1 3
2 Ejem.

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ingeniería

ANALISIS GRAFICO DEL COMPORTAMIENTO DE LA MAQUINA SINCRONA EN ESTADO ESTABLE.

Tesis Profesional

Que para obtener el título de

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

Presentan

ARMANDO ARAIZA ANDRADE
JAVIER GUERRERO ALVAREZ
RAMON CASTILLO TORRES

INGENIERIA

Director:

Ing. Salvador Cisneros Chavez

México, D. F., 1985

C O N T E N I D O

I GENERALIDADES DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA.

I.1 OPERACION DE SISTEMAS DE POTENCIA ELECTRICA.

La operación moderna de sistemas de potencia requiere del estudio del comportamiento de las unidades generadoras, primotores y alternadores, que producen energía eléctrica, esto es, la "Materia prima" del sistema.

Por la naturaleza de la demanda eléctrica que es fundamentalmente cambiante, el sistema trabaja en condiciones que varían desde un estado casi estático, hasta aquellos producidos por la variación brusca de la carga y por fallas de aislamiento en los circuitos eléctricos.

Los sistemas de energía eléctrica constan de una gran diversidad de cargas repartidas en distintas regiones.

Los sistemas estan compuestos de: Centrales generadoras, usadas para producir la energía eléctrica consumida por las cargas, las redes de transmisión y distribución que proporcionan el medio de transporte de la energía, de los puntos de generación a los centros de consumo y el equipo necesario adicional para lograr que el suministro de energía se realice cumpliendo con los parámetros de continuidad de servicio, de adecuada regulación de la tensión y de control correcto de la frecuencia.

A continuación haremos un esquema de un sistema de energía eléctrica.

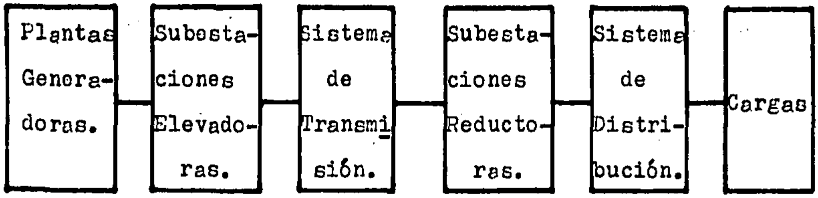


Fig. 1

I.2 SUMINISTRO DE ENERGIA ELECTRICA.

Como ya se mencionó anteriormente el suministro de energía eléctrica debe realizarse con una calidad adecuada, - de manera que los aparatos que utilizan la energía eléctrica funcionen correctamente.

La calidad del suministro de energía eléctrica queda definida por los siguientes tres parámetros: Continuidad del servicio, regulación de la tensión y control de la frecuencia.

I.2.1 CONTINUIDAD DEL SERVICIO.

La energía eléctrica ha adquirido tal importancia en la vida moderna, que una interrupción de su suministro causa trastornos y pérdidas económicas irreparables.

Para asegurar la continuidad del suministro deben tomarse disposiciones necesarias para hacer frente a una falla en algún elemento del sistema, como las siguientes:

a) Disponer de la reserva de generación adecuada para hacer frente a la posible salida de servicio, o indisponibilidad, de cierta capacidad de generación.

b) Disponer de un sistema de protección automático que permita eliminar con la rapidez necesaria cualquier elemento del sistema que ha sufrido una falla.

c) Diseñar el sistema de manera que la falla y desconexión de un elemento tenga la menor repercusión posible sobre el resto del sistema.

d) Disponer de los circuitos de alimentación de emergencia para hacer frente a una falla en la alimentación normal.

e) Disponer de los medios para un restablecimiento rápido del servicio, disminuyendo así la duración de las interrupciones, cuando éstas no han podido ser evitadas.

I.2.2 REGULACION DE LA TENSION.

Los aparatos que funcionan con energía eléctrica estan diseñados para operar a una tensión determinada y su funcionamiento será satisfactorio siempre que la tensión aplicada no varíe más allá de ciertos límites fijados por las condiciones propias de diseño de los aparatos.

La vida útil de los aparatos es afectada por una sobretensión y el rendimiento por una falta de tensión, por lo que se hace ver la importancia de la regulación de la ten- -

sión en un sistema eléctrico.

Una variación de $\pm$ 5% de la tensión en los puntos de utilización, con respecto a la tensión nominal, se considera satisfactoria; y una variación de $\pm$ 10% se considera tolerable.

I.2.3 CONTROL DE LA FRECUENCIA.

Los sistemas de energía eléctrica funcionan a una frecuencia determinada, dentro de cierta tolerancia. El rango de tolerancia de la frecuencia de operación de un sistema eléctrico, depende fundamentalmente de dos factores, los cuales son:

Las características de las cargas conectadas a él y del funcionamiento del mismo sistema.

Es evidente que las cargas resistivas son insensibles a los cambios de frecuencia, pero existen otros tipos de cargas, como motores, que si son afectadas por dichas variaciones.

Los cambios en la frecuencia producen una variación del mismo signo de la potencia consumida. Cargas sensibles a variaciones de frecuencia son usadas en muchos procesos industriales, tales como la fabricación del papel en el cual la variación de la velocidad debido a un cambio en la frecuencia puede afectar notablemente el buen funcionamiento del proceso.

Por lo tanto desde el punto de vista de las características de la carga es suficiente controlar a la frecuencia con una tolerancia de 1% sobre el valor nominal, con lo cual se asegura un funcionamiento adecuado de ésta.

Desde el punto de vista del funcionamiento del sistema, debe tenerse en cuenta que si los generadores conectados al sistema están girando a la velocidad correspondiente a la frecuencia nominal, cada unidad contribuye con una generación determinada; el número de generadores en servicio y la repartición de la generación entre las distintas unidades, se basa en consideraciones impuestas por restricciones de operación, tales como la producción de potencia reactiva para contribuir a la regulación de la tensión y la necesidad de contar con reserva rodante para asegurar la continuidad del servicio.

Al producirse una variación de la carga conectada al sistema, se produce un desequilibrio que se refleja en una variación de la velocidad de rotación de las máquinas y en consecuencia de la frecuencia. Los reguladores de velocidad de cada turbina registran esta variación y actúan sobre las válvulas de admisión de fluido a la turbina, introduciendo un par de aceleración o de frenado lo que lleva a la unidad a un nuevo estado de equilibrio.

Sin embargo este nuevo estado de equilibrio se establece a una frecuencia ligeramente distinta de la nominal, -

debido a las características de operación de los reguladores de velocidad, necesarias para lograr que la operación de varias unidades generadoras en paralelo sea estable. Además, la distribución de la generación entre las distintas unidades se habrá alterado y en general no corresponderá a la distribución óptima.

Por lo que es necesario un sistema de control adicional que restablezca la frecuencia a su valor nominal y reparta la generación entre las distintas unidades en forma adecuada.

El lograr esto requiere un control de la frecuencia mucho más preciso que el que sería necesario de acuerdo con las características de la carga. Por esta razón los sistemas modernos controlan la frecuencia con una precisión del orden de ± 0.1%.

I.3 FUENTES DE ENERGIA.

Hasta ahora hemos hablado de la energía pero no de los lugares de donde procede. La energía procede principalmente de alguna de las siguientes fuentes:

- Aprovechamiento de caidas de agua.
- Combustibles fósiles (petróleo, gas natural y carbón).
- Reacciones nucleares (fisión y fusión).

La localización de las plantas generadoras, en el caso de las plantas hidroeléctricas y plantas geotérmicas, está determinada por el lugar donde se dan las condiciones naturales para realizar una conversión económica de la energía eléctrica, en general este tipo de desarrollo queda localizado lejos de los centros de consumo y requieren de un sistema de transmisión de alta tensión para el transporte económico de la energía eléctrica, obtenida mediante la utilización de generadores síncronos.

Para una comprensión adecuada de la conversión de la energía mecánica en eléctrica, que ocurre en el generador - síncrono, requerimos de algunos fundamentos de mecánica para el estudio de este fenómeno.

El par desarrollado por un cuerpo en movimiento está dado por:

$$T = I\alpha$$

Donde:

T: Par en $Kg\ m^2/seg^2$

I: Momento de inercia en $Kg\text{-}m^2$

α: Aceleración angular en rad/seg^2

Para el caso de una máquina síncrona, T es el par resultante o par neto, del par mecánico corregido por las pérdidas de fricción y de ventilación, y el par eléctrico corregido por las pérdidas electromagnéticas, a esta resultante - se le conoce como par de aceleración.

Ta: Par de aceleración.

$$Ta = Tm - Te$$

Donde:

Tm: Par mecánico, corregido por pérdidas de fricción y ventilación.

Te: Par eléctrico, corregido por las pérdidas electromagnéticas.

En estado permanente y despreciando pérdidas:

$$Tm = Te$$

Es decir $Ta = 0$. Para cuando este par es distinto de cero, significa que la máquina está fuera de sincronismo y puede ser aceleración o desaceleración, ($Ta > 0$ ó $Ta < 0$ respectivamente).

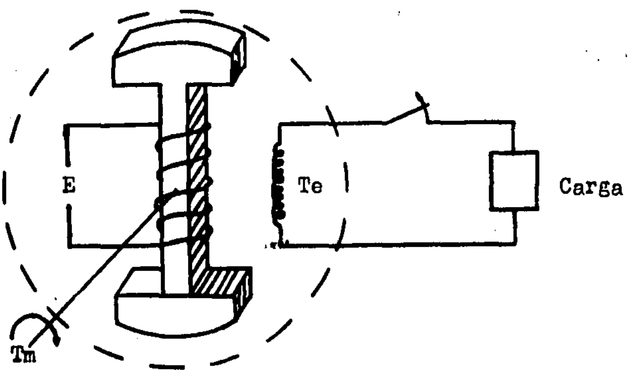


Fig. 2 Representación esquemática del par mecánico y del par eléctrico.

Para el caso de un generador, entrada mecánica Tm es positiva y salida eléctrica Te es positiva.

Para el caso de un motor síncrono, entrada eléctrica Te es negativa y salida mecánica Tm es negativa.

$Ta \neq 0$; En el estado transitorio.

Tomando la ecuación $Ta = I\alpha$ y del movimiento rotacional.

$$\alpha = \frac{d^2 \theta}{d t^2}$$

Entonces:

$$Ta = I \frac{d^2 \theta}{d t^2}$$

Donde:

θ: Posición angular en grados mecánicos o eléctricos.

Se ha encontrado que para el estudio de la estabilidad transitoria, es más conveniente medir la posición del rotor con respecto a un eje que gire a la velocidad de sincronismo (Ws) que con relación a un eje estacionario.

I.4 ECUACION DE OSCILACION.

Las leyes de la rotación son aplicables al movimiento de las máquinas síncronas, así, el par de inercia es igual al producto de la aceleración angular y del momento de inercia.

$$T = I\alpha \qquad --- (1)$$

Si θ es el desplazamiento angular en radianes.

$$\alpha = \frac{d^2 \theta}{d t^2}$$

La ec. (1) se transforma en:

$$T = I \frac{d^2 \theta}{d t^2}$$

En donde T representa el par neto o suma algebraica de todos los pares que actúan sobre la máquina, incluyendo el par en el eje (debido al primotor si se trata de un generador o a la carga si se trata de un motor), el par debido a las pérdidas rotacionales (fricción, ventilación y pérdidas en el núcleo) y el par electromagnético.

El par neto que produce aceleración es la diferencia algebraica del par en el eje y el par electromagnético de retardación.

$$Ta = Tm - Te$$

En estado permanente esta diferencia es cero y no hay aceleración o desaceleración.

Durante los disturbios considerados en el estudio de la estabilidad transitoria, esta diferencia existe y es de aceleración o retardación, dependiendo de si la diferencia es positiva o negativa.

La ec. (1) se transforma en:

$$I \frac{d^2 \theta}{d t^2} = Ta = Tm - Te$$

y esta debería resolverse para determinar la posición angular θ del rotor de la máquina como función del tiempo. Pero, como ya se mencionó anteriormente, es conveniente medir la posición angular y la velocidad angular con respecto a un eje de referencia que gira a la velocidad de sincronismo, así, si Ws es la velocidad angular de sincronismo y δ es el desplazamiento angular del rotor con respecto a un eje que gire a la velocidad normal (ver Fig. 3).

Entonces:

$$\delta = \theta - Ws\ t$$

Derivando a δ con respecto al tiempo dos veces, se tiene:

$$\frac{d\,\delta}{d\ t} = \frac{d\ \theta}{d\ t} - Ws$$

$$\frac{d^2\delta}{d\ t^2} = \frac{d^2\theta}{d\ t^2}$$

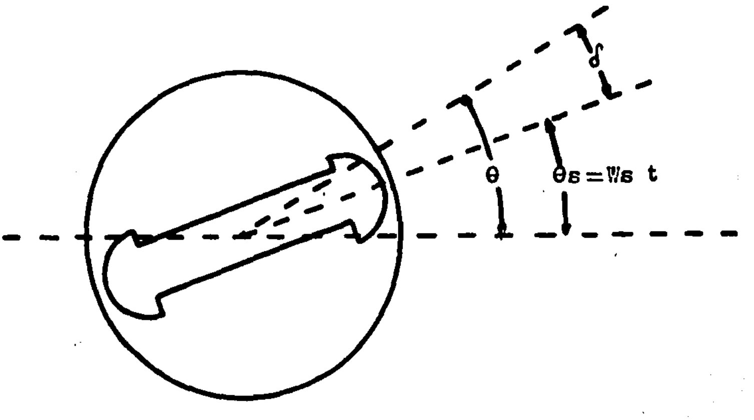


Fig. 3 Sistema de referencia.

Resultando:

$$I \frac{d^2 \delta}{d\ t^2} = Ta$$

Multiplicando la ecuación anterior por W:

$$M \frac{d^2 \delta}{d\ t^2} = Pa = Pm - Pe \text{ (Ecuación de Oscilación)}$$

Que también puede escribirse como:

$$\frac{d^2 \delta}{d\ t^2} = K\ (\ Pm - Pe\ )$$

Donde:

$K = \frac{1}{M}$

$M = IW$, momento angular en Joules-seg./rad.

$Pm = Tm\ W$, potencia de entrada en watts, corregida por pérdidas rotacionales.

$Pe = Te\ W$, potencia eléctrica de salida en watts, corregida por pérdidas eléctricas.

$Pa = Pm - Pe$, potencia de aceleración en watts.

La ecuación de oscilación, es la que gobierna el movimiento de cada máquina.

La solución de esta ecuación da a δ como función del tiempo, y la gráfica se conoce como, curva de oscilación.

De lo visto anteriormente, se debe especificar que es δ y porque su importancia en la estabilidad del sistema, como se verá más adelante.

Para esto analizaremos las máquinas síncronas en estado estable; el cual se define como una condición de valor medio constante cuyas desviaciones producidas al azar son limitadas.

Como ejemplo podemos citar a la frecuencia, que se considerará estable cuando sus variaciones no excedan de ±0.1% del valor medio. Para el caso del sistema eléctrico mexicano será un valor de 60 ± 0.06 Hz.

I.5 POTENCIA COMPLEJA O APARENTE

Considerense los fasores mostrados a continuación:

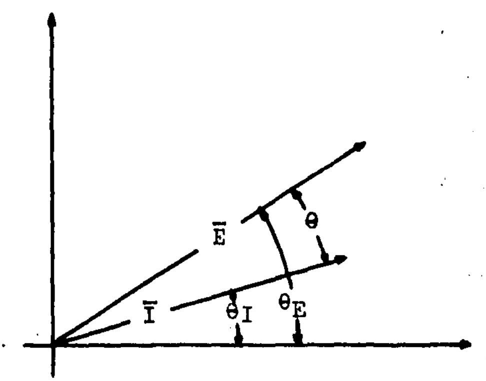


Fig. 4

Donde $E = \bar{E}\underline{|\theta_E}$ e $I = \bar{I}\underline{|\theta_I}$ representan respectivamente, la tensión y la corriente en un circuito monofásico o bien la tensión al neutro y la corriente correspondiente de fase de un circuito trifásico.

La potencia real por fase está dada por la expresión:

$$P = \bar{E}\bar{I}\cos\theta = \bar{E}\bar{I}\cos(\theta_E - \theta_I)$$

y la potencia reactiva por fase:

$$Q = \bar{E}\bar{I}\ \mathrm{sen}\ \theta = \bar{E}\bar{I}\ \mathrm{sen}\ (\theta_E - \theta_I)$$

Nótese que la diferencia $(\theta_E - \theta_I)$ puede invertirse sin que se afecte el signo de la potencia real, ya que $\cos\theta = \cos(-\theta)$. En cambio sí se afecta el signo de la potencia reactiva, ya que $\mathrm{sen}(-\theta) = -\ \mathrm{sen}\ \theta$.

Por lo tanto el signo de la potencia real no presenta ningún problema.

En cambio en el caso de la potencia reactiva es necesario definir en forma explícita lo que se considera flujo positivo de la potencia reactiva.

La convención adoptada es considerar como positiva la potencia reactiva absorvida por una carga inductiva. Esta convención procede del hecho de que los sistemas de energía eléctrica tienen que alimentar cargas que, en la generalidad de los casos, absorven potencia real y potencia reactiva y que, en consecuencia, estos sistemas tienen que disponer de medios para producir tanto la potencia real como la potencia reactiva absorvida por las cargas.

Para ilustrar la convención sobre el signo de la potencia reactiva, considérese a los circuitos mostrados en las siguientes figuras.

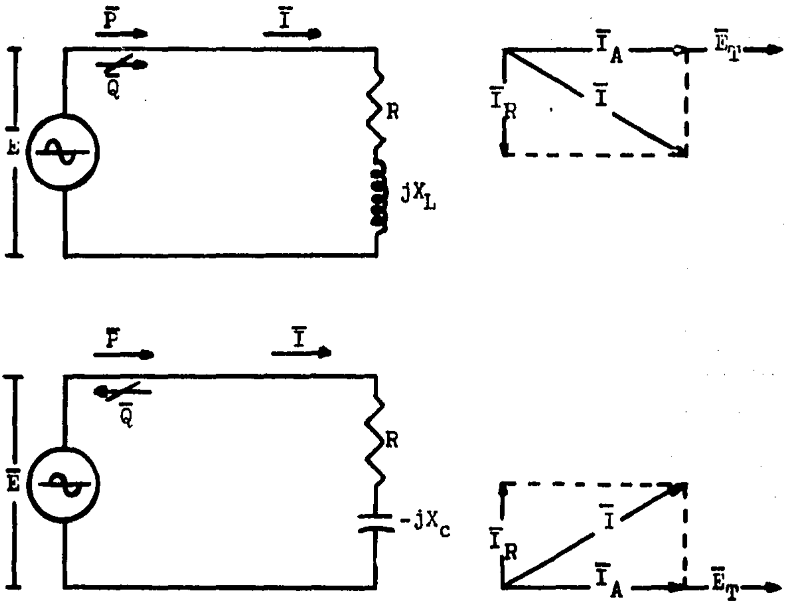


Fig. 5 Flujo de la potencia real y reactiva.

En el circuito de la Fig.5(a), la potencia reactiva absorvida por la carga de impedancia $Z = R + j\ X_L$ se puede considerar, de acuerdo con la convención adoptada, como positiva.

Por otra parte, puede verse en el diagrama fasorial de dicha figura; en él, se toma como referencia la tensión E de las terminales del generador, la corriente está atrasada con respecto a la tensión y el ángulo θ es negativo (ya que el sentido positivo de los ángulos se miden en sentido contrario de las manecillas del reloj). Por lo tanto la componente reactiva de la corriente, I_R, es negativa o sea de signo contrario al de la potencia reactiva.

En el circuito de la Fig.5(b), la potencia reactiva absorvida por la carga de impedancia $Z = R - j\,X_C$ se considera, de acuerdo a la convención adoptada, como negativa.

En cambio puede verse en el diagrama fasorial correspondiente que la corriente está adelantada con respecto a la tensión, el ángulo θ es positivo y la componente reactiva de la corriente I_R es positiva.

De acuerdo con la convención adoptada, un capacitor puede considerarse como un productor de potencia reactiva y una inductancia como consumidor de potencia reactiva. En realidad en un sistema de enérgia eléctrica, parte de la potencia reactiva absorvida por las cargas inductivas se produce mediante capacitores colocados en la proximidad de las cargas, este arreglo se muestra esquemáticamente en la Fig.6 .

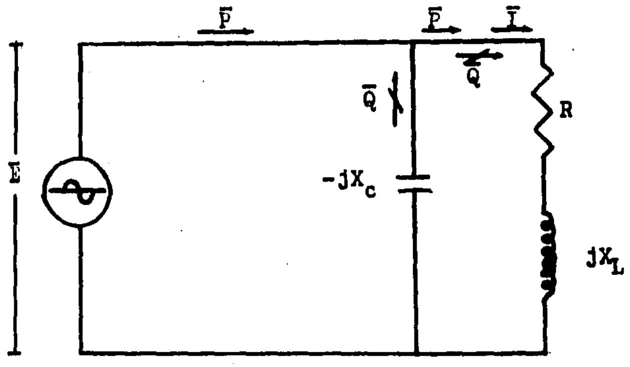


Fig.6 Producción de la potencia reactiva mediante un capacitor.

Considérense de nuevo las expresiones:

$$\overline{P}=\overline{E}\overline{I}\cos(\theta_E - \theta_I) \quad \_\ \_\ \_ \ (2)$$

$$\overline{Q}=\overline{E}\overline{I}\,\mathrm{sen}\,(\theta_E - \theta_I) \quad \_\ \_\ \_ \ (3)$$

Mediante las cuales se obtienen la potencia real y la potencia reactiva correspondientes a un circuito cuya tensión y corriente están representadas por los fasores E e I mostrados en la Fig.4 .

La forma de las ec's (2) y (3) sugiere que la potencia real y la potencia reactiva pueden considerarse como componentes de una potencia compleja:

$$S=\overline{P}+j\,\overline{Q} \quad \_\ \_\ \_ \ (4)$$

Donde: S está expresada en volt-amperes, P en watts y Q en vars.

A continuación se demuestra que:

$$S=\bar{P}+j\,\bar{Q}=E\,I^{*} \_\ \_\ \_ \ (5)$$

donde $E=\bar{E}\,\underline{|\theta_E}$ es el fasor de la tensión mostrada en la Fig.4 y el fasor $I^{*}=\bar{I}\,\underline{|-\theta_I}$ que es el conjugado del fasor de la corriente $I=\bar{I}\,\underline{|\theta_I}$ de la misma figura.

El uso del conjugado del fasor de la corriente permite obtener el signo correcto de la potencia reactiva, de acuerdo con la convención adoptada.

La demostración de la ec.(5) es la siguiente.

$$E=\bar{E}(\cos\theta_E+j\ \mathrm{sen}\ \theta_E)$$

$$I=\bar{I}(\cos\theta_I+j\ \mathrm{sen}\ \theta_I)$$

$$I^{*}=\bar{I}(\cos\theta_I-j\ \mathrm{sen}\ \theta_I)$$

$$E\,I^{*}=\bar{E}\bar{I}(\cos\theta_E+j\ \mathrm{sen}\ \theta_E)\ (\cos\theta_I-j\ \mathrm{sen}\ \theta_I)$$

$$=\bar{E}\bar{I}((\cos\theta_E\cos\theta_I+\mathrm{sen}\ \theta_E\ \mathrm{sen}\ \theta_I)+j\ (\mathrm{sen}\ \theta_E\cdot$$

$$\cdot\cos\theta_I-\cos\theta_E\ \mathrm{sen}\ \theta_I))$$

Considerando las identidades trigonométricas:

$$\mathrm{sen}(\theta_E\pm\theta_I)=\mathrm{sen}\ \theta_E\cos\theta_I\pm\cos\theta_E\ \mathrm{sen}\ \theta_I$$

$$\cos(\theta_E\pm\theta_I)=\cos\theta_E\cos\theta_I\mp\mathrm{sen}\ \theta_E\ \mathrm{sen}\ \theta_I$$

Entonces:

$$E\,I^{*}=\bar{E}\bar{I}(\cos\,(\theta_E-\theta_I)+j\ \mathrm{sen}(\theta_E-\theta_I))$$

Pero:

$$\bar{E}\bar{I}\cos\,(\theta_E-\theta_I)=\bar{P}$$

$$\bar{E}\bar{I}\ \mathrm{sen}\,(\theta_E-\theta_I)=\bar{Q}$$

Por lo tanto:

$$E\ I^{*} = \bar{P} + j\ \bar{Q} = S$$

La potencia compleja absorvida por un circuito de impedancia:

$$Z = R + j\ X_L$$

Puede expresarse de la forma siguiente:

Sustituyendo en la ec.(5), $E = ZI$

$$S = \bar{P} + j\ \bar{Q} = Z\ I\ I^{*}$$

Pero:

$$I\ I^{*} = I\ \underline{|\theta_I} \cdot I\ \underline{|-\theta_I} = \bar{I}^2$$

entonces:

$$S = \bar{P} + j\ \bar{Q} = Z\ \bar{I}^2$$

Sustituyendo en la ecuación anterior; $Z = R + j\ X_L$

$$S = \bar{P} + j\ \bar{Q} = R\ \bar{I}^2 + j\ X_L\ \bar{I}^2$$

Por lo tanto:

$$\bar{P} = R\ \bar{I}^2$$

$$\bar{Q} = X_L\ \bar{I}^2$$

La potencia compleja o aparente puede tener valores en cualquiera de los cuatro cuadrantes.

Por ejemplo, considérese el caso de una máquina síncrona, como la que se muestra en la siguiente figura, donde se muestra el defasamiento entre la tensión terminal y la corriente así como el signo de la potencia real y reactiva para diferentes condiciones de operación como generador y como motor.

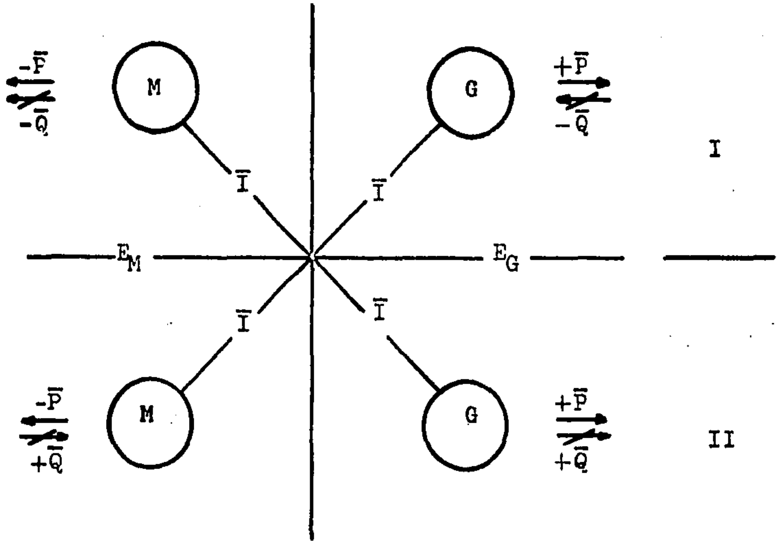


Fig. 7 Condiciones de operación de una máquina síncrona.

Nota:

M: Operación como motor.

G: Operación como generador.

I: Operación absorviendo potencia reactiva.

II: Operación produciendo potencia reactiva.

II GENERADORES SINCRONOS.

II.1 INTRODUCCION.

Los sistemas convencionales de la industria de potencia son alimentados por generadores síncronos trifásicos los cuales se clasifican en dos grupos:

GENERADORES DE ROTOR CILINDRICO.

Son propios para ser impulsados por turbinas de vapor, por esta característica se les conoce también como Turboalternadores o Generadores de Turbina. La particularidad que presentan estas máquinas esta referida a la velocidad relativamente alta del rotor. Generalmente, los generadores de rotor cilíndrico tienen dos y cuatro polos, lo que indica que sus velocidades serán de 3600 y 1800 RPM, respectivamente, para producir una tensión en terminales a 60 Hz; en el caso del sistema eléctrico nacional. En este tipo de construcción los rotores estan sujetos a elevados esfuerzos mecánicos, desarrollados en los grandes tamaños, razón por la cual el rotor se construye de acero de grado elevado (para dar rigidez) y de forma cilíndrica.

Algunas de las ventajas que presentan las máquinas de rotor cilíndrico son: Reducidas pérdidas del embobinado y una operación silenciosa, como resultado de la suavidad del rotor.

GENERADORES DE POLOS SALIENTES.

Son adecuados para ser impulsados por ruedas de agua. La particularidad de este tipo de máquinas es el alto número de polos que se requieren, debido a las bajas velocidades de operación. Dentro de una clasificación general, estas máquinas, presentan seis o más polos. En este tipo de construcción los arrollamientos de campo constan de bobinas concentradas. En los generadores se adiciona un arrollamiento amortiguador que se usa para amortiguar las oscilaciones que pueden ocurrir durante el funcionamiento en paralelo.

II.2 GENERADOR SINCRONO DE ROTOR CILINDRICO.

La característica distintiva de este tipo de generadores es que la reactancia síncrona al rededor de todo el entrehierro es la misma, debido a que el entrehierro es constante.

La anterior simplificación, nos lleva a tener un análisis matemático y vectorial simplificado y es por esto que se presenta primeramente el estudio del generador de rotor cilíndrico.

Tomando en consideración que la reactancia de eje directo X_d es constante y partiendo del diagrama que representa a un generador elemental, cuya representación esquemática simplificada es:

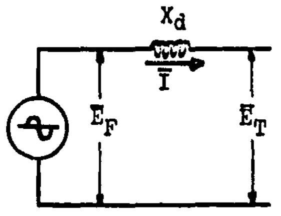


Fig. 8 Representación simplificada de un generador de polos lisos.

Donde:

$\overline{E}_F$: Tensión interna de la máquina.

$\overline{E}_T$: Tensión en terminales.

$\overline{I}$: Corriente de Armadura.

X_d: Reactancia síncrona en eje directo.

En la representación simplificada del generador se a hecho la consideración de que la resistencia de armadura presenta efectos despreciables respecto de la caractorística eminentemente inductiva de la máquina.

De la Fig.8 observamos que se cumple que:

$$E_F = E_T + j\ I\ X_d$$

y obteniendo el diagrama fasorial para la ecuación anterior tenemos:

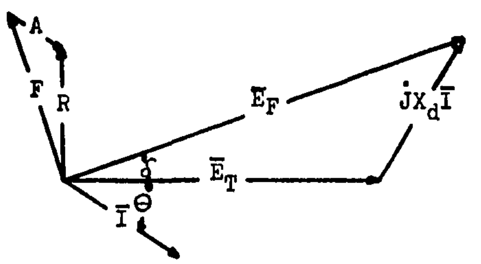


Fig. 9 Diagrama fasorial simplificado de un Generador de Rotor Cilíndrico.

Donde:

F : Fuerza magnetomotriz del campo.

A : Fuerza magnetomotriz de la reacción de armadura.

R : Fuerza magnetomotriz resultante.

δ : Angulo existente entre la fuerza magnetomotriz del campo y la fuerza magnetomotriz resultante.

θ : Angulo cuyo coseno es el factor de potencia.

II.2.1 POTENCIA APARENTE.

La representación anterior es un diagrama fasorial simplificado que se tomará como base para la obtención de la expresión de la potencia aparente en la máquina.

Sabemos que:

$$S = E\ I^{*}$$

Para el caso del generador

$$S = E_T\ I^{*} \qquad - - - (8)$$

Del diagrama fasorial, tomando como referencia a E_T, tenemos:

$$E_T = \bar{E}_T + j0 \qquad - - - (9)$$

$$E_T = E_F - j\ I\ X_d \qquad - - - (10)$$

Despejando de la ec. (10) a I y obteniendo I^{*}:

$$I^{*} = \frac{E_F^{*} - \bar{E}_T}{-\ jX_d} \qquad - - - (11)$$

Sustituyendo las ec's. (9) y (10) en la ec. (8) tenemos:

$$S = (\bar{E}_T + j\ 0)\ \frac{E_F^{*} - \bar{E}_T}{-\ j\ X_d} \qquad - - - (12)$$

Del diagrama fasorial tenemos que:

$$E_F = \bar{E}_F \underline{|\delta}$$

Entonces:

$$E_F^{*} = \bar{E}_F \underline{|-\delta} \qquad - - - (13)$$

Sustituyendo en la ec. (12) y realizando el producto obtenemos:

$$S = -j\frac{\bar{E}_T}{X_d} + j\frac{\bar{E}_F\,\bar{E}_T}{X_d}\underline{\lvert -\delta}$$

Recordando que:

$$-j = \tfrac{3}{2}\pi$$

$$j - \delta = \tfrac{\pi}{2} - \delta$$

Entonces:

$$S = \frac{\bar{E}_T^2}{X_d}\,e^{j(\frac{3}{2}\pi)} + \frac{\bar{E}_F\bar{E}_T}{X_d}\,e^{j(\frac{\pi}{2}-\delta)} \quad --\ (14)$$

Representando la ec. (14) en forma polar

$$S = \bar{A}\underline{\lvert a} + \bar{C}\underline{\lvert c} \qquad ---\ (15)$$

Donde:

$$\bar{A} = \frac{\bar{E}_T^2}{X_d} \quad ; \quad \underline{\lvert a} = \tfrac{3}{2}\pi$$

$$\bar{C} = \frac{\bar{E}_F\bar{E}_T}{X_d} \quad ; \quad \underline{\lvert c} = \tfrac{\pi}{2} - \delta$$

En donde A es un valor constante y se encuentra a $\frac{3}{2}\pi$ respecto del eje de referencia P .

II.2.2 POTENCIA ACTIVA, POTENCIA REACTIVA Y ANGULO DE DESLIZAMIENTO MAXIMO.

Una condición importante en una máquina será el cono cer cual es el valor máximo de potencia real y aparente que en algún momento pueda suministrar. Debido a esto a continuación se deducen las expresiones de $P_{máx.}$ y $Q_{máx.}$.

De la ec. (15)

$$S = \bar{A}\underline{|a} + \bar{C}\underline{|c}$$

Recordando que:

$$\bar{P} = Re[S]$$

$$\bar{Q} = Im[S]$$

Entonces:

$$P = \bar{C} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) \qquad --- (16)$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) = \operatorname{sen} \delta$$

$$\bar{P} = \bar{C} \operatorname{sen} \delta$$

Para encontrar el valor máximo de P derivamos a ésta respecto a δ e igualamos a cero.

$$\frac{d\,\bar{P}}{d\,\delta} = \bar{C} \cos \delta$$

$$\bar{C} \cos \delta = 0$$

Entonces:

$$\delta = \frac{\pi}{2}$$

$$P_{máx.} = \bar{C} \operatorname{sen} \delta_{máx.} \qquad --- (17)$$

Por lo tanto:

$$P_{máx.} = \bar{C} \qquad --- (18)$$

Este ángulo de $\frac{\pi}{2}$ obtenido en la expresión de $P_{máx.}$, es el mayor deslizamiento permitido por condiciones de estabilidad.

Para la obtención de la potencia reactiva máxima.

$$Q = \bar{A}\underline{|a} + \bar{C}\cos\delta \qquad --- (19)$$

Derivando la expresión anterior con respecto a δ e igualando a cero:

$$\frac{dQ}{d\delta} = \bar{C}\ \mathrm{sen}\ \delta$$

$$\bar{C}\ \mathrm{sen}\ \delta = 0$$

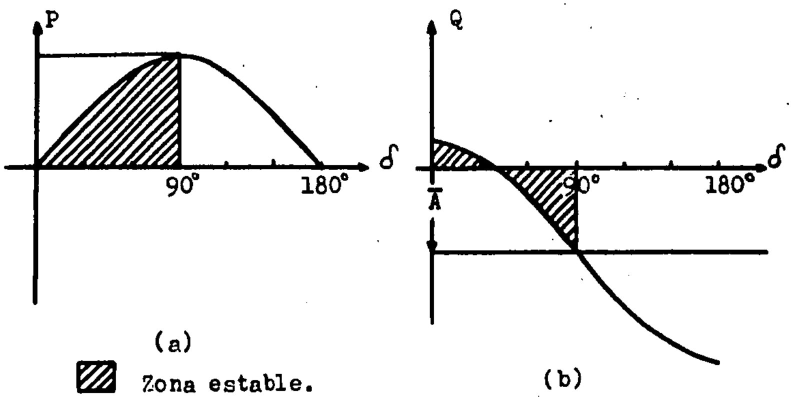
Entonces:

$$\delta = 0$$

Por lo tanto:

$$Q_{máx.} = -\bar{A} + \bar{C} \qquad --- (20)$$

Las ec's. (19) y (16) son función de delta, a continuación se hace una graficación de dichas ecuaciones.



(a)

Zona estable.

(b)

Fig. 10 Gráfica de potencia activa y reactiva.

II.2.3 LIMITE TERMICO DE ARMADURA.

Recordando que la ec.

$$S = \bar{S}\angle\theta$$

Representa un vector giratorio de magnitud $\bar{S}$ cuya posición depende de θ. La circunferencia que describe el vector S delimita el límite térmico de armadura. Como se esta realizando únicamente el estudio de la máquina como generador, nos interesa sólo el límite térmico de armadura en el semiplano derecho, su representación será:

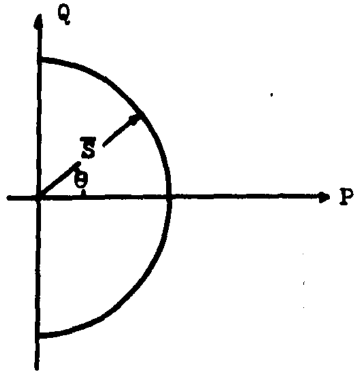


Fig. 11 Limite térmico de armadura.

II.2.4 LIMITE TERMICO DE CAMPO.

Para la representación de la ec. (15), se graficará a partir del centro del plano ortogonal, donde se gráfico el límite térmico de la armadura.

El parámetro A puede tener distintos valores dependiendo de E_T y del parámetro X_d, según las características - de cada máquina.

El valor de C, que es directamente proporcional a E_F y éste a su vez a la corriente de excitación, varía dependiendo de las condiciones de operación impuestas por la carga del sistema. C, es también una ecuación polar que describiremos por la magnitud de C y ángulo $(\frac{\pi}{2} - \delta)$, y dado que δ es variable se describe una circunferencia.

El círculo descrito por C tiene como origen el punto final del vector A. Por razones de estabilidad δ varía de - 0 a $\frac{\pi}{2}$, es decir, entre una linea paralela al eje P que toca el punto final de A y el eje Q.

De acuerdo a la explicación anterior se procede a - graficar $S = \bar{A} \angle a + \bar{C} \angle c$

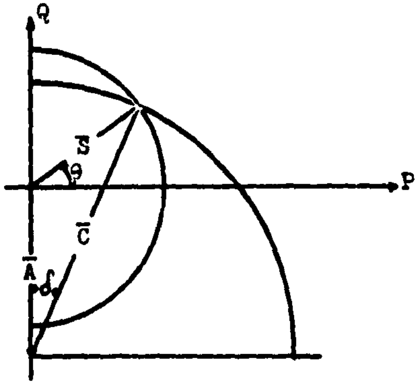


Fig. 12 Límite térmico de campo.

Ahora bien, la composición del semicírculo que representa el límite térmico de la armadura y la representación de la potencia aparente, que nos puede suministrar el campo en la armadura, introduciendose limitaciones en el suministro de potencia en dos regiones. La región I está restringida por la potencia que el campo puede inducir en la armadura, mientras que en la región II la restricción se presenta por la limitación térmica de la armadura.

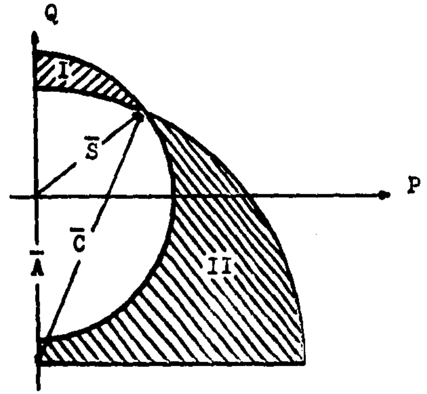


Fig. 13 Superposición de los límites térmicos de campo y armadura.

II.2.5 LIMITE TERMICO POR FLUJOS DE DISPERSION.

Para un estudio más completo de las limitaciones que presenta el generador, debemos considerar la limitación térmica que se introduce al tomar en consideración el flujo de dispersión, del cual se da una breve explicación.

Cuando atravez de un embobinado circula una corriente, se produce un campo magnético con determinada dirección y magnitud. En estas condiciones también se presenta un flujo de dispersión, es decir aquel flujo que no circula como las lineas del flujo principal o sea que se esparce.

Tomando en cuenta lo anterior y dado que en el generador se tienen dos devanados en los cuales circula corriente, se producen dos flujos de dispersión y estos se combinan produciendo un flujo de dispersión resultante.

Existen dos condiciones en las cuales el análisis nos muestra lo que sucede con la magnitud del flujo.

Con cargas eminentemente inductivas, tenemos el siguiente diagrama fasorial:

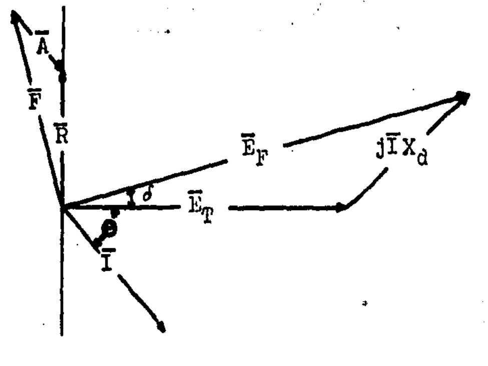


Fig. 14

Donde se observa que las fuerzas magnetomotrices de armadura y de campo se contrarrestan (produciendo un flujo de dispersión que también se contrarresta), además de que en esta condición es probable que el rotor este cercano a la condición de saturación dado que para tener un flujo resultante constante en el entrehierro deberá aumentarse la corriente de excitación.

Cuando se presenta una reacción de armadura tal que el rotor está cercano a la condición de saturación, este presentará una alta reluctancia, impidiendo la libre circulación del flujo de dispersión.

Con cargas eminentemente capacitivas (factor de potencia adelantado) el diagrama fasorial queda:

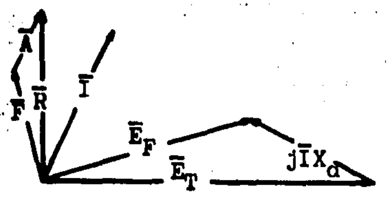


Fig. 15

Se observa que la fuerza magnetomotriz resultante se obtiene sumando F y A lo cual conduce a que el flujo de dispersión tenga mayor notoriedad aunado a una mayor facilidad de circular en el rotor, debido a que el rotor presenta una reluctancia pequeña como consecuencia de que la corriente de excitación es pequeña. De lo anterior podemos extrapolar y decir que cuando la corriente de excitación es pequeña los flujos de dispersión se suman.

Las partes donde se presenta, principalmente, el flujo de dispersión son: Placas finales, placas de guarda, pernos, etc.; produciendo pérdidas y calentamiento por corrientes de Foucault. El uso de materiales diamagnéticos para las placas finales, soportes de cabezales y anillos de retención reducen estos efectos. La localización física de estas partes se muestran en la figura siguiente:

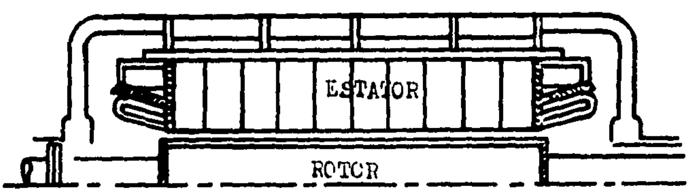


Fig. 16 Uso de materiales diamagnéticos en: Anillos de retención, placas finales y soportes de cabezales.

El límite térmico por flujos de dispersión, para el generador de polos lisos, esta localizado en la región que pertenece a pequeñas corrientes de excitación y factor de potencia adelantado, dado que es cuando se hace más notorio el flujo de dispersión. La localización dentro de una gráfica se hará de la siguiente forma: se encontrará el -0.4 p.u. en el eje Q, en este punto se trazará una línea horizontal que cortará el semicírculo de el límite térmico de la armadura. A este punto lo identificaremos con la letra d. Posteriormente uniremos mediante un segmento de curva con el punto de -0.6 p.u. en el eje Q.

Los valores mencionados para el límite térmico por flujos de dispersión son datos que generalmente son dados en los catalogos de fabricantes. Este límite se muestra en la siguiente figura.

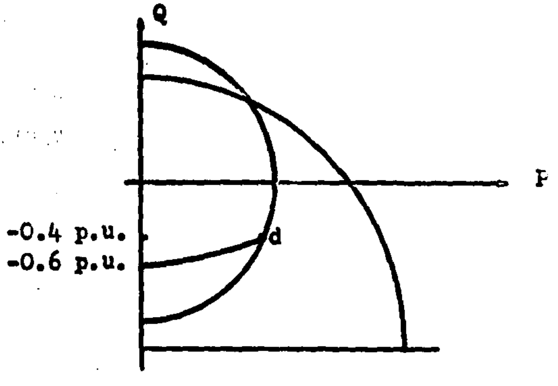


Fig. 17 Límite térmico debido a flujos de dispersión.

II.2.6 CURVA DE CAPABILIDAD TEORICA.

Representando simultaneamente el límite térmico de - la armadura, el límite térmico del campo y el límite térmico debido a flujos de dispersión nos da como resultado la curva de capabilidad de una máquina de rotor cilíndrico. Dicha - curva debe ser trazada unicamente para condiciones nominales.

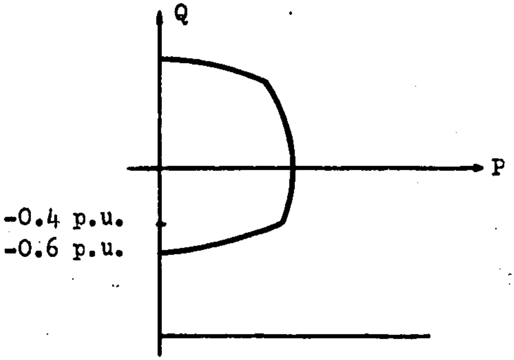


Fig. 18 Curva de capabilidad.

II.2.7 RELACION DE CORTO CIRCUITO, REACTANCIA SINCRONA EN EJE DIRECTO Y COEFICIENTE DE SATURACION EN VACIO.

La curva de capabilidad es una característica, la - cual se traza para condiciones nominales, y es proporcionada por el fabricante así como datos de placa, entre los que se encuentra la relación de corto circuito (RCC).

La relación de corto circuito se define como:

$$RCC \quad \frac{i_{E_T}}{i_{I_n}} \quad --- (21)$$

Donde:

i_{E_T}: Corriente de excitación necesaria para que en condiciones de vacío la máquina genere E_T .

i_{I_n}: Corriente de excitación necesaria para obtener, en condiciones de corto circuito, la corriente nominal de la máquina.

De acuerdo a la definición, la RCC se obtiene a partir de las pruebas de corto circuito y circuito abierto.

Sabemos que en condiciones de corto circuito obtenemos una característica lineal la cual nos relaciona a la corriente de excitación con la corriente de armadura. En la Fig. 19 se muestra la relación entre la corriente de excitación y la corriente de armadura así como con la tensión terminal.

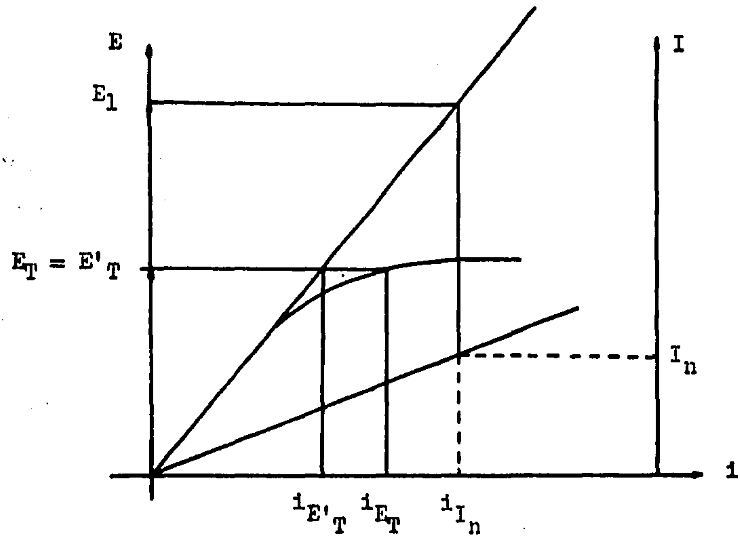


Fig. 19 Características de corto circuito y circuito abierto.

Usando las características en vacío y corto circuito también puede determinarse la reactancia síncrona de eje directo X_d . Considerese la Fig.19, la corriente del campo $i_{E'_T}$ induce la fuerza electromotriz E'_T en el estator en circuito abierto sobre la característica del entrehierro. Cuando el estator está en cortocircuito a la corriente de campo i_{I_n}, la fuerza electromotriz inducida es E_1, pero se consume por la caída debida a la impedancia síncrona, esto es, -- $E_1 = I_n X_d$. Debido a que se despreció r_a .

Despejando X_d:

$$X_d = \frac{E_1}{I_n}$$

Obteniendo el valor en p.u., considerando como bases los valores nominales de tensión en terminales(E_T) y corriente de armadura(I_n).

$$X_d = \frac{E_1}{I_n} \frac{I_n}{E_T}$$

$$X_d = \frac{E_1}{E_T} \quad \text{p.u.}$$

Sabemos que las tensiones inducidas son proporcionales a las corrientes de excitación, por tanto X_d en función de la corriente de excitación es:

$$X_d = \frac{i_{I_n}}{i_{E'_T}}$$

Entonces, tomando la definición de RCC se cumple que:

$$RCC = \frac{1}{X_d}$$

La expresión anterior solo cumple con la igualdad cuando se desprecian los efectos de saturación de la máquina.

La relación de corto circuito es un factor importante para las máquinas por las siguientes razones: la fuerza - magnetomotriz del campo(F) necesaria para producir en corto circuito cualquier I es mayor que la fuerza magnetomotriz de la reacción de armadura(A). Una relación de corto circuito pequeña indica una reacción de armadura mayor, esto es una máquina sensible con respecto a las variaciones de carga. Una relación de corto circuito grande indica una reacción de armadura pequeña, esto es, la máquina es menos sensible a variaciones de carga. Generalmente los valores prácticos de la relación de corto circuito oscilan entre 0.8 y 0.6 .

El coeficiente de saturación en vacío(CSo) es un factor mediante el cual podemos ver que tan saturado está el generador, su valor siempre es mayor a la unidad y se obtiene de la forma siguiente:

$$CSo = RCC\ X_d$$

Sustituyendo los valores de la relación de corto circuito y reactancia síncrona de eje directo:

$$CSo = \frac{i_{E_T}}{i_{I_n}}\ \frac{i_{I_n}}{i_{E'_T}}$$

Finalmente:

$$CSo = \frac{i_{E_T}}{i_{E'_T}}$$

II.2.8 METODOS UTILIZADOS PARA OPTIMIZAR LA CURVA DE CAPABILIDAD.

Las pérdidas e incrementos de temperatura limitan el área útil de la curva de capabilidad, por lo que es necesario conocer la temperatura de operación del generador.

Debido a que las pérdidas se manifiestan en forma de calor se necesita conocer la temperatura en varias partes de la máquina ya que la temperatura no es uniforme en ella. En toda máquina existe un punto en el que se detecta la mayor temperatura, al cual se le conoce como punto más caliente.

Para la medición del punto más caliente, generalmente, se usan los dos siguientes métodos:

METODO DE MEDICION DE RESISTENCIA ELECTRICA.

En las partes rotatorias es difícil medir la temperatura ya que dicha temperatura se debe medir cuando está trabajando la máquina; pero por medio de la medición de su resistencia eléctrica se puede conocer su temperatura final, auxiliados por la fórmula de extrapolación siguiente:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{234.5 + T_1}{234.5 + T_2} \quad \text{(aplicable a conductores de cobre.)} \qquad (22)$$

Donde:

R_1: Resistencia inicial.

R_2: Resistencia final.

T_1: Temperatura inicial.

T_2: Temperatura final.

El método consiste en tomar la temperatura inicial y la resistencia inicial del rotor y poner a trabajar a la máquina durante todo el tiempo que dure la prueba de temperatura. En el momento de parar se empieza a contar el tiempo midiendo la resistencia R_a, R_b, R_c a intervalos más o menos de un minuto t_a, t_b, t_c llevando estos valores a una gráfica resistencia-tiempo.

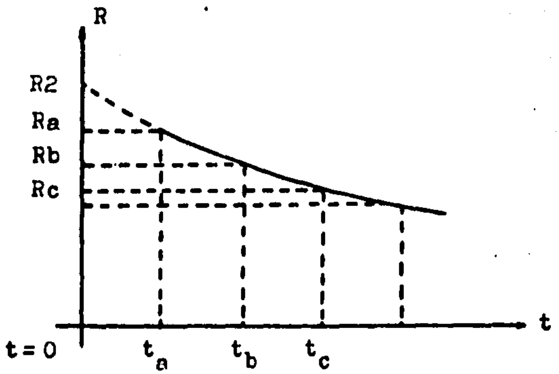


Fig.20

Prolongando la curva como se ve en la gráfica obtenemos la resistencia R_2 para el tiempo t=0 que llevado a la fórmula de extrapolación nos da el valor de la temperatura T_2 para la máquina en movimiento.

METODO DE MEDICION DIRECTA DE TEMPERATURA.

Este método se utiliza para tomar lecturas en partes estáticas, devanados de estator, núcleo, chumaceras. La medición de temperatura se hace por medio de un termopar o termómetro. Para el caso de generadores grandes se tienen instalados, de fábrica, algunos detectores y generalmente se considera como el punto más caliente la lectura que se obtiene del detector instalado entre los devanados del estator; a continuación se muestra una figura donde normalmente se instala un detector de punto más caliente.

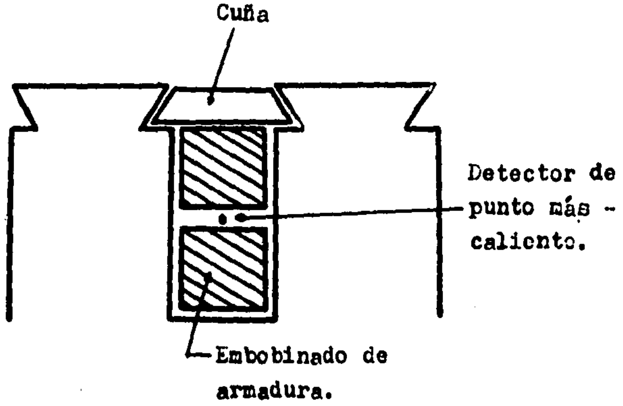


Fig. 21 Localización de un detector de temperatura.

Considerando el valor de temperatura del punto más caliente en la máquina, podemos aumentar su área útil de operación seleccionando un aislamiento con mayor capacidad dieléctrica, lo que se ve reflejado en un valor mayor de temperatura de operación, de acuerdo a la siguiente tabla:

CLASE	MATERIAL	TEMP. LIMITE.
O	Algodón, seda, papel y materiales orgánicos análogos no impregnados ni sumergidos en aceite.	90° C.
A	Algodón, seda, papel y materiales orgánicos impregnados o sumergidos en un líquido dieléctrico, así como el esmalte aplicado a los conductores.	105° C.
B	Materiales inorgánicos, tales como mica, fibra de vidrio y amianto en forma compuesta con sustancias aglutinantes.	130° C.
C	Materiales inorgánicos tales como mica pura porcelana, cuarzo, etc.	no designada.
H	Materiales inorgánicos, tales como mica, amianto y fibras de vidrio combinadas con sustancias aglutinantes formadas por compuestos de silicones que pueden ser en forma de goma o recina.	180° C.

Cabe mencionar que entre mejor sea el aislamiento, la máquina es más costosa por lo que no debe descuidarse el aspecto económico.

Otra forma de disminuir las pérdidas en una máquina es adicionar algún sistema de ventilación. Los sistemas de enfriamiento por ventilación forzada son generalmente de dos formas:

RADIAL Y CON AIRE EN EL ENTREHIERRO.

El aire es introducido al generador circulando atravez del entrehierro y los ductos axiales, saliendo atravez de dichos ductos, como se muestra en la siguiente figura:

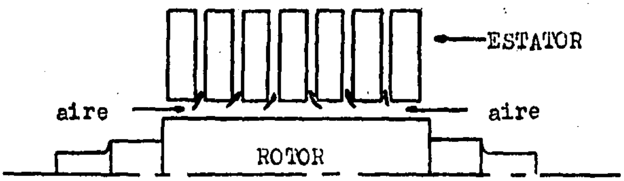


Fig. 22 Ventilación radial.

RADIAL Y CIRCUNFERENCIAL.

A pesar de la longitud del generador, suficiente aire puede ser forzado atravez del estator al dividirlo en un número de secciones longitudinales atravez de las cuales el aire es forzado radialmente, hacia el entrehierro, circunferencialmente alrededor del entrehierro y ductos axiales, y la salida atravez de otra parte del estator. Una modifica--

ción de este método, circulando el aire atravez del estator únicamente, ofrece menor capacidad de enfriamiento para el rotor. Por lo tanto el rotor es enfriado por aire forzado adicionalmente atravez del entrehierro.

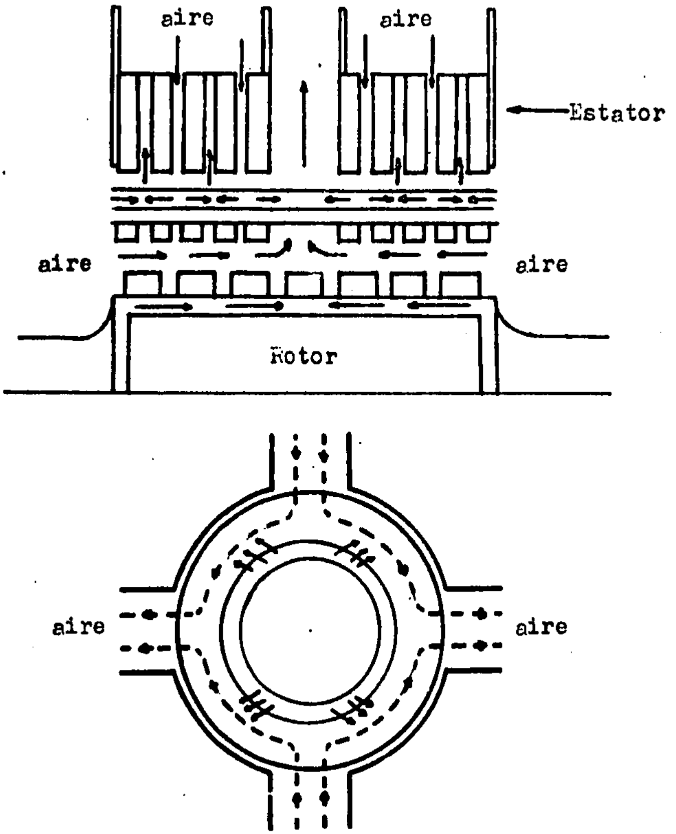


Fig. 23 Ventilación combinada radial y circunferencial.

Igual que con la selección de aislamientos, el adicionar un sistema de ventilación debe contemplar un estudio económico.

II.2.9 PUNTO DE OPERACION DEL GENERADOR DEBIDO A VARIACIONES DE POTENCIA.

El generador se encuentra sometido a cambios repentinos en la demanda de potencia activa o reactiva, dependiendo de las necesidades de la carga. Estos movimientos deberán ser analizados para conocer que acciones tomar cuando ellos sucedan. El análisis se hará para cuatro casos, que son: aumento o disminución de la potencia real manteniendo constante la excitación y aumento o disminución de potencia reactiva manteniendo constante la potencia real.

Para el primer caso, aumento de potencia real manteniendo constante la excitación, tenemos:

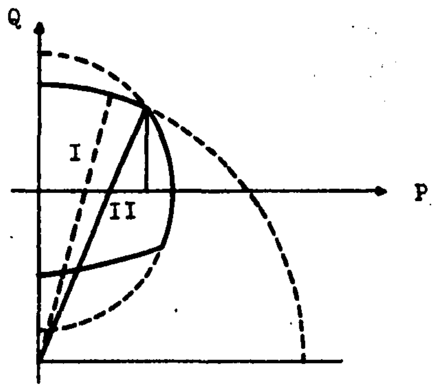


Fig. 24 Aumento de potencia real con excitación constante y factor de potencia atrasado.

En la figura se observa que la magnitud de la potencia reactiva se reduce y el ángulo delta aumenta. Para poder dar esta condición deberá imprimirse un par de aceleración, el cual lleve a la máquina de la condición I a la condición II. La obtención práctica de dicho par se logra abriendo la válvula de la turbina.

Para el segundo caso, disminución de la potencia real demandada por la carga y con una excitación constante del generador, se presentan las condiciones que se ilustran en la siguiente figura:

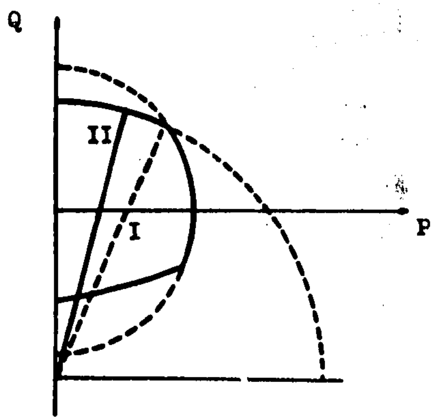


Fig. 25 Disminución de potencia real con excitación constante y factor de potencia atrasado.

En la Fig. 25 se observa que la magnitud de la potencia reactiva Q aumenta y el ángulo delta se reduce. Para obtener esta condición se requiere imprimir un par de frenado, que se logra cerrando la válvula de la turbina.

En el tercer caso se considera un aumento de la potencia reactiva Q sin que exista variación en el valor de la potencia real P, presentandose las condiciones ilustradas en la siguiente figura:

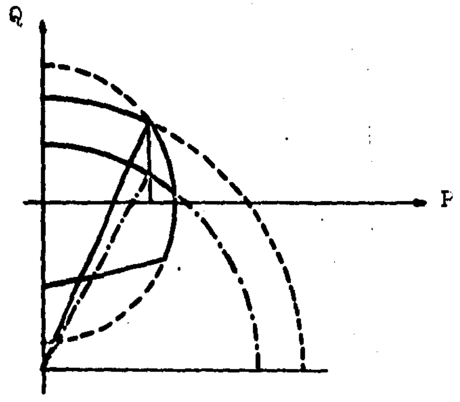


Fig. 26 Aumento de potencia reactiva con potencia real constante y factor de potencia atrasado.

Observando la Fig.26 se nota que un incremento de Q trae como consecuencia un aumento de magnitud del vector C y por lo tanto de la corriente de excitación, dado que son proporcionales, además de una reducción del ángulo delta.

Por último, el cuarto caso considera una disminución en el valor de la potencia reactiva requerida por la carga - conectada al sistema y un valor constante de potencia real, presentandose las condiciones que a continuación se ilustran:

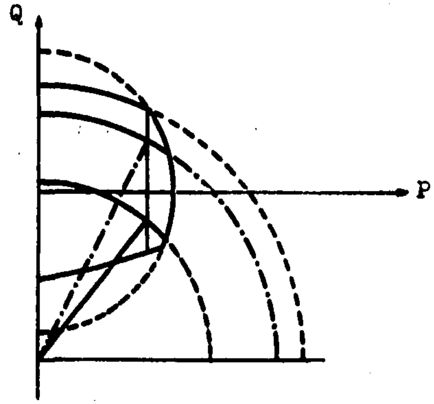


Fig. 27 Disminución de potencia reactiva con potencia real constante y factor de potencia atrasado.

Un decremento del valor de potencia reactiva implica una disminución de la magnitud del vector C y por tanto de la corriente de excitación, además de un incremento del ángulo delta.

En conclusión, dado que en un sistema eléctrico generalmente las variaciones de potencia activa traen consigo variaciones de potencia reactiva; tales variaciones de potencia activa y potencia reactiva se reflejan en la frecuencia y la tensión respectivamente y deberán ser absorvidas por cambios en la potencia mecánica y corriente de excitación.

Cuando la frecuencia de un sistema tiende a subir sobre su valor nominal, significa que a dicho sistema se le está quitando carga y cuando la frecuencia tiende a bajar significa que al sistema se le está conectando carga.

La frecuencia del sistema se mantendrá constante, sí la potencia mecánica de entrada es igual a la potencia eléctrica de salida, o bien que la potencia de aceleración es nula.

Cuando aumenta la demanda de la potencia reactiva, la tensión de generación tenderá a caer y cuando la tensión tienda a subir significa que la potencia reactiva demandada a la unidad a disminuido.

La variación en frecuencia y tensión deberán absorverse por cambios en la potencia mecánica de entrada y por la magnitud de la excitación proporcionada a la máquina, respectivamente. La máxima potencia de entrada al generador estará limitada por la máxima potencia del primotor, mientras que las limitaciones de excitación están dadas por la fuente que se use para tal proposito.

Deberá recordarse que la máquina nos limita su zona de operación, razón por la cual debemos hacer que siempre trabaje dentro de la curva de capabilidad.

II.2.10 EJEMPLO DE CONSTRUCCION DE LA CURVA DE CAPABILIDAD.

Para una mejor comprensión de la construcción de la curva de capabilidad, se presenta un ejemplo:

Datos de la máquina.

$S=1$ p.u. $\qquad X_d=1$ p.u.

$E_T=1$ p.u. $\qquad$ f.p. $=0.8$ (atrasado).

Resolviendo de acuerdo a la ec.(15).

$$S=A\underline{|a} + C\underline{|c}$$

Donde:

$$\bar{A}=\frac{E_T^2}{X_d} \qquad \bar{C}=\frac{\bar{E}_F E_T}{X_d}$$

$$\underline{|a}=\frac{3\pi}{2} \qquad \underline{|c}=\frac{\pi}{2}-\delta$$

Sustituyendo valores:

$$\bar{A}=\frac{1}{1}$$

$$\bar{A}=1 \text{ p.u.}$$

Para calcular el valor de C requeriremos obtener la magnitud de E_F; refiriendonos a la ec.(10).

$$E_F=E_T+j\,IX_d$$

Ahora se requiere calcular el valor de I; recordando las relaciones entre bases, dado que está en p.u.

$$\bar{I} = \frac{\bar{S}}{\bar{E}_T}$$

Entonces:

$$\bar{I} = 1 \quad \text{p.u.}$$

Calculando E_F:

$$E_F = E_T + j\, I X_d$$

Para nuestro caso:

$$E_T = \bar{E}_T + j\, 0$$

$$I = \bar{I}\ (\cos\theta + j\ \text{sen}\ \theta)$$

$$I = (1)(0.8 - j\ 0.6)$$

Entonces:

$$E_F = 1 + j(0.8 - j\ 0.6)$$

$$E_F = 1.6 + j\ 0.8$$

$$E_F = 1.79 \underline{|26.56^\circ} \quad \text{p.u.}$$

Calculando ahora el valor de C:

$$\bar{C} = \frac{(1.79)(1)}{(1)}$$

$$\bar{C} = 1.79 \quad \text{p.u.}$$

El ángulo δ es el calculado para E_F por tanto el ángulo c será:

$$c = \frac{\pi}{2} - 0.464 \quad \text{rad.}$$

$$c = 1.107 \text{ rad.}$$

$$c = 63.415^{\circ}$$

A continuación se procede a verificar el resultado, sustituyendo los valores encontrados en la expresión de S:

$$S = -j\,1 + 1.79\,\underline{|26.56^{\circ}}$$

$$S = -j\,1 + 0.8 + j\,1.6$$

$$S = 1\,\underline{|36.87^{\circ}}$$

Finalmente, de acuerdo a las ec's.(18) y (20), calculamos los valores de potencia activa máxima y potencia reactiva máxima:

$$P_{máx.} = \bar{C}$$

$$P_{máx.} = 1.79 \text{ p.u.}$$

$$Q_{máx.} = \bar{A}\,\underline{|a} + \bar{C}$$

$$Q_{máx.} = -\bar{A} + \bar{C}$$

$$Q_{máx.} = -1 + 1.79$$

$$Q_{máx.} = 0.79 \text{ p.u.}$$

Con los valores obtenidos se grafica la curva de capabilidad, ver Fig.28. En la gráfica se indica la posición del vector A y la posición del vector C para el factor de potencia nominal así como la potencia aparente. Para la identificación de los ángulos, en la gráfica, vease ésta.

También en la Fig.28 se muestran las curvas de varia

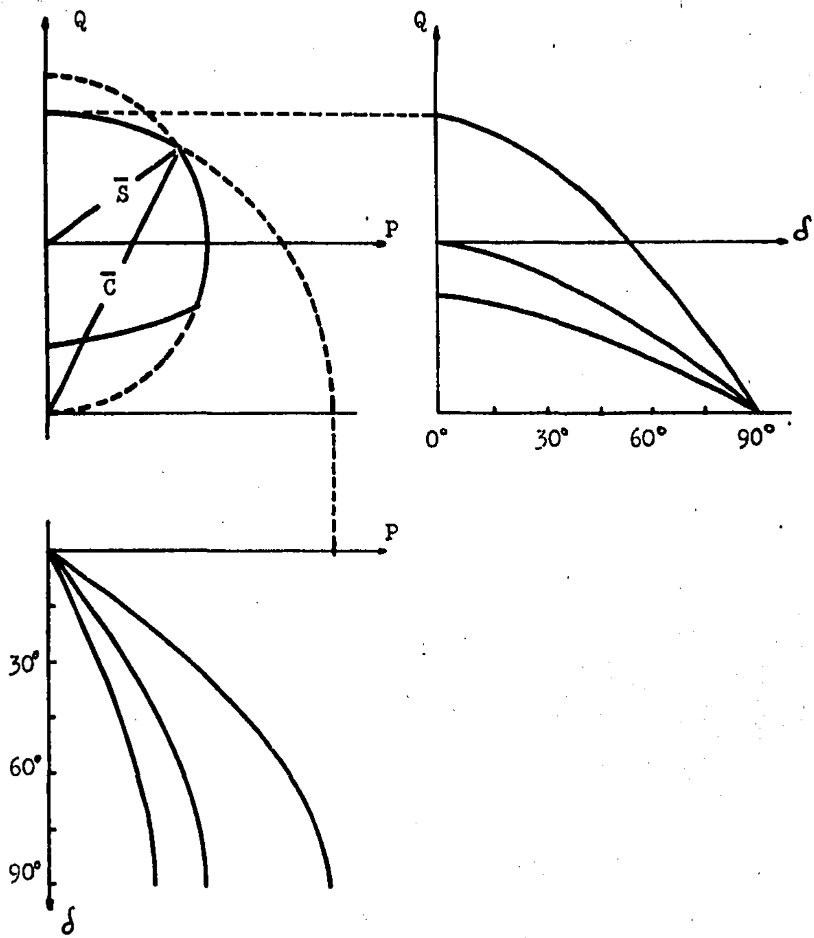


Fig. 28 Curva de capabilidad teórica.

ción de potencia real respecto a delta y la variación de la potencia reactiva respecto al ángulo delta, para el ejemplo discutido anteriormente y para otras dos condiciones de potencia máxima real y reactiva.

II.2.11 CURVA DE CAPABILIDAD PRACTICA.

Tomando como referencia el ejemplo anterior, se tratará de construir la denominada curva de capabilidad práctica. La curva de capabilidad práctica se diferencía de la curva de capabilidad teórica por una zona de tolerancia antes de llegar a la curva obtenida para condiciones nominales. La construcción se logra de la forma siguiente.

Se puede dar tolerancia respecto de cualquier parámetro de la máquina, es decir un porciento de tolerancia respecto de A, de C o de S. En nuestro caso eligiremos un 10% de tolerancia respecto de S, después de elegir el parámetro y su porcentaje de tolerancia, se procede a disminuir tal valor a partir del punto de $P_{máx.}$ y sobre el eje horizontal que toca dicho punto. En seguida se procede a trazar una vertical en el punto 1 de la gráfica, ver Fig.29, hasta cortar la curva que describe el límite térmico del campo para condiciones nominales; este punto será ahora el que nos limite la máxima potencia real que la máquina puede dar de acuerdo a la curva práctica con la tolerancia elegida. También en el punto 1 se traza un arco concéntrico cuyo radio será la distancia que exista entre el punto final del vector A y el punto 1, trazándose así el nuevo límite térmico del campo. De esta forma se irá reduciendo la magnitud del radio del arco, hasta obtener un número adecuado de puntos, los cuales nos auxiliarán en el trazado de la curva práctica.

Hasta ahora sólo se ha mencionado como se encuentra el límite de potencia real máxima para la curva práctica; la obtención de los demás puntos se hace en forma similar, sólo que ahora el arco a tomar como referencia será uno de menor magnitud. Los puntos encontrados entre la intersección de los arcos y su tolerancia, representada por una vertical, nos describen el límite práctico.

La curva de capabilidad práctica puede o no intersectar al límite térmico de la armadura, razón por la que algunas veces la curva práctica y la nominal serán diferentes. En la Fig. 29 se muestra la curva práctica para el ejemplo discutido, partiendo del hecho de que el parámetro elegido fue S y el valor de la tolerancia fue 10%.

Para el caso analizado la curva de capabilidad práctica es igual a la curva de capabilidad teórica, debido a que el límite térmico del campo práctico no invade la zona de operación de ésta última.

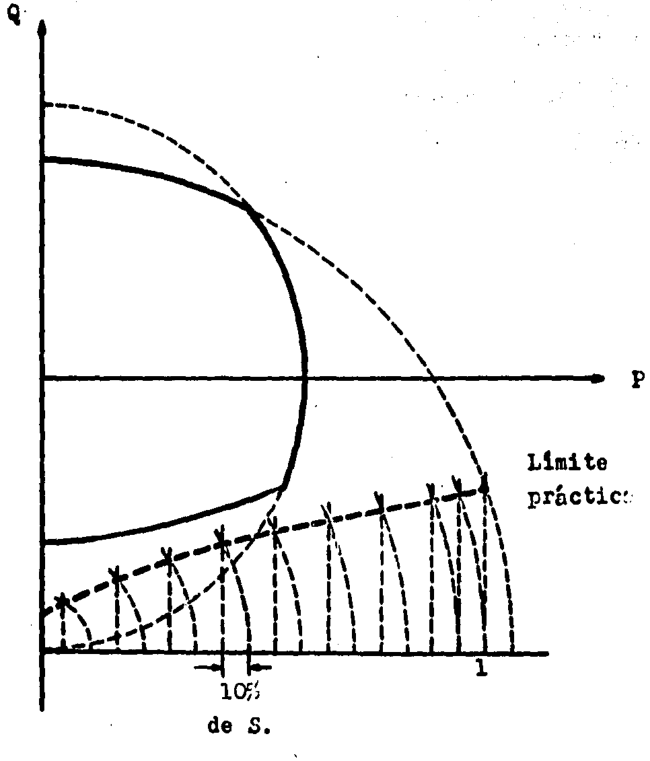


Fig. 29 Trazado de la curva de capabilidad práctica.

A continuación presentaremos un caso en el cual se invade la zona de operación de la curva de capabilidad teórica. Tomando como referencia los valores obtenidos en el ejemplo, se dará una tolerancia de 15% respecto a la magnitud del vector C.

La siguiente figura muestra la curva de capabilidad práctica obtenida a partir de las condiciones anteriores.

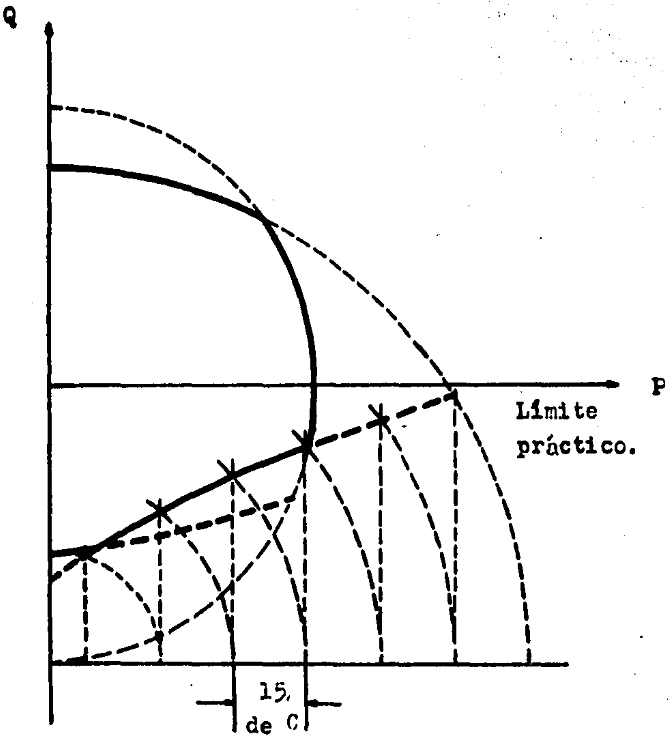


Fig. 30 Curva de capabilidad práctica.

II.3 GENERADOR SINCRONO DE POLOS SALIENTES.

II.3.1 INTRODUCCION.

En una máquina de polos salientes el entrehierro no tiene una longitud uniforme, es decir, es mayor en la región media entre polos (conocida como eje en cuadratura) que en el centro de los polos (conocido como eje directo).

Debido a la característica anterior, una fuerza magnetomotriz dada de la armadura dirigida sobre el eje directo producirá un flujo máximo, debido a que el entrehierro es mínimo y por lo tanto tendrá menor reluctancia; si esa misma fuerza magnetomotriz actua sobre el eje en cuadratura producirá un valor mínimo de flujo ya que en este eje el entrehierro tiene una longitud máxima y por lo tanto una mayor reluctancia.

La reactancia síncrona asociada al eje directo será máxima y se le conoce como "Reactancia síncrona de eje directo X_d" .

La reactancia síncrona asociada al eje en cuadratura será mínima y se le conoce como "Reactancia síncrona de eje en cuadratura X_q" .

Debido también a la no uniformidad de la longitud del entrehierro; se tiene que una fuerza magnetomotriz senoidal con su amplitud sobre el eje directo (F_d) producirá una onda de densidad de flujo distorsionada (B_d) como se muestra en la Fig. 31(a).

Cuando la amplitud de esta fuerza magnetomotriz senoidal esté aplicada sobre el eje en cuadratura (F_q), producirá una onda de densidad de flujo distorsionada (β_q) y diferente a la originada en el eje directo tal como se muestra en la Fig. 31(b).

Finalmente cuando esta misma fuerza magnetomotriz senoidal reacciona entre los dos ejes mencionados anteriormente, origina ondas de densidad de flujo de diversas formas.

eje directo

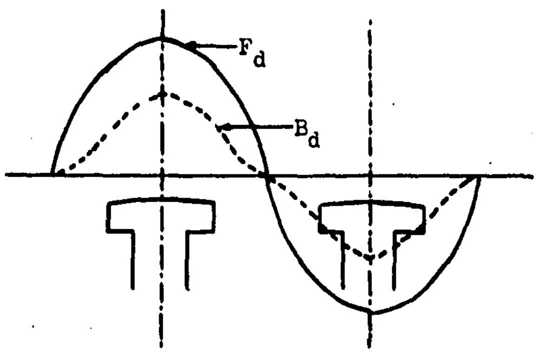


Fig. 31(a)

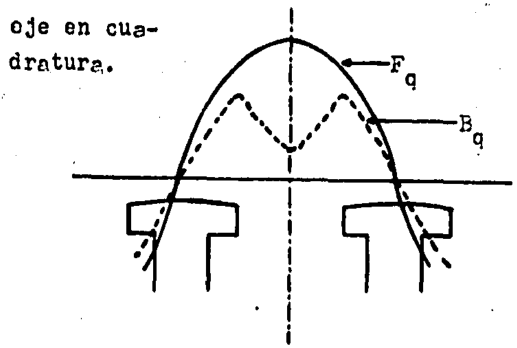


Fig. 31(b)

Fig. 31 Fuerza magnetomotriz senoidal de la armadura y onda de densidad de flujo resultante.

Debido a estas características resulta inadecuado tratar a una máquina de polos salientes con la teoría de la máquina de rotor cilíndrico.

II.3.2 DIAGRAMA FASORIAL.

El modificar la teoría de rotor cilíndrico tomando en cuenta la forma de onda, para aplicarse en la máquina de polos salientes, sólo podría utilizarse si: La corriente de armadura se defasara $\frac{\pi}{2}$ de la fuerza electromotriz interna E_q ó si estuviera en fase con ésta.

Si la corriente de armadura está defasada $\frac{\pi}{2}$ de E_q tendremos a la fuerza magnetomotriz reaccionando sobre el -

eje directo, por lo que se aplicará la reactancia síncrona X_d, ver Fig. 32. Como la fuerza magnetomotriz sólo reacciona sobre el eje directo, a la corriente de armadura se le denomina "Corriente de eje directo I_d".

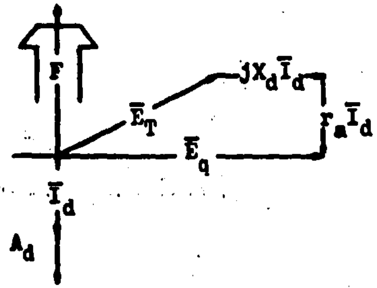


Fig. 32 Diagrama fasorial del generador de polos salientes con la fuerza magnetomotriz de armadura en el eje directo.

Donde:

E_T: Tensión en terminales.

F : Fuerza magnetomotriz debida al campo.

A_d: Fuerza magnetomotriz debida a la reacción de armadura, sobre el eje directo.

r_a: Resistencia de armadura.

Para el diagrama fasorial anterior, la relación de fasores está dada por:

$$E_q = E_T + (r_a + jX_d)\, I_d \qquad --- (23)$$

Ahora si la corriente de armadura estuviera en fase con E_q, la fuerza magnetomotriz reaccionaría sobre el eje en cuadratura utilizandose por consiguiente la reactancia síncrona X_q y designando a la corriente de armadura como "Corriente de eje en cuadratura I_q", ver Fig. 33.

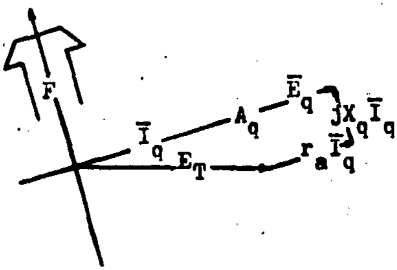


Fig. 33 Diagrama fasorial del generador de polos salientes con la fuerza magnetomotriz de armadura en el eje en cuadratura.

Donde:

A_q: Fuerza magnetomotriz debida a la reacción de armadura, sobre el eje en cuadratura.

Para el diagrama fasorial anterior, la relación de los fasores está dada por:

$$E_q = E_T + (r_a + jX_q)\, I_q \qquad --- (24)$$

En una máquina de polos salientes la corriente de armadura está desplazada de la tensión interna E_q normalmente entre 0 y $\frac{3}{2}\pi$ recorridos en sentido horario, por lo que pode mos afirmar que está formada por I_d e I_q; siendo entonces la tensión interna, de acuerdo a las ec's. (23) y (24), la siguiente:

$$E_q = E_T + (r_a + jX_d)\, I_d + (r_a + jX_q)\, I_q$$

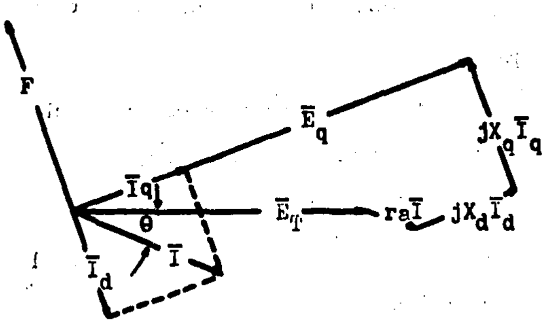
Como:

$$I = I_d + I_q$$

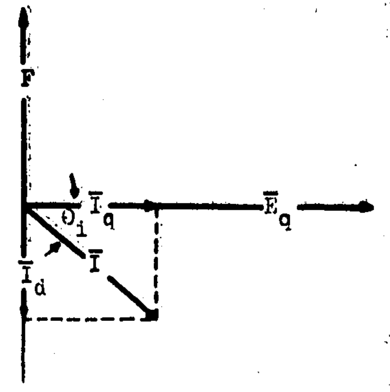
Entonces, agrupando términos tendremos:

$$E_q = E_T + r_a I + jX_q I_q + jX_d I_d \qquad --- (25)$$

De la ecuación anterior obtenemos el diagrama fasorial mostrado en la figura siguiente:



(a) Tensión terminal y caídas de tensión en impedancias.



(b) Relación angular de corriente
y tensión interna.

Fig. 34 Diagrama fasorial para el generador
de polos salientes.

SIMPLIFICACION DEL DIAGRAMA FASORIAL.

Debido a las características físicas del devanado de armadura, presenta una reactancia mucho mayor a su resistencia ($X \gg r_a$), se puede despreciar la caída de tensión que produce la resistencia.

Teniendo en cuenta esta simplificación, obtenemos el diagrama fasorial siguiente:

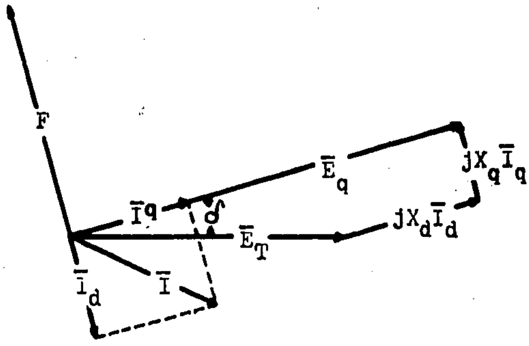


Fig. 35 Diagrama fasorial despreciando la caída de tensión en la resistencia.

De la fuerza electromotriz interna consideraremos su efecto sobre el eje en cuadratura, es decir utilizando E_q. Cabe hacer la aclaración de que debido a la variación del entrehierro en este tipo de generadores, la fuerza electromotriz interna tiene diferentes valores dependiendo del punto considerado, no siendo así en el generador de rotor cilíndrico ya que su entrehierro es constante y por lo tanto la fuerza electromotriz no cambia de valor.

En el eje en cuadratura el flujo induce un E_q de características diferentes a la fuerza electromotriz E_F inducida en las máquinas de rotor cilíndrico, ver Fig. 36.

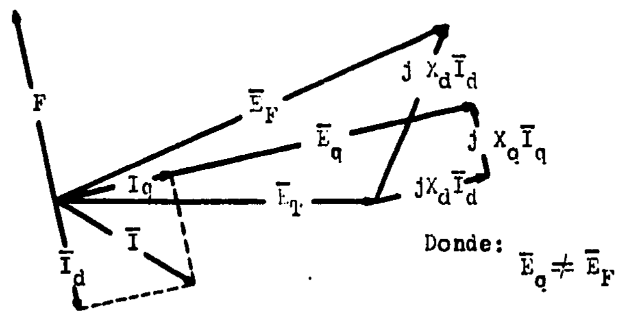


Fig. 36 Superposición de los diagramas fasoriales de los generadores de rotor cilíndrico y de polos salientes

Considerando ahora el diagrama de la Fig. 35, tendremos que la relación fasorial estará dada por:

$$E_q = E_T + jX_qI_q + jX_dI_d$$

Expresandola en forma polar:

$$\bar{E}_q \underline{|e_q} = \bar{E}_T \underline{|e_t} + jX_q\bar{I}_q \underline{|i_q} + jX_d\bar{I}_d \underline{|i_d} \quad \text{- - -} \quad (26)$$

Donde:

$$\underline{|e_t} = e_q - \delta$$

$$\underline{|i_q} = e_q$$

$$\underline{|i_d} = e_q - \frac{\pi}{2}$$

Sustituyendo estos valores en la ec. (26):

$$\bar{E}_q \underline{|e_q} = \bar{E}_T \underline{|e_q - \delta} + jX_q\bar{I}_q \underline{|e_q} + jX_d\bar{I}_d \underline{|e_q - \frac{\pi}{2}}$$

Multiplicando por el fasor $1 \underline{|-e_q}$, tenemos:

$$\bar{E}_q = \bar{E}_T \underline{|-\delta} + jX_q\bar{I}_q + jX_d\bar{I}_d \underline{|-\tfrac{\pi}{2}} \qquad \text{- - - (27)}$$

Como:

$$-\frac{\pi}{2} = e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j$$

$$(-j)(j) = -j^2 = 1$$

Entonces la ec. (27) se transforma en:

$$\bar{E}_q = \bar{E}_T \underline{|-\delta} + jX_q\bar{I}_q + X_d\bar{I}_d$$

Graficando esta relación fasorial obtenemos:

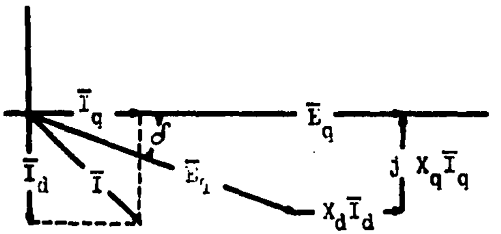


Fig. 37 Diagrama fasorial considerando a E_q como fasor de referencia.

A continuación haremos una pequeña modificación al diagrama fasorial de la Fig. 37 con el objeto de tomar a la tensión en terminales como fasor de referencia.

Esta modificación consiste en hacer girar al diagrama fasorial sobre su punto de origen hasta que el vector E_T coincida con el eje horizontal de referencia; quedando como se muestra en la Fig. 38.

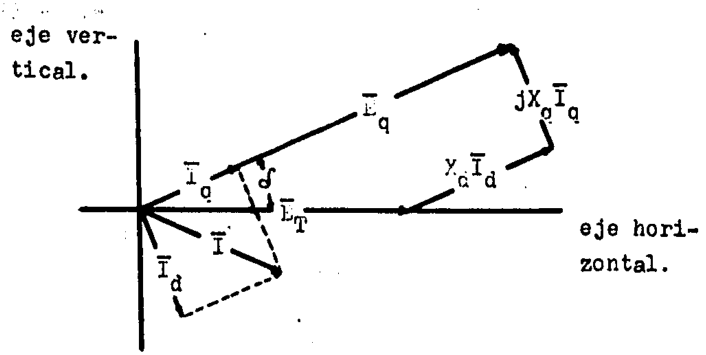


Fig. 38 Diagrama fasorial considerando a E_T como fasor de referencia.

La relación fasorial de este diagrama está dada por:

$$\bar{E}_q\underline{|\delta} = \bar{E}_T + jX_q\bar{I}_q\underline{|\delta} + jX_d\bar{I}_d\underline{|\delta} \qquad --- (28)$$

De donde:

$$\bar{E}_T = \bar{E}_q\underline{|\delta} - X_d\bar{I}_d\underline{|\delta} - jX_q\bar{I}_q\underline{|\delta} \qquad --- (29)$$

II.3.3 ANGULO DE DESLIZAMIENTO NOMINAL.

El ángulo de deslizamiento $\delta_{nom.}$ puede ser determinado en función de los datos de placa del Generador. Basandonos en el diagrama fasorial de la siguiente figura:

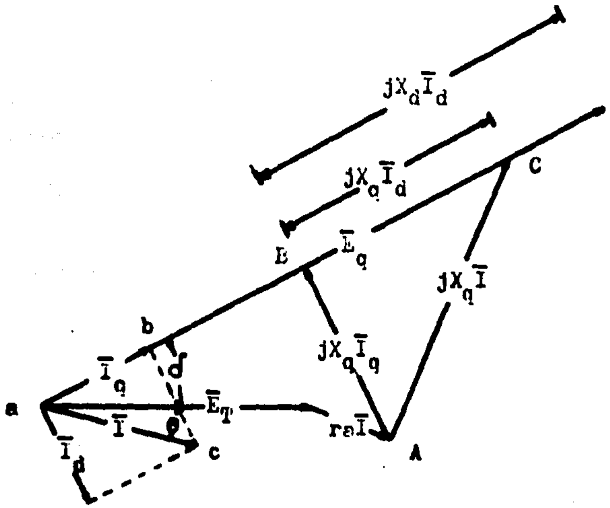


Fig. 39 Diagrama fasorial para determinar el ángulo $\delta_{nom.}$.

Los pasos a seguir para la obtención de $\delta_{nom.}$ son los siguientes: Si multiplicamos a las corrientes I_d, I_q e I por el valor jX_q, se observa que el triángulo de corrientes abc es semejante al triángulo de tensiones ABC.

De la figura se observa que:

$$aC = E_T + (r_a + jX_q)I$$

Además por trigonometría sabemos que:

$$\tan \delta_{nom.} = \frac{\text{Im} \quad aC}{\text{Re} \quad aC} \qquad \text{- - - (30)}$$

Donde:

$$\text{Im } aC = AC \cos\theta - r_a \bar{I} \text{ sen } \theta$$

$$\text{Re } aC = \bar{E}_T + r_a \bar{I} \cos\theta + AC \text{ sen } \theta$$

Sustituyendo estos valores en la ec. (30):

$$\tan \delta_{nom.} = \frac{AC \cos\theta - r_a \bar{I} \text{ sen } \theta}{\bar{E}_T + r_a \bar{I} \cos\theta + AC \text{ sen } \theta} \quad - - (31)$$

Considerando que:

$$r_a \ll X$$

Se puede despreciar la caída de tensión en la resistencia, entonces la ec. (31) se transforma en:

$$\tan \delta_{nom.} = \frac{AC \cos\theta}{\bar{E}_T + AC \text{ sen } \theta} \quad - - - (32)$$

De la Fig. 39 observamos que:

$$AC = jX_q \bar{I}$$

Sustituyendo este valor en la ec. (32)

$$\tan \delta_{nom.} = \frac{jX_q \bar{I} \cos\theta}{\bar{E}_T + jX_q \bar{I} \text{ sen } \theta} \quad - - - (33)$$

Obtendremos finalmente el valor del ángulo $_{nom.}$ despejando de la ec. (33):

$$\delta_{nom.} = \tan^{-1} \frac{jX_q \bar{I} \cos\theta}{\bar{E}_T + jX_q \bar{I} \text{ sen } \theta} \quad - - - (34)$$

II.3.4 PRUEBA DE DESLIZAMIENTO.

Si no conocemos los valores de los parámetros X_d y X_q de un generador, podemos obtenerlos mediante una prueba de laboratorio, conocida como prueba de deslizamiento, el desarrollo de esta prueba se indica a continuación:

Se aplica una tensión reducida trifásica balanceada a frecuencia nominal al estator, mientras que el rotor se hace girar a un valor un poco arriba o abajo de la velocidad síncrona con el circuito de campo abierto.

Tanto el eje directo como el eje en cuadratura se estarán deslizando alternadamente fuera del eje de la fuerza magnetomotriz de la armadura, por lo que dicha fuerza magnetomotriz reacciona alternadamente en ambos ejes del rotor. La secuencia de fases de la tensión debe ser tal que permita que la fuerza magnetomotriz de la armadura y del rotor giren en la misma dirección. Como siguiente paso deben tomarse oscilogramas de tensión en terminales, corriente de armadura y tensión del embobinado de campo abierto. Los oscilogramas obtenidos son similares a los de la Fig.40.

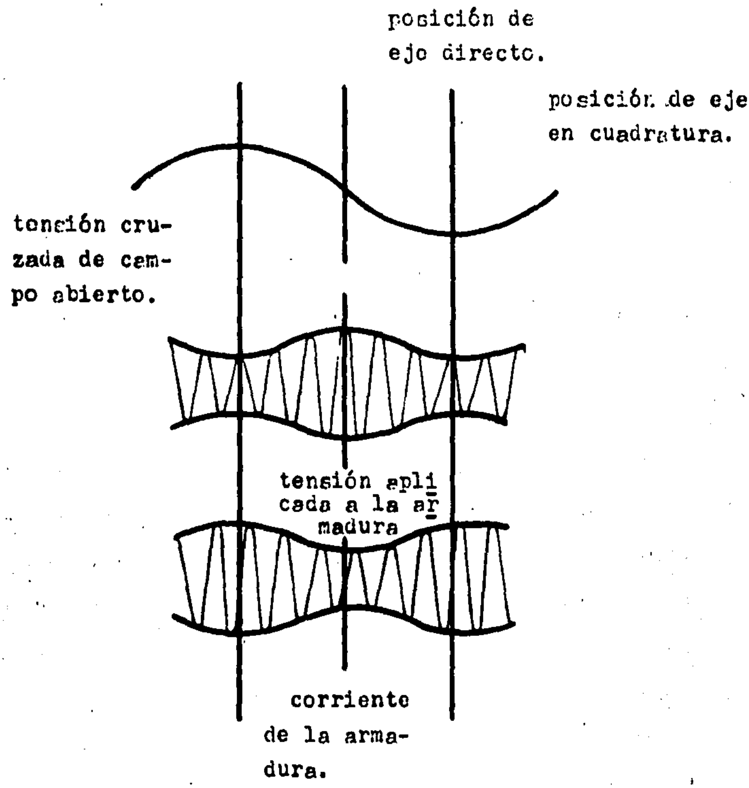


Fig. 40 Oscilogramas obtenidos en una prueba de deslizamiento. En la práctica el deslizamiento debe ser menor que el señalado en la figura.

El deslizamiento indicado en la Fig. 40 es demasiado alto para valores precisos de X_d y X_q, debido a las corrientes de eddy inducida en las caras de los polos y embobinados de amortiguamiento (cuando éstos están en las caras de los polos).

Debemos tratar de obtener el menor deslizamiento posible sin sacar al rotor de sincronismo como resultado del par de reluctancia, lo que también es una razón para aplicar una tensión reducida.

De los oscilogramas podemos obtener los valores de X_d y X_q de la forma siguiente:

X_d: Es la relación de los volts aplicados por fase a los ampers por fase de la armadura, en la posición de eje directo.

X_q: Es la relación de los volts aplicados por fase a los ampers por fase de la armadura para la posición del eje en cuadratura.

También podemos obtener los valores (aproximados) de X_d y X_q, por medio de los aparatos de medición, amperímetros y voltímetros, de la forma siguiente:

El amperímetro indicará un valor mínimo de corriente para el eje directo y un valor máximo para el eje en cuadratura, por lo tanto la aguja oscilará entre un valor máximo y un valor mínimo.

Si la fuente tiene una impedancia apreciable, las oscilaciones en las lecturas del amperímetro estarán acompañadas por oscilaciones en las lecturas del voltímetro. Estas oscilaciones sucederán con un $E_{máx.}$ cuando tengamos un

$I_{mín.}$ (ver Fig. 40), entonces despreciando la resistencia de armadura, tendremos:

$$X_d = \frac{E_{máx.}}{I_{mín.}}$$

$$X_q = \frac{E_{mín.}}{I_{máx.}}$$

Asumiendo que:

X_d: Debe aplicarsele el factor "K" de saturación.

X_q: No es afectado por saturación.

II.3.5 POTENCIA APARENTE.

Considerando que en todo momento es necesario conocer la potencia que el generador de polos salientes nos puede suministrar, obtendremos la expresión de la potencia aparente en base a sus parámetros y valores característicos. - Para la obtención de la expresión, haremos uso del diagrama fasorial de la Fig. 41 mostrado a continuación.

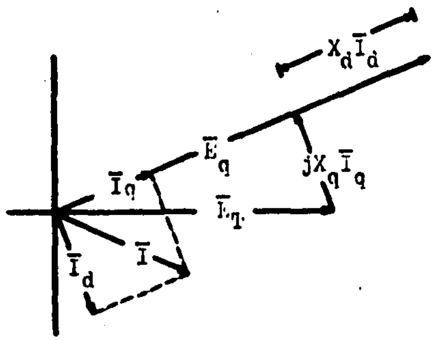


Fig. 41 Diagrama fasorial del generador despreciando la caída de tensión en la resistencia.

De la figura anterior se observa que la relación fasorial esta dada por:

$$\bar{E}_T = \bar{E}_q\underline{|\delta} - X_d\bar{I}_d\underline{|\delta} - jX_q\bar{I}_q\underline{|\delta}$$

En forma general la potencia aparente está dada por:

$$S = E_T\, I^*$$

Esta potencia está formada por una potencia asociada con el eje en cuadratura de la corriente I_q y por una potencia asociada con el eje directo de la corriente I_d; es - decir:

$$S = S_q + S_d \qquad --- (35)$$

Donde:

S_q: Potencia asociada al eje directo.

S_d: Potencia asociada al eje en cuadratura.

A continuación obtendremos el valor de cada miembro de la ecuación anterior. La potencia asociada al eje en cuadratura está definida por:

$$S_q = E_T I_q^{*} \qquad \text{- - - (36)}$$

Donde:

$$E_T = \overline{E}_T \underline{|e_t}$$

$$I_q = \overline{I}_q \underline{|i_q}$$

Como la tensión en terminales es el fasor de referencia tendremos:

$$E_T = \overline{E}_T + j0 \qquad \text{- - - (37)}$$

Ahora obtendremos el fasor I_q, basandonos en la - - Fig. 41 :

$$I_q = \overline{I}_q \operatorname{cis}\delta \qquad \text{- - - (38)}$$

$$\operatorname{sen}\delta = \frac{X_q \overline{I}_q}{\overline{E}_T}$$

De donde:

$$\overline{I}_q = \frac{\overline{E}_T \operatorname{sen}\delta}{X_q} \qquad \text{- - - (39)}$$

Como:

$$\operatorname{cis}\delta = \cos\delta + j\operatorname{sen}\delta \qquad \text{- - - (40)}$$

Sustituyendo las ec's. (39) y (40) en la ec. (38):

$$I_q = \frac{\overline{E}_T \operatorname{sen}\delta}{X_q} (\cos\delta + j\operatorname{sen}\delta)$$

Cuyo conjugado es:

$$I_q^* = \frac{\overline{E}_T \operatorname{sen}\delta}{X_q}(\cos\delta - j\operatorname{sen}\delta) \qquad - - (41)$$

Sustituyendo las ec's. (37) y (41) en la ec. (36):

$$S_q = \overline{E}_T \frac{\overline{E}_T \operatorname{sen}\delta}{X_q}(\cos\delta - j\operatorname{sen}\delta)$$

$$S_q = \frac{\overline{E}_T^2 \operatorname{sen}\delta}{X_q}(\cos\delta - j\operatorname{sen}\delta) \qquad - - - (42)$$

La potencia asociada al eje directo está definida - por:

$$S_d = E_T I_d \qquad - - - (43)$$

Donde:

$$E_T = \overline{E}_T \underline{|e_t}$$

$$I_d = \overline{I}_d \underline{|i_d}$$

El valor de la tensión en terminales está definido - por la ec. (37); definiendo a continuación el valor del fasor I_d basandonos en la Fig. 41 :

$$I_d = \overline{I}_d \operatorname{cis}\left(\tfrac{3}{2}\pi + \delta\right) \qquad - - - (44)$$

$$\cos\delta = \frac{\overline{E}_q - X_d\overline{I}_d}{\overline{E}_T}$$

De donde:

$$\overline{I}_d = \frac{\overline{E}_q - \overline{E}_T \cos\delta}{X_d} \qquad - - - (45)$$

Como:

$$\cos\left(\tfrac{3}{2}\pi+\delta\right)+j\,\mathrm{sen}\left(\tfrac{3}{2}\pi+\delta\right)=\mathrm{cis}\left(\tfrac{3}{2}\pi+\delta\right)$$

Además:

$$\cos\left(\tfrac{3}{2}\pi+\delta\right)=\mathrm{sen}\,\delta$$

$$\mathrm{sen}\left(\tfrac{3}{2}\pi+\delta\right)=-\cos\delta$$

Entonces:

$$\mathrm{cis}\left(\tfrac{3}{2}\pi+\delta\right)=\mathrm{sen}\,\delta-j\cos\delta \quad --- (46)$$

Sustituyendo las ec's. (45) y (46) en la ec. (44):

$$I_d=\frac{\overline{E}_q-\overline{E}_T\cos\delta}{X_d}\left(\mathrm{sen}\,\delta-j\cos\delta\right)$$

$$I_d^{*}=\frac{\overline{E}_q-\overline{E}_T\cos\delta}{X_d}\left(\mathrm{sen}\,\delta+j\cos\delta\right) \quad -- (47)$$

Sustituyendo las ec's. (37) y (47) en la ec. (43):

$$S_d=\overline{E}_T\,\frac{\overline{E}_q-\overline{E}_T\cos\delta}{X_d}\left(\mathrm{sen}\,\delta+j\cos\delta\right) \quad -- (48)$$

Si ahora sustituimos las ec's. (42) y (48) en la -- ec. (35) tenemos:

$$S=\frac{\overline{E}_T^{2}\,\mathrm{sen}\,\delta}{X_q}\left(\cos\delta-j\,\mathrm{sen}\,\delta\right)+\overline{E}_T\,\frac{\overline{E}_q-\overline{E}_T\cos\delta}{X}\left(\mathrm{sen}\,\delta+\cos\delta\right)$$

$$S = \frac{\bar{E}_T^2 \operatorname{sen}\delta}{X_q} (\cos\delta - j\operatorname{sen}\delta) +$$

$$+ \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q - \bar{E}_T^2 \cos\delta}{X_d} (\operatorname{sen}\delta + j\cos\delta) \quad - - (49)$$

Como:

$$S = \bar{P} + j\bar{Q} \quad - - - (50)$$

Donde:

$$\bar{P} = \operatorname{Re}\{S\}$$
$$\bar{Q} = \operatorname{Im}\{S\}$$

Agruparemos la ec. (49) en parte real y parte imaginaria. Tomando la parte real:

$$\operatorname{Re}\{S\} = \frac{\bar{E}_T^2}{X_q} \operatorname{sen}\delta\cos\delta + \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d} \operatorname{sen}\delta - \frac{\bar{E}_T^2}{X_d} \operatorname{sen}\delta\cos\delta$$

$$\operatorname{Re}\{S\} = \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d} \operatorname{sen}\delta + \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \bar{E}_T^2 \operatorname{sen}\delta\cos\delta$$

Donde:

$$\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} = \frac{X_d - X_q}{X_d X_q}$$
$$\operatorname{sen}\delta\cos\delta = \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2\delta$$

Sustituyendo estas relaciones en la ecuación anterior:

$$\operatorname{Re}\{S\} = \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d} \operatorname{sen}\delta + \frac{\bar{E}_T^2}{2} \; \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \operatorname{sen} 2\delta \quad - (51)$$

Tomando ahora la parte imaginaria:

$$\text{Im}\left\{S\right\} = -j\,\frac{\bar{E}_T^2}{X_q}\,\text{sen}\,\delta\,\text{sen}\,\delta + j\,\frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\,\cos\delta -$$

$$-j\,\frac{\bar{E}_T^2}{X_d}\,\cos\delta\,\cos\delta$$

$$\text{Im}\left\{S\right\} = j\,\frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\,\cos\delta - \frac{\bar{E}_T^2}{X_d}\,\cos^2\delta - \frac{\bar{E}_T^2}{X_q}\,\text{sen}^2\delta$$

Ya sabemos que la parte imaginaria incluye al término j, entonces será omitido en el desarrollo siguiente:

$$\text{Im}\left\{S\right\} = \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\,\cos\delta - \frac{\bar{E}_T^2}{X_d}\,\cos^2\delta - \frac{\bar{E}_T^2}{X_q}\,\text{sen}^2\delta$$

Como:

$$\cos^2\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\cos 2\delta$$

$$\text{sen}^2\delta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,\cos 2\delta$$

Entonces:

$$\text{Im}\left\{S\right\} = \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\,\cos\delta - \frac{\bar{E}_T^2}{X_d}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\cos 2\delta\right) -$$

$$-\frac{\bar{E}_T^2}{X_q}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,\cos 2\delta\right)$$

Desarrollando:

$$\text{Im}\ \{S\} = \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\cos\delta - \frac{\bar{E}_T^2}{2X_d} - \frac{\bar{E}_T^2}{2X_q} - \frac{\bar{E}_T^2}{2X_d}\cos 2\delta +$$

$$+ \frac{\bar{E}_T^2}{2X_q}\cos 2\delta$$

$$\text{Im}\ \{S\} = \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\cos\delta - \frac{\bar{E}_T^2}{2X_d} - \frac{\bar{E}_T^2}{2X_q} + \frac{\bar{E}_T^2}{2}\cos 2\delta \cdot$$

$$\cdot\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)$$

Donde:

$$\frac{1}{X_d} + \frac{1}{X_q} = \frac{X_d + X_q}{X_d X_q}$$

$$\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} = \frac{X_d - X_q}{X_d X_q}$$

Entonces:

$$\text{Im}\ \{S\} = \frac{E_T E_q}{X_d}\cos\delta - \frac{E_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q}\right) +$$

$$+ \frac{E_T^2}{2}\cos 2\delta\left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\right) \qquad --- (52)$$

Sustituyendo las ec's.(51) y (52) en la ec.(50):

$$S = \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d} \operatorname{sen}\delta + \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_dX_q}\right)\operatorname{sen} 2\delta +$$

$$+ j\left(\frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d} \cos\delta - \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_dX_q}\right) +\right.$$

$$\left. + \frac{\bar{E}_T^2}{2} \cos 2\delta\left(\frac{X_d - X_q}{X_dX_q}\right)\right)$$

Reagrupando términos:

$$S = \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d} \operatorname{sen}\delta + \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_dX_q}\right)\operatorname{sen} 2\delta +$$

$$+ j\,\frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d} \cos\delta - j\frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_dX_q}\right) +$$

$$+ j\,\frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_dX_q}\right)\cos 2\delta$$

$$S = \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\left(\operatorname{sen}\delta + j\cos\delta \right) + \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_dX_q}\right) \cdot$$

$$\cdot \left(\operatorname{sen} 2\delta + j\cos 2\delta \right) - j\,\frac{\bar{E}_T^2}{2}\,\frac{X_d + X_q}{X_dX_q}$$

Como:

$$\operatorname{sen}\delta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta \right)$$

$$\cos\delta = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \delta \right)$$

$$\operatorname{sen} 2\delta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\delta \right)$$

$$\cos 2\delta = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - 2\delta \right)$$

Entonces:

$$S = \frac{\bar{E}_T \bar{E}_q}{X_d} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) + \frac{\bar{E}_T^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right) \cdot$$

$$\cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\delta \right) + j \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - 2\delta \right) \right) -$$

$$-j \frac{\bar{E}_T^2}{2} \left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q} \right) + \frac{\bar{E}_T \bar{E}_q}{X_d} j \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \delta \right)$$

Si:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) + j \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) = e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \delta \right)}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\delta \right) + j \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - 2\delta \right) = e^{j\left(\frac{\pi}{2} - 2\delta \right)}$$

$$-j = e^{j\left(\frac{3}{2}\pi \right)}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación anterior:

$$S = \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\, e^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)} + \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_dX_q}\right) e^{j(\frac{\pi}{2} - 2\delta)} +$$

$$+ \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_dX_q}\right) e^{j\frac{3}{2}\pi}$$

Reordenando:

$$S = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_dX_q}\right) e^{j\frac{3}{2}\pi} + \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_dX_q}\right) e^{j(\frac{\pi}{2} - 2\delta)} +$$

$$+ \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\, e^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)} \qquad --- (53)$$

Siendo la ec.(53) la expresión de la potencia aparente S que del generador de polos salientes puede obtenerse. Esta ecuación puede representarse de la forma siguiente:

$$S = \bar{A}\underline{|a} + \bar{B}\underline{|b} + \bar{C}\underline{|c} \qquad --- (54)$$

Donde debe cumplirse :

$$\bar{A} = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_dX_q}\right) \qquad ó \qquad \bar{A} = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\,\frac{\Sigma}{\pi}\,(X_d, X_q)$$

$$\bar{B} = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_dX_q}\right) \qquad ó \qquad \bar{B} = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\,\frac{\Delta}{\pi}\,(X_d, X_q)$$

$$\bar{C}=\frac{\bar{E}_T\bar{E}_o}{X_d}$$

$$\underline{|a}=\frac{3}{2}\pi \qquad \underline{|b}=\frac{\pi}{2}-2\delta \qquad \underline{|c}=\frac{\pi}{2}-\delta$$

En forma general puede expresarse la potencia S como:

$$S=\bar{S}\underline{|\theta} \qquad \text{\_ \_ \_ (55)}$$

Como podemos ver en la ec.(54) aparece un término que no se presentó en el generador de rotor cilíndrico(en este caso era nulo), lo que provocará algunos cambios en la curva de capabilidad en cuanto a su construcción y operación los cuales se analizarán más adelante.

Este nuevo término aparece debido a que las reactancias de eje directo y en cuadratura son de valores diferentes. Si en la ec.(53), consideramos que la reactancia de eje directo X_d es igual a la reactancia de eje en cuadratura X_q, obtendremos la ecuación de la potencia proporcionada por un generador de rotor cilíndrico.

II.3.6 POTENCIA ACTIVA,POTENCIA REACTIVA Y ANGULO DE DESLIZAMIENTO MAXIMO.

Es importante conocer que cantidad de potencia activa y reactiva podemos obtener del generador de polos salientes y además que deslizamiento máximo soporta sin perder el sincronismo. Para obtener estos valores haremos el siguiente análisis.

Como ya sabemos:

$$\bar{S} = \bar{P} + j\,\bar{Q}$$

Donde:

$$\bar{P} = \mathrm{Re}\left\{S\right\}$$

$$\bar{Q} = \mathrm{Im}\left\{S\right\}$$

Los valores real e imaginario de S pueden obtenerse a partir de la ec.(53).

Para la potencia activa tenemos:

$$P = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\delta\right) + \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)$$

Utilizando las relaciones trigonométricas siguientes:

$$\operatorname{sen} 2\delta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\delta\right)$$

$$\operatorname{sen}\delta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)$$

Tendremos que:

$$P = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\right)\operatorname{sen} 2\delta + \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\operatorname{sen}\delta \qquad \text{---(56)}$$

Esta última ecuación es la relación mediante la cual podemos obtener la potencia activa del generador.

Para el caso de la potencia reactiva, basandonos en la misma ec.(53), tenemos:

$$Q = -\frac{\overline{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q}\right) + \frac{\overline{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - 2\delta\right) +$$

$$+ \frac{\overline{E}_T \overline{E}_q}{X_d} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)$$

Utilizando las relaciones trigonométricas:

$$\cos 2\delta = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - 2\delta\right)$$

$$\cos\delta = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)$$

Entonces:

$$Q = -\frac{\overline{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q}\right) + \frac{\overline{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\right) \cos 2\delta +$$

$$+ \frac{\overline{E}_T \overline{E}_q}{X_d} \cos\delta \qquad --- (57)$$

Esta última ecuación es la relación mediante la cual podemos obtener la potencia reactiva del generador de polos salientes.

Para obtener el ángulo de deslizamiento máximo del generador, partiremos de la ec.(56):

$$P = \frac{\overline{E}_T^2}{2} \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \text{ sen } 2\delta + \frac{\overline{E}_T \overline{E}_q}{X_d} \text{ sen } \delta$$

Esto es:

$$P = \overline{E} \text{ sen } 2\delta + \overline{C} \text{ sen } \delta \qquad --- (58)$$

Derivando a la ecuación anterior con respecto a delta e igualando a cero, tendremos:

$$\frac{dP}{d\delta} = 2\overline{E}\cos 2\delta + \overline{C}\cos\delta = 0 \qquad --- (59)$$

Desarrollando:

$$2\overline{E}\cos 2\delta + \overline{C}\cos\delta = 0$$

Recordando que:

$$\cos^2 A + \text{sen}^2 A = 1$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \text{sen}^2 A$$

Entonces:

$$\cos 2\delta = \cos^2\delta - \text{sen}^2\delta$$

$$\text{sen}^2\delta = 1 - \cos^2\delta$$

Por lo que:

$$\cos 2\delta = \cos^2\delta - (1 - \cos^2\delta)$$

$$\cos 2\delta = 2\cos^2\delta - 1$$

Sustituyendo la última identidad en la ec.(59):

$$2\bar{B}(\ 2\cos^2\delta - 1\ ) + \bar{C}\cos\delta = 0$$

Desarrollando:

$$4\bar{B}\cos^2\delta + \bar{C}\cos\delta - 2\bar{B} = 0$$

Esta última ecuación es de segundo orden y su solución es:

$$\cos\delta = \frac{-\ \bar{C} \pm \sqrt{\bar{C}^2 - (4)(4\bar{B})(-2\bar{B})}}{(2)(4\bar{B})}$$

Desarrollando:

$$\cos\delta = \frac{-\ \bar{C} \pm \sqrt{\bar{C}^2 + 32\bar{B}}}{8\bar{B}}$$

$$\cos\delta = \frac{-\bar{C}}{8\bar{B}} \pm \frac{\sqrt{\bar{C}^2 + 32\bar{B}^2}}{8\bar{B}}$$

$$\cos\delta = \frac{-\bar{C}}{8\bar{B}} \pm \sqrt{\frac{\bar{C}^2 + 32\bar{B}^2}{(8\bar{B})^2}}$$

$$\cos\delta = \frac{-\bar{C}}{8\bar{B}} \pm \sqrt{\frac{\bar{C}^2 + 32\bar{B}^2}{64\bar{B}^2}}$$

$$\cos\delta = \frac{-\bar{C}}{8\bar{B}} \pm \sqrt{\left(\frac{\bar{C}}{8\bar{B}}\right)^2 + \frac{32\bar{B}^2}{64\bar{B}^2}}$$

$$\cos\delta = \frac{-\bar{C}}{8\bar{B}} \pm \sqrt{\left(\frac{\bar{C}}{8\bar{B}}\right)^2 + \frac{1}{2}}$$

Debido a que se está estudiando el comportamiento en estado estable, el ángulo delta no puede ser mayor de $\frac{\pi}{2}$ por lo que se anula el signo negativo del radical, entonces:

$$\cos\delta = \frac{-\bar{C}}{8\bar{B}} + \sqrt{\left(\frac{\bar{C}}{8\bar{B}}\right)^2 + \frac{1}{2}}$$

Por lo tanto:

$$\delta = \cos^{-1}\left[\frac{-\bar{C}}{8\bar{B}} + \sqrt{\left(\frac{\bar{C}}{8\bar{B}}\right)^2 + \frac{1}{2}}\right]$$

Debido a que la ec.(59) es una expresión para obtener el valor de la potencia activa máxima, la cual está en función del ángulo de deslizamiento, entonces:

$$P_{máx.} = \bar{B} \text{ sen } 2\,\delta_{máx.} + \bar{C} \text{ sen } \delta_{máx.} \quad \text{--(60)}$$

Donde:

$$\delta_{máx.} = \cos^{-1}\left[\frac{-\bar{C}}{8\bar{B}} + \sqrt{\left(\frac{\bar{C}}{8\bar{B}}\right)^2 + \frac{1}{2}}\right] \quad \text{-(61)}$$

La ec.(61) es la expresión mediante la cual podemos calcular el ángulo de deslizamiento máximo para que el generador no pierda el sincronismo.

Mediante la ec.(60) podemos calcular la potencia activa máxima que el generador puede proporcionar al sistema.

OBTENCION GRAFICA DE LA POTENCIA ACTIVA.

Utilizando la ec.(58) se puede obtener gráficamente la potencia activa que el generador proporciona en función del ángulo de deslizamiento delta de operación.

$$P = \bar{B} \text{ sen } 2\delta + \bar{C} \text{ sen}\delta$$

Como podemos ver P es la suma de dos términos; si graficamos cada término y después sumamos estas gráficas, obtenemos la curva de la potencia activa. Considerando que el ángulo delta solo puede variar de 0 hasta $\frac{\pi}{2}$ por condiciones de estabilidad, graficaremos cada término.

Primer término:

$$\bar{B} \text{ sen } 2\delta :$$

$$\bar{B} \text{ sen}(2)(0°) = 0$$

$$\bar{B} \text{ sen}(2)(15°) = 0.5\ \bar{B}$$

$$\bar{B} \text{ sen}(2)(30°) = 0.866\ \bar{B}$$

$$\bar{B} \text{ sen}(2)(45°) = 1.0\ \bar{B}$$

$$\bar{B} \text{ sen}(2)(60°) = 0.866\ \bar{B}$$

$$\bar{B} \text{ sen}(2)(75°) = 0.5\ \bar{B}$$

$$\bar{B} \text{ sen}(2)(90°) = 0$$

Segundo término:

$\overline{C}$ sen δ :

$\overline{C}$ sen(0°) = 0

$\overline{C}$ sen(30°) = 0.5 $\overline{C}$

$\overline{C}$ sen(60°) = 0.866 $\overline{C}$

$\overline{C}$ sen(90°) = 1.0 $\overline{C}$

Graficando y haciendo la suma de estos dos términos en un diagrama P- δ , obtendremos la curva que describe P de acuerdo a los diferentes valores del ángulo delta. Ver la Fig.42 .

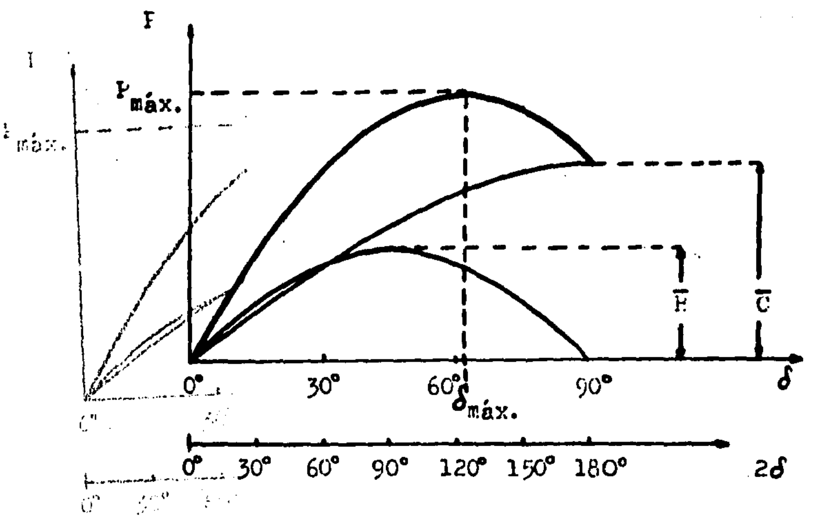


Fig. 42 Cbtención gráfica de la potencia activa.

De la gráfica anterior podemos ver como aumenta la potencia activa al incrementarse el ángulo delta, hasta llegar a un valor $P_{máx.}$ correspondiente a un $\delta_{máx.}$. Después de este $\delta_{máx.}$ la potencia activa disminuye hasta un valor igual a $\overline{C}$ correspondiente a un $\delta=\frac{\pi}{2}$, para $\delta_{máx.}<\delta<\frac{\pi}{2}$ el generador estará fuera de sincronismo.

Se puede construir también una gráfica de diferentes curvas de potencia activa en función de la excitación proporcionada al generador, ya que esta potencia activa al depender del ángulo delta, depende también de la excitación.

Esta gráfica se construirá de la forma siguiente:

Como el término $\overline{B}$ sen 2δ no está en función de la excitación no cambiará su valor.

El término $\overline{C}$ senδ varía directamente proporcional a la excitación. Considerando diferentes valores de $\overline{C}$ (es decir diferentes excitaciones), se construye la gráfica de la Fig.43, para construir dichas curvas se siguieron los mismos pasos enunciados para la Fig.42.

Analizando la Fig.43, podemos ver que dependiendo de la excitación proporcionada se obtiene un ángulo $\delta_{máx.}$ con su correspondiente $P_{máx.}$, en nuestro ejemplo se graficaron cuatro casos, variando desde excitación nula hasta excitación nominal($\overline{C}=0$ y $\overline{C}=\overline{C}_{nom.}$ respectivamente).

La unión de los puntos correspondientes a las poten

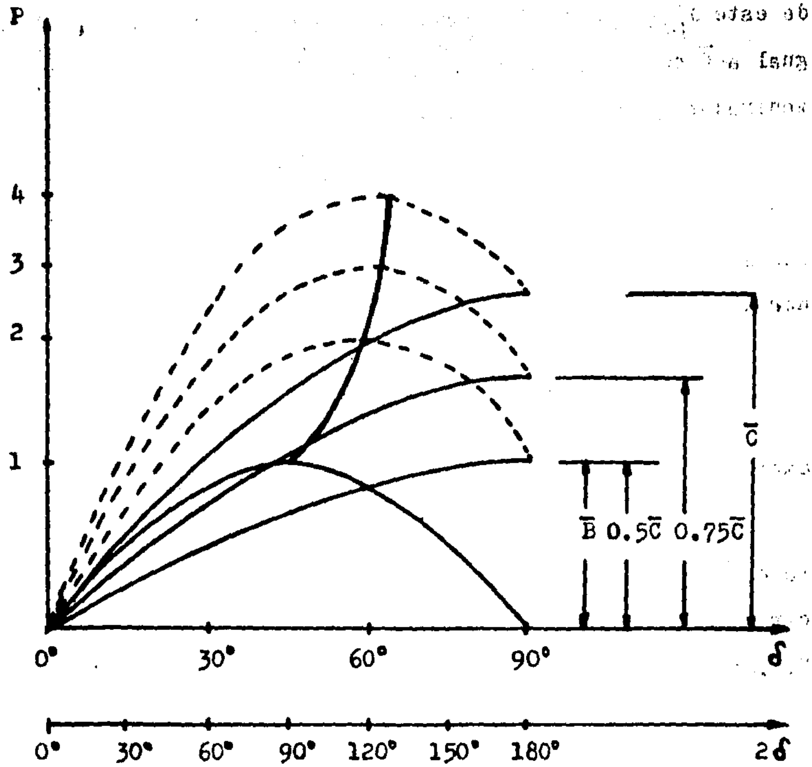


Fig. 43 Obtención gráfica de la potencia activa y curva de potencias máximas.

Nota:

1, 2, 3, 4 : Representan las potencias máximas a excitaciones diferentes.

cias máximas forman la curva de $P_{máx's}$, mediante la cual podemos conocer que excitación y por lo tanto que δ necesitamos proporcionar al generador para obtener una potencia activa determinada sin perder el sincronismo. A excitación nula y deltas menores o iguales a $\frac{\pi}{4}$, la potencia activa que puede suministrar el generador está definida por la característica del círculo de reluctancia.

La Fig. 43 muestra la curva de potencias máximas en la región de excitación positiva y su comportamiento cuando la excitación es nula, más sin embargo a dicha curva le falta la construcción de la parte correspondiente a la región de excitación negativa. La construcción de esta parte se mencionará más adelante.

II.3.7 LIMITE TERMICO DE ARMADURA.

La característica del límite térmico de armadura del generador de polos salientes es muy similar a la del generador de rotor cilíndrico, se trata de una ecuación polar con radio de circunferencia igual a $\overline{S}$ y cuya dirección está descrita por el ángulo θ, ec. (55).

En el generador de polos salientes no existe el límite térmico producido por el flujo de dispersión, como se mencionará más adelante al estudiar el círculo de reluctancia. La Fig. 44 nos muestra en un diagrama P-Q la representación gráfica del límite térmico de armadura.

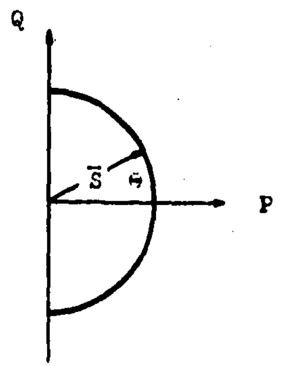


Fig. 44 Límite térmico de armadura.

II.3.8 LIMITE TERMICO DEL CAMPO.

El límite térmico del generador de polos salientes debido al campo tiene algunos cambios sustanciales respecto al mismo límite referido al generador de rotor cilíndrico. El límite térmico del campo está referido a la ec. (54), la cual anotaremos a continuación:

$$S = \bar{A} \underline{|a} + \bar{B} \underline{|b} + \bar{C} \underline{|c}$$

El término A, en cuanto a su magnitud sigue siendo un valor constante para un generador en particular, su dirección sigue situada sobre el eje Q negativo y su magnitud varía respecto a la obtenida para el generador de rotor cilíndrico.

El término B, en cuanto a su magnitud es también un valor constante para un generador en particular, su dirección depende del ángulo de deslizamiento y su origen está colocado sobre el punto final del vector A. La posición del vector B está dada por la relación angular ($\frac{\pi}{2} - 2\delta$).

El vector B describe un círculo, para nuestro motivo de estudio solo consideraremos el semicírculo de la derecha, el cual recibe el nombre de "círculo de reluctancia". Debido a esta característica el límite térmico por flujos de dispersión en máquinas de polos salientes no existe.

La Fig. 45 muestra la posición de los vectores A y B sobre un diagrama P-Q.

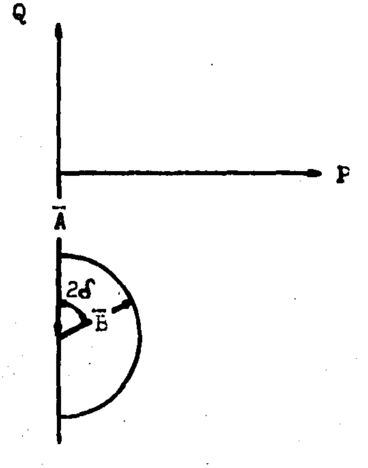


Fig. 45 Vectores A y B.

El término C es un vector cuya magnitud está en función de la excitación proporcionada al generador y su dirección depende de la relación angular ($\frac{\pi}{2} - \delta$). El punto de origen de este vector está formado por la intersección de un eje paralelo al eje Q y un eje paralelo al eje P, que cruzan el punto final del vector B. Este punto de origen no es fijo sino que se va deslizando sobre el semicirculo descrito por el vector B a medida que el ángulo delta va cambiando de valor.

Finalmente el vector C describe un arco, el cual a su vez representa el límite térmico del campo. Este límite, para condiciones nominales, varía desde un ángulo delta igual a cero grados hasta el ángulo delta máximo. La Fig. 46 muestra la posición de los tres vectores analizados anteriormente.

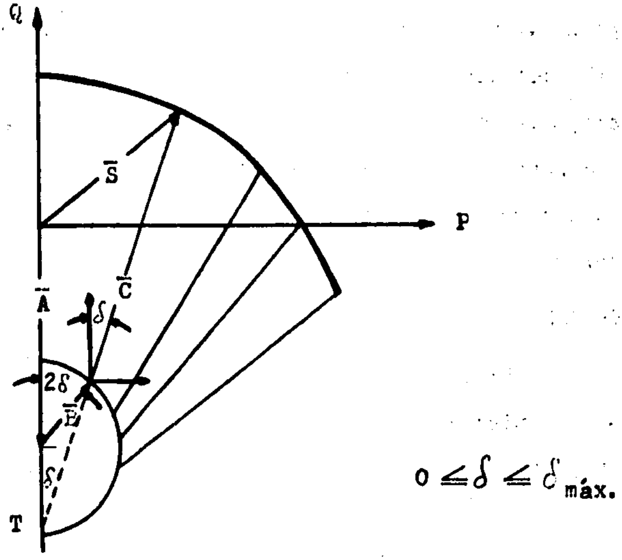


Fig. 46 Límite térmico del campo para excitación nominal.

Nota:

La intersección inferior del círculo de reluc-- tancia y el eje Q nos define un punto(T), el -- cual es el vértice del ángulo limitado por la - línea de acción del vector C y el eje Q. Por razones trigonométricas este ángulo es la mitad del ángulo formado entre el parámetro B y el e- je Q.

La construcción completa del límite térmico del campo de un generador síncrono de polos salientes está en función del tipo de excitación proporcionada al campo, es decir, debido al tipo de excitación se definen tres regiones que son: región de excitación positiva, región de excitación nula y región de excitación negativa. A continuación analizaremos el límite térmico del campo por regiones:

REGION DE EXCITACION POSITIVA.

La construcción del límite térmico del campo debido a este tipo de excitación se basa íntegramente en las ec'.s (53), (54) y (55) que anotaremos a continuación:

$$S=\frac{\bar{E}_T^2}{2}\,\frac{\Sigma}{\pi}(\,X_d,\,X_q\,)\,e^{j\frac{3\pi}{2}}+\frac{\bar{E}_T^2}{2}\,\frac{\Delta}{\pi}(\,X_d,\,X_q\,)\cdot$$

$$\cdot\,e^{j(\frac{\pi}{2}-2\delta)}+\frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\;e^{j(\frac{\pi}{2}-\delta)}$$

$$S=\bar{A}\,\underline{|a}+\bar{B}\,\underline{|b}+\bar{C}\,\underline{|c}$$

$$S=\bar{S}\,\underline{|\theta}$$

El tipo de excitación se manifiesta en el vector de magnitud C, el cual para excitación positiva se representa por:

$$\bar{C}=\frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}$$

Como vemos no introduce ningún cambio en las ecuacio nes descritas anteriormente. La Fig.47 nos muestra el límite térmico del campo para excitación positiva nominal.

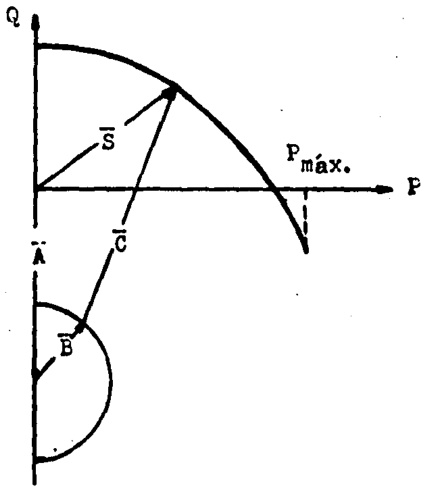


Fig. 47 Límite térmico del campo para excitación positiva nominal.

Como se analizó anteriormente con el ángulo de deslizamiento máximo se obtiene la potencia activa máxima que el generador puede dar al sistema en un momento dado. Realmente es difícil obtener este valor de potencia activa ya que sobrepasaría las condiciones de operación dadas por el fabricante y estaríamos entonces "envejeciendo" prematuramente al generador al estar operando en condiciones fuera de diseño.

Además debe tomarse en cuenta que la generación de potencia activa está ligada al primotor, el cual no puede proporcionar mayor potencia mecánica que la máxima para lo que está diseñado, ya que también se estaría afectando su vida útil. Ver Fig.48 .

El límite térmico mostrado anteriormente se trazó considerando que el ángulo delta varía desde 0 hasta un ángulo delta máximo y a condiciones nominales, por lo que la excitación será constante.

Si ahora consideramos una disminución gradual de la excitación positiva, obtenemos una curva correspondiente a estas condiciones. La variación de la excitación debe ser desde condiciones nominales hasta hacerla nula. A medida que se va disminuyendo la excitación, se va produciendo también una disminución del ángulo delta máximo, ya que como se mostró anteriormente este ángulo está en función de la excitación.

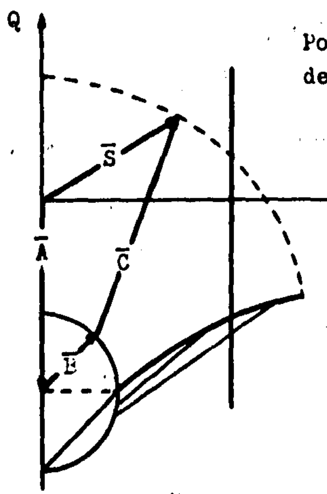
Tomando la ec.(61):

$$\delta_{\text{máx.}} = \cos^{-1}\left[\frac{-\overline{C}}{8\overline{B}} + \sqrt{\left(\frac{\overline{C}}{8\overline{E}}\right)^2 + \frac{1}{2}}\right]$$

Al disminuir gradualmente la magnitud de C, desde su valor nominal hasta hacerla nula, se produce que el ángulo de deslizamiento máximo vaya disminuyendo desde un valor correspondiente a condiciones nominales hasta un ángulo de deslizamiento máximo correspondiente a excitación nula.

La parte final del vector C describe los puntos correspondientes al límite térmico del campo para las condiciones mencionadas.

La figura siguiente muestra la posición del límite térmico del campo.



Dondo:

$$\delta_{máx._1} < \delta_{máx.} < \delta_{máx._2}$$

1: $i_{ex.} = 0$

2: $i_{ex.} = i_{ex.nom.}$

Fig. 48 Región del límite térmico del campo para cuando la corriente de excitación tiende a cero.

Finalmente el límite térmico del campo considerando la región de excitación positiva se construye uniendo en un diagrama las curvas trazadas en las Fig's. 47 y 48 , obte--- niendose la figura siguiente.

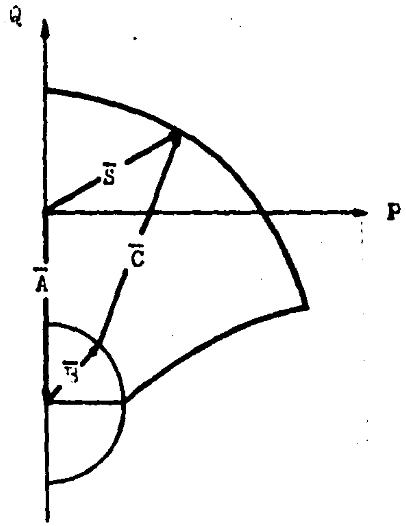


Fig. 49 Límite térmico del campo en la región de excitación positiva.

El valor del ángulo de deslizamiento máximo no se - puede superar ya que es un límite que la máquina impone por condiciones propias de funcionamiento en estado estable.

REGION DE EXCITACION NULA.

Cuando la máquina está operando sin excitación, el término de la ec. (53) que depende directamente de la excitación desaparece ya que la tensión interna E_q es igual a cero.

Por lo que tendremos:

$$\bar{C} = \frac{\bar{E}_T \, \bar{E}_q}{X_d} = 0 \qquad --- (61a)$$

Entonces la ec. (53) se transforma en:

$$S = \frac{\bar{E}_T^2}{2} \, \frac{\Sigma}{\pi} \, (X_d, X_q) \, e^{j\frac{3\pi}{2}} + \frac{\bar{E}_T^2}{2} \, \frac{\Delta}{\pi} \, (X_d, X_q) \, e^{j(\frac{\pi}{2} - 2\delta)}$$

ó

$$S = \bar{A} \underline{| a} + \bar{B} \underline{| b}$$

Graficando esta última ecuación tendremos el punto de operación de la unidad, dependiendo del ángulo δ .

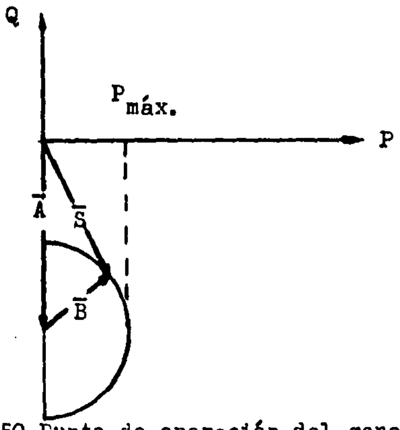


Fig. 50 Punto de operación del generador a excitación nula.

La gráfica de la fig. 50 se trazó de la forma siguiente:

El vector A se traza de la misma manera que se ha hecho anteriormente, ya que es independiente de la excitación y del ángulo δ. El vector B también se traza de igual forma en que se ha venido haciendo, debido a que su magnitud es la misma y su dirección está en función del ángulo δ en la relación $(\frac{\pi}{2} - 2\delta)$.

A excitación nula la potencia aparente que se puede obtener del generador quedará sobre el perímetro del círculo de reluctancia a cualquier ángulo que varíe entre 0 y $\pi/4$.

En este caso el generador puede dar una potencia activa y reactiva máximas, estando estos valores en función del ángulo δ. Sabemos de la ec. (56) que:

$$\overline{F} = \overline{B} \text{ sen } 2\delta + \overline{C} \text{ sen}\delta$$

Recordando que $\overline{C} = 0$:

$$\overline{F} = \overline{B} \text{ sen } 2\delta$$

Considerando ahora la ec. (61):

$$\delta_{\text{máx}} = \cos^{-1}\left[\frac{-\overline{C}}{8\overline{B}} + \sqrt{\frac{\overline{C}^2}{(8\overline{B})^2} + \frac{1}{2}}\right]$$

Como:

$$\overline{C} = 0$$

Entonces:

$$\delta_{\text{máx}} = \cos^{-1}\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\delta_{máx} = \pi/4 \qquad --- (62)$$

Siendo entonces la potencia activa máxima:

$$\bar{P}_{máx.} = \bar{B} \text{ sen } 2\,\delta_{máx.}$$

$$\bar{P}_{máx.} = \bar{B}$$

Concluyendo finalmente que la potencia activa máxima que puede proporcionar el generador a excitación nula está dada por la magnitud de B.

Ahora para la potencia reactiva tomamos la ec. (57):

$$\bar{Q} = -\bar{A} + \bar{B} \cos 2\delta + \bar{C} \cos \delta$$

Tomando la ec. (61a), tenemos:

$$\bar{Q} = -\bar{A} + \bar{B} \cos 2\delta$$

Para la potencia reactiva máxima tendremos:

$$\bar{Q}_{máx.} = -\bar{A} + \bar{B} \cos 2\,\delta_{máx.}$$

Como, $\delta_{máx} = \pi/4$:

$$\bar{Q}_{máx.} = -\bar{A}$$

REGION DE EXCITACION NEGATIVA.

La excitación negativa se produce por un cambio instantáneo de polaridad en la alimentación de corriente directa proporcionada al campo, manifestándose como un cambio de polaridad magnética de dicho campo. A continuación haremos un análisis de los efectos que produce la excitación negativa sobre la ecuación de la potencia aparente para poder así considerar el comportamiento que adquiere el límite térmico del campo. La excitación negativa afecta únicamente al término C, quedando los vectores A y B sin alteración alguna.

Tomando la ec. (53):

$$S = \frac{\bar{E}_T^2}{2} \frac{\sum}{\pi} (X_d, X_q)\ e^{j\frac{3}{2}\pi} + \frac{\bar{E}_T^2}{2} \frac{\Delta}{\pi} (X_d, X_q)\ e^{j(\frac{\pi}{2} - 2\delta)} +$$

$$+ \frac{\bar{E}_T\ \bar{E}_q}{X_d}\ e^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)}$$

La excitación negativa produce un cambio de polaridad en la tensión interna E_q, por lo tanto:

$$\bar{C} = \frac{\bar{E}_T\ (-\bar{E}_q)}{X_d}$$

El término $(-\bar{E}_q)$ se puede representar en la forma:

$$-\bar{E}_q = \bar{E}_q\ e^{j\pi}$$

Entonces el vector C queda como:

$$C = \frac{\bar{E}_T\ \bar{E}_q}{X_d}\ e^{j\pi} \cdot e^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)}$$

$$C = \frac{\bar{E}_T\ \bar{E}_q}{X_d}\ e^{j(\frac{3}{2}\pi - \delta)}$$

Concluyendo, la excitación negativa no altera la magnitud de C, pero produce un cambio en la posición de este -

vector, haciéndolo girar π radianes.

La potencia S que podemos obtener a excitación negativa está expresada por:

$$S = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q}\right)e^{j\frac{3}{2}\pi} + \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\right)e^{j(\frac{\pi}{2} - 2\delta)} +$$

$$+ \frac{\bar{E}_T\,\bar{E}_q}{X_d}\,e^{j(\frac{3}{2}\pi - \delta)} \qquad \text{- - - (63)}$$

Gráficamente esta suma vectorial se representa de la forma siguiente:

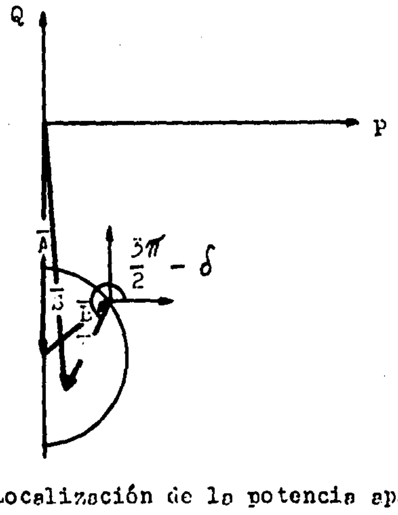
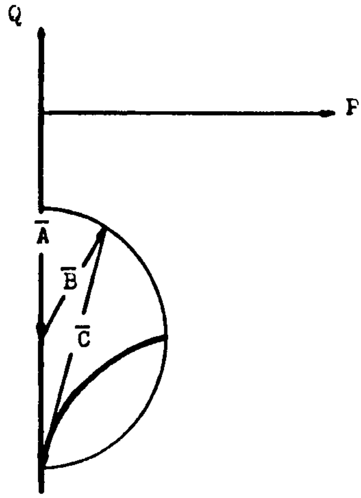


Fig. 51 Localización de la potencia aparente producida con excitación negativa.

Observando la figura anterior podemos ver que: los vectores A y B no sufren ninguna alteración, dandose por entendido la forma en que se trazaron. El punto de origen del vector C es el mismo que el mencionado para el caso de excitación positiva, siendo su dirección la característica que nos muestra el cambio de excitación. Su dirección estará determinada por la relación angular $\frac{3}{2}\pi - \delta$, por lo cual queda localizado dentro del círculo de reluctancia.

La curva correspondiente a la región de excitación negativa se empieza a trazar desde el punto de excitación nula correspondiente a un ángulo δ de $\pi/4$, el cual va disminuyendo conforme aumenta la excitación negativa, hasta un valor mínimo correspondiente a un δ igual a cero grados. En el diagrama siguiente se muestra la curva para tal región.



Nota:

Para efectos ilustrativos se exageró el valor del círculo de reluctancia.

Fig. 52 Límite térmico del campo producido por excitación negativa.

Para trazar la curva de la figura anterior se procedió de la siguiente forma:

Sabemos que $\delta_{máx}$ está en función de $\bar{C}$, es decir:

$$\delta_{máx.} = -\frac{C}{8B} + \sqrt{\left(\frac{C}{8B}\right)^2 + \frac{1}{2}}$$

Entonces, empezamos a dar diferentes valores de excitación negativa partiendo de excitación nula hasta un valor negativo máximo. Este aumento de excitación hace que el vector C incremente su magnitud lo que a su vez produce una disminución gradual del ángulo $\delta_{máx}$, hasta llegar a cero grados. Siendo así como el punto final del vector C describe la curva correspondiente a excitación negativa.

En condiciones de excitación negativa se obtiene la potencia reactiva máxima negativa que el generador de polos salientes puede generar.

En estas condiciones, S está dada por:

$$S = \bar{A}\, e^{j\frac{3}{2}\pi} + \bar{B}\, e^{j(\frac{\pi}{2} - 2\delta)} + \bar{C}\, e^{j(\frac{3}{2}\pi - \delta)}$$

Su componente reactiva es:

$$\bar{Q} = -\bar{A} + \bar{B}\cos 2\delta - \bar{C}\cos\delta$$

En la expresión anterior se observa que la potencia será máxima cuando δ sea igual a cero grados, para lo cual tendremos:

$$\bar{Q}_{máx} = -\bar{A} + \bar{B} - \bar{C} \qquad --- (64)$$

Graficando estas magnitudes en un diagrama P-Q:

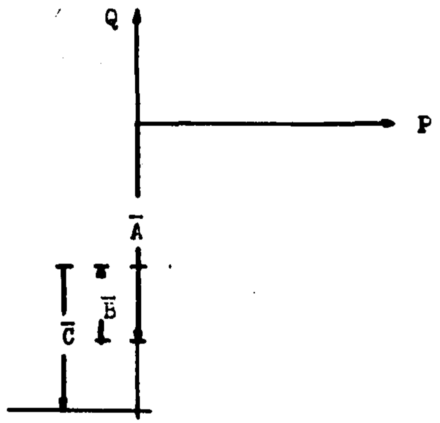


Fig. 53 Potencia reactiva máxima que el generador de polos salientes puede absorver.

En el diagrama se observa que debido a la característica del círculo de reluctancia, la potencia reactiva máxima es:

$$\bar{Q}_{máx} = -\bar{A} - \bar{B} \qquad --- (65)$$

Igualando las ec's. (64) y (65), encontramos que:

$$\bar{C} = 2\,\bar{B}$$

Entonces podemos afirmar que:

$$\bar{Q}_{máx} = -\bar{A} - \bar{B}$$

Finalmente, al unir sobre un mismo diagrama a las - Fig's. 49 y 52 correspondientes a región de excitación positiva y región de excitación negativa, obtendremos el límite térmico del campo completo, el cual trazaremos en la siguien te figura:

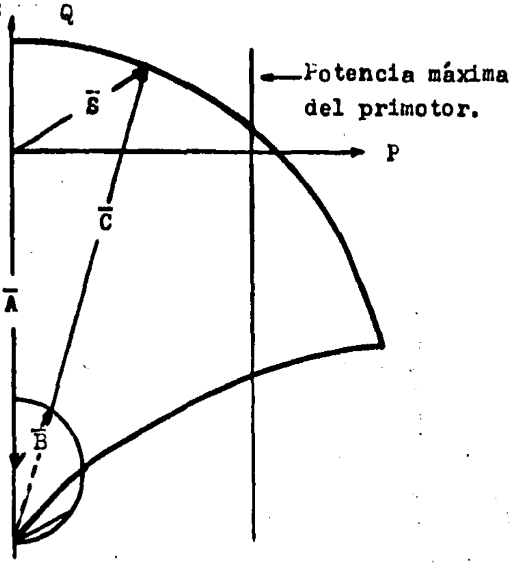


Fig. 54 Límite térmico de campo.

CURVA DE POTENCIAS MAXIMAS ($P_{máx's}$).

A excitación negativa también puede obtenerse la curva de $P_{máx's}$, como ya se mencionó, esta curva se obtiene al variar la excitación.

Partiendo de la ec. (63), la potencia activa esta dada por:

$$P = \bar{B}\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\delta\right) + \bar{C}\cos\left(3\pi/2 - \delta\right)$$

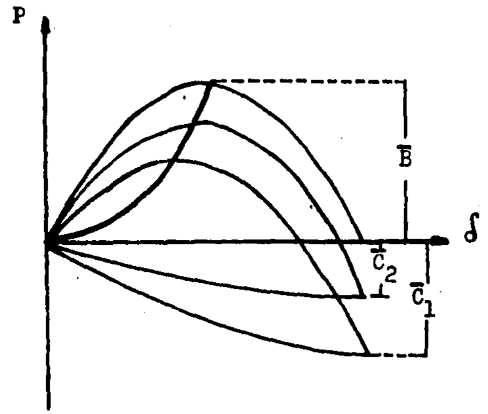
O sea:

$$P = \bar{B}\,\mathrm{sen}2\delta - \bar{C}\,\mathrm{sen}\delta$$

Tomando la ec. anterior graficaremos la potencia activa para diferentes valores de excitación, partiendo del -

punto de excitación nula.

La unión de los puntos de potencia máxima para cada valor de excitación forma la curva de $P_{máx's.}$, ver figura siguiente:



Curva de $P_{máx's.}$ para excitación negativa.

II.3.9 CURVA DE CAPABILIDAD TEORICA.

Superponiendo en un diagrama P-Q los límites térmicos de armadura y campo se obtendrá la curva de capabilidad del generador de polos salientes. Superponiendo las Fig's - 44 y 54 correspondientes a los límites mencionados anteriormente se obtiene la Fig. 55.

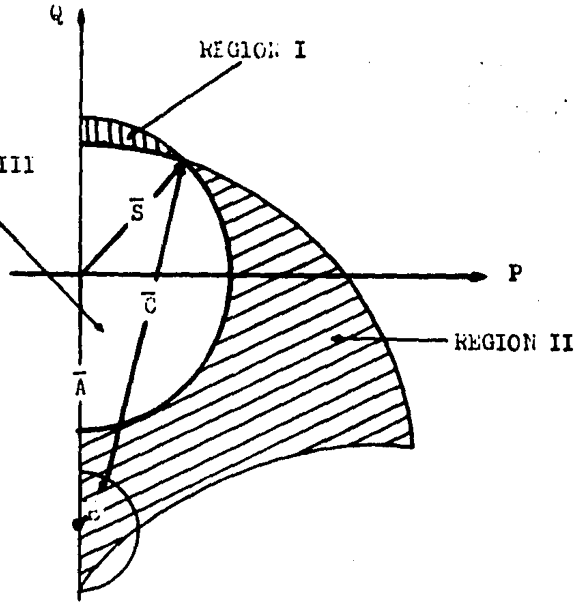


Fig. 55 Curva de capabilidad teórica del generador de polos salientes.

En esta figura se observan tres regiones: la región I está limitada o restringida por el límite térmico del campo, mientras que la región II está restringida por el límite térmico de la armadura, siendo la región III el área de operación del generador o curva de capabilidad teórica.

II.3.10 PUNTO DE OPERACION DEL GENERADOR DEBIDO A VARIACIONES DE POTENCIA.

El punto de operación para diferentes condiciones de generación se contemplará en los siguientes casos.

Para el primer caso excitación positiva y manteniendo la potencia activa constante, analizaremos la siguiente figura.

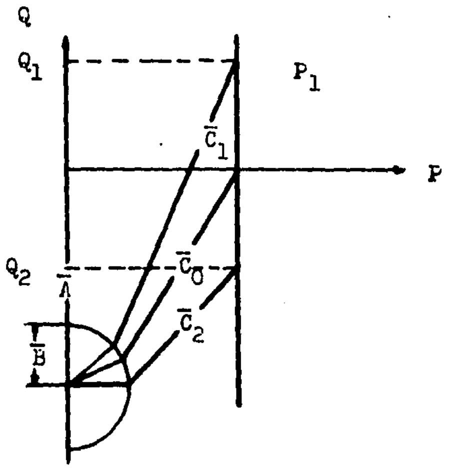


Fig. 56 Diagrama P-Q que muestra los cambios de excitación.

Considerando el valor de excitación para C_0, este valor corresponde a un factor de potencia unitario donde solamente se está generando potencia activa (P_1). Para poder generar la misma potencia activa y además generar potencia reactiva positiva (Q_1), tendremos que aumentar la excitación reduciéndose el ángulo de deslizamiento.

Si se desea generar potencia reactiva negativa (Q_2) manteniendo (P_1), se tendrá que reducir la excitación provocándose un aumento del ángulo de deslizamiento.

El siguiente caso considera el análisis de generación de potencia activa a excitación nula.

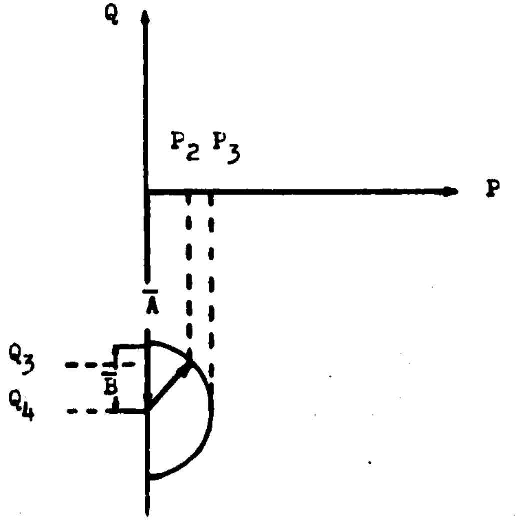


Fig. 57 Generación de potencia activa y reactiva, a excitación nula.

Para generar P_3 y Q_4 es necesario tener un ángulo de deslizamiento máximo igual a $\pi/4$.

Al reducir la potencia activa generada a un valor P_2 se estará reduciendo el mismo tiempo la potencia reactiva generada a un valor Q_3 y también se reducirá el ángulo de deslizamiento.

II.3.11 EJEMPLOS DE CONSTRUCCION DE LA CURVA DE CAPABILIDAD.

A continuación realizaremos algunos ejemplos sobre la construcción de la curva de capabilidad de generadores de polos salientes.

EJEMPLO I:

Construir la curva de capabilidad del generador de polos salientes que tiene los datos de placa enunciados a continuación.

$RCC = 1.35$ $\quad$ $X_d = 0.8$ p.u.

$S = 300$ MVA. $\quad$ $X_q = 0.55$ p.u.

f.p. $= 0.85$ (atrasado) $\quad$ $E_{f.f.} = 17$ KV.

Partiendo de la ecuación general de la potencia aparente.

$$S = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q}\right)e^{j\frac{3}{2}\pi} + \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\right)e^{j(\frac{\pi}{2} - 2\delta)} + \frac{\bar{E}_T \bar{E}_q}{X_d} \cdot$$

$$\cdot\ e^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)}$$

$$S = \bar{A}\ \underline{|a} + \bar{B}\ \underline{|b} + \bar{C}\ \underline{|c}$$

Obtendremos primeramente la corriente de armadura:

$$\bar{S} = \sqrt{3}\ \bar{E}_{f.f.}\ \bar{I} \quad ; \quad \bar{I} = \frac{\bar{S}}{\sqrt{3}\ E_{f.f.}}$$

$$I = \frac{300 \times 10^6}{(\sqrt{3})\ (17 \times 10^3)} = 10188.5 \text{ A.}$$

A continuación convertiremos los valores de los datos a "en por unidad" considerando como bases a la tensión en terminales ($\bar{E}_T$) y a la potencia aparente ($\bar{S}$), esto es:

$$\bar{E}_B = \bar{E}_{f.f.} \qquad \bar{S}_B = \bar{S}$$

Entonces:

$$\bar{S} = \frac{\bar{S}}{\bar{S}_B} = \frac{300}{300} \quad ; \quad \bar{S} = 1 \quad p.u.$$

$$\bar{E}_T = \frac{\bar{E}_{f.f.}}{\bar{E}_B} = \frac{17}{17} \quad ; \quad \bar{E}_T = 1 \quad p.u.$$

$$\bar{A} = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q}\right) = \frac{(1)^2}{2}\left(\frac{(0.8 + 0.55)}{(0.8)(0.55)}\right)$$

$$\bar{A} = 1.534 \quad p.u.$$

$$\bar{B} = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\right) = \frac{(1)^2}{2}\left(\frac{(0.8 - 0.55)}{(0.8)\ (0.55)}\right)$$

$$\bar{B} = 0.284 \quad p.u.$$

$$\theta = \cos^{-1} f.p.$$

$$\theta = \cos^{-1}(0.85)$$

$$\theta = 31.78$$

Ahora obtendremos el valor del ángulo δ_{nom}:

$$\tan \delta_{nom.} = \frac{X_q\ \bar{I} \cos \theta}{\bar{E}_T + X_q\ \bar{I}\ \text{sen}\ \theta}$$

$$\tan \delta_{nom.} = \frac{(0.55)(10188.5)(0.85)}{\frac{17 \times 10^3}{3} + (0.55)(10188.5)(\text{sen} 31.78)} = 0.373$$

$$\delta_{nom.} = \tan^{-1} 0.373$$

$$\delta_{nom.} = 20.45°$$

Para la obtención del vector C haremos lo siguiente, graficando los valores obtenidos anteriormente sobre un diagrama P-Q, se obtiene el valor de C, obteniendose también el ángulo $\delta_{nom.}$ sin necesidad de calcularlo.

De la gráfica de la Fig. 58:

$$\bar{C} = 1.957 \quad \text{p.u.}$$

Como paso siguiente se obtendrá el valor del ángulo $\delta_{máx.}$:

$$\delta_{máx.} = \cos^{-1}\left[-\frac{\bar{C}}{8\bar{E}} + \sqrt{\left(\frac{\bar{C}}{8\bar{E}}\right)^2 + \frac{1}{2}}\right]$$

$$\delta_{máx.} = \cos^{-1}\left[-\frac{1.95}{(8)(0.284)} + \sqrt{\left(\frac{1.95}{(8)(0.284)}\right)^2 + \frac{1}{2}}\right]$$

$$\delta_{máx.} = \cos^{-1} 0.253$$

$$\delta_{máx.} = 75.3$$

En base a este ángulo obtendremos la potencia activa máxima:

$$\bar{P}_{máx.} = \bar{E} \text{ sen } 2\delta_{máx.} + \bar{C} \text{ sen } \delta_{máx.}$$

$$\bar{P}_{máx.} = (0.284) \text{ sen } \quad (2)(75.3) + (1.957) \text{ sen} 75.3$$

$$\bar{P}_{máx.} = 2.02 \quad \text{p.u.}$$

Estos dos valores obtenidos anteriormente se graficaron en la curva de capabilidad.

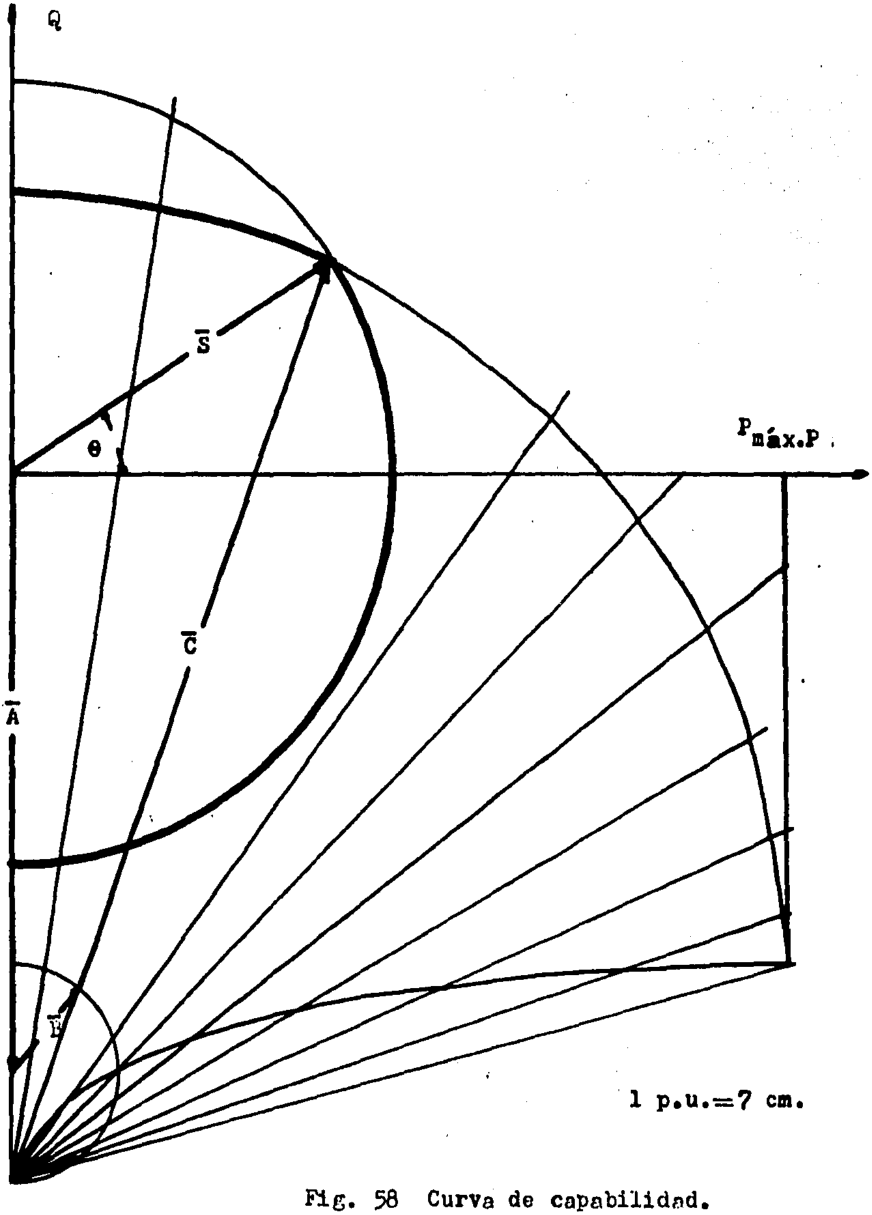
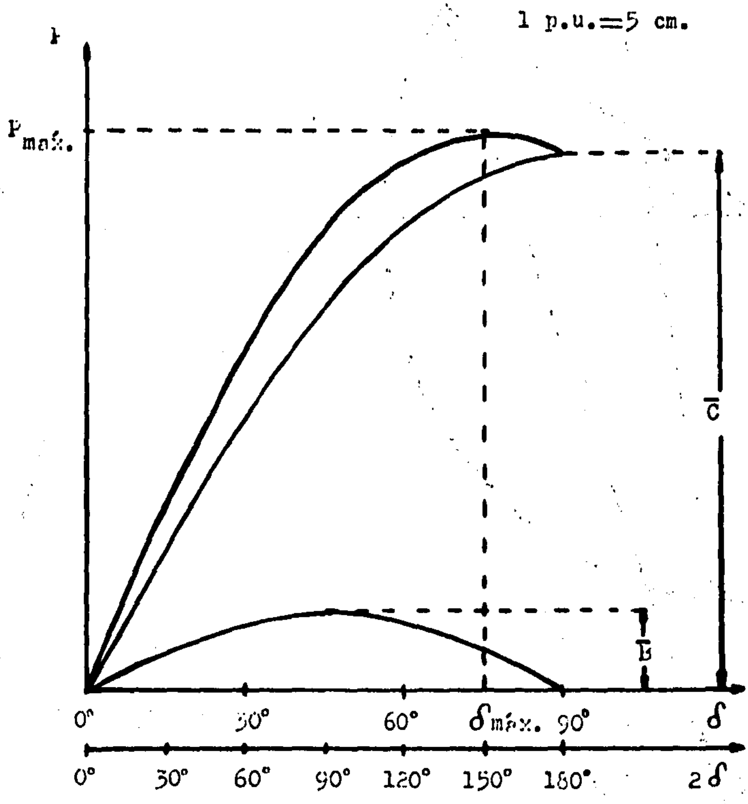


Fig. 58 Curva de capabilidad.

También pueden ser obtenidos gráficamente en un diagrama $P - \delta$, esta forma de obtener $P_{máx.}$ y $\delta_{máx.}$ se hará a continuación.



Gráficamente:

$\overline{P}_{máx.} = 2$ p.u. $\delta_{máx.} = 75°$

Fig. 59 Obtención gráfica de $\overline{P}$.

A continuación realizaremos los cálculos necesarios para trazar el límite térmico del campo completo:

Límite térmico del campo considerando la disminución de la corriente de excitación positiva hasta hacerla nula.

$$\delta_{\text{máx.}} = \cos^{-1}\left[-\frac{\overline{C}}{8\overline{B}} + \sqrt{\left(\frac{\overline{C}}{8\overline{B}}\right)^2 + \frac{1}{2}} \right]$$

Donde:

$\overline{C}_{\text{nom.}}$ 1.957 p.u. ; $\overline{B}$ 0.284 p.u.

$\overline{C} = 1.61$ p.u. _ _ _ _ _ _ _ $\delta_{\text{máx.}} = 73.0°$

$\overline{C} = 1.0$ p.u. _ _ _ _ _ _ _ $\delta_{\text{máx.}} = 66.87°$

$\overline{C} = 0.5$ p.u. _ _ _ _ _ _ _ $\delta_{\text{máx.}} = 58.63°$

$\overline{C} = 0.0$ p.u. _ _ _ _ _ _ _ $\delta_{\text{máx.}} = 45.0°$

Trazando cada vector C con su ángulo $\delta_{\text{máx.}}$ correspondiente, se obtienen los puntos que describen a la curva del límite térmico del campo con las características mencionadas anteriormente: ver Fig. 58.

Límite térmico del campo considerando excitación negativa.

$$\delta_{\text{máx.}} = \cos^{-1}\left[-\frac{\overline{C}}{8\overline{B}} + \sqrt{\left(\frac{\overline{C}}{8\overline{B}}\right)^2 + \frac{1}{2}} \right]$$

$\overline{C} = 0.0$ p.u. _ _ _ _ _ _ _ $\delta_{\text{máx.}} = 45.0°$

$\overline{C} = -0.3$ p.u. _ _ _ _ _ _ _ $\delta_{\text{máx.}} = 31.6°$

$\overline{C} = -0.5$ p.u. _ _ _ _ _ _ _ $\delta_{\text{máx.}} = 16.3°$

$\overline{C} = -0.57$ p.u. _ _ _ _ _ _ _ $\delta_{\text{máx.}} = 0.0$

Trazando cada vector C con su ángulo $\delta_{máx.}$ corres-- pondiente, se obtienen los puntos que describen a la curva - del límite térmico del campo para excitación negativa. Ver Fig. 58, donde también se muestra la curva de capabilidad pa ra el ejemplo.

Es importante conocer la potencia activa máxima que podemos obtener del generador analizado anteriormente, para cuando está operando a excitaciones menores a la nominal, in cluyendo la negativa. Esta información se obtiene de la cur va de potencias máximas la cual graficaremos a continuación.

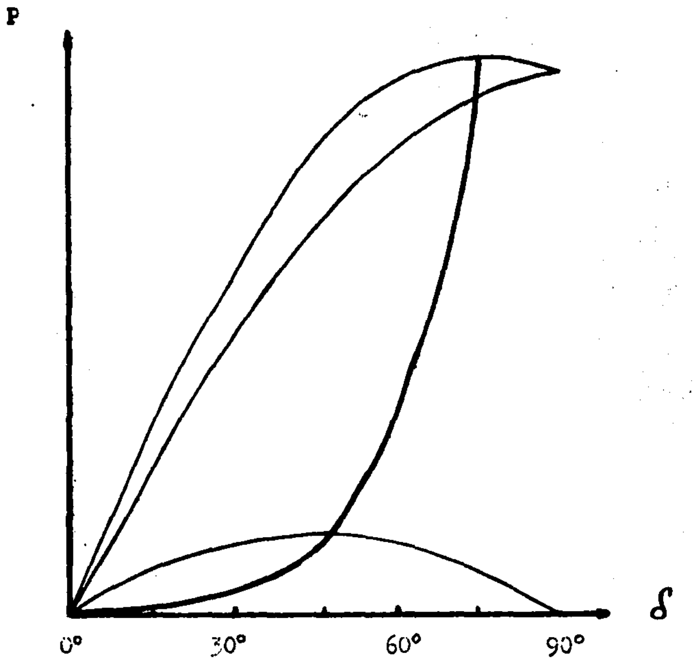


Fig. 60 Curva de $P_{máx's}$ para el ejemplo.

EJEMPLO II:

Construir la curva de capabilidad del generador de polos salientes que tiene los datos de placa siguiontes.

$$\bar{S} = 1 \text{ p.u.} \qquad X_d = 1.0 \text{ p.u.}$$
$$\bar{E}_T = 1 \text{ p.u.} \qquad X_q = 0.6 \text{ p.u.}$$
$$\text{f.p.} = 0.9 \text{ (atrasado)}$$

Basandonos en la ecuación general de la potencia aparente, calcularemos los parámetros necesarios para la construcción de la curva....

$$S = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q}\right) e^{j\frac{3}{2}} + \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\right) e^{j(\frac{\pi}{2} - 2\delta)} +$$
$$+ \frac{\bar{E}_T \bar{E}_q}{X_d} e^{j(\frac{\pi}{2} - \delta)}$$

$$S = \bar{A} \underline{|a} + \bar{B} \underline{|b} + \bar{C} \underline{|c}$$

Donde:

$$\bar{A} = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q}\right)$$

$$\bar{A} = \frac{(1)^2}{2}\left(\frac{(0.6+1)}{(0.6)(1)}\right)$$

$$\bar{A} = 1.33 \text{ p.u.}$$

$$\bar{B} = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\right)$$

$$\bar{B} = \frac{(1)^2}{2}\left(\frac{(1-0.6)}{(0.6)(1)}\right)$$

$$\bar{B} = 0.333 \text{ p.u.}$$

$$\theta = \cos^{-1} \text{ f.p.}$$

$$\theta = \cos^{-1}(0.9)$$

$$\theta = 25.84^\circ$$

$$S = \bar{S} \quad \theta = 1 \,\underline{|25.84^\circ}$$

Como no conocemos el ángulo δ_{nom} tendremos que calcular el valor de C y dicho ángulo de una forma gráfica. Graficando sobre un diagrama P-Q Fig. 61 los vectores $\bar{S}\underline{|\theta}$, $A\underline{|\theta}$ y el círculo de reluctancia; se obtiene la posición del vector B, el ángulo δ_{nom} y el vector C, por lo tanto:

$$\bar{C} = 1.67 \text{ p.u.} \quad ; \quad \delta_{nom} = 23^\circ$$

Una vez obtenida la magnitud del vector C, se puede construir el límite térmico del campo para excitación nominal, ver Fig. 61.

Ahora se calcularán los valores de la potencia activa máxima y el ángulo $\delta_{máx.}$.

$$\delta_{máx.} = \cos^{-1}\left[-\frac{\bar{C}}{8\bar{B}} + \sqrt{\left(\frac{\bar{C}}{8\bar{B}}\right)^2 + \frac{1}{2}}\right]$$

$$\delta_{máx.} = \cos^{-1}\left[-\frac{1.67}{(8)(0.333)} + \sqrt{\left(\frac{1.67}{(8)(0.333)}\right)^2 + 0.5}\right]$$

$$\delta_{máx.} = 71.45^\circ$$

Y la potencia máxima es:

$$P_{máx.} = \bar{E} \text{ sen } 2\delta_{máx.} + \bar{C} \text{ sen } \delta_{máx.}$$

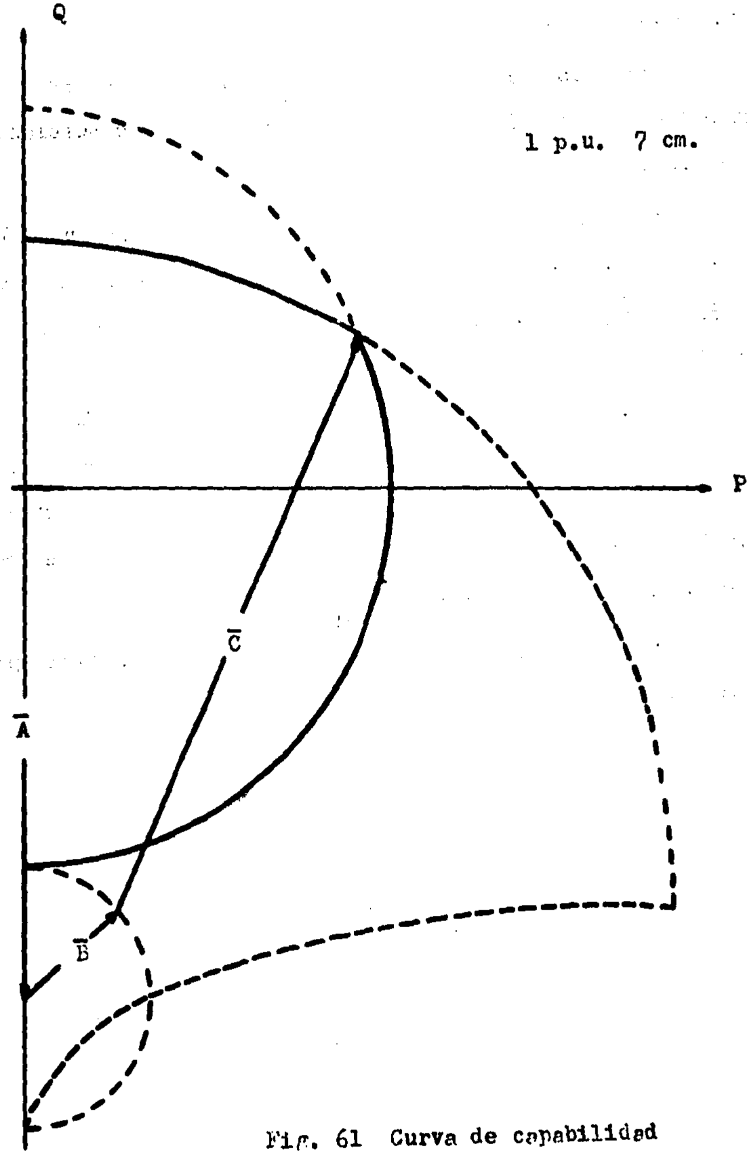


Fig. 61 Curva de capabilidad

$P_{máx.} = (0.333)$ sen $(2)(71.45) + (1.67)$ sen (71.45)

$P_{máx.} = 1.78$ p.u.

Estos dos últimos valores obtenidos nos marcan el punto final de el límite térmico del campo para condiciones nominales.

Como punto siguiente se calcularán gráficamente los valores de la potencia activa máxima y ángulo de deslizamiento máximo $\delta_{máx.}$. Para la obtención de estos valores ver Fig. 62.

Como último punto se traza completo el límite térmico del campo, siguiendo las consideraciones dadas para cada caso (región correspondiente a la disminución de la excitación desde su valor nominal hasta hacerla nula y región correspondiente a excitación negativa).

En la Fig. 61 se muestra la curva de capabilidad para el ejemplo II.

Gráficamente:

$P_{máx.} = 1.8$ p.u.

$\delta_{máx.} = 72°$

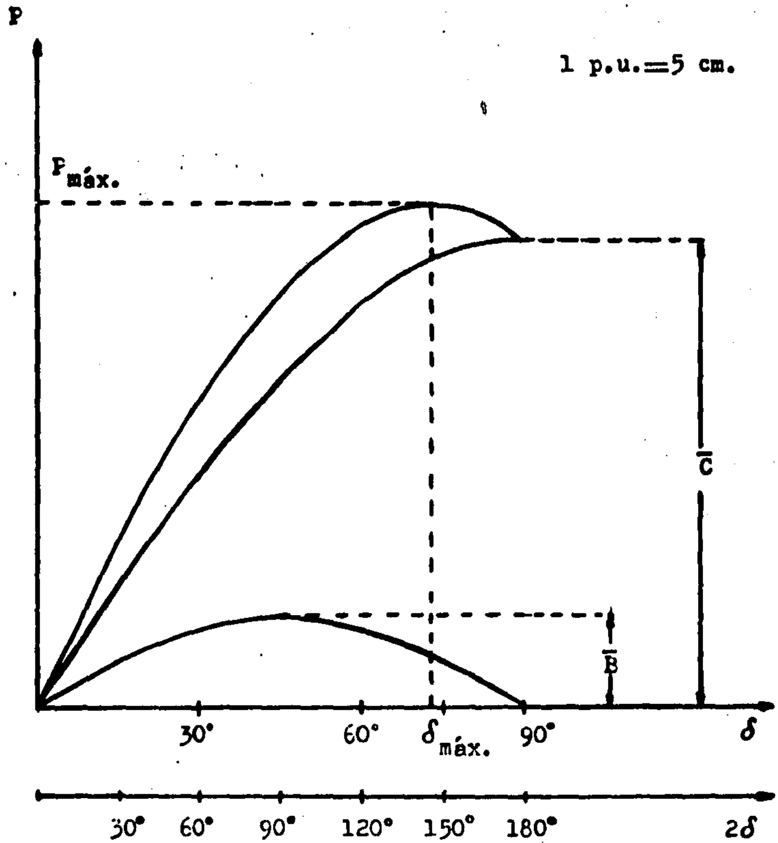


Fig. 62 Obtención gráfica de la potencia activa.

II.3.12 CURVA DE CAPABILIDAD PRACTICA DEL GENERADOR DE POLOS SALIENTES.

Refiriendonos al ejemplo II se construirá la curva de capabilidad práctica del generador de polos salientes. Como se mencionó en la máquina de rotor cilíndrico, se puede referir con respecto a cualquier parámetro el porciento de tolerancia deseado para la construcción de la curva práctica; para nuestro ejemplo daremos una tolerancia de 20% de C.

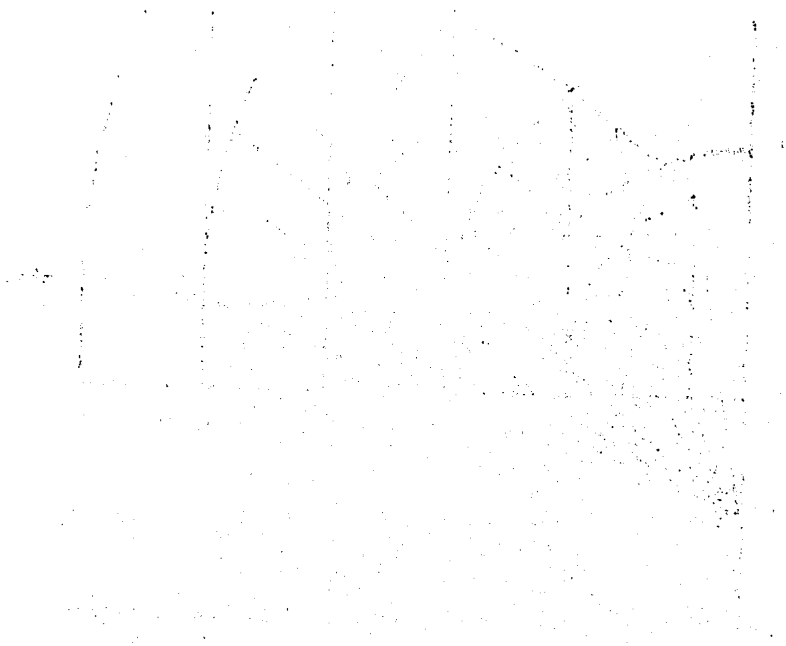
Para facilitar la construcción de la curva Fig. 63, trazaremos una línea auxiliar paralela al eje real P que intersecte al centro del círculo de reluctancia. En el punto $P_{máx.}$ trazaremos una recta perpendicular a la línea auxiliar y su intersección la llamaremos punto 1. A partir de 1, sobre la línea auxiliar, disminuiremos una magnitud igual a 20% de C, obteniendo el punto 2. La intersección del límite térmico del campo y una línea recta perpendicular a la línea auxiliar que cruce el punto 2, nos define los puntos 3 y 4.

El punto 3 nos representa la potencia activa máxima que podemos obtener de la curva de capabilidad práctica.

Sobre la línea recta que une los puntos T y 4, obtendremos la nueva magnitud de C definida por la intersección de esta línea con el círculo de reluctancia al punto 4. Con esta magnitud de C se traza un nuevo límite térmico del campo. A partir del punto 2 disminuiremos el % de tolerancia seleccionado (20%) sobre la línea auxiliar, obteniendo el -

punto 5.

La intersección del nuevo límite térmico del campo - con una recta perpendicular a la línea auxiliar que cruce el punto 5 define los puntos 6 y 7, siendo el punto 6 el nuevo punto perteneciente a la curva práctica. Los demás puntos - pertenecientes a la curva de capabilidad práctica se obtie-- nen en forma similar, hasta que la curva intersecte al círcu lo de reluctancia aumentado en la tolerancia seleccionada. A partir de esta intersección la curva de capabilidad prácti ca está limitada por el perímetro del círculo de reluctancia hasta el punto 8, tal y como se muestra en la figura.



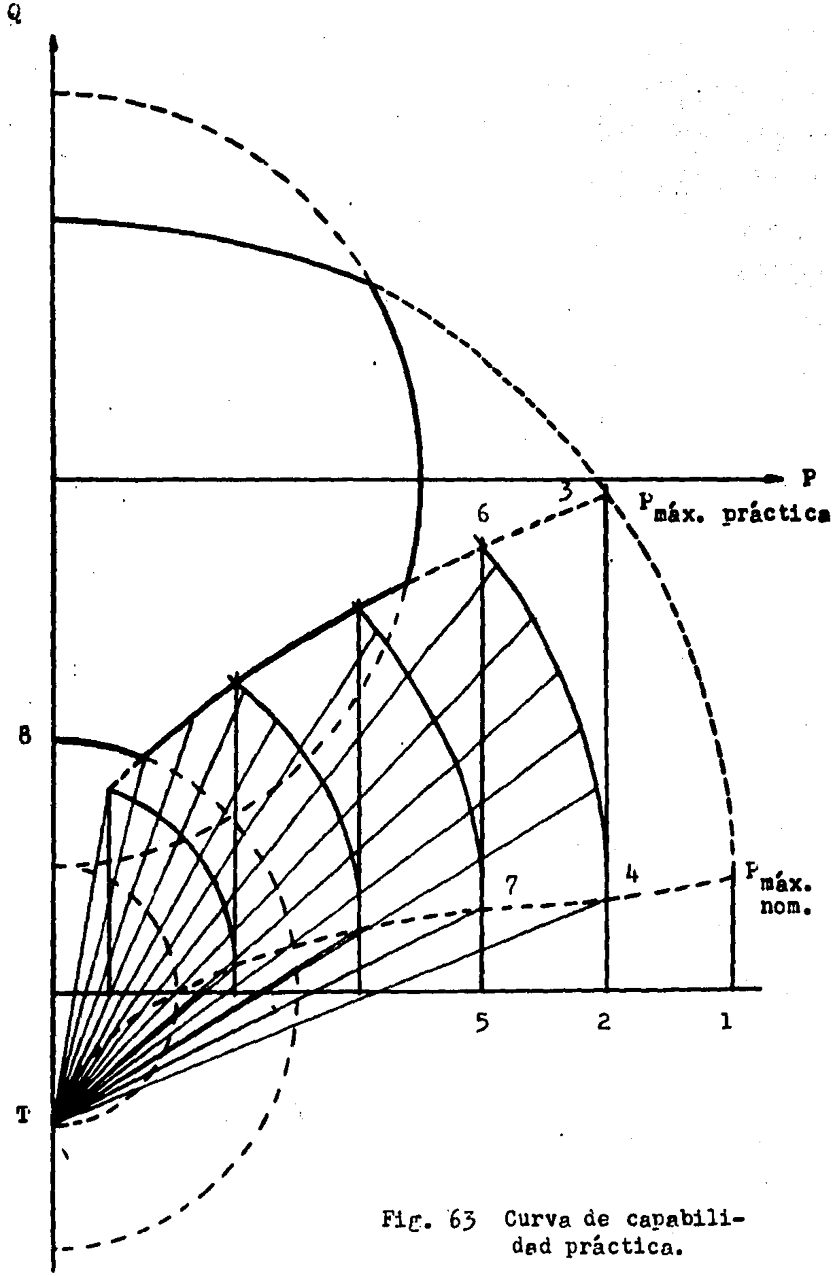


Fig. 63 Curva de capabilidad práctica.

III MOTOR Y CONDENSADOR SINCRONO.

III.1 INTRODUCCION.

El estudio completo de la máquina síncrona, en estado estable, incluye la operación como generador, motor y condensador síncrono. Hasta ahora hemos realizado el estudio de dichas máquinas operando como generador, luego, completaremos el estudio de la máquina operando como motor y condensador síncrono.

El estudio que se propone probablemente no tenga aplicación práctica en motores, más sin embargo, puede ser una forma teórica comprensible de la operación del motor y condensador síncrono. Este estudio se realiza como una parte complementaria del análisis presentado para generadores síncronos en estado estable.

Las características de construcción de los motores síncronos son similares a las del generador síncrono, por lo tanto, sus propiedades eléctricas son semejantes. Por lo que un generador síncrono puede operar como motor síncrono o condensador síncrono. Observandose como característica distintiva, que como generador suministra potencia activa teniendo la capacidad de absorver o suministrar potencia reactiva, como motor absorve potencia activa generando o absorviendo potencia reactiva y como condensador síncrono suministra o absorve potencia reactiva. Existen dos tipos de cons trucción en los motores síncronos, rotor cilíndrico y rotor de polos salientes; usualmente la mayoría de los motores síncronos se construyen de rotor de polos salientes. Razón por la cual enfocaremos nuestro estudio a este tipo de máquinas.

Las máquinas síncronas operando como motor ofrecen las siguientes características: Velocidad constante. El factor de potencia es fácilmente controlado por el campo de excitación y éste puede hacerse adelantado para corregir otras cargas atrasadas.

Como desventaja del motor síncrono se presentan: No es económico para tamaños pequeños, no se aplica usualmente abajo de 50 H.P. Requiere, al igual que el generador, una fuente separada de corriente directa para excitación y los dispositivos de arranque y control son costosos, en especial para control automático.

En base a su diseño y características de funcionamiento, los motores síncronos se dividen en dos clasificaciones generales:

-Velocidad elevada, arriba de 514 RPM.

-Velocidad baja, menor a 514 RPM.

Estas clases cubren motores de propósitos generales. Dentro de estas clasificaciones, los motores estan identificados también como de factor de potencia unitario o factor de potencia 0.8 adelantado lo mismo que motores de bajo factor de potencia en algunos casos.

El motor síncrono está siempre provisto de un arrollamiento amortiguador para arrancar el motor como máquina de inducción.

Considerese el motor síncrono en reposo. Si, para arrancar el motor, se conecta el estator a la línea, la fuerza magnetomotriz del estator logra inmediatamente su velocidad síncrona, mientras que la fuerza magnetomotriz del rotor está en reposo. Por lo tanto, no se desarrolla par motor de arranque, y el motor no alcanzará la velocidad. Las condiciones son completamente diferentes para el motor de inducción, debido a que el rotor de este motor no está conectado a una fuente de potencia pero establece sus corrientes por inducción del estator. Las ondas de la fuerza magnetomotriz del estator y del rotor en este caso estan estacionarias entre sí; a cualquier velocidad del rotor, incluyendo el reposo; por lo tanto el motor de inducción es capaz de desarrollar un par motor de arranque. Luego, mientras el motor síncrono alcanza la velocidad síncrona sus caracteristicas son similares a las de un motor de inducción. Durante el arranque el arrollamiento amortiguador es utilizado hasta que la máquina casi alcanza su velocidad síncrona, no obstante, al tiempo apropiado debe aplicarse la corriente del campo de corriente directa y debe sincronizarse el motor o ponerlo en paso, y funcionará entonces como un motor síncrono. El par motor de enganche, es el par motor desarrollado por la máquina cuando funciona como motor de inducción, a la velocidad a partir de la cual se pondrá en sincronismo cuando se aplica la corriente nominal del campo. El deslizamiento al cual éste se enganchará en contra del par motor de la carga depende de la inercia de la carga, la excitación aplicada y la tensión.

III.2 DIAGRAMA FASORIAL DEL MOTOR SINCRONO.

Debido a que la construcción más usual de los motores síncronos es la de polos salientes, este estudio estará enfocado al análisis de estas máquinas, aunque, como ya sabemos, con este análisis se pueden deducir las ecuaciones que rigen a los motores de rotor cilíndrico con la consideración, mencionada en generadores, es decir $X_d = X_q$.

Las características más importantes de un motor, en general, es el par aprovechable que nos suministra en la flecha así como valores máximos de par y deslizamiento polar permitidos para mantener la operación de la máquina en condiciones de estado estable. El par para un motor síncrono está dado por:

$$T = \frac{P}{W} \qquad - - - (66)$$

De la ec. (66) se observa que el par motor es directamente proporcional a la potencia activa suministrada.

Generalmente, los estudios realizados para motores se encaminan a obtener curvas que nos indiquen, de alguna -

forma, los valores requeridos de excitación para obtener un par determinado a un factor de potencia dado, curvas V, las cuales se trazan en función de la corriente de armadura.

El diagrama fasorial del motor lo obtendremos a partir del siguiente esquema.

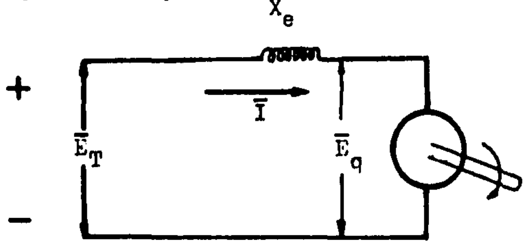


Fig. 64

Donde:

$\bar{E}_T$: Tensión en terminales.

$\bar{E}_q$: Tensión interna en una máquina de polos salientes.

X_e: Reactancia equivalente de X_d y X_q.

$\bar{I}$: Corriente de armadura.

Obteniendo la ecuación de malla:

$$E_T = E_q + IX_e \qquad --- (67)$$

La ecuación anterior, utilizando la teoría de las dos reacciones se transforma en:

$$E_T = E_q + I_dX_d + I_qX_q \qquad --- (68)$$

Debido a que el factor de potencia generalmente es adelantado, la corriente estará situada en el tercer cuadrante (ver Fig. 7 de generadores).

Entonces el diagrama fasorial será:

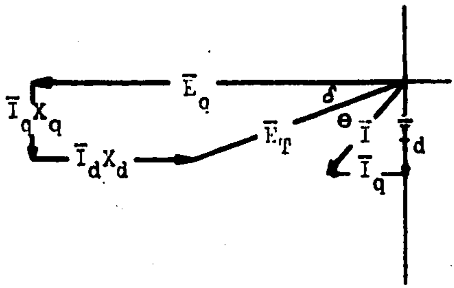


Fig. 65 Diagrama fasorial para un motor síncrono de polos salientes.

Tomando como referencia a la tensión en terminales (E_T), la ecuación vectorial está dada por:

$$\bar{E}_T = \bar{E}_q \angle{-\delta} - \bar{I}_d X_d \angle{-\delta} + \bar{I}_q X_q \angle{\tfrac{\pi}{2} - \delta} \quad - (69)$$

III.3 POTENCIA APARENTE.

Basandonos en la Fig. 65 obtendremos la ecuación de la potencia aparente. Considerando que:

$$S = E_T I^*$$

Como:

$$I = I_d + I_q$$

$$S = S_d + S_q$$

$$S_d = E_T I_d^{*}$$

$$S_q = E_T I_q^{*}$$

De la Fig. 65 :

$$I_q = \bar{I}_q \ (-\cos\delta + j\mathrm{sen}\delta) \qquad - - - (70)$$

$$I_d = \bar{I}_d \ (-\mathrm{sen}\delta - j\cos\delta) \qquad - - - (71)$$

Como requerimos de los conjugados:

$$I_q^{*} = - \bar{I}_q \ (\cos\delta + j\mathrm{sen}\delta) \qquad - - - (72)$$

$$I_d^{*} = - \bar{I}_d \ (\mathrm{sen}\delta - j\cos\delta) \qquad - - - (73)$$

Ahora bien, para obtener la magnitud de I_q e I_d nos basaremos nuevamente en la Fig. 65 :

$$\bar{I}_q = \frac{\bar{E}_T \ \mathrm{sen}\delta}{X_q}$$

$$\bar{I}_d = \frac{\bar{E}_q - \bar{E}_T \cos\delta}{X_d}$$

Sustituyendo estas magnitudes en las ec's. (72) y - (73) :

$$I_q = \frac{\bar{E}_T \ \mathrm{sen}\delta}{X_q} (- \cos\delta - j\mathrm{sen}\delta) \quad - - (74)$$

$$I_d = \frac{\bar{E}_T \cos\delta - \bar{E}_q}{X_d} (\operatorname{sen}\delta - j\cos\delta) \quad \text{-- (75)}$$

Sustituyendo las ec's. (74) y (75) en la expresión de S :

$$S = \bar{E}_T \frac{\bar{E}_T \cos\delta - \bar{E}_q}{X_d} (\operatorname{sen}\delta - j\cos\delta) +$$

$$+ \bar{E}_T \frac{- \bar{E}_T \operatorname{sen}\delta}{X_q} (\cos\delta + j\operatorname{sen}\delta)$$

$$S = \frac{\bar{E}_T^2 \cos\delta - \bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d} (\operatorname{sen}\delta - j\cos\delta) -$$

$$- \frac{\bar{E}_T^2 \operatorname{sen}\delta}{X_q} (\cos\delta + j\operatorname{sen}\delta)$$

$$S = \frac{\bar{E}_T^2 \cos\delta}{X_d} (\operatorname{sen}\delta - j\cos\delta) - \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d} (\operatorname{sen}\delta - j\cos\delta) -$$

$$- \frac{\bar{E}_T \operatorname{sen}\delta}{X_q} (\cos\delta + j\operatorname{sen}\delta)$$

$$S = - j \frac{\bar{E}_T^2}{X_d} \cos^2\delta + \frac{\bar{E}_T^2}{X_d} \cos\delta \operatorname{sen}\delta + \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d} (-\operatorname{sen}\delta + j\cos\delta) -$$

$$-\frac{\bar{E}_T^2}{X_q}\,\mathrm{sen}\,\delta\cos\delta\;-\;j\,\frac{\bar{E}_T^2}{X_q}\,\mathrm{sen}^2\delta$$

Usando las siguientes identidades trigonométricas:

$$\cos^2\delta = \tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos 2\delta$$

$$\cos\delta\,\mathrm{sen}\,\delta = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{sen}\,2\delta$$

$$\mathrm{sen}^2\delta = \tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\cos 2\delta$$

Entonces:

$$S = -\,j\,\frac{\bar{E}_T^2}{X_d}\left(\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos 2\delta\right)+\frac{\bar{E}_T^2}{2X_d}\,\mathrm{sen}2\delta\;+$$

$$+\frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}(-\mathrm{sen}\,\delta+j\cos\delta)-\frac{\bar{E}_T^2}{2X_q}\,\mathrm{sen}2\delta\;-\;j\frac{\bar{E}_T^2}{X_q}\left(\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\cos 2\delta\right)$$

$$S = -\,j\,\frac{\bar{E}_T^2}{2X_d}-j\frac{\bar{E}_T^2}{2X_d}\cos 2\delta+\frac{\bar{E}_T^2}{2X_d}\,\mathrm{sen}2\delta\;+$$

$$+\frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}(-\mathrm{sen}\,\delta+j\cos\delta)-\frac{\bar{E}_T^2}{2X_q}\,\mathrm{sen}2\delta-j\frac{\bar{E}_T^2}{2X_q}\;+$$

$$+\,j\frac{\bar{E}_T^2}{2X_q}\cos 2\delta$$

Reagrupando términos, obtenemos:

$$S = -j\frac{\bar{E}_T^2}{2X_d} - j\frac{\bar{E}_T^2}{2X_q} + \left(\frac{\bar{E}_T^2}{2X_q} - \frac{\bar{E}_T^2}{2X_d}\right)(-\mathrm{sen}2\delta + j\cos 2\delta) +$$

$$+ \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}(-\mathrm{sen}\delta + j\cos\delta)$$

$$S = -j\frac{\bar{E}_T^2}{2}\,\frac{X_d + X_q}{X_d X_q} + \frac{\bar{E}_T^2}{2}\,\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}(-\mathrm{sen}2\delta + j\cos 2\delta) +$$

$$+ \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}(-\mathrm{sen}\delta + j\cos\delta)$$

Recordando que:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \delta\right) = -\mathrm{sen}\delta$$

$$\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2} + \delta\right) = \cos\delta$$

Utilizando la notación de Euler:

$$S = \frac{\bar{E}_T^2}{2}\,\frac{X_d + X_q}{X_d X_q}\,e^{j\left(\frac{3}{2}\pi\right)} + \frac{\bar{E}_T^2}{2}\,\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\,e^{j\left(\frac{\pi}{2} + 2\delta\right)} +$$

$$+ \frac{\bar{E}_T\bar{E}_q}{X_d}\,e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \delta\right)}$$

Siendo la expresión anterior la ecuación de la potencia aparente S. Esta expresión puede escribirse como:

$$S = \bar{A}\underline{|a} + \bar{B}\underline{|b} + \bar{C}\underline{|c} \qquad --- (76)$$

Donde:

$$\bar{A} = \frac{\bar{E}_T^2}{2} \frac{X_d + X_q}{X_d X_q} \quad ó \quad \bar{A} = \frac{\bar{E}_T^2}{2} \frac{\Sigma}{\pi}(X_d, X_q)$$

$$\bar{B} = \frac{\bar{E}_T^2}{2} \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \quad ó \quad \bar{E} = \frac{\bar{E}_T^2}{2} \frac{\Delta}{\pi}(X_d, X_q)$$

$$\bar{C} = \frac{\bar{E}_T \bar{E}_q}{X_d}$$

$$a = \frac{3}{2}\pi \quad ; \quad b = \frac{\pi}{2} + 2\delta \quad ; \quad c = \frac{\pi}{2} + \delta$$

Recordando que el motor de rotor cilíndrico es un caso particular de la máquina de polos salientes y que su comportamiento puede ser obtenido del análisis de esta última, haciendo X_d igual a X_q y además recordando que la tensión interna para este tipo de máquinas es E_F. De lo anterior, la potencia S para el motor de rotor cilíndrico esta dada - por :

$$S = \frac{\bar{E}_T^2}{X_d} e^{j(\frac{3}{2}\pi)} + \frac{\bar{E}_T \bar{E}_F}{X_d} e^{j(\frac{\pi}{2} + \delta)} \quad - - - (77)$$

III.4 POTENCIA ACTIVA, POTENCIA REACTIVA Y ANGULO DE DESLIZAMIENTO MAXIMO.

Debido a que para el motor es importante conocer el par que de él se puede obtener, el cual es directamente proporcional a la potencia activa de entrada, obtendremos esta potencia a partir de la ec. (76) :

$$S = \bar{A}\, e^{j(\frac{3}{2}\pi)} + \bar{B}\, e^{j(\frac{\pi}{2} + 2\delta)} + \bar{C}\, e^{j(\frac{\pi}{2} + \delta)}$$

De la ecuación anterior:

$$\bar{P} = \bar{B}\cos(\tfrac{\pi}{2} + 2\delta) + \bar{C}\cos(\tfrac{\pi}{2} + \delta)$$

Como:

$$\cos(\tfrac{\pi}{2} + 2\delta) = -\operatorname{sen} 2\delta$$

$$\cos(\tfrac{\pi}{2} + \delta) = -\operatorname{sen} \delta$$

Entonces:

$$\bar{P} = -\bar{B}\operatorname{sen}2\delta - \bar{C}\operatorname{sen}\delta \qquad --- (78)$$

El valor obtenido, a partir de la ec. (78), para la potencia activa es negativo debido a que dicha potencia es suministrada por el sistema.

También es importante conocer la relación mediante la cual podemos calcular la potencia reactiva del motor. De la ec. (76), tenemos:

$$\bar{Q} = -\bar{A} + \bar{B}\operatorname{sen}(\tfrac{\pi}{2} + 2\delta) + \bar{C}\operatorname{sen}(\tfrac{\pi}{2} + \delta)$$

Como:

$$\operatorname{sen}(\tfrac{\pi}{2} + 2\delta) = \cos 2\delta$$

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+\delta\right)=\cos\delta$$

Entonces:

$$\bar{Q}=-\bar{A}+\bar{B}\cos 2\delta+\bar{C}\cos\delta \qquad ---(79)$$

Es importante conocer la potencia activa máxima que el motor puede absorver sin perder la característica de sincronismo. El límite de sincronismo está dado por el ángulo de deslizamiento $\delta_{\text{máx.}}$, el cual obtendremos a continuación.

De la ec. (78): derivando a P con respecto a δ e igualando a cero se tiene la ecuación mediante la cual se obtendrá la expresión del ángulo $\delta_{\text{máx.}}$.

$$\frac{d\bar{P}}{d\delta}=-2\bar{B}\cos 2\delta-\bar{C}\cos\delta=0$$

$$-2\bar{B}\cos 2\delta-\bar{C}\cos\delta=0 \qquad ---(80)$$

Como:

$$\cos 2\delta=2\cos^2\delta-1$$

Sustituyendo la identidad anterior en la ec. (80) y despejando $\cos\delta$:

$$\cos\delta=-\frac{\bar{C}}{8\bar{E}}\pm\sqrt{\left(\frac{\bar{C}}{8\bar{E}}\right)^2+\frac{1}{2}}$$

La raiz negativa no se considera dado que el estudio del motor síncrono se lleva a cabo en la región de estado estable. Por consiguiente, de la ecuación resultante y despejando a δ se tiene:

$$\delta_{máx.} = \cos^{-1}\left[-\frac{\bar{C}}{8\bar{B}} + \sqrt{\left(\frac{\bar{C}}{8\bar{B}}\right)^2 + \frac{1}{2}}\right] \quad --(81)$$

NOTA: El desarrollo completo para la obtención de $\delta_{máx.}$ se realizó en el análisis de generadores de polos salientes, si se desea conocer, ver pag. 94

Al sustituir la ec. (81) en la expresión de la potencia activa, ec. (78), obtendremos la potencia activa máxima.

$$P_{máx.} = -\bar{B}\ \mathrm{sen}2\delta_{máx.} - \bar{C}\ \mathrm{sen}\ \delta_{máx.} \quad --(82)$$

Puede obtenerse gráficamente la potencia activa suministrada al motor, en función del ángulo δ. Dicho ángulo será negativo para la operación como motor.

La ec. (78) puede escribirse como:

$$-P = \bar{B}\ \mathrm{sen}2\delta + \bar{C}\ \mathrm{sen}\delta$$

Graficando los dos términos del lado derecho de la ecuación anterior y sumandolos, obtendremos la curva que describe el comportamiento de la potencia activa en función del ángulo delta.

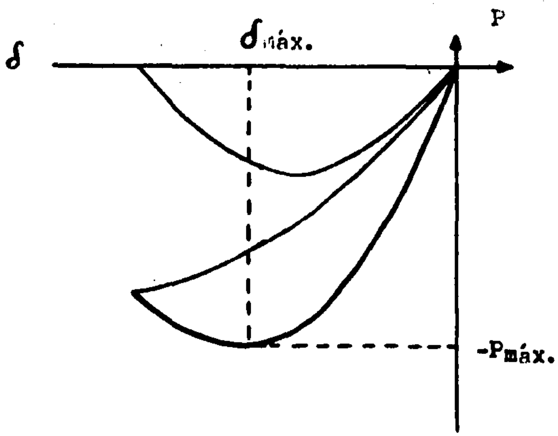


Fig. 66 Obtención gráfica de la potencia activa.

Al trazar curvas para diferentes valores de $\overline{C}$ se obtendrán diferentes $P_{máx.}$ con su correspondiente $\delta_{máx.}$, el cual irá tendiendo a $\pi/4$ cuando $\overline{C}$ tienda a cero. La unión de los puntos de cada $P_{máx.}$ forma la curva de potencia activa máxima.

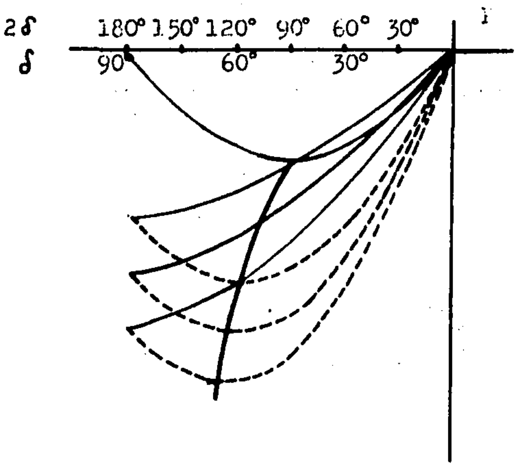


Fig. 67 Curva de potencia activa máxima.

III.5 LIMITE TERMICO DE ARMADURA.

El límite de la armadura está dado por la ecuación:

$$S = \bar{S}\underline{|\theta}$$

Como ya se mencionó, es una ecuación que describe un círculo de radio $\bar{S}$, y dado que se trata de una máquina operando como motor a factor de potencia adelantado, el punto de operación nominal quedará situado en el segundo cuadrante de un diagrama P-Q, ver Fig. 68.

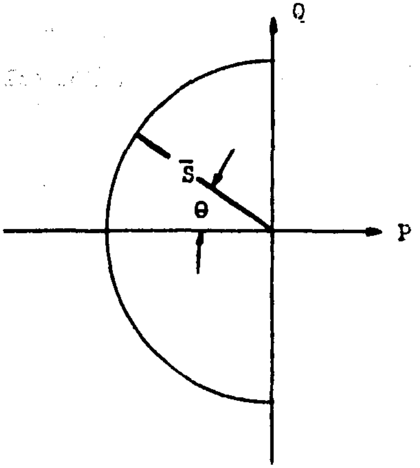


Fig. 68 Límite térmico de armadura del motor síncrono.

III.6 LIMITE TERMICO DEL CAMPO.

Este límite está dado por la ecuación:

$$S = \bar{A}\, e^{j(\frac{3}{2}\pi)} + \bar{B}\, e^{j(\frac{\pi}{2}+2\delta)} + \bar{C}\, e^{j(\frac{\pi}{2}+\delta)}$$

Como podemos ver la ecuación de la potencia S del motor es similar a la potencia S del generador, con la única diferencia de que el ángulo delta tiene signo positivo ya que en el motor es un ángulo adelantado debido a que la fuerza magnetomotriz resultante está adelantada respecto de la fuerza magnetomotriz del campo. Por lo tanto el límite térmico del campo se trazará de forma similar al del generador, quedando situado en el segundo y tercer cuadrante del plano

P-Q. Para el caso del generador se explicó detalladamente la forma en que se traza dicho límite, dándose por entendida la secuencia seguida para la construcción del límite térmico de campo del motor síncrono.

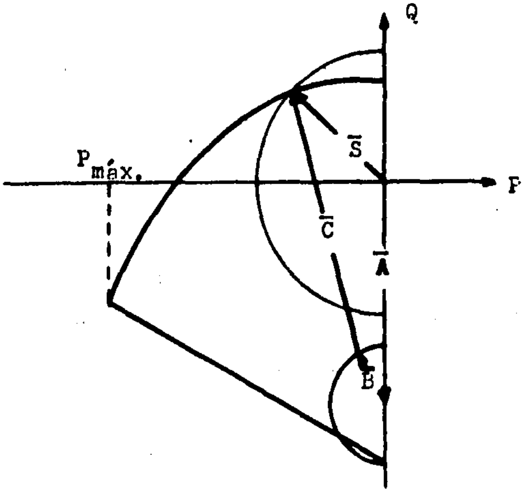


Fig. 69 Límite térmico de campo del motor síncrono para excitación nominal.

La construcción del límite térmico del campo completo se obtiene al proporcionar a la máquina tres tipos diferentes de excitación: excitación positiva, excitación nula y excitación negativa.

EXCITACION POSITIVA.

Cuando hablamos de excitación positiva, el parámetro $\overline{C}$ deberá ser positivo debido a que es directamente proporcio nal a la excitación y por tanto, el comportamiento del motor síncrono estará dado por la ec. (76):

$$S = \bar{A}\angle a + \bar{B}\angle b + \bar{C}\angle c$$

Para excitación positiva:

$$\bar{C} = \frac{\bar{E}_T \bar{E}_q}{X_d}$$

El trazado de la ec. (76) se realizó en la Fig. 69, en la cual se representan las condiciones nominales. El ángulo $\delta_{máx.}$ y la $P_{máx.}$ se obtienen a partir de las ec's. (81) y (82) respectivamente; por lo tanto el ángulo delta variará desde cero hasta el $\delta_{máx.}$ permisible.

Tal y como sucede para el generador, cuando la magnitud de la excitación disminuye el $\delta_{máx.}$ correspondiente es menor al nominal y debido a que el límite inferior de excitación positiva lo alcanzamos cuando $\bar{C} = 0$, la variación de $\bar{C}$ estará dada entre $\bar{C}$ nominal y $\bar{C}$ nula. Esto se refleja en una variación del ángulo de deslizamiento $\delta_{máx.}$ entre su valor nominal y $\pi/4$.

La parte final del vector C describe los puntos correspondientes al límite térmico debido a las condiciones mencionadas, ver Fig. 70.

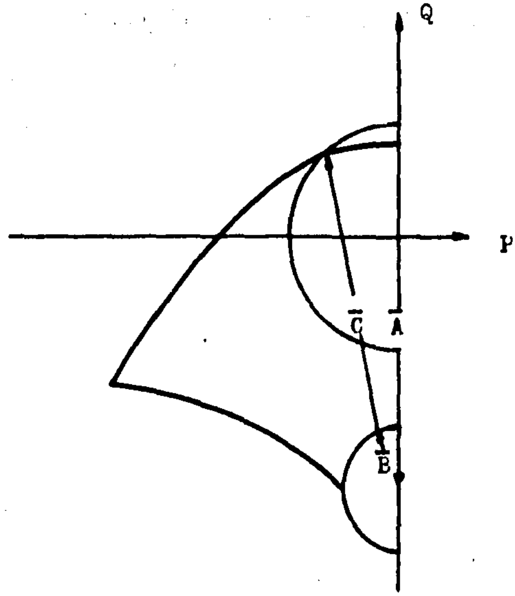


Fig. 70 Límite térmico de campo para excitación positiva.

La relación mediante la cual podemos calcular la potencia reactiva para excitación positiva, esta dada por:

$$\bar{Q} = - \bar{A} + \bar{B} \cos 2\delta + \bar{C} \cos\delta$$

EXCITACION NULA.

Cuando la corriente de campo es cero, o sea $\bar{C} = 0$, se dice que la máquina tiene excitación nula. Este tipo de excitación se considera un caso especial en motores síncronos, porque a pesar de no tener excitación es posible tener un par de salida en la flecha. Para el motor de polos salientes este par es obtenido debido a la característica del círculo de reluctancia. Las máquinas que fundamentan su operación en las características mencionadas anteriormente, se les denomina "Motores de reluctancia".

El par de salida, o bien la potencia activa debida a excitación nula, podrá ser calculado si partimos de la ec. (78) y aplicamos la consideración mencionada ($\overline{C} = 0$):

$$\overline{F} = - \overline{B} \text{ sen } 2\delta$$

Maximizando $\overline{F}$ respecto a :

$$\frac{d\overline{F}}{d\delta} = - 2\overline{B} \cos 2\delta = 0$$

Despejando δ, obtenemos:

$$\delta = \frac{\pi}{4}$$

Entonces:

$$F_{máx.} = - \overline{B}$$

Para excitación nula la potencia activa podrá variar entre $\overline{B}$ y cero, lo que se refleja en una variación de entre $\pi/4$ y cero. La trayectoria seguida por la potencia S será sobre el perímetro del círculo de reluctancia.

El que la máquina este trabajando un tiempo considerable con excitación nula nos indicará que la carga es muy pequeña o bien que el motor está trabajando en vacio. Para el caso de que el motor este trabajando en vacio y despreciando pérdidas, la potencia activa necesaria es cero.

La expresión para la potencia reactiva será:

$$Q = - \overline{A} + \overline{B} \cos 2\delta$$

Graficando la ecuación de S para este tipo de excitación, encontraremos el punto de operación del motor, dependiendo del ángulo δ .

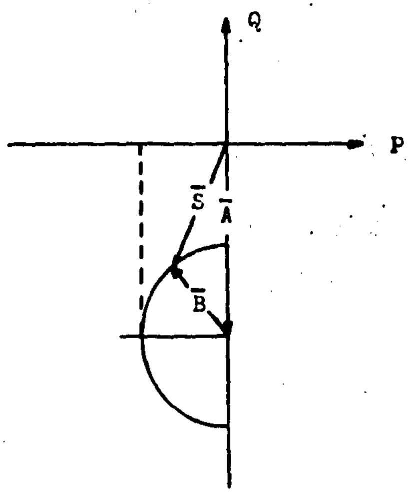


Fig. 71 Punto de operación del motor síncrono con excitación nula.

Generalmente, la excitación nula es solo una condición de transición entre la excitación positiva y la excitación negativa, por lo que en un diagrama donde se presenta el límite térmico del campo completo solo se considerará el punto del perímetro del círculo de reluctancia correspondiente a $\delta=\pi/4$.

MOTOR DE RELUCTANCIA.

Los motores de reluctancia son motores síncronos que operan sin excitación de campo, por lo que su operación dependen de la diferencia entre la reluctancia de eje directo y de eje en cuadratura.

La ausencia de la excitación de campo reduce grandemente la salida máxima que se puede obtener de un motor síncrono. Debido a lo anterior, las dimensiones físicas de un motor de reluctancia son varias veces las dimensiones de un motor síncrono que posee excitación, para los mismos valores de potencia y velocidad.

El par que se puede obtener de un motor de reluctancia está dado por:

$$T = \frac{P}{W}$$

$$T = \frac{B}{W}$$

$$T = \frac{E_T}{2\ W} \cdot \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \text{ sen } 2\delta$$

Como se puede ver este par corresponde a la característica del círculo de reluctancia.

La aplicación de este tipo de motores, es común cuando se requiere una velocidad síncrona exacta para impulsar relojes eléctricos y otros aparatos medidores de tiempo. Se han construido motores de reluctancia de hasta 150 H.P.

EXCITACION NEGATIVA.

Este tipo de excitación se obtiene si se invierte la polaridad en el campo. Al hacer lo anterior, la expresión de potencia se verá alterada debido a que la dirección de C girará radianes y por lo tanto la expresión de S será:

$$S = \bar{A}\, e^{j(\frac{3}{2}\pi)} + \bar{B}\, e^{j(\frac{\pi}{2}+2\delta)} + \bar{C}\, e^{j(\frac{3\pi}{2}+\delta)}$$

Graficando esta expresión encontraremos el punto de operación del motor dependiendo del ángulo de deslizamiento.

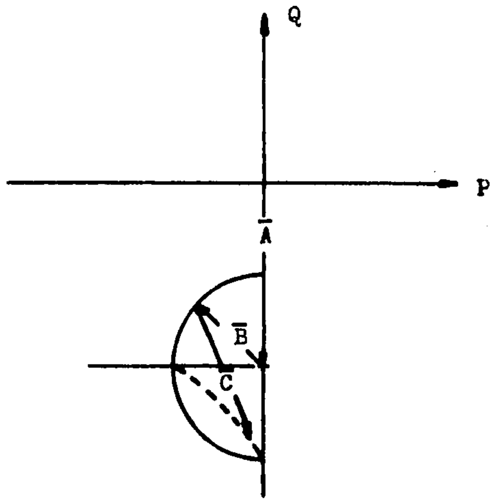


Fig. 72 Punto de operación del motor con excitación negativa.

El límite térmico del campo correspondiente a excitación negativa empieza a trazarse desde el punto de excitación nula $\delta_{máx.}$ igual a $\pi/4$, este ángulo irá disminuyendo a medida que la excitación aumenta en magnitud hasta hacerse nulo ($\delta_{\text{máx.}}$ igual a cero). Las variaciones que se sucitan en la magnitud de C y su respectivo $_{\text{máx.}}$ nos delimitan la trayectoria seguida por el campo, quedando así trazando en la siguiente figura el límite mencionado.

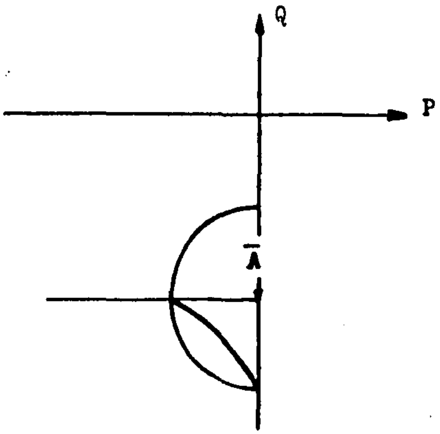


Fig. 73 Límite térmico del campo con excitación negativa.

Con este tipo de excitación podemos alcanzar el punto en el cual la máquina solo absorva reactivos, es decir P igual con cero. Partiendo de la ecuación general de la potencia activa obtenemos:

$$P = - \bar{B} \text{ sen } 2\delta - \bar{C} \text{ sen}\delta = 0$$

De donde:

$$\delta = 0$$

De la expresión para $\delta_{\text{máx.}}$:

$$\delta_{máx.} = \cos^{-1}\left[\frac{-\bar{C}}{8\bar{B}} + \sqrt{\left(\frac{\bar{C}}{8\bar{B}}\right)^2 + \frac{1}{2}}\right]$$

Como:

$$\delta_{máx.} = 0$$

Despejando a $\bar{C}$:

$$\bar{C} = -\,2\bar{B}$$

Lo que indica que cuando la magnitud de C es igual - a 2B y se está excitando negativamente a la máquina, la potencia activa es cero, si y sólo si las pérdidas son nulas.

Haciendo uso de la ecuación para Q:

$$Q = -\,\bar{A} + \bar{B}\cos 2\delta - \bar{C}\cos\delta$$

Sabiendo que $\delta = 0$ y $\bar{C} = 2\bar{B}$, encontramos el valor - máximo de la potencia reactiva, el cual es:

$$Q = -\,\bar{A} - \bar{B}$$

La gráfica completa del límite térmico del campo, debido a las excitaciones anteriores, se presenta a continuación:

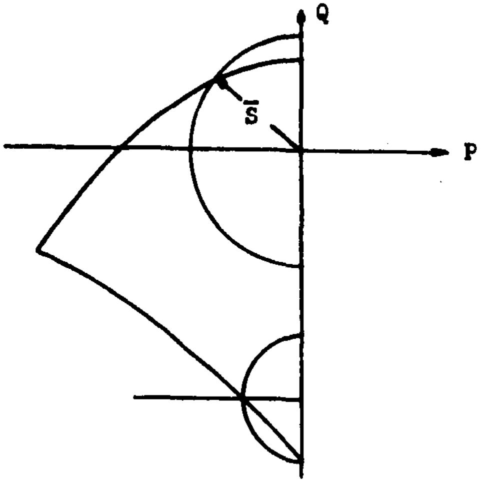


Fig. 74 Límite térmico del campo.

III.7 CURVA DE CAPABILIDAD.

Los límites de la región de operación de un motor síncrono, al igual que para el generador, estan dados por los límites impuestos por el campo y la armadura. A tal región se le llama curva de capabilidad y es obtenida por la superposición de los límites de armadura y campo.

La curva de capabilidad está ilustrada en la siguiente figura:

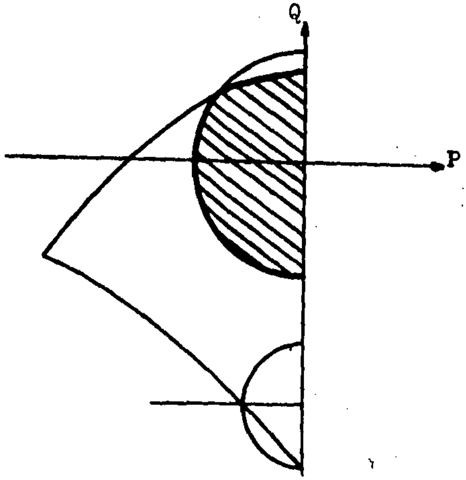


Fig. 75 Curva de capabilidad del motor síncrono.

III.8 CONDENSADOR SINCRONO.

Es una máquina síncrona de polos salientes sin primo tor ni carga mecánica, es decir, es un motor síncrono en vacío. Su punto de operación puede moverse sobre el eje Q al variar la excitación.

Para que un motor síncrono pueda operar como condensador, es necesario llevarlo a la región de subexcitación con corriente de campo negativa. El punto crítico de transición se presenta cuando $\bar{C}$ es igual a $2\bar{B}$. Con un lugero incremento en la magnitud de C se produce un deslizamiento polar, viendose reflejado como un cambio en la excitación y por ende en la dirección del vector C como puede verse en la siguiente figura.

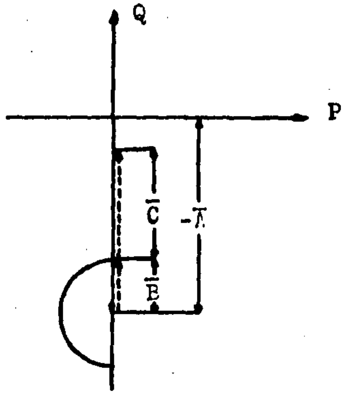


Fig. 76 Condensador síncrono.

Variando la excitación puede moverse el punto de operación sobre el eje Q, siendo el límite superior el correspondiente a excitación nominal.

Para el condensador síncrono se cumple:

$$S = 0 + j\bar{Q}$$

Donde la potencia reactiva con excitación positiva - esta dada por:

$$\bar{Q} = -A + B + C$$

$$+\bar{Q}_{máx} = -\frac{\bar{E}_T^2}{2} \frac{X_d + X_q}{X_d X_q} + \frac{\bar{E}_T^2}{2} \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} + \frac{\bar{E}_T \bar{E}_q}{X_d}$$

$$+\bar{Q}_{máx.} = \frac{\bar{E}_T^2}{2} \frac{- X_d - X_q + X_d - X_q}{X_d X_q} + \frac{\bar{E}_T \bar{E}_q}{X_d}$$

$$+\overline{Q}_{máx.} = -\frac{\overline{E}_T^2}{X_d} + \frac{\overline{E}_T\overline{E}_q}{X_d} \qquad - - - (83)$$

La representación gráfica de la ec. (83) se ilustra a continuación.

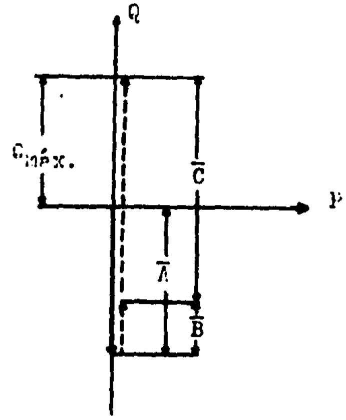


Fig. 77 Potencia reactiva máxima generada.

Para excitación negativa la potencia reactiva máxima es:

$$-\overline{Q}_{máx} = -\overline{A} + \overline{B} - \overline{C}$$

$$\overline{C} = 2\overline{B}$$

$$-\overline{Q}_{máx.} = -\overline{A} + \overline{B} - 2\overline{B}$$

$$-\overline{Q}_{máx.} = -\overline{A} - \overline{B}$$

$$-Q_{máx.} = -\frac{\overline{E}_T^2}{2}\,\frac{X_d + X_q}{X_d X_q} - \frac{\overline{E}_T^2}{2}\,\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}$$

$$-\bar{Q}_{máx.} = -\frac{\bar{E}_T^2}{2}\;\frac{X_d + X_q + X_d - X_q}{X_d X_q}$$

$$-\bar{Q}_{máx.} = -\frac{\bar{E}_T^2}{X_q} \qquad --- (84)$$

La representación gráfica de la ec. (84) se **muestra** **a** continuación.

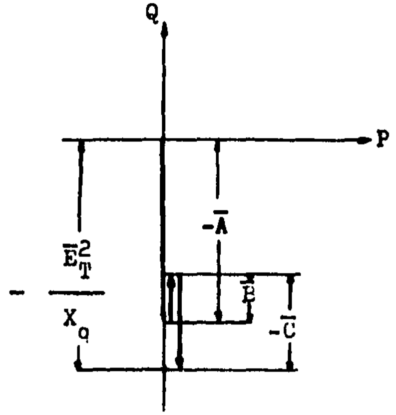


Fig. 78 Potencia reactiva máxima absorvida.

Los signos positivo y negativo de la ec's. (83) y (84) que anteceden al miembro izquierdo obedecen a la **máxima** capacidad de generación y absorción respectivamente.

Tomando los valores normalizados publicados por -- Westinghouse para los parámetros X_d y X_q de condensadores síncronos:

$X_d = 1.9$ $\quad X_q = 1.2$ $\quad$ enfriados en aire.

$X_d = 2.2$ $\quad X_q = 1.4$ $\quad$ enfriados en hidroge-
no.

Usando los valores mencionados anteriormente y basandonos primordialmente en valores obtenidos en la práctica, podemos concluir que la potencia máxima generada es aproximadamente el doble de la potencia máxima absorvida.

Los condensadores síncronos se utilizan para compenzar la corriente reactiva atrasada demandada por la carga y de este modo se reduce la cantidad de corriente atrasada que proporciona el generador.

B I B L I O G R A F I A

Apuntes de Seminario 84-II.
Ing. Salvador Cisneros Chávez.

Redes Eléctricas I.
Jacinto Viqueira Landa.
Ed. Representaciones y Servicios de Ingeniería.

Máquinas Electromagnéticas y Electromecánicas.
Leander W. Matsch.
Ed. Representaciones y Servicios de Ingeniería.

Principios de Conversión de Energía Electromecánica.
Meisel.
Ed. Mc. Graw Hill.

Teoría de las Máquinas de Corriente Alterna.
Langsdorf.
Ed. Mc. Graw Hill

Análisis Moderno de Sistemas Eléctricos de Potencia.
Gilberto Enriquez H.
Ed. LIMUSA.

Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia.

Stevenson.

Ed. Mc. Graw Hill.

Máquinas de Corriente Alterna.

Liwschitz - Garik.

Ed. CECSA.

Electrical Machinery.

Funchtein.

Ed. Willey.