29·20

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"POLITICA DE OPERACION DE UNA PRESA EMPLEANDO UN MODELO MARKOVIANO"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A :

MANOLO DE LA BARRERA TESTA

MEXICO, D. F., 1981

I.- INTRODUCCION.

Se presenta una aplicación de la programación dinámica - estocástica a un sistema hidráulico.

Una de las suposiciones básicas para el planteamiento - del modelo es que el comportamiento hidrológico que hasta el momento se ha observado, no diferirá significativamente en el futuro.

Se utilizó la información recabada en un período de 25 - años por una estación hidrométrica que fué suspendida - cuando empezó el almacenamiento en la presa.

Respecto a la información de los cultivos, se utilizó lo que hasta el momento se tiene en los reportes estadísticos de distritos de riego; se ahí se tomaron también los valores de uso consuntivo, por lo que aquí no se incluye su cálculo.

Finalmente, no obstante que la presa utilizada en el - ejemplo es para fines de riego y control de avenidas, sólo el primero se tomó en cuenta. El segundo se descartó por el período de tiempo empleado (un año).

II.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Cada año, el organismo encargado de administrar un distrito de riego, realiza la planificación de los cultivos y las áreas que habrán de sembrarse de cada uno. Determinar lo anterior es un problema complicado cuya solución es función de muchas variables entre las cuales se pueden mencionar: relación agua-suelo-planta, condiciones de mercado, fertilizantes, tierra disponible...

Aparejado con ésto se tiene el problema de determinar la cantidad de agua que se tendrá disponible para el ciclo agrícola. O sea que se tienen dos problemas a saber: el primero consistente en determinar la combinación de cultivos y áreas que satisfagan los requerimientos del mercado y cumplan con las restricciones de recursos disponibles; el segundo, determinar la cantidad de agua para poder llevar a cabo el plan de cultivos.

Ahora bien, el problema de encontrar las áreas y los cultivos admite varias soluciones de las cuales se seleccionará la mejor de acuerdo a un cierto criterio.

Se acostumbra asociar a cada combinación (solución del problema) el valor en pesos, producto de la comercialización de los cultivos.

Se buscará pues, la combinación que reporte el máximo valor. Entre los métodos existentes para encontrar ésta se pueden mencionar: el cálculo diferencial, multiplicadores de Lagrange y programación lineal.

Respecto a la determinación de la cantidad de agua se puede enfocar desde el punto de vista determinista o probabilista; para esto último se considera el escurrimiento como variable aleatoria. Una forma en que ha sido analizado el problema, es suponer que el almacenamiento se puede representar por medio de un modelo Markoviano. La programación dinámica ha estudiado este tipo de procesos a los cuales se les asocia un beneficio cuando el sistema cambia de un estado a otro; proporciona algoritmos para encontrar la solución óptima en función de la probabilidad y de los beneficios; dicha solución determina qué decisión tomar dependiendo del estado en que se encuentra el sistema.

III.- MODELOS DE OPERACION DE UNA PRESA.

Con el objeto de tener una idea acerca de lo que significa el término "modelo de operación de una presa", nos auxiliaremos de las siguientes definiciones: se entiende por operación de una presa el conjunto de decisiones que se toman para desalojar o almacenar agua.

Según Mario Bunge el término "modelo" tiene diferentes significados que es necesario distinguir: el modelo como representación esquemática de un objeto concreto y el modelo como teoría relativa a esta idealización.

Para diferenciar, Bunge clasifica los primeros como objeto-modelo y los segundos como modelo teorético.

Un objeto modelo puede ser una idealización del objeto concreto, una representación pictórica, figurativa, conceptual, semisimbólica o simbólica.

Un modelo teorético de un objeto r supuesto real es una teoría específica Ts, concerniente a r, y esta teoría está constituída por una teoría general Tg enriquecida con un objeto modelo.

Los modelos teoréticos captan en forma parcial y aproximada el objeto representado, no obstante estas deficiencias constituyen el método más efectivo para apresar la realidad por el pensamiento.

Existen dos maneras de generar modelos teoréticos: una - es sometiendo un objeto modelo a diferentes teorías gene rales y otra es sometiendo diferentes objetos modelo a - una misma teoría general.

De acuerdo con las ideas expuestas se pueden generar diversos modelos de operación de presas proponiendo dife-- rentes objetos modelo del objeto concreto que se pretenda representar, por ejemplo para control de avenidas, ge neración eléctrica, dotación de agua potable, irrigación, recreación o algunas combinaciones de éstas.

IV.- MODELO MARKOVIANO.

Se tiene un sistema constituído por una presa de almacenamiento alimentada por una corriente natural cuyo fin es satisfacer la demanda de un distrito de riego (objeto concreto).

Este sistema se representará idealizado como un proceso markoviano (objeto modelo) complementado con el principio de conservación de la masa (modelo teorético).

Se asume que se verifica la propiedad de Markov, la cual establece que el comportamiento futuro depende únicamente del estado presente y no del pasado.

Para describir el comportamiento probabilístico de una cadena de Markov, es necesario conocer:

1.- El estado en el cual el sistema está en el tiempo o, o sea la distribución del estado inicial

$$q_1(o) = P(X(o) = 1) \forall_1$$

donde:

$q_1(o)$ = es la probabilidad que el sistema se encuentre en el estado i al inicio del proceso.

X = es el conjunto de los estados posibles.

2.- Las probabilidades de transición Pij(n). Cada una de éstas es la probabilidad que el proceso estará en el estado j en el tiempo n dado que estuvo en el estado i en el paso anterior.

$$P_{ij}(n) = P\left[X(n) = j / X(n-1) = i\right] \forall_{i,j}$$

Esta probabilidad es una función del tiempo o del paso número n.

Si no, el proceso es homogéneo en el tiempo y se puede escribir:

$$P_{ij}(n) = P_{ij}$$

Si el proceso tiene r estados posibles y si las probabilidades de transición son independientes del tiempo, se pueden escribir en forma matricial:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{1r} \\ P_{21} & P_{22} & P_{2r} \\ P_{r1} & P_{r2} & P_{rr} \end{bmatrix}$$

Las m-ésimas probabilidades de transición se pueden calcular con la siguiente expresión:

$$P^{(m)} = P^{(m-1)} P$$

Hay algunos procesos homogéneos en los cuales después de un número suficiente de transiciones la distribución de probabilidades se vuelve independiente del estado inicial, a éstas se les llama probabilidades de equilibrio o estacionarias q_i^*, se determinan, (si existen) resolviendo el sistema de ecuaciones siguiente:

$$q^* = q^* P$$

auxiliándose con la ecuación

$$\sum_i q_i^* = 1$$

Los sistemas para los que es posible calcular estas probabilidades se les denomina sistemas ergódicos.

El modelo matemático que se empleó para el presente trabajo se conoce en la programación dinámica como Modelo - Matemático de un programa dinámico discreto D A en cadenas finitas de Markov, el cual se describe a continuación:

Sea un proceso estocástico de decisión markoviano y discreto tal que, a todo cambio de estado (Ei Ej), i, j = 1, 2, ..., M podamos hacer corresponder una o varias probabilidades P_{ij}^r ; r es la decisión bajo la cual es sistema pasa de i a j.

Para cada estado Ei consideramos un conjunto de Mi vectores estocásticos.

$$\left[P_i^{(r)}\right] = \left[P_{i1}^{(r)}\ P_{i2}^{(r)} \ldots P_{iM}^{(r)}\right]$$

La selección de uno de esos vectores de índice r es libre.

A toda probabilidad P_{ij}^{r} asociamos un valor o pago R_{ij}^{r} que es un número real; formamos así los vectores de pagos: $\left[R_i^{(r)}\right] = \left[R_{i1}^{(r)}\ R_{i2}^{(r)} \ldots R_{iM}^{(r)}\right]$

que se asociarán a los vectores estocásticos correspondientes.

Llamaremos "decisión" en la fecha n, la selección de M vectores estocásticos:

$$\left[P_1^{(r_1)}\right], \left[P_2^{(r_2)}\right], \ldots \left[P_M^{(r_M)}\right]$$

correspondientes a las probabilidades de transición elegidas cuando se está en E_1, E_2, ..., E_M en esta fecha; esta selección implica la de los vectores de pagos asociados.

Una estrategia (política) será una secuencia de decisiones en un conjunto unitivo de periodos.

Investigación de la Estrategia Optima.

Consideremos N transiciones sucesivas efectuadas en las fechas 0, 1, 2, ..., N-1.

Sea $\bar{q}_i^{(r)}$ la esperanza matemática del valor de una transición cuando se está en el estado E_i en una fecha cualquiera n y elegimos el vector estocástico $\left[P_i^{(r)}\right]$, tendremos:

$$\bar{q}_i^{(r)} = \sum_{j=1}^{M} P_{ij}^{(r)} R_{ij}^{(r)} \quad i = 1,2,\ldots,M$$

Sea $\bar{V}_i(N-n,N)$ la esperanza matemática del valor total en n fases (períodos) desde la fecha N-n hasta la fecha N, cuando en la primera, el sistema está en el estado E_i, podemos escribir:

$$\bar{V}_i(N-n-1,N) = \underset{\substack{r=1,2,\ldots,m \\ i=1,2,\ldots,M/n=0,1,2,\ldots,N-1}}{\mathrm{Max}} \left[\bar{q}_i^{(r)} + \sum_{j=1}^{M} P_{ij}\bar{V}_j(N-n,N)\right]$$

$$\bar{V}_j(N,N) = V_{oj} \quad j = 1,2,\ldots,M$$

que representa el valor al que se realiza el proceso cuando se termina en la fecha N en el estado j.

Para simplificar, hagamos:

$$\bar{V}_i(n) = \bar{V}_i(N-n,N), n = 0,1,2,\ldots,N,$$

$$\bar{V}_i(0) = \bar{V}_i(N,N) = V_{oi}, j = 1,2,\ldots,M.$$

entonces

I $$\nabla_i(n+1) = \underset{r=1,2,\ldots,m}{MAX}\left[\bar{q}_i^{(r)} + \sum_{j=1}^{M} P_{ij}^{(r)} \nabla_j(n)\right]$$

$$i = 1,2,\ldots,M;\ n = 0,1,2,\ldots,N-1$$

Para encontrar la estrategia óptima, calcularemos pues, sucesivamente

$$\nabla_i(1) = \underset{r=1,2,\ldots m}{MAX}\left[\bar{q}_i^{(r)} + \sum_{j=1}^{M} P_{ij}^{(r)} \nabla_{0j}\right] i = 1,2,\ldots,M$$

$$\nabla_i(2) = \underset{r=1,2,\ldots,m}{MAX}\left[\bar{q}_i^{(r)} + \sum_{j=1}^{M} P_{ij}^{(r)} \nabla_{0j}\right]$$

$$\nabla_i(N) = \underset{r=1,2,\ldots,m}{MAX}\left[\bar{q}_i^{(r)} + \sum_{j=1}^{M} P_{ij}^{(r)} \nabla_j(N-1)\right]$$

Howard desarrolló un método iterativo para encontrar la estrategia óptima a largo plazo en sistemas ergódicos.

Para cada decisión r, cuando se esté en un estado i en la fecha N-n-1, si n es suficientemente grande Howard - demostró que se puede escribir:

$$\nabla_i^{(r)}(n) = n\gamma + W_i^{(r)} \quad , i = 1,2,\ldots,M$$

sustituyendo en 1

$$\gamma + W_i = \underset{r=1,2,\ldots,m}{\text{MAX}} \left[\bar{q}_i^{(r)} + \sum_{j=1}^{M} P_{ij}^{(r)} W_j^{(r)} \right] \qquad i=1,2,\ldots,M$$

entonces se procede de la siguiente manera:

FASE I.

Elegir una estrategia r cualquiera y resolver el sistema lineal siguiente, con las $\bar{q}_i$ y P_{ij} correspondientes a esta política:

$$\gamma + W_i = \bar{q}_i + \sum_{j=1}^{M} P_{ij} \; W_j \quad i=1,2,\ldots,M$$

haciendo w = 0 (por ejemplo) con lo que encontramos - w_2, w_3, w_M y γ

FASE II.

Para los valores w_1, w_2, ..., w_M obtenidos en la fase I, evaluar para todas las decisiones posibles las cantidades:

$$Z_i^{(r)} = \bar{q}_i^{(r)} + \sum_{j=1}^{M} P_{ij}^{(r)} W_j \qquad \begin{matrix} i=1,2,\ldots,M \\ r=1,2,\ldots,m \end{matrix}$$

FASE III.

Para cada estado E_i escoger r_i tal que:

$$Z_i^{(r_i)} = \underset{r=1,2,\ldots,m}{MAX} \left(Z_i^{(r_i)} \right)$$

FASE IV.

Tomando r_i como una decisión para el estado E_i, $\bar{q}_i^{(ri)}$ se convierte en $\bar{q}_i$ y $P_{ij}^{(ri)}$ en P_{ij}

Se inicia la fase I con los nuevos datos y se llega al óptimo cuando la nueva política coincide con la anterior.

V.- APLICACION PRACTICA.

Se utilizó para aplicar el modelo la presa "Ignacio - Allende" situada en el estado de Guanajuato, construída para irrigar 10,125 hectáreas del Valle de Celaya y controlar las avenidas del Río La Laja.

Las características principales son:

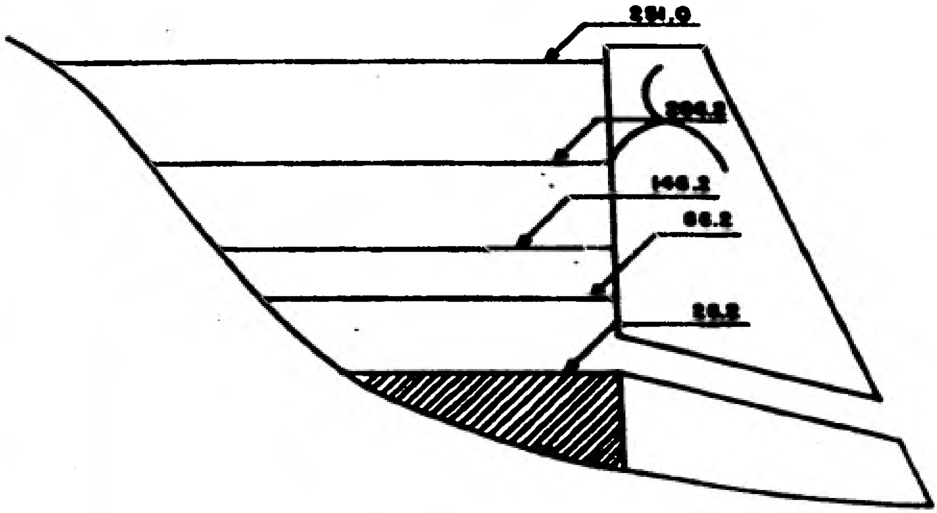
Capacidad total	251×10^6 m3
Capacidad útil para riego	123 m3
Capacidad para control de avenidas	101.8 m3
Capacidad muerta	26.2 m3
Elevación NAME	1,832.65 msnm
Elevación cresta vertedora	1,825.85 msnm
Elevación capacidad muerta	1,819.50 msnm

Variable de Estado.

Se eligió como variable de estado el volumen anual almacenado en la presa al principio del ciclo agrícola, discretizado a :

Estado No.	Volumen Almacenado ($x 10^6$ m3)
1	86.2
2	146.2
3	206.2
4	251.0

La unidad que se tomó entre estados fué de 60 x 10^6 m3 debido a que el escurrimiento mínimo anual observado - fué de 61 x 10^6 m3.



Variable de Decisión.

Se eligió como variable de decisión el volumen anual a extraer para riego (en este trabajo se supuso que la presa no es para usos múltiples) discretizado a los siguientes valores:

Decisión No.	Volumen a extraer ($x10^6$ m3)
1	60
2	120
3	180
4	240

Distribución Inicial de Probabilidad.

La distribución de probabilidad inicial se forma con ceros y unos dado que se asume que el sistema parte de algún estado y la probabilidad en tal caso es la unidad.

Matrices de Transición de Probabilidad.

Se utilizó el método de P.A.P. Moran que se basa en las siguientes hipótesis:

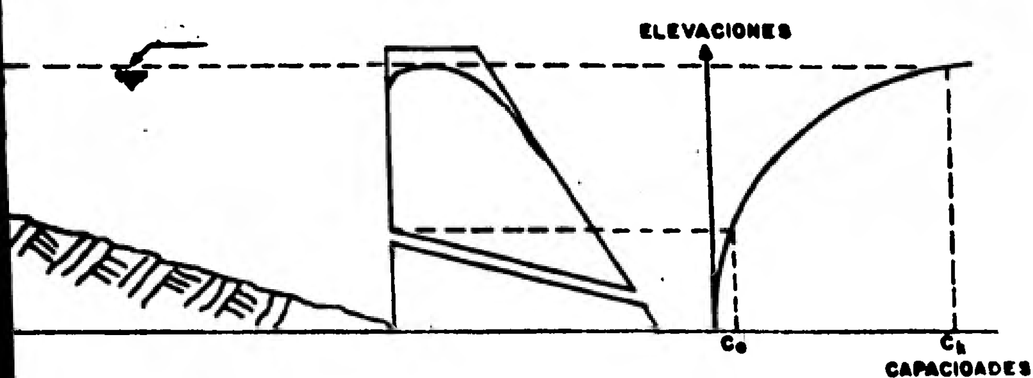
a) Las entradas al vaso no están correlacionadas.

b) La extracción en la unidad de tiempo considerada E_t, se hace después de lo que entró en esa unidad de tiempo X_t

c) Si al obtener la diferencia X_t E_t, el nivel de la presa toma un valor entre C_i y C_j, se considerará que el nivel en la presa es el mayor de C_i o C_j.

d) Las fronteras están previamente definidas.

Sea una presa y la curva elevación-capacidad correspondiente (Ver Anexo 1), como se muestra:



Si se dispone de un registro de N años de volúmenes de entrada anual es posible construir un histograma al cual se ajustará una distribución teórica de probabilidad (Ver Anexo 2), con el objeto de asociar a cada volumen de entrada un valor de probabilidad (discretizando la curva teórica).

Una vez hecho lo anterior se procede a calcular las probabilidades de transición de la siguiente manera:

a) Se supone que la presa está en el estado i.

b) Al volumen correspondiente al estado i se suma el volumen de entrada j.

c) Se efectúa la extracción R al volumen calculado en b).

d) La presa tendrá un volumen i' que puede ser igual a i, en tal caso se acumula la probabilidad P (del volumen de entrada) y se regresa a b); cuando i' sea diferente a i la probabilidad $P_{ii'}$ será igual a la probabilidad del volumen de entrada (o su acumulado).

e) Se efectúa el proceso desde b) para todos los volúmenes de entrada.

f) Se efectúa el proceso desde a) para todos los estados.

Matrices de Beneficios.

Asociada con cada matriz de transición se definió una - de beneficios procediendo de la siguiente forma:

Se observó el plan de cultivos utilizado en la zona en diferentes años, a partir del cual se definió un patrón de cultivos básico y áreas mínimas a sembrar; cabe aclarar que ésto se hizo con un criterio personal, ya que - se debe hacer un estudio de consumo para definir los requerimientos mínimos de cada cultivo.

Se planteó un modelo de programación lineal con los cultivos básicos, las áreas mínimas y los usos consuntivos por cultivo con el objeto de determinar parejas de valores de volumen distribuido y utilidad producida; el modelo utilizado fué el siguiente:

$$B = \sum_{i=1}^{14} C_i \, R_i \, X_i$$

S. a.

$$\sum_{i=1}^{8} X_i \leq 10125$$

$$X_i + \sum_{j=9}^{14} X_j \leq 10125$$

$$\sum_{i=1}^{14} u_i \, X_i \leq \text{Vol. de Agua}$$

donde:

B = beneficio producto de los cultivos.

C_i = precio por toneladas del cultivo i.

R_i = rendimiento en toneladas por hectárea del cultivo i.

X_i = área en hectáreas del cultivo i.

U_i = uso consuntivo (afectado de la eficiencia de conducción) del cultivo i en cms.

En las Tablas V.1 y V.2 se muestran los valores utilizados de las variables arriba mencionadas y las áreas que proporciona el modelo para los diferentes cultivos y distintos volúmenes distribuídos, respectivamente.

T A B L A V.1

Eficiencia de conducción = 0.84

CULTIVO	C	R	Xmin	U
ALFALFA	350.00	80.0	3,100	151.46
AVENA	550.00	24.0	35	46.43
CEBADA	2,803.71	4.194	70	48.81
CEBOLLA	1,300.00	9.0	25	33.67
FRIJOL	8,500.00	0.70	40	45.24
GARBANZO	3,517.75	1.904	25	47.62
JICAMA	1,000.00	40.0	150	75.00
MAIZ	2,900.00	6.0	520	79.69
SANDIA	1,400.00	9.5	8	55.05
SORGO	2,030.15	7.501	910	54.54
TRIGO	2,600.14	4.79	740	52.38
TOMATE	2,000.82	10.933	75	56.37
ZANAHORIA	1,500.00	32.0	240	45.24
JITOMATE	4,200.00	26.0	500	61.90

* *Datos del ciclo 77-78*

T A B L A V.2

VOLUMEN 10^6 M^3	CULTIVOS Ha													
	JITOMATE	ALFALFA	AVENA	CEBOLLA	FRIJOL	GARBANZO	JICAMA	MAIZ	SANDIA	SORGO	TRIGO	TOMATE	ZANAHORIA	CEBADA
65	242.0	3110.0	35.0	25.0	40.0	25.0	150.0	520.0	8.0	910.0	740.0	75.0	240.0	70.0
80	2665.3	3110.0	35.0	25.0	40.0	25.0	150.0	520.0	8.0	910.0	740.0	75.0	240.0	70.0
120	6680.0	3110.0	35.0	25.0	40.0	25.0	150.0	520.0	8.0	910.0	740.0	75.0	3588.6	70.0
180	6680.0	3110.0	35.0	25.0	40.0	25.0	150.0	520.0	8.0	910.0	740.0	75.0	4772.0	70.0
240	6680.0	3110.0	35.0	25.0	40.0	25.0	150.0	520.0	8.0	910.0	740.0	75.0	4772.0	70.0

A continuación se muestran los valores de beneficios para diferentes volúmenes.

VOLUMEN A DISTRIBUIR $x10^6$ m3	BENEFICIO $x10^6$ \$
65	166.604
80	431.225
120	1,030.361
180	1,087.164
200	1,087.164

A estos valores se les ajustó una curva utilizando la técnica de mínimos cuadrados para lo cual se resolvió el siguiente sistema de ecuaciones:

$$n a_0 + \sum X_i a_1 + \sum X_i^2 a_2 = \sum Y_i$$

$$\sum X_i a_0 + \sum X_i^2 a_1 + \sum X_i^3 a_2 = \sum X_i Y_i$$

$$\sum X_i^2 a_0 + \sum X_i^3 a_1 + \sum X_i^4 a_2 = \sum X_i^2 Y_i$$

sustituyendo valores queda:

$$4a_0 + 445a_1 + 57425a_2 = 2715.34$$

$$445a_0 + 57425a_1 + 8346625a_2 = 364658.6$$

$$57425a_0 + 8346625a_1 + 1315930625a_2 = 53524861.0$$

cuya solución es:

$a_0 = 1868.55$

$a_1 = 39.27$

$a_2 = -0.13$

La ecuación ajustada queda:

$$Y = -1{,}868.55 + 39.27X - 0.13X^2$$

donde:

X = volumen a extraer

Y = beneficio en pesos

Se aplicó la ecuación ajustada para encontrar los benefi cios por las transiciones del sistema; el criterio em--- pleado fué calcular el beneficio debido a la extracción más el beneficio potencial si al final de la transición el sistema pasa a un nivel superior.

VI.- RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

El algoritmo empleado en este trabajo es factible de resolver con ayuda de un computador por lo cual se elaboró un programa en lenguaje FORTRAN IV cuyo listado y resultados se muestran en la Figura 6.1.

El programa lee los datos de volúmenes anuales de entrada, les ajusta una distribución Beta; posteriormente calcula las matrices de probabilidades de transición y de beneficios.

Principia el cálculo del algoritmo de Howard cuya solución que es la política óptima, se muestra en la Figura 6.2; finalmente obtiene las probabilidades límite para dicha política, con los siguientes valores:

$$q^* = \left[0.25,\ 0.25,\ 0.25,\ 0.25\right]$$

Su interpretación es que el sistema estará el 25% de las veces en cada uno de los estados.

De la Figura 6.2 se observa que cuando el sistema esté en el estado 1 la extracción es superior al volumen almacenado, si ésto no es deseable se puede corregir en la parte del programa donde se obtienen las matrices de probabilidad de transición agregando la condición deseada.

También se observa que la extracción máxima que hace el modelo es de 180 millones; ésto sugiere que no interesa almacenar un volumen mayor, se puede aprovechar este dato para fijar como capacidad útil dicho volumen.

Respecto a la curva de beneficios empleada, cabe comentar que se debe hacer un estudio detallado de las áreas mínimas que se deben sembrar de cada cultivo.

Finalmente, el modelo se puede emplear para apoyar la decisión del volumen a extraer para riego.

FIG. 6.1

```
      PROGRAM [illegible](INPUT,OUTPUT,TAPE5=INPUT,TAPE6=OUTPUT,TAPE[illegible],
     1 TAPE[illegible])
      COMMON [illegible](3463),[illegible](3463)
      DIMENSION [illegible](7), [illegible](4,4),[illegible](4,4),[illegible](4)
      DIMENSION [illegible],[illegible](5), [illegible](5)
      DIMENSION [illegible](4,4),[illegible](4),[illegible](4), [illegible](4,4,4),[illegible](5,5,5)
      DIMENSION [illegible](27), [illegible](3463),[illegible](3463)
      REAL [illegible](4,4)
      DATA [illegible]/ [illegible].3,1578.3,2183.0,2660.0,[illegible].0/
      DATA [illegible]/[illegible],36.2,146.2,[illegible].2,251.9/
      DATA [illegible]/60.9,127.9,168.3,[illegible].9,0./
      [illegible] 1.[illegible](-7)
      [illegible] = [illegible]7.4[illegible]
      [illegible]=[illegible].6[illegible]
      [illegible]=251.3
      [illegible]=[illegible]
C
C     AJUSTE DE LA FUNCION DE DENSIDAD [illegible] A LOS VOLUMENES DE ENTRADA
C
      READ(5,5)NPUN
    5 FORMAT(5I5)
      READ(5,10)(ENTR(I),I=1,NPUN)
   10 FORMAT(5F10.3)
      WRITE(6,15)
   15 FORMAT(1H1)
C
C     ORDENA LOS DATOS
C
      NP1= NPUN - 1
      DO 33 I=1,NP1
      II = I + 1
      DO 33 J = II, NPUN
      IF(ENTR(I) .LE. ENTR(J)) GO TO 33
      [illegible] = ENTR(I)
      ENTR(I) = ENTR(J)
      ENTR(J) = [illegible]
   33 CONTINUE
      [illegible] = ENTR(1)
      [illegible] = ENTR(NPUN)
      WRITE(6,17)[illegible]
   17 FORMAT([illegible],[illegible] = ,F10.2,//[illegible], [illegible] = , F10.2)
      AMED = 0.
      [illegible] = 0.
      [illegible] = NPUN
C
C     CALCULO DEL VALOR DE LA MEDIA
C
      DO 111 I=1,NPUN
  111 [illegible] = [illegible] + ENTR(I)
      AMED = [illegible]/[illegible]
C
C     CALCULO DE LA VARIANZA
C
      DO 113 I=1,NPUN
  113 [illegible] = [illegible]+(ENTR(I) - [illegible])*(ENTR(I) - AMED)
      [illegible] = [illegible]/([illegible] - 1)
      WRITE(6,20)[illegible]
```

```
   70 FORMAT(/51X, [illegible] ,F13.2,//,60X, [illegible] = ,F13.?)
      C1 = [illegible]
      C2 = [illegible]
      [illegible]
      [illegible]
      [illegible]
      [illegible]
      CALL GAMMA(A,XG)
      [illegible]
      [illegible]
      CALL GAMMA(XL,A,XG)
      [illegible]
      [illegible]
      CALL GAMMA(A,XG)
      [illegible]
      WRITE(6,120)[illegible]
  120 FORMAT(//59X,[illegible]PARAMETRO ? = ,F13.2,//59X, [illegible]PARAMETRO T = ,
     1 F13.2,//59X, [illegible]PARAMETRO ? = ,F13.2///)
C
C     CALCULO DE LA FUNCION DE DENSIDAD
C
      MIN = [illegible]MIN + 1
      MAX = [illegible]MAX
      KIN=0
      DO 150 I= MIN, MAX
      X = I
      KIN=KIN+1
      FD(KIN)=[illegible]
     1 [illegible]
  150 [illegible]
C
C     DISCRETIZACION DE LA FUNCION DE DENSIDAD
C
      [illegible]
      DO 200 I = 2, KI[illegible]
  200 FX[illegible]
      FX[illegible]
C
C     FUNCION ACUMULADA
C
      FA(1) = FX(1)
      [illegible]
      DO 220 I = 2, KIN
  220 FA(I) = FA(I-1) + FX(I)
      DO 250 I= 1,KIN
  250 FA[illegible] = FA[illegible]/FA(KIN)
      WRITE(6,269)
  269 FORMAT([illegible]FUNCION DE DENSIDAD [illegible])
      WRITE(6,[illegible])([illegible],FAX(I),I=1,KIN)
  2?? FORMAT( [illegible])
C
C     OBTENCION DE LAS MATRICES DE TRANSICION
C     Y DE SIMULACION
C
      [illegible]
      DO [illegible]
      DO [illegible]
```

```
      DO 152 J=1,NEST
  152 P(K,I,J)=0.0
      WRITE(6,[illegible])
      DO 212 I=1, NEST
      DO 212 J = 1, NEST
      CALL DATA(I3, I,J,T,V8 )
  212 D(K,I,J) = V8
      VINI=VINI(I)
      DO 250 J=1, NTP
      VTIN=VINI + D(J)
      VFIN= VTIN - U3
      JJ = [illegible](VFIN-CAPMUD,60. + 1
      VTIN = VTIN - D(1)*(AR(I) + AR(J))*0.5*0.7 *LLUJ*(AR(I)+AR(J))/2
      IF( VTIN         .GT. CAPM)(WRITE(6,299) VFIN
  299 FORMAT(1X),  GR.OL = ,F10.2)
      IF(JJ .LE. 1)JJ = 1
      IF(JJ .GT. 6)JJ = 6
  200 P(K,I,JJ) = P(K,I,JJ) + TAJ(J)
      WRITE(6,25)
      WRITE(6,250)
  250 FORMAT(//,13X,30HMATRICES DE TRANSICION Y DE BENEFICIOS,//)
      DO 330 K=1,NPOL
      WRITE(6,260)K
  260 FORMAT(15X, 4HK = ,I2,/)
      DO 320 I =1, NEST
  320 WRITE(6,270)(P(K,I,J),J= 1,NEST)
      WRITE(6,25)
   25 FORMAT(/,)
      DO 330 I= 1,NEST
  330 WRITE(6,280)(Q(K,I,J),J=1,NEST)
  270 FORMAT((15X, 12(F7.4,3X)),/)
  280 FORMAT((15X,12(F3.2,2X)),/)
C
C     CALCULO DE ALGORITMO DE HOWARD
C     CALCULO DE  QI = PIJ*RIJ
C
      DO 1000 I=1,NEST
      DO 1000 K=1,NPOL
      A = 0.
      DO 1010 J = 1,NEST
 1010 A = A + P(K,I,J)*R(K,I,J)
 1000 Q(I,K) = A
C
C     DEFINE POLITICA INICIAL
C
      DO 1020 I=1,NEST
 1020 KP(I) = 1
      WRITE(6,25)
 1022 CONTINUE
      WRITE(6,1024)(KP(I),I=1,NEST)
 1024 FORMAT(//,57X,21HPOLITICA QUE SE ESTA ANALIZANDO,/,57X,
     1 4H(K) = ( , 6(I1,1X),1H),/ )
C
C     DEFINE LA MATRIZ [illegible]
C
      DO 1200 I=1,NEST
      Y(I) = Q(I[illegible]
```

```
      DO 1030 J = 1,NEST
      Z(I,J) = P(K30,I,J)
      IF(I .EQ. J) Z(I,J)= Z(I,J) -1.
 1030 CONTINUE
C
C     DEFINE LA MATRIZ LIJ
C
      DO 1040 I =1,NEST
      DO 1040 J = 1,NEST
      L(I,J) = -Z(I,J)
      IF( J.EQ. I)L(I,J)=1.
 1040 CONTINUE
C
C     CALCULA LA INVERSA DE LIJ
C
      CALL INV[illegible](L,NEST)
C
C     HACE EL PRODUCTO LIJ * QJSK
C
      DO 1070 I = 1,NEST
      KK8 = S(I)
      A = 0.
      DO 1060 J =1,NEST
 1060 A = A + L(I,J)*Q(J,K98)
 1070 D(I)= A
      [illegible] = D(I)
      D(I) = 0.
C
C     BUSQUEDA DE UNA NUEVA ESTRATEGIA
C
      DO 1090 I =1,NEST
      DO 1080 J =1,NPOL
      ZETA(I,J) = Q(I,J)
      DO 1080 LL=1,NEST
 1080 ZETA(I,J) = ZETA(I,J) + P(J,I,LL)*D(LL)
C
C     BUSCA EL MAXIMO DE ZIK
C
      IMAX = 1
      VAL = ZETA(I,1)
      DO 1093 J= 2,NPOL
      IF(VAL .GE. ZETA(I,J))GO TO 1093
      VAL= ZETA(I,J)
      IMAX = J
 1093 CONTINUE
      K1(I) = IMAX
 1073 CONTINUE
      KONT = 0
      DO 1103 I =1,NEST
      IF(K(I).EQ. K1(I))KONT =KONT + 1
 1103 CONTINUE
      IF(KONT .EQ.NEST)GO TO 1222
      DO 1105 I=1, NEST
 1105 K(I) = K1(I)
      GO TO 1022
 1115 CONTINUE
      WRITE(6,1215)(K(I),I=1,NEST)
```

```
1225  FORMAT(//30X, 25HPOLITICA OPTIMA,//,50X,S(K) = ',6(I2,1X),
     * 1H),//)
C     CALCULO DE LA PROBABILIDAD LIMITE
      DO 1202 I=1,NEST
      KDD = KI(I)
      DC 1200 J = 1,NEST
      Z(I,J) = P(KDD,I,J)
      IF(I .EQ. J) Z(I,J) = Z(I,J) -1.0
1200  CONTINUE
      DO 1203 I = 2,NEST
      II = I - 1
      DO 1203  J = 1, NEST
1203  Z(II,J) = Z(I,J)
      DO 1210  J = 1, NEST
1210  Z(NEST,J) = 1.0
      CALL INVERZ(Z, NEST)
      WRITE(6,295)
295   FORMAT(///52X, 25HPROBABILIDADES DE EQUILIBRIO,//)
      WRITE(6,290)(Z(I,4),I=1,NEST)
290   FORMAT(52X, 3H(P) = ( , 6(F7.2,1X),1H))
      STOP
      END
```

CARD NR. SEVERITY DETAILS   DIAGNOSIS OF PROBLEM

250   I   STUP 29? FIELD WIDTH OF A CONVERSION DESCRIPTOR SHOULD BE AS LARGE AS THE MINIMUM SPECIFIED FOR THAT DESCRIPTOR.

SYMBOLIC REFERENCE MAP (R=1)

ENTRY POINTS
15370 ICWAR?

VARIABLES	SN	TYPE	RELOCATION						
11621	A	REAL		11562	AMED	REAL			
11621	AP	REAL	ARRAY	12334	B	REAL	ARRAY		
11606	[illegible]	REAL		11571	BA	REAL			
11605	[illegible]	REAL		11545	[illegible]	REAL			
11551	CAMPU	REAL		11551	CAMMX	REAL			
11557	[illegible]	REAL		11553	CI	REAL			
11566	CP	REAL		11665	J	REAL	ARRAY		
12174	CUTR	REAL	ARRAY	11567	[illegible]	REAL			
11573	[illegible]	REAL		11560	[illegible]	REAL			
11677	[illegible]	REAL	ARRAY	7	[illegible]	REAL	ARRAY	/ /	
12167	FD	REAL	ARRAY	11546	[illegible]	REAL			
12722	[illegible]	REAL	ARRAY	11553	I	INTEGER			
11625	[illegible]	INTEGER		57	IA	INTEGER	ARRAY	/ /	
11577	[illegible]	INTEGER		11555	[illegible]	INTEGER			
11550	[illegible]	INTEGER		11511	JJ	INTEGER			

```
SUBROUTINE [illegible]      73/172  OPT=1          FTN 4.6+[illegible]      09/09/81  12.58.26      PAGE   1

SUBROUTINE [illegible]      73/172  OPT=1          FTN 4.6+[illegible]      09/09/81  12.58.26      PAGE   1

                    SUBROUTINE [illegible](I, [illegible])
                    COMMON FAC(303),IX(303)
                    DIMENSION V(3)
                    A0 = 33.[illegible]
      5             A1 = -3.13
                    C = -1464.55
                    CP1 = C + A0*[illegible] + A1*[illegible]**2
                    IF(J - 1)[illegible],100,200
              200   V1 = [illegible](J)-V(J)
     10             CP2 = C + A0*V1 + A1*V1**2
                    CP = CP1 + CP2
                    GO TO 500
              100   CP=CP1
              500   RETURN
     15             END

SYMBOLIC REFERENCE MAP (R=1)

ENTRY POINTS
 2 [illegible]

VARIABLES    SN  TYPE       RELOCATION
  77  A0         REAL                          63  A1     REAL
   [illegible]  [illegible]  REAL     F.P.      3  [illegible]  REAL          F.P.
  62  CP2        REAL                          64  CP2    REAL
  61  C          REAL                           [illegible]  FAC    REAL    ARRAY   //
   [illegible]  I  INTEGER  F.P.              576  IX     INTEGER ARRAY   //
   0  J          INTEGER  F.P.                  0  V      REAL    ARRAY   F.P.
  63  V1         REAL

STATEMENT LABELS
  57  100                    0  200     INACTIVE              31  500

COMMON BLOCKS   LENGTH
  //             [illegible]

STATISTICS
  PROGRAM LENGTH                 [illegible]   [illegible]
  CM BLANK COMMON LENGTH         [illegible]   [illegible]
     [illegible] CM USED
```

```
      SUBROUTINE INVER(A,N)
      COMMON F,C(7400),Z(100)
      COMMON  ,R(50), SX(5)
      DIMENSION A(6,6),T(6)
C PROGRAMA PARA CALCULAR LA INVERSA DE UNA MATRIZ
      REWIND 13
      DO 510 I=1,N
      DO 520 J=1,N
      IF(I.EQ.J)530,540
  530 T(J)=1.0
      GO TO 520
  540 T(J)=0.0
  520 CONTINUE
      WRITE(13)(T(J),J=1,N)
  510 CONTINUE
      DO 500 I=1,N
      IF(A(I,I))27,26,27
   26 DO 7 K1 = 1,N
      IF(A(K1,I))8,7,8
    7 CONTINUE
      REWIND 13
      REWIND 14
      DO 6020 K3=1,N
      C = A(K1,K3)
      A(K1,K3)= A(I,K3)
      A(I,K3) = C
      READ(13) (R(J),J=1,N)
      STE = R(I)
      R(I) = R(K1)
      R(K1) = STE
      WRITE(14)(R(J),J= 1,N)
 6020 CONTINUE
      REWIND 14
      REWIND 13
      DO 6030 K2 = 1,N
      READ(14)(R(J),J= 1,N)
      WRITE(13)(R(J),J=1,N)
 6030 CONTINUE
      WRITE(6,111)I,K1
  111 FORMAT(1H0,10X,11HSE CAMBIO ,I3,3X,25HSE CAMBIO POR EL RENGLON ,
     1 I3)
      GO TO 27
    8 CONTINUE
      WRITE(6,702)
  702 FORMAT(1H0,10X,26HLA MATRIZ NO TIENE INVERSA)
      GO TO 50
   27 C7 = A(I,I)
      DO 33 J = 1, N
   33 A(I,J) = A(I,J)/C7
      REWIND 16
      REWIND 13
      DO 75 K = 1, N
      READ(13) (T(J2),J2 = 1, N)
      T(I) = T(I)/C7
      WRITE(16)(T(J2),J2=1,N)
   75 CONTINUE
      DO 22 J = 1,N
```

```
      IF(I .EQ. J)32,33
   69 ZA = A(J,I)
      DO 73 K = 1,N
   73 A(J,K) = A(I,K)*ZA + A(J,K)
      REWIND 18
      REWIND 19
      DO 6 K = 1,N
      READ(18)(R(J2),J2 = 1,N)
      R(J) = R(I)*ZA + R(J)
    6 WRITE(19)(R(J2),J2=1,N)
      REWIND 18
      REWIND 19
      DO 51 K = 1,N
      READ(19)(R(J2),J2 =1,N)
      WRITE(18)(R(J2),J2 = 1,N)
   51 CONTINUE
   33 CONTINUE
  598 CONTINUE
      REWIND 19
      DO 7933  K3 = 1, N
      READ(19)(R(K2),K2 = 1,N)
      DO 7933 K4 = 1, N
 7933 A(K4,K3) = R(K4)
   13 FORMAT(8F10.5)
  207 FORMAT(//55X,*SUMA MATRIZ ORIGINAL 23*)
  209 FORMAT(5X,12F10.4)
  204 FORMAT(//53X,*SUMA MATRIZ TRANSFORMADA 23*)
   32 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
SYMBOLIC REFERENCE MAP (R=3)

ENTRY POINTS
    7  INVER

VARIABLES       SN  TYPE          RELOCATION
    3  A            REAL      ARRAY     F.P.        445  C          REAL
  457  [illegible]  REAL                            457  [illegible] REAL
  457  [illegible]  REAL                           1295  [illegible] REAL      ARRAY    //
    0  FAC          REAL      ARRAY     //          447  I          INTEGER
  574  ID           INTEGER   ARRAY     //          447  J          INTEGER
  452  J2           INTEGER                         451  K          INTEGER
  444  K2           INTEGER                         445  [illegible] INTEGER
  454  K4           INTEGER                           3  N          INTEGER            F.P.
  455  [illegible]  REAL      ARRAY                1257  [illegible] REAL      ARRAY    //

FILE NAMES          MODE
       TAPE18       UNFMT              TAPE19   UNFMT              TAPE6     FMT

STATEMENT LABELS
    7  6                                9  7            INACTIVE           171  9
    [illegible]  24      INACTIVE     177  [illegible]                       0  13
```

```
      COMMON FACT(430),IFT(430)
      DIMENSION B(8)
      DATA B(1),B(2),B(3),B(4),B(5),B(6),B(7),B(8)/-0.577191652,0.988205
     1891,-0.897056937,0.918206857,-0.756704078,0.482199394,-0.193527818
     2,0.035868343/
      FZ=1.
      PP=P1
      IF(P1.LE.0.)GO TO 33
   11 CONTINUE
      IF(PP.LT.1.)GO TO 7
      IF(PP.GT.2.)GO TO 3
      IF(ABS(P1) .LT. 1)PP=PP + 1
      PGAM=1.0
      DO 100 I=1,8
  100 PGAM=PGAM +B(I)*PP**I
      PGAM=PGAM/PP
      IF(ABS(P1) .LT. 1)PGAM = PGAM/P1
      IF(P1.LT. 0)GO TO 7
      GO TO 62
    7 CONTINUE
C     FOR VALUES GREATER THAN 2
      PP=PP-1
      FZ=FZ*PP
      GO TO 11
    5 CONTINUE
C     DATA [illegible] NEGATIVES
      PP=ABS(P1)
      FZ=1.0
      AA=SIN(3.14159265*PP)
      IF(AA.EQ.0.)GO TO 33
      GO TO 11
    7 PGAM=3.14159265/(P1*PGAM*AA)
      GO TO 62
   33 CONTINUE
      WRITE(6,71)
   71 FORMAT(10X,20HGAMMA FUNCTION [illegible] UNDEFINED )
      PGAM=0.0
   62 CONTINUE
      RETURN
      END
```

SYMBOLIC REFERENCE MAP (R=1)

ENTRY POINTS
[illegible] GAMMA

VARIABLES	SN	TYPE		RELOCATION				
374	AA	REAL			105	B	REAL	ARRAY
7	FACT	REAL	ARRAY	/ /	103	I	INTEGER	
524	IFT	INTEGER	ARRAY	/ /	102	PGAM	REAL	
1	PGAM	REAL		F.P.	101	PP	REAL	
4	P1	REAL		F.P.	101	PZ	REAL	

MINIMO = 41.79

MAXIMO = 759.86

MEDIA = 165.18

VARIANZA = [illegible]

PARAMETRO R = .63

PARAMETRO T = 2.24

PARAMETRO C = 1.96

FUNCION DE DENSIDAD (Y FIN)

66	.3333	69	.9096	78	.0050
77	.3376	70	.9072	79	.0071
86	.3357	97	.9062	88	.0061
95	.3355	96	.9054	97	.0055
104	.3351	105	.9051	106	.0050
113	.3347	114	.9047	115	.0047
122	.3344	123	.9046	124	.0044
131	.3342	132	.9041	133	.0041
140	.3339	141	.9039	142	.0039
149	.3337	150	.9037	151	.0037
158	.3335	159	.9035	160	.0035
167	.3334	168	.9034	169	.0033
176	.3332	177	.9032	178	.0032
185	.3331	186	.9031	187	.0030
194	.3329	195	.9029	196	.0029
203	.3325	204	.9028	205	.0028
212	.3327	213	.9027	214	.0027
221	.3325	222	.9026	223	.0025
230	.3323	231	.9024	232	.0024
239	.3322	240	.9023	241	.0023
248	.3322	249	.9022	250	.0022
257	.3321	258	.9021	259	.0021
266	.3373	267	.9020	268	.0020
275	.3313	276	.9019	277	.0019
284	.3318	285	.9018	286	.0018
293	.3317	294	.9017	295	.0017
302	.3316	303	.9016	304	.0016
311	.3315	312	.9015	313	.0015
320	.3314	321	.9014	322	.0014
329	.3017	330	.9013	331	.0013
338	.3312	339	.9012	340	.0012
347	.3311	348	.9011	349	.0011
356	.3319	357	.9010	358	.0009
365	.3033	366	.9008	367	.0008
374	.3337	375	.9007	376	.0007
383	.3305	384	.9005	385	.0005
392	.3303	393	.9003	394	.0003

RIZADO

MATRICES DE TRANSICION Y DE BENEFICIOS

K = 1

.3949	.2243	.1630	.2177
0.0000	.3949	.2243	.3807
0.0000	0.0000	.3949	.6051
0.0000	0.0000	0.0000	1.0000

19.65	39.30	991.50	1007.70
19.65	19.65	39.30	991.50
19.65	19.65	19.65	39.30
19.65	19.65	19.65	19.65

K = 2

.6133	.1531	.1165	.0332
.3949	.2243	.1630	.2177
0.0000	.3949	.2243	.3807
0.0000	0.0000	.3949	.6051

971.65	991.50	1943.70	1959.93
971.65	971.65	991.50	1943.70
971.65	971.65	971.65	991.50
971.65	971.65	971.65	971.65

K = 3

.7323	.2165	.0770	.0232
.6133	.1533	.1165	.0932
.3949	.2243	.1630	.2177
0.0000	.3949	.2243	.3807

986.05	1007.70	1959.93	1976.10
986.05	986.05	1007.70	1959.93
986.05	986.05	986.05	1007.70
986.05	986.05	986.05	986.05

K = 4

.5732	.0904	.0785	0.0000
.7435	.1295	.0684	.0536
.5657	.1706	.1296	.1251
.3185	.2452	.1780	.2583

388.79	409.44	1761.64	1777.14
388.79	388.79	409.44	1761.64
388.79	388.79	388.79	409.44
388.79	388.79	388.79	388.79

POLITICA QUE SE ESTA ANALIZANDO
(K) = (1 1 1 1)

POLITICA QUE SE ESTA ANALIZANDO
(K) = (3 3 3 3)

POLITICA QUE SE ESTA ANALIZANDO
(K) = (2 2 3 3)

POLITICA OPTIMA
(K) = (2 2 3 3)

PROBABILIDADES DE EQUILIBRIO

(P) = (.25 .25 .25 .25)

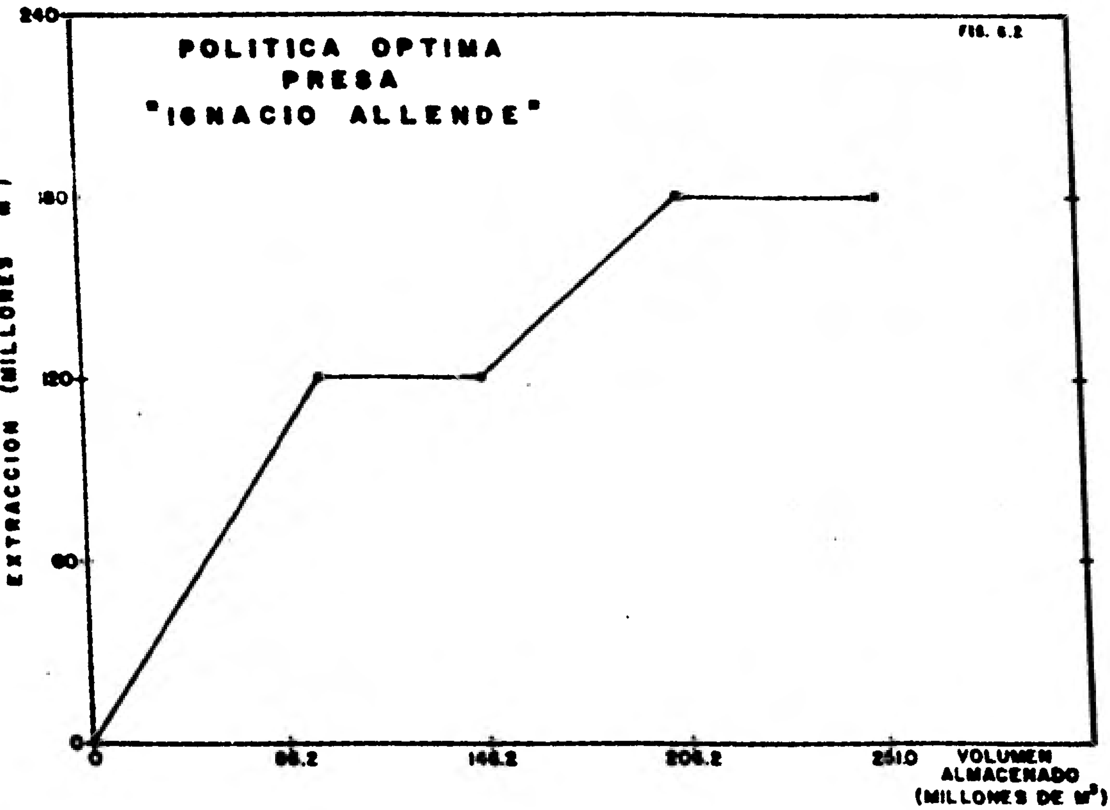


FIG. 6.2
POLITICA OPTIMA
PRESA
"IGNACIO ALLENDE"
EXTRACCION (MILLONES M³)
240
180
120
60
0
0
86.2
146.2
206.2
251.0
VOLUMEN ALMACENADO (MILLONES DE M³)

A N E X O I

CURVA DE ELEVACIONES CAPACIDADES AREAS

H [M]	V [10^6 M^3]	DA [H_a]
1818.5	20.0	
1820.0	30.0	666.7
1821.0	35.0	500.0
1822.5	50.0	1000.0
1823.0	55.0	1000.0
1823.5	61.5	1300.0
1824.0	67.5	1200.0
1824.5	69.5	400.0
1825.0	81.5	2400.0
1825.5	88.5	1400.0
1826.0	96.0	1500.0
1826.5	106.0	2000.0
1827.0	115.5	1900.0
1827.5	125.0	1900.0
1828.0	135.0	2000.0
1828.5	145.0	2000.0
1829.0	156.0	2200.0
1829.5	167.5	2300.0
1830.0	180.0	2500.0
1830.5	191.5	2300.0
1831.0	204.5	2600.0
1831.5	217.5	2600.0
1832.0	232.5	3000.0
1832.5	246.0	2700.0
1833.0	261.0	3000.0
1833.5	277.0	3200.0
1834.0	292.0	3000.0
1835.0	325.0	3400.0

A N E X O 2

Se tienen los siguientes datos de volúmenes anuales de - entrada clasificados por orden ascendente.

1.-	61,387	$x10^3$ m3
2.-	78,028	"
3.-	89,357	"
4.-	90,983	"
5.-	91,141	"
6.-	91,679	"
7.-	93,183	"
8.-	98,693	"
9.-	104,830	"
10.-	117,537	"
11.-	131,112	"
12.-	144,801	"
13.-	150,729	"
14.-	151,093	"
15.-	161,170	"
16.-	167,274	"
17.-	173,134	"
18.-	181,247	"
19.-	182,293	"
20.-	206,894	"
21.-	256,691	"
22.-	284,033	"
23.-	306,788	"
24.-	314,248	"
25.-	399,058	"

En la Figura A.1 se muestran el histograma de los datos y la curva teórica ajustada.

Se eligió una distribución Beta de cuatro parámetros por la gran flexibilidad que ofrece ésta para ajustarse a los datos observados.

Las fórmulas de dicha distribución son:

$$f_y(y) = \frac{1}{B(b-a)^{t-1}} \cdot (y-a)^{r-1} (b-y)^{t-r-1} \quad a \leq y \leq b$$

$$m_y = a + \frac{r}{t}(b-a)$$

$$\sigma_y^2 = (b-a)^2 \frac{r(t-r)}{t^2(t+1)}$$

$$B = \frac{\Gamma(r)\Gamma(t-r)}{\Gamma(t)}$$

donde:

$f_y(y)$ = función de densidad de probabilidad

a = valor mínimo observado.

b = valor máximo observado.

y = variable aleatoria (volúmenes de entrada).

r, t = parámetros.

m_y = media

σ_y^2 = varianza

$\Gamma(x)$ = valor de la función gamma en x.

sustituyendo valores se llega a:

a = 61,387

b = 399,058

m_y = 165.10

σ_y^2 = 7,493.92

r = 0.69

t = 2.24

B = 1.0418

Con el objeto de verificar la bondad del ajuste, se aplicó la prueba de Kolmogorov-Smirnov, realizándose los siguientes cálculos:

X_i	$f_{i/n}$	F_x (x)	$[F_x(x) - f_{i/n}]$
85	0.18	0.2079	0.0279
135	0.10	0.2435	0.1435
185	0.12	0.1732	0.053
235	0.02	0.1335	0.1135
285	0.04	0.1028	0.0628
335	0.02	0.0747	0.054
385	0.02	0.640	0.044

La máxima diferencia es 0.14, de la tabla de Kolmogorov-Smirnov, para $n = 25$ y $\alpha = 0.10$ se tiene la diferencia - máxima admisible de 0.24 por lo que se acepta el modelo.

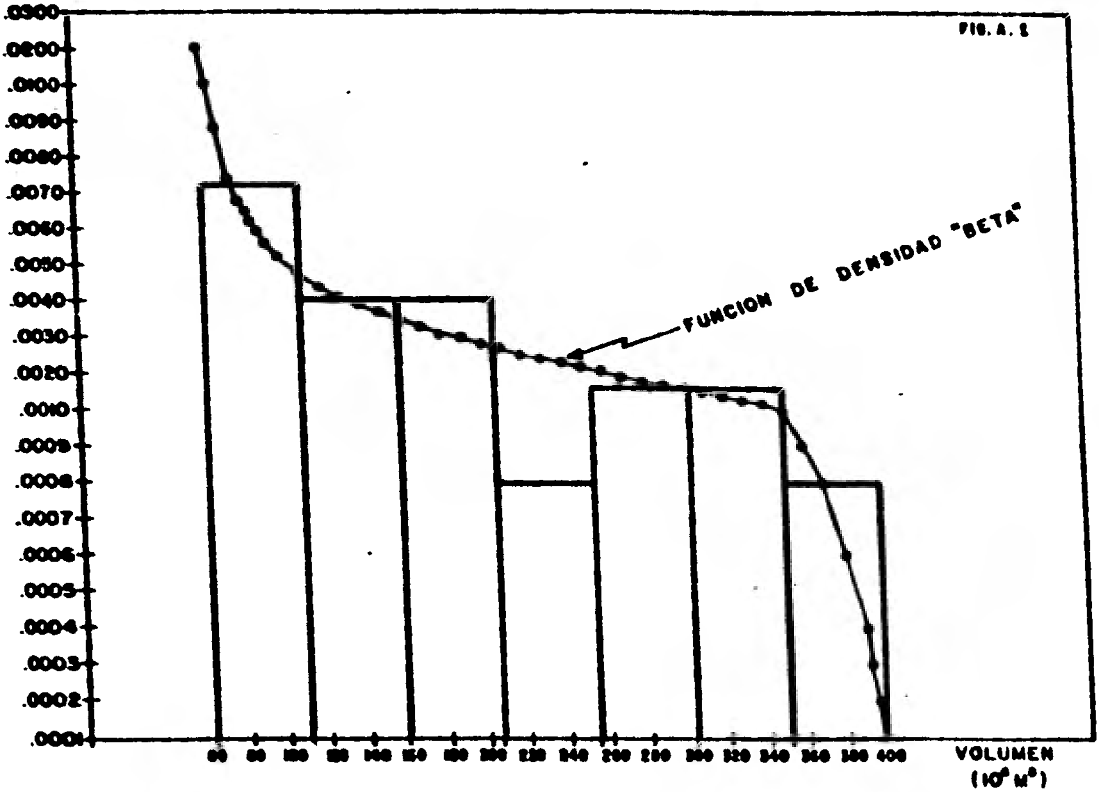


FIG. A. 2
.0300
.0200
.0100
.0090
.0080
.0070
.0060
.0050
.0040
.0030
.0020
.0010
.0009
.0008
.0007
.0006
.0005
.0004
.0003
.0002
.0001
FUNCION DE DENSIDAD "BETA"
VOLUMEN
(10^6 M^3)

REFERENCIAS.

1.- La Programación Dinámica - A. Kaufmann y R. Cruon. 1967.

2.- Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers - Jack R. Benjamin & C. Allin Cornell - 1970.

3.- Teoría y Realidad - Mario Bunge - 1975.

4.- Modelos Estadísticos - 760323 - Alberto Guitrón de - Los Reyes.

5.- Boletín Hidrométrico, Región Hidrológica No. 12.

6.- Características de los Distritos de Riego - SRH.

Impresa por:

j. felipe montiel m.
Portal de Santo Domingo # 10.
Interior, Despacho 4.
Tel. 510-86-28.
México 1, D.F.