



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

28

42

**ANALISIS COMPARATIVO DE PROCEDIMIENTOS EN  
EL DISEÑO DE VERTEDORES CON CANAL LATERAL,  
Y RESULTADOS OBTENIDOS EN UN MODELO  
REDUCIDO**

**TESIS PROFESIONAL  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A :  
ALFONSO ALFREDO CAMACHO CASTILLO**

**Director de Tesis. Profesor:  
ING. FRANCISCO TORRES HERRERA**

**CIUDAD UNIVERSITARIA,**

**1983**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# I N D I C E

	<u>PAGINA</u>
INTRODUCCION	1
CAPITULO 1	TEORIA E HIPOTESIS 3
CAPITULO 2	OBTENCION DE LA ECUACION DIFERENCIAL CON PARAMETROS ADIMENSIONALES 8
2.1	CANALES CON PENDIENTE ( $S \neq 0$ ) 8
2.1.1	<i>Canal de Sección Trapecial</i> 8
2.1.2	<i>Canal de Sección Rectangular</i> 10
2.1.3	<i>Canal de Sección Triangular</i> 12
2.1.4	<i>Obtención de la Ecuación Diferencial para los Canales de Sección Rectangular y Trian gular, partiendo de la Ecuación para un Ca nal de Sección Trapecial</i> 14
2.1.5	<i>Discusión del Punto Singular</i> 15
2.1.6	<i>Región de Flujo Lento y Región de Flujo Rá pido</i> 16
2.2	CANALES SIN PENDIENTE ( $S = 0$ ) 21
2.2.1	<i>Canal de Sección Trapecial</i> 21
2.2.2	<i>Canal de Sección Rectangular</i> 23
2.2.3	<i>Canal de Sección Triangular</i> 24
2.2.4	<i>Obtención de la Ecuación Diferencial para los Canales de Sección Rectangular y Trian gular, partiendo de la Ecuación para un Ca nal de Sección Trapecial</i> 25
CAPITULO 3	ANALISIS DEL FLUJO QUE SE PRESENTA EN LOS CANALES LATERALES A GASTO CRECIENTE 30
3.1	CAMBIOS QUE PUEDEN OCURRIR EN EL REGIMEN - DEL FLUJO EN UN CANAL 30

3.2	INFLUENCIA QUE EXISTE EN EL FLUJO CON LA - COLOCACION DE UN ESCALÓN AGUAS ABAJO DEL - CANAL COLECTOR	35
3.2.1	<i>Influencia del Escalón en la Determinación del Perfil del Agua</i>	35
3.2.2	<i>Cambios que se Producen en el Flujo al Va- riar el Gasto en el Canal Colector</i>	39
3.3	ANALISIS DE LA FRICCIÓN	44
CAPITULO 4	INTEGRACION DE LA ECUACION DIFERENCIAL QUE DESCRIBE EL FLUJO EN UN CANAL LATERAL	47
4.1	CONDICIONES DE FRONTERA	47
4.1.1	<i>Cálculo del Tirante Inicial <math>Y_i</math></i>	47
4.2	METODO DE INTEGRACION NUMERICA	50
4.2.1	<i>Método de Integración de Euler Mejorado</i>	50
4.2.2	<i>Gráficas Logarítmicas de las Curvas Integra- les</i>	52
CAPITULO 5	DISEÑO DE VERTEDORES CON CANAL LATERAL	65
5.1	DISEÑO OPTIMO	65
5.1.1	<i>Discusión de la Optimización del Diseño</i>	65
5.1.2	<i>Solución Posible</i>	67
5.1.3	<i>Optimización del Diseño</i>	73
5.1.4	<i>Variación de la Función de Costo <math>F(c)</math> , con Respecto al Angulo de los Taludes - <math>\omega_1</math> y <math>\omega_2</math></i>	73
5.1.5	<i>Variación de la Función de Costo <math>F(c)</math> , Respecto a la Pendiente <math>S</math></i>	75
5.1.6	<i>Variación de la Función de Costo <math>F(c)</math> , Respecto al Ancho de Plantilla <math>b</math></i>	75
5.1.7	<i>Método para la Determinación de la Solu- ción Optima</i>	78
5.2	PROCEDIMIENTO GRAFICO DE DISEÑO	81
5.2.1	<i>Explicación del Método Gráfico de Diseño</i>	81
5.2.2	<i>Ejemplos de Diseño</i>	82

PAGINA

5.3	PROCEDIMIENTO DE DISEÑO MEDIANTE EL USO DE UN PROGRAMA PARA COMPUTADORA	93
5.3.1	Explicación del Programa que Diseña Vertedores con Canal Lateral	93
5.3.2	Ejemplo de Diseño	109
5.3.3	Mediciones en un Modelo Reducido	111
CAPITULO 6	METODOS TRADICIONALES DE DISEÑO DE VERTEDORES CON CANAL LATERAL	117
6.1	METODO PROPUESTO POR EL BUREAU OF RECLAMATION	117
6.1.1	Ejemplo de Diseño	118
6.2	METODO PROPUESTO POR C. VIPARELLI	122
6.2.1	Diseño del Vertedor de la Presa "Nefapa", Oax.	132
6.3	METODO PROPUESTO POR J. HINDS	141
6.3.1	Diseño del Vertedor de la Presa "Guadalupe", Méx.	144
CAPITULO 7	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	149
7.1	ANALISIS DE LOS METODOS TRADICIONALES DE DISEÑO, USANDO COMO CRITERIO DE COMPARACION, EL PROPUESTO POR R. GUARGA F.	149
7.1.1	Análisis del Método propuesto por el Bureau of Reclamation	150
7.1.2	Análisis del Método propuesto por C. Viparelli	154
7.1.3.	Análisis del Método propuesto por J. Hinds	158
7.2	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PARA EL DISEÑO DE VERTEDORES CON CANAL LATERAL	162

## I N T R O D U C C I O N

El flujo en canales a superficie abierta y con incremento en la -- descarga, han sido objeto de numerosos trabajos de investigación, tales -- como los realizados por J. HINDS (1926), T. CAMP (1940), G. DE MARCHI -- (1941), DE CITRINI (1942), G.H. KEULEGAN (1944), W. LI (1955), U. MAIONE - (1963), B. VEN (1970), C. VIPARELLI (1975) y R. GUARGA F. (1977). Ejem- plo de este tipo de flujos, es el que se presenta en vertedores con canal lateral en presas, el flujo en canales colectores de tanques de tratamien- to de aguas negras y el flujo en canales que evacúan el agua de lluvia y - que la reciben a lo largo de su recorrido.

El vertedor con canal lateral es una obra de excedencias de pre--- sas, que se utiliza cuando existe poco espacio para alojar otro tipo de es tructura vertedora, que de construirse, resultarla muy cara. El cimacio - está colocado a lo largo y aproximadamente paralelo al canal colector. El agua que es vertida por el cimacio, se descarga al canal colector aproxima damente en ángulo recto, desde el inicio aguas arriba, hasta el final --- aguas abajo. El flujo del canal colector puede ser entregado a un canal - abierto, a un conducto cerrado o a un túnel.

Sin duda, el flujo en un canal lateral fue matemáticamente bien in- terpretado por J. Hinds. El aplicó la ecuación del impulso y la cantidad de movimiento para llegar a la deducción de la ecuación diferencial que - representa el escurrimiento en el canal colector.

Existe otro fenómeno que se presenta dentro del flujo en el canal colector y fue observado por C. VIPARELLI. Se trata de la sobre elevación que se forma en el talud opuesto al cimacio, debido a que el agua entra en forma normal al canal colector, afectando el escurrimiento a lo largo de - él.

Las observaciones hechas por C. Viparelli son correctas; El aplicó la ecuación del impulso y la cantidad de movimiento a una sección normal al eje del canal colector, para obtener de esta forma el valor de dicha sobre- elevación. En el capítulo 4 se presentan los resultados del desarrollo ma- temático que fue utilizado por él.

El desarrollo teórico y experimental elaborado por el Ing. R. GUAR- GA F. en el laboratorio de Modelos Hidráulicos de la S.A.R.H. sobre verte--

dores con canal lateral, fue presentado en el Congreso Latinoamericano de Hidráulica con sede en la Ciudad de Guadalajara, y más tarde, en el Congreso Mundial de Hidráulica celebrado en la Ciudad de México en 1979. En dicho trabajo, llegó a la formulación de una ecuación diferencial adimensional de carácter general, que describe el fenómeno del flujo en un canal lateral. También planteó el diseño desde el punto de vista económico.

Este trabajo está dividido en siete capítulos; en el primero se presentan las hipótesis simplificadoras y el desarrollo matemático para llegar a la ecuación diferencial que describe el flujo en un canal colector. Del capítulo 2 al 5 se presenta el desarrollo del trabajo elaborado por R. Guarga F., así como unos ejemplos de aplicación con el criterio elaborado por él. En el capítulo 6 se presentan los procedimientos de diseño recomendados por el Bureau of reclamation, C. Viparelli y J. Hinds. Los métodos de diseño se presentan en forma cronológica descendente. Finalmente, el capítulo 7 se refiere a las conclusiones y recomendaciones en cuanto al procedimiento de diseño más apropiado.

## CAPITULO

## No. 1

TEORIA E HIPOTESIS

Para la deducción matemática del fenómeno que representa al escurrimiento en un canal lateral a gasto creciente, se aplicará la ecuación del impulso y la cantidad de movimiento. Debido a que las pérdidas en el canal son inciertas, no será aplicable la ecuación de la energía.

Las hipótesis que se hacen para la deducción matemática del fenómeno son las siguientes :

- 1) El flujo es unidireccional,
- 2) El flujo es estacionario,
- 3) El ancho de la plantilla del canal, la pendiente y el gasto unitario, - son constantes.
- 4) La distribución de presiones en una sección cualquiera, es hidrostática,
- 5) La pendiente del canal es lo suficientemente pequeña, para desprestigiar la diferencia entre el tirante medido verticalmente, y el medido perpendicular al fondo.
- 6) La distribución de velocidades en una sección cualquiera del canal es - constante y uniforme.
- 7) La cantidad de movimiento en la dirección del eje del canal, aportada - por el gasto que se incorpora transversalmente es nula.
- 8) La fricción es despreciable.
- 9) Los efectos de inclusión de aire son despreciables.

Más adelante se verá el cumplimiento de estas hipótesis.

## NOTACION

- $x$  Abscisa de una sección transversal, medida según el eje del canal.  
 $q$  Gasto que entra al canal por unidad de longitud (gasto unitario) .  
 $x_1$  Abscisa de la sección donde se inicia el aporte de gasto al canal.  
 $x_2$  Abscisa de la sección donde finaliza el aporte de gasto al canal.  
 $Q$  Gasto que circula por el canal, en la sección de abscisas  $x$  .  
 $V$  Velocidad media del flujo en la sección de abscisa  $x$  .



- $y$  Tirante del agua en la sección de abscisa  $x$ .  
 $b$  Ancho de la plantilla del canal (constante).  
 $S$  Pendiente de la plantilla del canal (constante).  
 $M$  Cantidad de movimiento.  
 $w$  Peso volumétrico del fluido.  
 $P$  Fuerza resultante debido a la presión.  
 $dA$  Diferencial de área.  
 $W$  Peso del fluido.  
 $F_f$  Fuerza debida a la acción de la fricción.  
 $S_f$  Pendiente de la línea de energía.  
 $g$  Aceleración de la gravedad.

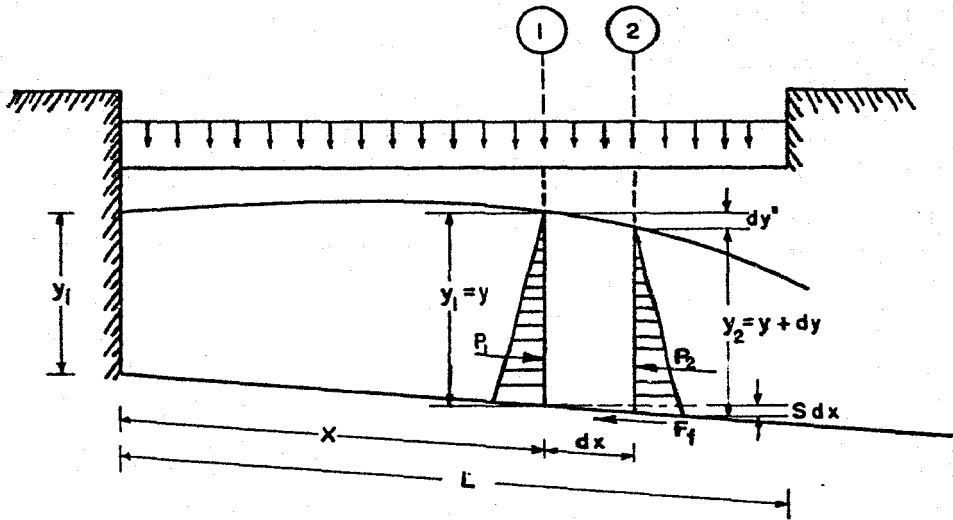


FIG. 1-1

## DEDUCCION

De la figura 1-1 se tiene:

Cantidad de movimiento en la sección (1).

$$M_1 = \frac{w}{g} QV \quad (1.1)$$

Cantidad de movimiento en la sección (2).

$$M_2 = \frac{w}{g} (Q + dQ)(V + dV) \quad (1.2)$$

Cambio en la cantidad de movimiento entre las secciones (1) y (2).

$$M_2 - M_1 = \frac{w}{g} (QdV + (V + dV)dQ) \quad (1.3)$$

La componente del peso en la dirección del flujo.

$$S = \text{sen } \theta$$

$$W \text{ sen } \theta = w S \left( A + \frac{dA}{2} \right) dx = w S A dx \quad (1.4)$$

La pérdida por fricción entre las secciones (1) y (2), es:

$$h_f = S_f dx \quad (1.5)$$

Las pérdidas por fricción pueden calcularse mediante la fórmula de Manning.

$$S_f = \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}} = \frac{n^2 Q^2}{A^2 R^{4/3}} \quad (1.6)$$

La fuerza de fricción en las paredes del canal es equivalente al peso volu métrico multiplicado por el área promedio y por la pérdida de carga entre las secciones (1) y (2).

$$F_f = w \left( A + \frac{dA}{2} \right) S_f dx = w A S_f dx \quad (1.7)$$

Fuerza resultante debido a la presión en la sección (1).

$$P_1 = w A \bar{Z} \quad (1.8)$$

Donde  $\bar{Z}$ , es la profundidad del centroide del área  $A$ , respecto a la superficie del agua.

Fuerza resultante debido a la presión en la sección (2).

$$P_2 = w(\bar{z} + dy)A + \frac{w}{2}dAdy \quad (1.9)$$

$\frac{w}{2}dAdy$  se desprecia

Diferencia de las fuerzas debidas a la presión, entre las secciones (1) y (2).

$$P_1 - P_2 = -wAdy \quad (1.10)$$

Finalmente, el cambio en la cantidad de movimiento producido por la acción de las fuerzas aplicadas sobre el volumen de control, entre las secciones (1) y (2).

$$P_1 - P_2 + W \operatorname{sen} \theta - F_f = \frac{w}{g}(QdV + (V + dV)dQ) \quad (1.11)$$

$dQdV$  se desprecia

$$-wAdy + wSAdx - wS_f dx = \frac{w}{g}(QdV + VdQ)$$

$$Ady = A(S - S_f)dx - \frac{1}{g}(QdV + VdQ)$$

Dividiendo entre A ; se tiene:

$$Q = VA$$

$$dy = (S - S_f)dx - \frac{Q}{gA}(dV + \frac{dQ}{A}) \quad (1.12)$$

$$V + dV = \frac{Q + dQ}{A + dA}$$

$$dV = \frac{Q + dQ}{A + dA} - V \quad (1.13)$$

Sustituyendo (1.13) en la (1.12) y simplificando.

$$dy = -\frac{Q}{gA} \left( \frac{2AdQ - QdA + dQdA}{A^2 + AdA} \right) + (S - S_f)dx \quad (1.14)$$

Despreciando los términos  $dQdA$ ,  $AdA$  y dividiendo entre  $dx$ .

$$dA = Bdy$$

$$dQ = qdx$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{Q}{gAdx} \left( \frac{2Aqdx - QBdy}{A^2} \right) + S - S_f \quad (1.15)$$

Sustituyendo  $Q = qx$  en (1.15) y factorizando.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S - S_f - \frac{2q^2 x}{g A^2}}{1 - \frac{q^2 x^2 B}{g A^3}} \quad (1.16)$$

La ecuación diferencial (1.16) describe el fenómeno del flujo en un canal lateral con incremento en la descarga.

En la ecuación diferencial (1.16), existe un punto singular para el cual no está definida la derivada. También se le conoce como punto de silla, debido a que por él pasan dos curvas integrales con diferentes valores de sus pendientes.

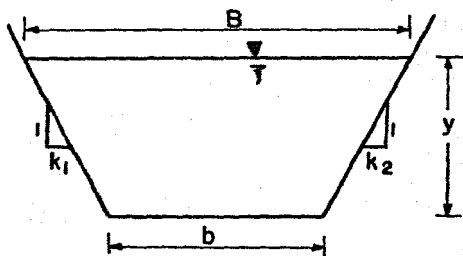
Las coordenadas del punto singular se obtendrán de eliminar tanto numerador como denominador, tal como se presenta en el capítulo 2.

## CAPITULO

No. 2

OBTENCION DE LA ECUACION DIFERENCIAL CON PARAMETROS ADIMENSIONALES2.1 CANALES CON PENDIENTE ( $S \neq 0$ )

## 2.1.1 Canal de Sección Trapecial



$$k = (k_1 + k_2) / 2$$

$$B = b + 2ky$$

$$A = (b + ky)y$$

Sustituyendo en la ecuación (1.16) y despreciando la fricción, se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S - \frac{2 q^2 x}{g(b + ky)^2 y^2}}{1 - \frac{q^2 x^2 (b + 2ky)}{g(b + ky)^3 y^3}} \quad (2.1)$$

Para encontrar el punto singular de la ecuación diferencial (2.1), se anulará tanto numerador como denominador. Anulando en numerador

$$x = \frac{S (b + ky)^2 y^2 g}{2 q^2} \quad (2.2)$$

Anulando el denominador.

$$x = \frac{g^{1/2} (b + ky)^{3/2} y^{3/2}}{q (b + 2ky)^{1/2}} \quad (2.3)$$

Sustituyendo (2.2) en (2.3).

$$y(b + ky)(b + 2ky) = \frac{4q^2}{gS^2} \quad (2.4)$$

Haciendo  $\eta = \frac{ky}{b}$  y sustituyendo en (2.4).

$$\eta(1 + \eta)(1 + 2\eta) = \frac{4q^2 k}{gS^2 b^3} \quad (2.5)$$

Haciendo  $m = \frac{4q^2 k}{gS^2 b^3}$  y sustituyendo en (2.5).

$$2\eta^3 + 3\eta^2 + \eta - m = 0 \quad (2.6)$$

Aplicando la regla de los signos de Descartes a la ecuación (2.6).

$F(+\eta)$  existe una variación de signo, es decir, existe una raíz positiva.

$F(-\eta)$  existen dos variaciones de signo, es decir, dos raíces negativas.

Por lo tanto, llamando  $\eta_0$  a la raíz positiva que resulta de resolver la ecuación (2.6).

La ordenada del punto singular es:

$$y_0 = \frac{\eta_0 b}{k} \quad (2.7)$$

Sustituyendo la ecuación (2.7) en la (2.2) y simplificando:

$$x_0 = \frac{2y_0}{S} \frac{(1 + \eta_0)}{(1 + 2\eta_0)} \quad (2.8)$$

Las coordenadas del punto singular estan representadas por las ecuaciones (2.7) y (2.8).

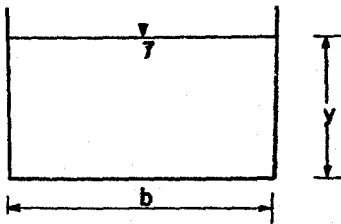
Se procede a hacer adimensional la ecuación (2.1) con el siguiente cambio de variables,  $x = x_0 X$  e  $y = y_0 Y$ . Sustituyendo en (2.1) y simplificando, se tiene :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2(1 + \eta_0)}{(1 + 2\eta_0)} \frac{1 - \left(\frac{1 + \eta_0}{1 + \eta_0 Y}\right)^2 \frac{X}{Y^2}}{1 - \left(\frac{1 + 2\eta_0}{1 + 2\eta_0 Y}\right) \left(\frac{1 + \eta_0}{1 + \eta_0 Y}\right)^3 \frac{X^2}{Y^3}} \quad (2.9)$$

Que es la ecuación adimensional para el flujo en un canal de sección trapecial. Esta ecuación no es integrable directamente, por lo tanto, para resolverla se usará el método numérico descrito en el capítulo 4. En la figura 2-1 se muestran las curvas integrales de la ecuación diferencial (2.9).

### 2.1.2 Canal de Sección Rectangular

Tomando como referencia la ecuación (1.16) y despreciando la fricción, para un canal de sección rectangular se tiene :



$$A = by$$

$$\frac{dy}{dx} = S \frac{1 - \frac{2q^2 x}{gb^2 y^2}}{1 - \frac{q^2 x^2}{gb^2 y^3}} \quad (2.10)$$

Para encontrar el punto singular de la ecuación diferencial (2.10) se anulará tanto numerador como denominador.

Anulando el numerador..

$$x = \frac{gb^2y^2S}{2q^2} \quad (2.11)$$

Anulando el denominador..

$$x^2 = \frac{gb^2y^3}{q^2} \quad (2.12)$$

Sustituyendo (2.11) en (2.12) y simplificando..

$$y_0 = \frac{4q^2}{gb^2S^2} \quad (2.13)$$

Sustituyendo (2.13) en (2.11), se tiene:

$$x_0 = \frac{8q^2}{gb^2S^3} \quad (2.14)$$

Por lo tanto, las coordenadas del punto singular están representadas por las ecuaciones (2.13) y (2.14).

Haciendo el siguiente cambio de variables  $x = x_0X$  e  $y = y_0Y$ , se sustituye en la ecuación (2.10) para hacerla adimensional.

Simplificando, se tiene:

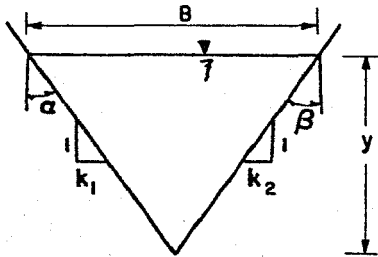
$$\frac{dY}{dX} = 2 \frac{1 - \frac{X}{Y^2}}{1 - \frac{X^2}{Y^3}} \quad (2.15)$$

Que es la ecuación diferencial adimensional para un canal de sección rectangular. esta ecuación diferencial no es integrable directamente, por lo tanto, debe usarse el método numérico que se verá más adelante (Capítulo 4). Las curvas integrales de la ecuación (2.15) se muestran en la figura 2-2.



### 2.1.3 Canal de Sección Triangular

Tomando como referencia la ecuación (1.16) y despreciando la fricción, para un canal de sección triangular se tiene:



$$b_1 = y \tan \alpha$$

$$b_2 = y \tan \beta$$

$$\frac{b_1 + b_2}{2} = \frac{y(\tan \alpha + \tan \beta)}{2}$$

$$\delta = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{2}$$

$$B = 2\delta y$$

$$A = \delta y^2$$

Sustituyendo en (1.16).

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S - \frac{2q^2 x}{g\delta^2 y^4}}{1 - \frac{2q^2 x^2}{g\delta^2 y^5}} \quad (2.16)$$

Para encontrar el punto singular de la ecuación diferencial (2.16), se anula tanto numerador como denominador.  
Anulando el numerador.

$$x = \frac{g\delta^2 y^4}{2q^2} \quad (2.17)$$

Anulando el denominador.

$$x^2 = \frac{g\delta^2 y^5}{2q^2} \quad (2.18)$$

Sustituyendo la ecuación (2.18) en la (2.19) y simplificando.

$$y_0 = \left( \frac{2q^2}{gS^2\delta^2} \right)^{1/3} \quad (2.19)$$

Sustituyendo (2.19) en (2.17), se tiene:

$$x_0 = \left( \frac{2q^2}{g\delta^2 S^5} \right)^{1/3} \quad (2.20)$$

Las coordenadas del punto singular están representadas por las --- ecuaciones (2.19) y (2.20).

Se procede a hacer adimensional la ecuación diferencial (2.17) con el siguiente cambio de variables;  $X = \frac{x}{x_0}$  e  $Y = \frac{y}{y_0}$ . Sustituyendo y haciendo las simplificaciones, se tiene:

$$\frac{dY}{dX} = \frac{1 - \frac{X}{Y^4}}{1 - \frac{X^2}{Y^5}} \quad (2.21)$$

Que es la ecuación diferencial adimensional para un canal de sección triangular. Esta ecuación no es integrable directamente, por lo tanto, se debe utilizar el método numérico que se describe en el Capítulo 4. Las curvas integrales de la ecuación (2.21) aparecen en la figura 2-3.

2.1.4. Obtención de la Ecuación Diferencial para los casos de Canales de Sección Rectangular y Triangular, partiendo de la Ecuación para un Canal de Sección Trapecial.

La ecuación diferencial que describe el flujo en canales de sección trapecial, es la ecuación general para canales prismáticos. Se le llama ecuación general, pues a partir de ella, se obtienen las ecuaciones para los canales de sección rectangular y triangular, es decir son casos particulares. El parámetro  $\eta_0$  es el que indica el tipo de canal prismático, que puede ser trapecial, rectangular o triangular.

De la ecuación general (2.9), sacando el límite cuando  $\eta_0 \rightarrow 0$  se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2(1 + \eta_0)}{(1 + 2\eta_0)} \frac{1 - \left(\frac{1 + \eta_0}{1 + \eta_0 y}\right)^2 \frac{x}{y^2}}{1 - \left(\frac{1 + 2\eta_0 y}{1 + 2\eta_0}\right) \left(\frac{1 + \eta_0}{1 + \eta_0 y}\right)^3 \frac{x^2}{y^3}} \quad (2.9)$$

$$\frac{dy}{dx} = 2 \frac{1 - \frac{x}{y^2}}{1 - \frac{x^2}{y^3}}$$

Que corresponde a la ecuación diferencial (2.15) deducida anteriormente para un canal de sección rectangular.

De la ecuación general (2.9), sacando el límite cuando  $\eta_0 \rightarrow \infty$  se obtiene una indeterminación, por lo tanto, se divide todo por  $\eta_0$ .

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2 \left(\frac{1}{\eta_0} + 1\right)}{\left(\frac{1}{\eta_0} + 2\right)} \frac{1 - \left(\frac{\frac{1}{\eta_0} + 1}{\frac{1}{\eta_0} + y}\right)^2 \frac{x}{y^2}}{1 - \left(\frac{\frac{1}{\eta_0} + 2y}{\frac{1}{\eta_0} + 2}\right) \left(\frac{\frac{1}{\eta_0} + 1}{\frac{1}{\eta_0} + y}\right)^3 \frac{x^2}{y^3}}$$

$$\eta_0 \rightarrow \infty$$

Sacando el límite

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \frac{x}{y^4}}{1 - \frac{x^2}{y^5}}$$

Que corresponde a la ecuación (2.21), deducida anteriormente para un canal de sección triangular.

### 2.1.5 Discusión del Punto Singular

En la ecuación diferencial con parámetros adimensionales (2.9), el punto singular tiene como coordenadas  $X = 1$ ,  $Y = 1$ . A continuación se hace una discusión del punto singular, para determinar los valores de las tangentes a las dos curvas que pasan por él.

Haciendo el siguiente cambio de variables:

$$X = 1 + \epsilon \approx 1 \text{ e } Y = 1 + \delta \approx 1$$

$$\frac{dY}{dX} = \frac{\delta}{\epsilon} = \Omega$$

Sustituyendo en la ecuación (2.9) y simplificando, se tiene:

$$3 \Omega^2 - 2\Omega \left( 1 + 2 \frac{1 + \eta_0}{1 + 2\eta_0} \right) + 2 \frac{1 + \eta_0}{1 + 2\eta_0} = 0$$

Esta ecuación es de segundo grado en  $\Omega$ , por lo tanto, tendrá dos raíces reales, que son los valores de las pendientes de las tangentes a las curvas en el punto singular.

A continuación se presenta en la Tabla (1) para el parámetro  $\eta_0$ , los respectivos valores de las pendientes a las curvas que pasan por el punto  $X = 1$  e  $Y = 1$ .

TABLA No. 1

$n_0$	$\Omega_1$	$\Omega_2$
0	$1 + 1/\sqrt{3}$	$1 - 1/\sqrt{3}$
0.3	1.348242	0.401758
1	1.178395	0.377161
2	1.104518	0.362149
5	1.046441	0.347498
12	1.020196	0.339804
30	1.008230	0.336032
100	1.002491	0.334159
$\infty$	1.000000	0.333333

### 2.1.6 Región de Flujo Lento y Región de Flujo Rápido

La región de flujo lento y la región de flujo rápido, están divididas por la curva de régimen crítico. En esta curva se cumple que el número de Froude es igual a uno. A continuación se obtendrá la ecuación de dicha curva, para el sistema de coordenadas  $x$  e  $y$ .

$$F_n = \frac{v^2}{gD}$$

$$D = \frac{A}{B}$$

$$A = (b + ky)y$$

$$B = b + 2ky$$

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$Q = qx$$

$$F_n = \frac{q^2 x^2 (b + 2ky)}{g(b + ky)^3 y^3} \quad (2.22)$$

Haciendo el siguiente cambio de variables;  $x = Xx_0$  e  $y = Yy_0$ .  
Sustituyendo en la ecuación (2.22).

$$F_{\kappa} = \frac{q^2 x_0^2 X^2 b (1 + 2\eta_0 V)}{g b^3 (1 + \eta_0 V)^3 y_0^3} \quad (2.23)$$

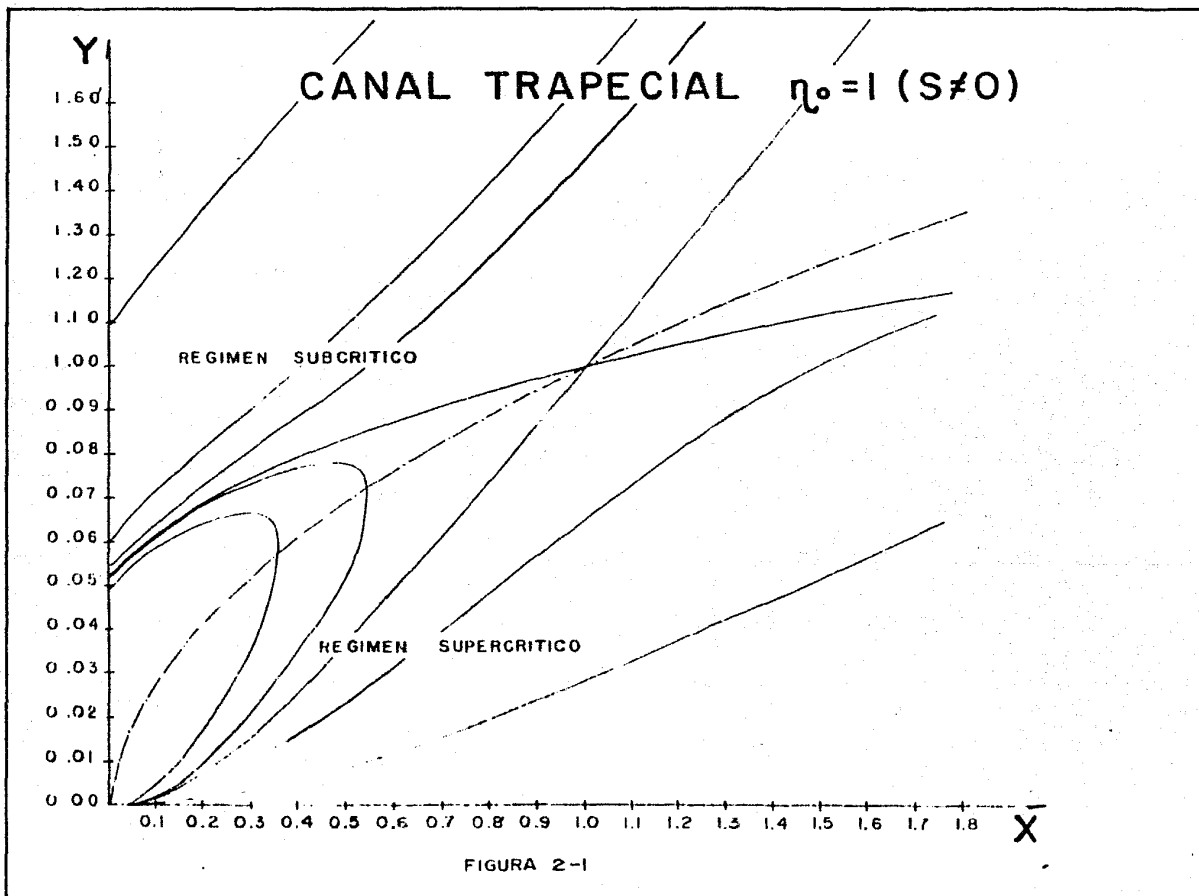
De las ecuaciones para las coordenadas del punto singular (2.19) y (2.20), se tiene:

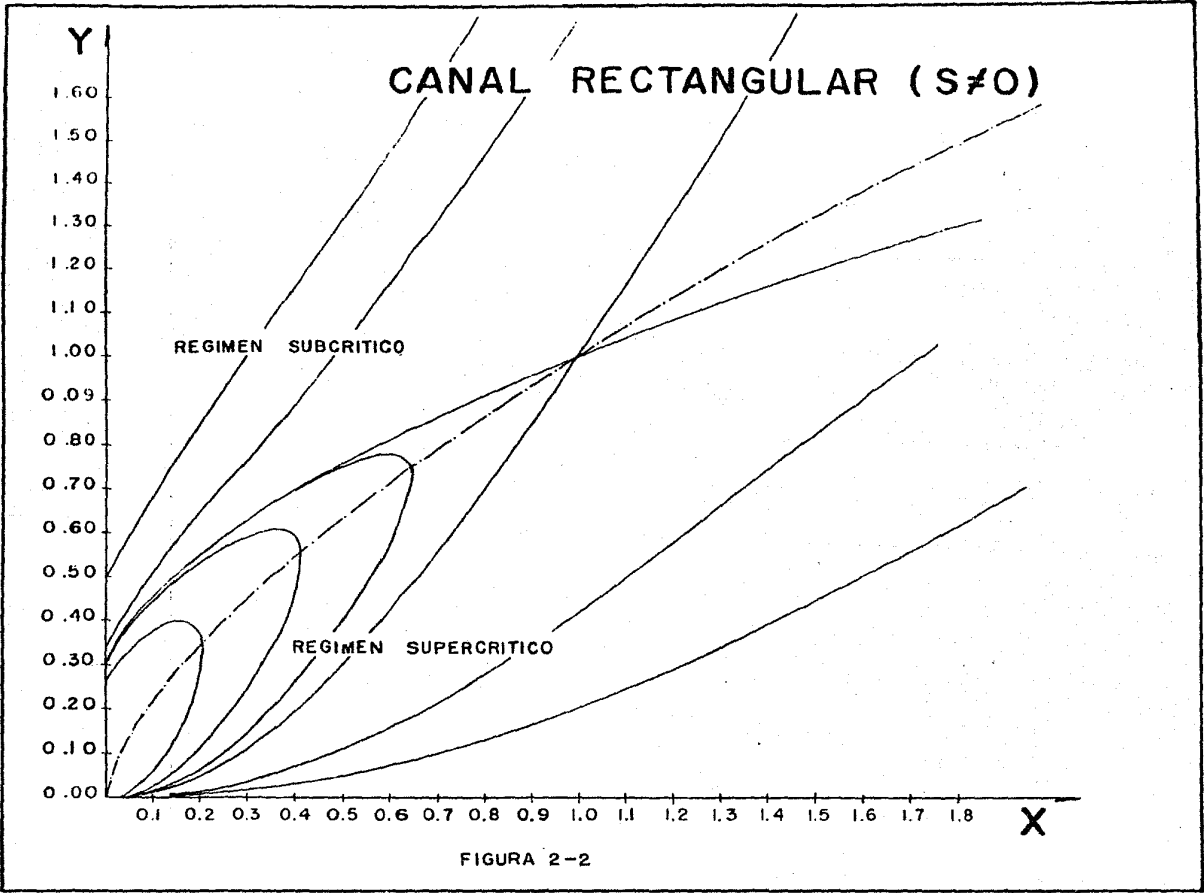
$$\frac{x_0}{y_0} = \frac{2(1 + \eta_0)}{S(1 + 2\eta_0)} \quad (2.24)$$

Sustituyendo (2.24) en la ecuación (2.23) y simplificando se llega a:

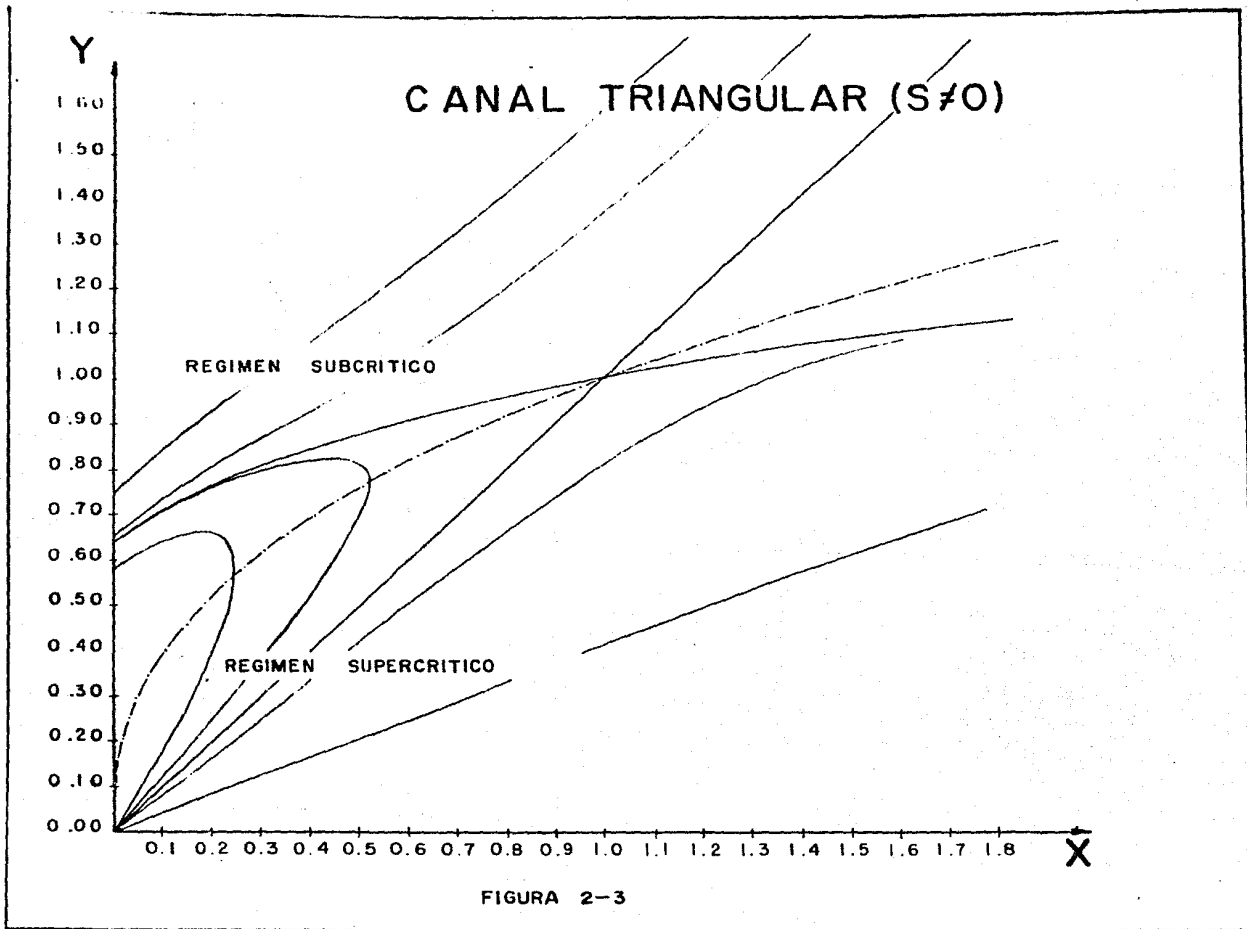
$$X = y^{3/2} \left( \frac{1 + \eta_0 V}{1 + \eta_0} \right)^{3/2} \left( \frac{1 + 2\eta_0}{1 + 2\eta_0 V} \right)^{1/2} \quad (2.25)$$

La ecuación (2.25) representa la curva de régimen crítico (ver figuras 2-1, 2-2 y 2-3). Por encima de esta curva  $F_{\kappa} < 1$  (el flujo es lento), y por abajo de ella  $F_{\kappa} > 1$  (el flujo es rápido). En cualquier punto sobre la curva,  $F_{\kappa} = 1$  (el flujo es crítico).









2.2 CANA S SIN PENDIENTE ( $S = 0$ )2.2.1 Cu  $\ell$  de Sección Trapecial

De la ecuación general (1.16) y despreciando la fricción, para el flujo en un canal con  $S = 0$ , se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{2q^2x}{g(b+ky)^2y^2}}{\frac{q^2x^2(b+2ky)}{g(b+ky)^3y^3} - 1} \quad (2.26)$$

Anulando el denominador de la ecuación (2.26) y haciendo  $\eta = \frac{y}{b}$  e  $x = y$ , se tiene:

$$q^2bx^2(1+2\eta) = gb^3(1+\eta)^3y^3$$

Simplificando y factorizando.

$$\frac{(1+\eta)^3\eta}{(1+2\eta)} = \frac{q^2k}{gb^3} \quad (2.27)$$

Haciendo  $N = \frac{q^2k}{gb^3}$  y sustituyendo en (2.27), se tiene:

$$N = \frac{(1+\eta)^3\eta}{(1+2\eta)} \quad (2.28)$$

se le llamará  $\eta_0$  a la raíz máxima positiva de la ecuación (2.28).

$$x_0 = y_0 = \frac{\eta_0 b}{k}$$

Con el siguiente cambio de variables;  $x = Xx_0$  e  $y = Yy_0$ . Sustituyendo en la ecuación (2.26) y simplificando.

$$\frac{dY}{dX} = \frac{2(1+\eta_0)}{(1+2\eta_0)} \frac{\left(\frac{1+\eta_0}{1+\eta_0 Y}\right)^2 \frac{X}{Y^2}}{\left(\frac{1+2\eta_0 Y}{1+2\eta_0}\right) \left(\frac{1+\eta_0}{1+\eta_0 Y}\right)^3 \frac{X^2}{Y^3} - 1} \quad (2.29)$$

Que es la ecuación diferencial adimensional para un canal de sección trapecial y pendiente nula. Esta ecuación, a diferencia de la (2.9), es integrable directamente y su solución es la siguiente :

Para integrarla, se verá si es una ecuación diferencial exacta.

$$MdX + NdY = 0$$

$$M = \frac{2(1 + \eta_0)}{(1 + 2\eta_0)} \left( \frac{1 + \eta_0}{1 + \eta_0 Y} \right)^2 \frac{X}{Y^2}$$

$$N = 1 - \left( \frac{1 + 2\eta_0 Y}{1 + 2\eta_0} \right) \left( \frac{1 + \eta_0}{1 + \eta_0 Y} \right)^3 \frac{X^2}{Y^3}$$

$$\frac{dM}{dY} = - \frac{2}{(1 + 2\eta_0)} \left( \frac{1 + \eta_0}{1 + \eta_0 Y} \right)^3 \left[ 2\eta_0 + \frac{2(1 + \eta_0 Y)}{Y} \right] \frac{X}{Y^2}$$

$$\frac{dN}{dX} = - \frac{2(1 + 2\eta_0 Y)}{(1 + 2\eta_0)} \left( \frac{1 + \eta_0}{1 + \eta_0 Y} \right)^3 \frac{X}{Y^3}$$

como  $\frac{dM}{dY} \neq \frac{dN}{dX}$ , no es ecuación diferencial exacta, por lo tanto, se verá si tiene factor integrante que sea función de  $Y$ .

$$\frac{\ln u}{dY} = \frac{\frac{dN}{dX} - \frac{dM}{dY}}{M}$$

$$\frac{\ln u}{dY} = \frac{1 + 2\eta_0 Y}{(1 + \eta_0 Y) Y} ; \text{ si es función de } Y$$

El factor integrante es  $u(Y) = (1 + \eta_0 Y) Y$ . Se multiplica la ecuación diferencial (2.29) por  $u(Y)$ , para hacerla exacta.

$$M u(Y) dX + N u(Y) dY = 0$$

Para solucionar dicha ecuación, se procede a integrar como sigue :

$$M u(Y) dx + g(Y)$$

$$\frac{2(1 + \eta_a)^3}{(1 + 2\eta_0)} \frac{X dx}{(1 + \eta_0 Y) Y} + g(Y)$$

$$F(X, Y, \eta_0) = \frac{(1 + \eta_0)^3 X^2}{(1 + 2\eta_0)(1 + \eta_0 Y) Y} + g(Y)$$

Puesto que  $\frac{dF}{dY} = N u(Y)$

$$\frac{dF}{dY} = - \frac{(1 + \eta_0)^3 X^2}{(1 + 2\eta_0)} \left[ \frac{\eta_0}{(1 + \eta_0 Y)^2 Y} + \frac{1}{(1 + \eta_0 Y) Y^2} \right] + g'(Y)$$

Iguando y simplificando

$$g'(Y) = (1 + \eta_0 Y) Y$$

$$g(Y) = \left( \frac{1}{2} + \frac{\eta_0 Y}{3} \right) Y^2 + C$$

Por lo tanto, la solución de la ecuación diferencial [2.29] es :

$$\frac{(1 + \eta_0)^3 X^2}{(1 + 2\eta_0)(1 + \eta_0 Y) Y} + \left( \frac{1}{2} + \frac{\eta_0 Y}{3} \right) Y^2 = C$$

En la figura 2-4 se muestran las curvas integrales de la ecuación [2.29] .

### 2.2.2 Canal de Sección Rectangular

De la ecuación general [1.16] y despreciando la fricción para el flujo en un canal lateral de sección rectangular y pendiente nula ( $S = 0$ ), se tiene :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{2q^2x}{gb^2y^2}}{\frac{q^2x^2}{gb^2y^3} - 1} \quad (2.30)$$

Haciendo  $x_0 = y_0 = \frac{q^2}{gb^2}$ , con el siguiente cambio de variables:  
 $x = Xx_0$  e  $y = Yy_0$ . Sustituyendo en la ecuación (2.30) y simplificando.

$$\frac{dY}{dX} = 2 \frac{\frac{X}{Y^2}}{\frac{X^2}{Y^3} - 1} \quad (2.31)$$

Que es la ecuación diferencial adimensional para un canal de sección rectangular y pendiente nula. La solución de la ecuación (2.31), es la siguiente:

$$X = \left( \frac{CY - Y^3}{2} \right)^{1/2}$$

En la figura 2-5 se muestran las curvas integrales de la ecuación (2.31).

### 2.2.3 Canal de Sección Triangular

De la ecuación general (1.16) y despreciando la fricción, para el flujo en un canal de sección triangular y pendiente nula ( $S = 0$ ), se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{2q^2x}{g\delta^2y^5}}{\frac{2q^2x^2}{g\delta^2y^5} - 1} \quad (2.32)$$

Para hacer adimensional la ecuación (2.32), se anula el denominador.

$$y^5 = \frac{2q^2x^2}{g\delta^2}$$

Haciendo  $x_0 = y_0$  e  $x = y$

$$y_0 = \left( \frac{2q^2}{g\delta^2} \right)^{1/3}$$

Con el cambio de variables  $x = Xx_0$  e  $y = Yy_0$ . Sustituyendo en (2.32) y simplificando:

$$\frac{dY}{dX} = \frac{\frac{X}{Y^4}}{\frac{X^2}{Y^5} - 1} \quad (2.33)$$

Que es la ecuación diferencial adimensional para un canal de sección triangular y pendiente nula ( $S = 0$ ). La solución de la ecuación (2.33), es la siguiente:

$$X = \left( \frac{CY^2 - 2Y^5}{3} \right)^{1/2}$$

En la figura 2-6 se muestran las curvas integrales de la ecuación diferencial (2.33).

#### 2.2.4 Obtención de la Ecuación Diferencial para los Casos de Canales de Sección Rectangular y Triangular, Partiendo de la Ecuación para un Canal de Sección Trapecial.

En la ecuación general (2.29) que representa el flujo en un canal de sección trapecial, cuando el parámetro  $\eta_0 \rightarrow 0$ , se obtiene la ecuación que representa el flujo en un canal de sección rectangular y pendiente nula.

Sacando el límite.

$$\frac{dY}{dX} = \frac{2(1 + \eta_0)}{(1 + 2\eta_0)} \frac{\left( \frac{1 + \eta_0}{1 + \eta_0 Y} \right)^2 \frac{X}{Y^2}}{\left( \frac{1 + 2\eta_0 Y}{1 + 2\eta_0} \right) \left( \frac{1 + \eta_0}{1 + \eta_0 Y} \right)^3 \frac{X^2}{Y^3} - 1} \quad (2.29)$$

$$\eta_0 \rightarrow 0$$

$$\frac{dY}{dX} = 2 \frac{\frac{X}{Y^2}}{\frac{X^2}{Y^3} - 1}$$

Esta ecuación diferencial corresponde a la (2.31), deducida anteriormente para un canal de sección rectangular y pendiente nula.

En la ecuación general (2.29), cuando el parámetro  $\eta_0 \rightarrow \infty$ , se obtiene la ecuación que representa el flujo en un canal de sección triangular y pendiente nula.

Existe una indeterminación en la ecuación (2.29), por lo tanto, se dividirá todo por  $\eta_0$ .

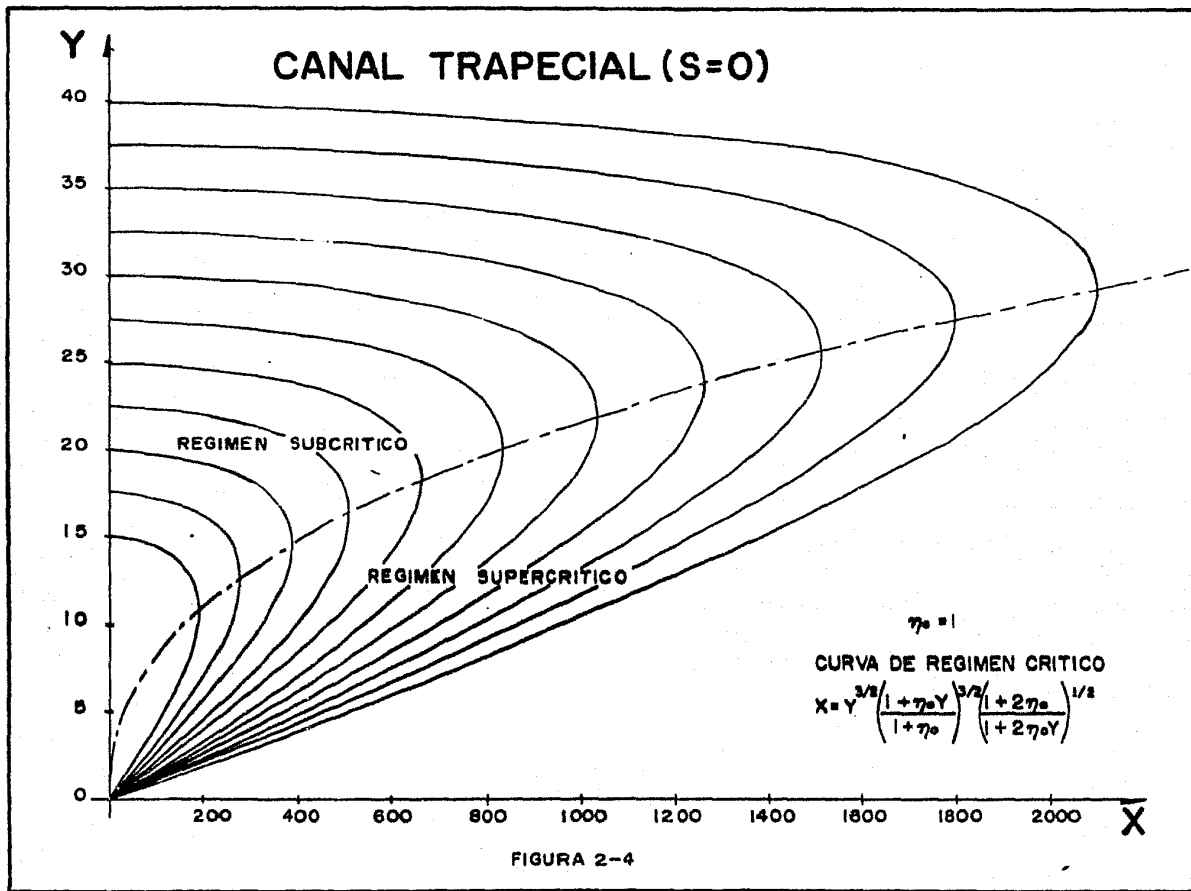
$$\frac{dY}{dX} = \frac{2 \left( \frac{1}{\eta_0} + 1 \right) \left( \frac{\frac{1}{\eta_0} + 1}{\frac{1}{\eta_0} + Y} \right)^2 \frac{X}{Y^2}}{\left( \frac{1}{\eta_0} + 2 \right) \left( \frac{\frac{1}{\eta_0} + 2Y}{\frac{1}{\eta_0} + 2} \right) \left( \frac{\frac{1}{\eta_0} + 1}{\frac{1}{\eta_0} + Y} \right)^3 \frac{X^2}{Y^3} - 1}$$

$$\eta_0 \rightarrow \infty$$

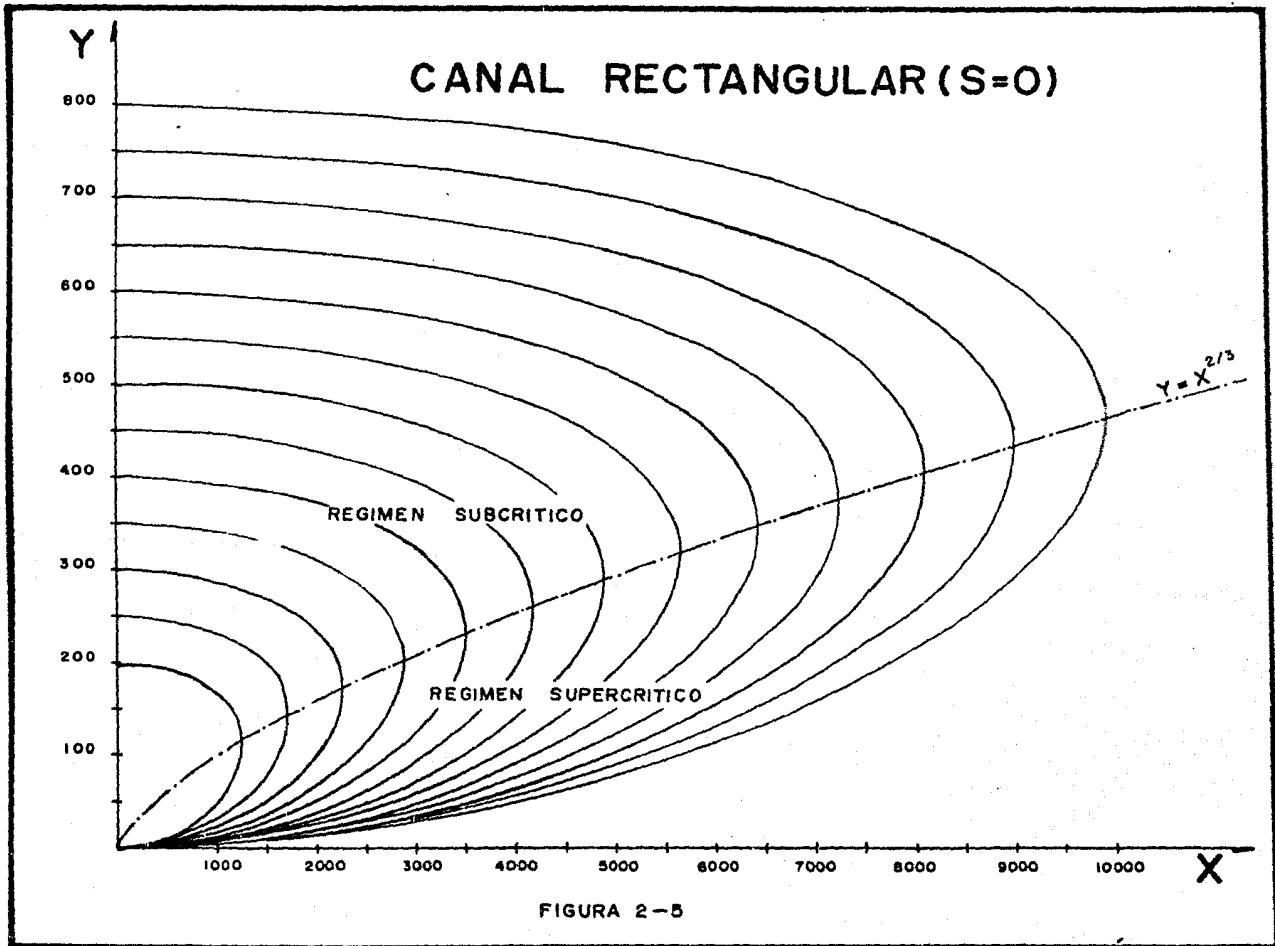
Sacando el límite.

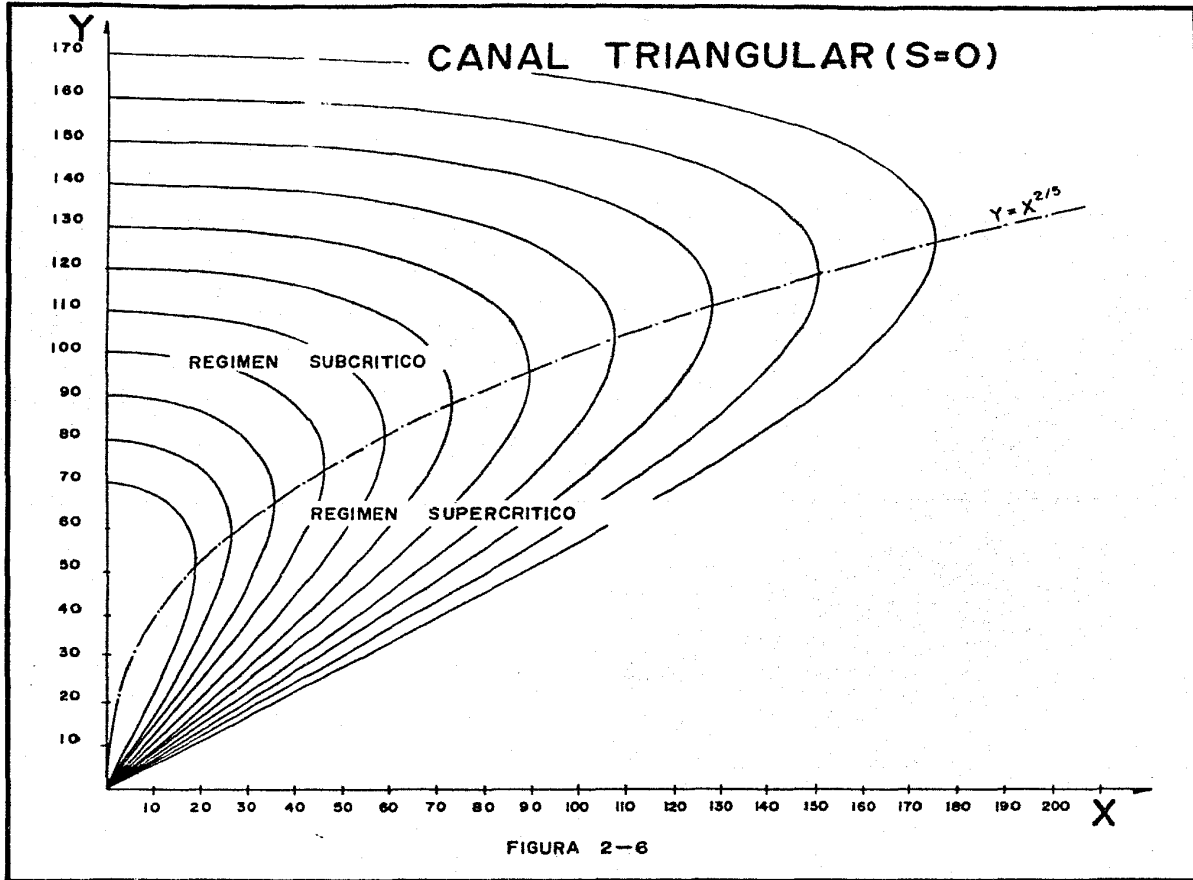
$$\frac{dY}{dX} = \frac{\frac{X}{Y^4}}{\frac{X^2}{Y^5} - 1}$$

Es la ecuación diferencial (2.33), deducida anteriormente para un canal de sección triangular y pendiente nula.









## CAPITULO

## No. 3

ANALISIS DEL FLUJO QUE SE PRESENTA EN LOS CANALES  
LATERALES A GASTO CRECIENTE

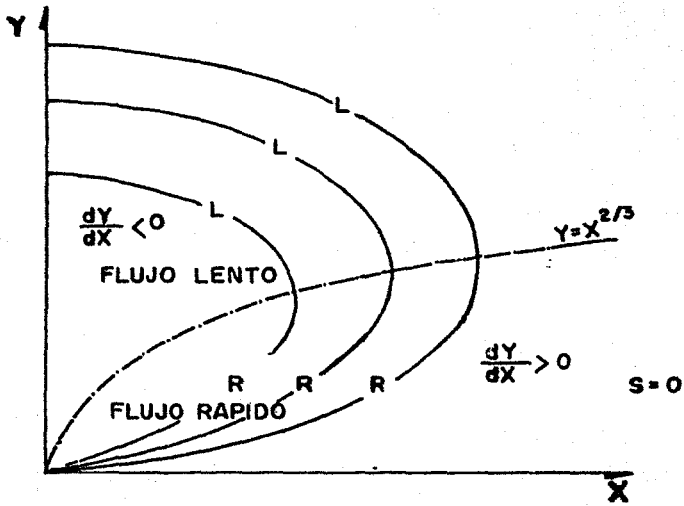
## 3.1 CAMBIOS QUE PUEDEN OCURRIR EN EL REGIMEN DEL FLUJO EN UN CANAL

En las figuras 3-1a y 3-1b, están dibujadas las curvas integrales que representan el perfil del agua en un canal colector de sección rectangular, con pendiente nula y no nula. En ellas, puede observarse que existen dos regiones; una en la cual el flujo es lento, y la otra donde es rápido, que corresponde la parte superior e inferior respectivamente. La curva que divide ambas regiones es la de régimen crítico.

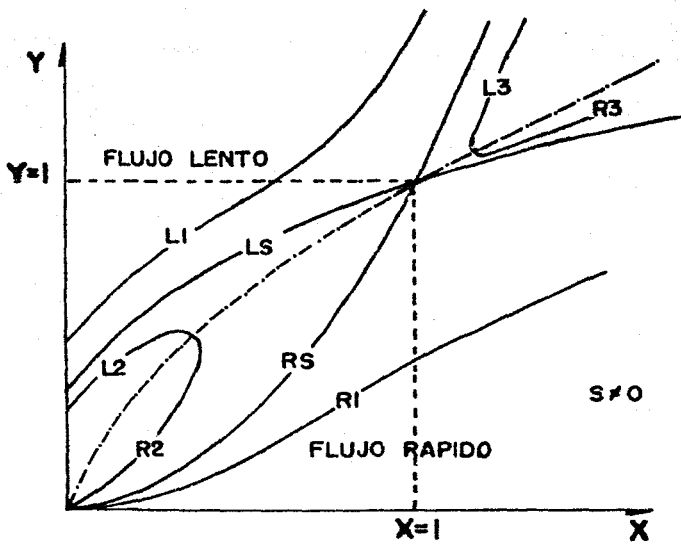
Para demostrar que la curva  $y = x^{2/3}$  divide el cuadrante del modo señalado, basta sustituir en la expresión de la curva,  $X$  e  $Y$  por  $\frac{x}{x_0}$ ,  $\frac{y}{y_0}$  y luego  $x_0$  e  $y_0$  por  $\frac{Q^2}{9b^2}$ . Puede verse que sobre la curva se cumple que  $\frac{V^2}{gy} = 1$ , por encima de ella  $\frac{V^2}{gy} < 1$ , y por debajo  $\frac{V^2}{gy} > 1$ .

Para el caso de pendiente nula, observando el signo del denominador de la ecuación (2.31), se deduce que en la región superior  $\frac{dy}{dx} < 0$  (el tirante decrece con  $x$ ), y en la región inferior  $\frac{dy}{dx} > 0$  (el tirante crece con  $x$ ). En la figura 3-1a se resumen estos resultados.

Los escurrimientos posibles para un canal con pendiente nula ( $S = 0$ ), se indican en la figura 3-2 y son los siguientes: En (a), el canal funciona en régimen lento en toda su longitud. En (b), el canal funciona en régimen lento, con excepción de la sección final, que es una sección crítica. En (c), el régimen es rápido en todo el canal. En (d) es rápido al principio, luego se tiene un salto hidráulico, y sale en régimen lento. Para el caso de pendiente no nula ( $S \neq 0$ ), en un canal de sección rectangular, la curva  $y = x^{2/3}$  divide en dos regiones el flujo; por encima de ella el flujo es lento, y por debajo de ella el flujo es rápido.



(a)



(b)

FIGURA 3-1

do, y sobre la curva el flujo es crítico. Para demostrar esto, se hace lo mismo que para el caso de pendiente nula.

A diferencia del caso en que  $S = 0$ , aquí las curvas en el régimen lento no se comportan de la misma forma, lo mismo ocurre en la región de flujo rápido.

Se llamarán curvas  $L$ , a las que están en la zona de flujo lento, y curvas  $R$  a las que se localizan en la región de flujo rápido. Se hace una distinción de diferentes tipos de curvas  $L$  y  $R$ , el detalle aparece en el cuadro 3-A, que se presenta a continuación.

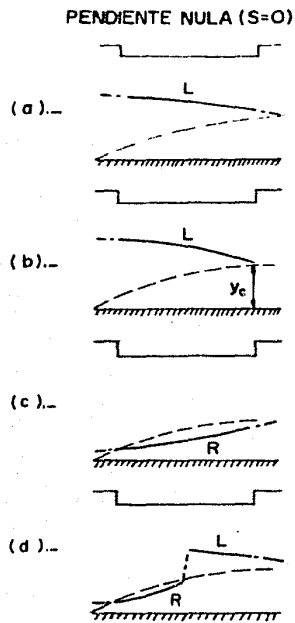
CUADRO 3-A

TIPO DE CURVA	REGIMEN	DESCRIPCIÓN
L1	Lento	La curva no corta a $Y = X^{2/3}$ .
L2	Lento	La curva corta a $Y = X^{2/3}$ en un punto no singular, con $X < 1$ .
L3	Lento	La curva corta a $Y = X^{2/3}$ en un punto no singular, con $X > 1$ .
LS	Lento y Rápido	La curva corta a $Y = X^{2/3}$ en el punto singular, con $X = 1$ , $Y = 1$ .
R1	Rápido	La curva no corta a $Y = X^{2/3}$ .
R2	Rápido	La curva corta a $Y = X^{2/3}$ en un punto no singular, con $X < 1$ .
R3	Rápido	La curva corta a $Y = X^{2/3}$ en un punto no singular, con $X > 1$ .
RS	Rápido y Lento	La curva corta a $Y = X^{2/3}$ en el punto singular $X = 1$ , $Y = 1$ .

En la figura 3-16 se resumen estos resultados.

Los diferentes tipos de flujos que se pueden presentar en el canal con  $S \neq 0$ , sale de combinar las curvas de la figura 3-1b. Las combinaciones de estos flujos se indican en la figura 3-3. En esta figura aparecen algunas alternativas posibles, que son las siguientes: En (a) el régimen es lento en todo el canal. En (b) también el régimen es lento en todo el canal. En (c) también lo es, excepto en la sección final, que es una sección crítica. En (d) se tiene régimen lento y luego rápido, la superficie no presenta una curvatura fuerte. La sección crítica está dentro del canal. En (e) el régimen es lento y luego rápido, habiendo un salto hidráulico dentro del canal. En (f) el régimen es lento en todo el canal y el tirante creciente. En (g) el régimen es rápido en todo el canal. - En (h) también el régimen es lento. En (i) el régimen es rápido al comienzo, pasando a lento, a través de un salto hidráulico que se forma dentro del canal. En (j) el régimen es rápido y luego lento, la sección crítica está dentro del canal. Al final ocurre un salto hidráulico que desaparece. Esta forma de funcionamiento es inestable, transformándose ante cualquier perturbación en (i) o en (k). En (k) se tiene régimen rápido y luego lento, con el salto hidráulico dentro del canal. En (l) el régimen es rápido en todo el canal.

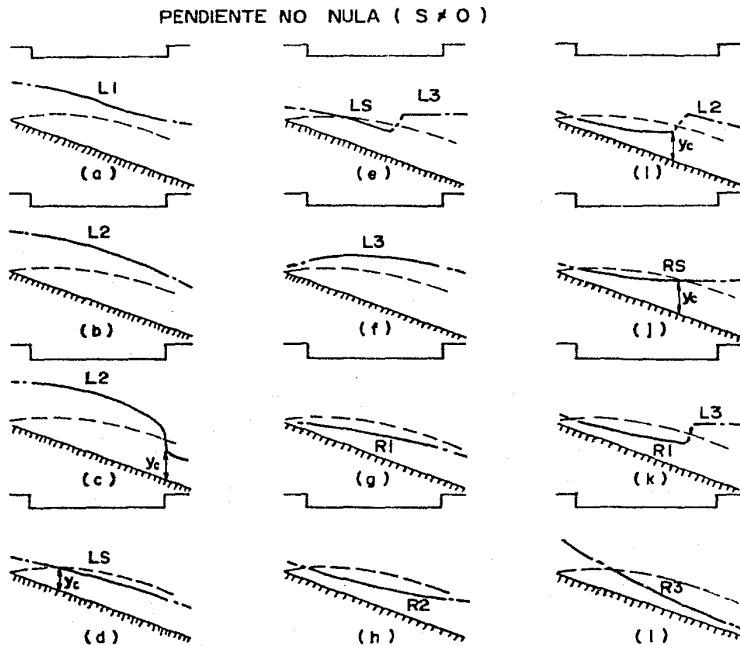
Para la verificación experimental, ver el trabajo realizado por el Ing. Rafael Guarga F.



**FIG. 3-2**

**OBSERVACIONES**

- 1.-La curva punteada representa el lugar de los tirantes criticos (---)
- 2.-En los dibujos (c) y (d) para  $S=0$  y (f), (g), (h), (i), (j), (k) y (l) para  $S \neq 0$  el gasto en la seccion aguas arriba del canal es necesariamente no nulo.
- 3.-Las curvas llenas representan la superficie del agua en el canal (—)
- 4.-Las curvas deducidas en este trabajo están comprendidas entre puntos (—•••)



**FIG. 3-3**

### 3.2 INFLUENCIA QUE EXISTE EN EL FLUJO CON LA COLOCACION DE UN ESCALÓN AGUAS ABAJO DEL CANAL COLECTOR

#### 3.2.1 Influencia del Escalón en la Determinación del Perfil del Agua

En los ensayos realizados por el Bureau of Reclamation de los Estados Unidos sobre el modelo de la Presa Boulder, se observó la importancia de mantener en el canal un volumen de agua que guarde cierta relación con el gasto de diseño. Esto sirve para lograr un funcionamiento hidráulico eficiente para gastos menores que el de diseño. Para lograr esto, se requiere colocar un escalón en el extremo aguas abajo del canal colector. (Ver figura 3-4).

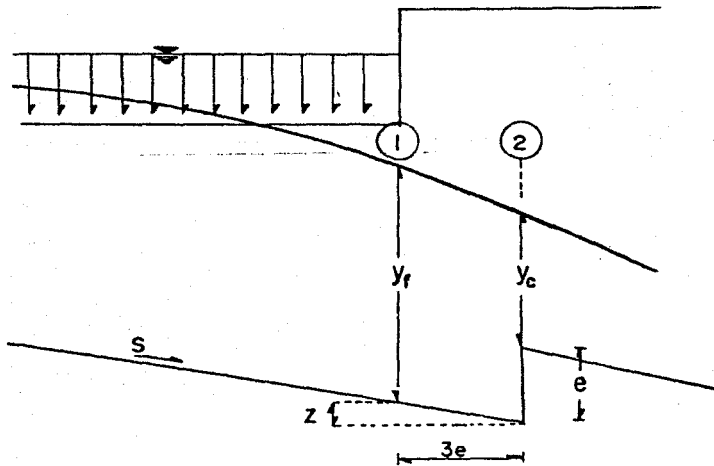


FIGURA 3-4

$3e$  Distancia que hay de la sección (1), donde finaliza el aporte de gasto al canal colector y la sección (2), donde se localiza el escalón.

$e$  Altura del escalón.

La colocación del escalón influye en la determinación de la super-



ficie libre del agua, si se toma como una condición de frontera en la integración de la ecuación diferencial que describe el flujo en el canal colector.

### Determinación del Tirante $y_f$

Para la determinación del tirante final  $y_f$ , se usarán las expresiones desarrolladas para un canal de sección rectangular. De la figura 3-4, puesto que, de la sección [1] a la sección [2] no hay aporte de gasto unitario al canal, por lo tanto, se trata de un canal con gasto constante y puede aplicarse la ecuación de Bernoulli entre las dos secciones.

Despreciando la fricción, se tiene :

$$y_f + \frac{V_f^2}{2g} + z = y_c + \frac{V_c^2}{2g} + e \quad (3.1)$$

Admitiendo que la sección [2] es una sección de control, por lo tanto, el tirante en [2] es el crítico  $y_c$ .

$$Fr = \frac{V_c^2}{gy_c} = 1$$

$$\frac{V_c^2}{2g} = \frac{y_c}{2}$$

$$Q = V_c A_c$$

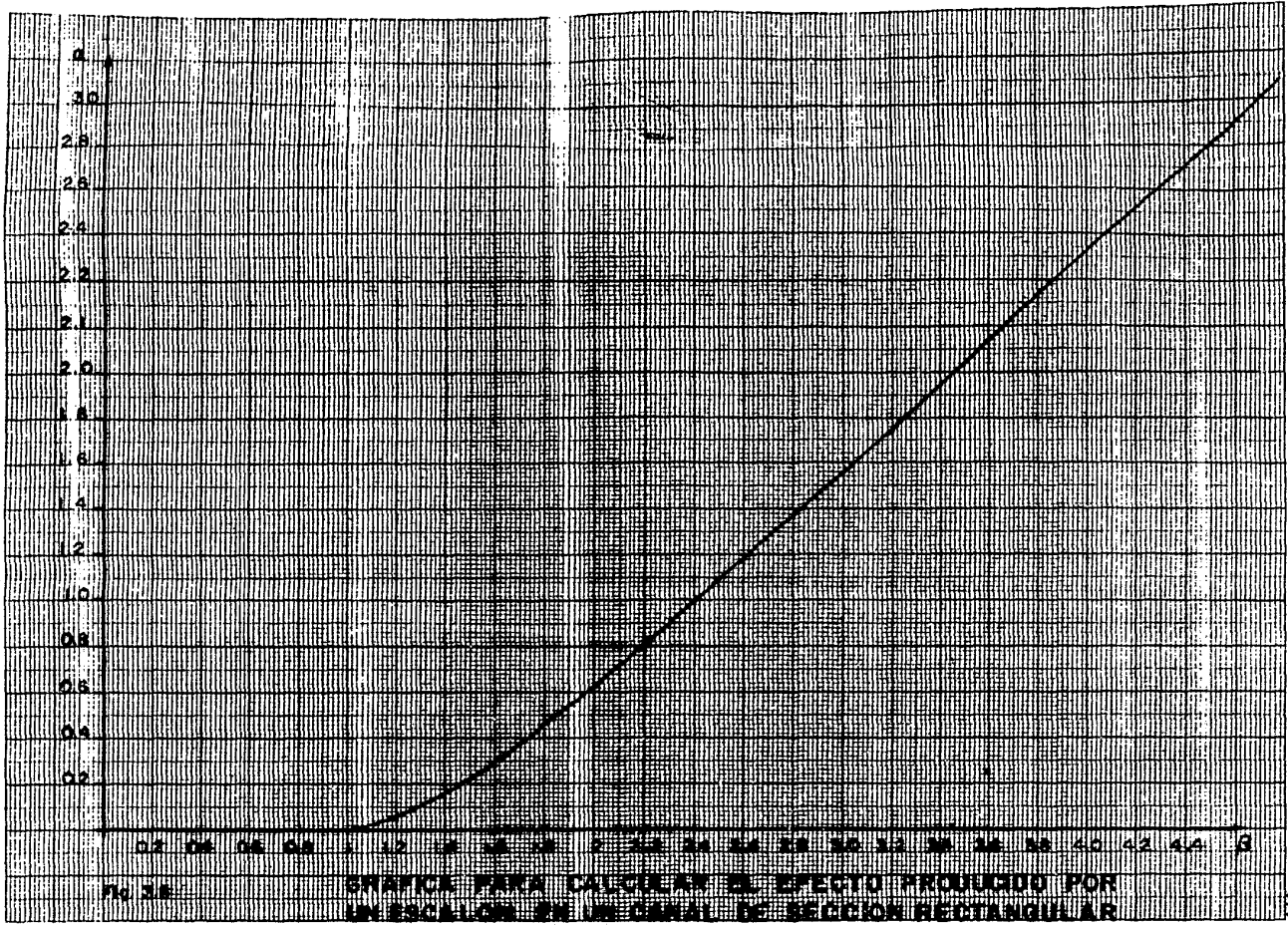
$$Q = V_c b y_c$$

$$q = \frac{Q}{b} = V_c y_c$$

De la ecuación de continuidad, se tiene :

$$V_f y_f = V_c y_c$$

$$V_f = (g y_c)^{1/2} \frac{y_c}{y_f} \quad (3.2)$$



No. 28

GRÁFICA PARA CALCULAR EL EFECTO PRODUCIDO POR  
 UN ESCALÓN DE UN CANAL DE SECCIÓN RECTANGULAR

Sustituyendo (3.2) en (3.1) y simplificando.

$$\frac{y_c^3}{2y_f^2} + y_f = \frac{3}{2} y_c + e - Sa$$

Dividiendo entre  $y_c$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{y_c}{y_f} \right)^2 + \frac{y_f}{y_c} - \frac{3}{2} = \frac{e - Sa}{y_c}$$

Haciendo  $\alpha = \frac{e - Sa}{y_c}$  y  $\beta = \frac{y_f}{y_c}$ , se tiene:

$$2\beta^3 - (3 + 2\alpha)\beta^2 + 1 = 0 \quad (3.3)$$

Analizando los cambios de signo de la ecuación (3.3), se ve que pueden existir dos raíces positivas y una negativa. Nos interesa la máxima raíz positiva ( $\beta > 1$ ), puesto que se trata de que el flujo en el canal-colector sea en régimen subcrítico.

La gráfica de la ecuación (3.3) se muestra en la figura 3-5.

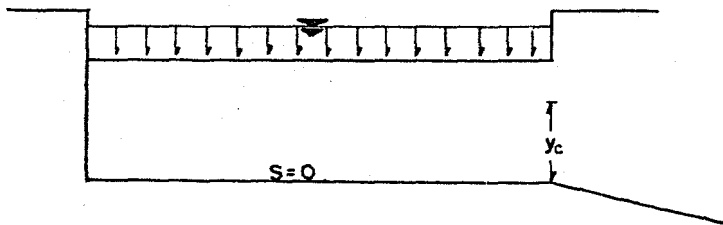
### 3.2.2 Cambios que se Producen en el Flujo al Variar el Gasto en el Canal Colector

En el análisis hidrúlico de los vertedores con canal lateral que se presentan en la práctica del ingeniero, se supone que el gasto unitario que se descarga por el cimacio, es constante. En la realidad esto no ocurre, puesto que, al ir subiendo el nivel en el embalse, el gasto unitario va creciendo, desde cero, hasta su valor máximo {NAME}. Lo mismo ocurre en el colector, en el cual, el gasto total recolectado a lo largo del cimacio, varía. La variación en el gasto, se asemeja a una sucesión de estados estacionarios por los que atraviesa el flujo en el canal colector, antes de que sea estable. Por ello, es interesante analizar las curvas determinadas por el perfil del agua en el diagrama XY, para diferentes gastos en el mismo canal. A continuación se presenta el análisis del flujo, para diferentes gastos en canales sin pendiente ( $S = 0$ ) y en canales con pendiente ( $S \neq 0$ ).

#### Canales sin Pendiente ( $S = 0$ )

Se analizarán los dos casos, que son: canal sin escalón y canal con escalón.

#### Canal sin Escalón



Para el análisis, se supondrá que al final del canal se presenta el tirante crítico. Sea  $x_1$  e  $y_1$ , el punto correspondiente al gasto unitario máximo,  $x_2$  e  $y_2$  el punto correspondiente al gasto unitario mínimo.

En el diagrama  $XY$  correspondiente a  $S = 0$  (Canal Rectangular), las curvas que representan las superficies del agua, son las que se indican en la figura 3-6a. Para gastos intermedios ( $q_2 < q < q_1$ ), las curvas de la superficie del agua quedan indicadas también en la figura 3-6a.

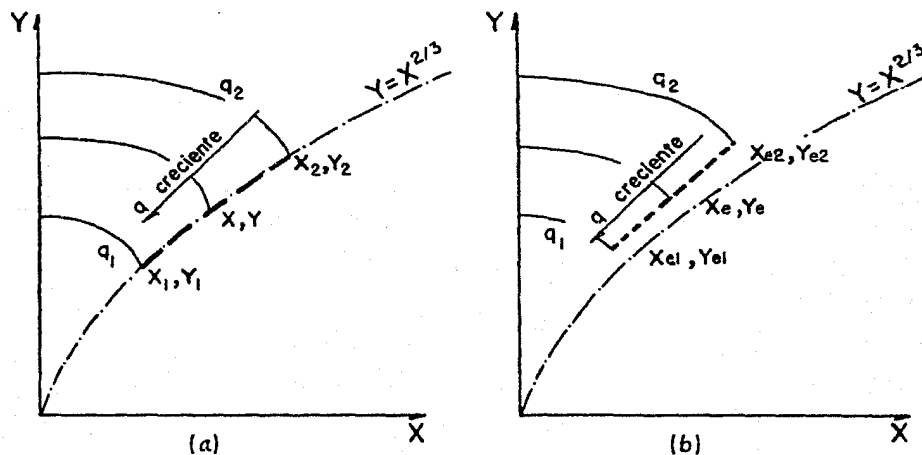
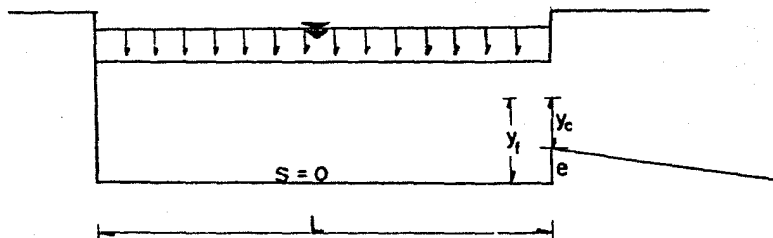


FIGURA 3-6

El tramo de la curva  $X = y^{3/2}$  (Tirante Crítico), con trazo punteado grueso, señala el lugar en la gráfica  $XY$  para  $q$  variable.

### Canal con Escalón



Al colocar un escalón en el canal, se deberá encontrar la condi--

ción de borde vista anteriormente en 3.2 (determinación de  $y_f$ ).

Para simplificar, se aproximará la función  $B(\alpha)$  por una función lineal  $B = a_0 \alpha + a_1$ . Y se hallará en el diagrama XY el lugar geométrico para  $q$  variable, representado por los puntos extremos  $X_e, Y_e$  de la curva que representa la superficie libre del agua en el canal.

Sea  $X_{e1}, Y_{e1}$  el punto correspondiente al gasto unitario máximo  $q_1$ ,  $X_{e2}, Y_{e2}$  el punto correspondiente al gasto unitario mínimo  $q_2$ . El lugar geométrico de los puntos  $X_e, Y_e$  se representa en la figura 3-6b, con la curva con trazo punteado grueso, cuya ecuación es:

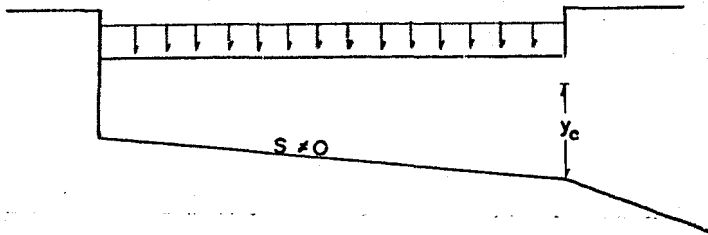
$$Y_e = a_0 (e - aS) \frac{X_e}{L} + a_1 X_e^{2/3}$$

$$Y_e = \frac{y_f}{y_0}, \quad X_e = \frac{L}{x_0} \quad \text{y} \quad x_0 = y_0$$

### Canales con Pendiente ( $S \neq 0$ )

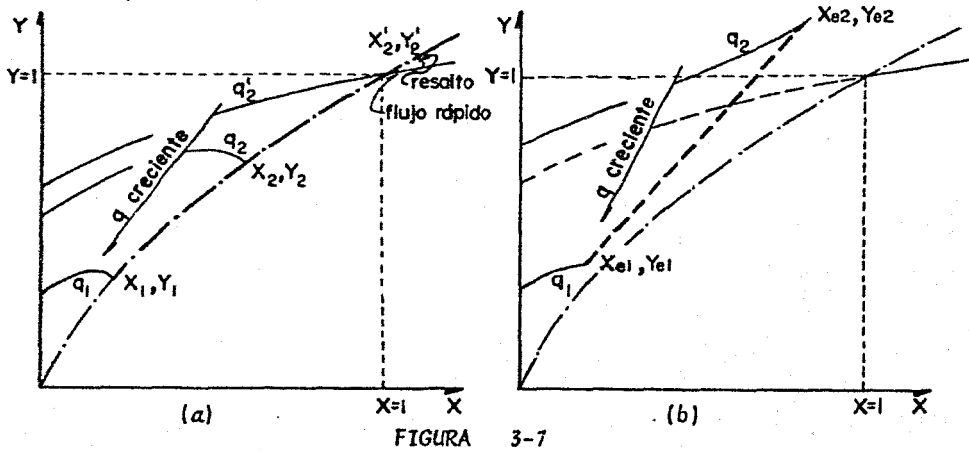
Se analizarán los dos casos, que son: canal sin escalón y canal con escalón.

#### Canal sin Escalón

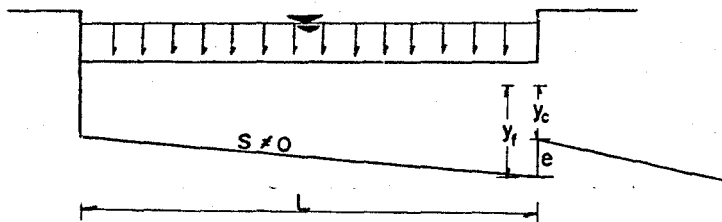


Se usará la misma notación utilizada para el caso del canal con  $S = 0$ , también se admitirá que al final del canal se presenta el tirante crítico. A diferencia del canal con  $S = 0$ , aquí el comportamiento del

flujo en el canal, varía según si el valor de  $X_2$  es mayor o menor que la unidad. En efecto si  $X_2 < 1$ , al pasar del punto  $X_1, Y_1$  a  $X_2, Y_2$  - el flujo se mantiene lento, pero si  $X_2 > 1$ , al pasar del punto  $X_1, Y_1$  a  $X_2, Y_2$  puede tenerse un cambio de régimen de rápido a lento, y ocurrir un resalto hidráulico dentro del canal, como se indica en la figura 3-7a. Esto no es deseable que ocurra, sólo que, si el  $q_2$  correspondiente es tan pequeño, que los problemas causados por el flujo rápido y el resalto dentro del canal puedan despreciarse.



### Canal con Escalón



Usando la misma notación que para el caso  $S = 0$  con escalón, - el lugar geométrico  $X_e, Y_e$  se representa en la figura 3-7b con la cur-

va en trazo punteado grueso, cuya ecuación es en este caso :

$$y_e = 2a_0 \left[ e - aS \right] \frac{x_e}{LS} + a_1 x_e^{2/3}$$

$$y_0 = \frac{x_0 S}{2}$$

En la figura 3-7b puede observarse que para un gasto pequeño, el canal con escalón mantiene su funcionamiento en régimen lento, por ello, conviene la colocación del escalón. También sirve para evitar la formación del resalto hidráulico dentro del canal, para gastos menores que el de diseño.



### 3.3 ANALISIS DE LA FRICCIÓN

La ecuación diferencial adimensional que describe el flujo en un canal lateral de sección rectangular, fue deducida bajo la hipótesis de fricción despreciable. A continuación, se examinará mediante el empleo del diagrama XY la validez de dicha hipótesis. Se tomará como punto de partida la ecuación (1-16), considerando la fricción.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S - S_f - \frac{2q^2x}{gb^2y^2}}{1 - \frac{q^2x^2}{gb^2y^3}} \quad (1.16)$$

$S_f$  representa la pendiente de la línea de energía (Ver Capítulo No. 1).

Empleando la fórmula de Manning y admitiendo que el canal es lo suficientemente ancho, como para que el radio hidráulico pueda aproximarse por el tirante, se tiene:

$$S_f = \left( \frac{qxn}{by^{5/3}} \right)^2 \quad (3.5)$$

La influencia de la fricción se analizará estudiando el cociente:

$$f = \left( \frac{2q^2x}{gb^2y^2} \right) / S_f \quad (3.6)$$

Si el valor de  $f \gg 1$ , la fricción podrá despreciarse, cuando  $f$  se aproxima a la unidad, la hipótesis de fricción nula ya no es válida.

Para estudiar  $f$  en el diagrama XY, se sustituye  $S_f$  por su expresión según Manning. Haciendo el cambio de variables  $x = x_0X$  e  $y = y_0Y$  y operando para  $S \neq 0$  en (3.6), se tiene:

$$f = \frac{2^{2/3} S^{1/3} q^{2/3}}{g^{4/3} b^{2/3} n^2} \cdot \frac{Y^{4/3}}{X} \quad (3.7)$$

Haciendo  $A = \frac{2^{2/3} S^{1/3} q^{2/3}}{g^{4/3} b^{2/3} n^2}$  resulta  $f = A \frac{y^{4/3}}{X}$ . El va-

lor de  $y^{4/3}/X$  aparece en la figura 3-8, para diferentes puntos en el plano XY. El valor de A debe calcularse para cada caso.

Ejemplo: Usando los siguientes valores numéricos.

$$S = 0.09$$

$$b = 10 \text{ m}$$

$$q = 7 \text{ m}^3/\text{seg}/\text{m}$$

$$L = 73 \text{ m}$$

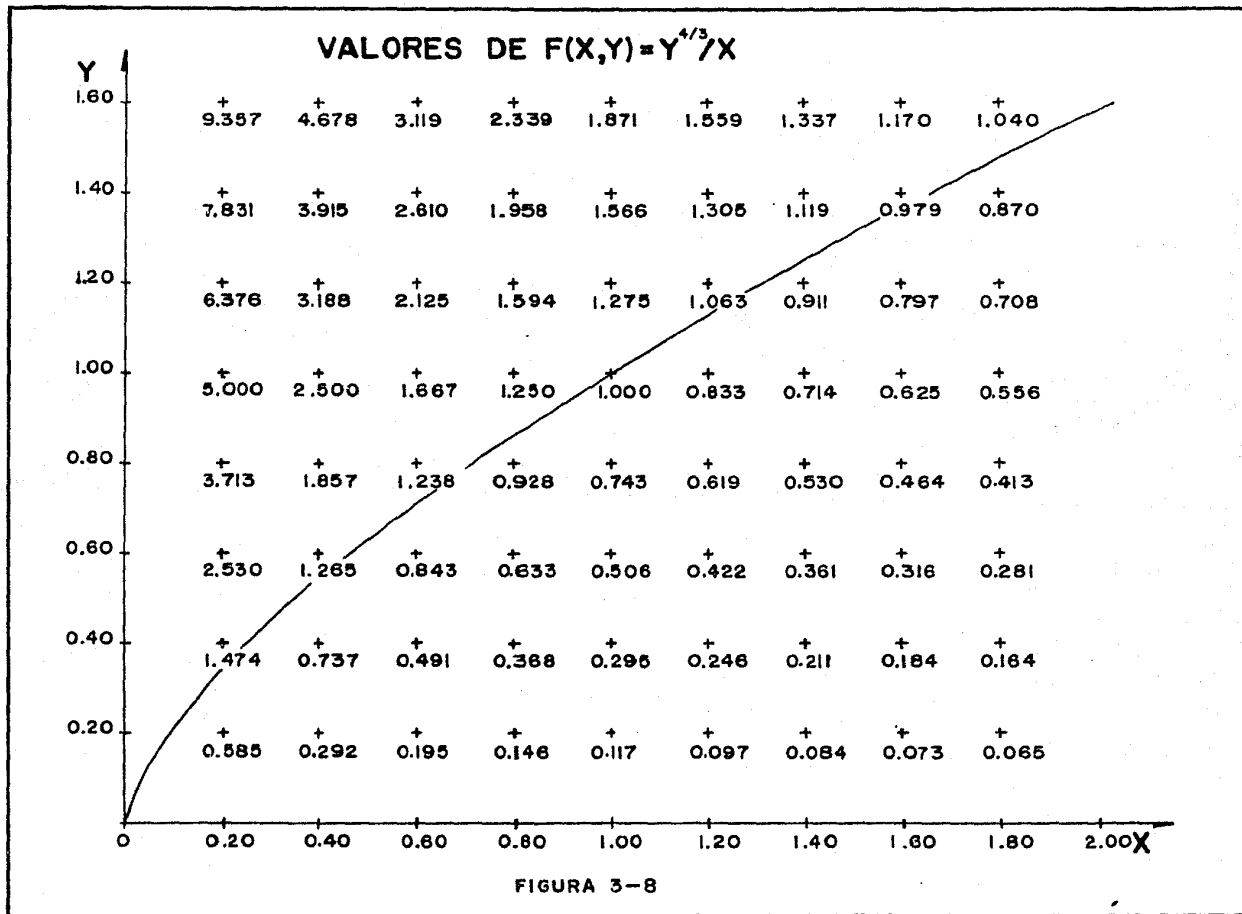
$$n = 0.015$$

Calculando el valor de A, resulta:  $f = 118.68 \frac{y^{4/3}}{X}$ . Como el canal funciona en la zona del diagrama XY, donde el valor  $y^{4/3}/X$  es mayor que la unidad  $f \gg 1$  (Ver la figura 3-8) por lo tanto, es razonable despreciar la fricción.

Para flujo rápido, los valores de  $y^{4/3}/X$  disminuyen y los valores de A no aumentan proporcionalmente, por ello, en flujo rápido es dudosa la validez de la hipótesis de fricción despreciable.

### CONCLUSION

El análisis realizado, muestra la utilidad de las ecuaciones diferenciales adimensionales que representan la superficie libre y también la de los diagramas XY, donde se presentan las curvas integrales.



## CAPITULO

## No.4

INTEGRACION DE LA ECUACION DIFERENCIAL QUE  
DESCRIBE EL FLUJO EN UN CANAL LATERAL

## 4.1 CONDICIONES DE FRONTERA

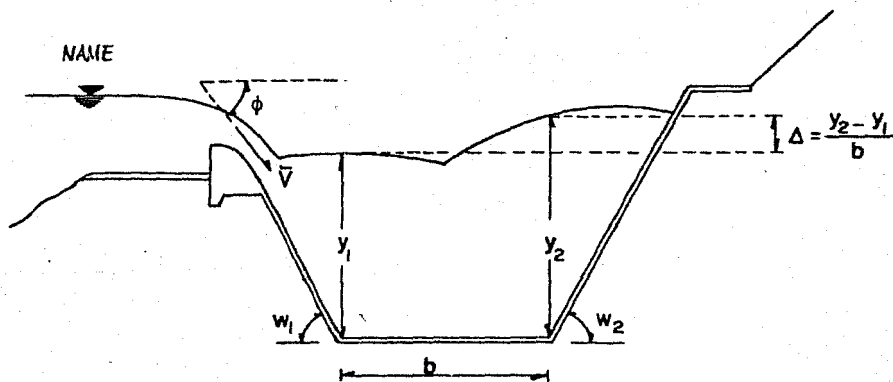
4.1.1 Cálculo del Tirante Inicial  $y_2$ 

FIGURA 4-1

En cualquier sección normal al eje del canal colector se forma una depresión y una sobre elevación del nivel del agua, localizadas al pie del cimacio y en la pared del talud opuesto al mismo, respectivamente. Esto se debe a la forma en que se introduce el agua al canal colector (que es normal a su eje) y a la cercanía de la pared que limita el ancho de la plantilla, es decir, el agua dentro del canal choca con la pared del talud opuesta al cimacio, provocando la sobre elevación del nivel del agua en ese lugar. Este comportamiento del agua provoca turbulencias que al combinarse con el movimiento longitudinal del flujo, da origen a un movimiento en espiral y a un fenómeno pulsatorio que afecta al escurrimiento en el canal colector, -

así como en la rápida. Esto fue observado por C. Viparelli cuando realizaba sus experiencias sobre vertedores con canal lateral.

Para valuar la sobreelevación del nivel del agua, C. Viparelli aplicó la ecuación del impulso y la cantidad de movimiento entre dos secciones transversales, separadas por una longitud unitaria ( $x = 1 \text{ m}$ ), es decir, a un volumen de control como el que se muestra en la figura 4-1. A la sobreelevación dividida entre el ancho de plantilla le llamó pendiente transversal, y se forma en cada sección normal al cimacio a lo largo del canal colector. C. Viparelli recomienda que el valor de la pendiente transversal debe estar comprendido entre 8 y 10 por ciento, para que no afecte el funcionamiento hidráulico del canal colector.

Si el volumen de control al cual se le aplica la ecuación del impulso y la cantidad de movimiento se localiza al inicio del canal colector y suponiendo a su vez el valor de la pendiente transversal, así como el valor del ahogamiento que queremos que se forme, estamos en condiciones de poder valuar el tirante al inicio del canal colector. A continuación se presenta el desarrollo matemático para obtener dicho tirante:

Cantidad de movimiento en la sección (1) .

$$\frac{w}{g} q V_1 \cos \phi \quad (4.1)$$

Cantidad de movimiento en la sección (2) .

$$\frac{w}{g} q V_2 = 0 \quad (4.2)$$

Fuerzas externas aplicadas al volumen de control.

$$P_1 = \frac{w y_1^2}{2} \quad (4.3)$$

$$P_2 = \frac{w y_2^2}{2} \quad (4.4)$$

El cambio en la cantidad de movimiento debido a la resultante de las fuerzas externas.

$$P_1 - P_2 = \frac{w}{g} \frac{(y_1^2 - y_2^2)}{2} = -\frac{w}{g} q V_1 \cos \phi$$

$$\frac{(y_2 - y_1)(y_2 + y_1)}{2} = \frac{q}{g} V_1 \cos \phi \quad (4.5)$$

haciendo  $y = \frac{y_2 + y_1}{2}$  y dividiendo entre  $b$ .

$$\frac{y (y_2 - y_1)}{b} = \frac{q}{gb} V_1 \cos \phi$$

llamando  $p(x) = \frac{y_2 - y_1}{b}$  (pendiente transversal media).

$$y_L = \frac{q V_1 \cos \phi}{g b p(x)} \quad (4.6)$$

La ecuación (4.6) permite calcular el tirante al inicio del canal colector, si se supone la pendiente transversal  $p(x)$ .

Despejando el valor de la pendiente transversal  $p(x)$  de la ecuación anterior.

$$p(x) = \frac{q V_1 \cos \phi}{g b y} \quad (4.7)$$

Despreciando la fricción en el cimacio, la velocidad se puede calcular como :

$$V_1 = \sqrt{2g Z} \quad (4.8)$$

Donde  $Z$  es la diferencia entre el nivel del agua sobre el cimacio (NAME) y el nivel del agua en el canal.

$$p(x) = \frac{q \sqrt{2g Z \cos \phi}}{g b y} \quad (4.9)$$

La ecuación (4.9) nos permite calcular la pendiente transversal en cualquier sección del canal, conociendo el tirante.

Con el valor de  $y_i$  y haciendo el cambio de variable; - - - - -

$x_i = x_0 X_i$  e  $y_i = y_0 Y_i$ . Se puede calcular la constante de integración, o integrar las ecuaciones numéricamente.

Los parámetros  $x_0$  e  $y_0$  son las coordenadas del punto singular de la ecuación diferencial que representa el flujo en un canal lateral de sección trapecial, rectangular o triangular.

## 4.2 MÉTODO DE INTEGRACION NUMERICA

Para determinar el perfil del agua en el canal colector, se necesita conocer una condición inicial que sirva para determinar el valor de la constante de integración, o para tener un punto de partida al aplicar el método de integración numérica a las ecuaciones diferenciales del Capítulo No. 2. A continuación se presenta el método de integración numérica, usado para determinar el perfil del agua, descrito por las ecuaciones diferenciales (2.9), (2.15) y (2.21).

### 4.2.1 Método de Integración de Euler - Mejorado

El método de Euler Mejorado consiste en: De la figura 4-2, co-

Conocido el punto  $P_n(X_n, Y_n)$ , se puede calcular el valor de la derivada en dicho punto. Aplicando la fórmula de la ecuación de una recta, se calcula el valor de la ordenada  $Y_{n+1}$ , debido a que se conoce la abscisa  $X_{n+1}$ . El valor de  $X_{n+1}$  es igual al valor de  $X_n$ , incrementado en un valor fijo  $h$ . Conocido el punto  $P_{n+1}(X_{n+1}, Y_{n+1})$ , se calcula el valor de la pendiente (derivada) en este punto. Con los valores de las dos derivadas se obtiene una pendiente promedio, y con ella, se vuelve a aplicar la ecuación de la recta para obtener un valor de la ordenada  $Y_{n+1}$  más aproximado al valor exacto. Este procedimiento se repite sucesivamente para determinar las ordenadas de los puntos siguientes. En la figura 4-2 se muestra gráficamente el procedimiento.

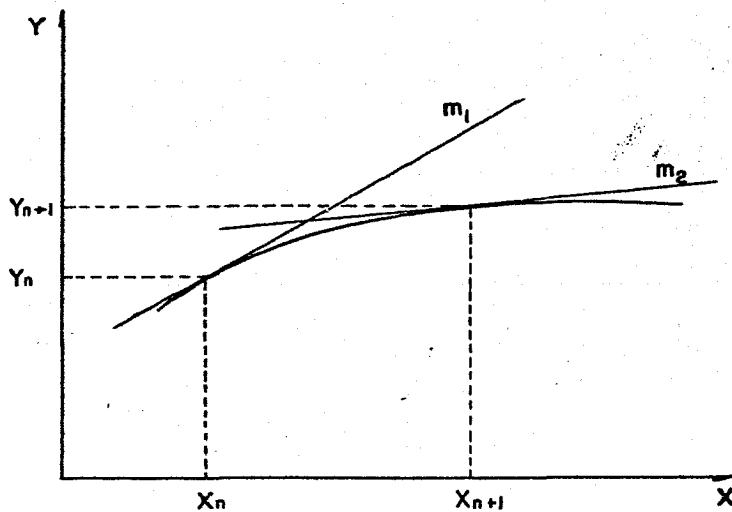


FIGURA 4-2

A continuación se presenta el desarrollo del método de Euler - Mejorado.

$$m_1 = F'(X_n, Y_n, \eta_0)$$

$$X_{n+1} = X_n + h$$



Aplicando la ecuación de la recta se tiene :

$$Y - Y_n = m_1 (X - X_n)$$

$$Y_{n+1} = Y_n + F'(X_n, Y_n, \eta_0) (X_{n+1} - X_n)$$

$$X_{n+1} - X_n = h$$

$$Y_{n+1} = Y_n + F'(X_n, Y_n, \eta_0) h \quad (4.10)$$

Para mejorar la aproximación de la ordenada  $Y_{n+1}$ , se calcula el valor de derivada en el punto  $P(X_{n+1}, Y_{n+1})$ .

$$m_2 = F'(X_{n+1}, Y_{n+1}, \eta_0)$$

Ahora se obtiene el valor de la pendiente promedio.

$$m = \frac{m_1 + m_2}{2}$$

$$m = \frac{F'(X_n, Y_n, \eta_0) + F'(X_{n+1}, Y_{n+1}, \eta_0)}{2}$$

Aplicando la ecuación de la recta, con el valor de la pendiente - promedio, se tiene :

$$Y_{n+1} = Y_n + h \frac{F'(X_n, Y_n, \eta_0) + F'(X_{n+1}, Y_{n+1}, \eta_0)}{2} \quad (4.11)$$

Las ecuaciones (4.10) y (4.11), se deben aplicar simultáneamente para obtener el punto siguiente.

#### 4.2.2 Gráficas Logarítmicas de las Curvas Integrales

La construcción de las curvas integrales de la ecuación (2.9) en gráficas logarítmicas para diferentes valores del parámetro  $\eta$  (0, 0.3, 1, 2, 5, 12, 30, 100,  $\infty$ ), tiene como finalidad que dichas curvas se usen en el método gráfico de diseño de vertedores con canal lateral, en el

cual, el perfil de la superficie del agua está indicado por las curvas que contiene cada gráfica. Debido a que las curvas tienen una determinada separación entre ellas, para cada ejemplo, el perfil que se obtenga será aproximado, siendo buena dicha aproximación.

Las gráficas logarítmicas de las curvas integrales para diferentes valores del parámetro  $\eta_0$ , se obtuvieron usando el método de integración numérica explicado en 4.2.1.

Al utilizar las gráficas logarítmicas de las curvas integrales, es preciso hacer el cambio de variables siguiente :

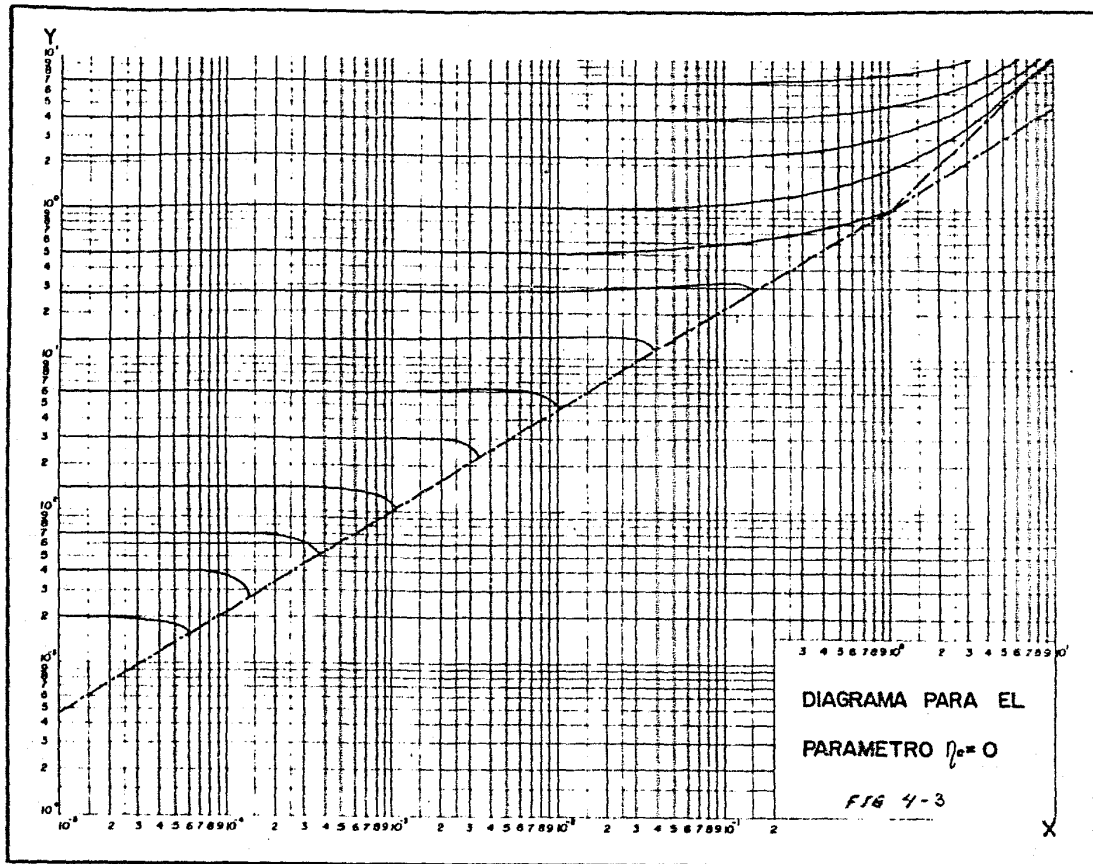
$$X_i = \frac{x_i}{x_0} ; \quad y_i = \frac{y_i}{y_0}$$

El valor del tirante final  $y_f$ , se obtiene siguiendo la trayectoria de la curva integral que parte del punto  $P(X_i, y_i)$  y llega hasta la abscisa  $X_f = \frac{L}{x_0}$ .

A continuación se presentan las gráficas logarítmicas de las curvas integrales para valores del parámetro  $\eta_0 = 0, 0.3, 1, 2, 5, 12, 30, 100, \infty$ . Como se vio en el Capítulo No. 2, cuando el valor del parámetro  $\eta_0 = 0$ , se trata de un canal con sección rectangular. Cuando  $\eta_0 = \infty$ , se trata de un canal con sección triangular, y para cualquier otro valor del parámetro  $\eta_0$ , se trata de un canal con sección trapecial.

Dentro de este conjunto de gráficas se encuentran también las correspondientes a las ecuaciones (2.6) y (2.28), que son utilizadas en el método gráfico para obtener el valor del parámetro  $\eta_0$ . La gráfica de la ecuación (2.6) se debe usar si el canal tiene pendiente. Si el canal no tiene pendiente, se debe usar la gráfica de la ecuación (2.28).

Las gráficas se presentan a continuación en el orden en que se describieron en las Figuras 4-3 a 4-13.



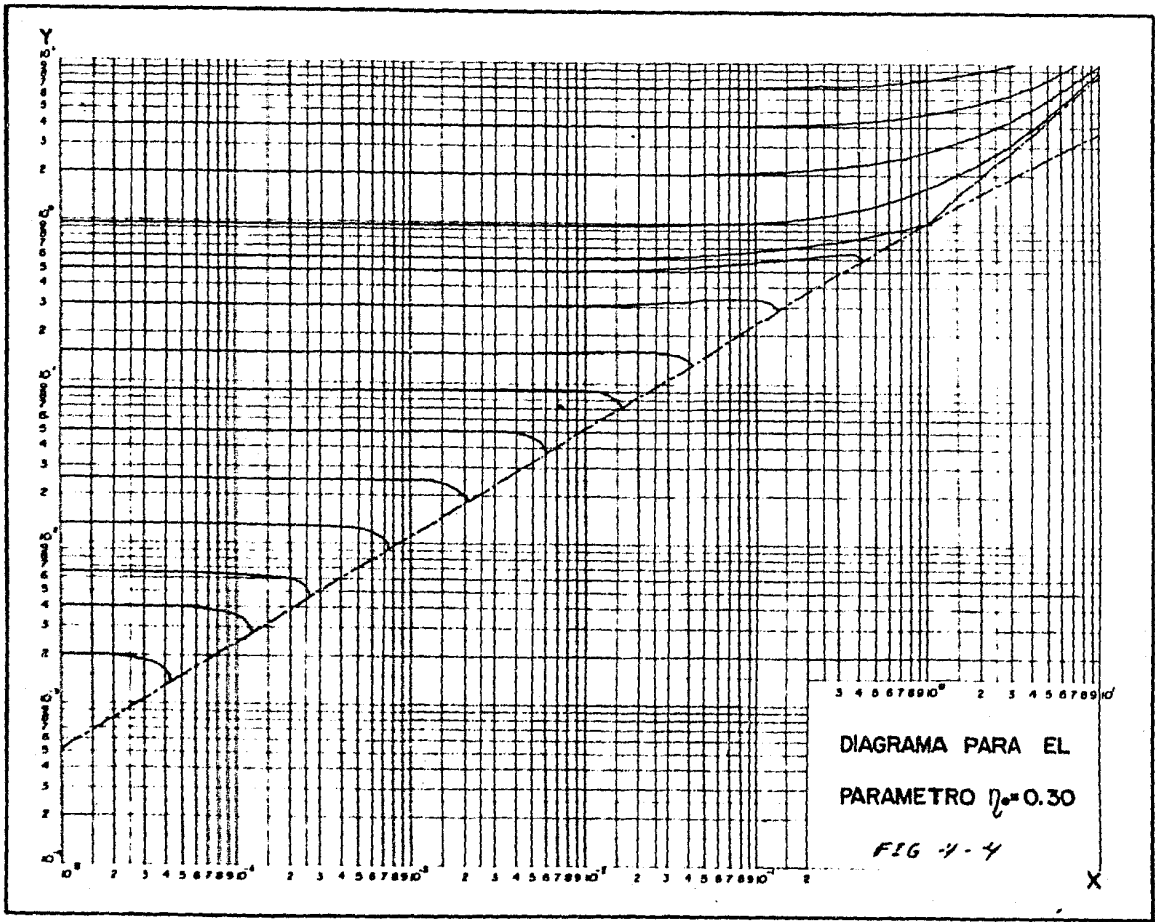
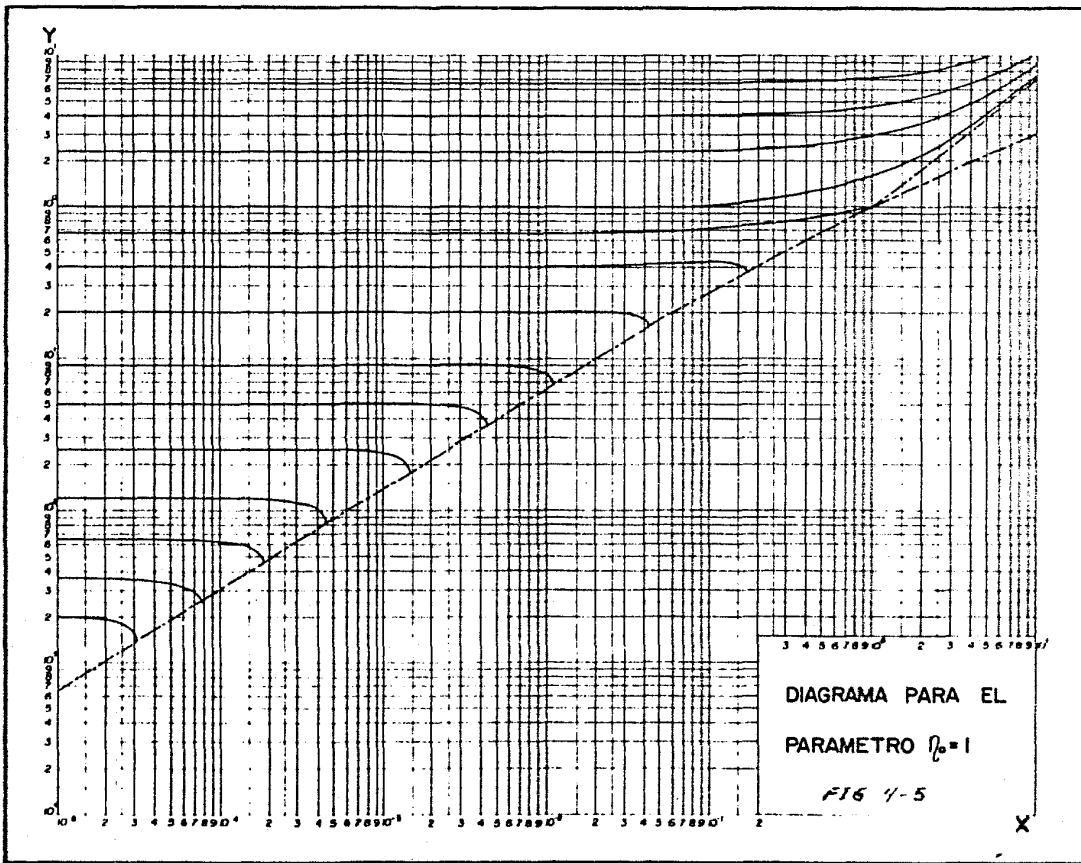
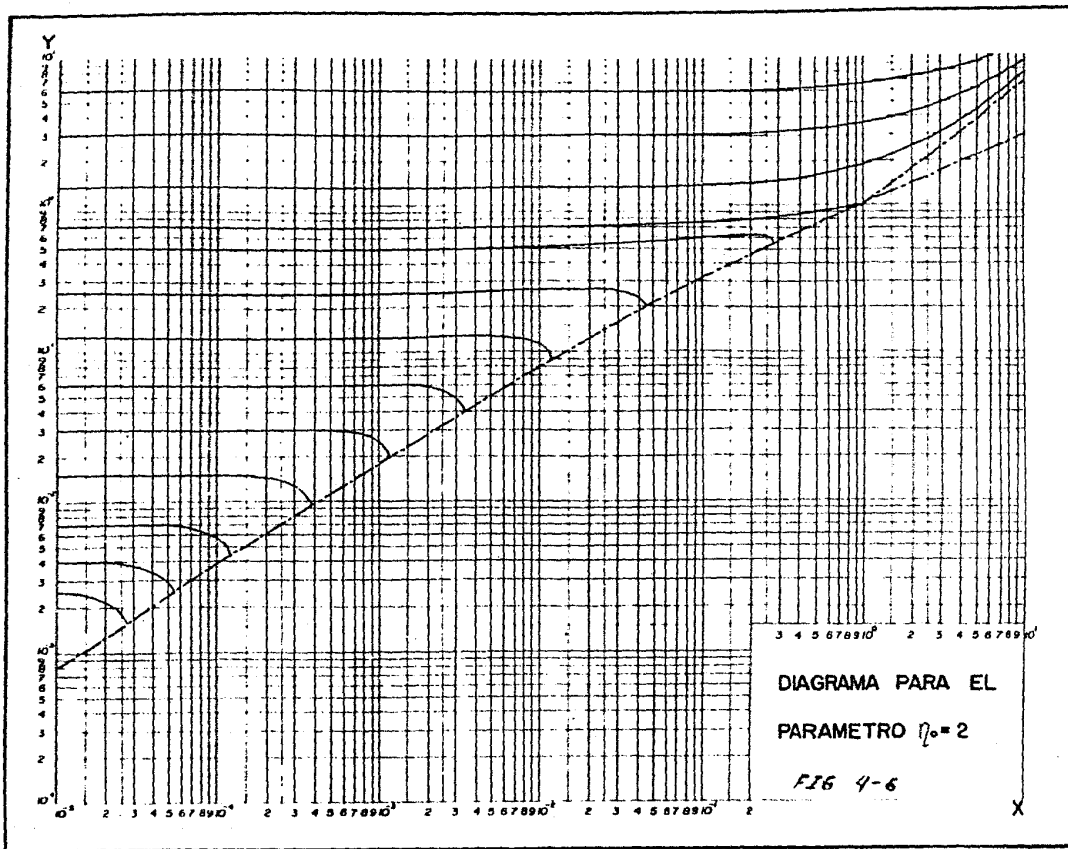
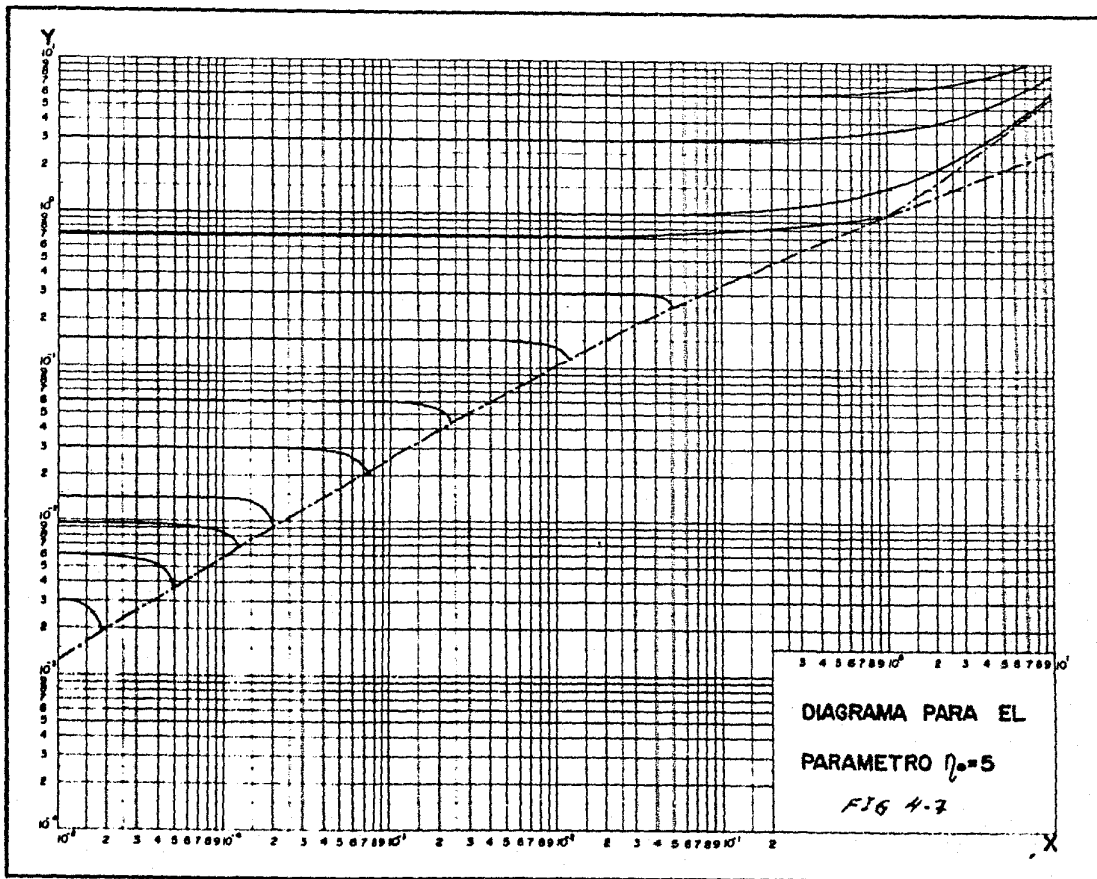


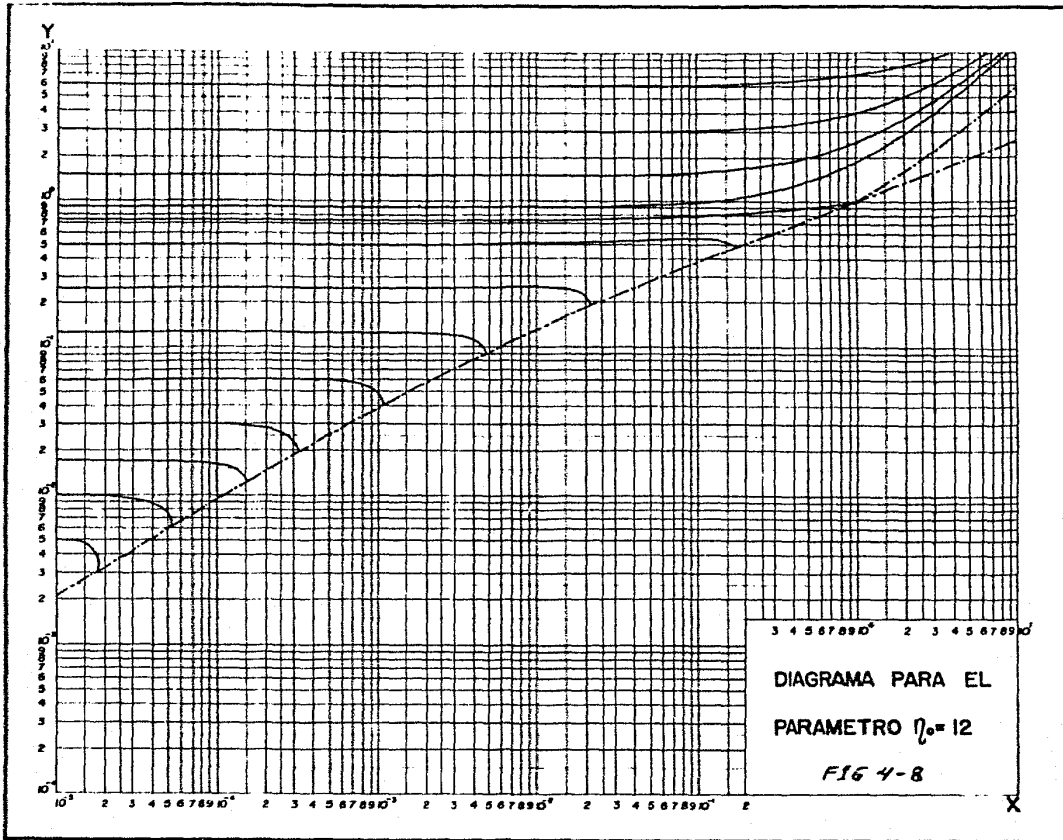
DIAGRAMA PARA EL  
 PARAMETRO  $\eta_0 = 0.30$

FIG 4-4

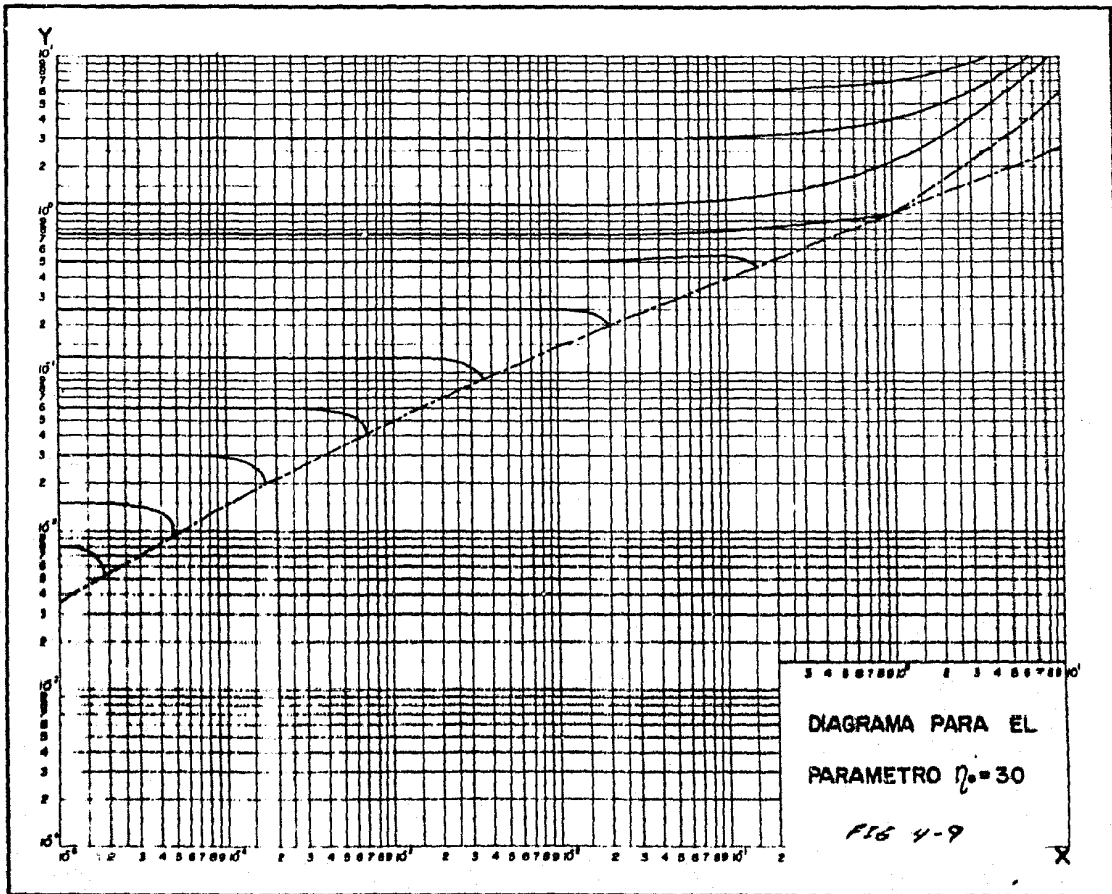


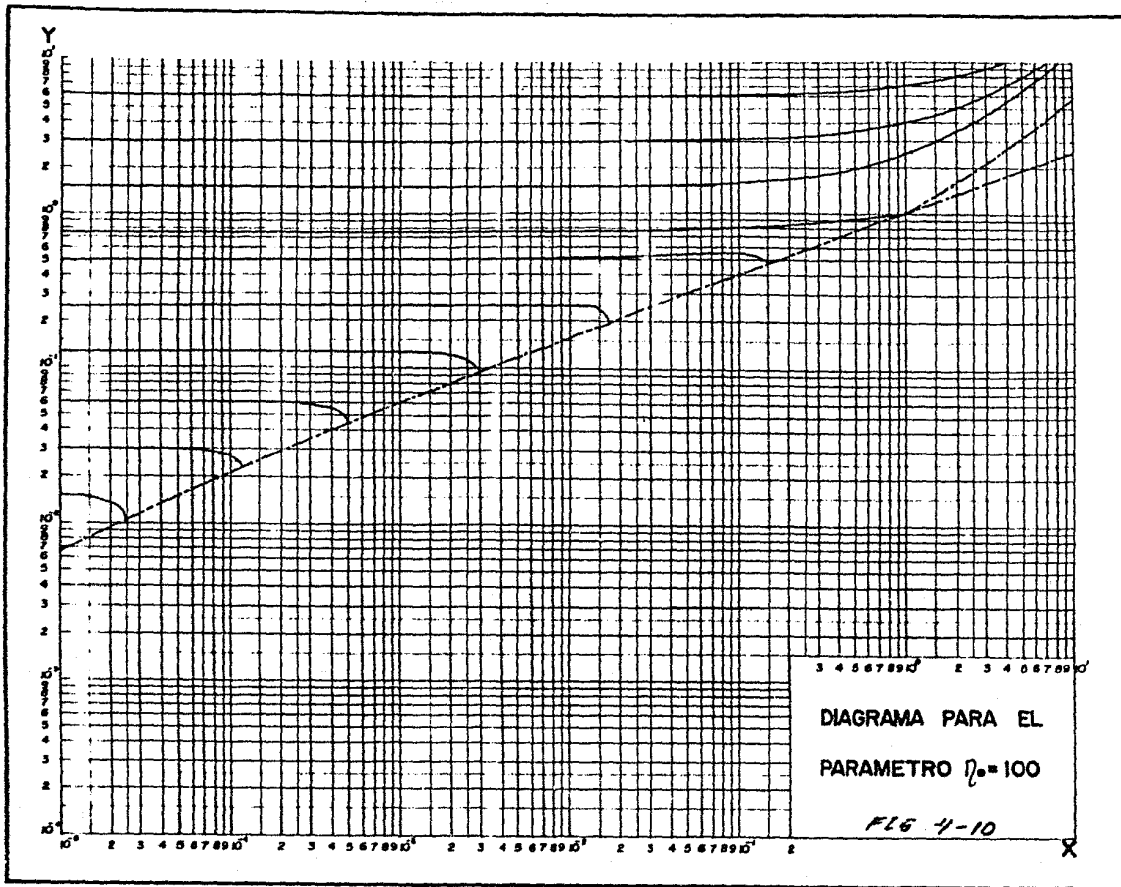






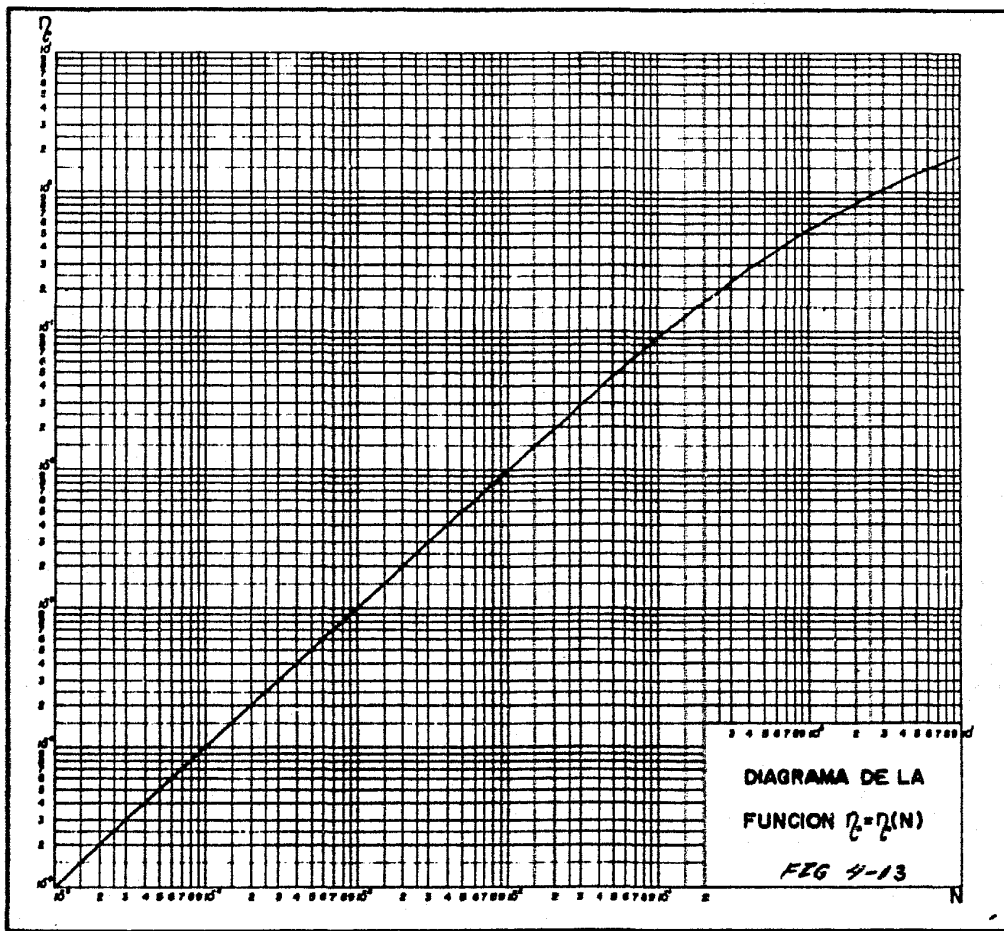












## CAPITULO

## No.5

DISEÑO DE VERTEDORES CON CANAL LATERAL

## 5.1 DISEÑO OPTIMO

## 5.1.1 Discusión de la Optimización del Diseño

Como se vio en los capítulos anteriores las ecuaciones diferenciales representan el flujo en un vertedor con canal lateral.

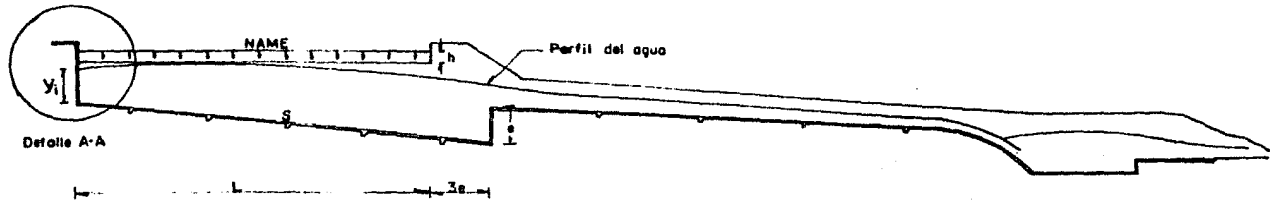
En este capítulo se discutirá la optimización del diseño, puesto que para que un canal sea una solución óptima del problema, debe cumplir con dos requisitos fundamentales, que son: funcionamiento hidráulico eficiente y costo mínimo.

En el diseño de un vertedor con canal lateral existen muchas alternativas de solución del problema que son función de los parámetros  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $S$ ,  $b$ ,  $a$ ; que son el ángulo del talud del cimacio, ángulo del talud opuesto al cimacio, pendiente del canal, ancho de plantilla y desnivel en la sección inicial, respectivamente (Ver figura 5-1).

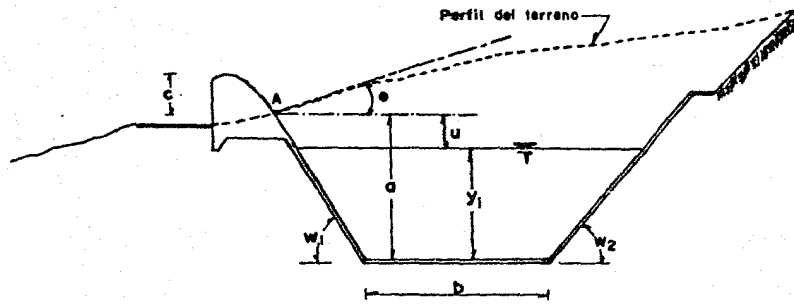
El problema de optimizar el diseño de un vertedor con canal lateral, consiste en encontrar los valores de los parámetros  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $S$ ,  $b$  y  $a$  que hagan mínimo el costo y que cumpla con el requisito de un funcionamiento hidráulico eficiente.

Los datos con que cuenta el proyectista son:

$Q$	Gasto de diseño ( $m^3/seg$ ).
$L$	Longitud de cresta del vertedor (m).
$h$	Carga sobre la cresta (m).
$\theta$	Pendiente promedio del terreno entre las secciones transversales al eje del canal colector (grados).
$c$	Elevación de la cresta del cimacio con respecto a la superficie del terreno (m).
$C_1$	Costo unitario de excavación ( $\$/m^3$ ).



CORTE LONGITUDINAL POR EL EJE DEL CANAL COLECTOR



DETALLE A-A

FIG. 5-1

$C_2$	Costo unitario de revestimiento ( $\$/m^3$ ).
$\delta$	Espesor medio de revestimiento (m).

### 5.1.2 Solución Posible

Debido a que se cuenta con determinados datos del problema, la determinación de los parámetros faltantes;  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $S$ ,  $b$  y  $a$  da la solución del problema. Las restricciones que se le imponen al diseño para asegurar un funcionamiento hidráulico eficiente son:

- El flujo en el canal colector a lo largo de toda su longitud, debe ser en régimen lento.
- Se debe cumplir que en cualquier sección del canal la pendiente transversal  $p(x)$  sea menor o igual que " $\Delta$ " (Ver figura 4-1).

Has adelante se verá en que consisten esas restricciones y como se representan en el plano  $XY$ . Se hará la discusión sobre un canal de sección trapecial, siendo válido para cualquier otro tipo de sección vista en este trabajo.

La ecuación diferencial que representa el perfil del flujo en un canal lateral con sección trapecial y pendiente no nula ( $S \neq 0$ ), es:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2(1 + \eta_0)}{(1 + 2\eta_0)} \frac{1 - \left(\frac{1 + \eta_0}{1 + \eta_0 y}\right)^2 \frac{x}{y^2}}{1 - \left(\frac{1 + 2\eta_0 y}{1 + 2\eta_0}\right) \left(\frac{1 + \eta_0}{1 + \eta_0 y}\right)^3 \frac{x^2}{y^3}}$$

Las hipótesis supuestas para la deducción de esta ecuación diferencial (vistas en el Capítulo No. 1), se aproximan más a lo real cuando el canal funciona en régimen lento.

La sobreelevación que se forma en el talud opuesto al cimacio tiene gran influencia en el flujo, debido a que en la hipótesis 4 se supuso una distribución hidrostática de presiones. Para que el funcionamiento se acerque a esta hipótesis, se requiere que la pendiente transversal esté acotada dentro de cierto rango de valores de  $p(x)$ , para que no existan gran-



des diferencias entre lo teórico y lo real. Dicho rango para el cual la pendiente transversal da resultados aceptables es de 8 a 10 % según C. VIPARELLI. Existe la posibilidad de que ese rango pueda ampliarse, para ello se requiere una importante labor de investigación al respecto,

El plano  $XY$  que se muestra en la figura 5-2, está dividido en

dos regiones por la curva  $X = y^{3/2} \left( \frac{1 + \eta_0 y}{1 + \eta_0} \right)^{3/2} \left( \frac{1 + 2 \eta_0 y}{1 + 2 \eta_0} \right)^{2/2}$ , la cual representa la restricción a) (cambio de régimen). La parte achurada representa la región de flujo lento y la no achurada la región de flujo rápido. La función  $F(w_1, w_2, S, b, a)$  representa el perfil que adopta el agua en el canal colector. Se le considera una solución del problema cuando se encuentra en la región de flujo lento, y si se cumple además que en cualquier sección del canal la pendiente transversal  $p(x) \leq \Delta$ , es decir, que cumpla con las restricciones a) y b) simultáneamente.

El valor de  $\Delta$  es el que se le asigna a la pendiente transversal en la sección inicial. El rango de valores para  $\Delta$  es del uno por ciento - al diez por ciento (1 al 10 %), quedando dentro de este rango los valores recomendados por C. VIPARELLI que son; del 8 al 10 %.

A continuación se plantea matemáticamente la restricción b) en el plano  $XY$ .

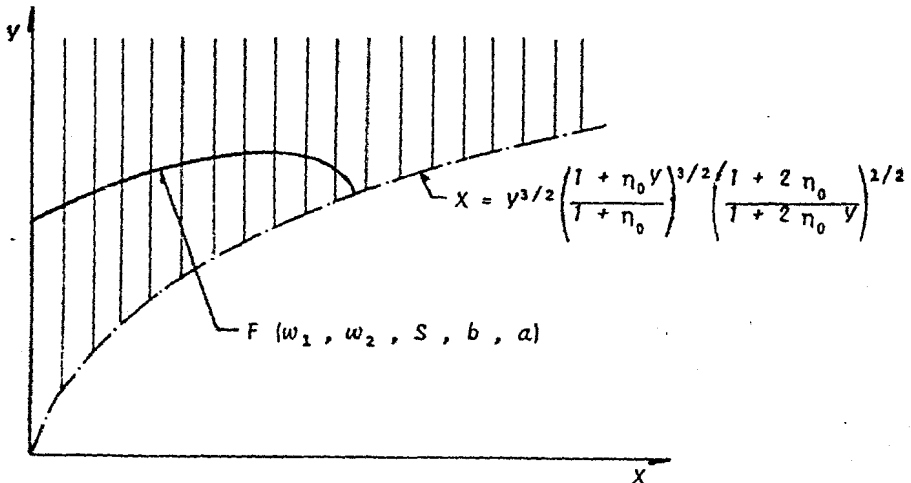


FIGURA 5-2

El valor de la pendiente transversal está dado por la ecuación,

$$p(x) = \frac{q \sqrt{2gZ} \cos \phi}{g b y} \quad (5.1)$$

$$p(x) \leq \Delta$$

Despejando el valor de 'y' y adoptando el signo igual.

$$y = \frac{q \sqrt{2gZ} \cos \phi}{g b \Delta} \quad (5.2)$$

Elevando al cuadrado ambos miembros de la ecuación (5.2) y dividiendo entre  $y_0^2$ .

$$\frac{2 q^2 Z \cos^2 \phi}{g b^2 \Delta^2 y_0^2} = \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 \quad (5.3)$$

Pero  $Z = H - y + xS$

siendo  $H = y_i + Z_i$  ( $Z_i$  es dato del problema), el subíndice "i" indica la sección inicial del canal ( $x = 0$ ).

Sustituyendo el valor de Z en la ecuación (5.3) y haciendo

$Y = \frac{y}{y_0}$ , se tiene:

$$\frac{2 q^2 \cos^2 \phi}{g b^2 \Delta^2 y_0^2} \left( \frac{H}{y_0} - Y + \frac{x}{y_0} S \right) = Y^2 \quad (5.4)$$

$$\frac{x}{y_0} = \frac{x}{x_0} \cdot \frac{x_0}{y_0} = X \frac{2}{S} \left( \frac{1 + \eta_0}{1 + 2\eta_0} \right) \quad (5.5)$$

Sustituyendo (5.5) en (5.4) y ordenando según las potencias de crecientes de Y.

$$\frac{g b^2 y_0}{4 q^2} \left( \frac{\Delta}{\cos \phi} \right)^2 \left( \frac{1 + 2 \eta_0}{1 + \eta_0} \right) y^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1 + 2 \eta_0}{1 + \eta_0} \right) y - \frac{H}{2 y_0} \left( \frac{1 + 2 \eta_0}{1 + \eta_0} \right) = x$$

Haciendo :

$$A = \frac{g b^2 y_0}{4 q^2} \left( \frac{\Delta}{\cos \phi} \right)^2 \left( \frac{1 + 2 \eta_0}{1 + \eta_0} \right)$$

$$B = \frac{1 + 2 \eta_0}{2 (1 + \eta_0)}$$

$$C = - B \frac{H}{y_0}$$

$$A y^2 + B y + C = x \quad (5.6)$$

La ecuación (5.6) representa la restricción b) y se le llamará curva  $R_2$ . En las figuras 5-3a, 5-3b y 5-3c se presentan las condiciones más frecuentes en el análisis del flujo en un canal lateral. En 5-3a existe un cambio de régimen antes del extremo final del canal ( $X_0 = L/x_0$ ). En 5-3b no existe cambio de régimen en el canal, pero no es una solución, debido a que no se cumple que la pendiente transversal  $p(x)$  sea menor o igual a " $\Delta$ " para cualquier sección del canal. Es decir, la curva  $F(w_1, w_2, S, b, a)$  que representa el perfil del agua, se cruza con la curva  $R_2$  que representa la restricción b). En la figura 5-3c se muestra una solución que cumple con las restricciones a) y b), es decir, no existe cambio de régimen en el canal (flujo lento) y en cualquier sección se cumple  $p(x) \leq \Delta$ . La curva  $F(w_1, w_2, S, b, a)$  está por encima de la curva  $R_2$ .

Ubicación de la Curva  $F(w_1, w_2, S, b, a)$  Respecto a la Curva  $R_2$

La curva  $R_2$  está representada por la ecuación (5.6)

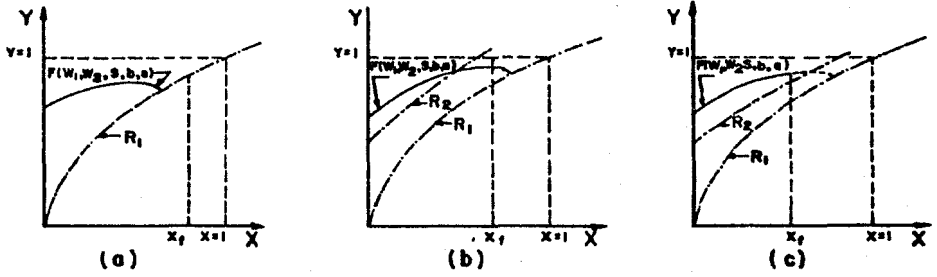


Fig. 5-3

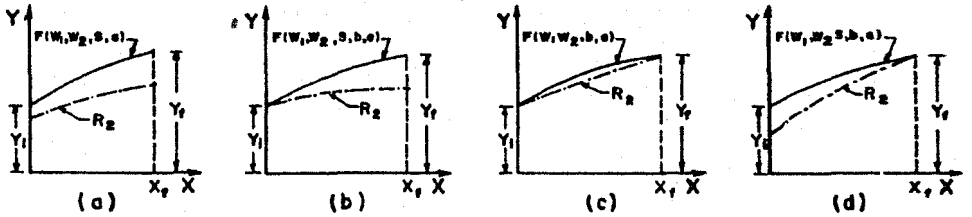


Fig. 5-4

$$A \cdot V^2 + B V + C = X \quad (5.6)$$

Derivando la ecuación (5.6) con respecto a  $X$ .

$$\frac{dV}{dX} = \frac{1}{2AV + B}$$

Se trata de una curva ascendente, debido a que para toda  $X$ ,  $A > 0$  y  $B > 0$ . En la figura 5-4 aparecen las diferentes posibilidades en que puede presentarse la curva  $F(w_1, w_2, S, b, a)$  respecto a la curva  $R_2$ . Como se muestra en la figura 5-4, el caso (c) es el que da una mejor solución, debido a que se ahorra en excavación al estar más cercanas ambas curvas.

### 5.1.3 Optimización del Diseño

La función a optimizar es la del costo del canal, dado por :

$$\text{Costo} = (SR)\delta C_1 + (V_{exc})C_2 \quad (5.7)$$

SR Superficie recubierta (m<sup>2</sup>)

$\delta$  Espesor medio de revestimiento (m)

C<sub>1</sub> Costo unitario de revestimiento (\$/m<sup>3</sup>)

V<sub>exc</sub> Volumen excavado (m<sup>3</sup>)

C<sub>2</sub> Costo unitario de excavación (\$/m<sup>3</sup>)

De la figura 5-1, la superficie recubierta está representada por la siguiente expresión :

$$SR = \left[ (2a + SL) (\sqrt{1 + k_1^2} + \sqrt{1 + k_2^2}) + 2b + \frac{\text{sen } \theta}{\text{sen } (w_2 - \theta)} \left( 2b + (2a + SL) (k_1 + k_2) \right) \right] \frac{L}{2} \quad (5.8)$$

El volumen excavado por :

$$V_{exc} = \left[ (2a + SL)b + (a^2 + SaL + \frac{S^2 L^2}{2}) (k_1 + k_2) + \left( (b + a(k_1 + k_2))^2 + (b + (a + SL)(k_1 + k_2))^2 \right) \frac{\text{sen } \theta \text{ sen } w_2}{2 \text{ sen } (w_2 - \theta)} \right] \frac{L}{2} \quad (5.9)$$

### 5.1.4 Variación de la Función de Costo Respecto a los Taludes $w_1$ y $w_2$

Para discutir sobre el ángulo de inclinación de los taludes  $w_1$  y  $w_2$ , se simplificarán las expresiones de SR y V<sub>exc</sub> quedando como sigue :

$$w_1 = w_2$$

$$SR = \left[ (2a + SL) (2 \csc w_1) + 2b \right] \frac{L}{2}$$

$$V_{exc} = \left[ (2a + SL)b + (a^2 + SaL + \frac{S^2 L^2}{2}) (2 \operatorname{ctg} w_1) \right] \frac{L}{2}$$

Haciendo

$$B = \frac{C_1}{C_2}$$

La función de costo es :

$$F(c) = (SR) \delta B + V_{exc}$$

Derivando la función de costo  $F(c)$  con respecto a  $w_1$  e igualando a cero.

$$\frac{dF(c)}{d w_1} = \left( (2a + SL) (-\csc w_1 \operatorname{ctg} w_1) \right) \frac{L}{2} \delta B +$$

$$\left( (a^2 + SaL + \frac{S^2 L^2}{2}) (-\csc^2 w_1) \right) \frac{L}{2} = 0$$

$$\cos w_1 = - \frac{(a^2 + SaL + \frac{S^2 L^2}{2})}{(2a + SL) \delta B}$$

$$w_1 > 90^\circ$$

Haciendo  $w_1 = 90^\circ$  y obteniendo la segunda derivada

$$\frac{d^2 F}{d^2 w_1} = \left[ (2a + SL) (2 \cos^2 w_1 + \operatorname{sen}^2 w_1) + 2(a^2 + SaL + \frac{S L}{2}) \cos w_1 \right] \frac{1}{\operatorname{sen}^3 w_1}$$

Como  $\frac{d^2 F(c)}{d^2 w_1}$  es (+) existe un mínimo, se concluye que para un

canal con ancho de plantilla "b" y pendiente "S" fijos, tendrá menor costo aquel que tenga el valor del ángulo de los taludes  $w_1$  y  $w_2$  mayor. Es conveniente fijar este valor de acuerdo al ángulo para el cual el talud del terreno es estable.

5.1.5 Variación de la Función de Costo  $F(c)$  Respecto a la Pendiente  $S$   
 Derivando la función  $F(c)$  respecto a la pendiente  $S$  e igualando a cero.

$$\frac{d F(c)}{d S} = 2 fB \csc w_1 + b + 2a \operatorname{ctg} w_1 + 2 SL \operatorname{ctg} w_1 = 0$$

$$S = - \left( \frac{b + 2 fB \csc w_1}{2 L \operatorname{ctg} w_1} + \frac{a}{L} \right)$$

Obteniendo la segunda derivada de  $F(c)$  con respecto a la pendiente  $S$ .

$$\frac{d^2 F(c)}{d^2 S} = 2 L \operatorname{ctg} w_1 > 0$$

Existe un mínimo de la función de costo y se concluye que para dos canales con igual ancho de la plantilla  $b$  y ángulo de taludes  $w_1$  y  $w_2$ , tendrá menor costo, aquel con menor pendiente.

5.1.6 Variación de la Función de Costo  $F(c)$  con Respecto al Ancho de Plantilla  $b$

Haciendo las siguientes simplificaciones :

$$w_1 = w_2 = w$$

$$R_1 = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} (w_1 - \theta)}$$

$$\operatorname{ctg} w = k$$

$$F(c) = \left[ (2a + SL) \sqrt{1 + k^2} + b + R_1 (b + 2ka + kSL) \right] LfB +$$

$$\left[ (b + ka)aL + kaSL^2 + (b + kSL) \frac{SL^2}{2} + \right.$$

$$\left. R_1 \operatorname{sen} w_1 \left( (b + 2ka)^2 + 2kSL (b + 2ka + kSL) \right) \frac{L}{2} \right]$$



### Determinación del Parámetro "a"

El valor de "a" es el siguiente :

$$a = y_i + u$$

Como se muestra en la figura 5-1, la distancia "u" se mide del plano horizontal que pasa por el punto "A" al plano horizontal tangente a la superficie del agua. El valor de "u" se toma positivo si el punto "A" queda por arriba del plano horizontal tangente a la superficie del agua y negativo si queda por abajo. El valor de "u" es un dato del problema que se da como la sumergencia [ahogamiento] que tiene la descarga en la sección inicial del cimacio ( $x = 0$ ). Si se expresa como fracción de la carga de agua sobre la cresta del cimacio, adopta la siguiente forma:

$$u = +c + \alpha h$$

Donde " $\alpha$ " es un porcentaje de la carga "h" y "c" es la altura de la cresta del vertedor con respecto al terreno natural; se dan como datos del problema.

Derivando la función de costo  $F(c)$  con respecto al ancho de plantilla "b", sustituyendo el valor de "a" e igualando a cero.

$$K_1 = \frac{q \sqrt{2g} Z_i \cos \phi}{\Delta g}$$

$$y_i = \frac{K_1}{b}$$

$$w_1 = w_2 = w$$

$$\text{ctg } w = k$$

$$\begin{aligned}
 F(c) = & \left[ 2\sqrt{1+k^2} \left( \frac{K_1}{b} + u \right) + SL\sqrt{1+k^2} + b + R_1b + 2kR_1 \left( \frac{K_1}{b} + u \right) \right. \\
 & \left. + R_1kSL \right] L\delta B + \left[ Lb \left( \frac{K_1}{b} + u \right) + kL \left( \frac{K_1}{b} + u \right)^2 + kSL^2 \left( \frac{K_1}{b} + u \right) \right. \\
 & \left. + (b + kSL) \frac{SL^2}{2} + R_1 \operatorname{sen} w_1 \left( b^2 + 4kb \left( \frac{K_1}{b} + u \right) + 4k^2 \left( \frac{K_1}{b} + u \right)^2 \right) \right. \\
 & \left. + 2kSLb + 4k^2SL \left( \frac{K_1}{b} + u \right) + 2kS^2L^2 \right] \frac{L}{2} \Bigg]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dF(c)}{db} = & b^4 + \left[ \frac{2(1+R_1)\delta B + SL + 2u}{2R_1 \operatorname{sen} w_1} + 2ku + kSL \right] b^3 \\
 & - \left[ \frac{2K_1\delta B\sqrt{1+k^2} + kR_1 + (2u+SL)kK_1}{R_1 \operatorname{sen} w_1} + 2K_1k^2(2u+SL) \right] b \\
 & - \left[ \frac{2kK_1^2}{R_1 \operatorname{sen} w_1} (1 + 2kR_1 \operatorname{sen} w_1) \right] = 0
 \end{aligned}$$

Haciendo :

$$B = \left[ \frac{(1+R_1)2\delta B + SL + 2u}{2R_1 \operatorname{sen} w_1} + 2ku + kSL \right]$$

$$D = - \left[ \frac{2K_1\delta B\sqrt{1+k^2} + kR_1 + (2u+SL)kK_1}{R_1 \operatorname{sen} w_1} + 2K_1k^2(2u+SL) \right]$$

$$E = - \frac{2kK_1^2}{R_1 \operatorname{sen} w_1} \left( 1 + 2kR_1 \operatorname{sen} w_1 \right)$$

Queda una ecuación de cuarto grado en "b"

$$b^4 + Bb^3 + Db + E = 0 \quad (5.10)$$

Analizando los cambios de signo de esta ecuación, existe una sola raíz positiva a la que se le llamará  $b_0$ .

### 5.1.7. Método para la Determinación de la Solución Óptima

Existen dos procedimientos para el diseño de los canales laterales que son: el gráfico y mediante un programa de computadora en lenguaje fortran. Para el uso de cualquiera de ellos, se requiere conocer los siguientes datos:

$Q_{m\acute{x}}$	Gasto máximo de diseño ( $m^3/seg$ ).
$L$	Longitud de cresta (m).
$g$	Aceleración de la gravedad ( $m/seg^2$ ).
$h$	Altura del agua sobre la cresta del vertedor (m).
$\alpha$	Ahogamiento en la sección inicial (porcentaje de la carga "h").
$c$	Altura de la cresta del vertedor con respecto al nivel del terreno (m).
$\Delta$	Pendiente transversal en la sección inicial (propuesta).
$\phi$	Angulo que hace el agua al entrar al canal con respecto a la horizontal (grados).
$\theta$	Angulo que hace la superficie del terreno con respecto a la horizontal (grados).
$w_1$	Angulo del talud del cimacio (grados).
$w_2$	Angulo del talud opuesto al cimacio (grados)
$C_1$	Costo unitario de revestimiento ( $\$/m^3$ ).
$C_2$	Costo unitario de excavación ( $\$/m^3$ ).
$f$	Espesor medio de revestimiento (m).

#### LAS INCOGNITAS DEL PROBLEMA SON

$b$	Ancho de la plantilla del canal (m).
$S$	Pendiente de la plantilla del canal.
$a$	Desnivel entre la cresta del vertedor y la plantilla del canal, en la sección inicial (m)

y	Tirantes a lo largo del canal colector
e	Altura del escalón (m) .
$x_e$	Localización del escalón con respecto a la sección inicial del canal (m) .

Refiriéndose a la figura 5-5, se muestra en el plano S-b la curva formada por un conjunto de puntos  $P(S, b)$ , que representan combinaciones de S y b, las cuales son soluciones posibles del problema. De todos estos puntos, existe uno que se le llamará  $P_0(S_0, b_0)$  y que tiene un costo menor, dicho punto corresponde a la solución óptima del problema. El proceso que debe seguirse para obtener la solución óptima es el siguiente: puesto que el ancho de plantilla "b" depende de la pendiente "S" (desconocida), el problema se resuelve por tanteos. Suponiendo  $S = 0$  se resuelve la ecuación (5.10) para obtener el ancho de plantilla  $b_0^*$ . Se supone una pendiente  $S_1$  muy grande, que sea una solución del problema, después se escoge una pendiente  $S_2$  muy pequeña que no sea solución del problema. Se aplica el método de bisección que consiste en lo siguiente: conocidos  $S_1$  y  $S_2$  ( $S_1 \gg S_2$ ) se divide el intervalo, calculando el valor de la pendiente  $S_3 = (S_1 + S_2)/2$  y se revisa si es solución. Si es solución, se calcula otro valor de la pendiente  $S_4 = (S_3 + S_2)/2$  y se revisa si es solución. El intervalo entre una pendiente que es solución y otra que no es solución se va acortando, hasta llegar a una pendiente que sea solución y esté lo más próxima a la curva de soluciones del plano S-b (El método de bisección se muestra en la figura 5-5). Al valor de la pendiente  $S_7$  se le llamará  $S_0^*$ , por lo tanto, se conoce el punto  $P_0(S_0^*, b_0^*)$  al cual se le calcula su costo. Debido a que para calcular el ancho de plantilla se supuso  $S = 0$ , se vuelve a calcular el ancho de plantilla  $b_{01}$  con el valor de la pendiente  $S_0^*$ . Con el nuevo ancho de plantilla  $b_{01}$ , se aplica el método de bisección para encontrar el valor de la pendiente  $S_{01}$  cercano a la curva de soluciones del plano S-b, obteniendo el punto  $P_1(S_{01}, b_{01})$  al cual se le calcula el costo. Si el costo del punto  $P_1(S_{01}, b_{01})$  es menor que el del punto  $P_0(S_0^*, b_0^*)$ , se repite el procedimiento hasta encontrar el punto  $P_n(S_{0n}, b_{0n})$  que tenga menor costo. Se ha comprobado que el punto  $P_2(S_{02}, b_{02})$  tiene mayor costo que el punto  $P_1(S_{01}, b_{01})$ . Esto significa que para cualquier

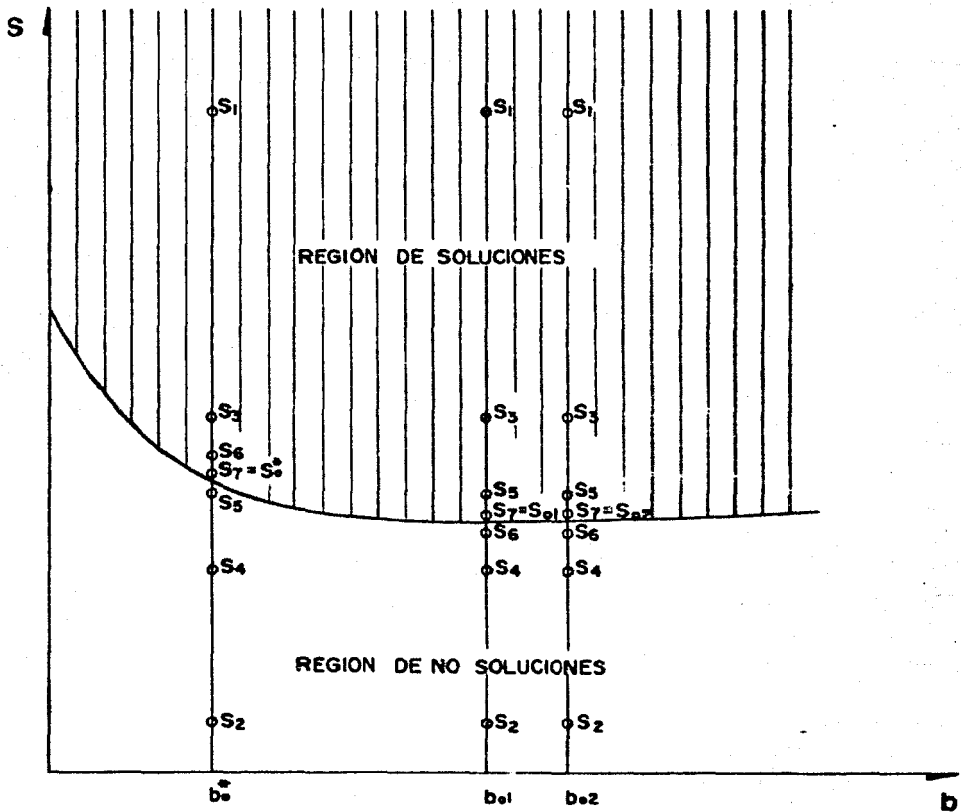


FIG. 5-5

problema se cumple que :

$$P_0(S_0^*, b_0^*) > P_1(S_{01}, b_{01}) < P_2(S_{02}, b_{02})$$

## 5.2 PROCEDIMIENTO GRAFICO DE DISEÑO

### 5.2.1 Explicación del Procedimiento Gráfico de Diseño

El procedimiento gráfico se basa en el uso de ocho diagramas de curvas integrales en el plano  $XY$  a escala logarítmica, para valores del parámetro  $\eta_0 = 0, 0.3, 1, 2, 5, 12, 30, 100$  e  $\infty$  que da soluciones satisfactorias. El procedimiento explicado por R. Guarga F. es el siguiente: se calcula el ancho de plantilla suponiendo  $S = 0$  y con el valor de  $H$  se obtiene el del parámetro  $\eta_0$  de la gráfica  $M[\eta_0]$ . Se calculan las coordenadas del punto singular  $x_0, y_0$  suponiendo un valor de la pendiente  $S_1$  grande. Se fija el ahogamiento  $\alpha$  y la pendiente transversal  $\Delta$  que se desea que tenga en la sección inicial del canal ( $x = 0$ ); a continuación se calcula el tirante inicial  $y_L$  y se hace el cambio de variables  $Y_L = y_L/y_0, X_L = 1/x_0$ . Con estos valores al entrar al diagrama de curvas integrales (que aparecen al final del capítulo 4) para el parámetro  $\eta_0$  más próximo al calculado. Se debe observar que la curva integral que pasa por  $Y_L$  (trayectoria aproximada) no cambie de régimen antes de que finalice el canal, o sea en  $X_L$  (restricción a). Si no existe el cambio de régimen, se resuelve la ecuación [5.6] para obtener el valor de  $Y_L^*$  (restricción b) y compararlo con el tirante final  $Y_L$  (en  $X_L$ ). A continuación se supone una pendiente muy pequeña  $S_2$  y se revisa según el procedimiento descrito anteriormente, de tal forma que no sea solución. Junto con este procedimiento, se aplica el descrito en 5.1.7 (Método de bisección) hasta encontrar una pendiente  $S_0$  más próxima a la curva S-b. Como se supuso  $S = 0$  para calcular el ancho de plantilla "b", con el valor de la pendiente  $S_0^*$  se calcula el ancho de plantilla, resolviendo la ecuación [5.10] y revisando que cumpla con las restricciones a) y b). En caso de cumplir, se procede a calcular el es calón y su localización, así como el costo de esta solución que es óptima.

En caso de no cumplir se vuelve al proceso iterativo descrito en 5.1.7 - hasta encontrar el valor de la pendiente que cumpla con ambas restricciones. En los ejemplos siguientes se aplica este procedimiento numericamente.

### 5.2.2 Ejemplo de Diseño

Ejemplo 1 . Diseño gráfico de un vertedor con canal lateral, sección trapezoidal y pendiente  $S \neq 0$  .

Datos del proyecto :

$$Q_{\text{máx}} = 115 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$h = 1.05 \text{ m}$$

$$L = 53.558 \text{ m}$$

$$g = 9.81 \text{ m}/\text{seg}^2$$

$$w_1 = w_2 = 61.12^\circ$$

$$\theta = 2^\circ$$

$$c = 0$$

$$C_1 = \$ 2125/\text{m}^3$$

$$C_2 = \$ 250/\text{m}^3$$

$$b = 1 \text{ m}$$

El canal se diseñará con una sumergencia (Ahogamiento de la descarga, tomado como un porcentaje de la carga "h") de  $\alpha = 0.5$  y una pendiente transversal máxima  $\Delta = 0.08$  , en la sección inicial. Cálculo de los parámetros :

$$u = -(\alpha h + c) = -0.525 \text{ m}$$

$$R_i = \frac{\text{sen } \theta}{\text{sen } (w_1 - \theta)} = 0.04066$$

$$q = \frac{Q_{\text{máx}}}{L} = 2.1472 \text{ m}^3/\text{seg}/\text{m}$$

$$z_L = h + u = 0,525 \text{ m} ; B = \frac{C_1}{C_2} = 8.5$$

Se considera  $\phi = 0$ , debido a que al estar sumergida la descarga del vertedor, la componente de la velocidad es casi horizontal.

$$K_1 = \frac{q \sqrt{2g z_L} \cos \phi}{g \Delta} = 8.78097 ; k = \text{ctg } w = 0.5515$$

Para iniciar los tanteos se calcula el ancho de plantilla "b", - suponiendo la pendiente  $S = 0$  y se resuelve la ecuación (5.9).

$$b^4 + 18b^3 + 10b + 1E = 0$$

donde;

$$18 = \left[ \frac{(1 + R_1) 2(B + SL + 2u)}{2R_1 \text{sen } w_1} + 2ku + kSL \right]$$

$$10 = - \left[ \frac{2K_1 \{B \sqrt{1 + k^2} + kR_1\} + (2u + SL) k K_1}{R_1 \text{sen } w_1} + 2K_1 k^2 (2u + SL) \right]$$

$$1E = - \frac{2kK_1^2}{R_1 \text{sen } w_1} \left( 1 + 2kR_1 \text{sen } w_1 \right)$$

$$18 = 233.1246240$$

$$10 = - 4733.721199$$

$$1E = - 2482.558373$$

$$b_0^* = 4.7035 \text{ m}$$

Suponiendo un valor de la pendiente  $S = 0.2$  (alto), se calcula el valor de  $M = \frac{4q^2 k}{g b^3 S^2}$  y se resuelve la ecuación (2.6)

$$2\eta^3 + 3\eta^2 + \eta - M = 0$$



La gráfica de la ecuación (2.6) aparece en la figura 4-12 - - - ( $\eta_0 - M$ ), por lo tanto, con el valor de  $M$  entrando a la gráfica 4-12 se obtiene el valor de  $\eta_0$ , que es la raíz máxima positiva.

$$M = \frac{4 q^2 k}{g b^3 S^2} = 0.2491$$

$$\eta_0 = 0.165$$

Con el valor de  $\eta_0$  se calculan las coordenadas del punto singular.

$$x_0 = \frac{2b(1 + \eta_0)\eta_0}{Sk(1 + 2\eta_0)} = 12.3266$$

$$y_0 = \eta_0 b/k = 1.4072$$

Para entrar a las gráficas logarítmicas de las curvas integrales de la ecuación (2.9) se calcula el tirante inicial con la ecuación (4.6). Se procede a hacer el cambio de variables como sigue :

$$y_i = \frac{K_1}{b} = 1.8668$$

$$y_i = y_i/y_0 = 1.3266$$

$$x_i = L/x_0 = 4.3449$$

Entrando a la gráfica de curvas integrales de la ecuación (2.9) para  $\eta_0 = 0.3$  (más próximo a  $\eta_0 = 0.165$ ), se observa que no hay cambio de régimen hasta  $x_i$ . Ahora se verá si cumple con la restricción b), que para cualquier sección del canal  $p(x) \leq \Delta$ , para ello se resuelve la ecuación (5.6).

$$A v^2 + B v + C = x_i$$

Siendo :

$$A = \frac{g b^2 y_0}{4 q^2} \left( \frac{\Delta}{\cos \phi} \right)^2 \left( \frac{1 + 2 \eta_0}{1 + \eta_0} \right) = 0.1210$$

$$B = \frac{1 + 2 \eta_0}{2(1 + \eta_0)} = 0.5708$$

$$\phi = - \frac{H}{y_0} = - 0.9702$$

$$H = y_i + z_i = 2.3918$$

$$y_f^* = 2.80$$

Resulta  $y_f^* \leq y_f$  (del diagrama de curvas integrales para  $\eta_0 = 0.3$ ), se concluye que es solución del problema. La determinación de la solución óptima se resume en el siguiente cuadro, en el cual, se continúa calculando según el método de bisección descrito en 5.1.7. (Método para la Determinación de la Solución Óptima).

Cálculo del Escalón y su Localización.

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre la sección final y la sección donde se localiza el escalón (tres veces la altura del escalón  $(3e)$ , a partir de la sección final), según se indicó en 4.1.2. Se tantea con diferentes alturas de escalón y tirantes hasta igualar a la energía en la sección final  $E = y_f + V_f^2/2g + Z$ .

La pérdida de energía entre las dos secciones se valorarán de la siguiente forma:

$$h_f = K_e (V_e^2 - V_f^2)/2g$$

donde  $K_e$  es un coeficiente de pérdida debida al escalón y a la fricción, que se obtuvo experimentalmente y cuyo valor es aproximadamente  $K_e = 0.266838$ .

La ecuación de la energía queda de la siguiente forma:

$$y_f + V_f^2/2g + Z = y_e + V_e^2/2g + e + h_{f1,2}$$

$$Z = 3eS$$

**TABLA DE CALCULO PARA EL DISEÑO GRAFICO DE VERTEDORES CON CANAL LATERAL**

DATOS	L	Q <sub>max</sub>	q	h	θ	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	g	w <sub>1</sub>	w <sub>2</sub>	f	c	φ	Δ	α				
	53.554	115	2.1472	1.05	2°	2125	250	9.81	61.12°	61.12°	1	0	0	0.08	0.5				
PASO 1	fB	R <sub>1</sub>	K	u	h	B*	D*	E*	b <sub>0</sub> *										
	8.5	0.04066	8.78097	-0.525	0.5515	233.124624	-4733.721199	-2482.558373	4.7035										
PASO 2	b	S	M <sub>a</sub>	η <sub>1</sub>	y <sub>1</sub>	x <sub>1</sub>	y <sub>1</sub>	Y <sub>1</sub>	x <sub>1</sub>	X <sub>1</sub>	x <sub>r</sub>	X <sub>r</sub>			DIAG. η <sub>2</sub>	Y <sub>r</sub> *	Y <sub>f</sub>	SOLUCION	
	4.7035	0.20	0.2490	0.189	1.4072	12.3264	1.8669	1.3268	0	0	53.558	4.3448	0.1210	0.8708	-0.9702	0	4.6762	5.50	SI
	4.7035	0.10	0.9983	0.38	32.409	50.8236	1.8669	0.5760	0	0	53.558	1.0538	---	---	---	0.5			CAMBIO REQUERIDO
	4.7035	0.18	0.4428	0.23	1.9818	22.0845	1.8669	0.9917	0	0	53.558	2.4310	0.1753	0.5935	-0.7277	0.3	2.8746	2.60	SI
	4.7035	0.125	0.6378	0.29	2.4733	32.5090	1.8669	0.7548	0	0	53.558	1.6576	0.2281	0.6124	-0.5822	0.5	2.0729	1.65	NO
	4.703	0.1375	0.5270	0.26	2.2175	26.7370	1.8669	0.8420	0	0	53.558	2.0031	0.2015	0.8032	0.6506	0.3	2.4289	2.20	NO
PASO 3																			
PRIMERA APROXIMACION A LA SOLUCION S=0.15 b = 4.7035 m.																			
PASO 4	B	D	E	b	y <sub>1</sub> = K <sub>r</sub> /b	H = Y <sub>1</sub> + Z <sub>1</sub>													
	350	377.8	5869	5662	2482.5583	4.2651	2.0588	2.5837											
PASO 5	SEGUNDA APROXIMACION A LA SOLUCION b=4.2651 m. s=0.15																		
	b	S	M	η <sub>1</sub>	y <sub>1</sub>	x <sub>1</sub>	y <sub>1</sub>	Y <sub>1</sub>	x <sub>1</sub>	X <sub>1</sub>	x <sub>r</sub>	X <sub>r</sub>			DIAG. η <sub>2</sub>	Y <sub>r</sub> *	Y <sub>f</sub>	SOLUCION	
	4.2651	0.15	0.5939	0.28	2.1854	23.8898	2.0591	0.9508	0	0	53.558	2.2608	0.1834	0.6094	-0.7271	0.50	2.80	2.50	NO
PASO 6	4.2651	0.18	0.5220	0.26	2.0107	20.8346	2.0591	1.0239	0	0	53.558	2.5708	0.1502	0.8032	-0.7751	0.30	3.1209	3.10	SI
PASO 7	SOLUCION S = 0.16 b = 4.2651 m.																		
PASO 8	b <sub>0</sub>	S <sub>0</sub>	y <sub>1</sub>	a	y <sub>r</sub> = Y <sub>r</sub> - y <sub>1</sub>	y <sub>0</sub>	e	x <sub>0</sub>											
	4.2651	0.16	2.0588	1.5338	6.2332	1.835	2.5	61.058											
PASO 9	PROFUNDIDAD DE EXCAVACION EN LA SECCION INICIAL a = 1.5338 m.																		
	ALTURA DEL ESCALON e = 2.5 m											ABSCISA DEL ESCALON x <sub>0</sub> = 61.058 m							
	EL RESULTADO FINAL ES:																		
RESULTADO	ANCHO DE LA PLANTILLA b <sub>0</sub> = 4.2651 m.				ABSCISA DEL ESCALON x = 61.058 m				PENDIENTE DE LA PLANTILLA S <sub>0</sub> = 0.16				COSTO EL COSTO DE LA SOLUCION POR EXCAVACION Y REVESTIMIENTO DE CONCRETO \$ 2,797,664.41						

Cálculo de la energía en la sección final.

$$\text{El tirante final } y_f = V_f y_0 = 6.2332 \text{ m}$$

$$A_f = (b + k y_f) y_f = 48.0125$$

$$V_f = \frac{Q_{\text{máx.}}}{A_f} = 2.3952 \text{ m/s}$$

$$E_1 = y_f + V_f^2/2g = 6.5256 \text{ m}$$

$$E_2 = y_e + V_e^2/2g + e - 3eS + K_e (V_e^2 - V_f^2)/2g$$

$$b_e = b + 2k_e = 4.2651 + 2 \times 0.5515 \times e$$

$$A_e = (b_e + k y_e) y_e$$

Proponiendo una altura para el escalón  $e = 2.50$ , y resolviendo por iteraciones la ecuación para la energía en (2), se obtienen los valores para el tirante  $y_e = 1.98 \text{ m}$  y  $y_e = 4.94 \text{ m}$ , de los cuales se escoge el segundo debido a que el flujo hasta la zona del escalón es en régimen subcrítico.

La conveniencia de escoger una determinada altura para el escalón, depende de la topografía del terreno y de tratar que se tengan las menores excavaciones en la rápida.

Localización del Escalón.

$$x_e = L + 3e = 61.058 \text{ m}, \text{ a partir de la sección inicial.}$$

El costo de esta solución es :

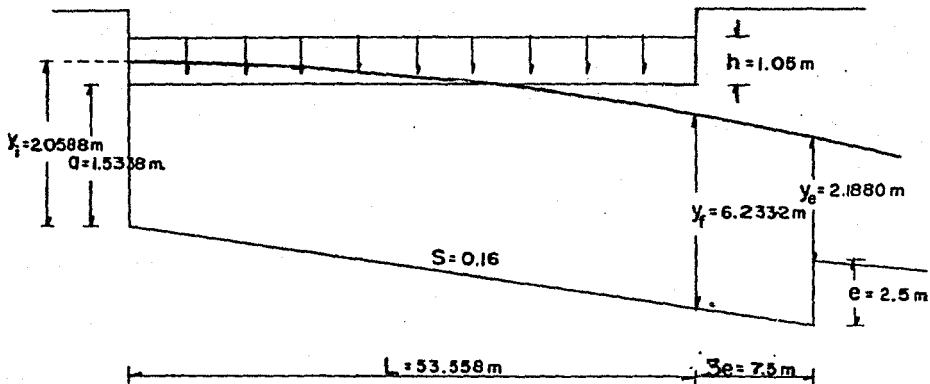
$$SR = 963.4399 \text{ m}^2$$

$$V_{exc} = 3001.4185 \text{ m}^3$$

$$\text{Costo} = (\text{SR}) \delta C_1 + V_{exc} C_2$$

$$\text{Costo} = \$ 2'797,664.41$$

EL DISEÑO DEL CANAL QUEDA ASÍ



El costo es aproximado, para tener el real debe hacerse con más detalle la elaboración del presupuesto.

Ejemplo 2. Diseño gráfico de un vertedor con canal lateral, sección trapecial y pendiente  $S = 0$ .

Datos del Proyecto

$$Q_{\text{máx.}} = 646 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$h = 5.49 \text{ m}$$

$$L = 25 \text{ m}$$

$$g = 9.81 \text{ m/seg}^2$$

$$\omega_1 = \omega_2 = 63.43^\circ$$

$$\theta = 9.03^\circ$$

$$c = 0$$

$$C_1 = \$ 2125/\text{m}^3$$

$$C_2 = \$ 250/\text{m}^3$$

$$b = 1 \text{ m}$$

El canal se diseñará con una sumergencia en la sección inicial  $\alpha = 0.35$  y una pendiente transversal  $\Delta = 0.08$ .

Cálculo de los parámetros:

$$q = \frac{Q}{L} = 25.84 \text{ m}^3/\text{seg}/\text{m} \text{ (gasto unitario)}$$

$$u = -(c + \alpha h) = -1.9215 \text{ m}$$

$$Z_i = h + u = 3.5685 \text{ m}$$

$$K_1 = \frac{q \sqrt{2g Z_i \cos \phi}}{g \Delta} = 275.5027$$

Se considera  $\phi = 0$ , debido a que al estar sumergida la descarga del vertedor, la componente de velocidad es casi horizontal.

$$R_1 = \frac{\Delta \sin \theta}{\Delta \sin (\omega_1 - \theta)} = 0.193028$$

$$f_B = \frac{C_1}{C_2} f = 8.50$$

Para calcular el ancho de plantilla "B", se resuelve la ecuación (5.10) para  $S = 0$ .

$$IB = 45.6870$$

$$ID = -29353.33705$$

$$IE = -515549.8089$$

$$b^4 + 18b^3 + 106b + 1E = 0 \quad [5.10]$$

$$b = 26.1393 \text{ m}$$

Cálculo del tirante inicial :

$$y_i = K_1/b = 10.5397 \text{ m}$$

Para calcular los tirantes a lo largo del canal colector se hará uso de la solución de la ecuación diferencial [2.29]. Para ello, se calcula la constante de integración con la condición de frontera que está representada por el tirante al inicio del canal colector.

Para calcular las coordenadas del punto singular se resuelve la ecuación [2.28], cuya gráfica aparece en la figura 4-13. Con el valor de  $N = \frac{g^2 k}{g b^3}$  se entra a la gráfica para obtener el valor de  $\eta_0$ .

$$N = 0.001905 ; \eta_0 = 0.002$$

Las coordenadas del punto singular son :

$$x_0 = y_0 = \frac{\eta_0 b}{k} = 0.1045572$$

Para calcular la constante de integración se hace el siguiente cambio de variables :

$$y_i = y_i/y_0 = 100.8032 ; x_i = 0$$

Con el valor de la constante de integración, sustituida en la solución de la ecuación diferencial, se calcula el tirante final.

$$C = \frac{(1 + \eta_0)^3 x^2}{(1 + 2\eta_0)(1 + \eta_0 y) y} + \left( \frac{1}{2} + \frac{\eta_0 y}{3} \right) y^2 = 5763.5022$$

$$x_6 = L/x_0 = 239.103572$$

$$y_6 = 96.598$$

$$y_6 = y_6 y_0 = 10.10 \text{ m}$$

*Cálculo del Escalón y su Localización.*

Aplicando la ecuación de la energía entre la sección final y la sección donde se localiza el escalón (3e), se tantea con diferentes alturas de escalón, hasta igualar la energía en la sección final - - - -

$$E_1 = y_f + V_f^2/2g .$$

La ecuación entre ambas secciones queda :

$$y_f + V_f^2/2g + z = y_e + V_e^2/2g + e + h_{f_{12}}$$

$$h_{f_{12}} = K_e \left( V_e^2 - V_f^2 \right) / 2g ; K_e = 0.266838$$

$$z = 3eS = 0$$

$$y_f = 10.10 \text{ m}$$

$$A_f = (b + k y_f) y_f = 315.0119$$

$$V_f = \frac{Q}{A_f} = 2.0507$$

$$E_1 = y_f + V_f^2/2g = 10.3143$$

$$E_2 = y_e + V_e^2/2g + e + K_e \left( V_e^2 - V_f^2 \right) / 2g$$

$$be = b + 2ke = 26.1393 + 2 \times 0.5 \times e$$

$$A_e = (be + k y_e) y_e$$

$$V_e = Q/A_e$$

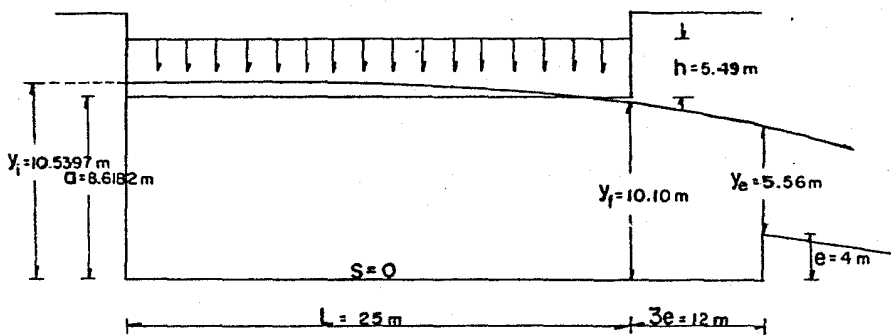
Proponiendo un escalón  $e = 4 \text{ m}$  y resolviendo por iteraciones -



la ecuación para la energía en (2), se obtienen los valores para el tirante  $y_e = 2.73 \text{ m}$  y  $y_e = 5.56 \text{ m}$ , de los cuales se escoge el segundo debido a que el flujo hasta la zona del escalón es en régimen subcrítico.

$$X_e = L + 3e = 25 + 3 \times 4 = 37 \text{ m}$$

El diseño queda como se muestra en la siguiente figura.



Costo del Canal (usando las ecuaciones 5.8 y 5.9)

$$a = y_1 + u = 8.6182 \text{ m}$$

$$\text{Costo} = \{\text{SR}\} \delta C_1 + V_{\text{exc}} C_2$$

$$\text{SR} = 1302.9838 \text{ m}^2$$

$$V_{\text{exc}} = 9167.3356 \text{ m}^3$$

\$ 5 060,674.48

El costo es aproximado.

### 5.3 PROCEDIMIENTO DE DISEÑO MEDIANTE EL USO DE UN PROGRAMA PARA COMPUTADORA

#### 5.3.1 Explicación del Programa que Diseña Vertedores con Canal Lateral

El programa en lenguaje fortran aplica al diseño de vertedores con canal lateral, la teoría expuesta en los capítulos 1, 2, 3 y 4. Se usa el "Método para la Determinación de la Solución Óptima" explicada en 5.1.7.

En el procedimiento explicado en 5.1.7, se dijo que teniendo fijos los valores de la sumergencia  $\alpha$  y la pendiente transversal  $\Delta$  en la sección inicial ( $x = 0$ ), se encuentra un diseño óptimo para dichos valores. El programa encuentra el diseño óptimo de óptimos, para ello analiza el problema variando el valor de la sumergencia desde un valor de 0.8 a 0.0 y para cada valor de la sumergencia varía el valor de la pendiente transversal desde 0.10 a 0.01, comparando todas las alternativas hasta encontrar la de menor costo, e imprime los datos de dicha alternativa, que son:

- $\alpha$  Sumergencia en la sección inicial.
- $\Delta$  Pendiente transversal en la sección inicial.
- S Pendiente de la plantilla del canal.
- b Ancho de la plantilla.
- a Desnivel entre la cresta del cimacio y la plantilla del canal en la sección inicial.
- $y_c$  Tirante crítico.
- e Altura del escalón.
- $x_e$  Localización del escalón a partir de la sección inicial.

- § Costo
- y Lista de los tirantes que se presentan a lo largo del canal colector.

Para el análisis del problema, el programa principal hace uso de tres subrutinas, que son : ANCHO, INT. NUM y ESCAL . A continuación se explica la función de cada una, así como su utilización dentro del programa principal. Al final aparece un ejemplo de diseño usando el programa.

#### Subrutina ANCHO

La subrutina ANCHO se utiliza en varias ocasiones dentro del programa principal para calcular el ancho de plantilla "b", que resulta de obtener la máxima raíz positiva de la ecuación (5.10) .

La obtención de la máxima raíz positiva de la ecuación (5.10) se realiza mediante el método de Newton-Raphson.

La ecuación (5.10) resultó de minimizar la función de costo  $F(C)$  (como se vio en 5.3.4) con respecto al ancho de plantilla. El valor del ancho de plantilla que se obtiene al resolver la ecuación (5.10) es el que da un costo menor.

#### Subrutina INT. NUM.

La subrutina INT. NUM. realiza la integración de la ecuación diferencial (2.9) , utilizando el método numérico descrito en 4.2.1 (Método de Euler-Mejorado) . Calcula para ello la condición de frontera [Tirante inicial] como se indicó en 4.1 .

Con los datos del problema, la subrutina calcula el parámetro  $\eta_0$  y después las coordenadas del punto singular  $x_0, y_0$  . Hace el cambio de variables  $y_x = y_x/y_0$  para poder integrar la ecuación diferencial (2.9) y calcula los demás tirantes a lo largo del canal colector. Analiza que se cumplan las restricciones a) y b) vistas en 5.1.2 (Solución Posible) y que se refieren a :

- a) El flujo en el canal colector debe ser lento a lo largo de toda su longitud.

- b) Se debe cumplir que en cualquier sección del canal la pendiente transversal  $p(x) \leq \Delta$

La condición dada por la restricción a), la subrutina la maneja con base a que el perfil del agua hasta la sección final (tirante final) - del canal ( $X_f = L/x_0$ ) esté por arriba de la curva que representa el flujo crítico (ecuación 2.27), es decir, que no exista cambio de régimen dentro del canal colector. La condición que impone la restricción b), la subrutina la utiliza mediante la ecuación (5.6) que representa en el plano XY la curva con pendiente transversal igual a  $\Delta$  para todas las secciones del canal. Para lograr esto, la curva que representa el perfil del agua de be estar por encima de (5.6). Si se cumple con ambas restricciones, la subrutina indica que la alternativa analizada es una solución del problema ( $V_1 = 0$ ), en caso contrario, indica que no es solución ( $V_1 = 1$ ).

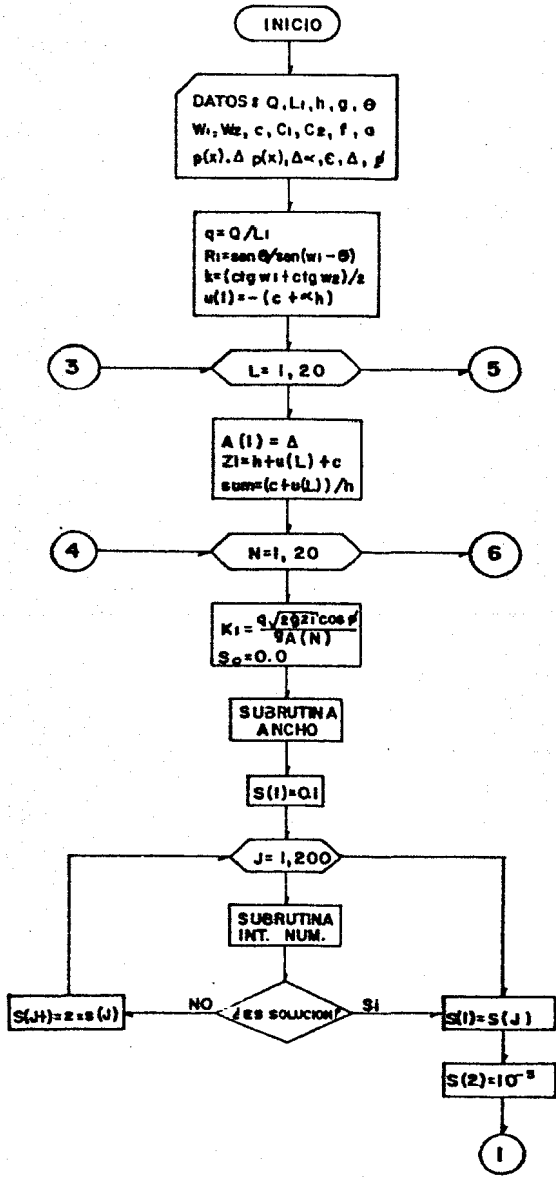
#### Subrutina ESCAL

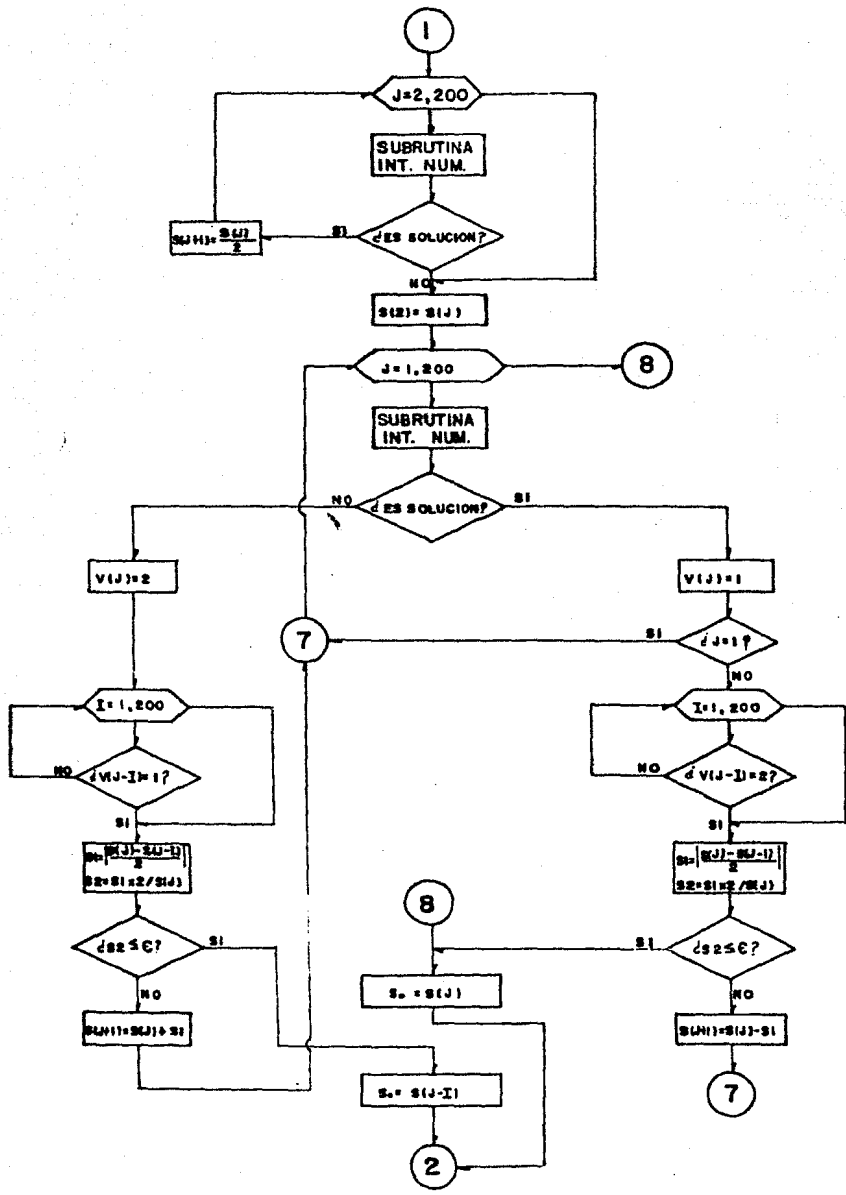
La subrutina ESCAL se utiliza al final del programa principal - cuando se cuenta con los datos de la solución óptima, que son :

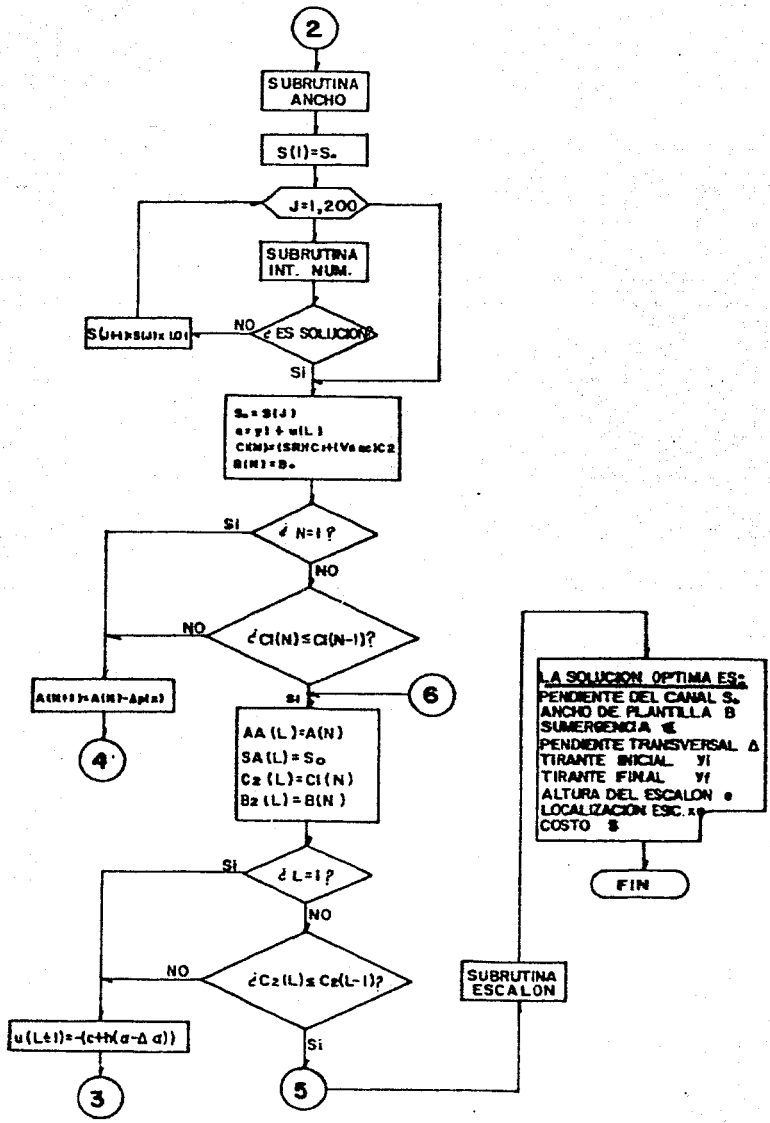
- a Sumergencia óptima.
- $\Delta$  Pendiente transversal óptima.
- $y_i$  Tirante inicial.
- $y_f$  Tirante final.
- b Ancho de plantilla óptimo.
- S Pendiente de la plantilla óptima.

Con estos datos la subrutina calcula la altura del escalón "e" - mediante un procedimiento iterativo y da su localización  $(L + 3e)$  respecto a la sección inicial del canal. Para ello se aplica la ecuación de Bernoulli de la sección final a la sección donde se localiza el escalón  $(3e -$  a partir de la sección final), como se indicó en 4.1.2. Con estos datos se completa el diseño del canal, que es la solución más económica. A continuación se presenta el diagrama de flujo y la codificación del programa principal, así como el de las subrutinas.

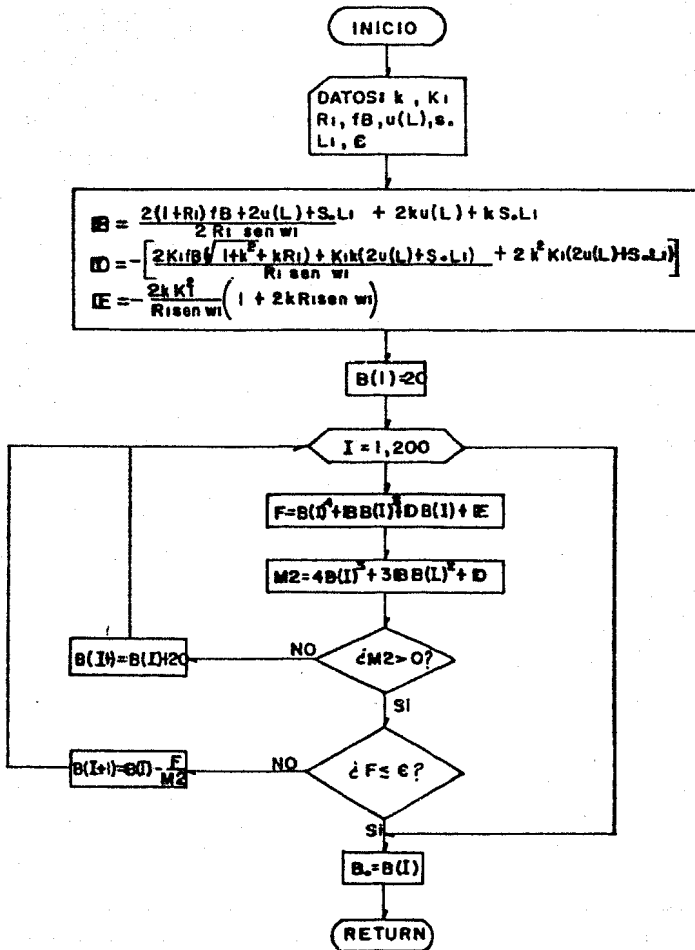
PROGRAMA PRINCIPAL





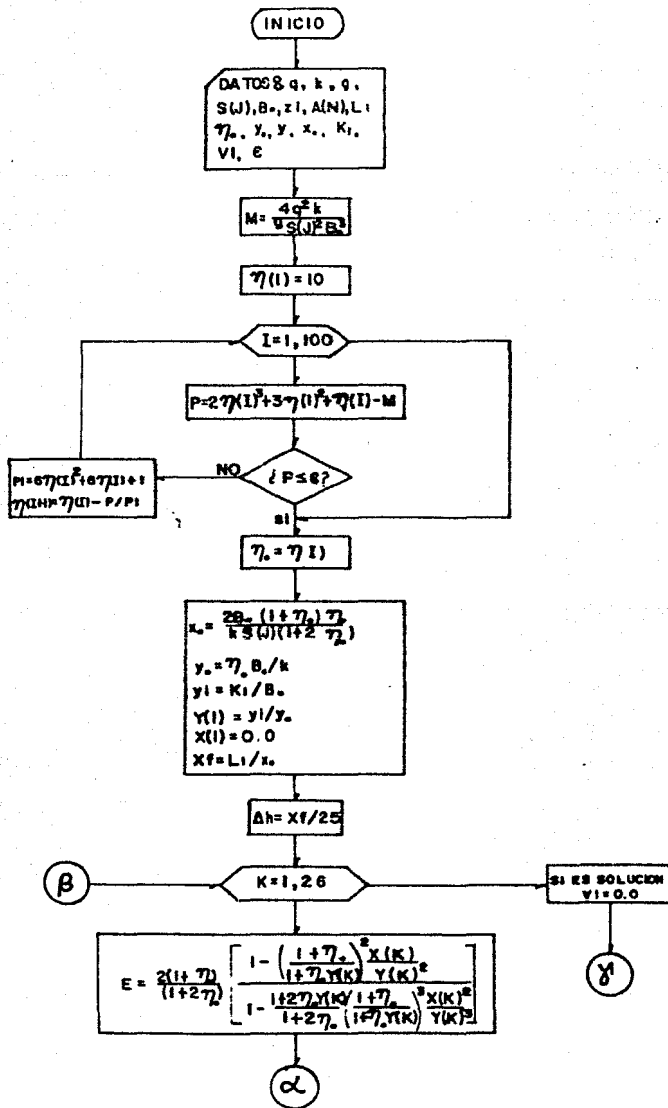


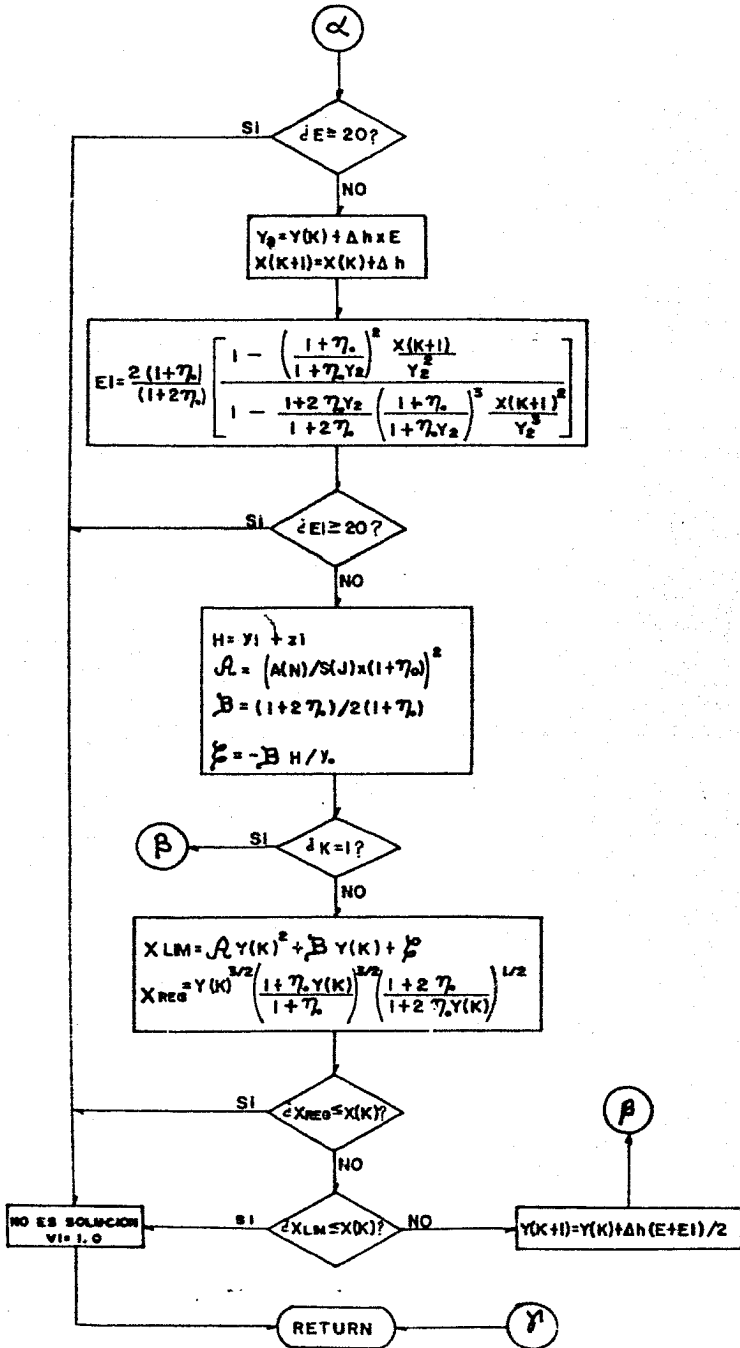
## SUBROUTINA ANCHO



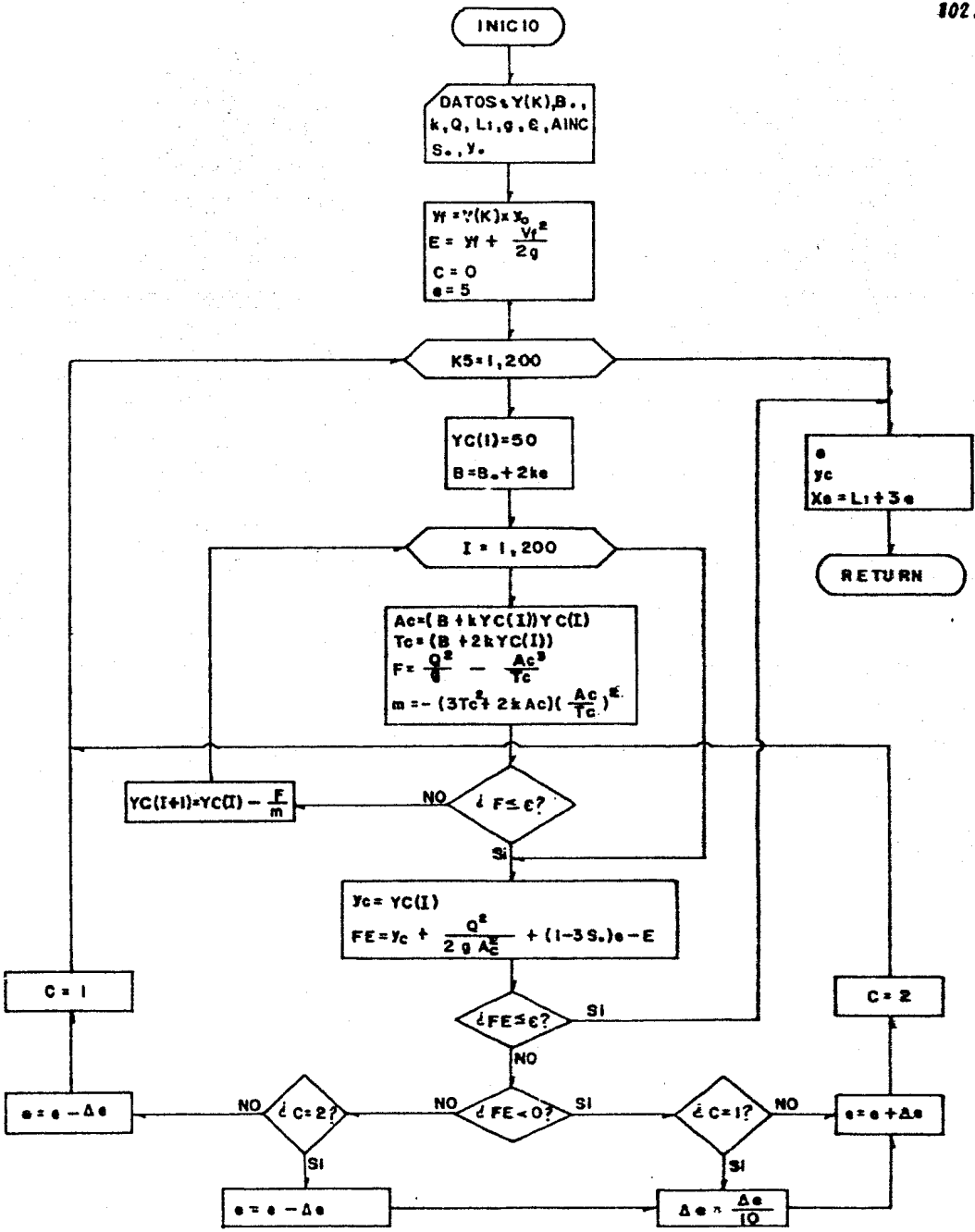


## SUBROUTINA INT. NUM.





# SUBROUTINA ESCAL



```

DIMENSION D(100),S(10),A(100),SUML(100)
DIMENSION V(10)
DIMENSION X(41),Y(41),X5(41),Y5(41)
DIMENSION AN(100),SM(100),MNE(100),ZNE(100),ALNE(100),CME(100)
DIMENSION AL(100),SL(100),BL(100),ZL(100),ALL(100),CL(100)
REAL L1,K2,M1,LUNG
K1AD 100,M1,L1,M1,G,TETA,M1,M2,C1,C1,C2,ESP,EPS,A3,A4,A5,A6,(5,16)
100 FORMAT (8F10.5/8F10.5/215)
K1AD 110,A9,A10,ALL
110 FORMAT (1A10)
M1=3.141592654
G=4.5*PI/22
M1=SIN(TETA)/SIN(M1-TETA)
K2=11/TAN(M1)+1/TAN(M2))/2
U(1)=C-A3*H
DU 410 L=1,15
Z1=U(1)-C
20 SVA=(U(1)-C)/H
A(1)=A5
DU 350 N=1,16
K1=U(1)*SURT(2*G*Z1)/(G*PI*N)
50=0.0
25 CALL ANCHO (K2,K1,M1,M1,F8,M1,L1,SO,L1,EPS,B0)
S(1)=0.10
DO 120 J=1,300
CALL INTNUM (Q1,K2,G,S,J,B0,EPS,K1,A,M,L1,Y1,Y0,Y,K,Y1,END,X,K5,Y5
1,X0,Z1)
IF (V1.EQ.0.0) GO TO 130
S(J)=1-Z*5(J)
120 CONTINUE
S(1)=S(1)
130 S(2)=1E-2
DO 150 J=2,300
CALL INTNUM (Q1,K2,G,S,J,B0,EPS,K1,A,M,L1,Y1,Y0,Y,K,Y1,END,X,K5,Y5
1,X0,Z1)
IF (V1.EQ.1.0) GO TO 160
S(J)=1+5(J)/2.0
40 CONTINUE
150 S(2)=S(1)
160 S(2)=S(1)
DO 290 J=1,300
CALL INTNUM (Q1,K2,G,S,J,B0,EPS,K1,A,M,L1,Y1,Y0,Y,K,Y1,END,X,K5,Y5
1,X0,Z1)
IF (V1.EQ.1.0) GO TO 230
V(J)=1.0
IF (J.EQ.1) GO TO 290
DO 210 I=1,300
IF (V(J-I),EQ.2.0) GO TO 220
210 CONTINUE
S1=ABS((S(I)-S(J-I))/2.0)
S2=51*2/S(I)
IF (S2*ALL*EPS) GO TO 300
S(J)=1+(J)-S1
30 GO TO 290
V(J)=2.0
230 DO 250 I=1,300

```

```

8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62

```

```

      IF (V(I)-1).EQ.1.0) GO TO 260
250 CONTINUE
260 S1=ABS((S(IJ)-S(J=1))/2)
      S2=S1**2/S(IJ)
      IF (S2.LE.EPS) GO TO 310
      S(IJ)=S(IJ)+S1
290 CONTINUE
300 S0=S(IJ)
      GO TO 320
310 S0=S(IJ)-1
320 CALL ANCHD (K2,K1,K1,M1,FB,Us,L,S0,L1,EPS,B0)
      S(IJ)=S0
70 CALL ININUR (Q1,K2,G,S,J,B0,EPS,K1,A,N,L1,Y1,Y0,Y,K,Y1,END,K,X5,Y5
      L,X0,Z1)
      IF (V1.EQ.0.0) GO TO 325
      S(IJ)=S0*1.01
      DD J2 J=1,100
75 CALL ININUR (Q1,K2,G,S,J,B0,EPS,K1,A,N,L1,Y1,Y0,Y,K,Y1,END,K,X5,Y5
      L,X0,Z1)
      IF (V1.EQ.0.0) GO TO 324
      S(IJ)=S(IJ)*1.01
322 CONTINUE
324 S0=S(IJ)
325 A2=(Y1+U(L1))
      A1=Y1-SUM*H
      COST1=((2*A2+S0*L1)+SQRT((1+K2**2)*(B0+RL*(B0+2*K2*A2+K2*S0*L1)+L1)))/2
80
85
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100 CNIN=CUSTU
      IF (N.EQ.1) GO TO 350
      IF (CNIN).LE.(CNIN-1)) GO TO 360
350 CONTINUE
      N=N+1
100 360 AL(L)=ANENI
      SUM(L)=SUM
      U(L)=L-(A3-A4*L)*H
      SL(L)=SNENI
      BL(L)=BNENI
      ZL(L)=ZNENI
      ALL(L)=ALNENI
      CL(L)=CNENI
      IF (L.EQ.1) GO TO 410
      IF (CL(L).LE.CL(L-1)) GO TO 420
110 410 CONTINUE
      L=L+1
      420 S(L)=S(L)
      B0=BL(L)
      Z1=ZL(L)

```

```

115 AINI=ALLI) 118
    SO=SL(I) 119
    KI=015CRK(12*GZ1)/(G*AINI) 120
    CALL INTNUM (O1,K2,G,S,J,BO,EP5,K1,A,N,LL,V1,YO,Y,K,Y1,END,X,X5,Y5 121
    1,XO,Z1) 122
120 CALL ESCALI(Y,K,BO,K2,LL,LL1,G,EP5,SQ,YCK,ESC,LUNG,YF(I)) 123
    PRINT 7 124
    7 FUMAT (IHL) 125
    PRINT 6 126
    6 FUMAT (***** 127
    1***** 128
    2****) 129
    PRINT 180,A9,A10,A11 130
180 FUMAT (35X,"DISEÑO DEL VERTEDO DE EXCEDENCIAS DE LA PRESA",//,50 131
    1X,JAL0) 132
130 TETA=(180/P1)*TETA 133
    M1=(180/P1)*M1 134
    M2=(180/P1)*M2 135
    200 PRINT 200,J1,LL,M,G,TETA,M1,M2,C,C1,CZ,ESP 136
130 FUMAT (//,40X,"**** DATOS DEL PROYECTO *****//,35X,"** G 137
    1ASTA UNITARIO",23X,F12.6" M3/SEG/M " //,35X,"** LONGITUD DE CRES 138
    2TA",14X,F12.6" M" //,35X,"** CARGA SOBRE EL VERTEDO",14X,F12.6 139
    3" M " //,35X,"** ACELERACION DE LA GRAVEDAD",11X,F12.6" M/SEG2" 140
    4//,35X,"** ANGULO DEL TERRENO",19X,F12.6" GRADOS" //,35X,"** AN 141
    5GULO DEL TALUD DEL CIRCUO",9X,F12.6" GRADOS" //,35X,"** ANGULO D 142
    6EL TALUD OPUESTO AL CIRCUO",2X,F12.6" GRADOS" //,35X,"** ALTURA 143
    7DE LA CUESTA SOBRE EL TERRENO "F12.6" M" //,35X,"** COSTO UNITA 144
    8RIO DE EXCAVACION",4X,"5 "F12.6" /M3" //,35X,"** COSTO UNITARIO DE 145
    9 REVESTIMIENTO",6X,"3 "F12.6" /M3" //,35X,"** ESPESOR MEDIO DE RE 146
    10VESTIMIENTO",7X,F12.6" M") 147
    PRINT 6 148
    PRINT 7 149
    PRINT 6 150
    PRINT 430,SUML(I),AL(I),ALL(I),BL(I),SL(I),ESC,LONG,CL(I) 151
430 FUMAT (//,40X,"** SOLUCION OPTIMA ****//,35X,"** SURGERENC 152
    1IA",22X,F12.6" //,35X,"** PENDIENTE TRANSVERSAL",12X,F12.6" //,35X, 153
    2** UESNIVEL EN LA SECCION INICIAL",2X,F12.6" M" //,35X,"** ANCH 154
    3U DE LA PLANTILLA",11X,F12.6" M" //,35X,"** PENDIENTE DE LA PLAN 155
    4TILLA",7X,F12.6" //,35X,"** ALTURA DEL ESCALON",14X,F12.6" M" //, 156
    535X,"** LOCALIZACION DEL ESCALON",8X,F12.6" M" //,35X,"** COSTO 157
    6 S",27X,F12.2) 158
    PRINT 440,END,XO,YO,YCK,YFIN 159
440 FUMAT (//,40X,"** CUDENADAS DEL PUNTO SINGULAR ***//,20X,"**ND 160
    1="F15.8,3X,"*XO="F15.8,3X,"*YO="F15.8//,30X,"*TIRANTE CRITICO Y 161
    2C="F10.3,6X,"*TIRANTE FINAL YF="F10.3) 162
    PRINT 445 163
160 FUMAT (//,40X,"** LISTA DE TIRANTES A LO LARGO DEL CANAL ***" 164
    DU 500 K=1,Z1 165
    PRINT 450,X5EK1,Y5IK1 166
450 FUMAT (80X," X="F10.2" M "6X," Y="F10.2" M ") 167
160 500 CONTINUE 168
    PRINT 6 169
    CALL EXIT 170
    END 171

```

105

```

1      SUBROUTINE ANCHJ (K2,K1,R1,m1,FB,U,L,S0,L1,EPS,R0)      172
      DIMENSION U(100),B(200)      173
      REAL L1,K1,K2,M2      174
      E2=2*K2*K1*0.2/(R1*SIN(m1))*0.1+2*K2*R1*SIN(m1)      175
      D=(2*K1*FB*(SUNT(1+K2*0.2)+K2*R1)+(K1*R2*(2*U(L)+S0*L1)))/(R1*SIN      176
      (m1))      177
      D1=(K2*2*2*K1*(2*U(L)+S0*L1))      178
      D=0+D1      179
      B1=(2*0.1+R1)*FB+2*U(L)+S0*L1/(2*R1*SIN(m1))+2*K2*U(L)+K2*S0*L1      180
      B(1)=20      181
      U(20)=1-1.198      182
      FB=0.11*0.4+B(1)*0.3*B1+B(1)*0-E2      183
      M2=0.11*0.3+0.11*0.2*B1*0-D      184
      IF (M2.GT.0.0) GO TO 600      185
      B(1)=0.11+20.0      186
      GO TO 610      187
600   B(1)=0.11-FB/M2      188
610   IF (ABS(FB).LE.EPS) GO TO 630      189
620   CONTINUE      190
20    B0=B(1)      191
      RETURN      192
      END      193

```

1	SUBROUTINE INTNUM (I1,K2,G,S,1,BO,EP5,K1,A,N,I,1,Y1,YO,Y,K,Y1,END,X	194
	1,2,3,Y5,X0,Z1)	195
	DIMENSION S13(1),A(100),Y(41),X(41),PN(200)	196
	DIMENSION X5(41),Y5(41)	197
5	REAL L1,K2,K1	198
	UN=1.0*2.0**K2/16.0*(S1J)**2)*(BO**3)	199
	PN(1)=1.000	200
	DO 500 I=1,198	201
	PN1=PN(I)**3*2-PN(I)**2*3+PN(I)-8P	202
10	IF (ABS(PN1).LE.EPS) GO TO 510	203
	PN2=PN(I)**2*6+PN(I)**6*1.0	204
	PN(I)=PN(I)-PN1/PN2	205
500	CONTINUE	206
510	END=PN(I)	207
15	X0=2.00/(K2*S(J))*(1+END)*END/(1+2*END)	208
	Y0=END*DO/K2	209
	Y1=X1/DO	210
	Y(1)=Y1/Y0	211
	A3=L1/K0	212
20	X(1)=0.0	213
	H1=X1/2.0	214
	DO 550 K=1,21	215
	G1=(1+END)/(1+END*Y(K))	216
	G2=2*(1+END)/(1+2*END)	217
25	G3=(1+2*END*Y(K))/(1+2*END)	218
	IF (Y(K).LT.0.0) GO TO 560	219
	E=G2*(1-G1**2*X(K)/(Y(K)**2))/(1-G3*(G1**3)*(X(K)**2)/(Y(K)**3))	220
	IF (ABS(E).GE.2) GO TO 560	221
	Y2=Y(K)*H1*E	222
30	X(K+1)=X(K)+HE	223
	G4=(1+2*END*Y2)/(1+2*END)	224
	G5=(1+END)/(1+END*Y2)	225
	E1=G2*(1-G5**2*X(K+1)/(Y2**2))/(1-G4*(G5**3)*(X(K+1)**2)/(Y2**3))	226
	IF (ABS(E1).GE.2) GO TO 560	227
35	Y(K+1)=Y(K)+H1*E1*(E+1)/2.0	228
	H1=Y1*21	229
	A1=(A(N)/(S(J)*(1+END)))**2	230
	B2=(1+2*END)/(2*(1+END))	231
	C4=-B2/Y0*H1	232
40	IF (K.EQ.1) GO TO 540	233
	XLH=Y(K)*2.0*A1*Y(K)*B2*C4	234
	XRG=Y(K)**3/2.0*(1+(1+END*Y(K))/(1+END)**2)/(1+2*END)/(1+2*	235
	END*Y(K))**0.5)	236
	IF (ABS(X(K)-XRLG).LE.0.01) GO TO 530	237
	IF (XRG.LT.-X(K)) GO TO 560	238
530	IF (ABS(X(K)-X(LH)).LE.0.01) GO TO 540	239
	IF (X(LH).LT.-X(K)) GO TO 560	240
540	X(K)=X(K)*2.0	241
	Y(K)=Y(K)*Y0	242
550	CONTINUE	243
	A=21	244
	V1=0.0	245
	GO TO 570	246
560	V1=1.0	247
570	RETURN	248
	END	249



	DIMENSION Y5120,YC(200)	250
	KLAL=L1+K2*LUNG*RC	251
	YFIN=Y51A1	252
	A5C=1	253
	C5=0.0	254
	ESC=5	255
	EK=YFIN*(010L1)**2/(2*G*((1B0+K2*YFIN)*YFIN)**2)	256
	DU 79J K5=1.200	257
10	H5=0.0+2*K2*LSC	258
	YC(1)=YFIN	259
	DU 730 I=1.200	260
	FC=(010L1)**2/G-((1B5+K2*YC(I))*YC(I))**3/(B5+2*K2*YC(I))	261
	HC=((191B5+2*K2*YC(I))**2-2*K2*(1B5+K2*YC(I))*YC(I))**4/((1B5+K2*YC(I))	262
15	1)*YC(I)/(1B5+K2*YC(I)**2)**2)	263
	IF (ABS(FC).LE.EPS) GO TO 740	264
	IF (ABS(HC).LE.EPS) GO TO 740	265
	YC(I+1)=YC(I)-FC/RC	267
730	CONTINUL	268
740	YCM=YC(I)	269
20	FE=YER*(010L1)**2/(2*G*((1B5+K2*YCR)*YCR)**2)**4*(1-3*SO)*ESC-EK	270
	IF (FE.LT.0.0) GO TO 760	271
	IF (ABS(FE).LE.EPS) GO TO 800	272
	IF (C5.L0.2) GO TO 750	273
25	ESC=ESC-AESC	274
	C5=1	275
	GO TO 790	276
750	ESC=ESC+AESC	277
	GO TO 760	278
30	760 IF (ABS(FE).LE.EPS) GO TO 800	279
	IF (C5.L0.1) GO TO 780	280
	ESC=ESC+AESC	281
	GO TO 760	282
780	AESC=AESC/10	283
	ESC=ESC+AESC	284
35	785 C5=2	285
	790 CONTINUL	286
800	LUNG=L1+3*ESC	287
	RETURN	288
	END	289

.....  
 DISEÑO DEL VENTEDOR DE EXCEDENCIAS DE LA PRESA

.. MEDIA LUNA AGS. ..

..... DATOS DEL PROYECTO .....

*** GASTO UNITARIO	9.191180	M <sup>3</sup> /SEG/M
*** LONGITUD DE CRESTA	136.000000	M
*** CARGA SOBRE EL VENTEDOR	2.760000	M
*** ACELERACION DE LA GRAVEDAD	9.810000	M/SEG <sup>2</sup>
*** ANGULO DEL TERRENO	3.661773	GRADUS
*** ANGULO DEL TALUD DEL CIMACIO	63.429866	GRADUS
*** ANGULO DEL TALUD OPUESTO AL CIMACIO	63.429866	GRADUS
*** ALTURA DE LA CRESTA SOBRE EL TERRENO	0.000000	M
*** COSTO UNITARIO DE EXCAVACION	\$ 2125.000000	/M <sup>3</sup>
*** COSTO UNITARIO DE REVESTIMIENTO	\$ 250.000000	/M <sup>2</sup>
*** ESPESOR MEDIO DE REVESTIMIENTO	.300000	M

.....

5.3.2 Ejemplo de Diseño

Con los datos que aparecen en la parte superior de esta hoja, y que corresponden al ventedor de excedencias de la Presa "Media Luna", Ags. Se corrió el programa para obtener el diseño óptimo del canal colector, y cuyos resultados aparecen en la siguiente hoja.

\*\*\* SOLUCION OPTIMA \*\*\*

\*\*\* SUPERGENCIA . . . . . 0.690000  
 \*\*\* PENDIENTE TRANSVERSAL . . . . . 0.090000  
 \*\*\* DESNIVEL EN LA SECCION INICIAL . . . . . 2.921646 M  
 \*\*\* ANCHO DE LA PLANTILLA . . . . . 6.837984 M  
 \*\*\* PENDIENTE DE LA PLANTILLA . . . . . 0.11932573  
 \*\*\* ALTURA DEL ESCALON . . . . . 13.003000 M  
 \*\*\* LOCALIZACION DEL ESCALON . . . . . 175.009000 M  
 \*\*\* COSTO S . . . . . 10057812.73

\*\*\* COORDENADAS DEL PUNTO SINGULAR \*\*\*

\*ND\* .54379712 \*X0= 119.11431340 \*Y0= 9.61001260  
 \*TIRANTE CRITICO YC= 6.582 \*TIRANTE FINAL YF= 16.909

\*\*\* LISTA DE TIRANTES A LO LARGO DEL CANAL \*\*\*

X=	0.00 M	Y=	4.83 M
X=	6.80 M	Y=	5.55 M
X=	13.60 M	Y=	6.14 M
X=	20.40 M	Y=	6.67 M
X=	27.20 M	Y=	7.16 M
X=	34.00 M	Y=	7.63 M
X=	40.80 M	Y=	8.11 M
X=	47.60 M	Y=	8.59 M
X=	54.40 M	Y=	9.09 M
X=	61.20 M	Y=	9.61 M
X=	68.00 M	Y=	10.16 M
X=	74.80 M	Y=	10.74 M
X=	81.60 M	Y=	11.34 M
X=	88.40 M	Y=	11.98 M
X=	95.20 M	Y=	12.63 M
X=	102.00 M	Y=	13.31 M
X=	108.80 M	Y=	14.00 M
X=	115.60 M	Y=	14.71 M
X=	122.40 M	Y=	15.43 M
X=	129.20 M	Y=	16.17 M
X=	136.00 M	Y=	16.91 M

### 5.3.3. Mediciones en un Modelo Reducido

En el ejemplo 5.3.2. , se diseñó un vertedor con canal lateral, - usando el programa de computadora con los datos de la Presa "Media Luna" , Aqs. Los resultados obtenidos (Ver Fig. 5) , se analizarán mediante la - construcción de un modelo a escala 1:100 , usando como parámetro adimensional el número de Froude, debido a que el flujo en el canal colector ocurre por la acción de la gravedad.

La relación entre prototipo y modelo está dado por :

$$Fr = \frac{v_e^2}{g_e L_e} = 1$$

Escala de Lneas  $L_e = \frac{L_p}{L_m} = \frac{\text{Longitud del prototipo}}{\text{Longitud del modelo}}$

Escala de Aceleraciones  $g_e = \frac{g_p}{g_m} = 1$

Escala de Gastos  $Q_e = L_e^{5/2}$

Escala de Tiempos  $T_e = L_e^{1/2}$

Escala de Velocidades  $v_e = L_e^{1/2}$

Escala de Fuerzas  $F_e = L_e^3$

Los valores que se van a verificar en el modelo son los siguientes:

- Los tirantes en once secciones transversales.
- La pendiente transversal en cada sección.
- Verificar la validez de la ecuación.

$$p(x) = \frac{q \sqrt{2g z}}{g b y}$$

a) Medición de los Tirantes.

Para medir los tirantes en el modelo se colocó un limnómetro, el cual -  
sirve para medir en una sección del canal colector los dos tirantes -  
 $y_1$  e  $y_2$  como se muestra en la figura 5-6 .

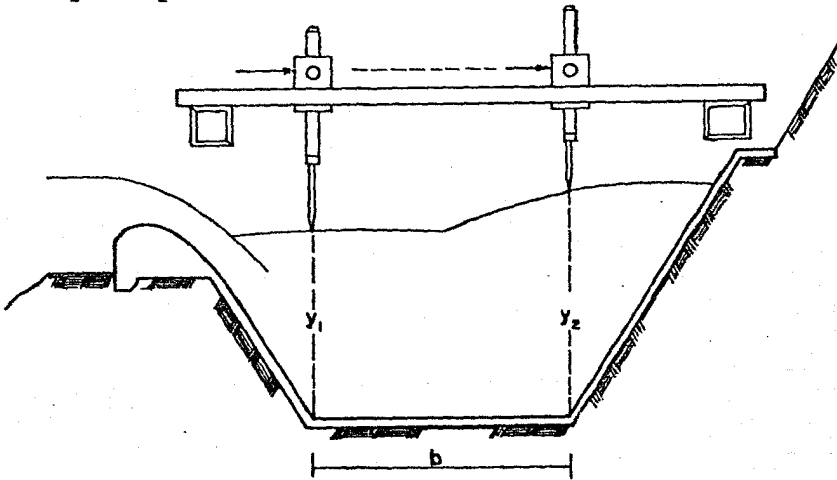


FIG. 5-6

El promedio entre ambos tirantes es el que se utilizará para compararlo con el que da el programa para esa sección. Los valores obtenidos del modelo se transformaron a valores del prototipo, comparándose los valores reales del modelo con los técnicos que da el programa, obteniéndose el error que existe entre la teoría y la realidad. En la tabla siguiente se muestran los resultados, para el gasto máximo  $Q = 1250 \text{ m}^3/\text{S}$ .

SECCION	DISTANCIA x (m)	TIRANTE TEORICO y (m)	TIRANTE REAL			ERROR %
			$y_1$	$y_2$	$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$	
1	0	4.83	4.08	4.87	4.4750	-7.35
2	13.60	6.14	5.3825	6.2325	5.8075	-5.4153
3	27.20	7.16	6.505	7.415	6.960	-2.7932
4	40.80	8.11	7.4275	8.4975	7.9625	-1.8187
5	54.40	9.09	8.5599	9.7299	9.1449	0.6039
6	68.00	10.16	9.5324	10.9224	10.2274	0.6633
7	81.60	11.34	10.9049	12.3149	11.6099	2.3800
8	95.20	12.63	12.3974	13.6674	13.0324	3.1861
9	108.80	14.00	13.8799	15.1999	14.5399	3.8564
10	122.40	15.43	15.3923	16.6423	16.0173	3.8062
11	136.00	16.91	17.2248	18.0448	17.6598	4.4341

El error máximo se localiza en la sección inicial (1) pero en el modo pudo observarse que existe una gran influencia de la fricción en la pared que limita al canal, debido a que se presenta una depresión del nivel del agua en esa zona y que reduce los tirantes. En todas las demás secciones el error es menor que el 5 %, siendo una buena aproximación entre lo teórico y lo real.

b) Medición de la Pendiente Transversal.

Para calcular la pendiente transversal teórica en cada sección, se hará uso de la ecuación 4.9 con los tirantes que da el programa como resultado.

$$p(x) = \frac{q\sqrt{2gZ}}{gby} \quad (4.9)$$

El valor de  $Z$  en cada sección se calcula de la siguiente manera :

$$\text{Elevación Piso} = \text{Elevación Cresta} - (a + Sx)$$

$a$  = Desnivel que existe de la cresta al piso en la sección inicial.

$$Z = \text{Elevación NAME} - (\text{Elevación Piso} + y)$$

El valor de la pendiente transversal en el modelo para cada sección, se obtiene de la siguiente manera :

$$p(x) = \frac{y_2 - y_1}{b}$$

En la tabla siguiente se muestran los resultados y el cálculo del error que existe entre la teoría y la realidad.

SECCION	DISTANCIA $x$ (m)	TIRANTE TEORICO $y$ (m)	Z TEORICO (m)	PENDIENTE TRANSVERSAL TEORICA $p(x)$	PENDIENTE TRANSVERSAL REAL			ERROR %
					$y_1$	$y_2$	$p(x) = \frac{y_2 - y_1}{b}$	
1	0	4.85	0.850	0.089617	4.08	4.87	0.089367	-0.2730
2	13.60	6.1400	1.1625	0.082432	5.3825	6.2325	0.096154	14.2646
3	27.20	7.160	1.7650	0.087108	6.505	7.415	0.102941	15.3806
4	40.80	8.1100	2.4375	0.090376	7.4275	8.4975	0.121041	25.3544
5	54.40	9.0900	3.0799	0.090637	8.5599	9.7299	0.132353	31.5187
6	68.00	10.1600	3.6324	0.088065	9.5324	10.9224	0.157240	45.9932
7	81.60	11.3400	4.0749	0.083569	10.9049	12.3149	0.159502	47.6063
8	95.20	12.6300	4.4074	0.078035	12.3974	13.6674	0.143665	45.6827
9	108.80	14.0000	4.6599	0.072327	13.8799	15.1999	0.149321	51.5226
10	122.40	15.4300	4.8523	0.06702	15.3123	15.6423	0.141405	52.6055
11	136.00	16.9100	4.9948	0.062046	17.2148	18.0948	0.098416	36.9553

Los errores son muy grandes entre los valores de la pendiente transversal teórica y la real, debido a que se trabaja con valores pequeños y - para diferencias pequeñas de los tirantes, los errores en el cálculo de la pendiente transversal es grande.

c) Verificar la Validez de la Ecuación  $p(x) = \frac{q\sqrt{2gZ}}{gby}$

Ahora verificaremos la ecuación que se utiliza para calcular la pendiente transversal  $p(x)$ , con los valores que se obtienen del tirante real, del valor de  $Z$  real, comparándolo con el valor de la pendiente transversal obtenida del modelo de la siguiente forma:

$$p(x) = \frac{y_2 - y_1}{b}$$

En la tabla siguiente se muestran los cálculos, el valor usado de la carga hidráulica sobre la cresta del cimacio es  $h = 2.93$  m obtenido del modelo.

SECCION	PENDIENTE TRANSVERSAL			Z REAL	TIRANTE REAL $y = \frac{v_1 + v_2}{z}$	PENDIENTE TRANSVERSAL $p(x) = \frac{q\sqrt{2gZ}}{gby}$	ERROR %
	$y_1$	$y_2$	$p(x) = \frac{y_2 - y_1}{b}$				
1	4.08	4.87	0.089367	1.3750	4.4750	0.123015	-37.6515
2	5.3825	6.2325	0.096154	1.6650	5.8075	0.104308	- 8.4801
3	6.5050	7.4150	0.102941	2.1350	6.9600	0.098557	4.2587
4	7.4275	8.4975	0.121041	2.7550	7.9625	0.097821	19.1505
5	8.5599	9.7299	0.132353	3.1950	9.1449	0.091761	30.6695
6	9.5324	10.9224	0.157240	3.7350	10.2274	0.088711	45.5824
7	10.9049	12.3149	0.159502	3.9750	11.6099	0.080619	49.4558
8	12.3974	13.6674	0.143665	4.1750	13.0324	0.075604	48.7669
9	13.8799	15.1999	0.149321	4.2900	14.5399	0.066875	55.2139
10	15.3923	16.6423	0.141493	4.4350	16.0173	0.061724	56.3489
11	17.2248	18.0948	0.098416	4.4150	17.6598	0.055457	45.2440

Debido a que se tienen errores muy grandes (56.3489 %) se debe hacer un ajuste a la ecuación para que se apegue a la realidad con mas datos, para que sea representativo el fenómeno.



NOTA .- Cabe hacer notar, que en el programa se supuso que el tirante que se forma en el escalón era el crítico, lo cual no es cierto, pero esta suposición tiene como fin la de lograr experimentalmente la localización de la sección crítica (la formación de una sección de control) , que nos sirva para lograr la transición de un flujo de régimen Subcrítico a Supercrítico, este estudio se va a llevar a cabo en el Laboratorio Hidráulico de la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos.

## CAPITULO

No.6

METODOS TRADICIONALES DE DISEÑO DE VERTEDORES CON  
CANAL LATERAL

---

## 6.1 METODO PROPUESTO POR EL U. S. BUREAU OF RECLAMATION

Para el diseño de un vertedor con canal lateral, se parte de la ecuación (1.11), considerando las diferenciales como incrementos finitos.

$$\begin{aligned} \frac{w}{g}(Q\Delta V + (V + \Delta V)\Delta Q) &= -w \int_0^{\Delta y} Ady + wS \int_0^{\Delta x} Adx - wS_f \int_0^{\Delta x} Adx \\ &= -w\bar{A}\Delta y + wS\bar{A}\Delta x - wS_f\bar{A}\Delta x \end{aligned}$$

Donde  $\bar{A}$  es el área promedio y se expresa como :

$$\bar{A} = (Q_1 + Q_2)/(V_1 + V_2)$$

Tomando  $Q = Q_1$ ,  $V_2 = V + \Delta V$ , substituyendo en la ecuación (1.11) y simplificando.

$$\Delta y = -\frac{Q_1(V_1 + V_2)}{g(Q_1 + Q_2)} \left( \Delta V + \frac{V_2}{Q_1} \Delta Q \right) + S\Delta x - S_f\Delta x \quad (6.1)$$

De la figura 1-1, la diferencia de elevaciones del perfil del agua entre las secciones (1) y (2), se expresa como :

$$dy' = -dy + Sdx$$

Considerando las diferenciales como incrementos finitos.

$$\Delta y' = -\Delta y + S\Delta x \quad (6.2)$$

Sustituyendo [6.1] en [6.2], se tiene :

$$\Delta y' = \frac{Q_1 (V_1 + V_2)}{g (Q_1 + Q_2)} \left( \Delta V + \frac{V_2}{Q_1} \Delta Q \right) + S_f \Delta x \quad [6.3]$$

Despreciando las pérdidas por fricción, la ecuación [6.3] se usa para calcular el perfil del agua en el canal colector. En el ejemplo siguiente se presenta el procedimiento de diseño de un vertedor con canal lateral mediante este método.

### 6.1.1 Ejemplo de Diseño

El problema consiste en diseñar un vertedor con canal lateral de 100 ft de longitud [De la estación 0+00 a la estación 1+00], con un gasto máximo de 2000 ft<sup>3</sup>/seg. La cresta del vertedor se encuentra a la elevación 1000.00 ft. Asumiendo un coeficiente de descarga para el vertedor de  $C = 3.6$ , la carga sobre el vertedor da :

$$h_0 = (Q/LC)^{2/3} = 3.1 \text{ ft}$$

La sección del canal será trapecial con taludes 1/2 : 1 y un ancho de plantilla de 10 ft. La pendiente del canal es de 1 ft por cada 100 ft (La pendiente del canal se toma en forma arbitraria; sin embargo, una pendiente pequeña provoca tirantes mayores y bajas velocidades, y como consecuencia, asegura una mejor mezcla del flujo en el extremo aguas arriba del canal, evitando la posibilidad de que el flujo se acelere y pase a supercrítico para gastos pequeños).

Se asume que la sección de control se localiza aguas abajo, donde termina la transición que va de una sección trapecial a una rectangular en una longitud de 20 ft. Se da una elevación arbitraria de 100.00 ft para el piso de la sección de control.

Cálculo del tirante crítico " $d_c$ " en la sección de control.

$$q_1 = \frac{Q}{B} = 200 \text{ ft}^3/\text{seg}/\text{ft}$$

$$d_c = \sqrt[3]{\frac{q_1^2}{g}} = 10.75 \text{ ft}$$

$$v_c = \frac{q_1}{d_c} = 18.60 \text{ ft/seg}$$

La carga de velocidad vale :

$$h_{v_c} = v_c^2 / 2g = 5.37 \text{ ft}$$

Las pérdidas de carga de la sección final del canal colector a la sección de control (Pérdidas por contracción, difusión del flujo y fricción) se toma igual a 0.20 de la diferencia de las cargas de velocidad de cada sección. Las características del extremo aguas abajo se obtienen de aplicar el teorema de Bernoulli.

De la figura 6-1, el teorema de Bernoulli puede expresarse como sigue :

$$d_{(1+00)} + h_{v(1+00)} = d_c + h_{v_c} + 0.20(h_{v_c} - h_{v(1+00)})$$

La expresión anterior puede resolverse por iteraciones, el valor que satisface esta ecuación es  $d_{(1+00)} = 16.34 \text{ ft}$ .

$$A_{(1+00)} = 297 \text{ ft}^2$$

$$v_{(1+00)} = \frac{Q}{A_{(1+00)}} = 6.73 \text{ ft/seg}$$

$$h_{v(1+00)} = \frac{v_{(1+00)}^2}{2g} = 0.70 \text{ ft}$$

Sustituyendo en la ecuación de Bernoulli.

$$0.20(h_{v_c} - h_{v(1+00)}) = 0.20(5.37 - 0.70) = 0.93 \text{ ft}$$

$$16.34 + 0.70 = 10.75 + 5.37 + 0.93$$

$$17.04 = 17.05 \text{ se cumple satisfactoriamente.}$$

Con las propiedades hidráulicas del canal colector en la estación 1+00 [Tirante final], el perfil de la superficie del agua se determina - aplicando la ecuación (6.3). Los cálculos se muestran en la tabla adjunta.

Se le dará un ahogamiento de  $2/3 H_0$  en la estación 0+10, con lo cual la elevación de la superficie libre del agua es de 1002.00 ft, y la elevación del piso es de 985.20 ft. La elevación del piso en la estación 0+00 es 985.30 ft y la correspondiente a la estación 1+00 es 984.30.

La variación en el diseño puede hacerse asumiendo diferentes anchos de plantilla, diferentes pendientes y variando la sección de control. Un diseño apropiado y económico puede resultar de comparar las diferentes alternativas.

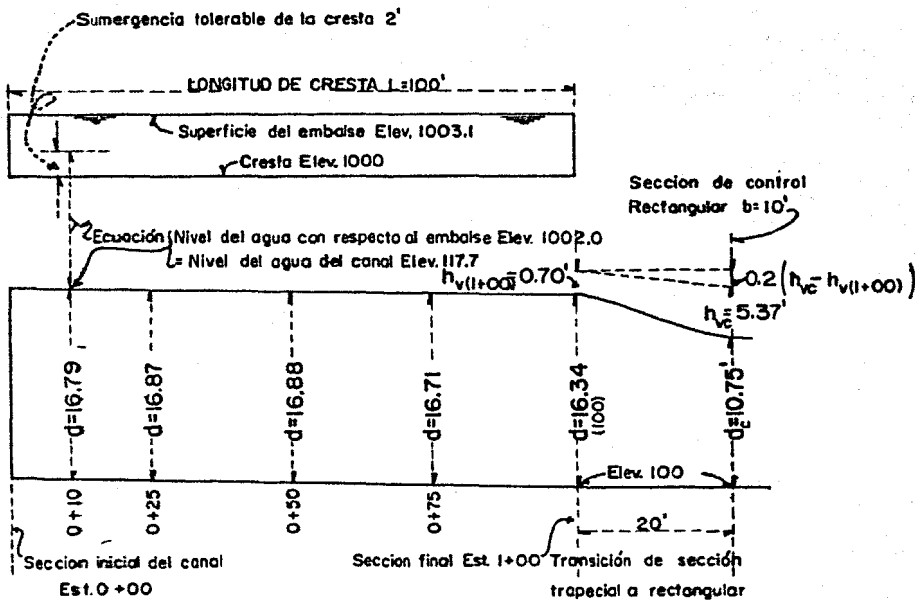


FIGURA 6-1

TABLA DE CALCULO

ESTACION (1)	$\Delta x$ (2)	ELEVACION DE LA PLANTILLA (3)	ITERA- CION $\Delta y$ (4)	ELEVACION DE LA SUPERFICIE DEL AGUA (5)	d (6)	A (7)	Q (8)	V (9)	$q_1 + q_2$ (10)	$\frac{q_1}{g(q_1 + q_2)}$ (11)	$V_1 + V_2$ (12)	$V_2 - V_1$ (13)	$q_2 - q_1$ (14)	$\frac{q_2 - q_1}{q_1}$ (15)	$\frac{(q_2 - q_1)}{V_2 - q_1}$ (16)	(13) + (16) (17)	$\Delta y =$ 0.01(12) + 17 (18)	OBSERVACION (19)
1 + 00		100		116.34	16.34	297	2000	6.73										
0 + 75	25	100.25	1.00	117.34	17.09	317	1500	4.73	3500	0.01332	11.46	2	500	0.3333	2.24	4.24	0.64	VALOR BAJO
			0.63	116.97	16.72	307	1500	4.886	3500	0.01332	11.62	1.844	500	0.3333	2.24	4.084	0.632	BIEN
0 + 50	25	100.50	0.50	117.47	16.97	314	1000	3.18	2500	0.01242	8.06	1.706	500	0.50	2.44	4.15	0.42	VALOR BAJO
			0.42	117.39	16.89	312	1000	3.21	2500	0.01242	8.10	1.68	500	0.50	2.44	4.12	0.42	BIEN
0 + 25	25	100.75	0.30	117.69	16.94	313	500	1.60	1500	0.01035	4.81	1.61	500	1.00	3.21	4.82	0.24	VALOR BAJO
			0.24	117.63	16.88	311	500	1.61	1500	0.01035	4.82	1.60	500	1.00	3.21	4.81	0.24	BIEN
0 + 10	15	100.90	0.10	117.73	16.83	310	200	0.645	700	0.00887	2.30	0.965	300	1.50	2.415	3.38	0.07	VALOR BAJO
			0.07	117.70	16.80	309.12	200	0.65	700	0.00887	2.25	0.96	300	1.50	2.415	3.38	0.07	BIEN
0 + 01	9	100.99	0.08	117.78	16.79	308.85	20	0.065	220	0.00282	0.715	0.585	180	9	5.85	6.435	0.013	VALOR BAJO
			0.013	117.713	16.723	307.08	20	0.065	220	0.00282	0.715	0.585	180	9	5.85	6.435	0.013	BIEN

## 6.2 METODO PROPUESTO POR C. VIPARELLI

Con las experiencias de laboratorio efectuadas en el modelo del vertedor de la presa Boulder, se demostró que la teoría de Hinds conduce a un funcionamiento hidráulico incorrecto de la estructura, y sólo a base de modificaciones experimentales sobre el modelo se llegó a un diseño que funcionará correctamente. Desgraciadamente en esa época no se aprovecharon es tos ensayos y resultados para modificar el método de cálculo de esta clase de vertedores.

Recientemente se efectuaron en Italia ensayos para definir el proyecto del vertedor de la presa de Barrea, perteneciente a la Sociedad Hidroeléctrica de Sangpo (CIS). Como resultado de estas experiencias y el análisis de la teoría de Hinds, se obtuvieron las siguientes conclusiones -

1.- Que la teoría de Hinds no considera en su análisis la disipación de la energía de la lámina vertiente en el sentido normal al eje del escurrimiento del canal colector, la cual provoca turbulencias que al combinarse con el movimiento del agua en el sentido longitudinal del canal, da origen a un movimiento en espiral y a un fenómeno pulsatorio en el régimen del escurrimiento dentro del túnel o la rápida de descarga. Al mismo tiempo, se observa un fuerte levantamiento del nivel del agua en el talud opuesto a la lámina vertiente y una depresión al pie del mismo.

2.- Para eliminar estas turbulencias y pulsaciones se encontró que era indispensable tomar en cuenta la relación del gasto de la lámina vertiente al volumen retenido en el canal colector, es decir, conviene crear un tanque amortiguador aumentando la elevación del umbral en la terminal del colector, provocando los máximos levantamientos admisibles en el nivel del agua de este canal para obtener un escurrimiento más tranquilo. La nueva teoría de cálculo parte del principio de la anulación de la energía de la lámina vertiente en el canal colector, como se verá a continuación.

El objeto que se persigue es valuar y ligar las dos fases del escurrimiento, a saber: En el sentido normal al eje del vertedor y el longitudinal en el sentido del eje. Considerando el flujo que tiene lugar en un plano normal a la cresta vertedora y las condiciones de equilibrio dinámico en un prisma A, B, C, D de ancho unitario a lo largo del eje del colector -

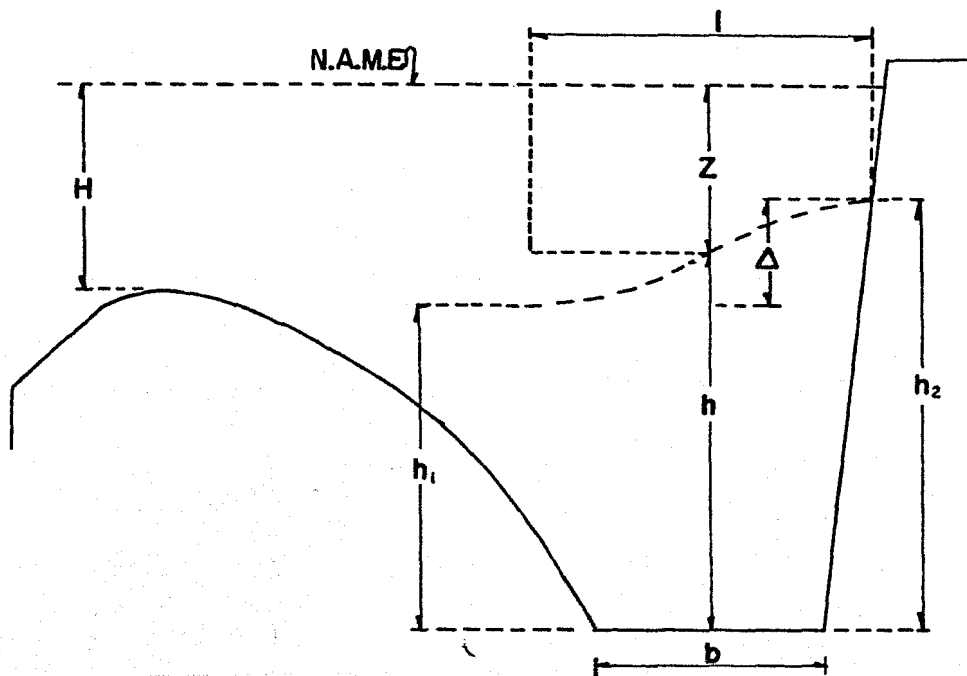


FIGURA 6-2

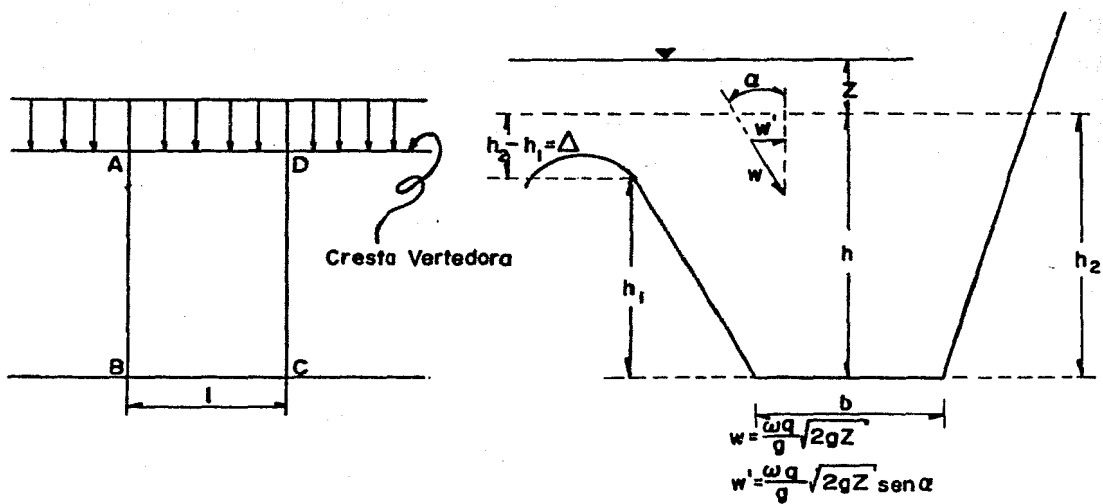


FIGURA 6-3



(Véase las figuras 6-2 y 6-3).

Puede aceptarse que los intercambios de cantidad de movimiento a través de las caras laterales AB y CD debidos al movimiento de remolino que se presenta en el canal sean nulos o se compensen.

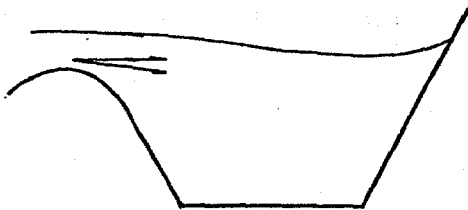
Por lo tanto la cantidad de movimiento que ingresa en la dirección normal a la cresta vertedora, en el movimiento considerado, es igual a la cantidad de movimiento adquirida por la lámina vertical, esto es :

$$mv = \frac{wq}{g} \sqrt{2gz}$$

en la que  $q$  = gasto por metro lineal del vertedor.

Cuando la lámina queda sumergida ya en las partes poco inclinadas del paramento aguas abajo de la cresta vertedora, dicha cantidad de movimiento se confunde prácticamente con la componente horizontal.

$$mv = \frac{wq}{g} \sqrt{2gz} \operatorname{sen} \alpha$$



Para que exista equilibrio, la componente horizontal de la cantidad de movimiento así calculada tiene que igualar a la resultante de los empujes que las paredes transmiten y que son iguales a la diferencia de presiones hidrostáticas.

$$P = \frac{wh_1^2}{2}$$

Igualando

$$\begin{aligned} \frac{wq}{g} \sqrt{2gz} &= \frac{1}{2}wh_2^2 - \frac{1}{2}wh_1^2 \\ &= \frac{w}{2} (h_2^2 - h_1^2) = \frac{w}{2} (h_2 - h_1) (h_2 + h_1) \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{wq}{g} \sqrt{2gz} = w\Delta h$$

en donde

$$\frac{h_2 + h_1}{2} = h \text{ (altura media en la sección)}$$

$$\Delta = h_2 - h_1$$

Pudiendo ponerla en la forma siguiente :

$$h\Delta = \frac{q}{g} \sqrt{2gz} \quad (6.4)$$

Se comprobó en los modelos experimentales que los valores calculados de  $\Delta$  con la ecuación (6.4) y los directamente medidos, concuerdan satisfactoriamente para el fenómeno que se considera.

La ecuación (6.4) tiene que ligarse con la ecuación del movimiento longitudinal según el eje del canal colector.

Para esta última y basándose en la ley de variación según el eje del canal, de las alturas de agua, de la energía específica total, de las alturas totales o de las cantidades de movimiento totales, se empleará la ecuación de la energía específica, por razones de sencillez en el análisis.

$$\frac{dE}{ds} = i - J - \frac{Q}{g\sigma} \frac{dQ}{ds} \quad (6.5)$$

en la que :

$i$  = pendiente del fondo.

$J$  = pérdida de carga por unidad de peso y para el desplazamiento unitario a lo largo del eje del colector.

$\sigma$  = área de la sección.

$ds$  = elemento de longitud según el eje.

$E$  = carga total o energía específica total, medida en cada sección con referencia al punto más bajo de la misma o igual a:

$$E = h + \frac{Q^2}{2g\sigma^2} \quad (6.6)$$

El término  $\frac{Q}{g\sigma^2} \frac{dQ}{ds}$  del segundo miembro de la (6.5) toma en -

cuenta el hecho de que en cada sección, en el choque entre las partículas - que siguen a la corriente y las que entran a ella desde la cresta vertedera se deriva a las primeras una deducción de energía igual a  $\frac{Q}{g\sigma^2} \frac{dQ}{ds}$  que en parte se encuentra como energía cinética en la dirección del movimiento adquirida por las partículas introducidas en la corriente, mientras en parte se pierde en movimientos secundarios en el interior de la corriente.

Para problemas en que tienen que determinarse las dimensiones de - una obra, conviene hacer más sencilla la integración de la (6.5) poniendo la en función de  $V$  e  $V$  en lugar de  $h$  e  $i$ , siendo  $V = Q/\sigma$  e  $V$  el desnivel de la superficie libre en un tramo del canal cualquiera.

$$\text{De (6.6) } h = E - \frac{Q^2}{2g\sigma^2}$$

derivando :

$$\frac{dh}{ds} = \frac{dE}{ds} - \frac{d}{ds} \left( \frac{Q^2}{2g\sigma^2} \right)$$

sustituyendo la (6.5)

$$\frac{dh}{ds} = i - J - \frac{Q}{g\sigma^2} \frac{dQ}{ds} - \frac{d}{ds} \left( \frac{Q^2}{2g\sigma^2} \right)$$

$$= i - J - \frac{Q}{g\sigma^2} \frac{dQ}{ds} - \frac{d}{ds} \left( \frac{Q^2}{2g\sigma^2} \right)$$

$$= i - J - \frac{Q}{g\sigma} \frac{dQ}{ds} - \frac{2Q}{2g\sigma^2} \frac{dQ}{ds}$$

$$= i - J - \frac{V}{g} \frac{dV}{ds} - \frac{Q^2}{gQ\sigma^2} \frac{dQ}{ds}$$

$$\frac{dh}{ds} = i - J - \frac{V}{g} \frac{dV}{ds} - \frac{V^2}{gQ} \frac{dQ}{ds}$$

de donde, indicando por  $q$  el gasto que entra por metro lineal se obtiene:

$$\frac{dh}{ds} = i - J - \frac{V}{g} \frac{dV}{ds} - \frac{q}{g} \frac{V^2}{Q}$$

e integrando :

$$h = \int_0^s (i - J) ds - \frac{1}{g} \int_0^s (V \frac{dV}{ds} + \frac{qV^2}{Q}) ds \quad (6.7)$$

Si se admite para  $V$  una ley de variación exponencial del tipo

$$V = as^n \quad (6.8)$$

se tiene  $\frac{dV}{ds} = ans^{n-1}$ . La segunda integral del segundo término de la (6.7) queda :

$$\frac{1}{g} \int_0^s (as^n \quad as^{n-1}n + \frac{q}{Q} a^2 s^{2n}) ds$$

pero  $\frac{q}{Q} = \frac{1}{s}$

$$\therefore \frac{1}{g} \int_0^s (na^2 s^{2n-1} + a^2 s^{2n-1}) ds$$

$$\frac{1}{g} \int_0^s a^2 (n+1) s^{2n-1} ds$$

sustituyendo este valor en la (6.7) queda :

$$h = \int_0^s (i - J) ds - \frac{a^2}{g} (n+1) \int_0^s s^{2n-1} ds$$

de donde se tiene

$$h = \int_0^s (i - J) ds - \frac{a^2 (n+1)}{2gn} s^{2n} + C$$

Es fácil comprobar que la constante  $C$  tiene el valor  $h_0$  que  $h$

adquiere para  $s = 0$  (sección inicial del colector) . Por lo tanto;

$$h_0 + \int_0^s i ds = h + \int_0^s J ds + \frac{\alpha^2(n+1)}{2gn} s^{2n} \quad (6.9)$$

La que en el caso de que puedan despreciarse las pérdidas por fricción nos da para (6.9) la relación (Véase la figura 6-4) :

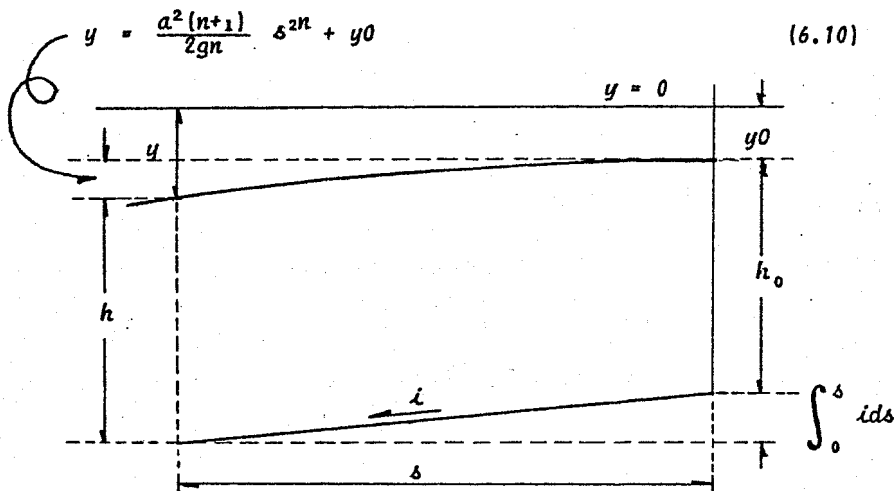


FIGURA 6-4

en donde  $y_0$  representa el desnivel de la superficie libre por debajo del plano de referencia tomado para el valor de  $s = 0$  .

Si hacemos coincidir el plano de referencia con el plano de la superficie libre del agua en el embalse se medirán directamente los valores de  $Z$  , y la (6.10) queda :

$$Z = \frac{\alpha^2(n+1)}{2gn} s^{2n} + Z_0 \quad (6.11)$$

y en la que tiene que admitir que  $Z_0$  no puede tener un valor inferior a -  
 $Z_0 = (1 - \alpha)H \quad (6.12)$

siendo  $\alpha$  la máxima sumergencia del manto, y  $H$  la carga sobre la misma. A continuación se dan los valores que hay que asignar en la (6.8) y en (6.10) a las constantes  $a$  y  $n$  obtenidas experimentalmente de los modelos aceptados para la Boulder y Barrea.

MODELO	$n$	$s$
Boulder Dam H-5	0.84	0.13
Barrea	0.87	0.15

Por lo tanto cuando se desea obtener pendientes muy reducidas los valores de  $n$  y  $a$  deben estar alrededor de 0.85 y 0.14 respectivamente.

Proceso de Diseño : Para el proyecto del colector, las experiencias indican que hay que tomar en cuenta la necesidad de que las condiciones de movimiento que se establezcan en él, sean tales que no perjudiquen el funcionamiento de las obras aguas abajo.

Por lo tanto, hay que comprobar por medio de la ecuación 6.4 que en las secciones del colector, con excepción de la del tramo inicial (Según las experiencias efectuadas) la pendiente transversal media no pase de 8 a 10 %.

Con criterio esencialmente equivalente se valuarán los volúmenes del colector en las longitudes equivalentes, ajustándose como mínimo al valor límite encontrado en las experiencias de los modelos de la Boulder y Barrea, como se puede observar en la tabla siguiente este valor límite es de 6.1 .

MODELO	$\lambda = \frac{H}{H_0}$	$L = L_0 \frac{H}{H_0}$	$\frac{W}{Q}$ (observado)	$\frac{W'}{Q'} = \frac{W_0}{Q_0} \lambda^{1/2}$	FUNCIONAMIENTO
C-2	1/1.75	11.25	4	4.6	Inadecuado
M-1	1.35/1	26.60	2.6	7.1	Inadecuado
M-5	1.35/1	26.60	9.5	7.1	Satisfactorio
Barrea	1/1	19.70	6.1	6.1	Satisfactorio

Tomando en cuenta lo expuesto resulta muy simplificado el proyecto del colector siempre que se desechen a priori las soluciones de Hinds, con línea de fondo de pendiente variable, que nacían de la tentativa de reducir al mínimo la excavación tan solo para el colector. Acerca de los valores - que se tienen que asignar a la pendiente única del fondo, en primer lugar - será necesario asegurar en todo el colector un movimiento de corriente lenta, lo que se logrará seguramente con pendientes del 1 al 2 % y proyectando un umbral o un estrechamiento al final del colector.

Muchas de las características hidráulicas y geométricas del colector tienen que suponerse conocidas, así pues se darán como datos de proyecto:  $Q$ ,  $L$ ,  $H$ ,  $q$ ,  $Z_0$  y el perfil del cimacio, sabiendo de antemano que el valor límite de  $Z_0$  es igual a  $[1 - \alpha]H$ .

La forma de las secciones transversales del colector quedan definidas por el perfil del cimacio y en el otro lado por el talud que se le asigne a la excavación y que dependen puramente de consideraciones constructivas.

Despreciando, como es lícito, la parte que ocupa la lámina vertical y suponiendo el mismo talud en el cimacio que en el revestimiento, se obtiene para el área hidráulica:

$$\sigma = (b + kh)h \quad [6.13]$$

y para el ancho superficial:

$$L = b + 2kh \quad [6.14]$$

Ahora bien, por lo general, el colector se proyecta en terrenos de fuerte pendiente y el costo depende del volumen excavado y este varía notablemente con el ancho  $b$ , mientras que los cambios de  $h$  lo afectan poco. Fijese un ancho de base  $b_1$  para la sección final de abscisa  $L$  y búsquese las demás dimensiones del colector que satisfagan las condiciones de mantener  $\Delta/l$  en los límites convenidos, estimándose el volumen de excavación a continuación y elijase la solución que implique la menor excavación.

Para efectuar los diversos tanteos conviene seguir el siguiente proceso:

Para  $b_L$  dada y recordando que se puso para  $V$  la expresión --  
 $V = as^n$ , siendo el valor de  $s = L$ , la ecuación (6.13) queda :

$$\sigma_L = (b_L + kh_L)h_L$$

pero :

$$\sigma_L = \frac{Q}{V_L} = \frac{Q}{aL^n}$$

$$(b_L + kh_L)h_L = \frac{Q}{aL^n} \quad (6.15)$$

La ecuación (6.4) correspondiente al movimiento en sentido trans  
versal se puede expresar en función de la (6.14) y sustituyendo el valor  
 límite elegido para  $\Delta/l = p$ , queda en la forma :

$$h\Delta = \frac{Q}{g}\sqrt{2gZ} \quad (6.16)$$

Sustituyendo  $p = \frac{\Delta}{L}$

$$L_L h_L = \frac{Q}{gp}\sqrt{2gZ}$$

pero  $L_L = b_L + 2kh_L$

$$(b_L + 2kh_L)h_L = \frac{Q}{pg}\sqrt{2gZ_L} \quad (6.17)$$

y la ecuación (6.11) del movimiento longitudinal queda :

$$Z_L = Z_0 + \frac{a^2(n+1)}{2gn} L^{2n} \quad (6.18)$$

En el sistema de ecuaciones (6.16), (6.17) y (6.18), deben -  
 determinarse las magnitudes  $h$ ,  $a$ ,  $n$ ,  $Z_L$  necesarias para que se pueda -  
 proceder al diseño completo del colector para el valor escogido de  $b_L$ .

Es suficiente, pues, únicamente fijar una de ellas (y por lo que  
 se verá conviene elegir  $n$ ) para que queden determinadas las demás. Por -



consecuente, fijado un valor de "n" es posible deducir con las ecuaciones (6.16), (6.17) y (6.18) las demás incógnitas y con tales elementos determinar la elevación de la superficie libre, el ancho de la base y la elevación del fondo en la sección de abscisa L.

Con la pendiente constante que se ha fijado y con la ley de variación de las profundidades de la superficie libre definida por la ecuación (6.11) se puede, para los valores asignados de  $b_L$  y de "n", diseñar el perfil longitudinal de la superficie del agua en el colector.

El proyecto en planta se efectúa por medio de la ecuación (6.15), la cual, para una sección cualquiera de abscisa s, queda en la forma:

$$(b_s + kh_s)h_s = \frac{Qs}{an}$$

siendo ya conocidos  $h_s$ , a y n, es posible conocer los valores de  $b_s$  y por tanto proceder al diseño completo del colector.

La búsqueda de Z, h y b se hará en un número limitado de secciones y se comprobará si los valores  $\Delta/l$  deducidos por medio de la ecuación (6.4) son o no admisibles.

### 6.2.1 Diseño de Vertedores con Canal Lateral de la Presa Nejapa, Oax.

El vertedor de la presa Nejapa, tiene las siguientes características:

Gasto de diseño	2200 m <sup>3</sup> /seg
Longitud de la cresta	100 m
Elevación cresta vertedora	709.40 m
Ahogamiento	70 %
Ancho de la base	15 m

Obtención de la carga del vertedor:

Suponiendo el coeficiente de descarga  $C_d = 1.83$

$$H = \left( \frac{Q}{C_d L} \right)^{2/3} = 5.2478 \text{ m}$$

$$\text{Elevación NAME} = 709.40 + 5.2478 = 714.64$$

de donde :

$$Z_0 = (1 - \alpha)H = 1.5743 \text{ m}$$

Por lo tanto, se puede proceder al cálculo por tanteos haciendo uso de las siguientes ecuaciones :

$$(b_L + kh_L)h_L = \frac{Q}{aL^n} \quad (6.15)$$

$$(b_L + 2kh_L)h_L = \frac{Q}{pg} \sqrt{2gZ_L} \quad (6.17)$$

$$Z_L = Z_0 + \frac{a^2 (n+1)}{2gn} L^{2n} \quad (6.18)$$

Se variarán los valores de "n" y "a" hasta obtener para  $b_{100} = 15 \text{ m}$ , un valor mínimo de  $Z_{100} + h_{100}$ ; con este objeto se harán en forma tabulada los tanteos.

Los valores de "n" deben ser aproximados a 0.85, por lo tanto, se tomará de  $n = 0.83$  a 0.87.

El valor de "a" se variará de 0.07 a 0.16 quedando dentro de estos valores el de 0.14 que es el indicado por las experiencias.

Para los valores de "n" y "a" que den  $h_{100} + Z_{100} = \text{mínimo}$ , se verificará el valor de "p" que debe ser inferior al 8 ó 10 %.

La pendiente "i" del fondo, que se adopte, será aquella que nos permita obtener un valor de  $b_s$  más o menos constante e igual a 15 m. A continuación se presenta en forma tabulada los resultados de los cálculos para  $s = 100$ .

n	$\frac{Q}{L^n}$	$\frac{n+1}{2gn} L^{2n}$
0.87	40.03	330.84
0.86	41.92	303.61
0.85	43.90	278.65
0.84	45.96	255.76
0.83	48.13	234.79

Valores de  $Z_L$ 

$n \backslash a$	0.16	0.15	0.14	0.13	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08	0.07
0.87	10.04	9.02	8.06	7.17	6.34	5.58	4.88	4.25	3.69	3.19
0.86	9.35	8.41	7.52	6.71	5.95	5.25	4.61	4.03	3.52	3.06
0.85	8.71	7.84	7.04	6.28	5.59	4.95	4.36	3.83	3.36	2.94
0.84	8.12	7.33	6.59	5.90	5.26	4.67	4.13	3.65	3.21	2.83
0.83	7.58	6.86	6.18	5.54	4.96	4.42	3.92	3.48	3.08	2.72

$$\text{Valores de } h_L = -\frac{b_L}{2k} + \sqrt{\left(\frac{b_L}{2k}\right)^2 + \frac{2Q}{aL^n}}$$

$n \backslash a$	0.16	0.15	0.14	0.13	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08	0.07
0.87	11.93	12.55	13.23	13.99	14.87	15.87	17.02	18.38	20.01	21.99
0.86	12.37	12.99	13.70	14.49	15.39	16.42	17.61	19.00	20.68	22.72
0.85	12.82	13.46	14.19	15.01	15.93	16.99	18.21	19.65	21.37	23.46
0.84	13.28	13.94	14.69	15.53	16.48	17.57	18.83	20.30	22.07	24.22
0.83	13.75	14.44	15.21	16.07	17.05	18.17	19.46	20.98	22.79	25.00

Valores de  $h_L + Z_L$ 

$n \backslash a$	0.16	0.15	0.14	0.13	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08	0.07
0.87	21.97	21.57	21.29	<u>21.16</u>	21.21	21.45	21.90	22.63	23.7	25.18
0.86	21.72	21.40	21.22	21.20	21.34	21.67	22.22	23.03	24.20	25.78
0.85	21.53	21.30	21.23	21.29	21.52	21.94	22.57	23.48	24.73	26.40
0.84	21.40	21.27	21.28	21.43	21.74	22.24	22.96	23.95	25.28	27.05
0.83	21.33	21.30	21.39	21.61	22.01	22.59	23.38	24.46	25.87	27.72

Donde las constantes obtenidas para la sección máxima quedan :

$$a = 0.13$$

$$n = 0.87$$

$$Z = 7.17 \text{ m}$$

$$h = 13.99 \text{ m}$$

$$b = 15 \text{ m}$$

$$L = 100 \text{ m}$$

Con los datos anteriores se podrá verificar con la ecuación (6.4) el valor de  $p_{100}$ .

$$p_{100}(b_L + 2kh_L)h_L = \frac{q}{g}\sqrt{2gz_L}$$

$$p_{100}(405.57) = 26.5988$$

$$p_{100} = 0.066 < 0.08$$

Con lo anterior queda determinada la sección final, por lo tanto, se pueden calcular las secciones intermedias necesarias y así determinar la planta y el perfil del agua en el canal colector, con las siguientes ecuaciones:

$$Z_{\Delta} = \frac{a^2(n+1)}{2gn} \delta^{2n} + Z_0$$

$$(b_{\Delta} + kh_{\Delta})h_{\Delta} = \frac{q\delta}{a\delta^n}$$

Se calcularán 5 secciones espaciadas a cada 20 m centro a centro.

$$\delta = 20 \text{ m}$$

$$Z_{20} = \frac{0.13^2(1+0.87)}{2 \times 9.81 \times 0.87} 20^{1.74} + 1.5743 = 1.9142 \text{ m}$$

$$Z_{40} = 2.7096 \text{ m}$$

$$Z_{60} = 3.8731 \text{ m}$$

$$Z_{80} = 5.3664 \text{ m}$$

$$Z_{100} = 7.17 \text{ m}$$

Con estos valores y fijándose una pendiente de 0.09 se pueden obtener los valores de  $h_{\Delta}$ , con los cuales calcular los de  $b_{\Delta}$ , empezando por la sección máxima.

NAME	714.64		714.64
$-(Z_{100} + h_{100})$	-21.16	$-Z_{100}$	7.17
Cota fondo	693.48	Cota agua	707.47

Cálculo de los Tirantes :

Cota del NAME = 714.64

Cota del Agua = Cota NAME -  $Z_{\delta}$

Cota del Fondo = 693.48 +  $i_s$

Tirante  $h_s$  = Cota del agua - Cota del fondo

ESTACION	COTA FONDO	Z	COTA AGUA	$h_s$
0	702.48	1.57	713.07	10.59
20	700.68	1.91	712.73	12.05
40	698.88	2.70	711.94	13.06
60	697.08	3.87	710.77	13.69
80	695.28	5.37	709.27	13.99
100	693.48	7.17	707.47	13.99

Los valores de  $b_{\delta}$  se obtienen con la fórmula ;  $b_{\delta} = \frac{Q_{\Delta}}{a_{\delta} n_{\delta}^2} - kh_{\delta}$

que da los siguientes valores :

$$b_{20} = 14.71 \text{ m}$$

$$b_{40} = 14.40 \text{ m}$$

$$b_{60} = 14.20 \text{ m}$$

$$b_{80} = 14.39 \text{ m}$$

$$b_{100} = 15.00 \text{ m}$$

Al ensayar con  $i = 0.10$  se obtuvieron valores de  $b_{\delta}$  superiores a 15.00 m , con diferencias mayores que los tabulados para  $i = 0.09$  , por lo que se aceptó esta última pendiente, con valor de "b" constante e igual a 15 m , para efecto del proyecto y que sirva como norma inicial para el afinamiento de la estructura en el laboratorio, en la inteligencia de que la

solución es muy próxima a ésta.

lo único que nos falta por verificar es la relación del volumen  $W$  al gasto  $Q$  que no debe ser inferior al valor de semejanza obtenido por la fórmula :

$$\lambda^{1/2} \frac{W_0}{Q_0} = \frac{W'}{Q'}$$

Siendo :

$$\frac{W_0}{Q_0} = 6.10$$

$$\lambda^{1/2} = \frac{H}{H_0} \text{ en donde } H_0 = 6 \text{ m ; } H = 5.24 \text{ m}$$

Por lo tanto :

$$\lambda^{1/2} = 0.93$$

$$\frac{W'}{Q'} = 5.673$$

por lo que debe verificarse que  $\frac{W}{Q} > 5.67$  en cada tramo equivalente de acuerdo con la relación de cargas, como sigue :

$$L' = \frac{H}{H_0} L_0$$

$$L' = \lambda L_0 = 0.87 \times 19.70 = 17.14 \text{ m}$$

Con objeto de poder estimar el volumen de agua contenido cada 17.14 m , se elaboró la gráfica Estaciones-Volúmenes de acuerdo con el perfil obtenido para el colector, resultando lo siguiente (Fig. 6-4) :

$$\Delta = 17.14 ; \frac{W}{Q} = \frac{3951}{377.08} = 10.48 > 5.67$$

$$\Delta = 34.28 ; \frac{W}{Q} = \frac{8400 - 3951}{377.08} = 11.80 > 5.67$$

$$\Delta = 51.42 ; \frac{W}{Q} = \frac{13219 - 8400}{377.08} = 12.78 > 5.67$$

$$\Delta = 68.56 ; \frac{W}{Q} = \frac{18293 - 13219}{377.08} = 13.45 > 5.67$$

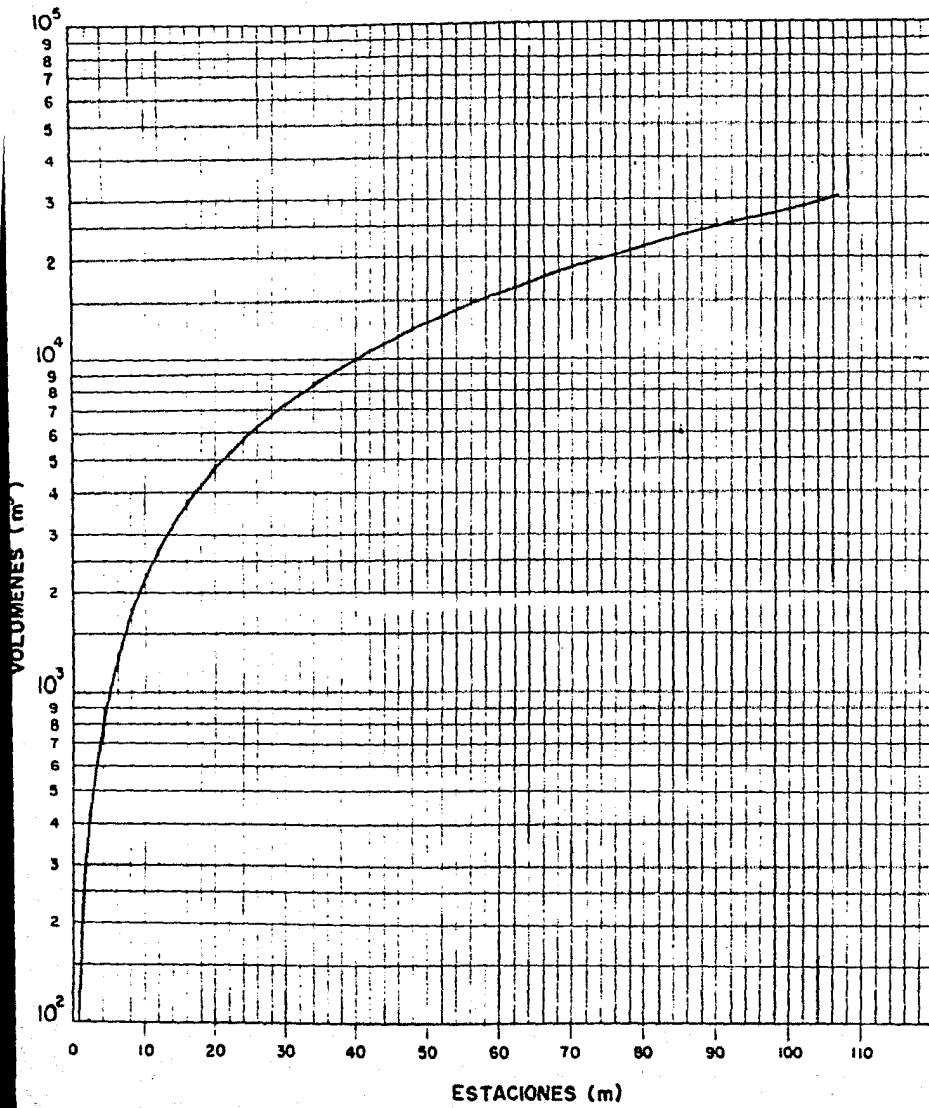


FIG. 6-4

$$s = 85.70 ; \frac{W}{Q} = \frac{23316 - 18293}{377.08} = 14.6467 > 5.67$$

Esto es todo lo que respecta al método de Viparelli, y a continuación, se expone el cálculo de la rápida. Para esto no hay que olvidar que el umbral de entrada a la rápida deberá elevarse lo más posible con objeto de sobreelevar el tirante y aumentar el volumen contenido en el colector, - objeto de todo lo anterior. Para lograr elevar el umbral se debe tener el valor mínimo del tirante crítico que verifique el gradiente hidráulico en la sección de control y poder así fijar su cota.

$$\text{Para : } s = 100 \text{ m y } b = 15.00 \text{ m}$$

$$h = 14.00 \text{ m}$$

$$\sigma = \frac{29+15}{2} \times 14 = 308 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{2200}{308} = 7.14 \text{ m/seg}$$

$$h_v = \frac{7.14^2}{19.60} = 2.60 \text{ m}$$

$$\text{Suponiendo } h_f = 0.$$

$$E = h_v + h = 2.60 + 14.00 = 16.60 \text{ m}$$

$$\text{Cota del fondo} = 693.48$$

$$+ E = 16.60$$

$$\text{Cota Gradiente} \quad \underline{710.08} \quad \text{[en la Estación } 0+100 \text{]} .$$

La base y el tirante crítico que nos verifica este nivel es :

$$h_c = 10.92 \text{ m}$$

$$b = 16.33 \text{ m}$$

$$\Delta b = 1.33 \text{ m}$$

$$\Delta h = \frac{b}{2 \times 0.5} = 1.33 \text{ m}$$

$$\text{Cota del fondo} = 694.48$$

$$+ \Delta h = 1.33$$

$$\text{Cota del umbral} = \underline{694.81}$$



Verificación con el gradiente hidrúlico.

$$\sigma_c = 238 \text{ m}^2$$

$$V_c = 9.24 \text{ m/seg}$$

$$h_v = 4.36 \text{ m}$$

$$E = h_v + h_c = 4.36 + 10.92 = 15.28 \text{ m}$$

$$\text{Cota del Gradiente} = 710.08$$

$$- E = \underline{15.28}$$

$$\text{Cota del umbral} = \underline{694.80} = 694.81$$

Para el diseño de la rápida se procede a mantener el escurrimiento en régimen rápido.

Nota : Existen diferencias entre los volúmenes obtenidos y los que se presentan en el artículo "Diseño del Vertedor de la Presa Nejapa - aplicando el método de Viparelli" de 1954 .

## 6.3 METODO PROPUESTO POR J. HINDS

En la aplicación se hacen las siguientes hipótesis :

1. El teorema de Bernoulli no es aplicable convenientemente, ya que no existe uniformidad en los coeficientes de pérdida.
2. La ley de conservación de la fuerza lineal es aplicable directamente sin los coeficientes experimentales.

La notación que se utiliza es :

A Area del prisma de agua.

a Coeficiente arbitrario de  $x$  en las ecuaciones de velocidad - - -  
[0.07 a 0.16] .

q Flujo por metro de longitud de cresta (gasto unitario) ;

d Tirante de agua.

$dM, dx, dV$  Derivadas

g Aceleración de la gravedad.

H Posición de la cresta ( $H = d + y$ ) .

$h_v$  Carga de velocidad en la sección del canal.

M Momentum de la fuerza lineal.

$M_u$  Momentum aguas arriba de dos secciones adyacentes.

$M_d$  Momentum aguas abajo de dos secciones adyacentes.

$\Delta M$  Cambio del momentum entre dos secciones a la distancia  $x$  .

n Exponente arbitrario de  $x$  en las ecuaciones de velocidad [0.83  
a 0.87] .

Q Gasto en  $m^3/seg$  .

$Q_1$  Gasto en la sección 1 .

$Q_2$  Gasto en la sección 2 .

T Ancho del canal en la superficie del agua.

t Tiempo en segundos.

$V$  Velocidad en m/seg .

$V_1$  Velocidad en la sección 1 .

$V_2$  Velocidad en la sección 2 .

$\Delta V = V_2 - V_1$  Cambio de velocidad en el tramo  $\Delta x$  .

$\Delta x$  Distancia entre dos secciones consecutivas.

$x$  Distancia a lo largo del eje del canal.

$y$  Ordenada de la superficie de agua en el canal a la distancia  $x$  .

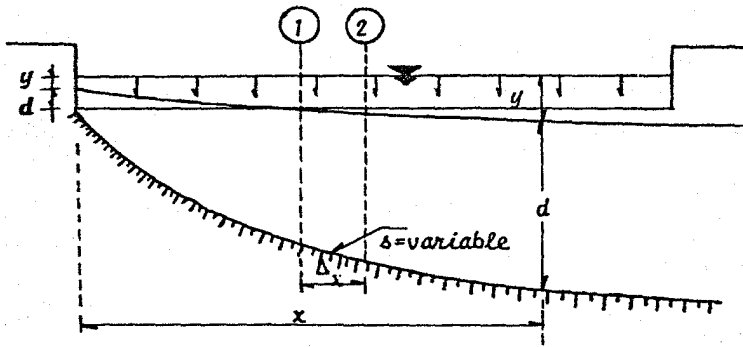


FIGURA 6-5

De la figura 6-5 se tiene :

$$Q_1 = q \Delta x = Q$$

$$V = V_1$$

$$V_2 = V + \Delta V$$

$$Q_2 = Q + q \Delta x$$

Momentum en la sección [1] .

$$M_1 = \frac{QV}{g} \quad (6.19)$$

Momentum en la sección [2] .

$$M_2 = \frac{Q + q \Delta x}{g} (V + \Delta V) \quad (6.20)$$

Cambio en el Momentum entre las secciones (1) y (2) .

$$\Delta M = M_2 - M_1 = \frac{Q\Delta V}{g} + \frac{Q\Delta x}{g} (V + \Delta V) \quad (6.21)$$

$$x \longrightarrow 0 \quad \Delta V \longrightarrow dV$$

$$\frac{dM}{dx} = \frac{QdV}{gdx} + \frac{Q}{g} V \quad (6.22)$$

Multiplicando por  $\frac{dx}{dt}$  la ecuación (6.22) .

$$\frac{dM}{dt} = \frac{Q}{g} \frac{dV}{dx} V + \frac{Q}{g} V^2 \quad (6.23)$$

$\frac{dy}{dx}$  es la tangente a la superficie libre del agua.

$$Q \frac{dy}{dx} = \frac{dM}{dt}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{V}{g} \frac{dV}{dx} + \frac{V^2 Q}{Qg} \quad (6.24)$$

Integrando.

$$Q = bx$$

$$V = ax^n$$

$$\frac{dV}{dx} = nax^{n-1} \quad (6.25)$$

Sustituyendo en (6.24) y simplificando.

$$y = \frac{1}{g} \int_0^x (n+1) a^2 x^{2n-1} dx$$

$$y = \frac{(n+1)}{2gn} a^2 x^{2n} \quad (6.26)$$

"a" y "n" son constantes arbitrarias.

$$h_v = \frac{a^2 x^{2n}}{2g} \quad (6.27)$$

$$y = \frac{(n+1)}{n} h_v \quad (6.28)$$

$$H = d + y \quad (6.29)$$

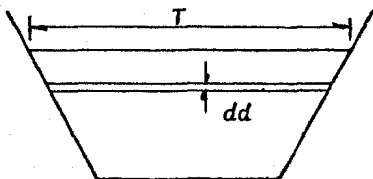
$$H = \frac{(n+1)}{n} h_v + d$$

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$H = \frac{(n+1)}{n} \frac{Q^2}{A^2 2g} + d \quad (6.30)$$

Derivando la ecuación (6.30) con respecto al tirante  $d$ , e igualando a cero, para obtener un mínimo.

$$\frac{dH}{dd} = 1 - \frac{(n+1)}{n} \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dd} = 0 \quad (6.31)$$



$$dA = T dd$$

$$h_v = \frac{n}{n+1} \frac{A}{2T} \quad (6.32)$$

$$y = \frac{A}{2T} \quad (6.33)$$

$$\frac{(n+1)}{n} \frac{Q^2 T}{gA^3} = 1 \quad (6.34)$$

### 6.3.1 Diseño del Vertedor de la "Presa Guadalupe", Méx.

DATOS :

Gasto máximo de diseño	$Q = 250 \text{ m}^3/\text{seg}$
Elevación NAME	$= 75.50 \text{ m}$
Longitud de cresta	$L = 140 \text{ m}$
Carga sobre la cresta	$h = 1 \text{ m}$
Ancho de la plantilla	$b = 8 \text{ m}$ (propuesto)

$$\begin{aligned} \text{Talud del canal colector} &= 1/2 : 1 \\ \text{Aceleración de la gravedad } g &= 9.81 \text{ m/seg}^2 \end{aligned}$$

Para la determinación del perfil del agua, así como la del piso del canal (variable), y debido a que las ecuaciones están en función de las constantes  $a$  y  $n$ , se supondrá una de ellas conocida para poder determinar la otra y así proceder al diseño del canal colector.

El flujo en el canal deberá ser en régimen subcrítico, para ello, el tirante al final del canal colector debe ser mayor que el crítico.

Para determinar el perfil del agua, se supondrá el valor de  $n = 0.83$  [ $0.83 \leq n \leq 0.87$ ].

Para obtener el tirante " $d$ ", así como el desnivel entre la superficie del agua " $y$ " en el canal colector y el nivel en el vaso (NAME), se resolverá la ecuación (6.34) que nos da un mínimo para el valor  $H = d + y$ , en la sección final del canal colector.

$$\frac{(n+1)Q^2 T}{ng A^3} = 1$$

$$T = b + 2kd$$

$$A = (b + kd)d$$

$$K = \frac{(n+1)Q^2}{ng} = 14047.01374$$

$$K \frac{T}{A^3} = 1$$

El valor del tirante que satisface la ecuación (6.34) es:

$$d = 5.36 \text{ m}$$

De la ecuación (6.33) se calcula el desnivel entre la superficie del agua en el canal colector y el nivel en el vaso (NAME)

$$y = \frac{A}{2T} = 2.1424 \text{ m}$$

El tirante crítico se calcula resolviendo la siguiente ecuación:

$$Fr = \frac{Q^2 (b + 2kd)}{g (b + kd)^3 d^3} = 1$$

$$d_c = 4.2232$$

Se cumple que  $d > d_c$ , por lo tanto, el flujo en el canal será sub crítico.

La elevación de la plantilla en la sección final del canal colector.

$$H = d + y = 7.5024 \text{ m}$$

$$\text{Elevación Plantilla} = \text{Elevación NAME} - H$$

$$\text{Elevación Plantilla} = 67.9976 \text{ m}$$

El valor de la constante "a" se obtiene de la ecuación  $V = ax^n$

$$V = \frac{Q}{A} = 4.3672 \text{ m/seg}$$

$$x = 140 \text{ m}$$

$$a = \frac{V}{x^n} = 0.072$$

Para el cálculo de las elevaciones del piso y de la superficie libre del agua en las demás secciones, se utilizan las ecuaciones (6.27), (6.28) y (6.29).

$$h_v = \frac{a^2 x^{2n}}{2g}$$

$$y = \frac{(n+1)}{n} h_v$$

$$H = d + y$$

En la tabla siguiente se muestra el cálculo del perfil teórico.

Para el cálculo de la rápida, al final del colector se proyectará un umbral, colocando un escalón de tal forma que se verifique el gradiente hidráulico.

$$E = d + \frac{V^2}{2g} = 5.36 + \frac{(4.3513)^2}{2 \times 9.81} = 6.3250 \text{ m}$$

En el escalón se localiza el tirante crítico, por lo tanto, se debe cumplir que :

$$E = d_c + \frac{V_c^2}{2g} + e$$

T A B L A   D E   C A L C U L O

GASTO UNITARIO  $q = \frac{Q}{L} = 1.7857$      $n = 0.83$      $a = 0.072$

ESTACION	x	x <sup>n</sup>	$V_x$ $ax^n$	$Q_x$ qx	AREA <sub>x</sub> $A = \frac{Qx}{V_x}$	$d_x$ d	y	d + y	ELEVACION DEL FONDO	ELEVACION SUP. AGUA
-0 + 060	0	0	0	0	0	0	0	0		
-0 + 050	10	6.7608	0.4868	17.8571	36.6826	3.7203	0.0266	3.7469	71.7530	75.4733
-0 + 040	20	12.0186	0.8653	35.7143	41.2735	4.1057	0.0841	4.1898	71.3102	75.4159
-0 + 030	30	16.8272	1.2116	53.5710	44.2151	4.3463	0.1650	4.5113	70.9887	75.3350
-0 + 020	40	21.3653	1.5383	71.4280	46.4331	4.5246	0.2659	4.7905	70.7095	75.2341
-0 + 010	50	25.7125	1.8513	89.2857	48.2286	4.6672	0.3851	5.0523	70.4477	75.1149
0 + 000	60	29.9134	2.1538	107.1420	49.7456	4.7864	0.5213	5.3077	70.1923	74.9787
0 + 010	70	33.9963	2.4477	125.00	51.0679	4.8894	0.6733	5.5627	69.9373	74.8267
0 + 020	80	37.9809	2.7346	142.8560	52.2402	4.9800	0.8404	5.8204	69.6796	74.6596
0 + 030	90	41.8814	3.0155	160.7130	53.2956	5.0611	1.0219	6.0830	69.4170	74.4781
0 + 040	100	45.7088	3.291	178.5700	54.2601	5.1347	1.2171	6.3518	69.1482	74.2829
0 + 050	110	49.4716	3.5620	196.4270	55.1463	5.2020	1.4258	6.6278	68.8722	74.0742
0 + 060	120	53.1766	3.8287	214.2840	55.9678	5.2641	1.6473	6.9114	68.5886	73.8527
0 + 070	130	56.8294	4.0917	232.1410	56.7346	5.3218	1.8814	7.2032	68.2968	73.6186
0 + 080	140	60.4347	4.3513	250.00	57.4541	5.3757	2.1277	7.5034	67.9966	73.3723



El valor del tirante crítico que verifica el gradiente hidráulico -  
es :

$$d_c = 4.0807 \text{ m}$$

$$b = 8.535 \text{ m}$$

$$A_c = 43.1560 \text{ m}$$

$$e = 0.535 \text{ m}$$

$$E = 4.0807 + \frac{(5.7229)^2}{2 \times 9.81} + 0.535 = 6.3261 \text{ m}$$

el valor se verifica satisfactoriamente.

la pendiente de la rápida debe ser tal, que mantenga el flujo en ré  
gimen supercrítico.

## CAPITULO

## No. 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

## 7.1 ANALISIS DE LOS METODOS TRADICIONALES DE DISEÑO, USANDO COMO CRITERIO DE COMPARACION, EL PROPUESTO POR R. GUARGA F.

Los métodos de diseño de vertedores con canal lateral que se han usado comunmente, son los propuestos por el Bureau of Reclamation, C. Viparelli y J. Hinds. Cada uno de estos métodos tienen algunos inconvenientes que se mencionarán de acuerdo al análisis que se haga de ellos. Para esto, se usará como criterio de comparación el método propuesto por R. Guarga F. Se escogió este método, debido a que es el trabajo más reciente sobre diseño de vertedores con canal lateral, presentado en el Congreso Mundial de Hidráulica, celebrado en la Cd. de México en el año de 1979. En dicho trabajo, el autor realiza la demostración de la validez de su análisis, con las experiencias de laboratorio que llevó a cabo.

En los capítulos del 2 al 5 se presentó en forma detallada, lo más importante del trabajo que realizó R. Guarga F. Las experiencias de laboratorio que llevó a cabo se omitieron por ser muy amplias, lo único que se busca en este trabajo (tesis), es la comprensión del proceso de diseño con el método que propone el autor. Para comprender el proceso de diseño, se presentó en el Capítulo No. 2 en forma detallada la obtención de la ecuación diferencial con parámetros adimensionales [2,9] que es la base del método de diseño.

El análisis de los métodos tradicionales de diseño de vertedores con canal lateral mencionados anteriormente se hará sobre los ejemplos que fueron resueltos numéricamente en el Capítulo No. 6. La comparación entre los métodos tradicionales y el que sirve como criterio de comparación, se hará de la siguiente manera:

Se usará el programa de computadora que aplica el procedimiento de diseño recomendado por R. Guarga F., con los datos de diseño que se usa--

ron en cada uno de los ejemplos, para obtener el diseño con este método y poder hacer una comparación entre ambos resultados.

A continuación se presentará el análisis de cada uno de los métodos.

### 7.1.1 Análisis del Método propuesto por el Bureau of Reclamation

**Comentarios del Método .-** La pendiente del canal no necesariamente debe ser pequeña para que el flujo sea subcrítico. La pendiente está en función del ancho de plantilla, es decir, a menor ancho se requiere una pendiente más grande para desalojar el gasto de diseño en régimen subcrítico.

Para determinar los tirantes en el canal colector con la fórmula [5.3] por este método, se requiere conocer el tirante al final del canal colector (tirante final), es decir, se requiere colocar aguas abajo de donde termina el colector una sección de control, para poder determinar dicho tirante final, tal como se hizo en el ejemplo que ilustra el procedimiento de diseño de este método. Con el método propuesto por R. Guarga F., se puede empezar por calcular el tirante inicial y después los demás tirantes aguas abajo. Posteriormente, la sección de control se obtiene al hacer una igualdad de la energía entre la sección final [donde está el tirante final] y la sección donde se localiza el escalón [aquí se forma el tirante  $y_e$ ], obteniendo la altura y localización del escalón.

Otra ventaja que tiene el método de R. Guarga F., es que, con los datos de diseño y proponiendo los valores de la sumergencia y pendiente transversal en la sección inicial, se puede calcular el ancho de plantilla óptimo resolviendo la ecuación [5.10], y por lo tanto, no se requiere suponerla. Con la ayuda de las gráficas que aparecen en el Capítulo No. 4 y siguiendo los pasos que marca el procedimiento gráfico de diseño, en cuestión de un par de horas se obtiene un diseño económico.

El costo de la obra con los datos de diseño dados en el ejemplo que ilustra el método propuesto por el Bureau of Reclamation, usando una relación de costos  $\frac{C_1}{C_2} = 8.5$ , es el siguiente :

$$\text{Costo} = [\text{SR}] f C_1 + [\text{Vexc}] C_2$$

$$SR = \left[ (2a + SL)\sqrt{1 + k^2} + b + R_1 (b + 2ka + kSL) \right] L$$

$$V_{exc} = \left[ (b + ka)L + kaSL^2 + (b + kSL) \frac{SL^2}{2} + R_1 \operatorname{sen} w_1 \left( (b + 2ka)^2 + 2kSL(b + 2ka + kSL) \right) \frac{L}{2} \right]$$

$$k = \operatorname{ctg} w_1 = 0.50$$

$$R_1 = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen}(w_1 - \theta)} = 0.3459$$

$$\alpha = 2/3 H = 0.6667$$

$$u = c - \alpha h = -2.0668 \text{ ft}$$

$$y_c = 16.72 \text{ ft}$$

$$a = y_c + u = 14.6532$$

$$S = 0.01$$

$$b = 10.0 \text{ ft}$$

$$SR = 5258.41 \text{ ft}^2$$

$$V_{exc} = 36437.17 \text{ ft}^3$$

$$C_1 = \$ 92.39/\text{ft}^3$$

$$C_2 = \$ 10.87/\text{ft}^3$$

$$\text{Costo} = (SR) C_1 + (V_{exc}) C_2$$

$$\text{Costo} = 5258.41 \times 1 \times 92.39 + 36437.17 \times 10.87 = \$ 881,896.54$$

A continuación se presentan los resultados del diseño del canal colector, usando el programa que aplica la teoría y método de diseño de R. - Guarga F. Los datos usados son los siguientes :

Gasto unitario $q$	= 20 $\text{ft}^3/\text{seg} \times \text{ft}$
Longitud de cresta $L$	= 100 ft
Carga sobre el vertedor $h$	= 3.10 ft
Aceleración de la gravedad $g$	= 32.2 $\text{ft}/\text{seg}^2$
Angulo del terreno $\theta$	= 15°
Angulo del talud del cimacio $w_1$	= 63.43°

Angulo del talud opuesto al cimacio  $w_2 = 63.43^\circ$

Altura de la cresta sobre el terreno  $c = 0$

Costo unitario de excavación  $C_1 \text{ \$ } 92.39/\text{ft}^3$

Costo unitario de revestimiento  $C_2 \text{ \$ } 10.87/\text{ft}^3$

Relación de costos  $\frac{C_1}{C_2} = 8.5$

Espesor medio de revestimiento  $f = 1.00 \text{ ft}$

\*\*\* SOLUCION OPTIMA \*\*\*

\*\*\* SUPRUGENCIA .700000  
 \*\*\* PENDIENTE TRANSVERSAL .090000  
 \*\*\* EL NIVEL EN LA SECCION INICIAL 3.345529 FT  
 \*\*\* ANCHO DE LA PLANTILLA 9.683422 FT  
 \*\*\* PENDIENTE DE LA PLANTILLA .12197920  
 \*\*\* ALTURA DEL ESCALON 8.510000 FT  
 \*\*\* LOCALIZACION DEL ESCALON 125.530000 FT

\*\*\* COSTO \$ 581644.18

\*\*\* COORDENADAS DEL PUNTO SINGULAR \*\*\*  
 \*XC= .55797006 \*XO= 130.42876628 \*YC= 10.80372283  
 \*TIRANTE CRITICO YC= 6.758 \*TIRANTE FINAL YF= 13.917

\*\*\* LISTA DE TIRANTES A LO LARGO DEL CANAL \*\*\*

X*	0.00 FT	Y*	5.52 FT
X*	4.00 FT	Y*	5.97 FT
X*	8.00 FT	Y*	6.37 FT
X*	12.00 FT	Y*	6.73 FT
X*	16.00 FT	Y*	7.07 FT
X*	20.00 FT	Y*	7.39 FT
X*	24.00 FT	Y*	7.70 FT
X*	28.00 FT	Y*	8.00 FT
X*	32.00 FT	Y*	8.29 FT
X*	36.00 FT	Y*	8.56 FT
X*	40.00 FT	Y*	8.87 FT
X*	44.00 FT	Y*	9.16 FT
X*	48.00 FT	Y*	9.45 FT
X*	52.00 FT	Y*	9.75 FT
X*	56.00 FT	Y*	10.05 FT
X*	60.00 FT	Y*	10.36 FT
X*	64.00 FT	Y*	10.68 FT
X*	68.00 FT	Y*	11.00 FT
X*	72.00 FT	Y*	11.34 FT
X*	76.00 FT	Y*	11.68 FT
X*	80.00 FT	Y*	12.03 FT
X*	84.00 FT	Y*	12.39 FT
X*	88.00 FT	Y*	12.76 FT
X*	92.00 FT	Y*	13.14 FT
X*	96.00 FT	Y*	13.52 FT
X*	100.00 FT	Y*	13.92 FT

Como puede observarse, el costo es un 34.85 % menor que el dado en el ejemplo del Bureau of Reclamation para la misma relación de costos. Los diseños de vertedores con canal lateral, utilizando este método, son muy conservadores.

### 7.1.2 Análisis del Método propuesto por C. Viparelli

Comentario del método : La Fórmula [6.9] integrada y utilizando la notación de Chow.

$$h_0 = y_i$$

$$s = x$$

$$i = S$$

$$J = S_f$$

$$y_i + Sx = y + S_f x + \frac{a^2(n+1)}{2gn} x^{2n} \quad (6.9)$$

despreciando la fricción y despejando "S" se tiene :

$$S = \frac{y - y_i}{x} + \frac{a^2(n+1)}{2gn} x^{2n-1}$$

$$\therefore S = f(x) \text{ y } v = f(x)$$

Como se puede observar, la consideración que hace Viparelli de la pendiente constante, está mal, puesto que no se puede postular una función exponencial para la velocidad y simultáneamente considerar la pendiente constante. C. Viparelli menciona sobre su método que el diseño debe ajustarse en el laboratorio y que la solución está muy próxima a la que se obtiene con este método. Se observa que la teoría de diseño es inconsistente, es decir, que no se confía en los resultados obtenidos.

La parte buena dentro de este método, es la de ligar las dos fases del escurrimiento ; en el sentido longitudinal del eje del colector y el transversal a dicho eje. Este último fue empleado por R. Guarga F. en su método y está representado por la ecuación [5.6] que define la ecuación de la curva con pendiente transversal constante [Corresponde a la pendien-

te transversal  $\Delta$  que se adopta en la sección inicial, es decir, que se propone) para verificar que en ninguna sección del canal colector sea sobrepasado este valor.

En cuanto al ancho de plantilla, en el método que propone C. Viparelli se debe suponer, en tanto que en el de R. Guarga F. se obtiene al optimizar la función de costo del colector.

El costo de la obra como está dado en el ejemplo presentado para ilustrar el método propuesto por C. Viparelli usando una relación de costos  $\frac{C_1}{C_2} = 8.5$  es el siguiente :

$$\text{Costo} = (SR) fC_1 + (Vexc)C_2$$

$$SR = \left[ (2a + SL) \sqrt{1 + k^2} + b + R_1 (b + 2ka + kSL) \right] L$$

$$Vexc = \left[ (b + ka)aL + ka SL^2 + (b + kSL) \frac{SL^2}{2} + R_1 \text{sen } w_1 \left( (b + 2ka)^2 + 2kSL (b + 2ka + kSL) \right) \right] \frac{L}{2}$$

$$k = \text{ctg } w_1 = 0.50$$

$$R_1 = \frac{\text{sen } \theta}{\text{sen}(w_1 - \theta)} = \frac{\text{sen}(1.11^\circ)}{\text{sen}(63.43 - 1.11)} = 0.02188$$

$$\alpha = 0.70 \quad (70 \% \text{ de } h)$$

$$u = c - \alpha h = 0 - 0.7 \times 5.24 = -3.6680 \text{ m}$$

$$y_{\lambda} = 10.59 \text{ m}$$

$$a = y_{\lambda} + u = 6.922 \text{ m}$$

$$S = 0.09$$

$$b = 15 \text{ m}$$

$$SR = 4111.85 \text{ m}^2$$

$$Vexc = 25371.50 \text{ m}^3$$

$$C_1 = \$ 2125/\text{m}^3$$

$$C_2 = \$ 250/\text{m}^3$$



$$\text{Costo} = \{SR\} \{C_1 + \{Vexc\} C_2$$

$$\text{Costo} = \{4111,85\} \times 1 \times 2125 + \{25,371,50\} \times 250$$

$$\text{Costo} = \$ 15'080,556,25$$

Debido a que los resultados que se obtienen al aplicar el método de C. Viparelli no son confiables, se hará una revisión de los tirantes, integrando la ecuación diferencial adimensional [2.9], con el tirante final - como condición de frontera, calculado en el ejemplo que ilustra el método de diseño de C. Viparelli.

$$y_0 = 13.99 \text{ m}$$

$$q = 22 \text{ m}^3/\text{seg}/\text{m}$$

$$b = 15 \text{ m}$$

$$S = 0.09$$

$$M = \frac{4 \cdot q^2 \cdot k}{gS^2 \cdot b^3} = 3.60950422$$

El valor de  $\eta_0 = 0.7858877254$  (Resultado de resolver la ecuación 2.6).

Las coordenadas del punto singular son :

$$x_0 = \frac{2b}{3k} \frac{(1 + \eta_0)\eta_0}{(1 + 2\eta_0)} = 363.8231692$$

$$y_0 = \frac{\eta_0 \cdot b}{k} = 23.57663176$$

Haciendo el cambio de variables :

$$y_0' = \frac{y_0}{y_0} = \frac{13.99}{23.5766} = 0.5934$$

$$x_0' = \frac{L}{x_0} = \frac{100}{363.8231} = 0.2748$$

Número de tirantes a calcular = 26

$$\Delta X = \frac{x_0'}{25} = 0.0109943541$$

Aplicando el método de integración numérica descrito en el Capítulo No. 4, se integra en forma inversa. Para pasar los resultados a las coordenadas originales, se hace la siguiente operación:  $x = x_0 X$  e  $y = y_0 Y$ , estos resultados aparecen en la tabla siguiente:

SECCION	X	Y	x	y
0	0.0	0.512999	0	12.094792
1	0.010994	0.520389	4	12.269025
2	0.021988	0.527314	8	12.432292
3	0.032983	0.533816	12	12.585597
4	0.043977	0.539930	16	12.729751
5	0.054971	0.545684	20	12.865409
6	0.065966	0.551100	24	12.993101
7	0.076960	0.556197	28	13.113252
8	0.087954	0.560987	32	13.226199
9	0.098949	0.565483	36	13.332202
10	0.109943	0.569693	40	13.431451
11	0.120938	0.573621	44	13.524068
12	0.131932	0.577271	48	13.610116
13	0.142926	0.580642	52	13.689292
14	0.153921	0.583731	56	13.762427
15	0.164915	0.586533	60	13.828480
16	0.175909	0.589037	64	13.887531
17	0.186904	0.591232	68	13.939264
18	0.197898	0.593097	72	13.983247
19	0.208892	0.594610	76	14.018909
20	0.219887	0.595737	80	14.045490
21	0.230881	0.596437	84	14.067975
22	0.241875	0.596651	88	14.067020
23	0.252870	0.596300	92	14.058750
24	0.263865	0.595272	96	14.034508
25	0.274859	0.593400	100	13.990373

Como se puede observar, comparando ambos resultados, los tirantes calculados en el ejemplo que sirvió para ilustrar el procedimiento de diseño propuesto por C. Viparelli, y los presentados en la tabla anterior, difieren hasta en 1.5 m. Esto se debe a lo que se mencionó en el comentario del método que se hizo al principio, y se refiere a que no se puede suponer la pendiente constante y simultáneamente considerar la velocidad como una función exponencial.

### 7.1.3 Análisis del Método Propuesto por J. Hinds

Comentario del Método .- Como pudo observarse en el Capítulo No. 6, la deducción de la ecuación diferencial que describe el flujo que se presenta en vertedores con canal lateral con incremento en la descarga, fue matemáticamente bien interpretada por J. Hinds . Debido a que la ecuación diferencial que obtuvo no se podía integrar fácilmente por los métodos de integración conocidos, él facilitó la integración al suponer para la velocidad una función exponencial, que da como resultado la obtención de una plantilla con pendiente de fondo variable, por lo tanto, todos los vertedores con canal lateral diseñados con este método deben cumplir con este requisito. Para obtener el diseño se debe suponer el valor de las constantes  $a$  y  $n$  .

Los problemas que representa la construcción de vertedores con canal lateral con plantilla de pendiente variable, hacen que este tipo de obras tengan un costo más elevado. Debido a esto, este método no se usa comúnmente.

Para que el procedimiento constructivo sea más económico, se requiere que la pendiente sea constante.

Al igual que los otros métodos [Propuesto por el Bureau of Reclamation y C. Viparelli] , el ancho de plantilla se supone conocido y se parte de las características del colector en la sección final (Como se vio en el ejemplo de diseño de la Presa Guadalupe) .

Puesto que se conoce el tirante final, suponiendo el valor de " $n$ " se calcula el valor de " $a$ " , con estos valores se pueden determinar las características del colector con las ecuaciones (6.28) , (6.29) , (6.32) , (6.33) y (6.34) .

En este método se desconoce la pendiente transversal que se forma en cada sección del canal colector, este valor puede afectar el funcionamiento hidráulico del colector si es muy grande.

A continuación se presenta el diseño del canal colector, con los datos que se usaron en el ejemplo que sirvió para ilustrar el método de diseño propuesto por J. Hinds , ahora usando el programa de computadora que aplica la teoría expuesta por R. Guarga F. Esto tiene como finalidad, ob

servar como quedaría el diseño del canal colector con pendiente constante.

Los datos usados son :

Gasto unitario $q$	=	1.7857 m <sup>3</sup> /seg/m
Longitud de la cresta $L$	=	140 m
Carga sobre el vertedor $h$	=	1.0 m
Aceleración de la gravedad $g$	=	9.81 m/seg <sup>2</sup>
Angulo del terreno $\theta$	=	8.746201°
Angulo del talud del cimacio $w_1$	=	63.43°
Angulo del talud opuesto al cimacio $w_2$	=	63.43°
Altura de la cresta sobre el terreno $c$	=	0 m
Costo unitario de excavación $C_1$	=	\$ 2125/m <sup>3</sup>
Costo unitario de revestimiento $C_2$	=	\$ 250/m <sup>3</sup>
Espesor medio de revestimiento $\delta$	=	1 m

El resultado es el siguiente :

\*\*\* SOLUCION OPTIMA \*\*\*

\*\*\* SUPERFICIA ..... 700000  
 \*\*\* PENDIENTE TRANSVERSAL ..... 0.00000  
 \*\*\* ANCHURA EN LA SECCION INICIAL ..... 1.705078 M  
 \*\*\* ANCHO DE LA PLANTILLA ..... 4.477319 M  
 \*\*\* PENDIENTE DE LA PLANTILLA ..... 0.0847820  
 \*\*\* ALTURA DEL ESCALON ..... 7.203000 M  
 \*\*\* LOCALIZACION DEL ESCALON ..... 161.789000 M

\*\*\* COSTO \$ ..... 8913239.28

\*\*\* COORDENADAS DEL PUNTO SINGULAR \*\*\*

\*\*\* PUNTO SINGULAR \*\*\*  
 \*X0= 99.37519523 \*Y0= 4.54887808  
 \*PIRANTE CRITICO VC= 32411 \*PIRANTE FINAL VF= 163380

\*\*\* LISTA DE PIRANTES A LO LARGO DEL CANAL \*\*\*

A=	0.00 M	Y=	2.47 M
A=	5.00 M	Y=	2.82 M
A=	11.00 M	Y=	3.11 M
A=	16.00 M	Y=	3.39 M
A=	22.00 M	Y=	3.65 M
A=	28.00 M	Y=	3.91 M
A=	33.00 M	Y=	4.16 M
A=	39.20 M	Y=	4.43 M
A=	44.80 M	Y=	4.70 M
A=	50.40 M	Y=	4.98 M
A=	56.00 M	Y=	5.26 M
A=	61.60 M	Y=	5.56 M
A=	67.20 M	Y=	5.87 M
A=	72.80 M	Y=	6.19 M
A=	78.40 M	Y=	6.51 M
A=	84.00 M	Y=	6.84 M
A=	89.60 M	Y=	7.18 M
A=	95.20 M	Y=	7.52 M
A=	100.80 M	Y=	7.86 M
A=	106.40 M	Y=	8.22 M
A=	112.00 M	Y=	8.57 M
A=	117.60 M	Y=	8.93 M
A=	123.20 M	Y=	9.29 M
A=	128.80 M	Y=	9.65 M
A=	134.40 M	Y=	10.01 M
A=	140.00 M	Y=	10.38 M

Como puede observarse en los resultados, el ancho de plantilla es un poco mayor de la mitad con la cual se diseñó el vertedor de la presa Guadalupe. El costo es un poco menor de la mitad del proyecto original, tomando en cuenta la dificultad de construir la plantilla con pendiente variable.

Este diseño puede resultar más económico si el programa obtiene el diseño óptimo de óptimos.

Los resultados dados aplicando el programa de computadora, no corresponden al análisis que haría la máquina si obtuviera el diseño óptimo - de óptimos, únicamente, se escogió una de tantas alternativas de las que analiza la máquina.

## 7.2. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PARA EL DISEÑO DE VERTEDORES CON CANAL LATERAL

Se puede concluir que de los métodos de diseño de vertedores con canal lateral, el más recomendable es el desarrollado por R. Guarga F. En este método (Capítulos del 2 al 5) se puede observar que las ecuaciones diferenciales adimensionales son de gran utilidad, pues describen las características del flujo en el canal colector con buena precisión.

La determinación de la pendiente transversal, que resulta de aplicar la ecuación del impulso y la cantidad de movimiento en una sección transversal al eje del canal colector, fue utilizada por R. Guarga F. para calcular la condición de frontera ( $x = 0$ ,  $y = y_c$  tirante al inicio del canal colector) y poder integrar las ecuaciones diferenciales adimensionales. Diferente al uso que le dio C. Viparelli que valora la pendiente transversal, después de obtener el perfil en el canal colector, verificando que dicho valor no pase del rango del 8 al 10 % que da como recomendable.

En el Capítulo No. 5 se presenta el desarrollo de la forma en que R. Guarga F. ataca el problema de diseño de vertedores con canal lateral desde el punto de vista económico, al optimizar la función del costo que representa la construcción de la obra. En dicha función se relaciona los costos de excavación y revestimiento, para obtener un ancho de plantilla óptimo, para el cual ambos costos dan un mínimo. Esto antes no había sido resuelto en esta forma y solamente se podía obtener un diseño económico comparando diferentes alternativas. Estas consistían en suponer varios anchos de plantilla, calcular el perfil del agua en el canal colector, valorar su costo y escoger la más económica de ellas.

El diseño de vertedores con canal lateral usando el programa de computadora que aplica la teoría de R. Guarga F., para obtener el diseño óptimo de óptimos, es en realidad una ventaja, sobre los otros métodos.

El análisis que se hizo de cada uno de los métodos tradicionales de diseño, llamados así por ser los que se usaban anteriormente, se demuestran los inconvenientes de cada uno de ellos, así como las ventajas que tiene el método que propone R. Guarga F. con respecto a éstos.

Los resultados de la teoría expuesta en el método más reciente, ha sido comprobada satisfactoriamente mediante mediciones en un modelo reducido, como se pudo apreciar en los resultados presentados en el Capítulo No. 5.

Se ha observado en el diseño de vertedores con canal lateral la tendencia a colocar parte de la longitud de cresta (ver figura 7-1) al inicio del canal colector, aprovechando el ancho de plantilla como parte del desarrollo de la cresta del vertedor, con objeto de disminuir el espacio ocupado por la obra en total. Esto propicia turbulencias en el flujo debido a la energía que tiene el agua en forma de velocidad al inicio del canal colector, afectando el funcionamiento del canal colector. Entre más grande es el porcentaje de desarrollo con respecto a la longitud total de la cresta, mayores son las turbulencias. Se recomienda no construir esa parte del cimacio al inicio del colector, para evitar las turbulencias y poder cumplir con las condiciones impuestas en las hipótesis que se plantearon para la deducción de la ecuación diferencial que describe las características del flujo en el canal colector, y que se refiere al gasto  $Q = qx$ , el cual crece conforme a la longitud de la cresta del vertedor dentro del canal colector, es decir, para  $x = 0$ , el gasto inicial debe ser cero  $Q = 0$  [inicio del colector], no cumpliéndose cuando se coloca parte de la longitud de cresta del vertedor al inicio del canal colector [igual al ancho de plantilla], donde el gasto inicial vale  $Q = bq \neq 0$ .

Dentro del trabajo desarrollado por R. Guarga F., menciona la necesidad de estudiar el funcionamiento del colector para valorarse de la pendiente transversal mayores que el 10 % que menciona C. Viparelli como límite para que el flujo en el colector sea eficiente. Esto reducirá el ancho de plantilla del canal colector y a su vez el costo de la obra.

Debe realizarse también un estudio experimental sobre la distancia a las cuales debe colocarse el escalón, que R. Guarga F. propone como  $3e$  [tres veces la altura del escalón]. Debido a que para pendientes muy grandes, esta longitud da valores grandes porque la altura del escalón resulta mayor y esto provoca excavaciones considerables que aumentan el costo de la obra. La distancia de localización del escalón igual a  $3e$ , se recomienda para que en ese espacio, las turbulencias que se producen por la forma en -



que se incorpora el gasto al canal, se reduzcan antes de entrar a la rápida. Se debe experimentar con distancias menores a  $3e$ , y observar el funcionamiento hidraulico del flujo dentro del canal colector, para determinar si es factible reducirla.

## BIBLIOGRAFIA

BOYCE W. Y D'PRIMA R ( 1980 ).- " Ecuaciones Diferenciales y Problemas - con Valores en la Frontera ", Editorial Limusa- México. p.p 423-427.

CRUICKSHANK G. Y RAMIREZ P ( 1952 ).- " Diseño del Vertedor de la presa Nejava aplicando el Método de Viparelli ", Revista de Ingeniería Hidráulica - en México, Vol. VIII - No. 2 abril-mayo-junio. p.p. 65-73.

GUARGA FERRO R ( 1979 ).- "Vertedores de Canal Lateral" , Tesis de - Maestría -División de Estudios Superiores U.N.A.M.

KISELIOV A. KRASNOV M. Y MAKARENKO G ( 1973 ).- "Problemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias", Editorial Mir Moscú. p.p. 54-58.

L. JAMES M. M SMITH G. Y C WOLFORD JAMES ( 1979 ).- "Métodos Numéricos Aplicados a la Computación Digital con Fortran", Representaciones y Servicios de Ingeniería S.A. México. p.p. 154-166.

VEN TE CHOW ( 1959 ).- "Open Channel Hydraulics", McGraw-Hill Kogakusha LTD. p.p. 327-332.