

295
107

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA



SOLUCION DE UN MODELO DE TRANSPORTE POR
MEDIO DE REDES CON FLUJO RESTRINGIDO
Y COSTO MINIMO

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO CIVIL
PRESENTA
MANUEL VAZQUEZ PORTILLO
MEXICO, D. F. 1982



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



FACULTAD DE INGENIERIA
EXAMENES PROFESIONALES
60-1-295

Al Pasante señor MANUEL VAZQUEZ PORTILLO,
P r e s e n t e .

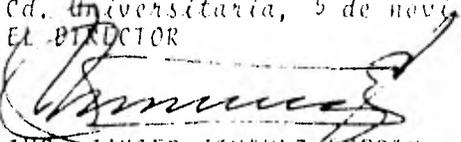
En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Ing. Julio Vargas Rodríguez, para que lo desarrolle como tesis en su Examen Profesional de Ingeniero CIVIL.

"SOLUCION DE UN MODELO DE TRANSPORTE POR MEDIO DE REDES CON FLUJO RESTRINGIDO Y COSTO MINIMO"

- I. Introducción.
 - II. Conceptos básicos de redes.
 - III. El problema general de redes.
 - IV. Estructura del modelo.
 - V. Aplicación del modelo de transporte al maíz en México.
 - VI. Comentarios.
- Anexo: Listado del programa.

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

A t e n t a m e n t e
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, 9 de noviembre de 1981
EL DIRECTOR


ING. JAVIER JIMENEZ ESPRIU


JJE/0B/EH/ser

I N D I C E

- I. INTRODUCCION
- II. CONCEPTOS BASICOS DE REDES
- III. EL PROBLEMA GENERAL DE REDES
- IV. ESTRUCTURA DEL MODELO
- V. APLICACION DEL MODELO DE TRANSPORTE AL MAIZ
EN MEXICO
- VI. COMENTARIOS

A N E X O

LISTADO DEL PROGRAMA

CAPITULO I

INTRODUCCION

Por mucho tiempo, México se ha enfrentado al problema de la distribución de productos agrícolas, lo cual es ocasionado porque las zonas donde son producidos se encuentran a distancias muy grandes de los lugares donde se consumen, y por lo tanto los costos de dichos productos se ven afectados por los costos de transporte, ocasionando una inflación de los productos agrícolas y una afección a la economía del país.

En el presente trabajo se desarrolla un modelo de transporte, el cual, se basa en el algoritmo de OUT_OF KILTER (desarrollado por L.P. FORDE Y D.P. FULKERSON). Este algoritmo es usado para resolver el problema general de redes con flujos restringidos y costos mínimos. Cabe mencionar también, que una variedad de problemas de la programación lineal (TRANSPORTE, FLUJO MAXIMO, RUTA MAS CORTA, ASIGNACION, DISTRIBUCION, etc.), pueden ser formuladas en el marco de redes y cuyos resultados son obtenidos con gran satisfacción mediante dicho algoritmo.

Algunos modelos de transporte fueron estudiados independientemente por Hitchcock, Kantorovich, en los años 40 y que poco mas tarde, cuando la programación lineal empezó a conocerse -

como una disciplina organizada, Dantzing en el año de 1951 demostró que podría ser simplificado su algoritmo general para el caso específico del problema del transporte.

En la actualidad, con la aplicación del algoritmo de OUT-OF-KILTER, podemos dar soluciones mas precisas y en tiempos relativamente cortos comparados con el método simplex y sus variantes (las cuales aplicadas a un modelo como el que se presenta en este trabajo, resultaría casi imposible de realizar, por el gran trabajo manual que representa, y el tiempo empleado en que se llevaría a cabo sería muy largo, y por lo tanto con resultados poco convenientes a las necesidades reales que presenta este problema). En la actualidad, como ya es conocido, en el medio de la Ingeniería de Sistemas, contamos con el uso de computadoras, las cuales nos simplifican el llegar a resultados con mayor precisión y en tiempos mas cortos. En especial el problema de este trabajo, usará como herramienta principal un equipo de computación, cuya capacidad disponible será la adecuada para la solución de problemas que involucran cientos de restricciones y miles de variables y que pueden ser fácilmente resueltos por las técnicas de optimización de redes.

En forma general se mencionarán las restricciones que se han considerado en el presente trabajo, debido a la importancia que las mismas representan, las cuales se dividirán en restricciones de flujo y restricciones de continuidad, que a su vez las restricciones de flujo se clasifican en: Restricciones de producción, de determinación del tipo de transporte, de distribución, de demanda y de retroalimentación. Las restricciones de continuidad, a su vez, se han clasificado en: Restricciones de producción, de distribución y de demanda. La descripción mas detallada de las restricciones mencionadas se hará mas adelante cuando se defina la solución matemática del modelo de transporte.

Los objetivos generales que pretende este trabajo es el de determinar las rutas óptimas de transporte, con la finalidad de que los costos totales se van menos afectadas por los costos de transporte, ya que en ocasiones este tipo de costos llegan a ser tan importantes o mayores que el costo del producto mismo. Otra solución es la de encontrar regiones productoras o posibles productoras mas cercanas a los lugares de consumo, evitando así en gran parte o en su totalidad los costos que ocasiona el transporte.

Se han determinado en forma representativa los centros productores que también llamaremos centros de oferta, y los centros consumidores o centros de demanda, mencionandose posteriormente la forma en que se han determinado, para que posteriormente se formule la red de distribución entre los mismos; para ello también se han clasificado los tipos de transporte que se han considerado, teniendo en cuenta que se han eliminado el transporte fluvial debido a su escasa capacidad y poco uso - para estos fines, quedando así, el transporte férreo (que es el mas importante debido a su gran capacidad de carga, así - como su menor costo), y el transporte por carretera, que se hace necesario, ya que como se verá mas adelante en algunos centros de oferta o de demanda no existen vías férreas, tal - es el caso de la Ciudad de Tijuana, Tuxtla Gutierrez, etc., y que también se complementarán debido a las necesidades propias de cada centro.

CAPITULO II

CONCEPTOS BASICOS DE REDES

En este capítulo se presentan algunas de las definiciones -- básicas de la teoría de redes. El propósito de la presentación de estas definiciones tiene por objeto unificarlas, puesto que comúnmente se encuentran definiciones diferentes para el mismo término, dentro de la literatura, no solo de la Ingeniería de Sistemas, sino de la Ingeniería en común.

La forma en que se desarrollará este capítulo es la siguiente: inicialmente se definen algunos conceptos elementales de la teoría de redes, que también es conocida por algunos autores como teoría de gráficas, considerando que la forma de caracterizar una red es a través de una gráfica dirigida tomando en cuenta su matriz de incidencia nodos-nodos y nodos-arcos.

Se definen también en forma general los conceptos de cadena, trayectoria, circuitos y ciclo, y, que para un mejor entendimiento de éstos se mencionan algunos ejemplos ilustrativos.

Posteriormente se iniciará de manera natural al concepto de red, la cual para nuestros propósitos es la gráfica dirigida de mayor importancia. Ilustrándose también de manera general algunos tipos de redes de gran utilidad para el desarrollo de este trabajo, como por ejemplo la red simple, la red reducida,

y la red circulatoria, y algunos otros tipos de redes que -- serán importantes para la transformación de una red reducida a una red circulatoria, cuya transformación se muestra gráficamente. Por último en este capítulo se presenta la forma de caracterizar un árbol, así como un teorema relativo a la formación de árboles en redes y, a manera de conclusión se presenta la equivalencia entre árboles y soluciones básicas.

2.1 Definiciones Elementales

Como hemos mencionado anteriormente, que una red es una gráfica dirigida, mencionaremos que dicha gráfica se denota por $G=(N,A)$ y consiste de un conjunto finito N cuyos elementos se denominan nodos y un conjunto finito A formado por pares ordenados de nodos a los que se denominan arcos.

Existe una forma clásica de dibujar una gráfica dirigida, -- procediendo a dibujar círculos pequeños que no se intersecten, los cuales caracterizan cada nodo $i, j \in N$, y dibujar para -- cada arco $(i, j) \in A$; una línea o flecha dirigida del nodo i al nodo j .

Por ejemplo la gráfica dirigida que se muestra a continuación, cuya figura consta de 4 nodos s, x, y y t ; y 6 arcos (s,x) , (s,y) , (x,y) , (x,t) y (y,t) .

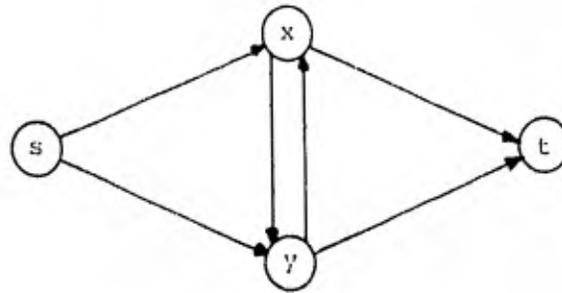


Figura 1.

Se dice que esta gráfica es dirigida porque cada arco tiene una orientación o dirección específica. También puede haber gráficas no dirigidas en las cuales todos los arcos no tienen dirección específica, también existen gráficas mixtas en las cuales algunos arcos tienen dirección específica y otros no. Es posible dibujar este tipo de gráficas (no dirigidas y mixtas), en la misma forma, omitiendo las flechas o algunas de ellas en los arcos que no tienen orientación alguna. Es importante hacer notar que una gráfica dirigida se puede tener arcos de la forma (i,i) y que el arco (i,j) es diferente del arco (j,i) .

Ejemplo:

Considere la gráfica dirigida $G=(N,A)$, donde $N=(1,2,3)$, $A=($
 $(1.2), (1.3), (2,1), (2.2), (3.2))$.

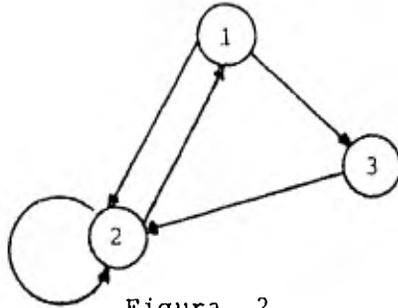


Figura 2.

Esta gráfica dirigida puede ser representada por una matriz Q de orden $(m \times m)$, donde m es el número de nodos. En la -- matriz $Q=(q_{ij})$ se tiene que $q_{ij}=1$, si existe un arco que va del nodo i al nodo j , de otra manera si no existiera dicho arco, $q_{ij}=0$.

La matriz de incidencia nodos-arcos que representa a la gráfica dirigida del ejemplo anterior es:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Se observa claramente que toda la información a cerca de la estructura de la gráfica dirigida está caracterizada en su matriz de incidencias nodos-nodos.

La matriz de incidencia nodos-arcos consiste en una matriz P de orden $(m \times n)$, donde m representa el número de nodos y n el número de arcos, los cuales han sido previamente numerados.

En la matriz $P=(p_{ij})$ se tiene que $p_{ij}=1$, si del nodo i parte el arco con número j . Asimismo, $p_{ij}=-1$, si al nodo i llega el arco con número j . En otros casos, $p_{ij}=0$. Nótese que la anterior caracterización es solo aplicable cuando no existen arcos de la forma (i,i) en la gráfica dirigida.

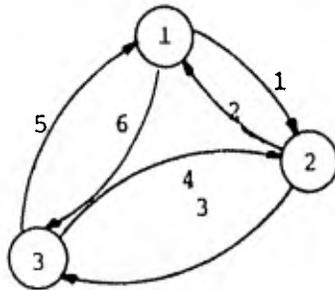


Figura 3. Gráfica Dirigida.

Ejemplo; La matriz de incidenciaa nodos-arcos de la gráfica dirigida, (figura 3) es dada por P.

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{NODOS} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} & \end{matrix}$$

ARCOS 1 2 3 4 5 6

De la misma forma se presenta la matriz de incidencia nodos-arcos de la figura 1.

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} s \\ x \\ y \\ t \end{matrix}$$

$$(s,x) \quad (s,y) \quad (x,y) \quad (y,x) \quad (x,t) \quad (y,t)$$

CADENA:

Se define una cadena del nodo i al nodo j como una sucesión de nodos distintos de N , denotados por $i=i_1, \dots, i_r=j$, y arcos de A , denotados por a_1, a_2, \dots, a_r tales que $a_t=(i_t, i_{t+1})$, donde $t=1, 2, \dots, r-1$. En aquellos casos en que no hay ambigüedad, solo se especifican los nodos que forman la cadena.

Ejemplo: Una cadena de 2 a 3 en la figura 2 es: Nodos 2,1,3;
Arcos (2,1), (1,3).

TRAYECTORIA :

Si en la definición de cadena se permite que cada arco pueda tener la forma $a_t=(i_t, i_{t+1})$ o bien $a_t=(i_{t+1}, i_t)$, donde $t=1, \dots, r-1$, entonces la sucesión resultante se denomina TRAYECTORIA del nodo i al nodo j .

Ejemplo: Una trayectoria de 3 a 1 en la gráfica que se muestra en la figura 2 es : Nodos: 3,1; Arcos (1,3).

CIRCUITO:

En una gráfica dirigida $G=(N, A)$ se define un circuito como

una cadena en que el nodo inicial es igual al nodo final.

Ejemplo; Un circuito de 1 a 1 en la gráfica de la figura 2 es : Nodos; 1,3,2,1; Arcos; (1,3), (3,2), (2,1).

CICLO:

Es una trayectoria con el mismo nodo inicial y final.

Ejemplo; Un ciclo de 1 a 1 en la gráfica de la figura 2 es: Nodos; 1,2,3,1; Arcos; (1,2), (3,2), (1,3).

En las definiciones anteriores puede observarse que en las cadenas y circuitos se necesita que los arcos tengan un mismo sentido, también se observa que toda cadena es una trayectoria y que todo ciclo es un circuito; sin embargo, lo recíproco no es cierto.

2.2 Algunos Conceptos de Redes

La gráfica dirigida mas importante para los propósitos de este trabajo es la red. Una red es una gráfica dirigida $G=(N,A)$ en que no existen arcos de la forma $(i,i) \in A$. Es común asociar a los elementos de la red ciertos parámetros. Dado el nodo $i \in N$ se denota por d_i , que es la disponibilidad en este nodo, y se dice que es nodo de depósito si la disponibilidad es positiva, es de destino cuando la disponibilidad es negativa, y cuando es igual a cero se le llama de traspaso.

RED SIMPLE:

Una red $G=(N,A)$ es simple si el conjunto de nodos N -- puede dividirse en dos subconjuntos, N_1 y N_2 , tal es que si $(i,j) \in A$ entonces $i \in N_1$ y $j \in N_2$. Asimismo, se cumple que $d_i < 0$ si $i \in N_1$, y $d_j > 0$ si $j \in N_2$.

RED REDUCIDA :

Una red $G=(N,A)$ es reducida si tiene un solo depósito s y un solo destino r , y que no existan arcos de la forma (i,s) o (r,j) donde $i,j \in N$.

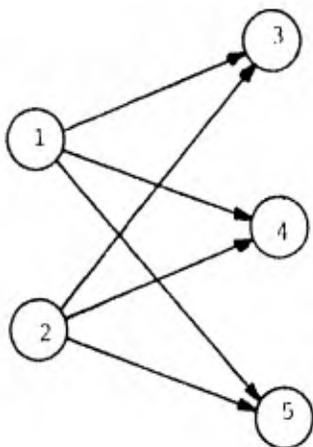


Figura 4.
Red simple

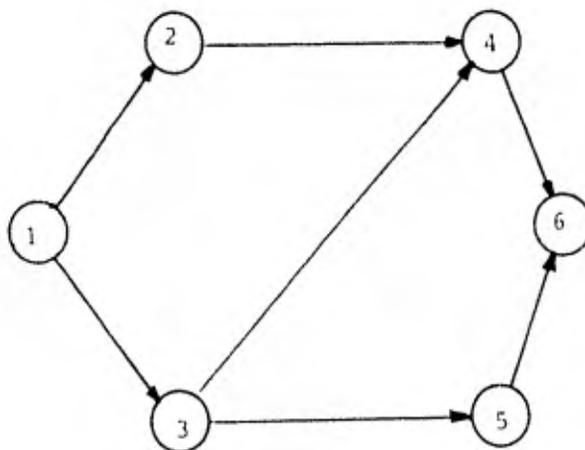


Figura 5.
Red reducida.

RED CIRCULATORIA;

Una red en forma circulatoria si todos sus nodos son de - trasapaso. Es conveniente mencionar que toda red reducida puede fácilmente transformarse en una red circulatoria.

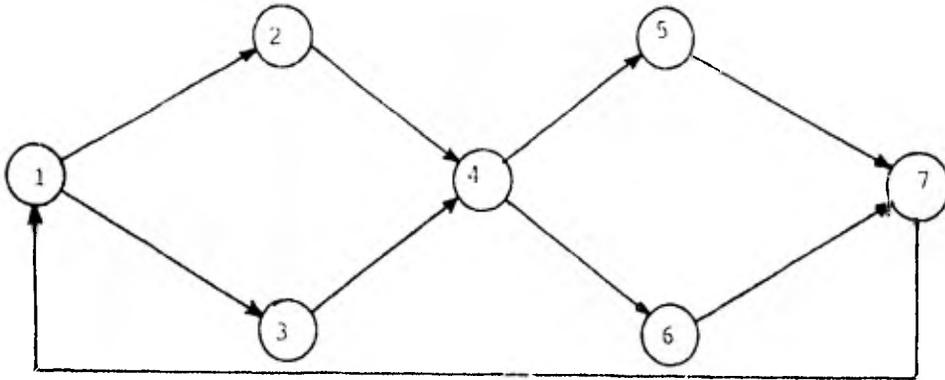


Figura 6.

Para convertir una red reducida que tiene varios nodos fuente (depósito), por ejemplo (s_1, s_2) y varios nodos de destino, - por ejemplo (t_1, t_2, t_3) como la que se muestra en la siguiente figura.

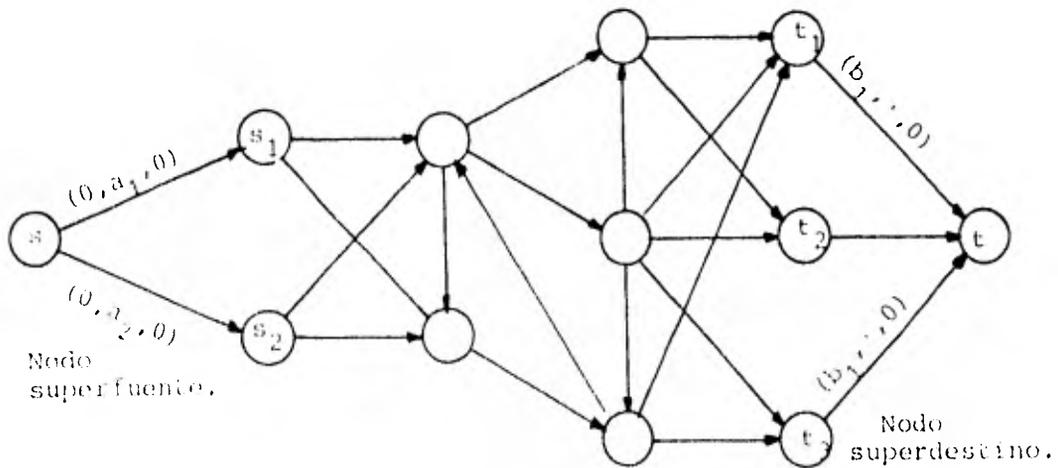


Figura 7.

Para convertir la red anterior (con un sólo nodo fuente y un sólo destino), a una red circulatoria se añadirá un arco (t,j) , que una el nodo superdestino con el nodo superfuente. Este arco tendría un costo cero o negativo (para obligar a la circulación del flujo), capacidad mínima dada por la suma de todas las demandas de los destinos originales, y una capacidad máxima dada por la suma de todas las ofertas de los nodos fuente originales. Obviamente para que el problema resulte factible, la capacidad máxima de este arco (t,j) debe ser mayor ó igual a su capacidad mínima. Gráficamente se tiene:

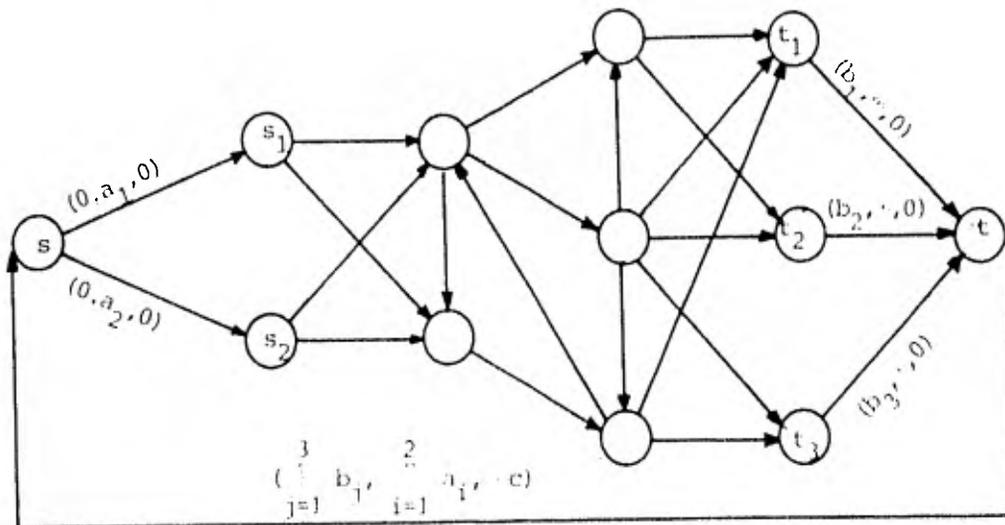


Figura 8.

A una red circulatoria hay que construir primero una red equivalente con un nodo inicial y uno final, llamados superfuente y superdestino, respectivamente.

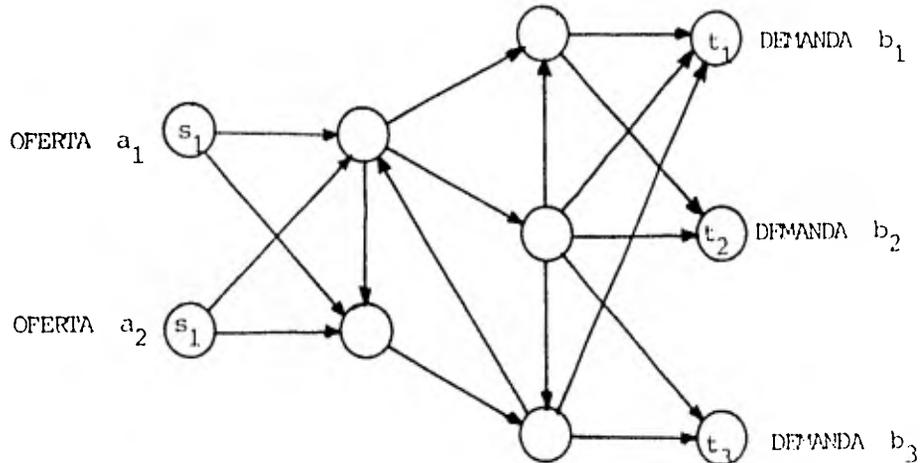


Fig: 9 Redes con fuentes y destinos multiples.

Esto se logra añadiendo un nodo artificial s unido a los nodos fuente originales por arcos (s, s_1) , (s, s_2) , etc., con un costo cero, capacidad mínima cero y capacidad máxima igual a la oferta del nodo fuente original. Además, se construye un nodo destino artificial t , unido a los nodos destino originales por los arcos (t_1, t) , (t_2, t) , (t_3, t) , etc., a los cuales se le asignarán costo cero, capacidad máxima infinita y capacidad mínima igual a la demanda del nodo destino original, como se muestra en la figura 8.

RED CONEXA

Es aquélla en donde existe por lo menos una red que conecta a cada nodo con el resto de los nodos de la red. (Ejemplo Gráfico).

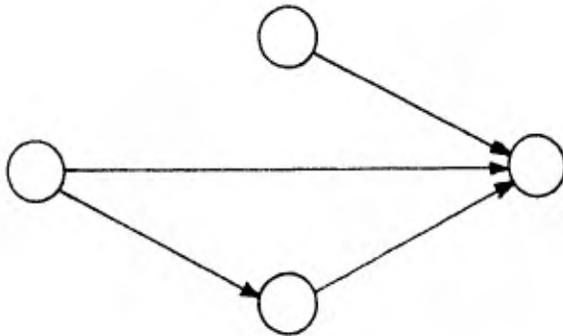


Fig. 10 Red Conexa

RED INCONEXA

Es aquélla que no está conectada.

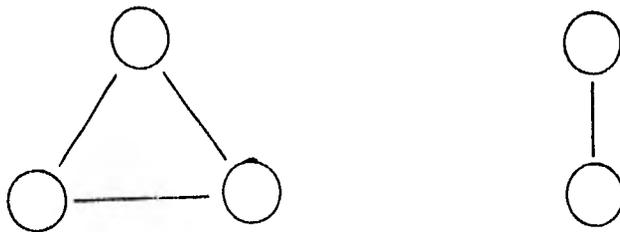


Fig. 11 Red Inconexa

ARBOL

Es una red conexa que no contiene ciclos

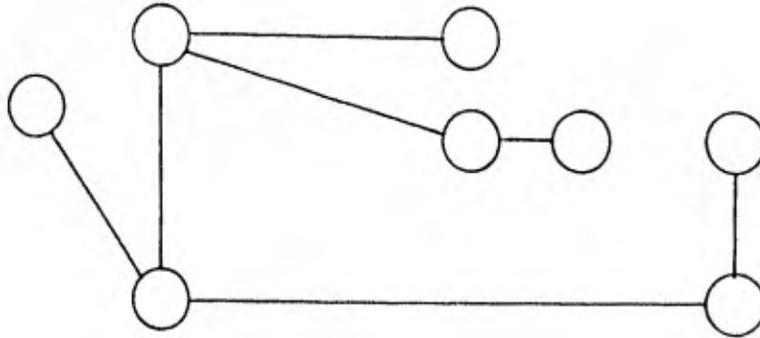


Figura 12. A r b o l

Un árbol es una gráfica no dirigida, conexa y que no contiene ciclos. Así, entre dos nodos cualesquiera del árbol, hay una cadena única, uniendo los dos nodos para una gráfica cualquiera con N nodos, dos de las siguientes tres condiciones pueden servir como definición de árbol:

- i) está conectado
- ii) no hay ciclos
- iii) el número de arcos es $(n-1)$

LEMA 1

En todo árbol existe al menos un nodo terminal. Para encontrar un nodo, el cual será nodo terminal, se seleccionará cual

quier nodo, digamos p_1 , este nodo, está unido al menos con otro p_2 , por un arco. Debido a que hay un arco desde p_1 a algún p_2 , muévase a p_2 a través del arco (p_1, p_2) . Deje p_2 y muévase a p_3 (si es posible). Debido a que el número de nodos es finito y no hay ciclos, se encontrará un punto p , el cual es un nodo terminal, con sólo un arco (q,p) , uniéndolo al resto de la red.

TEOREMA 1

Una red con n nodos, es un árbol si tiene $(n-1)$ arcos y no contiene ciclos.

El teorema es claro para dos nodos, consideramos que es verdadero para $n-1$ nodos. Si se considera el caso de n nodos, observe que existe un nodo terminal p (Lema 1), si quitamos un nodo terminal que denotamos por p , y su arco (p,q) , entonces la red queda con $(n-1)$ nodos, $(n-2)$ arcos. Y puesto que no contiene ciclos está conectada por consideraciones inductivas. Si el nodo p y su arco (p,q) son reinsertados, será posible conectar p a cualquier otro nodo vía q , lo cual prueba que una red con n nodos y $(n-1)$ arcos, y sin ciclos está conectada y por lo tanto forma un árbol.

Definición.- Considere el sistema de ecuaciones $Ax=b$ donde A es una matriz de orden $m \times n$, b es un vector en R^m , y X un vector de

n incógnitas. Suponga que B es una submatriz de A de $m \times m$, que es no singular y que los $n-m$ componentes del vector x no asociados a las soluciones de b se hacen igual a CERO. Entonces, la solución del conjunto de ecuaciones resultantes se denomina una solución básica con respecto a la base B. Asimismo, se dice que los componentes de x asociados a las columnas de la base se denominan variables básicas.

TEOREMA 2

Una subred correspondiente a un conjunto de variables básicas es un árbol.

Si la subred de $(n-1)$ arcos, correspondiente a las $(n-1)$ variables básicas no contiene ciclos, entonces forma un árbol.

Resta demostrar que un conjunto de variables no básicas pueden formar un ciclo. Supongamos que x_{35} y x_{53} están en el conjunto de variables básicas como se ilustra en la siguiente figura.

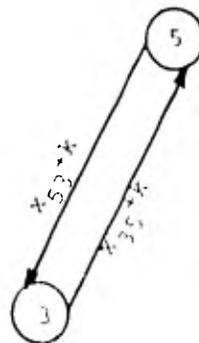


Figura 13

Si este fuera el caso, los valores de las variables básicas en el ciclo, pudieran ser alterados, mientras que los valores de las demás variables permanecerían constantes, produciendo una segunda solución de las ecuaciones de transporte.

CAPITULO III

EL PROBLEMA GENERAL DE REDES

En este capítulo se considera el problema de redes con flujos restringidos y costo mínimo, el cual resume una clase importante de problemas de redes. Una característica de importancia en relación a este problema, es que siendo de programación lineal tiene métodos de solución más sencillos y eficientes que el SIMPLEX revisado y sus variantes. El problema consiste en considerar una red circulatoria en la cual los flujos permitidos en cada arco, el cual tiene una cota superior y una inferior, y donde además se tiene un costo por unidad de flujo que pasa en cada arco. Es conveniente puntualizar que una gran variedad de problemas prácticos pueden formularse como el de flujos restringidos con costo mínimo, y otros ejemplos particulares como el de la ruta más corta, el de flujo máximo entre dos nudos de una red, y algunos otros, sin olvidar que el objetivo que se persigue es el de determinar el flujo en la red que proporcione el costo mínimo. Una de las razones por la cual existe gran concentración en los problemas, como el que se presenta en este trabajo, es debido a que los grandes problemas de transporte involucran cientos de restricciones y miles de varia

bles que pueden ser fácilmente resueltas por medio de las técnicas de optimización de redes.

Este capítulo se inicializa con el establecimiento del problema de redes con flujos restringidos y costo mínimo, en el cual se menciona una forma equivalente de este problema y su dual, las cuales permiten establecer las condiciones de las soluciones óptimas del problema original. Posteriormente se presenta la descripción del denominado método de las desviaciones, que es así llamado el algoritmo de OUT-OF-KILTER, desarrollado por Ford-Fulkerson.

Dicho método empieza con un flujo circulatorio, no necesariamente factible. El método termina obteniendo un flujo circulatorio factible óptimo, ó demuestra que el problema de redes no tiene solución factible.

3.1 El problema de redes con flujos restringidos y costo mínimo.

El problema consiste en considerar una red circulatoria en que los flujos permitidos en cada arco están sujetos a cotas superiores e inferiores y donde además se tiene un costo por unidad de flujo que pasa en cada arco.

Consideremos la red circulatoria $G=(N,A)$. Supongamos que los parámetros $0 \leq a_{ij} \leq b_{ij} < +\infty$ son los flujos mínimo y máximo permitidos en cada arco $(i,j) \in A$ y denotamos C_{ij} el costo por unidad de flujo que pasa por este arco. Entonces se desea:

$$\text{Minimizar } \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{(j,i) \in A} x_{ji} = 0 \quad i \in N$$

$$a_{ij} \leq x_{ij} \leq b_{ij} \quad (i,j) \in A$$

donde el vector de variables de decisión $X = (X_{ij})$, se denominan flujo en la red. Este es el denominado problema de redes con flujos restringidos y costo mínimo. En este problema se dice que un flujo es circulatorio si satisface las restricciones en los nodos. Asimismo, un flujo que satisface todas las restricciones del problema se dice que es un flujo factible.

Por otra parte, un flujo factible que es solución básica de las restricciones, se dice que es un flujo básico. Finalmente, un flujo factible $X = (X_{ij})$, se dice que es entero si para cada arco (i,j) el flujo, esto es X_{ij} , es igual a cero ó un número entero positivo. Conviene puntualizar que si los flujos míni-

mos y máximos permitidos en cada arco de la red son números enteros, entonces los flujos factibles básicos (y óptimos) son enteros. Esta propiedad de garantizar que las soluciones óptimas sean enteras no es una propiedad general de los problemas de Programación Lineal. Como consecuencia, es frecuente plantear problemas lineales cuyas soluciones deben ser necesariamente enteras, en términos de redes.

Si consideramos el problema de redes que anteriormente fue formulado, en donde la red circulatoria es de la forma $G=(N,A)$, donde $N=(1,2,\dots,n)$ y A es un conjunto de arcos conocidos. Es sencillo verificar que este problema equivale a:

$$\text{Minimice } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^n (x_{ij} - x_{ji}) = 0 \quad j, i=1, \dots, n$$

$$a_{ij} \leq x_{ij} \leq b_{ij} \quad i, j=1, \dots, n$$

donde $a_{ij} = b_{ij} = 0$ si $(i,j) \notin A$. Note que en estos últimos arcos el flujo es siempre $x_{ij} = 0$ (ec. 3). También, note que la nueva formulación corresponde a crear arcos ficticios en la red cuyos flujos son igual a cero. Asimismo, para estos arcos,

el valor del costo unitario C_{ij} en la función objetivo, es completamente irrelevante.

El dual del problema de redes equivalente es:

$$\text{Minimice } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{ij}v_{ij} - b_{ij}w_{ij})$$

$$u_i - u_j + v_{ij} - w_{ij} \leq c_{ij} \quad i, j=1, \dots, n$$

$$v_{ij} \geq 0 ; w_{ij} \geq 0 \quad i, j=1, \dots, n$$

donde $v = (v_{ij})$ y $w = (w_{ij})$ son las variables duales asociadas a las restricciones de capacidad mínima y máxima de los flujos en cada arco y $u=(u_{ij})$ es el vector de variables duales asociadas con los nodos de la red, denominado vector de potenciales. Usando el problema de redes equivalente a su dual, podemos establecer las correspondientes condiciones analíticas que caracterizan a las soluciones óptimas de estos problemas. Específicamente las soluciones óptimas son tales que el vector de flujos $X = (X_{ij})$ y los vectores de variables duales $v=(v_{ij})$, $w=(w_{ij})$ y $u(u_{ij})$ son factibles y satisfacen la denominada condición de complementariedad, esto es, se cumple que:

$$v_{ij}(x_{ij} - a_{ij}) = 0$$

$$w_{ij}(b_{ij} - x_{ij}) = 0$$

$$x_{ij}(c_{ij} - u_i - u_j - v_{ij} + w_{ij}) = 0$$

para toda $i, j=1, \dots, n$. Sin embargo, este conjunto de ecuaciones es equivalente a que se cumpla una de las siguientes tres condiciones mutuamente exclusivas.

$$x_{ij} = a_{ij} ; w_{ij} = 0 ; v_{ij} = c_{ij} - u_i + u_j \geq 0$$

$$a_{ij} < x_{ij} < b_{ij} ; v_{ij} = w_{ij} = c_{ij} - u_i + u_j = 0$$

$$x_{ij} = b_{ij} ; v_{ij} = 0 ; w_{ij} = -c_{ij} + u_i - u_j \geq 0$$

para toda $i, j=1, \dots, n$.

En este punto conviene observar que para los arcos tales que $a_{ij} = b_{ij} = 0$ (como es el caso de aquéllos arcos que no pertenecen a la red original) las ecuaciones: $v_{ij}(x_{ij} - a_{ij}) = 0$ y $x_{ij}(c_{ij} - u_i - u_j - v_{ij} + w_{ij}) = 0$ se satisfacen, esto es, los arcos ficticios del problema de redes equivalentes satisfacen la condición de complementariedad, y considerando no necesario tomarlos en cuenta en la solución de la red original.

Verificar la condición de complementariedad con un mínimo de

información es de una manera sencilla. Específicamente, sea $x = (x_{ij})$ un flujo factible del problema de redes y $u = (u_i)$ el vector de potenciales en las redes, entonces podemos calcular los vectores $v = (v_{ij})$ y $w = (w_{ij})$ usando las fórmulas:

$$v_{ij} = \max [0, \bar{c}_{ij}] \quad ; \quad w_{ij} = \max [0, \bar{c}_{ij}]$$

donde $\bar{c}_{ij} = c_{ij} - v_i + u_j$ es denominando el costo relativo del arco (i,j) como consecuencia de estas fórmulas es sencillo verificar que si x y v forman parte de las soluciones óptimas del problema de redes y su dual, entonces los vectores $x, u, p,$ y w sin vectores factibles y óptimos, esto es, satisfacen las condiciones de complementariedad.

Concluiremos la discusión anterior estableciendo que un flujo circulatorio y factible $x = (x_{ij})$, es óptimo si existe un vector de potenciales $u = (u_i)$ tal que para cada arco de la red se satisface alguna de las condiciones siguientes:

$$\begin{aligned} L : \quad \bar{c}_{ij} &= 0 \quad ; \quad x_{ij} = a_{ij} \\ B : \quad \bar{c}_{ij} &= 0 \quad ; \quad a_{ij} \leq x_{ij} \leq b_{ij} \\ K : \quad \bar{c}_{ij} &< 0 \quad ; \quad x_{ij} = b_{ij} \end{aligned}$$

Por otra parte, si el flujo circulatorio x y el vector de po-

tenciales u no son óptimos, se tiene que algunos de sus arcos se encuentran en las condiciones o estados siguientes:

$$L_1 : \bar{c}_{ij} > 0 \quad ; \quad x_{ij} < a_{ij}$$

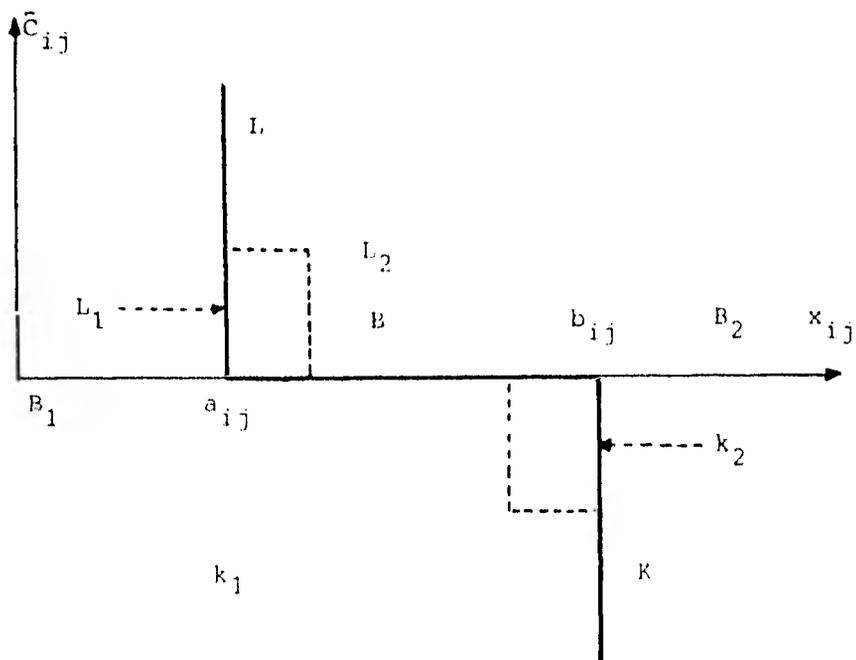
$$L_2 : \bar{c}_{ij} > 0 \quad ; \quad x_{ij} > a_{ij}$$

$$B_1 : \bar{c}_{ij} = 0 \quad ; \quad x_{ij} < a_{ij}$$

$$B_2 : \bar{c}_{ij} = 0 \quad ; \quad x_{ij} > a_{ij}$$

$$K_1 : \bar{c}_{ij} < 0 \quad ; \quad x_{ij} < b_{ij}$$

$$K_2 : \bar{c}_{ij} < 0 \quad ; \quad x_{ij} > b_{ij}$$



Para determinar si un arco es conformable, éste deberá estar en uno de los estados L, B ó K. Asimismo, un arco es no conformable si se encuentra en uno de los estados L_1 , L_2 , B_1 , B_2 , K_1 ó K_2 . Para pasar de un estado no conformable a uno conformable (modificado) los flujos son:

Estado no conformable	Pasa a estado conformable	Si la desviación se hace cero
L_1	L	$a_{ij} - x_{ij}$
L_2	L ó B	$\bar{c}_{ij}(x_{ij} - a_{ij})$
B_1	B	$a_{ij} - x_{ij}$
B_2	B	$x_{ij} - b_{ij}$
K_1	B ó K	$\bar{c}_{ij}(x_{ij} - b_{ij})$
K_2	K	$x_{ij} - b_{ij}$

3.2 Procedimiento a seguir del algoritmo OUT-OF-KILTER

Se iniciará con un flujo circulatorio $x=(x_{ij})$ y un vector de potenciales $u=(u_i)$ (arbitrarios).

1. Existe un arco (s,t) no conformable, ir al paso 2. De otra manera, el flujo circulatorio es factible y óptimo.

2. Aplique el método de las etiquetas para formar un circuito que contenga a (s,t) , donde t es el origen y s el destino, si el arco (s,t) , está en uno de los estados no conformables $(L_1, B_1 \text{ ó } K_1)$; de otra manera; sea s el origen y t el destino.

a. (Modificaciones del flujo). Si existe un ciclo que contiene a (S,T) , aumenta en α el flujo en (s,t) donde α es:

$$\alpha = \begin{cases} \min[\alpha_s, a_{st} - x_{st}] & \text{si } (s,t) \text{ está en el estado } L_1. \\ \min[\alpha_s, b_{st} - x_{st}] & \text{si } (s,t) \text{ está en el estado } B_1 \text{ ó } K_2. \\ \min[\alpha_t, x_{st} - b_{st}] & \text{si } (s,t) \text{ está en el estado } L_2 \text{ ó } B_2. \\ \min[\alpha_t, x_{st} - b_{st}] & \text{si } (s,t) \text{ está en el estado } K_2. \end{cases}$$

Si el arco (s,t) es conformable regrese a 1. De otra manera, borre las etiquetas y empiece nuevamente en 2.

El método de las etiquetas consiste en lo siguiente:

Denote con K el origen y con p el destino. Se desea encontrar

un ciclo que contenga (k,p) . Etiquete el nodo k con $(-, \alpha)$.

Sea i un nodo con etiqueta (h, α_i) . Entonces, para cada arco j con las condiciones abajo indicadas, etiquete con (i, α_j) donde:

$$\alpha_j = \begin{cases} \min [\alpha_i, a_{ij} - x_{ij}] & \text{si } (i,j) \in A \ ; \ \bar{c}_{ij} > 0 \ ; \ x_{ij} < a_{ij} \\ \min [\alpha_i, b_{ij} - x_{ij}] & \text{si } (i,j) \in A \ ; \ \bar{c}_{ij} \leq 0 \ ; \ x_{ij} < b_{ij} \\ \min [\alpha_i, x_{ji} - a_{ji}] & \text{si } (j,i) \in A \ ; \ \bar{c}_{ij} \geq 0 \ ; \ x_{ji} > a_{ji} \\ \min [\alpha_i, x_{ji} - b_{ji}] & \text{si } (j,i) \in A \ ; \ \bar{c}_{ij} < 0 \ ; \ x_{ji} > b_{ji} \end{cases}$$

Repita este proceso hasta que el nodo p sea etiquetado, y si es etiquetado, considere la trayectoria de k a p en que cada nodo es la etiqueta del siguiente. Aumente, en α_p el flujo en la trayectoria de k a p , específicamente, aumente ó disminuya, en α_p el flujo en un arco (i,j) si el arco está en el sentido opuesto de la circulación del flujo en el arco (h,p) , y si el destino p no es etiquetado termina.

El método de cambio de potencial se inicia denotando por I y \bar{I} el conjunto de nodos etiquetados y no etiquetados respectivamente, al final del método de las etiquetas se definen los conjuntos.

$$s_1 = \{ (i,j) ; (i,j) \in I \times \bar{I} , \bar{c}_{ij} > 0 ; x_{ij} \leq b_{ij} \}$$

$$s_2 = \{ (i,j) ; (i,j) \in \bar{I} \times I , \bar{c}_{ij} < 0 ; x_{ij} \geq a_{ij} \}$$

Si s_1 y s_2 son vacíos, hagamos $\theta = \infty$.

Asímismo termine, pues el problema no tiene solución factible.

De otra manera, sea

$$\theta = \min \left[\min_{s_1} (\bar{c}_{ij}) , \min_{s_2} (-\bar{c}_{ij}) \right]$$

que es un número finito. Reemplace el vector de potenciales u

por un nuevo vector u' donde:

$$u'_i = u_i \quad \text{si } i \in \bar{I} ; \quad u'_i = u_i + \theta \quad \text{si } i \in I$$

es conveniente puntualizar que en este caso, la correspondiente

matriz de costos relativos es:

$$\bar{c}_{ij} = \begin{cases} \bar{c}_{ij} - \theta & \text{si } (i,j) \in I \times \bar{I} \\ \bar{c}_{ij} + \theta & \text{si } (i,j) \in \bar{I} \times I \\ \bar{c}_{ij} & \text{de otra manera.} \end{cases}$$

CAPITULO IV

ESTRUCTURA DEL MODELO

Con el fin de obtener métodos de solución más sencillos y veraces que los que pudieran obtener con la aplicación de los métodos comunes de la programación lineal, se ha estructurado un modelo en base al problema de redes con flujos restringidos y costo mínimo, es decir, que el modelo se ha estructurado partiendo del algoritmo de OUT-OF-KILTER, que anteriormente se ha descrito.

Para la implementación del modelo es necesario determinar los nodos origen y los nodos destino, los cuales representarán a los centros de producción y a los centros de demanda, respectivamente, y como consecuencia de lo anterior se fijaron los arcos existentes entre los centros de producción y de demanda, para cada uno de los transportes considerados y los tipos de transporte considerados entre dichos centros y también los costos que ocasiona el transporte entre cada uno de los centros. Lo anterior se ha determinado con el fin de poder formular el modelo y sus restricciones de las cuales se han considerado las restricciones de flujo y de continuidad, estas restricciones se explicarán posteriormente. Dentro de este capítulo también se presenta la for

mulación del modelo, donde se explica la forma en que se utilizaron las restricciones y la información considerada para el modelo. Por último se representa en forma algebraica la descripción del modelo, iniciando con la función objetivo y las restricciones del modelo, y también se presenta en forma gráfica la manera en que trabaja el modelo.

Determinación de los Centros de Producción.

Se consideró como centro de producción de este cultivo a la ciudad más importante de cada una de las entidades federativas del país, y se supuso que en ellas se concentra la producción, del cultivo en estudio, obtenida tanto de los distritos de riego como de las unidades de riego para el desarrollo rural, y de la tierra de temporal. Los centros de producción así definidos corresponden en el modelo a los orígenes ó centros de oferta.

En el cuadro 1 se presenta los centros de oferta que se han determinado, indicándose también, el número de nodo asignado a cada uno de ellos para su consideración en el modelo.

Determinación de los Centros de Demanda.

Para simplificar el problema, el número de centros de demanda se restringió en función del número de habitantes y de las vías de comunicación existentes (CARRETERAS y FERROCARRILES) en cada una de las ciudades más importantes del país, las ciudades se-

Cuadro 1. Relación de centros de oferta y nodos asociados a ellos.

Centro de Oferta	Nodo FF.CC.	Nodo CARRETERA
01. Mexicali, BCN	02	03
02. Hermosillo, Son.	04	05
03. Chihuahua, Chih.	06	07
04. Culiacán, Sin.	08	09
05. Torreón, Coah.	10	11
06. Durango, Dgo.	12	13
07. Monterrey, N.L.	14	15
08. Cd. Mante, Tamps.	16	17
09. Zacatecas, Zac.	18	19
10. San Luis Potosí, SLP.	20	21
11. Tepic, Nay.	22	23
12. Guadalajara, Jal.	24	25
13. Colima, Col.	26	27
14. Celaya, Gto.	28	29
15. San Juan del Río, Qro.	30	31
16. Tulancingo, Hgo.	32	33
17. Jalapa, Ver.	34	35
18. Morelia, Mich.	36	37
19. Toluca, Méx.	38	39
20. Tlaxcala, Tlax.	40	41
21. Cuernavaca, Mor.	42	43
22. Puebla, Pue.	44	45
23. México, D.F.	46	47
24. Aguascalientes, Aqs.	48	49
25. Oaxaca, Oax.	50	51
26. Campeche, Camp.	52	53
27. Mérida, Yuc.	54	55
28. Sto. Domingo, BCS	-	56
29. Chilpancingo, Gro.	-	57
30. Villahermosa, Tab.	-	58
31. Tuxtla, Gtz., Chis.	-	59
32. Chetumal, Q. Roo.	-	60

Cuadro 2. Centros de demanda y número de nodos correspondientes.

Centro de Demanda	N o d o
01. Ensenada	61
02. Mexicali	62
03. Tijuana	63
04. La Paz	64
05. Hermosillo	65
06. Cd. Obregón	66
07. Guaymas	67
08. Navojoa	68
09. Nogales	69
10. Culiacán	70
11. Los Mochis	71
12. Mazatlán	72
13. Tepic	73
14. Colima	74
15. Uruapan	75
16. Apatzingan	76
17. Morelia	77
18. Guanajuato	78
19. León	79
20. Irapuato	80
21. Celaya	81
22. Guadalajara	82
23. Zamora	83
24. Aguascalientes	84
25. San Luis Potosí	85
26. Toluca	86
27. Tuxtla, Gtz.	87
28. Villahermosa	88
29. Distrito Federal	89
30. Cuernavaca	90
31. Querétaro	91

Cuadro 2. (Continuación).

Centro de Demanda	N o d o
32. Zacatecas	92
33. Fresnillo	93
34. Durango	94
35. Torreón	95
36. Chilpancingo	96
37. Acapulco	97
38. Saltillo	98
39. Monclova	99
40. Piedras Negras	100
41. Monterrey	101
42. Nuevo Laredo	102
43. Reynosa	103
44. Chihuahua	104
45. Ciudad Juárez	105
46. Hidalgo del Parral	106
47. Pachuca	107
48. Tampico	108
49. Ciudad Victoria	109
50. Matamoros	110
51. Poza Rica	111
52. Puebla	112
53. Tehuacán	113
54. Jalapa	114
55. Orizaba	115
56. Veracruz	116
57. Coatzacoalcos	117
58. Oaxaca	118
59. Tapachula	119
60. Campeche	120
61. Mérida	121
62. Chetumal	122

leccionadas como centros de demanda se consideraron representativas de su área de influencia habiéndose obtenido las demandas tanto para las ciudades como para su área de influencia correspondiente. Las demandas se consideraron concentradas en las ciudades tomadas en cuenta. Para estimar la demanda en los centros seleccionados se consideró la población de ellos y la de su área de influencia correspondiente, misma que se multiplicó por el consumo per-cápita estimado para cada uno de ellos. Los centros de demanda que se determinaron se presentan en el cuadro 2, el cual muestra también el número de nodo que se le ha asignado dentro del modelo.

Formulación del Modelo

Tomando en cuenta las actividades descritas anteriormente, se planteó y se formuló un modelo para el transporte, considerando que la red definida es circulatoria y que los flujos permitidos en cada arco están sujetos a cotas superiores e inferiores, así mismo se asignó un costo a cada arco, con el fin de determinar con el modelo, el flujo en la red que proporcione el costo mínimo, empleando como criterio de jerarquización, la minimización del costo de transporte.

Las restricciones consideradas fueron de flujo, las cuales fijan la capacidad de éste que tiene cada arco de la red y las

restricciones de continuidad que están representadas por el flujo que entra y sale de cada nodo permitiendo que éstos sean iguales.

Las restricciones de flujo se pueden dividir en restricciones de producción y de tipo de transporte, de demanda, de distribución y de retroalimentación. Por su parte, las restricciones de producción definidas, para cada centro de oferta, controlan que ésta no sobrepase los límites permisibles actuando sobre los arcos que unen los nodos fuente con los centros de oferta. El costo unitario en estos arcos es nulo y el flujo en el arco es la producción obtenida en el centro de oferta que constituya el nodo final.

Las restricciones del tipo de transporte están constituidos por la cantidad que se transporte por carretera o por ferrocarril, por lo que cada centro de oferta se representa con 2 nodos con el fin de simular el envío por cualquiera de los transportes mencionados.

Las restricciones de distribución actúan sobre los arcos que unen los centros de oferta con los centros de demanda teniendo asociado el costo unitario de transporte, de acuerdo con el tipo de transporte.

Las restricciones de demanda permiten que ésta sea satisfecha en cada uno de los centros de demanda considerados, y actúan sobre los arcos que unen los nodos que representan a estos centros con el nodo pozo, entendiéndose por nodo pozo el final de la red, es decir que la demanda del nodo pozo será igual a la suma de la demanda de cada uno de los centros de demanda.

Finalmente, la restricción de retroalimentación, representada por la demanda, del producto considerado a nivel nacional, representando el flujo que pasa del nodo pozo al nodo fuente a través del arco correspondiente y el costo de transporte entre estos nodos es igual a cero.

Descripción algebraica del Modelo.

Se presenta a continuación la descripción algebraica de la función objetivo y de las restricciones del modelo planteado para la distribución del maíz, considerando como criterio la jerarquización de los patrones de distribución, el costo mínimo de su transporte.

Función objetivo

$$\text{Minimizar : } w = \sum_{i=1}^{32} \sum_{j=1}^{62} \sum_{q=1}^2 K_{ij}^q N_{ij}^q$$

Donde:

- $i = 1$ a 32 Representa a los centros de oferta.
 $j = 1$ a 62 Representa a los centros de demanda.
 $q = 1, 2$ Representa al tipo de transporte que se

utiliza: 1-ferrocarril 2-carretera.

K_{ij}^q Costo unitario de transporte del centro de oferta i al centro de demanda j por vía q . (centavos/toneladas).

N_{ij}^q Número de toneladas transportadas del centro de oferta i al centro de demanda j , por vía q .

Restricciones de flujo

a.- De producción

$$0 \leq Q_i \leq P_i \quad \text{para cada } i=1, \dots, 32$$

Donde:

Q_i Es la cantidad de que se dispone en el centro de oferta i (ton).

P_i Es la producción factible en el centro de oferta i (ton).

b.- De determinación del tipo de transporte.

$$0 \leq F_i \leq P_i \quad \text{para cada } i=1, \dots, 32$$

Donde:

F_i Es la cantidad de toneladas a ser transportadas por ferrocarril en el centro de oferta i .

c.- De distribución

$$P_i^q P_i \leq N_{ij} \leq P_i \quad \text{para } \begin{array}{l} i=1, \dots, 32; \\ j=1, \dots, 62; \\ q=1, 2. \end{array}$$

Donde:

P_i^q Representa el porcentaje de la producción del centro de oferta i que se transporta por vía q .

d.- De demanda

$$DEM_j \leq H_j \leq DN \quad \text{para cada } j=1, \dots, 62$$

Donde:

DEM_j Será la demanda mínima del maíz en el centro de oferta j (ton).

H_j Es la cantidad de maíz que llega al centro de oferta j (ton).

DN Es la demanda a nivel nacional del maíz (ton).

e.- De retroalimentación

$$DN \leq R \leq PN$$

Donde:

R Las toneladas que recirculan.

PN Es la producción nacional.

Restricciones de continuidad

a.- De producción

$$PN = \sum_{i=1}^{32} Q_i$$

b.- De distribución

$$Q_i = F_i + \sum_{j=1}^{62} N_{ij}^1 \quad \text{para cada } i=1, \dots, 32$$

$$F_i = \sum_{j=1}^{62} N_{ij}^2$$

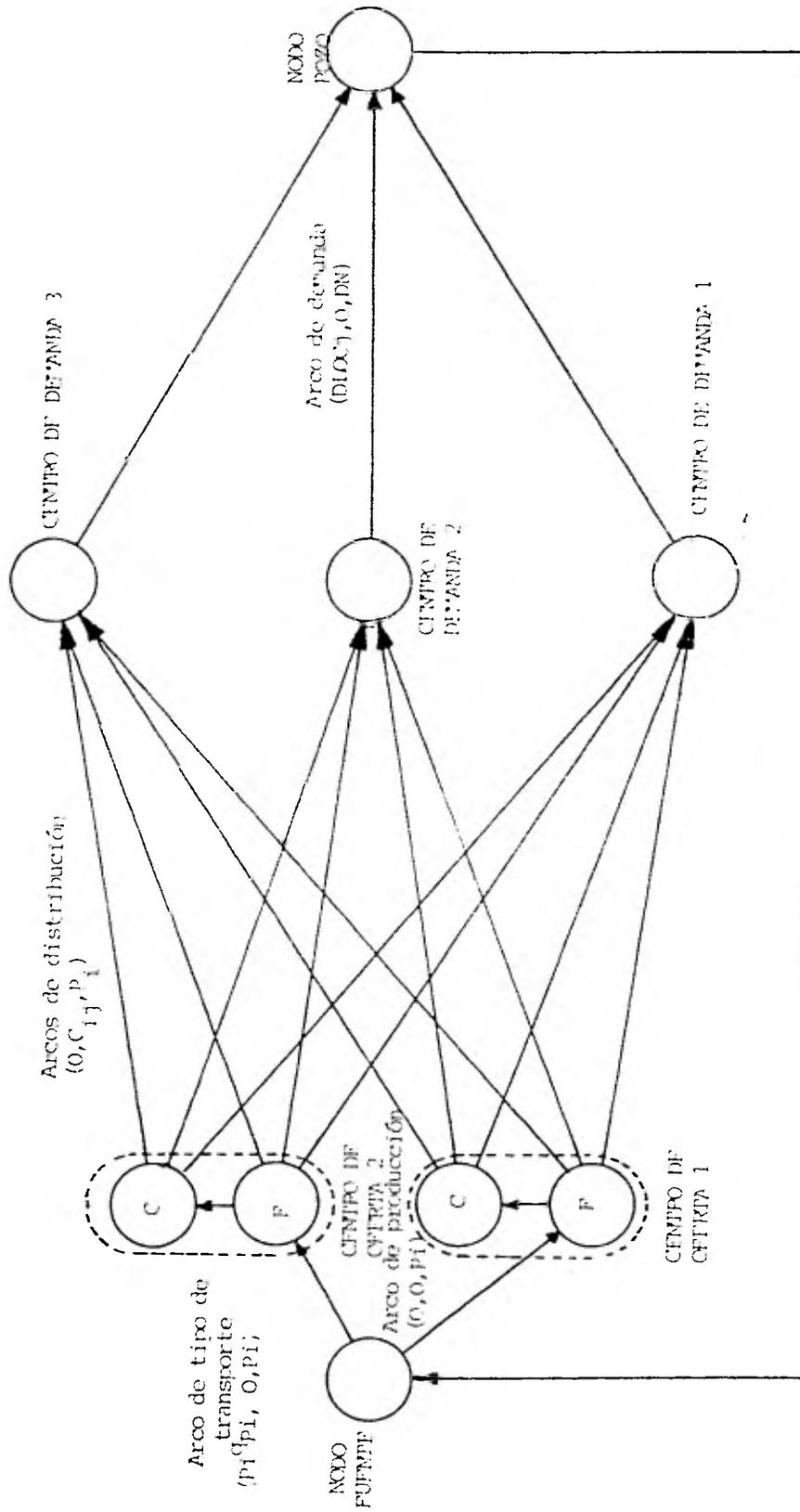
c.- De demanda

$$\sum_{i=1}^{32} \sum_{q=1}^2 N_{ij}^q = H_j \quad \text{para cada } j=1, \dots, 62$$

d.- De retroalimentación

$$\sum_{j=1}^{62} H_j = R$$

El modelo se representa en forma simplificada y gráfica en la lámina y sólo se presentan 2 centros de oferta y 3 centros de demanda.



Arco de retroalimentación

(P_i, C_i, P_i)

(a, b, c) = (Flujo min, costo transp., flujo máx.)

C. Nodo que indica que la producción se transporta por carretera

F. Nodo que indica que la producción se transporta por ferrocarril

CAPITULO V

APLICACION DEL MODELO Y LA PRODUCCION DEL MAIZ EN MEXICO

La razón primordial por la que se ha escogido al maíz para la aplicación del modelo en cuestión, es debido, por una parte, a que el maíz es uno de los productos básicos de mayor importancia en nuestro país, tanto desde el punto de vista de su producción como de su consumo, y por la otra, a la gran cantidad de información existente. Por lo anterior, se creyó conveniente seleccionarlo para analizar su distribución mediante el modelo de transporte.

Aunque de antemano se sabe que no es posible llegar a obtener soluciones sólidas en cuanto al transporte de este alimento, por considerarlo en forma aislada de los demás granos y productos agrícolas, se creyó que podrán obtenerse algunos resultados interesantes relacionados con la ubicación de su producción con el objeto de lograr el abatimiento del costo de transporte que en ocasiones se realiza desde lugares mucho muy distantes de los centros de consumo.

El cultivo del maíz se realiza, prácticamente, en todas las entidades federativas del país, produciéndose, tanto en dis-

tritos de riego, unidades de riego para el desarrollo rural, como en tierras de temporal. Debido a lo anterior, se tuvieron que hacer algunas consideraciones con el fin de tratar en forma simplificada el problema del transporte de dicho producto, las consideraciones que se realizaron para tal efecto se describen en el siguiente capítulo de la manera siguiente:

En primer orden se describe la información requerida para la aplicación del modelo de transporte, así como la obtención de la misma para cada uno de los centros de oferta y de demanda seleccionadas; posteriormente se describe el programa de computación que fue realizado en base a la información obtenida y con las restricciones que se consideraron en el modelo, señalando también la forma en que es requerida la información en dicho programa. Más adelante son analizados los resultados obtenidos con la aplicación del modelo, y por último, se presenta el diagrama de flujo de dicho programa.

Información requerida por el modelo

La fuente principal para la obtención de la producción de cada uno de los centros de oferta han sido estadísticas editadas para el año de 1978 por la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, tomando en cuenta que dicha información es descrita por las mencionadas estadísticas para distritos de riego, unidades de riego para el desarrollo rural y tierras de temporal, pudiendo así obtener las producciones que se muestran en el Cuadro 3 para los centros de producción, seleccionados con anterioridad, y de la misma manera se muestra en el Cuadro 4 la demanda obtenida por cada uno de los centros de consumo considerados, dicha demanda ha sido estimada para cada uno de los centros obtenidos, multiplicando la población que en ellos se representa por el consumo per-cápita estimado para cada centro. Los costos que ocasiona el transporte del maíz en cada uno de los centros de oferta y de demanda se obtuvieron de las estadísticas proporcionadas por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes, y por Ferrocarriles Nacionales de México; y al mismo tiempo se obtuvieron los porcentajes promedio que de este producto se transporta en cada uno de los tipos de transporte seleccionados.

Cuadro 3. Relación de los centros de oferta
y producción.

Centro de Oferta	Producción
01. Mexicali, BCN	8 402
02. Hermosillo, Son.	122 336
03. Chihuahua, Chih.	214 272
04. Culiacán, Sin.	54 214
05. Torreón, Coah.	12 892
06. Durango, Dgo.	99 269
07. Monterrey, N.L.	205 783
08. Cd. Mante, Tamps.	1'497 220
09. Zacatecas, Zac.	148 372
10. San Luis Potosi, SLP	275 746
11. Tepic, Nay.	162 636
12. Guadalajara, Jal.	1'134 309
13. Colima, Col.	123 621
14. Celaya, Gto.	365 264
15. San Juan del Río, Qro.	167 326
16. Tulancingo, Hgo.	194 987
17. Jalapa, Ver.	926 059
18. Morelia, Mich.	961 863
19. Toluca, Méx.	965 486
20. Tlaxcala, Tlax.	55 171
21. Cuernavaca, Mor.	50 870
22. Puebla, Pue.	168 000
23. México, D.F.	25 806
24. Aguascalientes, Ags.	23 386
25. Oaxaca, Oax.	253 346
26. Campeche, Camp.	140 585
27. Mérida, Yuc.	140 431
28. Sto. Domingo, BCS	13 129
29. Chilpancingo, Gro.	7 902
30. Villahermosa, Tab.	388 849
31. Tuxtla Gtz., Chis.	889 798
32. Chetumal, Q. Roo.	0
T o t a l	9'946 743

Cuadro 4. Pelación de los Centros de demanda y
demanda.

Centro de Demanda	Demanda
01. Ensenada	251 211
02. Mexicali	69 523
03. Tijuana	273 675
04. La Paz	207 508
05. Hermosillo	181 480
06. Cd. Obregón	204 587
07. Guaymas	193 035
08. Navojoa	221 124
09. Nogales	214 728
10. Culiacán	72 426
11. Los Mochis	71 529
12. Mazatlán	95 306
13. Tepic	113 235
14. Colima	54 077
15. Uruapan	157 953
16. Apatzingan	270 921
17. Morelia	75 165
18. Guanajuato	96 189
19. León	124 464
20. Irapuato	188 278
21. Celaya	163 146
22. Guadalajara	230 152
23. Zamora	59 488
24. Aguascalientes	51 002
25. San Luis Potosí	108 879
26. Toluca	174 461
27. Tuxtla Gutiérrez	261 820
28. Villahermosa	206 000
29. Distrito Federal	1'022 740
30. Cuernavaca	214 415
31. Querétaro	89 230

Programa de Computación

Con el fin de obtener métodos de solución más sencillos y eficientes que los métodos comunes de la programación lineal, la Comisión del Plan Nacional Hidráulico implementó un programa de computadora para resolver problemas de redes con flujos restringidos y costo mínimo.

Partiendo de un programa basado en el algoritmo de OUT-OF-KILTER, que sólo resolvería problemas de redes de hasta cien nodos y arcos se hicieron las modificaciones y adaptaciones necesarias logrando que en la actualidad se puedan resolver problemas de hasta 4 450 arcos y nodos mediante el algoritmo mencionado. El programa está implementado en la CYBER 72; y su estructura es la siguiente:

- Un programa principal, al cual se le ha dado el nombre de RED, y dos subprogramas, también conocidas como subrutinas, llamadas REDES y FUNCION MINP. A continuación se describe tanto el objetivo del programa principal como el de las subrutinas antes mencionadas.
- Las funciones principales del programa RED son las siguientes: Leer los datos, es decir, la información requerida para la solución del problema de redes; inicializar el valor

de la función objetivo igualándola a cero, para así iniciar la optimización del problema; imprimir la solución óptima de la red, si ésta existe; e imprimir los valores de las variables duales. En el caso de que el problema que se está resolviendo no tenga solución factible, el programa mandará un mensaje indicando que no existe solución factible de la red.

Entre los principales arreglos y variables que son manejados en el programa principal se pueden mencionar los siguientes:

NØDØS	Número de nodos de la red
ARCØS	Número de arcos de la red
I(A)	Nodo origen del arco A
J(A)	Nodo destino del arco A
CØST(A)	Costo por unidad de flujo en el arco A
SUP(A)	Límite superior del flujo en el arco A
INF(A)	Límite inferior del flujo en el arco A
FLU(A)	Flujo en el arco A
PØ(N)	Variable dual, es el valor relativo de introducir una unidad de flujo dentro de la red, en el nodo N
KØB	Valor de la función objetivo

IT	Número de iteraciones
SAL	Determina si el flujo es factible (SAL=0), o no factible (SAL=1)
CØR	Costo relativo del arco C_{ijj}
NØR	Nodo origen en el procedimiento de etiquetación
NDE	Nodo destino en el procedimiento de etiquetación
NE(N)	Etiqueta del nodo N
ITR	Variable temporal que guarda el valor de la etiqueta del nodo origen
LAB	Indica si fue etiquetado algún nodo
DEL	Guarda el valor mínimo de la función MINP
EPS	Valor del aumento (o disminución) de flujo en el arco A.

Como se mencionó anteriormente, el programa se modificó con el fin de resolver problemas de redes de hasta 4 450 nodos y arcos. Si se tuviera la necesidad de utilizarlo para un número mayor de arcos y nodos, habría la necesidad de incrementar la capacidad de los siguientes arreglos: I(N), J(N), INF(N), SUP(N), COST(N), FLU(N) y PØ(N), cuyo significado ya fue descrito anteriormente.

Es importante señalar que dada la capacidad actual del programa, la numeración de los nodos debe ser del número 1 al 4 450. Si se requiriera mayor capacidad habría necesidad de modificar, además de los arreglos indicados anteriormente, el arreglo $NE(N)$, y la numeración de sus nodos sería desde 1 hasta $NE(N)$.

El programa principal llama a la subrutina REDES, la cual tiene como finalidad primordial verificar si la red es o no factible, encargándose además de determinar el flujo óptimo de la red. Lo anterior se realiza mediante la utilización del método de las desviaciones, o algoritmo de OUT-OF-KILTER.

Los principales arreglos y variables manejados en esta subrutina son los mismos que los indicados para el programa principal.

Finalmente, dentro del programa RED se utiliza la función MINP, cuyo objetivo es el de encontrar el valor mínimo de los parámetros \underline{x} y \underline{y} que representan.

Entrada de datos

La información básica requerida por el programa RED es la siguiente: Nombres de los orígenes y de los destinos, el número total de nodos y arcos de la red, y para cada uno de los arcos es necesario contar con la siguiente información: Nodo inicial y nodo final, flujo mínimo y máximo existente en el arco, costo unitario en el arco, y flujo inicial en el mismo. El formato en que se proporciona la información anterior al programa RED, es mediante tres tipos de tarjetas, mismas que se describen a continuación:

En la tarjeta tipo 1 se indican los nombres, tanto de los orígenes como de los destinos de la red, codificándose cada uno de éstos en 10 columnas, es decir, el formato empleado es 2A10.

En la tarjeta tipo 2 se proporciona la información relativa al número total de nodos y arcos de la red, siendo el formato 2I10.

En la tarjeta tipo 3 se dá la información para cada uno de los arcos de la red, estando constituida por:

Entrada de datos

La información básica requerida por el programa RED es la siguiente: Nombres de los orígenes y de los destinos, el número total de nodos y arcos de la red, y para cada uno de los arcos es necesario contar con la siguiente información: Nodo inicial y nodo final, flujo mínimo y máximo existente en el arco, costo unitario en el arco, y flujo inicial en el mismo. El formato en que se proporciona la información anterior al programa RED, es mediante tres tipos de tarjetas, mismas que se describen a continuación:

En la tarjeta tipo 1 se indican los nombres, tanto de los orígenes como de los destinos de la red, codificándose cada uno de éstos en 10 columnas, es decir, el formato empleado es '10.

En la tarjeta tipo 2 se proporciona la información relativa al número total de nodos y arcos de la red, siendo el formato 2110.

En la tarjeta tipo 3 se dá la información para cada uno de los arcos de la red, estando constituida por:

1. Nodo inicial
2. Nodo final
3. Flujo mínimo en la red
4. Flujo máximo en la red
5. Costo unitario
6. Flujo inicial

para este tipo de información el formato es de 215, 4110.

Es importante mencionar que el formato descrito anteriormente es ineficiente cuando se trata de redes de gran tamaño, pues el número de tarjetas requeridas es muy elevado, por lo que se desarrolló un programa de computadora que permite el manejo de la información requerida por el programa RED en forma más simple y eficiente.

Análisis de resultados

Los resultados que se obtienen con el programa se registran en un formato como el que se muestra en el Cuadro 5, en el que se incluyen todas las combinaciones posibles de los orígenes con los destinos considerados, indicándose además para cada una de éstas el flujo mínimo, máximo y óptimo de la red y el costo óptimo de la misma.

En el programa RED se prevé que el transporte pueda realizarse de un origen asimismo, es decir, que un origen puede ser al mismo tiempo un destino. Lo anterior se identifica en los resultados cuando en la columna correspondiente a costos aparezca un valor igual a cero. Otra de las situaciones que se prevé en el programa es cuando no existe forma de realizar el transporte por falta de vías de comunicación entre el origen y el destino; en este caso, el valor que aparecerá en la columna correspondiente a costos será 99999999.

Un valor mayor que cero, en la columna correspondiente al flujo óptimo, indicará la cantidad óptima a transportar de un origen a un destino y su costo unitario de transporte estará dado por el valor que aparezca en la columna correspondiente al costo.

En el anexo de este trabajo se presenta el diagrama de flujo del programa RED con el fin de mostrar una forma clara del funcionamiento del mismo.

Los resultados obtenidos para cada uno de los 4 450 arcos contenidos en la red considerada (combinaciones de los centros de oferta con los centros de demanda y para cada tipo de transporte considerado), se resumen en los cuadros 6, 7 y 8, en los que sólo se han indicado la información correspondiente al arco,

en los que se presente flujo óptimo. En el Cuadro 6 se presentan los resultados de flujo óptimo correspondiente al transporte del maíz por carretera; mientras que en el Cuadro 7 se presentan los resultados correspondientes para el transporte, del producto considerado, por vía ferrocarril, y finalmente en el Cuadro 8 se presentan los datos de los centros que son a la vez centros de demanda y centros de oferta.

La cantidad total de maíz demandada en 1978, ascendió a 9.68 millones de toneladas y según las estimaciones realizadas, hubo necesidad de transportar, de los centros de origen a los centros de destino de la cifra anterior. El 74% de este último fue transportado por carretera y el 26% fue transportado por ferrocarril. El 25% de la demanda total se consideró como autoconsumo en los centros considerados al mismo tiempo como centros productores y centros consumidores.

Cuadro 6. Resultados del transporte del maíz por carretera.

Origen	Destino	Costo	Flujo óptimo
Mexicali	La Paz	729	8 402
Hermosillo	La Paz	946	74 326
Torreón	La Paz	1 096	12 247
Monterrey	La Paz	122	129 324
Cd. Mante	Fresnillo	333	122 107
Cd. Mante	Durango	459	21 961
Cd. Mante	Torreón	396	160 867
Cd. Mante	Acapulco	518	45 534
Cd. Mante	Saltillo	298	197 134
Cd. Mante	Monclova	365	201 300
Cd. Mante	Piedras Negras	424	100 774
Cd. Mante	Monterrey	270	66 193
Cd. Mante	Nuevo Laredo	351	87 645
Cd. Mante	Reynosa	281	67 531
Cd. Mante	Chihuahua	557	76 830
Cd. Mante	Tampico	211	121 674
Cd. Mante	Cd. Victoria	169	23 782
Cd. Mante	Matamoros	218	53 546
Zacatecas	Durango	225	64 313
S.L.P.	Durango	295	16 238
S.L.P.	Hgo-Parral	435	136 942
Guadalajara	Ensenada	799	255 646
Guadalajara	Tijuana	935	268 011
Guadalajara	Culiacán	386	18 735
Guadalajara	Mochis	459	46 671
Guadalajara	Mazatlán	309	69 642
Guadalajara	Tepic	207	40 056
Guadalajara	León	210	98 800
Guadalajara	Aguascalientes	211	51 002

Cuadro 6 (Continuación)

Origen	Destino	Costo	Flujo óptimo
Colima	Navojoa	589	18 534
Colima	Culiacán	459	51 010
S Juan del R	Cd. México	162	15 564
Tulancingo	Acapulco	298	25 348
Jalapa	Cuernavaca	235	203 545
Jalapa	Pachuca	235	56 495
Jalapa	Poza Rica	231	66 090
Jalapa	Tehuacán	207	60 862
Morelia	Uruapan	162	109 860
Morelia	Apatzingan	193	320 921
Morelia	Guanajuato	186	96 189
Morelia	Irapuato	172	103 379
Morelia	Zamora	179	59 458
Morelia	Chilpancingo	312	146 768
Toluca	Cd. México	151	618 500
Toluca	Acapulco	293	123 751
Tlaxcala	Acapulco	305	9 321
Puebla	Cd. México	172	14 824
Puebla	Chilpancingo	237	34 824
Oaxaca	Pachuca	233	26 577
Campeche	Mérida	199	999
Campeche	Chetumal	249	30 219
Santo Domingo	La Paz	218	13 129
Villahermosa	Coatzacoalcos	186	123 371
Villahermosa	Chetumal	407	59 478
Tuxtla Gtz.	Tehuacán	424	27 695
Tuxtla Gtz.	Orizaba	365	65 607
Tuxtla Gtz.	Veracruz	365	63 055
Tuxtla Gtz.	Coatzacoalcos	291	84 272
Tuxtla Gtz.	Tapachula	263	203 854
T o t a l			5'480 251

Cuadro 7. Resultados del transporte de maíz por ferrocarril.

Origen	Destino	Costo	Flujo óptimo
Chihuahua	Nogales	65	100 323
Chihuahua	Cd. Juárez	17	113 949
Culiacán	Navojoa	113	24 267
Torreón	Nogales	66	645
Durango	Mexicali	80	4 963
Monterrey	Cd. Juárez	71	61 747
Monterrey	Hgo-Parral	41	24 682
Cd. Mante	Mexicali	103	2 984
Cd. Mante	Nogales	87	146 368
Zacatecas	Hgo-Parral	76	7 419
S.L.P.	Mexicali	96	13 877
Tepic	Navojoa	166	149 625
Guadalajara	Tepic	172	44 804
Guadalajara	Irapuato	164	11 911
Celaya	Irapuato	40	112 818
Celaya	Querétaro	26	89 230
S Juan del R	Pachuca	83	55 138
S Juan del R	Cd. Mante	87	53 624
Tulancingo	Cd. México	32	169 639
Jalapa	Hermosillo	181	133 520
Jalapa	Cd. Obregón	162	204 587
Jalapa	Guaymas	172	124 922
Morelia	Uruapan	40	48 093
Toluca	Cd. México	30	48 274
Tlaxcala	Cd. México	56	45 240
Puebla	Guaymas	177	25 446
Puebla	Navojoa	161	10 074
Cd. México	Mexicali	105	25 806
Aguascalientes	Mexicali	92	21 983
Oaxaca	Guaymas	181	12 667
Campeche	Mérida	05	7 629
Mérida	Nogales	151	7 022
T o t a l			1'903 276

Cuadro 8. Resultados del transporte del maíz en centros que se consideran, a la vez, de oferta y demanda.

Origen-Destino	Flujo Óptimo
Hermosillo	47 907
Culiacán	29 946
Durango	94 406
Zacatecas	76 640
San Luis Potosí	108 879
Tepic	13 011
Guadalajara	230 138
Colima	54 677
Celaya	163 146
Jalapa	76 018
Morelia	35 165
Toluca	174 961
Cuernavaca	50 870
Puebla	83 333
Oaxaca	214 202
Campeche	102 347
Mérida	133 409
Chilpancingo	7 902
Villahermosa	206 000
Tuxtla Gutiérrez	394 728
T o t a l	2'297 175

Nota: Por ser autoconsumo, el costo de transporte es igual a cero.

Entre los centros de oferta considerados destacan: Ciudad Mante, con una producción de maíz de 1.49 millones de toneladas; Guadalajara con 1.13 millones de toneladas; Toluca y Morelia con 0.96 millones de toneladas; Jalapa con 0.92 millones de toneladas y Tuxtla Gutiérrez con 0.90 millones de toneladas. En conjunto la producción de maíz obtenida en los centros mencionados anteriormente fue de 6.35 millones de toneladas, lo cual representó el 65.3% de la producción total.

En cuanto a la demanda de maíz, destacan por su importancia los siguientes centros: La Ciudad de México con 1.0 millones de toneladas; Tijuana y Apatzingan con 0.3; Tuxtla Gutiérrez con 0.26 y Guadalajara con 0.23 millones de toneladas. Estos centros demandaron en conjunto 2.0 millones de toneladas, lo cual significa un 22% del maíz total demandado en 1978, y que se estimó en 9.68 millones de toneladas.

Los resultados obtenidos por el modelo, considerando el tipo de transporte indican que 1.9 millones de toneladas (19%) fueron transportadas por ferrocarril y los principales centros de los que se envió el producto en cuestión fueron los siguientes:

De Jalapa se transportó hacia los centros de Hermosillo, Ciudad Obregón y Guaymas un total de 46 mil toneladas de maíz;

de Chihuahua se envió a Nogales y hacia Ciudad Juárez la cantidad de 214 mil toneladas, de Celaya se envían 202 mil toneladas hacia Irapuato y Querétaro; del Centro de Tulancingo se mandaron a la Ciudad de México 169 mil toneladas; y de Ciudad Mante a Mexicali y Nogales fueron enviadas 147 mil toneladas. Los envíos anteriores significan el 62.8% de las toneladas de maíz transportadas por ferrocarril.

Vía carretera, resultaron transportadas 5.8 millones de toneladas teniéndose entre las más importantes combinaciones origen-destino las siguientes: de Ciudad Mante se enviaron en conjunto 1.34 millones de toneladas a Fresnillo, Durango, Torreón, Acapulco, Saltillo, Monclova, Piedras Negras, Monterrey, Nuevo Laredo, Reynosa, Tampico, Ciudad Victoria y Matamoros; de Guadalajara se transportaron 800 mil toneladas para Ensenada, Tijuana, Culiacán, Los Mochis, Mazatlán, Tepic, León y Aguascalientes; de Morelia se realizó un envío de 836 mil toneladas para Uruapan, Apatzingán, Guanajuato, Irapuato, Zamora y Chilpancingo; y de Tuxtla Gutiérrez se enviaron hacia Tehuacán, Orizaba, Veracruz, Coatzacoalcos y Tapachula 494 mil toneladas de maíz. Dicho producto que ha sido transportado en la forma indicada anteriormente, representa el 62.5% del total transportado.

Como ya se indicó anteriormente, en los centros considerados en forma simultánea como centros de oferta y de demanda se consumieron alrededor de 2.3 millones de toneladas de maíz, la cual indica que el 25% de la demanda total del producto, no requirió de transporte.

CAPITULO VI

C O N C L U S I O N E S

Dada la estructura especial de los problemas denominados de re
des se utilizaron métodos de solución más sencillos que los de
la programación lineal, como es el caso del método de las des-
viaciones propuestas por Ford-Fulkerson, incluido en este trabau
jo, el cual se ha implantado en una computadora CYBER 72.

El contenido de los primeros capítulos se ha basado en la pre-
sentación de las definiciones y conceptos más importantes con
el único objeto de explicar la metodología utilizada en el mo-
delo, pero sin tratar de mostrar toda la teoría empleada para
la resolución del mismo, es por ello, que se recomienda infor-
marse en la bibliografía citada al final de este trabajo, para
su utilización y mejor comprensión.

Es importante destacar que la información utilizada para la
realización de este modelo ha sido obtenida de estadísticas de
la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, para el
año de 1978, y con ello se trató de indicar la forma en que de
bió de haberse realizado el transporte para el maíz en el año
citado; obteniéndose las mayores ventajas en su aplicación al

considerar proyecciones de la información usada hacia el futuro.

En este trabajo que se presenta, la aplicación del problema de redes se realizó únicamente como demostración de la aplicación del modelo de transporte, ya que se eligió el maíz como único producto, sabiendo que realmente el transporte se realiza en forma conjunta con otros productos, dependiendo de las características de dichos productos a transportar y no en forma independiente como se ha considerado. Los motivos por los cuales se eligió al maíz como producto ejemplo para la aplicación del modelo de transporte ha sido, como ya se ha mencionado con anterioridad, por ser el cultivo básico más importante en nuestro país, y del que se ha recopilado mayor información debido a que en todas las entidades federativas es producido el maíz, en mayor o menor cantidad, pudiéndose observar en los resultados de la aplicación que no todas satisfacen su demanda y por lo cual se tiene que abastecer de estos centros de producción, el cual una vez satisfecho su autoconsumo, pueda satisfacer las demandas de otros centros.

Es necesario recordar que se han tenido en cuenta ciudades representativas para los centros de oferta y centros de demanda con el único fin de simplificar el modelo, puesto que se consi

deraron en forma puntual las demandas y las producciones de las áreas de influencia correspondientes de las ciudades consideradas, ya que podría darse el caso que la ciudad representativa de una región muy grande no sea productora de maíz, pero su región representativa si lo sea y de la misma manera para las ciudades que demanden el producto.

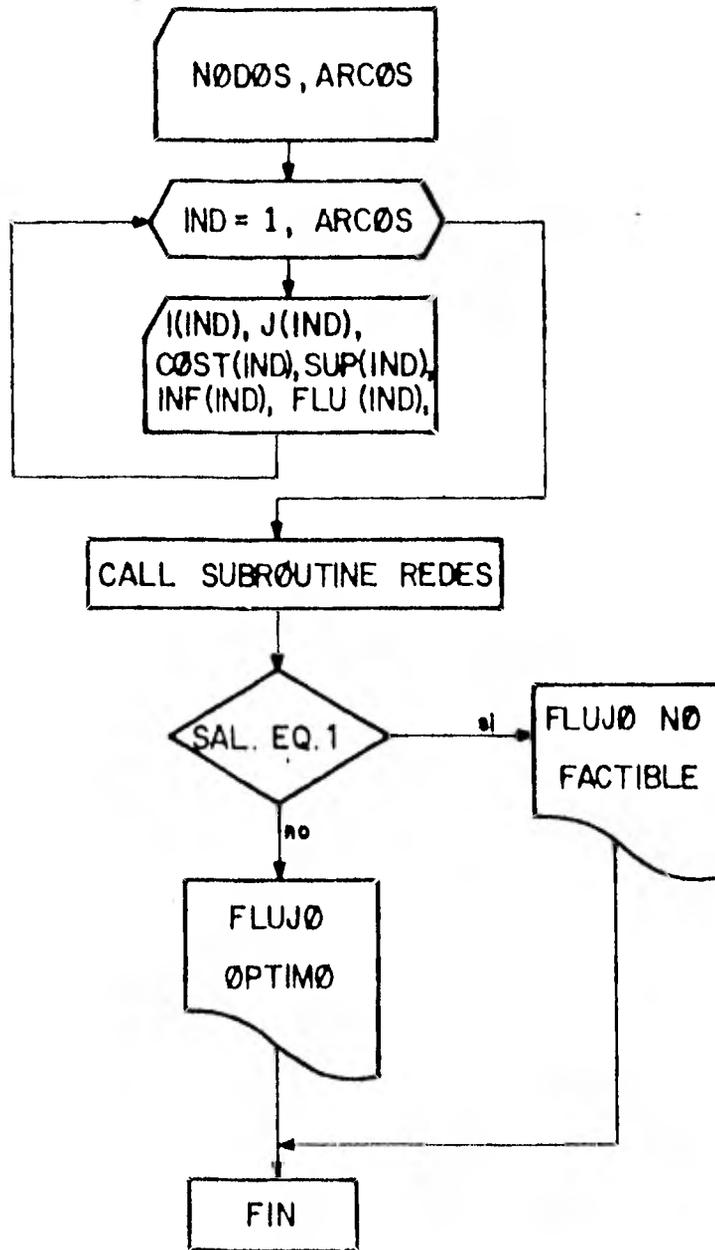
A continuación se muestra un ejemplo representativo para los 2 casos anteriores: En el centro de producción de Ciudad Mante se ha considerado la producción total de maíz del Estado de Tamaulipas, siendo que la región de Ciudad Mante es poco productora de maíz, no obstante se escogió como representativa del estado debido a su localización, y a sus vías de acceso. Para el segundo caso, se han tomado ciudades representativas debido al número de habitantes de las mismas y de su área de influencia, como es el caso de la Ciudad de Apatzingan, la cual demanda gran cantidad del producto considerado, ya que el número de habitantes existentes en su área de influencia es muy grande.

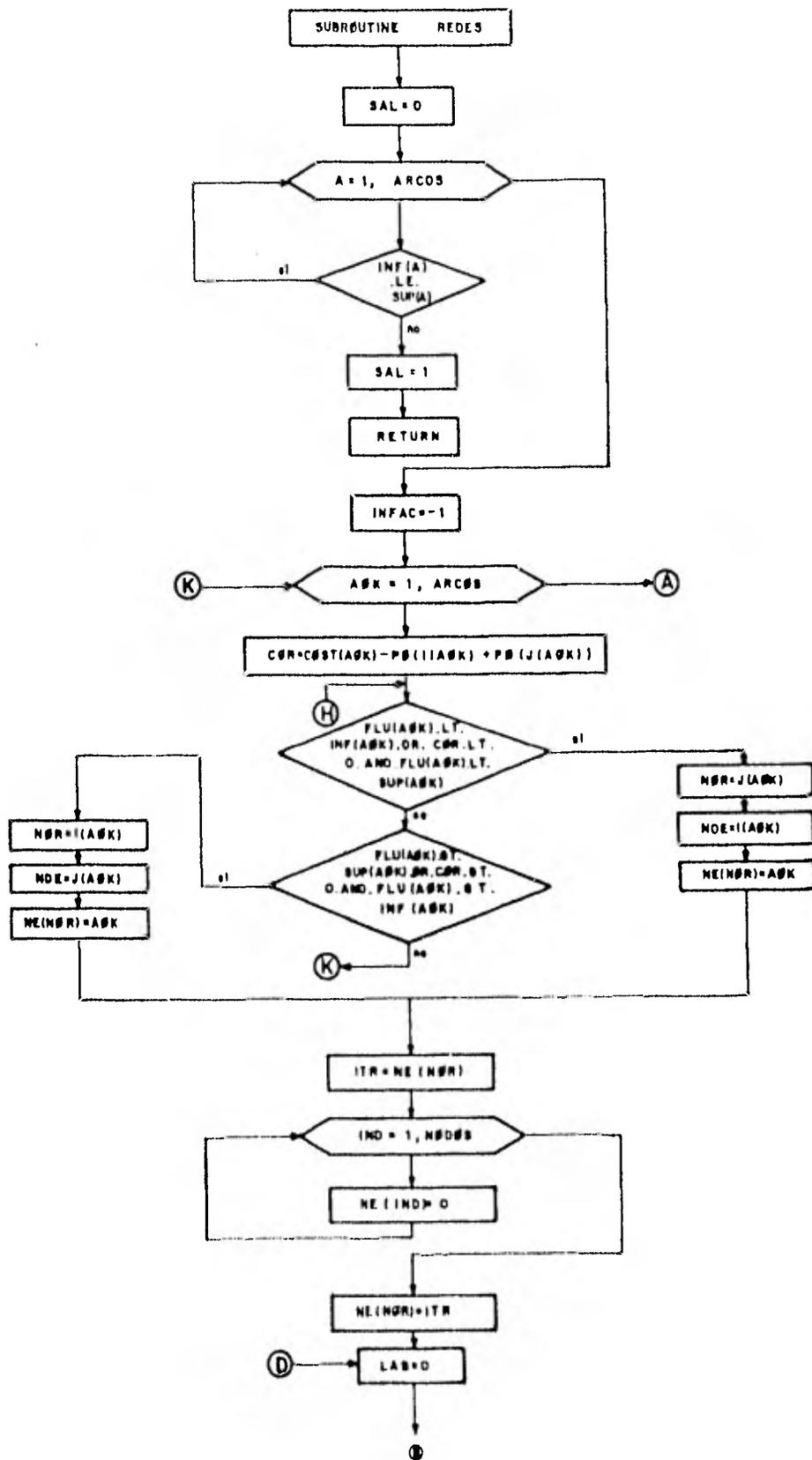
De igual manera este modelo se podrá aplicar a REDES con mayor o menor número de nodos y arcos como podría darse el caso para el transporte, de un producto determinado, dentro de un estado o de una región particular.

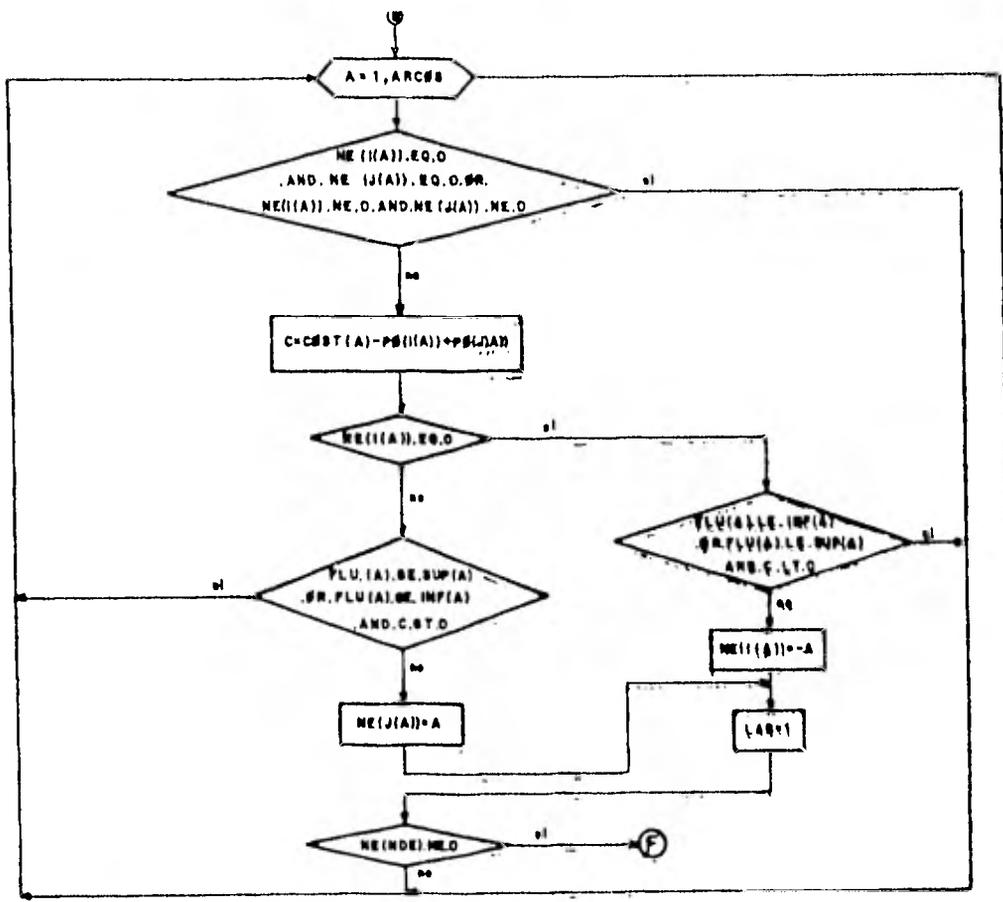
Se considera que con las menciones citadas en este capítulo, se dá una idea clara de los objetivos principales y procedimientos fundamentales para la realización de este tipo de modelos.

DIAGRAMAS DE FLUJO.

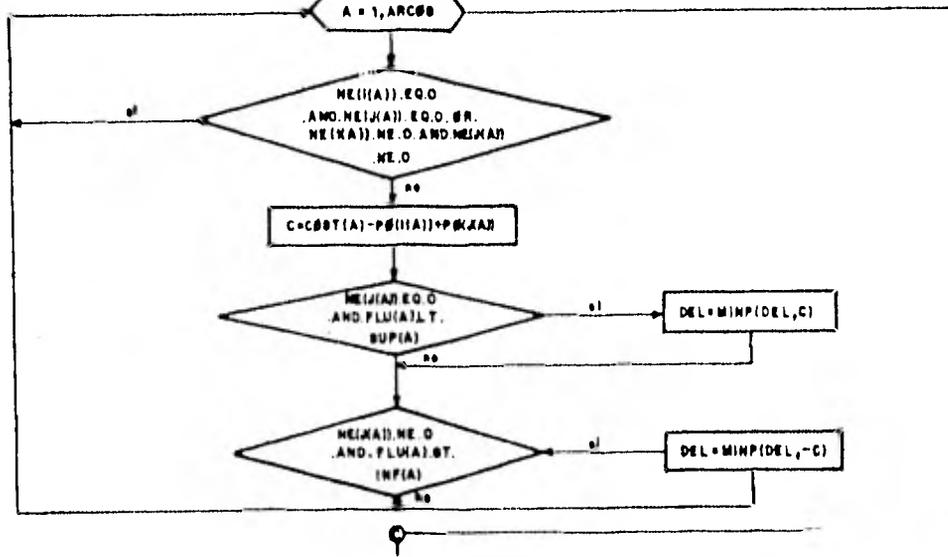
PROGRAMA PRINCIPAL

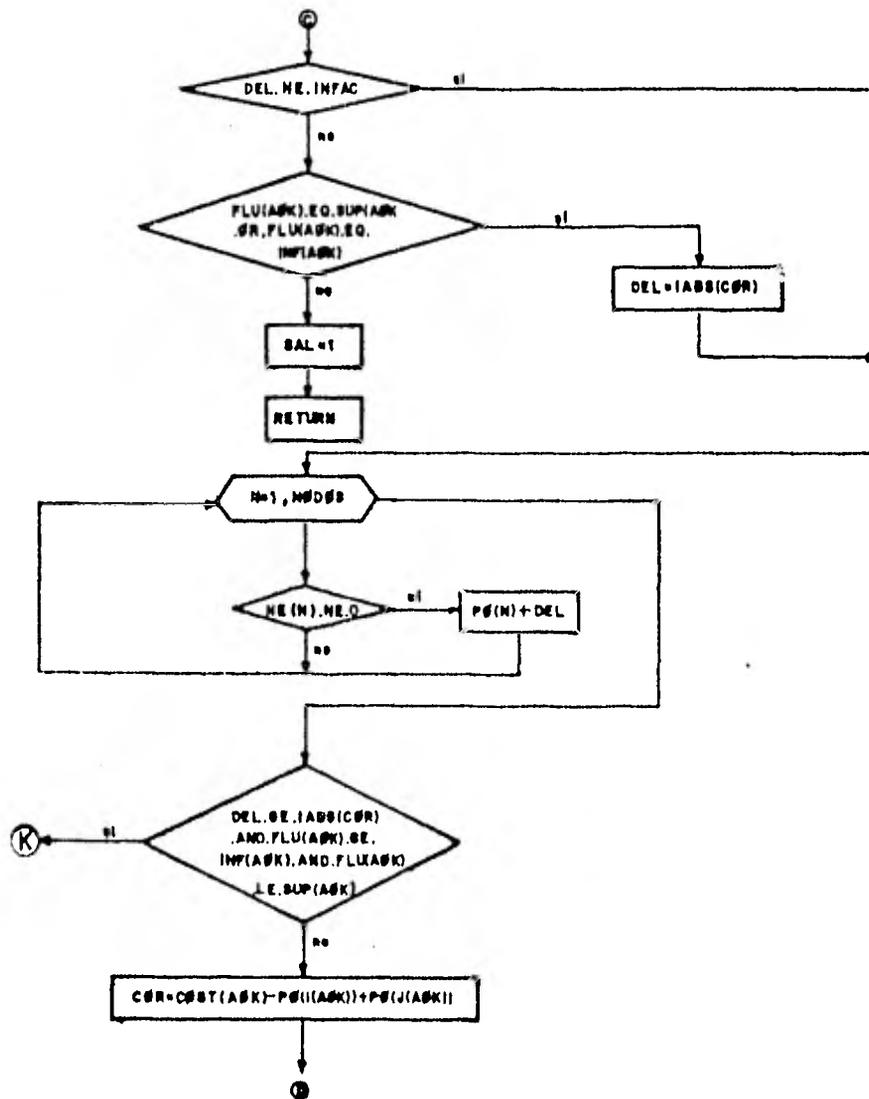


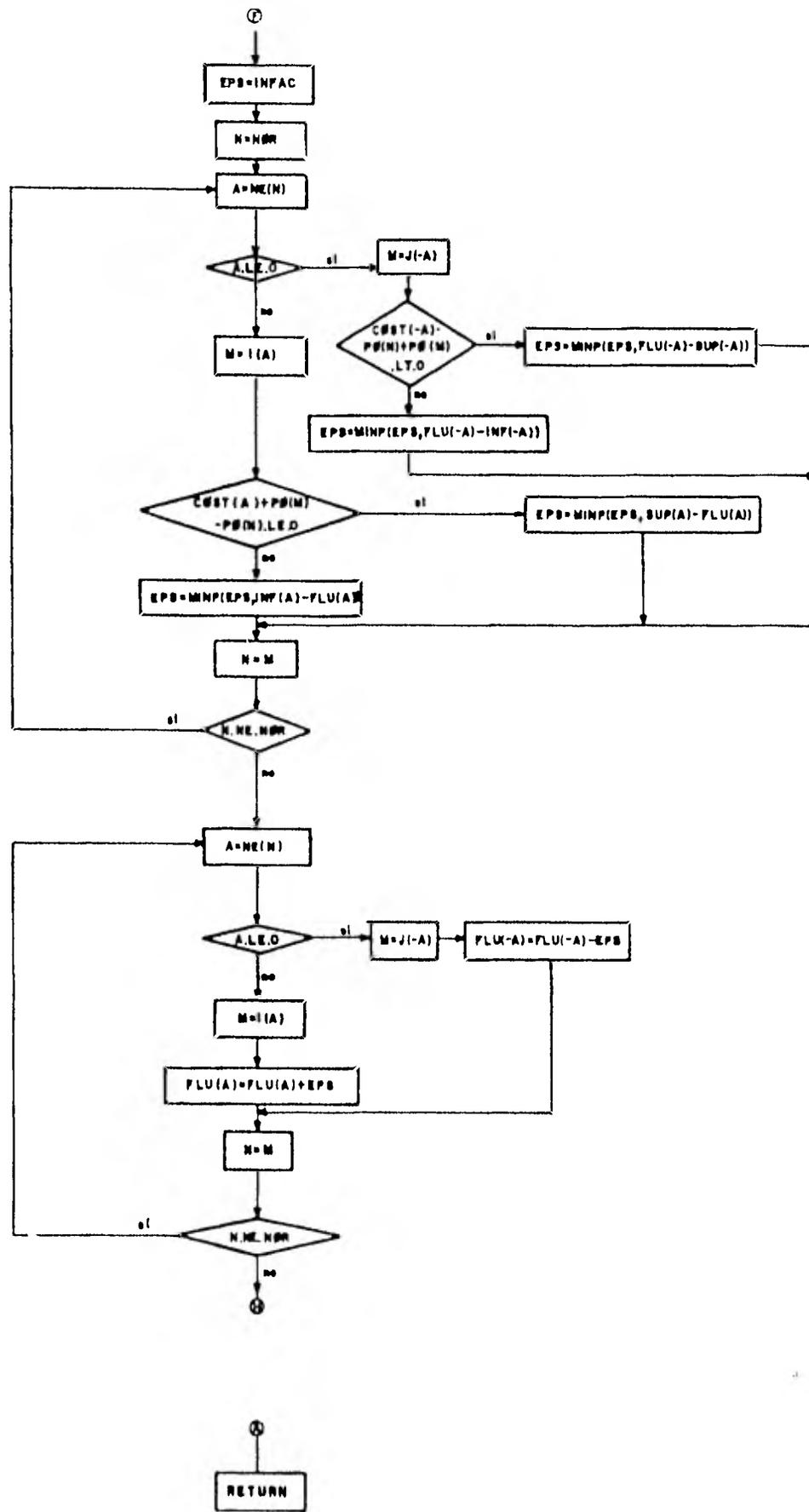


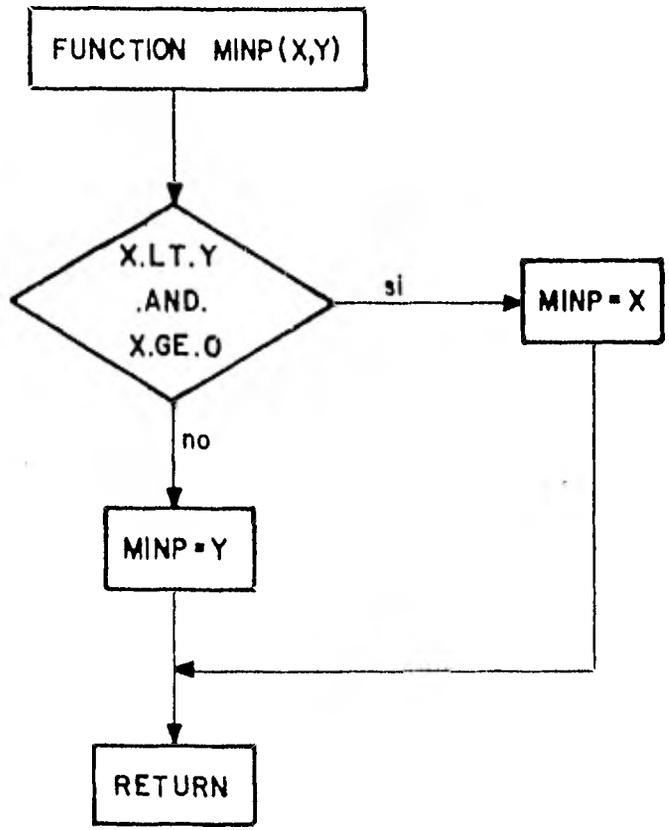


DEL = INFAC









LISTADO DEL PROGRAMA.

01	10/27/2017	10/27/2017	000	59
02	10/27/2017	10/27/2017	000	60
03	10/27/2017	10/27/2017	000	61
04	10/27/2017	10/27/2017	000	62
05	10/27/2017	10/27/2017	000	63
06	10/27/2017	10/27/2017	000	64
07	10/27/2017	10/27/2017	000	65
08	10/27/2017	10/27/2017	000	66
09	10/27/2017	10/27/2017	000	67
10	10/27/2017	10/27/2017	000	68
11	10/27/2017	10/27/2017	000	69
12	10/27/2017	10/27/2017	000	70
13	10/27/2017	10/27/2017	000	71
14	10/27/2017	10/27/2017	000	72
15	10/27/2017	10/27/2017	000	73
16	10/27/2017	10/27/2017	000	74
17	10/27/2017	10/27/2017	000	75
18	10/27/2017	10/27/2017	000	76
19	10/27/2017	10/27/2017	000	77
20	10/27/2017	10/27/2017	000	78
21	10/27/2017	10/27/2017	000	79
22	10/27/2017	10/27/2017	000	80
23	10/27/2017	10/27/2017	000	81
24	10/27/2017	10/27/2017	000	82
25	10/27/2017	10/27/2017	000	83
26	10/27/2017	10/27/2017	000	84
27	10/27/2017	10/27/2017	000	85
28	10/27/2017	10/27/2017	000	86
29	10/27/2017	10/27/2017	000	87
30	10/27/2017	10/27/2017	000	88
31	10/27/2017	10/27/2017	000	89
32	10/27/2017	10/27/2017	000	90

KNOWLEDGE OF PUBLIC FINANCIAL

DATE	DESCRIPTION	AMOUNT	DEBIT	CREDIT	BALANCE	PERIOD
10/27/2017	10/27/2017	000	59	59		
10/27/2017	10/27/2017	000	60	60		
10/27/2017	10/27/2017	000	61	61		
10/27/2017	10/27/2017	000	62	62		
10/27/2017	10/27/2017	000	63	63		
10/27/2017	10/27/2017	000	64	64		
10/27/2017	10/27/2017	000	65	65		
10/27/2017	10/27/2017	000	66	66		
10/27/2017	10/27/2017	000	67	67		
10/27/2017	10/27/2017	000	68	68		
10/27/2017	10/27/2017	000	69	69		
10/27/2017	10/27/2017	000	70	70		
10/27/2017	10/27/2017	000	71	71		
10/27/2017	10/27/2017	000	72	72		
10/27/2017	10/27/2017	000	73	73		
10/27/2017	10/27/2017	000	74	74		
10/27/2017	10/27/2017	000	75	75		
10/27/2017	10/27/2017	000	76	76		
10/27/2017	10/27/2017	000	77	77		
10/27/2017	10/27/2017	000	78	78		
10/27/2017	10/27/2017	000	79	79		
10/27/2017	10/27/2017	000	80	80		
10/27/2017	10/27/2017	000	81	81		
10/27/2017	10/27/2017	000	82	82		
10/27/2017	10/27/2017	000	83	83		
10/27/2017	10/27/2017	000	84	84		
10/27/2017	10/27/2017	000	85	85		
10/27/2017	10/27/2017	000	86	86		
10/27/2017	10/27/2017	000	87	87		
10/27/2017	10/27/2017	000	88	88		
10/27/2017	10/27/2017	000	89	89		
10/27/2017	10/27/2017	000	90	90		

ROUTINE CODES

73/739 OPT=1

FEI 4.0.513

21/12/61 19.37.27

C	EL ARCO.	RED	140
C	SE RESOLVIERON LAS DUDAS EN LOS MOMENTOS EXACTOS PARA EL HOGN ORIGINAL.	RED	140
C		RED	140
C	6 ITR=5 (1970)	RED	151
	DO 7 ITR=1:60005	RED	152
	7 H(I)=0	RED	153
	8 H(6001)=1	RED	154
	9 LAM=0	RED	155
C		RED	156
C	SE LEIQUETAN TODOS LOS MOMOS SIN FIJURETA NUN SE CORRECTA POR	RED	157
C	DEFINICION DE ARCO Y MOMOS FIJURETADOS.	RED	158
C		RED	159
	DO 10 ITR=1:6005	RED	166
	10 ITR=1:6005	RED	161
	IF (H(I) - H(I-1)) > 0.0001	RED	162
	IF (H(I) - H(I-1)) < -0.0001	RED	163
	11 CONTINUE	RED	164
	C = COS(PI * ITR / 6000) * 2.0	RED	165
	IF (C > 0.0) THEN	RED	166
	IF (H(I) - H(I-1)) > 0.0001	RED	167
	IF (H(I) - H(I-1)) < -0.0001	RED	168
	GO TO 10	RED	169
	12 ITR=1	RED	170
	IF (H(I) - H(I-1)) > 0.0001	RED	171
	IF (H(I) - H(I-1)) < -0.0001	RED	172
	13 ITR=1	RED	173
C		RED	174
C	SE LEIQUETAN TODOS LOS MOMOS SIN FIJURETA NUN SE CORRECTA POR	RED	175
C	DEFINICION DE ARCO Y MOMOS FIJURETADOS.	RED	176
C		RED	177
	DO 10 ITR=1:6005	RED	178
	10 ITR=1:6005	RED	179
	IF (H(I) - H(I-1)) > 0.0001	RED	180
	IF (H(I) - H(I-1)) < -0.0001	RED	181
	11 CONTINUE	RED	182
	C = COS(PI * ITR / 6000) * 2.0	RED	183
	IF (C > 0.0) THEN	RED	184
	IF (H(I) - H(I-1)) > 0.0001	RED	185
	IF (H(I) - H(I-1)) < -0.0001	RED	186
	GO TO 10	RED	187
	12 ITR=1	RED	188
	IF (H(I) - H(I-1)) > 0.0001	RED	189
	IF (H(I) - H(I-1)) < -0.0001	RED	190
	13 ITR=1	RED	191
C		RED	192
C	SE LEIQUETAN TODOS LOS MOMOS SIN FIJURETA NUN SE CORRECTA POR	RED	193
C	DEFINICION DE ARCO Y MOMOS FIJURETADOS.	RED	194
C		RED	195
	DO 10 ITR=1:6005	RED	196
	10 ITR=1:6005	RED	197
	IF (H(I) - H(I-1)) > 0.0001	RED	198
	IF (H(I) - H(I-1)) < -0.0001	RED	199
	11 CONTINUE	RED	200
	C = COS(PI * ITR / 6000) * 2.0	RED	201
	IF (C > 0.0) THEN	RED	202
	IF (H(I) - H(I-1)) > 0.0001	RED	203
	IF (H(I) - H(I-1)) < -0.0001	RED	204
	GO TO 10	RED	205
	12 ITR=1	RED	206
	IF (H(I) - H(I-1)) > 0.0001	RED	207
	IF (H(I) - H(I-1)) < -0.0001	RED	208
	13 ITR=1	RED	209
C		RED	210
C	SE LEIQUETAN TODOS LOS MOMOS SIN FIJURETA NUN SE CORRECTA POR	RED	211
C	DEFINICION DE ARCO Y MOMOS FIJURETADOS.	RED	212
C		RED	213
	DO 10 ITR=1:6005	RED	214
	10 ITR=1:6005	RED	215
	IF (H(I) - H(I-1)) > 0.0001	RED	216
	IF (H(I) - H(I-1)) < -0.0001	RED	217
	11 CONTINUE	RED	218
	C = COS(PI * ITR / 6000) * 2.0	RED	219
	IF (C > 0.0) THEN	RED	220
	IF (H(I) - H(I-1)) > 0.0001	RED	221
	IF (H(I) - H(I-1)) < -0.0001	RED	222
	GO TO 10	RED	223
	12 ITR=1	RED	224
	IF (H(I) - H(I-1)) > 0.0001	RED	225
	IF (H(I) - H(I-1)) < -0.0001	RED	226
	13 ITR=1	RED	227

0007101 0190

7/27/61 15781

071 438313

21/12/61 10.57.2

POSITION (DEFINITION)
 POSITION (X)
 POSITION (Y) (DEFINITION) 30 To 36
 POSITION
 30 To 37
 26 POSITION
 27 POSITION
 28

REF 256
 REF 257
 REF 258
 REF 259
 REF 260
 REF 261
 REF 262
 REF 263

PUBLIC REFERENCE (DEFINITION)

ITS	DEF LINE	REFERENCES
R	1	1

| DEF LINE |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |

LEVELS	DEF LINE	DEF LINE
1	1	1
2	2	2
3	3	3

1
 2
 3

CENTRO DE INFORMACION

BIBLIOGRAFIA

BAZARAA M.S., JARVIS J.J., Linear Programming and Network
Flows, John Wiley & Sons, N.Y. , 1977

FUENTES M. S. Notas del curso de optimización I, no publi-
cadas, DESFI , UNAM ,1978-79

DANTZIG,C.B., Linear Programming and Extensions, Princeton
University Press, Princeton, N. J., 1963

SIMONNARD M., Programación Lineal, Ed. Paraninfo,
Madrid 1972