

2 ej.
6



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**SELECCION DE MODOS EN UN LASER
DE ARGON CONTINUO**

T E S I S
Que para obtener el título de
F I S I C O
p r e s e n t a

FRANCISCO J. BADILLO TREJO

México, D. F.

1986

UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

INTRODUCCION.....	1
CAPITULO I	
INTERACCION ENTRE LA RADIACION Y LA MATERIA.....	4
Introducción; teoría de perturbaciones dependientes del tiempo; campo electro- magnético perturbador; emisión espontánea.	
CAPITULO II	
LASER DE ARGON.....	22
Introducción; descripción.	
CAPITULO III	
ETALON DE FABRY-PEROT.....	30
Introducción; descripción; intensidad de la luz transmitida; fineza del etalón; Fabry-Perot escudriñador; una aclaración.	
CAPITULO IV	
SELECCION DE MODOS.....	53
Introducción; generalidades; descripción; interpretación de la gráfica; conclusión.	
APENDICE.....	69
REFERENCIAS.....	72

I N T R O D U C C I O N

La parte experimental de esta tesis se llevó a cabo en el Laboratorio de Colisiones Atómicas y Moleculares del Instituto de Física de la UNAM (en Cuernavaca), y consistió en la obtención, a partir del haz proporcionado por un laser de argón continuo (entonable), de un haz casi monocromático, con el fin de usarlo en espectroscopía de alta resolución.

El laser utilizado emite varias líneas espectrales las cuales tienen cierta anchura debido, principalmente, al ensanchamiento -- Doppler. Con ayuda de un prisma, integrado a la cavidad del laser, es posible seleccionar sólo una de esas líneas, reduciéndose así el ancho espectral del haz emergente. Pero aún cuando se ha "entonado" una sola línea, ésta no es de una sola frecuencia debido a la anchura Doppler correspondiente; ahora el haz emergente estará formado por un conjunto discreto de frecuencias porque la cavidad de laser hace una discriminación y sólo permite la salida de ciertas oscilaciones, mismas que reciben el nombre de "modos" (de oscilación).

Pues bien, el objetivo experimental en la realización de esta tesis, es llevar a cabo el procedimiento para aislar uno de esos modos, concretamente un modo longitudinal, lo que dará como resultado un haz de bajísimo ancho espectral.

En la presentación del trabajo escrito se ha distribuido éste en capítulos en orden creciente de importancia. Así, se ha dedicado el último capítulo a la parte más importante de esta tesis: la descripción del procedimiento seguido, en el laboratorio, para la selección de los modos longitudinales.

El penúltimo capítulo, el III, se ha dedicado para hacer una amplia descripción del dispositivo modular de la selección de los modos longitudinales: el etalón de Fabry - Perot.

En tanto que los dos primeros capítulos son dedicados al laser,

siendo el segundo capítulo donde se proporcionan los datos, del laser, que se necesitarán en la parte experimental; y el primer capítulo contiene un esbozo del formalismo teórico de la emisión laser. Este primer capítulo, empero, viene a ser, estrictamente, un apéndice del resto, y si no se ha puesto como tal ha sido sólo por conservar el esquema "aspectos teóricos - aspectos prácticos - ejecución experimental".

C A P I T U L O I

I N T E R A C C I O N
E N T R E L A R A D I A C I O N
Y L A M A T E R I A

I.1.- INTRODUCCION

En este capítulo se describirá brevemente una metodología usada para analizar la interacción entre la radiación y la materia, - teniendo como objetivo el de señalar, a grandes rasgos, una manera formal de tratar ciertos aspectos esenciales en la emisión laser: la emisión inducida, la absorción y la emisión espontánea. Este enfoque, netamente teórico, no sólo no persigue abordar directamente la selección de modos sino que no se usa como un camino para tratarla; más aún, los resultados que de aquí se deriven no serán usados posteriormente. Pero se ha considerado pertinente incluir este capítulo para indicar una manera formal de abordar - el problema de la emisión laser, pues es en un laser de argón don de se hará la selección de modos. En este sentido, el presente - capítulo puede considerarse como una introducción al siguiente, y si no se ha dispuesto así ha sido por razones de estilo: este capítulo es totalmente teórico en tanto que el siguiente resume, - principalmente, ciertos resultados experimentales que se usarán en la selección de modos del laser de argón.

La manera formal de analizar la emisión y la absorción inducidas es a través de la mecánica cuántica. En efecto, éstas pueden tratarse mediante el método semi-clásico, el cual consiste en describir el campo electromagnético en la forma clásica y analizar el comportamiento de la partícula, esto es, el electrón con quien interacciona el campo, mediante la teoría de perturbaciones dependientes del tiempo (de la mecánica cuántica).

En cambio, la emisión espontánea no puede tratarse mediante el método semi-clásico. Esta debe abordarse usando el tratamiento de la electrodinámica cuántica, pero su formalismo rebasa las pretensiones de esta tesis, por lo que usaremos un método menos riguro-

-so pero válido: el método termodinámico propuesto por A. Einstein.

Así pues, empezaremos a desarrollar este capítulo describiendo la teoría de perturbaciones dependientes del tiempo para luego aplicarla al problema de una partícula cargada, ligada, que es perturbada por un campo electromagnético, teniendo como objetivo el de establecer la emisión inducida y la absorción como un efecto de la interacción entre la radiación y la materia.

Finalmente, en el inciso I-4, abordaremos el tema de la emisión espontánea usando, como ya se dijo, el método de Einstein. Este método fue usado originalmente para otro fin pero podemos adaptarlo para el nuestro: obtener una relación mediante la que se pueda determinar la probabilidad de emisión espontánea, y hacer algunas consideraciones acerca de las emisiones inducidas y espontánea.

I.2.- TEORIA DE PERTURBACIONES DEPENDIENTES DEL TIEMPO.

El método de perturbaciones consiste en aproximar el problema real al de un sistema estacionario que es ligeramente perturbado. Y se considera que esta pequeña perturbación dependiente del tiempo es causada por un potencial que pueda depender del tiempo.

Así, si \hat{H} representa al hamiltoniano del problema real, en tanto que \hat{H}_0 y \hat{H}' representan los hamiltonianos del sistema estacionario y el de la pequeña perturbación, respectivamente, tendremos

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}' .$$

Por tanto, nuestro objetivo será determinar las soluciones de la ecuación

$$(\hat{H}_0 + \hat{H}') \psi = i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad \dots (I-1)$$

Para ello aplicaremos el método de variación de constantes, en el cual se supone que las soluciones de I-1 tienen la forma de las del sistema no perturbado pero con las constantes (a_n) dependientes del tiempo.

Puesto que las soluciones del sistema no perturbado (el cual queda descrito mediante $\hat{H}_0 \psi = i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$, están dadas por $\psi = \sum a_n \varphi_n(x) e^{-i \frac{E_n t}{\hbar}}$, resulta que las soluciones buscadas estarán dadas por

$$\psi = \sum_n a_n(t) \varphi_n(x) e^{-i \frac{E_n t}{\hbar}}$$

Substituyendo esta expresión en la ecuación I-1, reescribiremos a esta en otra forma:

el segundo miembro nos queda

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = i\hbar \sum_n \left(\frac{da_n(t)}{dt} \right) \varphi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t} + \sum_n a_n(t) E_n \varphi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t}$$

y el primer miembro (usando $\hat{H}_0 \varphi_n(x) = E_n \varphi_n(x)$), resulta

$$(\hat{H}_0 + \hat{H}') \psi = \sum_n a_n(t) \varphi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t} + \sum_n a_n(t) \hat{H}' \varphi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t}$$

$$\therefore i\hbar \sum_n \frac{da_n(t)}{dt} \varphi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t} = \sum_n a_n(t) \hat{H}' \varphi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t}$$

Al multiplicar, por la izquierda, esta ecuación por $\varphi_k^*(x)$ e integrar sobre todo el espacio, tendremos

$$i\hbar \sum_n \frac{da_n(t)}{dt} e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t} \int \varphi_k^*(x) \varphi_n(x) dx = \sum_n a_n(t) e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t} \int \varphi_k^*(x) \hat{H}' \varphi_n(x) dx,$$

de donde, aplicando la condición de ortonormalidad, y haciendo $\int \varphi_k^* \hat{H}' \varphi_n dx = \hat{H}'_{kn}$ y $\frac{E_k - E_n}{\hbar} = \omega_{kn}$ (frecuencia angular de Bohr), resulta

$$\frac{da_k(t)}{dt} = (i\hbar)^{-1} \sum_n a_n(t) e^{i\omega_{kn}t} \hat{H}'_{kn}$$

(Ecuación I-2)

Hasta aquí aún no se ha hecho ninguna aproximación: todas las ecua-

-ciones I-2, obtenidas para todos los valores de k , son equivalentes a la ecuación $\hat{H}\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$. Lo que se ha hecho entonces,

es darle una representación a $\hat{H}\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$, en la cual aparece explícitamente \hat{H}' pero no \hat{H}_0 .

Hecho esto, ahora si se pueden hacer las aproximaciones debidas a la perturbación: se reemplaza, en I-2, \hat{H}' por $\lambda \hat{H}'$ y se desarrollan los coeficientes $a_j(t)$ en serie de potencias en λ :

$$a_j(t) = a_j^{(0)}(t) + \lambda a_j^{(1)}(t) + \lambda^2 a_j^{(2)}(t) + \lambda^3 a_j^{(3)}(t) + \dots,$$

$$\text{en donde } a_j^{(p)}(t) = \left. \frac{d^p a_j(t)}{d\lambda^p} \right|_{\lambda=0},$$

y se ha supuesto que λ es analítica en $(0,1)$.

Este desarrollo se substituye en la ecuación I-2, en donde también se substituye \hat{H}' por $\lambda \hat{H}'_{kn}$:

$$\begin{aligned} \frac{d(a_n^{(0)}(t))}{dt} + \lambda \frac{d(a_n^{(1)}(t))}{dt} + \lambda^2 \frac{d(a_n^{(2)}(t))}{dt} + \dots \\ = (i\hbar)^{-1} \sum (a_n^{(0)}(t) + \lambda a_n^{(1)}(t) + \dots) e^{i\omega_{kn}t} \lambda \hat{H}'_{kn} \end{aligned}$$

e igualando términos que contengan las mismas potencias de λ , resulta:

$$\frac{d a_n^{(0)}(t)}{dt} = 0,$$

$$\frac{d a_n^{(1)}(t)}{dt} = (i\hbar)^{-1} \sum_n \hat{H}'_{kn} a_n^{(0)}(t) e^{i\omega_{kn}t},$$

$$\frac{d a_n^{(2)}(t)}{dt} = (i\hbar)^{-1} \sum_n \hat{H}'_{kn} a_n^{(1)}(t) e^{i\omega_{kn}t},$$

etcétera.

En general:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d a_k^{(0)}(t)}{dt} &= 0 \\ \frac{d a_k^{(q+1)}(t)}{dt} &= (i\hbar)^{-1} \sum_n \hat{H}'_{kn} a_n^{(q)} e^{i\omega_{kn} t} \end{aligned} \right\} \dots (I-3)$$

En principio es posible integrar sucesivamente estas ecuaciones para obtener soluciones aproximadas a cualquier orden deseado de perturbación para una \hat{H}'_{kn} dada.

I.3.- CAMPO ELECTROMAGNETICO PERTURBADOR

Consideremos ahora el problema de un sistema formado por una carga eléctrica ligada y que es perturbado por una radiación electromagnética.

Entonces lo primero que debemos hacer es construir, usando el formalismo de la mecánica clásica, el Hamiltoniano de una partícula cargada inmersa en un campo electromagnético. Esto se hace en el apéndice A de esta tesis, en donde se obtiene la siguiente expresión

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{q}{2mc} (\vec{p} \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{p}) + \frac{q^2}{2mc^2} \vec{A}^2 + q\phi$$

Siendo \vec{A} y ϕ los potenciales, vectorial y escalar, respectivamente, del campo perturbador.

De aquí se obtiene directamente el operador cuántico correspondiente:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{iq\hbar}{2mc} \nabla \cdot \hat{A} + \frac{iq\hbar}{2mc} \hat{A} \cdot \nabla + \frac{q^2}{2mc^2} \hat{A}^2 + q\phi.$$

Para una partícula que está ligada por una energía potencial V , la ecuación de Schrödinger es

$$(\hat{H} + V) \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}.$$

Entonces para un electrón (masa m y carga e) ligado electrostáticamente por una energía potencial V , y que es perturbado por un campo electromagnético representado por los potenciales \vec{A} y ϕ , la ecuación de Schrödinger será:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{ie\hbar}{2mc} \nabla \cdot \hat{A} + \frac{ie\hbar}{2mc} \hat{A} \cdot \nabla + \frac{e^2}{2mc^2} \hat{A}^2 + e\phi + V) \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad \dots \quad (I-4)$$

A partir de esta ecuación es posible determinar las probabilidades de transición, efectuadas entre los estados estacionarios, debidas al campo electromagnético. Para ello consideraremos que este campo es débil, comparado con V , de tal modo que sus potenciales \vec{A} y ϕ , pueden considerarse como una perturbación del sistema estacionario. Entonces podemos, haciendo algunas aproximaciones, reducir la ecuación I-4. Para ello empezaremos por considerar el hecho de que cuando $\vec{J}=0$ y $Q=0$, es posible elegir los potenciales \vec{A} y ϕ tales que $\phi=0$ y $\nabla \cdot \vec{A} = 0$. Además, en primera aproximación, puede despreciarse el término $\frac{e^2}{2mc^2} \hat{A}^2$; así que la ecuación I-4, nos queda en la siguiente forma

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V + \frac{ie\hbar}{2mc} \hat{A} \cdot \nabla \right) \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

Los dos primeros términos del paréntesis corresponden al caso estacionario en tanto que la perturbación queda, según lo ya dicho, representada por el tercer término. Por tanto es posible expresar esta ecuación en la forma de la ecuación I-1, haciendo

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \quad \text{y} \quad \hat{H}' = \frac{ie\hbar}{2mc} \hat{A} \cdot \nabla$$

y como $\hat{A} = \hat{A}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} + \hat{A}_0^* e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$

(referencia 4, pág. 248), tendremos

$$\hat{H}' = \frac{ie\hbar}{2mc} (\hat{A}_0 \cdot \nabla) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r})} e^{-i\omega t} + \frac{ie\hbar}{2mc} \hat{A}_0^* \cdot \nabla e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} e^{i\omega t}$$

$$\therefore \hat{H}'_{km} = \left[-\frac{ie\hbar}{2mc} \int \psi_k^* (e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \hat{A}_0 \cdot \nabla) \psi_m dx \right] e^{-i\omega t} + \left[\frac{ie\hbar}{2mc} \int \psi_k^* (e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \hat{A}_0^* \cdot \nabla) \psi_m dx \right] e^{i\omega t}$$

Y si aquí hacemos
$$\frac{i e \hbar}{2 m c} \int \psi_n^* (e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} \hat{A}_0 \cdot \nabla) \psi_n dx = \hat{H}_{k m}^{30}$$

y
$$\frac{i e \hbar}{2 m c} \int \psi_n^* (e^{-i \vec{k} \cdot \vec{r}} \hat{A}_0^* \cdot \nabla) \psi_n dx = \hat{H}_{k m}^{30}$$
,

entonces
$$\hat{H}' = \hat{H}_{k m}^{30} e^{-i \omega t} + \hat{H}_{k m}^{30} e^{i \omega t}.$$

Lo que sigue es substituir esta expresión en I-3. Pero antes veamos lo siguiente

La primera de las ecuaciones I-3 implica que los coeficientes de orden cero, $a_k^{(0)}(t)$, son constantes en el tiempo. Por otra parte, supondremos que todos esos coeficientes, excepto uno de ellos, valen cero. Esto implica que el sistema tiene una energía bien definida antes de que actúe la perturbación; más aún, supondremos que $a_k^{(0)} = \delta_{k m}$. Entonces, a primer orden, tendremos

$$\begin{aligned} \frac{d a_k^{(1)}(t)}{dt} &= (i \hbar)^{-1} \sum_n \hat{H}'_{k n} \delta_{k m} e^{i \omega_{k m} t} \\ &= (i \hbar)^{-1} \hat{H}'_{k m} e^{i \omega_{k m} t}. \end{aligned}$$

Ahora si podemos efectuar la substitución antes dicha, y obtenemos:

$$\begin{aligned} a_k^{(1)}(t) &= \frac{\hat{H}'_{k m}}{i \hbar} \int e^{i(\omega_{k m} - \omega) t} dt \\ &\quad + \frac{\hat{H}'_{k m}}{i \hbar} \int e^{i(\omega_{k m} + \omega) t} dt \end{aligned}$$

esto es,

$$a_K^{(1)}(t) = \frac{\widehat{H}_{Km}^{(1)}}{\hbar} \left[\frac{1 - e^{i(\omega_{Km} - \omega)t}}{\omega_{Km} - \omega} \right] + \frac{\widehat{H}_{mK}^{(1)}}{\hbar} \left[\frac{1 - e^{i(\omega_{Km} + \omega)t}}{\omega_{Km} + \omega} \right] \dots \quad (I-5)$$

De aquí se desprende que $a_K^{(1)}(t)$ tendrá un valor apreciable sólo - cuando el denominador de alguno de los cocientes que están entre corchetes, sea casi cero; esto es, $a_K^{(1)}(t)$ tiene un valor apreciable sólo cuando $\omega_{Km} \approx \omega$ o bien cuando $\omega_{Km} \approx -\omega$. Y como $|a_K^{(1)}(t)|^2$ nos da la probabilidad de encontrar al sistema en el estado k , tendremos que la probabilidad de que haya una transición, debida al campo perturbador, depende de los cocientes mencionados, razón por la cual suele llamárseles cocientes resonantes.

En el caso en que $\omega_{Km} \approx \omega$, tendremos que $E_K = E_m + \hbar\omega$, pues $\omega_{Km} = \frac{E_K - E_m}{\hbar}$; y si $\omega_{Km} \approx -\omega$, entonces $E_K = E_m - \hbar\omega$. Esto quiere decir que el campo perturbador, cuya frecuencia angular es ω , puede transferir energía al sistema en una cantidad $\hbar\omega$ o bien puede hacer que el sistema emita energía en igual cantidad.

Entonces la probabilidad de que haya absorción será proporcional a $|\widehat{H}_{Km}^{(1)}|^2$, en tanto que la probabilidad de que haya emisión, a la que por su naturaleza se le ha llamado emisión inducida o estimulada, es proporcional a $|\widehat{H}_{mK}^{(1)}|^2$.

Por la importancia que revisten estas conclusiones, las reescribiremos en la siguiente forma:

Si sobre un sistema formado por un electrón ligado mediante un potencial electrostático, actúa una radiación electromagnética de frecuencia angular ω a la cual se le puede considerar como una pertur-

-bación, entonces el efecto de este campo electromagnético sobre el sistema puede ser:

- 1) Que el sistema absorba energía en una cantidad igual a $\frac{h}{2} \omega$ lo que se lleva a cabo con una probabilidad proporcional a $|\hat{H}_{km}^{20}|^2$.
- 2) Que el sistema efectúe una emisión, llamada emisión inducida, ! de igual frecuencia angular que la del campo perturbador!, lo cual se lleva a cabo con una probabilidad que es proporcional a $|\hat{H}_{km}^{220}|^2$.

I.4.- EMISION ESPONTANEA

En el inciso anterior obtuvimos una expresión para $a_n^{(1)}(t)$ (ecuación I-5) a partir de la cual puede obtenerse la probabilidad de que se efectúe la emisión inducida. Para esto, se ignora el primer término de la ecuación I-5, pues no es relevante frente al segundo término cuando $\omega \approx -\omega_{km}$, se obtiene $|a_n^{(1)}(t)|^2$, etcétera.

Ahora vamos a determinar una expresión a partir de la cual se pueda obtener la probabilidad de que ocurra la emisión espontánea. Sin embargo, como ya se señaló en la introducción de este capítulo, no podremos usar el tratamiento semi-clásico sino que emplearemos el método termodinámico propuesto por A. Einstein en 1916.

Originalmente el tratamiento termodinámico fue el método mediante el cual Einstein estableció la existencia de la emisión inducida (llamada también emisión estimulada). No obstante, podemos usarlo para nuestro propósito y, de paso, recalcar la importancia de la emisión inducida, base de la actividad laser (no está demás recordar que la palabra laser es un acrónimo de light amplification by stimulated emission of radiation).

En la época en la que se propuso este método, se suponía que la emisión espontánea era la única forma existente de emisión. Pero Einstein, al estudiar ciertos aspectos de la radiación del cuerpo negro, se dió cuenta de que si esta fuese la única forma de emisión, entonces no podrían explicarse algunos casos de equilibrio que tenían lugar, a diferentes temperaturas, en la cavidad del cuerpo negro.

Veamos esto.

Consideremos un conjunto de átomos dentro de una cavidad en la que hay un campo electromagnético que interacciona, en equilibrio termodinámico a una temperatura T , con los átomos, y supongamos que los átomos sólo pueden estar en uno de dos niveles de energía: En ó Em, donde $E_n > E_m$.

Algunos átomos que estén en el nivel m absorberán (cada uno) una energía $\hbar\omega$ del campo electromagnético y pasarán al nivel n; y algunos átomos del nivel n emitirán, espontáneamente, energía (en la cantidad $\hbar\omega$) y pasarán al nivel m. Si ahora suponemos que la emisión espontánea se lleva a cabo siguiendo una ley de probabilidad similar a la de la desintegración radiactiva, tendremos que la probabilidad de emisión espontánea estará dada por

$$J_{e, \text{esp}} = A N_n$$

donde A es el coeficiente de Einstein para la emisión espontánea y N_n es el número de átomos que están en el nivel n; esto es, N_n es la población del nivel n.

(Nótese que A viene siendo la probabilidad de emisión espontánea, en la unidad de tiempo, para un sólo átomo. Así que lo que perseguimos en esta sección es obtener una expresión a partir de la cual se pueda determinar A.)

Por otra parte, como la probabilidad de absorción es proporcional a la densidad ρ de la radiación presente, resulta

$$J_a = B_a \rho N_m,$$

donde B_a es el coeficiente de Einstein para la absorción y N_m es la población del nivel m.

Si ahora admitimos que el único mecanismo de emisión es la emisión espontánea y tenemos en cuenta que el sistema está en equilibrio,

tendremos:

$$\mathcal{P}_{esp} = \mathcal{P}_a, \quad \therefore \frac{N_n}{N_m} = \frac{\beta_a \rho}{A}$$

Por otra parte, según la ley de Maxwell-Boltzman

$$\frac{N_n}{N_m} = \bar{e}^{-\frac{\hbar \omega_{nm}}{kT}}$$

(Siendo K la constante de Boltzman.)

$$\therefore \rho = \frac{A}{\beta_a} \bar{e}^{-\frac{\hbar \omega_{nm}}{kT}}$$

Pero esta expresión no puede conciliarse con la ley de Planck para la radiación del cuerpo negro:

$$\rho = \frac{2 \hbar \omega^3}{\pi c^3} \left(e^{-\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1 \right)^{-1}$$

Aquí es donde Einstein se da cuenta que esta incompatibilidad puede evitarse si se supone la existencia de una fuente adicional de emisores. Einstein supone aquí que los átomos del nivel n pueden emitir no sólo en forma espontánea sino por su interacción con el campo electromagnético, y a este proceso le llama emisión inducida. Y luego supone que la probabilidad de emisión inducida, por ser ésta el resultado de la interacción de un electrón con el campo electromagnético, tendrá la misma forma que la de la absorción (inducida):

$$\mathcal{P}_{ind} = \beta_i \rho N_n$$

Siendo β_i el coeficiente de Einstein para la emisión inducida.

Entonces la probabilidad de emisión, ahora será $\mathcal{P}_e = \mathcal{P}_{esp} + \mathcal{P}_{ind}$

$$\therefore \mathcal{P}_e = (A + \beta_i \rho) N_n$$

Por tanto, haciendo $\mathcal{P}_a = \mathcal{P}_a$, tendremos

$$\frac{N_m}{N_k} = \frac{A + B_i \rho}{B_a \rho}$$

Y si se supone que $B_a = B_i$ y usamos la ley de Maxwell-Boltzman, tendremos ahora

$$\rho = \frac{A}{B_i} \left(e^{\frac{\hbar \omega_{mn}}{kT}} - 1 \right)^{-1}$$

La cual, finalmente, si concuerda con la ley de Plack, pero a condición de hacer

$$A = \frac{2 \hbar \omega}{\pi c^3} B_i.$$

Con esto queda fundamentada la suposición de Einstein (esto es, la existencia de la emisión inducida). Y con esto, también, queda cubierto nuestro objetivo, pues hemos encontrado A en función de B_i , y este coeficiente puede determinarse en la forma indicada al principio de este inciso.

Para terminar, haremos algunas consideraciones.

Cuando se supuso a la emisión espontánea como único mecanismo para la emisión, se obtuvo la expresión

$$\rho = \frac{A}{B_a} e^{-\frac{\hbar \omega_{nm}}{kT}},$$

la cual, según se dijo, no concordaba con la ley de Planck para la radiación del cuerpo negro; esto es, no concordaba con

$$\rho = \frac{2 \hbar \omega^3}{\pi c^3} \left(e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1 \right).$$

Sin embargo si sólo se trabaja en la región del espectro visible, esta incompatibilidad desaparece.

En efecto, si, por ejemplo, trabajamos con luz roja ($\omega \approx 27 \times 10^{14}$) usando una fuente común ($T \approx 10^3$ ok), entonces $e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} \doteq e^{21.5} = 2.22 \times 10^9 \gg 1$. Y, por lo tanto, la ley de Planck puede escribirse, para estas frecuencias, en la forma

$$\rho = \frac{2\hbar\omega^3}{\pi c^3} e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}.$$

Así que a altas frecuencias no hay tal incompatibilidad.

Pero aún podemos agregar más.

Consideremos la expresión

$$\rho = \frac{A}{\beta_i} \left(e^{\frac{\hbar\omega_{nm}}{kT}} - 1 \right)^{-1},$$

obtenida anteriormente bajo el supuesto de que sí hay emisión inducida.

Puesto que A es la probabilidad de emisión espontánea en tanto que $e\beta_i$, lo es de la emisión inducida, la razón de emisión espontánea a emisión inducida será

$$\frac{A}{e\beta_i} = e^{\frac{\hbar\omega_{nm}}{kT}} - 1.$$

Por tanto, en la región del espectro visible, donde $\left(e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1 \right) \gg 1$, resulta $A \gg e\beta_i$; esto es, la mayoría de las emisiones son transiciones espontáneas. Es decir, para frecuencias del espectro visible, en fuentes ordinarias, la emisión inducida puede ignorarse frente a la emisión espontánea. (Y como estas transiciones ocurren en forma totalmente aleatoria, resulta que todas las fuentes

-ordinarias de luz emiten radiación incoherente.)

Por otra parte, a bajas frecuencias ocurre lo contrario. Veamos. - Tomemos, por ejemplo, el caso extremo de emisiones en la región de las ondas de radio ($\omega \approx 10^7$) a la temperatura ambiente ($T \approx 300^\circ K$);

$$e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} \approx e^{2.6 \times 10^7} = 1.00027$$

$$\therefore 0 < (e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1) \ll 1, \text{ así que } A \ll \rho B_i.$$

Esto es, a bajas frecuencias la emisión espontánea puede ignorarse frente a la emisión inducida.

El hecho de que en la región del espectro visible prácticamente toda emisión, en las fuentes ordinarias, sea espontánea, fue probablemente la razón por la que pasó tanto tiempo desde la propuesta de la emisión inducida (Einstein, 1916), hasta el funcionamiento del primer laser (T.H. Maiman, 1960). Y tal vez porque este efecto desaparece parece en la región de las microondas (aquí $e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} \approx e^{0.5} = 1.65$), fue que el primer maser se construyó (Townes, Zeiger y Gordon, 1954) antes que el primer laser.

C A P I T U L O I I

L A S E R

D E

A R G O N

II.1.- INTRODUCCION.

En este capítulo se hará una breve descripción del laser de argón una vez ionizado, modelo 171 de Spectra Physics, del cual se desea seleccionar sus modos longitudinales.

Para esto se mencionarán, a grandes rasgos, algunos aspectos de - la teoría del laser de argón una vez ionizado. Y se describirán, - también a grandes rasgos, algunas características del haz, principalmente aquellas que se manejarán más adelante.

II.2.- DESCRIPCION.

El laser de argón ionizado, modelo 171 de Spectra Physics, produce ondas continuas (c. w.) usando un plasma a altas temperaturas (por lo cual se requiere un buen sistema de enfriamiento que envíe un continuo y gran flujo de agua fría alrededor del tubo del plasma). El origen de estas elevadas temperaturas es el empleo de las altas densidades de corriente que son esenciales para mantener una gran población de átomos en estado iónico, pues a corrientes más bajas sólo se logra alcanzar el estado excitado de átomos neutros.

Alrededor del tubo del plasma hay un solenoide cuya misión es generar un campo magnético que aleje a los electrones de las paredes del tubo. Y como los niveles atómicos excitados, para la emisión laser, son poblados mediante colisiones de los iones con los electrones que tengan, cuando menos, la energía del estado que se excita, resulta - que un efecto de este campo magnético es el de incrementar la inversión de población, lo cual redundará en un aumento en la potencia del laser. Sin embargo, el campo magnético ocasiona, por otra parte, una disminución en dicha potencia, pues origina desdoblamiento de las líneas del laser por efecto Zeeman: las líneas desdobladas están polarizadas elípticamente y las ventanas de Brewster sólo permiten el paso de oscilaciones cercanas a la dirección vertical. El resultado neto de estos efectos varía ligeramente para las distintas líneas: hay un campo magnético óptimo cuyo valor difiere de una línea a otra.⁺

Según ya se mencionó, en el laser de argón ionizado la excitación de iones que genera la inversión de población es el resultado de colisiones con electrones (principalmente), de tal forma que para lograr el estado final superior de la transición laser se requiere

⁺Referencia 6, pág 3-2

más de un paso de colisiones. Esencialmente, el mecanismo de la -
emisión laser se lleva a cabo en la siguiente forma:

- 1.- Mediante colisiones de electrones con átomos neutros, éstos son llevados al estado base del argón una vez ionizado, y luego son llevados a alguno de los estados 4p del argón ionizado (ver - la figura II-1).
- 2.- Mediante emisión estimulada, los iones excitados decaen a alguno de los estados 4s ó 3d. (Entonces, aquí realizan emisión laser.)
- 3.- Los iones efectúan transiciones (no laser), decayendo al estado base -- del argón ionizado.
- 4.- Por un proceso de recombinación, - los iones regresan al estado base del argón neutro.

(Las transiciones laser que tienen lugar, aparecen en la figura - II-1, que es el diagrama de energías del argón una vez ionizado.* Y en la tabla II-1 se muestran, con más claridad, los niveles -- entre los que se efectúan las transiciones, y también se indican las longitudes de onda correspondientes.)

En el paso 3 se menciona que el ión decae, espontáneamente, a su - estado base. En efecto, aquí los estados base de los estados excitados tienen muy corta vida media y muy alta probabilidad de emitir energía. Y a diferencia de los láseres de átomos neutros, don de casi toda la población está en el estado base, aquí la población de un estado base iónico no llega a ser grande debido precisamente al proceso de recombinación (en el cual tienen que ver nua-

*Referencia 6, figura 3-1, pág 3-1.

-vamente las colisiones) que lleva al átomo al estado neutro para reiniciar el ciclo. Por otra parte, pese a las altas temperaturas del plasma, no hay tendencia a establecer una población en equilibrio Boltzman entre el estado base iónico y los estados base del ión excitado, pues entre ellos hay una gran separación de energías (más de 17 ev, según puede observarse en la figura II-1).

En el interior de la cavidad del laser (del modelo 171) hay un prisma integrado, cuya misión es seleccionar ("entonar") las diferentes líneas de transición. Pero éstas no son "finas" por causa del ensachamiento Doppler (el cual es debido a que los átomos no están en reposo y entonces sus velocidades determinan un corrimiento, por efecto Doppler, de la frecuencia emitida). Y si bien éste no es el único factor de ensanchamiento que interviene en la anchura de la línea espectral entonada, sí es el más importante (otras causas son las colisiones atómicas, la presión, la anchura natural, la relajación, etcétera).

Pero el haz emergente no contiene a todas las frecuencias que acompañan (por el ensachamiento) a la línea entonada; incluso, dentro de la cavidad del laser sólo oscilarán continuamente aquellas frecuencias que sí están en el haz emergente; éstas son las frecuencias de resonancia de la cavidad del laser. Y es que ésta es una cavidad resonante. Esta es una cavidad llamada Fabry-Perot.

Será hasta el siguiente capítulo donde analicemos al Fabry-Perot, pero por ahora adelantaremos algunos detalles.

El que puedan, o nó, transmitirse determinadas oscilaciones, depende de la interacción de la onda con los espejos de la cavidad, y de esta interacción resulta que saldrán de la cavidad sólo aquellas oscilaciones para las cuales la longitud (l) de la cavidad resonante, sea un número entero (m) de medias longitudes de onda: $l = m \frac{\lambda}{2}$; es decir, pasarán únicamente aquellas líneas cuya frecuencia sea -

$\nu_m = m \frac{c}{2l}$: las oscilaciones que tengan estas frecuencias (resonantes), son precisamente los modos longitudinales del laser.

El hecho de que m sea un número entero, implica que el perfil espectral del haz que abandona al laser, está constituido por un conjunto discreto de modos longitudinales. Y como la frecuencia de cada modo es $\nu_m = m \frac{c}{2l}$, resulta que la separación entre dos modos consecutivos, es decir, el espacio intermodal ($\Delta\nu_m$), estará dado por $\Delta\nu_m = \frac{c}{2l}$.

En el laser de argón, modelo 171, la longitud de la cavidad es $l = 1.77m$, así que la separación entre modos longitudinales sucesivos debe ser, entonces, $\Delta\nu_{\text{laser}} = 84.7 \text{ MHz}$. Pero éste no es el valor real pues hay ciertos desplazamientos originados, principalmente, por la presencia del medio amplificador (el plasma). Para nuestros fines podemos considerar que $\Delta\nu_{\text{laser}} = 80 \text{ MHz}$.

Por otra parte, como el ensachamiento Doppler produce anchos de banda de hasta 5 GHz en donde, en transiciones de alta ganancia (como la de 514.5 nm), puede haber oscilaciones de más de 20 modos (situados dentro de la anchura de la línea entonada), podemos considerar que el intervalo espectral del laser es $\Delta\nu_{\text{laser}} = 5 \text{ GHz}$.

*Referencia 6, pág 3-2.

TRANSICIONES LASER
D F L

ARGON UNA VEZ IONIZADO

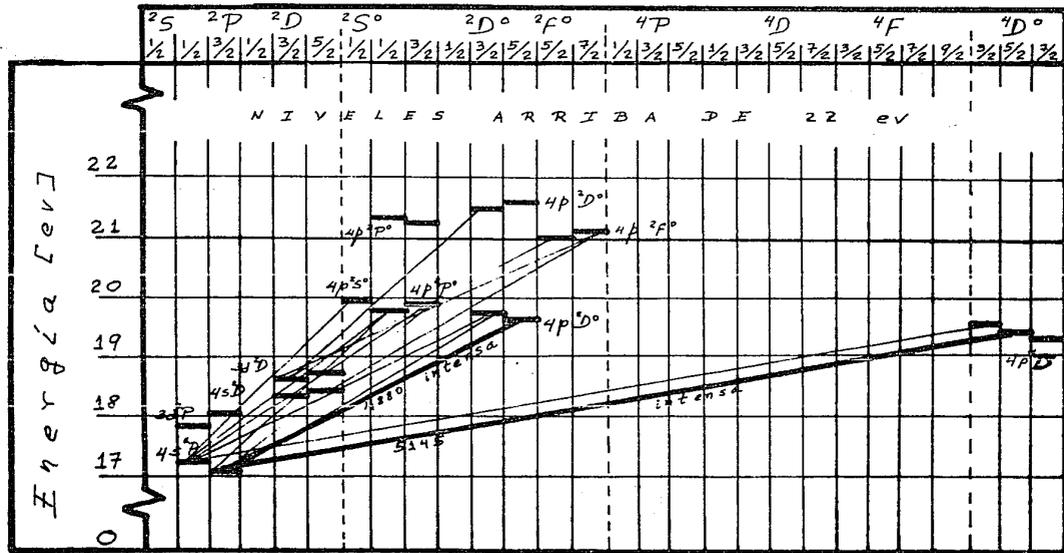


figura II-1

	λ [Å]	Niveles entre los que se efectúa la transición
1)	4370 (?)	$4 p^2 D_{3/2}^o \text{ ----- } 3 d^2 D_{3/2}$
2)	4545	$4 p^2 P_{3/2}^o \text{ ----- } 4 s^2 P_{3/2}$
3)	4579	$4 p^2 S_{1/2}^o \text{ ----- } 4 s^2 P_{1/2}$
4)	4609	$4 p^2 F_{7/2}^o \text{ ----- } 4 s^2 D_{5/2}$
5)	4658	$4 p^2 P_{1/2} \text{ ----- } 4 s^2 P_{3/2}$
6)	4727	$4 p^2 D_{3/2}^o \text{ ----- } 4 s^2 P_{3/2}$
7)	4765	$4 p^2 P_{3/2}^o \text{ ----- } 4 s^2 P_{1/2}$
8)	4880	$4 p^2 D_{5/2}^o \text{ ----- } 4 s^2 P_{3/2}$
9)	4888	$4 p^2 P_{1/2}^o \text{ ----- } 4 s^2 P_{1/2}$
10)	4965	$4 p^2 D_{3/2}^o \text{ ----- } 4 s^2 P_{1/2}$
11)	5017	$4 p^2 F_{5/2}^o \text{ ----- } 3 d^2 D_{3/2}$
12)	5041 (?)	$4 p^2 F_{7/2}^o \text{ ----- } 3 d^2 D_{5/2}$
13)	5145	$4 p^4 D_{5/2} \text{ ----- } 4 s^2 P_{3/2}$
14)	5287	$4 p^4 D_{3/2}^o \text{ ----- } 4 s^2 P_{1/2}$

tabla II-1

C A P I T U L O I I I

E T A L O N

D E

F A B R Y - P E R O T

III.1.- INTRODUCCION

La selección de modos a que se hace referencia en el título de esta tesis, se llevará a cabo mediante un etalón de Fabry-Perot. Y por tal motivo el presente capítulo está dedicado a analizar ampliamente, aunque sin gran profusión, dicho dispositivo.

Para ello inicialmente, en III.2, se hace una descripción general del etalón. Posteriormente, en III.3, y con el fin de fundamentar el carácter selector de frecuencias del Fabry-Perot, se obtiene -- una relación entre la intensidad de la luz incidente y la de la -- emergente. Y como la capacidad para llevar a cabo la selección de frecuencias está vinculada con la resolución del aparato, en III-4 se discute la resolución del etalón.

En la penúltima sección se describe un etalón, el escudriñador, en el que una de las placas puede desplazarse paralelamente a la otra, ampliando así las posibilidades del Fabry-Perot.

Finalmente, en la sección III.6, se hace una aclaración del porqué en el trazo obtenido en el osciloscopio, cuando se trabaja con el etalón escudriñador, el eje de las abscisas puede hacerse corresponder a las frecuencias o a las longitudes ópticas, según convenga.

III.2.- DESCRIPCION

El interferómetro de Fabry-Perot fue propuesto por C. Fabry y por A. Perot en 1899, y desde entonces ha sido de gran utilidad en espectroscopía debido a su extraordinario poder de resolución. Pero actualmente su utilidad es aún mayor pues además puede considerarse como el arquetipo de un resonador óptico y suele usársele como analizador espectral.

Este dispositivo, denominado comunmente etalón de Fabry-Perot o simplemente, etalón, consiste esencialmente en dos superficies transparentes planas y paralelas (las dos superficies de un vidrio plano, constituyen un buen ejemplo) en cuyo interior se realizan múltiples reflexiones de un haz de luz que incide en una de las superficies: el haz incidente se divide en varios haces secundarios los cuales al emerger estarán defasados de aquellos de los que difieran en el camino óptico recorrido, esto es, de aquellos que efectúen un número diferente de reflexiones internas (en las que además hay cambio de fase). Por esta razón interfieren entre sí al emerger del etalón.

En la práctica suele construirse el etalón usando dos placas planas (aunque es común también el uso de superficies curvas) de un material transparente (vidrio, por ejemplo). Estas placas son colocadas una frente a otra de forma que queden paralelas entre sí como se indica en la figura III-1. En sus caras vecinas (internas) estas placas tienen un recubrimiento que puede ser metálico, de algún dieléctrico o de una combinación de ambos, y su misión es aumentar la intensidad de las reflexiones internas y, por consiguiente, la de la luz emergente.

Es precisamente la reflectividad de estas caras (como puede constatarse más adelante) lo que condiciona el alto poder de resolución del etalón.

En una sola placa de vidrio de caras planas y paralelas, los haces se van debilitando rápidamente a medida que aumenta el número de reflexiones internas; en tanto que en un par de placas con recubrimiento, como el de la fig. III-1, la intensidad de cada haz casi no disminuye por efecto de las reflexiones internas. (Por esta razón en un etalón como el de la fig. III-1, no son relevantes las reflexiones en las caras no recubiertas, y por ello se omitirán en lo que sigue.) El recubrimiento es entonces de suma importancia, y el tipo de material empleado depende del uso que quiera dársele al etalón. Así, para la región del espectro visible hoy en día es más común el uso de dieléctricos (de cinco a quince capas de un grosor de $1/4$ de longitud de onda cada capa).

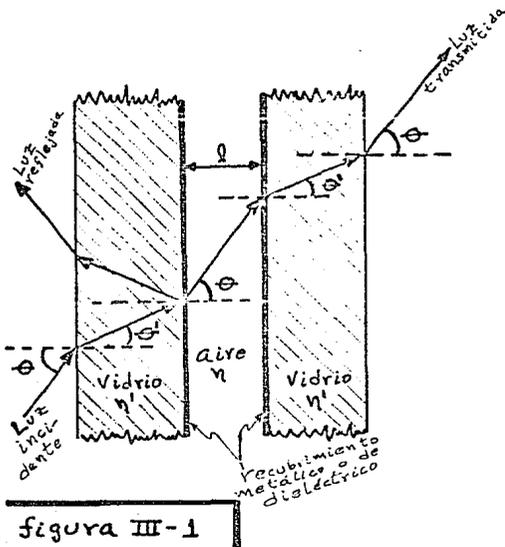


figura III-1

cia, y el tipo de material empleado depende del uso que quiera dársele al etalón. Así, para la región del espectro visible hoy en día es más común el uso de dieléctricos (de cinco a quince capas de un grosor de $1/4$ de longitud de onda cada capa).

Pese a su aparente simplicidad los etalones comerciales de muy alta resolución alcanzan precios muy elevados. Y es que construir un etalón cualquiera, puede ser algo más o menos sencillo, pero constru-

ir un etalón de alta resolución es una tarea que requiere de una elevada tecnología y, aún contando con ella, presenta serias dificultades. Las principales son: obtener el paralelismo, recubrir -- adecuadamente las caras internas y lograr una óptima planicidad. De estas tres, el logro de una planicidad adecuada es, sin duda, el problema capital pues el paralelismo y el recubrimiento pueden considerarse, al menos en principio, como problemas resueltos. En efecto, el paralelismo puede obtenerse mediante métodos ópticos de alta precisión, y el recubrimiento no constituye un gran problema pues se lleva a cabo por evaporación y, aunque sigue investigándose al respecto, son más o menos conocidos los tipos de recubrimiento que deben emplearse para los intervalos espectrales deseados. La planicidad en cambio representa serias dificultades técnicas mismas que, si bien no ha sido posible superarlas del todo, -- han sido abordadas de una manera sorprendente: actualmente es posible construir placas cuya desviación de la planicidad sea menos de un céntimo de una longitud de onda (del espectro visible!).

El hecho de que la planicidad afecte a la calidad del etalón, se hace evidente al considerar cada cara recubierta como formada por pequeñísimos sectores totalmente planos pues, siendo este el caso, cada sector formará entonces su propio patrón de interferencias -- ocasionando un ensanchamiento del patrón de interferencias observado: la desviación de la planicidad afecta, entonces, al poder de resolución del etalón. Por otra parte, la desviación de la planicidad, Δp_x , exigida, depende de la reflectancia del recubrimiento -- (la reflectancia, que definiremos posteriormente, es algo así como la capacidad de reflejar sin transmitir y toma valores entre cero y uno). Así por ejemplo, si la reflectancia es 0.85, entonces Δp_x debe ser del orden de $\lambda/40$, y si la reflectancia es 0.94. entonces Δp_x debe ser del orden de $\lambda/100$ (ref. 3 ,pág. 239).

III.3.- INTENSIDAD RELATIVA DE LA LUZ TRANSMITIDA

A la luz que emerge del etalón le llamaremos luz transmitida o luz reflejada según la cara por donde emerge: es luz transmitida si atraviesa al etalón y reflejada, si emerge de él por la superficie de incidencia (como se indica en la fig. III-1). Pues bien, lo que nos interesa por ahora es obtener las ecuaciones que nos den la intensidad de la luz transmitida respecto a la de la luz incidente. En particular lo que nos interesa es determinar las condiciones para las cuales la intensidad de la luz transmitida es máxima.

Dos haces transmitidos consecutivos interfieren entre sí debido a la diferencia de fase ($\Delta\phi$) que hay entre ellos. Esta diferencia de fase resulta de las contribuciones de la diferencia de fase $\Delta\phi_0$, originada por la diferencia de caminos ópticos recorridos, y de la diferencia de fase, $\Delta\phi_r$, originada por las reflexiones internas:

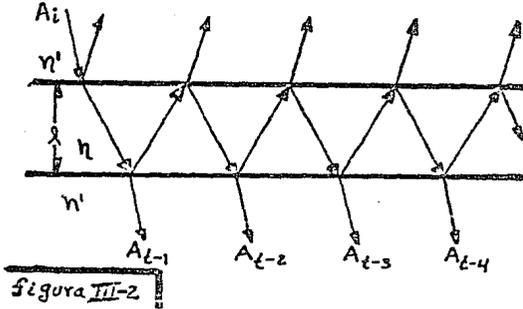
$$\Delta\phi = \Delta\phi_0 + \Delta\phi_r.$$

El cambio de fase ($\Delta\phi$) en una capa de dieléctrico puede ser cero ó π , dependiendo del índice de refracción relativo, en tanto que en una capa metálica puede tomar varios valores (ref 2 ,pág. 88), pero en ninguno de los dos casos influye en el resultado final --- (ref. 3 ,pág. 233). Entonces sólo consideraremos el cambio de fase debido a la diferencia de caminos ópticos: $\Delta\phi \approx \Delta\phi_0$.

Denotaremos con A_1 a la amplitud (compleja) de la onda incidente - y mediante A_{t-1} , A_{t-2} , ... , a las amplitudes de las ondas transmitidas (figura III-2). Usaremos además las siguientes notaciones:

t es el coeficiente de transmisión de n' a n,
t' es el coeficiente de transmisión de n a n',
r es el coeficiente de reflexión de n a n'.

Entonces, como puede observarse en la figura III-2:



a) Para el primer rayo transmitido hay sólo 2 transmisiones: una de n' a n y otra de n a n' (los demás rayos transmitidos tendrán, además de sus respectivas reflexiones, sólo estas dos transmisiones), por tanto, $A_{t-1} = tt' A_1$.

b) Para el segundo rayo transmitido hay, --

además de las dos transmisiones, dos reflexiones de n a n' y un -- cambio de fase $\Delta\phi_2 = \Delta\phi$, por tanto, $A_{t-2} = tt'r^2 e^{i\Delta\phi} A_1$.

c) Similarmente, para el tercer rayo, $A_{t-3} = tt'r^4 e^{2i\Delta\phi} A_1$.

d) Y para el cuarto rayo, $A_{t-4} = tt'r^6 e^{3i\Delta\phi} A_1$. Etcétera.

Por lo tanto, la amplitud de la onda transmitida será

$$A_t = \sum_j A_{t-j} = tt' A_1 (1 + r^2 e^{i\Delta\phi} + r^4 e^{2i\Delta\phi} + r^6 e^{3i\Delta\phi} + \dots).$$

La expresión entre paréntesis es una serie geométrica de razón -- $r^2 e^{i\Delta\phi}$, $\therefore A_t = tt' (1 - r^2 e^{i\Delta\phi})^{-1} A_1$.

Y si ahora hacemos $r^2 = R$, que recibe el nombre de reflectancia, y viene a ser la intensidad de la luz reflejada en cada interfase; y hacemos $tt' = T$, que recibe el nombre de transmitancia, y viene a ser la intensidad de la luz transmitida en cada interfase, resulta

$$A_t = \frac{T}{1 - R e^{i\Delta\phi}} A_1.$$

La intensidad de la onda incidente es $I_i = A_i A_i^*$, y la de la onda transmitida es $I_t = A_t A_t^*$. Por tanto:

$$I_t = A_t A_t^* = \frac{T}{1 - R e^{i\Delta\phi}} \frac{T}{1 - R e^{-i\Delta\phi}} A_i A_i^*$$

$$= \frac{T^2}{1 - 2R \cos \Delta\phi + R^2} I_i = \frac{T^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2}} I_i$$

Si ahora suponemos que no hay pérdidas por absorción, tanto en las reflexiones como en las transmisiones, entonces $R + T = 1$,

$$\therefore \frac{I_t}{I_i} = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 (\Delta\phi/2)} \dots \text{III-1.}$$

Esta es la ecuación que buscábamos, y de aquí se desprende que, para un etalón dado, la intensidad (relativa) transmitida depende del defasamiento $\Delta\phi$, y además:

$$\text{Si } \Delta\phi = 2m\pi, \text{ entonces } \frac{I_t}{I_i} \text{ es máxima.}$$

$$(m=0, 1, 2, \dots).$$

En las figuras III-3, a y b, se muestran algunas gráficas de la ec. III-1. Ahí puede observarse cómo varía la intensidad relativa, para algunos valores de la reflectancia R , con respecto al defasamiento. Como la reflectancia es un parámetro fijo para un etalón dado, cada etalón tiene su curva característica en donde los valores máximos de I_t/I_i tienen un valor que en la práctica siempre es menor que 1 debido a las pérdidas de energía que ocurren principalmente en las reflexiones.

Es muy importante conocer cómo varía la intensidad relativa de la luz transmitida respecto al defasamiento, pero aún podemos obtener-

más información de la ecuación III-1. Para ello debemos determinar el defasamiento, $\Delta\phi$, entre dos haces consecutivos, en términos de la frecuencia (γ). Y esto puede hacerse fácilmente a partir de - consideraciones geométricas basadas en la figura III-4.

Si denotamos mediante Δd a la diferencia de caminos ópticos que hay

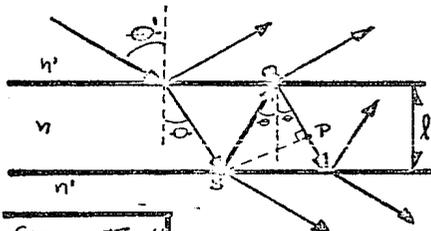


figura III-4

entre dos rayos emergentes consecutivos, entonces ten-

$$\text{dremos } \Delta d = \overline{SQ} + \overline{QP}$$

$$\text{pero } \overline{SQ} = l / \cos \theta$$

$$\text{y } \overline{QP} = \frac{l}{\cos 2\theta}$$

$$\therefore \Delta d = \frac{l}{\cos \theta} (1 + \cos 2\theta)$$

$$\therefore \Delta d = 2l \cos \theta$$

Por otra parte, la diferencia de fase es $\Delta\phi = \omega \Delta t$, en donde Δt es el tiempo empleado por la luz en recorrer la distancia Δd :

$$\Delta t = \Delta d / v, \text{ y aquí } v = c/n,$$

$$\text{así que } \Delta\phi = \omega \frac{n \Delta d}{c} = \omega \frac{2nl \cos \theta}{c}$$

$$\therefore \Delta\phi = \frac{4\pi n l \cos \theta}{c} \gamma \dots (\text{III} - 2).$$

(A la distancia, l , que hay entre las placas del etalón, en lo sucesivo le llamaremos longitud óptica.)

Podemos ahora substituir en esta ecuación la condición, $\Delta\phi = 2m\pi$, de máxima transmisión, y resulta

$$\nu_m = m \frac{c}{2n l \cos \theta} \dots (\text{III} - 3).$$

(aquí $m = 0, 1, 2, 3, \dots$)

Esta ecuación define las frecuencias (ν_m) de resonancia del etalón.

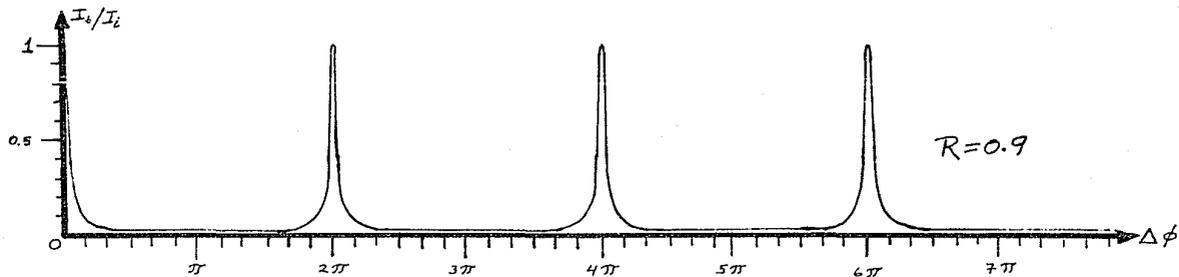


figura III-3-a

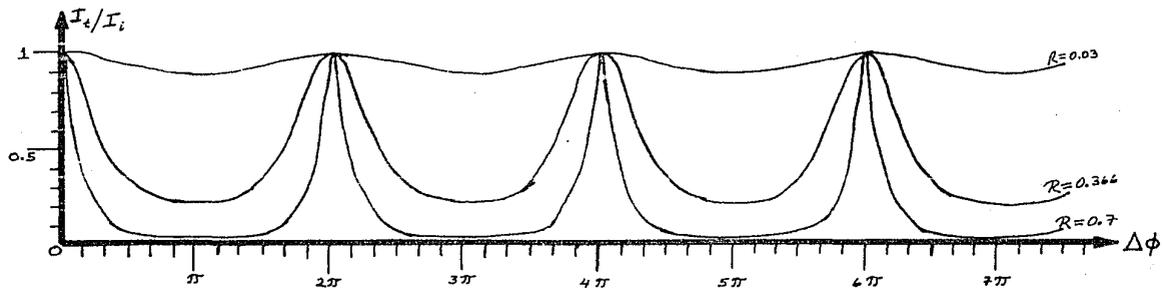


figura III-3-b

III.4.- FINEZA DEL ETALON

En la gráfica de la figura III-3-b, puede observarse que cuando la reflectancia es muy baja, como en el caso para $R = 0.03$, el etalón es transparente a todas las frecuencias incidentes. En cambio si el etalón tiene una alta reflectancia, como en la figura III-3-a, dejará pasar sólo pequeñísimos intervalos de frecuencias centrados en cada ν_m , constituyendo así un filtro de alta precisión.

Notamos entonces que la capacidad del etalón para seleccionar frecuencias puede medirse tanto en términos del ancho del pico de transmisión como en términos de la reflectancia. Para cuantificar esta capacidad del etalón, es necesario introducir el concepto de fineza, la cual se define en función del ancho espectral libre ($\Delta\nu_m$) y del límite de resolución ($\delta\nu_{1/2}$), mismos que definiremos en seguida.

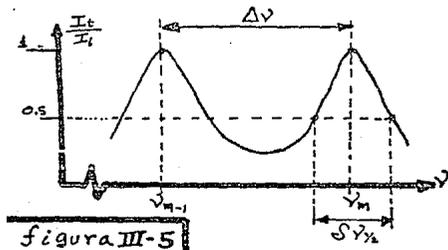


figura III-5

Para un etalón dado, el ancho espectral libre ($\Delta\nu_m$) es la diferencia entre dos frecuencias de resonancia consecutivas; en una gráfica de I_t/I_1 vs. ν , es la separación entre dos máximos de in-

tensidad consecutivos (figura III-5): $\Delta\nu_m = \nu_m - \nu_{m-1}$, entonces de la ecuación III-3, tendremos

$$\Delta\nu_m = \frac{c}{2n\ell \cos \theta} \dots (III-4).$$

El límite de resolución ($\delta\nu_{1/2}$) es el menor intervalo para el cual el etalón puede resolver dos líneas espectrales; esto es, si dos -

líneas espectrales están situadas en un intervalo menor que $\int \nu_{\lambda}$, entonces el etalón ya no las separa: sólo se distinguirá una línea. En otras palabras, el etalón no puede resolver frecuencias que estén en un intervalo menor que el límite de resolución, razón por la cual también suele llamársele intervalo mínimo de resolución.

El criterio usado para cuantificar al límite de resolución resulta un tanto arbitrario pero ya se ha generalizado su aceptación. Este criterio, conocido como criterio de Taylor, establece que el menor intervalo que debe haber entre dos líneas espectrales, de igual intensidad, para que queden resueltas, debe ser tal que las curvas correspondientes se intersecten en un punto donde la intensidad sea la mitad de la intensidad máxima. Lo cual es lo mismo que decir que el límite de resolución ($\int \nu_{\lambda}$) es la semianchura de un pico de transmisión del etalón. Entonces, según puede verse en la figura III-5, tendremos que $\int \nu_{\lambda/2} = 2(\nu_{\lambda} - \nu_m)$. Y como, de la ecuación III-2, $\nu_{\lambda/2} = \frac{c}{4\pi n l \cos \theta} \Delta \phi_{\lambda/2}$ y además $\nu_m = \frac{c}{2n l \cos \theta} m$ (que es la ecuación III-3), resulta

$$\int \nu_{\lambda/2} = \frac{c}{2\pi n l \cos \theta} (\Delta \phi_{\lambda/2} - 2m\pi).$$

Aquí $\Delta \phi_{\lambda/2}$ es entonces el valor de $\Delta \phi$ para el cual $(I_{\lambda/2}/I_{\lambda}) = 1/2$. Así que, usando la ecuación III-1, tendremos

$$\frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \left(\frac{\Delta \phi_{\lambda/2} - 2m\pi}{2} \right)} = \frac{1}{2}; \text{ esto es}$$

$$\sin \left(\frac{\Delta \phi_{\lambda/2} - 2m\pi}{2} \right) = \frac{1-R}{2\sqrt{R}}$$

Y como $(\Delta \phi_{\lambda/2} - 2m\pi) \ll \pi$, resulta $\sin \left(\frac{\Delta \phi_{\lambda/2} - 2m\pi}{2} \right) \approx \frac{\Delta \phi_{\lambda/2} - 2m\pi}{2}$,

$$\therefore \int \nu_{\lambda/2} = \frac{c}{2\pi n l \cos \theta} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \dots (\text{III-5}).$$

Teniendo ya definidos el ancho espectral libre y el límite de resolución, podemos definir la fineza, F, del etalón: es la razón del ancho espectral libre al límite de resolución:

$$F = \frac{\Delta \nu_m}{\delta \nu_{1/2}} \dots (III - 6)^{+(1)}$$

De acuerdo con esta definición, la fineza determina el número de anillos de interferencia que pueden ser separados en un intervalo igual al ancho espectral libre.

Mediante las ecuaciones III-4, III-5, III-6, podemos expresar la fineza en términos de la reflectancia:

$$F = \frac{\pi \sqrt{R}}{1 - R} \dots (III - 7)$$

Muchas veces en vez de la fineza se usa el poder de resolución (al que se le denota mediante P.R.) el cual, para cualquier instrumento espectroscópico, se define como P.R. = $\omega / \delta \omega$. Por tanto, para el caso en que $n=1$ y $\theta=0$, tendremos

$$P.R. = \frac{\nu_m}{\delta \nu_m} = \frac{m c / 2l}{(c / 2\pi l) (1-R) / \sqrt{R}} = m \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R}$$

esto es, $P.R. = m F \dots (III - 8)^{+(2)}$

De aquí se desprende que el poder de resolución aumentará a medida que aumente el orden de la interferencia, o bien a medida que aumenta la longitud óptica del etalón (ya que $m = 2l \nu_m / c$). Pero un aumento exajerado en l , no es conveniente debido a que esto redu-

⁺⁽¹⁾ Fowles (ref. 2, págs. 89 y 95) denota la fineza mediante \mathcal{F} , en tanto que con F denota al coeficiente de fineza, el cual define como $F=4R/(1-R)^2$.

⁺⁽²⁾ En vez de la fineza (F), Zaidel y coautores (ref. 3, pág. 237) usan el número efectivo de haces (N_{ef}), que definen como el número de haces transmitidos de igual intensidad que garantizan el mismo poder resolutivo que la secuencia infinita de haces transmitidos de intensidad decreciente. Y en vez de la ecuación III-8, obtienen $P.R. = m N_{ef}$.

-ce el ancho espectral libre ($\Delta\lambda = c/2\ell$), lo cual, como se verá más adelante (en III.5), limita la utilidad del etalón. Por esta razón para aumentar el poder de resolución lo que se hace, como se señaló en la sección III.2, es aumentar la reflectancia aunque esto conlleve el problema, bastante complicado, según se vió, de la planicidad.

III.5.- FABRY - PEROT ESCUDRIÑADOR

Las frecuencias de resonancia de un etalón dado pueden variar al -- cambiar su longitud óptica (según se desprende de la ec. III-3), -- así que si ésta puede modificarse a discreción, tendremos una especie de Fabry-Perot múltiple (varios en uno sólo), algo así como un filtro óptico sintonizable.

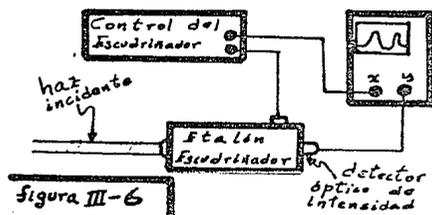
En un buen número de etalones comerciales es posible hacer esta -- sintonía, pero una vez sintonizado en la longitud óptica adecuada, ésta se fija y el etalón se usa como si fuese de placas fijas. Hay, empero, un tipo de Fabry-Perot en el que la variación de su longitud óptica (l) se realiza ininterrumpidamente mientras se trabaja con él. Esta variación se lleva a cabo bajo un patrón previamente elegido, y la finalidad que se persigue es la de analizar con todo detalle el contorno espectral del haz incidente (aunque no se usa únicamente con este fin); esto es, mediante la variación continua de la longitud óptica es posible escudriñar al haz incidente. Por esta razón a tal dispositivo le denominaremos Fabry-Perot escudriñador⁺.

En un etalón escudriñador las variaciones de su longitud óptica -- son del orden de una longitud de onda (del espectro visible), por lo que deben ser producidas por mecanismos de alta precisión en -- los que, casi siempre, sólo una de las placas es móvil. Entre los mecanismos más usados para variar l , están los siguientes: usar un cristal piezoeléctrico convenientemente fijado en la placa móvil,

⁺Fowles (ref. 2 ,pág. 90) llama etalón al Fabry-Perot de placas fijas, y -- al que varía su longitud óptica ininterrumpidamente, le llama interferómetro. Sin embargo esta convención no es muy común y por eso no la seguiremos. En lo que sigue de esta tesis, llamaremos etalón o Fabry-Perot al de placas fijas, pero al que varía continuamente su longitud óptica, le llamaremos Fabry-Perot escudriñador, o bien etalón escudriñador o , simplemente, le denominaremos, escudriñador.

de tal suerte que al aplicarle un cierto voltaje, que varíe según un cierto patrón previamente elegido, se produzcan las variaciones correspondientes en λ ; también suele variarse λ modificando la presión del aire entre las placas (la placa móvil tiene resortes); también se puede variar λ sin modificar la distancia entre las placas: puede usarse un cristal de cuarzo que gire entre los dos espejos, de tal suerte que varíe el camino óptico del haz que atraviesa al etalón; etcétera.

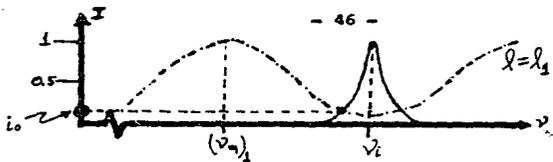
Cuando el escudriñador está en operación, la observación del haz transmitido se realiza a través de un osciloscopio, o de una graficadora, usando un dispositivo como el esquematizado en la figura III-6: el control del escudriñador envía un voltaje al "elemento -



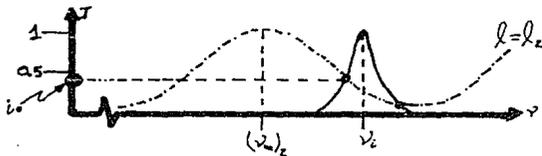
activador" (del escudriñador), mismo que produce las variaciones requeridas en λ , y al mismo tiempo envía este voltaje (o alguno proporcional) a la entrada horizontal del osciloscopio. Simultáneamente, un detector óptico --

de intensidades envía, a la entrada vertical del osciloscopio, un voltaje proporcional a la intensidad del haz transmitido. De este modo, lo que se observa en el osciloscopio (o en la graficadora) es una gráfica de la intensidad transmitida (I_t) vs. λ .

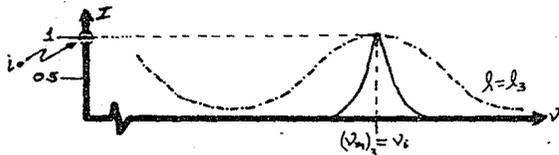
En la figura III.7 se muestran cinco "instantáneas" de un ejemplo (figurado) de cómo al variar λ , se escudriña al haz incidente: - aquí se ha supuesto un etalón de una fineza de 0.25 (aproximadamente) y un haz incidente casi monocromático; estas cinco "instantáneas", correspondientes a cinco diferentes longitudes ópticas del escudriñador, muestran cómo varía la intensidad de la luz transmitida al variar λ , lo que da origen a que en el osciloscopio se observe algo parecido a lo que aparece en el cuadro inferior de esta figura (III-7). Ahora bien, las intensidades instantáneas transmi-



lo es, aproximadamente, la intensidad instantánea transmitida.



curva característica del Escudriñador.



curva del haz incidente (normalizada a la unidad).

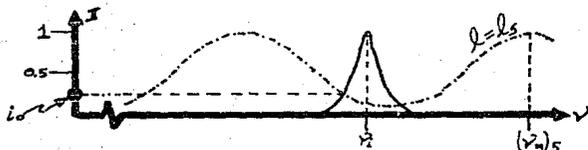
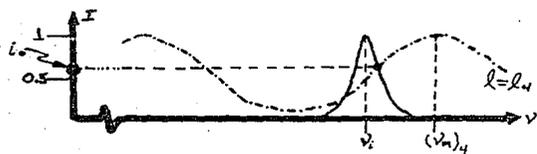


figura observada en el osciloscopio



l_1 l_2 l_3 l_4 l_5

figura III-7

-tidas no son exactamente las que se indican en la figura. La intensidad captada (I_c) por el detector óptico, viene dada por

$$I_c = \int_a^b f(\nu) I_i(\nu) d\nu$$

en donde $f(\nu)$ es una función que determina la curva característica del escudriñador, en tanto que $I_i(\nu)$ es la función correspondiente al contorno espectral del haz incidente. Esta integral no se usa en la práctica pero podemos usarla para obtener un corolario: si una de las dos funciones, $f(\nu)$ ó $I_i(\nu)$, presenta picos muy agudos en comparación con los de la otra función, entonces puede aproximarse a una delta de Dirac (en el intervalo de cada pico). Este corolario concuerda con los resultados experimentales, expresándolo mediante los siguientes enunciados:

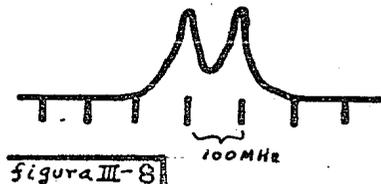
- a) Si el haz incidente tiene un contorno espectral muy angosto en comparación con los picos de transmisión, entonces la señal captada tendrá la forma de los picos de transmisión.
- b) En caso contrario (curva característica del etalón muy picuda, y angosta, y haz incidente de gran ancho espectral), la señal captada tendrá la forma del contorno espectral incidente.

Puede decirse que cuando se trabaja con el escudriñador, se realiza un barrido sobre el contorno espectral del haz incidente. Este barrido puede visualizarse suponiendo que la curva característica del etalón se desplaza horizontalmente hacia la derecha mientras la curva del haz incidente permanece fija (esto puede observarse en la figura III-7).

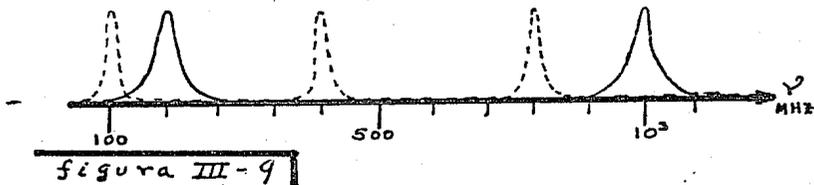
Este símil es muy útil para interpretar el trazo observado en el osciloscopio (conocida, claro está, la curva característica del escudriñador). Pero aquí hay que proceder con mucho cuidado, pues hay muchos picos de transmisión y, por tanto, el escudriñador puede dejar pasar más de una frecuencia resonante al mismo tiempo; es

-to es, puede haber transmisiones simultáneas por más de un pico de transmisión, de tal suerte que el trazo observado sea la suma de esas transmisiones y nó el perfil espectral del haz incidente.

También puede ocurrir que en la pantalla del osciloscopio aparezcan picos muy cercanos entre sí, como los mostrados en la figura III-8, por lo cual se puede pensar que el haz incidente tiene dos picos de casi la misma frecuencia, pero tal vez lo cierto sea que entre estos picos haya una separación mucho mayor que la observada.



Por ejemplo, supongamos que el haz incidente tenga dos líneas espectrales separadas por un intervalo de 900 MHz, como se indica en la figura III-9, y que se use un escudriñador cuyo ancho espectral li



bre sea de 400 MHz, como se indica con el trazo segmentado en la misma figura. (Cabe aclarar aquí que al variar la longitud óptica del escudriñador, su ancho espectral libre puede considerarse constante, debido a que las variaciones en ℓ son muy pequeñas.) Pues bien, al efectuar el barrido, el primer pico de transmisión, de la izquierda, barrerá al pico centrado en 200 MHz y antes de terminar de barrerlo el tercer pico de transmisión empezará a barrer al pico centrado en 10^3 MHz, y esto dará como resultado que en el osciloscopio observemos un trazo como el de la figura III-8.

Para evitar estas interpretaciones erróneas, es recomendable que -

se verifique si la señal observada corresponde o no al perfil espectral del haz incidente, lo que puede hacerse substituyendo al escudriñador por otro del cual difiera bastante en su ancho espectral libre, y comparando ambos trazos.

Por lo ya señalado, para analizar un perfil espectral se requiere que no haya transmisiones simultáneas por más de un pico de transmisión, lo que se logra si el ancho espectral libre del escudriñador es mayor que el ancho espectral del haz incidente. Además es menester que, con el fin de que el haz incidente no pase nuevamente por otro pico de transmisión, sean pequeñas las variaciones en la longitud óptica.

No es difícil precisar que tan pequeñas deben ser estas variaciones. Para ello se determina cual es la variación $d\nu$ en la frecuencia de resonancia debida a un cambio $d\ell$ en la longitud ℓ : al substituir $\Delta\phi = 2m\pi$ en la ec. III-2, se tenía $2m\pi = \frac{4\pi\ell \cos\theta}{\lambda} \nu$, donde se ha tomado $n = 1$; y limitándonos al caso de incidencia normal, se obtiene $m\lambda = 2\ell\nu$, $\therefore 2\ell d\nu = 2\nu d\ell$, y usando la ec. III-4, resulta

$$\frac{d\nu}{\Delta\nu_m} = -2 \frac{d\ell}{\lambda}$$

Esta ecuación nos dice, entonces, cuánto cambia la frecuencia de resonancia respecto al ancho espectral libre, debido a una variación $d\ell$ en la longitud óptica.

Puesto que $d\nu$ debe ser menor que el ancho espectral libre, resulta que $d\ell$ debe ser menor que $\lambda/2$. Entonces para analizar el perfil espectral del haz incidente, se requiere que la variación de la longitud óptica sea menor que la longitud de onda del haz incidente y que el ancho espectral libre ($\Delta\nu_m$) del escudriñador sea mayor que el ancho espectral de este haz.

III.6.- UNA ACLARACION

En los incisos anteriores se ha tratado con las gráficas I_t vs. l ó I_t vs. γ , pero no se ha dicho cómo obtenerlas de las ecuaciones tratadas ni, menos aún, cómo pasar de una a otra. Analizaremos brevemente esta cuestión.

Las curvas características (figura III-3 a y b) son gráficas de la ecuación $\frac{I_t}{I_i} = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \operatorname{sen}^2(\Delta\phi/2)}$ (ec. III-1) a R constante. Por otra parte, la ecuación $\Delta\phi = 4\pi n l (\cos\theta) \nu / c$ (ec. III-2), la podemos reescribir como $\Delta\phi = \kappa l \nu$, en donde K es una constante cuando el índice de refracción (n) y el ángulo de incidencia (θ) permanezcan constantes. Entonces la ecuación III-1 la podemos escribir en la forma $\frac{I_t}{I_i} = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \operatorname{sen}^2(\frac{\kappa}{2} l \nu)}$, y de aquí puede obtenerse la gráfica (I_t/I_i) vs. ν , pero a condición de mantener constante la longitud óptica: $l = l_0$; o bien, de esta misma ecuación, - podemos obtener la gráfica (I_t/I_i) vs. l , pero ahora a condición de mantener la frecuencia constante: $\nu = \nu_0$. (Estas gráficas serán cualitativamente iguales que las de I_t/I_i vs. $\Delta\phi$.)

Puesto que la gráfica I_t/I_i vs. ν es a l constante, y la gráfica I_t/I_i vs. l es a ν constante, no podremos obtener una de ellas a partir de la otra. Y sin embargo parece ser que esto es precisamente lo que se hace, pues al trabajar con el escudriñador, en el eje horizontal, del osciloscopio, tenemos las longitudes ópticas (l) pero suele interpretarse como eje de las frecuencias (ν), obteniendo así I_t vs. ν en vez de I_t vs. l .

Fundamentaremos la razón de este proceder.

Tomemos nuevamente $\Delta\phi = \kappa l_0 \nu$. Entonces, en los casos de las frecuencias resonantes (esto es, para $\Delta\phi = 2m\pi$), $2m\pi = \kappa l_0 \nu_m$; es decir, $\nu_m = m \kappa'$ en donde $\kappa' = \frac{2\pi}{\kappa l_0}$. Por tanto, $\Delta\nu_m = \nu_m - \nu_{m-1} = \kappa'$. Similarmente, si ahora tomamos $\Delta\phi = \kappa \nu_0 l$, entonces en los casos de las transmisiones resonantes tendremos $l_m = m \kappa''$, en donde

$$\kappa'' = \frac{2\pi}{\kappa \nu_0} = \frac{c}{2\pi(\cos\theta)\nu_0}$$

siendo cada l_m una longitud óptica resonante, y aquí tendríamos

$$\Delta l_m = l_m - l_{m-1} = \kappa''$$

Podemos decir que $\Delta\nu_m$ es el ancho espectral libre en frecuencias, en tanto que Δl_m es el ancho espectral libre en longitudes ópticas.

De lo anterior tendremos entonces

$$\frac{\Delta\nu_m}{\Delta l_m} = \frac{\kappa'}{\kappa''} = \kappa_0, \quad \text{o bien} \quad \Delta\nu_m = \kappa_0 \Delta l_m$$

Esto es, el ancho espectral libre en frecuencias es proporcional - al ancho espectral libre en longitudes ópticas.

Pero como la variación de l se hace de manera continua, aún podemos añadir más. Para ello, en una gráfica I_t vs l , tomamos en el eje de las abscisas un segmento \overline{AB} de longitud Δl_m y dentro de él tomamos un punto P cualquiera (excepto A ó B). Obviamente $\overline{AP} = \alpha \Delta l_m$ siendo $\alpha \neq 0$ un racional positivo menor que uno. Y como $\Delta l_m = (\frac{1}{\kappa_0}) \Delta\nu_m$ tendremos que $\kappa_0 \overline{AP} = \alpha \Delta\nu_m$, en donde $\alpha \Delta\nu_m = \mathcal{I}\nu_m$ es algún intervalo de frecuencias,

$$\therefore \mathcal{I}\nu_m = \kappa_0 \overline{AP}$$

Así pues: a cualquier intervalo \overline{AP} , por pequeño que sea, se le puede asociar algún intervalo de frecuencias $\mathcal{I}\nu_m$: esto permite obtener una gráfica I_t vs. ν , a partir de la gráfica I_t vs. l (pero - aquí la gráfica obtenida no es a l constante).

En la práctica no se usa este engorroso procedimiento para obtener una gráfica a partir de la otra.

La curva que aparece en el osciloscopio es una gráfica I_t vs. l pero por lo ya visto, puede interpretarse como I_t vs. γ , y si es necesario efectuar mediciones, simplemente se calibra el osciloscopio con alguna señal de frecuencia conocida.

C A P I T U L O I V

S E L E C C I O N

D E

M O D O S

IV.1.- INTRODUCCION

Según se dijo en el capítulo II, la anchura de las líneas entonadas en el laser, hace que éstas emerjan acompañadas de muchas líneas más. Pero nó por todas aquellas que da el ensanchamiento espectral pues, aún suponiendo que ninguna frecuencia quedara - suprimida por efecto de su ganancia en el plasma, la misma cavidad del laser se encarga de hacer una discriminación: sólo emergerán las líneas que resuenen dentro de esa cavidad: sólo pasarán los modos longitudinales.

Así que si se desea obtener uno sólo de esos modos, con el fin - de obtener una frecuencia "más pura", debemos aislarlo del resto. Y, teóricamente, el mecanismo es muy simple: adaptar a la cavidad del laser un etalón en el cual, por las características de éste, sólo pueda resonar el modo que se desea aislar.

Pues bién, este capítulo está dedicado a la parte experimental de eso que teóricamente es muy simple: la selección de modos.

Para ello empezaremos por señalar los aspectos esenciales para la elección del etalón y del escudriñador, y para llevar a cabo la - interpretación adecuada de la gráfica que se adjunta.

Posteriormente, en la sección IV-3, se hace una descripción detallada de cómo se llevó a cabo, experimentalmente, la selección de modos. Y finalmente, en IV-4, se hace la interpretación de la gráfica obtenida.

IV.2.- GENERALIDADES

Para seleccionar los modos del laser debemos usar un etalón de Fabry-Perot que permita hacer, manualmente, pequeñas variaciones en su longitud óptica para así poder "sintonizar" dichos modos.

En la elección del etalón adecuado deben tenerse en cuenta tanto las características del etalón (ancho espectral libre, límite de resolución e intervalo de longitudes de onda en el que se va a trabajar), como las del haz del laser (ancho espectral e intervalo intermodal). Pero además debe tenerse en cuenta el lugar donde se va a colocar el etalón: en la cavidad del laser o fuera de ella.

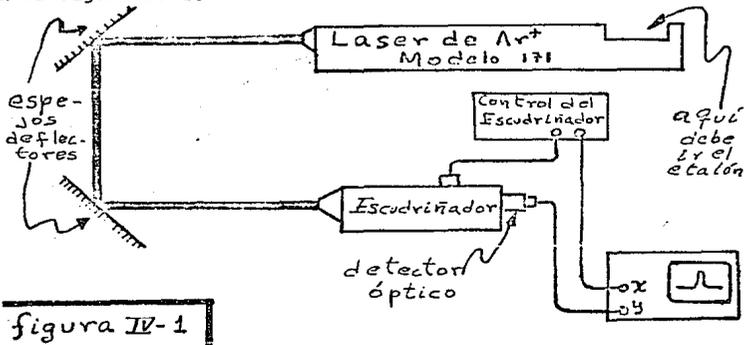
Si va a instalarse afuera, debe elegirse aquél etalón que, a modo de una rendija muy angosta, sólo deje pasar un modo: su intervalo de mínima resolución debe ser, aproximadamente, la mitad del espacio intermodal ($\Delta \nu_{\text{e}} \leq \Delta \nu_{\text{laser}}^{\text{mod}}/2$). Y claro, para evitar transmisiones simultáneas por más de un pico de transmisión, se requiere que su ancho espectral libre sea mayor que el ancho espectral de la línea entonada ($\Delta \nu_{\text{m}} > \Delta \nu_{\text{laser}}^{\text{Espc}}$).

Según se vió en el capítulo II, $\Delta \nu_{\text{laser}}^{\text{mod}} \approx 80$ MHz, y el ancho de la línea entonada es $\Delta \nu_{\text{laser}}^{\text{Espc}} \approx 5$ GHz, así que se requeriría un etalón cuyo ancho espectral libre sea $\Delta \nu_{\text{m}} > 5$ GHz y tenga un intervalo de mínima resolución $\Delta \nu_{\text{e}} \leq 40$ MHz. Por lo tanto, si el etalón se instala fuera de la cavidad del laser se requiere que tenga una fineza $F > 125$.

Pero si el etalón se coloca en la cavidad del laser, hay un efecto que permite el uso de una muy baja fineza, pues si bien se mantie-

-nen los mismos requerimientos en lo que al ancho espectral libre se refiere, ahora el intervalo de mínima resolución puede ser menor. Y es que en este caso las oscilaciones que atraviezan al etalón no pasan a su través en sólo una ocasión sino que realizan múltiples pasos, con lo cual las pérdidas que experimentan todas las oscilaciones, excepto la "sintonizada", van aumentando cada vez más hasta que, finalmente, su intensidad es despreciable prácticamente.

El uso de una muy baja fineza representa una enorme ventaja y por ello es costumbre colocar al etalón en la cavidad del laser (el laser modelo 171 está construido de tal forma que permite colocar cierto etalón en su cavidad, mismo que fue construido para ese propósito). Por esta razón colocaremos al etalón en la cavidad del laser y usaremos el dispositivo experimental que se muestra en la figura IV-1.



Por otra parte, como se indica en la figura IV-1. a la salida del laser debe colocarse un escudriñador, el cual puede usarse con varios fines, entre los que están el verificar que se ha aislado un modo y determinar los cambios de modo que se efectúen, para lo cual se requiere interpretar adecuadamente la figura observada en el osciloscopio.

Para interpretar las curvas que aparecen en el osciloscopio (o en

la graficadora), basta visualizar el barrido, que hace el escudriñador, como se hizo en III.5; esto es, se puede suponer que la curva característica del escudriñador se desplaza horizontalmente hacia la derecha sobre el pico modal, el cual permanece fijo, de tal suerte que la intensidad instantánea registrada por el detector óptico queda determinada por la intersección (instantánea) de dichas curvas. Los máximos de transmisión ocurrirán entonces cada vez que los máximos de ambas curvas coincidan; esto es, los máximos aparecerán en el osciloscopio a intervalos iguales al ancho espectral libre del escudriñador (suponiendo, claro está, que se han seguido las indicaciones dadas respecto a la selección del etalón adecuado).

Siguiendo esta forma de visualizar el barrido, veamos qué ocurre cuando hay un cambio de modo. Bajo este símil, un cambio de modo equivale a que el pico modal se desplaza súbitamente hacia la izquierda, o hacia la derecha, una distancia igual al intervalo intermodal del laser. Supongamos primero que el pico modal se desplaza (súbitamente) hacia la izquierda; entonces ocurrirá que, como no se ha dejado de desplazar la curva característica, ahora su siguiente máximo coincidirá antes (de como venía ocurriendo) con el siguiente pico modal, dando como resultado que en el osciloscopio, el intervalo entre el nuevo máximo de transmisión y el anterior sea igual al ancho espectral libre del etalón menos el intervalo intermodal del laser; y en el caso en el que el pico modal se desplace (súbitamente) hacia la derecha, la nueva separación será igual al ancho espectral libre más el intervalo intermodal del laser. Y si, en general, el desplazamiento del pico modal es K veces (con K , entero positivo) el intervalo intermodal (lo cual equivale a K cambios modales), entonces la nueva distancia será igual al ancho espectral libre menos o más, según corresponda) K veces el intervalo intermodal (el número máximo de cambios modales, a un tiempo, está limitado por el intervalo espectral del laser).

IV. 3.- DESCRIPCION

Ahora vamos a describir cómo se llevó a cabo, en el laboratorio, la selección de modos.

Según ya se dijo, debíamos desarrollar el procedimiento de selección de los modos longitudinales del laser de argón ionizado, modelo 171 de Spectra Physics. Para esto, primero se armó el dispositivo - mostrado esquemáticamente en la figura IV-1, empezando por elegir e instalar el escudriñador.

Se disponía del escudriñador modelo 240 de Coherent Tropel Division, el cual se muestra en la fotografía número uno. Este escudriñador tenía uno de dos posibles juegos de espejos (y no se contaba con el otro), pero no había forma de averiguar directamente cual era el que estaba instalado. Se sabía que uno de esos juegos de espejos estaba diseñado para operar en el intervalo de longitudes de onda de 450 a 550 nm con un ancho espectral libre $\Delta\nu_{\text{m}} = 1500$ MHz y un intervalo de mínima resolución $\Delta\nu_{1/2} = 75$ MHz, lo que determina una fineza $F=20$. Y se sabía que el otro juego de espejos estaba diseñado para operar en el intervalo de 600 a 700 nm con $\Delta\nu_{\text{m}} = 7500$ MHz y $\Delta\nu_{1/2} = 37.5$ MHz, lo que da $F=200$.

En cuanto a fineza se refiere, carecía de importancia el que se trajera bajara con uno o con el otro de los juegos de espejos, pues no nos interesaba resolver los picos modales sino tan sólo medir, en el osciloscopio, la distancia entre dos picos de transmisión consecutivos. Sin embargo, era de suma importancia el intervalo de longitudes de onda para el que estaba diseñado cada par de espejos, pues el laser iba a entonarse en la línea de 514.5 nm.

Así, ante la imposibilidad de saber directamente si se contaba o no con el par de espejos adecuados, se procedió a instalar este escudriñador. Para esto, se usó como control del escudriñador el modelo - 251-2 de Coherent Tropol Division (fotografía No.2). Este control manda un voltaje de diente de sierra al material piezo-eléctrico de la placa móvil del escudriñador y además envía simultáneamente esta señal al eje x del osciloscopio. Desde este control se puede regular la frecuencia del barrido (mediante "SWEEP EXPANSION"); se puede variar el valor máximo de la longitud óptica (mediante "AMPLITUD"); etcétera.

Teniendo ya el escudriñador y colocado éste como parte del dispositivo experimental, se procedió a alinear el laser con el escudriñador; esto es, se procedió a hacer que la luz del laser pasara, sin desviación, a todo lo largo del eje del escudriñador. Para ello se eliminó el detector óptico, con el fin de observar la luz laser casi directamente: se observó su reflejo en una tarjeta colocada a la salida del escudriñador: según la brillantez observada en la tarjeta, se determinaría si ya estaba o no alineado el haz del laser. Esta alineación se efectuó primero colocando adecuadamente el escudriñador y luego por medio de los espejos deflectores mostrados en la figura IV-1: cambiándolos de lugar, variando su inclinación, etcétera. (Esto no es fácil, y si no se tiene experiencia, ni suerte. puede llevar muchas horas.)

Cuando se consideró que ya se había logrado la alineación deseada, se conectó el detector óptico y se refinó la alineación, observando nuevamente la intensidad de salida, pero ahora en el osciloscopio.

Ya instalado el escudriñador, lo que seguía era colocar el etalón. Pero antes de ello se intentó obtener una gráfica donde aparecieran todos los modos. Esto no fué posible, y entonces se procedió a colocar el etalón (los detalles de la instalación se dan más adelante). Pero no fue posible trabajar con él.

Después de varios intentos y varias pruebas, se concluyó que el juego de espejos del escudriñador no era el adecuado. Y ante la imposibilidad de cambiar el juego de espejos, se tuvo que cambiar el escudriñador.

Había que usar un escudriñador que trabajara en el intervalo de longitudes de onda dentro del cual estuviese el intervalo espectral, - mismo que iba a estar centrado en 514.5 nm, y el único escudriñador disponible con tales características era el interferómetro de referencia de la estación de referencia (fotografía número 3), modelo 388, del laser de tinte (dye laser) de Spectra- Physics.

Este escudriñador tiene un ancho espectral libre de 500 MHz y una fineza $F=3$, lo que da un límite de resolución $\Delta \nu_{1/2} = 167$ MHz. (Su misión dentro del sistema del "dye laser", junto con otro escudriñador de mayor ancho espectral libre, denominado interferómetro esclavo, es la de llevar a cabo la estabilización óptica del "dye laser".)

Desde luego una fineza tan baja ($F=3$) no nos iba a permitir obtener picos de transmisión angostos y picudos; estos serían mas bien anchos y romos, introduciendo así cierto error en la determinación de cada máximo de transmisión. Este error sin embargo no es de capital importancia porque al determinar, en el trazo que aparece en el osciloscopio, las variaciones en las distancias entre los picos de transmisión, debidas a cambios modales, sólo nos interesaría tener valores carcanos correspondientes a múltiplos del intervalo intermodal (80 MHz). Además, de todos modos, no iba a ser posible alcanzar mucha precisión en la localización de tales picos debido a pequeñas fluctuaciones incontrolables, de origen térmico, en la longitud óptica del laser y en la del etalón. Y, por si fuera poco, el sistema de enfriamiento "cooperaba" con pequeñas vibraciones que, de momento, no fué posible eliminar.

En cuanto al uso que iba a dársele, este escudriñador es similar al

substituido: tiene un detector óptico, denominado aquí diodo de referencia; tiene una entrada para la señal del control del escudriñador; etcétera. Hay, desde luego, muchas diferencias pero éstas pueden considerarse de forma, que no de fondo, y entre ellas cabe destacar tres: (1) la variación de la longitud óptica del escudriñador se lleva a cabo mediante una placa de cuarzo que gira entre las placas del Fabry-Perot, dando lugar así a variaciones en el camino óptico; (2) como control del escudriñador se empleó ahora el modelo 481B de Spectra Physics (mostrado en la fotografía número 4) cuyas funciones son similares a las del usado anteriormente; (3) el escudriñador se matendría dentro de la estación de referencia del laser de tinte durante todo el proceso de instalación y durante la selección de modos.

Ya elegido el escudriñador, se procedió a efectuar todo el proceso de alineación tal como se describió anteriormente. Hecho esto se substituyó el osciloscopio por una graficadora con el fin de obtener un registro que pudiera adicionarse a esta tesis. Y ahora sí se obtuvo el trazo deseado. Este es el primero de los tres trazos que aparecen en la hoja número 64.

Ahora debía instalarse el etalón.

El etalón que se usó fue el modelo 589 de Spectra Physics (fotografía No.5) el cual tiene una longitud óptica $\lambda = 15 \text{ mm}^+$ y un ancho espectral libre $\Delta\nu_M = 10 \text{ GHz}$. El fabricante no especifica la fineza de este etalón, pero asegura que es muy baja, lo cual, por lo ya señalado en la sección anterior, no tiene ninguna importancia. Pero el valor de su ancho espectral libre sí es un dato necesario pues se requiere que sea mayor que el ancho de la línea espectral entonada, y como ésta es de 5 GHz (aproximadamente), resulta que éste es el etalón adecuado.

En efecto, aunque el etalón tiene una baja fineza, transmite - -

*Referencia 7, pág 2-1.

casi el 100% de los componentes que en él resuenen, y aunque no cuenta con control de temperatura, los espejos están colocados - ópticamente en un marco de silicato de titanio, el cual tiene un pequeñísimo coeficiente de dilatación, y los espaciadores tienen características similares.

Ya elegido el etalón se procedió a instalarlo en la parte posterior de la cavidad del laser, formando parte de él.⁺⁽¹⁾

(En la figura IV-1 se indica, esquemáticamente, el lugar donde debe instalarse el etalón; la fotografía No. 6 muestra la parte de la cavidad donde irá y la fotografía 7 muestra a éste ya instalado.)

La colocación del etalón en la cavidad del laser es una tarea que debe realizarse con muchísimo cuidado, pues se corre el riesgo de dañar la ventana de Brewster, ocasionando la inutilización de todo el tubo del plasma; además como se manipula con el laser prendido, si no se procede con sumo cuidado, se puede recibir una descarga eléctrica de graves consecuencias.

Antes de colocar el etalón se entonó el laser en la longitud de onda de 514.5 nm; y ya insertado en la cavidad, se procedió a alinearlo en la forma que más adelante se detalla. Pero antes vamos a hacer una indicación importante.

Cuando al recibir un haz luminoso el etalón transmite sólo ciertas frecuencias, las demás no desaparecen, se reflejan. Entonces si el haz incidente es perpendicular a los espejos ($\theta=0$), las frecuencias reflejadas quedan en la cavidad del laser y no son eliminadas. Por tal motivo debe haber un pequeño desalineamiento⁺⁽²⁾ que permita que los haces reflejados queden fuera de la cavidad y que sólo se pierda una pequeñísima parte de las oscilaciones de la frecuencia sintonizada.

⁺⁽¹⁾ Ver ref. 7 pág 3-1

⁺⁽²⁾ Ref. 7, pág 2-1

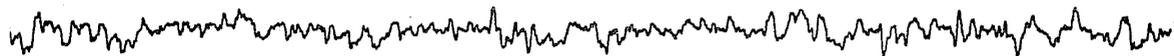
Ahora sí, continuaremos indicando cómo se llevó a cabo la alineación.

Primero se ajustaron los controles de alineamiento vertical y horizontal del etalón, para hacer que el eje de éste coincidiera - con el eje óptico del laser, lo cual ocurre cuando el sistema empieza a "laserear". Hecho esto, se refinó este alineamiento midiendo la potencia de salida y observando en una pequeña tarjeta, de cartulina blanca, colocada bajo la ventana de Brewster, unos puntos muy brillantes y otros menos brillantes y moviendo, de nuevo, los controles de alineamiento vertical y horizontal del etalón, de tal forma que los puntos menos brillantes se movieran hacia los - más brillantes. Después se realizaron los ajustes finales mediante el selector de sintonía del etalón o algunos de sus controles de - alineamiento, tratando de observar un sólo modo en el osciloscopio.

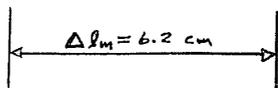
Y esta vez al realizar los ajustes finales, por fin se observó un sólo modo bien definido en el osciloscopio. Después de lo cual, se substituyó éste por una graficadora y se obtuvo, en la misma hoja donde se había obtenido el trazo multimodal anterior, un trazo - donde aparece un sólo modo.

Con esto se había logrado ya el objetivo perseguido: llevar a cabo el procedimiento para seleccionar algún modo.

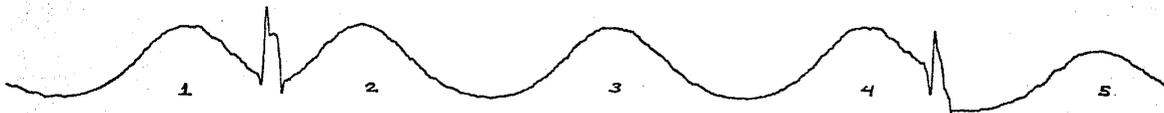
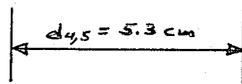
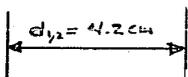
Y cuando se desee usar este procedimiento para buscar concretamente algún modo específico, bastará con calibrar previamente el osciloscopio con alguna señal conocida. Y si el modo observado no fuese el deseado, se procedería a cambiar de modo operando el selector de sintonía del etalón o alguno de sus controles de alineamiento. Dos cambios de este tipo se llevaron a cabo y quedaron registrados en la misma hoja en la que aparecen los dos trazos anteriores.



gráfica - 1



gráfica - 2



gráfica - 3

IV. 4.- INTERPRETACION DE LA GRAFICA

En la hoja anterior aparecen las tres gráficas obtenidas mediante la graficadora en la forma descrita en la sección anterior.

La gráfica-1 es la que se obtuvo cuando aún no se había instalado el etalón. Muestra, entonces, el espectro del laser con todos sus modos. Sólo que, por lo ya señalado en la sección anterior, la resolución es pésima.

La gráfica-2 es la que se obtuvo cuando el etalón ya estaba instalado y alineado. La regularidad mostrada indica claramente que sólo está pasando un modo: ya se alcanzó entonces la meta buscada: aislar un modo del laser.

La gráfica-3 es similar a la anterior, pero aquí se ven dos irregularidades o saltos: éstos aparecen justo en el momento de variar el control de sintonía del etalón: corresponden, pues, a cambios modales, como puede comprobarse efectuando las medidas pertinentes.

En el eje horizontal de estas gráficas se mide una distancia que es proporcional a la longitud óptica. La constante de proporcionalidad (c) correspondiente, tiene el mismo valor en las gráficas 2 y 3, pero en la gráfica-1 tiene un valor bastante menor. (El valor de esta constante puede modificarse desde el control del escudriñador.) Entonces la distancia entre cualesquiera dos picos, donde no se interponga ningún cambio de modo, es proporcional al ancho espectral libre en longitudes ópticas (esta idea se trató en III.6): $\Delta l_m = c \Delta \lambda_m$. Ahora bien, como posteriormente emplearemos una proporción como en III.6, esta constante desaparecerá. Así, con el fin de abreviar, podemos tomarla como la unidad. En otras palabras, con el fin de sim-

-plificar la notación tomaremos los valores medidos en la gráfica - como los realizados en el escudriñador (sobreentendiéndose la proporcionalidad correspondiente).

El ancho espectral libre en longitudes de onda puede medirse, entonces, directamente en la gráfica 2 o en la gráfica 3: es la distancia entre cualesquiera dos picos donde no se interponga ningún cambio de modo.

Al efectuar la medición se obtuvo $\Delta l_m = 6.2$.

Por otra parte, y con el fin de comprobar que las irregularidades observadas en la gráfica III corresponden a cambios modales, lo que nos interesa es determinar la variación ($\Delta \nu_m$) en la frecuencia, debida precisamente al cambio modal: ésta debe ser un número entero de veces al intervalo intermodal del laser; esto es, $\Delta \nu_m \approx K \cdot 80 \text{ MHz}$, con $K = 1, 2, \dots$

Para esto, teniendo ya Δl_m , debemos ahora medir la distancia - ($d_{1,2}$ ó $d_{4,5}$) que hay entre dos picos consecutivos entre los que si hay cambio modal. Y con esto debemos determinar las variaciones, Δl_1 y Δl_2 , respecto a Δl_m :

$$\Delta l_1 = \Delta l_m - d_{1,2} \quad \text{y} \quad \Delta l_2 = \Delta l_m - d_{4,5}$$

Al efectuar las mediciones, se obtiene:

$$d_{1,2} = 4.2 \text{ cm} \quad \text{y} \quad d_{4,5} = 5.3 \text{ cm}$$
$$\therefore \Delta l_1 = 2, \quad \Delta l_2 = 0.9$$

Finalmente, las variaciones de frecuencia correspondientes, pueden determinarse mediante la proporción fundamentada en III.6, teniendo en cuenta que el ancho espectral libre (en frecuencias) del etá lón ($\Delta \nu_m$) es de 500 MHz:

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta v_1} = \frac{S l_1}{S v_1}$$

$$\therefore S v_1 = \frac{2}{6.2} (500)$$

$$\therefore S v_1 = 161 \text{ MHz.}$$

$$\frac{\Delta l_2}{\Delta v_2} = \frac{S l_2}{S v_2}$$

$$\therefore S v_2 = \frac{0.9}{6.2} (500)$$

$$\therefore S v_2 = 73 \text{ MHz.}$$

Puesto que el intervalo intermodal del laser es de 80 MHz (aproximadamente), y $S v_1 \approx 2(80)$ y $S v_2 \approx 1(80)$, resulta que el primer cambio modal corresponde a un cambio de dos modos, en tanto que el segundo, corresponde a un cambio de un sólo modo.

IV.5.- CONCLUSION

Se ha llevado a cabo el procedimiento, propuesto por el fabricante (ref. 7, pág 3-1), para aislar uno de los modos longitudinales del laser de argón ionizado, modelo 171 de Spectra - Physics. Y se han efectuado dos cambios de modo con el fin de indicar cómo seleccionar un modo específico.

Ahora ya está listo el dispositivo experimental que nos proporciona una línea espectral muy fina, misma que ha de utilizarse para realizar espectroscopía de alta resolución.

Para terminar, destacaremos los tres aspectos que, por su importancia, podemos considerar como críticos a lo largo del procedimiento de selección de modos longitudinales:

- 1o.- La elección del escudriñador y del etalón.- es importante no pasar por alto el rango de longitudes de onda para el que fueron diseñados.
- 2o.- El alineamiento del haz del laser con el eje del escudriñador (o viceversa).- esta es una tarea que puede llegar a resultar penosa por el tiempo invertido en ella.
- 3o.- La instalación del etalón.- por los peligros inherentes (posible daño a la ventana de Brewster y posibilidad de una grave descarga eléctrica) ésta debe realizarla una persona diestra, misma que ha de seguir las indicaciones dadas en el manual correspondiente (referencia 7).

A P E N D I C E

C O N S T R U C C I O N

D E L

H A M I L T O N I A N O

En este apéndice se construirá el hamiltoniano de una partícula cargada inmersa en un campo electromagnético.

En mecánica clásica el hamiltoniano se construye como sigue.

Por definición
$$H = \sum p_i v_i - L,$$

en donde
$$p_i = \frac{\partial L}{\partial v_i}.$$

El lagrangiano suele definirse como

$$L = T - V$$

(siendo T la energía cinética y V, la potencial).

Pero en el caso que nos ocupa no podemos emplear esta expresión ya que la partícula se encuentra inmersa en un campo electromagnético, el cual es no-conservativo. Aquí tendremos

$$L = T - U$$

donde U es el potencial generalizado, el cual para una carga eléctrica q dentro de un campo electromagnético descrito por los potenciales ϕ y \vec{A} , resulta ser*, usando unidades gaussianas

$$U = q\phi - \frac{q}{c} \vec{A} \cdot \vec{v}.$$

(Es precisamente en la obtención de este potencial generalizado donde se le da el tratamiento clásico al campo electromagnético.)

Por lo tanto,
$$L = T - q\phi + \frac{q}{c} \vec{A} \cdot \vec{v}$$

(\vec{v} es la velocidad de la partícula).

$$\therefore p_i = m v_i + \frac{q}{c} A_i$$

* Referencia [5], pág 21.

$$\begin{aligned}\therefore H &= m v^2 + \frac{q}{c} \vec{A} \cdot \vec{v} - \frac{m v^2}{2} + q \phi - \frac{q}{c} \vec{A} \cdot \vec{v} \\ &= \frac{1}{2m} (m \vec{v})^2 + q \phi\end{aligned}$$

$$\therefore H = \frac{1}{2m} \left(\vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A} \right)^2 + q \phi$$

y de aquí tenemos, finalmente, el hamiltoniano buscado:

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{q}{2mc} (\vec{p} \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{p}) + \frac{q^2}{2mc^2} \vec{A}^2 + q \phi.$$

R E F E R E N C I A S

- 1 .- Yariv, A., "Introduction to Optical Electronics",
2a. edición, ed. Holt- Rinehort and Wiston, 1976.
- 2 .- Fowles, G.R., "Introduction to Modern Optics",
2a. edición, ed. Holt- Rinehort and Wiston, 1975.
- 3 .- Zaidel, A.N. y otros, "Técnica y Práctica de Espectroscopia", ed. Mir, Moscú, 1979.
- 4 .- Schiff, L.I., "Quantum Mechanics", 2a. edición, ed.
Mc Graw - Hill - Novaro, México, 1965.
- 5 .- Goldstein H., "Classical Mechanics", ed. Addison-
Wesley, 1959.
- 6.- Manual del Laser de Argón Ionizado, Modelo 171 de
Spectra - Physics.
- 7.- Manual del Etalón, Modelo 589 de Spectra - Physics.