

Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA



DIMENSIONAMIENTO ESTRUCTURAL

EMPLEANDO TECNICAS DE OPTIMIZACION

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A

FRANCISCO LUIS FAVELA MERAZ

México, D. F.

1979



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA

Al Pasante señor FRANCISCO LUIS FAVELA MERAZ,  
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Ing. José Luis Camba C., para que lo desarrolle como tesis en su Examen Profesional de Ingeniero CIVIL.

"DIMENSIONAMIENTO ESTRUCTURAL EMPLEANDO TECNICAS DE OPTIMIZACION"

Introducción

- I) Técnicas de programación
  - II) Análisis de optimización en Estructuras
  - III) Análisis de método de desplazamiento
  - IV) Optimización de un marco plano (por diferentes métodos)
- Resultados  
Conclusiones  
Bibliografía

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio-Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cd. Universitaria, 9 de abril de 1979

EL DIRECTOR

ING. JAVIER JIMENEZ ESPRIU

JJE/ObLH/ser

DIMENSIONAMIENTO ESTRUCTURAL EMPLEANDO  
TECNICAS DE OPTIMIZACION.

T E M A R I O

INTRODUCCION.

1).- TECNICAS DE PROGRAMACION.

1.1.- Lineal.

1.2.- No lineal.

II).- ANALISIS DE OPTIMIZACION DE ESTRUCTURAS.

2.1.- Limitación del Peso.

2.2.- Limitación del Desplazamiento.

2.3.- Limitación del Esfuerzo.

2.4.- Limitación de la Rigidez.

III).- ANALISIS DEL METODO DE DESPLAZAMIENTO.

3.1.- Descripción del Método.

3.2.- Método de desplazamiento en forma Matricial.

IV).- OPTIMIZACION DE UN MARCO PLANO.

4.1.- Método Gráfico.

4.2.- Método de Momentos planos.

4.3.- Método de Cortantes planos.

4.4.- Método de linealización de Piecewise.

#### 4.5.- Por otros Métodos.

**RESULTADOS.**

**CONCLUSIONES.**

**BIBLIOGRAFIA.**

## INTRODUCCION

En esta epoca que existen crisis economicas todos estan tratando de reducir los costos en el area de ingenieria estructural, minimizar el peso es considerado, la mejor forma precisa y mas eficiente medida economica

Desde hace veinte años, ha habido muchos estudios publicados que conciernen a lo mas optimo, minimo costo ó minimo peso en su diseño de sistemas Estructurales, esto debido al surgimiento en matemáticas conocido como matematicas programadas ó algoritmo lo cual concierne con el racionamiento de los recursos no renovables y así tiene su nacimiento la teoria economica -- (ref 2,3,4). Pero ahora ha sido aplicado a casi todos los problemas de racionamiento de los recursos no renovables incluyendo al dimensionamiento Estructural, lo cual usando técnicas de Optimización en el dimensionamiento Estructural es francamente un nuevo concepto en analisis estructural esto tiende a buscar un minimo peso para una solución para un sistema estructural, -- asi se reduce el costo del material del sistema y puede ser llevado a cabo empleando técnicas de programación, algunas más eficientes que otras.

También las técnicas de optimización, pueden ser utilizadas en calculo material en la computadora, y esto sirve como -- una ayuda al diseñador.

En epocas pasadas cuando se dimensionaba un sistema es--

## CAPITULO I

## TECNICAS DE PROGRAMACION

Un problema que busca un valor maximo ó minimo para una función de muchos variables mientras, que el mismo tiempo, satisfice a un numero y otros requerimientos a los cuales la función esta sujeta es llamada "un problema de Optimización" La función es llamada un "Objetivo" La función y los requerimientos especificos son conocidos como "Limitaciones" del problema. Los Ingenieros siempre han estado interesados en problemas de Optimización, es el que hace el mejor trabajo limitandose a los recursos disponibles y en circunstancias y condiciones adversas, En una palabra el ingeniero es un optimizador Lo que de este le concierne, es el mejor uso de los recursos disponibles para hacer una cierta tarea, satisfacer las especificaciones impuestas y optimizar un objetivo, tal como minimizar el costo ó maximizar las ganancias.

En el campo del dimensionamiento estructural, por ejemplo, estamos interesados en crear una estructura cual se pueda aplicar cargas externas y que la estructura este segura, y al mas bajo costo. Cuando se expresa matematicamente un problema de programación puede ser expuesto como lo siguiente:

Maximizar la siguiente función Objetivo

$$Z = f (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$$

Sujeto a los siguientes Limitaciones

$$\begin{aligned} \phi_i (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) &\leq b_i \\ \alpha_i (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) &\leq a_i \\ \psi_K (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) &\leq h_i \end{aligned}$$

Donde

$f, \phi, \psi, \alpha$ , se refieren a las -- funciones de las variables.

Hay en total  $n$  variable en el problema la cual una variable tipica es  $x_j$ .

El problema de Optimización tomara dos formas: puede ser lineal donde las variables son de primer grado, o más comunmente otra forma que es la no lineal donde las variables son de mas -- alto grado o reciprocas de las variables pueden aparecer.

Prestaremos atención primero al caso lineal basicamente -- porque es mucho más sencillo que el tipo no lineal.

1.1) En General programación Lineal es de la siguiente -- forma maximizar  $Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + C_3 X_3 + \dots + C_j X_j \dots \pm C_n$

Sujeto de las Limitaciones

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \left\{ \begin{array}{l} \leq ; \\ \geq ; \end{array} \right\} b_i$$

$$X_j \geq 0$$

para  $i = 1, 2, 3, \dots, n$



Donde  $a_{ij}$ ,  $b_i$  y  $c_j$  son todos constantes reales donde -- existen  $m$  limitaciones de los cuales tienen signo de igualdad - ( $=$ ) ó desigualdades ( $\leq, \geq, <, >$ )

Es útil, para presentar la programa Lineal con la ayuda de un ejemplo ilustrativo y específico. Consideramos una fábrica de mosaicos la cual tiene dos tipos de diseños para pisos, ambos necesitan de la misma cantidad de materiales tales como arena, grava, cemento. El primer diseño que se decora utiliza 2 horas de maquina disponible, tres horas de mano de obra, y dos litros de pintura El segundo tipo cual es liso, requiere una hora de -- tiempo de maquina, tres horas de mano de obra, y sin pintura La ganancia del primer diseño es  $\$3$  mientras el segundo es de  $\$2$ , - al tiempo disponible de maquina es de 10 horas, 24 horas de mano de Obra -y 8 litros de pintura, se requiere hablar cuantos tipos del primero o del segundo diseño deben ser manufacturados asi -- que la ganancia sea maxima.

Con esta información se formula la siguiente tabla. 1.1

Materia Disponible	Factores Tecnicos		Unidades Disponibles
	tipo 1 ( $X_1$ )	tipo 2 ( $X_2$ )	
Maquinaria	2	1	10
Mano de Obra	3	3	24
Pintura	2	0	8
Ganancia	3	2	

Se considera que el diseño uno es  $X_1$  y  $X_2$  el segundo -- son manufacturados. Las variables  $X_1$  y  $X_2$  no pueden ser negativos y satisfacen las condiciones.

$$\left. \begin{array}{l} X_1 \geq 0 \\ X_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

Entonces la función objetivo que hay de maximizar es.

$$Z = 3 X_1 + 2 X_2$$

$$\begin{array}{l} \text{sujeta a} \\ 2 X_1 + X_2 \leq 10 \\ 3 X_1 + 3 X_2 \leq 24 \\ 2 X_1 \leq 8 \end{array}$$

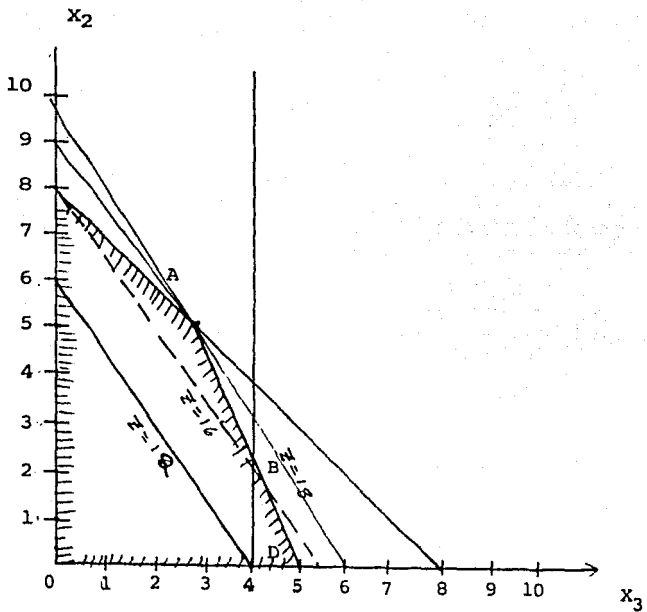
la condición  $2 X_1 + X_2 \leq 10$ , significa que  $2 X_1$  el tiempo de maquina que se requiere, del primer tipo,  $X_2$  tambien el tipo de maquina requerido del segundo y 10 El tiempo disponible. y  $3 X_1 + 3 X_2 \leq 24$ ,  $2 X_1 \leq 8$ , corresponden a hechos análogos.

La zona sombreada es la frontera de las limitaciones para encontrar el máximo valor optimo de la función objetivo, de bemos presuponer valores de  $Z$  en la gráfica.

Las líneas resultantes si suponemos  $Z = 12$  obtenemos --  $12 = 3 X_1 + 2 X_2$  y los valores mas grandes de  $Z_0$  los debemos de obtener dentro la área sombreada si  $Z = 18$ .

La línea todavía esta dentro la región sobreada en el punto A y maximiza la función objetivo:

$$\text{por lo tanto } X_2 = 6 \quad \text{y} \quad X_1 = 12$$



maximiza la función mientras se mantiene las condiciones satisfechas.

a) La programación lineal de este problema puede ser resuelto mucho mas facilmente que el método gráfico usando el método simplex descubierto por George B Dantzing en 1947 (3) Ref.

Este método será mostrado usando nuestro previo ejemplo, las desigualdades de las limitaciones son cambiadas al introducir variables de Holgura  $Y_1$ ,  $Y_2$  y  $Y_3$  por lo consecuente.

$$2 X_1 + X_2 + Y_1 = 0 \quad \text{Ec. 1}$$

$$3 X_1 + 3 X_2 + Y_2 = 24 \quad \text{Ec. 2}$$

$$2 X_1 + 0 + Y_3 = 8 \quad \text{Ec. 3}$$

sí  $X_1 = X_2 = 0$

Entonces las variables de Holgura seran:

$$Y_1 = 10$$

$$Y_2 = 24$$

$$Y_3 = 8$$

Estos valores son el comienzo de una solución factible, y con estos valores  $Z = 0$ .

Podemos construir una tabla del simplex como sigue.

TABLA 1.2

$X_1$	$X_2$		
2	1	10	$Y_1$
3	3	24	$Y_2$
2	0	8	$Y_3$
3	2	0	$-Z$

Maquinaria Tiempo Mano de Obra Pintura.

con la Ec 3 Despejando  $X_1$  queda  $X_1 = 4 - 0.5 Y_3$

y Sustituyendo en las demas ecuaciones

$$2 (4 - 0.5 Y_3) + X_2 + Y_1 = 10$$

$$3 (4 - 0.5 Y_3) + 3 X_2 + Y_2 = 24$$

$$3 (4 - 0.5 Y_3) + 2 X_2 - Z = 0$$

factorizando y arreglando los terminos queda como

$$- Y_3 + X_2 + Y_1 = 2$$

$$- 1.5 Y_3 + 3 X_2 + Y_2 = 12 \quad \text{Ec 2.}$$

$$0.5 Y_3 + X_1 = 4$$

$$- 1.5 + 2 X_2 - Z = -12$$

La tabla simplex para estas ecuaciones es dada en la Tabla 1.3

$Y_3$	$X_2$		
-1	1	2	$Y_1$
-1.5	3	12	$Y_2$
0.5	0	4	$X_1$
-1.5	2	-12	-Z

Las dos primeras columnas en esta tabla ó los coeficientes de  $Y_3$  y  $X_2$  en la Ec 1.

La tercera columna da el lado derecho de las Ecuaciones 1. estos son los valores de  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $X_1$  y  $-Z$  en el nuevo programa.

Los pasos a seguir para resolver el problema por el método simplex es como sigue.

I) Seleccionar un "pivote" de acuerdo a la siguiente regla.

a) El pivote esta en la columna cuyo último elemento es positivo y si hay mas que dos selecciones el mayor de ellos.

b) El "pivote" es el mas pequeño número obtenido dividiendo los números entre la última columna por su correspondiente número, en la columna pivotal.

II) Buscar el reciproco del pivote y reemplazarlo el pivote por su reciproco en la tabla simplex si a es el pivote en

tonces  $b = 1/a$

III) Obtener los nuevos elementos en la columna pivota-  
al: multiplicar los elementos por su recíproco negativo.

IV) Obtener los elementos de la columna pivota al multi-  
plicar los elementos correspondientes de la previa tabla por --  
-b, preparar la nueva tabla. En nuestro ejemplo se hará la si--  
guiente tabla.

TABLA ANTERIOR 1.3

$Y_3$	$X_2$		
-1	1	2	$Y_1$
1.5	3	12	$Y_2$
0.5	0	4	$X_1$
-1.5	2	-12	-Z

Usando 1 como Pivote

NUEVA TABLA OBTENIDA 1.4

$Y_3$	$Y_1$		
-1	1	2	$X_2$
	-3		$Y_2$
	0		$X_1$
	-2		-Z

Obtener los elementos que están en blanco un elemento de  
cada incompleta columna ya ha sido calculado, para la columna j

Este elemento es denotado  $e_j$ .  $e_1 = -1$ ,  $e_3 = 2$ .

V) Obtener los otros elementos de la tabla columna por columna el nuevo elemento es  $d_{ik}$  en el renglon  $i$  y la columna  $K$  es calculado de

$$d_{ik} = DIK - e_k(\text{fip})$$

Donde  $DIK$  es el elemento de la tabla anterior  $i$  es renglon  $k$  es columna.

$\text{fip}$  es el elemento en la tabla anterior en el mismo renglón  $i$  con  $DIK$  y en la columna pivotal por todos los elementos - así calculados son mostrados en la tabla 1.5 en la cual los elementos son calculados como sigue

$$d_{21} = -1.5 - (-1 \times 3) = 1.5$$

$$d_{23} = 12 - (2 \times 3) = 6$$

$$d_{31} = 0.5 - (-1 \times 0) = 0.5$$

$$d_{33} = 4 - (2 \times 0) = 4$$

$$d_{41} = -1.5 - (-1 \times 2) = 0.5$$

$$d_{43} = -12 - (2 \times 2) = -16$$

TABLA 1.5

$Y_3$	$Y_1$		
-1	1	2	$X_2$
1.5	-3	6	$Y_2$
0.5	0	4	$X_1$
0.5	-2	-16	-Z



Usando como pivote 1.5 y repitiendo los pasos anteriores obtenemos la tabla 1.6

TABLA 1.6

$Y_2$	$Y_1$		
.67	-1	6	$X_2$
.67	-2	4	$Y_3$
-.33	1	2	$X_1$
-0.5	-1	-18	-Z

Y no habiendo números ceros, o números positivos para -- el pivote, no se puede obtener otra nueva solución, entonces -- quedara  $X_1 = 2$  y  $X = 6$  que es el mismo resultado, que obtuvi-- mos gratificamente.

b) Hay otro metodo usado para resolver un problema de -- maximizar es el Método Gradiente esta técnica empieza con una -- solución factible y procede en la dirección de un vector gra--- diente de la función objetivo hasta un punto en la zona fronte--- riza de la región factible sea alcanzada.

Se considera el problema como.

$$\text{maximizar } Z = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$$

Sujeta a las limitaciones

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} X_j \{ \geq, =, \leq \} B_i$$

$$X_j \geq 0$$

Suponiendo una solución factible inicial.

$$\{X_0\} = \{x_{1,0} \ x_{2,0} \dots \dots \ x_n, 0\}$$

Suponemos que la solución no esta en la frontera y una mejor solución puede ser encontrada  $\{X_1\}$

Donde

$$\{X_1\} = \{X_0\} + \lambda \{D_0\}$$

aquí  $\lambda$  es un "paso de longitud" y  $\{D_0\}$  es la tranpuesta del -- vector gradiente  $\nabla f(X_0)$ ,

$$\text{Donde } \nabla f(X_0) = \left[ \frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right]$$

y también esta limitado por:

$$\lambda_1 = \min_j \left[ -x_{j,0} / D_{jd}^0 \right]$$

$$\lambda_2 = \min_i \left\{ (B_i - [A_i] \{X_0\}) / [A_i] \{D_0\} \right\}$$

Donde el minimo valor de los dos vabres es la cual se -- le asigna  $\lambda$ .

Ahora una vez alcanzada la zona fronteriza, la busqueda-- solo se puede ser mejorada cambiando la dirección de la búsqueda a lo largo de la frontera, y así si nos movemos de un punto--  $\{X_v\}$  en la Dirección  $\{R\}$ ,

Entonces el cambio de Z esta dado por  $f(X) \{R\}$ ,

Donde  $\{R\}$  es la unidad de longitud.

Entonces, el problema toma la forma

$$\text{maximizar } \dot{Z} = f(X_v) \{R\}$$

Donde  $\bar{z}$  es el cambio de  $Z$  en  $\{X\} = \{X_V\}$

Sujeta a  $[A_i] \{R\} \leq 0$

Con  $0 \leq R_j \leq 1$ ; para  $X_j = 0$

$-1 \leq R_j \leq 1$  para  $X_j > 0$

Donde  $X_j$  esta dada por

$$X_j = X_V + \lambda R$$

Cuando  $\nabla f(X_V) \{R\}$  se vuelve negativo, el proceso esta terminado resultando una solución optima.

## 2.2 TECNICAS DE PROGRAMACION NO LINEAL.

Hasta aquí solo hemos visto la programación lineal, pero la programación no lineal tiene mas alto grado de complejidad, recíprocos o productos de las variables que aparecen en el problema son mas realísticos y sobresalientes, pero es posible simplificar el problema no lineal haciendo aproximadas suposiciones, lo cual reducirá el problema a lineal. Tal método es el de cortantes planos.

El método de cortantes planos resuelve un problema no lineal por linealización. de las funciones empleando los dos primeros términos de la serie de Taylor de expansión, por ejemplo se considera el problema de programación no lineal

$$Z = f(x)$$

sujeta a

$$g_i(x_i) \leq 0$$

$$x_j \geq 0$$

en cualquier punto  $\{x_0\}$  una aproximación lineal puede ser hecha

$$f(x) = f(x_0) + \nabla f(x_0) [\{x_1\} - \{x_0\}]$$

Donde  $\nabla f(x_0)$  es el vector del renglón

$$\partial f / \partial x_1, \partial f / \partial x_2, \dots, \partial f / \partial x_n$$

así el problema se vuelve

Maximizar  $Z = f(x_0) + \nabla f(x_0) (\{x_1\} - \{x_0\})$

sujeta a

$$g_i(x_0) + \nabla g_i(x_0) [\{x_1\} - \{x_0\}] \leq 0$$

$$x_j \geq 0$$

Donde el valor de cada función es conocida en

$$\{x\} = \{x_0\}$$

El problema es ahora lineal con  $\{x\} = \{x_1\}$  siendo - las incognitas.

Este problema lineal puede ser resuelto con los métodos ya descritos, y el proceso puede ser repetidos con  $\{x_1\}$  reemplazando  $\{x_0\}$  para obtener una nueva solución  $\{x_2\}$ .

Esta iteración promete que convergera a un optimo, sin- embargo en algunos casos especiales no convergera (Ref. 5)

Otro método usado para resolver los problemas no lineales es el de "piece wise". "Rompecabezas", este método como - el nombre lo implica, resuelve un problema no lineal, en reemplazando la función no lineal con series de funciones lineales.

Para el problema no lineal

$$Z = \sum_{j=1}^n f_j(x_j)$$

Sujeto a las limitaciones

$$\sum_{j=1}^n g_{ij}(x_j) (\leq, =, \geq) b_j$$

es supuesto que cada variable  $x_j$  tenga una frontera superior-

$U_1$ . La distancia entre  $U_j$  y el origen puede ser dividido en - segmentos por  $t + 1$ , puntos así que

$$x_0, j = 0 \leq x_{1j} \leq x_{2j} \leq \dots \leq x_{2j} = U_j$$

ahora si las funciones  $g_{ij}(x_j)$  y  $f_{ij}(x_j)$  son localizadas en la manera de Piecewise

toma la forma

$$\hat{g}_{ij}(x_j) = \sum_{k=0}^t \beta_{kj} g_{ij}(x_k)$$

$$\hat{f}_j(x_j) = \sum_{k=0}^t \beta_{kj} f_{ij}(x_k)$$

Donde

$$x_{ij} = \sum_{k=0}^t \beta_{kj} x_{kj}$$

$$\sum_{k=0}^t \beta_{kj}^* = 1 \quad \text{con} \quad \beta_{kj} \geq 0$$

así el problema de programación se vuelve

$$\sum_{v=0}^n \sum_{k=0}^t \beta_{kj} g_{ij}(x_k) \{ \leq, =, \geq, \} b$$

$$\hat{z} = \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^t \beta_{kj} f_j(x_k)$$

con

$$\sum_{k=0}^t \beta_{kj} = 1$$

Como se puede ver, este problema lineal da una aproximación a la solución a la programación no lineal y como el número de segmentos aumenta, la aproximación se volverá mas exacta. Pero como se verá después en el caso de estructuras, las variables deben primero ser separadas antes de que se pueda usar -

el método "Piecewise".

La programación geométrica minimiza un problema de programación lineal con una función objetivo y las limitaciones en la forma de un polinomio. El objetivo es de la forma

$$\text{Donde } z = \sum_{j=1}^t c_j f_j(x)$$

$$f_j(x) = x_1^{a_{1j}}, x_2^{a_{2j}} \dots x_n^{a_{nj}}$$

El máximo o mínimo de la función objetivo puede ser encontrado como;

$$\partial_j / \partial x_k = 1/x_k \sum_{i=1}^t a_{kj} c_j f_j(x^*) = 0$$

Un peso óptimo  $w_j$ , puede ser hallado para cada termino-  
j es el radio del mismo termino. A la valvula total de las --  
funciones objetivos:

$$w_j = c_j f_j(x^*) / z_{\max}$$

$$\text{y } \sum_{j=1}^t w_j = 1 \dots \dots \dots E_c \cdot 1_b$$

también puede ser mostrado como

$$\sum_{j=1}^t a_{kj} w_j = 0 \dots \dots \dots E_c \cdot 2_b$$

Ahora, empleando ecuaciones 1b y 2b podemos resolver un conjunto de ecuaciones lineales para la variable  $w_j$ .

Cuando hay condiciones son de la forma

$$\sum_{j=1}^{t_m} c_{mj} \prod_{i=1}^N x_i^{a_{mji}} \leq 1$$

Donde  $m$  es una condición que tiene  $T_m$  términos y  $\prod_{c=1}^N$

significa la multiplicación repetida  $N$  veces.

La ecuación 1b no es cambiada, mientras la ecuación 2 es alterada .

$$\sum_{m=0}^M \sum_{L=1}^{T_m} A_{mj} W_{mj} = 0$$

Donde  $M$  es el número total de las limitaciones también

$$W_{m0} = \sum_{v=1}^{t_m} W_{mj} \geq 0$$

Entonces, los valores de las funciones objetivos pueden ser encontrados de

$$Z_{\max} = \prod_{m=0}^m \prod_{L=1}^{t_m} \left[ c_{mj} W_{m0}/W_{mj} \right]^{W_{mj}}$$

Programación dinámica es una aproximación matemática a la teoría de múltiples etapas en el proceso de decisiones -- (5.6. Ref.) considerese la función objetiva no lineal de la forma

$$Z = \sum_{j=1}^n f_j(x_j)$$

sujeto a las condiciones

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b$$

Para resolver este problema, es posible seleccionar un valor factible para cada una de las variables  $X_1$ , y entonces -



maximizar  $Z$  sobre las variables residuales.

El proceso puede ser repetido para todos los valores factibles de  $X_1$ , y entonces la solución óptima es dada para el valor de  $Z$  mas grande. Esta es la base de programación dinámica.

C A P I T U L O   I I

## 2.1 Optimización en análisis estructural

El uso de estos metodos de optimización en análisis Estructural puede ser variado, como puede ser empleados para encontrar la mejor forma para una estructura, también como seleccionar los tamaños de los miembros así que el peso ó el costo del material sea minimizado. Aquí observaremos una estructura con una forma fijada mientras optimizaremos el peso de la estructura por eso la función objetivo sera minimizar el peso y esto puede expresado en función del area transversal ó el momento de inercia y el modulo de sección. Expresando el peso como función del area conduce a.

$$W = \sum_{i=1}^n \gamma_i L_i A_i$$

Donde

$\gamma_i$  = El peso volumetrico del material

$L_i$  = La longitud de los miembros

Entonces si se desea expresar el peso como una función de el momento de inercia ó el modulo de Sección, lo que se tiene que hacer es expresar el area como función de estos dos, también se debe observar que en la realidad es mas barato hacer varios miembros de un grupo de la misma sección, por ejemplo. En un marco puede ser más economico hacer las columnas de una

sección y las vigas de otra. Así puede ser necesario derivar la función objetivo empleando los miembros de los grupos.

Existen cuatro principales tipos de limitaciones que se emplean en análisis estructural, son:

- 1) Limitación del peso (visto anteriormente)
- 2) Limitación del esfuerzo
- 3) Limitación de la deflección
- 4) Limitación de la rigidez

## 2.2) Limitación del esfuerzo

Para expresar la distorsión  $U_i$  por la ley de Hooke se expresa en una estructura en termino de la fuerza del miembro  $p_i$  como.

$$U_i = \frac{l_i}{E_i A_i} p_i = f_i p_i \quad (2.1)$$

Donde  $l_i$  = Longitud del miembro

$E_i$  = Modulo de Elasticidad

$A_i$  = Area transversal

$p_i$  = fuerza del miembro

$f_i$  = flexibilidad del miembro

$$p_i = \frac{E_i A_i}{l_i} U_i = K_i U_i \quad (2.2)$$

Donde  $K_i = \frac{E_i A_i}{l_i} = 1/f_i$  es conocido como la rigidez del miembro, expresiones similares puede ser escrito para todos los miembros de la estructura en forma material esto se convierte.

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_i \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 A_1 / L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 A_2 / L_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_i A_i / L_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_n A_n / L_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_i \\ U_n \end{bmatrix}$$

$$\text{o simplemente } P = KU \dots \dots \dots (2.4)$$

Donde la matriz diagonal K es conocido como miembro - de la matrix de rigideces.

El esfuerzo  $\sigma_i$  es dado por  $P_i / A_i$  y para satisfacer el esfuerzo requerido, esto no debe exceder el valor permisible - de trabajo  $\sigma_{iw}$ . asi usando la ecuación (2.1) la limitación del esfuerzo para el miembro dado es.

$$\sigma_i = P_i / A_i = E_i U_i / L_i \leq \sigma_{iw} \quad (2.5)$$

En forma matricial, limitaciones del esfuerzo para todos los miembros pueden ser derivados empleando ecuaciones (2.3) (2.4) y son de la forma

$$\sigma = S u \leq \sigma_w \dots \dots \dots (2.6)$$

Donde  $\sigma_w$  es el vector de los esfuerzos permisibles -  $v$  S es el esfuerzo de la matrix obtenido dividiendo de cada -

elemento de la matriz K por la area del correspondiente area. --

asi:

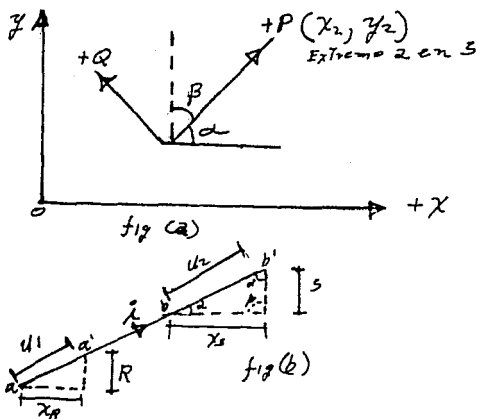
$$S = \begin{bmatrix} E_1/L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_2/L_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_1/L_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_n/L_n \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Se ve de esta matriz que la limitación del esfuerzo en la ecuación (2.6) son independiente de las areas de los miembros. - Esto es verdadero solamente para estructuras articuladas. Ahora ya que  $E/L$  es constante, y se vuelve posible satisfacer los esfuerzos, a través de la estructura, imitando las distorsiones de los miembros  $U$  a algunos valores permisibles. Más bien al hacer esto, es más conveniente primero expresar estas distorsiones de los miembros en términos de los desplazamientos en las articulaciones, Una vez hecho esto las limitaciones de los esfuerzos son expresados en terminos de los desplazamientos cuales pueden ser ellos mismos restringidos por las limitaciones de las deflecciones.

### 2.3) Limitaciones de - las deflecciones.

El concepto es limitar el desplazamiento asi como no exceder aun máximo desplazamiento especificado en el diseño.

Considere el miembro  $i$ , de la articulación de un marco plano cual sea conectado a la articulación  $R$ . en su primer extremo - y la articulación  $S$  en su segundo extremo como se muestra en la - figura 3.1 el miembro esta originalmente en la posición  $ab$ , figura 4.1 (b).



Los ejes positivos X-Y como se muestran a la referencia - de la estructura. El miembro por sí solo tiene un par de ejes lo cales P y Q., la dirección positiva de P. es indicada por una -- flecha la cual apunta hacia el segundo extremo del miembro. Las-- coordenadas de los puntos R y S son (X, Y,) y (X₂, Y₂) respectival mente, la longitud de este miembro este miembro L es dada por

$$L = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

Debido a unas fuerzas aplicadas externamente, dejar los - desplazamientos en los extremos R y S. en la dirección de toda la referencia X - Y las coordenadas son

$$X_r = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} R$$

$$X_s = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} s$$

Como un resultado de estos desplazamiento de las articulaciones en los extremos de los miembros se mueven en cantidades  $m_1$   $m_2$  y paralelos a sus ejes, así que la nueva posición de los miembros está dado por  $a'$  y  $b'$  como se muestran en la figura 3.1b. La extensión de los miembros será.

$$U_i = U_2 - U_1$$

Ahora de la figura 3.1 (a)

$$U_i = X_r \cos a + y R \sin a$$

Y

$$U_2 = X_s \cos a + y s \sin a$$

Donde

Y

$$\cos a = \frac{X_2 - X_1}{L}$$

$$\sin a = \frac{Y_2 - Y_1}{L} = \cos B.$$

Substituyendo la ecuación (3.4) en ecuación (3.3) se comprende que

$$U_i = X_s \cos \alpha + Y_s \sin \alpha - X_r \cos \alpha - Y_r \sin \alpha$$

Cual en forma matricial

Art. R

Art. S.

$$M_i = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & -\sin \alpha & \dots & \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_r & \dots & Y_r & \dots & X_s \end{Bmatrix}$$

(3.6)

El vector renglon  $\begin{bmatrix} -\cos \alpha & -\sin \alpha & \dots & \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix}$

es la matriz del desplazamiento de deformación  $a_i$  para el - -

miembro relaciona las distorciones  $M_i$  a los desplazamientos de las articulaciones R y S en cada extremo del miembro, así

$$U_i = [a_i] \{x_R \ x_S\}$$

Ecuaciones similares a la ecuación 3.7 puede ser escrita para cada miembro y los miembros de las distorciones  $U$  a través de toda la estructura que puede ser expresado en las articulaciones del desplazamiento  $X$  como

$$U = AX$$

Donde  $A$  es la matriz de la transformación de los desplazamientos para la estructura en el caso un marco articulado en el espacio es fácil de demostrar que la extensión  $U_i$  esta dado por-

$$M = \begin{matrix} \text{Art. R,} & & \text{Art. S.} \\ \left[ \begin{array}{ccc} \cos \alpha & B & \cos \gamma \dots \cos \alpha \cos B \cos \gamma \end{array} \right] X \left\{ \begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ R & R & R \end{array} \dots \right\} \\ \left. \begin{array}{ccc} X_S & Y_S & Z_S \end{array} \right\} \end{matrix}$$

Donde  $Z_R$  y  $Z_S$  son los desplazamientos en las articulaciones R y S paralelas a los ejes Z de la estructura el ángulo  $\gamma$  es entre los ejes positivos P de los miembros y el eje Z con

$$\cos \gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{l}$$

Donde  $Z_1$  y  $Z_2$  son las coordenadas Z del primero y segundo extremos del miembro en el espacio.

Es posible ahora expresar las limitaciones de las fuerzas en términos de los desplazamientos de la articulación. Esto es hecho combinando desigualdades es (3.8) y las ecuaciones es dado



$$SA X \leq \sigma_w \quad (3.11)$$

En los problemas diseño en los desplazamientos X en ellos mismos son limitados y para un conjunto de deflexiones permisibles A, la deflexión pueden simplemente mostrar como

$$x \leq \Delta \quad (3.12)$$

La mas severa limitación en Ec (3.11) y (3.12) deriva el limite en cada deflexión en la articulación cual, una vez satisfecha producira un dimensionamiento en esfuerzos aceptables y deflexiones.

#### 2.4 Limitaciones de la regidez

El fin del ejercicio de dimensionamiento es seleccionar un conjunto de secciones transversales para los miembros asi que la estructura pueda soportar las cargas externas aplicadas mientras el esfuerzo y las deflexiones requeridas sean satisfechas. Hasta ahora estas areas y cargas aplicadas no han sido consideradas.

Es por eso necesario derivar un conjunto de lo que es conocido como limitaciones de la regidez" Con lo cual la magnitud de las cargas externas controlan las areas de los miembros. Para construir las limitaciones de la regidez, se emplea el hecho que el trabajo total L'X hecho para las cargas externas es igual al trabajo P absorbido por los miembros.

$$L'X = P' U \quad (4.1)$$

De la ecuación 3.8 tenemos  $U = AX$ , le sigue que

$$L'X = P'AX \quad (4.2)$$

de la cual del mismo conjunto X da  
transpuesta ambos lados esta ecuación nos resulta

$$L' = A'P$$

(Es interesante señalar la dualidad de la matriz de fuerza y desplazamiento métodos y comparando las ecuaciones (3.4) y (4.3) y (3.9) y (4.5)

Es ahora posible expresar las deflexiones es de la articulación en terminos de las cargas aplicadas, esto es hecho por sustituir primero de las ecuaciones (3.8) en la ecuación (2.4) para obtener

$$P = K AX \quad (4.4)$$

entonces empleando (4.3) para eliminar  
P para dar

$$L = A'k AX = KX \quad (4.5)$$

La matriz  $K = A'kA$  es conocida la matriz de regideces de la estructura y relaciona desplazamiento de la articulación X a la carga externa aplicadas L. Debe ser señalado que los vectores X y L son vectorialmente equivalentes, que es, para cada carga P hay una deflexión  $x_j$  la cual esta en la misma dirección como  $L_j$ .

Para dimensiones una estructura factible, es necesario escoger su regidez K asi que es capaz de soportar las cargas externas.

Las limitaciones de la regidez son por eso obtenidas de la ecuación (4.5) y es de la forma

$$KX = L \quad (4.6)$$

El dimensionamiento de la estructura articular por el método de la matriz de desplazamiento así se requiere la satisfacción de la regidez igualdad de limitaciones (4.6) las desigualdades del esfuerzo (3.11) y las desigualdades de la deflexión - (3.11) para un mínimo costo de material, la función objetivo dada por la ecuación (1.1) para ser minimizada.

En vez de construir las matrices  $kA$ ,  $SA$  y  $A'kA$  cada vez que una estructura sea diseñada es más fácil hacer estas multiplicaciones matrices para un solo miembro y entonces emplear los resultados directamente para la construcción de varias limitaciones. La matriz  $kA$  para un solo miembro de una estructura en el espacio articulada es obtenida empleando las ecuaciones (2.1a) - y (3.9) estas resultan

$$[kA] = \begin{bmatrix} -a \cos \alpha & -a \cos \beta & -a \cos \alpha & \dots & a \cos \alpha & a \cos \alpha \\ b & a \cos \alpha \end{bmatrix}$$

Donde  $a = EA/2$  similarmente la matrix  $SA$  es obtenida empleando ecuaciones (2.1) (3.9) consecuentemente

$$[SA] = \begin{bmatrix} -s \cos \alpha & -s \cos \beta & -s \cos \alpha & \dots & s \cos \alpha & s \cos \alpha \\ s \cos \alpha & s \cos \beta & s \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\text{Donde } S = E/2$$

Premultiplicando  $RA$  de la ecuación (4.7) por el vector -- columna  $[-\cos \alpha - \cos \beta - \cos \alpha \dots \cos \alpha \times \cos \beta \cos \alpha.]$  la contribución del miembro a toda la regidez de la matriz es obtenida. esto es de la forma dada Ec (4.28) p y

$$K = \begin{bmatrix} K_{rr} & K_{rs} \\ K_{sr} & K_{ss} \end{bmatrix}$$

Un marco plano articulado es un caso especial del caso en el espacio con las articulaciones teniendo solamente X y Y desplazamiento.

Las matrices de arriba para un miembro de un marco plano son de la siguiente forma

$$KA = \begin{bmatrix} -a \cos \alpha & -a \sin \alpha & \dots & a \cos \alpha & a \sin \alpha \end{bmatrix} \quad 4.9$$

$$SA = \begin{bmatrix} -s \cos \alpha & -s \sin \alpha & \dots & s \cos \alpha & s \sin \alpha \end{bmatrix} \quad 4.10$$

Y

Extremo R

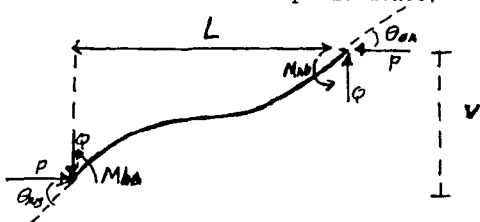
Extremo S

Extremo	$a \cos^2 \alpha$	$a \cos \alpha \sin \alpha$	$\dots$	$-a \cos^2 \alpha$	$-a \cos \alpha \sin \alpha$
R	$a \cos \alpha \sin \alpha$	$a \sin^2 \alpha$		$-a \cos \alpha \sin \alpha$	$a \cos^2 \alpha$
K =					
Extremo	$-a \cos^2 \alpha$	$-a \cos \alpha \sin \alpha$	$\dots$	$a \cos^2 \alpha$	$a \cos \alpha \sin \alpha$
S	$-a \cos \alpha \sin \alpha$	$a \sin^2 \alpha$	$\dots$	$a \cos \alpha \sin \alpha$	$a \sin^2 \alpha$

C A P I T U L O   I I I

## III.1.- ANALISIS DEL METODO DE DESPLAZAMIENTO.

Se estudiará este método de una forma muy simple, el análisis de un marco plano rígido, utilizando el método de desplazamiento sera empleado para desarrollar el esfuerzo de desplazamiento y limitaciones de la rigidez, la geometría del marco será especificada como "Un optimo desconocido" serán las propiedades del área transversal del marco primero, veamos el análisis del método de desplazamiento;



Considera el miembro AB, sujeto a la fuerza cortante - Q. La carga axial P y los momentos M, la pendiente de deflexión de la ecuación para el miembro conduce a

$$M_{ab} = (-6EI/L^2) V + (4EI/L) \theta_{AB} + (2EI/L) \theta_{BA}$$

$$M_{ba} = (-6EI/L^2) V + (2EI/L) \theta_{AB} + (4EI/L) \theta_{BA}$$

$$\text{También } Q = (12EI/L^3) V - (6EI/L^2) \theta_{AB} - (6EI/L^2) \theta_{BA}$$

## III.2.- EL METODO EN FORMA MATRICIAL.

Escribiendo las ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{matrix} \text{PAB} \\ \text{QAB} \\ \text{MAB} \\ \text{MBA} \end{matrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 & -6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L & 2EI/L \\ 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{MAB} \\ \text{VAB} \\ \theta_{AB} \\ \theta_{BA} \end{bmatrix}$$

6

$$[\text{PAB}] = [\text{KAB}] [\text{VAB}]$$

Donde

PAB es un vector definiendo las fuerzas en el miembro

VAB es un vector definiendo las destorciones del miembro

KAB es la matriz de rigidez para el miembro

La ecuación  $[\text{V}] = [\text{A}] [\text{X}]$  define la transformación de desplazamiento.

Donde

$[\text{V}]$  es un vector define las destorciones del miembro.

$[\text{A}]$  es la matriz de transformación de desplazamiento para la estructura

$[\text{X}]$  es un vector de desplazamiento en la unión.

Hemos visto que

$$[\text{P}] = [\text{K}] [\text{V}]$$

y sustituyendo en la ecuación de transformación de desplazamiento conduce a:

$$[\text{P}] = [\text{K}] [\text{A}] [\text{X}]$$

así de esta ecuación con la formula de esfuerzo, las limitaciones de esfuerzo pueden ser escritas como una función del -

desplazamiento externo en la unión y empleando

$M$  = es la formula de esfuerzo de volteo

$\sigma$  = es el esfuerzo

$S$  = es el modulo de sección

$M$  = momento de miembro

conduce las limitaciones del esfuerzo.

Para formular las limitaciones de rigidez, el hecho es que el trabajo total hecho por las cargas externas es igual al trabajo absorbido por sus miembros se emplean:

$$[L^t] [X] = [P^t] [V]$$

pero  $[V] = [A] [X]$

$$[L^t] [X] = [P^t] [A] [X]$$

$$[L^t] = [P^t] [A]$$

$$[L] = [P] [A^t]$$

$$[P] = [K] [A] [X]$$

$$[L] = [A^t] [K] [A] [X]$$

$$[L] = [A^t][KA] [X]$$

$[A^tKA]$  se define como la rigidez total de la matriz  $[K]$

así que

$$[L] = [K] [X]$$

Donde

$[L]$  es un vector de las cargas externas aplicadas

$[K]$  es la rigidez total de la estructura

$[X]$  es un vector de la unión de desplazamiento en esta

matrix la ecuación dara las limitaciones de regideces para la es  
estructura.



C A P I T U L O   I V

## 4.1 SOLUCION DE UN MARCO PLANO POR EL METODO GRAFICO

Empleando el metodo en forma general podemos formular un problema.

Para nuestro problema consideremos una base rectangular - prefijada del marco con las cargas como se indica.

Primer paso encontrar  $[K] =$  a la matriz de los coeficientes internos de rigidez para cada miembro.

Para el miembro uno

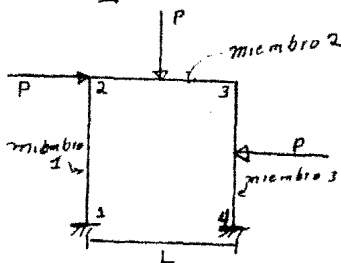
$$[K_1] = \begin{bmatrix} a_1 & -b_1 & -b_1 \\ -b_1 & c_1 & d_1 \\ -b_1 & d_1 & c_1 \end{bmatrix}$$

$$a = 12EI/L^3$$

$$b = 6EI/L^2$$

$$c = 4EI/L$$

$$d = 2EI/L$$



Para el miembro 2

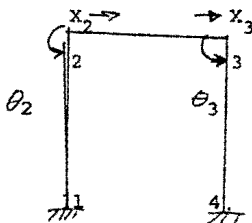
$$[K_2] = \begin{bmatrix} a_2 & -b_2 & -b_2 \\ -b_2 & c_2 & d_2 \\ -b_2 & d_2 & c_2 \end{bmatrix}$$

Para el miembro 3

$$K_3 = \begin{bmatrix} a_3 & -b_3 & -b_3 \\ -b_3 & c_3 & d_3 \\ -b_3 & d_3 & c_3 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} [K_1] & 0 & 0 \\ 0 & [k_2] & 0 \\ 0 & 0 & [k_3] \end{bmatrix}$$

Segundo paso: encontrar  $X$  el vector de desplazamiento



Omitiendo la Rigidez axial conduce a.

$$[X] = \begin{bmatrix} X_2 \\ \theta_2 \\ X_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

Tercer paso escribe la ecuación de la transformación de

l desplazamiento  $V = A X$  y haya  $A$  empleando la formulación como es presente son:

$$A = \begin{bmatrix} M_{ajid} & (5) & \text{refiere} & & & & \\ -\cos\alpha & -\sin\alpha & \dots & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & \\ \sin\alpha & -\cos\alpha & \dots & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \\ & & & \text{Extremo 1} & & \text{Extremo 2} & \end{bmatrix}$$

Donde  $\alpha$  es el ángulo de cada miembro se hace con la horizontal.

Para el miembro 1

$$\alpha = -90$$

$$X_2 = Y_2 = \theta_2 = 0 \text{ C. al apoyo "1"}$$

$$Y_1 = 0 \text{ (omitiendo la deformación axial)}$$

Por eso la transformación de la ecuación de desplazamiento se convierte.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \theta_{11} \\ \theta_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

Para el miembro 2

$$\alpha_2 = 0^\circ$$

$$Y_1 = Y_2 = 0 \text{ [Omitiendo la formación --}$$

$$Y X_{3_2} = X_3 \text{ axial]}$$

Por eso la transformación de la ecuación de desplazamiento se convierte

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ \theta_{2.1} \\ \theta_{2.2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

Para el miembro 3

$$\alpha_3 = 90$$

$$Y_2 = 0 \quad (\text{Omitiendo la axial de formación})$$

$$X_1 = Y_1 = \theta_1 = 0 \quad (\text{al apoyo "4"})$$

Por eso la transformación de la ecuación de desplazamiento se convierte

$$\begin{bmatrix} v_3 \\ \theta_{3.1} \\ \theta_{3.2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

Por eso

$$\text{A Estructura} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ M_{2,1} \\ M_{1,1} \\ Q_2 \\ M_{2,2} \\ M_{3,2} \\ Q_3 \\ M_{4,3} \\ M_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & -b_1 & 0 \\ b_1 & c_1 & 0 \\ b_1 & d_1 & 0 \\ 0 & -b_2 & -b_2 \\ 0 & c_2 & d_2 \\ 0 & d_2 & c_2 \\ -a_3 & 0 & -b_3 \\ b_3 & 0 & d_3 \\ b_3 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

Donde  $M_2$ , se refiere a la unión 2 del miembro 1 así que

$$M_{2,1} = b_1 X_2 + c_1 \theta_2 \quad (\text{Parte superior de la columna 1})$$

$$M_{1,1} = b_1 X_2 + d_1 \theta_2 \quad (\text{Parten de la columna 1})$$

$$M_{2,2} = c_2 Q_2 + d_2 \theta_3 \quad (\text{viga izquierda 2})$$

$$M_{3,3} = a_2 Q_2 + c_2 \theta_3 \quad (\text{viga derecha 2})$$

$$M_{4,3} = b_3 X_2 + d_3 \theta_3 \quad (\text{Parten de la columna 3})$$

$$M_{3,3} = b_3 X_2 + c_3 \theta_3 \quad (\text{Parte superior de la columna 3})$$

$$X_2 = \Delta \text{ permisible}$$

Ahora podemos obtener la solución óptima y resolveremos-  
gráficamente

Para nuestro problema considere

$$P = L K-g$$

$$L = 2000 \text{ mm}$$

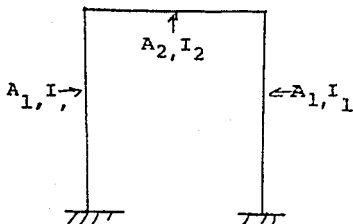
$$E = 207 \text{ Kg/mm}^2$$

$$\text{per} = 10.15 \text{ Kg/mm}^2$$

$$\text{per} = L/325 = 6.2$$

$$= 7.84 \times 10^{-6}$$

$$\text{Kg/mm}^3$$



Le función objetivo sera minimizar el peso

$$W_{\min} = \rho L A_1 + \rho L A_2 + \rho L A_1$$

$$W_{\min} = L \rho (2A_1 + A_2)$$

$$W_{\min} = 1.57 \times 10^{-2} (2A_1 + A_2)$$

Para conseguir las limitaciones de una manera trabajable, lo resolveremos las limitaciones de la regidez para  $X_2$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  - empleando  $A_1 = 0.785^{2/3}$  y  $A_2 = 0.5591^{1/2}$  los cuales son razonables para la relación lineal como obtenidas por Majid) (Ref 5) - esto conduce

$$X_2 = \frac{50.24 \times 10^4}{A_1^2} + \frac{66.24 \times 10^4 A_1^2 + (33.17 \times 10^4) A_2^2}{0.44 A_1^4 + 2.56 A_2^2 + 1.32 A_2^4}$$

$$\theta_2 = \frac{-579.65 A_1^2 + 164.65 A_2^2}{0.44 A_1^2 + 2.86 A_2^2 + 1.32 A_2^4}$$

$$\theta_3 = \frac{-745.23 A_1^2 - 828.054 A_2^2}{0.44 A_1^2 + 2.88 A_2^2 + 1.32 A_2^4}$$

Sustituyendo estos valores en la limitación del esfuerzo conduce para el esfuerzo en la columna L debe ser satisfecha

$$0.15 \geq \frac{344.37}{A_1^{3/2}} + \frac{-75.82 A_1^4 + 377.87 A_1^2 A_2^2}{A_1^{3/2} (0.44 A_1^4 + 2.86 A_1^2 A_2^2 + 1.32 A_2^4)}$$

Para el esfuerzo en la viga debe ser satisfecho.

$$0.15 \geq \left[ \frac{225.63 A_2^4 - 869.90 A_1^2 A_2^2}{A_2^{3/2} (0.44 A_1^4 + 2.86 A_1^2 A_2^2 + 1.32 A_2^4)} \right]$$

Para el esfuerzo en la columna 2 debe ser satisfecha

$$0.15 \geq \frac{344.37}{A_1^{3/2}} + \frac{113.70 A_1^4 - 150.83 A_1^2 A_2^2}{A_1^{3/2} (0.44 A_1^4 + 2.86 A_1^2 A_2^2 + 1.32 A_2^4)}$$

y de limitación de deflexión da lo siguientes:

$$A_1 = 389 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = 250 \text{ mm}^2$$

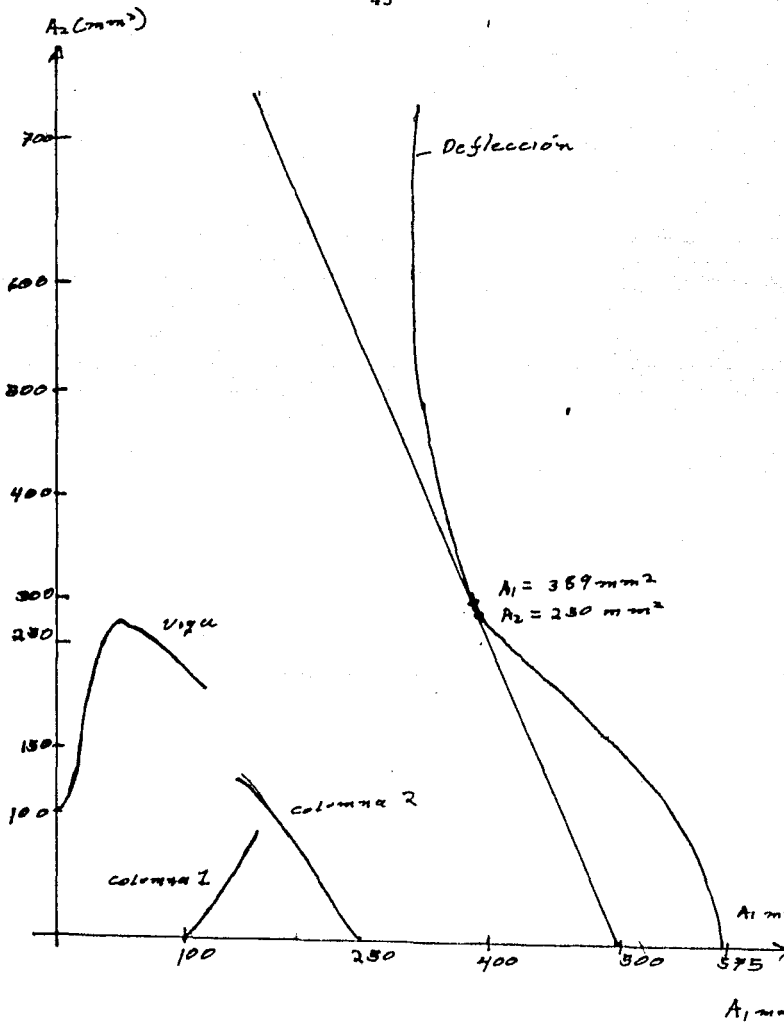
Con un mínimo peso de 16.14 Kg.

y un volumen mínimo de  $2.056 \times 10^6 \text{ mm}^3$

#### 4.2 OPTIMIZACION DE UN MARCO PLANO POR EL METODO DE "LINEALIZACION DE PIECEWISE"

Ahora la linealización de piecewise puede ser aplicada a algunos problemas y puedo mas ver su aproximación a la solución optima como fue obtenida por el metodo grafico, pero este metodo puede unicamente ser empleado en resolver un problema el cual las variables pueden estar separadas ó ser separadas en nuestro caso las variables en las limitaciones aparecen de la forma  $A^2 X_2$ ,  $A^2 \theta_2$ , y  $A^2 \theta_3$  pueden ser separadas igualando--





las a nuevas variables  $(\psi + \beta)$  y tomando logaritmos en ambos -  
 lados. Esto nos lleva a las ecuaciones como formulados por - -  
 Majid (ref 5)

$$(\psi + \beta)_{\max} = A_{\max}^2 (\Delta_j + F_i - D_j)$$

Donde  $A_{\max}^2$  es area más grande permisible de la sección

$A_j$  es la deflección permisible

$F_j$   $P_j$  = son constantes no negativas

La cual cuando substraída  $(F_i - P_j)$  es igual y la más -  
 pequeña ocflección posible

$$(\psi + \beta)_{\min} = D_j (A_{\min}^2)$$

Donde  $A_{\min}$  es la área permisible mas chica empleando este  
 metodo y metiendo los valores en las limitaciones de regidez se  
 vuelve.

$$\begin{aligned} (1.99 \times 10^{-6}) A_1^2 X_2 + (9.94 \times 10^{-4}) A_1^2 \theta_2 + (9.94 \times 10^{-4}) A_1^2 \theta_3 &= 1 \\ (9.94 + 10^{-4}) A_1^2 X_2 + 1.33 A_2^2 \theta_2 + 1.33 A_2^2 \theta_2 + 0.66 A_2^2 \theta_3 &= 250 \\ (9.94 + 10^{-4}) A_1^2 X_2 + 0.66 A_2^2 \theta_2 + 1.33 A_1^2 \theta_3 + 1.33 A_2^2 \theta_3 &= 250 \end{aligned}$$

Suponiendo que el area sea de la sección mas pequeña es-  
 de 200mm y que la mas grande sea de 400mm podemos linealizar --  
 la limitación.

Su deflección permisible esta limitada a 6.2 mm asi que-

$$\Delta = 6.2 \text{ mm y } e = 0 \text{ y sumando}$$

$$DX = 3.1 \text{ mm esta conduce } Fx = 3.1$$

$$(\psi_x + \beta x)_{\max} = 992,000$$

$$(\psi_x + \beta x)_{\min} = 124,000$$

y con  $A_1 = A_2 = 200 \text{ mm}^2$  la ecuación de momentos da

$$\theta_2 = 0.00224$$

$$\theta_3 = -0.0056$$

y con  $A_1 = A_2 = 400 \text{ mm}^2$  la ecuación de rigidez nos da

$$\theta_2 = 0.00056$$

$$\theta_3 = -0.00212$$

Para  $\theta_2$

$$(\psi_{02} + \beta \theta_2)_{\max} = 268.8$$

$$(\psi_{02} + \beta \theta_2)_{\min} = 11.2$$

Para  $\theta_3$

$$(\psi_{03} + \beta \theta_3)_{\max} = 1020.8$$

$$(\psi_{03} + \beta \theta_3)_{\min} = 42.4$$

Podemos ahora decidir las variables en cuatro segmentos en 5 diferentes puntos usando los valores previamente obtenidos.

y	0	50	100	150	200
$(y+200)^2$	$4 \times 10^4$	$6.25 \times 10^4$	$9.0 \times 10^5$	$1.13 \times 10^5$	$1.6 \times 10^5$
$\log(y+200)$	2.301	2.398	2.477	2.544	2.602
$(4x+B_x)$	$1.24 \times 10^5$	$3.41 \times 10^5$	$5.58 \times 10^5$	$7.75 \times 10^5$	$9.92 \times 10^5$
$\log(4x+B_x)$	5.093	5.533	5.747	5.889	5.997
$40_2+B_{02}$	11.20	75.60	140.00	204.40	268.80
$\log(40_2+B_{02})$	1.049	1.879	2.146	2.310	2.429
$40_3+B_{03}$	42.40	287.00	531.60	776.20	1020.80
$\log(40_3+B_{03})$	1.627	2.458	2.726	2.890	3.009
$(y+200)$	200	250	300	350	400

Estos productos de linealización de Piecewise.

$$A_1^2 X_2, A_1^2 \theta_2, A_2^2 \theta_2, A_1^2 \theta_3, A_2^2 \theta_3$$

$$A_1^2 X_2 = 124,000 B_{1X0} + 341,000 B_{1X1} + 558,000 B_1 X_2 + 775,000 B_{1X3} + 992,000 B_{1X4}$$

$$A_1^2 \theta_2 = 11.2 B_{1\theta_2^0} + 75.6 B_{1\theta_2^1} + 140 B_{1\theta_2^2} + 204.4 B_{1\theta_2^3} + 268.8 B_{1\theta_2^4}$$

$$A_2^2 \theta_2 = 11.2 B_{2\theta_2^0} + 75.6 B_{2\theta_2^1} + 140 B_{2\theta_2^2} + 204.4 B_{2\theta_2^3} + 268.8 B_{2\theta_2^4}$$

$$A_1^2 \theta_3 = 42.4 B_{1\theta_3^0} + 287.0 B_{1\theta_3^1} + 531.6 B_{1\theta_3^2} + 776.2 B_{1\theta_3^3} + 1020.8 B_{1\theta_3^4}$$

$$A_2^2 \theta_3 = 42.4 B_{2\theta_3^0} + 287.8 B_{2\theta_3^1} + 531.6 B_{2\theta_3^2} + 776.2 B_{2\theta_3^3} + 1020.8 B_{2\theta_3^4}$$

Así la primera limitación de rigidez del método se con

vierte:

$$\begin{aligned} &.247 B_{1X0} + .679 B_{1X1} + 1.110 B_{1X2} + 1.542 B_{1X3} \\ &+ 1.974 B_{1X4} + .011 B_{1\theta_2^0} + .75 B_{1\theta_2^1} + 0.139 B_{1\theta_2^2} + \\ &.203 B_{1\theta_2^3} + .267 B_{1\theta_2^4} + .042 B_{1\theta_3^0} + 0.285 B_{1\theta_3^1} + \\ &.528 B_{1\theta_3^2} + .771 B_{1\theta_3^3} + 1.014 B_{1\theta_3^4} \end{aligned}$$

$$1.817 \times 10^{-8} (4 \times 10^4 B_{10} + 6.25 \times 10^4 B_{11} + 9 \times 10^4 B_{12} + 1.125 \times 10^3 B_{13} + 1.6 \times 10^5 B_{14}) = 1$$

La segunda limitación es:

$$123.20 B_1 X_0 + 338.82 B_1 X_1 + 554.43 B_1 X_2 + 770.04 B_1 X_3 + \\ 985.65 B_1 X_4 + 14.84 B_1 \theta_2^0 + 100.17 B_1 \theta_2^1 + 185.50 B_1 \theta_2^2 + \\ 280.83 B_1 \theta_2^3 + 356.16 B_1 \theta_2^4 + 14.84 B_2 \theta_2^0 + 100.17 B_2 \theta_2^1 + \\ 185.50 B_2 \theta_2^2 + 270.83 B_2 \theta_2^3 + 356.16 B_2 \theta_2^4 +$$

$$28.09 B_2 \theta_3^0 + 190.11 B_2 \theta_3^1 + 352.13 B_2 \theta_3^2 + \\ 514.15 B_2 \theta_3^3 + 676.18 B_2 \theta_3^4 - 6.42 \times 10^{-3} (4 \times 10^4 B_{10} + \\ 6.23 \times 10^4 B_{11} + 9 \times 10^4 B_{12} + 1.125 \times 10^5 B_{13} + 1.6 \times 10^5 B_{17}) \\ - 9.67 \times 10^{-3} (4 \times 10^4 B_{20} + 6.25 \times 10^4 B_{21} + 9 \times 10^4 B_{22} + 1.125 \times 10^5 B_{23} + \\ 1.6 \times 10^5 B_{24}) = 250$$

La tercera limitación es:

$$123.20 B_1 X_0 + 338.82 B_1 X_1 + 554.43 B_1 X_2 + 770.04 B_1 X_3 + \\ 985.65 B_1 X_4 + 7.42 B_2 \theta_2^0 + 50.08 B_2 \theta_2^1 + 92.74 B_2 \theta_2^2 + \\ 135.39 B_2 \theta_2^3 + 178.05 B_2 \theta_2^4 + 56.18 B_1 \theta_3^0 + \\ 380.28 B_1 \theta_3^1 + 704.37 B_1 \theta_3^2 + 1028.47 B_1 \theta_3^3 + \\ 1352.56 B_1 \theta_3^4 + 56.18 B_2 \theta_3^0 + 380.28 B_2 \theta_3^1 + \\ 704.37 B_2 \theta_3^2 + 1028.47 B_2 \theta_3^3 + 1352.56 B_2 \theta_3^4 - \\ 1.575 \times 10^{-2} (4 \times 10^4 B_{10}) + 6.25 \times 10^4 B_{11} + 9 \times 10^4 B_{12} + \\ 1.125 \times 10^5 B_{13} + 1.6 \times 10^5 B_{14}) - \\ 1.433 \times 10^{-2} (4 \times 10^4 B_{20} + 6.25 \times 10^4 B_{21} + 9 \times 10^4 B_{22} + \\ 1.125 \times 10^5 B_{23} + 1.6 \times 10^5 B_{24}) = - 250$$

$$B_1X_0 + B_1X_1 + B_1X_2 + B_1X_3 = 1$$

$$B_1\theta_2^0 + B_1\theta_2^1 + B_1\theta_2^2 + B_1\theta_2^3 + B_1\theta_2^4 = 1$$

$$B_1\theta_3^0 + B_1\theta_3^1 + B_1\theta_3^2 + B_1\theta_3^3 + B_1\theta_3^4 = 1$$

$$B_{10} + B_{11} + B_{13} + B_{14} = 1$$

$$B_{20} + B_{21} + B_{23} + B_{24} = 1$$

Las limitaciones logarítmicas son:

$$5.093B_1X_0 + 5.533B_1X_1 + 5.747B_1X_2 + 5.889B_1X_3 +$$

$$5.997B_1X_4 - 2 \cdot 2.301B_{10} + 2.398B_{11} + 2.477B_{12} +$$

$$2.544B_{13} + 2.602B_{14} + 2(2.301B_{20} + 2.398B_{21} +$$

$$2.477B_{22} + 2.544B_{23} + 2.602B_{24}) = 0$$

$$1.049B_1\theta_2^0 + 1.879B_1\theta_2^1 + 2.146B_1\theta_2^2 + 2.320B_1\theta_2^3 +$$

$$2.429B_1\theta_2^4 - 2 \cdot 2.301B_{10} + 2.398B_{11} + 2.477B_{12} +$$

$$2.544B_{13} + 2.602B_{14} - (1.049B_2\theta_2^0 + 1.879B_2\theta_2^1 +$$

$$2.146B_2\theta_2^2 + 2.310B_2\theta_2^3 + 2.429B_2\theta_2^4) + 2(2.301B_{20} +$$

$$2.398B_{21} + 2.477B_{22} + 2.544B_{23} + 2.602B_{24}) = 0$$

$$1.627B_1\theta_3^0 + 2.458B_1\theta_3^1 + 2.726B_1\theta_3^2 + 2.89B_1\theta_3^3 +$$

$$3.009B_1\theta_3^4 = 2 \cdot 2.301B_{10} + 2.398B_{11} + 2.477B_{12} + 2.544B_{13} +$$

$$2.602B_{14} - 1.627B_2\theta_3^0 + 2.458B_2\theta_3^1 + 2.726B_2\theta_3^2 +$$

$$2.890B_2\theta_3^3 + 3.009B_2\theta_3^4 + 2 \cdot 2.301B_{20} + 2.398B_{21} +$$

$$2.477B_{22} + 2.544B_{13} + 2.602B_{24} = 0$$

Y la función objetivo será:

$$Z = 4000(200B_{10} + 250B_{11} + 300B_{12} + 350B_{13} + 400B_{14}) +$$

$$4200(200B_{20} + 250B_{21} + 300B_{22} + 400B_{24})$$

Ahora el problema es linealizar y el método simplex -- puede ser utilizado para encontrar la solución optima empleando el método simplex se obtuvo:  $A_1 = 395 \text{ mm}^2$

$$A_2 = 275 \text{ mm}^2$$

y el peso será de 16.72 Kg.

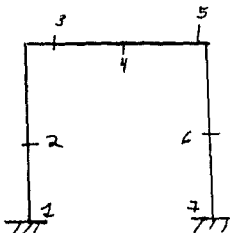
y el volumen de  $2.13 \times 10^6 \text{ mm}^3$

#### 4.3. OPTIMIZACION DE UN MARCO PLANO POR MOMENTOS PLANOS.

(Momentos plásticos)

La teoría plástica puede ser también utilizada para obtener una dimensión optima. La plástica teoría puede ser aplicada a un marco empleando métodos de (Majid Ref 5) y Rubenstein (Ref. 9).

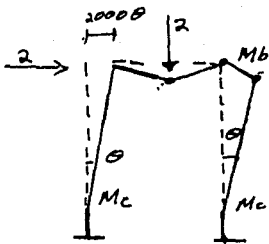
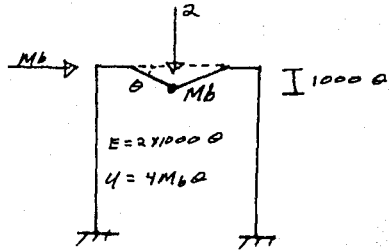
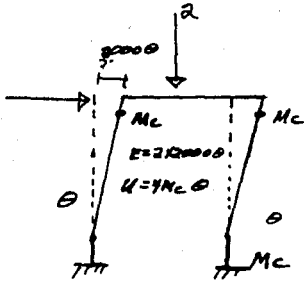
La base de la teoría plástica es que cuando un número suficiente bisagras desarrollándose en la estructura se vuelve inestable y sufre el colapso, es llamado las "cargas ultimas", y es igual a las cargas de servicio multiplicado por el factor de seguridad.



Para nuestro problema emplearemos un factor de seguridad de 2

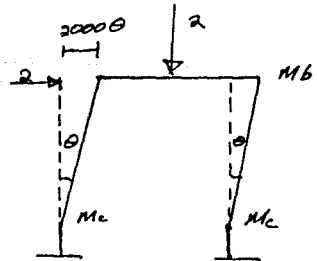
También en los momentos plasticos podemos desenvolver-  
en puntos de 1 a 7 causando 4 posibles colapsos de mecanismo-  
son:





$$E^* = 2 \times 2000 \theta + 2 \times 1000 \theta$$

$$U = 2M_c \theta + 4M_b \theta$$



$$E^* = 2 \times 3000 \theta$$

$$U = 2M_c \theta + 2M_b \theta$$

y las limitaciones pueden ser encontradas por las expresiones:

$$U \geq E^*$$

Donde  $U$  = energía interna

$E^*$  = trabajo hecho por las fuerzas externas.

Empleando las expresiones  $U$   $E^*$  conduce a

$$M_c \geq 1000$$

$$M_b \geq 500$$

$$M_c + M_b \geq 3000$$

$$M_c + M_b \geq 2000$$

Donde  $M_b$  es el momento en la viga

y  $M_c$  es el momento en la columna

y las funciones objetivas son:

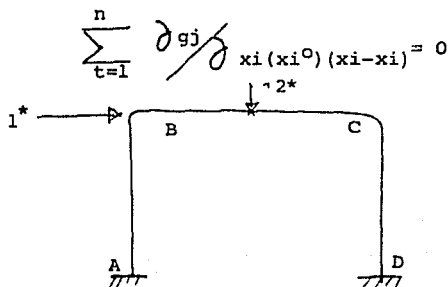
$$Z = 2000 M_b + 4000 M_c$$

Ahora el problema lo tenemos lineal y por el método simplex  $M_b = 1000$  Kgm. y  $M_c = 1000$  Kgm. Esto conduce a un volumen de  $6 + 10^6$  mm<sup>3</sup>.

#### 4.4.- OPTIMIZACION DE UN MARCO PLANO POR EL METODO DE CORTANTES PLANOS.

El método puede ser usado para encontrar la solución óptima por Moses Ref. empleando este método con la ecuación pendiente de deflexión utilizanco momentos en vez de rotaciones.

Empleando la serie de Taylor de expansión por el método de cortantes planos, es



Las ecuaciones de análisis para nuestro marco:

$$g_1 = 2M_{AB} z - M_{BR,1} + (6 EI_1/2) \theta = 0 \quad (E_c 3)$$

$$g_2 = M_{AB} z - I_2 M_{AB, Z} + (6EI_2 F_1/L) \theta = 0 \quad (E_c 4)$$

$$g_3 = M_{AB} z + M_{AB} z + PL/2 = 0 \quad (E_c 5)$$

$$g_4 = M_{BA2} (I_2 + 2I_1) - PLI_1 = 0 \quad (6)$$

Donde la carga  $1^*$  se refiere al momento que causado por la carga horizontal, y la carga  $2^*$  se refiere al momento causado por la carga vertical. Mas es el momento en el punto A.  $M_{AB}$  es el momento en el punto B y  $\psi$  es el lado empleando la linealización y permitiendo  $\psi^1 = EI_1/L$ , las ecuaciones se vuelven

$$2 M_{AB1z} - M_{BA1} + 6\psi^1 = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 (I_1^0 + 2I_2) (M_{BAz} - M_{BA} 1^0) - I_2^0 (M_{ABz} = M_{AB} 1^0) + \\
 6 I_2^0 (\psi^1 - \psi^0) + M_{BA} z^0 (I_1 - I_1^0) + (2 M_{BA} z^0 - M_{BA} z^0 + \\
 + 6\psi^1) (I_2 - I_2^0) = 0 \quad (8)
 \end{aligned}$$

$$M_{AB1} + M_{BA1} + PL/2 = 0 \quad (9)$$

$$(I_2^0 + 2I_1^0)(M_{BA,2} - M_{BA2}^0) + (2M_{BA2}^0 - PL)(I_1 - I_1^0) + M_{BA,2}^0(I_2 - I_2^0) = 0 \quad (10)$$

Suponiendo  $I_2/I_1 = 2$  Las variables pueden ser encontradas en la ecuación (3) hasta la (6)

$$M_{AB1}^0 = -538.46 \quad M_{BA,2}^0 = 500$$

$$M_{BA,1}^0 = -461.54 \quad I_2^0 = 2$$

$$\psi^{10} = 102.56 \quad I^0 = 1$$

Con estos valores son localizados en las ecuaciones.

$$2M_{AB1} - M_{BA1} + 64^1 = 0$$

$$5M_{BA1} - 2M_{BA2} + 12 \cdot 4^1 - 461.54 I_1 + 230.74 I_2 + 0.14 = 0$$

$$M_{AB} + M_{AB1} + 1000 = 0$$

$$4M_{BA2} - 1000I_1 + 500I_2 - 2000 = 0$$

y con estas limitaciones de volteo

$$M_{AB} = (\sigma c) I_1 \quad \text{es el momento del apoyo}$$

$$M_{BA} = (\sigma c) I_1 \quad \text{es el momento en la unión}$$

$$M_{BA} = (\sigma c) I_2 \quad \text{es el momento en la unión}$$

Donde  $\sigma$  es el esfuerzo permisible y  $c$  es la mitad de la profundidad de la sección, suponiendo  $c = 15 \text{ mm}$  y  $\sigma = 9.15 \text{ kg/mm}^2$ , esto conduce a la función Objetivo

$$Z = 53.33I_1 + 26.67I_2$$

El problema es ahora linealizado y puede ser resuelto empleando el método simplex.

$$S_e \text{ obtiene} \quad I_1 = 58991$$

$$M_{AB1} = 589.91$$

$$I_2 = 72559$$

$$M_{BA1} = 410.09$$

$$M_{BA2} = 725.6$$

$$\psi = 128.28$$

El nuevo radio de diseño es  $I_2/I_1 = 1.23$  y el procedimiento puede ser repetido empleando 1.23 como un nuevo juicio de la dimensión. Pero después de la primera iteración  $A=786\text{mm}^2$  y  $A_2 = 967 \text{ mm}$

con  $Z = 5.08 \times 10^6 \text{ mm}^3$  como el volumen también nos da.

Esperemos que el método sea continuado hasta encontrar la solución óptima, como se encontró gráficamente, será alcanzado.

#### 4.5. OPTIMIZACION DE UN MARCO PLANO POR OTROS METODOS.

Los métodos previamente mencionados no se aplican bastante bien a los problemas de dimensionamiento estructural. Como el grado de dificultad aumenta con la geometría, la dificultad incluye la matriz invertida y cuando las limitaciones contienen variables no lineales como en la mayoría de los casos de dimensionamiento estructural, la dificultad se vuelve aún más grande para una programación dinámica.

La interacción entre columnas y vigas es definida por más de una variable y esto complica el proceso de una forma, el tiempo de computadora se ha aumentado.

Los resultados son tabulados

	Grafico	Linealización Piecewise	Cortantes Plenos	Momentos Plásticos
A <sub>1</sub>	389 mm <sup>2</sup>	395 mm <sup>2</sup>	786 mm <sup>2</sup>	
A <sub>2</sub>	250 mm <sup>2</sup>	275 mm <sup>2</sup>	967 mm <sup>2</sup>	
Peso	16.14 Kg.	16.72 Kg.	39.86 Kg.	
Volúmen	2.056X10 <sup>6</sup> mm <sup>3</sup>	2.13X10 <sup>6</sup> mm <sup>3</sup>	5.08X10 <sup>6</sup> mm <sup>3</sup>	6X10 <sup>6</sup> mm <sup>3</sup>

\* Significa en una iteración.

La dificultad en obtener estos resultados básicamente - debido a que las limitaciones son no lineales, cuando el problema no es lineal existe aproximaciones lineales que deben de hacerse, esto no asegura la optimización Global, como en el caso de cortantes planos. También por esta aproximación, la dificultad del problema aumenta, como en el caso de piecewise. Linealización, debido al aumento de la dificultad de no lineal - el caso de análisis plástico es muy atractivo en computadora.

Así debido a las limitaciones lineales se obtienen usando el método plástico, y se obtiene utilizando el método simplex para optimizar.

## CONCLUSIONES

Lo importante de métodos de programación lineal es que pueden ser aplicados usando la computadora.

Esto sirve como una ayuda para el ingeniero estructural porque hasta recientemente puede evaluar varias alternativas de dimensiones.

Como es lo usual de diseñar por método estadístico de estructuras determinadas que consiste en procedimiento de prueba y error y el análisis de optimizar la estructura se vuelve casi imposible pero ahora se puede facilmente obtener en una forma rapida la dimensión optima empleando tecnicas de programación en la computadora y así ahorrar dinero debido a menos material requerido para el diseño porque el diseñador debe pagar por el tiempo de computadora, pero también concierne no solamente la dimensión optima, pero también la optimización en todo el proceso incluyendo el costo de obtención de la dimensión.

En conclusión las técnicas de programación ayudan al ingeniero porque tiene más flexibilidad en el proceso y en el resultado que puede ser alcanzado más rapidamente confiando que la sección más económica sea obtenida.

Los métodos que se han presentado para obtener un optimo (mas ligero ó más barato) en dimensionamiento estructural. Los parámetros dimensionales también como el comportamiento de

las variables son tratados como cantidades desconocidas, así - haciendo las ecuaciones no lineales de las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad. Haciendo un juicio en el diseño se eg coge y se analiza las ecuaciones no lineales son entonces aproximadas por ecuaciones lineales en el punto representante el - juicio del diseño y a su análisis.

Después de establecer una función definida, los esfuerzos permisibles y límites, el problema es análogo a los problemas de programación lineal. Empleando el método simplex, una - solución es obtenida que da un diseño que minimize la función sujeta a las ecuaciones lineales. La nueva dimensión puede ser empleada como referencia para otra linealización. En ciclo adicionales de linealización y soluciones de programación lineal que ceden a una dimensión que converga a una dimensión óptima.

Nos enfrentamos con mas posibles cursos de acción o estrategias, no solo en diseño estructural, sino también en ---- otros campos. Por ejemplo, podemos escoger la mejor aleación - entre muchas otras disponibles que sobrecargue un avión, y debe ser resistente, fuerte, soportar baja temperatura, y no ser costoso, estos cursos de acción son identificados por quien hace las decisiones, que puede simbolizar por las variables involucradas.



## BIBLIOGRAFIA

- 1.- Introduction to operation.- Research Hillier Fredericks.
- 2.- Programacion lineal o teoria económica. Samuelson Paul.
- 3.- Programación lineal y extensión. Dantzig George B.
- 4.- Optimization theory with application. Vohn Wiley and sons inc. Pierre Donald A.
- 5.- Optimum design of structures. Majid K, I.
- 6.- Optimum structural design theory on application. Gallegher R. W.
- 7.- Optimum Structures. Clarendom Press.
- 8.- Structural optimization by non linear programing. Journal of the structural division.
- 9.- Building design using. Linear programming . Journal of the structural division ASCE. Vol. 92, No. ste 6
- 10.- Optimum structural design using lineal programming. Jour--nal of the structural division A.S.C.E., Vol. 90, No. ST16 December 1964 págs. 89-104.
- 11.- Introduction to lineal programming with application. Smith Vr. W. R.

**12.- Programación Lineal. Hardley.**