

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA



BIBLIOTECA CENTRAL

**ESTUDIO DEL CONTROL POTENCIA - FRECUENCIA DE
UN SISTEMA DE POTENCIA DE ENERGIA ELECTRICA**

T E S I S

**Que para obtener el Título de
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA**

P r e s e n t a

ROBERTO GUTIERREZ LOPEZ

Director: Ing. SALVADOR CISNEROS CHAVEZ

México, D. F.

1984



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCION	1
CAPITULO I.-----GENERALIDADES.	
I.1)-----Lo que es un sistema eléctrico de - Potencia.	3
I.2)-----Requerimientos del sistema eléctri- co.	4
I.3)-----Control de Generación	7
CAPITULO II.-----MODELO MATEMATICO DEL GOVERNADOR. .	10
CAPITULO III.-----MODELO MATEMATICO DE LA TURBINA . .	22
CAPITULO IV.-----MODELO MATEMATICO DE LA PLANTA. . .	27
CAPITULO V.-----MODELO MATEMATICO TOTAL DEL SISTEMA	36
CAPITULO VI.-----EJEMPLOS DE APLICACION DEL MODELO - MATEMATICO DEL SISTEMA.	
VI.1)-----Caida de frecuencia estática. . . .	41
VI.2)-----Respuesta en el tiempo.	45
VI.2.1)--- $T_G = 0$ y $T_T = 0$	45
VI.2.2)--- $T_G = 0.09$ segs. y $T_T = 0.25$ segs.	47
CAPITULO VII.-----INTERPRETACION FISICA DE RESULTADOS	
VII.1)-----De la respuesta en el tiempo. . . .	61
VII.2)-----De la forma como se cubre la deman- da de carga	61
BIBLIOGRAFIA	65

INTRODUCCION

El presente trabajo ha sido desarrollado con el objeto de aplicar, aunque sea en pequeño grado las modernas teorías del control de sistemas y que aunadas a las herramientas matemáticas que se imparten a lo largo de nuestra preparación como profesionistas de la Ingeniería, nos permiten efectuar análisis tanto cuantitativos, como cualitativos a los diferentes sistemas que se nos presentan en nuestra vida como tales.

La aplicación en este caso, se hará para analizar el comportamiento de la frecuencia en un sistema eléctrico de potencia, cuando se presenta un incremento de carga de magnitud finita.

Así espero que se comprenda de una manera -- por demás teórica, como se comporta un sistema eléctrico en cuanto a su relación potencia-frecuencia y que de algún modo sirva, como base para la aplicación práctica de algunos conceptos deducidos de simples relaciones matemáticas.

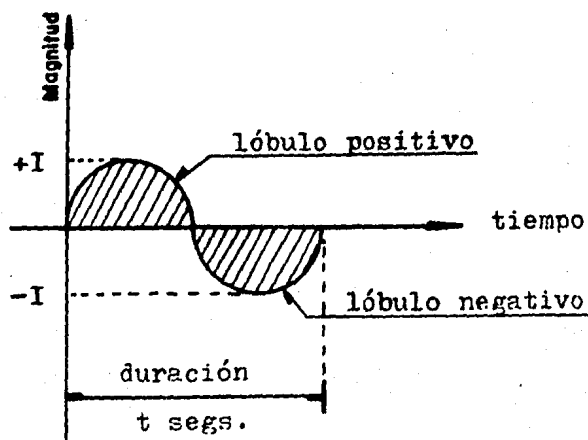
I.1) . - LO QUE ES UN SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA

Definiciones:

SISTEMA.- Un sistema es un conjunto de elementos ó componentes físicos conectados o relacionados entre sí, de tal manera que forman y/o actúan como una unidad dinámica completa, para desarrollar un propósito determinado. Siendo una unidad compleja formada por muchas partes -- frecuentemente diferentes entre sí y cuyo comportamiento individual afecta la totalidad del conjunto.

Los componentes y la unidad integrada, pueden representarse por medio de símbolos matemáticos homogéneos.

FRECUENCIA.- La frecuencia es característica de la corriente eléctrica alterna que es con la que se trabajará en los desarrollos posteriores y para definirla nos referimos a la siguiente figura:



En ella se observa en el eje de las abscisas el tiempo y en el de las ordenadas la magnitud, que puede ser positiva o negativa lo cual dará lugar a tener un lóbulo positivo y un lóbulo negativo., y la suma de ambos será un ciclo de corriente alterna, por tanto:

La frecuencia se define, como el número de ciclos que se generan por segundo de tiempo que llamaremos Hertz.

I.2) . - REQUERIMIENTOS DEL SISTEMA ELECTRICO.- De acuerdo a lo anterior un sistema eléctrico de potencia (o energía), esta destinado a producir (generar) energía eléctrica, que los consumidores (la carga) absorben. La figura No. 1 muestra, un sistema eléctrico de potencia aislado y sobre el cual se hará el estudio en los capítulos subsecuentes.

Un sistema de potencia de energía eléctrica, es el medio a través del cual se proporciona un servicio público de los de mayor exigencia, y los requerimientos que se demandan de este servicio, sin tomar en cuenta el tamaño y complejidad de este son:

- Continuidad
- Calidad
- Economía

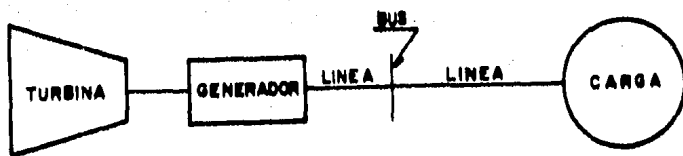


FIGURA N° 1

— SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA AISLADO

De estos tres el único que tiene relación directa con la frecuencia es la Calidad.

Calidad.- Se refiere a la magnitud permisible de variación de voltaje y de frecuencia.

En cuanto a la frecuencia de un sistema en estado estable, tiene el mismo valor en cualquier parte de éste, y en operación crítica puede reducirse junto con el voltaje. Existen cargas que son independientes de la frecuencia, sin embargo, ¿es necesario conservar la frecuencia constante e igual a su valor nominal?, lo siguiente es válido para cualquier sistema.

a).- La frecuencia es un índice de bondad de operación, esto significa que el operador esté pendiente de la igualdad carga-generación.

b).- Como todo el equipo está diseñado para operar a frecuencia nominal por tanto su máxima eficiencia la logran a esa frecuencia.

Entre éstos, están los aparatos auxiliares de la misma planta, tales como bombas de agua de alimentación a la caldera que trabajan lentamente a baja frecuencia, el sistema de lubricación de chumaceras, el sistema de agua enfriadora etc.

c).- La razón básica para operar a frecuencia nominal es que sirve de medio, para efectuar una operación económica correcta.

Sin embargo en cuanto a Economía también está relacionada la frecuencia según inciso (c) anterior.

Así que para un sistema eléctrico de potencia es muy importante el control de la frecuencia y mantenerla bajo cualquier circunstancia en determinado valor.

I.3) . - CONTROL DE GENERACION:- Para entender lo que se quiere decir con control de generación, es conveniente examinar las causas que producen un cambio de frecuencia ΔF , en un sistema de potencia eléctrico.

Conviene formar un modelo del sistema, que sea simple y que ignorando elasticidad, deformación etc. únicamente analice su comportamiento, como si fuera un sistema rígido.

Partiendo de su estado estable, en el que la frecuencia, o velocidad eléctrica es constante, que evidentemente resulta, de que la potencia de la carga P_C , es igual a la potencia de generación P_G .

$$P_C = P_G$$

Como:

$$P = Tw = TF$$

Donde:

T - es el par desarrollado

w - es la velocidad angular del sistema
 F - es la frecuencia del sistema

Como la frecuencia, además de ser constante, es la misma tanto en el punto de generación, como en cualquier lugar de la carga, esto es :

$$F_G = F_C$$

resulta que:

$$T_G = T_C$$

Esta es la ecuación básica de equilibrio. Si de improviso y sin producir impacto (o ignorándolo) aparece en el sistema una variación de carga ΔT_C , resulta:

$$T_G \neq T_C = T_C + \Delta T_C$$

Lo que da lugar a un par de aceleración T_a y consecuentemente a una aceleración α , cuyo valor será:

$$\alpha = \frac{\Delta T_C}{J}$$

En la que J es el momento de inercia del sistema.

Cuando esta aceleración es negativa entonces la velocidad del sistema decae al igual que la frecuencia y -- será necesario ejercer determinadas operaciones sobre algunos elementos que integran el sistema eléctrico de potencia para que se recobre ese estado de frecuencia nominal que se rá el asunto a tratar en los siguientes capítulos.

Para tal efecto se estudiarán y se obtendrán los modelos matemáticos de :

- a) El gobernador o regulador de velocidad (capítulo II).
- b) La turbina (capítulo III).
- c) La planta (capítulo IV) .

Que son los 3 elementos que intervendrán en el -- análisis del comportamiento de la frecuencia, en un siste -- ma eléctrico de potencia aislado (sin ningún amarre o conexión con cualquiera otro sistema) como el que muestra la -- figura No. 1 .

En el capítulo V se conjuntarán los modelos mate -- máticos mencionados para obtener un algoritmo o modelo mate -- mático total del sistema, el cual servirá para que en el ca -- pítulo VI con algunos valores característicos se ejemplifi -- que lo que sucede con la frecuencia cuando se presenta un -- aumento de carga finito esto es que se desequilibren la po -- tencia generada y la de carga .

Finalmente el capítulo VII contendrá las inter -- pretaciones físicas derivadas del capítulo VI .

Se dedica este capítulo a la obtención de un modelo matemático del gobernador o regulador de velocidad.- Este es un dispositivo individual, instalado junto a la turbina y sin ninguna conexión entre ellos.

La función del gobernador consiste en regular la velocidad de la máquina que controla, al actuar sobre los órganos de admisión cuando existe una diferencia entre el par resistente y el par motor.

De la gran variedad de gobernadores existentes se escogió para su estudio uno de tipo centrífugo de contrapesos cuyo funcionamiento se describe en seguida.

DESCRIPCION DEL FUNCIONAMIENTO DEL REGULADOR

Se hará referencia a la figura No. 2, la --- cual representa esquemáticamente un regulador de velocidad del tipo de contrapesos, desarrollado por Watt para las máquinas de vapor de pistones y que a grandes rasgos opera de la siguiente manera:

Las esferas o contrapesos giran en sincronismo con la turbina, ejerciendo una fuerza centrífuga sobre ellas, la cual es función de la velocidad de rotación. De esta manera las esferas se separan más o menos, venciendo la fuerza del resorte y hacen mover el punto B teniendo cada posición de éste un valor específico de frecuencia (o velocidad de la turbina). El movimiento del punto B ocasionará otro en el punto C y también en el punto D, este último controla el flujo de aceite en el amplificador hidráulico a través de la válvula piloto, éste a su vez moverá en la dirección conveniente el pistón principal, que actuará las válvulas de admisión de la turbina. Se puede apreciar que existe una sola posición de los émbolos del amplificador hidráulico, para la cual, la alimentación de aceite a alta presión al pistón principal queda interrumpida, y ésta corresponde a la velocidad nominal de la turbina y a la frecuencia nominal del sistema.

De acuerdo a la descripción anterior, el amplificador hidráulico tiene como entrada, la posición X_p de

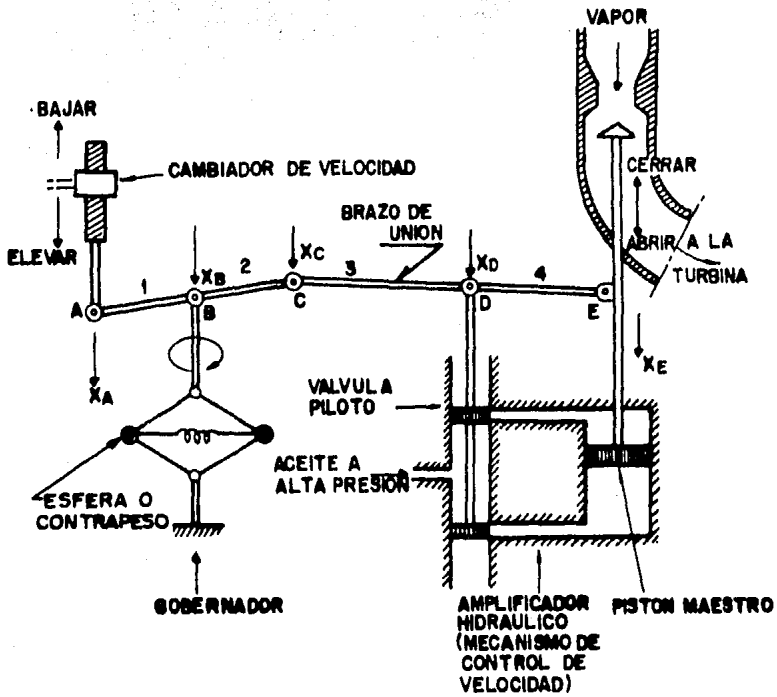


FIGURA N° 2

MECANISMO DE CONTROL DEL GOBERNADOR:— LOS BRAZOS DE UNION 1,2,3 y 4 ESTAN RIGIDAMENTE UNIDOS Y LOS PUNTOS DE UNION A,B,C,D y E, SON DE MOVIMIENTO LIBRE .

la válvula piloto y como salida de posición X_E del pistón principal. En realidad el fluido hidráulico a alta presión, ejerce solamente una fuerza diferencial pequeña sobre la válvula piloto. Así mismo se observa que, la posición de la válvula piloto, puede afectarse de tres formas diferentes - las cuales son:

1.- Moviendo la posición del punto A, o sea operando el cambiador de velocidad, esto es lo que algunos autores llaman la regulación secundaria, ya que permite mediante su utilización, regresar a su velocidad nominal a la turbina, después de que al haberse presentado una variación de carga se compense ésta, y este nuevo estado de equilibrio no tiene velocidad nominal.

2.- En forma indirecta, a través de la realimentación que representa el hecho de tener el punto B al brazo del pistón principal, lo cual hace más rápido y estable el regulador.

3.- En forma indirecta a través de la realimentación debida a cambios de posición del punto B resultado de variaciones de velocidad de la turbina, normalmente ocasionados por incrementos de carga.

El modelo matemático a desarrollar, se apli-

cará a pequeñas desviaciones alrededor de un estado estable constante inicial del sistema y estará caracterizado por:

a).- Una velocidad nominal y constante de la turbina, por lo cual la frecuencia será también constante - (f_0).

b).- La posición de la válvula de admisión de la turbina será única y tal que produzca el efecto mencionado en el inciso anterior, así como del inciso siguiente.

c).- La potencia de salida del generador también es constante (P_{G0}).

De acuerdo a lo mencionado anteriormente, refiriéndonos nuevamente a la figura No. 2 y dado que todos los movimientos de las uniones son pequeños, se tendrá la siguiente relación lineal:

$$\Delta x_B = K_1 \Delta x_A + K_2 \Delta x_C \quad . . . (1)$$

Ya que un incremento sea positivo o negativo en la unión B, causará un movimiento en igual sentido en las uniones A y C. De igual manera el movimiento en la unión C estará relacionado linealmente con las uniones D y E de la siguiente manera:

$$\Delta x_D = K_3 \Delta x_C + K_4 \Delta x_E \quad . . . (2)$$

Las constantes positivas K_1 y K_2 , son dependientes tanto de la longitud y material de fabricación de los brazos 1 y 2, así como de las constantes de proporcionalidad propias del cambiador de velocidad y del gobernador.- Las constantes positivas K_3 y K_4 , dependen unicamente de la longitud y material de que estan hechos los brazos 3 y 4. - En este desarrollo se han considerado positivos los incrementos ΔX_A , ΔX_B , ΔX_C , ΔX_D y ΔX_E en las direcciones indicadas en la figura No. 2.

El incremento ΔX_A , como se dijo anteriormente, es ocasionado por el movimiento del cambiador de velocidad lo cual originará un incremento de potencia ΔP_C , por tanto ΔX_A es proporcional a ΔP_C .

El incremento ΔX_B , se deberá a un movimiento de las esferas del gobernador y este es motivado por un cambio de velocidad en la turbina, reflejandose a la vez en un cambio de frecuencia Δf , así que ΔX_B será proporcional a Δf .

La ecuación (1) quedará ahora de la siguiente forma:

$$\Delta f = K_1 \Delta P_C + K_2 \Delta X_C \quad . . . (1')$$

El amplificador hidráulico de la figura No.2 puede ser modelado teniendo presente que es parte de un sis

tema hidráulico y por tanto para un fluido que circula por una tubería de sección A , la velocidad estará dada por:

$$v = \frac{Q}{A} \quad . . . (3)$$

Y derivando respecto al tiempo:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} \quad . . . (3')$$

Donde Q es el gasto.

La masa m de fluido en una longitud d de tubería es:

$$m = A \rho d \quad . . . (4)$$

Donde ρ es la densidad del fluido. La segunda ley de Newton, establece que:

$$f = m \frac{dv}{dt} \quad . . . (5)$$

Donde f será la fuerza ejercida por la presión del fluido en el área de la válvula piloto. La presión p esta definida como:

$$p = \frac{f}{A} \quad . . . (6)$$

de (3'), (4) y (6) en (5)

$$p = \frac{\rho_d}{A} \frac{dQ}{dt} \dots (5')$$

Integrando a (5') y despejando el gasto Q

$$Q = \frac{A}{\rho_d} \int p dt \dots (7)$$

Dependiendo del gasto Q que haya hacia el -- piston principal será el incremento ΔX_E , por consiguiente -- Q es proporcional a ΔX_E .

También de acuerdo a la presión del fluido p ejercido sobre la válvula piloto, se incrementará ΔX_D , por tanto p es proporcional a ΔX_D .

Tomando en cuenta lo anterior la ecuación -- (7) toma la forma siguiente:

$$\Delta X_E = K_5 \int (\Delta X_D) dt \dots (8)$$

Donde se ve que K_5 depende de la geometría -- cilíndrica del amplificador básicamente, y del tipo de flui -- do utilizado pues:

$$K_5 = \frac{A}{\rho_d} \dots (9)$$

Observando la figura No. 2 se nota que para un incremento positivo de ΔX_D , se causa un incremento negativo de ΔX_E así que se deberá introducir un signo negativo en la ecuación (8), ya que relaciona a las dos variables mencionadas.

$$\Delta X_E = K_5 \int (-\Delta X_D) dt \quad \dots (10)$$

De las ecuaciones (1') y (2)

$$\Delta X_D = (\Delta f - K_1 \Delta P_C) \frac{K_3}{K_2} + K_4 \Delta X_E \quad \dots (11)$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (11)

$$\Delta X_D(s) = [\Delta F(s) - K_1 \Delta P_C(s)] \frac{K_3}{K_2} + K_4 \Delta X_E(s) \dots (11')$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (10)

$$\Delta X_E(s) = - \frac{K_5}{s} \Delta X_D(s) \quad \dots$$

$$\Delta X_D(s) = - \frac{s}{K_5} \Delta X_E(s) \quad \dots (10')$$

Substituyendo (10') en (11') tenemos:

$$\Delta X_E(s) = \frac{K_1 K_3 / K_2 K_4}{\frac{s}{K_4 K_5} + 1} \left[\Delta P_C(s) - \frac{1}{K_1} \Delta F(s) \right] \quad \dots (11'')$$

$$\Delta X_E(s) = \frac{K_G}{1 + sT_G} \left[\Delta P_C(s) - \frac{1}{R} \Delta F(s) \right] \dots (12)$$

$$\Delta X_E(s) = G_G(s) \left[\Delta P_C(s) - \frac{1}{R} \Delta F(s) \right] \dots (13)$$

De las ecuaciones (11''), (12) y (13) y por comparación se definen los siguientes términos:

$$K_G = \frac{K_1 K_3}{K_2 K_4} \text{ .- Es la ganancia estática del mecanismo gobernador - velocidad}$$

$$T_G = \frac{1}{K_4 K_5} \text{ .- Es una constante de tiempo, que es la medida de velocidad de reacción del mecanismo.}$$

$$G_G(s) = \frac{K_G}{1 + sT_G} \text{ .- Es la función de transferencia del mecanismo gobernador - velocidad.}$$

$R = K_1$.- Es la "Regulación" de velocidad.

La figura No. 3 muestra en diagrama de bloques la ecuación (13) la cual describe el comportamiento del regulador de velocidad o gobernador.

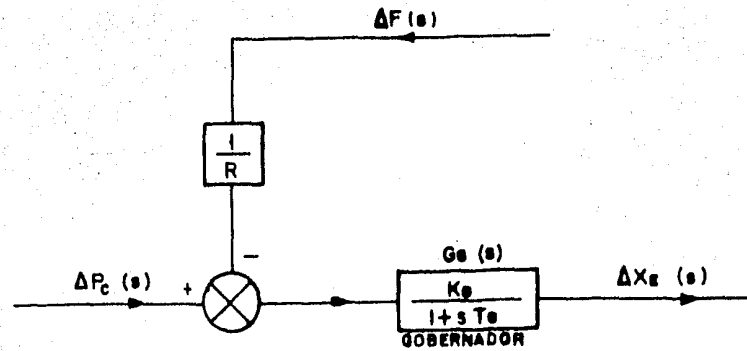


FIGURA N° 3

DIAGRAMA DE BLOQUES DE LA ECUACION QUE DESCRIBE EL
 FUNCIONAMIENTO DEL MECANISMO REGULADOR DE VELOCIDAD O
 GOBERNADOR

C A P I T U L O

I I I

M O D E L O M A T E M A T I C O

D E L A

T U R B I N A

Para continuar con el estudio de los componentes de nuestro sistema de la figura No. 1. La turbina será el objetivo de este capítulo, al hacerlo estableceremos una relación ideal y directa de la potencia de la turbina - como si fuera la potencia del generador, ya que prácticamente son iguales, excepción hecha de pequeñas pérdidas debidas a interacciones electromecánicas.

Un breve análisis de las relaciones matemáticas de una turbina de vapor sin ciclo de recalentamiento en la que se involucre el gasto (el cual depende de la posición X_E del pistón maestro del gobernador) y su correspondiente potencia de salida es la siguiente:

$$P_T = Y G \quad . . . (1)$$

Donde:

- P_T - Es la potencia de la turbina
- Y - Es el salto entálpico
- G - Es el gasto de vapor o gas

Se observa que la potencia P_T se incrementa si se incrementa el gasto G . El incremento del gasto G , dependerá de la posición del pistón maestro, que a su vez actúa la válvula de la turbina y todo esto significa un incremento ΔX_E . (ver figura No. 2).

Como manejaremos movimientos pequeños, por tanto un incremento de ΔG en la ecuación (1), ocasionará un incremento pequeño de ΔP_T .

Además ΔG es proporcional a ΔX_E y $\Delta P_T \doteq \Delta P_G$. De lo anterior y entendiendo que el nivel de voltaje del generador es constante y que las variaciones del torque de la turbina, son de tamaño pequeño, entonces un análisis incremental del tipo que hemos hecho para el gobernador nos dará la relación proporcional dinámica, entre ΔX_E y ΔP_G que requerimos. Habiéndose considerado también que se trata de una turbina de vapor no recalentado (ya que si fuera recalentado introduciría al modelo más constante aun) y esta será:

$$\Delta P_G(s) = G_T(s) \Delta X_E(s) \quad \dots (2)$$

Donde se incluyó la transformada de Laplace directamente.

Comparando la ecuación (1) y la (2) se nota que $G_T(s)$ se relaciona con el salto entálpico.

Al igual que en el modelo del gobernador:

$$G_T(s) = \frac{K_T}{1 + sT_T} \quad \text{Es la función de transferencia de la turbina.}$$

K_T - Es la ganancia de la turbina.

T_T - Es la constante de tiempo de respuesta de la turbina, (un valor práctico se encuentra en el rango de 0.2 a 2 segundos).

La figura No. 4, muestra en diagramas de bloques la ecuación (2), que es el modelo matemático de la turbina.

BIBLIOTECA CENTRAL

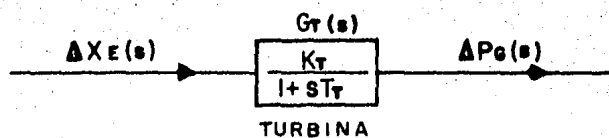


FIGURA N° 4

DIAGRAMA DE BLOQUE DE LA ECUACION QUE
DESCRIBE EL COMPORTAMIENTO DE LA TURBINA

El modelo matemático a desarrollar en este capítulo es el correspondiente a la planta. Entendiéndose como planta a la relación que guardan la carga y la generación dentro del sistema. Por tanto:

Consideremos que el sistema experimenta un cambio real de carga de magnitud.

$$\Delta P_D$$

Debido a las acciones ejecutadas sobre el control de la turbina, el sistema incrementa su salida en una cantidad.

$$\Delta P_G$$

La potencia neta excedente en el sistema es por lo tanto igual a:

$$\Delta P_G - \Delta P_D$$

La cual será absorbida por el sistema de dos maneras:

1.- Incrementando la energía cinética del sistema Kin en la razón.

$$\left(\frac{d}{dt}\right) W_{Kin}$$

2o. Por incremento en el consumo de carga, - cuya posibilidad inherente al sistema, de alcanzar un nuevo estado de equilibrio y que se expresa mediante un parámetro D , llamado coeficiente de amortiguamiento del sistema, que caracteriza la ley de variación de la carga eléctrica en -- función de la frecuencia.

$$D = \frac{\Delta P_D}{\Delta f}$$

Así visto lo anterior, podremos escribir el resultado matemático al experimentarse un cambio real de -- carga y será:

$$\Delta P_G - \Delta P_D = \frac{d}{dt} W_{Kin} + D \Delta f \quad \dots (1)$$

- El primer término del segundo miembro o sea el que contiene la energía cinética total del sistema varía con el cuadrado de la velocidad o frecuencia de acuerdo a -- la relación.

$$W_{Kin} = \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 W_{Kin}^0 \quad \dots (2)$$

Donde:

W_{Kin}^0 - Es la energía cinética del sistema medida a frec-

encia nominal.

f - Es la frecuencia instantanea del Sistema.

f_0 - Es la frecuencia nominal del Sistema.

Asi que:

$$f = f_0 + \Delta f \quad \dots (3)$$

de (3) en (2):

$$w_{Kin} = \left[\frac{f_0 + \Delta f}{f_0} \right]^2 w_{Kin}^o = \frac{f_0^2 + 2f_0 \Delta f + \Delta f^2}{f_0^2} w_{Kin}^o$$

Como Δf es pequeña Δf^2 lo será más por tanto - lo despreciaremos:

$$w_{Kin} = \frac{f_0^2 + 2f_0 \Delta f}{f_0^2} w_{Kin}^o = \left(1 + 2 \frac{\Delta f}{f_0} \right) w_{Kin}^o$$

Por tanto el primer término de la ecuación (1) - estará dado por:

$$\frac{d}{dt} w_{Kin} = \frac{d}{dt} \left(1 + 2 \frac{\Delta f}{f_0} \right) w_{Kin}^o$$

Finalmente:

$$\frac{d}{dt} W_{Kin} = \frac{2W_{Kin}^0}{f_0} \frac{d\Delta f}{dt} \dots (4)$$

El segundo término del segundo miembro de -- la ecuación (1) es obtenido a partir de la observación empírica del par resistente de la carga al ocurrir una variación de frecuencia en un sistema y lo cual nos conduce a la llamada característica de la carga, que se describe en la figura No. 5 y que nos da para la potencia.

$$D = \frac{\Delta P}{\Delta f}$$

$$\therefore \Delta P = D \Delta f$$

La ecuación (1) toma la configuración siguiente:

$$\Delta P_G - \Delta P_D = \frac{2W_{Kin}^0}{f_0} \frac{d\Delta f}{dt} + D \Delta f \dots (1')$$

Dividiendo (1') entre los Megawatts totales del sistema, la ecuación anterior queda:

$$\Delta P_G - \Delta P_D = \frac{2H}{f_0} \frac{d\Delta f}{dt} + D \Delta f \dots (5)$$

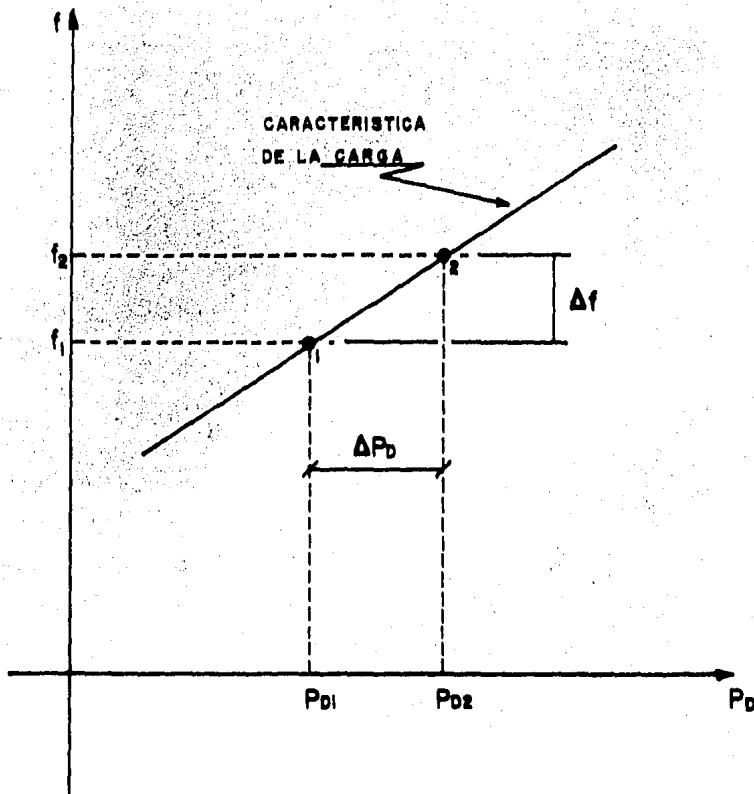


FIGURA N° 5

RECTA QUE SE OBTIENE AL VARIAR LA FRECUENCIA EN LA CARGA DE UN SISTEMA. — SE OBSERVA QUE SI AUMENTA LA FRECUENCIA, AUMENTA TAMBIEN LA POTENCIA DE LA CARGA Y VICEVERSA.

Las variables P y D están medidas ahora en -
por unidad de la potencia total del sistema.

y la cantidad
$$H = \frac{W_{Kin}^0}{Pt}$$

Es una constante de inercia, medida en segun
dos y tiene la propiedad que es independiente practicamente
del tamaño del sistema (los valores típicos de H son del --
rango de 2 a 8 segundos) y de la frecuencia.

Tomando la transformada de Laplace de la ---
ecuación (5) tenemos:

$$\Delta P_G(s) - \Delta P_D(s) = \frac{2H}{f_0} s \Delta F(s) + D \Delta F(s)$$

$$\Delta P_G(s) - \Delta P_D(s) = \Delta F(s) \left[\frac{2Hs}{f_0} + D \right] \dots (5')$$

Esta ecuación con el objeto de poder representar
la en diagrama de bloques adecuadamente, se pondrá en la -
siguiente forma.

$$\left[\Delta P_G(s) - \Delta P_D(s) \right] G_P(s) = \Delta F(s) \dots (6)$$

Igualando (5') y (6), tendremos que:

$$\frac{2Hs}{f_0} + D = \frac{1}{G_p}$$

$$\therefore G_p = \frac{1}{\frac{2Hs}{f_0} + D}$$

$$\frac{1}{\frac{2Hs}{f_0} + D} = \frac{1/D}{\frac{2Hs}{f_0 D} + 1}$$

Como:

$$G_p = \frac{K_p}{1 + sT_p}$$

Se definen los siguientes términos:

G_p .- Es la función de transferencia de la planta.

$K_p = \frac{1}{D}$.- Es la ganancia propia de la planta.

$T_p = \frac{2H}{Df_0}$.- Es la constante de tiempo de la planta.

La figura No. 6 representa en diagrama de bloques la ecuación (6) que es el modelo matemático de la planta.

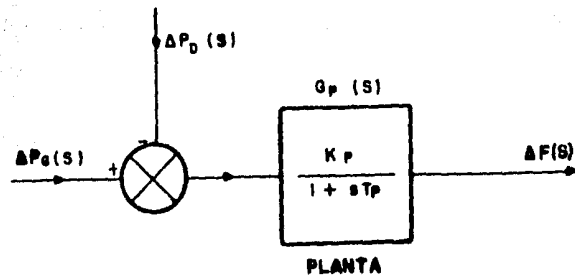


FIGURA N° 6

DIAGRAMA DE BLOQUES DE LA ECUACION QUE DESCRIBE EL COMPORTAMIENTO DE LA PLANTA DE UN SISTEMA.

C A P I T U L O

V

M O D E L O M A T E M A T I C O

T O T A L

D E L S I S T E M A

A partir de los modelos matemáticos del Gobernador, Turbina y Planta, se obtendrá un modelo matemático general o algoritmo al cual será llamado, "Modelo matemático de un sistema eléctrico de potencia aislado".

Por tanto como se irá comprendiendo a través del desarrollo matemático es la conjunción de los 3 modelos por medio de sus relaciones lo que dará nuestro modelo total. - Así tendremos:

De la ecuación (13) del capítulo II el modelo matemático del gobernador.

$$\Delta X_E(s) = G_G(s) \left[\Delta P_G(s) - \frac{1}{R} \Delta F(s) \right] \quad \dots (13-II)$$

De la ecuación (2) del capítulo III el modelo matemático de la Turbina.

$$\Delta P_G(s) = G_T(s) \Delta X_E(s) \quad \dots (2-III)$$

De la ecuación (6) del capítulo IV el modelo matemático de la planta.

$$\left[\Delta P_G(s) - \Delta P_D(s) \right] G_P(s) = \Delta F(s) \quad \dots (6-IV)$$

De (2-III) en (13-II)

$$\frac{\Delta P_G(s)}{G_T(s)} = G_G(s) \left[\Delta P_C(s) - \frac{1}{R} \Delta F(s) \right]$$

$$\Delta P_G(s) = G_G(s) G_T(s) \left[\Delta P_C(s) - \frac{1}{R} \Delta F(s) \right] \dots (1-V)$$

De (6-IV)

$$\Delta P_G(s) = \frac{\Delta F(s)}{G_D(s)} + \Delta P_D(s) \dots (2-V)$$

Iguando (2-V) con (1-V)

$$G_G(s) G_T(s) \left[\Delta P_C(s) - \frac{1}{R} \Delta F(s) \right] = \frac{\Delta F(s)}{G_D(s)} + \Delta P_D(s)$$

Finalmente tendremos que :

$$\Delta F(s) \left[1 + \frac{1}{R} G_D G_{GT}(s) \right] = G_D(s) \left[G_{GT}(s) \Delta P_C(s) - \Delta P_D(s) \right] \dots (3-V)$$

La ecuación (3-V) es el "modelo matemático - del sistema eléctrico de potencia aislado" y basados en éste ejemplificaremos lo que sucede con la frecuencia cuando existe un incremento de carga a partir de que el sistema se encuentra en estado estable.

La figura No. 7 representa en diagrama de bloques el modelo matemático o ecuación (3-V).

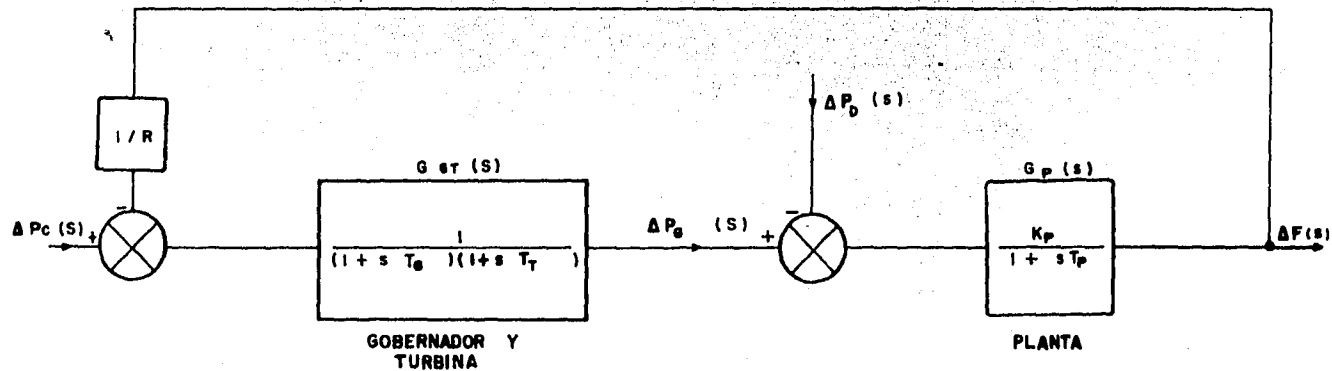


FIGURA N° 7

DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA AISLADO.— DONDE SE
 OBSERVA QUE ESTA CONSTITUIDO POR LA CONJUNCION DE LOS DIAGRAMAS DE BLOQUES DEL GOBERNADOR, DE
 LA TURBINA Y DE LA PLANTA.

Con el objeto de que el modelo matemático obtenido en el capítulo V, a partir de los modelos de los capítulos II, III y IV, tenga aplicación y a través de su análisis cuantitativo logremos inferencias o interpretaciones físicas que nos hagan comprender también cualitativamente que sucede con la frecuencia en un sistema eléctrico de potencia aislado en estado nominal estable, cuando se presenta un incremento de carga de magnitud finita se harán 3 ejemplos los cuales serán:

- 1) La Caída de Frecuencia Estática.
- 2) La Respuesta en el Tiempo con:
 - a) Las constantes de tiempo $T_G=0$ y $T_T=0$
 - b) Las constantes de tiempo $T_G=0.09$ segs. y $T_T=0.25$ segs.

Para los 3 ejemplos se considera que $\Delta P_G=0$ esto es que el cambiador de velocidad no tendrá intervención.

En base a esto se procede a calcular la:

VI.1) . - CAIDA DE FRECUENCIA ESTÁTICA

El incremento de carga será un escalón de magnitud ΔP_D por tanto:

$$\Delta P_D(s) = \frac{\Delta P_D}{s} \quad \dots (1)$$

De la ecuación (3-V) del capítulo anterior:

$$\Delta F(s) = \frac{G_p(s)}{1 + \frac{1}{R}G_G T(s)G_p(s)} [-\Delta P_D(s)] \dots (?)$$

Substituyendo la ecuación (1) en la (2) y aplicándole el teorema de valor final encontraremos la caída de frecuencia estática:

$$\begin{aligned} \Delta f_{est} &= \lim_{s \rightarrow 0} [s \Delta F(s)] = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[\frac{G_p(s)}{1 + \frac{1}{R}G_G T(s)G_p(s)} \left(-\frac{\Delta P_D}{s}\right) \right] = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \left[\frac{\frac{K_p}{1 + sT_p}}{1 + \frac{1}{R} \frac{K_G K_T K_p}{(1 + sT_G)(1 + sT_T)(1 + sT_p)}} \left(-\frac{\Delta P_D}{s}\right) \right] \\ &= \frac{-K_p}{1 + \frac{1}{R}K_G K_T K_p} \Delta P_D \dots (3) \end{aligned}$$

Un valor considerado adecuado y que nos simplificará los cálculos es:

$$K_G K_T \hat{=} 1$$

Substituyendo este valor en la ecuación (3) y dividiéndola entre K_p quedará:

$$\Delta f_{est} = \frac{-1}{\frac{1}{K_p} + \frac{1}{R}} \Delta P_D = \frac{-1}{D + \frac{1}{R}} \Delta P_D$$

En este momento se definirá el parametro β como:

$$\beta = D + \frac{1}{R}$$

Que es la llamada característica de la respuesta de frecuencia de área, por tanto la ecuación (3) tomará la forma.

$$\Delta f_{est} = \frac{-1}{\beta} \Delta P_D$$

Los siguientes datos se utilizarán en los 3 ejemplos.

Potencia total del sistema	$P_t = 2000$	MW
Potencia de la carga	$P_D = 1500$	MW
Frecuencia del sistema	$f = 60$	Hertz
Regulación	$R = 1.8$	Htz/puMW
Incremento de Potencia	$\Delta P = 12$	MW
Constante de inercia	$H = 4$	Segs.

Donde:

MW----Son Megawatts.

Htz---Son Hertz.

pu----Es la cantidad en por Unidad.

Calculo de D:

$$D = \frac{\Delta P_D}{\Delta f} = \frac{1500}{60} = 25 \text{ MW/Hz.}$$

$$D = \frac{25}{2000} = 0.0125 \text{ puMW/Hz.}$$

Calculo de β

$$\beta = 0.0125 + \frac{1}{1.8} = 0.57 \text{ puMW/Hz.}$$

La caída de frecuencia estática es:

$$\Delta P = \frac{12 \text{ MW}}{2000 \text{ MW}} = 0.006 \text{ puMW}$$

$$\Delta f_{\text{est.}} = \frac{-0.006}{0.57} = -0.0105623 \text{ Htz.}$$

Este valor es el que finalmente tomará como-decremento la frecuencia nominal estable del sistema, como-para dicha frecuencia son 60 hertz por tanto la frecuencia-para el nuevo estado será:

$$f = f_n - \Delta f_{\text{est.}} = 60 - 0.0105623 = \underline{\underline{59.9894380}} \text{ Htz.}$$

Este decremento se acota en la figura No. 10.

VI.2) . -

RESPUESTA EN EL TIEMPO

Si se toma la antitransformada de la ecuación (2) se llega a obtener la relación de frecuencia dinámica o de respuesta en el tiempo, la cual será utilizada en 2 ejemplos que con una variación en los valores de las constantes de tiempo de la Turbina y del Gobernador dará margen a tomar criterio en cuanto a la intervención de dichos parámetros en el comportamiento de la frecuencia. Para el primer caso:

VI.2.1) . - $T_G = 0$ y $T_T = 0$

Utilizando los mismos valores aplicados al cálculo de la caída de frecuencia estática.

- Cálculo de la ganancia $G_{GT}(s)$.

$$G_{GT}(s) = G_G(s)G_T(s) = \frac{K_G K_T}{(1+sT_G)(1+sT_T)} = \frac{1}{[1+s(0)][1+s(0)]} = 1$$

- Cálculo de la ganancia $G_p(s)$.

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1+sT_p} = \frac{1/D}{1+s \left[\frac{2H}{Df} \right]} = \frac{1/0.0125}{1+s \left[\frac{2 \times 4}{60 \times 0.0125} \right]} = \frac{7.5}{0.094+s}$$

Substituyendo en la ecuación (2)

$$\Delta F(s) = \frac{\frac{7.5}{0.094+s}}{1 + \left[\frac{1}{1.8} \right] \frac{7.5}{0.094+s}} (1) \left[\frac{-0.006}{s} \right] = \frac{-0.045}{s[4.26+s]} =$$

$$= -0.045 \left[\frac{1}{s(s+4.26)} \right]$$

$$\Delta F(s) = -0.045 \left[\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s+4.26} \right]$$

Tomando la función en s y desarrollando en fracciones parciales:

$$\Delta F(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s+4.26} = A + \frac{B}{s} + \frac{C}{s+4.26}$$

$A=0$ por ser grado num. \neq grado denominador.

$$B = s \Delta F(s) \Big|_{s=0} = \frac{1}{s+4.26} \Big|_{s=0} = \frac{1}{4.26}$$

$$C = (s+4.26) \Delta F(s) \Big|_{s=4.26} = \frac{1}{s} \Big|_{s=-4.26} = -\frac{1}{4.26}$$

$$\therefore \Delta F(s) = \frac{1/4.26}{s} + \frac{-1/4.26}{s+4.26} = \frac{1}{4.26} \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+4.26} \right]$$

$$\Delta F(s) = \frac{-0.045}{4.26} \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+4.26} \right]$$

Tomando la transformada inversa de $\Delta F(s)$

$$f(t) = 0.0105623 \left[1 - \exp^{-4.26t} \right] \dots (4)$$

En la figura No. 8 se indica la tabla y en la -

figura No. 10 la curva, (curva No. 1) que se obtienen de esta ecuación (4) para diferentes valores del tiempo t y se observa que esta última, es puramente exponencial.

Ahora como segundo ejemplo de Respuesta en el Tiempo se darán valores a las constantes T_G y T_T y se verá qué cambios arroja el resultado si es que existen estos. --
Así que:

VI.2.2).- $T_G = 0.09$ seg. y $T_T = 0.25$ seg.

- Cálculo de $G_{GT}(s)$

$$G_{GT}(s) = \frac{K_G K_T}{(1+sT_G)(1+sT_T)} = \frac{1}{[1+s(0.09)][1+s(0.25)]} =$$

$$= \frac{1}{0.0225s^2 + 0.34s + 1}$$

Y:

$$G_p(s) = \frac{7.5}{s + 0.094}$$

Substituyendo estos valores en la ecuación (2) - de este capítulo:

$$\begin{aligned} \Delta F(s) &= \frac{\frac{7.5}{s+0.094}}{1 + \frac{1}{1.8} \left[\frac{7.5}{s+0.094} \right] \left[\frac{1}{0.0225s^2 + 0.34s+1} \right]} \left[\frac{-0.006}{s} \right] = \\ &= \frac{7.5 (0.0225s^2 + 0.34s+1)}{s(0.0225s^3 + 0.342s^2 + 1.03s+4.26)} \left[\frac{-0.006}{s} \right] = \\ &= (-0.045) \frac{s^2 + 15.16s+45.45}{s(s^3 + 15.2s^2 + 45.78s+189.33)} \end{aligned}$$

- Cálculo de las raíces del numerador.

$$F_n(s) = s^2 + 15.16s + 45.45$$

donde: $a = 1$; $b = 15.16$ y $c = 45.45$

$$R_{I,II} = \frac{-15.16 \pm \sqrt{(15.16)^2 - 4(1)(45.45)}}{2(1)} = \frac{-15.16 \pm 6.93}{2}$$

$$\therefore R_I = 4.12 \qquad R_{II} = 11.05$$

- Cálculo de las raíces del denominador.

$$F_d(s) = s^3 + 15.2s^2 + 45.78s + 189.33$$

1	15.2	45.78	189.33	-12.777
1	2.423	14.82	0	

$$\therefore R_1 = 12.777 \quad \text{y} \quad F_d(s) = s^2 + 2.423s + 14.82$$

La ecuación queda ahora como:

$$\Delta F(s) = \frac{(s+4.12)(s+11.05)}{s(s+12.78)(s^2+2.42s+14.82)} (-0.045) \quad \dots (5)$$

Haciendo $\Delta F(s) = F_1(s) F_2(s)$ donde:

$$F_1(s) = \frac{s+4.12}{s(s+12.78)} \quad ; \quad F_2(s) = \frac{s+11.05}{s^2+2.42s+14.82}$$

Desarrollando en fracciones parciales a $F_1(s)$

$$F_1(s) = A + \frac{B}{s} + \frac{C}{s+12.78} \quad ;$$

Donde $A=0$ porque el grado denominador \neq grado numerador

$$B = sF_1(s) \Big|_{s=0} = \frac{s+4.12}{s+12.78} \Big|_{s=0} = \frac{4.12}{12.78} = 0.322$$

$$C = (s+12.78)F_1(s) \Big|_{s=-12.78} = \frac{s+4.12}{s} \Big|_{s=-12.78} =$$

$$= \frac{-12.78+4.12}{-12.78} = 0.678$$

$$F_1(s) = \frac{0.322}{s} + \frac{0.678}{s+12.78}$$

Cuya antitransformada es:

$$f_1(t) = 0.322 + 0.678 \exp^{-12.78t} \dots (6)$$

Para $F_2(s)$ podemos encontrar una forma equivalente con antitransformada conocida, como la siguiente:

$$\frac{s+a}{(s+a)^2 + w^2} = \frac{s+a}{s^2 + 2as + a^2 + w^2}$$

Comparandola con $F_2(s)$

$$\frac{s+11.05}{s^2 + 2.42s + 14.82} = \frac{s+a}{s^2 + 2as + a^2 + w^2}$$

$$a = \frac{2.42}{2} = 1.21 ; a^2 + w^2 = 14.82 ; w = \sqrt{14.82 - 1.21} = 3.66$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} F_2(s) &= \frac{s+1.21+9.84}{(s+1.21)^2 + 3.66^2} = \frac{s+1.21}{(s+1.21)^2 + (3.66)^2} + \\ &+ \frac{9.84}{(s+1.21)^2 + (3.66)^2} = \frac{s+1.21}{(s+1.21)^2 + (3.66)^2} + \\ &+ (2.69) \frac{3.66}{(s+1.21)^2 + (3.66)^2} \end{aligned}$$

Cuya antitransformada es :

$$f_2(t) = \exp^{-1.21t} \cos(3.66t) + 2.69 \exp^{-1.21t} \sin(3.66t) \dots (7)$$

Para encontrar la antitransformada de la función $\Delta F(s)$ de la ecuación (5) aplicaremos la propiedad siguiente:

$$\mathcal{L}^{-1}[\Delta F(s)] = \mathcal{L}^{-1}[F_1(s)F_2(s)] = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau = \int_0^t f_2(\tau) f_1(t-\tau) d\tau$$

Donde:

$$\Delta F(s) = F_1(s)F_2(s)$$

$$y \quad f_1(t) = \mathcal{L}^{-1}[F_1(s)] \quad y \quad f_2(t) = \mathcal{L}^{-1}[F_2(s)]$$

Substituyendo estas antitransformadas tendremos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}[\Delta F(s)] &= \mathcal{L}^{-1}[F_1(s)F_2(s)] = \int_0^t \left\{ \exp^{-1.21\tau} [\cos(3.66\tau) + 2.69\sin(3.66\tau)] \cdot \right. \\ &\left. \cdot [0.322 + 0.678 \exp^{-12.78(t-\tau)}] d\tau \right\} = \\ &= \int_0^t 0.322 \exp^{-1.21\tau} [\cos(3.66\tau) + 2.69\sin(3.66\tau)] d\tau + \\ &+ \int_0^t 0.678 \exp^{11.57\tau} \cdot \exp^{-12.78t} [\cos(3.66\tau) + 2.69\sin(3.66\tau)] d\tau + \dots (8) \end{aligned}$$

De la primera integral de (8)

$$\int_0^t 0.322 \exp^{-1.21T} [\cos(3.66T) + 2.69 \sin(3.66T)] dT =$$

$$= 0.322 \int_0^t \exp^{-1.21T} \cos(3.66T) dT + 0.322 \times 2.69 \int_0^t \exp^{-1.21T} \sin(3.66T) dT \dots (8-a)$$

De la primera integral de (8-a) y haciendo :

$$a = 1.21 \qquad w = 3.66$$

$$0.322 \int_0^t \exp^{-1.21T} \cos(3.66T) dT = \int_0^t 0.322 \exp^{-aT} \cos(wT) dT \dots (8-b)$$

Integrando por partes:

$$u = \exp^{-aT} ; \quad dv = \cos(wT) dT ; \quad v = \frac{1}{w} \sin(wT) ; \quad du = -a \exp^{-aT} dT$$

$$\int_0^t u dv = u v - \int_0^t v du$$

$$\int_0^t \exp^{-aT} \cos(wT) dT = \exp^{-aT} \left[\frac{1}{w} \sin(wT) \right] - \int_0^t \frac{1}{w} \sin(wT) (-a \exp^{-aT}) dT =$$

$$= \frac{1}{w} \exp^{-aT} \sin(wT) + \frac{a}{w} \int_0^t \exp^{-aT} \sin(wT) dT \dots (8-c)$$

De la integral de (8-c)

$$\int_0^t \exp^{-aT} \sin(wT) dT$$

Integrando por partes:

$$u = \exp^{-aT} ; \quad dv = \sin(wT) dT ; \quad v = -\frac{1}{w} \cos(wT) ; \quad du = -a \exp^{-aT} dT$$

$$\int_0^t \exp^{-aT} \sin(wT) dT = \exp^{-aT} \left(-\frac{1}{w} \cos(wT) \right) - \int_0^t \left[-\frac{1}{w} \cos(wT) \right] \left[-a \exp^{-aT} \right] dT =$$

$$= -\frac{1}{w} \exp^{-\sigma T} \cos(wT) - \frac{a}{w} \int_0^t \exp^{-\sigma T} \cos(wT) dT \quad \dots (8-d)$$

Substituyendo la ecuación (8-d) en la (8-c).

$$\int_0^t \exp^{-\sigma T} \cos(wT) dT = \frac{1}{w} \exp^{-\sigma T} \sin(wT) + \frac{a}{w} \left[-\frac{1}{w} \exp^{-\sigma T} \cos(wT) - \frac{a}{w} \int_0^t \exp^{-\sigma T} \cos(wT) dT \right] =$$

Reagrupando términos semejantes.

$$\left[1 + \frac{a^2}{w^2} \right] \int_0^t \exp^{-\sigma T} \cos(wT) dT = \left[\frac{1}{w} \exp^{-\sigma T} \sin(wT) - \frac{a}{w^2} \exp^{-\sigma T} \cos(wT) \right]_0^t$$

La ecuación (8-b) quedará:

$$0.322 \int_0^t \exp^{-\sigma T} \cos(wT) dT = 0.322 \left[\frac{w^2}{w^2 + a^2} \right] \frac{1}{w} \left\{ \exp^{-\sigma T} \left[\sin(wT) - \frac{a}{w} \cos(wT) \right] \right\}_0^t$$

Tomando límites:

$$\left\{ \exp^{-\sigma(t)} \left[\sin(w)(t) - \frac{a}{w} \cos(w)(t) \right] - \exp^{-\sigma(0)} \left[\sin(w)(0) - \frac{a}{w} \cos(w)(0) \right] \right\} =$$

$$= \left\{ \exp^{-\sigma t} \left[\sin(wt) - \frac{a}{w} \cos(wt) \right] - 1 \left[0 - \frac{a}{w} (1) \right] \right\}$$

Por tanto:

$$0.322 \int_0^t \exp^{-\sigma T} \cos(wT) dT = 0.322 \left[\frac{w}{w^2 + a^2} \right] \left\{ \exp^{-\sigma t} \left[\sin(wt) - \frac{a}{w} \cos(wt) \right] + \frac{a}{w} \right\}$$

Substituyendo los valores de a y w tendremos para la ec. (8-b)

$$0.322 \int_0^1 \exp^{-1.21T} \cos(3.66T) dT = 0.079 \exp^{-1.21} [\sin(3.66) - 0.331 \cos(3.66)] +$$

$$+ 0.026 \dots (8-e)$$

De la segunda integral de (8-a) y haciendo:

$$a = 1.21 \qquad w = 3.66$$

$$0.866 \int_0^1 \exp^{-1.21T} \sin(3.66T) dT = 0.866 \int_0^1 \exp^{-aT} \sin(wT) dT \dots (8-f)$$

Integrando por partes y procediendo como en la primera integral de la ecuación (8-a), donde:

$$u = \exp^{-aT} \quad dv = \sin(wT) dT \quad du = -a \exp^{-aT} dT \quad v = -\frac{1}{w} \cos(wT)$$

$$0.866 \int_0^1 \exp^{-aT} \sin(wT) dT = \frac{-0.866w}{w^2 + a^2} \left\{ \exp^{-aT} \left[\cos(wT) + \frac{a}{w} \sin(wT) \right] - 1 \right\}$$

Substituyendo los valores de a y w

$$0.866 \int_0^1 \exp^{-1.21T} \sin(3.66T) dT = -0.213 \exp^{-1.21} [\cos(3.66) + 0.331 \sin(3.66)] +$$

$$+ 0.213 \dots (8-g)$$

Ahora de la segunda integral de (8) se tiene:

$$0.678 \exp^{-12.79} \left\{ \int_0^1 \exp^{11.57T} \cos(3.66T) dT + 2.69 \int_0^1 \exp^{11.57T} \sin(3.66T) dT \right\} \dots (8-h)$$

Integrando por partes la primera integral de (8-h) y proce-

diendo como las anteriores integrales. Se llega a la siguiente solución.

$$0.678 \exp^{-12.78t} \int_0^t \exp^{11.57T} \cos(3.66T) dT = 0.017 \exp^{-12.1t} [\sin(3.66t) + 3.16 \cos(3.66t)] - 0.054 \exp^{-12.78t} \dots (8-i)$$

Igualmente para la segunda integral de (8-h)

$$2.69 \times 0.678 \exp^{-12.78t} \int_0^t \exp^{11.57T} \sin(3.66T) dT = 0.046 \exp^{-12.1t} [3.16 \sin(3.66t) - \cos(3.66t)] + 0.046 \exp^{-12.78t} \dots (8-j)$$

La suma de (8-e) y (8-g) es:

$$\begin{aligned} &+ 0.079 \exp^{-12.1t} [\sin(3.66t) - 0.331 \cos(3.66t)] + 0.026 \\ &- 0.213 \exp^{-12.1t} [0.331 \sin(3.66t) + \cos(3.66t)] + 0.213 \\ \hline &\exp^{-12.1t} [0.008 \sin(3.66t) - 0.239 \cos(3.66t)] + 0.239 \dots (I) \end{aligned}$$

La suma de (8-i) y (8-j) es:

$$\begin{aligned} &0.017 \exp^{-12.1t} [\sin(3.66t) + 3.16 \cos(3.66t)] - 0.054 \exp^{-12.78t} \\ &0.046 \exp^{-12.1t} [3.16 \sin(3.66t) - \cos(3.66t)] + 0.046 \exp^{-12.78t} \\ \hline &\exp^{-12.1t} [0.162 \sin(3.66t) + 0.008 \cos(3.66t)] - 0.008 \exp^{-12.78t} \dots (II) \end{aligned}$$

La suma de (I) y (II) multiplicada por el factor (-0.045) - que aparece en la ecuación (5) y que no fué considerado a lo largo del desarrollo será la ecuación en el tiempo que representa el comportamiento de la frecuencia y esta es :

$$f(t) = \exp^{-1.2t} \left[-0.008 \sin(3.66t) + 0.010 \cos(3.66t) \right] + 0.0004 \exp^{-12.7t} - 0.0106$$

En la figura No. 9 se indica la tabla y en la -- figura No. 10 la curva (curva No. 2) que se obtienen de esta ecuación para diferentes valores del tiempo t .

TERMINO TIEMPO	-0.01	$+0.01e^{-4.26t}$	f(t)
0	-0.01	+0.01	0
0.01	-0.01	+0.00958	-0.0004
0.02	-0.01	+0.00918	-0.0008
0.03	-0.01	+0.00879	-0.0012
0.04	-0.01	+0.00842	-0.0016
0.05	-0.01	+0.00807	-0.0019
0.06	-0.01	+0.00773	-0.0023
0.07	-0.01	+0.00741	-0.0026
0.08	-0.01	+0.00710	-0.0029
0.09	-0.01	+0.00680	-0.0032
0.10	-0.01	+0.00651	-0.0035
0.20	-0.01	+0.00424	-0.0058
0.30	-0.01	+0.00276	-0.0072
0.40	-0.01	+0.00180	-0.0082
0.50	-0.01	+0.00117	-0.0088
0.75	-0.01	+0.00040	-0.0096
1.00	-0.01	+0.00014	-0.0099
1.50	-0.01	+0.00002	-0.0100
2.00	-0.01	+ 0	-0.0100
3.00	-0.01	+ 0	-0.0100

FIGURA N° 8

TABLA DE VALORES OBTENIDA DEL PRIMER EJEMPLO
DE RESPUESTA EN EL TIEMPO (Ecuación 4, Capítulo VI)
PARA : $T_B = T_T = 0$.

TERMINO TIEMPO	$-1.21t$ e	$-0.008 \text{ Sen } 3.66t$	$0.010 \text{ Cos } 3.66t$	$+0.0004 e^{-12.78t}$	0.0106	$f(t)$
0	1	0	0.010	+0.0004		+0.0004
0.25	0.7390	-0.00555	+0.00610	+0.000012		-0.0096
0.50	0.5461	-0.00677	-0.00256	+0.000000		-0.0151
0.75	0.4035	-0.00270	-0.00922	0		-0.0148
1.00	0.2982	+0.00347	-0.00869	0		-0.0116
1.25	0.2204	+0.00693	-0.00137	0		-0.0088
1.50	0.1628	+0.00499	+0.00702	0		-0.0080
1.75	0.1203	-0.00085	+0.00993	0		-0.0089
2.00	0.0889	-0.00603	+0.00509	0		-0.0101
2.25	0.0657	-0.00650	-0.00372	0		-0.0107
2.40	0.0548	-0.00418	-0.00802	0		-0.0107
2.60	0.0430	+0.00064	-0.00996	0		-0.0104
2.75	0.0359	+0.00418	-0.00802	0		-0.0101
3.00	0.0265	+0.00700	-0.00016	0		-0.0098
3.50	0.0145	-0.00169	0.00970	0		-0.0099
4.00	0.0079	-0.00613	-0.00482	0		-0.0100

FIGURA N° 9

TABLA DE VALORES OBTENIDA DEL SEGUNDO EJEMPLO DE RESPUESTA EN EL TIEMPO
(Ecuación 9, Capítulo VI). — PARA: $T_0 = 0.09 \text{ segs}$ y $T_T = 0.25 \text{ segs}$.

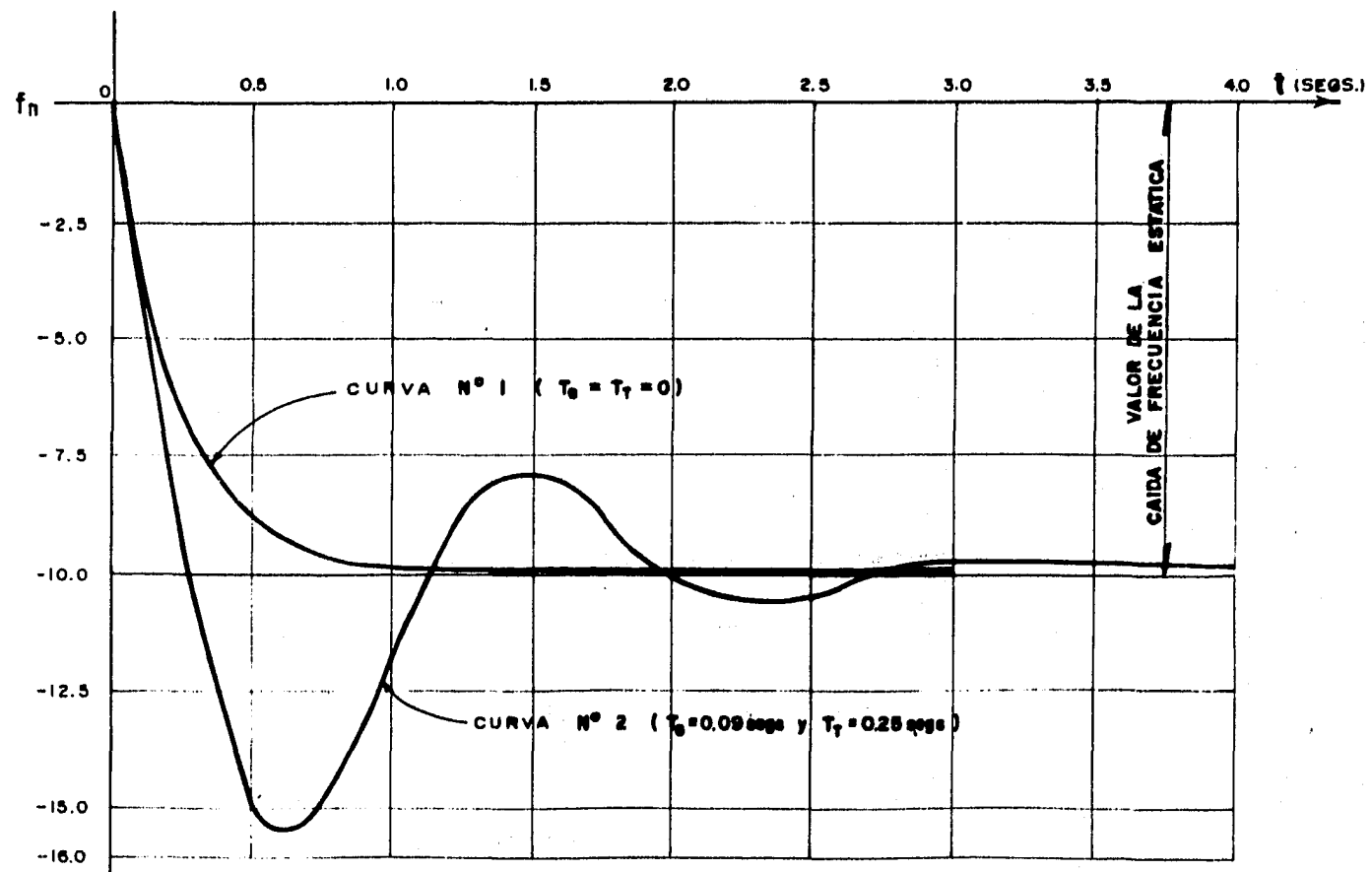


FIGURA N° 10

- CURVA N° 1.—TRAZADA CON DATOS DE LA TABLA DE LA FIGURA N° 8 .
- CURVA N° 2.—TRAZADA CON DATOS DE LA TABLA DE LA FIGURA N° 9 .

VII.1) . - DE LA RESPUESTA EN EL TIEMPO.

Con apoyo en la curva No. 1 de la figura No. 10, cuyos valores asentados en la tabla de la figura No. 8, fueron obtenidos de los datos del primer ejemplo de respuesta en el tiempo, para $T_G = 0$ y $T_T = 0$, esto es considerando únicamente la constante de tiempo de la planta. Se observa que es una curva exponencial pura, teniendo como asíntota o valor final práctico el de la caída de frecuencia estática.

Igualmente de la curva No. 2, figura No. 10, de valores asentados en la tabla de la figura No. 9, obtenidos del segundo ejemplo de respuesta en el tiempo, para $T_G = 0.09$ seg. y $T_T = 0.25$ seg. Se observa que ésta, está compuesta de senos y cosenos amortiguados.

De la inspección de ambas curvas y con base en el cambio de datos de las constantes de tiempo de gobernador y turbina, se concluye que las oscilaciones (alrededor del valor de caída de frecuencia estática) son ocasionados por éstas, ya que se suman sus retrasos en cuanto a la velocidad de respuesta, dando ese resultado.

VII.2) . - DE LA FORMA COMO SE CUBRE LA DEMANDA DE CARGA.

También de los ejemplos del capítulo anterior, donde como dato de incremento de carga era igual a 12 MW y puesto que este aumento se considera repentino y dado que el gobernador tarda un cierto tiempo en detectarlo y más aún en procesar esta señal para "ordenar" abrir las válvu--

las de la turbina, sumandose a esto el tiempo de respuesta de la misma turbina. Por tanto mientras sucede lo descrito, para que el generador pueda aumentar su potencia y cubrir la demanda, es necesario tomar potencia de alguna parte, -- ya que sin que el generador haya incrementado su potencia, -- sin embargo los usuarios que operaron el switch han visto -- cubierta su demanda.

Es entonces cuando la energía almacenada en las masas rotatorias de las máquinas, absorben el incremento -- de carga de 12 MW, disminuyendo esa energía en esta cantidad y como está relacionada con la velocidad, ésta disminui rá también.

Dado que se decrementa la velocidad de las máquinas, la válvula del generador es movida en el sentido de incrementar la potencia de salida, debido al mecanismo descrito en el capítulo II y por consiguiente el generador incrementa su potencia.

Puesto que la velocidad decrece, la frecuencia -- también lo hace y la carga "inicial" de 1500 MW, en este caso decrece también debido a su característica amortiguadora según la recta del comportamiento frecuencia-potencia de la figura No. 5 donde se comprende que si la frecuencia disminuye la carga también lo hace, en la razón:

$$D = \frac{1500 \text{ (MW)}}{60 \text{ (Hertz)}} = 25 \frac{\text{MW}}{\text{Htz.}}$$

Esto nos induce a considerar que, menos potencia se requiere generar en la turbina por el carácter amortigua

dor de la carga.

Así que la demanda incrementada de 12 MW estará compuesta de 3 partes. Las cuales serán:

- 1o. De la energía cinética almacenada en las masas rotatorias de las máquinas.
- 2o. Incremento en la generación.
- 3o. Disminución propia de la carga debido a su característica amortiguadora.

En los primeros instantes del incremento de carga los dos últimos componentes son cero y como la velocidad decrece, por tanto la energía cinética será consumida en una razón decreciente.

Después de un tiempo determinado la velocidad -- tendrá un valor constante y menor al que tenía en el estado estable anterior y la energía cinética tendrá un valor constante también y menor al anterior del incremento de carga - de 12 MW. En este momento la carga incrementada empieza a - ser cubierta por las 2 últimas componentes y según cálculos serán aportados de la siguiente manera:

Para el incremento de generación tenemos la fórmula:

$$\Delta P_{G2} = \frac{\Delta f_{est.}}{R} = \frac{0.0105623}{1.8} = 0.005868 \quad \text{puMW}$$

que es igual a:

$$\Delta P_{G2} = 0.005868 \text{ puMW} \times 2000 \text{ MW} = 11.736 \text{ MW}$$

$$\therefore \Delta P_{G2} = 11.736 \text{ MW}$$

Como la carga inicial de 1500 MW decrece en la razón de $D = 25 \text{ MW/Hertz}$, la frecuencia cae en -----
0.0105623 Htz. por tanto "aportará":

$$\Delta f_{\text{est}} \times D = \Delta P_{D3} \quad ; \quad \Delta P_{D3} = 0.0105623(25) = 0.264 \text{ MW}$$

$$\therefore \Delta P_{D3} = 0.264 \text{ MW}$$

Se nota que la suma de los 2 últimos componentes hacen los 12 MW de incremento de carga.

$$\Delta P_{G2} + \Delta P_{D3} =$$

$$= 11.736 \text{ MW} + 0.264 \text{ MW} = 12.00 \text{ MW}$$

Y la mayor contribución corresponde al incremento de la generación.

B I B L I O G R A F I A . ----

- Electric energy systems and introduction.
Olle I. Elgerd.
Mc. Graw Hill, 1972.
- Redes eléctricas, III parte.
Jacinto Viqueira Landa.
Representaciones y Servicios de Ingeniería, S. A., 1973.
- Teoría de sistemas y circuitos.
Victor Gerez Greiser y
M. A. Murray Lasso.
Representaciones y Servicios de Ingeniería, S. A., 1972.
- Retroalimentación y sistemas de control.
Joseph J. Distefano, III.
Allen R. Stubberud.
Ivan J. Williams.
Mc. Graw Hill, 1972.
- Cálculo diferencial e integral.
Frank Ayres jr.
Mc. Graw Hill, 1971.
- Operación de sistemas de potencia eléctrica.
Salvador Cisneros Chávez.
Comisión Federal de Electricidad, 1978.
- Estaciones transformadoras y de distribución
Gaudencio Zoppetti Júdez.
Gustavo Gili, 1972.