IGUALACION DE PUNTOS. Las integrales involucradas en la evaluación de  $l_{mn} = \langle w_m, L(f_n) \rangle$  expresada en (2.18) son a menudo difíciles de manejar en problemas prácticos.

Una manera simple de obtener soluciones aproximadas es hacer -- que la ecuación (2.15) se satisfaga en puntos discretos de la región de interés. Este procedimiento es llamado igualación de puntos (point matching method).

En términos del método de momentos, es equivalente a utilizar funciones delta de Dirac como funciones de prueba.

2.3.2. BASES SUBSECCIONALES.- Otra aproximación útil para problemas prácticos es el método de las subsecciones, que involucra el uso de funciones base " $f_n$ " existentes individualmente sólo sobre subsecciones del dominio de " $f$ ". Entonces, cada  $\alpha_n$  de la expresión (2.14) afecta la aproximación de " $f$ " solamente sobre una subsección en la región de interés. Este procedimiento generalmente simplifica la evaluación y/o la forma de la matriz " $l_{mn}$ ".

Algunas veces es conveniente usar el método de igualación de puntos en conjunto con el método de las subsecciones.

2.3.3. OPERADORES EXTENDIDOS.- Un operador se define por una operación (por ejemplo  $L = d/d x^2$ ) y un dominio (espacio de funciones en el que la operación puede ser aplicada). El dominio de un operador puede ser extendido redefiniendo la operación para aplicar nuevas funciones, mientras que esta operación extendida no cambie la operación original en su dominio.

Si el operador original es adjunto propio, entonces es deseable que el operador extendido también lo sea.

Con este procedimiento es posible utilizar una gran variedad de funciones para la solución del método de momentos. Esto se torna particularmente importante en problemas multivariados (campos en espacios multidimensionales), donde no siempre es fácil encontrar funciones simples en el dominio del operador original.

2.3.4. OPERADORES APROXIMADOS.- En problemas complejos, algunas veces resulta conveniente aproximar la función del operador para obtener soluciones con poco error. Para operadores diferenciales en particular, la aproximación de diferencias finitas ha sido ampliamente usada. En el caso de los operadores integrales, se puede obtener un operador aproximado si se substituye la función del operador integral por otro de resultados menos exactos pero de más fácil evaluación.

Algunos métodos por los que una ecuación funcional es reducida a una ecuación matricial pueden interpretarse en términos del método de momentos. De aquí que para alguna solución matricial usando aproximaciones del operador existirá una correspondiente solución de momentos utilizando aproximaciones de la función.

2.3.5. SOLUCIONES DE PERTUBACION.- En ciertas ocasiones, el problema en consideración es sólo ligeramente diferente (perturbado) a otro que puede ser resuelto exactamente (problema no perturbado). Una solución de primer orden al problema perturbado puede ser obtenida utilizando la solución del problema no perturbado como una base para el método de momentos, por lo que este procedimiento es conocido con el nombre de método de perturbación.

Soluciones de perturbación de alto orden pueden ser obtenidas usando la solución no perturbada, más algunos términos de corrección en el método de momentos.

## 2.4 REFERENCIAS.

- (1) *Harrington /13/, pp.2-21.*
- (2) *Harrington /53/, pp. 136-138.*
- (3) *Gerez /9/, Parr. 1.2, pp. 9-18.*
- (4) *Harrington /13/, p. 18.*

## CAPITULO III

### FUNDAMENTOS DE ANTENAS

#### INDICE

3.1	INTRODUCCION	24
3.2	DEFINICION Y CARACTERISTICAS DE LAS ANTENAS	25
3.2.1	PRINCIPIOS DE OPERACION	26
3.2.2	LONGITUD ELECTRICA	29
3.2.3	PROPIEDADES DE LAS ANTENAS	31
3.3	TIPOS DE ANTENAS	49
3.4	ANTENAS LOGARITMICO PERIODICAS	54
3.4.1	PRINCIPIO LOGOPERIODICO	56
3.4.2	LA ANTENA LOGARITMICO PERIODICA TIPO DIPOLO	58
3.4.3	CONSTANTE LOGOPERIODICA	59
3.4.4	ANGULO DE APERTURA	62
3.4.5	RELACION ENTRE $\tau$ Y $\alpha$	63
3.4.6	RELACIONES ENTRE OTRAS LONGITUDES	63
3.4.7	CONSTANTE DE ESPACIAMIENTO	65
3.4.8	METODOS DE ALIMENTACION	68
3.4.9	ANALISIS INTERIOR	70
3.5	REFERENCIAS.	75

Particularizando lo anterior al caso concreto de una antena, cabe afirmar que su análisis como parte de un todo puede hacerse tan complicado o sencillo como se desee, dependiendo del punto de vista del diseñador, quien de una u otra forma, al seleccionar el método de análisis, deberá tener en cuenta que éste considere, si no todas, al menos las principales características y parámetros de las antenas, y garantizar así que con un determinado porcentaje de tolerancia, el dispositivo se comportará según lo previsto en su análisis.

Lo anterior conduce a concluir que es necesario un conocimiento, al -- menos breve, sobre los puntos que deben considerarse al diseñar una antena, -- para tomar conciencia del grado de importancia que pueden revestir unos con respecto a otros en un momento determinado.

El objetivo de este capítulo es el de proporcionar los principales conceptos de la teoría de antenas, pretendiendo con esto tener un panorama general sobre el campo que abarca la presente tesis. No se intenta, sin embargo, hacer un completo tratado sobre el tema, pues a la fecha se ha publicado bastante información al respecto. De hecho, los párrafos siguientes no son -- sino un breve resumen del contenido de las obras consultadas, citándose principalmente aquellos temas que sirvieron de base a la elaboración de la presente tesis.

### 3.2 DEFINICION Y CARACTERISTICAS DE LAS ANTENAS.

Una antena de radio es la estructura asociada a la región de transición entre una onda guiada y una onda en el espacio, o viceversa (1). Por lo --

## CAPITULO III

### FUNDAMENTOS DE ANTENAS

#### INDICE

3.1	INTRODUCCION	24
3.2	DEFINICION Y CARACTERISTICAS DE LAS ANTENAS	25
3.2.1	PRINCIPIOS DE OPERACION	26
3.2.2	LONGITUD ELECTRICA	29
3.2.3	PROPIEDADES DE LAS ANTENAS	31
3.3	TIPOS DE ANTENAS	49
3.4	ANTENAS LOGARITMICO PERIODICAS	54
3.4.1	PRINCIPIO LOGOPERIODICO	56
3.4.2	LA ANTENA LOGARITMICO PERIODICA TIPO DIPOLO	58
3.4.3	CONSTANTE LOGOPERIODICA	59
3.4.4	ANGULO DE APERTURA	62
3.4.5	RELACION ENTRE $\tau$ Y $\alpha$	63
3.4.6	RELACIONES ENTRE OTRAS LONGITUDES	63
3.4.7	CONSTANTE DE ESPACIAMIENTO	65
3.4.8	METODOS DE ALIMENTACION	68
3.4.9	ANALISIS INTERIOR	70
3.5	REFERENCIAS.	75

## C A P I T U L O ° III

### FUNDAMENTOS DE ANTENAS

#### 3.1 INTRODUCCION .

A medida que los ingenieros en comunicaciones han adquirido experiencia en el diseño de efectivos sistemas para transmitir información de un punto a otro, han caído en la cuenta de la importancia que tiene el estudiar cada sección de tales sistemas considerándolas como entidades separadas, analizando su comportamiento independientemente del resto y mejorándolo hasta conseguir una óptima respuesta en cada uno de ellos, para efectuar posteriormente la interconexión de todos y observar el funcionamiento que debe existir entre sus componentes y así obtener la máxima transferencia de señal entre uno y otro.

En algunos casos, el análisis independiente no resulta tan complicado -- como en otros, lo cual se debe en cierta manera a los métodos existentes para realizarlo, algunos cuales son, por su misma naturaleza, menos complejos.

Particularizando lo anterior al caso concreto de una antena, cabe afirmar que su análisis como parte de un todo puede hacerse tan complicado o sencillo como se desee, dependiendo del punto de vista del diseñador, quien de una u otra forma, al seleccionar el método de análisis, deberá tener en cuenta que éste considere, si no todas, al menos las principales características y parámetros de las antenas, y garantizar así que con un determinado porcentaje de tolerancia, el dispositivo se comportará según lo previsto en su análisis.

Lo anterior conduce a concluir que es necesario un conocimiento, al menos breve, sobre los puntos que deben considerarse al diseñar una antena, para tomar conciencia del grado de importancia que pueden revestir unos con respecto a otros en un momento determinado.

El objetivo de este capítulo es el de proporcionar los principales conceptos de la teoría de antenas, pretendiendo con esto tener un panorama general sobre el campo que abarca la presente tesis. No se intenta, sin embargo, hacer un completo tratado sobre el tema, pues a la fecha se ha publicado bastante información al respecto. De hecho, los párrafos siguientes no son sino un breve resumen del contenido de las obras consultadas, citándose principalmente aquellos temas que sirvieron de base a la elaboración de la presente tesis.

### 3.2 DEFINICION Y CARACTERISTICAS DE LAS ANTENAS.

Una antena de radio es la estructura asociada a la región de transición entre una onda guiada y una onda en el espacio, o viceversa (1). Por lo --

tanto, la antena resulta ser la encargada del acoplamiento eléctrico que -- debe existir entre el espacio libre y los dispositivos necesarios para establecer un enlace de comunicación entre dos ó más puntos. De aquí la importancia que tiene el lograr un óptimo diseño, considerando desde luego las necesidades impuestas por el problema particular a resolver.

3.2.1. PRINCIPIOS DE OPERACION.- Los principios teóricos en que se fundamenta el diseño de antenas tienen la apariencia de ser muy complicados, siendo que en realidad se basan en conceptos tan conocidos como el de resonancia ó el de inducción electromagnética, que se han desarrollado a partir de observaciones experimentales y a los cuales se ha dado un fundamento matemático a fin de explicar con bases sólidas lo que en algún tiempo resultó inexplicable.

Tómese como ejemplo (2) el caso de un circuito ideal "LC" (figura 3.1a). Se sabe que, bajo ciertas circunstancias, la energía suministrada por la -- fuente se encontrará oscilando entre la inductancia  $L = L_1 + L_2$  y el capacitor "C", transformándose alternativamente de energía magnética en la primera en energía eléctrica en el segundo.

Observando con mayor detenimiento el capacitor como integrante del -- circuito, es conocido que por él se encuentra circulando una corriente eléctrica que, en el caso de la figura 3.1, circulará también por la inductancia a que está conectado. Pero para que tenga efecto el flujo de electrones se requiere que estos se encuentren en una trayectoria cerrada, lo cual aparentemente no está sucediendo, ya que entre las placas del capacitor no existe un medio conductor. La experiencia demuestra que sí hay corriente -

en el circuito, por lo que deberá existir una explicación del fenómeno, misma que se puede encontrar definiendo dos tipos de corriente (3): una llamada de conducción, que será aquella presentada en los conductores, y otra, llamada corriente de desplazamiento, que existe entre las placas del capacitor. Si paulatinamente son separadas dichas placas como se muestra en las figuras -- 3.1.b y 3.1.c, podrá notarse que conforme aumenta la distancia entre ellas, la corriente de desplazamiento tiende a dispersarse por el espacio, invadiéndolo y provocando el fenómeno de la radiación (figura 3.1.d).

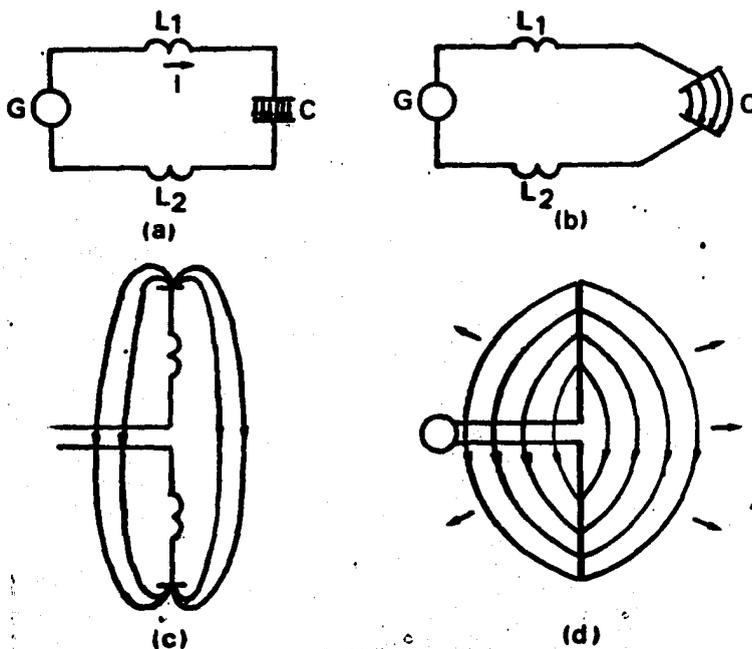


FIGURA 3.1- Diagrama explicativo del proceso de conversión de un circuito oscilante en un sistema radiador.

Tómese ahora el caso contrario. Una corriente eléctrica variable en el tiempo es capaz de inducir una diferencia de potencial entre los extremos de un conductor dispuesto en forma paralela al sentido en que aquella se --

propaga. Si la corriente de desplazamiento generada como se expuso anteriormente cruza un conductor dispuesto de esta manera, en éste se podrá detectar una diferencia de potencial, cuya magnitud guardará una cierta relación con la corriente que la ocasionó, y por tanto existirá también una corriente de conducción; tenemos entonces el caso contrario, fenómeno que recibe el nombre de inducción.

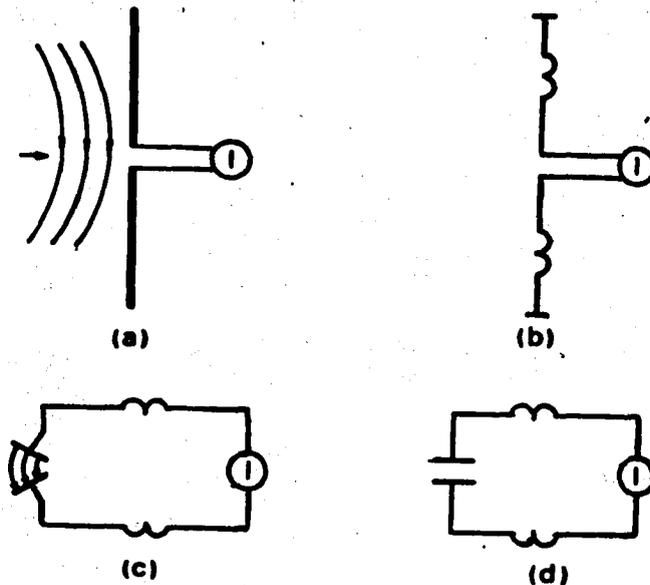


FIGURA 3.2- Proceso de conversión de un sistema receptor de energía en circuito oscilante del cual es posible extraer información utilizable.

Reflexionando sobre esto y teniendo en cuenta la definición de antena dada anteriormente, es posible dar una segunda definición diciendo que una antena de radio es el dispositivo capaz de transformar una corriente de --

conducción en corriente de desplazamiento o viceversa. Asimismo, se ha resal-  
tado la reversibilidad de operación de una antena, ya que observando las figu-  
ras 3.1.d y 3.2.a se notará que en ambos casos podría tratarse del mismo con-  
ductor operando con funciones opuestas. Esta propiedad se encuentra amplia-  
mente demostrada (4,5) con el nombre de teorema de reciprocidad. Su aplica-  
ción es válida para todas las características de las antenas.

3.2.2. LONGITUD ELÉCTRICA (6).- Se ha notado que cuando es necesario -  
optimizar el comportamiento de una antena, es preciso tener en cuenta --  
que ciertas características dependen de su relación con la señal con que va a  
operar, por ejemplo, su longitud, sección transversal, material del cual se -  
construya, etc. Esto ha dado lugar a la definición de algunos parámetros que  
se han hecho norma en la literatura. Es común, por ejemplo, hablar de la lon-  
gitud física de una antena refiriéndola a alguna fracción de la longitud de -  
onda de la frecuencia para la cual fué diseñada.

La longitud eléctrica de una antena es la relación entre su longitud --  
física y la longitud de onda de la frecuencia de trabajo. Es decir

$$L_e = \frac{l_a}{\lambda} \quad (3.1)$$

De aquí que, digamos, una varilla de un metro de longitud tendrá dife-  
rentes longitudes eléctricas dependiendo de la frecuencia que posea la señal  
que se le conecte (figura 3.3).

También es común encontrar definida una antena en función de grados --

eléctricos. Con esto se pretende expresar la relación existente entre su longitud y la distancia que en ella recorrerá una onda senoidal durante una oscilación; es decir, si en una longitud determinada de conductor la onda recorre uno a otro de sus extremos durante exactamente un ciclo completo, se dice que tal conductor tendrá una longitud de 360 grados eléctricos, o 2 $\pi$  radianes. Extendiéndose el caso anterior, se puede hablar de antenas de 90, 180, 540 o más grados eléctricos, o bien podrá hacerse referencia a las mismas como antenas de  $1/4$  de  $\lambda$ ,  $1/2\lambda$  o  $3/2\lambda$ , respectivamente.

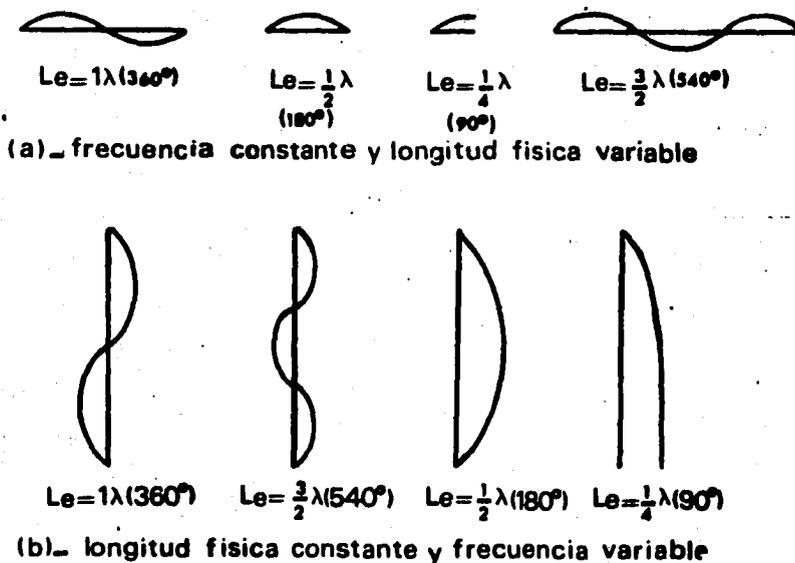


FIGURA 3.3- Relaciones existentes entre la longitud física de un conductor y la longitud de onda de la señal que por él circula.

El concepto de longitud eléctrica se ha generalizado a todas las di--

mensiones físicas relacionadas con las antenas, por lo que se suele hablar en estos términos al referirse a su sección transversal, distancia a cualquier punto (la tierra u otro conductor, por ejemplo), etc. y así se habla de una varilla cuyo diámetro es  $1/30\lambda$ , separación entre antena y tierra de  $5\lambda$ , etc.

Por otro lado (7), se ha observado que la longitud eléctrica mínima que permite operar una antena cualquiera en condiciones óptimas de resonancia es  $\lambda/2$ . Esto se explica analizando un conductor desde un punto de vista microscópico. De esta forma es posible observar que un electrón recorre el conductor de uno a otro de sus extremos dos veces durante una oscilación completa: Una alejándose del punto de alimentación y otra hacia él. En comparación -- con una antena de 360 grados, la antena de media onda, como también suele denominarse a aquellas cuya longitud eléctrica es  $\lambda/2$ , presenta ciertas deficiencias que no son significativas en extremo, y en cambio resulta más económica y para algunas frecuencias, de más fácil diseño.

**3.2.3 PROPIEDADES DE LAS ANTENAS.-** Es práctica común en el campo de la ingeniería tratar de analizar los fenómenos desconocidos por medio de otros que anteriormente han sido estudiados con amplitud y cuyos resultados son aplicables al caso en estudio; para determinar el comportamiento de las antenas, en particular, se utiliza con bastante éxito la teoría de circuitos (8) habiendo encontrado además atributos propios de los sistemas radiantes. Esto hace conveniente partir de dicha teoría para explicar sus características.

Entre las principales propiedades de una antena, las que más resaltan -

por su importancia son la impedancia de entrada, el patrón de radiación y la ganancia, ya que es en base a ellas como se determina el tipo específico a utilizar en una aplicación particular; pero esto de ninguna manera significa que sean los únicos datos a tener en cuenta para un diseño, ya que a la vez deben seleccionarse el ancho de banda, la directividad, la potencia efectiva, el tipo de polarización a utilizar, el centro de fase (en caso de arreglos), el ancho del haz, la resistencia de radiación y otros que en grado menor también son indicadores de su comportamiento.

Conviene aclarar que la gran mayoría de los parámetros mencionados pueden determinarse a partir de los tres primeros, de ahí su menor grado de importancia. Por esta razón, se iniciará la descripción de las características a partir de ellos.

A) IMPEDANCIA DE ENTRADA.- En términos de teoría de circuitos (9), la impedancia de un sistema se define como la relación existente entre una variable independiente y una dependiente. En las antenas, la impedancia resulta ser la relación del voltaje aplicado en sus terminales a la corriente que por ella circula, es decir

$$Z_a = \frac{V_a}{I_a} \quad (3.2)$$

donde "Z" denota la impedancia y el subíndice "a", que es característica de la antena.

A la impedancia vista de esta manera se le denomina impedancia de entra-

da, ya que relaciona al voltaje y a la corriente de alimentación. Su importancia radica en el hecho de que señala el grado de acoplamiento que existe entre la antena y el equipo de transmisión, vía la línea que conecta a ambos. Asimismo es importante porque en ella está indicado el aprovechamiento que se tiene de la energía radiada en comparación con la que recibe del generador (en el caso de una antena transmisora), ó bién la energía aprovechada en comparación con la recibida (si se trata de una antena receptora).

B) PATRON DE RADIACION.- Es una forma gráfica de analizar la manera como se distribuye la energía que la antena irradia ó recibe. Es importante porque permite determinar con buen grado de exactitud los puntos del espacio en que se tendrá o no energía proveniente de la antena seleccionada.

Hablando con mayor propiedad, el patrón de radiación ó diagrama de directividad, como también se denomina, es una gráfica de densidad de potencia con respecto a la dirección de propagación, medida a una distancia constante de un punto que se toma como referencia (generalmente el centrogeomético de la antena).

Se entiende por densidad de potencia la energía radiada por unidad de área, expresada matemáticamente como un vector "P" llamado vector de Poynting, el cual posee únicamente componente en la dirección radial de un sistema de coordenadas esférico.

La necesidad de una representación visual de la distribución de potencia se basa en el hecho de que toda antena física posee mayor ó menor-

grado cierta variación de esta característica con respecto a la dirección física en que la energía se propaga.

Conceptualmente se ha ideado un tipo de antena, llamado isotrópico, en el que la energía se distribuye por igual en cualquier dirección. Sirve para referenciar cualquier otra antena y obtener así algunos indicadores de su funcionamiento. La figura 3.4 muestra los patrones de radiación de una fuente isotrópica y de un dipolo de media onda.

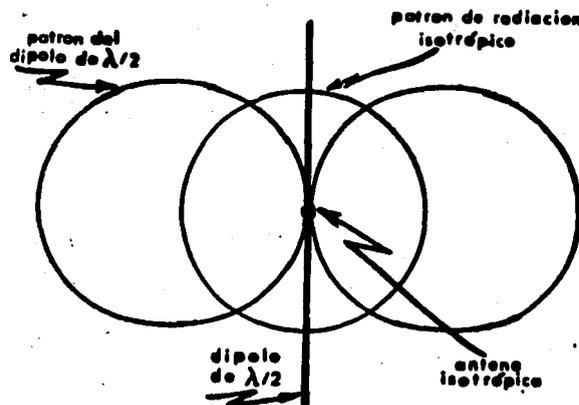


FIGURA 3.4.- Ejemplo de patrones de radiación.

Cuando la radiación se expresa en términos de la intensidad de campo eléctrico, el patrón recibe precisamente el nombre de patrón de radiación de campo eléctrico. Su relación con el patrón de potencia es la siguiente: en un instante de tiempo cualquiera.

$$|P| = \frac{|E|^2}{Z} \quad (3.3)$$

donde "P" es la densidad de potencia, en watts/m<sup>2</sup>, "E" es la intensidad de campo eléctrico, en volts/m y "Z" es la impedancia intrínseca del medio de propagación de la onda, en ohms.

Los diagramas de radiación pueden ser absolutos si se grafican directamente los valores medidos ó calculados, y relativos si se grafican los valores referidos al máximo detectado, en cuyo caso la escala gráfica variará de cero a uno.

C) GANANCIA.- Se define como la relación de la potencia radiada por la antena en estudio P<sub>a</sub>, a la potencia radiada por una antena de referencia a la cual se suministra igual cantidad de energía P<sub>r</sub>, medidas ambas con respecto a las mismas referencias en el espacio (10). En esta definición se nota que la ganancia es en alguna forma un índice de eficiencia de la antena bajo diseño. La expresión matemática de la definición anterior es

$$G = \frac{P_a}{P_r} \quad (3.4)$$

ó bien sustituyendo 3.3 en esta ecuación

$$G = \left[ \frac{E_a}{E_r} \right]^2 \quad (3.5)$$

donde "E<sub>a</sub>" denota la intensidad de campo eléctrico producido por la antena-

en cuestión, y " $E_r$ ", la intensidad de campo eléctrico debido a la antena de referencia.

Generalmente se toma como ganancia de la antena a la calculada en el punto de máxima radiación, aunque como puede verse, la definición anterior es aplicable a todos los puntos del espacio en que se distribuye la potencia radiada, tomándose en cada uno un valor que por lo general será diferente de los demás. De aquí se deduce que también es posible obtener patrones de ganancia en el espacio.

Es práctica común tomar como referencias la antena isotrópica ó el dipolo de media onda debido a que resulta relativamente más sencillo calcular sus características que las de cualquier otro tipo. De esto se desprende que al declarar un valor de ganancia, el diseñador invariablemente deberá mencionar con respecto a qué referencia se tomó.

Para facilitar los cálculos, principalmente de ganancia, se hace uso de los decibeles (dB), que representan la relación logarítmica entre las variables de interés.

De esta manera es posible obtener una visión directa del comportamiento de la antena, ya que en decibeles, las relaciones se convierten en operaciones de suma y resta principalmente, pudiéndose así comparar con mayor facilidad la característica analizada.

Matemáticamente, la ganancia de potencia se expresa en decibeles como

$$G_{dB} = 10 \log \frac{P_a}{P_r} \quad (3.6)$$

ó bien, para la ecuación 3.5

$$G_{dB} = 20 \log \frac{E_a}{E_r} \quad (3.7)$$

D) ANCHO DE BANDA.- Como ancho de banda se entiende el rango de frecuencias en que una señal no decae más de 3 dB referidos al valor máximo -- detectado, ya sea por medición ó por cálculo. Aplicado a antenas, este concepto ha resultado un tanto ambiguo ya que se ha observado que mientras una antena responde con cierta estabilidad a una característica en un rango de frecuencias determinado, en ese mismo rango pierde constancia para otra, -- por lo que es común el señalar a que característica se refiere en particu--lar. Por ejemplo, se puede tener una antena en la que sean diferentes sus anchos de banda para impedancia de entrada, patrón de radiación, ganancia -- de onda estacionaria, características de resonancia (Q de la antena), etc., aunque suele suceder que estas características posean un rango común, afir--mándose entonces que el ancho de banda de trabajo es aquel rango de frecuen--cias para el cual se mantienen fijas dichas características, asegurando así que en este intervalo la antena se comportará de un modo estable. Esta -- idea se muestra graficamente en la figura 3.5.

E) DIRECTIVIDAD.- Se define como la razón de la intensidad máxima de campo eléctrico al promedio de la intensidad de radiación producida por una misma fuente (11). Es decir

$$D = \frac{E_{\max}}{E_{\text{prom}}} \quad (3.8)$$

De esta definición se puede deducir que la directividad está estrechamente relacionada con el patrón de radiación, pero no informa sobre la potencia suministrada a la antena. Sin embargo, es posible relacionar este concepto con el de ganancia, en el cual sí intervienen factores de potencia, mediante la expresión

$$G = \eta D \quad (3.9)$$

donde  $\eta$  representa la eficiencia de la antena (12).

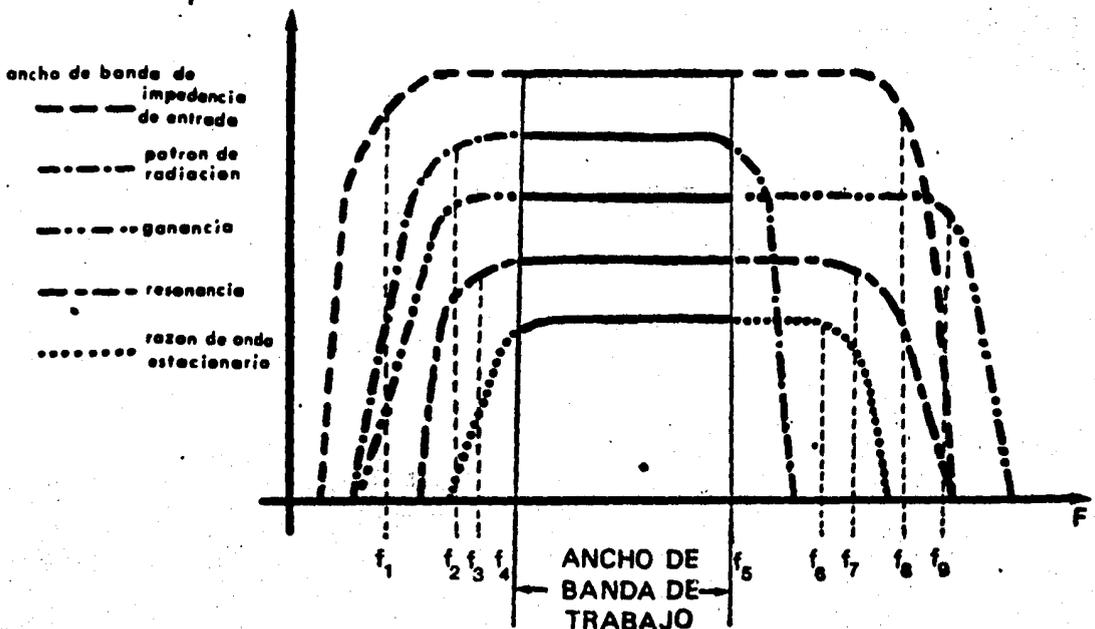


FIGURA 3.5.- Determinación del ancho de banda de trabajo para una antena.

F) **POTENCIA EFECTIVA.**- Es un concepto que relaciona la ganancia de una antena con la potencia que recibe en sus terminales y la potencia que se recibe en un punto del espacio.

De la ecuación 3.5 se sabe que la ganancia de potencia en una antena es proporcional al cuadrado de la intensidad de campo eléctrico, por lo que si se conoce esta ganancia, se puede deducir la potencia efectiva con la siguiente expresión.

$$P_{ef} = P_{in} G^2 \quad (3.10)$$

donde " $P_{ef}$ " es la potencia efectiva, " $P_{in}$ ", la potencia de entrada a la antena y " $G$ ", la ganancia de campo eléctrico expresada como relación, no en decibeles. Por ejemplo, si  $P_{in} = 10$  watts y  $G = 3$  (4.77 dB), la potencia efectiva radiada será

$$P_{ef} = 10 \times 3^2 = 90 \text{ watts}$$

Por tanto, la potencia efectiva radiada por una antena es equivalente a la potencia que necesitaría entregar un transmisor para recibir en un punto del espacio la misma intensidad que se tiene debido a la antena en estudio, si se substituyera esta por el radiador con respecto al cual se determinó la ganancia (13), teniendo en cuenta que ambas potencias deberán medirse en los respectivos puntos de alimentación de ambas antenas.

G) **POLARIZACION.**- El concepto de polarización se refiere al comporta

miento en el tiempo del vector intensidad de campo eléctrico considerando un punto en el espacio.

Resolviendo el vector de campo eléctrico en sus componentes con respecto a un sistema de coordenadas cartesiano, se podrá observar que no posee -- componente en la dirección en que se propaga. Asimismo se notará que las -- dos componentes restantes se encuentran variando su intensidad con el tiempo, por lo que el campo resultante también lo hará. Su dirección y sentido de-- penderán de la ley que gobierne las componentes, dando lugar a dos tipos -- generales de polarización.

- g.1) Polarización lineal: En este caso, las componentes del vector -- "E" varían tanto en magnitud como en sentido, pero no en direcci-- ón. Esto significa que ambas componentes mantienen constante el-- ángulo que forman, pudiendo presentarse los siguientes casos:
  - g.1.1) Polarización vertical: Es aquella en que existe una sola compo-- nente en sentido vertical;
  - g.1.2) Polarización horizontal: Es el caso en que, al igual que el an-- terior, existe una sola componente de campo eléctrico, pero esta-- vez con dirección constante en sentido horizontal;
  - g.1.3) Polarización oblicua: La que resulta en el campo total como con-- secuencia de la suma vectorial de las componentes vertical y -- horizontal, cuando ambas existen y se mantienen en la misma rela-- ción de fase, lo que significa que tanto la componente vertical-

como la horizontal cambian de magnitud en la misma proporción y en el mismo instante de tiempo. En este caso se define la dirección de polarización como el ángulo formado entre el vector "E" y un eje de referencia. Vease figura-3.6.

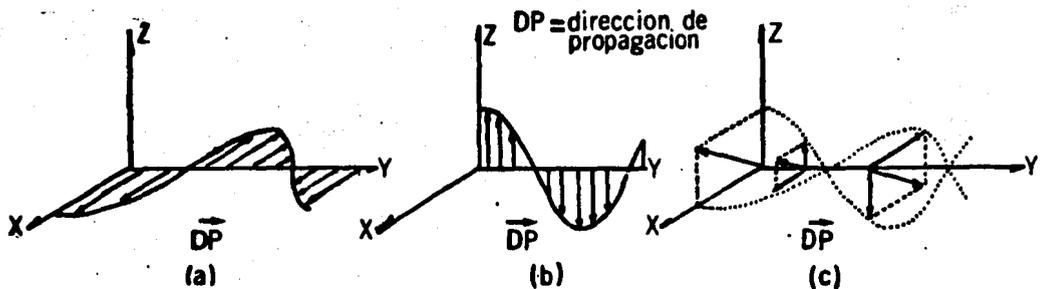


FIGURA 3.6.- Polarización lineal. (a).- Polarización horizontal; (b).- Polarización vertical; (c).- Polarización oblicua.

Cuando se establecen de antemano los ejes de coordenadas, en vez de la denominación anterior suele hablarse de polarización en la dirección "X" o en la dirección "Y" según se trate de los casos G.1.1 ó G.1.2 mencionados anteriormente.

g.2) Polarización elíptica.- Llamada así porque en general, el punto final del vector de campo eléctrico describe una elipse si se le observa de frente según su dirección de propagación. Puede subdividirse según los siguientes casos:

- g.2.1) Polarización elíptica propiamente dicha: Es aquella en -- que ambas componentes difieren tanto en magnitud como en fase.
- g.2.2) Polarización circular: considerada como caso especial del anterior, es aquella que se presenta cuando ambas componentes tienen un defasamiento de 90 grados e igual magnitud - (vease la figura 3.7).

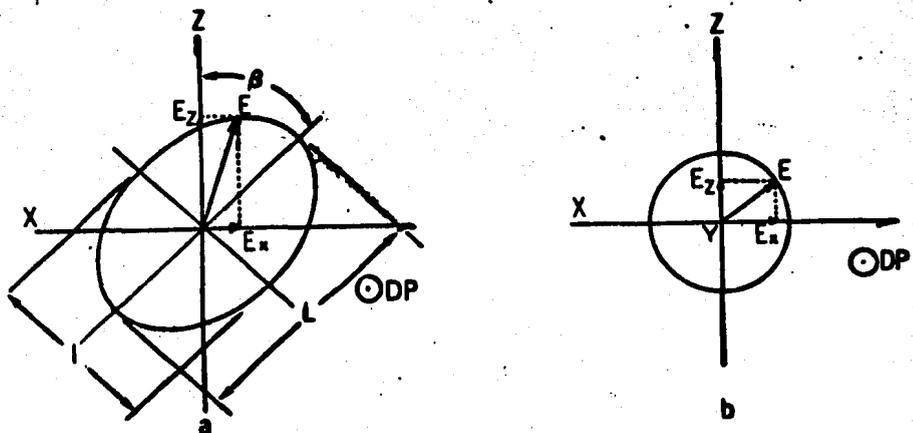


FIGURA 3.7.- Polarización elíptica. (a).- Polarización elíptica propia; (b).- Polarización circular.

En la polarización elíptica se definen algunos parámetros útiles - para describir el comportamiento del campo eléctrico, de los cuales el más importante es la elipticidad, definida como la razón del eje menor -

al eje mayor de la elipse de polarización. Es costumbre expresar esta relación de decibeles. De la figura 3.7 (a) se tiene entonces que

$$\text{elipticidad} = \frac{1}{L} \quad (3.11a)$$

ó bien

$$\text{elipticidad (dB)} = 10 \log \frac{1}{L} \quad (3.11b)$$

La elipticidad puede tomar valores entre cero ( $-\infty$ dB) y uno (0dB).

Dos casos especiales para la elipticidad son el de polarización circular (elipticidad = 1 = 0dB) y el de polarización lineal en cualquiera de sus tres modalidades (elipticidad = 0 =  $-\infty$ dB), de donde se infiere que la polarización lineal resulta ser un caso particular de la elíptica.

Otro parámetro de importancia referente a la polarización elíptica es la orientación de polarización, definida como la dirección del eje mayor de la elipse de polarización con respecto a otro de referencia, normalmente el eje de las ordenadas. La orientación de polarización queda completamente determinada por el ángulo  $\beta$  en la figura 3.7 (a).

Por lo anterior, se dice que la polarización lineal es el caso especial de la elíptica en que se tiene una elipticidad igual a cero con

una orientación de cero grados para la polarización vertical, de 90 -- grados para la horizontal, ó un número mayor a cero y menor a 90 grados para la polarización oblicua.

Si un observador pudiera ubicarse exactamente frente a la direc-- ción de propagación de una antena con polarización elíptica, notaría - que el vector de intensidad de campo eléctrico puede girar ya sea en - el sentido de las manecillas del reloj, hacia la derecha, ó bién en - sentido contrario, hacia la izquierda. La manera como se logra la po- larización en uno u otro sentido se comentará en el capítulo V para la antena motivo de la presente tesis (inciso 5.3.1).

Es importante tener en cuenta el sentido en que ocurre la polari- zación, ya que una antena receptora, aunque esté diseñada para polari- zación elíptica, no tomará energía de la onda incidente si no coincide en ambas el sentido de polarización usado.

H) CENTRO DE FASE.- Frecuentemente es necesario contar con pun- tos de referencia en un arreglo para poder analizar la variación de -- determinados parámetros con respecto a la distancia. El centro de -- fase es el punto de referencia a partir del cual se mide el defasamien- to que sufre la corriente que circula por los conductores de una ante- na. Para un arreglo logo-periódico, el centro de fase se ubica en una región específica cuya longitud eléctrica medida a partir de un punto- particular llamado vértice (ver el inciso 3.4 y la figura 3.11), resul

ta constante cualquiera que sea la frecuencia con respecto a la cual se mida, siempre que ésta se encuentre en el ancho de banda de operación. La figura 3.8, tomada de la referencia (14), indica la variación del centro de fase con respecto al ángulo.

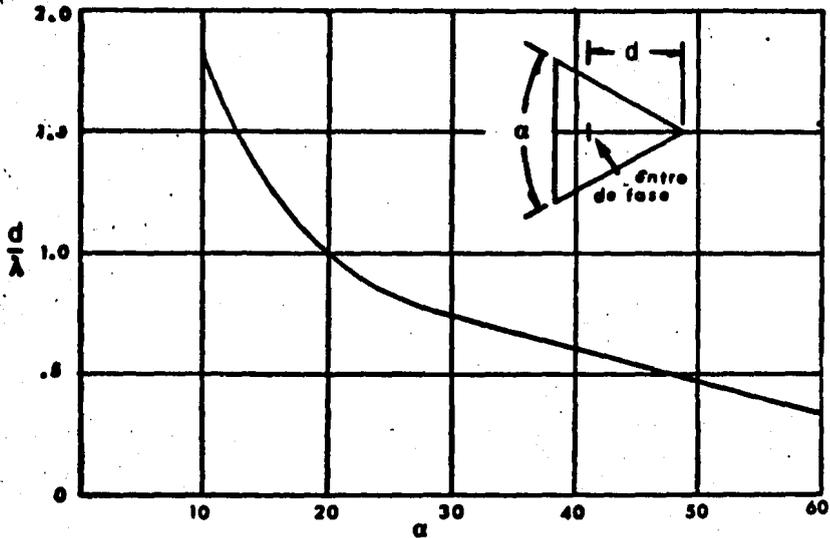


FIGURA 3.8.- Distancia del vértice al centro de fase como función del ángulo en una antena logoperiódica.

I) ANCHO DEL HAZ.- Es otro parámetro de las antenas directivas - que está íntimamente relacionado con el patrón de radiación.

Bajo estas condiciones es necesario conocer el área en que se distribuye el mayor porcentaje de la energía radiada por la antena para determinar su directividad.

El ancho del haz representa el área del patrón de radiación en que se encuentra distribuido el cincuenta por ciento de la potencia emitida por la antena. Puede determinarse tanto en base a un patrón de potencia ó a uno de intensidad de campo, teniendo en cuenta la relación que existe entre ambos. La figura 3.9 muestra los dos tipos de patrón señalados; en base a ella es posible observar que el ancho del haz está limitado por el ángulo formado a ambos lados del eje del lóbulo principal del patrón, por lo que comunmente se dimensiona en grados. Para un patrón de potencias (figura 3.9a), el ancho del haz será el formado por el ángulo cuyo vértice es el origen de coordenadas (punto "c") y las rectas que cortan la gráfica en los puntos en que se tiene el 50 por ciento de la potencia máxima (puntos "a" y "b"); si el ancho del haz se determina en un patrón de intensidad de campo eléctrico, las rectas que definen el ángulo serán las formadas por los puntos c' como vértice y los puntos en que se tenga el 70.7 por ciento de la intensidad máxima (puntos a' y b').

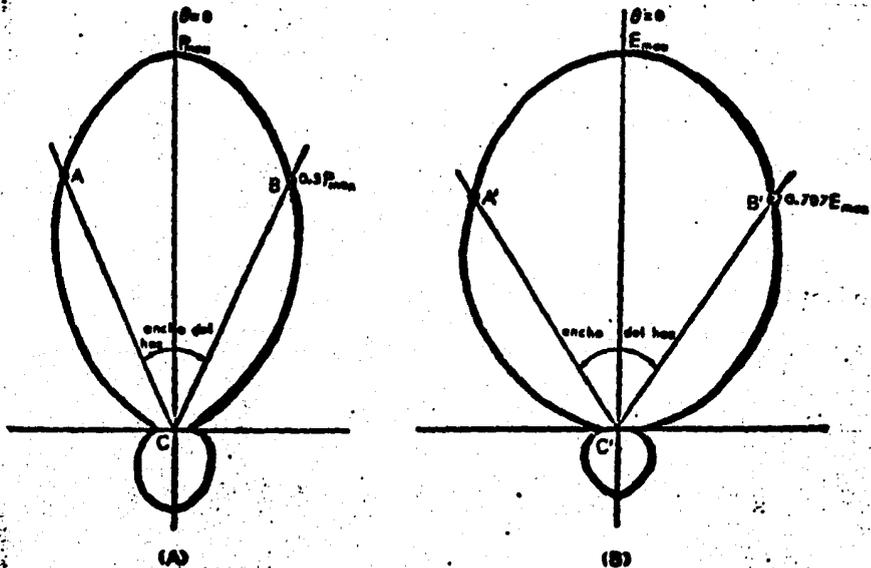


FIGURA 3.9.- Ancho del haz en un patrón de potencias (a) y en un patrón de intensidad de campo (b).

J). RESISTENCIA DE RADIACION.- La potencia que se suministra a una antena se consume de dos maneras: en forma de calor y como radiación. La potencia disipada como calor se consume en los conductores que forman la estructura y se considera como pérdida. Numéricamente se puede determinar por medio de la Ley de Joule

$$P_p = I^2 R_p \quad (3.12)$$

donde " $P_p$ " representa la potencia de pérdidas, " $I$ " es la corriente suministrada a la antena y " $R_p$ ", la resistencia eléctrica representada por las características eléctricas del material.

En forma análoga, es posible determinar la potencia utilizada en la radiación, mediante la expresión

$$P_r = I^2 R_r \quad (3.13)$$

el subíndice " $r$ " en esta ecuación indica que se trata de parámetros de radiación.

Como podrá notarse, para mantener elevada la eficiencia de un sistema radiante, la relación de potencia radiada a disipada debe ser tan alta como sea posible para reducir la corriente que circula entre sus elementos. En estos términos, la resistencia de radiación se convierte en un índice del acoplamiento entre la antena y el medio ambiente que la rodea.

Desde el punto de vista matemático, se puede determinar el valor de la

resistencia de radiación considerando que tanto " $P_p$ " como " $P_r$ " son componentes de la potencia suministrada a la antena, es decir

$$P = P_p + P_r \quad (3.13a)$$

De 3.12 y 3.13

$$P = I^2 R_p + I^2 R_r$$

$$P = I^2 (R_p + R_r)$$

En esta última expresión se puede observar que tanto " $R_p$ " como " $R_r$ " son componentes de una resistencia total, que resulta ser la parte real de la impedancia de entrada de la antena.

Se ha observado que para fines prácticos la resistencia de pérdidas es considerablemente menor que la resistencia de radiación, por lo que puede -- despreciarse, resultando entonces que la parte real de la impedancia de entrada determina en forma muy aproximada la resistencia de radiación.

K) OTROS PARAMETROS.- Como se señaló en los párrafos anteriores, una antena posee ciertos parámetros que determinan su comportamiento, pero esto de ninguna manera significa que los ya indicados sean los únicos necesarios para lograr un óptimo diseño. Existen otros índices que revisten importancia en la medida en que sean aplicables a ciertos tipos de antenas, aunque se determinan en base a características generales.

De tales índices, algunos se refieren a las características geométricas de un arreglo, otros marcan los límites sobre los cuales son aplicables las propiedades deducidas y otros, en cambio se aplican a sus características eléctricas.

Los conceptos explicados anteriormente son aplicables a cualquier tipo de antena, pero además se han definido otros que tienen sentido sólo para tipos o usos específicos y carecen por completo de significado para otros. Tal es el caso de los parámetros que definen la geometría de las antenas logo-periódicas estudiadas en esta tesis, razón por la cual se dejará su descripción para un inciso especial.

Para completar el panorama general que aquí se presenta, a continuación se hace una somera descripción de algunos tipos de antenas más comúnmente utilizados.

### 3.3. TIPOS DE ANTENAS.

La función de una antena depende principalmente del equipo a que se encuentra conectada, pudiendo ser, como se mencionó anteriormente, la de irradiar la energía y transferirla a un receptor que la convierta en información utilizable. Es posible entonces hacer una primera clasificación de las antenas dividiéndolas en dos grandes grupos: transmisoras y receptoras.

Aunque los libros de texto demuestran que un mismo método de análisis es útil para ambos tipos (15), siempre será necesario hacer distinción entre

ellas, ya que por lo general, los requerimientos serán diferentes (y en algunas ocasiones hasta opuestos) para una antena receptora y para una transmisora. Lo anterior puede quedar más claro por medio de un ejemplo. Si se desea diseñar una antena para transmitir información, se espera lograr la mayor intensidad de campo en los puntos receptores, lo cual implica la necesidad de crear una antena con muy alta ganancia. Si los receptores se encuentran dispersos en una gran extensión de terreno, se requerirá un tipo muy especial de patrón de radiación. Para obtener la máxima transferencia de potencia entre el transmisor y la antena, la impedancia de entrada en ésta deberá aproximarse tanto como sea posible a la impedancia de salida del generador. Las características del medio en que se va a efectuar la transmisión, tales como humedad, temperatura, condiciones de terreno, etc., también son un factor determinante en el tipo de antena a utilizar. Por otro lado, al diseñar una antena para recepción, la primera característica a cumplir será la de poseer una gran relación señal a ruido, lo cual significa que el dispositivo debe ser capaz de separar con eficiencia las señales indeseables y la información útil, sobre todo en zonas del espectro electromagnético muy saturadas de usuarios o debido a que en la zona geográfica donde se pretenda instalar exista gran actividad eléctrica en la atmósfera. Esto puede lograrse, por ejemplo, diseñando una antena con ancho de banda muy estrecho. Por lo general, el patrón de radiación de una antena receptora también puede ser diferente del de la transmisora, pues una vez localizado el emisor, pudiera requerirse una antena muy directiva que no reciba señal de fuentes ajenas a la de interés. -- Los criterios antes mencionados tanto para el caso de antena transmisora como para el de receptora, de ningún modo significan que los restantes puedan ser pasados por alto, pues de hacerlo así, no se tendría una visión completa

del comportamiento real del diseño seleccionado, lo que podría provocar la infructuosa inversión de recursos tanto económicos como humanos, debido a la -- falta de elementos de juicio para decidir el modelo óptimo a utilizar.

Aún tratándose de antenas del mismo tipo, las características deseables para una pueden diferir de las necesarias para otra, ya que también se habrán de tener en cuenta entre otras cosas tanto la frecuencia como el ancho de banda en que se va a operar, las características del equipo a que se va a conectar, la potencia del transmisor y las condiciones climatológicas del lugar en que se instalará.

De todo lo anterior se puede encontrar una explicación del por qué existen tan variados tipos de antena, cada uno de los cuales ha sido ideado para cumplir al máximo con uno o varios de los requerimientos aludidos, tratando al mismo tiempo de mantener otros en un rango de tolerancia aceptable para - el mejor funcionamiento de un equipo de comunicaciones.

Por su tipo de polarización, las antenas pueden ser de polarización lineal o elíptica.

En el primer grupo se incluyen aquellos sistemas diseñados para operar con señales polarizadas en forma vertical, horizontal u oblicua, según se -- mencionó en el punto g.1 del inciso 3.2.

El segundo grupo lo integran las antenas diseñadas para transmitir o recibir campos eléctricos que en general sean variables tanto en magnitud como

en dirección, describiendo una elipse. En este tipo se incluyen las antenas de polarización elíptica propiamente dicha y las de polarización circular. Como se anotó en el punto g.2 del inciso 3.2., el vector intensidad de campo eléctrico polarizado elípticamente puede girar en sentido horario o antihorario, razón por la cual pueden existir antenas que respondan mejor a uno de ellos que al otro, lo cual depende principalmente del método seguido para conectar la antena a la línea de transmisión o bien por las características físicas del radiador.

Recientemente se ha diseñado un tercer tipo de antenas, llamadas de polarización dual debido a que con ellas es posible transmitir o recibir un campo con una doble polarización, lo cual significa que la misma información puede ser generada en polarización vertical y horizontal simultáneamente, siendo posible además, enviar con ellas mismas una sola señal en polarización circular adaptándoles un dispositivo que defase la corriente en 90 grados de una sección a otra.

Existen aún dos formas de clasificar las antenas, que por su sentido práctico son posiblemente las más utilizadas: una de ellas es por el rango de frecuencias en que operan con mejores resultados; la otra consiste en clasificarlas por su forma física.

En el inciso 1.4 se hizo mención al principio de escalamiento utilizado para facilitar las pruebas de una antena mediante la construcción de otra con igual apariencia física pero de dimensiones diferentes, aprovechando el hecho de que, en teoría, el comportamiento del arreglo es el mismo si se mantiene constante la relación que guardan sus características físicas con la frecuencia aplicada (longitud eléctrica). Aunque lo anterior es esencialmen

te válido, en la práctica existe un límite para el cual la aplicación de este principio comienza a presentar algunas dificultades que pueden llegar a desvirtuar los resultados deseados, sobre todo cuando el escalamiento se efectúa de una frecuencia relativamente baja en comparación a otra que puede considerarse en el rango de las microondas. Esto ha sido el motivo por el cual las antenas se clasifican según el rango de frecuencias del espectro electromagnético en el que operan con mejores resultados, siendo así que en la literatura suele hablarse de antenas para HF (HIGH FREQUENCY), VHF (VERY HIGH FREQUENCY) o UHF (ULTRA HIGH FREQUENCY), por ejemplo. Sinónimo de lo anterior es que suele oírse hablar de antenas para onda corta, banda civil, televisión o frecuencia modulada, indicando también que dichos arreglos están dimensionados para operar en el rango de frecuencias correspondiente al uso mencionado. Al final del apéndice "A" se muestra el espectro electromagnético, con la denominación de las diferentes frecuencias que lo componen.

La última clasificación usual en el campo de las antenas es la que se hace por su forma física. Se considera que esta división es la más importante, ya que a fin de cuentas el comportamiento de un radiador electromagnético depende en grado sumo de la manera como interactúan las corrientes en él inducidas, lo cual a su vez está en función directa de las trayectorias que puedan seguir, es decir, de su forma física.

En este párrafo únicamente se mencionarán algunos tipos tales como el dipolo de media onda, el monopolo de un cuarto de onda, el dipolo plegado, las antenas rómbicas, las de tipos helicoidal, cilíndrico, cónico o parabólico, antenas "TURN-STYLE" (de torniquete), de lazo (circular o cuadrado), de tipo espiral y por supuesto, las logarítmico periódicas, entre las más comu-

nes actualmente.

La selección de cualquiera de estos tipos depende principalmente de la frecuencia, tipo de polarización u otras características con que vaya a operar, ya que en general todas ellas presentan diferente comportamiento, lo -- que las hace más aplicables a unos usos que a otros.

Desde luego, cada uno de los tipos anotados ha sido objeto de análisis muy detallados, lo que haría muy tardado el siquiera mencionar aquí los principios en que se basa la operación de cada uno de ellos, por lo cual únicamente se muestran en la figura 3.10 todos los tipos citados.

#### 3.4. ANTENAS LOGARITMICO PERIODICAS.

Una vez mencionados los principales factores que deben considerarse al diseñar cualquier tipo de antena, en la presente sección se expondrán los métodos como se aplican tales parámetros al caso específico de la antena logarítmico periódica tipo dipolo. Los motivos de considerar necesaria una exposición más extensa de dichos arreglos son, desde luego, que es el tema desarrollado en esta tesis, pero principalmente la gran dificultad encontrada al tratar de reunir la mayor información posible al respecto, pues si bien es -- cierto que se ha escrito bastante sobre el tema, también lo es el hecho de que tal información se encuentra dispersa en publicaciones especializadas -- que dedican algunas páginas a una característica en particular, lo que hace incosteable desde el punto de vista práctico buscar la mayor información po-

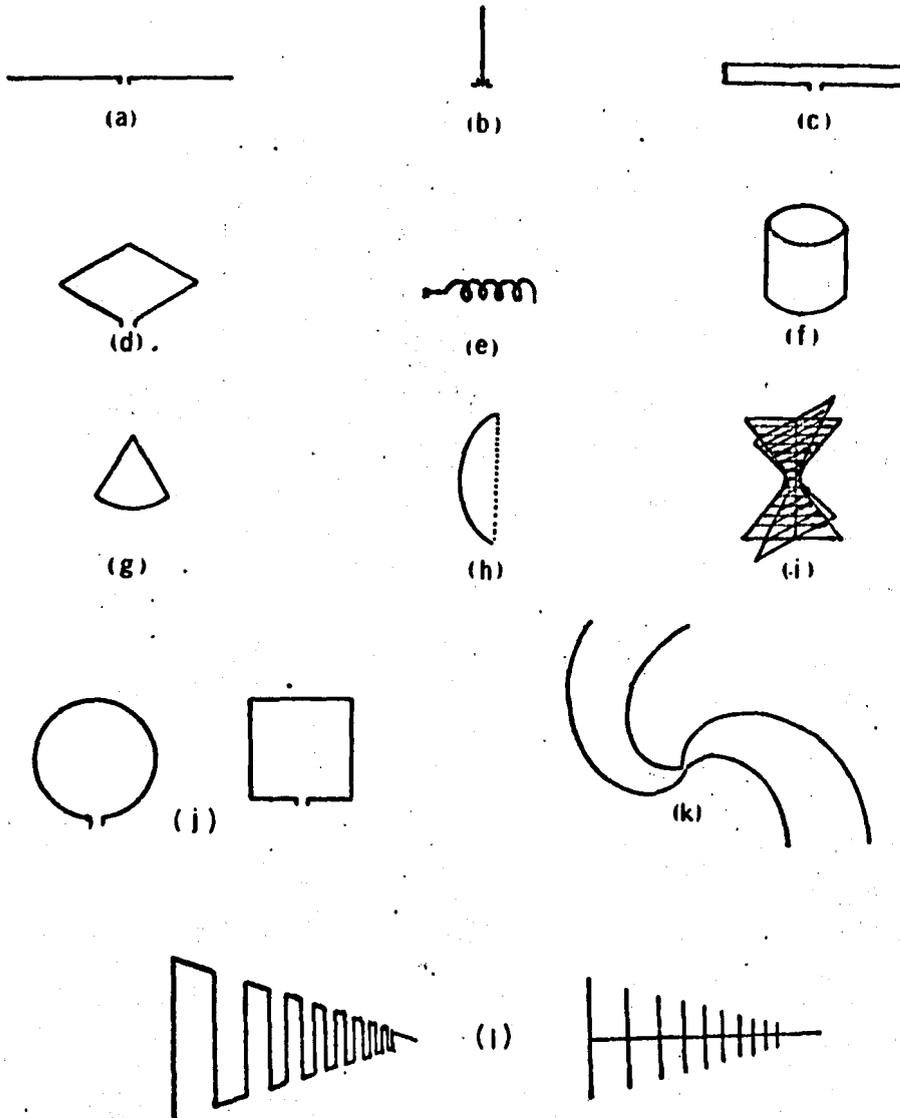


FIGURA 3.10.- Diversos tipos de antenas: (a) dipolo de media onda; (b) mono polo; (c) dipolo plegado; (d) r6mbica; (e) helicoidal; (f) cil6ndrica; (g) c6nica; (h) parab6lica; (i) de torniquete; - (j) de lazo; (k) espiral; (l) logo-peri6dica.

sible cuando se desea diseñar un arreglo específico, caso que se presenta -- con mayor frecuencia que el de hacer una investigación de tipo general como la presente. También es posible encontrar información en libros especializa dos, pero el común denominador de los consultados es la brevedad con que ex ponen los conceptos. Por lo anterior, a continuación se presenta una recopi lación de lo investigado a fin de proporcionar a otros lectores un medio de consulta rápido y completo.

3.4.1. PRINCIPIO LOGOPERIODICO.- Se mencionó en el inciso 1.4. que si -- las dimensiones de una antena se escalan en un factor  $\tau$ , sus principales pro piedades pueden calificarse como constantes en un considerable ancho de ban da. Esto significa que si a una frecuencia " $f_1$ " el arreglo presenta determi nadas características, al escalarlo se obtendrán iguales a la frecuencia ---  $f_2 = \tau f_1$  y en general, a cualquier frecuencia  $f_n = \tau^{n-1} f_1$  por lo que sus -- propiedades resultan ser periódicas.

Por otro lado, graficando en una escala logarítmica una característica -- cualquiera del arreglo, la ganancia por ejemplo, contra la frecuencia, se -- observará que el período es precisamente  $\log(1/\tau)$ , ya que si

$$f_n = \tau^{n-1} f_1 \quad (3.14)$$

en una escala logarítmica las abscisas serán precisamente " $\log(f)$ ".

Aunado esto último al concepto de período entendido como el intervalo -- entre dos puntos que poseen las mismas características, se puede hacer el si guiente desarrollo.

Reorganizando el segundo miembro de 3.14.

$$f_n = \tau^n f_1 \tau^{-1}$$

de donde

$$\tau^{-1} = \frac{f_n}{\tau^n f_1}$$

De la misma ecuación 3.14. se puede deducir que

$$f_{n+1} = \tau^n f_1$$

por lo que

$$\tau^{-1} = \frac{f_n}{f_{n+1}} \quad (3.15)$$

Tomando logaritmos a ambos lados de esta ecuación.

$$\log (\tau^{-1}) = \log \frac{f_n}{f_{n+1}}$$

$$\log (1/\tau) = \log (f_n) - \log (f_{n+1}) \quad (3.16)$$

Si  $0 \leq \tau \leq 1$ , se tendrá que  $f_n > f_{n+1}$ , por lo que  $\log (1/\tau)$  representa en una escala logarítmica, la distancia entre dos frecuencias consecutivas, o --

sea el período de repetición de la característica graficada, teniéndose entonces que  $\log(1/\tau)$  es el ancho de banda de la periodicidad de la antena.

De los conceptos anteriores es posible concluir que un arreglo construido en base a estos principios resulta ser una estructura logarítmico periódica, con período igual al logaritmo de  $1/\tau$ .

3.4.2. LA ANTENA LOGARITMICO PERIODICA TIPO DIPOLO.- Basado en estudios realizados con anterioridad (17), D.E. Isbell desarrolló un nuevo arreglo que prometía tener un gran futuro debido a la sencillez de su diseño y a los buenos resultados que obtuvo, pues además de presentar independencia a la frecuencia, la estructura en sí misma resultó ser menos complicada que las creadas con anterioridad, pues está basada en una distribución tal de dipolos que en conjunto cumplen el principio logoperiódico expuesto en los párrafos anteriores (18).

Al tomar dipolos resonantes, razonó Isbell, la frecuencia deberá variarse de tal forma que la resonancia se traslade suavemente de un elemento al siguiente, lo que significa que el escalamiento deberá hacerse de tal modo -- que el ancho de banda deseado se cubra superponiendo la respuesta entre elementos contiguos. Como las características de una antena también están determinadas por el medio ambiente que la rodea, será igualmente necesario escalarlo en la misma proporción. Sobre estas bases surgió el arreglo mostrado en la figura 3.11.

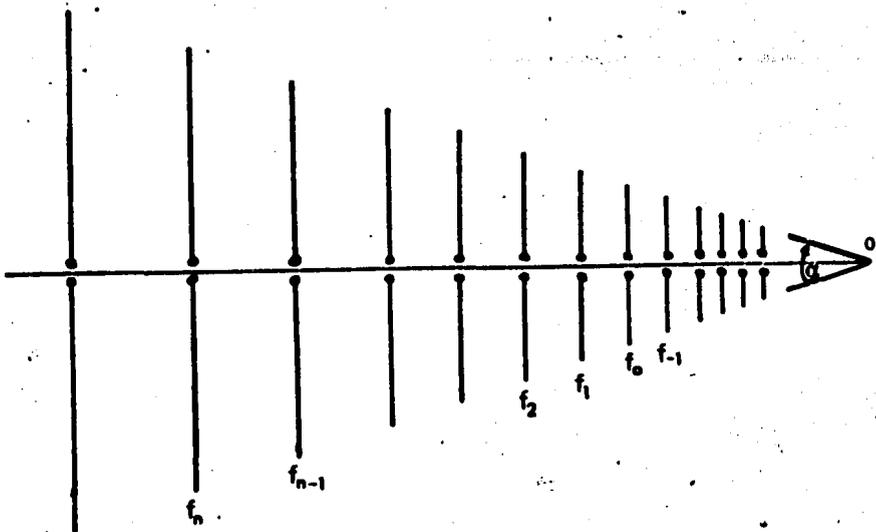


FIGURA 3.11.- Arreglo de dipolos que cumplen el principio logoperiódico.

Las principales características en ancho de banda que presenta la antena logoperiódica tipo dipolo son las siguientes.

- a) Idealmente, puede lograrse un ancho de banda infinito;
- b) El límite inferior del ancho de banda real de la antena depende de la frecuencia de resonancia del dipolo de mayor longitud;
- c) El límite superior depende de la precisión con que se construya;
- d) El ancho de banda no depende de las características eléctricas del arreglo, sino únicamente de consideraciones de tipo físico.

3.4.3. CONSTANTE LOGOPERIODICA.- La constante  $\tau$  puede tomar cualquier

valor real en el intervalo de cero a uno, mientras que "n" puede ser cualquier entero entre  $-\infty$  y  $+\infty$ . Sobre esto se puede notar que al incrementar el valor de "n", la secuencia de dipolos tiende a alejarse del vértice (punto 0 en la figura 3.11), mientras que si se decremента, la secuencia aumentará acercándose al vértice. En el primer caso, por tanto, se amplía el ancho de banda en bajas frecuencias, mientras que en el segundo, aumenta en las altas.

Debido a las características de  $\tau$ , este parámetro recibe el nombre de constante logo-periódica o simplemente constante periódica o logaritmica.

Reorganizando la ecuación 3.15 se tiene

$$\frac{f_{n+1}}{f_n} = \tau, \quad f_{n+1} < f_n \quad (3.17)$$

En términos de longitud de los dipolos, si " $l_{n+1}$ " es la longitud mínima de resonancia del dipolo de  $\lambda_{n+1}/2$  y " $l_n$ " lo es para la frecuencia " $f_n$ ", en virtud de la ecuación  $\lambda = c/f$

$$\lambda_n = \frac{c}{f_n}$$

$$\lambda_{n+1} = \frac{c}{f_{n+1}}$$

$$\text{Si } l_{n+1} = \lambda_{n+1}/2 \text{ y } l_n = \lambda_n/2$$

$$l_{n+1} = \frac{c}{2f_{n+1}}, \text{ y}$$

$$l_n = \frac{c}{2f_n}$$

De 3.17

$$\frac{\frac{c}{2l_{n+1}}}{\frac{c}{2l_n}} = \frac{l_n}{l_{n+1}} = \tau \quad (3.18)$$

Comparando las ecuaciones 3.17 y 3.18 se puede observar que la constante logarítmica definida en términos de frecuencias guarda una relación inversa a la expresión para la misma constante en función de longitudes de los dipolos respectivos.

La expresión 3.17 es útil para un análisis cuando se conoce el límite superior y se desea conocer el límite inferior del ancho de banda; la ecuación 3.18, en cambio, es útil para determinar el límite superior cuando se conoce el inferior.

Nótese que en el último caso, "n" tiene un comportamiento inverso al señalado para la ecuación 3.17, ya que si "n" toma valores positivos, la secuencia de dipolos tenderá a aproximarse al vértice, sucediendo lo contrario si toma valores negativos.

Para el análisis objeto de esta tesis, se prefirió trabajar en base al criterio de la ecuación 3.18 debido a que éste ofrece una mayor facilidad para determinar el comportamiento de la antena a altas frecuencias,

3.4.4, ANGULO DE APERTURA,- Aún cuando se haya especificado la constante logoperiódica para un diseño en particular, es necesario conocer otros parámetros que en conjunto definirán completamente la geometría de la estructura,

Se conoce como ángulo de apertura al formado por dos líneas rectas trazadas uniendo los extremos de los dipolos en el arreglo, las cuales se intersectan en el vértice, punto en que también se une el eje de simetría de la antena (19).

La importancia del ángulo de apertura, identificado con la letra  $\alpha$  consiste en que su valor determina la distancia existente entre cada dipolo y el vértice, pues la constante logoperiódica sólo informa sobre la longitud de los elementos y su espaciamento mutuo, pero para conocer éste, es necesario haber determinado al menos la distancia entre el vértice y el primer elemento.

El espaciamento entre dipolos define, por su parte, la influencia mutua entre los componentes de la antena, lo que repercute en sus características eléctricas, principalmente en la impedancia.

Al igual que  $\tau$ , el ángulo  $\alpha$  puede tomar valores en forma arbitraria, lo -

que hace necesario un análisis para encontrar un arreglo que presente el comportamiento más acorde con las necesidades a satisfacer.

Afortunadamente, *R.L. Carrel* ofrece un método de diseño con el que es posible llegar a una buena aproximación de los valores óptimos de ambas variables (20). Este método se presenta en la sección 5.2.4.

3.4.5. RELACION ENTRE  $\tau$  y  $\alpha$ .- Mediante un análisis detallado podrá observarse que para un valor dado de  $\alpha$  existe un valor mínimo permisible  $\tau$ , de donde es posible determinar diversas relaciones. Baste de momento decir-- que por lo general, valores grandes de  $\alpha$  van acompañados de valores pequeños de  $\tau$ , teniéndose como resultado modelos compactos para un determinado ancho de banda. Por el contrario, valores pequeños de  $\alpha$  junto con valores grandes de  $\tau$  (siempre menores que la unidad) dan como resultado modelos cuyo mejor -- comportamiento se refleja en pequeñas fluctuaciones de la impedancia de entrada y el patrón de radiación con respecto a la frecuencia, así como alta ganancia, al precio de estructuras de mayores dimensiones, lo que eleva su costo de manufactura. Por tanto, al idear un arreglo logoperiódico de dipolos se deberán establecer los compromisos existentes entre las propiedades deseadas y la inversión económica a realizar para llegar al punto óptimo. Es frecuente encontrar valores cercanos a 0.7 para  $\tau$  y de 30 grados para  $\alpha$ .

3.4.6. RELACIONES ENTRE OTRAS LONGITUDES.- En teoría, se pueden obtener exactamente las mismas propiedades a las frecuencias " $f_1$ ", " $\tau f_1$ ", -- " $\tau^2 f_1$ ", ... y también a las frecuencias " $f_1/\tau$ ", " $f_1/\tau^2$ ",...etc., si tales frecuencias se encuentran en los límites entre los cuales la antena fué diseñada.

La condición limitante, además de esta es que como se indicó en el inciso-- 3.4.2, el medio ambiente que la rodea se escale en igual proporción, lo que significa que el espaciamiento entre dipolos, la distancia entre puntos de alimentación en cada uno de ellos y aún el radio de las varillas utilizadas deberán cumplir la misma relación que las longitudes entre sus extremos.

Haciendo referencia a la figura 3.12, sea " $R_n$ " la distancia entre el vértice y el eje del " $n$ -simo" dipolo, " $a_n$ ", el radio de su sección transversal, " $g_n$ ", la distancia entre sus puntos de alimentación y " $d_n$ ", la distancia entre los dipolos " $n$ " y " $n+1$ ".

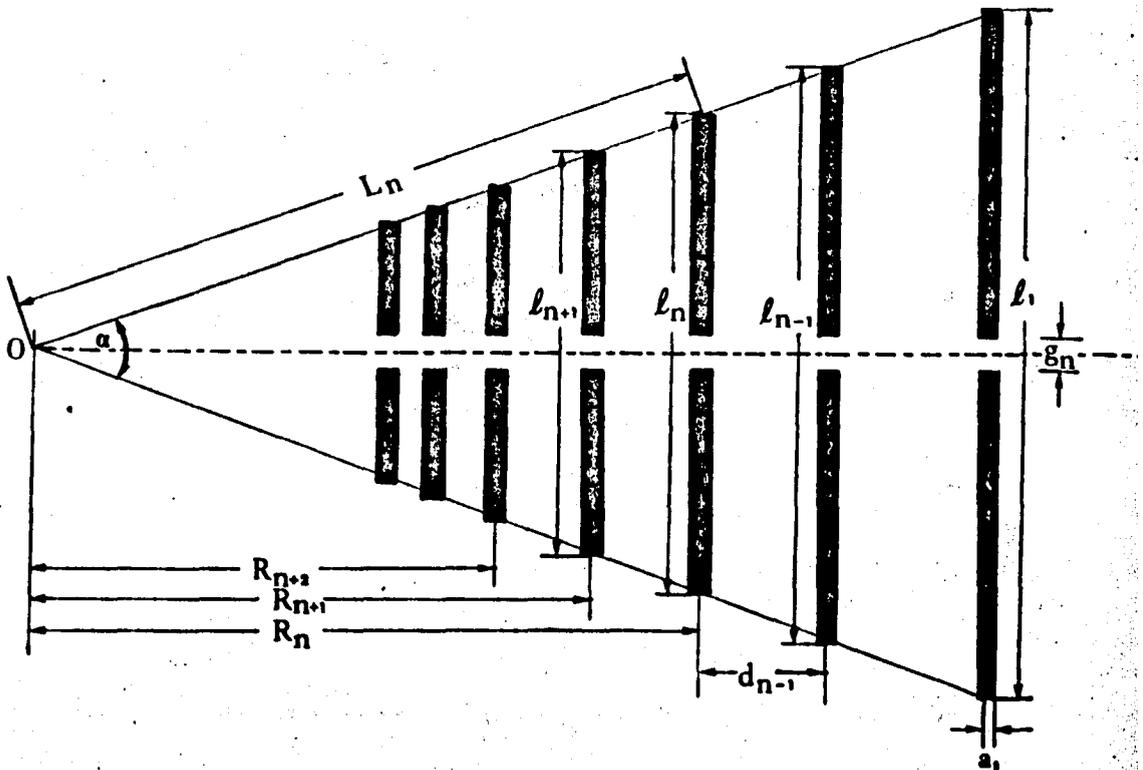


FIGURA 3.12. Notación utilizada en el análisis de la antena logoperiódica con polarización lineal.

Todo lo enunciado con anterioridad será aplicable si se cumplen las siguientes relaciones

$$\frac{R_{n+1}}{R_n} = \tau \quad (3.19)$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \tau \quad (3.20)$$

$$\frac{g_{n+1}}{g_n} = \tau \quad (3.21)$$

$$\frac{d_{n+1}}{d_n} = \tau \quad (3.22)$$

Afortunadamente, para fines prácticos no es necesario observar estrictamente lo establecido en las expresiones 3.20 y 3.21, pues en análisis anteriores (21) se ha concluido que estos factores pueden ignorarse sin un efecto serio cuando la razón entre frecuencias de corte no excede el orden de 10 a 1.

3.4.7. CONSTANTE DE ESPACIAMIENTO.- Numéricamente, existe una relación mas estrecha entre  $\tau$  y  $\alpha$  que la simple definición de dimensiones físicas. Esta relación, llamada constante de espaciamiento y denotada con la letra griega  $\sigma$  se define como la longitud eléctrica que representa la distancia entre un dipolo de media onda y su vecino menor, en función de la longitud de onda del elemento mayor. De la figura 3.12 y haciendo algunos razonamientos se puede determinar su valor.

Sea, como ya fué indicado, " $d_n$ " la distancia entre el dipolo de media on da " $n$ " y su vecino " $n+1$ ". De la figura 3.12 puede determinarse que

$$d_n = R_n - R_{n+1} \quad (3.23)$$

De 3.19

$$R_{n+1} = \tau R_n$$

Por lo que, substituyendo esta expresión en 3.23

$$d_n = R_n - \tau R_n$$

$$d_n = (1-\tau) R_n \quad (3.24)$$

Ahora bién, de trigonometría se sabe que

$$L_n = \frac{l_n/2}{\text{sen } (\alpha/2)}$$

$$L_n = R_n / \cos (\alpha/2)$$

Igualando las dos últimas expresiones

$$\frac{l_n/2}{\text{sen } (\alpha/2)} = \frac{R_n}{\cos (\alpha/2)}$$

$$R_n = \frac{l_n}{2} \frac{\cos (\alpha/2)}{\text{sen } (\alpha/2)}$$

$$R_n = \frac{l_n}{2} \cot \frac{\alpha}{2} \quad (3.25)$$

Substituyendo 3.25 en 3.24

$$d_n = (1-\tau) \frac{l_n}{2} \cot \frac{\alpha}{2}$$

Pero

$$l_n = \frac{\lambda_n}{2} \quad (3.26)$$

Por lo que

$$d_n = \frac{\lambda_n}{4} (1-\tau) \cot \frac{\alpha}{2}$$

$$d_n = \sigma \lambda_n$$

Siendo

$$\sigma = \frac{1}{4} (1-\tau) \cot \frac{\alpha}{2} \quad (3.27)$$

Existe una expresión equivalente a 3.27 que puede ser útil en ciertos casos en que es necesario determinar el valor de  $\sigma$  antes de conocer los valores de  $\tau$  y  $\alpha$ . Dicha expresión se obtiene directamente de la definición de constante de espaciamiento.

En la ecuación 3.23, se definió la distancia entre un dipolo de media -- onda y su vecino menor. Por definir una longitud eléctrica, la constante  $\sigma$  - indica el número de veces que cabe una longitud de onda " $\lambda_n$ " en la distancia - " $d_n$ ", lo que numéricamente puede expresarse como

$$\sigma = \frac{d_n}{\lambda_n}$$

Finalmente, en términos de la longitud del dipolo " $n$ " (aquel con respec- to al cual se está determinado  $\sigma$ ), que es precisamente media longitud de onda, re-arreglando 3.26 y substituyendo en la última expresión se tiene

$$\sigma = \frac{d_n}{2l_n} \quad (3.28)$$

Puede observarse que para cualquier par de dipolos contiguos, la rela--- ción 3.23 tiene un comportamiento variable a lo largo del arreglo. Tambi--- es posible notar que la expresión 3.22 se mantiene constante, así como el va- lor, de  $\sigma$ , razón por la cual este parámetro recibe precisamente el nombre de- constante de espaciamiento.

3.4.8. METODOS DE ALIMENTACION.- Hasta ahora únicamente se han mencio- nado características físicas de la antena logarítmico periódica, por lo- que es oportuno penetrar ya a su comportamiento eléctrico.

Para comenzar, se expondrán los dos métodos más comúnmente utilizados pa- ra conectarla a una línea de transmisión, señalando sus ventajas y desventa--

jas. La figura 3.13 muestra dichos métodos.

En ambos casos los dipolos se conectan a la fuente de modo que sus respectivas impedancias de entrada queden en paralelo a lo largo de la línea de alimentación.

En el método mostrado en la figura 3.13 (a), los dipolos están conectados con una misma relación de fase (considerando despreciable el defasamiento sufrido en la línea de alimentación), por lo que, tomando en cuenta la cercanía entre elementos adyacentes, la fase de la onda incidente avanzará hacia los elementos de mayor longitud, lo cual produce una radiación con máximo sobre el eje de simetría ("End-Fire"), en la misma dirección. En este caso, los dipolos de longitud mayor a  $\lambda_{op}/2$ , donde " $\lambda_{op}$ " representa la longitud de onda de la frecuencia de operación, se encuentran dentro del haz, produciendo interferencia, lo que ocasiona que la energía radiada disminuya considerablemente. Este método es, por tanto, desventajoso cuando se desea alta ganancia.

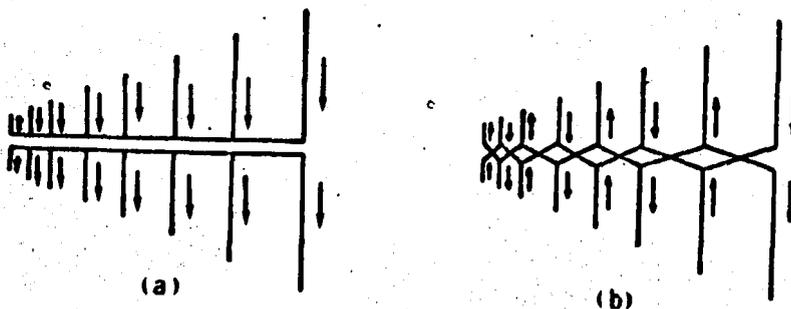


FIGURA 3.13.- Métodos de alimentación de la antena logoperiódica tipo dipolo.

La figura 3.13 (b) muestra el segundo método de alimentación, en el cual los elementos están conectados de modo que se ha añadido una constante de fase de 180 grados entre elementos contiguos, lo que mecánicamente se logra mediante la transposición de la línea entre un dipolo y el siguiente. El efecto eléctrico conseguido de este modo es que los elementos se encuentran en mutua oposición de fase, provocando para ~~los~~ dipolos pequeños que la energía radiada por uno de ellos se cancelará casi en su totalidad con la energía del siguiente, logrando así disminuir el efecto de interferencia. Para los dipolos de longitud mayor a la de resonancia, la inversión de fase produce un retroceso en la dirección de propagación (reflexión), alcanzándose una súperposición con la energía radiada por los dipolos de longitud cercana a la de resonancia. Así se logra una radiación en modo "End-Fire" dirigida hacia el vértice de la antena.

Con el segundo método se aumenta la ganancia, al igual que la directividad, pues mientras los dipolos de longitud mayor a la de resonancia actúan como reflectores, los de longitud menor operan como directores de la señal ra--diada.

De lo anterior se concluye que el mejor método de alimentación es el descrito en segundo término, razón por la cual será el utilizado en el presente análisis.

3.4.9. ANALISIS INTERIOR.- Carrel (22) logró dar una explicación del comportamiento interno de la antena de período logarítmico basado en el principio de diseño expuesto por su creador (23), quién como se mencionó en -

el apartado 3.4.2, indica que a una frecuencia dada deberá excitarse sólo -- una porción de la antena, cuyos elementos estarán a una distancia aproximada constante en términos de longitud eléctrica medida a partir de su vértice. En términos matemáticos esto significa que la relación  $R_i/\lambda_{op}$  se mantendrá constante. En esta expresión, el subíndice "i" señala únicamente a aquellos dipolos cuya longitud es cercana a la de resonancia.

Carrel determinó que la estructura en estudio puede dividirse en tres regiones de operación bien definidas: de alimentación, activa y de reflexión, - las cuales se estudiarán brevemente en los párrafos siguientes, recordando -- que si se desea profundizar en este tema puede consultarse la referencia ya - señalada. La figura 3.14 muestra esquemáticamente las divisiones aludidas, - así como el circuito equivalente que las representa.

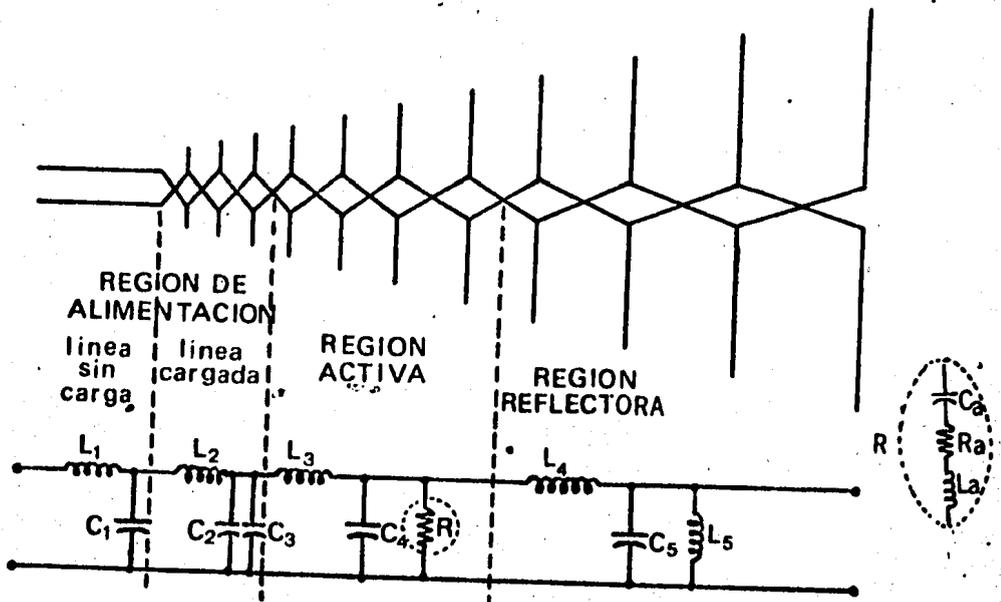


FIGURA 3.14.- Regiones de operación de una antena logarítmica.

a) Región de Alimentación.- Es la sección de la antena más cercana al punto de alimentación y al vértice. Está constituida por los elementos cuya longitud es menor que la mínima necesaria para la resonancia ( $l \ll \lambda_{op}/2$ ).

Esta región se puede dividir a la vez en dos zonas llamadas de línea -- sin carga y de línea cargada. En ambas zonas, los elementos presentan una impedancia altamente capacitiva, por lo que su corriente adelanta al voltaje aplicado aproximadamente en 90 grados. Dicha corriente es pequeña y por tan to su influencia en la radiación del sistema resulta mínima.

a.1) Zona de línea sin carga.- Es la sección compuesta por el extremo final de la línea de alimentación. En el circuito equivalente -- está representada por los elementos concentrados " $L_1$ " y " $C_1$ ".

a.2) Zona de línea cargada.- Se puede comparar con una línea de trans misión a la que se ha agregado una capacitancia " $C_3$ " representando el efecto capacitivo provocado por los elementos que la forma. Dicho efecto es aproximadamente constante debido a que la cerca-- ña entre los elementos de menor longitud se compensa con la sepa ración existente entre los más largos de la zona. El efecto eléc trico de esta capacitancia es el corrimiento de fase de la corrien te con respecto a la distancia.

b) Región Activa.- Está compuesta por los dipolos cuya longitud es -- muy cercana a la de resonancia. Debido a esto, la impedancia presentada a -- la línea de alimentación es básicamente resistiva y la corriente de cada ele

mento está aproximadamente en fase con su tensión, pero al mismo tiempo y debido al considerable espaciamiento entre los dipolos, la corriente en un elemento tiene un corrimiento de fase de casi 90 grados, provocando una fuerte radiación dirigida hacia su vértice.

Su circuito equivalente como línea de transmisión es el de una resistencia (" $R_a$ " en la figura 3.14) en serie con una capacitancia " $C_a$ " y una inductancia " $L_a$ " cuyos efectos se cancelan produciendo la resonancia.

Es de notar que variando la frecuencia de operación, la región activa se mueve a lo largo de la antena, pero su distancia desde el vértice, tomada como longitud eléctrica, permanece constante. Esta región se deforma a medida que se acerca, ya sea al elemento de mayor ó al de menor longitud física, con lo cual se pueden determinar los límites bajo ó alto respectivamente, -- del ancho de banda en la antena.

Si la región activa careciese de anchura, entonces el ancho de banda de operación estaría dado por la razón del mayor al menor elemento del arreglo, es decir:

$$B = \frac{l_1}{l_n}$$

como

$$l_n = \tau^{n-1} l_1$$

$$B = \frac{l_1}{\tau^{n-1} l_1}$$

$$B = \frac{1}{\tau^{n-1}}$$

$$B = \tau^{1-n} \quad (3.29)$$

c) Región Reflectiva.- Es aquella formada por los dipolos cuya longitud es mayor a la de resonancia ( $l \geq \lambda_0/2$ ) \*por lo que su impedancia será predominantemente inductiva, produciendo que la fase de la tensión se adelante a la de corriente. En esta región el voltaje suministrado a la antena es muy pequeño en amplitud debido a que casi la totalidad de la energía ha sido tomada e irradiada por la región activa. Debido al defasamiento de corriente - existente entre dipolos contiguos, la energía remanente será radiada también en dirección al vértice y, a causa de la reactancia inductiva, cualquier energía incidente en esta región será reflejada casi en su totalidad.

Se deja hasta aquí la exposición de las principales características de las antenas, tanto a nivel general como en particular de las logoperiódicas, pues se considera que puede resultar más provechoso proseguir su análisis en los puntos de esta tesis en que sea necesario ampliarlos o complementarlos, en vez de enunciar simplemente los conceptos sin una utilidad inmediata.

(\* ) N O T A.- Se entiende que cuando  $l = \lambda_0/2$ , se ha sobrepasado la longitud de resonancia, pues en la práctica, dicha longitud es aproximadamente  $l_{res} = 0.95 \lambda_0/2$  (24)

## 3.5 REFERENCIAS.

- (1) Kraus /23/, Cap. 1, P.1.
- (2) Belotzerkovski /1/, Cap. 2, Parr. 2. Pp. 2-5
- (3) Nikol'sky /30/, Cap. 1, Parr. 3. Pp. 27-28
- (4) Kraus /23/, Cap. 11, Parr. 2. Pp. 252-254
- (5) Jordan /20/, Cap. 11, Parr. 2. P. 346.
- (6) Smith /37/, Cap. 3. Pp. 116-117.
- (7) Hernández /16/, Cap. 2.
- (8) Jordan /20/, Cap. 11, Parr. 2. P. 345.
- (9) Gerez /10/, Cap. 8, Parr. 4. P. 423.
- (10) Kraus /23/, Cap. 2, Parr. 15. P. 26.
- (11) Kraus /23/, Cap. 2, Parr. 14. P. 23.
- (12) Kraus /23/, Cap. 2, Parr. 15. P. 27.
- (13) Shrader /36/, Cap. 20, Parr. 28. P. 488.
- (14) Jasik /18/, Cap. 18, Pp. 17-18.
- (15) Jordan/20/, Cap. 11, Parr. 1. P. 345.
- (16) Kraus /23/, Cap. 14, Parr. 22. P. 432.
- (17) Duhamel Et Al. /50/, Pp. 119-128.
- (18) Isbell /56/, P. 260.
- (19) De Vito /48/, P. 303.
- (20) Carrel /46/, Pp.65-66.
- (21) Lamont /24/, Cap. 7, P. 319.
- (22) Carrel /46/, P. 63.
- (23) Isbell /56/, P. 260.
- (24) Smith /37/, Cap. 3. Pp. 116-117.

## C A P I T U L O   I V

### APLICACION DEL METODO DE MOMENTOS AL CALCULO DE ANTENAS

#### I N D I C E

4.1	CONSIDERACIONES PREVIAS	76
4.1.1.	LA ANTENA COMO UN CONJUNTO DE DIPOLOS CORTOS	78
4.1.2.	DEL METODO DE MOMENTOS	79
4.1.3.	IMPEDANCIA MUTUA ENTRE DIPOLOS	79
4.2	ANALISIS POR EL METODO DE MOMENTOS	81
4.3.	DETERMINACION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS	83
4.4	REFERENCIAS.	89

Las funciones vectoriales  $E$  y  $H$  definen totalmente el campo electromagnético en el vacío. La teoría del campo electromagnético se ha formado como resultado de la acumulación y generalización de hechos experimentales y se base en la descripción analítica:

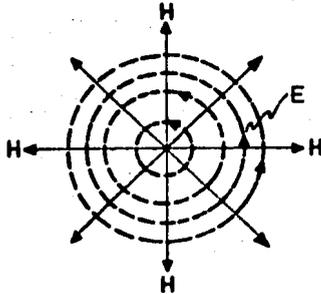


FIGURA 4.1.- Descripción gráfica del campo electromagnético.

Como caso importante, pero sencillo, de un sistema de cargas puntuales-consideremos dos cargas puntuales  $q$  y  $-q$  de signos contrarios pero de igual magnitud absoluta, alejada la una de la otra a una distancia  $l$ .

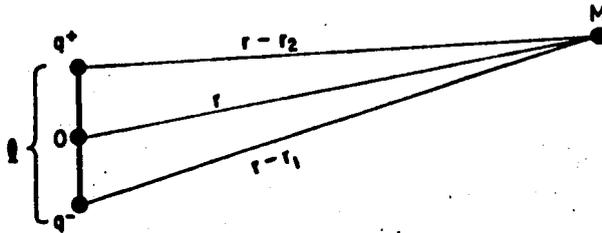


FIGURA 4.2.- Representación del sistema de cargas puntuales.

Si la distancia  $r$ , desde la que se observa este sistema es muy grande - en comparación con la dimensión  $l$ , tal sistema se denomina "dipolo".

## CAPITULO IV

### APLICACION DEL METODO DE MOMENTOS AL CALCULO DE ANTENAS

#### INDICE

4.1	CONSIDERACIONES PREVIAS	76
4.1.1.	LA ANTENA COMO UN CONJUNTO DE DIPOLOS CORTOS	78
4.1.2.	DEL METODO DE MOMENTOS	79
4.1.3.	IMPEDANCIA MUTUA ENTRE DIPOLOS	79
4.2	ANALISIS POR EL METODO DE MOMENTOS	81
4.3.	DETERMINACION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS	83
4.4	REFERENCIAS.	89

C A P I T U L O                      I V

APLICACION DEL METODO DE MOMENTOS AL  
CALCULO DE ANTENAS.

#### 4.1 CONSIDERACIONES PREVIAS

Sea  $q$  la magnitud de una carga puntual (expresada en coulombs). Al decir - - "carga puntual" tenemos en cuenta un cuerpo cargado, de dimensiones extremadamente pequeñas en comparación con la distancia desde la que se observa. En el campo electromagnético sobre la carga puntual actuará una fuerza.

$$F = q (E + [v, H]) \quad (4.1)$$

siendo  $v$  la velocidad de movimiento de la carga.

Si la carga está inmóvil ( $v=0$ ) la fuerza solo depende de la intensidad del campo eléctrico:

$$F = qE \quad (4.2)$$

Las funciones vectoriales  $E$  y  $H$  definen totalmente el campo electromagnético en el vacío. La teoría del campo electromagnético se ha formado como resultado de la acumulación y generalización de hechos experimentales y se base en la descripción analítica:

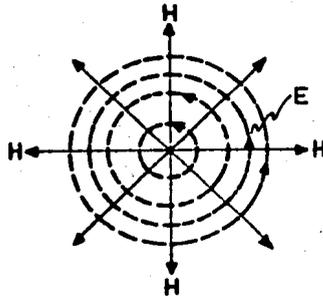


FIGURA 4.1.- Descripción gráfica del campo electromagnético.

Como caso importante, pero sencillo, de un sistema de cargas puntuales- consideremos dos cargas puntuales  $q$  y  $-q$  de signos contrarios pero de igual- magnitud absoluta, alejada la una de la otra a una distancia  $l$ .

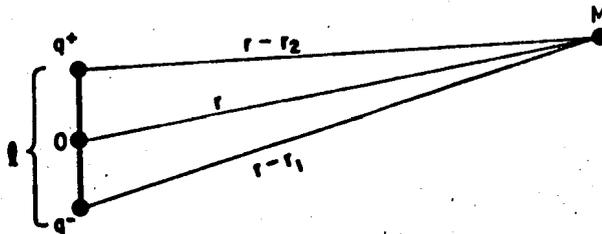


FIGURA 4.2.- Representación del sistema de cargas puntuales.

Si la distancia  $r$ , desde la que se observa este sistema es muy grande - en comparación con la dimensión  $l$ , tal sistema se denomina "dipolo".

4.1.1 LA ANTENA COMO CONJUNTO DE DIPOLOS CORTOS.- Si ahora agregamos al sistema del párrafo anterior un número  $n$  de cargas puntuales con iguales características, tendremos un arreglo de dipolos cortos cuyos campos individuales se integran siguiendo el principio de superposición para dar como resultado un campo electromagnético total de características diferentes a las de sus componenetes.

Un conductor por el cual se hace circular corriente eléctrica, puede -- considerarse como un conjunto de dipolos cortos, lo que implica que dicho -- conductor se convierte en un radiador (figura 4.3), debido a esta caracterfs tica de los conductores.

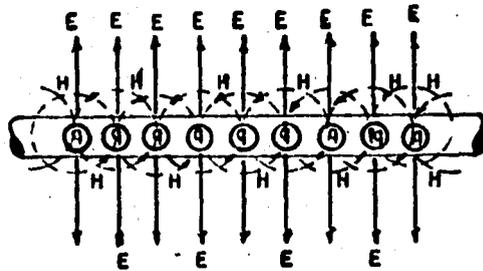


FIGURA 4.3.- Conjunto de dipolos cortos en un conductor.

Puede observarse además que cuando la corriente es variable en el tiempo, los campos generados en el conductor, pueden ser inducidos en otro cuando está lo suficientemente cerca de aquel, de lo cual se deduce que existe --

una transmisión de energía entre uno y otro.

Cuando se aprovecha esta característica en particular de los conductores, se dice que tenemos una antena, que por tanto se puede definir como el dispositivo que integra los campos eléctrico y magnético para producir los voltajes y corrientes necesarios para actuar sobre otros dispositivos eléctricos.

4.1.2. EL METODO DE MOMENTOS.- De los conceptos expuestos anteriormente, podemos concluir que una antena puede ser analizada considerándola compuesta por un número de segmentos cuya cantidad está en función directa de sus dimensiones individuales, teniendo en cuenta que a mayor número de segmentos se tendrá mayor exactitud pues estaremos próximos al modelo propuesto.

El método de momentos presentado anteriormente puede ser aplicado con bastante exactitud utilizando los conceptos anteriores, pues según lo expuesto en los apartados 2.2 y 4.1.1, en ambos casos se utiliza la idea general de descomponer un todo en las partes que lo integran para analizar su influencia por separado en el comportamiento global del conjunto.

En términos eléctricos, la influencia mutua entre dos ó mas elementos recibe el nombre de impedancia, de lo cual resulta que el método de momentos puede aplicarse para encontrar dicha característica.

4.1.3. IMPEDANCIA MUTUA ENTRE DIPOLOS.- Consideremos ahora una bate

rfa de dos dipolos acoplados como se muestra en la figura 4.4.a. En cada dipolo circulan las corrientes  $I_1$  e  $I_2$  respectivamente. En términos de teoría de circuitos, dicho arreglo puede quedar representado por la figura 4.4.b, donde se señalan los valores de voltaje y corriente en cada una de las terminales.

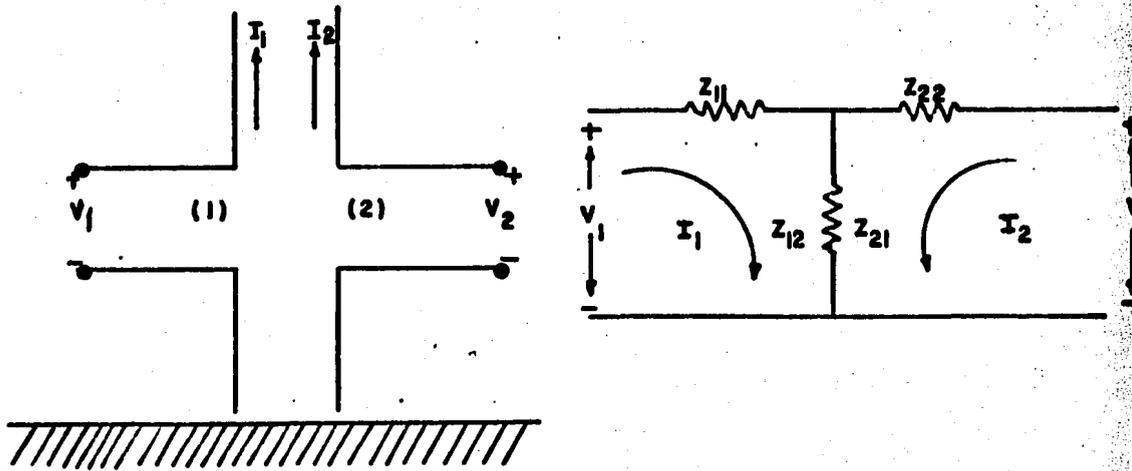


FIGURA 4.4.- Arreglo de dipolos y circuito equivalente,

$Z_{11}$  es la impedancia medida en las terminales (1) con las terminales (2) abiertas; Es decir  $Z_{11}$  es la impedancia de la malla (1). Similarmente  $Z_{22}$  es la impedancia que se mediría en las terminales (2) con las terminales (1) abiertas.  $Z_{12} = Z_{21}$  representan la impedancia mutua entre dichos elementos, quedando.

$$Z_{21} = \frac{V_{21}}{I_1} ; Z_{12} = \frac{V_{12}}{I_2}$$

Donde  $V_{21}$  y  $V_{12}$  representan los voltajes inducidos en circuito abierto entre las terminales debido a las corrientes  $I_1$  e  $I_2$  circulando en los elementos.

De la figura 4.4, deducimos las siguientes ecuaciones de malla.

$$V_1 = I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12}$$

$$V_2 = I_1 Z_{21} + I_2 Z_{22}$$

Que podemos representar en forma matricial de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

o bien

$$[V] = [Z] [I] \quad (4.3)$$

Para el caso general en que se tuviera una batería de  $n$  dipolos, la ec. (4.3) representa la relación existente entre voltajes y corrientes de sus elementos.

#### 4.2 ANALISIS POR EL METODO DE MOMENTOS.

Para propósitos prácticos resulta conveniente considerar la radiación total de una antena, como la suma de las radiaciones individuales ocasionadas

por segmentos de longitud finita, teniendo en cuenta que mientras menor sea su longitud, mayor será la exactitud que se obtenga. La idea fundamental de este análisis consiste en asumir que cada segmento tiene una impedancia propia asociada y debido a su proximidad física con los demás, existirá también una impedancia mutua que afecta los valores de corriente y voltaje que deben tener como origen una onda electromagnética incidente o bien una fuente de voltaje directamente conectada a los extremos del segmento.

De lo anterior se puede concluir que, al igual que en el caso de los dipolos, la interacción entre segmentos queda completamente representada por la Ec. (4.3), en la que  $V$  representa ahora la diferencia de voltaje asociada a cada segmento,  $I$  es un vector con las corrientes que fluyen en ellos y  $Z$  es la impedancia entre cada par de segmentos. Es claro que  $V$  e  $I$  serán arreglos de  $N$  elementos y  $Z$  una matriz cuadrada de orden  $n$ , siendo  $n$  el total de segmentos en que se divide la antena.

Si  $V$  y  $Z$  son conocidos, es posible encontrar la distribución de corrientes reorganizando la Ec. (4.3) en la siguiente forma:

$$[I] = [Z^{-1}] [V] \quad (4.4)$$

Pudiendo entonces conocer los campos radiados a través de las ecuaciones de Maxwell

Comparando las Ec. (2.17) con (4.1) y la (2.21) con la (4.2), encontramos las siguientes equivalencias.

$$\begin{bmatrix} I_{mn} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} Z_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_n \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} I_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} g_m \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} V_m \end{bmatrix}$$

De donde concluimos que este criterio de solución es la aplicación del método de momentos.

Como técnica auxiliar utilizaremos una combinación de los procedimientos conocidos como igualación de puntos y bases sub-seccionales, consistentes en considerar un tren de pulsos de amplitud variable como función, siendo constante en la longitud de cada segmento.

#### 4.3 DETERMINACION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS.

Consideremos un par de segmentos alojados arbitrariamente en el espacio como se muestra en la figura 4.5. Asumiendo que por el eje del segmento (1) circula una corriente, en sus extremos podrá medirse una diferencia de potencial que implica la existencia de cargas de polaridad opuesta, con lo que se genera un campo  $E^s$  que se propaga por el espacio llegando a la superficie del segmento (2) con un cierto retardo, en la referencia (1) se demuestra que para estas condiciones la ecuación que nos representa el campo  $E^i$  en la superficie del dipolo (2) está dada por:

$$E_e^i = -j\omega A_e - \nabla V \quad (\hat{m}) \quad (4,5)$$

siendo

$$A = \mu \int_{\text{eje}} I (1) \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dl \quad (4.6)$$

$$V = \frac{1}{\epsilon} \int_{\text{eje}} \sigma (1) \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dl \quad (4.7)$$

$$\sigma = - \frac{1}{j\omega} \frac{dI}{dl} \quad (4.8)$$

donde  $l$  representa la longitud en el eje del segmento (1) y  $R$  es la distancia de este eje a la superficie del segmento (2).

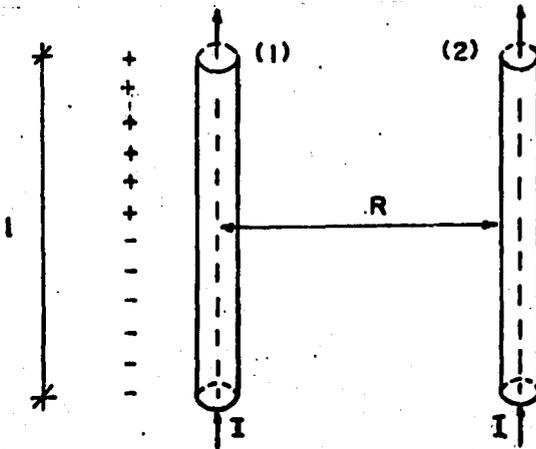


FIGURA 4.5.- Par de segmentos en el espacio

Aplicando lo anterior a una varilla de forma arbitraria, podemos escoger dos segmentos cualquiera  $m$  y  $n$ , en los cuales definimos la siguiente notación.

El segmento  $n$ , se identifica por su punto inicial  $n^-$ , su punto medio  $n$  y su punto final  $n^+$ , la distancia entre  $n^-$  y  $n^+$  se denota por  $\Delta l_n$  y por  $\Delta l_n^-$  y  $\Delta l_n^+$  la misma distancia desplazada medio segmento hacia uno u otro lado sobre el eje. En esta misma forma se pueden identificar los puntos del segmento como se indica en la (figura 4.6.)

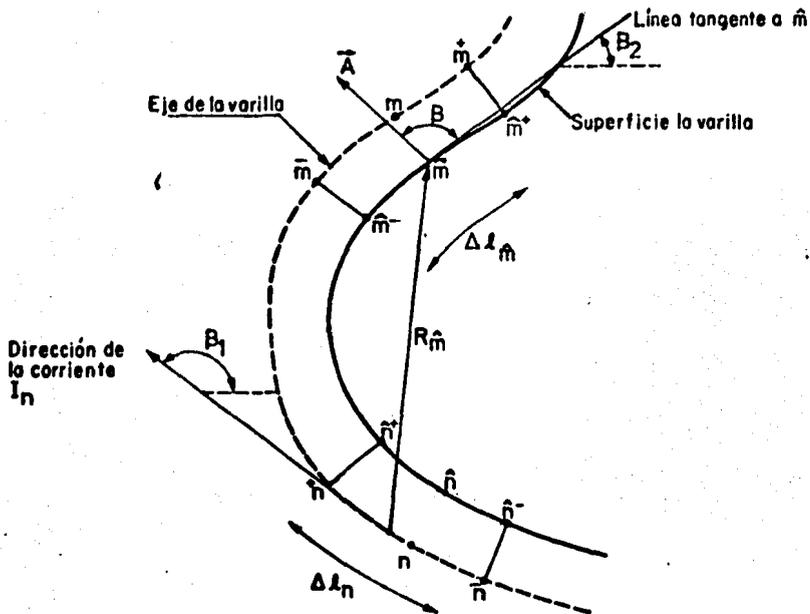


FIGURA 4.6.- Sección de una varilla mostrando los segmentos  $m$  y  $n$

A fin de obtener una solución numérica para las ecuaciones de 4.5 a 4.8, podemos aproximar las integrales por sumas sobre intervalos finitos, y las derivadas por diferencias, resultando entonces:

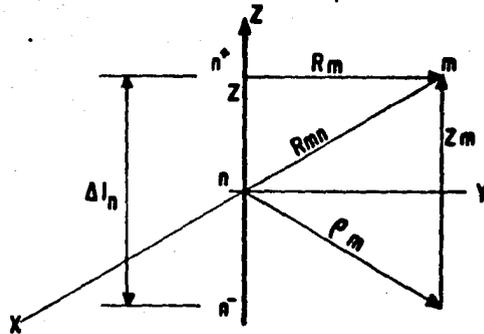


FIGURA 4.7 Geometría para evaluar  $\Psi(m, n)$

$$-E_1^{\uparrow}(m) \approx -j\omega A_1(m) - \frac{V(m^-) - V(m^+)}{\Delta l_m} \quad (4.9)$$

$$A(m) \approx \mu \sum_n I(n) \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dl \quad (4.10)$$

$$V(m^+) \approx \frac{1}{\epsilon} \sum_n \sigma(n^+) \int_{\Delta l_{n^+}} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dl \quad (4.11)$$

$$\sigma(n^+) \approx -\frac{1}{j\omega} \frac{I(n+1) - I(n)}{\Delta l_{n^+}} \quad (4.12)$$

$$V(m^-) \approx \frac{1}{\epsilon} \sum_n \sigma(n^-) \int_{\Delta l} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \quad (4.13)$$

$$\sigma(n^-) \approx - \frac{1}{j\omega} \frac{I(n) - I(n-1)}{\Delta l_{n^-}} \quad (4.14)$$

Considerando el par de segmentos de la figura 4.5, las integrales de 4.10 y 4.11 son de la misma forma y las podemos representar como:

$$\psi(n,m) = \frac{1}{\Delta l_n} \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkR_m}}{4\pi R_m} dl \quad (4.15)$$

donde  $R_m$  es la distancia de un punto sobre el intervalo  $\Delta l_n$  al punto  $m$  ver - - figura 4.7.

Sustituyendo (4.15) en (4.6), el vector potencial en  $m$  debido a  $I(n)$  -- es:

$$A = \mu I(n) \Delta l_n \psi(n,m) \quad (4.16)$$

De la misma manera, sustituyendo (4.15) en (4.11) y (4.13), obtenemos el potencial escalar en  $m^+$  y  $m^-$  debido a las cargas.

$$\begin{aligned}
 V(m^+) &= \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[ I(n) \Psi(n^+, m^+) - I(n) \Psi(n^-, m^+) \right] \\
 V(m^-) &= \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[ I(n) \Psi(n^+, m^-) - I(n) \Psi(n^-, m^-) \right]
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

Llevando (4.16) y (4.17) a (4.9)

$$Z_{mn} = E^t(m) \cdot \Delta l_m / I(n)$$

$$\begin{aligned}
 Z_{mn} = j\omega\mu \Delta l_n \cdot \Delta l_m \Psi(n, m) + \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[ \Psi(n^+, m^+) - \Psi(n^-, m^+) \right. \\
 \left. - \Psi(n^+, m^-) + \Psi(n^-, m^-) \right]
 \end{aligned}
 \tag{4.18}$$

Que representa los elementos de la matriz de impedancias mutuas buscada.

## 4.4 REFERENCIAS.

- (1) *Jordan /20/, Cap. 14.*
- (2) *Resnick /12/, Cap. 39.*
- (3) *Harrington /13/, Cap. 4*
- (4) *Neri Vela /28/, Cap. 2.*
- (5) *Nikolski /30/, Cap. 1.*

## CAPITULO V

### ANALISIS DE LA ANTENA LOGARITMICO PERIODICA CON POLARIZACION CIRCULAR

#### INDICE

5.1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	90
5.2	DETERMINACION DE PARAMETROS	91
5.2.1	CONSTANTE LOGOPERIODICA	91
5.2.2	ANGULO DE APERTURA	92
5.2.3	CONSIDERACIONES SOBRE LA IMPEDANCIA	97
5.2.4	METODO DE CARREL PARA DETERMINAR LOS PARAMETROS DE DISEÑO	99
5.3	MODELO FISICO DE LA ANTENA LOGARITMICO PERIODICA CON - POLARIZACION CIRCULAR	103
5.3.1	GEOMETRIA DE LA ANTENA	103
5.3.2	SISTEMA DE COORDENADAS	110
5.3.3	SEGMENTACION DE LA ANTENA	111
5.4	MATRIZ DE IMPEDANCIAS MUTUAS	117
5.4.1	ESTRUCTURA GENERAL DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS	118
5.4.2	CARACTERISTICAS DE LOS ELEMENTOS	122
5.4.3	ERRORES QUE AFECTAN EL CALCULO DE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS MUTUAS	123
5.5	OTROS METODOS DE ANALISIS	131
5.5.1	METODO DE LA F.E.M. INDUCIDA	131

5.5.2	METODO DE LOS TRES TERMINOS	135
5.5.3	ANALISIS POR EL METODO DE MOMENTOS	137
5.5.4	ANALISIS EN MULTIPLES FRECUENCIAS	138
5.5.5	METODO DE MOMENTOS USANDO DISTRIBUCIONES SENOIDALES COMO FUNCIONES BASE	139
5.6	VECTOR DE CORRIENTES EN LOS SEGMENTOS	140
5.7	IMPEDANCIA DE ENTRADA Y RESISTENCIA DE RADIACION	142
5.7.1	IMPEDANCIA DE ENTRADA EN UN PLANO	146
5.7.2	IMPEDANCIA DE ENTRADA TOTAL	146
5.7.3	RESISTENCIA DE RADIACION	147
5.8	ANALISIS DE LOS CAMPOS RADIADOS	148
5.9	GANANCIA, DIRECTIVIDAD Y OTRAS CARACTERISTICAS	160
5.9.1	GANANCIA	
5.9.2	DIRECTIVIDAD	
5.9.3	OTRAS CARACTERISTICAS	163
5.10	REFERENCIAS.	

C A P I T U L O VANALISIS DE LA ANTENA LOGARITMICO  
PERIODICA CON POLARIZACION CIRCULAR.

En este capítulo y los siguientes se aplicarán los conceptos estudiados con anterioridad al diseño de un tipo muy particular de antena, aunque como se verá más adelante, las expresiones aquí obtenidas serán igualmente útiles para otros tipos de arreglos si únicamente se varían algunos parámetros o se tienen en cuenta ciertas consideraciones.

En el Capítulo III se describieron los parámetros que definen una antena logarítmico periódica con polarización lineal (ver la sección 3.4), sin haber profundizado en los criterios para su selección ni en su acción sobre las características físicas ó eléctricas del arreglo, todo lo cual se complementará a continuación.

### 5.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Tómese por ejemplo el caso de un arreglo de dipolos con características definidas, pero desconocidas por el momento. Entonces podría requerirse el-

conocerlas para descubrir sus posibles aplicaciones, definiendo así lo que se conoce como un problema de análisis.

Por otro lado, si se desea construir un arreglo bajo condiciones preestablecidas, el método a seguir será el de escoger parámetros tales que en combinación cumplan los requerimientos señalados. Este planteamiento define un -- problema de síntesis.

El desarrollo siguiente puede ser utilizado para dar una respuesta a ambos casos, por lo que sin pérdida de generalidad y teniendo en cuenta los motivos de la presente investigación, el curso del mismo se orientará hacia la resolución del problema de análisis, pues desde este punto de vista es posible conseguir un estudio general, además de proporcionar resultados que son directamente aplicables al problema de síntesis.

## 5.2 DETERMINACION DE PARAMETROS.

5.2.1. CONSTANTE LOGOPERIODICA ( $\tau$ ).- La selección de este parámetro debe hacerse teniendo en cuenta el ancho de banda deseado. De las pruebas realizadas en este seminario se confirmó lo expuesto en el párrafo 3.4.5, en sentido de que a medida que disminuye el valor de  $\tau$ , el ancho de banda posible aumenta, pero al mismo tiempo se reduce la impedancia mutua entre dipolos, y como efecto de la separación que existe entre ellos, se pierde continuidad en el paso de una frecuencia a la siguiente, provocando la pérdida de independencia a la frecuencia, ya que el ancho de banda de un dipolo no logra traslaparse suavemente con el de los contiguos.

El criterio seguido para la selección de  $\tau$  consiste en que de un dipolo a otro, la amplitud en la intensidad de campo eléctrico no sufra una atenuación mayor a 3 dB en la frecuencia de traslape. Por ejemplo, sean tres dipolos contiguos pertenecientes a un arreglo logoperiódico. Conociendo la frecuencia de resonancia del dipolo de mayor longitud es posible determinar la de los restantes si se sabe el ancho de banda del primero. Utilizando una gráfica similar a la presentada en la figura 5.1 se determina la longitud a que deben cortarse los restantes haciendo uso de la expresión:

$$L = \frac{c}{2f_n} \quad (5.1)$$

En la que "L" es la longitud buscada en metros, "c" es la velocidad de la luz en metros por segundo y "f<sub>n</sub>" es la correspondiente frecuencia de resonancia, en hertz.

De esta forma, el área común, sombreada en la figura 5.1, contribuye a reforzar la caída de respuesta, logrando estabilizar la curva a valores que en conjunto aproximan la curva resultante a un comportamiento estable.

5.2.2. ANGULO DE APERTURA ( $\alpha$ ).- Ya se mencionó anteriormente que la principal influencia del ángulo de apertura al comportamiento de la antena es en lo que se refiere al ancho de banda total que se puede lograr, toda vez que al establecer el valor de  $\alpha$ , queda determinado el ancho de banda teórico. *Carmona (1)* indica que se logran buenos diseños cuando la constante de

espaciamiento ( $\sigma$ ) toma valores entre 0.1 y 0.2; por tanto, con este criterio y usando la ecuación 3.27, es posible obtener un valor aproximado de  $\alpha$  para iniciar un proceso iterativo de selección hasta encontrar el adecuado a las necesidades. Para desarrollar esta tesis se utilizó un programa de computadora (identificado en el apéndice "C" como "LOGAN 1") con el cual fué posible obtener las gráficas que se muestran en la figura 5.2, en las cuales se observa la relación entre los parámetros aludidos.

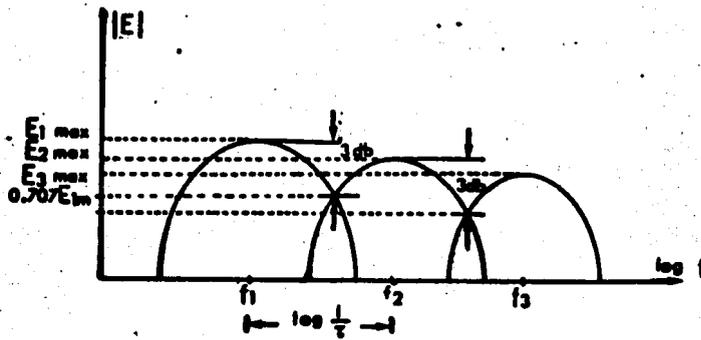


FIGURA 5.1.- Diagrama conceptual para explicar la selección de parámetros de diseño en un sistema logo-periódico.

De los resultados que se observan, la selección definitiva es la mostrada en la tabla 5.1.

Otro factor a considerar para la selección de  $\tau$  y  $\alpha$  es la directividad deseada, cuya estrecha relación con el ancho del haz y consecuentemente con el patrón de radiación fueron mencionados con anterioridad.

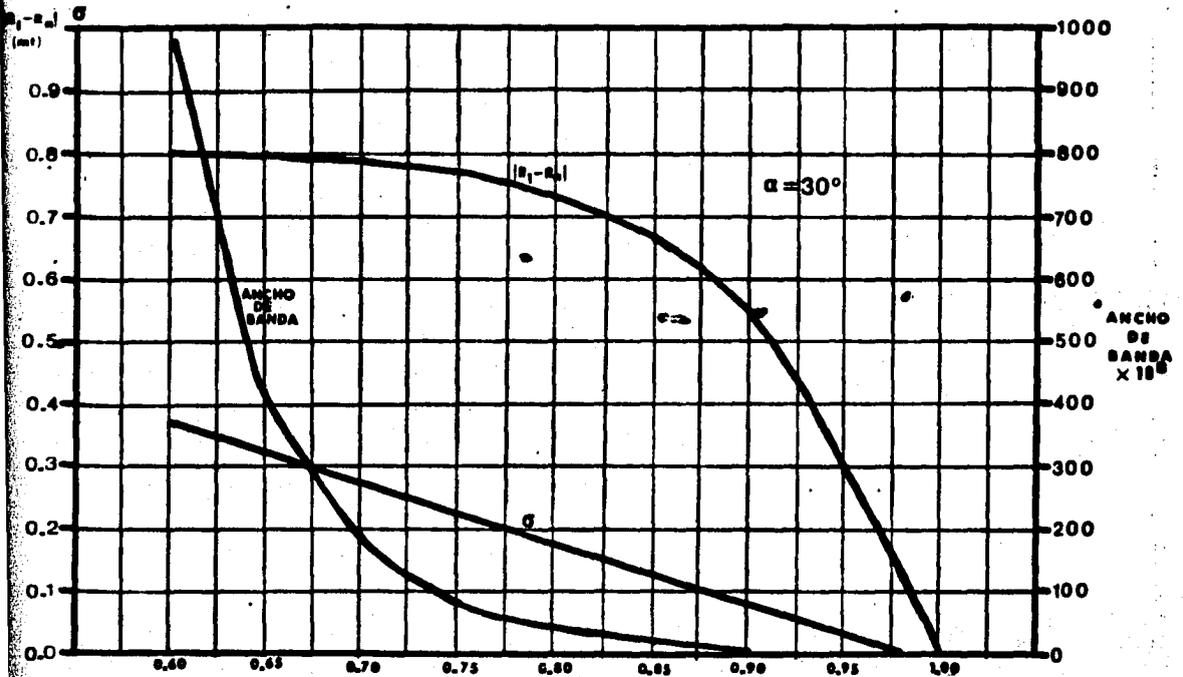


FIGURA 5.2.a.- Variación de la constante de espaciado y de la longitud real del arreglo con los valores de  $\tau$  y  $\alpha$  indicados.

*Jasik* (2) presenta un estudio sobre las características de los elementos - en un arreglo logoperiódico como el de la figura 3.10.1, y posteriormente afirma que tales consideraciones pueden aplicarse con buena aproximación al arreglo que aquí se comenta.

En la referencia citada se presenta una gráfica que muestra la relación -- que debe existir entre  $\tau$  y  $\alpha$  para lograr un ancho del haz en particular. Dicha gráfica se reproduce en la figura 5.3 para su pronta referencia.

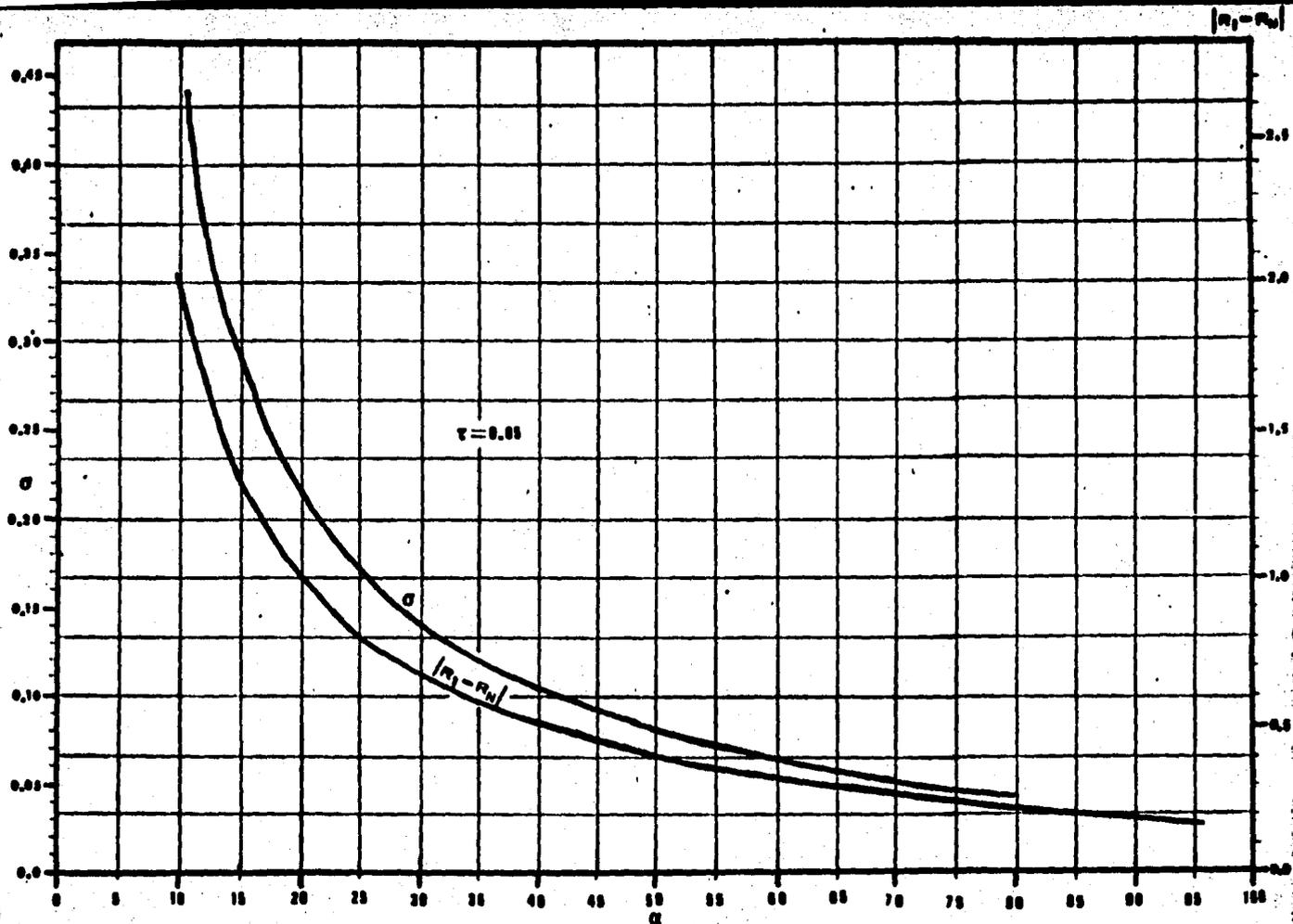


FIGURA 5.2.b. Variación de la constante de espaciamento  $\sigma$  y de la longitud real de la antena  $|R_1 - R_n|$ , en metros al variar el ángulo de apertura,  $\alpha$  (en grados), para el valor de la constante logoperódica ( $\tau$ ) mostrada.

## DIMENSIONES DE ANTENA LOGARITMICO-PERIODICA

### CONSTANTES DE DISEÑO

NUMERO DE DIPOLOS DEL ARREGLO	12	FRECUENCIA BAJA $3.5 \times 10^8$ Hz.
LONGITUD ELECTRICA	0.5	ANGULO DE APERTURA $30^\circ = 0.524$ Rad.
CONSTANTE LOGOPERIODICA ( $\tau$ )	0.85	RADIO DE LAS VARILLAS $0.00134$ m (D/2)
CONSTANTE DE ESPACIAMIENTO ( $\sigma$ )	0.1399	

### CONSTANTES CALCULADAS

ELEM.	LONG. (cm)	DIST. AL VERT. (cm)	DIST. ELEM. ANT. (cm)	FCIA. (MHz)	LONG. ONDA (metros)	ANCH. BANDA (MHz)	LONG/DIA (cm)	VEL. ANG. (Rad/Seg)	D/ $\lambda$
1	42.82	79.91		350.0	0.8565		159.80	$2.1 \times 10^9$	0.315
2	36.40	67.92	11.98	411.8	0.7280	61.80	135.83	2.5 "	0.368
3	30.94	57.74	10.18	484.4	0.6188	134.45	115.45	3.0 "	0.433
4	26.30	49.07	8.66	569.9	0.5260	219.90	98.13	3.5 "	0.509
5	22.35	41.71	7.36	670.5	0.4471	320.50	83.34	4.2 "	0.599
6	19.00	35.45	6.25	788.9	0.3800	438.80	70.90	4.9 "	0.705
7	16.15	30.14	5.31	928.0	0.3230	578.00	60.27	5.8 "	0.829
8	13.72	25.61	4.52	1091.7	0.2745	741.80	51.22	6.8 "	0.975
9	11.67	21.77	3.84	1284.5	0.2334	934.50	43.54	8.0 "	1.140
10	9.91	18.51	3.26	1511.1	0.1983	1161.20	37.01	9.4 "	1.350
11	8.43	15.73	2.77	1777.8	0.1686	1427.80	31.46	$1.1 \times 10^{10}$	1.580
12	7.16	13.37	2.36	2091.5	0.1433	1741.50	26.74	1.3 "	1.860

LONGITUD TOTAL REAL DEL ARREGLO 66.54 cm      ANCHO DE BANDA DE LA ANTENA 1741.5 MHz

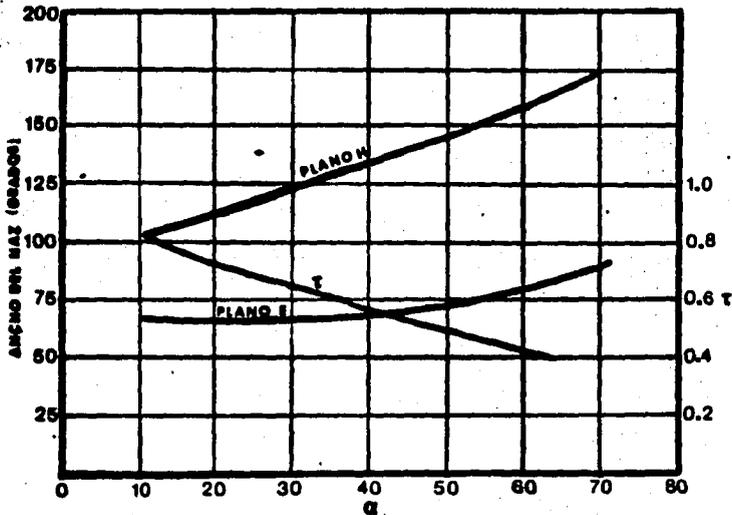


FIGURA 5.3.- Valores mínimos de  $\tau$  necesarios para conseguir, con uno de  $\alpha$  dado, cierto ancho del haz.

5.2.3. CONSIDERACIONES SOBRE LA IMPEDANCIA.- Para concluir la definición de los parámetros de diseño, resta únicamente determinar la relación que deberá existir entre la longitud "l" y el diámetro "d" de los dipolos a utilizar. Sobre este particular, *De Vito* (3) ha publicado un estudio determinando que la relación de longitud a diámetro en un dipolo debe ser alta para aplicaciones de baja potencia, y baja para antenas de uso en alta potencia. Esto significa que cuando un radiador va a operar con baja potencia, la longitud de sus dipolos deberá ser considerablemente mayor a su diámetro, sucediendo lo contrario cuando se desea trabajar con potencias altas.

A su vez se sabe que la impedancia de un conductor está íntimamente liga

da a la relación de longitud a diámetro, pues si esta es alta, la impedancia también lo será. *Jordan* (4) y *Kraus* (5) hacen patente dicha influencia cuando determinan la impedancia promedio de un dipolo delgado, mediante la expresión

$$Z_{\text{prom}} = 120 \ln \frac{\lambda}{2a}$$

Donde "l" es la longitud del dipolo, y "a", su radio.

Aunado a lo anterior, *Neri* y *Maclean* (6) demostraron que el método de momentos ofrece buenos resultados cuando un dipolo se divide en segmentos de longitud no mayor a  $\lambda/10$  a fin de mantener una corriente aproximadamente constante en su longitud. Esto implica que la relación mínima de longitud a diámetro en un conductor es de 5, aunque se puede lograr aproximadamente la misma exactitud con relaciones menores si se considera que la corriente fluye únicamente en el eje del conductor.

Con las consideraciones anteriores queda resuelto el problema de determinar las principales características eléctricas del modelo con que se va a efectuar el análisis, restando únicamente seleccionar los valores a utilizar. Habiendo tenido en cuenta los rangos de operación del equipo de laboratorio y la intención de analizar el comportamiento de la antena a altas frecuencias, se decidió utilizar un arreglo diseñado en base a los parámetros que se detallan en la tabla 5.1.

5.2.4. METODO DE CARREL PARA DETERMINAR LOS PARAMETROS DE DISEÑO.- Basado en múltiples observaciones, Robert L. Carrel publicó en 1961 un procedimiento para diseñar antenas logoperiódicas tipo dipolo, partiendo de ciertos requerimientos a satisfacer, lo cual concuerda con la definición del problema de síntesis como se estableció en el punto 5.1.

La antena a diseñar deberá ser tal que cumpla con los valores de directividad e impedancia de entrada requeridos en un ancho de banda dado.

El primer paso a seguir es la elección de  $\tau$  y  $\alpha$  para determinar el número de elementos y la longitud real del arreglo óptimo, teniendo en cuenta los costos de manufactura y la directividad deseados. La figura 5.4 puede ser utilizada para una primera aproximación.

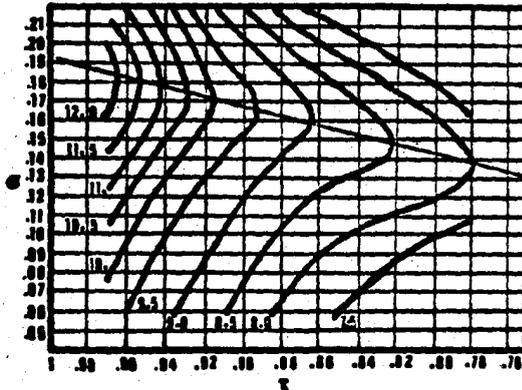


FIGURA 5.4.- Contornos de directividad constante (en dB) contra  $\tau$  y  $\sigma$  óptima; indica la directividad máxima para un valor dado de  $\tau$ .

Con estos datos se puede determinar el ancho de banda teórico de la antena utilizando la ecuación 3.29, la cual se repite a continuación como:

$$B_a = \tau^{1-n} \quad (5.2)$$

También se puede obtener el ángulo de apertura modificando la ecuación - 3.27 en la siguiente forma

$$\frac{\alpha}{2} = \arctan \frac{1-\tau}{4\sigma} \quad (5.3)$$

Deben hacerse las siguientes observaciones.

- a).- El ancho de banda teórico es aquel que se lograría si la región activa de la antena careciese de anchura (ver el punto 3.4.9, inciso b), pero como en las antenas prácticas esto rara vez sucede, el ancho de banda real será menor que el teórico, por lo que para lograr el ancho deseado " $B_a$ " deberá ser mayor que el real en un factor -- " $B_{ra}$ ", conocido como ancho de banda de la región activa, y cuyo valor puede ser determinado aproximadamente con la gráfica de la figura 5.5.
- b).- El ángulo de apertura aquí determinado es aquel que se toma del eje del arreglo a una de las rectas que unen los extremos de los dipolos, por lo que para tener congruencia con la notación definida-

en la figura 3.12, el valor obtenido con este método deberá duplicarse.

Con los valores ya determinados se puede conocer la inter-relación lograda entre los valores de  $\tau$  y  $\sigma$  seleccionados comparando la ecuación 5.2 con la 5.4; de no resultar valores semejantes, habrá necesidad de efectuar una nueva-selección hasta lograr la que más se adecúe a los requerimientos de diseño. La segunda ecuación mencionada es la siguiente

$$B_a = B_{ef} B_{ra} \quad (5.4)$$

en la que " $B_{ef}$ " representa el ancho de banda efectivo deseado.

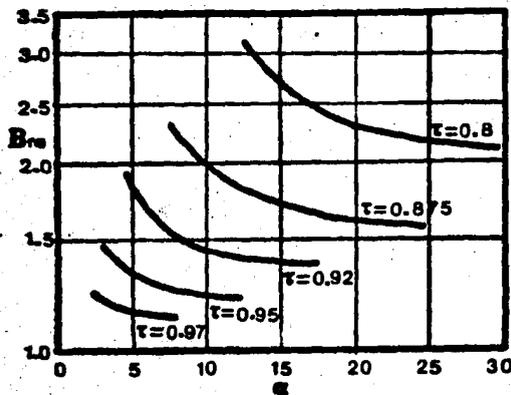


FIGURA 5.5.- Factor de ancho de banda de la región activa contra  $\alpha$  para diversos valores de  $\tau$

Una vez logrado lo anterior, se determina la longitud eléctrica de la antena referida a la longitud de onda más grande, toda vez que el dipolo de ma

mayores dimensiones físicas se corta a la distancia  $\lambda_{\max}/2$ . El parámetro ahora buscado se encuentra mediante la expresión

$$\frac{R_1 - R_n}{\lambda_{\max}} = \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{B_a} \right) \cot \alpha \quad (5.5)$$

ecuación que se presenta aquí como la define Carrel en la referencia (7), cuyo resultado nuevamente deberá ser optimizado. En esta ecuación, " $R_1 - R_n$ " denota la distancia entre dos puntos análogos de los dipolos extremos del arreglo.

Posteriormente se puede determinar el número total de dipolos que contendrá la antena, de acuerdo a la siguiente fórmula

$$N = 1 + \log B_a - \log \frac{1}{\tau} \quad (5.6)$$

con la cual queda completamente definida la estructura por implementar.

Se habrá notado durante todo el proceso descrito la necesidad de ir revisando, o incluso modificando los parámetros obtenidos en los pasos previos, pero el principal punto que habrá de cuidar el diseñador es el anotado en la ecuación 5.5, ya que en él está implícita la razón de onda estacionaria que resultará del arreglo. El criterio a seguir para llegar al valor óptimo es que la ecuación 5.5 arroje un valor mínimo, teniendo en cuenta que dicho resultado puede implicar un número excesivo de elementos para mantener un míni-

mo valor de la razón de onda estacionaria.

### 5.3 MODELO FISICO DE LA ANTENA LOGARITMICA PERIODICA CON POLARIZACION CIRCULAR.

Todos los conceptos citados hasta este punto se han referido a arreglos logoperiódicos polarizados linealmente. En base a estos mismos conceptos se expondrán ahora los principales aspectos que intervienen en el diseño de una antena del mismo tipo operando con polarización circular.

5.3.1. GEOMETRIA DE LA ANTENA.- El arreglo que se presenta a continuación es una extensión del concepto de antena tipo "turnstile" ó torniquete ampliamente comentado por diversos autores para explicar la teoría de la polarización circular, entre los que destacan Kraus (8), Lamont (9) y otros. Esta antena está formada por dos dipolos de igual longitud, dispuestos ortogonalmente teniendo como punto común sus respectivos centros, alimentados en ese mismo punto de modo que exista un defasamiento de 90 grados entre uno y otro para lograr la polarización circular de los campos radiados. Dicho defasamiento se logra conectando uno de los dipolos directamente a la línea de transmisión y el otro mediante dos conductores que parten del primero con una longitud de  $\lambda/4$  hasta los puntos de alimentación del segundo, como muestra la figura 5.6

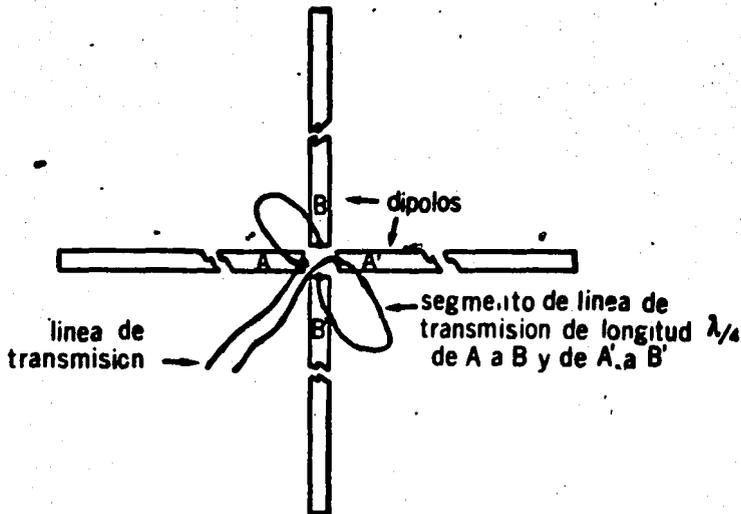


FIGURA 5.6.- Esquema de conexiones en una antena tipo "turnstile" Polarizada circularmente.

Antes de continuar la presentación del modelo bajo estudio es conveniente comentar que un método alternativo para obtener polarización circular a partir de dipolos rectos consiste en cruzarlos ortogonalmente en forma análoga al caso anterior, pero esta vez alimentando ambos en igual relación de fase. La diferencia estriba en que, en este caso, los dipolos no forman un plano al cruzarse, pues se deben separar una distancia equivalente a un cuarto de la longitud de onda de trabajo. De este modo se logra un efecto equivalente al mencionado en primer término, pues aunque ambos dipolos irradian la onda electromagnética con igual relación de fase, al avanzar la generada en el dipolo posterior alcanzará a la onda del otro dipolo exactamente un cuarto de ciclo después, punto en el cual ambas radiaciones se suman produciendo una onda úni

ca cuyo comportamiento en el espacio es precisamente circular. La figura 5.7 muestra tal disposición.

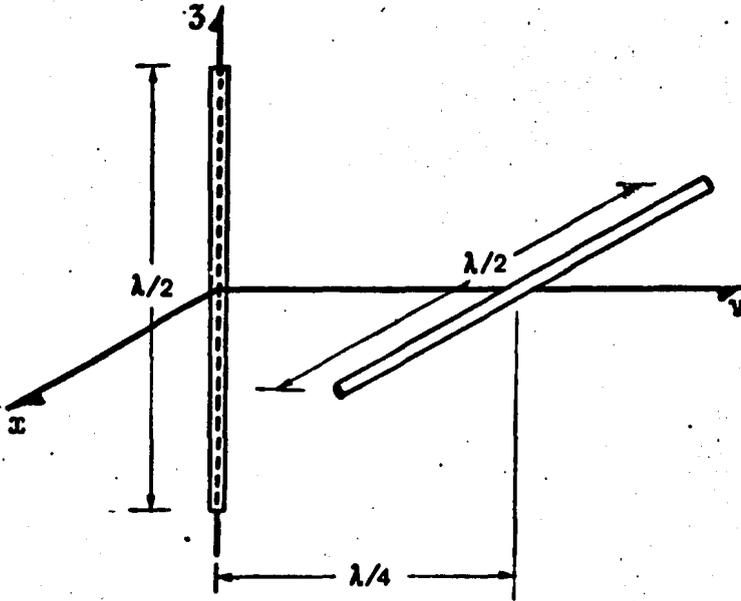


FIGURA 5.7.- Antena tipo "turnstile" con dipolos defasados un cuarto de onda.

Combinando la idea citada en primer término con la antena logoperiódica -- que se ha mencionado, surge el arreglo mostrado en la figura 5.8, en la que para efectos de claridad se ha omitido el detalle de la alimentación .

Los elementos de esta nueva antena se interconectan considerando que constituyen dos arreglos independientes pero conectados a una misma fuente, lo cual significa que en la región comprendida entre los dipolos extremos existirán dos líneas transmisión, y fuera de esta, una sola.

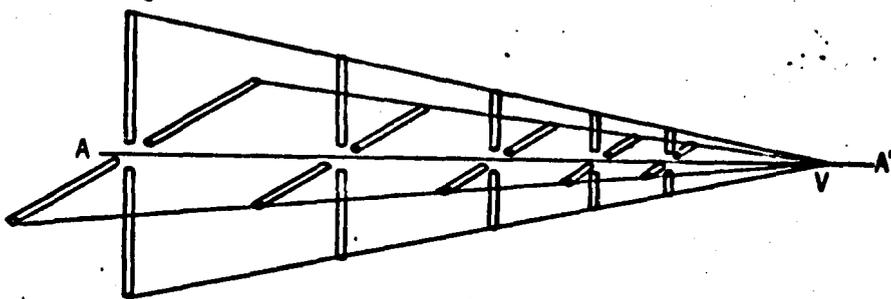


FIGURA 5.8.- Antena logarítmico periódica tipo dipolo con polarización circular.

Para lograr con el nuevo diseño un campo polarizado circularmente basta con efectuar un defasamiento de 90 grados al conectar los dipolos de menor -- longitud a la fuente común en la forma como se indica en la figura 5.6, manteniendo independiente la transposición de dipolos para cada plano. La figura-5.9 muestra en una separación conceptual de los planos, la conexión entre los elementos del arreglo completo.

Observando la geometría de esta antena, puede ya visualizarse que la totalidad de los conceptos discutidos anteriormente para antenas logarítmicas - con polarización lineal son absolutamente válidos para describir el nuevo arreglo, por lo que no existe necesidad de modificar su aplicación para el caso presente.

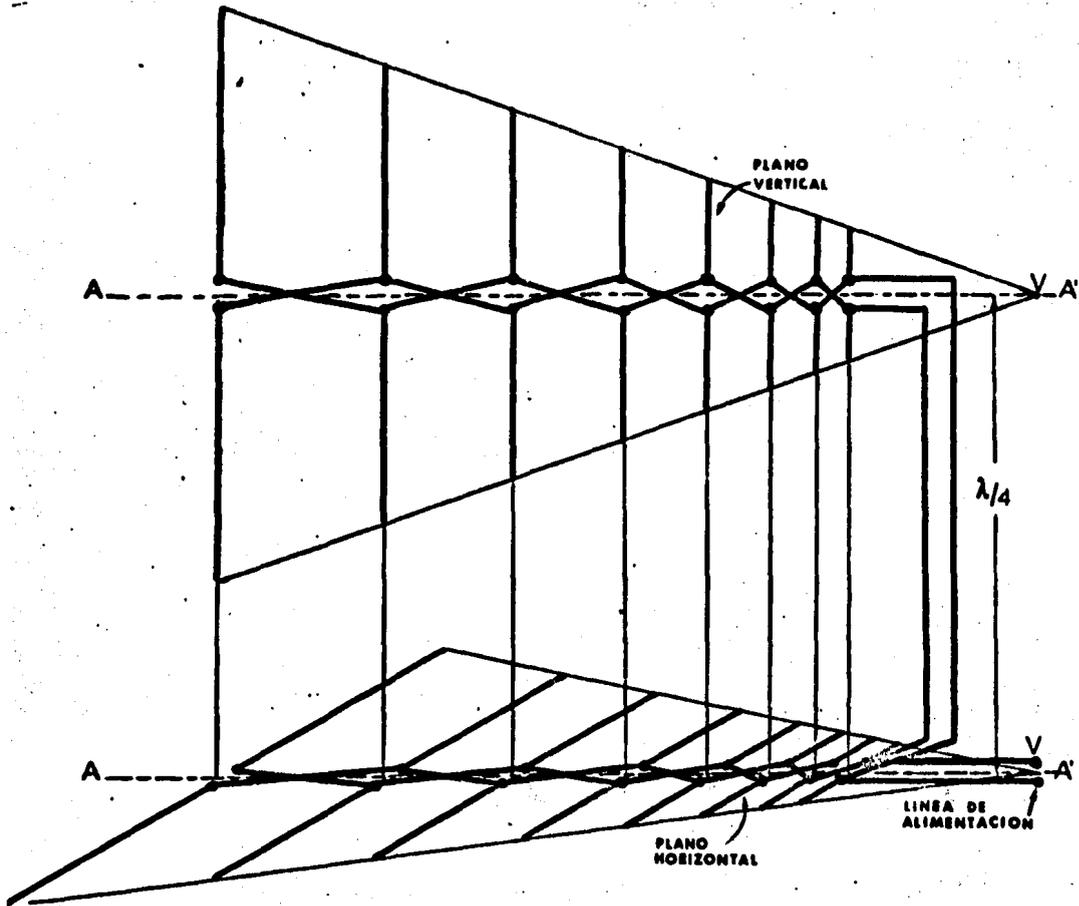


FIGURA 5.9.- Interconexión de los elementos en la antena logarítmica periódica con polarización circular.

Se comentó en el capítulo III (inciso 3.2.3g) que en una antena polarizada elípticamente el vector de intensidad de campo eléctrico puede girar ya sea en sentido horario ó anti-horario. Físicamente esto se logra de diferentes maneras según la forma como se relacionen las fases de la corriente en los ele-

mentos radiadores.

Haciendo referencia a la figura 5.6, si la línea de transmisión conecta el generador con la antena en los puntos A-A', correspondientes al dipolo horizontal, al llegar del punto A al punto B en el vertical, la corriente en es te llegará retrasada 90 grados, provocando que la suma de los campos correspondientes gire en sentido anti-horario. Si por el contrario la línea se conecta a los mismos puntos en el dipolo horizontal, pero del punto A al punto-B' en el vertical, se ocasionará un cambio de fase de +90 grados en la corriente de este último y por tanto su correspondiente vector quedará adelantado -- con respecto a la corriente vertical provocando un giro del campo en sentido-horario.

Resumiendo, la tabla 5.2 indica la manera de conectar los dipolos en la antena de la figura 5.6 para obtener el sentido de polarización deseado, y la figura 5.10, gráficamente el fenómeno.

DIPOLO	DERECHA		IZQUIERDA	
	HOR	VERT	HOR	VERT
LINEA DE TRANSMISION	A-A'	B-B'	A-A'	B-B'
SEGMENTOS DE LONG $\lambda/4$	A-B'	A'-B	A-B	A-B

TABLA 5.2.- Puntos de conexión en una antena turnstyle para obtener polarización circular en el sentido deseado.

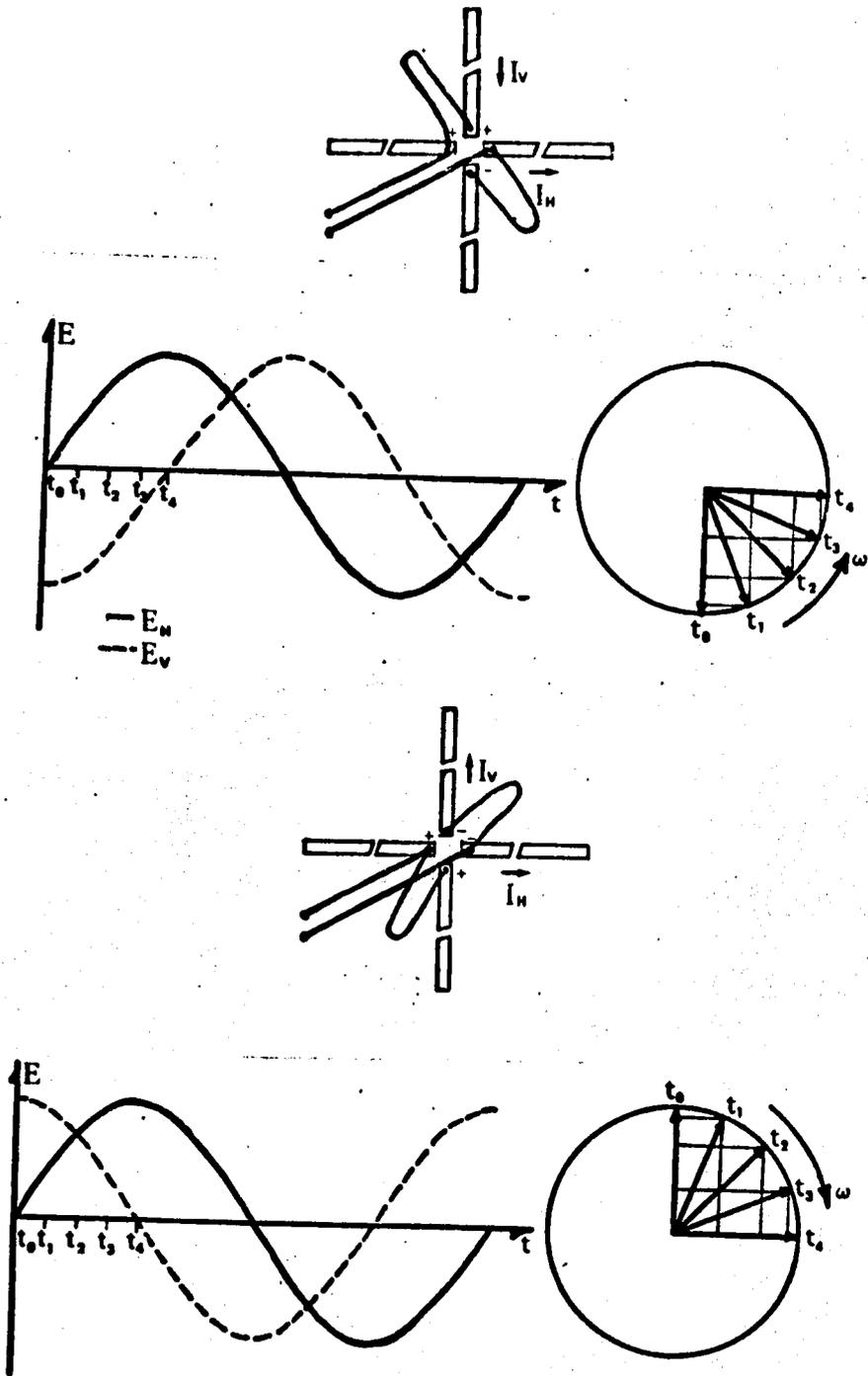


FIGURA 5.10.- Modos de conexión para obtener polarización circular izquierda (superior) ó derecha (inferior).

En la antena logoperiódica que aquí se estudia, solo es necesario seguir el procedimiento de conexiones anterior en el dipolo más cercano al vértice, que es quien recibe la línea desde el generador.

5.3.2. SISTEMA DE COORDENADAS.- Para efectuar el análisis del modelo presentado usando el método de momentos, es necesario introducir un sistema de coordenadas para poder identificar en forma unívoca cada punto en el arreglo.

Después de haber probado con varias posibles ubicaciones para la antena en un sistema de coordenadas cartesiano derecho, se optó por alojarla de tal modo que el origen del sistema coincidiese con el vértice del arreglo, que es común tanto a la sección vertical como a la horizontal; asimismo se hace coincidir el eje de simetría (línea "A-A" en la figura 5.8) con el semieje "y" positivo del sistema, fijando los dipolos de tal manera que los planos "xy" y "yz" coincidan con los planos formados por los ejes de los arreglos horizontal y vertical respectivamente, resultando el diagrama de la figura 5.11.

Esta configuración presenta la ventaja de simplificar ampliamente el algoritmo utilizado en los programas de computadora, ya que debido a la simetría que presenta, solo se hace indispensable conocer dos coordenadas para cada plano, resultando además una de ellas común a ambos lados. Además, las coordenadas no comunes resultan ser numéricamente iguales pero referidas a distinto eje, lo que permite analizar simultáneamente ambos planos pensando que un punto en el horizontal tiene su correspondiente en el plano vertical.

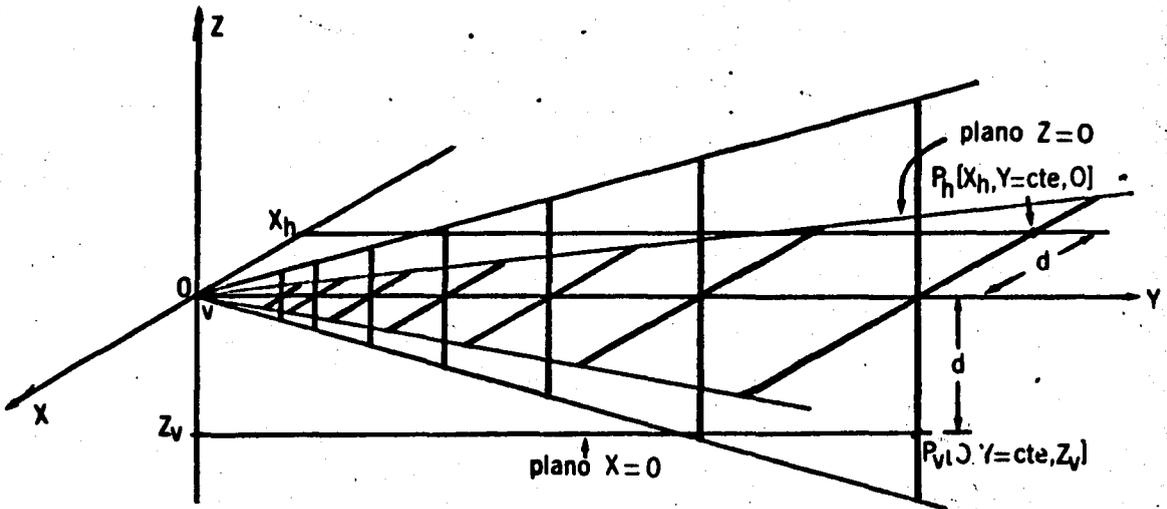


FIGURA 5.11.- Sistema de coordenadas utilizado para analizar - el arreglo presentado.

Para aclarar esta observación tómesese como ejemplo los puntos identificados como " $P_v$ " y " $P_h$ " en la figura 5.11. Se puede observar que a lo largo de los ejes en que están alojados, la coordenada " $y$ " siempre tendrá el mismo valor, mientras que las coordenadas " $x$ " en " $P_v$ " y " $z$ " en " $P_h$ " siempre serán cero. Si además los puntos citados se encuentran a la misma distancia " $d$ " del eje " $y$ ", la coordenada " $z$ " en " $P_v$ " será numéricamente igual a " $x$ " en " $P_h$ " y - por tanto los puntos serán equivalentes.

5.3.3. SEGMENTACION DE LA ANTENA.- El método de momentos requiere dividir el arreglo en segmentos cuya longitud, como se aclaró anteriormen-

te, no deberá exceder a  $\lambda_0/10$ . Dicha segmentación puede efectuarse siguiendo uno de los criterios mencionados a continuación.

El primer criterio consiste en conocer la longitud de onda de la frecuencia a la cual el dipolo de menor longitud física es resonante, la cual es dividida entre un número mayor ó igual a 10, teniendo en cuenta que mientras -- mas alto sea dicho número, mayor será el total de segmentos obtenido y menor su longitud. Llamando " $\Delta l_{\max}$ " al cociente de esta división, se procede a dividir la longitud de cada dipolo entre " $\Delta l_{\max}$ ", obteniendo el número total de segmentos en que quedará dividido el dipolo considerado. Por regla general, esta cantidad no será un número exacto, lo que obliga a redondearlo al entero par mas cercano. Finalmente, el nuevo número se toma para dividir la longitud del dipolo, obteniendo un valor " $\Delta l_{\text{res}}$ " que será la longitud ajustada de sus segmentos. Aclarando con un ejemplo el procedimiento descrito, sea " $\lambda_{\text{res}}$ " la longitud de onda de resonancia del dipolo mas pequeño. Si su valor fuera de 60 centímetros,

$$\Delta l_{\max} = \frac{60}{10} = 6 \text{ Cm}$$

suponiendo ahora que se va a segmentar el dipolo número uno, cuya longitud es de 85 centímetros,

$$N_s = \frac{85}{6} = 14.166 \text{ ----> } N_{\text{def}} = 16 \text{ segmentos}$$

$$\Delta l_{\text{def}} = \frac{85}{16} = 5.3125 \text{ cm/segmento}$$

Con este criterio se logra un número constante de segmentos a cualquier frecuencia de operación de la antena, con la desventaja que cuando la frecuencia mayor es muy alta, el número de segmentos es grande, lo que hace que el orden de la matriz de impedancias también lo sea, repercutiendo directamente en la capacidad de almacenamiento del computador disponible y en el tiempo de proceso necesario tanto para generarla como para invertirla y en general, para todo el análisis. Además de esto, es de observarse que con este criterio se logra mayor exactitud en análisis a bajas frecuencias que para altas, pues los dipolos de mayor longitud contendrán mayor número de segmentos y en relación con su correspondiente frecuencia de resonancia, serán mas pequeños que los correspondientes a los dipolos de menor longitud física.

El segundo criterio se basa en la segmentación de la antena tomando como longitud de onda la correspondiente a la frecuencia de operación: siguiendo un procedimiento análogo al descrito anteriormente se obtendrá un número total de segmentos variable dependiendo de la frecuencia seleccionada, el cual será invariablemente el mínimo necesario si se toma como factor el de " $\lambda_{op}/10$ " y por tanto la matriz de impedancias también resultará del orden suficiente para un análisis confiable. En este caso, el estudio resulta de una exactitud aproximadamente constante para cualquier frecuencia, con algunas variaciones que lo hacen ligeramente mas exacto en altas que en bajas frecuencias.

Después de haber estudiado ambos criterios, se tomó la decisión de apli-

car el segundo de ellos, considerando que con él se consigue mayor uniformidad en la exactitud global de las pruebas, un mejor aprovechamiento de los recursos de cómputo disponibles y mayor elasticidad para seleccionar los parámetros de análisis a utilizar.

La razón de dividir cada dipolo en un número par de segmentos es que de este modo se consigue tener un número non de ellos distribuidos a lo largo de su longitud, el restante dividido a su vez en dos medios que por razones de análisis se ubican en cada uno de sus extremos. De este modo, también se logra identificar a la mitad del dipolo un segmento central en cuyos extremos se aplicará una diferencia de potencial con la cual quedará definida la impedancia de entrada del dipolo.

La forma práctica como se logra lo anterior es comenzando la división partiendo de uno de los extremos del dipolo y desde ese punto medir la distancia " $\Delta l/2$ ", a partir de la cual se inicia la numeración entera de los segmentos a intervalos de longitud " $\Delta l$ ". Al llegar al segmento " $N-1$ ", donde " $N$ " es el número par anteriormente determinado, se termina la cuenta de segmentos enteros, que resultará ser el número non inmediato anterior, quedando entonces una longitud " $\Delta l/2$ " de este punto al otro extremo. Si a los dos medios segmentos ubicados en los extremos les es asignada una corriente de intensidad cero, se podrá explicar que a lo largo del dipolo existe una distribución de corriente, que decae conforme se aproxima a los extremos, hasta desaparecer.

Por último, para identificar unívocamente los segmentos generados se uti-

lizaron dos criterios.

El primero de ellos consiste en numerarlos según la cantidad obtenida en cada dipolo; el segundo, según el total de segmentos en la antena. En congruencia con la notación definida en la figura 3.12, llamando " $n_d$ " al número de segmentos por dipolo y " $n_t$ " al total de segmentos en la antena, la identificación se hizo numerando los dipolos de 1 hasta " $N$ ", partiendo del segmento localizado en el punto más negativo del dipolo de mayor longitud, hasta el ubicado en el punto más positivo del dipolo próximo al vértice de la antena. La figura 5.12 muestra gráficamente lo señalado, observando que los números encerrados en círculo identifican la posición de los segmentos en el dipolo, y -- los restantes, su posición relativa al conjunto completo.

De lo anterior es posible deducir que la relación entre " $N$ ", " $n_t$ " y " $n_d$ " esta dada por la expresión

$$n_t = \sum_{i=1}^N n_{di} \quad (5.7)$$

donde  $N$  es número de dipolos.

Nótese que gracias a la simetría obtenida ubicando la antena como lo indica la figura 5.11, no es necesario continuar la identificación de un plano en el siguiente, pues como se indicó en el párrafo 5.3.2, cada segmento en un plano tendrá su equivalente en el otro.

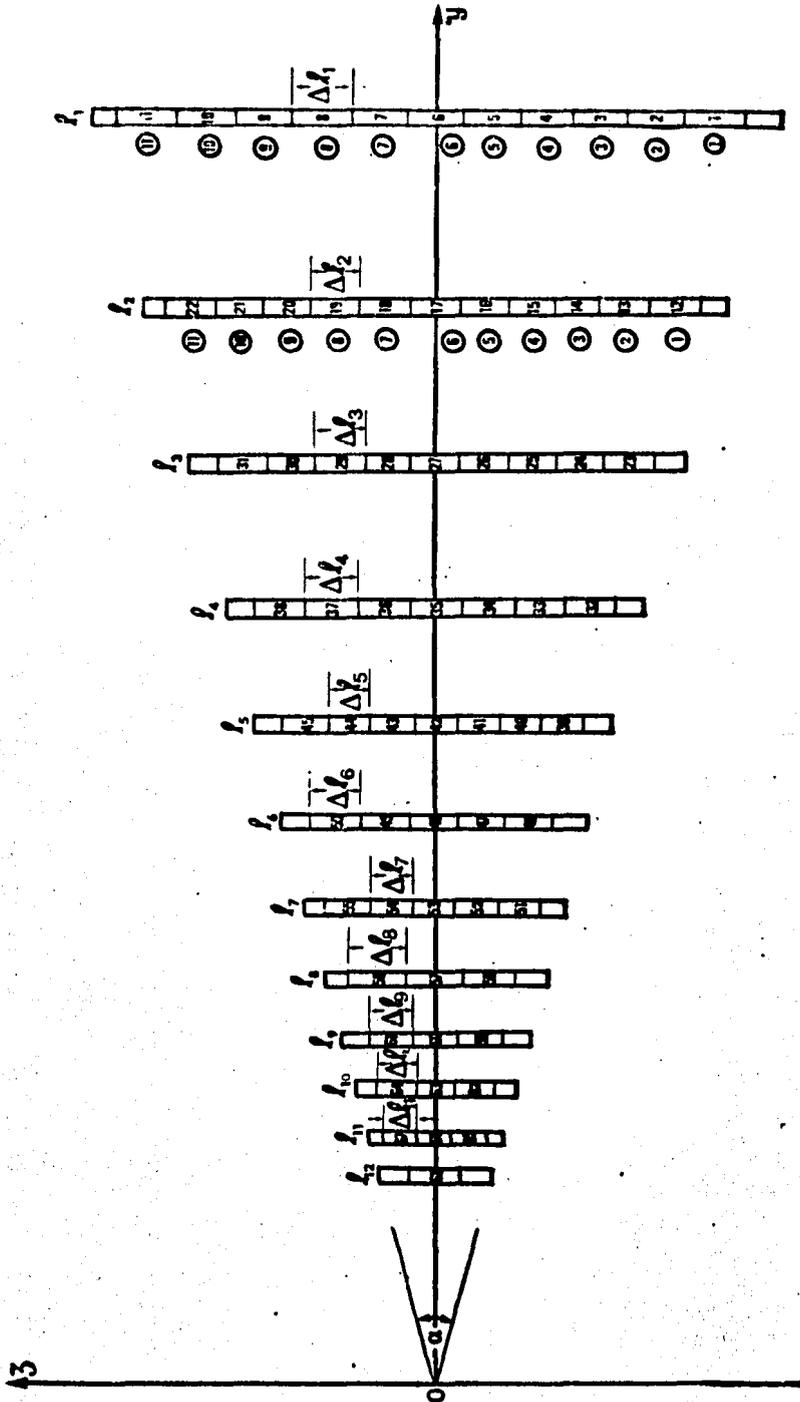


FIGURA 5.12.- Identificación de segmentos.

## 5.4. MATRIZ DE IMPEDANCIAS MUTUAS.

Como quedó establecido en el capítulo anterior, al aplicar una diferencia de potencial entre dos puntos de un dipolo, existirá un acomplamiento eléctrico y magnético de sus diversas partes, mismo que se manifiesta en la impedancia mutua existente entre los puntos a lo largo de su longitud. Utilizando el método de momentos se dedujo ya la relación matemática que expresa la impedancia mutua en los segmentos de un conductor (ver sección 4.3), habiendo resultado

$$Z_{mn} = j\omega\mu \vec{\Delta l}_n \cdot \vec{\Delta l}_m \left[ \psi(n,m) + \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[ \psi(n^+,m^+) - \psi(n^-,m^+) - \psi(n^+,m^-) + \psi(n^-,m^-) \right] \right] \quad (5.8)$$

Lo anterior será igualmente válido para el caso de un arreglo, pero si además los dipolos que lo forman están dispuestos en forma ortogonal, es posible simplificar la matriz resultante teniendo en cuenta que para segmentos --perpendiculares la impedancia mutua será nula. Es de suma importancia demostrar lo afirmado, toda vez que esto constituye el fundamento principal con que está realizado el análisis aquí presentado, por lo que partiendo de la ecuación 5.8, si el segmento "m" forma un ángulo recto con el eje del segmento "n", y teniendo en cuenta la definición de producto escalar entre dos vectores:

$$\vec{\Delta l}_n \cdot \vec{\Delta l}_m = |\Delta l_n| |\Delta l_m| \cos \theta$$

donde  $\theta$  es el ángulo formado por las direcciones de los vectores unitarios -- paralelos a cada eje. Por ser perpendiculares,  $\cos \theta = 0$ , eliminándose así el primer sumando de 5.8. Por otro lado, la ecuación general de  $\psi (n,m)$  está dada por

$$\psi (n,m) = \frac{I}{\Delta l_n} \int_{\Delta l_n} \cos \theta \frac{e^{-jkR_m}}{R_m} dl$$

en la que, al igual que en el caso anterior,  $\theta$  es el ángulo subtendido por la dirección de la corriente en el segmento "n" y la proyección tangencial a  $\Delta l_m$  del potencial vectorial producido en el segmento "m" por dicha corriente, resultando que por ser ortogonales, el coseno del ángulo vuelve a ser nulo, eliminando también el segundo sumando de 5.8 y por tanto, el elemento completo.

5.4.1. ESTRUCTURA GENERAL DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS.- Es conveniente profundizar un poco sobre la forma que tomaría una matriz de impedancias teniendo en cuenta la totalidad de segmentos en que se dividió la antena.

Con la ecuación 5.7 se obtuvo el total de segmentos en un plano, por lo que la totalidad de segmentos en todo el arreglo será " $2n_t$ ". De aquí que el orden de la matriz de impedancias será también " $2n_t$ ", tomando la siguiente forma.

En esta matriz, los elementos sobre la diagonal principal corresponden a la impedancia propia de cada segmento, y los restantes, a las impedancias mu-

tuas entre ellos.

$$\bar{Z} = \begin{bmatrix} Z_{1,1} & Z_{1,2} & \dots & Z_{1,n_t} & Z_{1,n_t+1} & \dots & Z_{1,2n_t} \\ Z_{2,1} & Z_{2,2} & \dots & Z_{2,n_t} & Z_{2,n_t+1} & \dots & Z_{2,2n_t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{n_t,1} & Z_{n_t,2} & \dots & Z_{n_t,n_t} & Z_{n_t,n_t+1} & \dots & Z_{n_t,2n_t} \\ Z_{n_t+1,1} & Z_{n_t+1,2} & \dots & Z_{n_t+1,n_t} & Z_{n_t+1,n_t+1} & \dots & Z_{n_t+1,2n_t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{2n_t,1} & Z_{2n_t,2} & \dots & Z_{2n_t,n_t} & Z_{2n_t,n_t+1} & \dots & Z_{2n_t,2n_t} \end{bmatrix}$$

Tómese el primer renglón. En él, los primeros " $n_t$ " elementos corresponden a la impedancia mutua del segmento 1 con aquellos alojados en el mismo plano, - y los restantes, a la impedancia mutua presentada por el mismo segmento con todos los alojados en el plano perpendicular. Como ya quedó demostrado, no existe impedancia mutua entre segmentos perpendiculares, de lo que se deduce que --  $Z_{1,n_t+1} = Z_{1,n_t+2} = \dots = Z_{1,2n_t} = 0$ . Esto es igualmente aplicable a los renglones del 2 al " $n_t$ ".

Por otro lado, en los renglones del " $n_t+1$ " a " $2n_t$ ", las primeras " $n_t$ " columnas representan las impedancias mutuas entre segmentos perpendiculares, que como ya se indicó, tienen valor cero. Las columnas restantes contendrán las impedancias mutuas entre segmentos paralelos y ubicados en el plano perpendicular al - analizado en el párrafo anterior, por lo que la matriz quedará configurada de - la siguiente forma

$$\bar{Z} = \begin{bmatrix} z_{1,1} & z_{1,2} & \dots & z_{1,n_t} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ z_{2,1} & z_{2,2} & \dots & z_{2,n_t} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_{n_t,1} & z_{n_t,2} & \dots & z_{n_t,n_t} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & z_{n_t+1,n_t+1} & z_{n_t+1,n_t+2} & \dots & z_{n_t+1,2n_t} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & z_{n_t+2,n_t+1} & z_{n_t+2,n_t+2} & \dots & z_{n_t+2,2n_t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & z_{n_t+1,2n_t} & z_{n_t+2,2n_t} & \dots & z_{2n_t,2n_t} \end{bmatrix}$$

Por la apariencia que ha adoptado, es posible seccionar esta matriz dividiéndola en cuatro sub-matrices, cada una de orden " $n_t$ ", identificadas como " $\bar{Z}_1$ ", " $\bar{Z}_2$ ", " $\bar{Z}_3$ " y " $\bar{Z}_4$ ", quedando entonces

$$\bar{Z} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & \bar{Z}_2 \\ \bar{Z}_3 & \bar{Z}_4 \end{bmatrix}$$

donde  $\bar{Z}_2 = \bar{Z}_3 = \bar{0}$  y las restantes guardan una relación de igualdad, toda vez que las impedancias mutuas que representa cada una son iguales a las de la otra, pues se está asumiendo que cada segmento en un plano tiene una posición geométrica equivalente en el otro. De esto resulta entonces que  $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_4$  obteniendo que

$$\bar{Z} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{Z}_1 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

La inversión de esta matriz puede efectuarse siguiendo el método de particiones que se expone en el apéndice C (apartado c.7), aplicando las ecuaciones c.12 a c.15 como sigue:

$$\bar{Y}_4 = \left[ \bar{Z}_4 - (\bar{Z}_3 \bar{Z}_1^{-1}) \bar{Z}_2 \right]^{-1} \quad (\text{c.12})$$

$$\bar{Y}_3 = -\bar{Y}_4 (\bar{Z}_3 \bar{Z}_1^{-1}) \quad (\text{c.13})$$

$$\bar{Y}_2 = -(\bar{Z}_1^{-1} \bar{Z}_2) \bar{Y}_4 \quad (\text{c.14})$$

$$\bar{Y}_1 = \bar{Z}_1^{-1} - (\bar{Z}_1^{-1} \bar{Z}_2) \bar{Y}_3 \quad (\text{c.15})$$

substituyendo los valores dados en 5.9

$$\bar{Y}_4 = \bar{Z}_1^{-1}$$

$$\bar{Y}_3 = \bar{0}$$

$$\bar{Y}_2 = \bar{0}$$

$$\bar{Y}_1 = \bar{Z}_1^{-1}$$

lo que significa que únicamente será necesario efectuar la inversión de la matriz de impedancias correspondiente a cualquiera de los dos planos. Con este método se tiene la ventaja de reducir a la mitad el orden de la matriz a invertir y a la cuarta parte del número de elementos a manejar, con el consiguiente ahorro de tiempo. Además, este desarrollo resulta igualmente útil para analizar una antena polarizada en forma lineal, lo que da al presente análisis una segunda aplicación, apoyando así lo afirmado al inicio de este capítulo.

Cabe aclarar que el método utilizado para invertir la matriz " $\bar{Z}_1$ " consiste en hacer una segunda aplicación del método de particiones. Esto proporciona mayor posibilidad de crecimiento a la matriz de impedancias, ya que otros métodos numéricos restringen el orden de las matrices a un máximo de treinta. En cambio, con este método es posible la inversión de matrices de mayor orden, aunque desde luego, el tiempo de proceso en computadora se incrementa considerablemente.

#### 5.4.2. CARACTERISTICAS DE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS. --

El conjunto de elementos que forman la matriz de impedancias constituyen un arreglo simétrico, pues los elementos " $Z_{ij}$  y  $Z_{ji}$ " son iguales, cumpliendo así lo expuesto por *Jordán* (10) al demostrar la validez para antenas del teorema de reciprocidad.

*R. Neri* (11-12) ha elaborado un estudio sobre las características de la impedancia entre segmentos en función a su posición relativa para arreglos de dipolos paralelos. Dicho estudio sirvió de base para verificar los resultados obtenidos en los programas de computadora elaborados para esta tesis.

Las principales observaciones que menciona el autor citado son las siguientes:

- a) Para segmentos contiguos (por ejemplo "n-1", "n" y "n+1" en la figura (5.12), la impedancia mutua es altamente inductiva;
- b) Los segmentos colineales, en general muestran una componente inductiva

- que va disminuyendo a medida que la distancia entre ellos es mayor;
- c) La impedancia propia de un segmento es altamente capacitiva;
  - d) Para segmentos paralelos y a la misma altura, la impedancia mutua es capacitiva, decreciendo a medida que aumenta su distancia;
  - e) La componente real de la impedancia mutua se incrementa en forma dominante respecto a la imaginaria a medida que la distancia entre los dipolos que contienen dichos segmentos va haciéndose mayor a  $\lambda/10$ .

La figura 5.12 muestra un modelo a escala del diseño elaborado, mostrando los resultados de la segmentación efectuada a la frecuencia de operación de 750 Mhz. La tabla 5.3, por otra parte, muestra los valores de impedancia mutua entre el segmento 6 y algunos de los restantes. En ella se pueden corroborar las características anteriormente anotadas.

Con respecto a la contribución separada de corrientes y cargas a la impedancia mutua entre dos dipolos, analizada por el mismo autor (12-13), también fué posible corroborar que el término de la ecuación 5.8 correspondiente a las cargas (segundo término), contribuye en mayor proporción que el de corriente, según se puede observar en las gráficas de la figura 5.13, en que se muestra la impedancia mutua del segmento 1 con los restantes.

#### 5.4.3. ERRORES QUE AFECTAN EL CALCULO DE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS MUTUAS .-

Como parte del análisis, se debe hacer mención de las fuentes de error que de una u otra manera introducen errores en el cálculo de la matriz de impedancias mutuas, pues de su consideración será posible evaluar con mejores argumentos las

Obs	IMPEDANCIA $Z_{m,n}$		NOTAS
a	$Z_{5,6} = 6.12 + j285.60$ $Z_{7,6} = 6.12 + j285.60$		Segmentos adyacentes y colineales impedancia altamente inductiva.
b	$Z_{8,6} = 5.55 + j 28.20$ $Z_{9,6} = 4.68 + j 7.01$ $Z_{10,6} = 3.63 + j 2.06$ $Z_{11,6} = 2.52 + j 0.04$		Segmentos colineales Impedancia inductiva decreciente al aumentar la distancia.
c	$Z_{6,6} = 6.32 - j503.40$		Impedancia propia altamente cap.
d	$Z_{17,6} = 2.28 - j 2.92$ $Z_{27,6} = -1.32 - j 1.82$		Paralelos a igual altura. Capacitativa decreciente con la distancia.
e	$\angle Z_{17,6} = -52^\circ$ $\angle Z_{35,6} = -18^\circ$ $\angle Z_{53,6} = -4.3^\circ$	DISTANCIA ===== $5.0 \lambda/10$ $7.7 \lambda/10$ $12.4 \lambda/10$	Dipolos paralelos espaciados una distancia mayor a $\lambda/10$ . Componente real dominante sobre la imaginaria o sea $\frac{\text{Im}(Z_{m,n})}{\text{Re}(Z_{m,n})} \rightarrow 0 \Rightarrow \text{Re}(Z_{m,n}) \rightarrow$

TABLA 5.3.- Relación entre impedancias mutuas en una antena logoperiódica según las observaciones de las referencias 11 y 12.

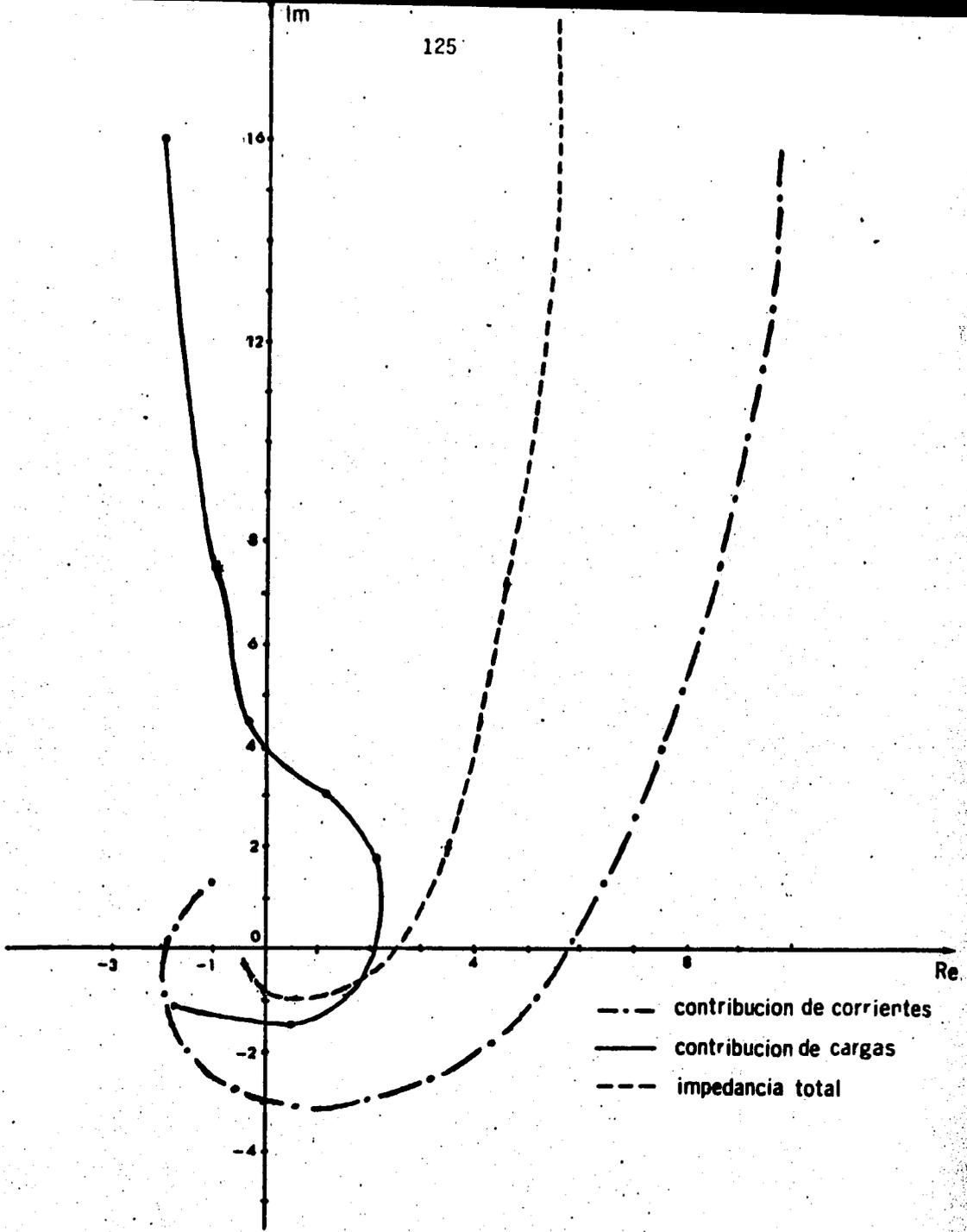


FIGURA 5.13.- Contribución separada de corrientes y cargas a la impedancia mutua entre los segmentos 1 a 11 con el segmento 1 (ohms).

limitaciones del método de momentos y las técnicas auxiliares involucradas en el mismo.

Quedó establecido anteriormente que el método utilizado asume que la corriente fluye únicamente en el eje del conductor. Sin embargo se sabe que físicamente la corriente se aleja del mismo a medida que es mayor la frecuencia con que oscila, hasta circular únicamente por su superficie. Por tanto es de suponer que tal consideración introducirá cierto error, que se incrementará a medida que disminuye la relación de longitud a diámetro de los conductores utilizados

Sobre este particular, *Neri y Maclean* (14) realizaron estudios para demostrar que la suposición de una corriente axial es válida cuando se

DIPOLO	SEGMENTOS		$l/d$	$l/\lambda$
	TOTAL	LONGITUD		
1	11	3.56 CM.	13.83	0.09
2	11	3.03 "	11.75	0.07
3	9	3.09 "	12.00	0.07
4	7	3.29 "	12.74	0.08
5	7	2.79 "	10.83	0.07
6	5	3.17 "	12.27	0.08
7	5	2.70 "	10.43	0.06
8	3	3.34 "	13.30	0.08
9	3	2.92 "	11.31	0.07
10	3	2.48 "	9.61	0.06
11	3	2.11 "	8.17	0.05
12	1	3.58 "	13.89	0.09

TABLA 5.4.- Dimensiones de los segmentos en la antena logo-periódica-- a la frecuencia de operación de 750 Mhz. diámetro = 2.58 mm.

tomar segmentos de longitud  $\lambda/10$  como máximo a fin de mantener un mínimo de error aceptable. De su análisis obtuvieron una gráfica mostrando el porcentaje de error como función de la relación longitud-diámetro del conductor, la cual se reproduce en la figura 5.14 con el fin de mostrar que los valores obtenidos en este análisis (ver la tabla 5.4) están dentro de los límites aceptables.

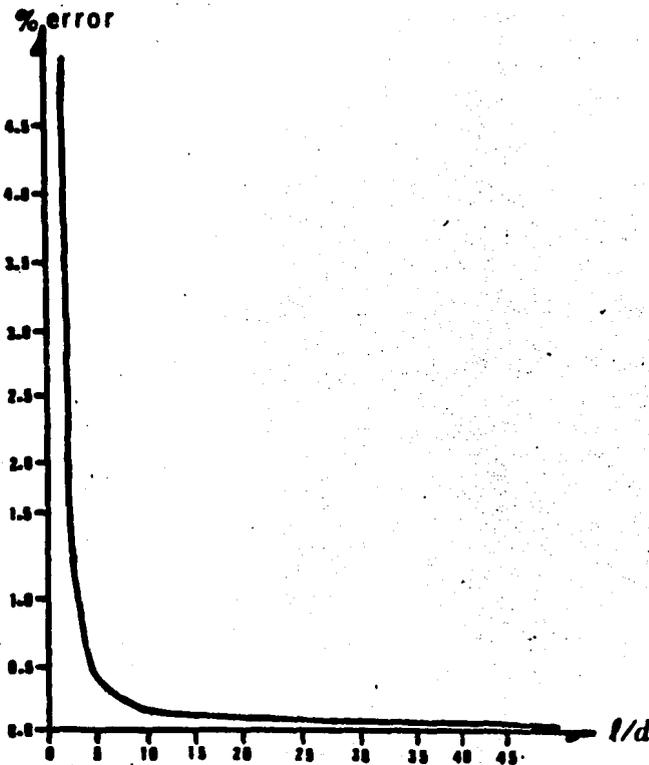


FIGURA 5.14.- Porcentaje de error en la parte real del potencial vectorial en el punto medio de la superficie de un segmento como función de la relación longitud a diámetro.

Cabe aclarar que los resultados mostrados en las tablas 5.4 y 5.5 son típicos de los obtenidos en la generalidad de las pruebas realizadas.

Por lo que respecta a la línea de transmisión en el interior de la antena, debería considerarse el corrimiento de fase en la dirección de la corriente de un dipolo al que le sigue, estudio que se omitió en este análisis suponiéndolo poco significativo, pues la intención es analizar el arreglo considerando que solo los elementos activos contribuyen a la radiación, buscando observar discrepancias entre los resultados teóricos y los obtenidos en las pruebas de laboratorio a fin de juzgar si dicha simplificación afecta de manera considerable el comportamiento real de la antena.

En el inciso 5.3.3 se mencionaron dos criterios para segmentar la antena, indicando el grado de exactitud posible con cada uno. En particular se señaló que con el criterio adoptado es de esperar mejores resultados a altas frecuencias gracias a que cada dipolo se subdivide en un número mayor de segmentos -- con menor longitud, logrando a la vez una mejor aproximación a la distribución real de la corriente. Podría suponerse que como en este caso la relación de longitud a diámetro de los segmentos se reduce, el error ocasionado por la suposición de una corriente axial va a aumentar, pero como podrá observarse al comparar la figura 5.14 con la tabla 5.5, dicho error permanece aún en límites aceptables..

Por ser el método de momentos una técnica aproximada, también es de esperarse que mientras menor sea el número de funciones en que se exponda la ecuación original a resolver, menor será el grado de exactitud obtenido, según se indicó -- en el inciso 2.2, donde a su vez se señala que mientras mejor sea la selección de estas funciones, mas acercado será el análisis a la solución exacta, -- lo cual significa que el estudio previo debe cubrir las áreas cualitativas y cuan

titativa del problema.

Los puntos tratados hasta este momento se refieren al aspecto del análisis en sí mismo, lo que por su propia naturaleza representa mayor dificultad para optimizar desde el punto de vista de ingeniería, quedando aún el aspecto de la selección de los métodos numéricos que mejor se adapten a los requerimientos -- y a los recursos de cómputo disponibles.

DIPOLO	SEGMENTOS		L/D	L/ $\lambda$
	TOTAL	LONGITUD		
1	15	2.67 Cm	9.99	0.09
2	13	2.60 "	9.70	0.08
3	11	2.58 "	9.62	0.08
4	9	2.63 "	9.81	0.09
5	7	2.80 "	10.43	0.09
6	7	2.37 "	8.86	0.08
7	5	2.70 "	10.05	0.09
8	5	2.29 "	8.54	0.07
9	3	2.92 "	10.88	0.09
10	3	2.48 "	9.25	0.08
11	3	2.11 "	7.86	0.07
12	3	1.80 "	6.69	0.06

TABLA 5.5.- Segmentación a la frecuencia de 1.001 Ghz, Diámetro=2.58 mm

Entre los errores introducidos por los métodos auxiliares se pueden mencionar las aproximaciones efectuadas al derivar e integrar los componentes de un elemento constitutivo de la matriz de impedancias, así como el método utilizado para su inversión.

En la ecuación B.8 se demuestra que el campo eléctrico puede expresarse como

$$E = - \nabla V - \dot{A} \quad (B.8)$$

donde el gradiente del potencial escalar puede aproximarse por diferencias finitas como:

$$\nabla V \approx \frac{V(m^-) - V(m^+)}{\Delta l_m} \quad (4.7)$$

donde " $m^-$ " y " $m^+$ " representan los puntos extremos del segmento " $m$ " en que se está determinando el campo eléctrico.

Esta aproximación implica que mientras mayor sea la longitud " $\Delta l_m$ " más se incrementará el error en la evaluación del gradiente, lo que obliga a definir como longitud máxima de los segmentos la décima parte de la longitud de onda de operación.

Las integrales que intervienen en el cálculo tanto de la matriz de impedancias como del campo eléctrico se resolvieron en computadora utilizando el método ampliamente conocido como la regla de Simpson de un tercio. Este método implica la subdivisión de un segmento en " $n$ " intervalos de longitud fija, en cada uno de los cuales se calcula el valor del integrando como el área de un trapecio, obteniéndose al final la suma de todos ellos. Por tanto, mientras mayor sea el número " $n$ ", más exacto será el cálculo de la integral. En las pruebas preliminares se determinó que 20 es un número óptimo de intervalos para evaluar los elementos de la matriz de impedancias, mientras que para obtener los componentes del campo eléctrico, con 7 se obtiene una exactitud aceptable.

El proceso de inversión de la matriz de impedancias se implementó en base al método de particiones, aplicando a la vez el método de eliminación de *Gauss - Jordan*, que ofrece resultados satisfactorios para el orden de las matrices obtenidas.

Es indudable que tanto el método de diferencias finitas como los usados para integrar ó invertir presentan errores de exactitud debido a los parámetros con que se aplican, pero también lo es que pueden ser mejorados si se desea reducir el margen de error, pero habrá de tenerse en cuenta que esto implica una mayor inversión de recursos, lo que no siempre resulta justificable.

Por último también se debe considerar el error de truncamiento que sufren los datos al procesarse en la computadora, el cual es acumulativo a medida que aumenta el número de operaciones que ésta deba realizar para llegar a un resultado.

## 5.5 OTROS METODOS DE ANALISIS.

En definitiva, un estudio no puede considerarse completo cuando carece de puntos de vista alternos sobre los cuales hubiese sido tratado con anterioridad el mismo tema. De aquí la razón para dedicar este apartado a la exposición, aunque breve, de los principales aspectos con que diversos autores han abordado el análisis de la antena logarítmico periódica tipo dipolo.

5.5.1 METODO DE LA F.E.M. INDUCIDA.- El primer análisis a fondo de la antena logoperiódica se debe a *Robert L. Carrel* (15) quién, en 1960 publicó un estudio basado en el método conocido como de la F.E.M. inducida para determinar la impedancia mutua entre los dipolos que forman el arreglo.

A grandes rasgos se puede decir que con este método se calcula el campo eléctrico " $\vec{E}_z$ " producido en un punto cualquiera de la antena debido a una distribución de corriente (conocida ó que se asume), el cual sirve para determinar el voltaje " $\vec{E}_z \cdot \vec{d}_z$ " inducido en un elemento infinitesimal " $\vec{d}_z$ " perteneciente a la antena. Este método fué desarrollado en 1929 por A. A. *Pistolkors* (16) para calcular la resistencia de radiación de un dipolo, pero desde entonces ha sido utilizado muy frecuentemente para obtener la impedancia mutua entre los componentes de un arreglo.

*Carrel* divide su análisis en dos partes que identifica como problema interior y problema exterior. En el primero considera lo referente a voltajes y corrientes dentro de la antena y la línea de alimentación. Es aquí donde hace uso del método de la F.E.M. inducida.

Para aplicarlo, afirma que el arreglo puede considerarse constituido por dos circuitos de " $n$ " puertos cada uno, conectados en paralelo. Uno formado por los dipolos y el otro por la línea de alimentación más una impedancia terminal al final de esta. Entre los elementos de cada uno de estos circuitos existirá una impedancia mutua que puede representarse por dos matrices denominadas respectivamente " $\bar{Z}_a$ " y " $\bar{Z}_l$ ". Además, en cada puerto existirá una corriente, identificada como elemento de un vector " $\bar{I}_a$ " para la antena e " $\bar{I}_l$ " para la línea de alimentación, lo que define para cada circuito un vector con los voltajes " $\bar{V}_a$ " y " $\bar{V}_l$ " existentes en cada puerto, obteniéndose entonces las siguientes relaciones

$$\bar{I}_a = \bar{V}_a \bar{Y}_a \quad (5.10)$$

$$\bar{I}_l = \bar{V}_l \bar{Y}_l \quad (5.11)$$

donde " $\bar{Y}_a$ " y " $\bar{Y}_1$ " son las matrices inversas de " $\bar{Z}_a$ " y " $\bar{Z}_1$ " respectivamente. Por estar ambos circuitos conectados en paralelo,  $\bar{V}_a = \bar{V}_1$  y además  $\bar{I}_t = \bar{I}_a + \bar{I}_1$ , siendo " $\bar{I}_t$ " un vector de corrientes de entrada en las terminales del circuito equivalente. Sumando entonces las ecuaciones 5.10 y 5.11

$$\bar{I}_t = (\bar{Y}_a + \bar{Y}_1) \bar{V}_a$$

como

$$\bar{V}_a = \bar{Z}_a \bar{I}_a \quad (5.12)$$

se tendrá que

$$\begin{aligned} \bar{I}_t &= (\bar{Y}_a + \bar{Y}_1) \bar{Z}_a \bar{I}_a \\ \bar{I}_t &= (\bar{U} + \bar{Y}_1 \bar{Z}_a) \bar{I}_a \end{aligned}$$

donde " $\bar{U}$ " es una matriz unitaria de orden " $N$ ".

Debido a que la antena logoperiódica solo recibe alimentación directa del generador pequeño de sus dipolos, el vector " $\bar{I}_t$ " estará constituido por elementos nulos excepto el correspondiente al dipolo alimentado. Por otro lado, se desea conocer la corriente " $I_a$ ", lo que se logra invirtiendo la matriz " $(\bar{U} + \bar{Y}_1 \bar{Z}_a)$ ". Una vez logrando lo anterior y a partir de la ecuación 5.12 se pueden determinar los voltajes en cada dipolo. El " $N$ -simo" elemento del vector " $\bar{V}_a$ " contendrá el voltaje del dipolo mas pequeño, que por ser aquel en el cual se alimen

ta la antena, proporcionará su impedancia de entrada cuando se asuma una corriente de un ampere, dejando así resuelto el problema interior.

El problema exterior consiste en determinar las expresiones de los campos eléctrico y magnético producidos en un punto lejano del espacio como consecuencia de las corrientes circulantes en los dipolos del arreglo, así como la ganancia y directividad que se logran con respecto a un radiador isotrópico.

Las expresiones que *Carrel* ofrece para encontrar el campo eléctrico en los planos "E" y "H" respectivamente, son las siguientes

$$E_H(\phi) = \left| \sum_{i=1}^N I_{A_i} \frac{(1 - \cos Bh_i)}{\text{sen } h_i} e^{-j\beta/x_i/\cos\phi} \right| \quad (5.13)$$

$$E_E(\theta, \phi) = \left| \frac{1}{\text{sen}\theta} \sum_{i=1}^N I_{A_i} \frac{\cos(Bh_i \cos\theta) - \cos Bh_i}{\text{sen} Bh_i} e^{-j\beta/x_i/\text{sen}\theta\cos\phi} \right| \quad (5.14)$$

donde " $I_{A_i}$ " es la corriente en el dipolo " $i$ "; " $x_i$ " es la distancia de un punto en la antena a un punto lejano de coordenadas  $(\theta, \phi)$ ; " $h_i$ " es media longitud del dipolo y  $\beta = 2\pi/\lambda$ .

La expresión 5.14 se presenta aquí como fué corregida posteriormente por *Buston y Thompson* (17), toda vez que la proporcionada por *Carrel* presenta un error de cálculo que éstos autores demostraron y corrigieron en base a la observación de la pobre concordancia existente entre los resultados obtenidos por *De Vito y Stracca* (18) comparados con los de *Carrel* y el método propuesto por *Cheong y King*, brevemente comentado en el siguiente inciso.

5.5.2. METODO DE LOS TRES TERMINOS.- Seis años después del método propuesto por *Carrel, W.M. Cheong y R.W.P. King* (19) dieron a conocer un nuevo criterio para considerar la distribución de corrientes en la antena - logoperiódica, teniendo en cuenta que el estudio de *Carrel*, aunque resulta útil para algunos propósitos de ingeniería, en general no es adecuado cuando se estudian dipolos muy largos o delgados, pues solo toma en cuenta aquellos cercanos al dipolo cuya longitud está próxima a la de resonancia, por lo que es necesario un criterio que tome en cuenta un mayor rango de operación.

Usando el método de la .F.E.M. inducida y basados en un estudio previamente desarrollado por ellos mismos, conocido como teoría de los tres términos, - que es aplicable a arreglos de dipolos de longitud y espaciamiento arbitrarios, determinan que la corriente en cada dipolo se obtiene de la ecuación:

$$I_{z_i}(z_i) = (I_{M_i}) M(z_i) + I_{F_i} F(z_i) + I_{H_i} H(z_i)$$

$$I_{z_i} = -j \frac{2\pi}{z_0} \sum_{k=1}^N V_{0k} \sec \beta_0 h_k \left[ \alpha_{i_k} M(z_i) + \beta_{i_k} F(z_i) + \gamma_{i_k} H(z_i) \right]$$

donde

$$M(z_k) = \operatorname{sen} \beta_0 (h_k - |z_k|);$$

$$F(z_k) = \cos \beta_0 z_k - \cos \beta_0 h_k$$

$$H(z_k) = \cos(\beta_0 z_k / 2) - \cos(\beta_0 h_k / 2)$$

$$\zeta_0 = 120\pi \text{ ohms};$$

$$i = 1, 2, \dots, N;$$

$N$  = número de dipolos en el arreglo;

$\alpha_{i_k}, \beta_{i_k}, \gamma_{i_k}$  son coeficientes que se determinan a partir de --  
"3N" ecuaciones simultáneas;

$h_k$  = semilongitud de un dipolo;

$$\beta_0 = 2\pi/\lambda$$

$z_k$  = coordenadas del punto en un dipolo paralelo al eje "Z"

Con este método se obtiene la corriente resultante en un dipolo como consecuencia tanto del voltaje a él suministrado por la línea de alimentación como por la acción de todos los restantes, a diferencia del análisis de *Carrel*, que únicamente tiene en cuenta la acción de los dipolos más cercanos.

En resumen, la mejora por ellos introducida consiste en la substitución de valores más exactos para la obtención de las admitancias propias y mutuas para la corriente a lo largo de cada dipolo.

5.5.3. ANALISIS POR EL METODO DE MOMENTOS.- Un estudio extremadamente-significativo es el expuesto en 1970 por *Robert H. Kyle* (20), quién por primera vez aplica el método de momentos al análisis de la antena logarítmico-perfodica usando la técnica de igualación de puntos para estudiar el acopla---miento entre los elementos de más de dos arreglos logoperiódicos en polariza---ción lineal. Afirma también que con este criterio, el método de momentos resul---ta una generalización del desarrollado por *Carrel*, por lo que al igual que este utiliza la misma analogía de circuitos para obtener una sola matriz de impedan---cias que involucra la totalidad de dipolos del sistema, asegurando que de este modo se pueden analizar arreglos de hasta 100 dipolos. Concluye su análisis -utilizando las mismas ecuaciones que *Carrel* para obtener la impedancia mutua,- mismas que aplica no a un par de dipolos, sino a cada par de segmentos.

Para encontrar el patrón de radiación de su sistema de antenas, *Kyle* pro---pone un método que consiste en obtener el patrón producido por cada segmento -considerando que los restantes no tienen influencia, lo cual permite aplicar -expresiones más sencillas, que una vez determinadas conducen a la ecuación:

$$AP \approx \sum_{n=1}^N \left| (A_n I_n e^{j\beta d_n \cos \epsilon_n}) \right|^2$$

donde "AP" es el patrón total, "A<sub>n</sub>" es el patrón de radiación de cada dipolo, - "I<sub>n</sub>" es la corriente en el segmento "N", "d<sub>n</sub>" es la distancia entre los centros de fase de los arreglos involucrados y "ε<sub>n</sub>" es el ángulo entre el segmento "n"- y el vector del punto lejano que se considera.

5.5.4. ANALISIS EN MULTIPLES FRECUENCIAS.- Aprovechando las características geométricas de la antena logarítmico periódica, D.H. Sinnot (21) publicó en 1974 un análisis de la misma usando el método de momentos con la particularidad que para generar la matriz de impedancias mutuas considera que al pasar de una frecuencia " $f_0$ " a otra, " $f_1$ ", tal que " $f_0 < f_1$ ", el arreglo parece perder un dipolo en el lado de altas frecuencias, mismo que gana en el lado de bajas, manteniendo invariante la región activa, lo cual permite aprovechar los resultados obtenidos a la frecuencia " $f_0$ " para calcular el comportamiento en " $f_1$ ". esto se logra particionandola matriz " $\bar{Z}$ " obtenida en " $f_0$ " de modo que cada submatriz contenga las impedancias de un dipolo con los restantes. Enseguida se eliminan el último renglón y la última columna de la matriz particionada (lo que señala la pérdida en el lado de altas frecuencias) y se agregan el primer renglón y la primera columna de la matriz " $\bar{Z}$ " obtenida a la frecuencia " $f_1$ " previamente particionada, lo que sugiere la ganancia de un dipolo en el lado de bajas.

Haciendo una reorganización de esta matriz e invirtiéndola aplicando el método de particiones como se describe en el apéndice C, este autor concluye que para otras frecuencias ya no resulta necesario efectuar más inversiones, si no solo la substitución de las submatrices evaluadas a cada frecuencia, con lo cual se reduce el tiempo de cómputo necesario.

Aunque en apariencia el método aquí señalado resulta aplicable al objetivo que aquí se persigue, se decidió no tenerlo en cuenta debido a que el autor no

presenta datos comparativos que justifiquen su validez.

5.5.5. METODO DE MOMENTOS USANDO DISTRIBUCIONES SENOIDALES COMO FUNCIONES BASE.- Entre los más recientes métodos de análisis para la antena logoperiódica está el desarrollado por *W.A. Imbriale* (22) en 1975, consistente en aplicar el método de momentos descrito en el capítulo II usando como funciones de prueba y expansión distribuciones senoidales en la técnica auxiliar conocida como bases subseccionales, dividiendo cada dipolo en un número "N" de segmentos, cada uno de longitud "2H" y ubicados en el semieje "Z" positivo de un sistema de coordenadas cartesiano. De esta manera determina que la distribución de corrientes en cada dipolo esta dada por

$$I(Z) \approx \sum_{n=1}^{N-1} I_n S(Z - nH)$$

donde las " $I_n$ " son constantes, y

$$S(Z) = \begin{cases} \text{sen } K(H - |Z|) & \text{para } |Z| < H \\ 0 & \text{para } |Z| \geq H \end{cases}$$

Este método presenta la característica que cuando se toma un segmento por dipolo resulta equivalente al de la F.E.M. inducida desarrollado por *Carrel*, pero en contraste, se puede demostrar que no ofrece resultados confiables cuando con él se determinan la impedancia propia de un segmento y la mutua entre este y el inmediato adyacente, donde los respectivos elementos de la matriz de

impedancias dan valores de infinito, lo que hace necesario que tales segmentos sean tratados por separado. La razón de esto es que la expresión final de los elementos de " $Z_m$ " obtenidos muestra que la distancia entre dos puntos juega un papel primordial, pues se toma como parte del argumento en funciones seno y coseno que al integrarse originan el problema señalado.

Entre las principales aportaciones de este autor están la de estudiar conjuntos de antenas logoperiódicas acopladas en forma paralela para lograr mayores ganancias y el de aplicar el método al análisis de alimentadores logoperiódicos para antenas parabólicas.

Por supuesto, se han publicado otros estudios sobre este tema, pero refiriéndose más al aspecto de aplicación que al análisis en sí mismo, por lo que dichos estudios se mencionarán en otra sección donde se trate este punto.

## 5.6 VECTOR DE CORRIENTES EN LOS SEGMENTOS.

Como fue demostrado en el capítulo IV, la importancia de la matriz de impedancias mutuas estriba en que a partir de su inversa se puede determinar el vector de corrientes en los segmentos mediante la expresión

$$\bar{I} = \bar{Y} \cdot \bar{V} \quad (5.15)$$

En la que " $\bar{Y}$ " es la matriz de admitancias mutuas obtenidas mediante la inversión de " $\bar{Z}_{mn}$ ", y " $\bar{V}$ " representa el vector de voltajes de alimentación en los

segmentos.

Para el estudio que se trata, " $\bar{V}$ " será un vector columna con " $n_t$ " elementos (\*) configurado de modo que, con excepción de aquellos que corresponden al elemento central de cada dipolo, los restantes son nulos. Asumiendo que el voltaje de alimentación es de amplitud unitaria, es posible observar que el efecto causado por la transposición efectuada a la línea que interconecta entre sí los dipolos del arreglo es el de invertir la polaridad de la tensión entre elementos contiguos, lo cual representa el defasamiento de 180 grados comentado en el apartado 3.4.8. Por tanto, los elementos no nulos del vector de voltajes tendrán valor 1 ó - 1 en forma alternada, siempre y cuando se considera que no existen pérdidas a lo largo de la línea.

Los segmentos alimentados pueden quedar identificados con la expresión

$$S_{in_i} = \frac{n_{di} + 1}{2} + \sum_{j=0}^{i-1} n_{dj} \quad \begin{matrix} n_{d0} = 0 \\ i = 1, \dots, N \end{matrix} \quad (5.16)$$

donde, al igual que en el apartado 5.3.3, " $n_d$ " es el número de segmentos en cada dipolo y " $N$ " es el total de dipolos por plano.

---

(\*) NOTA - En la ecuación 5.7 se definió a " $n_t$ " como el total de segmentos en que se divide el arreglo en un plano.

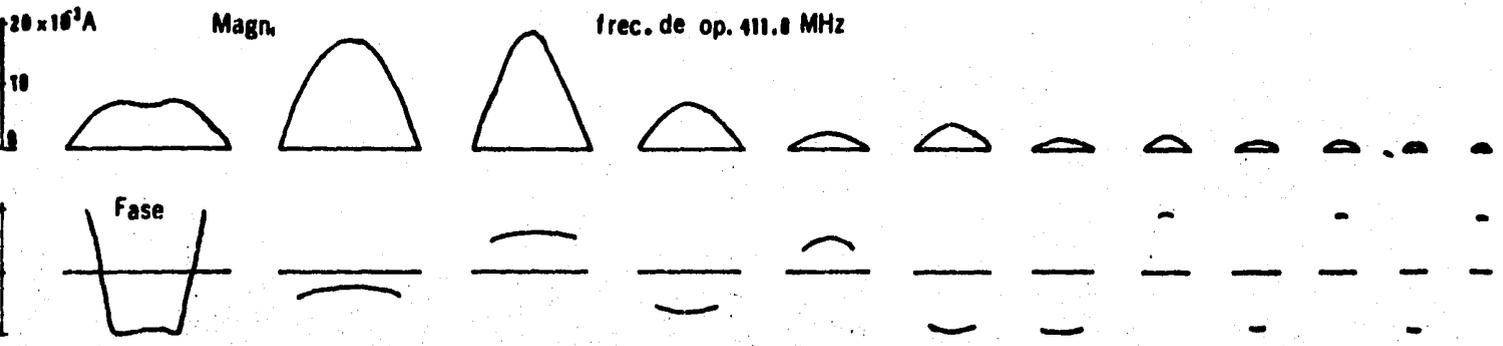
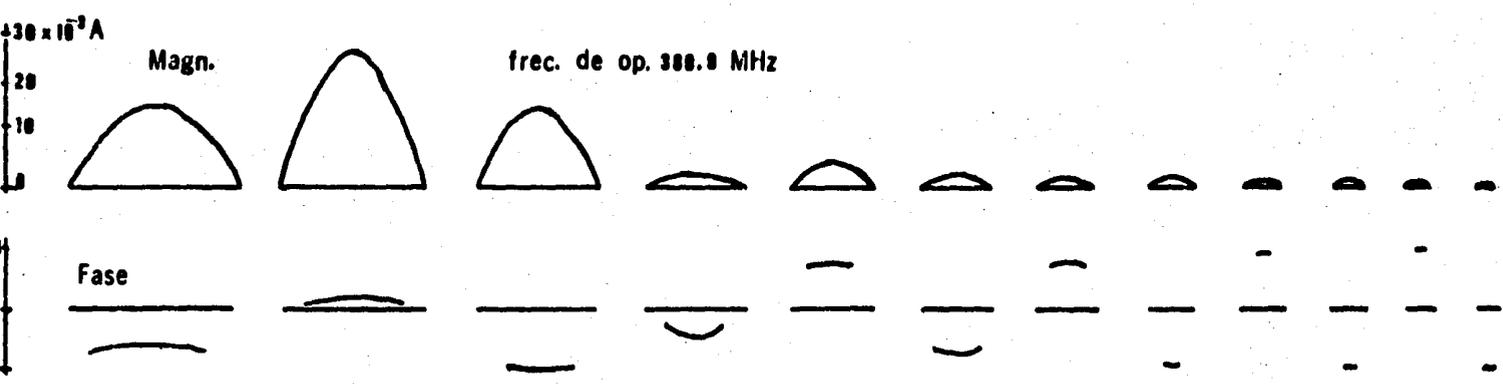
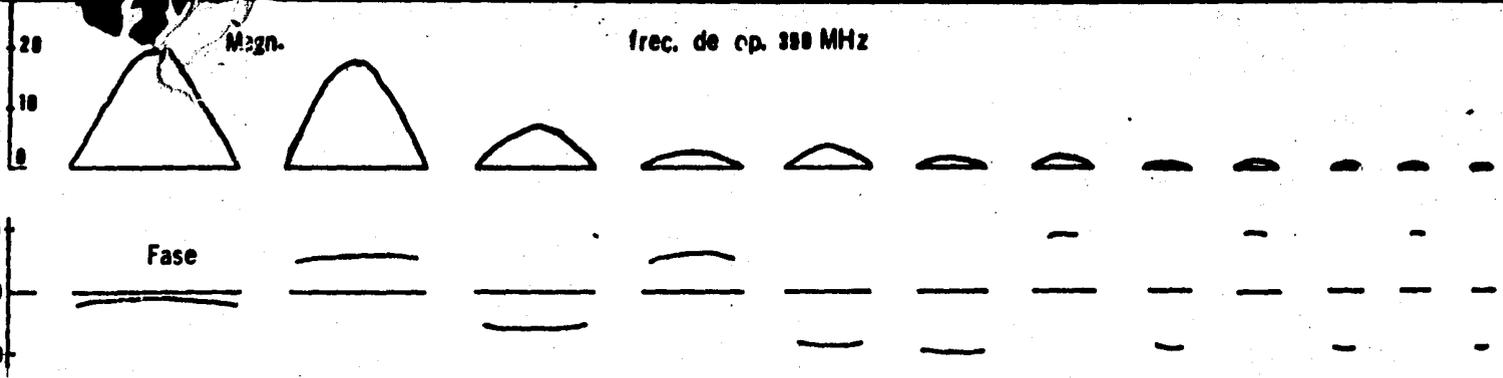
Lo anterior conduce a observar que el vector de corrientes estará dado por la suma vectorial de las columnas " $S_{ini}$ " de la matriz de impedancias, teniendo en cuenta el cambio de signo en las columnas apropiadas.

Las gráficas de las figuras 5.15 a 5.17 muestran las distribuciones de corriente calculadas para varias frecuencias; en ellas es posible observar claramente que la amplitud máxima se logra en el dipolo resonante y en los dos contiguos, de lo cual se concluye que es en estos precisamente donde se localiza la región activa de la antena. También es de notar que la corriente en el dipolo resonante tiene una fase cercana a los cero grados, mientras que los restantes reflejan claramente el efecto de la transposición.

#### 5.7 IMPEDANCIA DE ENTRADA Y RESISTENCIA DE RADIACION.

Hasta este momento se ha estudiado la antena en forma parcial, pues al considerar la impedancia mutua y la distribución de corrientes se tuvo en cuenta únicamente uno de los dos planos que la componen. A partir de la impedancia de entrada se debe ya considerar el conjunto completo, pues según lo establecido en el inciso 3.2.3 sección A, dicha impedancia es la que resulta de considerar el voltaje y la corriente que existen al final de la línea que une al generador con la antena bajo análisis.

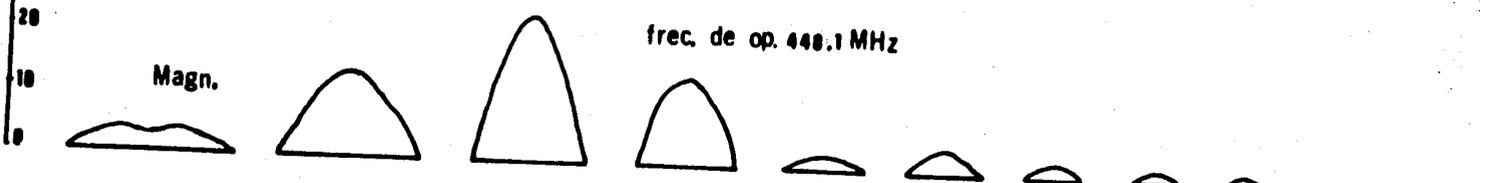
Sin embargo, aún es posible continuar sobre la base de uno sólo de los arreglos si se tiene en cuenta que al presentar ambas las mismas características eléctricas, la impedancia total se podrá determinar al hacer las observaciones que mas adelante se señalarán,



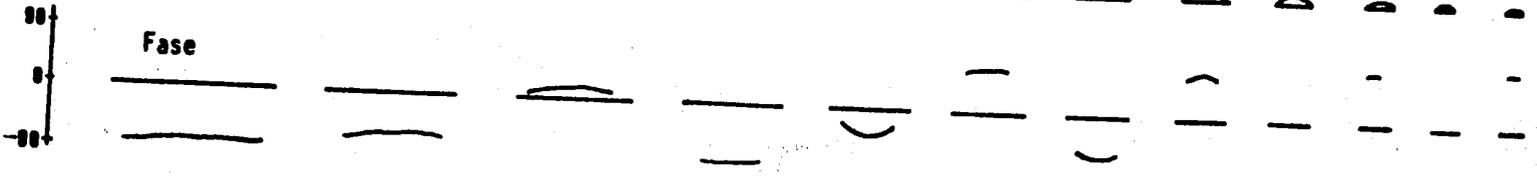
$I \cdot 30 \times 10^3 A$

frec. de op. 440.1 MHz

Magn.



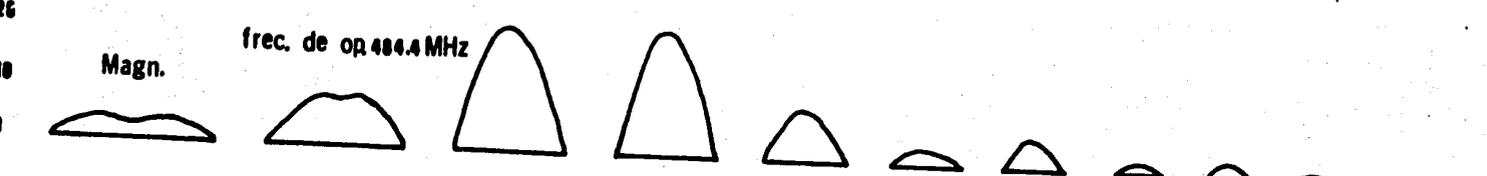
Fase



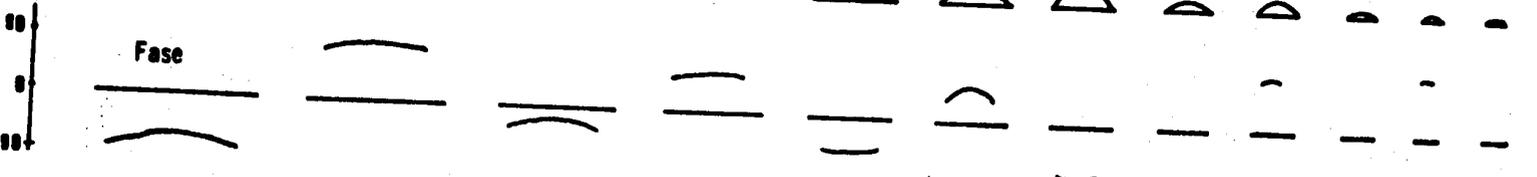
$I \cdot 30 \times 10^3 A$

frec. de op. 404.4 MHz

Magn.



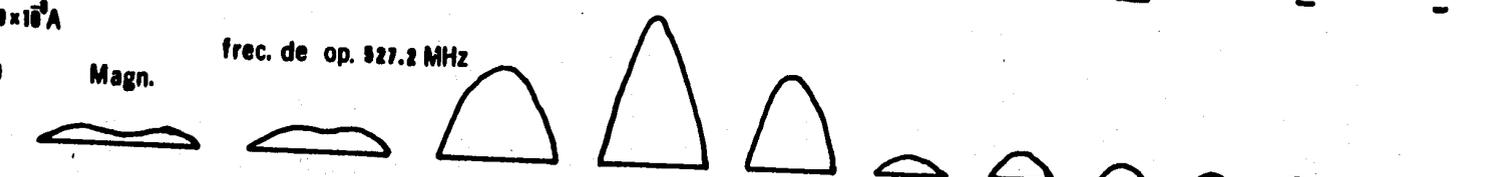
Fase



$I \cdot 20 \times 10^3 A$

frec. de op. 327.2 MHz

Magn.

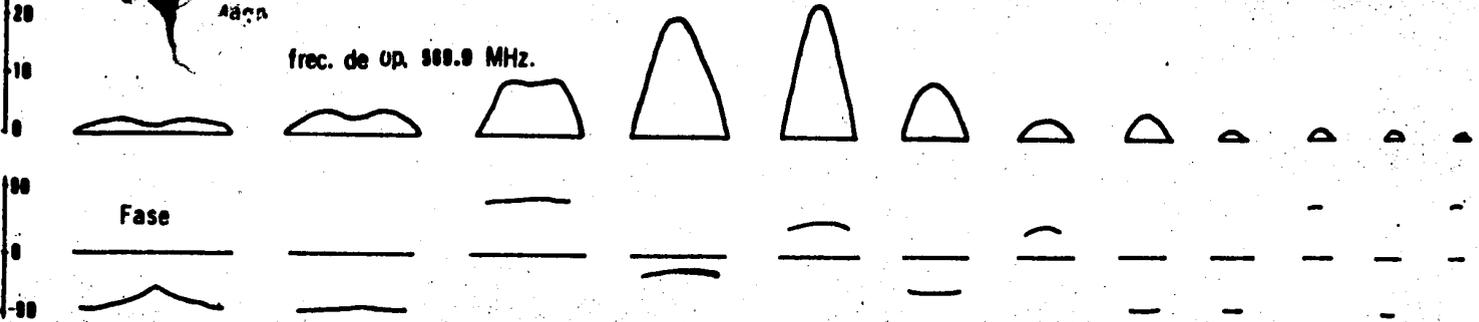


Fase

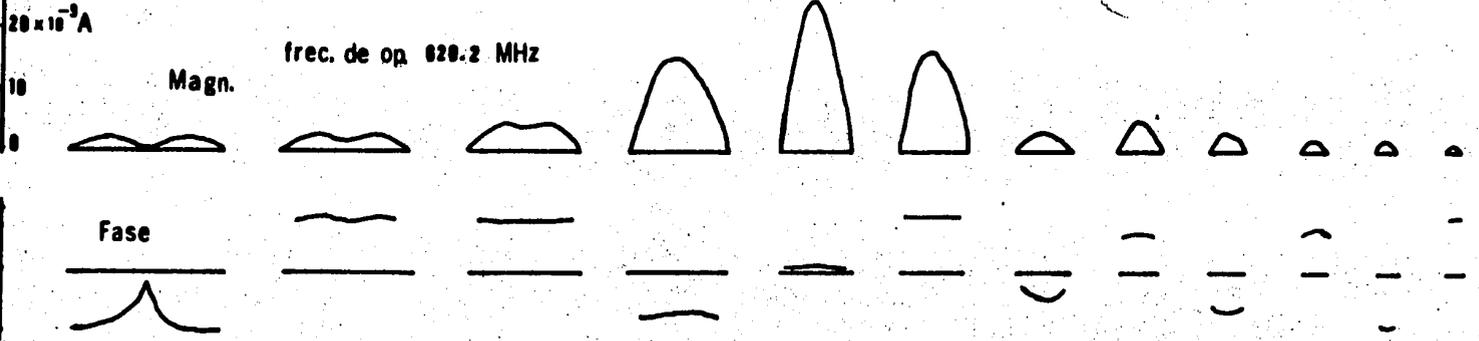


Adon

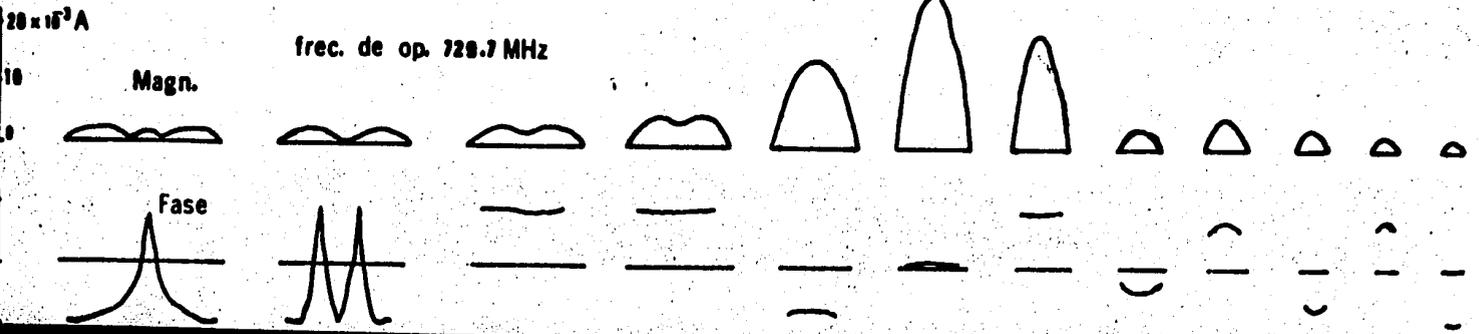
frec. de op. 888.9 MHz.



frec. de op. 820.2 MHz



frec. de op. 720.7 MHz



5.7.1. IMPEDANCIAS DE ENTRADA EN UN PLANO.- Dado que el arreglo en un plano solo recibe alimentación directa del generador en el segmento central de su dipolo de menor longitud, el cual queda plenamente identificado haciendo  $i = N$  en la expresión 5.16, la admitancia de entrada de la antena está dada por el valor del elemento  $(S_{inN}, S_{inN})$  de la matriz "Y", de lo cual se infiere que dicho parámetro puede ser obtenido de la expresión

$$Z_c = \frac{1}{Y_{K,K}} \quad K = S_{inN} \quad (5.17)$$

5.7.2. IMPEDANCIA DE ENTRADA TOTAL.- Para determinar la impedancia que verá la línea de alimentación se puede considerar que la corriente de entrada se divide en dos: una que llega al arreglo en un plano sin sufrir defasamiento y otra que llega al plano perpendicular con el voltaje defasado 90 grados con respecto al primero debido a la condición de diseño establecida para lograr la polarización circular. De aquí que la impedancia buscada se obtiene según la relación

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} \quad (5.18)$$

donde  $I_{in} = I_1 + I_2$ , en los que a su vez

$$I_1 = \frac{V_{in}}{Z_{CH}}$$

$$I_2 = \frac{V_{in} \angle 90^\circ}{Z_{C_V}}$$

además

$$Z_{C_H} = Z_{C_V}$$

por lo que

$$I_{in} = \frac{V_{in}(1 + j)}{Z_{C_H}}$$

teniéndose finalmente que, de 5.18

$$Z_{in} = \frac{Z_{C_H}}{1 + j} \quad (5.19)$$

5.7.3. RESISTENCIA DE RADIACION.- En el apartado 3.2.3 inciso J se señaló la importancia de la resistencia de radiación de una antena, lo que hace conveniente disponer de una expresión para su cálculo. Partiendo de la ecuación 5.19 y teniendo en cuenta que

$$Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$$

donde " $R_{in}$ " es precisamente la resistencia de radiación buscada, se deduce que

$$Z_{in} = \frac{R_{C_H} + jX_{C_H}}{1 + j}$$

$$= \frac{(1-j)(R_{CH} + jX_{CH})}{2}$$

$$= \frac{(R_{CH} - X_{CH})}{2} + j \frac{(X_{CH} - R_{CH})}{2}$$

y por tanto

$$R_{in} = \frac{R_{CH} - X_{CH}}{2} \quad (5.20)$$

## 5.8 ANALISIS DE LOS CAMPOS RADIADOS

Para obtener el patrón de radiación logrado con el arreglo que se estudia, es necesario determinar la posición de los puntos en el espacio en que se va a detectar la intensidad del campo electromagnético radiado, lo cual se logra aplicando el criterio seguido por Kraus (23), quien define la distancia límite del campo lejano de acuerdo a la expresión:

$$R_0 = \frac{2 L^2}{\lambda_{op}}$$

donde "R<sub>0</sub>" se mide a partir del punto en que se origina el campo, "L" es la longitud del dipolo radiante y λ<sub>op</sub>, la longitud de onda de la frecuencia de operación. En el caso presente se eligió un sistema de coordenadas cartesiano similar al utilizado al efectuar la identificación de los segmentos (ver figura -

5.11), tomando como punto de referencia el origen del sistema.

Debido a la gran variedad de dipolos en el arreglo y de frecuencias analizadas, se optó por seleccionar aquellos valores de "L" y  $\lambda$  con que se obtuviese el máximo valor de " $R_0$ ", de lo cual se obtuvo la expresión

$$R_0 = \frac{2 L_1^2}{\lambda_n}$$

en la figura 5.18 se ilustra lo anotado.

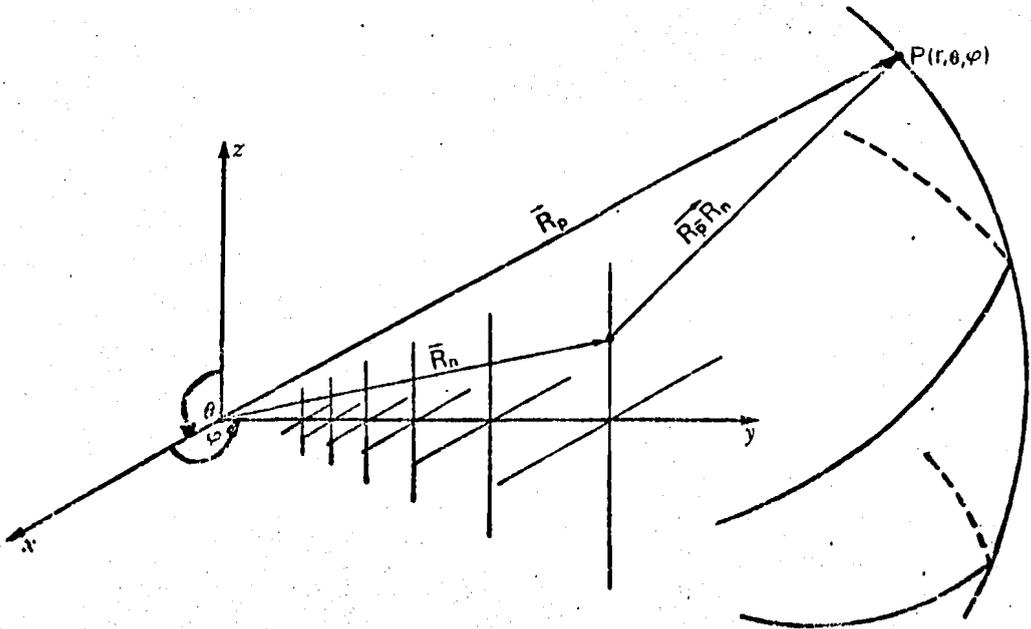


FIGURA 5.18.- Localización de la antena para el análisis de los campos radiados.

El campo eléctrico total se obtiene de la superposición de los campos ra diados en forma independiente por los arreglos vertical y horizontal, cada uno de los cuales a su vez resulta de considerar la contribución separada por los dipolos y como consecuencia de la corriente que por ellos circula, según se - esquematiza en la figura 5.19.

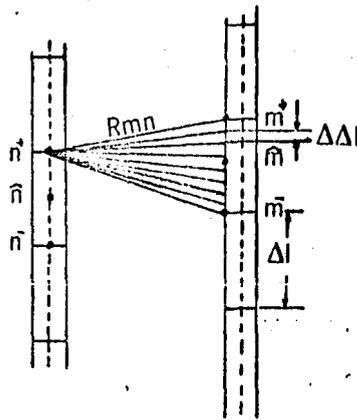


FIGURA 5.19.- División de un dipolo en segmentos que a su vez se subdividen en elementos de longitud infinitesimal para explicar el fenómeno de radiación.

Habiendo obtenido anteriormente un vector cuyos elementos son las corrien tes calculadas por el método de momentos, las cuales se consideran como cons- tantes a lo largo de la longitud de cada segmento en que se dividió la antena. el cálculo del patrón de radiación se simplifica analizando la contribución -- independiente de cada uno de ellos, los que a su vez se subdividen en pequeñas fracciones, teóricamente de longitud infinitesimal, para lograr lo asentado en

el párrafo anterior, aunque en la práctica, tal subdivisión debe hacerse a --- intervalos de longitud finita.

En el apéndice B se presenta el desarrollo de las ecuaciones con que se obtiene el patrón deseado, de lo que resulta que las componentes cartesianas del vector de intensidad de campo eléctrico son:

$$H_{xH} = 0 \quad (5.21)$$

$$H_{yH} = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta l_i} Z e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) dx' \quad (5.22)$$

$$H_{zH} = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta l_i} (y-y') e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) dx' \quad (5.23)$$

$$E_{xH} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta l_i} e^{-jkr'} \left[ \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) - \left[ (y-y')^2 + Z^2 \right] \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) \right] dx' \quad (5.24)$$

$$E_{yH} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta l_i} (x-x') (y-y') e^{-jkr'} \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) dx' \quad (5.25)$$

$$E_{zH} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta l_i} (x-x') Z e^{-jkr'} \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) dx' \quad (5.26)$$

$$H_{z_0} = 0 \quad (5.27)$$

$$H_{x_0} = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_0} I_i \int_{\Delta l_i} (y-y') e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) dz' \quad (5.28)$$

$$H_{y_0} = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_0} I_i \int_{\Delta l_i} x e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) dz' \quad (5.29)$$

$$E_{x_0} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_0} I_i \int_{\Delta l_i} x(z-z') e^{-jkr'} \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) dz' \quad (5.30)$$

$$E_{y_0} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_0} I_i \int_{\Delta l_i} (y-y')(z-z') e^{-jkr'} \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) dz' \quad (5.31)$$

$$E_{z_0} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_0} I_i \int_{\Delta l_i} e^{-jkr'} \left[ \left( \frac{2}{r'^3} + \frac{2jk}{r'^2} \right) - [x^2 + (y-y')^2] \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) \right] dz' \quad (5.32)$$

$$|H_t| = \sqrt{|(H_{x_0} + H_{x_H})|^2 + |(H_{y_0} + H_{y_H})|^2 + |(H_{z_0} + H_{z_H})|^2} \quad (5.33)$$

$$|E_t| = \sqrt{|(E_{x_0} + E_{x_H})|^2 + |(E_{y_0} + E_{y_H})|^2 + |(E_{z_0} + E_{z_H})|^2} \quad (5.34)$$

La implementación en computadora de estas ecuaciones se simplificó en gran manera, gracias a la patente similitud entre ellas, habiéndose logrado reducir el esfuerzo de programación y el tiempo de ejecución del programa en que intervienen. Sobre este aspecto se debe mencionar que únicamente se calcularon los campos eléctricos vertical y horizontal, toda vez que las correspondientes campos magnético están relacionadas con el eléctrico respectivo mediante la expresión

$$\eta = \frac{E}{H}$$

donde  $\eta$  representa la impedancia característica del medio en que ocurre la propagación, cuyo valor es el de 377 Ohms para cuando esta ocurre en el espacio libre (24).

El detalle del algoritmo utilizado para lograr la solución de las ecuaciones de los campos, puede consultarse en el apéndice "C", inciso C.9.

La tabla 5.6 muestra las frecuencias a que se realizaron los cálculos por computadora. En ella se identifica cada frecuencia mediante un número secuencial, mismo que se utilizará en las gráficas que mas adelante se presentan, a fin de lograr mayor claridad en las mismas.

Los resultados teóricos logrados concuerdan en gran parte con los obtenidos por otros autores (25-26) en lo referente al análisis de un solo plano (polarización lineal), lo cual proporciona cierta seguridad en los aquí expuestos para el estudio del arreglo con polarización circular.

Como era de esperarse, los patrones para " $E_H$ " y " $E_V$ " calculados con  $\theta = 90^\circ$  haciendo variar  $\phi$  de  $-90^\circ$  a  $90^\circ$  resultan iguales a los obtenidos para " $E_V$ " y " $E_H$ " tomados con  $\phi = 90^\circ$  y haciendo variar  $\theta$  de  $-90^\circ$  a  $90^\circ$  respectivamente, lo cual significa que el patrón total es igual en magnitud para ambos casos, diferenciando solo en la fase, que es de  $90^\circ$  en uno, con respecto al otro, confirmando a su vez la existencia de un campo polarizado circularmente. La figura 5.20 muestra algunos ejemplos de lo dicho.

NUM	FRECUENCIA (MHZ)	LONG. DE ONDA (Cm)	SEGMENTOS	DIPULO RESONANTE
1	350.0	85.70	28	1
2	365.5	82.08	28	
3	380.9	78.76	30	
4	396.4	75.68	32	
5	411.8	72.85	32	2
6	429.9	69.78	34	
7	448.1	66.95	36	
8	466.3	64.34	38	
9	484.4	61.93	38	3
10	505.8	59.31	40	
11	527.2	56.90	42	
12	548.6	54.68	44	
13	569.9	52.64	46	4
14	595.1	50.41	48	
15	620.2	48.37	50	
16	645.4	46.48	52	
17	670.5	42.85	54	5
18	700.1	42.85	56	
19	729.7	41.11	60	
20	759.3	39.51	62	
21	788.8	38.03	64	6
22	858.4	34.95	72	
23	928.0	32.33	76	7
24	1001.0	29.97	84	
25	1092.0	27.47	88	8
26	1188.0	25.25	98	
27	1284.0	23.36	104	9
28	1398.0	21.46	114	
29	1511.0	19.85	122	10

TABLA 5.6.- Relación de frecuencias a que se efectuaron calculos para del modelo de antena logarítmico periódica con-polarización circular.

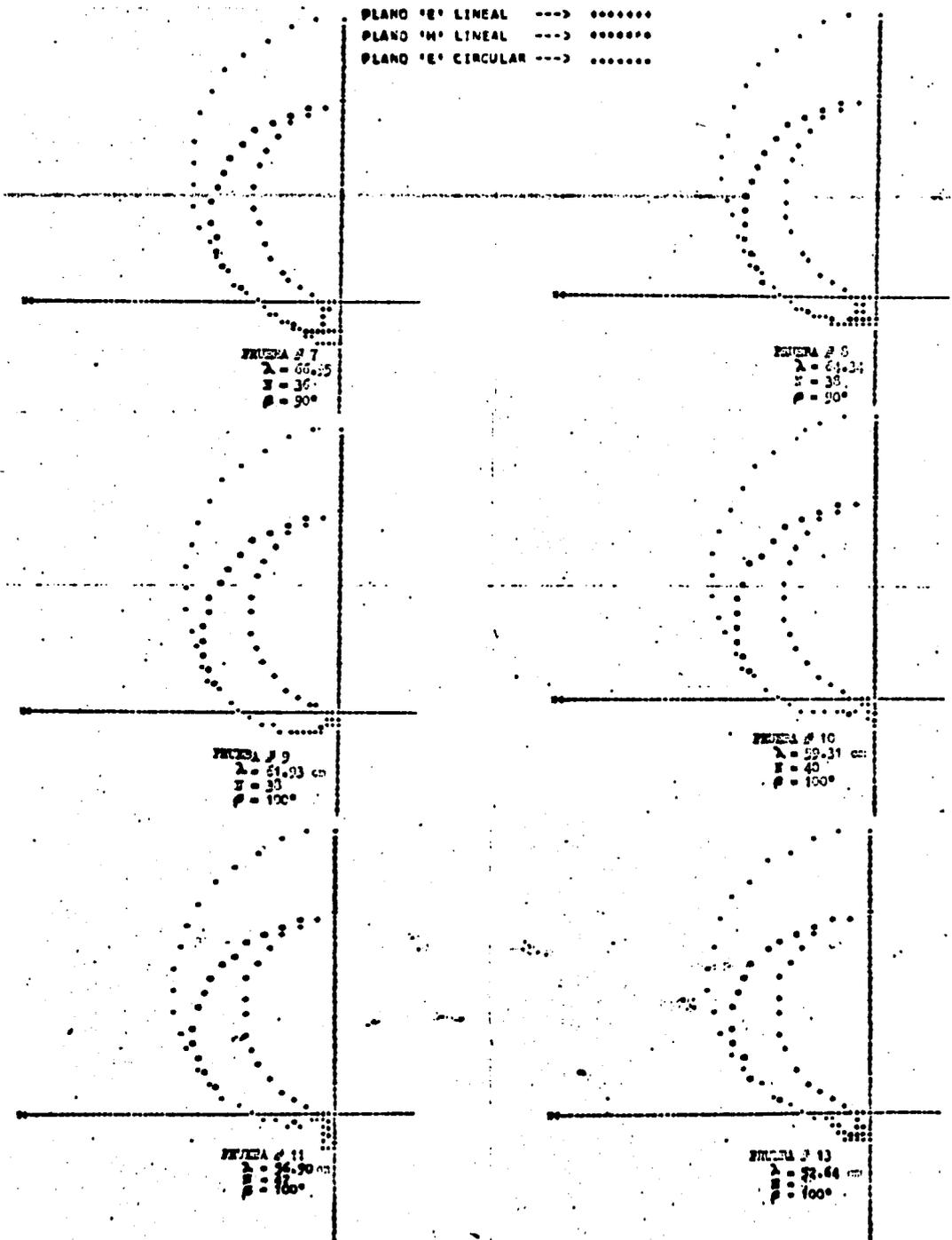


FIGURA 5.20.- Patrones de radiación comparativos de la ganancia - en modo lineal con respecto a la circular para diferentes frecuencias

Es de notar que debido a la superposición vectorial de los campos respectivos, en todos los cálculos se observa un aumento relativo de aproximadamente 3- decibeles en la ganancia lograda con el arreglo polarizado circularmente con -- respecto al lineal, lo cual por si solo dá al aquí estudiado una ventaja sobre el segundo. Al mismo tiempo se nota un aumento del ancho del haz en el plano -- considerado, como se observa en la figura 5.21

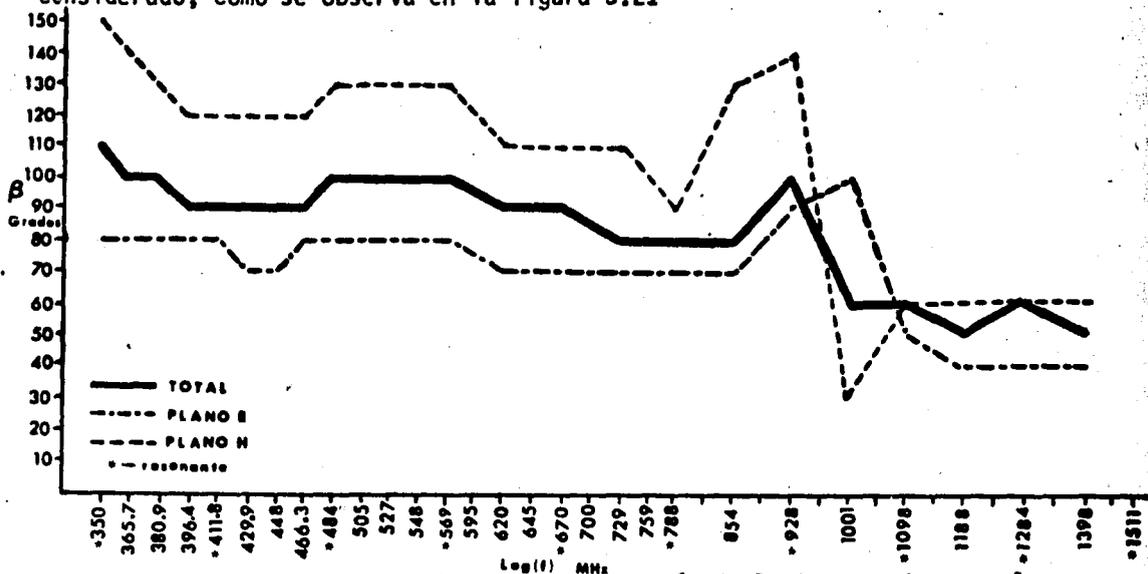


FIGURA 5.21.- Ancho del haz como función de la frecuencia para los planos de polarización mostrados.

Por tal comportamiento en frecuencia del patrón total, puede observarse -- en la figura 5.22 que éste permanece aproximadamente constante en un gran rango de frecuencias, deformándose de modo significativo solo al aproximarse al límite superior del ancho de banda teórico. Se considera de poca importancia la radiación en el lado posterior de la antena, pues la intensidad calculada para esta zona es mucho menor que la conseguida en el lado frontal. Los patrones mos-

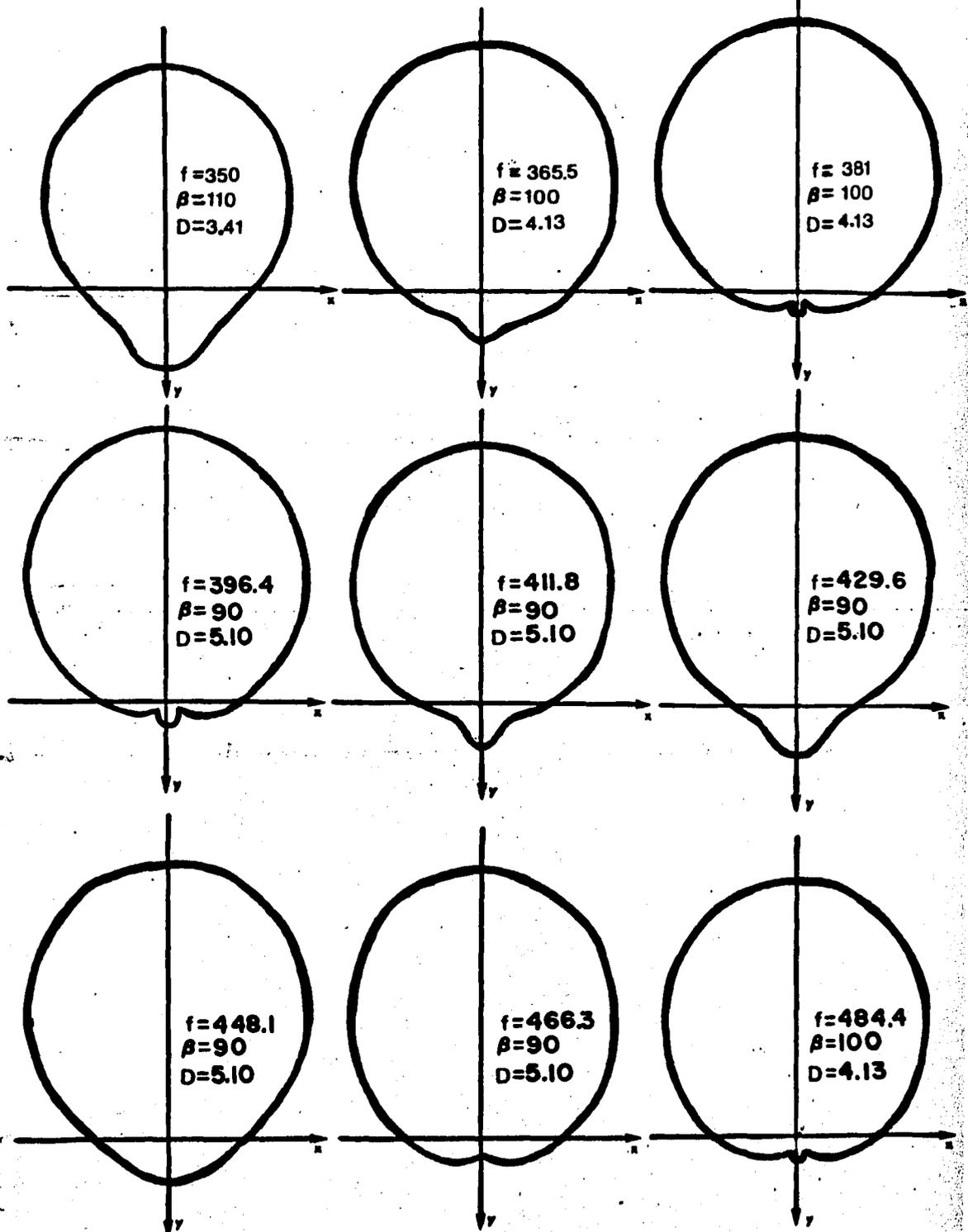


FIGURA 5.22.- Patrones de radiación calculados en base a las frecuencias de la tabla 5.6.

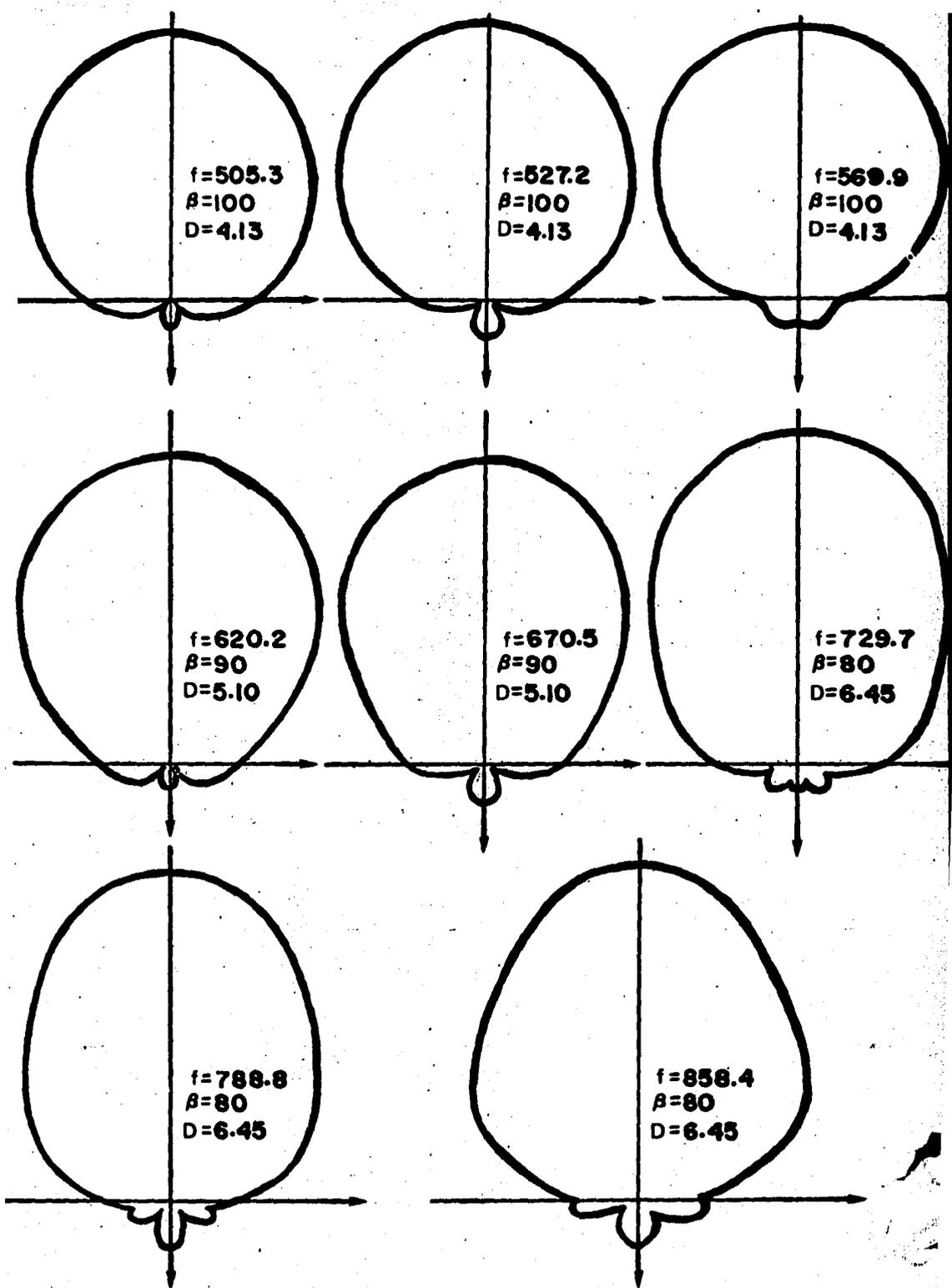
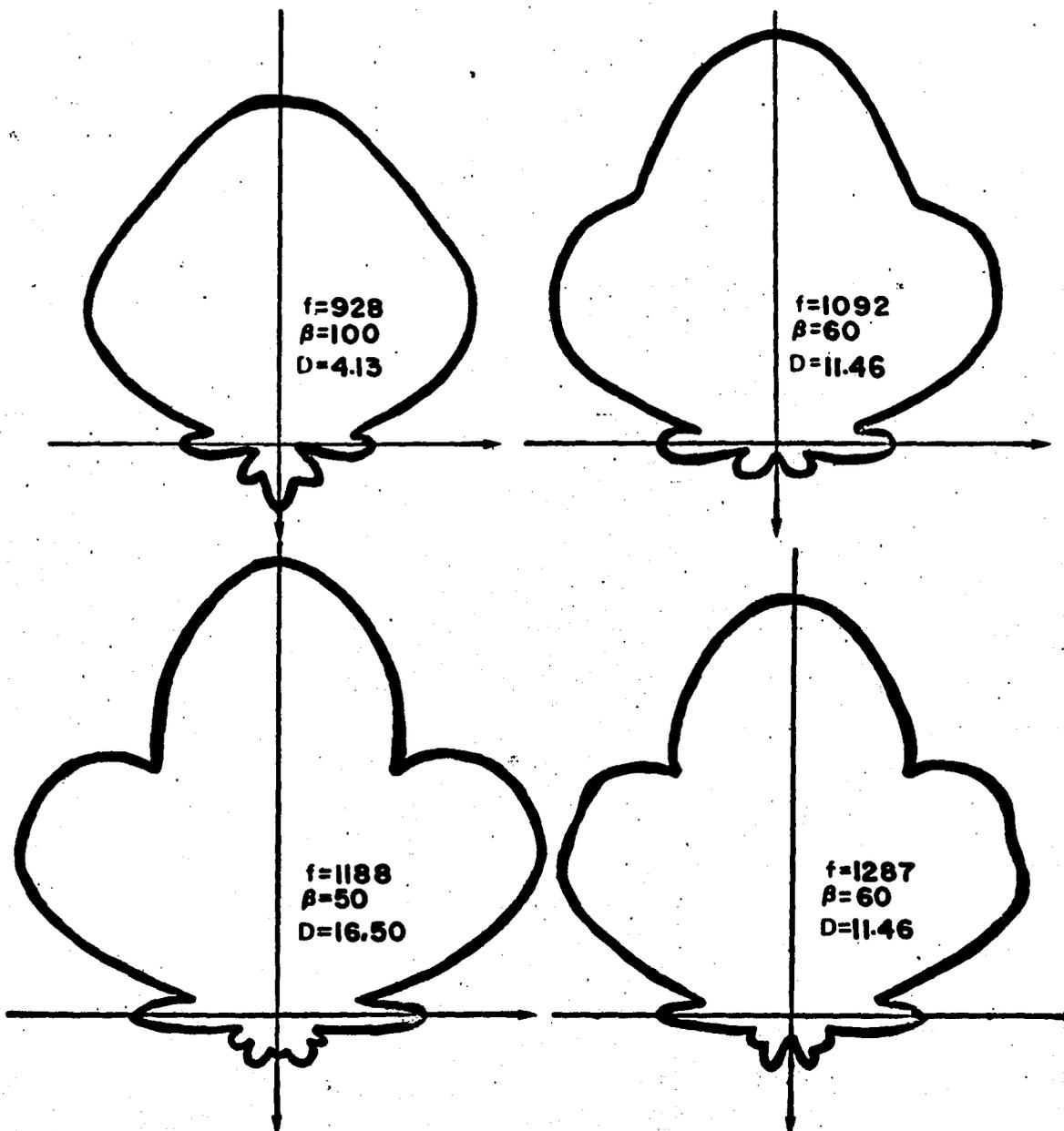


FIGURA 5.22.- Patrones de radiación calculados en base a las frecuencias de la tabla 5.6.



FIGURAS 5.22.- Patrones de radiación calculados en base a las frecuencias de la tabla 5.6.

trados en la figura 5.22, han sido medidos en el plano  $y-z$ , aunque según lo afirmado en los párrafos anteriores, pueden igualmente considerarse en el plano  $x-y$ .

## 5.9 GANANCIA, DIRECTIVIDAD Y OTROS.

5.9.1. GANANCIA.- *Bantín y Balmain* (27), al exponer un estudio sobre -- antenas logoperiódicas tipo dipolo considerando diseños basados en valores de  $\tau$  cercanos a la unidad, Para lograr arreglos de dimensiones físicas reducidas, analizados según el método de la F.E.M. inducida (ver la sección 5.5.1), presentan una expresión para calcular la ganancia en base a la corriente que circula -- por cada uno de los dipolos (28), la cual se utiliza en esta tesis modificada pa -- ra considerar la corriente en cada segmento, habiendo quedado como sigue:

$$G = 10 \log \frac{60}{W_{in}} \left| \sum_{i=1}^{N \text{ SUBS}} I_i e^{-j\beta_0} |X_i| \left(1 - \cos \frac{\beta_0 L_1}{2}\right) \left(\frac{1}{\sin\left(\frac{\beta_0 L_1}{2}\right)}\right) \right|^2 \quad (5.35)$$

donde, de acuerdo con los autores, " $W_{in}$ " es la potencia de entrada a la antena, -- dada por

$$W_{in} = \frac{R_e \{I_{in}\}^2}{2} \quad (5.36)$$

siendo " $I_{in}$ " la corriente que circula por el segmento central del dipolo mas pe -- queño, en cuyos extremos se alimenta la antena; " $X_i$ " representa la distancia de pur -- to central del segmento " $i$ " al punto en que se mide la intensidad de campo, dada por

$$X_i = \sqrt{(r_i + r_p)^2 + (n \Delta l_i)^2} \quad (5.37)$$

En la que  $r_i$  es la distancia del vértice al dipolo en que está ubicado el segmento, " $r_p$ " es la distancia del vértice de la antena al punto de medición, " $\Delta l_i$ " es la longitud del segmento y " $n$ " es el número de veces que se debe sumar la distancia " $\Delta l_i$ " partiendo del eje del arreglo para obtener la distancia de dicho eje al centro del segmento considerado, pudiendo tomar valores de cero hasta el entero resultante de dividir el número de segmentos del dipolo entre 2.

Para aplicar la ecuación 5.35 se procedió calculando el argumento de la sumatoria para cada segmento, pero únicamente en una mitad de cada dipolo, ya que gracias a la simetría encontrada en la distribución de corrientes se puede deducir que en la otra mitad el valor encontrado será igual, y puesto que se tienen cuatro medios dipolos en el arreglo completo, el resultado se multiplica por cuatro.

5.9.2 DIRECTIVIDAD.- Esta característica se calculó de acuerdo a la definición dada en el inciso 3.2.3. párrafo "E". habiendo utilizado la ecuación general 3.8 para deducir la aplicada, como sigue:

Expresando la potencia máxima en términos del campo eléctrico

$$P_{max} = \frac{E_{max}^2}{Z_0} \quad (5.38)$$

donde " $Z_0$ " es la impedancia característica del medio en que ocurre la propagación. Por otro lado, la potencia promedio será la distribuída por unidad de área, lo cual significa que se debe tomar la potencia de entrada dispersa en una esfera cuya superficie será  $4\pi r^2$ , es decir

$$P_{prom} = \frac{W_{in}}{4\pi r^2} \quad (5.39)$$

en la que, según Jordan (29) la potencia de entrada " $W_{in}$ " está dada por

$$W_{in} = \frac{|V||I|}{2} \cos \theta$$

$$= \frac{I^2}{2 Z_{in}} \cos \theta \quad (5.40)$$

que se puede escribir como

$$W_{in} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{VI\} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{I^2}{2 Z_{in}} \right\}$$

entonces, substituyendo 5.40 en 5.39

$$P_{prom} = \frac{I^2}{4\pi r^2} \quad (5.41)$$

asumiendo que en el numerador de 5.41 se está tomando la parte real. Substituyendo por último esta ecuación, junto con la 5.38, en 3.8

$$D = \frac{\frac{E_{max}^2}{Z_0}}{\frac{I^2}{\frac{2 Z_{in}}{4\pi r^2}}}$$

$$D = \frac{E_{max}^2}{2 Z_0} \frac{8\pi r^2}{I^2 Z_{in}} \quad (5.42)$$

que concuerda con las expresiones usadas por *Neri* (30) y *Bantín* (31).

En los resultados obtenidos se observa un aumento constante de 3 decibeles para el arreglo circular con respecto al lineal, manteniéndose estable en el ancho de banda analizado.

**5.9.3. OTRAS CARACTERISTICAS.-** A partir de la ganancia y la directividad es posible calcular la eficiencia según se indica en la ecuación 3.9, así como la potencia efectiva como está definida en la ecuación 3.10. Quedando así determinadas las principales características de la antena.

## 5.10 REFERENCIAS.

- (1) Carmona /3/.
- (2) Jasik /18/, Pp. 18-15
- (3) De Vito /48/, P. 306.
- (4) Jordan /20/, Cap. 11. P.386.
- (5) Kraus /23/, Cap. 9. Pp. 235-237.
- (6) Neri /66/, P. 777.
- (7) Carrel /46/, Pp. 65-66.
- (8) Kraus /23/, Cap. 9. Pp. 424-428.
- (9) Lamont /24/, Cap. 7. Pp. 326-328.
- (10) Jordan /20/, Cap. 11. Pp.346-348.
- (11) Neri /28/, Cap. 2. Pp. 40-44.
- (12) Neri /65/, Parr. 3. Pp. 437-442.
- (13) Neri /28/, Cap. 2. Pp. 44-47.
- (14) Neri y Maclean /65/, Pp. 776-777.  
Neri /28/ Cap. 2, Parr. 2.2.2. Pp. 14-23.
- (15) Carrel /46/, punto No.4 Pp.61-63.
- (16) Citado en Kraus /23/, Cap. 10, Parr. 10.3. P.254.
- (17) Butson /44/, P. 105.
- (18) De Vito /48/, Punto V. Pp. 307-308.
- (19) Cheong y King /47/, Punto 1. P. 1315.
- (20) Kyle /61/. Pp. 15-16.
- (21) Sinnot /75/. P. 592.
- (22) Imbriale /17/, Parr. 2.2. Pp. 17-29.
- (23) Kraus /23/, Cap. 1. Pp. 6-8. Cap. 2. Pp. 11-14
- (24) Jordan /20/, Cap. 5. Pp. 150-151.
- (25) Isbell /56/, Pp. 262-263 y 265-266.
- (26) Carrel /46/, Pp. 64 y 69.
- (27) Bantín /42/, Pp. 195-196
- (28) Bantín /42/, P. 196, Ec. 8.
- (29) Jordan /20/, Cap. 6, Parr. 6.4, Pp. 170-171, Ec. 6.14
- (30) Neri /28/, Cap. 2. P.55  
Neri /67/, P. 1217, Ec.22
- (31) Bantín /42/, P. 196. Ec.9.

## CAPITULO VI

### IMPLEMENTACION Y PRUEBAS

6.1	MATERIALES	164
6.1.1	ALUMINIO	164
6.1.2	ACRILICO	165
6.1.3	CABLE COAXIAL	167
6.2	CONSTRUCCION	167
6.2.1	ANTENA	168
6.2.2	ALIMENTACION	171
6.2.3	ANTENA AUXILIAR	173
6.3	PRUEBAS	174
6.3.1	CONEXION DEL EQUIPO	174
6.3.2	PROCEDIMIENTO	176
6.4	RESULTADOS	177
6.5	REFERENCIAS	

C A P I T U L OIMPLEMENTACION Y PRUEBAS**6.1 M A T E R I A L E S.**

Para efectuar la implementación física de los resultados teóricos expuestos en el capítulo anterior, el paso previo es lograr la selección de los materiales que mejor convengan para la construcción de la antena, habiendo recurrido a aquellos que más comunmente se utilizan para este propósito. A continuación se presenta una breve descripción de los utilizados en este seminario.

**6.1.1 ALUMINIO.-** Este metal raramente se utiliza en estado puro, por ser demasiado blando, por lo que se combina con otros materiales para lograr mayor dureza, pudiéndose obtener una infinidad de aleaciones. Se considera el segundo en orden de importancia de cuantos utiliza el hombre para fines industriales y admite un gran pulido.

Como características del aluminio se pueden citar las siguientes:

su conductividad eléctrica es igual al 62.0% de la del cobre, y sin embargo pesa tres veces menos que éste. Es el metal más ligero de todos los usuales, con una densidad igual a 2.762. Dúctil y maleable, después de la plata y el cobre es el mejor conductor de la electricidad y el calor. A 20 grados centígrados tiene una resistividad eléctrica de 2.850/cm<sup>2</sup>/cm y un módulo elástico de 6700 kg/mm<sup>2</sup>. A continuación se presenta una tabla con las principales características eléctricas y metálicas del aluminio.

Resistividad eléctrica (ohms en 304.8 m a 20°C)	2,850/cm <sup>2</sup> /cm
Conductividad eléctrica	3.72 X 10 <sup>7</sup> σ, mhos/m
Peso atómico	26.982
Densidad	2.702 gr/cm <sup>3</sup>
Carga de ruptura	16 a 20 kg/mm <sup>2</sup>
Coefficiente de dilatación lineal por °C	24 x 10 <sup>-6</sup>
Calor específico a 0°C	0.210 cal/gr. °C
Susceptividad Magnética	2.3 x 10 <sup>-5</sup>

El beneficio del aluminio se logra por medios electrolíticos mezclando - bauxita purificada (óxido de aluminio) con criolito fundido (Floururo doble de aluminio y sodio) a una temperatura de 98°C en un crisol de carbón que sirve como electrodo negativo. El electrodo positivo está formado por carbón. Entre ambos se hace pasar una corriente eléctrica continua, depositándose el -- aluminio fundido en el fondo del crisol, de donde es sangrado hacia las lingo tera.

6.1.2 ACRILICO.- Es una resina sintética proveniente de la síntesis de

acetona con el ácido cianhídrico, dando lugar a la cianhidrina de acetona; -- cuando a este compuesto se le agrega alcohol metílico en presencia del ácido-sulfúrico, se produce, mediante una serie de reacciones, el monómero de metil metacrilato. Posteriormente y gracias a un proceso de polimerización, este llega a convertirse en un plástico granulado útil para moldear por inyección, o bien para elaborar láminas, tubos o varillas acrílicas. .

Entre las características más sobresalientes para el uso que se le preten de dar en esta tesis se pueden citar que no es conductor de la electricidad, - posee una gran resistencia al impacto, no es flamable, es muy versátil en sus aplicaciones por su facilidad para ser manipulado y por poseer gran resistencia a la intemperie. A continuación se mencionan algunos de sus datos físicos.

Peso específico	1.19 gr/cm <sup>3</sup>
Resistencia a la flexión	1.200 kg/cm <sup>2</sup>
Resistencia a la percusión	20 kg/cm <sup>2</sup>
Resistencia a la presión	1.200 kg/cm <sup>2</sup>
Resistencia a la tracción	350 - 950 kg/cm <sup>2</sup>
Alargamiento de rotura	4 %
Alargamiento después de rotura	1 %
Modulo de elasticidad	30,000 kg/cm <sup>2</sup>
Dureza esclerométrica (MHDS)	2 - 3 kg/cm <sup>2</sup>
<b>PRUEBAS</b>	
Resistencia térmica	80°C

Conductividad	0.16 kcal/mHgr°C
Coefficiente de dilatación lineal	0.08 mm/m gr°C
Temperatura de moldeaje	130 - 150 mm°C
Resistencia Interior	10 <sup>15</sup> OHM/cm
Constante dieléctrica	3.2
Resistencia a la perforación (5 minutos para 3 mm de espesor	40 kv
Indice de refracción N <sup>2</sup> °D	1.492%
Absorción de agua después de 7 días	0.1 gr/cm <sup>2</sup>

En esta tesis, el acrílico se utiliza como soporte aislante y separador entre las barras alimentadoras de los dipolos de la antena.

6.1.3 CABLE COAXIAL.- Es un cable constituido por dos conductores, - de forma cilíndrica uno y filiforme el otro, acondicionados de modo que el segundo se mantiene en el eje del primero mediante discos aislantes o hélices de material plástico. Esta configuración permite el paso de frecuencias eléctricas de millones de ciclos por segundo, pudiéndose por tanto - -- transmitir por un solo cable varios programas de televisión ó bien centenares de conversaciones telefónicas en forma simultánea.

Como características principales se pueden mencionar que como línea de transmisión, casi no presenta el fenómeno de distorsión.

## 6.2 CONSTRUCCION

6.2.1 ANTENA.- Para implementar físicamente el diseño analizado se utilizó el principio descrito por *Isbell* (1), consistente en lograr la -transportación de los dipolos adyacentes por medio de los soportes cilíndricos de aluminio uno de ellos sólido (varilla) y el otro hueco (tubo) para permitir el paso de un segmento de cable coaxial de uno a otro de sus extremos. Este método de construcción evita el uso de acopladores de impedancia (baluns) entre la antena y la línea de transmisión. El fenómeno que ocurre puede explicarse en la forma siguiente. Considérese como parte posterior de la antena, -aquella que se encuentra más alejada de su vértice, y como parte anterior, la más cercana a dicho punto.

Introduciendo el cable coaxial por la parte posterior, haciendo contacto eléctrico con el soporte solo hasta el extremo opuesto, a medida que avanza -la señal por el cable, se irá igualando la impedancia de la línea con la de -la antena, gracias a la interacción de los campos interno y externo, resultan -do entonces que en el punto de alimentación, ambas impedancias habrán quedado acopladas.

A fin de poder utilizar este principio, ideado para antenas con polariza -ción lineal, en la antena polarizada circularmente, fué necesario introducir -ciertas modificaciones debido a limitantes de tipo físico que afectan princi -palmente la longitud real de los elementos radiantes, pues en vez de dos so -portes, se utilizaron cuatro. Observando la figura 6.1.A se podrá ver que el ángulo formado por la recta que une los centros de los soportes y el eje para -lelo a los dipolos, es de 90 grados, mientras que en la figura 6.1.B, dicho -

ángulo es menor, de donde resulta que si en modo lineal se desea que los dipolos estén verticales, será necesario alinear los soportes en posición horizontal, y viceversa, mientras que en modo circular, los soportes deberán estar alineados en forma casi paralela a la de los dipolos que se le conecten.

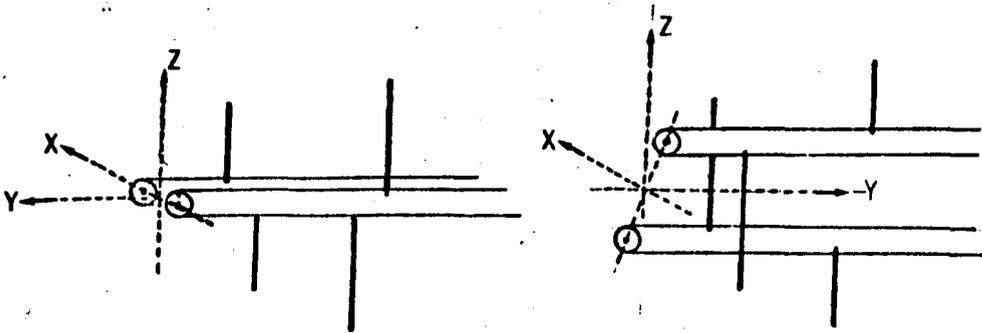


FIGURA 6.1 Diferencia de adaptación de los soportes para dipolos entre una antena lineal (A) y una circular (B).

Otra variante con respecto al modelo original, es que mientras en éste los dos medios dipolos de una frecuencia determinada son ambos de la misma longitud, en el diseño práctico bajo análisis los dos medios dipolos de la componente en un plano serán más largos que los de la componente en el otro, para una misma frecuencia. Esto es causado por la condición impuesta de lograr un defasamiento de 180 grados entre dipolos de frecuencias adyacentes, quedando entonces en la forma como se observa en las figuras 6.2.A y 6.2.B.

En el modelo construido, los dipolos de numeración par (ver la figura 5.12) se configuraron de acuerdo a la figura 6.2.A, y los de numeración impar, co

mo lo indica la figura 6.2.B.

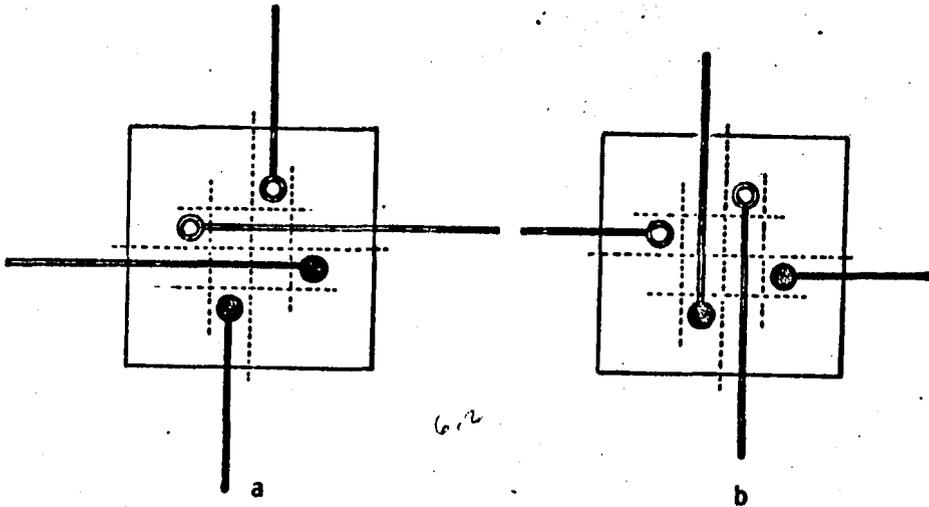


FIGURA 6.2 Disposición de los dipolos utilizados en polarización vertical y horizontal para dos frecuencias contiguas.

Debido a que el análisis teórico se hizo considerando dipolos perfectamente alineados y de igual longitud, es de esperar cierta discordancia entre los resultados calculados con los obtenidos en las pruebas, la cual se puede reducir si se procura que la distancia entre el centro de cada soporte y el eje de la antena, así como la diferencia en longitud de los dipolos sean mínimas. Para el caso en estudio, se utilizaron las dimensiones que se muestran en la figura 6.3.

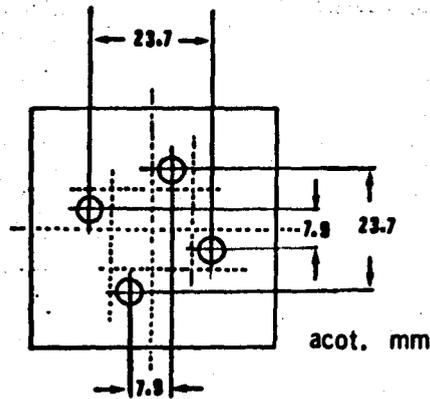


FIGURA 6.3 Distancia de separación entre los soportes de la antena logarítmico-periódica con polarización circular.

6.2.2 ALIMENTACION.- En el inciso anterior se describió la antena considerando compuesta por dos secciones independientes pero "intercaladas" de modo que sus ejes longitudinales coincidiesen. Para lograr que ambos arreglos operen en polarización circular, se interconectan a la línea por su parte posterior, en los puntos indicados como "líneas de alimentación" en la figura 6.4. La relación de fase para lograr la polarización circular se obtuvo según el método descrito en el apartado 5.3.1, consistente en conectar el extremo de la línea que proviene del generador a uno de los arreglos a través de un conector tipo "T", en cuyo lado libre se conecta un segmento de cable coaxial con -

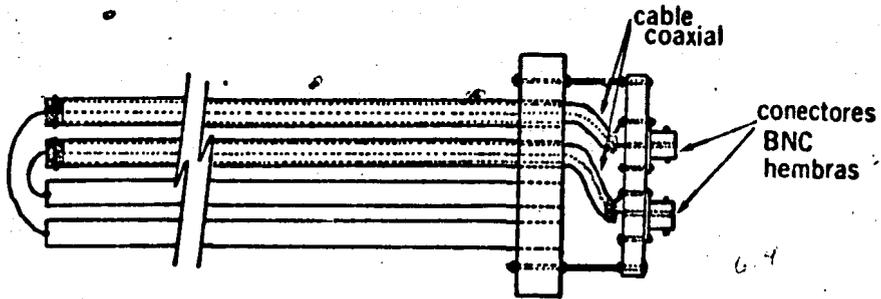


FIGURA 6.4 Modo de integración del cable coaxial al cuerpo de la antena.

longitud igual a un cuarto de la longitud de onda de la frecuencia con que se va a operar, mismo que por su otro punto se conecta al arreglo restante. Sobre el sentido de giro del vector de campo eléctrico se deberá tener en cuenta lo dicho en el mismo apartado, a fin de lograr aquel que mejor se adapte a la antena receptora. La figura 6.5 muestra la disposición física de los conectores tipo "BNC" utilizados en el modelo construido.

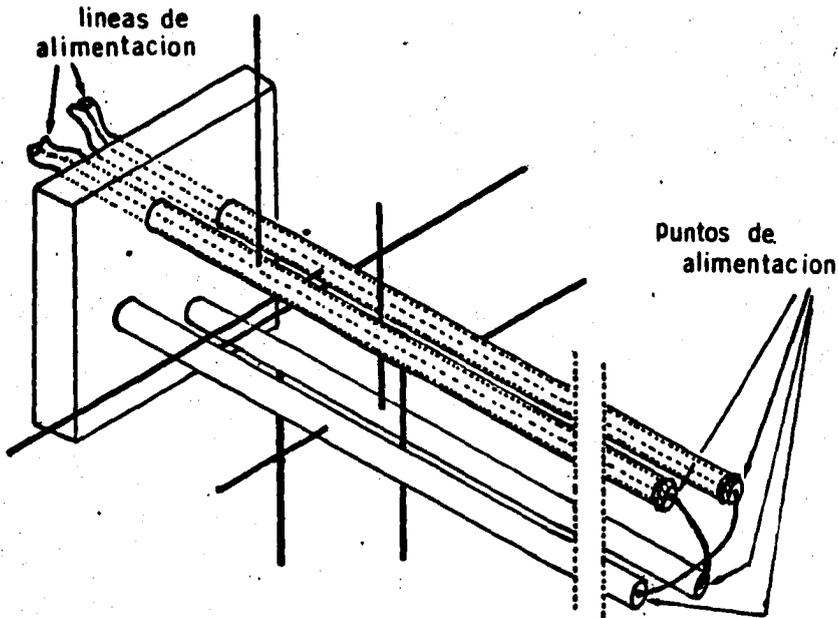


FIGURA 6.5 Configuración completa de la antena logarítmico-periódica con polarización circular.

6.2.3 ANTENA AUXILIAR.- Las pruebas de radiación y polarización efectuada al diseño experimental en estudio se hicieron considerándolo como antena transmisora, y ya que el objetivo principal de las mismas era observar su comportamiento en varias frecuencias, fué necesario construir una antena receptora que fuese útil en todo el ancho de banda a operar, para lo cual se decidió implementar una antena tipo dipolo con elementos intercambiables dependiendo de la frecuencia específica de trabajo. La selección de este tipo de antena se hizo considerando un diseño que a la vez que fuera fácil de implementar, estuviese lo suficientemente estudiado a fin de evitar el desviar -

la atención del objetivo principal de esta tesis.

Para implementar la antena auxiliar se utilizó una base de material acrílico en la que es posible fijar los elementos del dipolo. A su vez, esta base se montó a un soporte fijo, sobre el cual la base de acrílico puede hacerse girar 360 grados en el plano vertical, para hacer posible la detección de los campos radiados en todos los ángulos de dicho plano, y así conocer el patrón de polarización de la antena a diferentes frecuencias.

### 6.3 PRUEBAS

A continuación se detallará la metodología seguida en la obtención de los resultados experimentales.

6.3.1 CONEXION DEL EQUIPO.- En el capítulo I se describieron las características de los instrumentos utilizados para efectuar las pruebas, por tanto aquí se hablará únicamente sobre la forma como fueron conectados tanto a la antena transmisora como a la receptora.

A fin de evitar la acción de la tierra, en el radiador como en el receptor, ambas antenas se colocaron a una distancia de 3.0 metros sobre el nivel del piso, considerando que esta altura es suficiente para mantener estable la resistencia de radiación en todo el ancho de banda de trabajo. Sobre este particular, *Jordan* (2) hace una exposición mencionando las consideraciones que se deberán tener en cuenta a fin de evitar interferencias por causa de la

cercanía de la tierra para las antenas tipo dipolo.

En la figura 6.6 se muestra un diagrama a bloques de la disposición del equipo utilizado.

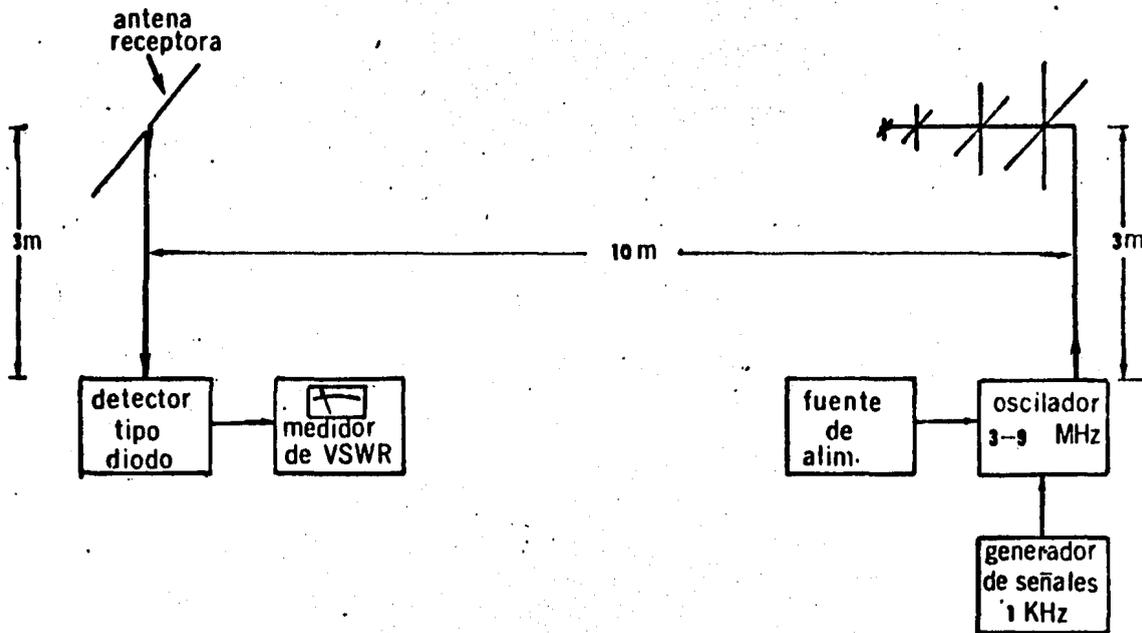


FIGURA 6.6 Diagrama a bloques que muestra las conexiones utilizadas para efectuar las pruebas a la antena bajo estudio.

La operación de este sistema es como sigue: el generador de señales proporciona al oscilador una onda cuadrada de 1.0 KHz, misma que modula la señal

de radio frecuencia ahí producida a frecuencias variables entre 3.0 y 900.0 - MHz. La señal modulada se envía a la antena, desde donde es transmitida al espacio.

En el lado receptor, la señal es recogida por el dipolo, quien a su vez la envía por el cable coaxial hasta el detector tipo diodo, que se encarga de demodularla y entregar la señal original al medidor de VSWR, que por norma de operación se encuentra sintonizado precisamente a la frecuencia de 1.0 KHz. Este instrumento activa un medidor calibrado en decibeles de atenuación, de donde es posible obtener lecturas que después de graficarse muestran la intensidad de la señal recibida.

6.3.2 PROCEDIMIENTO.- Para realizar las lecturas, se procedió en dos fases por separado, primero se realizaron las pruebas correspondientes a patrón de radiación y después las de polarización.

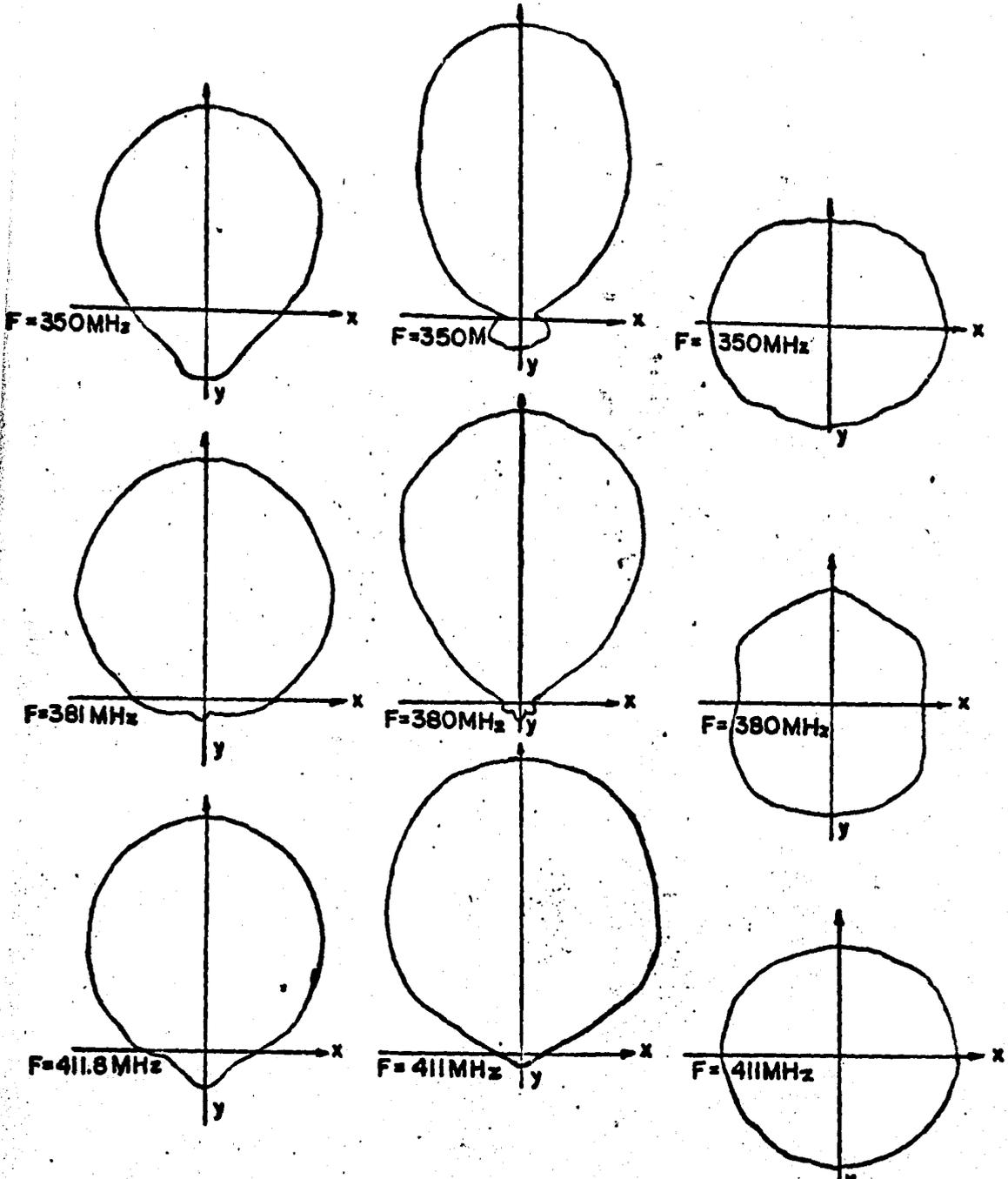
- a).- Patrón de radiación.- En esta fase se mantuvo fija la antena receptora con el dipolo dispuesto en forma horizontal, haciéndose girar la antena transmisora en intervalos de 10 grados, tomando como punto de referencia (cero grados) aquel en que su vértice se encuentra más cerca del centro del dipolo receptor. El giro se hizo en el plano horizontal, primero en el sentido de las manecillas del reloj hasta los 180 grados, y regresando al punto de partida para hacerlo hacia el sentido opuesto, también hasta los 180 grados, con lo cual se abarcan los 360 grados completos.

b).- Polarización.- Para efectuar esta prueba se utilizó el método conocido como "método del patrón de polarización" descrito por Kraus (3), consistente en conectar al receptor un dipolo de media onda capaz de girar en sentido vertical, de modo que al posicionarlo en diferentes ángulos, estando transmitiendo la antena bajo pruebas, se obtiene una lectura de campo eléctrico que es proporcional a la máxima intensidad de radiación de la antena en dirección paralela a la del dipolo, obteniéndose un patrón de polarización, en el cual se inscribe una elipse que será precisamente la elipse de polarización de la antena. En caso de obtenerse un patrón de polarización en forma circular, entonces este será proporcional al círculo trazado por el vector de campo eléctrico polarizado circularmente. En este estudio, se mantuvo fija la antena bajo análisis en la referencia usada como cero grados en las pruebas de radiación, punto donde se detectó la máxima intensidad. A partir de esta posición se hizo girar el dipolo en sentido horario partiendo de su posición horizontal, en intervalo de 10 grados hasta completar los 360, tomando en cada incremento las correspondientes lecturas de atenuación, valores estos que fueron graficados posteriormente.

#### 6.4 RESULTADOS.

Se elaboraron pruebas para un total de diez frecuencias diferentes, desde los 350.0 MHz hasta 788.0 MHz, en cada una de las cuales se midió tanto -

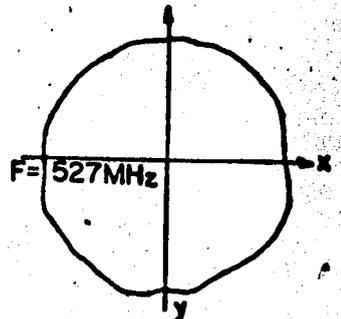
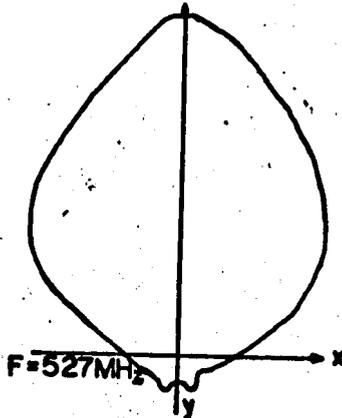
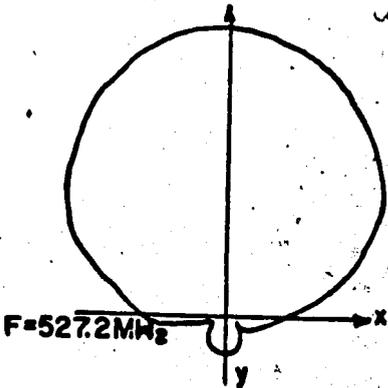
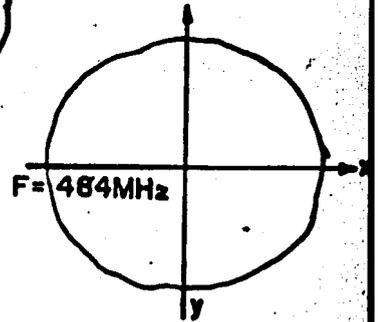
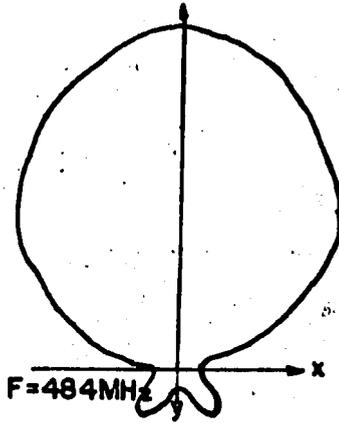
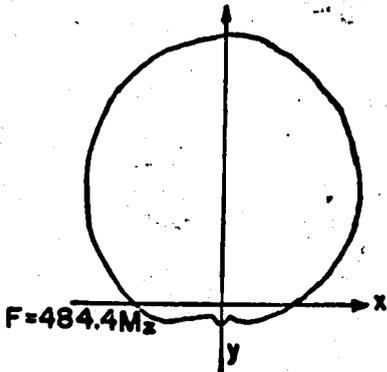
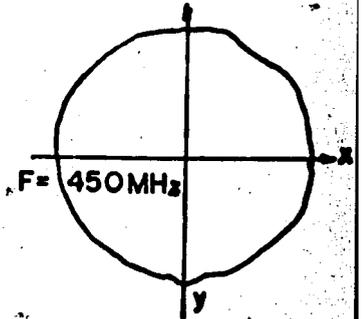
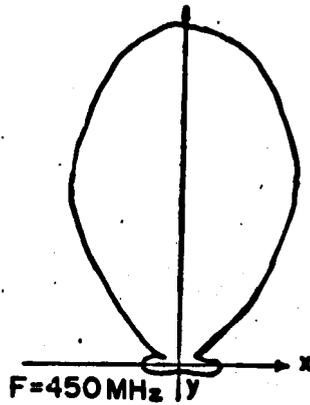
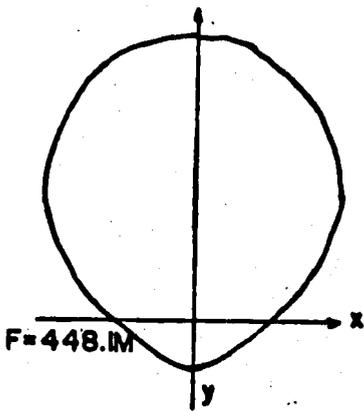
el patrón de radiación como el de polarización. La razón de no haber efectuado un mayor número de experimentos fué que, como se podrá observar en las gráficas adjuntas, los resultados obtenidos en altas frecuencias dejaron de ser los deseados antes de lo previsto. La figura 6.7 muestra en forma comparativa las gráficas obtenidas y las calculadas para las frecuencias a que se hicieron pruebas.



**PATRON DE RADIACION  
CALCULADO**

**PATRON DE RADIACION  
MEDIDO**

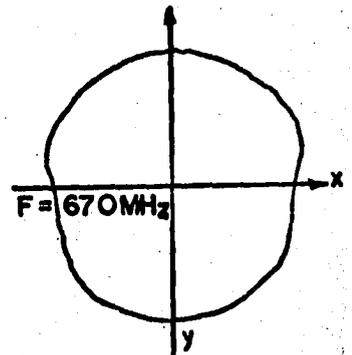
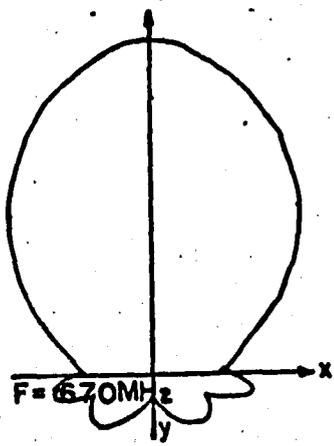
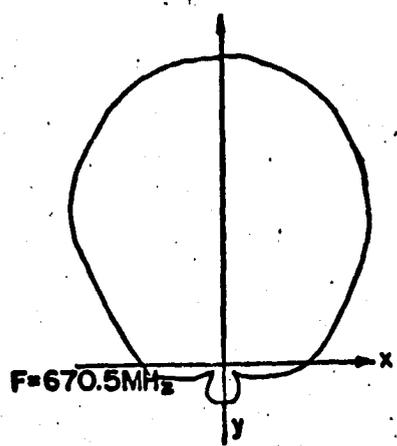
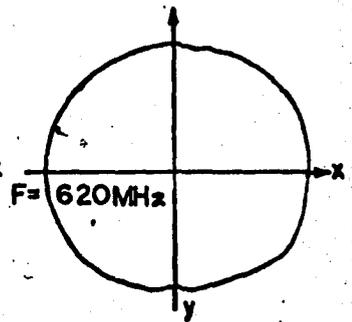
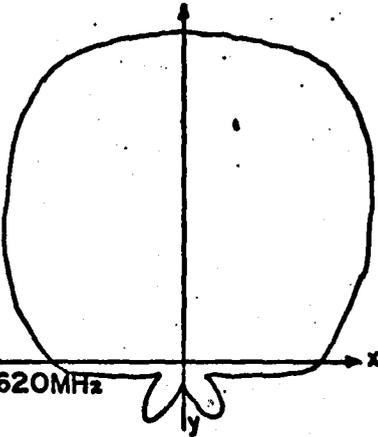
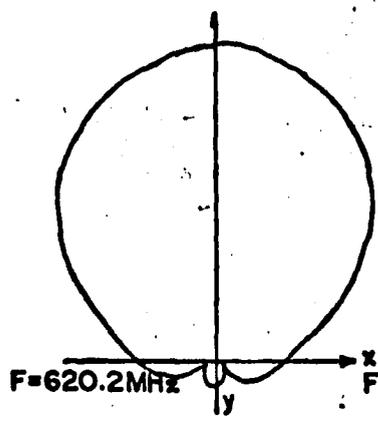
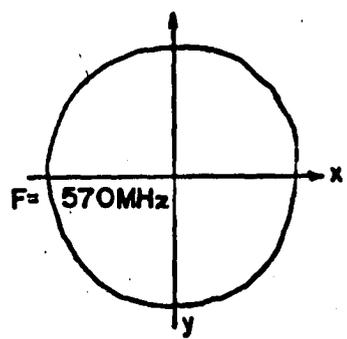
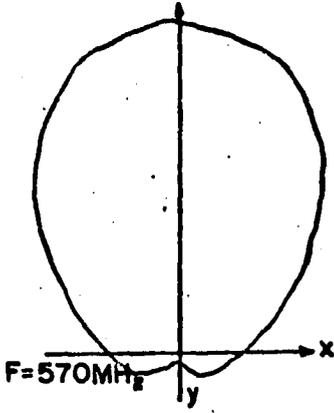
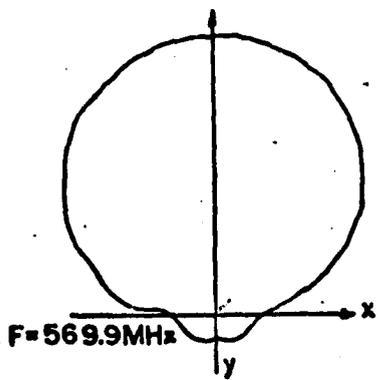
**PATRON DE POLARIZACION**



**PATRON DE RADIACION  
CALCULADO**

**PATRON DE RADIACION  
MEDIDO**

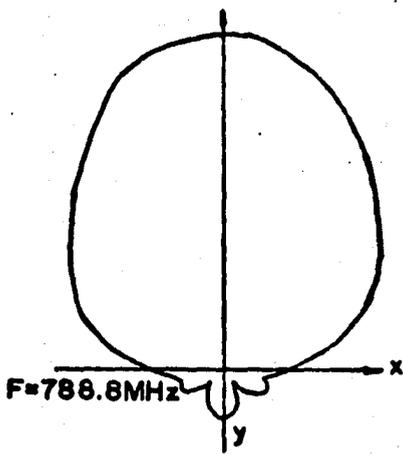
**PATRON DE POLARIZACION**



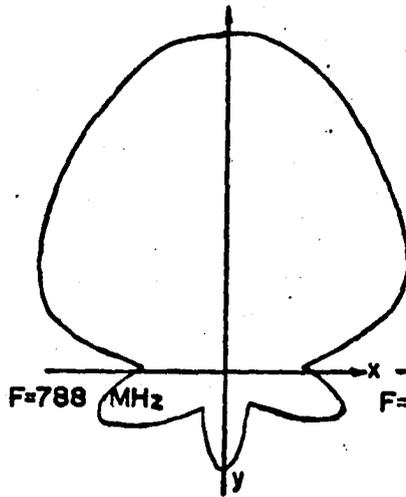
**PATRON DE RADIACION CALCULADO**

**PATRON DE RADIACION MEDIDO**

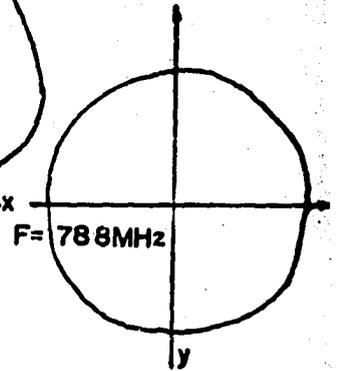
**PATRON DE POLARIZACION MEDIDO**



**PATRON DE RADIACION  
CALCULADO**



**PATRON DE RADIACION  
MEDIDO**



**PATRON DE  
POLARIZACION**

## 6.5 REFERENCIAS

- (1) *Isbell /56/, P.P 260-267*
- (2) *Jordán /20/, Cap.*
- (3) *Kraus /23/, Cap.*

C A P I T U L O VII

C O N C L U S I O N E S

I N D I C E

7.1	VENTAJAS DEL METODO DE MOMENTOS	179
7.2	ANALISIS DE RESULTADOS	180
7.3	APLICACIONES	182
7.4	CONCLUSIONES	186
7.5	REFERENCIAS	

C A P I T U L O VIIC O N C L U S I O N E S.

## 7.1 VENTAJAS DEL METODO DE MOMENTOS

A través del desarrollo expuesto en los capítulos precedentes se habrá podido observar la patente similitud que existe entre la metodología seguida para analizar una antena en base al método de momentos y el mismo análisis hecho con otros métodos conocidos. La ventaja que presenta el mencionado en primer término es que una vez elaborados los programas de computadora necesarios, el tiempo en que se pueden lograr resultados se reduce considerablemente, pues todo el -- trabajo se limita a seleccionar valores que la computadora procesa y en base a los cuales se obtienen datos que con un método tradicional serían difíciles de lograr en tan corto tiempo y con tal grado de exactitud, ya que aunque el de mo-- mentos es un método aproximado, de los resultados obtenidos se puede concluir-- que se apegan bastante al comportamiento real de la antena analizada.

Por otro lado, con los métodos mecanizados en general, es posible ensayar

varias alternativas antes de tomar una decisión definitiva, probando con la variación de diferentes parámetros hasta obtener los resultados deseados, - - siendo entonces cuando se procede a implementar físicamente el modelo que se estudia. Los métodos no mecanizados, por su parte, no permiten esta flexibilidad, pues por ser comunmente muy laboriosos y estar expuestos a errores - por parte del calculista, usualmente son aplicados en una sola ocasión, siendo los resultados que se obtienen la base para construir un modelo físico, de cuyas pruebas se va tomando la decisión de adaptar el modelo, hasta obtener - los resultados mas cercanos a los deseados, los cuales no siempre resultan fáciles de conseguir.

Otro punto en favor del método de momentos es que, como se vió en el capítulo IV, este puede aplicarse a cualquier tipo de antena teniendo en cuenta solo consideraciones de tipo geométrico, lo que no ocurre con otros métodos, pues aunque parten de una teoría común, siempre será necesario incluir estudios particulares sobre aspectos propios del tipo que en especial se esté analizando, tales como aquellos relacionados con su forma física y la interacción de los elementos eléctricos que se conjuguen.

## 7.2 ANALISIS DE RESULTADOS.

En el inciso anterior se han presentado algunas ventajas del método de momentos haciendo consideraciones de tipo eminentemente práctico, las cuales serían de poco valor real si no proporcionan un buen grado de aproximación con los datos obtenidos en pruebas de campo.

De las gráficas presentadas en el capítulo VI, es posible afirmar que este método sí proporciona resultados muy aproximados a los que pueden obtenerse en pruebas físicas. La aparente discordancia - que se observa puede ser atribuible a las diferencias existentes entre el modelo propuesto para el cálculo y el utilizado en la práctica, así como a la imprecisión con que pudieron haberse hecho las -- pruebas debido a la falta del equipo apropiado y de un ambiente libre de señales no deseadas.

Como se recordará, en el apartado 2.2 se dijo que la exactitud en el análisis depende no solo de consideraciones de tipo físico, - sino principalmente de los métodos auxiliares que se utilicen en -- conjunción con el Método de Momentos para obtener la matriz de impe-- dancias, y aún de la estructura misma de dicha matriz, cuya obten-- ción es el principal objetivo de la aplicación del Método de Momen-- tos. Dependerá entonces de la índole propia del problema a resolver el decidir si es o no conveniente mejorar el procedimiento aquí uti-- lizado, aunque considerando que entre los propósitos de un ingenie-- ro se deben contar el mejor aprovechamiento de los recursos tanto - humanos como materiales, para lograr con ellos la solución más ade-- cuada y menos costosa a un problema, la aquí presentada puede ser-- vir como una primera aproximación a la definitiva.

Comentando ahora los resultados obtenidos con la antena cons-- truida, se puede decir que en términos generales cumple con las ca-- racterísticas propias del género a que pertenece, pues se habrá po-- dido observar que si bien no presenta por completo los rasgos espe-- rados, su ancho de banda real es lo suficientemente grande, ya que-- sus características de patrón de radiación, ganancia y polarización se mantienen estables en una amplia gama de frecuencias.

Con respecto a las antenas logarítmicas con polarización lineal, esta antena presenta mayor ganancia, aunque el patrón de radiación muestra un ancho del haz mas grande, lo que la hace menos directiva que aquellas pero conservando su característica unidireccional. Esta propiedad puede ser aprovechada para evitar la necesidad de implementar arreglos más complicados, aunque no siempre puede considerarse como sustituto.

El hecho de haber seleccionado frecuencias altas se debió principalmente a motivos de tipo práctico, pero esto exigió ser muy precisos en la construcción. Se considera, sin embargo, que en frecuencias menores pueden obtenerse resultados reales más acordes con los teóricos, pues en las bandas hasta de -- VHF pueden pasarse por alto ciertas consideraciones que desde el rango de UHF ya no son tan triviales, tales como la ya mencionada sobre la precisión en la construcción, así como el tipo de materiales a utilizar y el diseño mismo, -- que puede ya no resultar el adecuado, razones estas que originaron las discrepancias observadas.

En resumen, de todo lo anterior se puede concluir que gracias a su relativa simplicidad y adaptabilidad, el método de momentos resulta una herramienta muy útil para el análisis de fenómenos electromagnéticos, con gran futuro en el campo de la ingeniería.

### 7.3 APLICACIONES

Las antenas logarítmicas han demostrado ser muy útiles en aplicaciones --

en que se requiere poder transmitir hacia puntos muy alejados de la fuente, así como para recibir señales de poca intensidad. Por su ancho de banda, este tipo de antenas también se utiliza para evitar la necesidad de contar con diversas antenas cuando se requiere efectuar cambios de frecuencias tanto al transmitir como al recibir señales.

Como un ejemplo de lo anterior se puede mencionar la aplicación realizada por Isbell (1), quien utilizó una antena de este tipo como alimentador de un reflector parabólico realizando continuos cambios en la frecuencia de operación a fin de hacer múltiples mediciones de señales provenientes del espacio exterior.

Generalmente se utiliza también este tipo de antenas como alimentadores de reflectores parabólicos, gracias a sus características de alta ganancia y unidireccionalidad. También es común el utilizarlas para efectuar pruebas de laboratorio, pues gracias a su alta ganancia es posible variar la amplitud de la señal que se transmite para verificar niveles de detección en el receptor; esta misma característica la hace útil para efectuar funciones de monitoreo con estaciones móviles, pero la que es quizá la aplicación más generalizada actualmente se refiere a su uso en las bandas de V.H.F y U.H.F. en que se efectúan las transmisiones comerciales de radio y televisión, aprovechando su gran ancho de banda.

Su alta ganancia se aprovecha en comunicaciones punto a punto como sustituto de las antenas róbicas, ya que con las logarítmicas, -

además, se logra disminuir los niveles de ruido, siendo común encontrar arreglos con los que se aumentan al mismo tiempo la ganancia y directividad.

Por último, cabe mencionar que algunos gobiernos han adoptado este tipo de antena para lograr intercomunicación con sus embajadas, ya que la baja potencia con que deben operar debido a las restricciones impuestas en los países sede, obliga a aprovechar al máximo el alcance de los transmisores. En las referencias podrán encontrarse los títulos de diversos artículos publicados para comentar otros usos de estas antenas.

Las antenas polarizadas circularmente se requieren en aplicaciones que involucran transmisiones a través de varios medios de propagación, tales como aquellas en que se utilizan las capas superiores de la atmósfera como superficies reflectoras, sobre todo en frecuencias en que la ionosfera puede producir rotación en la polarización de la onda, fenómeno que se conoce como "efecto Faraday". Esto puede ocurrir, por ejemplo, en comunicaciones o transmisión por radar entre la tierra y los satélites artificiales u otro tipo de aeronaves. La rotación producida en este caso es una función complicada de la densidad electrónica de la ionosfera, la cual varía entre el día y la noche, además de la frecuencia, la intensidad y orientación del campo magnético terrestre en una longitud y latitud determinadas.

Asimismo, el "efecto Faraday" se presenta en transmisiones a través de medios lluviosos, en los cuales el campo eléctrico, al pasar por la gotas de agua va sufriendo variaciones en su orientación, de modo que la polarización

con que llega al receptor puede ser prácticamente impredecible, aún cuando se conozca la densidad electrónica del medio. En un caso extremo, si se transmite en modo lineal, puede suceder que la polarización de la onda en el punto receptor llegue girada 90 grados con respecto a la polarización de la antena, sucediendo entonces que no será posible detectar dicha señal, pero en general, para otros ángulos de rotación, la intensidad de la señal recibida puede quedar reducida a una fracción igual al cuadrado del coseno del ángulo formado entre la polarización de la onda y la de la antena receptora. Estos efectos ocurren en el rango de frecuencias entre los 10 y los 1000 MHz, aunque de ordinario no por encima de los 500 MHz durante el día y los 100 MHz o menos durante la noche.

En aplicaciones de radar, también es útil contar con antenas polarizadas circularmente, ya que por lo general, una sola antena hace las funciones de transmisora y receptora al mismo tiempo. En este caso, al ser reflejada la señal transmitida, sufre un giro impredecible al cual debe adaptarse el receptor para poder detectar la onda incidente.

Conjugando ahora los efectos producidos por las antenas logarítmicas y las polarizadas circularmente, se puede decir que una antena que posea las características de ambos tipos, además de las aplicaciones antes mencionadas, puede ser útil en aplicaciones navales, donde las distancias involucradas obligan a usar antenas de alta ganancia y gran directividad. La reflexión en la onda producida por la superficie del mar exige también el uso de antenas capaces de detectar señales polarizadas en forma arbitraria. Una aplicación semejante de estas antenas se puede hacer en el campo de la navegación aérea, don

de se presentan fenómenos muy similares a los descritos para la transportación marítima.

#### 7.4 CONCLUSION.

A través de lo expuesto en el presente trabajo se habrá podido notar el gran futuro que tiene el método de momentos en el campo de la teoría electromagnética, el cual hasta hace poco era considerado por muchos autores como un tema tan estudiado que no se creía factible de enriquecer con nuevos conocimientos.

En los capítulos precedentes ha quedado asentado que el método de momentos ofrece nuevas posibilidades de desarrollo, así como una patente modernización al campo del electromagnetismo, por lo cual se considera recomendable incluir su estudio como parte de los programas regulares de cursos que sobre teoría electromagnética y sus aplicaciones se imparten en los centros de enseñanza superior, a fin de dotar a los futuros ingenieros de una herramienta acorde con los actuales recursos disponibles para el análisis y diseño de los modernos sistemas de comunicación electrónica.

## 7.5 REFERENCIAS.

- (1) *Isbell /56/*. P. 1152.

## A P E N D I C E A

### PRINCIPIOS DE TEORIA ELECTROMAGNETICA

#### I N D I C E

<b>A.1</b>	<b>ELECTROSTATICA</b>	<b>187</b>
A.1.1	LEY DE COULOMB	187
A.1.2	CAMPO ELECTRICO	188
A.1.3	DESPLAZAMIENTO ELECTRICO Y DENSIDAD DE DESPLAZAMIENTO ELECTRICO	190
A.1.4	LEY DE GAUSS	191
A.1.5	FUNCION POTENCIAL	194
A.1.6	TEOREMA DE LA DIVERGENCIA	199
A.1.7	ECUACION DE POISSON Y ECUACION DE LAPLACE	202
<b>A.2</b>	<b>CAMPO MAGNETICO</b>	<b>203</b>
A.2.1	INDUCCION MAGNETICA	204
A.2.2	DENSIDAD DE FLUJO MAGNETICO	206
A.2.3	INTENSIDAD DE CAMPO MAGNETICO	206
A.2.4	LEY DE AMPERE EN FORMA DIFERENCIAL	208
A.2.5	VECTOR POTENCIAL MAGNETICO	211
<b>A.3</b>	<b>ECUACIONES DE MAXWELL</b>	<b>214</b>
A.3.1	LEY DE FARADAY	214
A.3.2	ECUACION DE CONTINUIDAD PARA CAMPOS VARIANTES EN EL TIEMPO	216
A.3.3	INCONSISTENCIA DE LA LEY DE AMPERE	217
<b>A.4</b>	<b>ESPECTRO ELECTROMAGNETICO</b>	<b>220</b>
<b>A.5</b>	<b>REFERENCIAS.</b>	

## APENDICE A

### PRINCIPIOS DE TEORIA ELECTROMAGNETICA

El campo electromagnético se produce gracias a la presencia de cargas - - electromagnéticas en un punto determinado del espacio. La intensidad del campo en ese punto depende de la magnitud, posición, velocidad y aceleración de las - - cargas que lo producen.

#### A.1. ELECTROSTATICA.

El campo electrostático puede ser considerado como el caso especial del campo electromagnético en el cual las cargas permanecen estacionarias y solamente son consideradas su magnitud y posición.

A.1.1. LEY DE COULOMB.- Experimentalmente se ha demostrado que entre dos - - cuerpos cargados eléctricamente existe una fuerza que tiende a atraerlos - - o a separarlos entre sí, cuya magnitud es directamente proporcional a las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa, -- siendo su dirección la de la recta que los une, esto es:

$$\vec{F}_a = \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad (A.1)$$

donde "q<sub>1</sub>" y "q<sub>2</sub>" representan la magnitud de las cargas en los cuerpos y "r" - - es la distancia que los separa.

La expresión A.1 puede escribirse como igualdad introduciendo la constante de proporcionalidad

$$\frac{1}{4\pi\epsilon}$$

donde " $\epsilon$ " es llamada constante de permitividad ó constante dieléctrica y su valor depende del medio en que se encuentren las cargas. Para el vacío, se ha determinado que  $\epsilon = \epsilon_0$  tiene un valor de  $8.85415 \times 10^{-12} \text{ coul}^2/(\text{nt-m}^2)$  por lo que la fuerza queda expresada como:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2 \hat{r}}{4\pi\epsilon r^2} \quad (\text{A.2})$$

**A.1.2 CAMPO ELÉCTRICO.-** En cualquier región del espacio donde una carga eléctrica experimenta una fuerza de origen eléctrico, se dice que existe un campo eléctrico debido a la presencia de otras cargas en dicha región. Definiéndose entonces el campo eléctrico como la fuerza por unidad de carga en un punto del espacio.

Para determinar la magnitud del campo eléctrico en un punto del espacio -- colóquese una carga de prueba " $q_0$ " cerca una carga " $q$ ". La carga de prueba experimenta una fuerza cuya magnitud estará dada por

$$\vec{F} = \frac{q q_0 \hat{r}}{4\pi\epsilon r^2} \quad (\text{A.3})$$

y de la definición anterior, el campo eléctrico estará dado por:

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \quad (\text{A.4})$$

Como podrá notarse, la fuerza depende de la magnitud de la carga de prueba, mientras la intensidad del campo eléctrico no depende de ella.

Para determinar el campo eléctrico producido por un grupo de cargas puntuales, se procede en la siguiente forma:

- 1.- Se calcula la intensidad del campo eléctrico producido por cada una de las cargas en un punto dado;
- 2.- Se suman vectorialmente los campos calculados por separado para encontrar el campo resultante, lo que significa que para cargas discretas, el campo resultante está dado por la expresión:

$$E = \sum_n E_n \quad (\text{A.5})$$

Si la distribución de cargas es continua, el campo eléctrico por ella producido en un punto cualquiera puede calcularse dividiéndola en elementos infinitesimales " $dq$ " y se calcula el campo producido por cada elemento en ese punto, obteniéndose una magnitud infinitesimal de campo eléctrico " $dE$ " dado por -

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon r^2} \quad (\text{A.6})$$

y el campo total podrá encontrarse sumando la contribución separada de cada elemento infinitesimal "dq", resultando que:

$$E = \int dE \quad (A.7)$$

### A.1.3. DESPLAZAMIENTO ELECTRICO Y DENSIDAD DE DESPLAZAMIENTO ELECTRICO.-

De la ecuación A.4 puede deducirse que en un punto cualquiera, la intensidad del campo no depende solo de la magnitud y la posición de la carga, sino también del medio en que se mide el campo, lo cual se manifiesta por la constante dieléctrica  $\epsilon$ . Esto hizo necesario buscar una cantidad eléctrica independiente del medio en que se estuviese la carga, habiéndose entonces definido el desplazamiento eléctrico ó flujo eléctrico  $\phi$ .

El flujo es una propiedad de cualquier campo vectorial y está relacionado con una superficie hipotética que puede ser cerrada ó abierta.

El desplazamiento eléctrico  $\phi$  es igual en magnitud a la carga que lo produce, es decir:

$$\phi = Q \quad (A.8)$$

Por otro lado, el desplazamiento eléctrico por unidad de área ó densidad de desplazamiento eléctrico "D" en un punto dado de una superficie esférica de radio "r" con una carga "Q" en su centro es

$$D = \frac{\phi}{4\pi r^2} = \frac{Q}{4\pi r^2} \quad (A.9)$$

La densidad de desplazamiento eléctrico "D" es una cantidad vectorial, con dirección igual a la de la normal al elemento de superficie que hace que el desplazamiento a través del elemento de área sea máximo. De las ecuaciones A.4 y A.9 se deduce que "D" y "E" están relacionadas por la ecuación:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (\text{A.10})$$

**A.1.4 LEY DE GAUSS.**- La Ley de Gauss establece que el desplazamiento total ó flujo eléctrico a través de una superficie cerrada que contenga cargas es igual a la cantidad de carga encerrada. Para demostrarlo, colóquese una carga puntual "q" en un medio homogéneo, isotrópico y con constante dieléctrica  $\epsilon$ .

La intensidad de campo eléctrico en un punto a una distancia "r" de la carga será:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \quad (\text{A.11})$$

y la densidad de desplazamiento en el mismo punto será:

$$D = \frac{q}{4\pi r^2} = \epsilon E \quad (\text{A.12})$$

Considerando ahora una superficie cerrada alrededor de la carga, como se muestra en la figura A.1, el flujo eléctrico a través de un elemento de superficie "dA" es:

$$d\phi = D dA \cos\theta \quad (\text{A.13})$$

donde  $\theta$  es el ángulo entre "D" y la normal a  $dA$ .

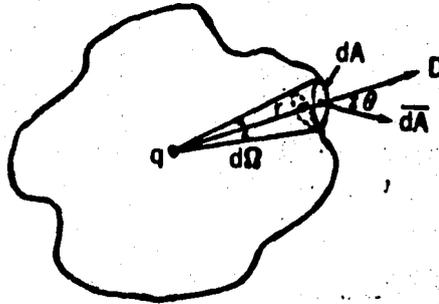


FIGURA A.1.- Una carga de magnitud "q" dentro de un volumen.

En la figura A.1. se observa que " $dA \cos\theta$ " es la proyección del vector " $dA$ " en el radio vector " $\hat{r}$ ".

Por definición del ángulo sólido:

$$dA \cos\theta = r^2 d\Omega \quad (\text{A.14})$$

donde " $d\Omega$ " es el ángulo subtendido en "q" por el elemento de área " $dA$ ".

El desplazamiento total a través de la superficie se obtiene por integración, resultando

$$\phi = \oint D \, dA \cos\theta \quad (\text{A.15})$$

donde el círculo en el signo de integral indica que la superficie es cerrada.

Substituyendo la ecuación A.14 en A.15 se obtiene

$$\phi = \oint D \, r^2 \, d\Omega \quad (\text{A.16})$$

y substituyendo a la vez esta ecuación en la A.9 resulta

$$\phi = \frac{q}{4\pi} \oint d\Omega \quad (\text{A.17})$$

pero el ángulo sólido subtenido en "q" por la superficie cerrada es  $4\pi$  y entonces la ecuación A.17 quedará como:

$$\phi = q \quad (\text{A.18})$$

Si la carga está continuamente distribuida en un volumen con densidad de carga  $\rho$ , el desplazamiento total a través de la superficie es

$$\phi = \int_V \rho \, dV \quad (\text{A.19})$$

La ecuación A.13 puede escribirse en forma vectorial usando la definición de producto punto ó producto escalar, es decir

$$D \, dA \cos \theta = D \cdot dA \quad (\text{A.20})$$

entonces, la ecuación A.15 queda como

$$\Phi = \int D \cdot dA \quad (\text{A.21})$$

Combinando las ecuaciones A.19 y A.21 se obtiene

$$D \cdot dA = \int_V \rho \, dV \quad (\text{A.22})$$

**A.1.5. FUNCION POTENCIAL.-** El campo eléctrico puede ser descrito por la intensidad de campo eléctrico "E" y por una cantidad escalar llamada potencial eléctrico "V".

Cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza y el primero se mueve debido a la acción de la segunda, se dice que se está efectuando un trabajo. Si no hay un mecanismo en el cual la energía representada por este trabajo se disipe, se dice que el campo es conservativo y la energía se almacena como energía potencial ó cinética.

Para encontrar el potencial eléctrico en un punto se toma otro de refe-

rencia al que se da un valor de potencial cero; se mueve una carga de prueba- $q_0$  desde este punto hasta aquel en que se va a calcular el potencial, midiendo el trabajo  $W$  hecho por el agente que mueve la carga. El potencial se define entonces como el trabajo realizado por unidad de carga, es decir

$$V = \frac{W}{q_0} \left[ \frac{\text{joules}}{\text{coulombs}} = \text{volts} \right] \quad (\text{A.23})$$

el punto de referencia generalmente se toma en el infinito. Como un ejemplo se calculará el potencial producido por una carga puntual.

La figura A.2 muestra dos cargas puntuales, una con carga  $q$  y otra con carga  $q_0$  que esta siendo movida por un agente externo. Para determinar el potencial en el punto "P", se calcula primero el trabajo efectuado al mover la carga  $q_0$  desde el infinito al punto "P" dado. Este trabajo es

$$W = \int_{\infty}^R F \cdot dl \quad (\text{A.24})$$

donde

$$F = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon r^2}$$

también  $dl = -dr$ , entonces

$$W = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon} \int_{\infty}^R \frac{dx}{x^2} \quad (\text{A.25})$$

Integrando y tomando el trabajo por unidad de carga se llega a

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon R} \quad (\text{A.26})$$

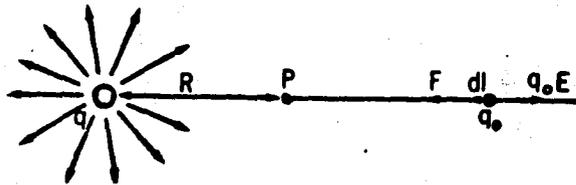


FIGURA A.2.- Potencial de una carga puntual en un punto del espacio.

El potencial eléctrico es una cantidad escalar y es independiente de la trayectoria en que se haga el trabajo, es decir que no importando el camino -- que se siga al mover una carga de un punto a otro, el trabajo es el mismo cualquiera que sea la trayectoria.

Si dos puntos están separados una distancia infinitesimal " $dS$ ", el trabajo hecho por una agente externo al mover una carga unitaria positiva de un punto a otro será

$$dW = dV = - E \cdot dS \quad (\text{A.27})$$

Si " $V$ " es función de " $x$ ", " $y$ " y " $z$ ", puede ser expresado como

$$V = \frac{\partial V}{\partial x} dX + \frac{\partial V}{\partial y} dY + \frac{\partial V}{\partial z} dZ = - E \cdot dS$$

que se puede reagrupar obteniendo

$$V = \left( \frac{\partial V}{\partial x} i + \frac{\partial V}{\partial y} j + \frac{\partial V}{\partial z} k \right) \cdot (dX_i + dY_j + dZ_k) = - E \cdot dS$$

esto es

$$\nabla V \cdot dS = - E \cdot dS$$

de donde

$$E = - \nabla V \quad (\text{A.28})$$

Esta ecuación indica que el campo eléctrico en un punto del espacio es -

el negativo del gradiente de potencial para el mismo punto.

Para obtener el potencial eléctrico creado en un punto por un número cualquiera de cargas, se suma algebraicamente el potencial producido por cada carga, es decir

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left( \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} + \dots + \frac{q_n}{R_n} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{q_i}{R_i} \quad (\text{A.29})$$

Si la carga esta distribuida en forma continua en una región, esta puede dividirse en elementos de volumen " $\Delta V$ " conteniendo cada uno de ellos una carga " $\rho \Delta V$ " donde  $\rho$  es la densidad de carga en el volumen elemental; el potencial en un punto "p" es entonces

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\rho_i \Delta V_i}{R_i} \quad (\text{A.30})$$

donde " $R_i$ " es la distancia del elemento de volumen al punto "p".

Haciendo que los elementos de volumen tiendan a cero, la sumatoria de A.30 se convierte es una integral, quedando

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho dV}{R} \quad (\text{A.31})$$

la integración se hace en todo el volumen donde se encuentra la distribución de carga .

A.1.6. TEOREMA DE LA DIVERGENCIA.- Este teorema relaciona una integración en un volumen con una doble integración sobre la superficie que encierra dicho volumen.

La figura A.3 muestra una superficie "S" que encierra un volumen "V" conteniendo una densidad de carga  $\rho$  que a su vez produce un desplazamiento "D". Por definición de divergencia

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \quad (\text{A.32})$$

de modo que

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{D} \, dV = \iiint \left( \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \right) dx \, dy \, dz \quad (\text{A.33})$$

donde  $dx \, dy \, dz = dV$

Tomando un elemento de volumen rectangular de dimensiones " $d_y$ " y " $d_z$ " en las direcciones "y" y "z" respectivamente, como se muestra en la figura A.3, sean " $D_{x_1}$ " y " $D_{x_2}$ " las componentes de la densidad de desplazamiento "D" en la dirección "x", entrando por el lado izquierdo y saliendo por el derecho. La densidad de desplazamiento total en esta dirección es la diferencia entre ambas, o sea

$$D_{x_2} - D_{x_1} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial D_x}{\partial x} dx.$$

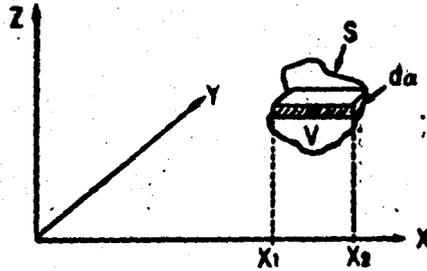


FIGURA A.3.- Superficie que encierra una carga

pudiendo transformar en

$$\iiint \frac{\partial D_x}{\partial x} dx dy dz = \iint (D_{x_1} - D_{x_2}) dy dz \quad (\text{A.34})$$

donde " $dy dz$ " es la componente en " $x$ " del elemento de superficie " $da$ ".

Por definición de producto escalar:

$$\mathbf{D} \cdot d\mathbf{a} = D_x da_x + D_y da_y + D_z da_z \quad (\text{A.35})$$

donde " $da_y = d_x dz$ " y " $da_z = dx dy$ ".

Entonces es posible escribir

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{D} dV = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{a} \quad (\text{A.36})$$

que se conoce como teorema de la divergencia o como teorema de Gauss.

La expresión a la derecha de la ecuación A.36 es el desplazamiento eléctrico neto a través de una superficie "S", mientras que la de la izquierda representa la divergencia promedio de "D" multiplicada por el volumen encerrado por la superficie "S".

Haciendo uso de la ley de Gauss que establece que

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{a} = \int_V \rho dV \quad (\text{A.37})$$

y aplicando el teorema de la divergencia, cuando el volumen se reduce a un elemento infinitesimal, la ecuación A.36 se convierte en

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (\text{A.38})$$

lo cual significa que en todos los puntos de un medio, la divergencia de la densidad de desplazamiento eléctrico es igual a la densidad de carga.

A.1.7 ECUACION DE POISSON Y ECUACION DE LAPLACE.- La ecuación A.38 es una relación de la densidad de desplazamiento eléctrico y la densidad de carga. Si el medio es homogéneo e isotrópico,  $\epsilon$  es constante y se puede escribir como

$$\nabla \cdot \epsilon \mathbf{E} = \epsilon \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho \quad (\text{A.39})$$

ó bien como

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (\text{A.40})$$

además, "E" se relaciona con el potencial escalar mediante la expresión A.28, por lo que puede hacerse una substitución, resultando

$$\nabla \cdot \nabla V = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (\text{A.41})$$

ó lo que lo mismo

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad \text{Ec. de Poisson} \quad (\text{A.42})$$

En el espacio libre, donde la densidad de carga eléctrica es nula, - -

$\rho = 0$ , teniendo que

$$\nabla^2 V = 0 \quad (\text{A.43})$$

la cual se identifica como ecuación de Laplace. Esta ecuación es de suma importancia en teoría electromagnética. Expandiendo A.43 en coordenadas rectangulares

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{A.44})$$

que relaciona la razón de cambio del potencial escalar en las tres direcciones consideradas.

Una forma alternativa de expresar la ecuación A.43 es la siguiente

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (\text{A.45})$$

que se puede expandir en forma análoga a la expresión A.44.

## A.2 CAMPO MAGNETICO.

La interacción magnética es otro tipo de fenómeno que se observa en la naturaleza. Desde hace mucho tiempo el hombre observó que ciertos minerales derivados del hierro, tales como la piedra *IMAN*, tienen la propiedad de atraer pe---

queños trozos de hierro..

Esta propiedad no está relacionada con la gravitación porque no solo no la tienen todos los cuerpos en forma natural, sino que aparece concentrada en ciertos lugares del mineral. Tampoco esta relacionada con la interacción - - electrostática, porque no atrae pedazos de papel o de corcho.

Al avanzar el tiempo, el hombre observó que también es posible generar - campos magnéticos de cargas eléctricas en movimiento.

A.2.1. INDUCCION MAGNETICA.- La figura A.4 muestra un conductor por el cual circula una corriente " $I$ ", y en sus cercanías, una espira de alambre conectada a un galvanómetro.

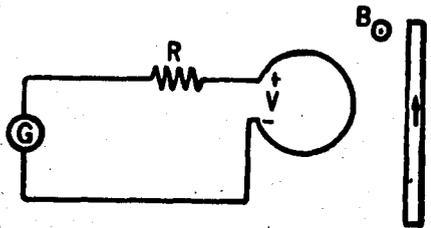


FIGURA A.4.- Fenómeno de inducción electromagnética..

Experimentalmente es posible demostrar que al aumentar o disminuir la corriente en el conductor se induce en la espira una diferencia de potencial, - debido al cual en el galvanómetro se manifiesta una corriente que, según la ley de OHM, puede expresarse como

$$I = \frac{V}{R} \quad (\text{A.46})$$

el ángulo de deflexión en la aguja del galvanómetro puede utilizarse como una medida de la carga, es decir

$$Q = \int_0^t I dt = \frac{1}{R} \int_0^t V dt \quad (\text{A.47})$$

El flujo magnético a través de la espira se define como la integral de tiempo del voltaje inducido en ella durante el tiempo en que la corriente esta variando, es decir

$$\phi = \int_0^t V dt \quad (\text{A.48})$$

el intervalo de cero a "t" es el requerido para establecer el campo ó para reducirlo a cero

Derivando A.48 con respecto al tiempo

$$V = \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{A.49})$$

que se conoce como ley de inducción de Faraday.

El signo negativo se debe a que cuando el flujo magnético se incrementa, el voltaje inducido es tal que la corriente por él generada produce un campo magnético que tiende a anular el original. La unidad de flujo magnético es el volt-seg ó weber.

A.2.2. DENSIDAD DE FLUJO MAGNETICO.- El flujo magnético por unidad de área se denomina densidad de flujo magnético "B" y es una cantidad vectorial. Su dirección se toma como la normal al plano de la espira, orientada de tal manera que encierra el máximo flujo.

Las unidades de la densidad de flujo magnético son los weber/m<sup>2</sup> ó tesla. El flujo magnético a través de una superficie es la integral de superficie de la componente normal de "B", es decir

$$\phi = \int_S B_n da = \int_S B \cdot da \quad (A.50)$$

A.2.3. INTENSIDAD DE CAMPO MAGNETICO "H".- Usando el experimento mostrando en la figura A.4 es posible determinar la magnitud del campo magnético en todos los puntos alrededor del conductor que lleva la corriente "I". Experimentalmente se demuestra que "B" es directamente proporcional a la corriente "I" e inversamente proporcional a la distancia, es decir

$$B \propto \frac{\mu I}{r} \quad (A.51)$$

donde " $r$ " es la distancia del conductor a un punto dado y  $\mu$  es una constante que depende del medio ambiente, llamada constante de permeabilidad, pudiendo expresarse como

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

expresión está en que  $\mu_0$  es la permeabilidad del vacío, llamado también "espacio libre" y cuyo valor es el de  $4\pi \times 10^{-7}$  henrios/metro y  $\mu_r$  es la permeabilidad del medio considerado, referida al vacío.

En la ecuación A.51, la constante de proporcionalidad es  $1/2\pi$ , de manera que

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r} = \mu H \quad (\text{A.52})$$

de donde

$$H = \frac{I}{2\pi r} \quad (\text{amp/m}) \quad (\text{A.53})$$

quedando así definida la intensidad de campo magnético como una cantidad independiente del medio, siéndolo solo de la corriente y de la geometría del sistema considerado.

" $H$ " es una cantidad vectorial cuya dirección es la misma que la del vector de densidad de flujo magnético.

La integral curvilínea

$$F = \int_a^b H \cdot dS$$

se define como fuerza magnetomotriz entre los puntos "a" y "b". Para una trayectoria circular alrededor de un conductor, estando este en el centro, "H" tiene un valor constante de  $I/2\pi r$  y está dirigida a lo largo de la trayectoria. Entonces

$$F = \oint H \cdot dS = I \quad (\text{A.54})$$

ecuación esta que se conoce como ley circuital de Ampere. Este resultado es el mismo para cualquier trayectoria cerrada alrededor de una corriente.

A.2.4. LEY DE AMPERE EN FORMA DIFERENCIAL.- Considérese ahora una región conductora en donde haya una densidad de corriente "J", como se muestra en la figura A.5.

Tómese un elemento de área en la región, paralelo al plano "xy", representado por los puntos A, B, C, D en la figura. Se puede obtener la fuerza magnetomotriz alrededor de la trayectoria cerrada A-B-C-D-A sumando las fuerzas magnetomotrizes a lo largo de los cuatro lados del rectángulo. Representado por  $\tilde{H}_x$  el valor promedio de "H<sub>x</sub>" en la trayectoria A-B y por  $\tilde{H}_y$  el valor promedio de "H<sub>y</sub>", se tiene

Fuerza magnetomotriz de "A" a "B" =  $\bar{H}_x \Delta x$

Fuerza magnetomotriz de "B" a "C" =  $(\bar{H}_y + \frac{\partial \bar{H}_y}{\partial x} \Delta x) \Delta y$

Fuerza magnetomotriz de "C" a "D" =  $-(\bar{H}_x + \frac{\partial \bar{H}_x}{\partial y} \Delta y) \Delta x$

Fuerza magnetomotriz de "D" a "A" =  $-\bar{H}_y \Delta y$

sumando, se obtiene

fuerza magnetomotriz en la trayectoria cerrada =

$$F_{mm} = (\bar{H}_x \Delta x) + (\bar{H}_y + \frac{\partial \bar{H}_y}{\partial x} \Delta x) \Delta y - (\bar{H}_x + \frac{\partial \bar{H}_x}{\partial y} \Delta y) \Delta x - \bar{H}_y \Delta y$$

reduciendo términos se tiene

$$F_{mm} = \left( \frac{\partial \bar{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \bar{H}_x}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y \quad (\text{A.55})$$

La corriente en el rectángulo es

$$dI = J_z \Delta x \Delta y \quad (\text{A.56})$$

pero por la ley de Ampere

$$\left( \frac{\partial \bar{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \bar{H}_x}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y = J_z \Delta x \Delta y \quad (\text{A.57})$$

Cuando " $\Delta x$ " y " $\Delta y$ " se aproximan a cero,  $\bar{H}_x \rightarrow H_x$  y  $\bar{H}_y \rightarrow H_y$ , y en el límite

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = J_z \quad (\text{A.58})$$

tomando trayectorias en áreas paralelas a los planos " $yz$ " y " $zx$ ", se obtiene

$$\frac{\partial \bar{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \bar{H}_y}{\partial z} = J_x \quad (\text{A.59})$$

$$\frac{\partial \bar{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial x} = J_y \quad (\text{A.60})$$

combinando las ecuaciones A.58, A.59 y A.60 se llega a

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (\text{A.61})$$

que es una forma alternativa de expresar la ley de Ampere.

La ecuación A.61 relaciona el rotacional del campo magnético con la densidad de corriente que hay en un punto de una región.

Tomando la última ecuación e integrándola sobre un área, se obtiene

$$\int_S \nabla \times \mathbf{H} \cdot d\mathbf{a} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} \quad (\text{A.62})$$

siendo "S" una superficie abierta. El lado derecho de la ecuación A.62 representa la corriente total que fluye a través del área, es decir

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}$$

si "S" es una superficie, la ley de conservación de la carga requiere que la corriente neta que pase a través de la superficie sea cero, ó sea

$$\int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = 0$$

Aplicando el teorema de la divergencia se tiene

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{J} dV = 0$$

donde "V" es el volumen encerrado por la superficie "S", obteniéndose para -- cualquier volumen

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (\text{A.63})$$

que es frecuentemente llamada ecuación de continuidad para corrientes estacionarias.

**A.2.5. VECTOR POTENCIAL MAGNETICO.-** En el inciso A.1.5 se definió el concepto de potencial como una función espacial que depende de la magnitud y posición de las cargas que producen un campo eléctrico. En el caso del

campo magnético también es posible definir un potencial magnético.

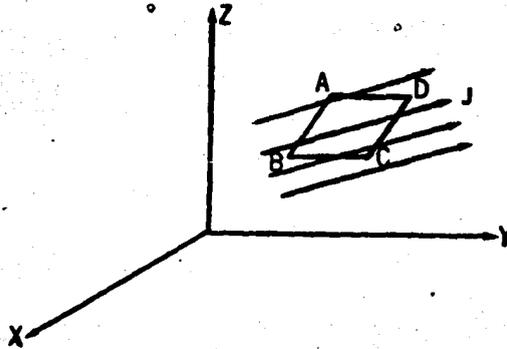


FIGURA A.5.- Región conductora conteniendo una densidad de corriente "J".

En el caso de potencial eléctrico, las fuentes del potencial eléctrico son las cargas individuales; en el campo magnético, en cambio, lo son los elementos de corriente " $[dS]$ " del circuito que produce el campo.

El potencial eléctrico debido a las cargas es una cantidad escalar porque las cargas que lo producen también lo son, teniendo solo magnitud. En el campo magnético, los elementos de corriente poseen magnitud y dirección, y dada-

la necesidad de incluir esta en el potencial, resulta que el potencial magnético también resulta una cantidad vectorial.

Designando como "A" al vector potencial magnético, debe ser posible obtener "B" ó "H" como el espacio derivativo de "A"; hay dos posibles operaciones con derivadas espaciales en una cantidad vectorial: la divergencia y el rotacional. Con la divergencia se obtiene una cantidad escalar, mientras que con el rotacional se obtiene una vectorial.

Por esto, para obtener "B" ó "H" se usa el rotacional, entonces se define

$$B = \nabla \times A \quad (A.64)$$

Las propiedades que un potencial magnético debe tener se obtiene por razonamientos sencillos. El campo magnético derivado del potencial es proporcional a la intensidad del elemento de corriente "[dS]", entonces el potencial vectorial debe ser proporcional a "[dS]".

La intensidad de campo magnético debido a un elemento de corriente varía inversamente con el cuadrado de la distancia "R" del elemento. Entonces el potencial debido a elementos de corriente debe variar inversamente con la primera potencia de la distancia, porque el campo magnético es obtenido tomando la primera derivada espacial del potencial, lo que equivale a dividir entre "R".

Por lo dicho anteriormente, la relación entre el potencial vectorial magnético y el elemento de corriente que lo produce es

$$dA = \frac{\mu I dS}{4\pi R} \quad (\text{A.65})$$

El potencial magnético debido a la corriente en un circuito completo se obtiene por integración de los potenciales creados por todos los elementos de corriente que componen el circuito, esto es

$$A = \int \frac{\mu I dS}{4\pi R} \quad (\text{A.66})$$

donde la integración se hace en el circuito completo en el que fluye la corriente "I".

Esta expresión se puede escribir en forma más general substituyendo "I" por una densidad de corriente "J" e integrando en el volumen donde tal intensidad de corriente existe, quedando entonces la expresión como

$$A = \int_V \frac{\mu J dV}{4\pi R} \quad (\text{A.67})$$

### A.3 ECUACIONES DE MAXWELL.

A.3.1. LEY DE FARADAY.- En las relaciones anteriores se han considerados los campos creados por cargas en reposo para el campo eléctrico y por

corriente estacionarias para el campo magnético.

Para discutir la inducción magnética es necesario incluir campos variables en el tiempo.

Introduciendo la ley de Faraday, que establece que la fuerza electromotriz alrededor de una trayectoria cerrada es igual al negativo de la variación en el tiempo del flujo magnético encerrado por dicha trayectoria, ó sea

$$\oint E \cdot dS = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_S B \cdot da$$

Esta ecuación indica que el voltaje alrededor de la trayectoria cerrada puede ser generada por un flujo magnético variante en el tiempo a través de una trayectoria fija (acción de transformador) o por una trayectoria variante en el tiempo en un campo magnético estacionario (acción de generador). En electromagnetismo, lo que interesa son las relaciones entre el campo eléctrico y el campo magnético variando en el tiempo, pudiéndose considerar fija la trayectoria, reduciéndose entonces la ley de Faraday a

$$\oint E \cdot dS = - \int_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot da$$

de aquí se tiene que

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{a} \quad (\text{A.68})$$

### A.3.2. ECUACION DE CONTINUIDAD PARA CAMPOS VARIANTES EN EL TIEMPO.- -

Cuando un movimiento de cargas produce una corriente, la corriente total que fluye hacia afuera de un volumen debe ser igual a la razón de incremento ó decremento de la carga dentro del volumen, asumiendo que la carga no puede ser creada ni destruida. Este concepto es esencial para entender por qué hay un flujo de corriente cuando se carga ó se descarga un capacitor al dejar de fluir corriente entre sus placas. La explicación es que el flujo de corriente está acompañado de una acumulación de cargas entre sus placas.

En términos matemáticos, este concepto de conservación de la carga puede ser establecido como

$$\oint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = - \frac{d}{dt} \int \rho \, dV$$

ecuación que puede modificarse para el caso de contar con una región de inte-

gración estacionaria, quedando

$$\oint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = - \int \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

Aplicando el teorema de la divergencia

$$\int \nabla \cdot \mathbf{J} dV = - \int \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

si el volumen se reduce a dimensiones infinitesimales

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{A.69})$$

cuya forma es conocida como la ecuación de continuidad para campos variables en el tiempo.

**A.3.3. INCONSISTENCIA DE LA LEY DE AMPERE.-** Tomando la divergencia de la ley de Ampere, dada por la ecuación A.61, se obtiene la ecuación de continuidad para corrientes constantes, dada por A.63. Comparando esta última con la A.69 se podrá observar que la ley de Ampere no es consistente para variaciones en el tiempo. Para corregir esta deficiencia se puede substituir la ley de Gauss, ecuaciones A.38 en la ecuación de continuidad A.69, obteniendo

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{D}$$

si se intercambian los términos de diferenciación con respecto al tiempo y al espacio, se llega a

$$\nabla \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \right) = 0 \quad (\text{A.70})$$

Se puede llegar a una expresión de A.70 en forma integral, aplicando el teorema de la divergencia y efectuando la integración sobre un volumen, resultando

$$\oint \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \right) \cdot d\mathbf{a} = 0 \quad (\text{A.71})$$

Las dos últimas ecuaciones sugieren que el término entre paréntesis puede ser interpretado como densidad total de corriente para campos variables en el tiempo, siendo " $\partial \mathbf{D} / \partial t$ " la densidad de corriente de desplazamiento, y " $\mathbf{J}$ ", la densidad de corriente de conducción (ver inciso 3.2.1).

Maxwell razonó que la densidad de corriente total debe reemplazar a " $\mathbf{J}$ " en la ley de Ampere, resultando que

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (\text{A.72})$$

donde se puede tomar la divergencia a ambos, resultando la ecuación A.70, - - con lo que la inconsistencia desaparece.

### A.3 ECUACIONES DE MAXWELL.

Las ecuaciones electromagnéticas son conocidas como ecuaciones de - - - Maxwell, porque Maxwell contribuyó a su desarrollo y las estableció como un - conjunto consistente.

Cada ecuación diferencial tiene su contraparte integral; una forma puede ser derivada de la otra con ayuda del teorema de Stokes ó el teorema de la di vergencia.

La ecuaciones pueden resumirse como sigue

$$\nabla \times \mathbf{H} = \dot{\mathbf{D}} + \mathbf{J} \quad \left\{ \begin{array}{l} \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int (\dot{\mathbf{D}} + \mathbf{J}) \cdot d\mathbf{a} \end{array} \right. \quad \text{I}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \dot{\mathbf{B}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \int \dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{a} \end{array} \right. \quad \text{II}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad \left\{ \begin{array}{l} \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{a} = \int \rho dV \end{array} \right. \quad \text{III}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = 0 \end{array} \right. \quad \text{IV}$$

y la ecuación de la continuidad

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = - \dot{\rho} \quad \left\{ \begin{array}{l} \oint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = - \int \dot{\rho} dV \end{array} \right.$$

#### A.4 ESPECTRO ELECTROMAGNETICO.

Con mucha frecuencia se considera que el término "espectro" se refiere al patrón de colores que aparece del rojo al violeta en que se refracta la luz blanca cuando se hace pasar a través de un prisma ó se refleja por las gotas de lluvia al formarse el arcoiris. De hecho, el espectro visible es solamente una pequeña porción de un rango mucho mayor de frecuencias cuyas longitudes de onda se extienden desde las dimensiones de las partículas más pequeñas conocidas hasta dimensiones astronómicas.

Las sensaciones humanas más familiares relacionadas a varias partes del espectro incluyen las quemaduras del sol causadas por los rayos ultravioleta, la luz visible, el calentamiento por rayos infrarojos, los sonidos audibles y las vibraciones sensibles tales como los movimientos telúricos.

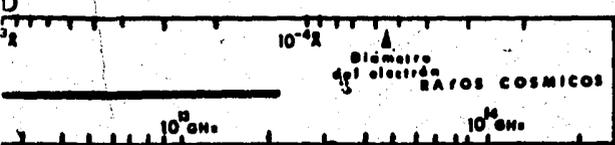
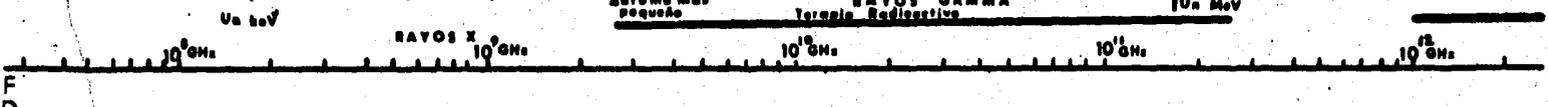
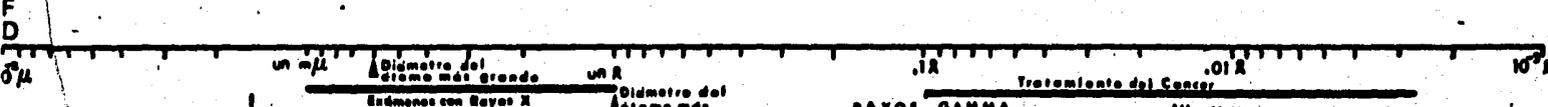
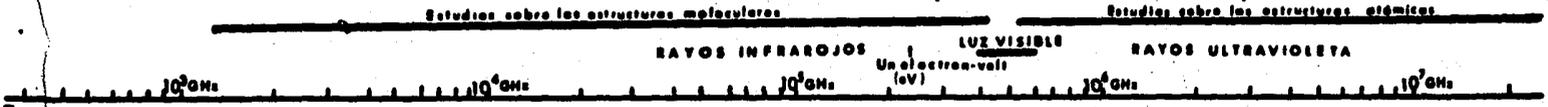
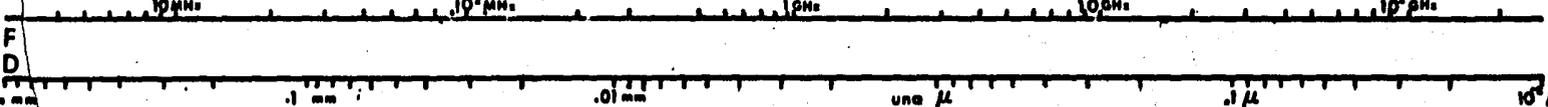
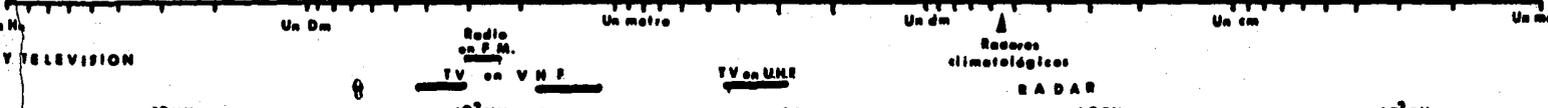
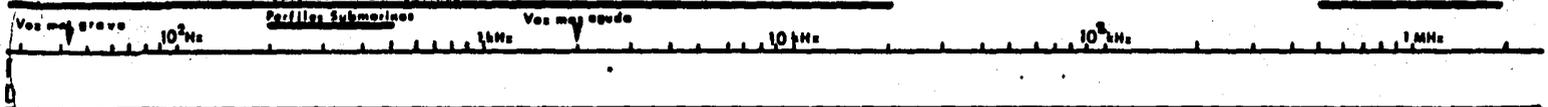
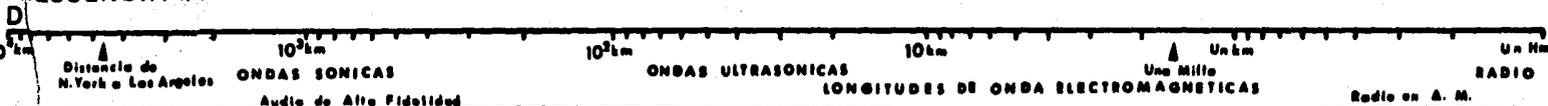
El propósito de este apartado es presentar al lector un concepto del espectro mucho más vasto que el de la luz visible ó las frecuencias utilizadas en las comunicaciones, así como algunos de los usos que de él se hace. En la figura A.6 se podrá observar el espectro visible en relación con el total y en la figura A.7, una escala mostrando la relación existente entre varias longitudes.

Por último, y dado que esta tesis abarca sólo un mínimo ancho de banda en el espectro electromagnético, a continuación se presenta una tabla conteniendo los márgenes de frecuencias más comunmente utilizadas en las comunicaciones, con sus respectivas designaciones, así como su aplicación en las bandas V.H.F. y U.H.F. (4).

**DIMENSIONES (D) en metros**



**FRECUENCIA (F) en Hertz**

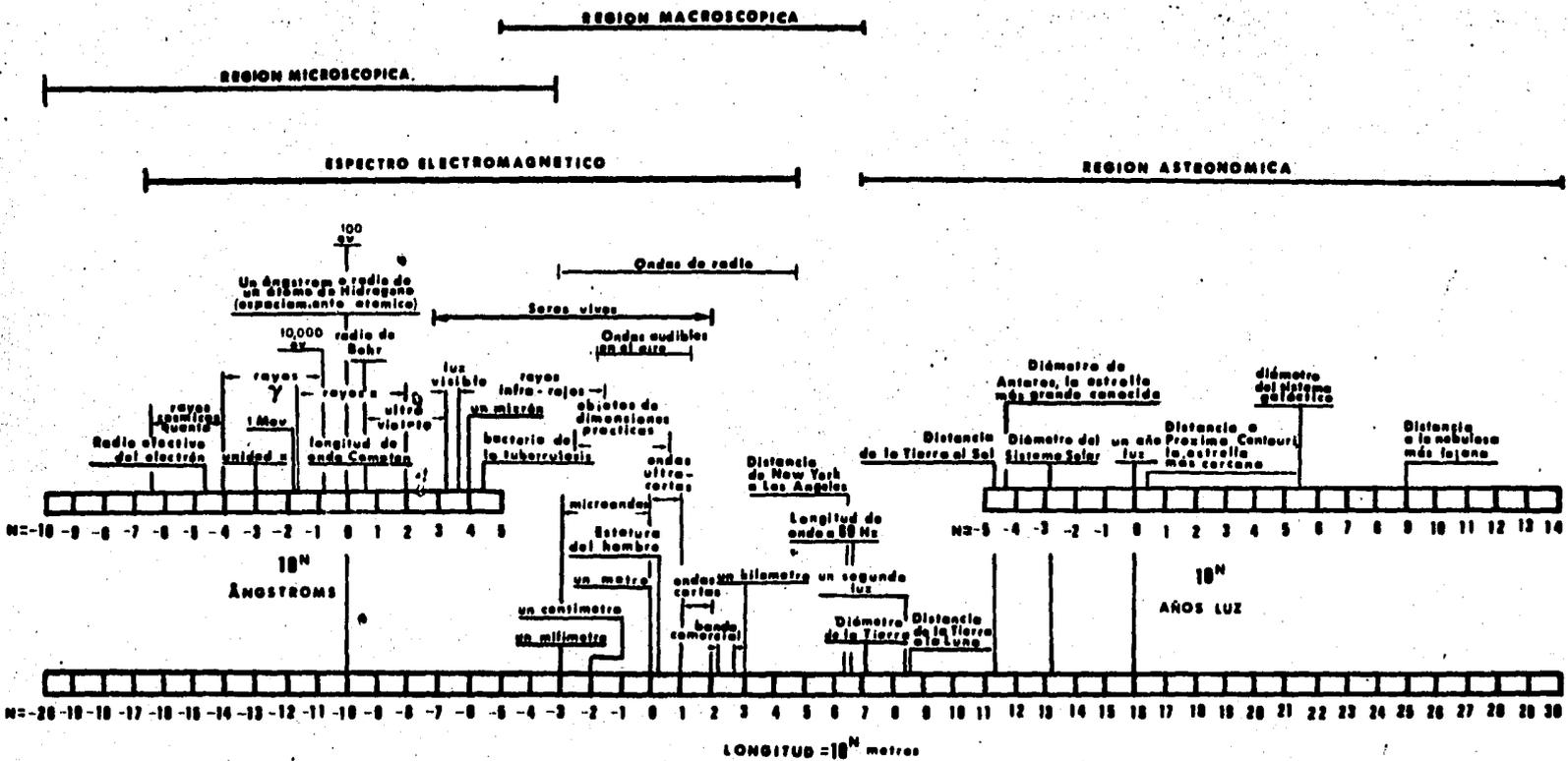


RANGO DE FRECUENCIA	SUBDIVISION METRICA	DESIGNACION
30 a 300 Hz	ondas megamétricas	E.L.F. (EXTREMELY LOW FREQUENCIES)
300 Hz a 3 KHz		V.F. (VOICE FREQ.)
3 a 30 KHz	ondas miriamétricas	V.L.F. (VERY LOW F.)
30 a 300 KHz	ondas kilométricas	L.F. (LOW FREQ.)
300 KHz a 3 MHz	ondas hectométricas	M.F. (MEDIA FREQ.)
3 a 30 MHz	ondas decamétricas	H.F. (HIGH FREQ.)
30 a 300 MHz	ondas métricas	V.H.F. (VERY HIGH F.)
300 MHz a 3 GHz	ondas decimétricas	U.H.F. (ULTRA HIGH FREQUENCIES)
3 a 30 GHz	ondas centimétricas	S.H.F. (SUPER HIGH FREQUENCIES)
30 a 300 GHz	ondas milimétricas	E.H.F. (EXTREMELY HIGH FREQ.)
300 a 3000 Ghz	ondas decimilimétricas	

TABLA A.1.A.- Clasificación de frecuencias por su longitud de onda

BANDA	RANGO DE FREQ.	USOS
I	54 a 88 MHz	TELEVISION (CANALES 2 A 7)
II	88 a 108 MHz	F.M. COMERCIAL
III	174 a 216 MHz	TELEVISION (CANALES 8 A 13)
IV	470 a 584 MHz	TELEVISION (U.H.F.)
V	584 a 890 MHz	TELEVISION (U.H.F.)

TABLA A.1.B.- Distribución de frecuencias para uso comercial.



**CARTA DE LONGITUDES**  
(escala logarítmica)

**FIGURA A.7.- Escala de longitudes.**

## A.5 REFERENCIAS

- (1) Jordan/ 20/, Cap. II III IV
- (2) Kraus /23/, Cap. 1 P. 3.
- (3) Wailes, James R Et Al.- *The Spectrum. There's More Than Meets The Eye.* National Aeronautics And Space Administration (Nasa).  
Nasa Facts. NF-54/1-75.
- (4) Hernández /16/, Pp. 17-18.

## A P E N D I C E B

DETERMINACION DE LOS CAMPOS MAGNETICO Y ELECTRICO EN CUALQUIER PUNTO DEL -  
ESPACIO PRODUCIDO POR UNA ANTENA LOGARITMICO PERIODICA TIPO DIPÓLO POLARIZADA -  
CIRCULARMENTE.

### I N D I C E

B.1	DETERMINACION DEL CAMPO MAGNETICO "B"	225
B.2	DETERMINACION DEL CAMPO ELECTRICO "E"	226
B.3	POTENCIAL VECTORIAL EN UNA ANTENA LOGARITMICA	229
B.4	CAMPO ELECTRICO EN TERMINOS DE "A" y "H"	234
B.5	CONTRIBUCION DE LOS DIPOLOS HORIZONTALES AL CAMPO MAGNETICO	235
B.5.1	COMPONENTE EN "Y"	236
B.5.2	COMPONENTE EN "Z"	239
B.6	CONTRIBUCION DE LOS DIPOLOS HORIZONTALES AL CAMPO ELECTRICO	240
B.6.1	COMPONENTE EN "X"	241
B.6.2	COMPONENTE EN "Y"	245
B.6.3	COMPONENTE EN "Z"	247
B.7	CONTRIBUCION DE LOS DIPOLOS VERTICALES AL CAMPO MAGNETICO	249
B.8	CONTRIBUCION DE LOS DIPOLOS VERTICALES AL CAMPO ELECTRICO	250
B.9	CAMPOS TOTALES	252
B.10	REFERENCIAS.	

A P E N D I C E B

Determinación de los campos magnético y eléctrico en cualquier punto del espacio producidos por una antena logarítmico periódica tipo dipolo polarizada circularmente.

En un medio homogéneo, las ecuaciones de *Maxwell* expresadas en forma diferencial pueden indicarse como (1)

$$\nabla \times H = \epsilon \dot{E} + J \quad (B.1)$$

$$\nabla \times E = -\mu \dot{H} \quad (B.2)$$

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (B.3)$$

$$\nabla \cdot H = 0 \quad (B.4)$$

En las que, si se toma el espacio libre como medio de propagación, se tendrá:

$$\epsilon = \epsilon_0$$

$$\mu = \mu_0$$

$\rho$  = densidad volumétrica de carga

$J$  = densidad de corriente

La relación entre  $\rho$  y  $\mathbf{J}$  se encuentra en la ecuación de continuidad o ley de conservación de la carga

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = - \dot{\rho} \quad (\text{B.5})$$

Nuestro objetivo es encontrar expresiones para el campo magnético,  $\mathbf{H}$  y para el campo eléctrico,  $\mathbf{E}$  en términos de los potenciales escalar,  $V$  y/o vectorial,  $\mathbf{A}$  tales que cumplan con las ecuaciones (B.1 a B.5)

### B.1 DETERMINACION DEL CAMPO MAGNETICO "H"

De la referencia (2) sabemos que para cualquier función vectorial  $\mathbf{F}$ :

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{F} = 0 \quad (\text{B.6})$$

La ecuación B.4 se cumplirá cuando  $\mathbf{H}$  pueda ser representado como el rotacional de algún vector. En (3) se demuestra que

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

y en (4), que

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

Igualando entonces estas dos expresiones se tiene:

$$\mu H = \nabla \times A$$

De donde

$$H = \frac{1}{\mu} \nabla \times A \quad (B.7)$$

Substituyendo ahora B.7 en B.4 obtenemos

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) = 0$$

Como esta ecuación es estructuralmente igual a B.6, concluimos que la ecuación B.7 es una expresión de  $H$  en términos de  $A$  y es válida pues cumple la --- cuarta ecuación de *Maxwell*.

## B.2 DETERMINACION DEL CAMPO ELECTRICO "E "

Teniendo en cuenta la linealidad del operador  $d/dt$  y substituyendo B.7 en B.2:

$$\nabla \times E = -\mu \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \dot{A} \right)$$

$$\nabla \times E + \nabla \times \dot{A} = 0$$

$$\nabla \times (E + \dot{A}) = 0$$

La última expresión es otra forma de la ecuación B.2 y será válida cuando  $(\mathbf{E} + \dot{\mathbf{A}})$  pueda expresarse como el gradiente de alguna función escalar, ya que en (5) se demuestra que

$$\nabla \times \nabla U = 0$$

siendo  $U$  una función escalar cualquiera.

Si recordamos que en un campo invariable en el tiempo

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

donde  $V$  es el potencial escalar, esta ecuación puede modificarse para considerar un campo variable en el tiempo, teniendo

$$\mathbf{E} + \dot{\mathbf{A}} = -\nabla V$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V - \dot{\mathbf{A}} \quad (\text{B.8})$$

Substituyendo finalmente B.8 en B.2:

$$\nabla \times (-\nabla V - \dot{\mathbf{A}}) = -\mu \dot{\mathbf{H}}$$

Esta ecuación es precisamente la indicada como B.7 para el caso de campos variables en el tiempo.

Los potenciales escalar y vectorial también cumplen con las ecuaciones de Maxwell, ya que si sustituimos B.7 y B.8 en B.1 obtendremos:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) = \epsilon (-\nabla \dot{V} - \ddot{A}) + J \quad (\text{B.9})$$

Tomando la divergencia a ambos miembros de esta ecuación:

$$\nabla \cdot \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) = \nabla \cdot \left[ \epsilon (-\nabla \dot{V} - \ddot{A}) + J \right]$$

cuyo primer miembro también es estructuralmente igual a B.6, por lo que

$$\nabla \cdot \left[ \epsilon (-\nabla \dot{V} - \ddot{A}) \right] + J = 0$$

De B.8

$$\nabla \cdot (\epsilon \dot{E} + J) = 0$$

$$\nabla \cdot \epsilon \dot{E} = -\nabla \cdot J$$

El segundo miembro de esta ecuación es el primer miembro de la ley de conservación de la carga (ecuación B.5), por tanto

$$\nabla \cdot \epsilon \dot{E} = \dot{\rho}$$

ó bien

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

Que es precisamente la tercera ecuación de *Maxwell* (B.3), finalizando de esta manera la demostración de que tanto  $\mathbf{H}$  como  $\mathbf{E}$  cumplen las ecuaciones fundamentales de la teoría electromagnética.

Si consideramos tanto al campo magnético como al eléctrico variando en forma senoidal y teniendo en cuenta un punto en el espacio libre ( $\mathbf{J} = 0$ ), la ecuación B.9 puede expresarse en forma fasorial como;

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = j\omega\epsilon \mathbf{E}$$

ó bien

$$\mathbf{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{B.10})$$

Las ecuaciones (B.7) y (B.10) son precisamente las expresiones de los campos magnético y eléctrico respectivamente, que forman la onda electromagnética, restando únicamente expresar  $\mathbf{A}$  en términos de datos conocidos

### B.3 · POTENCIAL VECTORIAL EN UNA ANTENA LOGOPERIODICA.

Para una antena logoperiódica tipo dipolo, la intensidad de campo magnético en un punto  $p$  cualquiera se determina de la siguiente forma

En la referencia (3) se demuestra que para un volumen  $V$  cualquiera

$$A = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\mu J}{R} dv \quad (\text{B.11})$$

donde  $J$  es la densidad de corriente contenida en el volumen y  $R$  es la distancia de un elemento de volumen a un punto  $p$  cualquiera.

Considerando un sistema de coordenadas cartesianas, en general  $J$  tendrá componentes en las tres direcciones "x" "y" "z" de los ejes de referencia, pero en el caso bajo análisis y dado que se está considerando que la corriente circula - solo en los ejes del arreglo, únicamente existirá componente de  $J$  en la dirección "x" para un arreglo polarizado horizontal (figura B.1) ó en "z" si el arreglo está polarizado en forma vertical (figura B.2), es decir

$$J = J_x \text{ (polarización horizontal)}$$

$$J = J_z \text{ (polarización vertical)}$$

Lo anterior implica que el potencial vectorial solo tendrá componente en una sola dirección, es decir

$$A = A_x \text{ (polarización horizontal)} \quad (\text{B.12})$$

ó

$$A = A_z \text{ (polarización vertical)} \quad (\text{B.13})$$

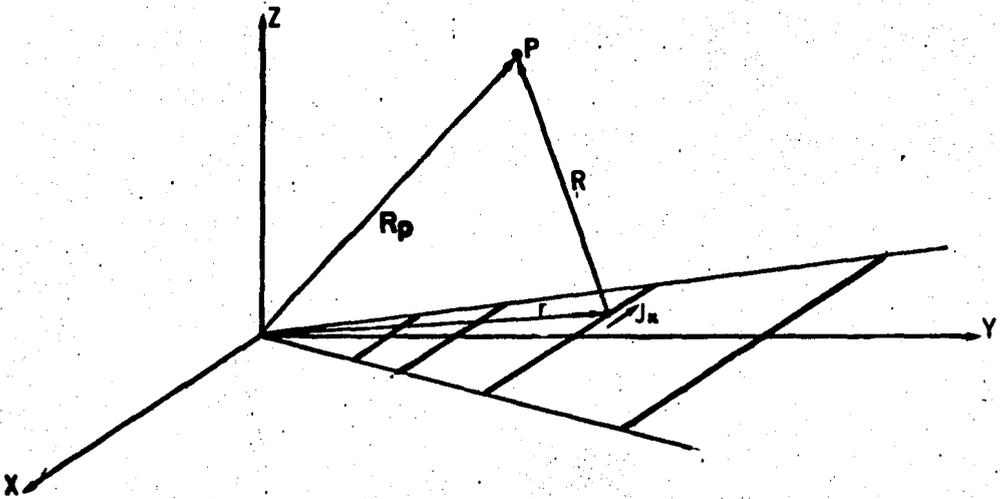


FIGURA B.1.- Arreglo mostrando Polarización Horizontal.

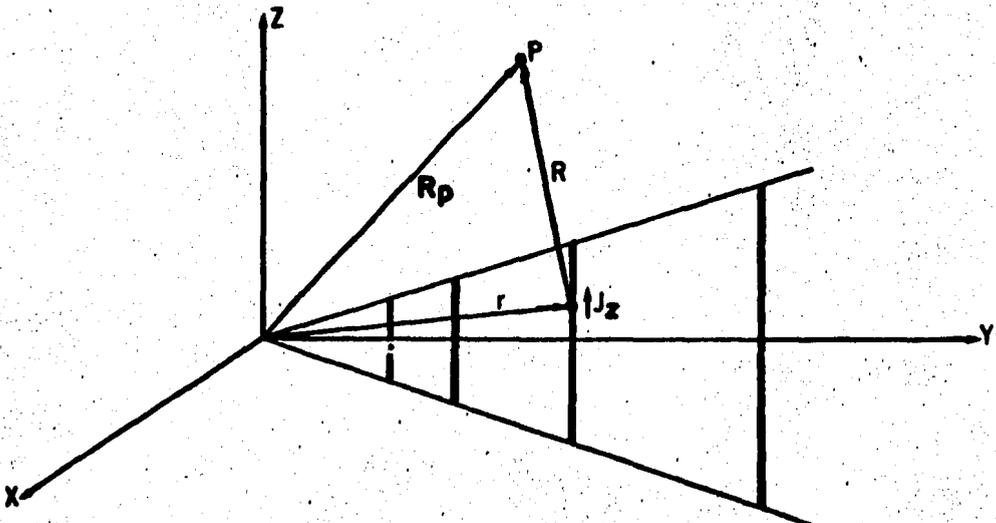


FIGURA B.2.- Arreglo mostrando Polarización Vertical

Siguiendo con el método de momentos, en la referencia (4) se da una expresión aproximada para evaluar la ecuación (B.11)

$$A(m) \approx \frac{\mu}{4\pi} \sum_{i=1}^N I_i \int_{\Delta l_i} \frac{e^{-jkr'}}{r'} dl \quad (B.14)$$

donde  $m$  es el punto en que se desea conocer el potencial  $A_i$

$i$  es el segmento cuya corriente esta produciendo el potencial  $A_i$

$N$  Es el número de segmentos en que está dividido el arreglo;

$k$  Es la constante de fase =  $2\pi/\lambda$ ;

$I_i$  Es la corriente que fluye en el segmento  $i$  (considerada como -- constante a lo largo de su longitud);

$r'$  Es la distancia de un punto en  $i$  al punto  $m$  considerado

$\Delta l_i$  Es la longitud del segmento  $i$ .

El término  $I_i$  de B.14 se ha extraído del integrando debido a que se considera que tiene un valor constante a lo largo del segmento  $\Delta l_i$  en que se efectúa la integración.

En forma general, la magnitud del vector  $r'$  está dada por

$$r' = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \quad (B.15)$$

La cual se podrá simplificar para la antena logarítmico periódica con polarización circular si se tiene en cuenta la definición de coordenadas indicada en el inciso 5.3.2.

Efectuando el rotacional indicado en la ecuación B.7 llegaremos a las expresiones generales para el campo magnético.

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{\mu} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad (\text{B.7})$$

$$= \frac{1}{\mu} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial y} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_y \right) \hat{i} + \left( \frac{\partial}{\partial z} A_x - \frac{\partial}{\partial x} A_z \right) \hat{j} + \left( \frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x \right) \hat{k} \right]$$

donde  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  y  $\hat{k}$  son vectores unitarios en las direcciones "x", "y" y "z" respectivamente. Esto significa que en general, las componentes del vector  $\mathbf{H}$  estarán dadas por

$$H_x = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial}{\partial y} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_y \right) \quad (\text{B.16})$$

$$H_y = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial}{\partial z} A_x - \frac{\partial}{\partial x} A_z \right) \quad (\text{B.17})$$

$$H_z = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x \right) \quad (\text{B.18})$$

#### B.4 DETERMINACIÓN DEL CAMPO ELECTRICO EN TERMINOS DEL POTENCIAL VECTORIAL A Y CAMPO MAGNETICO H.

La expresión general para el campo eléctrico se determinó en la ecuación -- B.10 como

$$E = \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \times \nabla \times A$$

de la ecuación B.7

$$E = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times H \quad (B.19)$$

donde

$$H = H_x \hat{i} + H_y \hat{j} + H_z \hat{k}$$

desarrollando la expresión B.19

$$E = \frac{1}{j\omega\epsilon} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$$

$$E = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) \hat{i} + \left( \frac{\partial}{\partial z} H_x - \frac{\partial}{\partial x} H_z \right) \hat{j} + \left( \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x \right) \hat{k} \right] \quad (B.20)$$

El campo eléctrico producido por la antena logoperiódica con polarización circular puede ser considerado como la superposición de los generados independientemente por los dipolos horizontales y verticales, lo que nos permite analizarlos en forma separada.

De lo anterior podemos obtener las componentes de  $E$  referidas a un sistema cartesiano, quedando

$$E_x = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left( \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) \tag{B.21}$$

$$E_y = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left( \frac{\partial}{\partial z} H_x - \frac{\partial}{\partial x} H_z \right) \tag{B.22}$$

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left( \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x \right) \tag{B.22}$$

**B.5 CONTRIBUCION DE LOS DIPOLOS HORIZONTALES AL CAMPO MAGNETICO.**

Tomando el caso de la polarización horizontal, teniendo en cuenta la expresión B.12, el potencial vectorial B.14 quedará expresado como

$$A_x = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta l_i} \frac{e^{-jkr'}}{r'} dx' \tag{B.24}$$

Donde  $dx'$  denota la diferencial tomada sobre los ejes de cada dipolo y  $N_h$  tiene el mismo significado que  $N$  en B.14 con el subíndice  $h$  indicando que se

trata de polarización horizontal.

Las ecuaciones para el campo magnético tendrán entonces la siguiente forma

$$H_x = 0 \quad (B.25)$$

$$H_y = \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\mu}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \right) \left[ \frac{e^{-jkr'}}{r'} dx' \right]_{\Delta l_i} \quad (B.26)$$

$$H_z = - \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \right) \left[ \frac{e^{-jkr'}}{r'} dx' \right]_{\Delta l_i} \quad (B.27)$$

B.5.1.- COMPONENTE EN "y" DEL VECTOR  $\mathbf{H}$  HORIZONTAL.- Desarrollando la ecuación B.26

$$H_y = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{e^{-jkr'}}{r'} dx' \right]_{\Delta l_i}$$

Nótese que, según la figura B.1, la derivación con respecto a "z" en esta expresión no está relacionada con la diferencial de  $x'$  que se toma en el integrando, ya que mientras la primera se refiere a un punto p fuera de la antena, la segunda señala un elemento infinitesimal sobre los ejes de los dipolos, por lo que podemos intercambiar el orden de los operadores, quedando

$$H_y = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta l_i} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr'}}{r'} \right) dx' \quad (\text{B.28})$$

A fin de evitar confusión en el desarrollo de esta ecuación, vamos a efectuar las manipulaciones algebraicas en forma separada.

Aplicando la regla de la cadena para la derivación del integrando de B.28

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr'}}{r'} \right) = \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{e^{-jkr'}}{r'} \right) \frac{\partial}{\partial z} r' \quad (\text{B.29})$$

La derivada parcial con respecto a  $r'$  se obtiene como sigue

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{e^{-jkr'}}{r'} \right) &= \frac{r' (-jke^{-jkr'}) - e^{-jkr'}}{r'^2} \\ &= -e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^2} + j \frac{k}{r'} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

Por otro lado, debemos tener en cuenta que cualquier distancia tomada con respecto a un punto ubicado en el plano "xy" estará dada por

$$r' = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2} \quad (\text{B.31})$$

Por lo que la parcial con respecto a  $z$  en B.29 se deduce en la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial r'}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ (x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2 \right]^{1/2} \\
 &= \frac{1}{2} (2z) \left[ (x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2 \right]^{-1/2} \\
 &= \frac{z}{\left[ (x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2 \right]^{1/2}}
 \end{aligned}$$

substituyendo B.31 en esta expresión

$$\frac{\partial r'}{\partial z} = \frac{z}{r'} \quad (\text{B.32})$$

Lo que nos permite substituir en B.29 la ecuación B.30 y la última obtenida

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr'}}{r'} \right) &= - e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^2} + j \frac{k}{r'} \right) \frac{z}{r'} \\
 &= - z e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right)
 \end{aligned}$$

Que finalmente se puede substituir en B.28, dando la componente en "y" del campo magnético producido por los dipolos horizontales

$$H_y = - \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta l_i} z e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) dx' \quad (\text{B.33})$$

B.5.2.- COMPONENTE "z" DEL VECTOR  $\mathbf{H}$  HORIZONTAL.- La ecuación B.27 puede - desarrollarse en forma análoga a la efectuada anteriormente, por lo que si

$$H_z = - \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \right) \Bigg|_{\Delta \ell_i} \frac{e^{-jkr'}}{r'} dx'$$

Podemos aplicar lo anotado al inicio del párrafo B.51 a la derivación con - respecto a "y", obteniendo

$$H_z = - \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \Bigg|_{\Delta \ell_i} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{e^{-jkr'}}{r'} \right) dx' \quad (\text{B.34})$$

Aplicando la regla de la cadena al integrando de B.34

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{e^{-jkr'}}{r'} \right) = \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{e^{-jkr'}}{r'} \right) \frac{\partial}{\partial y} r' \quad (\text{B.35})$$

La parcial con respecto a  $r'$  quedó deducida anteriormente, lo que hace necesario obtener únicamente la de  $r'$  con respecto a "y"

Substituyendo  $r'$  por su valor dado en B.31

$$\frac{\partial}{\partial y} r' = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2 \right]^{1/2}$$

$$= \frac{1}{2} \left[ 2 (y - y') \right] \left[ (x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2 \right]^{-1/2}$$

$$= \frac{(y - y')}{\left[ (x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2 \right]^{1/2}}$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial y} \kappa' = \frac{y - y'}{\kappa'^3} \quad (\text{B.36})$$

al substituir B.30 y B.36 en B.35 se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{e^{-jk\kappa'}}{\kappa'} \right) = - (y - y') e^{-jk\kappa'} \left( \frac{1}{\kappa'^3} + j \frac{k}{\kappa'^2} \right)$$

Con lo que finalmente la expresión B.34, que expresa la componente en "z" del campo magnético horizontal, quedará

$$H_z = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta \ell_i} (y - y') e^{-jk\kappa'} \left( \frac{1}{\kappa'^3} + j \frac{k}{\kappa'^2} \right) dx' \quad (\text{B.37})$$

## B.6 CONTRIBUCION DE LOS DIPOLOS HORIZONTALES AL CAMPO ELECTRICO

Las expresiones de las componentes cartesianas del campo eléctrico horizontal pueden deducirse de las ecuaciones B.21 a B.23 teniendo en cuenta los resultados obtenidos para  $\mathbf{H}$  en las ecuaciones B.25, B.33 y B.37, quedando

$$E_x = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left( \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) \quad (\text{B.21})$$

$$E_y = - \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial}{\partial x} H_z \quad (\text{B.38})$$

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial}{\partial x} H_y \quad (\text{B.39})$$

B.6.1.- COMPONENTE EN "x" DEL VECTOR E HORIZONTAL.- Substituyendø las ecuaciones B. 33 y B.37 en B.21

$$E_x = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta\ell_i} (y-y') e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) dx' \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ - \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta\ell_i} z e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) dx' \right] \right\}$$

Que se puede simplificar en la siguiente forma, teniendo en cuenta la linealidad de los operadores involucrados y el hecho de que el dominio de las derivadas parciales es distinto al de las integrales, como se anotó anteriormente

$$E_x = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left( \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \right) \left\{ \int_{\Delta\ell_i} \frac{\partial}{\partial y} \left[ (y-y') e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] dx' + \int_{\Delta\ell_i} \frac{\partial}{\partial z} \left[ z e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] dx' \right\} \quad (\text{B.40})$$

Deduzcamos inicialmente la derivada indicada en la primera integral:

Del teorema de derivación para un producto de funciones

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left[ (y-y') e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] &= (y-y') \frac{\partial}{\partial y} e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) + \\ &+ \left( \frac{\partial}{\partial y} (y-y') \right) e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.41})$$

Aplicando la regla de la cadena a la primera derivada y efectuando la segunda, obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left[ (y-y')^2 e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] &= (y-y') \frac{\partial}{\partial r'} \left[ e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] \frac{\partial r'}{\partial y} + \\ &+ e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.42})$$

de la ecuación B.36

$$\frac{\partial r'}{\partial y} = \frac{y-y'}{r'}$$

y la derivada parcial con respecto a  $r'$  se puede descomponer en la suma de dos derivadas

$$\frac{\partial}{\partial r'} \left[ e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{e^{-jkr'}}{r'^3} \right) + \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{jk e^{-jkr'}}{r'^2} \right)$$

Para simplificar la notación, llamemos temporalmente  $A$  al primer miembro -- de esta ecuación. Si aplicamos el teorema para derivar un cociente de funciones a ambos operandos del segundo miembro

$$A = \frac{-jkr'^3 e^{-jkr'} - 3r'^2 e^{-jkr'}}{r'^6} + \frac{k^2 r'^2 e^{-jkr'} - 2jkr' e^{-jkr'}}{r'^4}$$

$$A = -e^{-jkr'} \left( \frac{jk}{r'^3} + \frac{3}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^2} + \frac{2jk}{r'^3} \right)$$

Por tanto

$$\frac{\partial}{\partial r'} \left[ e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] = -e^{-jkr'} \left( \frac{3}{r'^4} + \frac{3jk}{r'^3} - \frac{k^2}{r'^2} \right) \quad (\text{B.43})$$

Substituyendo B.36 y B.43 en B.42 y simplificando

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ (y-y') e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] = e^{-jkr'} \left[ \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) - (y-y')^2 \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) \right] \quad (\text{B.44})$$

Efectuando ahora la derivada del segundo integrando de B.40

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ z e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] = z \frac{\partial}{\partial z} \left[ e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] + e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \frac{\partial z}{\partial z}$$

$$= z \frac{\partial}{\partial r'} \left[ e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] \frac{\partial r'}{\partial z} + e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right)$$

$$= z \left[ \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{e^{-jkr'}}{r'^3} \right) + \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{jke^{-jkr'}}{r'^2} \right) \right] \frac{z}{r'} + e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right)$$

Donde se ha tenido en cuenta el resultado que se obtuvo en B.32, por lo que

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ z e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] = \frac{z}{r'} \left( \frac{-jkr'^3 e^{-jkr'} - 3r'^2 e^{-jkr'}}{r'^6} + \right. \\ \left. \frac{k^2 r'^2 e^{-jkr'} - 2jkr' e^{-jkr'}}{r'^4} \right) + e^{-jkr'} \left( -\frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right)$$

Expresion que puede simplificarse, quedando

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ z e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] = e^{-jkr'} \left[ \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) - z^2 \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) \right] \quad (B)$$

Las expresiones B.44 y B.45 pueden ya ser substituidas en la ecuación B.40 de lo que resulta

$$E_X = \frac{\sum_{i=1}^{N_h} I_i}{j4\pi\omega\epsilon} \left\{ \int_{\Delta l_i} e^{-jkr'} \left[ \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) - (y-y')^2 \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) \right] dx' + \right. \\ \left. + \int_{\Delta l_x} e^{-jkr'} \left[ \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) - z^2 \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) \right] dx' \right\}$$

Para reducir esta ecuación podemos aplicar la propiedad distributiva del -- operador integral

$$E_x = \frac{\sum_{i=1}^{N_h} I_i}{j4\pi\omega\epsilon} \int \Delta l_i \left[ e^{-jkr'} \left[ \left( \frac{1}{r'^3} + \frac{jk}{r'^2} \right) - (y-y')^2 \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) \right] + e^{-jkr'} \left[ \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) - z^2 \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) \right] \right] dx'$$

Después de manejar algebraicamente esta expresión obtenemos finalmente la -- ecuación para la componente "x" del campo eléctrico producido por los dipolos -- horizontales, que resulta ser

$$E_x = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int \Delta l_i \left[ e^{-jkr'} \left[ \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) - \left[ (y-y')^2 + z^2 \right] \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) \right] \right] dx' \quad (B.46)$$

B.6.2.- COMPONENTE EN "y" DEL CAMPO ELECTRICO HORIZONTAL.- Substituyendo -- la ecuación B.37 en B.38

$$E_y = -\frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int \Delta l_i (y-y') e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) dx' \right]$$

Al igual que en el inciso B.6.1, aquí también podemos invertir el orden de

los operadores por las razones ahí expuestas, obteniendo

$$E_y = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_h} \int_{\Delta\ell_i} \frac{\partial}{\partial x} \left[ (y-y') e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] dx' \quad (\text{B.47})$$

Aplicando a esta ecuación los teoremas sobre derivadas utilizados anteriormente se puede obtener que

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ (y-y') e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] = e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \frac{\partial (y-y')}{\partial x} + (y-y') \frac{\partial}{\partial x} \left[ e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right]$$

El primer término del segundo miembro de esta expresión resulta nulo en virtud de que

$$\frac{\partial (y - y')}{\partial x} = 0$$

y al segundo término podemos aplicarle nuevamente la regla de la cadena

$$(y-y') \frac{\partial}{\partial x} e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) = (y-y') \frac{\partial}{\partial r'} \left[ e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] \frac{\partial r'}{\partial x} \quad (\text{B.48})$$

La expresión B.43 es la solución de la derivada con respecto a  $r'$  indicada en esta última, por lo que únicamente nos resta encontrar la derivada con respecto a " $x$ ". De B.31

$$\begin{aligned} \frac{\partial r'}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ (x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{2} \left[ 2(x-x') \right] \\ &= \frac{(x-x')}{\left[ (x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2 \right]^{1/2}} \quad \therefore \\ \frac{\partial r'}{\partial x} &= \frac{x-x'}{r'} \end{aligned} \quad (B.49)$$

Substituyendo finalmente B.43 y B.49 en B.48 y a su vez este resultado en la ecuación B.47, obtenemos la expresión para la componente en " $y$ " del campo eléctrico producido por los dipolos horizontales, quedando

$$E_y = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta\ell_i} (x-x')(y-y') e^{-jkr'} \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) dx' \quad (B.50)$$

**B.6.3.- COMPONENTE EN " $z$ " DEL CAMPO ELECTRICO HORIZONTAL.-** De las ecuaciones B.33 y B.39

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial}{\partial x} \left[ -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta\ell_i} z e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j\frac{k}{r'^2} \right) dx' \right] \quad (B.51)$$

Intercambiando el orden de los operadores

$$E_z = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta l_i} \frac{\partial}{\partial x} \left[ z e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] dx' \quad (\text{B.52})$$

Desarrollando la derivada en el integrando de B.52

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[ z e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] &= z \frac{\partial}{\partial x} \left[ e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] + e^{-jkr'} \\ &= z \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \frac{\partial z}{\partial x} = z \left[ \frac{\partial}{\partial x'} \left[ e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] \frac{\partial x'}{\partial x} \right] \end{aligned}$$

Substituyendo ahora B.43 y B.49

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ z e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) \right] = - (x-x') z e^{-jkr'} \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right)$$

Expresión que ya podemos substituir en B.52, quedando así que la ecuación de la componente "z" del campo eléctrico horizontal es

$$E_z = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_h} I_i \int_{\Delta l_i} (x-x') z e^{-jkr'} \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) dx' \quad (\text{B.53})$$

Con lo que terminamos la deducción de las componentes cartesianas de los -- campos magnético y eléctrico producidos por el arreglo logoperiódico polarizado horizontalmente.

### B.7 CONTRIBUCION DE LOS DIPOLOS VERTICALES AL CAMPO MAGNETICO.

Para el caso de los dipolos ubicados verticalmente, el potencial vectorial solo tendrá componente en la dirección "z" como lo indica la ecuación B.13 y por tanto, la expresión general dada en B.14 tomará ahora la siguiente forma

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_0} I_i \int_{\Delta l_i} \frac{e^{-jkr'}}{r'} dz' \quad (B.54)$$

En la que  $dz'$  denota la diferencial tomada sobre los ejes de cada dipolo y  $N_0$  indica que se tomarán en cuenta los segmentos paralelos al eje "z".

Adicionalmente debemos notar que la expresión para determinar la distancia de un punto cualquiera del espacio a un punto alojado en los dipolos verticales será, de la expresión B.15

$$r' = \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (B.55)$$

Substituyendo ahora la ecuación B.54, en las expresiones generales del campo magnético dadas en B.16, B.17 y B.18 y teniendo en cuenta que el potencial vectorial carece de componentes en las direcciones "x" y "y" tendremos

$$H_x = \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_0} I_i \int_{\Delta l_i} \frac{e^{-jkr'}}{r'} dz' \right) \quad (\text{B.56})$$

$$H_y = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_0} I_i \int_{\Delta l_i} \frac{e^{-jkr'}}{r'} dz' \right) \quad (\text{B.57})$$

$$H_z = 0 \quad (\text{B.58})$$

Expresiones que pueden desarrollarse con el método utilizado en los incisos B.5.1 y B.5.2, de lo que finalmente podremos llegar a concluir que

$$H_x = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_0} I_i \int_{\Delta l_i} (y-y') e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) dz' \quad (\text{B.59})$$

$$H_y = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_0} I_i \int_{\Delta l_i} x e^{-jkr'} \left( \frac{1}{r'^3} + j \frac{k}{r'^2} \right) dz' \quad (\text{B.60})$$

Que junto con la ecuación B.58 nos dan las componentes cartesianas del campo magnético producido por los dipolos verticales.

## B.8 CONTRIBUCION DE LOS DIPOLOS VERTICALES AL CAMPO ELECTRICO

Teniendo en cuenta las expresiones B.58 a B.60, las expresiones generales - del campo eléctrico dadas en B.21 a B.23, tomarán ahora la siguiente forma

$$E_x = -\frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} H_y \quad (B.61)$$

$$E_y = \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} H_x \quad (B.62)$$

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left( \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x \right) \quad (B.63)$$

Procediendo análogamente a como se hizo para deducir las expresiones del -- campo eléctrico horizontal, llegaremos a determinar que las componentes cartesianas del campo eléctrico producido por el arreglo logoperiódico polarizado verticalmente están dadas por

$$E_x = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_U} I_i \int_{\Delta l_i} x(z-z') e^{-jkr'} \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) dz' \quad (B.64)$$

$$E_y = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_U} I_i \int_{\Delta l_i} (y-y')(z-z') e^{-jkr'} \left( \frac{3}{r'^5} + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) dz' \quad (B.65)$$

$$E_z = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \sum_{i=1}^{N_U} I_i \int_{\Delta l_i} e^{-jkr'} \left[ \left( \frac{2}{r'^3} + \frac{2jk}{r'^2} \right) - \left[ x^2 + (y-y')^2 \right] \right] \left( \frac{3}{r'^3} + \right)$$

$$\left. + \frac{3jk}{r'^4} - \frac{k^2}{r'^3} \right) dz', \quad (\text{B.64})$$

Dejando así resuelto el problema de determinar matemáticamente los campos producidos independientemente por los arreglos que componen la antena logarítmico-periódica con polarización circular.

### B.9 CAMPOS TOTALES HORIZONTAL, VERTICAL Y CIRCULAR PRODUCIDOS POR LA ANTENA LOGARÍTMICO-PERÍODICA CON POLARIZACIÓN CIRCULAR.

Siendo nuestro principal objetivo el de analizar el comportamiento conjunto de los campos anteriormente deducidos, podemos hacer uso del teorema de superposición para determinar los campos totales, de la siguiente manera.

$$\vec{H}_V = H_{x_V} \vec{i} + H_{y_V} \vec{j} + H_{z_V} \vec{k}$$

$$\vec{E}_V = E_{x_V} \vec{i} + E_{y_V} \vec{j} + E_{z_V} \vec{k}$$

$$\vec{H}_H = H_{x_H} \vec{i} + H_{y_H} \vec{j} + H_{z_H} \vec{k}$$

$$\vec{E}_H = E_{x_H} \vec{i} + E_{y_H} \vec{j} + E_{z_H} \vec{k}$$

donde  $H_V$ ,  $E_V$ ,  $H_H$  y  $E_H$  son respectivamente los campos magnético y eléctrico, según el plano indicado por el subíndice.

Expresados como números complejos

$$|H_{xV}|^2 = H_{xV} H_{xV}^*$$

$$|H_{yV}|^2 = H_{yV} H_{yV}^*$$

$$|H_{zV}|^2 = H_{zV} H_{zV}^*$$

$$|H_V| = \sqrt{|H_{xV}|^2 + |H_{yV}|^2 + |H_{zV}|^2}$$

y análogamente para los otros componentes

$$|E_V| = \sqrt{|E_{xV}|^2 + |E_{yV}|^2 + |E_{zV}|^2}$$

$$|H_H| = \sqrt{|H_{xH}|^2 + |H_{yH}|^2 + |H_{zH}|^2}$$

$$|E_H| = \sqrt{|E_{xH}|^2 + |E_{yH}|^2 + |E_{zH}|^2}$$

Los campos de polarización circular serán

$$H_T = (H_{xV} + H_{xH}) \vec{i} + (H_{yV} + H_{yH}) \vec{j} + (H_{zV} + H_{zH}) \vec{k}$$

$$E_T = (E_{xV} + E_{xH}) \vec{i} + (E_{yV} + E_{yH}) \vec{j} + (E_{zV} + E_{zH}) \vec{k}$$

$$| ( H_{x_v} + H_{x_H} ) |^2 = ( H_{x_v} + H_{x_H} ) ( H_{x_v} + H_{x_H} )^*$$

$$| ( H_{y_v} + H_{y_H} ) |^2 = ( H_{y_v} + H_{y_H} ) ( H_{y_v} + H_{y_H} )^*$$

$$| ( H_{z_v} + H_{z_H} ) |^2 = ( H_{z_v} + H_{z_H} ) ( H_{z_v} + H_{z_H} )^*$$

$$| ( E_{x_v} + E_{x_H} ) |^2 = ( E_{x_v} + E_{x_H} ) ( E_{x_v} + E_{x_H} )^*$$

$$| ( E_{y_v} + E_{y_H} ) |^2 = ( E_{y_v} + E_{y_H} ) ( E_{y_v} + E_{y_H} )^*$$

$$| ( E_{z_v} + E_{z_H} ) |^2 = ( E_{z_v} + E_{z_H} ) ( E_{z_v} + E_{z_H} )^*$$

y finalmente

$$| H_T | = \sqrt{ | ( H_{x_v} + H_{x_H} ) |^2 + | ( H_{y_v} + H_{y_H} ) |^2 + | ( H_{z_v} + H_{z_H} ) |^2 } \quad (B.6)$$

$$| E_T | = \sqrt{ | ( E_{x_v} + E_{x_H} ) |^2 + | ( E_{y_v} + E_{y_H} ) |^2 + | ( E_{z_v} + E_{z_H} ) |^2 } \quad (B.6)$$

Con lo que quedan completamente determinados los campos irradiados por la antena logarítmico periódica con polarización circular.

## B.10 REFERENCIAS

- (1) *Jordan*, Pg. 313,
- (2) *Piskunov*, Tomo II. Pg. 247-248 (§ 9.5)
- (3) *Jordan*, Pg. 92-93.
- (4) *Harrington*, Ec. 4.11, Pg. 64

### OTRAS REFERENCIAS UTILES

- (5) *Jordan*, Pg. 79-80
- (6) *Piskunov*, Tomo II, Pg. 246-247 (§ 9.4)
- (7) *Piskunov*, Tomo I , Pg. 85 (§ 9)
- (8) *Piskunov*, Tomo I , Pg. 79-84 (§ 7)

# A P E N D I C E C

## PROGRAMAS DE COMPUTADORA

### I N D I C E

C.1	REQUERIMIENTOS PREVIOS	255
C.2	DIAGRAMA DE PROCESO	256
C.3	TERMINOLOGIA EMPLEADA	256
C.4	LIMITACIONES DE LOS PROGRAMAS	258
C.5	PASO 1.- DIMENSIONES FISICAS	260
C.6	PASO 2.- MATRIZ DE IMPEDANCIAS	263
C.7	PASO 3.- INVERSION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS	265
C.8	PASO 4.- CALCULO DE LAS IMPEDANCIAS DE ENTRADA Y DEL VECTOR DE CORRIENTES	273
C.9	PASO 5.- PATRON DE RADIACION Y DIREC TIVIDAD	276
C.10	PASO 6.- CALCULO DE LA GANANCIA	278
C.11	PASO 7.- PROGRAMAS DE COMPUTADORA	280
C.12	REFERENCIAS	

## A P E N D I C E C

## PROGRAMAS DE COMPUTADORA

En los siguientes párrafos se expone, paso a paso, el proceso seguido en la obtención de los resultados teóricos del análisis desarrollado en el capítulo V. Se espera que esta guía resulte útil a aquellos investigadores que deseen profundizar ó inclusive perfeccionar los conceptos expuestos, así como a quién-desea construir una antena en base a tales principios.

## C.1 REQUERIMIENTOS PREVIOS.

Es recomendable que antes de intentar la ejecución de los programas siguientes, se tenga un conocimiento de los fundamentos con que fueron elaborados, lo cual se puede conseguir leyendo principalmente los capítulos IV y V de esta tesis. Cuando el lector considere estar lo suficientemente enterado del proceso que va a ejecutar, deberá tener disponible el siguiente material:

- A) Manual FORTRAN del computador a utilizar;
- B) Manual de tarjetas de control del sistema operativo bajo el cual van a ejecutarse los programas;
- C) Como mínimo, dos rollos de cinta magnética, de preferencia grandes, - para almacenar los resultados intermedios;
- D) Suficientes tarjetas para perforar los parámetros requeridos por los programas;
- E) Listado de compilación de los seis programas, sin errores.

## C.2 DIAGRAMA DE PROCESO.

La figura C.1 muestra la secuencia a seguir para ejecutar los programas -- presentados.

Como se podrá observar, el proceso completo consta de seis programas, codificados en lenguaje FORTRAN IV. En los párrafos siguientes se describe cada -- uno de ellos, apuntando al mismo tiempo sus limitaciones, y en algunos casos, - orientación sobre como eliminarlas en lo posible.

## C.3 TERMINOLOGIA EMPLEADA.

Los programas fueron identificados con el nombre genérico "LOGAN" (de log-arithmic an-tenna), seguido de un dígito del 1 al 6 para indicar la secuencia - en que deben ser procesados. En aquellos que utilizan subrutinas, estas se identifican de la siguiente forma: la letra "L" seguida de un dígito indica el programa que la utiliza; la letra "R" (de rutina) seguida de un dígito señala el mienbro particular a que se refiere.

En la identificación de variables se procuró ser congruente con el papel-- que cada una desempeña, pero respetando un máximo de cinco caracteres por variable a fin de lograr compatibilidad con otros compiladores. El significado específico de las principales variables se incluye como comentario al principio de cada programa ó subrutina, junto con algunas notas que pueden aclarar la función que se pretende lograr en cada paso del algoritmo de solución respectivo. Se procuró - identificar con el mismo nombre las variables que en programas diferentes poseen- el mismo significado, buscando así uniformizar los procesos y simplificar su comprensión.

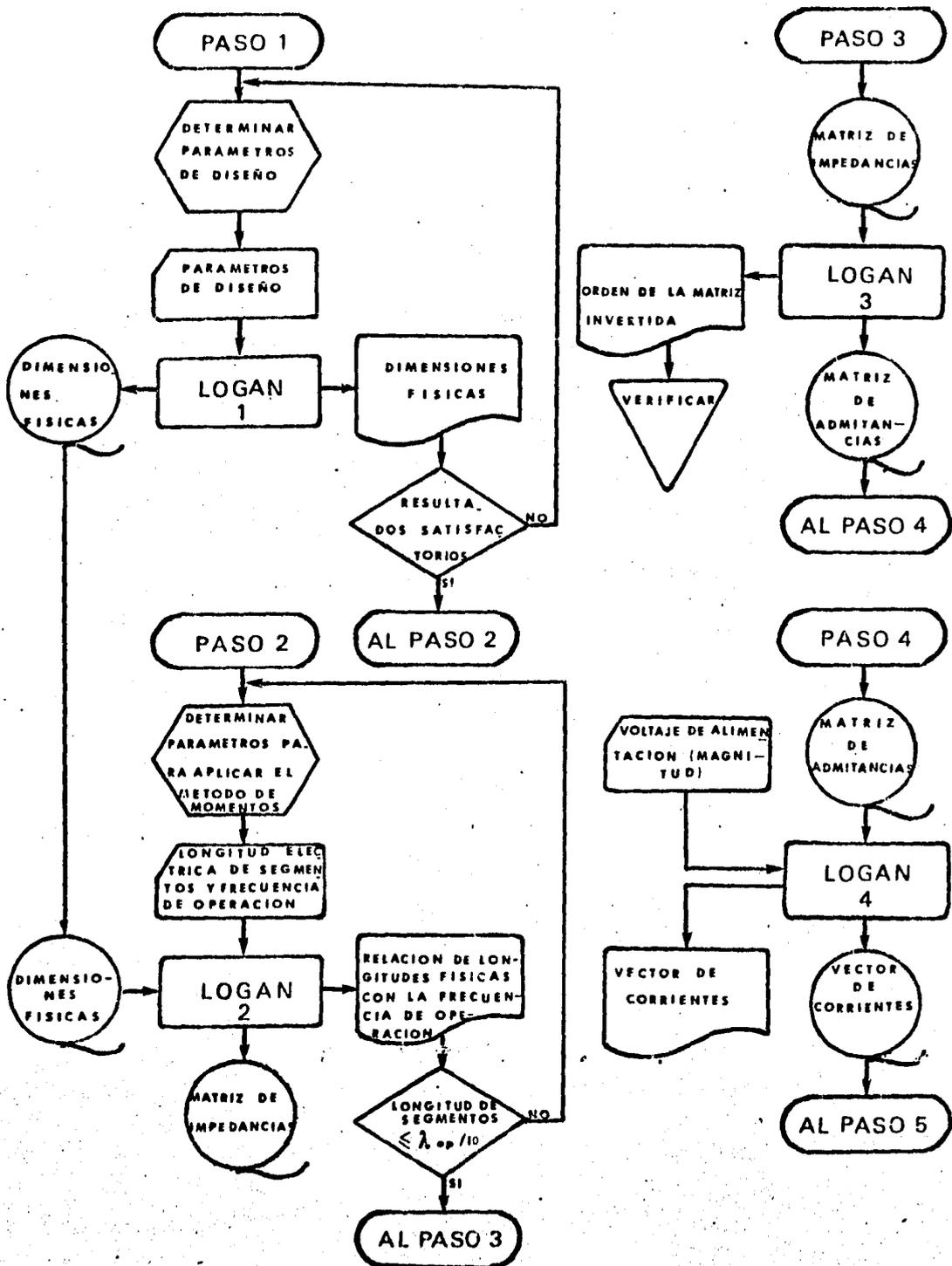


FIGURA C.1.- Diagrama de proceso de los programas para analizar una antena logarítmica periódica con polarización circular mediante el método de momentos (1ra. parte).

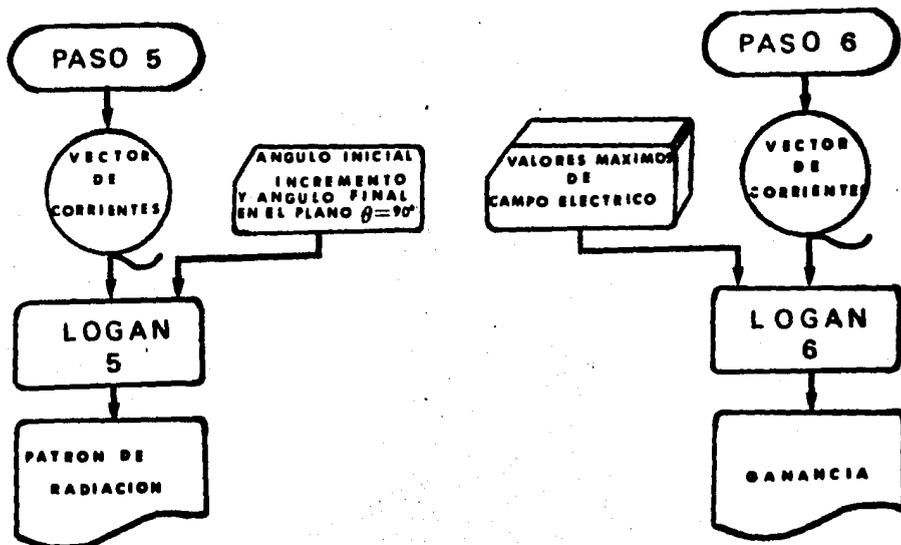


FIGURA C.1.- Diagrama de proceso de los programas para analizar una antena logaritmico periódica con polarización-circular mediante el método de momentos (2da. parte)

#### C.4 LIMITACIONES DE LOS PROGRAMAS

En la forma en que se presentan, los programas pueden analizar arreglos -- lineales de hasta 20 dipolos. Si se desea ampliar esta capacidad pueden modifi-- carse las proposiciones "DIMENSION" y "REAL" apropiadas que se presentan al prin-- cipio de cada programa y/o subrutina en que son utilizadas.

El orden máximo de los arreglos matriciales involucrados es de 120. No --

fué posible ampliarlo más debido a la reducida capacidad del computador utilizado. Esto repercute directamente en el número de segmentos en que se puede subdividir un arreglo en un plano, por lo que el total máximo de segmentos con que puede analizarse el arreglo en polarización circular es de 240. Antes de modificar tales dimensiones es necesario verificar en el centro de cómputo la capacidad de memoria para matrices complejas y a partir de entonces se podrán reducir ó ampliar según las necesidades.

Si se modifican las dimensiones, también será necesario alterar el valor actual de la variable "LIMIT", que en algunos programas actúa como protección para evitar se excedan los límites de memoria disponibles y se produzcan errores de ejecución por mal direccionamiento.

Las variables "I1" e "I0" contienen los números que indican los dispositivos lógicos de entrada y salida asignados a cinta magnética, respectivamente, por lo que será necesario verificar en la instalación si se deben modificar los aquí utilizados; los valores asignados a las variables "LIMIT", "I1" e "I0" se definen mediante proposiciones "DATA" alojadas en las primeras líneas de los programas.

Para verificar que los programas presentados pueden ser ejecutados en diversos centros de cómputo, se efectuaron pruebas de los mismos en los computadores Burroughs B-6700, C.D.C.- Cyber/173 e I.B.M.-370/135, habiendo utilizado en definitiva el último de los mencionados, debido únicamente a las facilidades de acceso proporcionadas por los directivos de la instalación.

C.5 PASO 1.- DIMENSIONES FISICAS.

Antes de procesar el programa logan 1, deberán determinarse los parámetros que definen las características físicas de la estructura a diseñar. Para esto puede utilizarse alguno de los procedimientos descritos en los apartados 5.2.1 a 5.2.4. Los datos obtenidos se perforan en una tarjeta parámetro cuyo formato se muestra en la tabla C.1. La figura C.2 es un ejemplo de como deben quedar distribuidos los parámetros en cada tarjeta perforada.

1	2	3	5	E+00	5.0	E-01	30.0	0.85	0.00134
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

FIGURA C.2.- Ejemplo de tarjeta parámetro para LOGAN 1.

COLUMNAS	FORMATO	VARIABLE	SIGNIFICADO
1-3	I3	N	NUMERO DE DIPOLOS EN UN PLANO
4-16	E 13.6	F 1	LIMITE INFERIOR DEL ANCHO DE BANDA TEORICO DE LA ANTENA (HZ.)
17-26	E 10.3	FACT	LONGITUD ELECTRICA QUE SE CORTARAN LOS DIPOLOS (M), GENERALMENTE 0.5
27-32	F 6.2	ALFA	ANGULO DE APERTURA, SEGUN SE DEFINIO EN EL PARRAFO 3.4.4. (GRADOS).
33-39	F 7.4	TAU	CONSTANTE LOGOPERIODICA
40-47	F 8.4	A	RADIO DE LOS DIPOLOS (M).
48-80	-----	----	CUALQUIER COMENTARIO (NO SE PROCESA).

TABLA C.1.- Formato de la tarjeta parámetro de LOGAN 1.

Es importante señalar que pueden suministrarse al programa tantas tarjetas parámetro como se desee, por medio de las cuales es posible efectuar varias pruebas de datos en una misma corrida y seleccionar el modelo más acorde con los requerimientos específicos. Una vez seleccionada, la tarjeta parámetro puede duplicarse tantas veces como sea necesario, para generar en una misma cinta varios conjuntos de datos iguales y efectuar diversas pruebas a un mismo diseño.

Invariablemente, al igual que para los demás programas que utilicen tarjetas parámetro, ya sea que se inserten una ó varias, deberá incluirse al final del conjunto una tarjeta sin perforar, cuya finalidad es la de indicar al computador que ya ha terminado de procesar los datos suministrados.

Dado que no se efectúa validación alguna de la información de entrada, queda como responsabilidad del usuario el verificar que los datos introducidos al computador por este medio cumplan con los requerimientos señalados por los programas.

El algoritmo utilizado por el programa LOGAN 1 consiste en calcular el primer término la constante de espaciamento según la expresión 3.27. Enseguida se obtiene la longitud física del dipolo correspondiente al límite inferior del ancho de banda teórico y su distancia al vértice, así como la velocidad angular, longitud de onda y algunas otras relaciones eléctricas de esta frecuencia con los parámetros calculados. Posteriormente y en forma iterativa, se calculan las características de los dipolos restantes mediante las expresiones 3.18 y 3.19 junto con algunas relaciones importantes que determinan la bondad del diseño. Todos estos resultados se imprimen en su momento y únicamente los

más importantes se graban en cinta para proceso posterior. La tabla 5.1 del -- capítulo V es una muestra de la salida impresa por este programa.

El ciclo para un conjunto de datos termina calculando la longitud real del arreglo (distancia entre ejes del primero al último dipolo) y el ancho de banda teórico logrado, según la ecuación 3.29.

#### C.6 PASO 2.- MATRIZ DE IMPEDANCIAS.

La cinta obtenida en el paso 1 sirve como entrada a este programa, que tam bién requiere una ó mas tarjetas parámetro según los conjuntos de datos genera- dos previamente. El formato correspondiente, así como un ejemplo de tarjeta pa- rámetro se muestran en la figura C.3.

En este programa se calcula, mediante el método de momentos, la matriz de- impedancias mutuas entre los dipolos de la antena para la frecuencia de opera- ción especificada en la tarjeta parámetro.

COLUMNAS	FORMATO	VARIABLE	SIGNIFICADO
1-6	F 6.3	SUBFC	LONGITUD ELECTRICA MAXIMA -- PERMISIBLE DE LOS SEGMENTOS.
7-16	F 10.3	FREC	FRECUENCIA DE OPERACION.
17-20	A 4	EJEC	'SI' O 'NO' INDICANDO SI LOS DATOS VAN A SER GRABADOS.
21-80	-----	-----	CUALQUIER COMENTARIO (NO SE- PROCESA).



el orden de la matriz de impedancias, dato que es almacenado en el parámetro -- "NSUBS". Cabe aclarar que en este valor no están incluidos los subsegmentos -- extremos por considerar que en ellos no circula corriente.

Posteriormente se procede a determinar las coordenadas cartesianas de los segmentos "m" y "n" como quedaron definidos en el apartado 4.3 y se calcula el valor de las integrales " $\Psi_{m,n}$ " que, ordenadas según la ecuación 4.18 forman la impedancia mutua buscada.

El proceso anterior se ejecuta un total de "NSUBS" veces pues, según se indicó en el capítulo V, las impedancias mutuas " $Z_{m,n}$ " y " $Z_{n,m}$ " son iguales.

Al término de cada iteración se grafican las curvas de contribución de -- corrientes y cargas a la impedancia total (potenciales vectorial y escalar, respectivamente) del segmento uno con los restantes. Durante la iteración se genera una cinta con los datos de la matriz de impedancias (en caso de haberse perforado "SI" en la tarjeta parámetro).

### C.7 PASO 3.- INVERSION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS.

En el programa LOGAN 3 se desarrolla un algoritmo para obtener la inversa de una matriz compleja de orden par mediante el método de particiones, utilizando la solución presentada en la referencia (4). A continuación se presenta la deducción de las ecuaciones básicas del procedimiento de inversión.

Sea  $[Z]$  una matriz cuadrada no singular de orden "N", tal que pueda dividirse en submatrices de orden "N/2", como a continuación se indica

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_3 & Z_4 \end{bmatrix}$$

El orden de  $[Z]$  puede ser par ó impar, aunque para los fines de esta tesis y sin pérdida de generalidad, el algoritmo utilizado se selecciono para orden matricial múltiplo de dos, resultando además que las submatrices  $[Z_i]$  también lo son.

Por ser  $[Z]$  no singular, su inversa existe, tal que

$$[Z][Y] = [I] \quad (C.1)$$

donde, por definición

$$[Y] = [Z]^{-1}$$

e  $[I]$  denota la matriz identidad de orden "N".

Particionando en forma analoga las matrices  $[Y]$  e  $[I]$ , de la ecuación C.1 se tiene

$$\begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_3 & Z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

Efectuando la multiplicación matricial indicada (\*)

$$Z_1 Y_1 + Z_2 Y_3 = I_1 \quad (\text{C.3})$$

$$Z_1 Y_2 + Z_2 Y_4 = 0 \quad (\text{C.4})$$

$$Z_3 Y_1 + Z_4 Y_3 = 0 \quad (\text{C.5})$$

$$Z_3 Y_2 + Z_4 Y_4 = I_2 \quad (\text{C.6})$$

En este conjunto de ecuaciones matriciales simultaneas,  $I_1$  e  $I_2$  son matrices identidad de orden " $N/2$ ", y "0" representa la matriz nula del mismo orden, por lo que

$$I_1 = I_2 = I$$

Observando la matriz de impedancias a invertir, se puede determinar que en su diagonal principal se encuentran las impedancias propias de los "NSUBS" segmentos y que al incrementar la distancia entre ellos, la impedancia mutua disminuye considerablemente, por lo que resulta conveniente escoger una solución que no involucre la inversión de " $Z_2$ " ó " $Z_3$ " a fin de no obtener valores indefinidos en los calculos. Con esto en mente se proseguirá con la solución del sistema -

-----  
 (\*) NOTA.- En adelante se omitirá el encerrar entre corchetes a los términos involucrados, en la inteligencia de que se esta operando solo con expresiones matriciales, a menos que expresamente se indique otra cosa.

de ecuaciones obtenido.

Premultiplicando ambos miembros de la ecuación C.3 por " $Z_1^{-1}$ "

$$Z_1^{-1} (Z_1 Y_1) + Z_1^{-1} (Z_2 Y_2) = Z_1^{-1} I$$

de donde

$$Y_1 = Z_1^{-1} I - Z_1^{-1} (Z_2 Y_2) \quad (C.7)$$

Efectuando ahora la misma premultiplicación a ambos lados de C.4

$$Z_1^{-1} (Z_1 Y_2) + Z_1^{-1} (Z_2 Y_2) = 0$$

de donde

$$Y_2 = -Z_1^{-1} (Z_2 Y_2) \quad (C.8)$$

substituyendo ahora el valor de " $Y_2$ " dado en C.8, en la ecuación C.6 y efectuando operaciones

$$\begin{aligned} Z_3 (-Z_1^{-1} (Z_2 Y_2)) + Z_4 Y_2 &= I \\ -Z_3 Z_1^{-1} (Z_2 Y_2) + Z_4 Y_2 &= I \\ (Z_4 - Z_3 Z_1^{-1} Z_2) Y_2 &= I \end{aligned}$$

premultiplicando ambos miembros de esta ecuación por

$$(Z_4 - Z_3 Z_1^{-1} Z_2)^{-1} \quad (C.9)$$

se tiene:

$$\begin{aligned} (Z_4 - Z_3 Z_1^{-1} Z_2)^{-1} (Z_4 - Z_3 Z_1^{-1} Z_2) Y_4 &= (Z_4 - Z_3 Z_1^{-1} Z_2)^{-1} \\ Y_4 &= (Z_4 - Z_3 Z_1^{-1} Z_2)^{-1} \end{aligned} \quad (C.10)$$

La última incognita a despejar es  $Y_3$ , por lo que si se substituye el valor de  $Y_4$  dado por C.7 en la ecuación C.5 se tiene

$$Z_3 \left[ Z_1^{-1} - Z_1^{-1} (Z_2 Y_3) \right] + Z_4 Y_3 = 0$$

$$Z_3 \cdot Z_1^{-1} - Z_3 Z_1^{-1} Z_2 Y_3 + Z_4 Y_3 = 0$$

$$(Z_4 - Z_3 Z_1^{-1} Z_2) Y_3 = -Z_3 Z_1^{-1}$$

premultiplicando ambos miembros de la última expresión por C.9

$$(Z_4 - Z_3 Z_1^{-1} Z_2)^{-1} (Z_4 - Z_3 Z_1^{-1} Z_2) Y_3 =$$

$$(Z_4 - Z_3 Z_1^{-1} Z_2)^{-1} (-Z_3 Z_1^{-1})$$

$$Y_3 = - (Z_4 - Z_3 Z_1^{-1} Z_2)^{-1} (Z_3 Z_1^{-1})$$

pero el primer factor en el segundo miembro de esta expresión es precisamente "Y<sub>4</sub>" por tanto

$$Y_3 = - Y_4 Z_3 Z_1^{-1} \quad (C.11)$$

Las expresiones C.7, C.8, C.10 y C.11 representan la solución del sistema de ecuaciones C.3 a C.6 si se resuelven en el siguiente orden

$$Y_4 = (Z_4 - (Z_3 Z_1^{-1}) Z_2)^{-1} \quad (C.12)$$

$$Y_3 = - Y_4 (Z_3 Z_1^{-1}) \quad (C.13)$$

$$Y_2 = - (Z_1^{-1} Z_2) Y_4 \quad (C.14)$$

$$Y_1 = Z_1^{-1} - (Z_1^{-1} Z_2) Y_3 \quad (C.15)$$

En esta secuencia se puede observar que

- Unicamente es necesario efectuar dos operaciones de inversión para obtener la solución de C.12;
- Al resolver el sistema usando la computadora, puede ganarse exactitud si la matriz " $Z_1^{-1}$ " se almacena convenientemente en un área desde la cual se pueda aplicar a las expresiones donde sea necesaria, ganando al mismo tiempo velocidad en el proceso;
- Se puede perder menos exactitud procurando efectuar el menor número posible de multiplicaciones, por lo que los productos " $(Z_3 Z_1^{-1})$ " y " $(Z_1^{-1} Z_2)$ " indicados en C.12 y C.13 el primero y en C.14 y C.15 el segundo, se conservan hasta aplicarse en C.13 y C.15 respectivamente. Esto

también permite ahorrar tiempo de ejecución;

- d) Con la secuencia indicada, cada ecuación se resuelve en términos de -- matrices cuyos valores han sido previamente determinados.

Debido a la capacidad del computador utilizado, fué necesario pensar en un algoritmo de solución tal que ocupara solo la cantidad de memoria indispensable, habiendo resultado el que a continuación se presenta:

### 1.- Solución de " $Y_4$ ,"

- a) Invertir " $Z_1$ ", almacenando su inversa " $(Z_1^{-1})$ " en el área previamente ocupada por " $Z_1$ ";
- b) Efectuar la operación " $- Z_3 Z_1^{-1}$ ", almacenando el resultado en un arreglo temporal " $T_1$ ";
- c) Crear una segunda área temporal " $T_2$ " con el resultado de la suma " $Z_4 + T_1 Z_2$ ";
- d) Invertir la matriz " $T_2$ " obteniendo " $Y_4$ ", que a su vez se puede -- almacenar en el área de " $Z_4$ ".

### 2.- Solución de " $Y_3$ ,"

- a) Efectuar el producto " $Y_4 T_1$ " con las matrices obtenidas en el -- paso anterior, guardando el resultado en el área antes ocupada -- por " $Z_3$ ", que ahora contendrá los elementos correspondientes a -- " $Y_3$ ".

### 3.- Solución de " $Y_2$ ,"

- a) Substituir el contenido actual de " $T_1$ " por el producto de " $-Z_1^{-1} Z_2$ ";
- b) Obtener " $Y_2$ " multiplicando el nuevo contenido de " $T_1$ " por " $Y_4$ " y -

conservando el resultado en el área de " $Z_2$ ".

#### 4.- Solución de " $Y_1$ "

- a) Almacenar en " $Z_1$ " el resultado de " $Z_1^{-1} T_1 Y_1$ ", con lo que finalmente se obtendrá " $Y_1$ ", quedando así invertida la matriz " $Z_{mn}$ " -- original.

Es importante hacer notar que con el algoritmo descrito se utiliza solo un arreglo de orden " $N$ " el ocupado por la matriz " $Z_{m,n}$ ", y dos áreas de orden " $N/2$ " -- cada una, con lo cual se logra reducir en gran manera el espacio de memoria necesaria, aunque se pierde el contenido original de la matriz " $Z_{m,n}$ ", que al terminar el proceso contendrá la inversa buscada. Esta pérdida de información es aparente, ya que si por cualquier causa el proceso no llegase a terminar satisfactoriamente, aún se conservará la información original en la cinta que sirve como entrada.

Para invertir las submatrices requeridas se utilizó el método de eliminación completa de *Gauss-Jordan* como se describe en las referencias (5-6). Este método hace necesario el uso adicional de dos matrices de orden " $N/2$ " una y de " $N/2$ " por " $N$ " la otra, para almacenar la información intermedia.

La matriz " $Y_{mn}$ " calculada se graba en cinta magnética para uso posterior; como salida impresa solo se obtienen algunos indicadores de la matriz a invertir y un aviso de que el proceso resultó satisfactorio.

Cabe informar que existen otros métodos para efectuar la inversión de matriz

ces complejadas como las obtenidas en el análisis presentado. Dos de ellos se encuentran disponibles en el "Centro de Servicios de Cómputo (C.S.C.)" de la -- U.N.A.M., incluidos en el paquete denominado "IMSL". Tales Subrutinas se encuentran identificadas con los nombres "LEQT 1" y "LEQ 2C" (7). Aunque se elaboraron programas para utilizar dichas subrutinas, los cuales fueron compilados y probados satisfactoriamente en el computador Burroughs de dicho centro, se optó en definitiva por elaborar el programa aquí descrito debido a las dificultades de orden práctico y principalmente administrativo encontradas al utilizar el -- servicio, pero pensando también en la creación de un sistema absolutamente autó-- nomo y operable al cien por ciento en cualquier computador disponible.

Los procesos de integración requeridos en los programas LOGAN 2 y LOGAN 5-- se implementaron utilizando el método llamado "regla de Simpson de un tercio"-- como se describe en las referencias (1-3).

Finalmente, se debe aclarar que la matriz invertida con el método aquí des-- crito corresponde a la matriz " $Z_1$ " previamente particionada como queda indicado en el inciso 5.4.1, lo cual indica que solo resulta necesario invertir la diesi-- seisava parte de una matriz de impedancias obtenida teniendo en cuenta la tota-- lidad de los dipolos en los dos planos de la antena.

#### C.8 PASO 4.- CALCULO DE IMPEDANCIAS DE ENTRADA Y DEL VECTOR DE CORRIEN-- TES.

El programa LOGAN 4 sirve para calcular la impedancia de entrada en ca-- da dipolo y la corriente que circula por los segmentos en que se dividió la antena. Utiliza como entrada la cinta que contiene la matriz de admitancias calculada -



Pueden incluirse tantas tarjetas como matrices "Y" hayan sido generadas - en el paso anterior, pero no más. Como en los pasos anteriores, la última tarjeta del grupo deberá estar en blanco.

Normalmente, el valor de " $V_{in}$ " será 1.0 con el fin de normalizar los datos calculados a un VOLT, según se mencionó en el apartado 5.6, aunque pueden ensayarse otros valores.

Una vez leídos los datos de entrada, LOGAN 4 determina el segmento central de cada dipolo para calcular la impedancia de entrada correspondiente. Posteriormente genera el vector de voltajes de entrada considerando que todos los dipolos están conectados en paralelo a través de una línea sin pérdidas, con un defasamiento de 180 grados entre dipolos adyacentes. Se supone también que el voltaje es un número real, por lo cual el vector resultante quedará configurado de tal forma que todos sus elementos son nulos con excepción de los correspondientes a los segmentos centrales de cada dipolo.

Con el arreglo calculado y la matriz de admitancias se calcula finalmente el vector de corrientes en los segmentos, que es grabado e impreso simultáneamente.

Este programa determina el final del análisis de la antena desde el punto de vista interno, pues teniendo la distribución de corrientes puede calcularse ya el resto de los parámetros mencionados en el inciso 3.2.3.

### C.9 PASO 5.- PATRON DE RADIACION Y DIRECTIVIDAD.

Para calcular las componentes del campo eléctrico producido por el arreglo bajo análisis, el programa LOGAN 5 hace uso de las ecuaciones desarrolladas en el apéndice B, teniendo en cuenta las observaciones indicadas en el apartado - 5.8, referentes al sistema de coordenadas utilizado tanto para ubicar cada punto en la antena como en la superficie esférica en que se investiga el campo.

Este programa también requiere de tarjetas parámetro que, del mismo modo que en los casos anteriores, pueden ser tantas como conjuntos de datos existan en la cinta de entrada, terminando con una tarjeta en blanco .

COLUMNAS	FORMATO	VARIABLE	SIGNIFICADO
1-7	F 7.2	VARIN	ANGULO INICIAL $\phi_0$ EN EL PLANO "X-Y" (EN GRADOS).
8-14	F 7.2	DLTVR	INCREMENTO DEL ANGULO (EN GRADOS)
15-21	F 7.2	VARFN	ANGULO FINAL EN QUE SE CALCULARAN LOS CAMPOS.
22-80	-----	-----	CUALQUIER COMENTARIO-(NO SE PROCESA)



so de los dipolos horizontales. Este punto sirve como pivote para iniciar un proceso de integración tendiente a obtener las componentes cartesianas del vector de intensidad de campo eléctrico "E" producidas tanto por los dipolos verticales como por los horizontales.

Posteriormente se calculan las componentes del campo eléctrico total producido en el punto de coordenadas  $(R, \theta, \phi)$  analizado y se genera una gráfica polar con los resultados obtenidos. Este proceso se repite incrementando el valor inicial de  $\phi$  en la cantidad indicada en el parámetro "DLTVR" hasta llegar al valor final ahí mismo señalado mediante el campo "VARFN", con lo que se produce una muy aproximada representación visual del comportamiento de la antena.

Finalmente se determinan los máximos detectados, su localización en la gráfica, por ángulos, y la directividad conseguida considerando independientes los arreglos vertical y horizontal, así como el total resultante de la acción conjunta de ambos.

#### C.10 PASO 6.- CALCULO DE LA GANANCIA.

El último paso para conocer las principales características de la antena logoperiódica polarizada circularmente consiste en determinar la ganancia conseguida con el diseño seleccionado mediante el programa LOGAN 6.

Auxiliado de los resultados impresos por el programa anterior, se perforan



El proceso seguido en este programa consiste en aplicar directamente y en forma iterativa las ecuaciones enunciadas en el apartado 5.9 para cada valor especificado como parámetro, auxiliándose además de los datos de corrientes almacenados en la cinta magnética generada en el paso 4, apartado C.8, por lo que no se estima necesario repetir aquí el procedimiento ya indicado.

#### C.11 PROGRAMAS DE COMPUTADORA

En las páginas siguientes se presenta la codificación FORTRAN de los programas utilizados para llevar a cabo los cálculos que -- han sido mencionados a lo largo de esta tesis, con el fin principal de proporcionar a los lectores una referencia si es que desean realizar pruebas por su propia cuenta.

```

C ***  P R O G R A M A  L O G A N  1  ***
C
C   PROGRAMA PARA DETERMINAR LAS CARACTERISTICAS FISICAS DE UNA
C   ANTENA LOGARITMICO-PERIODICA CON POLARIZACION EN UN SGOLO PLANO
REAL L (20), LAMDA (20)
DIMENSION F (20), OMEGA (20), R (20)
COT (X) = COS (X) / SIN (X)
DATA 11, 10 / 8, 9 /
PI = 4.0 * ATAN (1.0)
C = 2.99793E8
KONT = 0
5 READ 100, N, F1, FACT, ALFA, TAU, A
ALF = C.0
TEMP = ALFA
SIGMA = 0.0
IF (ALFA .EQ. 0.0) GO TO 7
ALFA = ALFA * PI / 180.0
ALF = ALFA
ALFA = ALFA / 2.0
SIGMA = ((1.0 - TAU) / 4.0) * COT(ALFA)
7 WRITE (10, 450) N, FACT, ALFA, TAU, A, SIGMA
IF (N .EQ. 0) STOP
KONT = KONT + 1
PRINT 200, KONT
PRINT 300, N, F1, FACT, TEMP, TAU, ALF, SIGMA, A
PRINT 350
F(1) = F1
OMEGA (1) = 2.0 * PI * F(1)
LAMDA(1) = C / F(1)
L(1) = FACT * LAMDA(1)
R(1) = (L(1) / 2.0) * COT(ALFA)
RAZON = L(1) / (2.0 * A)
RAZN = (2.0 * A) / LAMDA(1)
I = 1
WRITE (10, 450) I, L(I), R(I), F(I), LAMDA(I), OMEGA(I)
PRINT 400, I, L(I), R(I), F(I), LAMDA(I), RAZON, OMEGA(I), RAZN
DO 10 I = 2, N
L(I) = TAU * L(I - 1)
R(I) = TAU * R(I - 1)
LAMDA(I) = L(I) / FACT
F(I) = FACT * C / L(I)
OMEGA(I) = 2.0 * PI * F(I)
B = F(I) - F(1)
D = R(I - 1) - R(I)
RAZON = L(I) / (A * 2.0)
RAZN = (2.0 * A) / LAMDA(I)
WRITE (10, 450) I, L(I), R(I), F(I), LAMDA(I), OMEGA(I)
10 PRINT 500, I, L(I), R(I), D, F(I), LAMDA(I), B, RAZON, OMEGA(I)
, RAZN
D = R(I) - R(N)
RAZON = F(N) / F(1)
PRINT 600, D, B, RAZON
GO TO 5
100 FORMAT (13, E13.6, E10.3, F6.2, F7.4, F8.6)
200 FORMAT (1H1, 28X, 47HDIMENSIONES DE UNA ANTENA LOGARITMICO-PERIODI
CA, //, 43X, 20HCONSTANTES DE DISEÑO, 5X, 8HEJEMPLO, 13, /)
300 FORMAT (16X, 30HNUMERO DE DIPOLOS DEL ARREGLO, 13, 6X, 16HFRECUENC
-IA BAJA, 1PE13.6, 4H HZ., /, 15X, 19HLONGITUD ELECTRICA, OPF6.3, 8
-H(LAMBA), 6X, 19HANGULO DE APERTURA, F6.2, 8H GRADOS., /, 16X, 25H
-CONSTANTE PERIODICA (TAU), F7.4, 23X, 1H(, F6.3, 9H RADIANS), /,

```

-16X, 21HCTTE.DE ESPAC.(SIGMA), 1PE12.5, 6X, 21HRADIO DE LAS VARILL  
 -AS, OPF9.6, 5H MTS., //)  
 350 FORMAT (/, 43X, 21HCONSTANTES CALCULADAS, /, 1X, 13(1H-), /, 2X,  
 -87HELEM LONGITUD DIST AL VENT DIST AL ELEM FRECUENCIA LO  
 -NG:DE ONDA ANCH:DE BAND, 16X, 12HVEL. ANGULAR, /, 7X, 8H(METROS),  
 -5X, 8H(METROS), 4X, 12HANT.(METROS), 4X, 7H(HERTZ), 7X, 8H(METROS)  
 -, 7X, 7H(HERTZ), 5X, 11HLONG / DIAM, 3X, 9H(RAD/SEG), 6X, 9HD / LA  
 -MDA, /, 1X, 13(1H-))  
 400 FORMAT (/, 2X, 13, 2(1X, 1PE13.6), 14X, 2(1X, 1PE13.6), 15X,  
 -3(E13.6, 1X))  
 450 FORMAT (13, 5(1X, 1PE13.6))  
 500 FORMAT (/, 2X, 13, 9(1X, 1PE13.6))  
 600 FORMAT (///, 14X, 32HLONGITUD TOTAL REAL DEL APAREJO , 1PE15.8, 7H  
 -METROS, //, 14X, 27HANCH: DE BANDA DE LA ANTENA, 5X, 1PE15.8, 9H  
 -HERTZ, (, E13.6, 6H) / 1))  
 END

\*\*\*\* PROGRAMA LOGAN 2 \*\*\*\*

APLICACION DEL METODO DE MOMENTOS AL CALCULO DE LAS IMPEDANCIAS  
MUTUAS ENTRE DIPLOS DE UNA ANTENA LOGG-PERIODICA

```

LOGICAL SUICH, SW
REAL L, LAMDA, LAMDA, MUO, NC
COMPLEX Z, PSI (5), CTMP1, CTMP2, L2K2
COMMON A, PI
COMMON /BLK1/ N, NDEL (20), L (20), R (20)
COMMON /BLK2/ DLYN
COMMON /BLK3/ XNM, YM, BETA
COMMON /BLK4/ MM, SUICH
DIMENSION SUBEL (20), ZX (150, 3), ZY (150, 3)
EXTERNAL L2K2
COTAM (FM, DELTL) = ((2.0 * FM - 1.0) / 2.0) * DELTL
COTAC (FM, DELTL) = FM * DELTL
COTAP (FM, DELTL) = ((2.0 * FM + 1.0) / 2.0) * DELTL
DATA I1, I2 /8, 9/
DATA S1, N0 /'SI ', 'NO '/
PI = 4.0 * ATAN(1.0)
MUO = 4.0 * PI / 1.0E7
EPSLO = 1.0E-9 / (36.0 * PI)
C = 1.0 / SQRT(MUO * EPSLO)
10 READ (I1, 200) N, FACT, ALFA, TAU, A, SIGMA
IF (N .EQ. 0) GO TO 90
SW = .TRUE.
12 READ 150, SUBFC, FREQ, EJEC
IF (SUBFC .EQ. 0.0) GO TO 90
PRINT 250, EJEC, SUBFC, FREQ
PRINT 450, N, FACT, ALFA, TAU, A, SIGMA
LAMDA = C / FREQ
OMEGA = 2.0 * PI * FREQ
BETA = 2.0 * PI / LAMDA
IF (EJEC .EQ. NO) GO TO 14
WRITE (I2, 400) N, A, LAMDA, OMEGA, BETA
14 RAZON = A / LAMDA
PRINT 100, FREQ, LAMDA, OMEGA, RAZON
IF (.NOT. SW) GO TO 16
DO 15 J = 1, N
  READ (I1, 200) L(I), R(I), F, LAMD, OMEG
  IF (EJEC .EQ. NO) GO TO 15
  WRITE (I2, 425) L(I), R(I), LAMD
15 CONTINUE
SW = .FALSE.
16 DO 20 I = 1, N
  RAZON = L(I) / LAMDA
  RAZNI = R(I) / LAMDA
20 PRINT 200, I, L(I), RAZON, R(I), RAZNI
PRINT 500
NSUBS = 0
25 SUBEL(N) = LAMDA * SUBFC
DO 30 I = 1, N
  FNDEL = L(I) / SUBEL(N)
  NDEL(I) = IFIX(FNDEL)
  NDELT = NDEL(I)
  TEMP = FLOAT(NDELT)
  IF ((FNDEL - TEMP) .LT. 1.0E-5) GO TO 30
  TEMP = FNDEL + 1.0
  NDELT = IFIX(TEMP)
30 ITEMP = 2 * (NDELT / 2)

```

```

      IF (ITEMP .EQ. NDEL) GO TO 40
      NDEL = NDEL + 1
40    IF (NDEL(I) .EQ. NDEL) GO TO 50
      NDEL(I) = NDEL
50    SUBEL(I) = L(I) / NDEL(I)
      SUBL = SUBEL(I) / LAMDA
      RAZON = SUBEL(I) / (2. * A)
      NDEL(I) = NDEL(I) - 1
      IF (EJEC .EQ. NO) GO TO 52
      WRITE (IO, 65) I, NDEL(I), SUBEL(I)
52    NSUBS = NSUBS + NDEL(I)
60    PRINT 300, I, NDEL(I), SUBEL(I), RAZON, SUBL
      PRINT 350, NSUBS
      IF (EJEC .EQ. NO) GO TO 12
62    WRITE (IO, 600) NSUBS
      K = 4
      SUICH = .FALSE.
      DO 80 IM = 1, NSUBS
        CALL LZR1 (IN, JN, XNREL, XN, YON)
        DLTN = SUBEL(JN)
        DO 70 IM = IN, NSUBS
          CALL LZR1 (IM, JM, XMBEL, XM, YOM)
          DLTM = SUBEL(JM)
          XNM = ABS(XN - XM)
          XNM = ABS(XNM - A)
          YM = YOM + COTAN(XMREL, DLTM)
          YNINF = YOM + COTAN(XNREL, DLTN) - DLTN / 2.0
          PSI(1) = LZR2 (YNINF)
          YM = YOM + COTAN(XMBEL, DLTM)
          PSI(2) = LZR2 (YNINF)
          YNINF = YOM + COTAN(XMBEL, DLTN)
          PSI(4) = LZR2 (YNINF)
          YM = YOM + COTAN(XMREL, DLTM)
          PSI(3) = LZR2 (YNINF)
          YM = YOM + COTAN(XMREL, DLTM)
          YNINF = YOM + COTAN(XNREL, DLTN)
          PSI(5) = LZR2 (YNINF)
          CTMP1 = PSI(1) + PSI(4)
          CTMP2 = PSI(2) + PSI(3)
          CTMP1 = CTMP1 - CTMP2
          TEMP = -1.0 / (OMEGA * EPSLO)
          CTMP2 = CMPLX(0.0, TEMP)
          CTMP1 = CTMP2 * CTMP1
          TEMP = OMEGA * MUO * DLTN * DLTM
          CTMP2 = CMPLX(0.0, TEMP)
          PSI(5) = CTMP2 * PSI(5)
          Z = PSI(5) + CTMP1
          WRITE (IO, 550) IM, IN, Z
          IF (IN .GT. 1) GO TO 63
          ZMOD = CABS(Z)
          FASE = ATAN(AIMAG(Z) / REAL(Z))
          FASE = FASE * 180.0 / PI
          PRINT 950, IM, IN, Z, ZMOD, FASE, PSI(5), CTMP1
63    IF ((IN .NE. 1) .OR. (IM .LT. K)) GO TO 65
      MM = IM - K + 1
      ZX(MM, 1) = REAL (Z)
      ZX(MM, 2) = REAL (PSI(5))
      ZX(MM, 3) = REAL (CTMP1)
      ZY(MM, 1) = 4IMAG (Z)
      ZY(MM, 2) = AIMAG (PSI(5))

```

```

65      ZY(IM, 5) = AIMAG (CIMP1)
      IF (IN .EQ. 1M) GO TO 7
      WRITE (10, 550) IN, IM, Z
70      CONTINUE
      IF (IN .NE. 1) GO TO 80
      CALL LZR4 (3, ZX, ZY)
      PRINT 1100
80      CONTINUE
      GO TO 11
90      N = 0
      IF (EJEC .EQ. NO) CALL EXIT
      WRITE (10, 400) N, A, LAMDA, OMEGA, BETA
      CALL EXIT
100     FORMAT (2X, 11HFREC. CP = , 1PE13.6, 2X, 12HLAMDA CP. = , E13.6
-1, //2X, 12HOMEGA CP. = , E13.6, 2X, 14HA/LAMDA CP. = , E13.6, ///, 2X,
-1HN, 6X, 1HL, 10X, 7HL/LAMDA, 10X, 1HA, 10X, 7HA/LAMDA, /)
150     FORMAT (F6.3, E10.3, A4)
200     FORMAT (13, 5(1X, 1PE13.6))
250     FORMAT (11H, 23MATRIZ DE IMPEDANCIAS 'A4,22H' SE PROCESA. SUBFC
= , F6.3, 8H FREQ = , 1PE10.3, //)
300     FORMAT (5X, 215, 4(1PE13.6))
350     FORMAT (//, 5X, 25HSEGMENTOS DE LA ANTENA = , 13, ///, 53X, 28HMAT
-RIZ DE IMPEDANCIAS MUTUAS, //, 1X, 132(1H ), /, 5X, 5HM N, 10X,
-17HIMPEDANCIA Z(M,N), 8X, 11HMODULO DE Z, 3X, 11HANGULO DE Z, 5X,
-26HPOTENCIAL VECTORIAL (COPR), 5X, 26HPOTENCIAL ESCALAR (CARGAS),
/, 17X, 10HPARTE REAL, 4X, 10HPARTE IMAG, 8X, 4HCHMS, 9X, 4HGRADOS
-, 1X, 2(7X, 10HPARTE REAL, 4X, 10HPARTE IMAG), /, 1X, 132(1H-), /)
400     FORMAT (13, 4(1X, 1PE13.6), 21X)
425     FORMAT (13, 3(1X, 1PE13.6), 35X)
450     FORMAT (2X, 4HN = , 13, 2X, 7HFACT = , 1PE13.6, 2X, 7HALFA = ,
- E13.6, /, 2X, 6HTAU = , E13.6, 2X, 4HA = , E13.6, 2X, 6HSIGMA = ,
- E13.6, //)
500     FORMAT (//, 9X, 1HN, 2X, 4HNDEL, 2X, 5HDELTL, 8X, 7HDELTL/D, 4X,
-11HDELTL/LAMDA, /)
550     FORMAT (2(1X, 13), 2(1X, 1PE13.6), 44X)
600     FORMAT (1X, 13, 76X)
650     FORMAT (2(13, 1X), 1PE13.6, 59X)
700     FORMAT (13, F6.3)
950     FORMAT (1X, 2HZ(, 13, 1H,, 13, 5H) = (, 1PE13.6, 1H,, E13.6, 1H),
- 2(1X, E13.6), 2(3H, (, E13.6, 1H,, E13.6, 1H)))
1100    FORMAT (1X, 132(1H-), ///)
      END

```

## SUBROUTINE L2R1 (I, J, XIREL, XI, YOI)

SUBROUTINA PARA DETERMINAR LA POSICION DEL SEGMENTO I SEGUN LOS SIGUI  
CRITERIOS

J = VARILLA EN QUE ESTA UBICADO EL SEGMENTO I (1 =< J =< N)

XIO = COORDENADA INFERIOR DEL DIPOLO J

XIREL = POSICION DEL SEGMENTO EN EL DIPOLO (1=< XIREL =< NDEL(J))

REAL L

COMMON /BLK1/ N, NDEL (20), L (20), F (20)

FI = FLOAT(I)

K = 0

DO 10 JJ = 1, N

K = K + NDEL(JJ)

FK = FLOAT(K)

TEMP = FI / FK

IF (TEMP .GT. 1.0) GO TO 10

J = JJ

GO TO 20

10 CONTINUE

20 K = 0

IF (J .EQ. 1) GO TO 40

DO 30 JJ = 2, J

30 K = K + NDEL(JJ - 1)

40 ITEMP = I - K

XIREL = FLOAT(ITEMP)

XI = R(J)

YOI = -L(J) / 2.0

RETURN

END

## COMPLEX FUNCTION L2R2 (EXINF)

METODO DE SIMPSON PARA ENCONTRAR EL VALOR DE LA INTEGRAL PSI(N, M)

COMPLEX L2R3, SUMA

COMMON A, PI

COMMON /BLK2/ DELTL

EXTERNAL L2R3

NN = 23

NN = NN - 1

DDL = DELTL / FLOAT>NN)

SUMA = L2R3 (EXINF)

COTA = EXINF

DO 10 I = 2, NN

COTA = COTA + DDL

CTTE = 2.0

ITEMP = I - 2 \* (I / 2)

IF (ITEMP .EQ. 0) CTTE = 4.0

SUMA = SUMA + L2R3 (COTA) \* CTTE

10 CONTINUE

COTA = EXINF + DELTL

SUMA = SUMA + L2R3 (COTA)

L2R2 = (SUMA \* (DDL / 3.0)) / (4.0 \* PI \* DELTL)

RETURN

END

## COMPLEX FUNCTION L2R3 (COTA)

```

C
C CALCULO DEL ARGUMENTO DE LA INTEGRAL PSI(N, M) EN EL PUNTO EN QUE
C SE ESTA EFECTUANDO LA INTEGRACION
  REAL IM
  COMMON /BLK3/ XNM, YM, BETA
  YNM = ABS(COTA - YM)
  RMN = SQRT(XNM ** 2 + YNM ** 2)
  ARGU = BETA * RMN
  RE = COS(ARGU) / RMN
  IM = -SIN(ARGU) / RMN
  L2R3 = CMPLX(RE, IM)
  RETURN
  END

```

## SUBROUTINE L2R4 (NN, X, Y)

```

C
C SUBROUTINA PARA GRAFICAR 'NN' CONJUNTOS DE DATOS NORMALIZADOS AL VA-
C LOR DEL MAYOR DE CADA CONJUNTO, EN UN MISMO SISTEMA DE COORDENADAS
  LOGICAL SUICH
  DIMENS ION GRAF (79, 131), X (150, 3), Y (150, 3), CAR (10)
  DIMENS ION FMAX (2, 3), TOTMX (3)
  COMMON /BLK4/ MM, SUICH
  DATA CAR /' * ' , ' + ' , ' . ' , ' , ' , ' , ' 2 ' , ' 1 ' , ' A ' ,
- ' B ' , ' C ' , ' D ' /
  DATA BLAN, EJEX, EJEY, CERO /' ' , ' ' , ' 1 ' , ' 0 ' /
  DATA K, L /105, 79/
  DO 10 I = 1, NN
    FMAX(1, I) = ABS(X(1, I))
  10  FMAX(2, I) = ABS(Y(1, I))
  DO 20 J = 1, NN
    DO 20 I = 2, MM
      TEMP1 = ABS(X(I, J))
      TEMP2 = ABS(Y(I, J))
      IF (FMAX(1, J) .LE. TEMP1) FMAX(1, J) = TEMP1
      IF (FMAX(2, J) .LE. TEMP2) FMAX(2, J) = TEMP2
  20  CONTINUE
  TEMP1 = FMAX(1, 1)
  DO 30 I = 1, 2
    DO 30 J = 1, NN
      IF (TEMP1 .LE. FMAX(I, J)) TEMP1 = FMAX(I, J)
  30  CONTINUE
  PRINT 200, TEMP1
  IF (SUICH) GO TO 40
  PRINT 200
  GO TO 50
  40 PRINT 400
  50 PRINT 600
  DO 70 I = 1, MM
    DO 60 J = 1, NN
      X(I, J) = X(I, J) / TEMP1
      Y(I, J) = Y(I, J) / TEMP1
      FMOOX = ABS(X(I, J))
      FMOOY = ABS(Y(I, J))
      TOTMX(J) = SQRT(FMOOX ** 2 + FMOOY ** 2)
  60  PRINT 500, J, (X(I, J), Y(I, J), TOTMX(J), J = 1, NN)
  70  PRINT 200, TEMP1

```

```

IF (QUICH) GO TO 72
PRINT 300
GO TO 74
72 PRINT 400
74 CONTINUE
IX = K / 2
JY = L / 2
FIX = FLOAT(IX)
FJY = FLOAT(JY)
DO 90 I = 1, L
  DO 90 J = 1, K
90  GRAF(I, J) = BLAN
  IXCEN = IX + 1
  JYCEN = JY + 1
  DO 92 J = 1, K
92  GRAF(JYCEN, J) = EJEX
  DO 94 I = 1, L
94  GRAF(I, IXCEN) = EJY
  GRAF(JYCEN, IXCEN) = CERD
  DO 96 M = 1, MM
  TEMP1 = FJY * (1.0 - Y(M, N)) + 1.5
  TEMP2 = FIX * (1.0 + X(M, N)) + 1.5
  I = IFIX(TEMP1)
  J = IFIX(TEMP2)
96  GRAF(I, J) = CAR(N)
  PRINT 100, ((GRAF(I, J), J = 1, K), I = 1, L)
RETURN
100 FORMAT (9X, 105A1)
200 FORMAT (1H1, 4X, 34HIMPEDANCIAS MUTUAS NORMALIZADAS A , 1PE13.6,
-761,4HIMAG, T80, 45HTOTAL = ***, CORRIENTES = +++, CARGAS = ...)
300 FORMAT (1H+)
400 FORMAT (1H+)
500 FORMAT (1X, 13, 9(1X, 1PE13.6))
600 FORMAT (1X, 132(1H-), /, 3X, 1HN, 11X, 22HT G T A L
17X, 28HC O R R I E N T E S, 21X, 13HC A R G A, /,
-11X, 3(1HR, 13X, 1HI, 13X, 1HT, 13X), /, 1X, 132(1H-))
END

```

\*\*\* PROGRAMA LOGAN 3 \*\*\*

METODO DE PARTICIONES PARA INVERTIR LA MATRIZ  
DE IMPEDANCIAS MUTUAS (ZMN)

```

REAL L, LAMD, LAMDA
COMPLEX Z (120, 120), T1 (60, 60), T2 (60, 60)
DATA II, IO, LIMIT /8, 9, 120/
10 READ (II, 1000) N, A, LAMDA, OMEGA, BETA
WRITE (IO, 1000) N, A, LAMDA, OMEGA, BETA
IF (N .EQ. 0) CALL EXIT.
PRINT 2000
DO 20 J = 1, N
  READ (II, 3000) I, L, R, LAMD
  WRITE (IO, 3000) I, L, R, LAMD
DO 30 J = 1, N
  READ (II, 4000) I, NDEL, SUBEL
  WRITE (IO, 4000) I, NDEL, SUBEL
  READ (II, 5000) NSUBS
  WRITE (IO, 5000) NSUBS
  PRINT 6000, NSUBS
  IF (NSUBS .LE. LIMIT) GO TO 40
  PRINT 7000, NSUBS
  CALL EXIT
40 DO 50 I = 1, NSUBS
  DO 50 J = 1, NSUBS
50   READ (II, 8000) M1, M2, Z(M1, M2)
   L = L + 1
   M1 = NSUBS / 2
   DO 70 K = 1, M1
   DO 70 I = 1, M1
70     T2(K, I) = Z(K, I)
   CALL LBR1 (T2, M1)
   DO 80 I = 1, M1
   DO 80 J = 1, M1
80     Z(I, J) = T2(I, J)
   DO 90 I = 1, M1
   M2 = M1 + I
   DO 90 J = 1, M1
     T1(I, J) = CMPLX(0.0, 0.0)
   DO 90 K = 1, M1
90     T1(I, J) = T1(I, J) - Z(M2, K) * Z(K, J)
   DO 110 I = 1, M1
   M2 = M1 + I
   DO 110 J = 1, M1
   M3 = M1 + J
   T2(I, J) = CMPLX(0.0, 0.0)
   DO 100 K = 1, M1
100     T2(I, J) = T2(I, J) + T1(I, K) * Z(K, M3)
110     Z(M2, J) = T2(I, J) + Z(M2, M3)
   DO 120 I = 1, M1
   M2 = M1 + I
   DO 120 J = 1, M1
120     T2(I, J) = Z(M2, J)
   CALL LBR1 (T2, M1)
   DO 130 I = 1, M1
   M2 = M1 + I
   DO 130 J = 1, M1
   M3 = M1 + J
   Z(M2, M3) = T2(I, J)
130   WRITE (IO, 8000) M2, M3, Z(M2, M3)

```

```

DO 140 I = 1, M1
  M2 = M1 + I
  DO 140 J = 1, M1
    Z(M2, J) = CMPLX(0.0, 0.0)
  DO 135 K = 1, M1
    M3 = M1 + K
    Z(M2, J) = Z(M2, J) + Z(M2, M3) * T1(K, J)
  WRITE (10, 8000) M2, J, Z(M2, J)
DO 150 I = 1, M1
  DO 150 J = 1, M1
    M2 = M1 + J
    T1(I, J) = CMPLX(0.0, 0.0)
  DO 150 K = 1, M1
    T1(I, J) = T1(I, J) - Z(I, K) * Z(K, M2)
DO 160 I = 1, M1
  DO 160 J = 1, M1
    M2 = M1 + J
    Z(I, M2) = CMPLX(0.0, 0.0)
  DO 155 K = 1, M1
    M3 = M1 + K
    Z(I, M2) = Z(I, M2) + T1(I, K) * Z(M3, M2)
  WRITE (10, 8000) I, M2, Z(I, M2)
DO 180 I = 1, M1
  DO 180 J = 1, M1
    T2(I, J) = CMPLX(0.0, 0.0)
  DO 170 K = 1, M1
    M2 = M1 + K
    T2(I, J) = T2(I, J) + T1(I, K) * Z(M2, J)
  Z(I, J) = Z(I, J) + T2(I, J)
  WRITE (10, 8000) I, J, Z(I, J)
18. PRINT 9000
GO TO 10
1900 FORMAT (13, 4(1X, 1PE13.6), 21X)
2000 FORMAT (1M1, 5X, 4HINVERSION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS MUTUAS)
3000 FORMAT (13, 3(1X, 1PE13.6), 35X)
4000 FORMAT (2(13, 1X), 1PE13.6, 59X)
5000 FORMAT (1X, 13, 76X)
6000 FORMAT (/ , 1X, 23HORDEN DE LA MATRIZ Z = , 14)
7000 FORMAT (/ , 1X, 39HLIMITE DE AREA EXCEDIDO. NO HAY PROCESO)
8000 FORMAT (2(1X, 13), 2(1X, 1PE13.6), 64X)
9000 FORMAT (//, 1X, 19HFIN DE LA INVERSION)
END

```

### SUBROUTINE L3R1 (Z, N)

```

C
C SUBROUTINA PARA INVERTIR LA MATRIZ Z POR EL METODO DE GAUSS-JORDAN
  INTEGER P
  COMPLEX Z (60, 60), T (60, 120), PIVOT
  NV = N + 2
  K = N + 1
  DO 30 I = 1, N
    DO 10 J = 1, N
      T(I, J) = Z(I, J)
    DO 20 J = K, NN
      T(I, J) = CMPLX(0., 0.)
    JJ = N + I
    T(I, JJ) = CMPLX(1.0, 0.0)

```

```
DO 10 P = 1, N
PIVOT = T(P, P)
DO 40 J = 1, NN
40 T(P, J) = T(P, J) / PIVOT
DO 50 I = 1, N
IF (I .EQ. P) GO TO 50
PIVOT = - T(I, P)
DO 50 J = 1, NN
T(I, J) = T(I, J) + PIVOT * T(P, J)
50 CONTINUE
DO 60 I = 1, N
DO 60 J = K, NN
JJ = J - N
60 Z(I, JJ) = T(I, J)
RETURN
END
```

```

C **** P R O G R A M A   L O G A N   * * *
C
C CALCULO DE IMPEDANCIAS DE ENTRADA EN LOS DIPOLOS DE UN ARREGLO
C LOGARITMICO-PERIODICO Y DETERMINACION DE LOS VECTORES DE CORRIENTE
C OBTENIDOS AL CONSIDERAR DOS ARREGLOS IGUALES Y ORTOGONALES PARA
C OBTENER POLARIZACION CIRCULAR (SEGUNDA PARTE DEL METODO DE MOMENTOS)
REAL L (20), LAMD, LAMDA
COMPLEX SUMA, ZIN (20), X
COMPLEX CURR (122), Y (122, 122), V (122)
DIMENSION WA (122)
DIMENSION N (20), NOEL (20), NIN (20)
GRADO (X) = (180.0 * ATAN (AIMAG (X) / REAL (X))) / PI
DATA LIMIT /122/
DATA II, IO /8, 9/
PI = 3.14159 * ATAN (1.0)
10 READ (II, 200) N, A, LAMDA, OMEGA, BETA
WRITE (IO, 200) N, A, LAMDA, OMEGA, BETA
IF (N .EQ. 0) CALL EXIT
PRINT 350
DO 20 J = 1, N
  READ (II, 225) I, L(I), R(I), LAMD
20  WRITE (IO, 225) I, L(I), R(I), LAMD
  DO 22 J = 1, N
    READ (II, 325) I, NOEL(I), SUBEL
22  WRITE (IO, 325) I, NOEL(I), SUBEL
  READ (II, 425) NSUBS
  WRITE (IO, 425) NSUBS
  PRINT 400, NSUBS
  IF (NSUBS .LE. LIMIT) GO TO 40
  PRINT 700
  CALL EXIT
40 READ 450, VIN
  IF (VIN .EQ. 0.0) CALL EXIT
  DO 30 IN = 1, NSUBS
    V(IN) = CMPLX(0.0, 0.0)
    DO 20 IM = 1, NSUBS
30  READ (II, 300) MI, NJ, Y(IM, NJ)
  PRINT 250
  K = 0
  DO 130 I = 1, N
    NIN(I) = ((NOEL(I) / 2) + 1) + K
    K = K + NOEL(I)
    J = NIN(I)
    ZIN(I) = 1.0 / Y(J, J)
    ZINMO = CABS(ZIN(I))
    ZINPH = GRADO(ZIN(I))
    WRITE (IO, 200) I, J, ZIN(I)
130  PRINT 650, I, NOEL(I), J, ZIN(I), ZINMO, ZINPH
  PRINT 800, VIN
  DO 150 I = 1, N
    J = NIN(I)
    V(J) = CMPLX(VIN, 0.0)
    ITMP = I - 2 * (I / 2)
    IF (ITMP .EQ. 0) V(J) = - V(J)
150  WRITE (IO, 525) I, V(J)
  PRINT 850
  DO 170 I = 1, NSUBS
    SUMA = CMPLX(0.0, 0.0)
    DO 160 J = 1, NSUBS
160  SUMA = SUMA + Y(I, J) * V(J)

```

```

CORR(I) = SUMA
AMPMD = CABS(CORR(I))
AMPPH = GRADO(CORR(I))
WRITE (10, 200) I, CORR(I), AMPMD, AMPPH
170 PRINT 750, I, CORR(I), AMPMD, AMPPH
GO TO 17
200 FORMAT (13, 4(1X, 1PE13.6), 21X)
225 FORMAT (13, 3(1X, 1PE13.6), 35X)
250 FORMAT (//, 5X, 22IMPEDANCIAS DE ENTRADA, /, 9X, 1HN, 2X, 4HNDEL,
-2X, 3HNIN, 9X, 8HZIN(NIN), 15X, 5HZINMD, 9X, 5HZINPH)
300 FORMAT (2(1X, 13), 2(1X, 1PE13.6), 44X)
325 FORMAT (2(13, 1X), 1PE13.6, 59X)
350 FORMAT (1H1, /, 5X, 16HZIN Y CORRIENTES)
400 FORMAT (2X, 15, 10H SEGMENTOS, //)
425 FORMAT (1X, 13, 76X)
450 FORMAT (F8.3)
525 FORMAT (13, 2(1X, 1PE13.6), 49X)
600 FORMAT (515, 4(1PE13.6))
650 FORMAT (5X, 315, 4(1X, 1PE13.6))
700 FORMAT (//, 5X, 35HEXCESO DE SEGMENTOS. NO HAY PROCESO)
750 FORMAT (5X, 15, 4(1X, 1PE13.6))
800 FORMAT (//, 5X, 26HVOLTAJE DE ALIMENTACION = , F8.3, //)
850 FORMAT (//, 5X, 24HCORRIENTES EN LA ANTENA )
955 FORMAT (9X, 1HN, 12X, 4HI(N), 17X, 5HINMD, 8X, 6HINFASE)
END

```

```

C   **** P R O G R A M A   L O G A N   5   ****
C
C   CALCULO DE LAS COMPONENTES VERTICAL, HORIZONTAL Y LA SUMA DE AMBAS,
C   DEL CAMPO ELECTRICO PRODUCIDO EN LA SUPERFICIE DE
C   UNA ESFERA IMAGINARIA DE RADIO RP POR UNA ANTENA LOGARITMICO-PERIODICA
C   CON POLARIZACION CIRCULAR, TOMANDO COMO BASE EL VECTOR DE DISTRIBUCION
C   DE CORRIENTES CALCULADO CON EL METODO DE MOMENTOS.
C   LOGICAL SW3
C   REAL LAMDA, LAMD, L (20)
C   COMPLEX FK2, LSF2, EXV, EYV, EZV, EXH, EYH, EZH, EX, EY, EZ, Y, V,
C       SUMA (10), ZIN (20), CTMP, AMP (124)
C   DIMENSION R (20), NOEL (20), NIN (20)
C   DIMENSION XE (100, 3), YE (100, 3), EV (100), EH (100), E (100)
C   EXTERNAL LSF2
C   COMMON /BLK1/ IPHI, SW3, CTTE
C   COMMON /BLK2/ SUBEL (20), J
C   COMMON /BLK3/ COEF1, YP1, BETA, JJ, XP, ZP
C   COMMON /BLK4/ VARIN, DLTVR
C   DATA II, IO /8, 9/
C   RAD (X) = X * PI / 180.0
C   SW3 = .FALSE.
C   LIMIT = 100
C   CTTE = 90.0
C   PI = 4.0 * ATAN(1.0)
C   FK1 = 1.0 / (4.0 * PI)
C   EPSLO = 1.0E-9 / (36.0 * PI)
10  READ (II, 500) N, A, LAMDA, OMEGA, BETA
C   IF (N .EQ. 0) CALL EXIT
C   PRINT 510
C   PRINT 650, N, A, LAMDA, OMEGA, BETA
C   FK2 = CMPLX(0.0, -FK1 / (OMEGA * EPSLO))
C   PRINT 520
C   DO 20 I = 1, N
C       READ (II, 530) J, L(J), R(J), LAMD
20  PRINT 530, J, L(J), R(J), LAMD
C   PRINT 660
C   DO 30 I = 1, N
C       READ (II, 570) J, NOEL(J), SUBEL(J)
30  PRINT 570, J, NOEL(J), SUBEL(J)
C   READ (II, 610) NSUBS
C   PRINT 580, NSUBS
C   DO 40 I = 1, N
C       READ (II, 620) J, NIN(I), ZIN(I)
40  PRINT 620, J, NIN(I), ZIN(I)
C   PRINT 670
C   DO 44 J = 1, N
C       READ (II, 630) K, V
44  PRINT 630, K, V
C   DO 48 J = 1, NSUBS
48  READ (II, 500) K, AMP(K), AMPMD, AMPPH
C   RP = 10.0 * R(1)
C   TEMP = RP / LAMDA
C   PRINT 640, RP, TEMP
C   CTMP = CMPLX(0.0, 1.0)
C   THETA = RAD(CTTE)
C   PRINT 680, CTTE, THETA
C   PRINT 720
C   PRINT 730
C   PRINT 730
C   PRINT 730

```

```

PRINT 780
READ 550, VARIN, DLTVR, VARFN
IDOTS = IFIX ((VARFN - VARIN) / DLTVR) + 0.5
IF (IDOTS .LE. LIMIT) GO TO 45
PRINT 600, LIMIT, IDOTS
CALL EXIT
42 IPHI = 0
VAR = VARIN - DLTVR
50 VAR = VAR + DLTVR
IF (VAR .GT. VARFN) GO TO 180
IPHI = IPHI + 1
PHI = RAD(VAR)
VAR2 = PHI
64 XP = RP * SIN(THETA) * COS(PHI)
YP = RP * SIN(THETA) * SIN(PHI)
ZP = RP * COS(THETA)
DO 70 I = 1, 6
70 SUMA(I) = CMPLX(0.0, 0.0)
80 DO 160 I = 1, NSUBS
FI = FLOAT(I)
K = 0
DO 90 JJ = 1, N
K = K + NDEL(JJ)
FK = FLOAT(K)
TEMP = FI / FK
IF (TEMP .GT. 1.0) GO TO 90
J = JJ
GO TO 100
CONTINUE
90
100 K = 0
IF (J .EQ. 1) GO TO 120
DO 110 JJ = 2, J
110 K = K + NDEL(JJ - 1)
120 IREL = I - K
FREL = FLOAT(IREL)
YI = F(J)
XZOI = -L(J) / 2.0
YPI = ABS(YP - YI)
EXSLP = XZOI + (FREL + 0.5) * SUBEL(J)
COEF1 = XP
DO 130 JJ = 1, 3
130 SUMA(JJ) = SUMA(JJ) + L5R2(EXSUP) * AMP(I)
140 COEF1 = ZP
DO 150 JJ = 4, 6
150 SUMA(JJ) = SUMA(JJ) + L5R2(EXSUP) * AMP(I) * CTEMP
160 CONTINUE
EXV = FK2 * SUMA(1)
EYV = FK2 * SUMA(2)
EZV = FK2 * SUMA(3)
EXV2 = EXV * CONJG(EXV)
EYV2 = EYV * CONJG(EYV)
EZV2 = EZV * CONJG(EZV)
EV(IPHI) = SQRTE(EXV2 + EYV2 + EZV2)
170 EXH = FK2 * SUMA(4)
EYH = FK2 * SUMA(5)
EZH = FK2 * SUMA(6)
EXH2 = EXH * CONJG(EXH)
EYH2 = EYH * CONJG(EYH)
EZH2 = EZH * CONJG(EZH)
EH(IPHI) = SQRTE(EXH2 + EYH2 + EZH2)

```

```

E(I PHI) = SQRT(EH(I PHI) ** 2 + EV(I PHI) ** 2)
PRINT 640, I PHI, VAR, PHI, EV(I PHI), EH(I PHI), E(I PHI)
PRINT 790, EXV, EYV, EZV, EXH, EYH, EZH
XE(I PHI, 1) = EV(I PHI) * COS(VAR)
YE(I PHI, 1) = EV(I PHI) * SIN(VAR)
XE(I PHI, 2) = EH(I PHI) * COS(VAR)
YE(I PHI, 2) = EH(I PHI) * SIN(VAR)
XE(I PHI, 3) = E(I PHI) * COS(VAR)
YE(I PHI, 3) = E(I PHI) * SIN(VAR)
GO TO 50
180 CALL L5R4 (EV, EVMAX, IVMAX, EVBW, EVHP1, IVMP1, EVHP2, IVHP2)
CALL L5R4 (EH, EHMAX, IHMAX, EHBW, EHHP1, IHHP1, EHHP2, IHHP2)
CALL L5F4 (E, EMAX, IMAX, EBW, EHP1, IHP1, EHP2, IHP2)
PRINT 710, EVMAX, IVMAX, EVBW, EVHP2, IVHP2, EVHP1, IVHP1,
- EHMAX, IHMAX, EHBW, EHHP2, IHHP2, EHHP1, IHHP1,
- EMAX, IMAX, EBW, EHP2, IHP2, EHP1, IHP1
DIREV = 41253.0 / (EBW * EHBW)
DIFEH = 41253.0 / (EHBW * EVBW)
DIR ET = 41253.0 / (EBW * EBW)
PRINT 770, DIREV, DIFEH, DIR ET
PRINT 560, CTTE, PHI
PRINT 720
200 CALL L5R1 (3, XE, YE)
GO TO 10
500 FORMAT (I3, 4(IX, IPE13.6), 2IX)
510 FORMAT (IHI, 5X, CHCAMPOS, //)
520 FORMAT (///, 5X, 19HDIMENSIONES FISICAS, /, 2X, 1HN, 4X, 8HLONGITUD
-, 4X, 12HDIST. AL VERT, 2X, 12HLONG. DE ONDA)
530 FORMAT (I3, 3(IX, IPE13.6), 35X)
540 FORMAT (///, 5X, 21HRADIO DE LA ESFERA = , IPE13.6, 2H (, E13.6,
8H LAMBDA))
550 FORMAT (3F7.2)
560 FORMAT (IHI, 5X, 5HPLANO, 7X, 2H= , F7.2, 10H GRADOS ( , IPE13.6, 10
H RADIANTES))
570 FORMAT (2(I3, IX), IPE13.6, 55X)
580 FORMAT (///, 5X, 11HANTENA CON , I3, 10H SEGMENTOS, ///, 5X, 21HIMP
EDANCIA DE ENTRADA)
590 FORMAT (/////, 5X, 10(IH*), 10H SEGMENTO , I3, 19H NO CHECA CCN CG
-RR , I3, 18H. CORRIDA ABORTADA)
600 FORMAT (///, 5X, 19HMAXIMO DE PUNTOS = , I3, 22H, PUNTOS A GRAFICA
-# = , I3, 27H. AUMENTE DELPH Y REPRUCESE)
610 FORMAT (IX, I3, 76X)
620 FORMAT (2(IX, I3), 2(IX, IPE13.6), 44X)
630 FORMAT (I3, 2(IX, IPE13.6), 45X)
640 FORMAT (I4, 2X, F7.2, 4(IX, IPE13.6))
650 FORMAT (5X, 3HN = , I3, 5H, A = IPE13.6, 9H, LAMDA = , E13.6, /, 5X,
- 7HOMEGA = , E13.6, 8H, BETA = , E13.6)
660 FORMAT (///, 2X, 19HN DELTA L)
670 FORMAT (///, 5X, 24HVOLTAJES DE ALIMENTACION; /, 2X, 1HN, 2X, 10HPA
-RTE REAL, 4X, 11HPARTE IMAG.)
710 FORMAT (///, 13X, 13HMAX. RADIACION, 2X, 2HPT, 1X, 8HANCH. MAZ, 2X,
-2HDE, 5X, 2HPT, 4X, 1HA, 5X, 2HPT, //, 2X, 8HVERTICAL, 3X, IPE13.6
, 1X, I3, 1X, OPF7.2, 2(IX, F7.2, 1X, I3), /, 2X, 10HHORIZONTAL, 1X,
- IPE13.6, 1X, I3, 1X, OPF7.2, 2(IX, F7.2, 1X, I3), /, 2X, 5HT O T A
- L, 2X, IPE13.6, 1X, I3, 1X, OPF7.2, 2(IX, F7.2, 1X, I3))
720 FORMAT (1H+, 11X, 5HTHETA)
730 FORMAT (1H+, 12X, 3HPHI)
750 FORMAT (/, 1X, 70(IH-), /, 2X, 2HPT, 129, 39HC A M P O E L E C T
I C O (VOLTS/M))
760 FORMAT (8X, 16HGRADOS RADIANTES, 5X, 8HVERTICAL, 5X, 10HHORIZONTAL

```

```

, 5X, 9HT D T A L, /, 1X, 7R(14), /)
770 FORMAT (///, 19X, 12HDINECTIVIDAD, //, 5X, 3HVERTICAL, 7X, 10HHORI
-ZONAL, 7X, 9HT D T A L, /, 2X, 3(IPE13.6, 3X))
780 FORMAT (9X, 3HEXV, 19X, 3HEYV, 19X, 3HEZV, 19X, 3HEXH, 19X, 3HEYH,
-19X, 3HEZH)
790 FORMAT (12(1X, 1PE10.3))
END

```

SUBROUTINE L5R1 (NN, X, Y)

```

SUBROUTINA PARA GRAFICAR 'NN' CONJUNTOS DE DATOS NORMALIZADOS AL VA-
LOR DEL MAYOR DE CADA CONJUNTO, EN UN MISMO SISTEMA DE COORDENADAS
LOGICAL SWITCH
DIMENSION GRAF (79, 131), X (100, 3), Y (100, 3), CAR (3)
DIMENSION FMAX (2, 3), TOTMX (3)
COMMON /BLK1/ MM, SWITCH, ANGLE
DATA CAR /'* ', '+ ', '0 ' /
DATA BLAN, EJEX, EJEY, CERD /' ', ' ', ' ', 'I ', 'O ' /
DATA K, L /105, 79/
DO 10 I = 1, NN
  FMAX(1, I) = ABS(X(I, 1))
  FMAX(2, I) = ABS(Y(I, 1))
DO 20 J = 1, NN
  DO 20 I = 2, MM
    TEMP1 = ABS(X(I, J))
    TEMP2 = ABS(Y(I, J))
    IF (FMAX(1, J) .LE. TEMP1) FMAX(1, J) = TEMP1
    IF (FMAX(2, J) .LE. TEMP2) FMAX(2, J) = TEMP2
20 CONTINUE
  TEMP1 = FMAX(1, I)
DO 30 I = 1, 2
  DO 30 J = 1, NN
    IF (TEMP1 .LE. FMAX(I, J)) TEMP1 = FMAX(I, J)
30 PRINT 200, TEMP1
DO 70 I = 1, MM
  DO 70 J = 1, NN
    X(I, J) = X(I, J) / TEMP1
    Y(I, J) = Y(I, J) / TEMP1
    FMODX = ABS(X(I, J))
    FMODY = ABS(Y(I, J))
    TOTMX(J) = SQRT(FMODX ** 2 + FMODY ** 2)
70 CONTINUE
  IX = K / 2
  JY = L / 2
  FIX = FLOAT(IX)
  FJY = FLOAT(JY)
DO 90 I = 1, L
  DO 90 J = 1, K
90 GRAF(I, J) = BLAN
  IXCEN = IX + 1
  JYCEN = JY + 1
DO 92 J = 1, K
92 GRAF(JYCEN, J) = EJEX
DO 94 I = 1, L
94 GRAF(I, IXCEN) = EJEY
  GRAF(JYCEN, IXCEN) = CERD

```

```

DD 96 N = 1, NN
DC 95 M = 1, MM
TEMP1 = FJY * (1.0 - Y(M, N)) + 1.5
TEMP2 = FIX * (1.0 + X(M, N)) + 1.5
I = IFIX(TEMP1)
J = IFIX(TEMP2)
96 GRAF(I, J) = CAR(N)
DD 99 I = 1, L
PRINT 100, (GRAF(I, J), J = 1, K)
IF (I .NE. JYGEN) GO TO 99
PRINT 300
99 CONTINUE
RETURN
100 FORMAT (9X, 105A1)
200 FORMAT (5X, 30HCAMPO ELECTRICO NORMALIZADO A , 1PE13.6, T62,
- 1HY, T60, 45HVERTICAL = ***, HORIZONTAL = ***, TOTAL = ...)
300 FORMAT (1H+, T114, 2H>X)
END

```

### COMPLEX FUNCTION L5R2 (EXSUP)

```

C
C
C
C
SUBROUTINA PARA CALCULAR EL VALOR DE LA INTEGRAL CORRESPONDIENTE A
CADA UNA DE LAS COMPONENTES DEL CAMPO ELECTRICO EN EL PLANO VERTICAL
C U HORIZONTAL, USANDO EL METODO DE SIMPSON .
C
CADA INTERVALO DE INTEGRACION SE DIVIDE EN *NN* SUBINTERVALOS DE IGUAL
COMPLEX SUMA, L5R3
COMMON /BLK2/ SUBEL (20), I
EXTERNAL L5R3
NN = 7
NN = NN - 1
DDL = SUBEL(I) / NN
COTA = EXSUP
SUMA = L5R3(COTA)
COTA = COTA - SUBEL(I)
SUMA = SUMA + L5R3(COTA)
DD 20 J = 2, NN
COTA = COTA + DDL
CTTE = 2.0
ITMP = J - 2 * (J / 2)
IF (ITMP .EQ. 0) CTTE = 4.0
20 SUMA = SUMA + L5R3(COTA) * CTTE
L5R2 = (DDL / 3.0) * SUMA
RETURN
END

```

### COMPLEX FUNCTION L5R3 (COTA)

```

C
C
C
C
SUBROUTINA PARA CALCULAR EL INTEGRANDO DE LAS FUNCIONES PARA LAS COMPU-
TEN DEL CAMPO ELECTRICO DE UNA ANTENA LOGSPERIODICA CON POLA-
RIZACION CIRCULAR.
COMPLEX FASOR, EQU41, EQU42
COMMON /BLK3/ CLRF1, YPI, BETA, K, XP, ZP
EQU41 (X) = CMPLX (1.0 / (X ** 3), BETA / (X ** 2))
EQU42 (X) = CMPLX ((3.0 / (X ** 3)) - (BETA ** 2) / (X ** 2)), (3.0 * BETA) / (X ** 3)

```

```

IF (K .LT. 4) GO TO 10
COEF2 = XP - COTA
GO TO 20
10 COEF2 = ZP - COTA
20 F = SQRT(COEF1 ** 2 + YPI ** 2 + COEF2 ** 2)
ARGU = BETA * R
FASOR = CMPLX(COS(ARGU), -SIN(ARGU))
GO TO (30, 40, 50, 50, 40, 30), K
30 LSR3 = COEF1 * COEF2 * (FASOR * EQUA2(R))
RETURN
40 LSR3 = YPI * COEF2 * (FASOR * EQUA2(R))
RETURN
50 LSR3 = FASOR*(EQUA1(R)*ZP - ((COEF1**2+YPI**2)*EQUA2(R)))
RETURN
END

```

SUBROUTINE LSR4 (E, EMAX, IMAX, BEAMW, HPAG1, IHLF1, HPAG2, IHLF2)

```

C
C SUBROUTINA PARA ENCONTRAR EL MAXIMO VALOR DEL CAMPO ELECTRICO
C PRODUCIDO POR UNA ANTENA LOGOPERIODICA. SE CALCULAN TAMBIEN EL ANCHO
C DEL HAZ Y LOS ANGULOS EN QUE SE ENCUENTRA DISTRIBUIDO EL 50% DE LA
C POTENCIA RADIADA.
LOGICAL SWICH
DIMENSION E (100), ENORM (100)
COMMON /BLK1/ N, SWICH, CTTE
COMMON /BLK4/ ANGIN, DLTNG
EMAX = E(1)
IMAX = 1
DO 10 I = 2, N
IF (E(I) .LE. EMAX) GO TO 10
EMAX = E(I)
IMAX = I
10 CONTINUE
DO 20 I = 1, N
ENORM(I) = E(I) / EMAX
20 HALFP = SQRT(2.0) / 2.0
DO 30 I = IMAX, N
IF (ENORM(I) .GT. HALFP) GO TO 30
IHLF1 = I
GO TO 40
30 CONTINUE
IF (I .GE. N) IHLF1 = N
40 BEAMW = FLOAT(IHLF1 - IMAX) * DLTNG * 2.0
HPAG1 = ANGIN + FLOAT(IHLF1 - 1) * DLTNG
HPAG2 = HPAG1 - BEAMW
IHLF2 = IFIX(((HPAG2 - ANGIN) / DLTNG) + 1.0)
RETURN
END

```

```

C   **** P R O G R A M A   L O G G A N   e   ****
C
C   CALCULO DE GANANCIA, DIRECTIVIDAD Y EFICIENCIA DE UNA ANTENA LOGCP-
C   RIGIDICA CON POLARIZACION CIRCULAR.
      REAL LAMDA, LAMD, L (20), MUO
      COMPLEX V, ZIN (20), AMP (120), CTEMP, G, ZINT
      DIMENS LN # (20), NOEL (20), NIN (20), SUBEL (2 )
      DATA II, IO /8, 9/
      LIMIT = 120
      PI = 3.14159 * ATAN(1.0)
      EPSLO = 1.0E-9 / (36.0 * PI)
      MUO = 4.0 * PI * 1.0E-7
      Z0 = SQRT(MUO / EPSLO)
10  READ (II, 500) N, A, LAMDA, OMEGA, BETA
      IF (N .EQ. 0) CALL EXIT
      PRINT 510
      READ 550, N, A, LAMDA, OMEGA, BETA
      READ 550, JJ, EMAXL, EMAXC, BWEL, BWHL, BWET
      IF (JJ .EQ. 0) CALL EXIT
      PRINT 520
      DO 20 I = 1, N
          READ (II, 530) J, L(J), R(J), LAMD
20  PRINT 530, J, L(J), R(J), LAMD
          DO 30 I = 1, N
              READ (II, 570) J, NOEL(J), SUBEL(J)
30  PRINT 570, J, NOEL(J), SUBEL(J)
              READ (II, 610) NSUBS
              PRINT 580, NSUBS
              IF (NSUBS .LE. LIMIT) GO TO 34
              CALL EXIT
34  DO 40 I = 1, N
              READ (II, 620) J, NIN(J), ZIN(J)
40  PRINT 620, J, NIN(J), ZIN(J)
              PRINT 670
              DO 50 J = 1, N
                  READ (II, 630) K, V
50  PRINT 630, K, V
                  DO 60 J = 1, NSUBS
60  READ (II, 500) K, AMP(K), AMPMD, AMPPH
                  KP = F(1) * 10.0
                  TEMP = FP / LAMDA
                  PRINT 540, KP, TEMP
                  PRINT 680, JJ, EMAXL, EMAXC
                  I = NIN(I)
                  ZINT = ZIN(I) / CMPLX(1.0, 1.0)
                  ZINTM = ABS(ZINT)
                  ZINTF = 180.0 * (ATAN(AIMAG(ZINT) / REAL(ZINT))) / PI
                  FINT = (REAL(ZINT) - AIMAG(ZINT)) / 2.0
                  XINT = (AIMAG(ZINT) + REAL(ZINT)) / 2.0
                  PRINT 690, ZINT, ZINTM, ZINTF, FINT, XINT
                  G = CMPLX(0.0, 0.0)
                  WIN = ABS(REAL(AMP(I))) / 2.0
                  Y = -C * 80.0 / WIN
                  PRINT 560, WIN
                  DO 70 I = 1, N
                      J = NIN(I)
                      K = NIN(I) + NOEL(I) / 2
                      DO 70 M = J, K
                          ARGU = BETA * SQRT((F(I) + KP) ** 2 +

```

```

      CTEMP = CMLX(CGS(ARGU),
      CTEMP = CTEMP * AMP(M)
      ARGU = BETA * SUBEL(I) / 2.
      T2 = (1.0 - COS(ARGU)) * (1.0 / SIN(ARGU))
      CTEMP = CTEMP * T2
      G = G + CTEMP
      CONTINUE

```

70

```

GR = G * CONJG(G)
GC = T * GR
GL = (T / 2.0) * GR
GCDB = 10.0 * ALOG10(GC)
GLDB = 10.0 * ALOG10(GL)
I = NIN(N)
T = (18.0 * PI * RP ** 2) / (AMPD ** 2 * REAL(ZIN(N)))
DL = (EMAXL ** 2 / (2.0 * ZD)) * T
DC = (EMAXC ** 2 / (2.0 * ZD)) * T
DLDB = 10.0 * ALOG10(DL)
DCDB = 10.0 * ALOG10(DC)
ETAL1 = GL / DL
ETAC1 = GC / DC
ETAL = GLDB - DLDB
ETAC = GCDB - DCDB
PRINT 600, GL, GLDB, GC, GCDB, DL, DLDB, DC, DCDB, ETAL1, ETAL,
      ETAC1, ETAC
PEFL = WIN * GL ** 2
PEFC = WIN * GC ** 2
PRINT 700, PEFL, PEFC
GO TO 10
500 FORMAT (13, 4(1X, 1PE13.6), 21X)
510 FORMAT (11H, 5X, 35HGANANCIA, DIRECTIVIDAD Y EFICIENCIA, //)
520 FORMAT (///, 5X, 19HDIMENSIONES FISICAS, /, 2X, 1HN, 4X, 8HLONGITUD
-, 4X, 12HDIST.AL VERT, 2X, 12HLONG.DE ONDA)
530 FORMAT (13, 3(1X, 1PE13.6), 35X)
540 FORMAT (///, 5X, 21HRADIO DE LA ESFERA = , 1PE13.6, 2H (, E13.6,
- 8H LAMBDA))
550 FORMAT (13, 2(1PE13.6, 1X), 3(F5.1, 1X))
560 FORMAT (/, 3X, 22HPOTENCIA DE ENTRADA = , 1PE13.6, // 35X, 19HTABL
-A DE RESULTADOS, /, 28X, 8HLINEAL, 21X, 8HCIRCULAR, /, 15X, 2(7X,
-6H(ADIM), 6X, 9HDECIBEL(S))
570 FORMAT (2(13, 1X), 1PE13.6, 59X)
580 FORMAT (///, 5X, 11HANTENA CON , 13, 10H SEGMENTOS, ///, 5X, 21HIMP
EDANCIA DE ENTRADA)
590 FORMAT (/////, 5X, 10(1H*), 10H SEGMENTO , 13, 19H NO CHECA CON CO
-RR , 13, 16H CORRIDA ABORTADA)
600 FORMAT (/, 3X, 8HGANANCIA, 7X, 4(1PE13.6, 1X),
- /, 3X, 12HDIRECTIVIDAD, 5X, 4(1PE13.6, 1X),
- /, 3X, 10HEFICIENCIA, 5X, 4(E13.6, 1X))
610 FORMAT (1X, 13, 76X)
620 FORMAT (2(1X, 13), 2(1X, 1PE13.6), 44X)
630 FORMAT (13, 2(1X, 1PE13.6), 49X)
640 FORMAT (1-, 2X, F7.2, 4(1X, 1PE13.6))
650 FORMAT (5X, 3HN =, 13, 5H, A =1PE13.6, 9H, LAMDA =, E13.6, /, 5X,
- 7HMEGA =, E13.6, 8H, BETA =, E13.6)
660 FORMAT (///, 2X, 14HN NOEL DELTA L)
670 FORMAT (///, 5X, 24HVOLTAJES DE ALIMENTACION, /, 2X, 1HN, 2X, 10HPA
-RTE REAL, 4X, 11HPARTE IMG.)
680 FORMAT (11H, 2X, 20HNUMERO DE CORRIADA = , 13, /, 5X, 32HMAXIMO CAM
-PO ELECTRICO LINEAL =, 1PE13.6, 10HVOLTS / M;, /, 3X, 32HMAXIMO CA
MPO ELECTRICO CIRCULAR =, E13.6)

```

6SD FORMAT (/, 3X, 31IMPEDANCIA DE M CHMS, y 13H REACTANCIA = , E13.6)  
 E13.6) (M) = E13.6, 7M CHMS, y 13H REACTANCIA = , E13.6)  
 - ENCIA DE RADIACION = , 1POTENCIA LINEAL = , 1PE13.6, /, 3X, 2  
 7M FORMAT (/, 3X, 29POTENCIA LINEAL = , E13.6)  
 9HPOTENCIA EFECTIVA  
 END

## C.12 REFERENCIAS.

- (1) James /19/, Cap. 5, Parr. 5.3. Pp. 316-323.
- (2) Nieto /29/, Cap. 6, Parr. 6.2.2 Pp. 122-125.
- (3) Fac. de Ing. / 8 /, Cap. 5, Parr. 5.7. Pp. 5.31-5.41.
- (4) Neri /28/, Cap. 3, Parr. 3.2.3. Pp. 70-72.
- (5) James /19/, Cap.
- (6) Nieto /29/, Cap. 6, Parr. 6.4.1. Pp. 130-139 ver también  
Ibidem, Parr. 9.2.1. Pp. 221-226.
- (7) Manual IMSL /81/, rutinas citadas.

```

      ((M, J) = SUBEL(I)) ** 2)
      CTEMP = CMPLX(COS(ARGU), -SIN(ARGU))
      CTEMP = CTEMP * AMP(M)
      ARGU = BETA * SUBEL(I) / 2.
      T2 = (1.0 - COS(ARGU)) * (1.0 / SIN(ARGU))
      CTEMP = CTEMP * T2
      G = G + CTEMP

```

70

CONTINUE

GR = G \* CONJG(G)

GC = T \* GR

GL = (T / 2.0) \* GR

GCDB = 10.0 \* ALOG10(GC)

GLDB = 10.0 \* ALOG10(GL)

I = NIN(N)

T = (8.0 \* PI \* RP \*\* 2) / (AMPMO \*\* 2 \* REAL(ZIN(N)))

DL = (EMAXL \*\* 2 / (2.0 \* Z)) \* T

DC = (EMAXC \*\* 2 / (2.0 \* Z)) \* T

DLDB = 10.0 \* ALOG10(DL)

DCDB = 10.0 \* ALOG10(DC)

ETAL1 = GL / DL

ETAC1 = GC / DC

ETAL = GLDB - DLDB

ETAC = GCDB - DCDB

PRINT 600, GL, GLDB, GC, GCDB, DL, DLDB, DC, DCDB, ETAL1, ETAL,

ETAC1, ETAC

PEFL = WIN \* GL \*\* 2

PEFC = WIN \* GC \*\* 2

PRINT 700, PEFL, PEFC

GO TO 10

500 FORMAT (I3, 4(IX, 1PE13.6), 2IX)

510 FORMAT (IHL, 5X, 35HGANANCIA, DIRECTIVIDAD Y EFICIENCIA, //)

520 FORMAT (//, 5X, 19HDIMENSIONES FISICAS, /, 2X, 1HN, 4X, 8HLONGITUD  
-, 4X, 12HDIST.AL VERT, 2X, 12HLONG.DE ONDA)

530 FORMAT (I3, 3(IX, 1PE13.6), 35X)

540 FORMAT (//, 5X, 21HRADIO DE LA ESFERA = , 1PE13.6, 2H (, E13.6,  
- 8H LAM3DA))

550 FORMAT (I3, 2(1PE13.6, 1X), 3(F5.1, 1X))

560 FORMAT (/, 5X, 22HPOTENCIA DE ENTRADA = , 1PE13.6, // 35X, 19HTABL  
-A DE RESULTADOS, /, 28X, 6HLINEAL, 21X, 8HCIRCULAR, /, 15X, 2(7X,  
-6H(ADIM), 6X, 9HDECIBELES))

570 FORMAT (2(I3, 1X), 1PE13.6, 59X)

580 FORMAT (//, 5X, 11HANTENA CON , I3, 10H SEGMENTOS, ///, 5X, 21HIMP  
EDANCIA DE ENTRADA)590 FORMAT (/////, 5X, 10(1H\*), 10H SEGMENTO , I3, 19H NO CHECA CON CO  
-RR , I3, 16H CORRIDA ABORTADA)

600 FORMAT (/, 3X, 8HGANANCIA, 7X, 4(1PE13.6, 1X),

-, /, 3X, 12HDIRECTIVIDAD, 5X, 4(1PE13.6, 1X),

-, /, 3X, 10HEFICIENCIA, 5X, 4(E13.6, 1X))

610 FORMAT (IX, I3, 76X)

620 FORMAT (2(IX, I3), 2(IX, 1PE13.6), 44X)

630 FORMAT (I3, 2(IX, 1PE13.6), 49X)

640 FORMAT (I, 2X, F7.2, 4(IX, 1PE13.6))

650 FORMAT (5X, 3HN =, I3, 5H, A =1PE13.6, 9H, LAMDA =, E13.6, /, 5X,  
- 7HDIEGA =, E13.6, 8H, BETA =, E13.6)

660 FORMAT (//, 2X, 14HN NOEL DELTA L)

670 FORMAT (//, 5X, 24HVOLTAJES DE ALIMENTACION, /, 2X, 1HN, 2X, 10HPA  
-RTE REAL, 4X, 11HPARTE IMAG.)680 FORMAT (IHL, 2X, 20HNUMERO DE CORRIDA = , I3, /, 3X, 32HMAXIMO CAM  
-PO ELECTRICO LINEAL =, 1PE13.6, 10HVOLYS / M;, /, 3X, 32HMAXIMO CA  
MPO ELECTRICO CIRCULAR =, E13.6)

690 FORMAT (/, 3X, 3I) IMPEDANCIA DE RADIACION = (, 1PE13.6, 2H, 1  
 E13.6) (PH) = E13.6, 7M 04MS, 13 GRADOS, /, 3X, 27 RESIS  
 -ENCIA DE RADIACION = , 1PE13.6, 2H, 13 GRADOS, /, 3X, 27 RESIS  
 700 FORMAT (/, 3X, 25P) IMPEDANCIA DE RADIACION LINEAL = , 1PE13.6, /, 3X,  
 9HPOTENCIA EFECTIVA = , E13.6)  
 END

## C.12 REFERENCIAS.

- (1) James /19/, Cap. 5, Parr. 5.3. Pp. 316-323.
- (2) Nieto /29/, Cap. 6, Parr. 6.2.2 Pp. 122-125.
- (3) Fac. de Ing. / 8/, Cap. 5, Parr. 5.7. Pp. 5.31-5.41.
- (4) Neri /28/, Cap. 3, Parr. 3.2.3. Pp. 70-72.
- (5) James /19/, Cap.
- (6) Nieto /29/, Cap. 6, Parr. 6.4.1. Pp. 130-139 ver también  
Ibidem, Parr. 9.2.1. Pp. 221-226.
- (7) Manual IMSL /81/, rutinas citadas.

B I B L I O G R A F I A

## LIBROS.

- 1.- BELOTZERKOVSKI.- *Fundamentos de Antenas.* Marcombo Boixareu Editores Barcelona. 1977.
- 2.- BOYCE, WILLIAM E. Y RICHARD C. DI-PRIMA.- *Introducción a las ecuaciones diferenciales.* Limusa. México. 1974.
- 3.- CARMONA, ADOLFO.- *Notas del Curso de Teoría Electromagnética III.* Facultad de Ingeniería, U.N.A.M. México. 1973.
- 4.- GAVURIN, M. K.- *Conferencias sobre los métodos de los cálculos.* MIRMOSCU. 1973.
- 5.- DORF, RICHARD C.- *Introducción al álgebra de matrices.* Limusa-Wiley. -- México. 1972.
- 6.- ELSGOLTZ, LEV.- *Ecuaciones diferenciales y cálculo variacional,* MIRMOSCU. 1974.
- 7.- FACULTAD DE INGENIERIA, U.N.A.M.- *Apuntes de electrocidad y magnetismo.* - México. 1974.

- 8.- FACULTAD DE INGENIERIA, U.N.A.M.- *Apuntes de matemáticas I, II, III, - - México. 1973.*
- 9.- GEREZ GREISER, VICTOR Y V. CZITROM DE GEREZ.- *Circuitos y sistemas electromecánicos. Representaciones y servicios de ingeniería. México. 1974. (TOMO I).*
- 10.- GEREZ GREISER, VICTOR Y M.A. MURRAY LASSO.- *Teoría de sistemas y circuitos. Representaciones y servicios de ingeniería. - - - México. 1972.*
- 11.- GIECK, KURT.- *Manual de fórmulas técnicas. Representaciones y servicios de ingeniería. México. 1975.*
- 12.- HALLIDAY, DAVID Y ROBERT RESNICK.- *Física. Parte II. Compañía Editorial Continental, S.A. México. 1977.*
- 13.- HARRINGTON, ROGER F.- *Fiel Computations By Moment Methods. Magmillan. -- New York. 1968.*
- 14.- HAYT JR., WILLIAM H.- *Engineering Electromagnetics. Novaro. México - - 1965.*
- 15.- HERNANDEZ RANGEL, FRANCISCO.- *Notas del curso de teoría electromagnética II. Facultad de ingeniería, U.N.A.M. México. 1980.*
- 16.- HERNANDEZ SANCHEZ, RAFAEL JAVIER.- *Proyecto de Antenas con reflector diédrico (tesis profesional). E.S.I.M.E., I.P.N. México. - 1976.*
- 17.- IMBRIALE, W.A.- *Applications Of The Method Of Moments To Thin-Wire Elements And Arrays. (Edit.*

- 18.- JASIK, HENRY.- *Antenna Engineering Handbook*. MC.GRAW-HILL. New York 1961.
- 19.- JAMES, M. L., G. M. SMITH Y J. C. WOLFORD.- *Métodos numéricos aplicados a la computación digital con FORTRAN. Representaciones y Servicios de Ingeniería*. México, 1976.
- 20.- JORDAN, EDWARD C. AND KEITH G. BALMAIN.- *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*. Prentice Hall. New Jersey, 1968.
- 21.- KAPLAN, WILFRED.- *Cálculo Avanzado*. C.E.C.S.A. México, 1972.
- 22.- KERNIGHAN, BRIAN Y P. J. PLAUGER.- *Elementos de Estilo de Programación*, Diana, México, 1980.
- 23.- KRAUS, JOHN D.- *Antennas*. MC. GRAW-HILL. New York, 1950.
- 24.- LAMONT V., BLAKE.- *Antennas*. JOHN WILEY AND SONS. New York, 1966.
- 25.- LEHMAN, CHARLES H.- *Geometría Analítica*, U.T.E.H.A. México, 1968.
- 26.- ORGANICK, ELLIOT I.- *FORTRAN IV*. Fondo Educativo Interamericano. U.S.A. 1972.
- 27.- OSEGUERA V., URBANO Y FRANCISCO MEDINA NICOLAU.- *Electromagnetismo*. A.N.U.I.E.S. México, 1973.
- 28.- NERI VELA, RODOLFO.- *Low Frequency Operation of Grid Reflector Antennae (Doctoral Thesis)*. University of Birmingham, England, 1979.

- 29.- NIETO RAMIREZ, JOSE.- Métodos numéricos en Computadoras Digitales.- LIMUSA. México 1976.
- 30.- NIKOLSKI, V. V.- Electrodinámica y Propagación de Ondas de Radio. Mir. Moscú, 1973.
- 31.- NILES, NATHAN O.- Trigonometría Plana. LIMUSA WILEY. México, 1966.
- 32.- PISKUNOV, N.- Cálculo Diferencial e Integral. MIR. Moscú, 1977 (Tomos I y II).
- 33.- RAMIREZ NIETO, FERNANDO.- Estudio de Sistemas de Antenas Direccionales para la Banda Normal de Radiodifusión utilizando Computadora Digital (Tesis Profesional) E.S.I.M.E., I.P.N. México, 1974.
- 34.- REES, PAUL K. Y FRED W. SPARKS.- Algebra. Reverte. México, 1967.
- 35.- SANCHEZ VAZQUEZ ARTURO.- Procedimientos para Calcular las Características Técnicas de Sistemas Radiadores Abajo de 1 GHZ. (Tesis Profesional) E.S.I.M.E., I.P.N. México, 1973.
- 36.- SHRADER, ROBERT L.- Comunicación Electrónica. Mc.Graw-Hill. México, 1976.
- 37.- SMITH, WOODROW.- Manual de Antenas, Edit. Hispano Americana, Buenos Aires, 1960.
- 38.- THOUREL, L.- Les Antennes. Dunod. Paris, 1956.
- 39.- WEEKS, WALTER L.- Antenna Engineering. Tata Mc. Graw-Hill Publishing Company LTD. New Delhi, 1974.

- 40.- \*\*\*\*\*.- *Capítulo 18, Las Ecuaciones de Maxwell.*
- 41.- \*\*\*\*\*.- *Antennas and Transmission Lines, es del I.P.N., E.S.I.M.E.*
- 42.- EANTIN, COLIN C. AND KEITH G. BALMAIN.- *Study of Compressed Log-Periodic Dipole Antennas. IEEE. T-AP Mar. 1970. PP. 195-203.*
- 43.- BUTLER, CHALMERS M. AND D.R. WILTON.- *Analysis of Various Numerical Techniques Applied to Thin-Wire Scatterers. IEEE. T-AP Jul. 1975. pp. 534-540.*
- 44.- BUTSON, P.C. AND G.T. THOMPSON.- *A Note on the Calculation of the Gain of Log-Periodic Dipole Antennas. IEEE. T-AP Jan. 1976. pp. 105-106.*
- 45.- CAMPBELL, C.K., I. TRABOULAY, M.S. SUTHERS AND H. KNEVE.- *Design of a Stripline Log-Periodic Dipole Antenna. IEEE. T-AP. 25, No. 5. Sep. 1976, pp. 718-721.*
- 46.- CARREL, ROBERT L.- *The Design of Log-Periodic Dipole Antennas. The Intl. Conv. Rec. Part. I Antennas and Propgtn. Session 46, Vol. 9, 1961. pp. 61-75.*
- 47.- CHEONG, WENG-MENG AND RONALD W.P. KING.- *Log-Periodic Dipole Antenna. Radio Sci. Vol. 2 (New Series) No.11, Nov. 1967. pp. 1315-1325.*
- 48.- DE VITO, GIUSEPPE AND GIOVANNI B. STRACCA.- *Comments on the Design of Log-Periodic Dipole Antennas. IEEE. T-AP. 21, No. 3. May. 1973. pp. 303-308.*

- 49.- DE VITO, GIUSEPE AND GIOVANNI B. STRACCA.- *Further Comments on the Design of Log-Periodic Dipole Antennas.* IEEE. T-AP Sep. 1, 1974 pp. 714-718.
- 50.- DU HAMEL, R.H. AND D.E. ISBELL.- *Broadband Logarithmically Periodic Antenna Structures.* Ire. Nat. Conv. Rec. Part. I. 1957. pp. 119-128.
- 51.- DU HAMEL, R.H. AND D.G. BERRY.- *Logarithmically Periodic Antenna Arrays,* Wescon Conv. Rec. Part I. 1958 pp. 161-174.
- 52.- GREEN, PHILIP B. AND PAUL E. MAVES.- *50 Chms Log-Periodic Monopole Array with Modulated-Impedance Microstrip Feeder.* IEEE. T-AP Mar. 1974. pp. 332-334.
- 53.- HARRINGTON, ROGER F.- *Matrix Methods for Field Problems.* IEEE Proc. Vol. 55, No. 2. Feb. 1967, pp. 136-149.
- 54.- IMBRIALE, WILLIAM A. AND PAUL G. INGERSON.- *On Numerical Convergence of Moment Solutions of Moderately Thick wire Antennas Using Sinusoidal Basis Functions.* IEEE T-AP Vol. 21, No. 3, May. 1973. pp. 363-366.
- 55.- ISBELL, DWIGHT E.- *A Log-Periodic Reflector Feed.* Ire Proc. Vol. 47 No. 6 Jun. 1959. pp. 1152-1153.
- 56.- ISBELL, DWIGHT E.- *Log-Periodic Dipole Arrays.* Ire T-AP May. 1960. pp. 260-267.
- 57.- ITO, K., N. AIZAWA AND N. G. GOTO.- *Circularly polarised printed array antennas composed of strips and slots.* Electronics letters Vol. 15, No. 25. 6th. Dec. 1979. pp. 811-812.

- 58.- KANDOTIAN, ARMITG G.- *Three new antenna types and their applications Ire. Procs. Vol. 34. Feb. 1946. pp. 70W-75W.*
- 59.- KEN, KEITH M.- *A Planar Log-Periodic Antenna. IEEE T-AP May. 1974. pp. 489-490.*
- 60.- KIBBURTZ, RICHARD B.- *A Phase Integral Approximation for the Current Distribution along a Log-Periodic Antenna. IEEE T-AP No. 13, Vol. 5. Sept. 1965. pp. 813-814.*
- 61.- KYLE, ROBERT H.- *Mutual Coupling Between Log-Periodic Antennas. IEEE T-AP. Vol. 18, No. 1 Jan. 1970. pp. 15-22.*
- 62.- MAYES, P.E., G.A. DESCHAMPS AND W.T. PATTON.- *Backward-wave Radiation from Periodic Structures and Application to the Design of Frequency-Independent Antennas. IRE Procs. Vol. 49, No. 5, Part. I. May. 1961. pp. 962-963.*
- 63.- MILLARD, G.H.- *The Evolution of Antenna Designs for UHF Relay Stations. B.B.C. U.K. pp. 147-149.*
- 64.- NERI VELA, RODOLFO.- *Input Impedance of thin Dipoles by Moment Method. Electronics Letters Vol. 15, No. 14. 5th Jul. 1979. pp. 418-420.*
- 65.- NERI VELA, RODOLFO.- *Self and Mutual Impedances Between Sub-elements of Dipole Antennas Contributions from Currents and Charges. Int. J. Electronics. Vol. 48, No. 5. 1980. pp. 435-442.*

- 66.- NERI VELA, RODOLFO. AND T.S.M. MACLEAN.- Azial-line-current Approximation for short Cylindrical Wires. *Electronics Letters* Vol. 14; No. 24. 23rd. Nov. 1978. pp. 776-778.
- 67.- NERI VELA, RODOLFO AND T.S.M. MACLEAN.- Receiving and Transmitting Properties of Small Grid Paraboloid By Moment Method. *IEE Procs.* Vol. 126, No. 12. Dec. 1979. pp. 1209-1219.
- 68.- PATERSON, J.R.T.- Current Trend in HF Antenna Design. *Electronics and Power.* Jul. 1980. pp. 579-582.
- 69.- PIZER, R.- Sparse-matrix Approach to the Method-of-moments Solution of Electromagnetic Problems. *IEE Procs.* Vol. 126, No. 11. Nov. 1979. pp. 1155-1156.
- 70.- PREIS, DOUGLAS H.- The Toeplitz matrix its Occurrence in Antenna Problemas and a Rapid Inversion Algorithm. *IEEE T-AP* Mar. 1972. pp. 204-206.
- 71.- PUES, H., J. BOGAERS, R. PIECK AND A. VAN DE CAPELLE.- Wideband Quasi-log-periodic Microstrip Antenna. *IEE Proc.* Vol. 128, Part H. No. 3. Jun. 1981. pp. 159-163.
- 72.- ROY, M.N. AND G. C. DAS.- Design of two new types of plane-polarized log-periodic dipole Antennas. *IEE. International Conference on Antennas and Propagation.* London. Eng. Part I 1978. pp. 336-340.
- 73.- RUMSEY, V.H.- Frequency Independent Antennas. *Ire Nat. Conv. Rec.* Part 1. 1957. pp. 114-118.

- 74.- SHNITKIN, A.- *Miniaturization Techniques for HF Log-Periodic Dipole Arrays*. IEEE. *International Symposium Digest. Antennas and Propagation*. Quebec, 1980. pp. 316-319.
- 75.- SINNOT, D. H.- *Multiple-Frequency Computer Analysis of the Log-Periodic Dipole Antenna*. IEEE T-AP Jul. 1974. pp. 592-594.
- 76.- TSAI, LEONARD L.- *Moment Method in Electromagnetics for Undergraduates*. IEEE E-21, No. 1. Feb. 1978. pp. 14-22.
- 77.- WHARTON, W.- *Developments in Communications Antennas*. *Comm. Eng. Intl* Feb. 1981. pp. 8-9, 11, 13, 15-16.
- 78.- WHITE, T. E.- *A Log-Periodic Antenna for all VHF-UHF Bands*. *CQ. Radio Amateur Journal (USA)* Vol. 36, No. 10. Oct. 1980, pp. 82-84.
- 79.- I. B. M.- *System 360-370. Fortran IV Language*. 11th. Edition. 1974.
- 80.- I. B. M.- *System 360-370. Fortran IV Programmer's Guide*. 4th Edition 1975.
- 81.- I.M.S.L.- *User's Guide*. Disponible en el Centro de Servicios de Computo [C.S.C.] de la U.N.A.M. (Rutinas LEQ1C y LEQ2C)
- 82.- MARCONI INSTRUMENTS.- *Experiments with Antenna Test Bench Type 6452A/2*, ISSUE 2 12/78. Stevenage. England.
- 83.- SCIENTIFIC ATLANTA.- *Instrumentation Products Catalog*. 1980. Atlanta Georgia, 1980.