

**Universidad Nacional Autónoma de México**

**FACULTAD DE INGENIERIA**



**ANALISIS Y DISEÑO DE LOSAS**

**PLANAS POSTENSADAS**

**TESIS PROFESIONAL**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A**

**CARLOS ROBERTO CRUZ FALCON**

**México, D. F.**

**1979**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
EXAMENES PROFESIONALES  
60-1-279

Al Pasante señor CRUZ FALCON CARLOS ROBERTO,  
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Ing. José Luis Camba Castañeda, para que lo desarrolle como tesis en su Examen Profesional de Ingeniería CIVIL.

"ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOSAS PLANAS POSTENSADAS"

1. Conceptos fundamentales
2. Criterios de análisis
3. Ejemplos de aplicación

Ruego a usted tomar debida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente,  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cd. Universitaria, D.F. a 17 de diciembre de 1976  
EL DIRECTOR

ING. ENRIQUE DEL VALLE CALDERON

*l.s.*

EVC/GSA/Imp.

# I N D I C E

	Página
<b>AGRADECIMIENTOS</b> .....	III
<b>LISTA DE FIGURAS Y TABLAS.</b> .....	X
<b>INTRODUCCION</b> .....	1
<b>NOTACION</b> .....	6
 <b>CAPITULO I</b> .....	
<b>CONCEPTOS FUNDAMENTALES</b> .....	12
<b>1.1.- Antecedentes sobre losas planas tal y como -</b> <b>se definen dentro del concreto reforzado...</b>	12
<b>1.1.1.- Losa plana.....</b>	12
<b>1.1.1.1.- Placa plana.....</b>	14
<b>1.1.1.2.- Losa nervada o nervurada..</b>	18
<b>1.1.2.- Estática de una losa plana.....</b>	20
<b>1.1.3.- Losas planas, modo de falla.....</b>	26
<b>1.2.- Antecedentes y conceptos sobre concreto pres-</b> <b>forzado y losas planas postensadas tal y como</b> <b>se definen dentro del mismo.....</b>	30
<b>1.2.1.- Conceptos introductorios.....</b>	30
<b>1.2.2.- Principios generales del concreto ---</b> <b>presforzado.....</b>	35
<b>1.2.3.- Comportamiento de vigas de concreto -</b> <b>presforzado.....</b>	43

1.2.4.- Formas de aplicar el presfuerzo, - clasificación y tipos.....	46
1.2.4.1.- El pretensado.....	47
1.2.4.2.- El postensado.....	47
1.2.4.2.1.- Presfuerzo - completo....	50
1.2.4.2.2.- Presfuerzo - parcial.....	52
1.2.4.2.3.- Etapas de - carga.....	52
1.2.4.3.- Sistemas de presforzado	53
1.2.4.3.1.- Postensado,- métodos de - tensado.....	54
1.2.4.3.2.- Tipos de an- clajes.....	55
1.2.4.4.- Comparación de los siste- mas.....	61
1.2.5.- Concreto para presfuerzo (postensa- do) .....	62
1.2.6.- Acero para presfuerzo (postensado)	68
1.2.7.- Pérdidas de presfuerzo (postensado)	75
1.2.8.- Losas planas simples y continuas - presforzadas (postensadas) defini-	

ciones y clasificación.....	84
-----------------------------	----

## CAPITULO II

### CRITERIOS DE ANALISIS Y DISEÑO DE LOSAS PLANAS POSTENSADAS

.....	93
2.1.- Distribución teórica de momentos.....	93
2.2.- Métodos de análisis.....	95
2.2.1.- Método directo de análisis.....	95
2.2.2.- Método del marco equivalente.....	108
2.2.3.- Método de la viga.....	131
2.3.- Métodos de diseño.....	133
2.3.1.- Método de carga balanceada.....	133
2.3.2.- Método directo de diseño para losas - planas y placas planas presforzadas - (postensadas).....	148
2.4.- Análisis elástico por flexión.....	160
2.4.1.- Obtención del núcleo de una sección..	165
2.4.2.- Determinación del perfil del tendón..	167
2.5.- Determinación de la resistencia a la flexión	174
2.6.- Determinación de la resistencia a cortante y tensión diagonal.....	187
2.7.- Cálculo de las deflexiones.....	201

<b>CAPITULO III</b>	
<b>EJEMPLO DE APLICACION</b>	<b>205</b>
3.1.- Introducción.....	205
3.2.- Datos.....	207
3.3.- Cálculo de la resistencia por cortante.....	213
3.4.- Análisis.....	219
3.5.- Diseño.....	250
3.6.- Cálculo de la resistencia por flexión.....	302
3.7.- Cálculo de las deflexiones.....	313
<b>CAPITULO IV</b>	
<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>322</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	<b>329</b>

		Página
<b>FIGURA</b> .....		
1.1	Losa plana.....	13
1.2	Placa plana.....	16
1.3	Placa plana de elevación (Lift-Slab).....	17
1.4	Losa nervada o nervurada (Waffle).....	19
1.5	Losas trabajando en dos direcciones soportadas por columnas.....	21
1.6	Deflexiones y variación de momento en losas tra- bajando en dos direcciones soportadas por colum- nas (losas planas).....	23
1.7	Curva carga-deformación de una losa plana.....	27
1.8	Distribución del esfuerzo a través de una sec- ción de concreto presforzada excéntricamente.....	32
1.9	Primer concepto de presfuerzo (esfuerzo).....	36
1.10	Segundo concepto de presfuerzo (resistencia)....	39
1.11	Tercer concepto de presfuerzo (balance de car- gas).....	41
1.12	Comportamiento de una viga de concreto presfor- zado (curva carga-deformación).....	44
1.13	Principio del pretensado (viga pretensada).....	48
1.14	Principio del postensado (viga postensada).....	49
1.15	Operación de tensado de los tendones de pres- fuerzo en el postensado.....	51

1.16	Trayectorias de los tendones de presfuerzo - en el postensado.....	51
1.17	Gatos hidráulicos para el tensado de tendones.....	56
1.18	Anclajes para alambres y cables.....	58
1.19	Anclajes para cables y varillas.....	60
1.20	Características de deformación del concreto de alta resistencia.....	64
1.21	Efecto del contenido de agua en la contrac-- ción por secado del concreto de alta resis-- tencia.....	67
1.22	Curvas esfuerzo-deformación típicas para ace-- ros de presfuerzo.....	71
1.23	Pérdidas por fricción.....	82
1.24	Una losa plana simple.....	85
2.1	Distribución teórica de momentos.....	94
2.2	Obtención de la rigidez de la columna equiva-- lente.....	99
2.3	Franja de una losa en la cual se determinan -- los momentos flexionantes.....	110
2.4	Idealización de la estructura para el análisis por el método del marco equivalente.....	110
2.5	Columna modificada equivalente.....	113
2.6	Cálculo de las rigideces de vigas equivalentes	

en sistemas de piso sin vigas (losas planas).. 116

2.7 Factores de transporte y factores de rigidez para miembros con momento de inercia (I) infinito sobre parte de su longitud..... 120

2.8 Análisis estructural de los marcos..... 125

2.9 Condiciones desfavorables de carga..... 126

2.10 Análisis de los momentos para una losa plana continua empleando el método de la viga..... 129

2.11 División del sistema de piso en franjas de columna y franjas centrales..... 132

2.12 Historia de la vida de un miembro preforzado-bajo flexión..... 135

2.13 Balance de carga uniforme en una viga simple.. 138

2.14 Balance de carga uniforme en una viga continua 142

2.15 Configuración idealizada del tendón para el método directo de diseño..... 151

FIGURA

2.16 Diagrama de cuerpo libre de un miembro preforzado..... 161

2.17 Distribución de esfuerzos en vigas..... 161

2.18 Límites de esfuerzos (esfuerzos permisibles).. 166

2.19 Distribución de esfuerzos en el concreto para varias etapas de carga..... 166

	Página
2.20	Localización de los puntos del núcleo..... 166
2.21	Determinación del perfil del tendón..... 169
2.22	Determinación de la resistencia a la flexión... 178
2.23	Cortante y tensión diagonal en una viga sin -- presfuerzo..... 188
2.24	Cortante y tensión diagonal en una viga con -- presfuerzo..... 188
2.25	Cortante y tensión diagonal en una viga balan- ceada..... 191
2.26	Superficie de falla definida por el cortante - de penetración..... 191
2.27	Refuerzo de cortante para placas planas..... 199
2.28	Estimación de las deflexiones en una losa pla- na postensada..... 202

#### GRAFICA

2.1	Relaciones de distribución de momentos para lo sas planas en tableros exteriores..... 105
2.2	Cartas de interpolación para distribución late ral de los momentos en losas planas, y se pro- porciona el porcentaje de los momentos totales que se asigna a la franja de columna..... 107

## TABLA

1.1	Esfuerzos permisibles en el concreto en -- miembros presforzados.....	67
1.2	Areas, resistencias y carga de tensado <u>ini</u> cial para aceros de presfuerzo.....	71
1.3	Propiedades de los aceros de presfuerzo...	74
1.4	Resumen de pérdidas de presfuerzo en por-- centaje del presfuerzo inicial.....	85
2.1	Porcentaje de los momentos totales que se asignan a la franja de columna.....	107
2.2	Constantes para calcular los momentos de - empotramiento, rigideces y factores de --- transporte en sistemas de piso sin vigas y sin o con capiteles en las columnas.....	117
2.3	Constantes para calcular los momentos de - empotramiento, rigideces y factores de --- transporte en sistemas de piso sin vigas, - y con ábacos y capiteles.....	118
2.4	Factores de rigidez de columna kc.....	120

## INTRODUCCION

El objeto de esta tesis, es proporcionar información sobre los métodos de Análisis y Diseño más Comunes para el Cálculo de los Sistemas de piso a base de losas planas postensadas, y en base en los reglamentos actuales, (ACI-71, D.D.F.-77)\*.

El empleo cada vez más frecuente de Materiales de mayor -- resistencia, tales como: El concreto y el acero, ha dado lugar a la aplicación de los Sistemas Presforzados, tales como: El Pretensado y el Postensado.

El Pretensado, que requiere la instalación de una planta -- especial, y el postensado, que puede ser realizado ya sea en planta ó en la obra, y que además es el objeto de estudio de esta tesis en lo relativo a losas planas.

El Capítulo I: Consiste en dar una información General --- acerca de los Antecedentes de losas planas tales como: Definiciones y comportamiento dentro de lo que corresponde al Concreto reforzado; así como, una información general sobre: Conceptos, Definiciones de Sistemas, Sistemas de Anclajes, Materiales empleados tales como: Concreto y Acero de alta resistencia, Pérdidas de --- Presfuerzo, y Definiciones y Conceptos sobre las losas planas postensadas, todo esto dentro de lo que corresponde al concreto presforzado.

El Capítulo II: Consiste en exponer la distribución de mo-- mentos de una franja de diseño de losa, dividiéndola en franja de

\* ACI-71 = American Concrete Institute, 1971.

D.D.F.-71 = Departamento del Distrito Federal, 1977.

columna y franja central, y que se llevará a cabo después del -- Análisis, en base a los Reglamentos actuales. Además consiste en exponer y definir los Métodos de Análisis por Carga Vertical para losas planas postensadas (que consisten en obtener las acciones internas tales como: Momentos y Fuerza Cortante), tales como: El Método Directo de Análisis, el Método del Marco Equivalente, y el Método de la Viga.

Así como exponer y definir los Métodos de Diseño para las mismas (que consisten en obtener la Fuerza de Presfuerzo requerida y los Esfuerzos debidos a la carga externa y al presfuerzo), - tales como: El Método de Balance de Cargas y el Método Directo de Diseño (que se basa también en el balance de cargas). Además se expone el Análisis Elástico por Flexión, que consiste en obtener los Esfuerzos debidos a la combinación de las Cargas Externas y el Presfuerzo. Y se expone también algo de teoría para la obtención del Núcleo de una sección de una viga presforzada (Núcleo dentro del cual se puede aplicar la fuerza de presfuerzo -- sin producir tensiones en las fibras extremas de la sección); y la determinación del perfil del "tendón" para la misma sección, - considerando los límites de los esfuerzos permisibles de trabajo en tensión, en las fibras extremas.

Se expone también el Método para calcular la Resistencia a Flexión de una Viga Presforzada, en este caso Postensada, determinando el porcentaje balanceado y máximo para una sección de la misma, y aplicando el Reglamento del Departamento del Distri-

to Federal, 1977, para el cálculo de dicha resistencia.

Se expone además la teoría para calcular la Resistencia a Cortante y Tensión Diagonal, proporcionando antecedentes a partir del Reglamento ACI-71, en lo relativo a Vigas y Losas Planas presforzadas (Postensadas), y combinando y adaptando después esto al Reglamento del Departamento del Distrito Federal 1977. Y haciendo una exposición de los Esfuerzos Cortantes Permisibles tanto para Vigas como para Losas Planas, tanto en concreto Reforzado como Presforzado y haciendo comparaciones.

Se expone además la teoría para calcular Deflexiones en Losas Planas Postensadas en relación a los métodos de Análisis expuestos.

El Capítulo III: Consiste en la exposición de un Ejemplo Práctico que trata sobre el Análisis por Carga vertical y el Diseño de una Losa Plana Postensada a Base de tableros cuadrados, y teniendo un Edificio de dos plantas, por lo tanto, se tomó como representativa la losa plana intermedia para ambos sistemas de piso.

Para el cálculo de los Diámetros de columna se tomó en cuenta el peso de las losas y el peso propio de las columnas; se determinó la posibilidad de usar Abaco ó Capitel en la periferia de la columna al calcular su resistencia al cortante por penetración.

El Análisis se hizo por dos Métodos: El Método del Marco Equivalente y el Método Directo de Análisis (y para una franja de diseño interior, y una exterior ó de borde); para simplificar el trabajo se tomaron como representativas las acciones internas obteni

das a partir del Método del Marco Equivalente.

El Diseño (determinación de la Fuerza de Presfuerzo y de los Esfuerzos debidos a Carga Externa + Presfuerzo), consistió en tomar en cuenta la división por Franjas, de Columna y Central, y considerando a ambas como Vigas Continuas, y considerando como-balanceada la Carga Muerta y haciendo un Diseño para cada una de ellas.

Se tomaron en cuenta dos Métodos de Diseño: El Método de Balance de Cargas y el Método Directo de Diseño.

Se trazaron perfiles tentativos para los cables al calcular por cada uno de los Métodos de Diseño.

El Cálculo de la Resistencia por Flexión, consistió en tomar en cuenta la división por Franjas (Franja de Columna y Central), y se hizo un cálculo de Resistencia para cada una de las Franjas (considerándolas como Vigas continuas), y para cada uno de los Métodos empleados en el Diseño.

El Cálculo de la Deflexión se hizo Considerando como Balanceada la Carga Muerta, para la cual la Deflexión es nula, y sólo calculando la Deflexión debida a la Carga Residual.

El Cálculo se hizo así: Para un Tablero Interior, se calculó la Flecha debida a la Carga Residual en dos Franjas de Columna paralelas, y haciendo el Análisis para la Franja de Columna, para esa Carga, y por el Método del Marco Equivalente, y haciendo el cálculo de la Flecha por el Método del Trabajo Virtual, a esta Flecha se le sumó la Flecha debida a la Carga Residual en una Franja

ja Central perpendicular a la Franja de Columna y con los mismos Métodos de Análisis y Cálculo de Flechas.

Y tomando como la Flecha total a la suma de ambas Flechas.

Como último punto se exponen las Conclusiones que se resumieron de toda la Tesis.

Es importante hacer la aclaración de que en una Tesis de este tipo es imposible exponer toda la teoría existente con respecto a Losas Planas Postensadas, por las limitaciones de tiempo y Bibliografía y los cambios de los Reglamentos; pero se exponen los conceptos fundamentales que dan una visión general del caso, y que ayudarán en mucho, a todos los interesados en el tema, tanto estudiantes como Ingenieros.

NOTACION

- $A_{ps}$  = Area del acero de presfuerzo en tensión.  
 $A, A_c$  = Area de la sección gruesa de concreto.  
 $A's$  = Area de acero en compresión no presforzado.  
 $a$  = Profundidad del bloque de esfuerzos de compresión, en el cálculo de la resistencia a la flexión.  
 $b$  = Ancho de la franja de losa (sección).  
 $c$  = Profundidad del eje neutro de la sección, cálculo de resistencia por flexión.  
 $C$  = Momento polar de inercia de la viga transversal, marco-equivalente.  
 $c_1$  = Ancho de la columna o capitel en la dirección en que se determinan los momentos.  
 $c_2$  = Ancho de la columna o capitel en la dirección transversal a la que se determinan los momentos.  
 $cm$  = Centímetro.  
 $cm^2$  = Centímetro cuadrado.  
 $C.V., w_1$  = Carga Viva.  
 $C.M., w_d$  = Carga Muerta.  
 $C_c$  = Coeficiente de deformación plástica.  
 $c.g.c.$  = Eje Neutro de la sección de concreto.  
 $c.g.s.$  = Centro de gravedad del acero de presfuerzo.  
 $d$  = Peralte efectivo de la sección, cálculo de la resistencia por flexión.

- $e, e_{c.c.}$  = Excentricidad del tendón de presfuerzo con respecto al eje neutro de la sección,  $e_{c.c.}$ , en el centro -- del claro.
- $\xi'_s$  = Alargamiento a la ruptura del acero de presfuerzo.
- $\xi_y$  = Deformación de fluencia del acero de presfuerzo.
- $\xi'_{sc}$  = Deformación del acero en compresión no presforzado.
- $\xi'_{sy}$  = Deformación a la fluencia del acero en compresión no presforzado.
- $E_s$  = Módulo de elasticidad del acero de presfuerzo.
- $E_c$  = Módulo de elasticidad del concreto.
- $E'_s$  = Módulo de elasticidad del acero en compresión no --- presforzado.
- $F, P, P_e$  = Fuerza de presfuerzo, presfuerzo efectivo.
- $f$  = Esfuerzo.
- $f_{axial}, f_c, f_1$  = Esfuerzo axial debido al presfuerzo (carga interna).
- $f_{flexionante}, f_2$  = Esfuerzo flexionante debido a las cargas externas.
- $f_{total}$  = Esfuerzo total.
- $f_{sup}$  = Esfuerzo total en la fibra superior de la sección.
- $f_{inf}$  = Esfuerzo total en la fibra inferior de la sección.
- $f_{pu}$  = Esfuerzo ultimo a la tensión del acero de presfuerzo.
- $f_{py}$  = Esfuerzo a la fluencia por tensión del acero de presfuerzo.
- $f_y$  = Esfuerzo de fluencia del acero no presforzado.

- $f_{ci}$  = Esfuerzo permisible en el concreto en compresión, en la transferencia ( $P_i$ ), inmediatamente después de la misma.
- $f_{ti}$  = Esfuerzo permisible en el concreto en tensión en la transferencia ( $P_i$ ), inmediatamente después de la misma.
- $f_{cs}$  = Esfuerzo permisible en el concreto en compresión después de la transferencia ( $P_e$ ).
- $f_{ts}$  = Esfuerzo permisible en el concreto en tensión después de la transferencia ( $P_e$ ).
- $f'_c$  = Resistencia a la compresión del concreto.
- $F.col$  = Franja de columna.
- $F.central$  = Franja central.
- $h, h_1$  = Flecha ó deflexión del tendón de presfuerzo.
- $h_s, t$  = Peralte total ó espesor de la losa.
- $I$  = Momento de inercia.
- $I_s$  = Momento de inercia de la losa.
- $I_c$  = Momento de inercia de la columna.
- $int$  = interior.
- $Kg, Kg-m$  = Kilogramo, Kilogramo-metro.
- $K_{ec}$  = Rigidez de la columna equivalente.
- $K_c$  = Rigidez de la columna.
- $K$  = Porcentaje usado en el método directo de diseño.
- $L_1$  = Claro centro a centro de columnas en el cual se determinan los momentos.

- $L_2$  = Ancho de la franja de diseño de losa, claro transversal a  $L_1$ .
- $M$  = Momento debido a la carga externa.
- $M_0$  = Momento estático total.
- mm = Milímetros.
- $m, m^2$  = Metros, metros cuadrados.
- Neg = Negativo
- Pos = Positivo.
- $P_i$  = Presfuerzo inicial.
- $r$  = recubrimiento.
- $r_{c.c.}$  = recubrimiento en el centro del claro.
- Signo (+) = Para esfuerzo de compresión.
- Signo (-) = Para esfuerzo de tensión.
- T-m = Tonelada-metro.
- $W$  = Carga total,  $Kg/m^2$ .
- $W_1$  = Carga balanceada,  $Kg/m^2$ , método directo de diseño.
- $W_2$  = Carga residual,  $Kg/m^2$ , método directo de diseño.
- $y$  = Distancia del eje neutro a la fibra superior o inferior de la sección.
- $\alpha$  = Rigidez relativa de la viga y de la losa.
- $P_t$  = Relación entre la rigidez a tensión de la viga de borde, y la rigidez a flexión de una franja de losa de ancho  $L_2$ .
- $\Delta$  = Deflexión de la franja de losa.
- $\Delta_{fs}$  = Pérdida de presfuerzo.
- $\int p$  = Porcentaje de presfuerzo.
- $\int pb$  = Porcentaje balanceado de presfuerzo.

## CAPITULO I

### CONCEPTOS FUNDAMENTALES

- 1.1.- ANTECEDENTES SOBRE LOSAS PLANAS TAL Y COMO SE DEFINEN EN --  
CONCRETO REFORZADO.
  - 1.1.1. Losa plana
    - 1.1.1.1. Placa plana
    - 1.1.1.2. Losa nervada ó nervurada
  - 1.1.2. Estática de una losa plana
  - 1.1.3. Losas planas, modo de falla
  
- 1.2.- ANTECEDENTES Y CONCEPTOS SOBRE CONCRETO PRESFORZADO Y LOSAS  
PLANAS POSTENSADAS TAL Y COMO SE DEFINEN DENTRO DEL MISMO.
  - 1.2.1. Conceptos introductorios
  - 1.2.2. Principios generales del concreto presforzado
  - 1.2.3. Comportamiento de vigas de concreto presforzado
  - 1.2.4. Formas de aplicar el presfuerzo, clasificación y ti-  
pos
    - 1.2.4.1. El pretensado
    - 1.2.4.2. El postensado
      - 1.2.4.2.1. Presfuerzo completo
      - 1.2.4.2.2. Presfuerzo parcial
      - 1.2.4.2.3. Etapas de carga
    - 1.2.4.3. Sistemas de presforzado
      - 1.2.4.3.1. Postensado, métodos de tensado
      - 1.2.4.3.2. Tipos de anclajes

#### 1.2.4.4. Comparación de los sistemas

#### 1.2.5. Concreto para presfuerzo (postensado)

#### 1.2.6. Acero para presfuerzo (postensado)

#### 1.2.7. Pérdidas de presfuerzo

#### 1.2.8. Losas planas simples y continuas presforzadas -- (postensadas), definiciones y clasificación.

C A P I T U L O I  
CONCEPTOS FUNDAMENTALES

1.1.- ANTECEDENTES SOBRE LOSAS PLANAS TAL Y COMO SE DEFINEN EN CONCRETO REFORZADO.

1.1.1. Losa plana\* . Ver la Figura 1.1.

La losa plana es una losa que trabaja en dos direcciones y que está apoyada directamente sobre columnas, y además consta de un engrosamiento de la losa en la periferia de la columna llamado "Abaco", y una ampliación de la columna en el tope en contacto con la losa, llamada "Capitel".

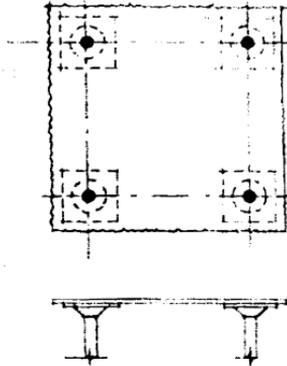
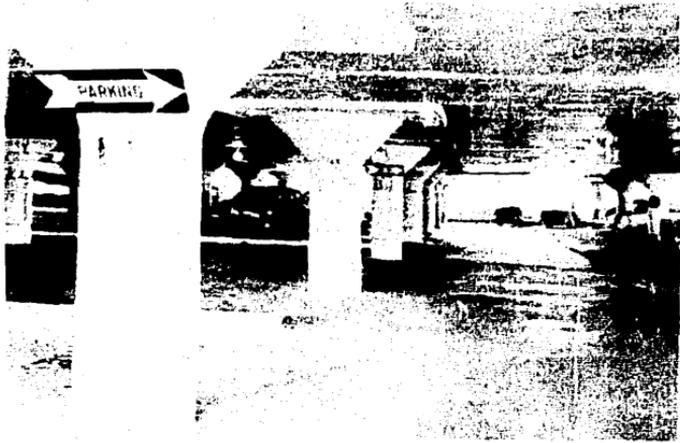
Ambos (capital y ábaco) sirven al doble propósito de reducir el efecto del esfuerzo cortante en la periferia de la columna, y aumentar la resistencia a momento negativo en el apoyo (debido al mayor peralte efectivo d).

La construcción de losa plana es económica para cargas vivas de hasta  $500 \text{ Kg/m}^2$  ó más y para claros de hasta aproximadamente (9 metros), para claros más largos de (9 metros) son deseables vigas y trabes a causa de la rigidez mejorada.

Este tipo de losas se consideran como un caso particular de losas perimetralmente apoyadas en el que las vigas se han ido reduciendo de sección hasta desaparecer, su rigidez es muy pequeña (losas planas).

---

\* Las losas planas, fueron construidas y vendidas muchos años antes de que estuviera disponible un método de análisis adecuado, el iniciador fué un americano, C.A.P. Turner, que las construyó por intuición, y aplicaba una carga de prueba, esto fué de 1910 a 1920.



F I G U R A 1 1

L O S A F L A N A

(R<sup>o</sup> 13. Pags 379 y 198)

Se usarán o podrán usarse vigas donde se interrumpa la losa, como alrededor de muros de escalera y en los bordes discontinuos de la losa.

Las losas planas son comunmente diseñadas para una carga uniforme cubriendo una area completa de tablero.

Si son cargas concentradas se requieren vigas de apoyo.

En concreto reforzado se usa refuerzo de varillas derechas paralelas a las superficies de la losa (losas planas simples), y en losas planas continuas las varillas de la base se doblan hacia arriba para resistir el momento negativo sobre los apoyos.

Las losas planas se pueden llegar a presforzar por medio de alambres y cables de alta resistencia a la tensión, pero esto se verá en la sección (1.2.).

Se puede decir también que las losas planas son miembros delgados no económicos en acero, pero económicos en cimbra, ya que no hay vigas, y por eso se prefieren, por la uniformidad de la superficie inferior de la misma.

Las losas planas pueden ser macizas ó aligeradas como se verá enseguida, se consideran como un caso particular de las losas planas los siguientes tipos de losas trabajando en dos direcciones:

- 1) Placa plana
- 2) Losa nervada ó nervurada

y se definen así:

1.1.1.1. Placa Plana. La placa plana es una losa plana en-

en la cual se han eliminado los ábacos y capiteles de columna, y se obtiene una losa de piso de espesor uniforme, y que se apoya directamente sobre columnas prismáticas, Ver la Figura 1.2.

Los pisos de placa plana son económicos y ventajosos para edificios de apartamentos, en donde los claros sean moderados y las cargas relativamente ligeras.

El peralte total de la estructura para cada piso se mantiene hasta el mínimo absoluto, y resultan ahorros en la altura del edificio.

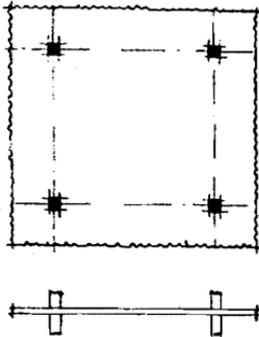
La superficie inferior lisa de la losa puede ser pintada directamente y dejada expuesta para techo, ó puede ser aplicado yeso al concreto.

Pero en este tipo de losa plana (placa plana), se tienen los siguientes problemas:

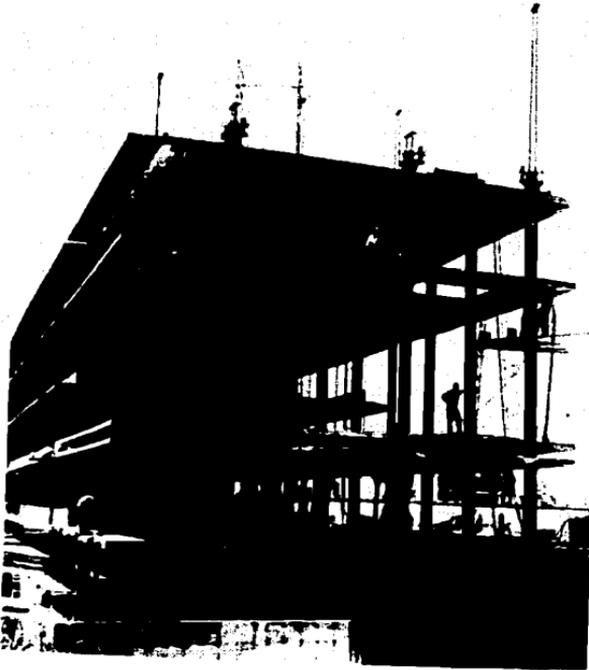
- (1) Los esfuerzos cortantes en el concreto pueden ser muy altos cerca de las columnas, y a veces se requiere refuerzo especial en la forma de secciones de acero o refuerzo extra de varillas.
- (2) Deflexiones; a veces se tienen problemas con las deflexiones debido al espesor tan pequeño de las losas.

Una variante de los pisos de placa plana, es la losa de levantamiento (Lift-Slab); cuya construcción consiste en lo siguiente: Ver la Figura 1.3.

En la planta del terreno son coladas las placas planas (que serán las camas de colado) con un separador (agente de sepa-



F I G U R A 1 . 2  
P L A C A P L A N A  
(Ref. 13. Pags. 380 y 198)



F I G U R A 1 3

PLACA PLANA DE ELEVACION

(LEFT - SIDE)

(Ref 13 Pag 381)

ración) colocado entre cada una, y son coladas sucesivamente una sobre otra, y luego son erigidas y montadas las columnas (de acero), y se colocan los gatos hidráulicos sobre las columnas, y -- por medio de varillas roscadas que pasan a través de un collar -- de izado que se coló en el concreto de la losa, estas son izadas hasta la posición deseada, sucesivamente (de arriba a abajo), y luego estos collares de Izado son soldados a la columna de acero por medio de cojinetes de cortante.

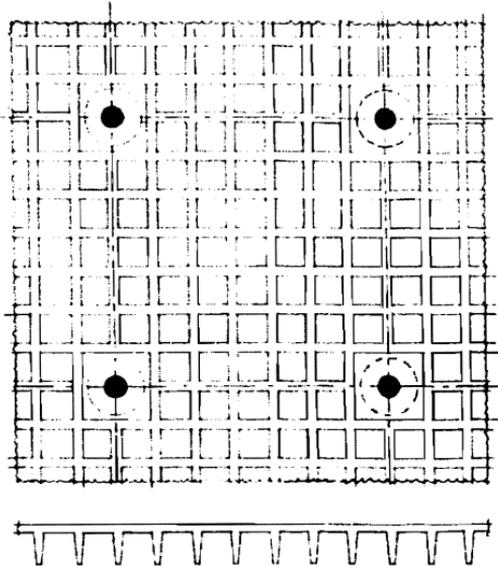
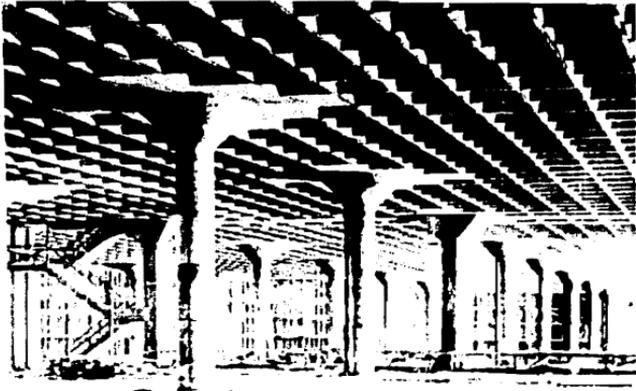
Estos collares de Izado (Uevantamiento), además de proporcionar anclaje a las varillas de Izado, sirven para resistir el esfuerzo cortante en la periferia de la columna, al aumentar el perímetro efectivo, y por lo tanto mejoran la resistencia al esfuerzo cortante.

1.1.1.2. Losa nervada ó nervurada (Waffle). Ver la Figura-1.4.

La losa nervada consiste en una placa plana en la cual se ha reducido la carga muerta considerablemente, tras crear "huecos" en los que de otra manera habría una losa sólida.

En su mayor parte el concreto eliminado está en tensión -- y es ineficaz, por lo tanto, el piso más ligero tendrá virtualmente las mismas características estructurales que el piso sólido.

Los huecos se forman usando moldes de acero de forma de -- domo, así también, con moldes recuperables de plástico, madera ó cartón, o incorporando bloques huecos o tubos de cartón.



F I G U R A 1.4

LOSA NERVADA O NERVURADA  
(W A F F L E )

Los moldes son removidos después de que endurece el concreto.

La pestaña de cada domo debe hacer contacto con las pestañas de los domos vecinos, para que el concreto se cuele sobre una superficie uniforme de domos, y por lo tanto, resulta un buen acabado, y resulta un aspecto de Waffle; que se usa para ventajas arquitectónicas.

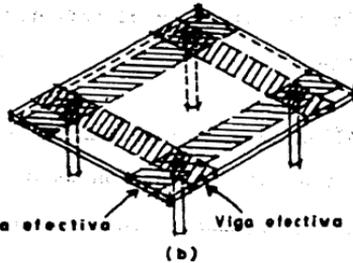
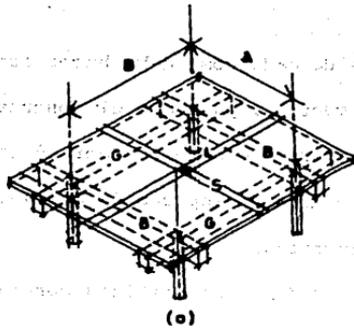
Los moldes de domo son omitidos generalmente cerca de las columnas, formando una losa sólida más fuerte para resistir los momentos de flexión negativos y el esfuerzo cortante, ambos elevados en esa región.

#### 1.1.2. Estática de una losa plana. Ver la Figura 1.5.

La figura, muestra una porción de un sistema de piso en la que un tablero rectangular de losa es soportado por vigas en los cuatro lados. Las vigas, a su vez, son soportadas por columnas en las intersecciones de sus líneas centrales.

Si una carga de superficie  $W$  ( $\text{Kg}/\text{m}^2$ ) es aplicada, esa carga es compartida entre franjas de losa imaginarias (S) en la dirección corta y (L) en la dirección Larga. Se observa, que la porción de la carga que es llevada por las franjas largas (L) es entregada a las vigas (B) que cruzan en la dirección corta del tablero.

Esta porción llevada por las vigas (B), más aquella llevada directamente en la dirección corta por las franjas de losa (S), suman 100 por ciento de la carga aplicada al tablero (W).



### F I G U R A 1.5

Losas trabajando en dos direcciones soportadas por Columnas

a) losa trabajando en dos direcciones con Vigas y Columnas

b) losa trabajando en dos direcciones sin Vigas

(Ref.13.Pag.209)

Similarmente, las franjas de losa en la dirección corta (S), entregan una parte de la carga (W) a las vigas de la dirección larga (G).

Esa carga, más la carga llevada directamente en la dirección larga por las franjas de losa (L), suman 100 por ciento de la carga aplicada (W).

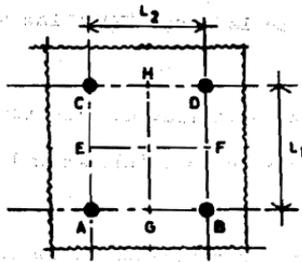
Esto es claramente un requisito de la estática, aquel para estructura soportada por columnas; "100 por ciento de la carga -- aplicada debe ser llevada en cada dirección, conjuntamente por la losa y sus vigas de apoyo."

Una situación similar se obtiene en el piso de placa plana que se muestra en la Figura (1.5b), en este caso son omitidas las vigas.

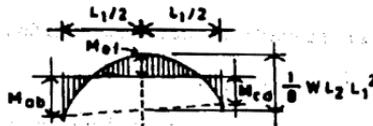
Sin embargo, franjas anchas de losa centradas sobre las líneas de columnas en cada dirección, cumplen la misma función -- que las vigas de la Figura (1.5 a); para este caso, también, la carga total (W) debe ser llevada en cada dirección. La presencia de ábacos ó capiteles de columna en la zona doblemente sombreada cerca de las columnas, no modifica este requisito de la estática, Ver la Figura (1.6).

La Figura (1.6a), muestra un piso de placa plana soportado por columnas en: A,B,C,D.

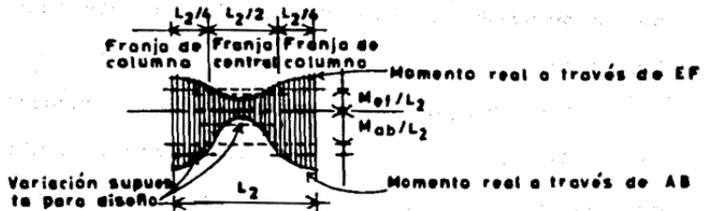
La Figura (1.6b), muestra el diagrama de momentos para la dirección del claro ( $L_1$ ), en esta dirección, la losa puede ser considerada como una viga plana ancha, de ancho ( $L_2$ ), por lo tan



(a)



(b)



(c)

## F I G U R A 1.6

Deflexiones y variación de Momentos en Losas  
trabajando en dos direcciones soportadas por  
Columnas (Losas Planas)

- a) Secciones de Momento
- b) Variación del Momento a lo largo del claro
- c) Variación del Momento a través del ancho de las secciones críticas.

to, la carga por metro de claro es:  $WL_2$ , en unidades de  $Kg/m$ .

Se observa en la Figura (1.6b), que en los extremos del claro ( $L_1$ ), los momentos son negativos y son:  $M_{ab}$  y  $M_{cd}$ , y en el centro del claro ( $L_1$ ), el momento es positivo, y es:  $M_{ef}$ .

En cualquier claro de una viga continua, la suma del momento positivo en la mitad del claro y el promedio de los momentos negativos en apoyos adyacentes (en los extremos del claro), es igual al momento positivo de la mitad del claro de una viga simplemente apoyada (momento estático total).

En términos de la losa, este requisito de la estática puede ser escrito para el claro ( $L_1$ ) como:

$$(a) \frac{1}{2} (M_{ab} + M_{cd}) + M_{ef} = \frac{1}{8} WL_2 L_1^2$$

y un requisito similar existe en la dirección perpendicular (claro  $L_2$ ) y es este:

$$(b) \frac{1}{2} (M_{ac} + M_{bd}) + M_{gh} = \frac{1}{8} WL_1 L_2^2$$

Estos resultados no revelan nada acerca de las magnitudes relativas de los momentos de los apoyos y momentos del centro del claro.

La proporción del momento estático total que existe en cada sección crítica (en los apoyos ó en el centro del claro), puede ser encontrada de un método de análisis elástico, el que considera las longitudes relativas de los claros de tableros adyacentes, la distribución de la carga, y la rigidez relativa de las vigas de apoyo (si hay alguna), y de las columnas, por ejemplo: El-

método del marco equivalente que se verá en la sección (2.2.2.).

Alternativamente métodos de análisis empíricos han sido -- encontrados, que son dignos de confianza y que bajo condiciones restringidas pueden ser adoptados; por ejemplo; El método directo de análisis, que se verá en la sección (2.2.1).

Los momentos a través del ancho de las secciones críticas como: AB ó EF, no son constantes, sino que varían como se muestra cualitativamente en la Figura (1.6c). En donde se vé que los momentos negativos o positivos son mayores en la franja de la línea (A-B) de columnas, que en la franja central (EF) del tablero.

La variación exacta depende, de la presencia o ausencia de vigas sobre la línea de columnas, la existencia de ábacos y capiteles de columna, así como, de la intensidad de la carga.

Para fines de diseño se divide cada tablero como se muestra en la Figura (1.6c), en: "Franjas de columna", que tienen un ancho de un cuarto ( $1/4$ ) del ancho del tablero a cada lado de las líneas centrales de las columnas.

Y en "Franja central", que tiene un ancho de la mitad ( $1/2$ ) del tablero entre dos franjas de columna, (la explicación más detallada de esto, se verá en la sección 2.1.).

Los momentos se pueden considerar constantes dentro de los límites de una franja de columna ó franja central, como se mostró.

Cuando los tableros de losa plana no son cuadrados, el claro largo produce el momento mayor; en cambio en losas trabajando en dos direcciones y apoyadas en los cuatro lados, las franjas --

cortas de losa (fronjas del claro corto), llevan la carga mayor - y el momento mayor, y las franjas largas llevan menos carga y por lo tanto menos momento.

En la losa plana, la carga total debe ser soportada en ambas direcciones por la losa sola.

El reglamento ACI-71 toma el momento estático total, así:  $M_0 = \frac{1}{8} WL_2 L_n^2$ , en donde  $L_n$  es el claro libre entre caras de columnas cuadradas, ó en el caso de que haya capiteles, entre las caras de las columnas cuadradas equivalentes, esto se verá más adelante, en el capítulo 2.

A menor claro libre  $L_n$  menor  $M_0$ , (Mayor capitel).

A mayor claro libre  $L_n$  mayor  $M_0$ , (Menor capitel).

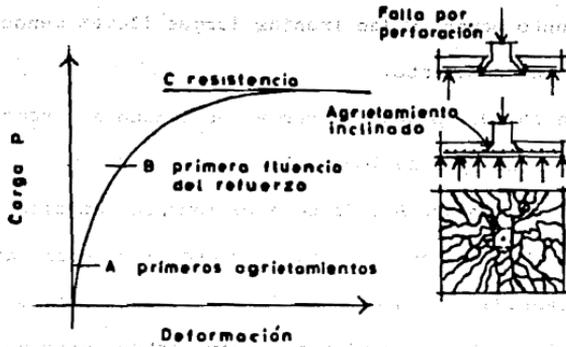
### 1.1.3. Losas planas, modo de falla.

Para estudiar el modo de falla de las losas planas, se han probado losas cuadradas apoyadas perimetralmente ó sobre camas de resortes y el comportamiento a la falla bajo carga ha sido el mismo.

La carga se aplica concentrada sobre una superficie cuadrada menor.

La Figura (1.7) muestra esquemáticamente una curva carga - deformación calculada al centro de uno de estos elementos.

En general, si se tiene un elemento relativamente esbelto y dúctil, se pueden desarrollar las 3 etapas mostradas en la Figura (1.7), que son las siguientes:



F I G U R A 1.7

Curva Carga-Deformación de una Losa Plana  
(Ref.4, Pag.111)

1a Etapa: Es desde el Origen al punto A, (O-A).

En esta etapa el comportamiento es aproximadamente lineal, hasta que se presentan los primeros agrietamientos en la cara de tensión de la losa.

2a Etapa: Etapa comprendida entre los puntos A y B; en esta etapa se alcanza la primera fluencia del refuerzo horizontal de tensión, y el agrietamiento se extiende por la losa.

Simultáneamente, pueden presentarse grietas inclinadas que van desde el acero de tensión, hacia la periferia de la superficie cargada, formando una pirámide o cono truncado alrededor de esta superficie.

3a Etapa: Etapa comprendida entre los puntos B y C; al final de esta etapa se alcanza la resistencia (punto C), y se produce el colapso final por penetración de la columna a través de la losa, con una superficie de falla en forma de pirámide ó cono truncado.

Dependiendo de la relación entre el claro y el peralte de la losa ó de la relación entre el área de la losa y el área de la superficie de aplicación de la carga y de la cantidad de acero longitudinal de flexión, la falla por perforación puede presentarse antes o después de que fluya el acero longitudinal (Por lo tanto; es

to sucede a menor peralte de la losa ó menor área de columna).

En otras palabras, en una losa de poca esbeltez y con mucho acero longitudinal, no se podrán desarrollar mas que las etapas OA y OB, de la curva descrita anteriormente. Incluso, puede suceder que la columna perfore la losa antes de que se alcance el punto B, aunque en este caso es poco probable para las dimensiones usuales en la práctica.

Cuando el colapso por perforación se presenta después de que la losa ha sufrido un agrietamiento considerable, y después de que ha fluido el acero longitudinal, el tipo de falla puede clasificarse como de flexión, y se caracteriza por una deformación importante.

Independientemente de la magnitud de la deformación a la falla, el colapso final se presenta siempre por perforación de la columna a través de la losa, y la superficie de falla tiene la forma de una pirámide o cono truncado.

Lo anterior indica que existe siempre una etapa previa al colapso final, en la cual se desarrollan grietas inclinadas alrededor de la superficie cargada, hasta que se forma una superficie de falla.

Los esfuerzos cortantes permisibles del concreto (nominales), en general son mayores que para una viga, debido principalmente al efecto del ancho del elemento, y a que el concreto alrededor de la superficie cargada está sujeto a compresiones normales en dos direcciones, que le dan confinamiento lateral.

## 1.2. ANTECEDENTES Y CONCEPTOS SOBRE CONCRETO PRESFORZADO Y LOSAS PLANAS POSTENSADAS TAL Y COMO SE DEFINEN DENTRO DEL MISMO.

### 1.2.1. Conceptos Introdutorios.

Para definir al concreto presforzado se seguirá la siguiente trayectoria:

El concreto reforzado tiene las siguientes desventajas:

- (1) En flexión, todo el concreto en el lado de tensión del eje neutro (dos tercios o más en miembros a flexión), es perdida como un medio de resistir esfuerzo; su principal función estructural es mantener las varillas de refuerzo en el lugar y protegerlas de la corrosión, y como consecuencia de la flexión vienen enseguida:
- (2) El agrietamiento y la deflexión excesiva, y además las grietas de tensión diagonal, los cuales repercuten en la apariencia y durabilidad del elemento de concreto reforzado.

Todo esto ha sido solucionado por el concreto presforzado; el cual consiste en usar materiales de alta resistencia como acero y concreto; pero la diferencia con el concreto reforzado consiste:

En que al Acero se le aplica un esfuerzo de tensión intencional, antes o al mismo tiempo de la aplicación de las cargas externas (muerta y viva) al elemento, y esto crea esfuerzos de -- compresión en la fibra inferior del elemento, tales que, al sumarse con los esfuerzos debidos a las cargas externas (muerta y vi

va), anulan los esfuerzos de tensión o los mantienen dentro de los límites permisibles para el concreto, (puede haber excentricidad o nó del acero de presfuerzo). Así mismo, se mejora el comportamiento\* general de la estructura bajo cargas de servicio (muerta y viva).

O dicho de otra manera, al aplicar el presfuerzo (fuerza interna) con una excentricidad con respecto al eje neutro del elemento, se crean esfuerzos de compresión en la fibra inferior del mismo, debido al momento excéntrico (P.e);  $(+ \frac{P \cdot e}{I} y)$ , y los esfuerzos en la sección debidos al presfuerzo son: Ver la Figura (1.8).

Esfuerzos en la fibra inferior:

$$\text{Esfuerzo axial (compresión)} = + \frac{P}{A}$$

$$\text{Esfuerzo flexionante (compresión)} = + \frac{P \cdot e}{I} y$$

por lo tanto el Esfuerzo total es;  $f = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e}{I} y$ , que es de compresión.

Y además debido al momento excéntrico (P.e) se crean esfuerzos de tensión en la fibra superior del elemento  $(- \frac{P \cdot e}{I} y)$ , y los esfuerzos en la fibra superior debidos al presfuerzo son:

$$\text{Esfuerzo axial (compresión)} = + \frac{P}{A}$$

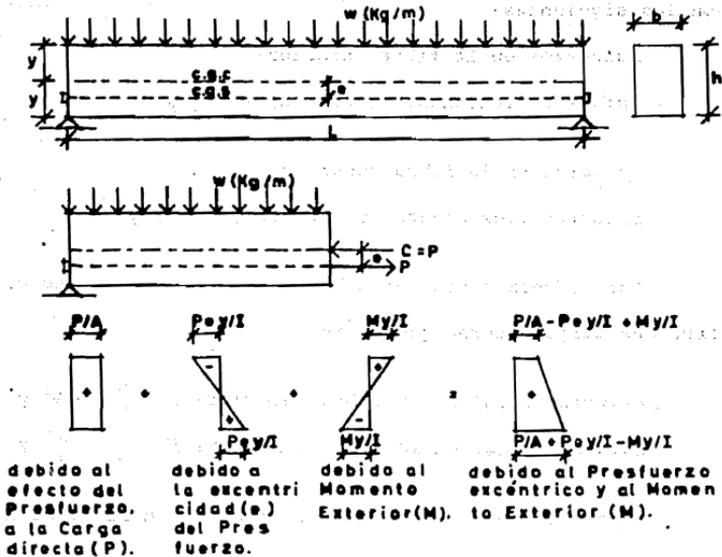
$$\text{Esfuerzo flexionante (tensión)} = - \frac{P \cdot e}{I} y$$

Por lo tanto el esfuerzo total es;  $f = \frac{P}{A} - \frac{P \cdot e}{I} y$

Los esfuerzos totales debidos al presfuerzo, equilibran -

\* El comportamiento de una estructura de concreto presforzado, después del agrietamiento por flexión, es similar al de una estructura de concreto reforzado.

IMP. (REV. 1974) (REV. 1974)



$P$  = Fuerza de Prestuerzo Efectiva  
 $A$  = Area de la Sección Gruesa de Concreto =  $bh$   
 $I$  = Momento de Inercia de la Sección Gruesa de Concreto  
 $c.g.c$  = Eje Neutro de la Sección de Concreto  
 $c.g.s$  = Centro de Gravedad del Acero de Prestuerzo  
 $e$  = Excentricidad del Tendón de Prestuerzo con respecto al Eje Neutro.

F I G U R A 1.8

Distribución del Esfuerzo a través de una sección de Concreto Prestorzada excentricamente

a los esfuerzos debidos a la carga externa (muerta y viva), que son los siguientes:

Esfuerzos en la fibra inferior:

$$\text{Esfuerzo flexionante (tensión)} = -\frac{M}{I} y$$

Esfuerzo en la fibra superior:

$$\text{Esfuerzo flexionante (compresión)} = +\frac{M}{I} y$$

Los esfuerzos totales debido a la combinación de carga interna mas carga externa quedan así:

$$\text{Esfuerzo total en la fibra inferior: } f = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e}{I} y - \frac{M}{I} y$$

$$\text{Esfuerzo total en la fibra superior: } f = \frac{P}{A} - \frac{P \cdot e}{I} y + \frac{M}{I} y$$

Y por lo tanto se obtiene la combinación ideal de los dos materiales, el concreto trabajando en compresión, y el acero trabajando en tensión.

Con el presfuerzo se pueden llegar a limitar los agrietamientos y deformaciones (o sea que; se puede crear una contraflecha o flecha nula al usar presfuerzo excéntrico). Así mismo, el presfuerzo disminuye la tensión diagonal para cargas de trabajo, esto es en el caso de que se usen tendones parabólicos.

El presfuerzo proporciona dos beneficios:

- (1) Induce deformaciones y esfuerzo, deseables en la estructura.
- (2) Equilibra las deformaciones y esfuerzos indeseables.

El elemento de presfuerzo se llama "tendón", y se presenta en la forma de: alambres, cables y varillas.

Debido a que no hay agrietamiento bajo cargas de trabajo, trabaja la sección completa de concreto, y por lo tanto, se reducen los peraltes de los elementos estructurales (ya sean losas ó vigas), lo cual trae ahorros en los materiales como: concreto y acero, y trae como consecuencia: ahorros de peso; sobre todo en edificios (y por lo tanto se obtienen en general ahorros en peso y altura de los mismos).

Para presforzar se aplica una fuerza cuya magnitud depende de ( $e$  = excentricidad del tendón de presfuerzo con respecto al -- eje neutro), si ( $e$ ) es mayor, se necesita menos fuerza de presfuerzo.

Como nota histórica tenemos lo siguiente:

El presfuerzo data de hace siglos, y se empleó en la construcción de barriles con anillos de acero que se unían en caliente, y al enfriarse se contraían y aplicaban esfuerzos radiales de compresión al barril (presfuerzo), y esta viene a ser la primera aplicación del mismo.

El presfuerzo se usó en un principio con varillas de resistencia ordinaria; pero debido a las pérdidas por deformación plástica y contracción del concreto, este no funcionó (se anulaba el presfuerzo); pero con los aceros de alta resistencia, se logró conservar el presfuerzo debido a la aplicación de un esfuerzo mayor al acero y que no fuera anulado por las pérdidas.

Eugenio Freyssinet, fue el primero que aplicó el concreto-

presforzado prácticamente, y esto fué en Francia, aplicando postensado a elementos estructurales.

Después F. Hoyer (Alemania), aplicó el pretensado a elementos estructurales. El desarrollo del concreto presforzado siguió este orden: Francia, Bélgica, Inglaterra, Alemania, Suiza - Holanda, Rusia Soviética, Italia y Estados Unidos.

### 1.2.2. Principios Generales del Concreto Presforzado.

(1) Primer concepto. Ver la Figura 1.9

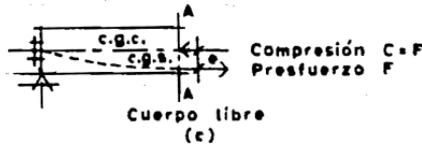
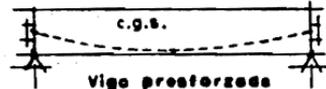
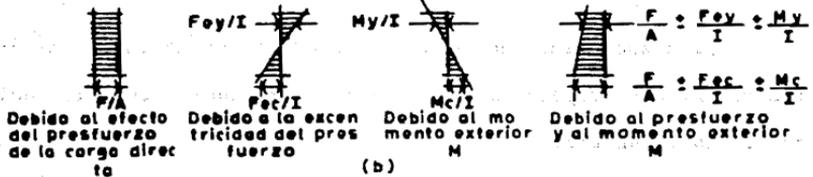
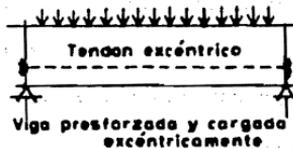
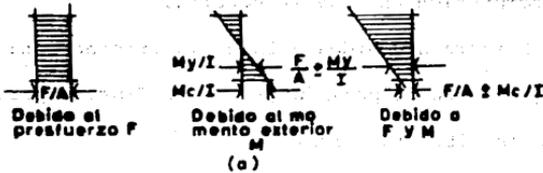
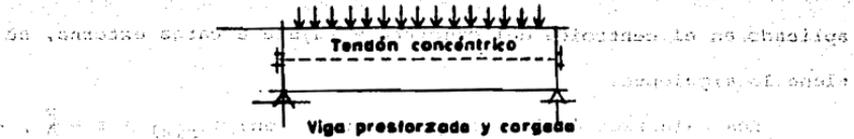
"El presfuerzo transforma al concreto en un material elástico"; esto es, debido a la ausencia de grietas, y ya que se considera al concreto como un material frágil; pero debido a la precompresión que se le aplica, se transforma en un material elástico (no hay tensión, y por lo tanto, no hay grietas).

Se visualiza al concreto presforzado como sujeto a dos sistemas de fuerzas:

El presfuerzo interior (que produce esfuerzos de compresión en la fibra inferior del elemento estructural) y la carga externa (que produce esfuerzos de tensión en la fibra inferior del elemento estructural); ambos se equilibran así mismos.

Así, cuando no hay grietas, los esfuerzos, deformaciones y deflexiones del concreto, debidos a los dos sistemas de fuerzas, se pueden considerar separadamente y superponer si es necesario.

Si se considera una viga (Ver Fig. 1.9a) con presfuerzo -



F I G U R A 1 9

Primer Concepto de Pretuerzo

- a) Distribución del Esfuerzo a través de una sección de Concreto Pretorzada Concéntricamente
- b) Distribución del Esfuerzo a través de la misma sección Pretorzada Excéntricamente
- c) Efecto del Pretuerzo.

aplicado en el centroide del concreto y sujeta a carga externa, se tiene lo siguiente:

Los esfuerzos debidos al presfuerzo\* son:  $f_{axial} = f = \frac{F}{A}$ , - que es de compresión en toda la sección.

Los esfuerzos debidos a la carga externa son:  $f_{flexionante} = \pm \frac{M}{I}$  y, que es de compresión (+) en la fibra superior y de tensión (-) en la fibra inferior.

La convención de signos es: signo (+) = compresión.

signo (-) = tensión.

Estos esfuerzos se pueden superponer así:

$$\text{Esfuerzo total} = f_{total} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} \text{ y.}$$

Si acaso existe una excentricidad (e) de la fuerza de presfuerzo (F) con respecto al eje neutro, Ver Figura 1.9b, los esfuerzos se obtienen así:

$$\text{Los esfuerzos debidos al presfuerzo son: } f = \frac{F}{A} \pm \frac{F \cdot e}{I} \text{ y}$$

La convención de signos es: signo (+) = esfuerzo de compresión.

signo (-) = esfuerzo de tensión.

Por lo tanto los esfuerzos quedan así:

$$\text{en la fibra superior: } f = \frac{F}{A} - \frac{F \cdot e}{I} \text{ y}$$

$$\text{en la fibra inferior: } f = \frac{F}{A} + \frac{F \cdot e}{I} \text{ y}$$

Los esfuerzos debidos a la carga externa son:

$$\text{Esfuerzo flexionante} = f_{flexionante} = \pm \frac{M}{I} \text{ y}$$

---

\* F = Fuerza de presfuerzo, A=Area de la sección gruesa de concreto  
M = Momento flexionante debido a la carga de trabajo, I = momento de inercia de la sección gruesa de concreto, y = distancia del eje neutro a las fibras extremas.

Por lo tanto los esfuerzos totales (sobrepuestos) son:

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} + \frac{F \cdot e}{I} y + \frac{M}{I} y.$$

Cuando se tiene una viga con un tendón curvo, Ver Fig. -- 1.9c, se toma una sección a la izquierda, y se localiza la fuerza de presfuerzo (F).

Los esfuerzos debidos al presfuerzo son:  $f = \frac{F}{A} + \frac{F \cdot e}{I} y$

Los esfuerzos debidos a las cargas externas son:  $f_{\text{flexionante}} = + \frac{M}{I} y$

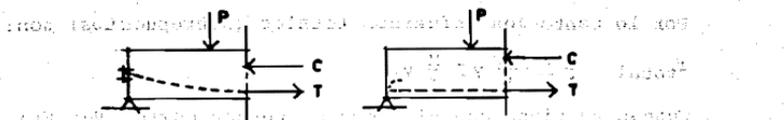
Los esfuerzos totales (sobrepuestos) son:  $f_{\text{total}} = \frac{F}{A} + \frac{F \cdot e}{I} y + \frac{M}{I} y$

Por lo tanto, los esfuerzos (f) en el concreto en una --- sección, dependen de la magnitud y localización de la fuerza de presfuerzo (F) en esa sección, sin importar como pudiera variar el perfil a lo largo de la viga.

(2) Segundo Concepto. Ver la Figura 1.10

"Presfuerzo para la combinación de acero de alta resistencia con concreto".

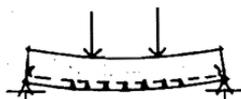
Este concepto considera al concreto presforzado como una combinación de acero y concreto, similar al concreto reforzado, sólo que aquí se usan materiales de alta resistencia, con el acero -- absorbiendo la tensión y el concreto la compresión, así que, los dos materiales forman un par resistente interno que actúa contra el momento exterior, ya que el concreto proporciona una fuerza de compresión (C) y el acero una fuerza de tensión (T), y



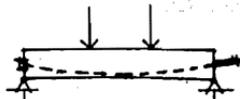
Porción de viga  
prestozada

Porción de viga  
reforzada

(a)

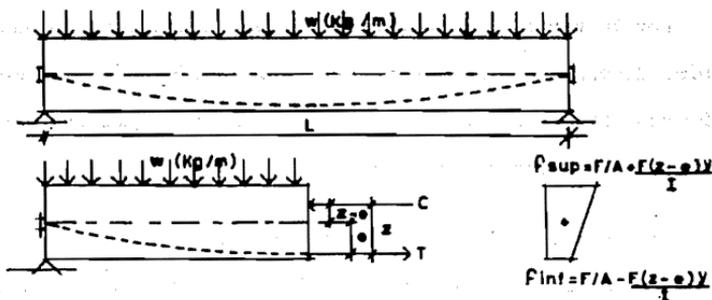


Simplemente reforzada  
- grietas y deflexiones  
excesivas



Prestozada - sin grietas  
y únicamente pequeñas  
deflexiones

(b)



$$F = C = T$$

$$P_{Total} = F/A \pm \frac{F(z-e)Y}{I}$$

$z =$  Brazo de Palanca de las Fuerzas Internas

## F I G U R A 1.10

### Segundo Concepto de Prestuerzo

- Momento Interno Resistente en vigas de Concreto Prestozadas y Reforzadas respectivamente
- Viga de Concreto utilizando Acero de Alta Resistencia
- Distribución del Esfuerzo en el Centro del claro.

separadas por un brazo de palanca ( $z$ ). Al acero se le aplica una deformación por esfuerzo de tensión y luego se ancla, lo cual -- provoca esfuerzos de compresión, y deformaciones deseables en la estructura.

Esta acción combinada, permite el empleo seguro y económico de los dos materiales, lo que no se consigue ahogando simplemente el acero en el concreto, como en concreto reforzado.

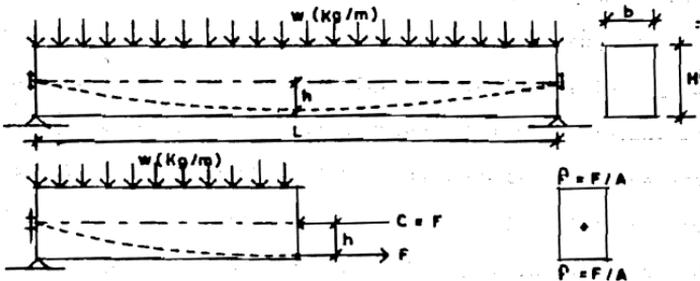
Se puede decir que el concreto presforzado es una extensión y modificación de las aplicaciones del concreto reforzado, para incluir aceros de resistencia mayor. Desde este punto de -- vista se ve que el concreto presforzado no puede realizar milagros más allá de la capacidad de la resistencia de sus materiales, es decir, no se podrá resistir un momento mayor que el que proporciona el par resistente interno.

Este concepto se ha empleado para determinar la resistencia a la ruptura de las vigas de concreto presforzado, y se aplica también a su comportamiento elástico. Con este punto de vista, se entiende la similitud básica entre el concreto presforzado y el reforzado.

(3) Tercer concepto. Ver la Figura 1.11

"Presfuerzo para lograr el balance de las cargas". Este concepto, visualiza al presfuerzo, como un intento de balancear las cargas en un miembro.

Este concepto fué desarrollado esencialmente, por T.Y.Lin.



En el Centro del Claro:

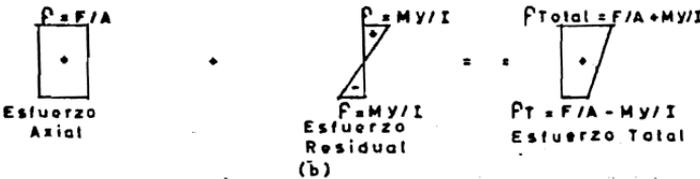
$M = Fh$   
 $Fh = \frac{W L^2}{8}$        $W = 8Fh/L^2 = \text{Carga Balanceada}$

Estuerzo  $P = F/A$

Si una Carga  $W$  es mayor que  $w = W_1$ , la Carga Residual =  $W - W_1$  y produce un Momento ( $M$ ), con Esfuerzos =  $P_{Residual} = \pm MY/I$

El Esfuerzo Total es :  $P_{Total} = F/A \pm MY/I$   
 $P_{sup} = F/A + MY/I$        $P_{inf} = F/A - MY/I$

Estuerzo en el Centro del Claro:



F I G U R A 1.11

Tercer Concepto de Presfuerzo

- a)Viga Presforzada con Tendón Parabólico
- b)Esfuerzo en el Centro del claro.

En el diseño general de una estructura de concreto presforzado, el efecto se visualiza como el equilibrio de las cargas de gravedad, para que así los miembros a flexión tales como losas y vigas, no estén sujetos a esfuerzos de flexión bajo una condición de carga dada.

Esto permite la transformación de un miembro en flexión, en un miembro bajo esfuerzo directo ( $\frac{F}{A}$ ) de compresión, y así, se simplifica grandemente, tanto el diseño como el análisis de estructuras que serían complicados de otra manera.

La aplicación de este concepto requiere tomar en cuenta al concreto como un cuerpo libre, y reemplazar los tendones con fuerzas que actúan sobre el concreto, ya sea hacia arriba o hacia abajo.

Tomamos por ejemplo, una viga simple presforzada, con un tendón parabólico, Ver Figura 1.11a.

En donde:

F = Fuerza de presfuerzo                      A = Área de la sección --  
 L = Longitud del claro    gruesa de concreto.  
 h = Flecha de la parábola

Por lo tanto, la fuerza uniforme de abajo hacia arriba, - debida al tendón (perfil), está dada por:

$$Fh = \frac{wL^2}{8} \quad \therefore \quad w = \frac{8Fh}{L^2} = \text{Fuerza uniforme de abajo hacia arriba.}$$

Por lo tanto, para una carga uniforme hacia abajo, w, la carga transversal en la viga se balancea, y la viga está sujeta a la fuerza axial (F), la cual produce esfuerzos uniformes de com-

presión en el concreto:  $f = \frac{F}{A}$ , en donde (A), es el área de la sección gruesa de concreto; (F) es la fuerza de presfuerzo.

El cambio en los esfuerzos por esta condición de equilibrio, o sea, los debidos a: La Carga residual = Carga total - Carga balanceada, se pueden calcular fácilmente por las fórmulas ordinarias de mecánica:  $f = \pm \frac{M}{I} y$

En donde: M = Momento flexionante producido por la carga residual  
 I = Momento de inercia de la sección gruesa de concreto  
 y = Distancia del eje neutro a las fibras superior o inferior de la sección. (fibras extremas).

Los esfuerzos totales son:  $f_{total} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} y$

En la fibra inferior:  $f_{total\ inf} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} y$

En la fibra superior:  $f_{total\ sup} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} y$

Este método es muy efectivo para el diseño de estructuras complicadas como vigas continuas, losas planas y nervadas, una ampliación de esto se verá en el capítulo 2.

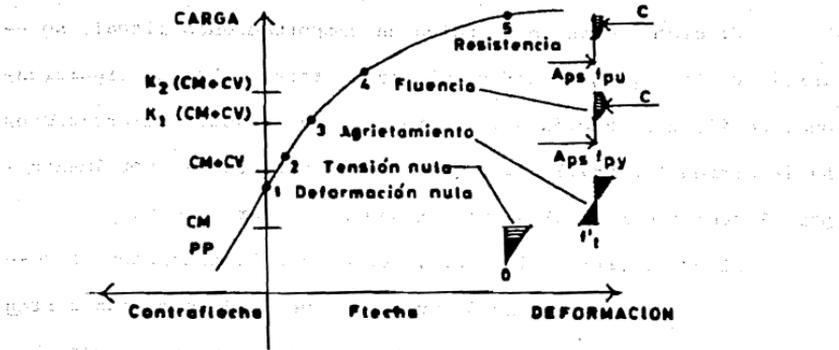
Como una conclusión de los tres conceptos se llega a lo siguiente: Los esfuerzos calculados por los tres conceptos para una misma viga con la misma carga y el mismo claro, son iguales.

### 1.2.3. Comportamiento de vigas de concreto presforzado.

Ver la Figura 1.12.

El comportamiento de una viga de concreto presforzado se expresa así: En general, una viga de concreto presforzado con --

Este tipo de comportamiento se da cuando el acero está prestuado en exceso, lo que provoca un comportamiento elástico hasta el momento de la fluencia, después de lo cual el concreto se deforma más rápidamente que el acero, produciendo una rotura por fisuración y pérdida de resistencia.



$A_{ps}$  = Área del acero de prestuerzo

PP = Peso propio

CM = Carga muerta

$K_1$  y  $K_2$  = Constantes

$f'_t$  = Módulo de rotura a tensión del concreto

$f_{py}$  = Esfuerzo de fluencia

$f_{pu}$  = Esfuerzo último del acero

Note:

Los diagramas de los puntos 2 y 3 representan

variaciones de esfuerzos; los de los puntos

4 y 5 muestran las fuerzas del par interno.

## F I G U R A 1.12

Comportamiento de una viga de Concreto Prestuzado, Curva Carga-Deformación.

(Ref.10.Pag.135)

presfuerzo excéntrico, tiene una curva carga-deformación como en la Figura 1.12, con un tramo prácticamente recto y uno curvo.

El tramo recto, que indica un comportamiento lineal, se -- inicia en la región de deformaciones negativas, lo que significa que, debido a la acción del presfuerzo, se producen deformaciones hacia arriba (contraflecha), que no se contrarrestan totalmente -- por el peso propio y algún porcentaje de la carga total.

El punto (1); de la curva, representa la condición de de-- formación nula, en que la deformación corres-- pondiente a las cargas exteriores, queda totalmente equilibrada por las producidas por el presfuerzo.

Esta condición se presenta, por ejemplo, cuan-- do la combinación de los esfuerzos debidos a las cargas exteriores y el presfuerzo produ-- ce un bloque de esfuerzos uniformes, en to-- das las secciones de la viga.

El punto (2); resulta, cuando los esfuerzos de tensión son nulos en la fibra inferior de la sección crí-- tica de la viga; se consideraba antes que no debería excederse esta condición.

Si la carga se incrementa se llega a:

El punto (3); correspondiente a la carga de agrietamiento, que se presenta cuando los esfuerzos de ten--

sión en la fibra inferior de la sección crítica coinciden con el módulo de rotura del concreto. Este es un punto notable en el comportamiento de los elementos de concreto -- presforzado, debido a que corresponde a la iniciación del agrietamiento.

Una vez sobrepasada la carga de agrietamiento, las deformaciones dejan de ser proporcionales a las cargas, y la curva carga-deformación exhibe un quiebre marcado.

El punto (4), corresponde a la carga que hace que el acero alcance su esfuerzo de fluencia.

El punto (5), representa la resistencia de la sección, o sea, su capacidad máxima a flexión.

En la gráfica, se indican sobre el eje vertical diversos -- estados de carga típicos, correspondientes a distintos estados de deformación y agrietamiento.

1.2.4. Formas de aplicar el presfuerzo, clasificación y tipos. Ver Fig (1.13, 1.14, 1.15, 1.16).

El presfuerzo se aplica por medio de elementos de acero de alta resistencia, llamados "tendones", y que pueden ser: alambres, cables ó varillas.

Los sistemas principales de presfuerzo, son: El pretensado

y el postensado. Estos se explicarán a continuación:

1.2.4.1. El pretensado: Consiste en aplicar tensión al tendón antes de colar el concreto en una cama de colado, mientras, se anclan los tendones a muertos de anclaje, y una vez que ha endurecido el concreto, se cortan los tendones, y el presfuerzo se transmite por adherencia (cerca de los extremos) entre el acero y el concreto, Ver Figura 1.13.

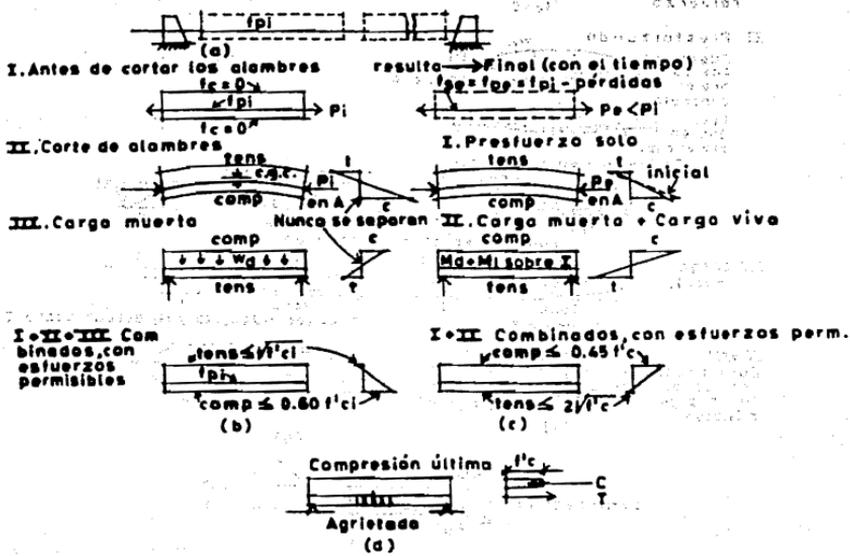
Se puede acelerar el fraguado del concreto, por medio de curado con vapor. Se debe aclarar, que los gatos hidráulicos de tensado de los tendones, se apoyan sobre muertos de anclaje, y ahí mismo se anclan los tendones.

Por el pretensado se crean esfuerzos de compresión en la transferencia del esfuerzo del tendón (tensión), al concreto.

El pretensado se aplica a miembros precolados, y por lo tanto, se realiza sólo en plantas especiales.

1.2.4.2. El postensado: Consiste en la aplicación de la tensión al acero de presfuerzo después de que ha endurecido el concreto, Ver Figura 1.14. El proceso consiste en colar el concreto sobre ductos de Metal (aluminio, acero, estaño) o plástico, que servirán para alojar al tendón de presfuerzo, o también, simplemente se engrasa y se recubre con papel al tendón, y se cuele el concreto sobre él.

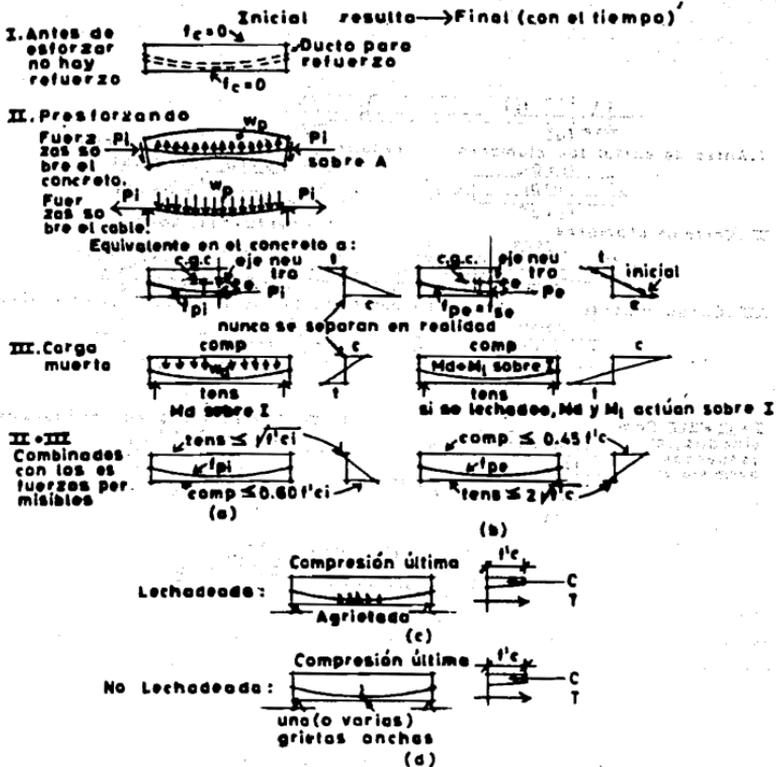
Los tendones de presfuerzo, pueden ser adheridos (conducto de metal) o no adheridos (conducto de plástico, o engrasado y en-



F I G U R A 1.13

Principio del Pretensado  
Viga Pretensada

- Alambre de Presfuerzo estirado entre contrafuertes del patio de Colado
- Esfuerzos Iniciales en la mitad del claro, separados para fines de Cálculo, también Esfuerzos Permisibles en el Concreto
- Esfuerzos en la Mitad del claro, bajo Carga de Servicio Total, separados para fines de Cálculo, también Esfuerzos Permisibles en el Concreto
- Condiciones de Resistencia Última.



F I G U R A 1.14

Principio del Postensado  
Viga Postensada

- a) Esfuerzos Iniciales separados para fines de Cálculo ; También Esfuerzos Permisibles en el Concreto
- b) Esfuerzos bajo Carga de Servicio Total separados para fines de Cálculo ; También Esfuerzos Permisibles en el Concreto
- c) Resistencia Última cuando está lechadeada
- d) Resistencia Última cuando no está lechadeada (es inferior).

vuelto en papel).

Cuando son adheridos: Se inyecta lechada de cemento por el ducto, esta lechada de cemento, consiste en usar-- cemento Portland o bien cemento de alta resistencia a corta edad, y se usa arena fina para la adherencia y resistencia, esta le-- chada se inyecta desde agujeros dispuestos-- en los anclajes.

Cuando son no adheridos: Se engrasa el tendón de presfuerzo.

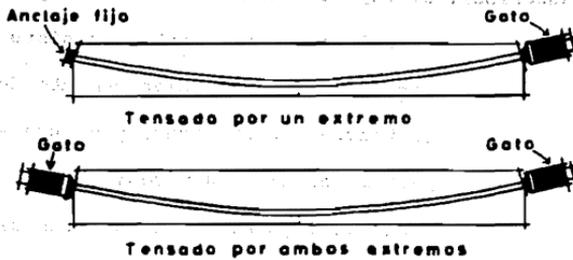
La aplicación del presfuerzo en el postensado, se hace por medio de Gatos Hidráulicos que se apoyan sobre el concreto endurecido, una vez aplicado el presfuerzo requerido al tendón, se - - transfiere este presfuerzo de los gatos al concreto, por medio de anclajes especiales del tendón en el extremo del elemento.

Este sistema se aplica a miembros precolados o colados en el lugar (in situ). La operación de tensado se puede efectuar de un extremo o desde los dos, Ver la Figura (1.15).

Las trayectorias de los tendones pueden ser rectas o curvas.

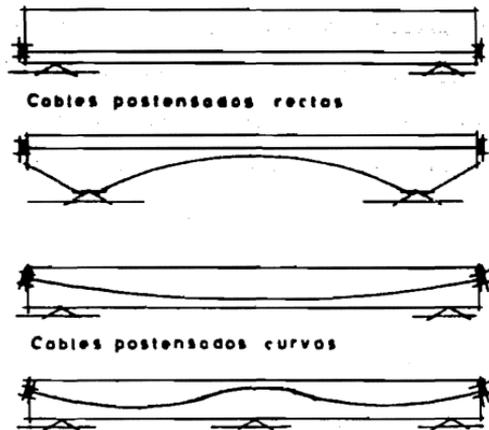
Se usarán trayectorias curvas para cables postensados en losas planas, Ver la Figura (1.16).

1.2.4.2.1. Presfuerzo completo: El presfuerzo completo, se define cuando un miembro se diseña para que bajo la carga de trabajo no existan esfuerzos de tensión.



F I G U R A 1.15

Operación de Tensado de los Tendones en el Postensado. (Ref.10.Pag.144)



F I G U R A 1.16

Traectorias de los Tendones de Prestuerzo en el Postensado.

(Ref.10.Pag.145)

1.2.4.2.2. Presfuerzo parcial: El presfuerzo parcial, se define cuando se producen esfuerzos de tensión en un miembro bajo cargas de trabajo, y para esto se usan a veces varillas adicionales, esto es, para resistir los esfuerzos de tensión.

Debido a esto, de acuerdo a los reglamentos del American Concrete Institute, 1971, (ACI-71), y del Departamento del Distrito Federal, 1977, (D.D.F. 1977) se pueden diseñar elementos parcialmente presfuerzados, ya que se admiten tensiones en la fibra que trabajaría a tensión.

Y ya que el principal propósito del presfuerzo, es el Control del agrietamiento y la limitación de las deflexiones, con el presfuerzo parcial se tendría lo óptimo en diseño.

#### 1.2.4.2.3. Etapas de carga:

Las Etapas de carga para un elemento postensado son:

La Etapa Inicial, ( $P_i + w_g$ ) durante y en la transferencia del presfuerzo.

La Etapa Final, ( $P_e + w_g + w_d + w_1$ ), bajo las cargas exteriores, y una vez que han sucedido las pérdidas de presfuerzo, y se pueden considerar además los efectos de viento ó sismo.

La Etapa Inicial, comprende los siguientes períodos:

- (1) Antes de la aplicación del presfuerzo (se presenta -- deformación por contracción del concreto).
- (2) Durante la aplicación del presfuerzo (se presenta el mayor esfuerzo en los dos materiales; acero y concreto).

- (3) Durante la transferencia del presfuerzo (se anclan uno por uno los tendones de presfuerzo).
- (4) Descimbrado (se presenta,  $w_g$  = Peso propio del elemento).

La Etapa Final, comprende los siguientes períodos: (una vez sucedidas las pérdidas).

- (5) Carga de sustentación ( $w_g$  = Peso propio del elemento).
- (6) Carga de trabajo (se debe cumplir con los esfuerzos permisibles de compresión y tensión en las fibras extremas de la sección).
- (7) Carga de ruptura (debe cumplir con el momento último calculado para el elemento).

La notación es la siguiente:

$P_i$  = Presfuerzo inicial.

$P_e$  =  $P_i$  - Pérdidas = Presfuerzo efectivo.

$w_g$  = Peso propio del elemento.

$w_d$  = Carga muerta.

$w_1$  = Carga viva.

#### 1.2.4.3. Sistemas de presforzado.

Por lo general, los sistemas de presforzado están patentados, y dentro de las patentes se incluyen:

- (1) Los métodos de aplicar el presfuerzo (pretensado ó postensado; gatos).
- (2) Los detalles de los anclajes en los extremos de los elementos.

Lo que debe hacer el diseñador de una losa plana postensada, o de cualquier elemento presforzado, es sólo:

Indicar la fuerza de presfuerzo (Presfuerzo efectivo =  $P_e$ ) requerida, el tamaño real de los tendones de presfuerzo, y algunas veces el número de tendones y espaciamientos, de manera que se pueda usar cualquier sistema postensado (en losas planas), y cualquier sistema de presforzado en cualquier elemento presforzado.

Por lo general, se trabaja con subcontratistas para los sistemas de presfuerzo; la regalía de patente está incluida en el costo del subcontrato, y se suministra el acero y los anclajes, y el equipo para presforzado, y supervisión.

El criterio principal a seguir, de cada sistema, será su economía y conveniencia.

#### 1.2.4.3.1. Postensado, métodos de tensado.

Estos métodos de tensado para el postensado, se pueden clasificar en tres grupos:

- (1) Presforzado mecánico, por medio de gatos hidráulicos.
- (2) Presforzado eléctrico, por medio de aplicación de calor a los tendones.
- (3) Presforzado químico, por medio de la expansión del cemento (cemento expansivo).

De los tres métodos, el más importante y usual para las losas planas postensadas es el método (1), que se define así:

**Presforzado mecánico:** En el presforzado mecánico, se aplica el presfuerzo por medio de gatos hidráulicos, y el proceso que se sigue es; apoyar el gato contra el concreto endurecido.

Se usan los gatos hidráulicos, debido a su alta capacidad, y a la fuerza relativamente pequeña requerida para aplicar la presión.

Cuando se emplean estos, se accionan uno o dos émbolos por unidad de bombeo, con una válvula de control en el circuito de los tubos, Ver la Figura (1.17).

Su capacidad varía desde 3 Toneladas (3 Ton) hasta 100 Ton, o aún más. Los sistemas de los gatos varían desde jalar uno o dos alambres, hasta varios cientos a la vez.

Los manómetros de los gatos están calibrados; ya sea para leer la presión en el pistón, o para leer directamente la cantidad de tensión aplicada al tendón.

En la práctica se debe medir el alargamiento del acero para checarlo con las indicaciones del manómetro.

La pérdida por fricción, se estima por la diferencia entre los alargamientos medidos y los esperados.

#### 1.2.4.3.2. Tipos de anclajes.

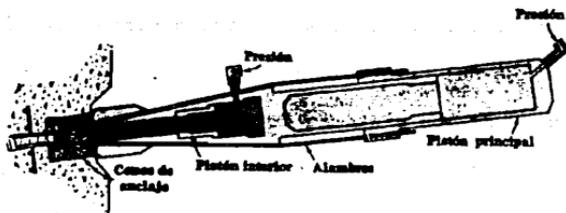
Los diversos tipos de anclajes que se utilizan en el postensado, pueden consistir en uno de los tres procedimientos siguientes o en alguna combinación de ellos:

- (1) Aprovechando el principio de la cuña, así como la fricción entre las cuñas y los tendones.



SISTEMA PRESCON

(a)



Gato de doble acción Freyssinet

(b)

F I G U R A 1.17

Gatos Hidráulicos.

(Ref.7.Pags.86 y 88)

- (2) Apoyando directamente el tendón sobre una placa; por medio de un engrosamiento formado en el extremo de los tendones.
- (3) Usando dispositivos a base de rosca.

Ya que los tendones que se usan para el postensado, se clasifican en: alambres, cables ó varillas, se tienen los siguientes tipos de anclajes:

a) Anclajes de postensado para alambres:

Se usan dos principios para anclar los alambres al concreto:

- (1) El principio de acción de cuñas, que producen una mordaza de fricción en los alambres.
- (2) Por apoyo directo de las cabezas de remaches o pernos, formadas en frío por máquinas especiales en el extremo de los alambres.

La superioridad de cada sistema depende del método de aplicación, más que del principio mismo.

Algunos de los sistemas de presforzado (postensado) que anclan sus alambres por la acción de cuñas son: Ver Figura (1.18a).

El sistema Freyssinet, el sistema VSL, el sistema CCL.

Algunos de los sistemas de presforzado (postensado) que anclan sus alambres por soporte directo son: Ver Figura (1.18b).

El sistema Prescon, el sistema P.I., el sistema BBRV.

b) Sistema de anclajes para postensado de cables:

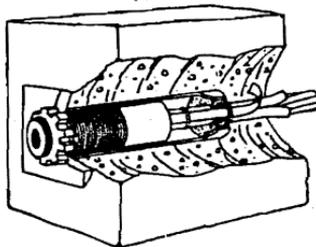
Por lo general, se usa el principio de la rosca y el de la



(a)



(b)



(c)

## F I G U R A 1.18

### Anclajes para Alambres y Cables

- a) Anclaje para Postensado de Alambre por acción de cuña, juego de cilindro y cono para el anclaje Freyssinet (Ref.7.Pag.93)
- b) Anclaje para Postensado de Alambre por soporte directo, sistema Prescon (Ref.7.Pag.97)
- c) Anclaje para Postensado de Cable, Principio de la rosca. (Ref.7.Pag.102)

cuña, como en las Figuras (1.18 c, 1.19a<sub>1</sub>, 1.19a<sub>2</sub>), en donde las placas de anclaje tienen orificios para la lechada (Inyección de la misma).

Algunos sistemas de estos son: El sistema Roebing, el sistema CCL, el sistema Ramza.

c) Sistemas de anclajes de postensado para las varillas:

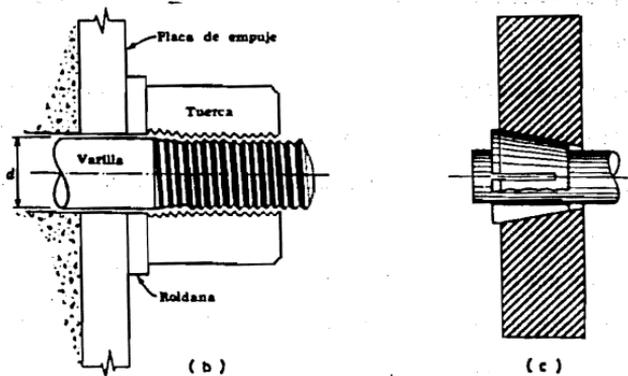
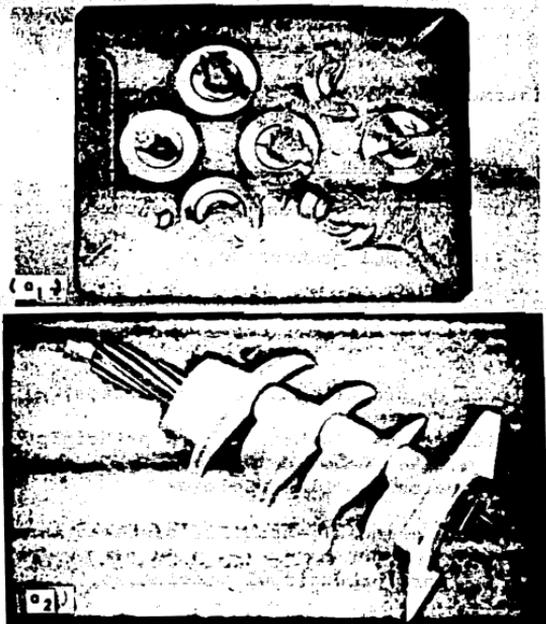
Algunos sistemas usan rosca en los extremos de las varillas, y están anclados con tuercas y roldanas y placas de apoyo, como en la Figura (1.19b).

Las varillas pueden estar adheridas o no al concreto, si no hay adherencia, se pueden introducir estas, en una tubería flexible de metal, o recubrirse con grasa envolviéndolas con papel grueso, después se colocan y se sujetan en la cimbra antes de colar el concreto.

Si hay adherencia, las varillas se pueden poner antes o después de colar el concreto; cuando es posterior al colado, los orificios se forman con núcleos de hule.

Otros sistemas usan un anclaje a base de cuñas, para estas varillas, empleando anclas de cuña y placas ahogadas, Ver Figura (1.19c).

La ventaja de la cuña es su conveniencia al amordazar la barra en cualquier punto a lo largo de su longitud, mientras que, el anclaje a base de rosca se limita a la porción roscada, y requiere el uso de cázcas para ajustes. Uno de estos sistemas de presforzado y anclaje para varillas es:



F I G U R A 1.19

## Anclajes para Cables y Varillas

- a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>) Anclaje para Postensado de Cables empleando el principio de la cuña (Ref.7.Pag.103)
- b) Anclajes para Postensado de Varillas empleando el Principio de la rosca (Ref.7.Pag.103)
- c) Anclaje para Postensado de Varillas empleando el Principio de la cuña. (Ref.7.Pag.99)

El sistema Stressteel.

#### 1.2.4.4. Comparación de los sistemas.

Todos los sistemas de presfuerzo se pueden considerar seguros, (en particular del postensado).

Algunas cosas comunes a muchos métodos de tensado para el postensado son:

Los métodos de proporcionar los conductos, el tamaño, número y disposición de los alambres, y los principios básicos de aplicación de los gatos y de los anclajes.

La diferencia esencial entre los sistemas (métodos) es:

El material para producir el presfuerzo (alambres, cables ó varillas), los detalles del proceso de aplicación del gato, y el método de anclaje.

En el postensado, los alambres tienen una resistencia unitaria más alta que los otros tipos de tendón (cables ó varillas), sin embargo, los cables y las varillas significan menos unidades por maniobrar.

La resistencia de los cables es cercana a la de los alambres; pero los cables cuestan más por unidad de peso, y sus anclajes son más costosos.

Las varillas tienen una resistencia menor; pero son más fáciles de manipular, y sus anclajes son más baratos, pero requieren empalmes en tramos largos.

### 1.2.5. Concreto para presfuerzo (postensado).

En concreto presforzado se emplea concreto de alta resistencia por lo siguiente:

- (1) Debido a que tiene un módulo de elasticidad mayor, -- tiene una deformación elástica inicial menor, y además una deformación plástica menor (ya que son proporcionales bajo carga), lo cual reduce las pérdidas del presfuerzo, debidas a la deformación del concreto.
- (2) En el postensado se tienen esfuerzos muy altos bajo los anclajes, en la transferencia del presfuerzo al concreto, y debido a la alta resistencia del concreto son resistidos estos;
 

Estos esfuerzos son de empuje y tensión. Se tiene mayor resistencia a la tensión en concreto de alta resistencia, así como al corte y adherencia, y resulta más económico respecto a anclajes.
- (3) En el pretensado se desarrollan altos esfuerzos de -- adherencia, y estos son bien resistidos por el concreto de alta resistencia.

Además, las grietas por contracción en concretos de alta-resistencia son menores que en concretos de resistencias más bajas.

Las resistencias ( $f'c$ ) indicadas para concreto de alta re

sistencia están entre  $280 \text{ Kg/cm}^2$  y  $550 \text{ Kg/cm}^2$ , siendo las más usuales los valores de  $f'c = 350 \text{ Kg/cm}^2$  hasta  $f'c = 420 \text{ Kg/cm}^2$ ; esto es para concreto presforzado.

Para concreto reforzado se indican resistencias de  $f'c = 175 \text{ Kg/cm}^2$  a  $f'c = 420 \text{ Kg/cm}^2$ , y las más comunes son: Los valores de  $f'c$  entre  $210 \text{ Kg/cm}^2$  y  $280 \text{ Kg/cm}^2$ .

(Todas las resistencias anteriores del concreto son obtenidas a los 28 días).

Las características de deformación del concreto de alta resistencia que se considerarán para calcular las pérdidas en la fuerza del presfuerzo son; a corta y a larga duración de la aplicación de la carga, y estas son: deformaciones elásticas, deformaciones plásticas, deformaciones laterales y deformaciones por contracción.

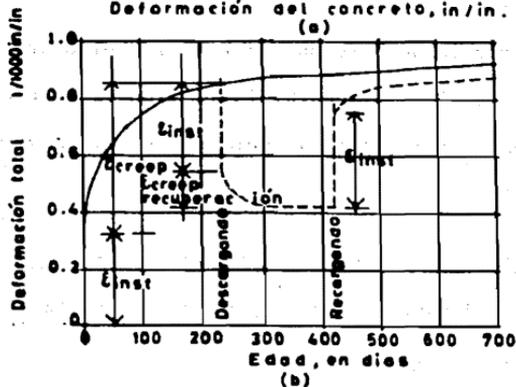
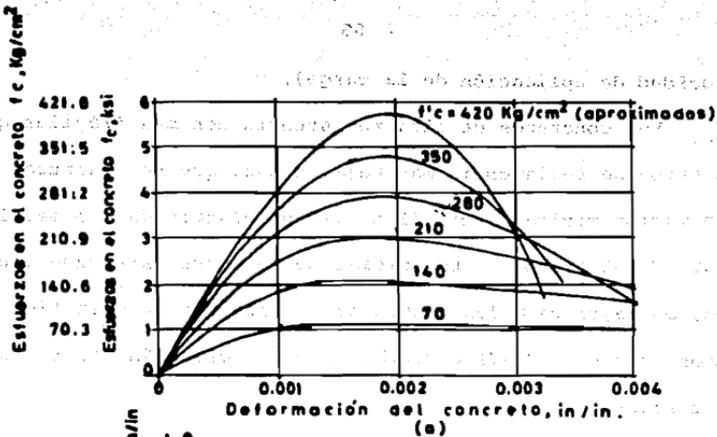
#### "Deformaciones elásticas".

Estas deformaciones se producen bajo carga de corta duración aplicada al concreto. Ver la Figura (1.20a).

Si se observa la curva esfuerzo-deformación del concreto de alta resistencia, se observará que se inicia con una porción casi recta, luego se dobla hasta llegar a un máximo (deformación de resistencia a la compresión = .002) y desciende.

La porción recta se considera para afirmar que el concreto es casi elástico, ya que los esfuerzos y las deformaciones son casi proporcionales.

(La resistencia del concreto aumenta con la edad, y con la



Resistencia a la compresión psi	Kg/cm <sup>2</sup>	Deformación plástica espe- cífica. 10 <sup>-6</sup> por psi	C <sub>c</sub>
3000	210	1.00	3.1
4000	280	0.80	2.9
6000	420	0.55	2.4
8000	560	0.40	2.0

(c)

## F I G U R A 1.20

Características de Deformación del Concreto de  
Alta Resistencia

a) Curvas Esfuerzo-Deformación típicas del Con-  
creto

b) Curva de Deformación Plástica típica

c) Parámetros de Deformación Plástica.

velocidad de aplicación de la carga).

Los concretos de alta resistencia son más frágiles que los concretos de resistencia más baja, o sea, que se fracturan a una deformación máxima menor. El módulo de elasticidad, o sea la pendiente de el tramo recto inicial de la curva esfuerzo-deformación, es mayor para los concretos de alta resistencia (los reglamentos usuales (ACI-71 y D.D.F.77) proporcionarán valores sobre los mismos).

El módulo de poisson, ( $\nu$ ) es la relación\* de la deformación transversal a la longitudinal, y un valor promedio es:  $\nu = 0.17$ ; Debido a éste disminuyen las pérdidas en el presfuerzo biaxial; ligeramente.

"Deformaciones plásticas". Ver la Figura(1.20b).

Estas deformaciones se producen bajo carga de larga duración aplicada al concreto.

La plasticidad, es la deformación que sufre el concreto cuando está sujeto a una carga o esfuerzo constante, y depende del tiempo de aplicación de la misma. Las deformaciones plásticas son casi proporcionales al esfuerzo aplicado; los concretos de alta resistencia, muestran menor deformación plástica, que los concretos de baja resistencia.

La diferencia en la curva esfuerzo-deformación para varias velocidades de aplicación de la carga a un cilindro de concreto,-

\* Para un cilindro de concreto.

se debe a la deformación plástica del concreto; la resistencia es mayor a mayor velocidad de aplicación de la carga.

Y a mayor duración de la carga aplicada, se tiene una menor resistencia del concreto, y esto es debido a la deformación plástica.

Ver la Figura 1.20B, y la Figura 1.20c.

En donde:

$\epsilon_{inst}$  = Deformación elástica instantánea.

$\epsilon_{creep}$  = Deformación plástica

$\epsilon'_{creep} = \epsilon_{creep} + \epsilon_{inst}$

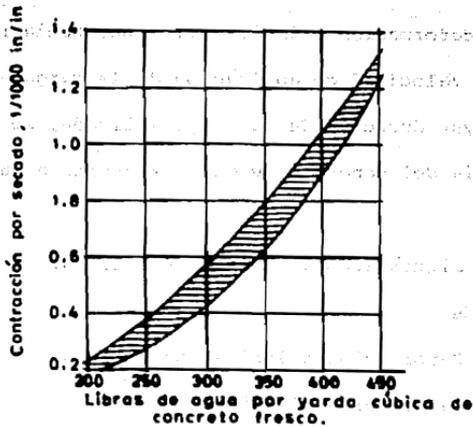
$C_c$  = Coeficiente de deformación plástica =  $\frac{\epsilon'_{creep}}{\epsilon_{inst}}$

Deformación plástica específica =  $\frac{\epsilon'_{creep}}{\text{Esfuerzo aplicado (Psi)}}$

"Deformaciones por contracción": Ver la Figura (1.21).

Esta deformación se produce sin estar sujeto a carga o -- esfuerzo el concreto, y se define así:

La deformación por contracción se debe a la deshidratación (Pérdida de agua) de la mezcla de concreto, y por lo tanto esta deformación causará grietas en losas si no es bien controlada (un curado adecuado); a mayor cantidad de agua en la mezcla, habrá mas contracción, los valores de la deformación unitaria por contracción son del orden de 0.0002 hasta 0.0007 Pulg/pulg (para cualquier concreto). Además, debido a los cambios de temperatura, el concreto se dilata (calor), y se contrae (frío).



F I G U R A 1.21

Efecto del contenido de agua en la Contracción por secado del Concreto de Alta Resistencia.

(Ref.13.Pag.25)

T A B L A 1.1

Esfuerzos Permisibles en el Concreto en miembros Presforzados.

(Ref.13.Pag.458)

1. Esfuerzos de Flexión inmediatamente después de la Transferencia, antes de las Pérdidas, no excederán los siguientes valores:	
a. Compresión	$f_{ci} = 0.6f'_{ci}$
b. Tensión en miembros sin refuerzo auxiliar adherido (no Presforzado o Presforzado) en la zona de Tensión	$f_{ti} = \sqrt{f'_{ci}}$
2. Esfuerzos en Cargas de Servicio después de la deducción de todas las Pérdidas de Presfuerzo:	
a. Compresión	$f_{cs} = 0.45f'_{c}$
b. Tensión en la Zona de Tensión Precomprimida	$f_{ts} = 2\sqrt{f'_{c}}$

### Manufactura de un buen concreto de alta resistencia:

Para esto se necesita, una relación baja de (Agua-Cemento), y además un revenimiento bajo; esto es, para proporcionar una alta resistencia y reducir la contracción del concreto; este concreto se debe compactar por vibración, cuidadosamente cerca de las esquinas y los ductos, y se debe curar cuidadosamente por el método tradicional o por curado a vapor (para acelerar el proceso).

Los esfuerzos permisibles para el concreto en concreto --- presforzado, de acuerdo a los reglamentos; del American Concrete-Institute, 1971, (ACI-71) y del reglamento del Departamento del Distrito Federal, 1977, (D.D.F.77), dependen de la etapa de carga y aparecen en la Tabla (1.1) y en donde:

$f'_{ci}$  = Resistencia del concreto a la compresión en el tiempo del presfuerzo inicial, (aplicación del mismo).

$f'_c$  = Resistencia del concreto especificada a la compresión.

#### 1.2.6. Acero para presfuerzo (postensado).

En concreto presforzado se emplea acero de alta resistencia a la tensión, para producir el presfuerzo, al aplicar tensión al acero antes de anclarlo contra el concreto (esto es, transferir el presfuerzo al concreto) en los extremos del elemento, y -- así evitar el efecto de las pérdidas por contracción y deformación plástica del concreto.

Este acero, se hace por aleación, empleando carbón y otros minerales como: manganeso, sílice, fósforo y azufre.

El método más común para aumentar la resistencia a la tensión del acero de presfuerzo es; "El templado en frío", este proceso tiende a realinear los cristales, y se incrementa por lo tanto la resistencia con cada tirón, de las varillas de acero de alta resistencia o alambres. (Mientras mas pequeño es el diámetro de los alambres, más alta es su resistencia a la ruptura).

La ductilidad disminuye como resultado del templado en frío del acero.

El acero de presfuerzo se usa en la forma de:

- (1) Alambres individuales
- (2) Cable retorcido (hecho de 7 alambres, 12  $\emptyset$  5 mm, 12  $\emptyset$  7 mm, etc).
- (3) Varillas de alta resistencia.

Los tres tipos de acero de presfuerzo se pueden emplear para el postensado, y se definen así:

- (1) Alambre individual de presfuerzo:

El alambre individual de presfuerzo varía en diámetro, desde .192" hasta .276", o sea, desde .192 de pulgada hasta .276 de pulgada, o expresado en milímetros, desde 4.87 mm hasta 7.01 mm, y estos son los que se usan para formar los cables.

- (2) Cable de alambre retorcido:

Los cables de alambre retorcido son del tipo de siete alambres, en los cuales, un alambre central es rodeado

fuertemente por seis alambres exteriores colocados espiralmente con un paso de 12 a 16 veces el diámetro nominal del cable, después de retorcidos los cables, se someten a un tratamiento térmico aliviador de esfuerzo, para producir las propiedades mecánicas requeridas.

Los diámetros del cable varían desde 1/4" hasta 1/2".

El sistema Freyssinet emplea cables de: 12 alambres de diámetro igual a 5 mm, (12  $\varnothing$  5 mm) ó 12 alambres de diámetro igual a 7 mm, (12  $\varnothing$  7 mm).

(3) Varillas de acero de alta resistencia:

Las varillas de acero de alta resistencia para presfuerzo, están disponibles en diámetros desde 3/4" hasta 1 3/8".

Respecto a los tres tipos de acero de presfuerzo se puede ver información típica en la Tabla (1.2) y estos varían con cada fabricante, respecto a diámetros y número de alambres por cable.

Mientras que el módulo de elasticidad para los aceros de refuerzo se puede tomar como  $29 \times 10^6$  psi ó  $29 \times 10^6$  Lb/pulg<sup>2</sup> que equivale a  $2.03 \times 10^6$  Kg/cm<sup>2</sup>, el módulo de elasticidad para los aceros de presfuerzo varía dependiendo de:

El tipo de acero (ya sean cables, varillas ó alambres), tipo de uso, y debe ser averiguado por pruebas (curva esfuerzo-deformación) ó suministrado por el fabricante; se puede decir, que el módulo de elasticidad para aceros de presfuerzo es un poco me-

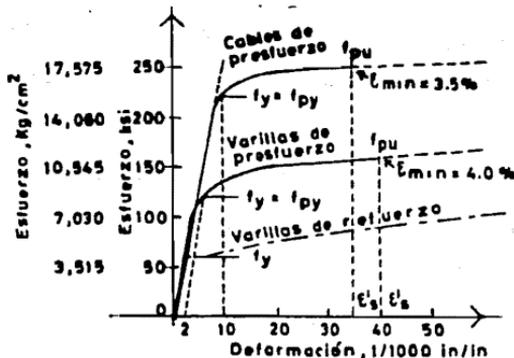
## T A B L A 1.2

Áreas, Resistencias y Carga de Tensado Inicial para Aceros de Presfuerzo. (Ref.13.Pag.588)

Tipo	Resistencia mínima o la tensión $f_{pu}$ , ksi	Diámetro nominal in	Área nominal in <sup>2</sup>	Resistencia última $A_p f_{pu}$ kips	Tensión inicial 0.70 $A_p f_{pu}$ kips
Cable de 7 alambres Grado 250	250	0.250	0.0356	8.9	6.2
		0.313	0.0578	14.5	10.2
		0.375	0.0799	20.0	14.0
		0.437	0.1088	27.2	19.0
		0.500	0.1438	38.0	26.2
Cable de 7 alambres Grado 270	270	0.250	0.0356	9.6	6.7
		0.313	0.0578	15.6	10.9
		0.375	0.0799	21.6	15.1
		0.437	0.1088	29.4	20.6
		0.500	0.1438	38.8	27.2
Alambre sólido libre rado de esfuerzo	250	0.192	0.0290	7.25	5.08
	235	0.278	0.0688	14.05	9.84
Varillas de acero de aleación (regular)	145	0.750	0.442	64	45
		0.875	0.601	87	61
		1.000	0.785	114	80
		1.125	0.994	144	101
		1.250	1.227	178	125
Varillas de acero de aleación (especial)	160	0.750	0.442	71	50
		0.875	0.601	96	67
		1.000	0.785	126	88
		1.125	0.994	159	111
		1.250	1.227	198	127
		1.375	1.485	228	167

1 ksi = 70.3 Kg/cm<sup>2</sup>

1 kip = 1000 lb = 454 Kg



F I G U R A 1.22

Curvas Esfuerzo-Deformación típicas para Aceros de Presfuerzo. (Ref.13.Pag.32)

nor que para aceros de refuerzo.

Las dos características principales que determinan el carácter del acero de presfuerzo (ó acero de refuerzo) son:

Su punto de fluencia y su módulo de elasticidad, y esto se verá enseguida:

La Figura (1.22), muestra las curvas esfuerzo-deformación, para los cables de presfuerzo y para las varillas de presfuerzo de alta resistencia.

Y se muestra también, por comparación, la porción inicial de una curva esfuerzo-deformación para una varilla de refuerzo, con resistencia de fluencia de 60 Ksi (4,200 Kg/cm<sup>2</sup>).

Se ve que en contraste con los aceros de refuerzo, los aceros de presfuerzo no tienen una meseta de fluencia definida (no fluyen a esfuerzo constante o casi constante), y por lo tanto, no tienen un límite de proporcionalidad definido, y por lo tanto, un límite de fluencia definido.

La fluencia se desarrolla gradualmente, y en el rango inelástico, la curva continúa levantándose suavemente, hasta que es alcanzada la resistencia a la tensión ( $f_{pu}$ ), con un correspondiente alargamiento total en la ruptura ( $\epsilon'_s$ ).

La resistencia de fluencia se determina así: Para alambre y cable, como el esfuerzo correspondiente a un alargamiento total del acero de presfuerzo de 1% ó (.01).

Y para varillas de alta resistencia, como el esfuerzo correspondiente a la deformación permanente de 0.2% ó (.002).

Esta resistencia de fluencia para varillas se determina así:

Se traza una línea paralela a la tangente inicial de la curva esfuerzo-deformación de la varilla, desde la deformación de (0.002), y su intersección con la curva esfuerzo-deformación se define como el punto de fluencia.

Se observa que la diferencia entre la resistencia a la tensión ( $f_{pu}$ ) y la resistencia de fluencia  $f_{py}$ , es mucho más pequeña en aceros de presfuerzo que en aceros de refuerzo.

Por comparación de las curvas esfuerzo-deformación de los aceros de presfuerzo, con las curvas esfuerzo-deformación de los aceros de refuerzo, se ve que a pesar de la mayor resistencia a la tensión de los aceros de presfuerzo, el alargamiento a la fractura ( $\epsilon's$ ) por tensión, es más pequeño en los aceros de presfuerzo que en los aceros de refuerzo; por lo tanto, los aceros de presfuerzo son menos "dúctiles" que los aceros de refuerzo.

Ver la Tabla (1.3) para obtener las propiedades de los aceros de presfuerzo.

Los esfuerzos permisibles para el tensado de los tendones de acero de presfuerzo, son:

0.8  $f_{pu}$ . Cuando se aplica la fuerza del gato al tendón, inicialmente al postensar.

0.7  $f_{pu}$ . En el postensado de tendones inmediatamente después del anclaje, esto es, en la transferencia -

T A B L A 1.3

Propiedades de los Aceros de Presfuerzo.

(Ref. 13. Pag. 31)

Tipo	Grado o Tamaño	Mínimo Especificado		
		Resistencia a la Tensión kg	Resistencia de Fluencia kg	Alargamiento a la Falla
Cable de 7 alambres liberado de Esfuerzo ASTM A 416	Grado 260	250 17,500 kg/cm <sup>2</sup>	212 16,040 kg/cm <sup>2</sup>	.035
	Grado 270	270 18,900 kg/cm <sup>2</sup>	230 18,100 kg/cm <sup>2</sup>	
Alambre no recubierto liberado de Esfuerzo ASTM A 421	0.192 in de diámetro = .487 cm	250 17,500 kg/cm <sup>2</sup>	200 14,000 kg/cm <sup>2</sup>	.04
	0.276 in de diámetro = .701 cm	235 16,450 kg/cm <sup>2</sup>	188 13,800 kg/cm <sup>2</sup>	
Varillas de Acero de Atención de Alta Resistencia AISI 5160 y 9260	Regular	145 10,150 kg/cm <sup>2</sup>	130 9,100 kg/cm <sup>2</sup>	.04
	Especial	160 11,200 kg/cm <sup>2</sup>	130 9,100 kg/cm <sup>2</sup>	

del presfuerzo del tendón, al concreto,  $(P_i)^*$  .

Las pérdidas de presfuerzo que se presentan son:

(1) En la transferencia:

Por fricción entre el tendón y el ducto, deformación -  
elástica del concreto, corrimiento de los anclajes.

La deducción de estas pérdidas de el esfuerzo aplicado  
primeramente al tendón, proporciona,  $P_i$ =presfuerzo ini  
cial.

(2) Después de la transferencia:

Por deformación plástica del concreto, por contracción  
del concreto, por relajamiento del acero de presfuerzo  
(deformación plástica). El relajamiento del acero de -  
presfuerzo es mayor mientras mayor sea el esfuerzo ini  
cial relativo a  $f_{py}$ ; es muy visible para  $.8f_{py}$  y  $.8f_{pu}$   
y es nulo para esfuerzos menores que  $0.55f_{py}$ .

#### 1.2.7. pérdidas de Presfuerzo (postensado).

Las pérdidas en la fuerza de presfuerzo del tendón se defi  
nen así: La fuerza de presfuerzo no es constante, sino que dismi  
nuye con el tiempo.

En la práctica, sólo se considerarán los valores del pres-  
fuerzo inicial ( $P_i$ ) y del presfuerzo final ( $P_e$ = presfuerzo efec-  
tivo).

El presfuerzo inicial ( $P_i$ ): Es la fuerza de presfuerzo --

---

\*  $P_i$ = presfuerzo inicial.

que existe inmediatamente después de la transferencia de carga de los gatos al concreto, y es inferior a la fuerza del gato, a causa del acortamiento elástico del concreto, pérdidas por fricción y corrimiento de los tendones en los anclajes.

El presfuerzo final ( $P_e$ =presfuerzo efectivo): Se obtiene después de que han ocurrido todas las pérdidas, incluyendo las pérdidas dependientes del tiempo debidas; a la contracción del concreto, deformación plástica del concreto y relajamiento del acero de presfuerzo (tendón).  $P_e = P_i -$  Pérdidas (contracción + deformación plástica + relajamiento del acero).

(Se debe cumplir con todas las etapas de Carga,

hay que investigar los elementos presforzados (vigas ó losas) sujetos a:  $P_i + w_g$ ,  $P_e + w_s$ .

en donde:  $w_g$ = Peso propio del elemento,  $w_s$  = Carga de servicio =  $w_g + w_d + w_l$ ;  $w_d$ = Carga muerta,  $w_l$ = carga viva.).

La forma en que se calcula cada pérdida se enuncia así:

a) Pérdida por deformación elástica del concreto.

Esta pérdida (acortamiento elástico del concreto), sucede al transferir la fuerza de presfuerzo al concreto; como en pretenso, en donde el concreto se acorta y el acero de presfuerzo también.

En el caso del postensado, esta pérdida es nula cuando se tensan varios ó un cable al mismo tiempo, debido a que la pérdi-

da sucede al mismo tiempo que se tensan los tendones.

Cuando son varios tendones que se tensan uno por uno, la pérdida mayor será para el primer tendón que se tensa, debido a que es igual a la suma de las pérdidas de los tendones restantes, y por lo tanto, la pérdida para el último tendón que se tensará será cero.

La práctica actual, es calcular la pérdida para el primer tendón que se tensa, y calcular la mitad de esta, y esta (la mitad de la pérdida para el primer tendón que se tensa) tomarla como el promedio para todos los tendones que se tensen.

La pérdida por deformación elástica del concreto se calcula así:

$$f = \frac{f_c}{E_c} = \text{Acortamiento del concreto (en la transferencia de presfuerzo al concreto)}.$$

$$\text{Si } f_c = \frac{P_i}{A_c} \quad \therefore \quad f = \frac{P_i}{A_c E_c}$$

$$\text{Pérdida} = \Delta f_{\text{elástica}} = E_s f = \frac{E_s P_i}{A_c E_c} = n \frac{P_i}{A_c} = n f_c$$

en donde:

$f_c$  = Esfuerzo en el concreto debido a la fuerza de pres---  
fuerzo, en el centroide de la sección.

$P_i$  = Presfuerzo inicial.

$A_c$  = Area de la sección gruesa de concreto.

$E_s$  = Módulo de elasticidad del acero.

$E_c$  = Módulo de elasticidad del concreto.

b) Pérdida por deformación plástica.

Esta pérdida se debe al acortamiento (deformación) del concreto bajo carga constante; y se puede considerar así:

Como el doble de la pérdida debida al acortamiento (deformación) elástico del concreto:

$$\text{Pérdida} = \Delta f_{s_{\text{plástica}}} = 2 n f_c = 2n \frac{P_i}{A_c}$$

O se puede considerar así: Para postensado, calculada separadamente al anclar cada tendón.

$$\Delta f_{s_{\text{plástica}}} = C_c n f_c, \text{ en donde se puede multiplicar el } (C_c) \text{ por el } (n f_c) \text{ promedio.}$$

$C_c$  = Coeficiente de deformación plástica, Ver Figura - 1.20c.

(En postensado, se aplica el presfuerzo antes de que el concreto tenga una o dos semanas de edad).

c) Pérdida por contracción del concreto.

Esta pérdida se debe al acortamiento del concreto no sujeto a esfuerzo o carga, y se produce por deshidratación del mismo.

La deformación por contracción varía de 0.0002 a 0.0007, - el valor promedio es 0.0003.

La pérdida por contracción se calcula así:

$$\text{Pérdida} = \Delta f_{s_{\text{contracción}}} = E_s \delta = E_s (0.0003)$$

d) Pérdida por relajamiento del acero de presfuerzo (tendón)

Esta pérdida se debe al alargamiento del acero de presfuerzo sujeto a esfuerzo constante, y se produce generalmente, después de que se ha tensado el acero de presfuerzo.

Para esfuerzos mayores de  $0.80 f_{pu}$ , es muy visible; a mayor esfuerzo de tensado mayor es la deformación plástica del mismo; para valores de  $0.55 f_{py}$  se ignora.

Esta pérdida puede ser vencida en cierto grado por sobretensado del acero de presfuerzo (tendón), antes de la transferencia (unos cuantos minutos) y termina la deformación plástica del acero de presfuerzo en mas o menos tres días.

Para la mayoría de las clases de acero existentes en el mercado, y esforzados a los valores tolerables usuales, el porcentaje de deformación plástica del acero de presfuerzo varía de 1% a 5% y se emplea un promedio del 3%.

La pérdida por deformación plástica (relajamiento) del acero de presfuerzo se calcula así:

$$\text{Pérdida} = \Delta f_{s\text{Relajamiento}} = E_s \epsilon = E_s (.03)$$

e) Pérdida por corrimiento de los anclajes.

Esta pérdida se debe al ajuste entre los tendones y los accesorios de anclaje.

Esta pérdida es mayor para tendones cortos que para tendones largos, los valores de las deformaciones en los anclajes ( $\Delta L$ ), se deben determinar por pruebas de los tipos de anclajes; por ejemplo:

Para cuñas,  $\Delta L$  promedio = 2.5 mm.

Para cabezas y tuercas, (de apoyo directo),  $\Delta L$  promedio = 0.7 mm.

La pérdida de presfuerzo por corrimiento de los anclajes, se obtiene así:

$$\text{Pérdida} = \Delta f_{s_{\text{anclajes}}} = \frac{\Delta L}{L} E_s$$

En donde:

L = Longitud del tendón

L = Deformación de los anclajes

E<sub>s</sub> = Módulo de elasticidad del acero.

#### f) Pérdida por fricción.

Esta pérdida se debe a la fricción que se produce (al hacer contacto el tendón con el ducto) al aplicar tensión a los tendones de presfuerzo.

Se considerarán dos tipos de tal pérdida:

- (1) Pérdida por fricción oscilante o de longitud, (no intencional).
- (2) Pérdida por curvatura, (intencional).

Estas pérdidas se definen así:

- (1) Pérdida por fricción oscilante o de longitud:

Esta pérdida se debe a lo siguiente:

Al movimiento no intencional de los tendones dentro del ducto, al exceso del diámetro del ducto sobre el diámetro del tendón, a la longitud del tendón entre apoyos, a la rectitud de los ductos, al material que forma el ducto.

## (2) Pérdida por curvatura (intencional).

Esta pérdida se debe a lo siguiente:

El tipo de acero empleado (alambres, cables ó varillas), la clase de superficie (ya sea lisa ó corrugada, oxidada, limpia ó galvanizada), el esfuerzo en el tendón, el cambio en el ángulo de curvatura (curvatura intencional en el perfil del tendón).

La pérdida total por fricción, o sea, la suma de las pérdidas (1) y (2), se puede vencer por sobretensado del tendón de presfuerzo; pero hay que tener en cuenta la resistencia del tendón de presfuerzo a la tensión. (se puede tensar desde ambos extremos del elemento).

La fórmula general para calcular la disminución del esfuerzo en el presfuerzo (tendones) debida a la fricción, al tensar el tendón desde un extremo del elemento (viga ó losa plana) es:

Ver la Figura 1.23 a.

$f_2 = f_1 e^{-\mu\theta - KL}$  ; esta fórmula se aplica cuando se considera  
 ó  $F_2 = F_1 e^{-\mu\theta - KL}$  variante la presión normal del cable sobre el concreto ( $F\theta$ ), la pérdida se obtiene como el porcentaje de ( $f_1$ ). (Fig. 1.23 b).

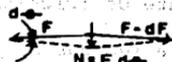
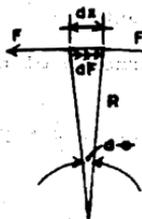
y en donde:

$f_1$  = esfuerzo unitario de tensión en el tendón en el extremo donde está aplicado el gato.

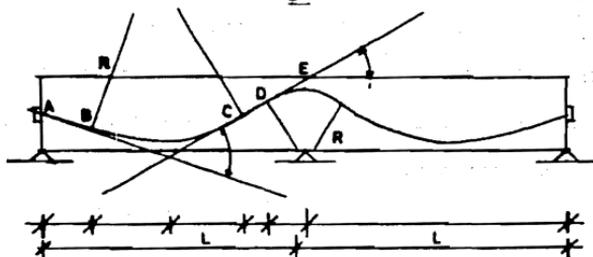
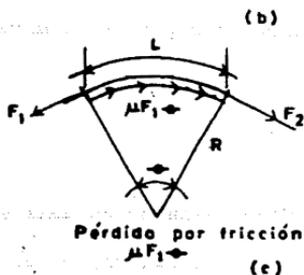
$f_2$  = esfuerzo unitario de tensión en el tendón en el extremo en donde no está aplicado el gato.



$f_2$  = esfuerzo unitario de tensión a la distancia  $L$   
 $f_1$  = esfuerzo unitario de tensión en el extremo de los gatos



Presión normal  $N$  debida al prestuerzo  $F$



### Pérdidas por Fricción

- Diagrama para calcular la disminución de Esfuerzo de un extremo a otro del Tendón
- Diagrama para obtener la Fórmula donde la presión Normal varía
- Diagrama para obtener la Fórmula donde la presión Normal es constante
- Diagrama Tipo para el Cálculo de la Pérdida en una viga.

$\mu$  = coeficiente de fricción por curvatura

$\theta$  = coeficiente de fricción oscilante

F = representa fuerzas de presfuerzo en el tendón.

Para obtener valores de los coeficientes  $\mu$  y  $\theta$  se debe acudir al reglamento (ACI-71).

Cuando se considera constante la presión normal del tendón sobre el concreto ( $F \theta$ ), se aplica la siguiente fórmula: Ver la Figura 1.23c.

$$F_2 - F_1 = (-\mu\theta - KL) F_1$$

$$\frac{F_2 - F_1}{F_1} = \mu\theta - KL = (\%) \text{ de Pérdida de un extremo a otro del tendón, en el elemento.}$$

Si empleo la Figura (1.23d), puedo emplear la división por tramos para fines de Cálculo de pérdidas por fricción, y empleo los siguientes métodos:

(1) Empleo la fórmula  $\frac{F_2 - F_1}{F_1} = -\mu\theta - KL$

(2) Empleo la fórmula  $F_2 = F_1 e^{-\mu\theta - KL}$

y se hace lo siguiente:

Segmento	L	KL	$\theta$	$\mu\theta$	$KL + \mu\theta$	$e^{-KL - \mu\theta}$	$F_2$
AB							$\% F_1$
BC							$X = \% F_1$
CD							$X = \% F_1$
DE							$X = \% F_1$

La pérdida total por fricción de A. a. E. vale:  $F_1 - \% F_1 = (1 - \%) F_1$   
 $= (\% \text{ final}) F_1$

en donde:

L = Longitud del tramo considerado.

X = Signo de la operación de multiplicar.

#### Resumen de pérdidas.

La magnitud total de las pérdidas de presfuerzo depende de muchos factores; como los que se mencionan a continuación:

Las propiedades del concreto y el acero de presfuerzo, las condiciones del curado y humedad del concreto, magnitud y tiempo de aplicación del presfuerzo, el sistema de presfuerzo (en este caso, postensado).

Para las propiedades promedio del concreto y del acero de presfuerzo, se presenta la Tabla (1.4) como un resumen de las pérdidas de presfuerzo.

#### 1.2.8. Losas Planas simples y continuas presforzadas (postensadas) definiciones y clasificación.

Introducción:

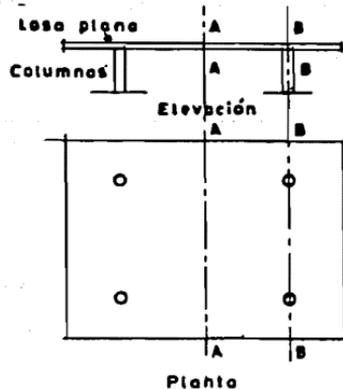
Losa Plana postensada: Ver la Figura 1.1

Una losa plana postensada; es losa plana, porque está apoyada directamente sobre columnas y lleva un ábaco y un capitel de columna, ambos se usan para reducir el efecto del esfuerzo cortante alrededor de la columna (esfuerzo cortante de penetración) y para disminuir la intensidad del momento negativo sobre el apoyo-

## T A B L A 1.4

Resumen de Pérdidas de Presfuerzo en porcentaje del Presfuerzo Inicial. (Ref.19.Pag.506)

Pérdidas	Vigas Pretensadas	Vigas Postensadas
Antes de la Transferencia	Contracción : 3%	
En la Transferencia	Deformación Elástica en el Concreto : 3%	Deformación Elástica en el Concreto (solo si se emplean Cables Múltiples) : 1% Carrimiento de los Anclajes : 2% Flexión de la Viga (comunmente insignificante) : Fricción : 2%
Después de la Transferencia	Contracción : 4% Deformación Plástica del Concreto : 7% Relajamiento del Acero : 3%	Contracción : 4% Deformación Plástica del Concreto : 4% Relajamiento del Acero : 3%
Total	20%	16%



F I G U R A 1.24

Una Losa Plana Simple.

(Ref.7. Pag.424)

(columna), al haber una mayor área de columna (capitel) y un mayor peralte efectivo de la losa sobre el apoyo (ábaco); Ver definición de ábaco y capitel en la sección 1.1.1.

Es postensada, porque se presfuerza en el lugar de la obra con tendones de presfuerzo (lo más usual son los cables de alambre retorcido); los ductos con los tendones de presfuerzo se colocan antes de que se cuele el concreto (se emplean perfiles curvos ó parabólicos), se cuele el concreto, y una vez que ha fraguado, se le aplica tensión a los tendones por medio de gatos hidráulicos apoyados sobre el concreto (esta tensión puede ser desde uno o los dos extremos del tendón), luego se ancla el tendón de presfuerzo en los extremos por medio de dispositivos especiales (esto es, cuando se tensa el tendón desde ambos extremos del elemento), o se ancla en un solo extremo (ya que el otro extremo ha sido anclado antes de la aplicación de la tensión al tendón); Ver la sección 1.2.4.2. y 1.2.4.3.

Las losas planas postensadas incluyen también a los siguientes tipos de losa plana:

- a) Placa plana postensada.
- b) Losa reticular (nervada) postensada.

y se definen así:

- a) Placa plana postensada: Ver la Figura (1.2).

Una placa plana postensada, es una losa plana postensada -- en la cual se han eliminado los ábacos y capiteles de columna. Se incluye aquí también la losa levadiza (Lift-Slab) tal y como se -

definió en la sección 1.1.1.1., que corresponde a concreto reforzado. Ver la Figura (1.3).

b) Losa reticular (nervada) postensada: Ver la Figura - - (1.4). Una losa reticular postensada es una placa plana postensada en la cual se han formado "huecos" para reducir la carga muerta, esto es, cuando se tienen claros muy grandes, ver la sección 1.1.1.2, que corresponde a concreto reforzado.

En las áreas sobre las columnas, estas losas se hacen sólidas, para soportar el gran esfuerzo cortante y los momentos negativos.

Estas losas son más gruesas, y por lo tanto más rígidas, y están sujetas a esfuerzos más elevados que las losas sólidas.

Después de las definiciones dadas para las losas planas presforzadas (postensadas), se vé que la única diferencia de las losas planas reforzadas, es:

El sistema empleado, ya sea presforzado o reforzado, y en esto se incluye la diferencia en el tipo de acero y concreto y las características de construcción afines a cada uno de los sistemas.

En una losa plana en general, Ver la Figura (1.24) y la sección 1.1.2., los momentos son mayores en la franja de columna (B-B) y son menores en la franja central (A-A).

Una losa plana presforzada (postensada), trabaja en dos direcciones y por lo tanto se presfuerza (postensa) en dos direcciones para transmitir la carga a los apoyos (columnas).

Las losas planas postensadas, ya sean simples o continuas, se pueden analizar (determinación de las acciones internas, como: momentos, fza. cortante) por medio de los siguientes métodos, para carga vertical:

- (1) El método del marco equivalente, que se emplea si las columnas son rígidas y están rígidamente conectadas a la losa.
- (2) El método directo de análisis (se emplea también en concreto reforzado).
- (3) El método de la viga, que se emplea si las columnas no son rígidas y no están rígidamente conectadas a la losa.

Se analizará por los tres métodos anteriores una franja de losa cuyo ancho se define en el Capítulo II y la cual se divide en franja de columna y franja central.

Ver el capítulo II en métodos de análisis para definir ampliamente cada uno de ellos.

Las losas planas postensadas, se pueden diseñar (determinación de la fuerza (F) de presfuerzo requerida en los tendones,  $P_e = \text{presfuerzo efectivo} = F$ ) por los siguientes métodos:

- (1) Método de balance de cargas.
- (2) Método directo de diseño; que toma en cuenta el balance de cargas.

El diseño se efectuará para cada una de las franjas de di

seño (franja de columna ó franja central).

Una exposición más amplia de los métodos de diseño para las losas planas postensadas se verá en el Capítulo II.

En una losa plana continua postensada, en la franja central los tendones actúan hacia arriba (en el centro de la losa); en la mitad del claro de la franja de columna, un conjunto de tendones actúa hacia arriba y otro hacia abajo, todo esto es debido a que se postensa en dos direcciones.

Para las losas planas postensadas, se consideran:

Los momentos actuantes debidos a las cargas y los momentos-resistentes debidos al presfuerzo.

El momento debido a la carga es el mismo para las losas planas, tanto en concreto presforzado (postensado) como en concreto reforzado. Y se emplean los mismos porcentajes (coeficientes) para el momento, en división por franjas. Bajo carga de trabajo, las losas planas postensadas se comportan siguiendo más de cerca la teoría elástica, que las losas planas reforzadas.

Por la aplicación apropiada de las Leyes de la estática, y la teoría del concreto presforzado, se pueden diseñar satisfactoriamente las losas planas postensadas.

El diseño completo de una losa plana postensada incluye lo siguiente:

- (1) Análisis
- (2) Determinación de los perfiles de los cables.
- (3) Diseño

- (4) Comprobación de esfuerzos en el concreto tanto durante la transferencia del presfuerzo del tendón al concreto ( $P_i$  = presfuerzo inicial), como bajo cargas de trabajo ( $P_e$  = presfuerzo efectivo). Ver la sección 2.4. (capítulo II).
- (5) Cálculo de las cargas de ruptura ó momento resistente por flexión.
- (6) Cálculo de las deflexiones.
- (7) Cálculo de los esfuerzos en los anclajes.

De acuerdo al reglamento (ACI-71):

El espaciamiento máximo de los cables (tendones de presfuerzo), en las franjas de columna no debe ser mayor de 4 veces el espesor de la losa, y el espaciamiento máximo de los cables (tendones de presfuerzo) en la franja central no debe ser mayor de 6 veces el espesor de la losa.

Para las losas planas postensadas continuas en dos o más claros, se sugiere que la relación claro/espesor de la losa, no exceda generalmente de 42 para pisos, ni de 48 para techos, y se pueden aumentar a 48 y 52 si cumplen las flechas y contraflechas.

(En base a lo mencionado anteriormente se pueden obtener los espesores de las losas planas postensadas.).

La longitud máxima de una losa plana postensada entre juntas de construcción se limita a 30 ó 45 m, esto es, para minimizar el efecto del acortamiento de la losa debido al presfuerzo, ya que causa flexión en las columnas (si son rígidas), y además -

para evitar las excesivas pérdidas de presfuerzo debidas a la fricción.

Se usará refuerzo no presforzado para reducir el agrietamiento debido a esfuerzos excesivos, y para aumentar la resistencia a la ruptura en las secciones de momentos flexionantes elevados.

## C A P I T U L O   I I

### CRITERIOS DE ANALISIS Y DISEÑO DE LOSAS PLANAS POSTENSADAS

- 2.1. Distribución teórica de momentos.
- 2.2. Métodos de análisis.
  - 2.2.1. Método directo de análisis.
  - 2.2.2. Método del marco equivalente.
  - 2.2.3. Método de la viga.
- 2.3. Métodos de Diseño.
  - 2.3.1. Método de carga balanceada.
  - 2.3.2. Método directo de diseño para losas planas y -  
placas planas presforzadas (postensadas).
- 2.4. Análisis elástico por flexión.
  - 2.4.1. Obtención del núcleo de una sección.
  - 2.4.2. Determinación del perfil del tendón.
- 2.5. Determinación de la resistencia a la flexión.
- 2.6. Determinación de la resistencia a cortante y tensión-  
diagonal.
- 2.7. Cálculo de las deflexiones.

## C A P I T U L O II

### CRITERIOS DE ANALISIS Y DISEÑO DE LOSAS PLANAS POSTENSADAS

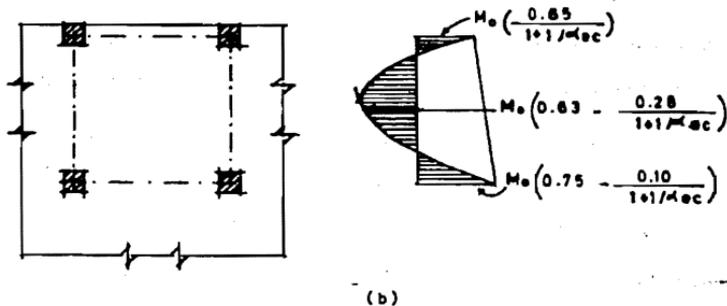
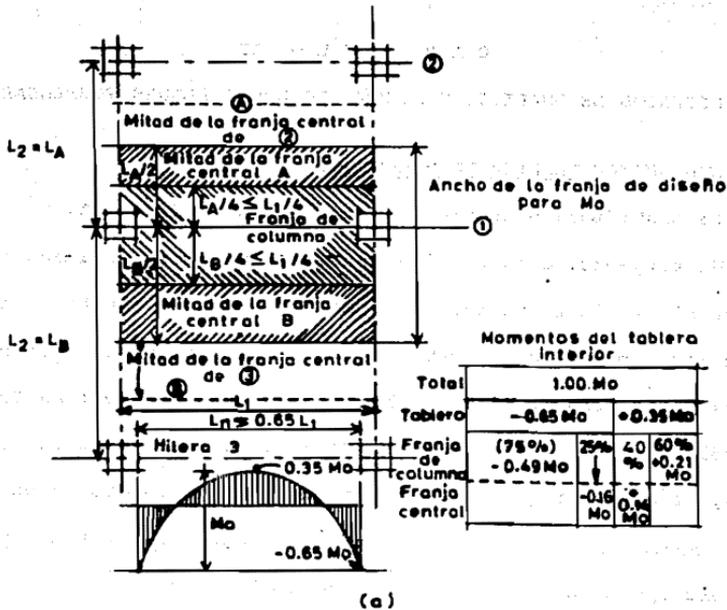
#### 2.1. DISTRIBUCION TEORICA DE MOMENTOS.

La distribución teórica de momentos se define así:

Westergaard, desarrolló un análisis teórico de losas planas, estableció la subdivisión del  $M_o$  ( $M_o$ = momento estático total), en momentos positivo y negativo, y a la vez distribuyó estos -- momentos en las dos franjas (de losa) de diseño que son: La franja de columna y la franja central. De acuerdo a los estudios realizados, se encontró que en la franja de columna los momentos negativos y positivos son mayores que los momentos negativos y positivos correspondientes a la franja central.

Además se encontró que con un claro igual entre columnas, pero diferente diámetro de capitel, los momentos negativo y positivo son mayores para el capitel menor, esto es debido a que el claro libre  $L_n$  ( distancia entre las caras de los capiteles de columna o cara de columna cuando no hay capitel) entre columnas es mayor.

La distribución de momentos actual para las losas planas postensadas de acuerdo al reglamento ACI-71 y D.D.F.77, aparece en la Figura (2.1).



F I G U R A 2.1

Distribución Teórica de Momentos

a) para Tablero Interior

b) para Tablero Exterior.

## 2.2. MÉTODOS DE ANÁLISIS.

### 2.2.1. Método directo de análisis

El método directo de análisis es un método semiempírico, y se define así:

Reglas básicas por flexión para poder aplicar el método directo de análisis:

- a) Se requiere un mínimo de tres claros continuos en cada dirección apoyados directamente sobre columnas.
- (b) Se requieren tableros rectangulares con el claro largo de no más de dos veces el claro corto ( $[\text{claro largo}/\text{claro corto}] \leq 2$ ).
- (c) Se requieren claros sucesivos no difiriendo por más de  $1/3$  del claro largo.
- (d) Se requiere una carga viva de no más de tres veces la carga muerta.

En relación a los espesores de la losa plana postensada, acudir al capítulo I, a la sección 1.2.8., para obtener información.

El ábaco se tomará con las siguientes dimensiones:

Será cuadrado o rectangular, con dimensiones de  $L_1/3 \times L_2/3$  y con un espesor de  $5/4 h_s$  (espesor total).

$L_1$  = claro centro a centro de columnas en la dirección del análisis.

$L_2$  = Claro transversal a  $L_1$  (tomado también centro a centro de -- columnas).

hs = Peralte total de la losa plana, o espesor de la misma.

El capitel de columna; es un cono ó pirámide de eje -- circular recto con un vértice a  $90^\circ$ , que se puede incluir dentro del contorno del elemento de soporte (columna).

El cálculo del momento estático total ( $M_o = \frac{1}{8} W L_2 L_1^2$ ), Ver la Figura (2.1) , se basa en una franja de losa de ancho ( $L_2$ ), limitada a cada lado de la línea central (eje central) de columnas, por la mitad del tablero (A) ó mitad del claro  $L_A$ , y la mitad del tablero (B) ó mitad del claro  $L_B$ , o sea,  $0.5 (L_{2A} + L_{2B})$ .

En la fórmula correspondiente a  $M_o$  = momento estático total, se definen así cada una de las variables:

$W$  = Carga total en  $\text{kg}/\text{m}^2$

$L_2$  = Ancho de la franja de diseño

$L_n$  = Claro libre entre columnas (tomado entre caras de columnas cuadradas o Capiteles cuadrados equivalentes a capiteles circulares).

o se puede tomar  $L_n = L_1$ , tomando como sección crítica el centro de los apoyos (columnas).

Aplicación del método directo de análisis para tableros interiores de losa plana postensada.

La aplicación del método directo de análisis para tableros interiores de losa plana postensada se define así:

Ver la Figura (2.1a).

La distribución del momento estático total ( $M_o$ ) para la franja de diseño (franja de losa) de ancho  $L_2$ , es la siguiente:

Momento negativo total de diseño = - 0.65  $M_o$

Momento positivo total de diseño = + 0.35  $M_o$

Y se toman como secciones críticas (por momento): Las caras de las columnas cuadradas ó equivalentes cuadradas a circulares, y el centro de los apoyos (columnas), "para momento negativo", y "para momento positivo" el centro del claro. La franja de diseño de ancho  $L_2$ , se subdivide en una franja de columna de ancho =  $(L_{2A}/4 + L_{2B}/4) \leq L_1/2$ , y dos mitades de franja central -- que equivalen a una franja central\* de ancho =  $(L_{2A}/4 + L_{2B}/4)$ , y cada una de estas dos franjas (franja de columna y franja central) se tomará como franja a diseñar de acuerdo a los métodos de diseño que se mencionarán más adelante.

La distribución del momento estático total ( $M_o$ ) para las franjas de columna y franja central en un tablero interior de losa plana postensada es la siguiente:

Para la franja de columna:

Momento negativo = - 0.75 (.65  $M_o$ ) = - 0.49  $M_o$

Momento positivo = + 0.60 (0.35  $M_o$ ) = + 0.21  $M_o$

Para la franja central:

---

\* Franja central; es aquella que está limitada por dos franjas de columna.

Momento negativo =  $- 0.25 (0.65 M_o) = - 0.16 M_o$

Momento positivo =  $+ 0.40 (0.35 M_o) = + 0.14 M_o$

Aplicación del método directo de análisis para tableros exteriores de losa plana postensada.

La aplicación del método directo de análisis para tableros exteriores de losa plana postensada, se define así:

Ver la Figura (2.1b).

Se toma en cuenta, la rigidez relativa de columna a losa, de acuerdo a esto, se reparte proporcionalmente el momento estático total ( $M_o$ ), de la siguiente manera:

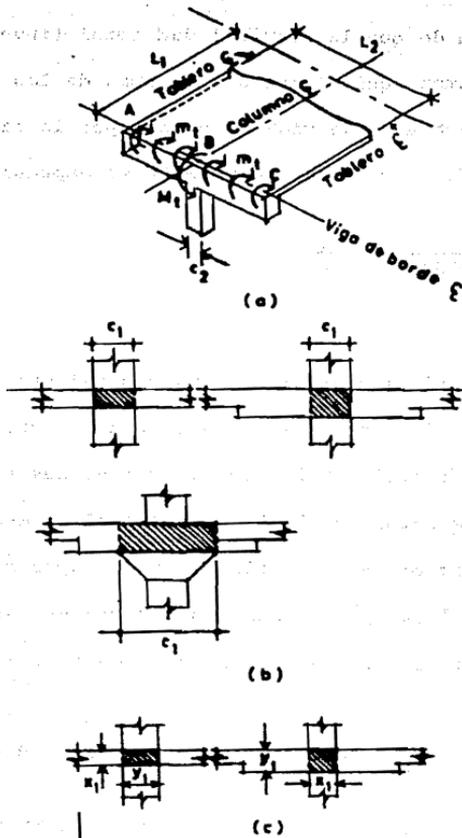
Ver la Figura (2.2a), que corresponde a la obtención de la rigidez de la columna equivalente.

En esta figura, se observa que la restricción a rotación - proporcionada en el exterior (extremo) de la losa que cruza en la dirección  $L_1$ , es influenciada no solamente por la rigidez a flexión de la columna exterior, sino también por la rigidez a torsión de la viga de borde AC, con momento de torsión  $m_t$  aplicado por la losa, y momento resistente de torsión  $M_t$  proporcionado por la columna, las secciones de la viga de borde en A y C girarán a un grado mayor que la sección en B, a causa de la deformación torsional (o de torsión) de la viga de borde.

Para tener en cuenta este efecto, la columna actual\* y la viga de borde son reemplazadas por una columna equivalente, defi-

---

\* Columna exterior.



## F I G U R A 2.2

Obtención de la Rigidez de la Columna Equivalente

- a) Torsión en la viga de Borde (Transversal) (Ref.13.Pag.213)
- b) Sección que corresponde a la viga de Borde (Transversal) en una Losa Plana, y que trabaja a Torsión (Ref.4.Pag.286)
- c) División de la viga de Borde para fines de cálculo de (C) perteneciente a la Rigidez a Torsión ( $k_t$ ) de la misma. (Ref.4.Pag.290)

nida así, a fin de que la flexibilidad total (inversa a la rigidez) de la columna equivalente sea la suma de las flexibilidades de la columna actual y la viga de borde, por lo tanto, la flexibilidad total de la columna equivalente se expresa así:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\Sigma K_c} + \frac{1}{K_t} \quad (2.1)$$

en donde:

$K_{ec}$  = Rigidez a flexión de la columna equivalente

$K_c$  = Rigidez a flexión de la columna actual (exterior)

$K_t$  = Rigidez a torsión de la viga de borde, que es una franja de losa de ancho igual al capitel o al espesor de la columna exterior en la dirección  $L_1$ , y de espesor igual al total de la losa, ya sea sin ábaco o con él, si lo hay.

$\Sigma K_c$  = Suma de las rigideces de columna exterior, arriba y abajo del nudo.

(rigideces expresadas en momento por unidad de giro).

Si se expresa la columna equivalente en términos de rigidez (rigidez de la columna equivalente), tenemos lo siguiente:

$$K_{ec} = \frac{1}{\frac{1}{\Sigma K_c} + \frac{1}{K_t}} \quad (2.2)$$

La rigidez a flexión para miembros con una sección transversal uniforme es:  $\frac{4EI}{L}$ , y para otros casos se obtiene por las ecuaciones de la mecánica.

El momento de inercia  $I$ , para la franja de losa de diseño de ancho  $L_2$ , se calcula con la sección gruesa de concreto, ignorando el acero, y de acuerdo a este método de análisis, las variaciones debidas a los ábacos y capiteles de columna pueden ser ignoradas.

De acuerdo al reglamento ACI-71, la sección transversal de la viga de borde que trabaja a torsión en una losa plana postensa da es:

Una porción de losa que tiene un ancho igual al de la columna o capitel ( $c_1$ ), en la dirección en la que son determinados los momentos ( $L_1$ ) y de espesor igual al espesor total de la losa, ya sea con o sin ábaco, en caso de que hubiera o nó, Ver la Figura (2.2b).

La rigidez a torsión de la viga de borde se calcula así:

$$K_t = \Sigma \left[ \frac{9 E_c C}{L_2 (1 - c_2/L_2)^3} \right] \quad (2.3)$$

En donde:

$E_c$  = Módulo de elasticidad del concreto de la losa

$c_2$  = Dimensión de la columna rectangular ó capitel en la dirección  $L_2$ .

$C$  = Constante de la sección transversal (momento polar de inercia), semejante al momento polar de inercia ( $J$ ) para miembros circulares en torsión.

$\Sigma$  = Sumatoria, se aplica cuando haya vigas de borde a ambos lados de la columna exterior (o de borde).

$K_t$  = Rigidez a torsión de la viga de borde.

La constante C pertenece a la rigidez a torsión de la viga de borde y se obtiene tras dividirla en rectángulos componentes con:

$x$  = Dimensión menor de una sección rectangular

$y$  = Dimensión mayor de una sección rectangular.

Ver la Figura (2.2 c), después de la división en rectángulos componentes de la viga de borde, se obtiene la suma de todos, por medio de la Ecuación:

$$C = \sum (1 - 0.63 x/y) x^3 y / 3 \quad (2.4)$$

Y se debe obtener el mayor C.

Se puede ver en todo lo mencionado anteriormente, que la columna equivalente, es más flexible (menos rígida) que la(s) columna(s) exterior(es) sola(s),  $\sum K_c$ .

Si la rigidez a torsión de la Viga de borde ( $K_t$ ) es pequeña, como en una losa plana postensada; la rigidez de la columna equivalente ( $K_{ec}$ ) es más flexible (menos rígida) que  $\sum K_c$ .

Una vez obtenida la rigidez de la columna equivalente ( $K_{ec}$ ), la distribución del momento estático total ( $M_o$ ) en las secciones críticas para momentos de flexión positivo y negativo en el tablero exterior de una losa plana postensada, se expresa así:

Ver la Figura (2.1b).

(Las secciones críticas por momento negativo se tomarán al centro de los apoyos (columnas) y por momento positivo en el centro del claro).

Momento negativo interior total de diseño:

$$M_{neg.int.total} = \left( 0.75 - \frac{0.10}{1 + \alpha_{ec}} \right) M_0 \quad (2.5a)$$

Momento positivo total de diseño:

$$M_{pos.total} = \left( 0.63 - \frac{0.28}{1 + \alpha_{ec}} \right) M_0 \quad (2.5b)$$

Momento negativo exterior total de diseño:

$$M_{neg.ext.total} = \left( \frac{0.65}{1 + \alpha_{ec}} \right) M_0 \quad (2.5c)$$

En las ecuaciones anteriores:  $\alpha_{ec} = \frac{K_{ec}}{\sum(K_a + K_b)}$

$K_b = 0$  para losas planas postensadas.  $\therefore \alpha_{ec} = \frac{K_{ec}}{\sum(K_a)}$  (2.6)

En la ecuación (2.6):  $\alpha_{ec}$  = Relación de rigideces a flexión, de columna\* equivalente a losa.

$K_a$  = Rigidez a flexión de la franja de losa (franja de diseño) de ancho  $L_2$ , peralte total  $h$ , y claro  $L_1$  entre centros de columna.

$K_{ec}$  = Rigidez de la columna equivalente.

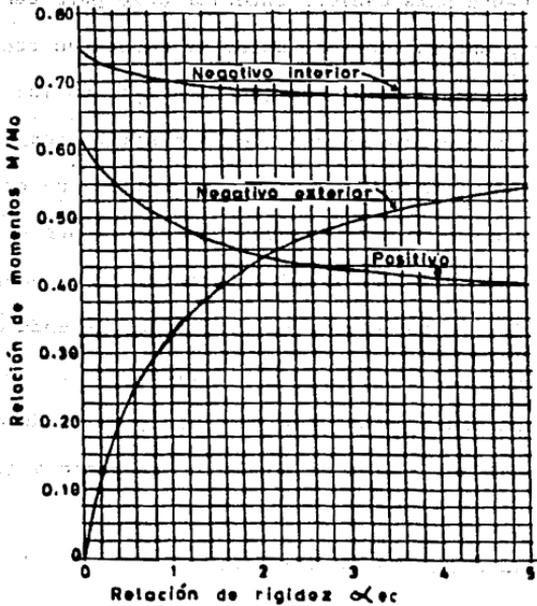
Como un resumen, para calcular la distribución del momento estático total en un tablero exterior de losa plana postensada, se siguen los siguientes pasos:

- 1) Calcular ( $K_a$ ), la rigidez a flexión de la losa (franja de ancho= $L_2$ ), para la flexión en la dirección  $L_1$ .

- (2) Calcular  $K_c$ , que es la rigidez a flexión de la columna actual (columna exterior).
- (3) Calcular  $C$ , la constante de torsión para la viga de borde, se emplea la ecuación (2.4).
- (4) Calcular  $K_t$ , la rigidez a torsión de la viga de borde, se emplea la ecuación (2.3).
- (5) Calcular  $K_{ec}$ , la rigidez a flexión de la columna equivalente, se emplea la ecuación (2.2).
- (6) Calcular  $\alpha_{ec}$ , la relación de rigideces a flexión, de columna equivalente a losa, se emplea la ecuación (2.6).
- (7) Aplicar las ecuaciones (2.5a), (2.5b) y (2.5c) para distribuir  $M_o$  (momento estático total), a las secciones críticas de flexión, negativas y positiva; para esto, se puede emplear la Gráfica (2.1).

En todo lo mencionado anteriormente, se toma en cuenta la influencia de la deformación torsional (considerando su rigidez) de la viga de borde.

En un tablero exterior de losa plana postensada, menos momento negativo va a la columna exterior (ó apoyo exterior), y por lo tanto, más momento positivo en el centro del claro  $L_1$ , le corresponde a la franja (de losa) de diseño de ancho  $L_2$ , y habrá más momento negativo en el primer apoyo interior (columna interior).



## G R A F I C A 2.1

Relaciones de distribución de Momentos para Las Planas en Tableros Exteriores.

(Ref.13.Pag.806)

Una vez distribuido el  $M_o$ , en momentos negativos y positivos (totales) tanto para tablero interior como para tablero exterior de losa plana postensada, estos se conservan constantes - a lo ancho de la franja de diseño (ancho =  $L_2$ ), en las secciones críticas, y así mismo, cuando se hace la distribución de estos - momentos, en franjas de columna y franja central, se conservan - constantes a lo ancho de las mismas en las secciones críticas.

Esta distribución por franjas, franjas de columna y franja central, de los momentos totales de diseño, depende de la relación  $L_2/L_1$ , la rigidez relativa de la viga y de la losa ( $\alpha$ , en este caso de losa plana postensada,  $\alpha = 0$ ), y el grado de restricción torsional de la viga de borde con respecto a la losa -- ( $\beta_t$ ).

Ver la Tabla 2.1 y la Gráfica 2.2.

En donde:

$\alpha$  = Rigidez relativa de la viga y de la losa =  $\frac{Ecb}{Ecs} \frac{Ib}{Is} = 0$   
para losas planas, ya que  $Ib=0$

$\alpha_1 = \alpha$  medido en la dirección  $L_1$

$\alpha_2 = \alpha$  medido en la dirección  $L_2$

$\beta_t$  = Relación entre la rigidez a torsión de la viga de -  
borde y la rigidez a flexión de un ancho de losa --  
igual a  $L_2 = \frac{JG/L}{EIs/L} = \frac{J(0.5E)}{EIs} = \frac{C}{2Is}$

$C = J =$  Momento polar de inercia de la viga de borde

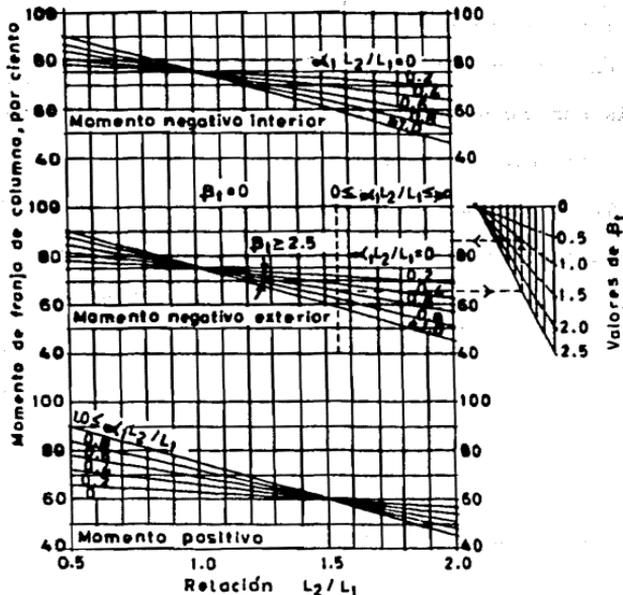
$Is =$  Momento de inercia de la franja de losa de ancho  $L_2$ .

$G =$  Módulo de cortante =  $0.5 E$

## T A B L A 2.1

Porcentaje de los Momentos Totales que se asignan a las Franjas de Columna. (Ref.13.Pag.216)

	$L_2/L_1$		
	0.5	1.0	2.0
Momento negativo interior de diseño: $\alpha_1 L_2/L_1 = 0$ $\alpha_1 L_2/L_1 \geq 1.0$	75 90	75 75	75 45
Momento negativo exterior de diseño: $\alpha_1 L_2/L_1 = 0$	$\beta_1 = 0$ 100	100	100
$\alpha_1 L_2/L_1 \geq 1.0$	$\beta_1 \geq 2.5$ 75	75	75
	$\beta_1 = 0$ 100	100	100
Momento positivo de diseño: $\alpha_1 L_2/L_1 = 0$ $\alpha_1 L_2/L_1 \geq 1.0$	60 90	60 75	60 45



## G R A F I C A 2.2

Cartas de Interpolación para distribución lateral de los Momentos en Losas Planas, y se proporciona el porcentaje de los Momentos Totales que se asigna a la Franja de Columna.

$E =$  Módulo de elasticidad del concreto.

### 2.2.2. Método del marco equivalente.

El método del marco equivalente es considerado como un método de análisis elástico aproximado, para las losas planas post-tensadas y toma en cuenta lo siguiente:

Se consideran rígidas las columnas y rígidamente conectadas a la losa, las columnas se suponen fijas en los pisos de arriba y abajo del nudo.

Este es un método de análisis que se emplea sólo para el análisis por carga vertical, y el análisis se efectúa por pisos como se verá más adelante.

El método del marco equivalente\*, toma en cuenta el trabajo en conjunto de columnas, vigas transversales y losas longitudinales, cada una actuando con su rigidez flexionante (columnas y losa) y rigidez torsionante (viga transversal o de borde), tal y como se considera para estructuras con columnas, vigas y losas, para el análisis tanto para carga vertical como para carga horizontal, y ya que la distribución de momentos en sistemas de piso depende de la relación de rigideces entre losas, vigas (si las hay) y columnas, y además de la carga aplicada a los mismos (sistemas de piso).

En el caso de tener un sistema de piso, por ejemplo, de 3 claros continuos e iguales, y se toma para el análisis una fran-

\* Es muy distinto a los métodos usuales de losas perimetrales.

ja de losa de ancho ( $L_2$ ) igual a la mitad del tablero a cada lado de la línea (eje) de columnas, ver la Figura (2.3), y de acuerdo a los diagramas de momentos obtenidos, se debe cumplir para cada claro lo siguiente:

$M_0$  = Momento estático total

$$M_0 = \frac{WL_2L_1^2}{8} = \text{Promedio de los momentos negativos en los extremos del claro } (L_1) \text{ más el momento positivo en el centro del claro } (L_1).$$

En donde:

$W$  = Carga total aplicada al sistema de piso ( $\text{Kg/m}^2$ )

$L_2$  = Ancho de la franja de losa

$L_1$  = Claro entre columnas, centro a centro de las mismas.

En la losa plana postensada, los momentos que corresponden a la franja de columna son mayores que los correspondientes a la franja central.

En la losa plana postensada, para una mayor rigidez de la columna exterior el momento negativo exterior total será mayor en la losa, y el momento positivo en el centro del claro exterior (tablero exterior), será menor, y así a la inversa.

La rigidez torsionante (a torsión) de las Vigas de borde proporciona un empotramiento parcial a las losas, este se presenta en los tableros exteriores; mientras mayor es la rigidez a torsión de la viga de borde, mayor es el momento flexionante en el borde de la losa, y la rigidez torsionante actúa cuando hay dese-

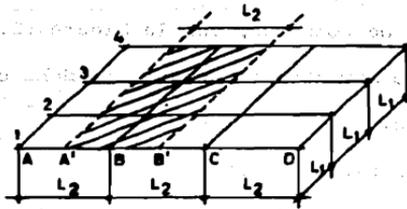


FIGURA 2.3

Franja de una Losa en la cual se determinan los Momentos Flexionantes.

(Ref.4. Pag.280)

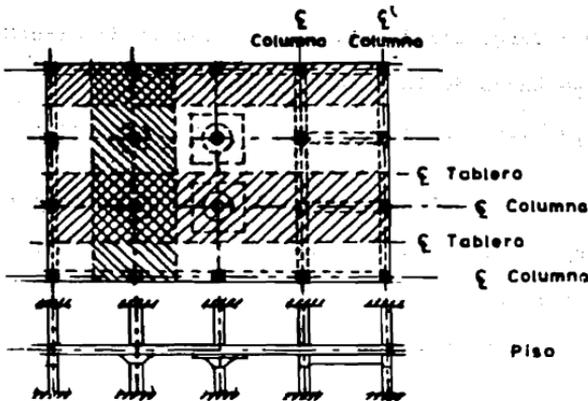


FIGURA 2.4

Idealización de la Estructura para el Análisis por el Método del Marco Equivalente.

(Ref.13. Pag.219)

quilibrio de cargas de tableros vecinos (tableros extremos).

### Análisis de sistemas de piso.

El análisis de sistemas de piso se define así:

El método del marco equivalente, consiste en sustituir la estructura tridimensional por marcos bidimensionales formados -- por columnas y vigas\*.

En este caso, las vigas longitudinales serán iguales a -- una franja de losa de ancho igual a la suma de las mitades de -- tablero a cada lado de la línea (eje) de columnas, (franja de ancho =  $L_2$ ), esta franja de losa de ancho= $L_2$ , se usa para calcular las cargas y la rigidez de la losa (franja), para analizar una -- losa plana postensada por el método del marco equivalente se siguen los siguientes pasos:

- a) Idealización de la estructura tridimensional en marcos bidimensionales formados por columnas y vigas.
- b) Determinación de las rigideces de los elementos (vigas y columnas equivalentes)
  - b.1) Geometría
  - b.2) Determinación de las rigideces de los elementos que forman los marcos equivalentes, vigas y columnas, a partir de la determinación de los factores de rigidez, uso de tablas.

---

\* Las vigas, se toman como la franja de losa de ancho  $L_2$ , y la viga transversal o de borde se incluye también ahí.

c) Análisis estructural de los marcos por Cross, y distribución de momentos para cada carga, y obtención de los momentos totales de diseño en las secciones críticas.

d) Distribución de los momentos totales en las secciones críticas, de una franja de losa de ancho  $L_2$ , a franjas de columna y franja central.

La definición para cada uno de los pasos anteriores es la siguiente:

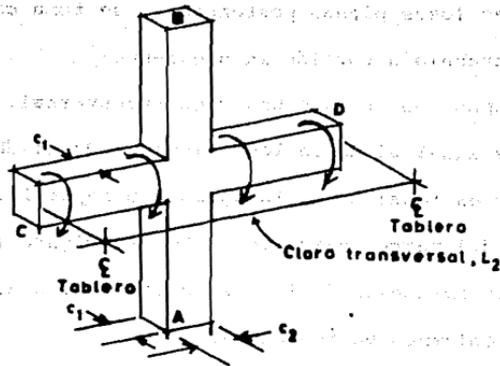
a) Idealización de la estructura tridimensional en marcos bidimensionales formados por columnas y vigas:

La idealización de la estructura tridimensional en marcos bidimensionales formados por columnas y vigas consiste en lo siguiente:

Se considera una franja de losa de diseño, de ancho ( $L_2$ ), que es igual a la mitad del tablero a cada lado de la línea (eje) de columnas, y se considera una franja similar para cada dirección, Ver la Figura (2.4).

Las columnas de los marcos equivalentes, son iguales a las columnas de la estructura, pero modificadas, ya que además de la columna incluyen la viga perpendicular (cuyo ancho es  $c_1$ , para losas planas postensadas) a la dirección del marco equivalente ( $L_1$ , por ejemplo). Ver la Figura (2.2 y 2.5).

Esta modificación, se hace para tener en cuenta el efecto de restricción (rigidez) por torsión que ejercen las vigas trans-



**F I G U R A 2.5**

**Columna Modificada Equivalente.**

(Ref.3.Pag.355)

versales, sobre la losa.

En las losas planas postensadas, se toma como viga transversal que trabaja a torsión la siguiente:

Se supone que existe una viga transversal, cuyo peralte - (espesor) es igual al de la losa (incluyendo el ábaco, si lo hay), y cuyo ancho es igual al de la columna o capitel en la dirección de análisis del marco equivalente; Ver la Figura (2.2b).

b) Determinación de las rigideces de los elementos (vigas y columnas equivalentes).

Para calcular las rigideces se consideran secciones gruesas de concreto sin agrietar e ignorando el acero; en vista de - que ningún miembro del marco equivalente tiene un momento de - - inercia ( $I$ ) constante, la rigidez no es  $\frac{4EI}{L}$ , pero es algo más - que 4, y algo más que 0.5 para el factor de transporte; también - el momento de empotramiento es más grande que para un momento de inercia de la losa ( $I$ ) uniforme; es uniforme el momento de inercia de la losa ( $I$ ) cuando no hay ábaco o capitel de columna; aun que dentro del espesor de la columna,  $I$  tiende a infinito ( $\infty$ ).

La determinación de las rigideces de los elementos (vigas y columnas equivalentes), incluye lo siguiente:

b.1) Geometría; que consiste en la determinación de los - parámetros que intervienen en las Tablas (2.2, 2.3, 2.4) y Figura - (2.7), y que sirven para la obtención de los factores de rigidez:

Para columnas arriba y abajo del nudo ( $k_c$ ), para la franja de losa de ancho  $L_2$ . ( $k$ ).

b.2) Determinación de las rigideces de los elementos que forman los marcos equivalentes, vigas y columnas, a partir de -- la determinación de los factores de rigidez, uso de las Tablas - (2.2,2.3,2.4) y Figura (2.7).

b.2.1.) Vigas del marco equivalente en losas planas postensadas.

Ver la Figura (2.6).

Las vigas del marco equivalente en losas planas postensadas se definen así:

En la Figura anterior, el momento de inercia ( $I_A$ ) de la franja de losa de ancho  $L_2$  en el centro del claro  $L_1$  de la losa, es el de una sección rectangular de ancho  $L_2$ , y peralte (espesor) "h" de la losa como altura, este momento de inercia ( $I_A$ ) se mantiene constante hasta la cara del ábaco, el momento de inercia ( $I_B$ ) desde la cara del ábaco hasta la cara de la columna o capitel es el de una sección T; y el momento de inercia ( $I_C$ ) desde el centro de la columna hasta la cara del capitel, es igual al momento de inercia en el ábaco dividido entre  $(1-c_2/L_2)^2$ , ya que en este tramo la sección es de peralte variable, o sea, que es mayor el momento de inercia ( $I_C$ ) y por lo tanto tiende a infinito.

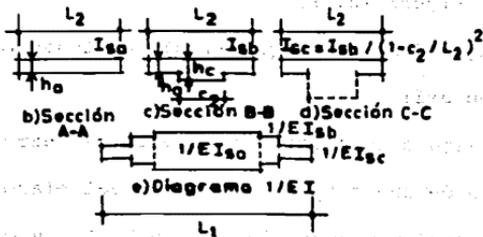
Las rigideces de las vigas equivalentes se pueden calcular con las Tablas (2.2,2.3,2.4) y la Figura (2.7).

b.2.2.) Columnas del marco equivalente.

Las columnas del marco equivalente se definen así:



a) Sección transversal del sistema de piso



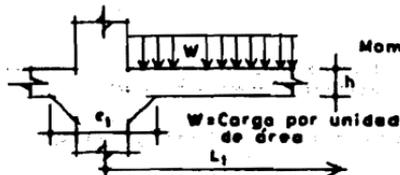
F I G U R A 2.6

Cálculo de la Rigidez de Vigas Equivalentes en Sistemas de Piso sin Vigas.

(Ref.4. Pag.287)

## T A B L A 272

Constantes para calcular los momentos de empotramiento, rigideces y factores de transporte en sistemas de piso sin vigas y con capiteles en las columnas o sin ellos.



$$\text{Momentos de empotramiento perfecto} = MWL_2L_1^2 = M^1$$

$$\text{Rigidez a flexión} = K = kEL_2^3 / 12L_1$$

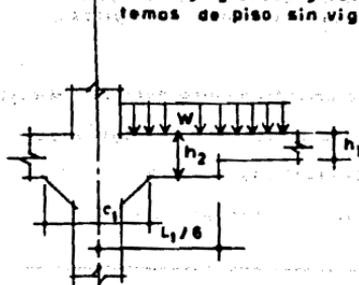
$$I_0 = L_2^3 / 12 \quad h = h_0$$

$$\text{Factor de transporte} = FT$$

$c_1/L_1 \backslash c_2/L_2$		0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
		0.00	M	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
	k	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
	FT	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
0.05	M	0.000	0.004	0.004	0.004	0.005	0.005	0.005	0.005	0.006	0.006	0.006
	k	4.000	4.047	4.093	4.139	4.181	4.222	4.261	4.299	4.334	4.368	4.399
	FT	0.500	0.503	0.507	0.510	0.513	0.516	0.519	0.521	0.523	0.525	0.526
0.10	M	0.003	0.004	0.005	0.005	0.006	0.007	0.007	0.008	0.008	0.009	0.009
	k	4.000	4.091	4.182	4.272	4.362	4.449	4.535	4.618	4.698	4.774	4.846
	FT	0.500	0.506	0.513	0.519	0.524	0.529	0.533	0.536	0.539	0.541	0.543
0.15	M	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.009	0.010	0.010	0.011
	k	4.000	4.132	4.267	4.403	4.541	4.680	4.818	4.955	5.091	5.222	5.349
	FT	0.500	0.509	0.517	0.525	0.534	0.543	0.552	0.559	0.565	0.572	0.579
0.20	M	0.003	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.012	0.012	0.014
	k	4.000	4.170	4.346	4.529	4.717	4.910	5.108	5.309	5.509	5.710	5.908
	FT	0.500	0.511	0.522	0.532	0.543	0.554	0.564	0.574	0.584	0.593	0.602
0.25	M	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.010	0.011	0.012	0.014	0.015	0.016
	k	4.000	4.294	4.600	4.946	5.330	5.738	6.161	6.598	7.052	7.520	8.002
	FT	0.500	0.512	0.525	0.538	0.550	0.563	0.576	0.588	0.600	0.612	0.623
0.30	M	0.003	0.005	0.006	0.008	0.009	0.011	0.012	0.014	0.015	0.016	0.018
	k	4.000	4.235	4.488	4.780	5.050	5.361	5.692	6.044	6.414	6.802	7.205
	FT	0.500	0.514	0.527	0.542	0.556	0.571	0.585	0.600	0.614	0.628	0.642
0.35	M	0.003	0.005	0.007	0.008	0.010	0.011	0.013	0.014	0.016	0.018	0.019
	k	4.000	4.264	4.651	5.084	5.504	5.975	6.416	6.888	7.395	7.935	8.500
	FT	0.500	0.514	0.529	0.545	0.560	0.576	0.593	0.609	0.626	0.642	0.658
0.40	M	0.003	0.005	0.007	0.008	0.010	0.012	0.014	0.015	0.017	0.019	0.100
	k	4.000	4.299	4.807	5.369	5.948	6.517	7.078	7.625	8.158	8.677	9.170
	FT	0.500	0.515	0.530	0.546	0.563	0.580	0.598	0.617	0.635	0.654	0.672
0.45	M	0.003	0.005	0.007	0.008	0.010	0.012	0.014	0.016	0.018	0.100	0.101
	k	4.000	4.311	4.858	5.466	6.090	6.760	7.419	8.058	8.678	9.282	9.874
	FT	0.500	0.515	0.530	0.547	0.564	0.583	0.602	0.621	0.642	0.662	0.683
0.50	M	0.003	0.005	0.007	0.008	0.010	0.012	0.014	0.016	0.018	0.100	0.102
	k	4.000	4.331	4.703	5.123	5.599	6.141	6.760	7.470	8.269	9.134	10.029
	FT	0.500	0.515	0.530	0.547	0.564	0.583	0.603	0.624	0.645	0.667	0.690
$X = (1 - c_2/L_2)^3$		1.000	0.856	0.729	0.615	0.512	0.421	0.343	0.274	0.216	0.166	0.123

## T A B L A A 2.3

Constantes para calcular los momentos de empotramiento, rigideces y factores de transporte en sistemas de piso sin vigas, y con ábacos y capiteles.



Momentos de empotramiento perfecto =  $MWL_2L_1^2 = M'$

Rigidez a flexión =  $K = kEL_2h^3/12L_1$

Factor de transporte = FT

W = Carga por unidad de área

a) Constantes para  $h_2 = 1.25h_1$

$c_1/L_1 \backslash c_2/L_2$		0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
0.00	M	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088
	k	4.795	4.795	4.795	4.795	4.795	4.795	4.797
	FT	0.542	0.542	0.542	0.542	0.542	0.542	0.542
0.05	M	0.088	0.088	0.089	0.089	0.089	0.089	0.090
	k	4.795	4.846	4.896	4.944	4.990	5.035	5.077
	FT	0.542	0.545	0.548	0.551	0.553	0.556	0.558
0.10	M	0.088	0.088	0.089	0.090	0.090	0.091	0.091
	k	4.795	4.894	4.992	5.099	5.184	5.278	5.368
	FT	0.542	0.548	0.553	0.559	0.564	0.569	0.573
0.15	M	0.088	0.089	0.090	0.090	0.091	0.092	0.092
	k	4.795	4.958	5.082	5.228	5.374	5.520	5.665
	FT	0.542	0.550	0.558	0.565	0.573	0.580	0.587
0.20	M	0.088	0.089	0.090	0.091	0.092	0.093	0.094
	k	4.795	4.978	5.184	5.361	5.558	5.760	5.962
	FT	0.542	0.552	0.562	0.571	0.581	0.590	0.590
0.25	M	0.088	0.089	0.090	0.091	0.092	0.094	0.095
	k	4.795	5.015	5.245	5.485	5.735	5.994	6.261
	FT	0.542	0.553	0.563	0.576	0.587	0.598	0.600
0.30	M	0.088	0.089	0.090	0.092	0.093	0.094	0.095
	k	4.795	5.048	5.317	5.601	5.902	6.219	6.550
	FT	0.542	0.554	0.567	0.580	0.593	0.605	0.618

(Continuación)

b) Constantes para  $h_2 = 1.5 h_1$

0.00	M	0.093	0.093	0.093	0.093	0.093	0.093	0.093
	k	5.837	5.837	5.837	5.837	5.837	5.837	5.837
	FT	0.589	0.589	0.589	0.589	0.589	0.589	0.589
0.05	M	0.093	0.093	0.093	0.093	0.094	0.094	0.094
	k	5.837	5.890	5.942	5.995	6.041	6.087	6.131
	FT	0.589	0.591	0.594	0.596	0.598	0.600	0.602
0.10	M	0.093	0.093	0.094	0.094	0.094	0.095	0.095
	k	5.837	5.940	6.042	6.142	6.210	6.335	6.427
	FT	0.589	0.593	0.598	0.602	0.607	0.611	0.615
0.15	M	0.093	0.093	0.094	0.095	0.095	0.096	0.096
	k	5.837	5.986	6.135	6.284	6.432	6.579	6.723
	FT	0.589	0.595	0.602	0.608	0.614	0.620	0.626
0.20	M	0.093	0.093	0.094	0.095	0.096	0.096	0.097
	k	5.837	6.027	6.221	6.418	6.616	6.816	7.015
	FT	0.589	0.597	0.605	0.613	0.621	0.628	0.635
0.25	M	0.093	0.094	0.094	0.095	0.096	0.097	0.098
	k	5.837	6.065	6.300	6.515	6.790	7.045	7.298
	FT	0.589	0.598	0.606	0.617	0.626	0.635	0.644
0.30	M	0.093	0.094	0.095	0.096	0.097	0.098	0.099
	k	5.837	6.099	6.372	6.657	6.953	7.258	7.571
	FT	0.589	0.599	0.610	0.620	0.631	0.641	0.651

(Ref. 4. Pag. 411)

T A B L A 2.4

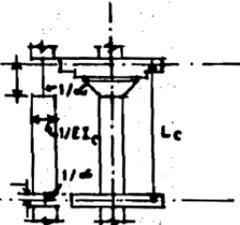
Factores de Rigidez de Columna  $k_c = k_c$

$\frac{b/L_c}{a/L_c}$	0.00	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14	0.16	0.18	0.20	0.22	0.24
0.00	4.000	4.082	4.167	4.255	4.346	4.444	4.545	4.651	4.762	4.878	5.000	4.198	5.263
0.02	4.537	4.433	4.533	4.638	4.747	4.862	4.983	5.110	5.244	5.384	5.533	5.690	5.856
0.04	4.709	4.682	4.840	5.063	5.193	5.330	5.475	5.627	5.787	5.958	6.138	6.329	6.533
0.06	4.822	5.252	5.393	5.539	5.683	5.855	6.027	6.209	6.403	6.608	6.827	7.060	7.310
0.08	4.981	5.735	5.898	6.070	6.252	6.445	6.650	6.866	7.100	7.348	7.613	7.897	8.203
0.10	5.081	6.271	6.462	6.665	6.880	7.109	7.353	7.614	7.893	8.192	8.513	8.859	9.233
0.12	5.650	6.870	7.094	7.333	7.587	7.859	8.150	8.461	8.796	9.157	9.546	9.967	10.420
0.14	7.392	7.540	7.903	8.084	8.265	8.708	9.054	9.496	9.829	10.250	10.740	11.250	11.810
0.16	8.001	8.201	8.704	8.931	9.287	9.670	10.080	10.520	11.010	11.540	12.110	12.740	13.430
0.18	8.796	9.134	9.498	9.888	10.310	10.760	11.280	11.790	12.370	13.010	13.700	14.470	15.310
0.20	9.687	10.080	10.510	10.970	11.470	12.010	12.600	13.240	13.940	14.710	15.560	16.480	17.430
0.22	10.800	11.160	11.680	12.200	12.800	13.440	14.140	14.910	15.760	16.680	17.210	18.870	20.150
0.24	11.820	12.370	12.860	13.610	14.310	15.080	15.920	16.840	17.870	19.000	20.290	21.650	23.280

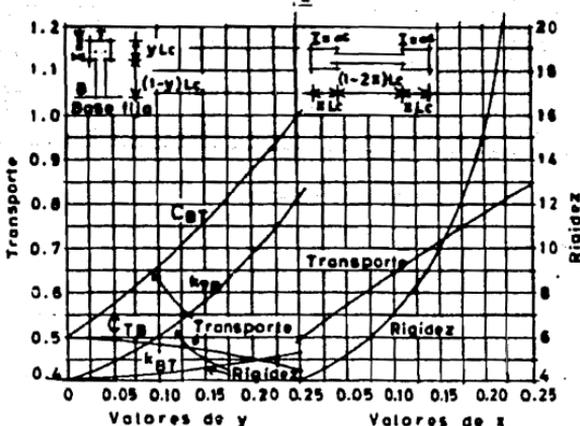
$$K_c = \frac{k_c E_c I_c}{L_c}$$

Si es el extremo cercano es: a  
Si es el extremo lejano es: b

Si es el extremo lejano es: b  
Si es el extremo cercano es: a



(Ref.3. Pag.397)



F I G U R A 2.7

Factores de Transporte y Factores de Rigidez para miembros con  $(I = \text{Momento de Inercia})$  infinito sobre parte de su longitud. (Ref.3. Pag.398)

La columna equivalente está formada por la columna (arriba y abajo del nudo) y una viga transversal que trabaja a torsión, restringiendo a la losa; Ver la Figura (2.2 y 2.5).

Para calcular la rigidez de este elemento compuesto, se parte de la hipótesis de que su flexibilidad (inversa de la rigidez) es igual a la suma de las flexibilidades de los tramos de columna arriba y abajo del nivel de piso, y de la flexibilidad a torsión de la viga transversal. La rigidez de la columna equivalente se calcula así:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{K_t}, \text{ expresada en flexibilidades.}$$

$$K_{ec} = \frac{1}{\frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{K_t}}, \text{ expresada en rigideces.}$$

En donde:

$K_{ec}$  = Rigidez de la columna equivalente.

$\sum K_c$  = Suma de las rigideces a flexión de los tramos de columna comprendidos entre el nivel de piso considerado y los niveles superior e inferior.

$K_t$  = Rigidez a torsión de la viga transversal, en este caso la sección considerada para losa plana postensada. (Ver la Figura (2.2b)).

Todas las rigideces anteriores están expresadas en momento por unidad de giro.

Para calcular la rigidez ( $K_c$ ) de cada columna en sistemas de losas planas postensadas, se supone que el valor de ( $I_c$ ), mo-

mento de inercia de cada columna, es constante, e igual al de la sección gruesa de cada columna, y se toma entre la cara superior de la losa en el nivel inferior, y la base del capitel (o de la losa) en el nivel superior, se supone también que  $I_c$ , es infinito ( $\infty$ ), desde la cara superior de la losa hasta la base del capitel del mismo nivel de piso, o en el espesor de la losa ( $h$ ) si no hay capitel. Ver la tabla (2.4) Figura.

Los valores del factor de rigidez ( $k_c$ ) para columna se obtienen de: La tabla 2.4, y la Figura (2.7), y a partir de estos factores de rigidez ( $k_c$ ) se obtienen las rigideces de las columnas ( $K_c$ ).

La rigidez a torsión  $K_t$ , de la viga transversal a la columna y a la franja de losa de ancho  $L_2$ , se calcula con la siguiente ecuación:

$$K_t = \Sigma \left[ \frac{9 E_{cs} C}{L_2 (1 - c_2/L_2)^3} \right]$$

En donde:

- $\Sigma$  = Se emplea para considerar viga transversal a cada lado de la columna.
- $E_{cs}$  = Módulo de elasticidad del concreto de la losa.
- $L_2$  = Ancho de la franja de losa de diseño del marco equivalente.
- $c_2$  = Ancho de la columna o capitel en la dirección  $L_2$ .
- $C$  = Momento polar de inercia de la Viga transversal.

$C = \Sigma (1 - 0.63 \cdot x/y) \cdot x^3 \cdot y/3$ . La  $\Sigma$  se emplea por si hay varios rectángulos componentes de la sección transversal de la viga transversal.

$x =$  Dimensión menor de una sección rectangular.

$y =$  Dimensión mayor de una sección rectangular.

La viga transversal que trabaja a torsión se ilustra en la Figura (2.2b y 2.2c); una vez calculada la rigidez a torsión  $K_t$ , de la viga transversal, se calcula la rigidez de la columna equivalente ( $K_{ec}$ ).

b.3) Obtención de los factores de: Momento de empotramiento (M), de transporte FT, y se usan las tablas (2.2 y 2.3), además se obtienen los factores de distribución ( $\gamma$ ).

c) Análisis estructural de los marcos por Cross, y distribución de momentos para cada carga, y obtención de los momentos-totales de diseño en las secciones críticas.

El análisis estructural de los marcos equivalentes por Cross, y la distribución de momentos para cada carga, así como la obtención de los momentos totales de diseño en las secciones-críticas, se define así:

Una vez que son calculadas las rigideces de la viga y columnas equivalentes, se efectúa el análisis estructural del marco equivalente, y para realizarlo, se consideran primero las cargas actuando sobre el marco:

El análisis por carga vertical se efectúa aislando cada uno de los pisos, y suponiendo que las columnas superior e infe-

rior estén empotradas en los extremos opuestos, tal como aparece en la Figura (2.8a).

En el análisis por carga horizontal (viento ó sismo), deben analizarse los marcos completos, ver la Figura (2.8b).

Cuando se conoce la distribución de la carga viva, el análisis se hace para tal distribución.

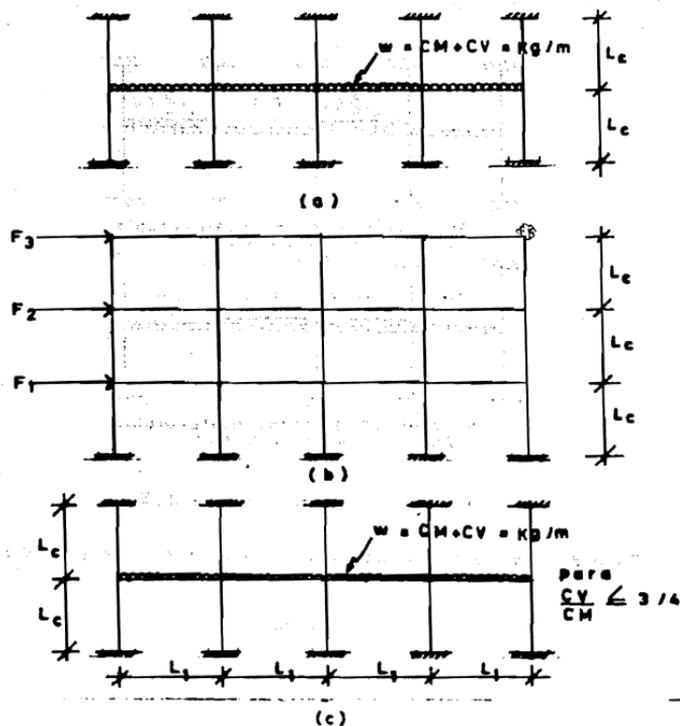
Si no se conoce la distribución de la carga viva, y esto no excede de las tres cuartas partes de la carga muerta,  $CV \leq 3/4$

$$CM, \text{ ó } \frac{CV}{CM} \leq \frac{3}{4}$$

(En donde: CM = Carga Muerta, CV = Carga Viva).

O no hay posibilidad de que la carga viva varíe significativamente de uno a otro tablero, el análisis estructural se efectúa suponiendo que todos los claros del marco están cargados con Carga Muerta + Carga Viva, tal como se muestra en la Figura (2.8c).

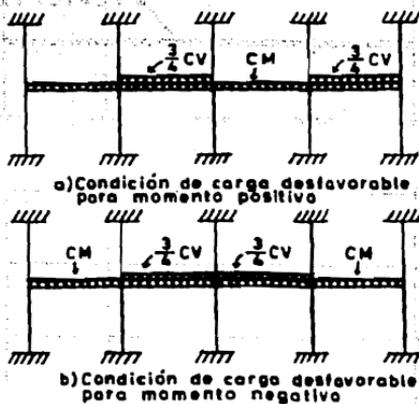
Cuando no se cumple esta condición, el momento positivo máximo en un claro dado, se calcula suponiendo que el claro está cargado con las tres cuartas partes de la carga viva (CV) y la carga muerta total (CM); los claros adyacentes (claros alternados), se cargan sólo con la carga muerta (CM), tal como aparecen en la Figura (2.9a), y el momento negativo máximo se calcula así. En un nudo dado, se supone que dos claros adyacentes están cargados con la carga muerta (CM) mas tres cuartos de la carga viva (CV),  $(CM + 3/4 CV)$ , y los claros adyacentes a estos, con la carga muerta (CM) solamente, ver la Figura (2.9b), y en ningún caso los



F I G U R A 2.8

## Análisis Estructural de los Marcos

- a) Idealización del Marco para el Análisis por Carga Vertical
- b) Idealización del Marco para el Análisis por Carga Horizontal
- c) Cargas consideradas cuando se conoce la distribución de las mismas y cuando no se conoce y cumple con la condición  $\frac{CV}{CM} \leq 3/4$ .



F I G U R A 2.9

Condiciones desfavorables de Carga.

(Ref. 4. Pag. 291)

momentos de diseño deben considerarse menores que los que se presentan cuando la carga viva total de diseño está en todos los claros.

El análisis estructural por carga vertical del sistema de piso se efectúa por el método de Cross.

#### Secciones críticas para momento:

En apoyos interiores, en la cara de columnas rectangulares,  $< .125 L_1$ , ó en el caso de capiteles de columna, en la cara de la columna cuadrada equivalente en área,  $< .125 L_1$ , desde el centro de la columna. En apoyos exteriores, en el caso de haber capiteles, a la mitad de la proyección de la distancia entre el centro de la columna y la cara del capitel.

Para el caso de losas planas postensadas, las secciones críticas por momento se tomarán en el centro de los apoyos (columnas).

Para efectuar el análisis estructural del marco equivalente, se debe hacer lo siguiente, una vez obtenidas las cargas (carga muerta y carga viva):

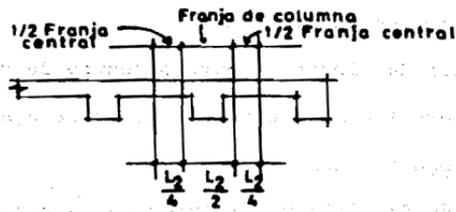
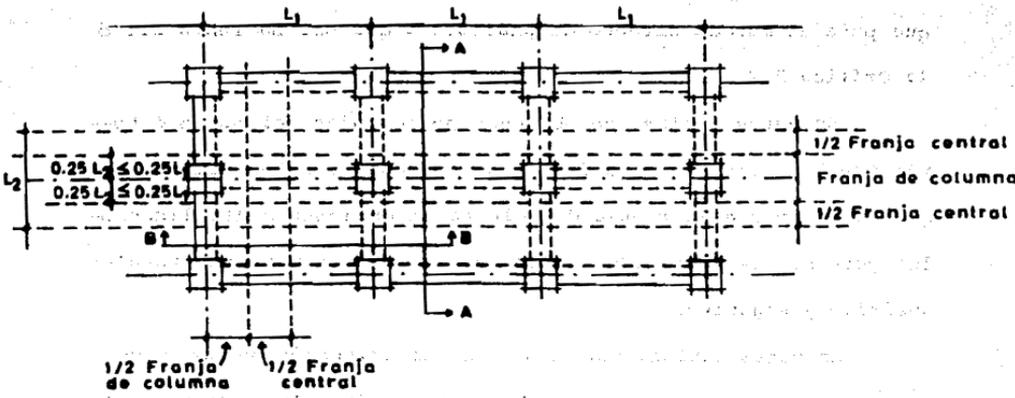
- 1.-) Encontrar los factores de momento de empotramiento (M) de la viga equivalente, en: La Tabla 2.2 ó la Tabla 2.3.
- 2.-) Encontrar los factores de rigidez (k) de la viga equivalente en: La Tabla 2.2 ó la Tabla 2.3.
- 3.-) Encontrar el factor de transporte (FT) en: La Tabla 2.2 ó la Tabla 2.3.

- 4.-) Encontrar la rigidez de la columna equivalente ( $K_{ec}$ ), para cada nudo, una vez encontradas la rigidez de la columna ( $K_c$ ) arriba y abajo del nudo y la rigidez a torsión ( $K_t$ ) de la viga transversal. Se emplea lo siguiente: La Tabla 2.4, La Figura 2.7.
- 5.-) Calcular los factores de distribución ( $\nu$ ) para cada uno de los nudos.
- 6.-) Aplicar el método de Cross para el análisis estructural del sistema de piso.
- 7.-) Obtención de los momentos negativos totales en el centro de los apoyos, y el momento positivo total en el centro del claro.

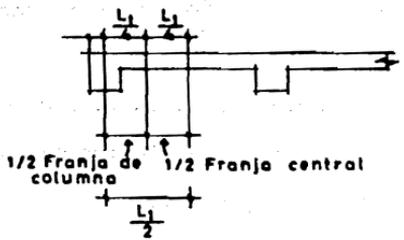
d) Distribución de los momentos totales en las secciones críticas de una franja de losa de ancho  $L_2$ , a franjas de columna y franja central.

La distribución de los momentos totales en las secciones críticas de una franja de losa de ancho  $L_2$ , a franjas de columna y franja central, se define así:

Esta distribución a partir de la viga equivalente, que es la franja de losa de diseño, de ancho  $L_2$ , se hace dividiendo esta franja; en franja de columna y dos mitades de franja central a cada lado de la franja de columna, como se indica en la Figura (2.1a y 2.10). Una vez que se hace la división por franjas, se distribuyen los momentos totales positivos y negativos por franjas (de columna y central); para eso, se puede emplear la misma tabla --



Sec. A-A (Tablero interior)



Sec. B-B (Tablero de borde)

F I G U R A 2.10

División del Sistema de Piso en Franjas de Columna y Franjas Centrales.

(Ref.4. Pag.292)

que para el método directo de análisis y que es: La Tabla 2.1 ó la Gráfica 2.2.

En estas tablas, se obtienen porcentajes del momento total que se asignarán a la franja de columna, y estos momentos -- que se asignan a la franja de columna se obtienen multiplicando los porcentajes (obtenidos de la tabla) por los momentos totales positivo y negativo.

En estas tablas, para hacer la distribución de momentos -- totales positivo y negativo, a las franjas de columna y central, se considerarán los siguientes factores:

$L_2/L_1$  = Relación de claros (centro a centro de columnas) -- transversal a longitudinal, de la franja de losa de diseño de ancho  $L_2$ .

$\alpha$  = Relación de rigidez a flexión de la viga y una -- franja de losa de ancho  $L_2$   $\alpha = \frac{I_b}{I_s} = 0$ , para una losa plana.

$\beta_t$  = Relación de la rigidez a torsión de la viga de -- borde (transversal) y la rigidez a flexión de la franja de losa de ancho  $L_2$ ,  $\beta_t = \frac{C}{2 I_s}$

$\beta_t$ , se considerará sólo para apoyo exterior.

Los momentos se considerarán constantes a lo ancho de cada franja (franja de columna y central).

Nota:

Para usar la Tabla (2.4), ya que la rigidez es diferente-

en los dos extremos de la columna, si hay cualquiera de los dos; ábaco ó capitel o ambos; se debe tener cuidado para usar  $a/L_c$  y  $b/L_c$ ;  $a/L_c$ , se usa para el extremo cercano,

$b/L_c$ , se usa para el extremo lejano de la columna, en cada caso.

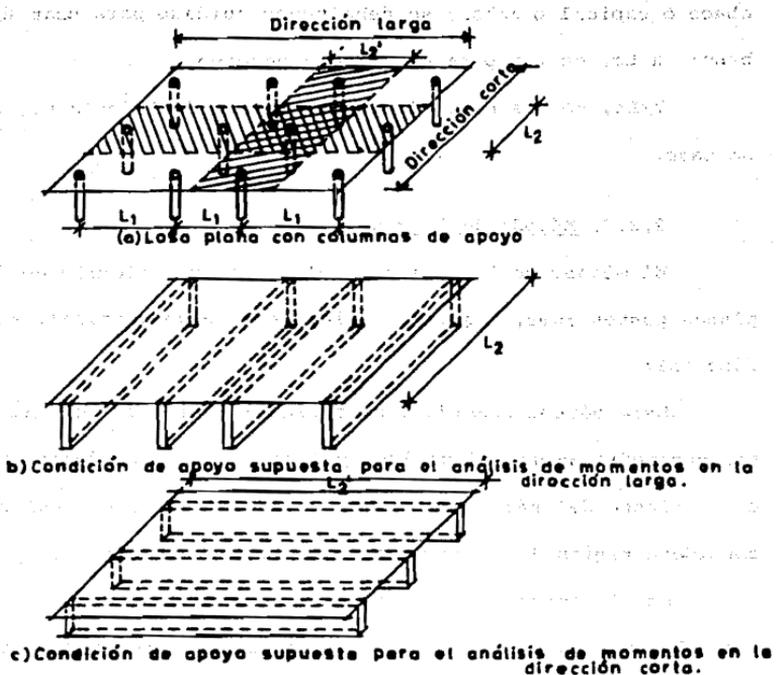
### 2.2.3. Método de la viga.

El método de la viga para el análisis a flexión de losas planas postensadas, y que se emplea para carga vertical, se define así:

Este método considera no rígida la unión de columna (estas son teóricamente flexibles) y losa; y se puede decir que es una variante del método del marco equivalente, en el cual se -- considera rígida la unión de columna (estas son rígidas) y losa.

En el método de la viga, la franja de losa de diseño de ancho  $L_2$ , se analiza como una viga continua sobre apoyos simples, tal y como aparece en la Figura (2.11).

Y para la distribución de momentos por franjas, se emplean las tablas usuales para el método del marco equivalente; Tabla 2.1, Gráfica 2.2.



F I G U R A 2.11

Análisis de los Momentos para una Losa Plana  
continua, empleando el método de la Viga.

(Ref.7. Pag.428)

## 2.3. MÉTODOS DE DISEÑO

### 2.3.1. Método de carga balanceada.

El método de carga balanceada para el diseño de losas planas postensadas, se define como sigue:

Conceptos de Esfuerzo, Resistencia y Carga Balanceada.

En el Capítulo I, sección 1.2.2., se discutieron los tres conceptos básicos para el concreto presforzado.

El primer concepto, "Concepto de Esfuerzo"; consiste en -- tratar al concreto presforzado como un material elástico, y así, se puede diseñar y analizar con respecto a sus esfuerzos elásticos.

El segundo concepto, "Concepto de Resistencia"; consiste en considerar el concreto presforzado similar al concreto reforzado, y se refiere a su resistencia a la ruptura.

El tercer concepto, "Concepto de Balance de Carga"; consiste en usar al concreto presforzado, como un intento para equilibrar una porción de la carga actuando sobre la estructura, este concepto, es la forma más simple para diseñar y analizar el presforzado; para estructuras estáticamente determinadas, sus ventajas no son grandes sobre los otros dos conceptos, pero para estructuras estáticamente indeterminadas, este concepto ofrece grandes ventajas tanto en el cálculo como en la visualización.

Al utilizar el método de carga balanceada, se pueden lograr más fácilmente los diseños preliminares y con frecuencia los análisis finales.

Para entender este concepto de carga balanceada relativo a los otros dos conceptos, examinemos la historia de la vida de un miembro presforzado sujeto a flexión, ver la Figura (2.12).

Mientras esta Figura intenta describir la relación Carga - Deflexión de un miembro, tal como una viga simple, también se aplica a la sección de un miembro cualquiera.

Hay diversos puntos críticos en esta historia, que son los siguientes:

- 1.-) El punto de deflexión nula: Que indica un prisma rectangular de esfuerzos de compresión a través de la sección.
- 2.-) El punto de tensión nula: El cual indica un prisma triangular de esfuerzos, con esfuerzos nulos en la fibra inferior de una viga simple.
- 3.-) El punto de agrietamiento: El cual aparece cuando la fibra extrema se esfuerza hasta el módulo de ruptura.
- 4.-) El punto de deformación: En el cual el acero (de preesfuerzo) se esfuerza más allá del límite de fluencia, y así no se obtendrá una recuperación completa.
- 5.-) La carga de ruptura: La cual representa la carga máxima soportada por el miembro en la falla.

En la Figura (2.12), se indican las diversas condiciones de carga a las cuales está sujeta una viga, y son:

- 1.-) Carga de la trabe, GL
- 2.-) Carga muerta total, DL

Cargas en varias etapas :

- GL = Carga de trabe
- DL = Carga muerta
- LL = Carga viva

$k_2 (DL + LL)$

$k_1 (DL + LL)$

DL + LL

DL

GL

Contratecho

Carga

Deflexión

Ruptura

Deformación

Agrietamiento

Tensión nula

Deflexión nula

F I G U R A 2.12

Historia de la vida de un miembro Presforzado bajo Flexión.

(Ref.7.Pag.384)

- 3.-) La carga de trabajo consistente en la carga muerta total agregada a la carga viva,  $DL+LL$ .
- 4.-) Un factor de seguridad aplicado a la carga de trabajo para obtener la mínima carga del punto de fluencia, --  $k_1$  ( $DL+LL$ ).
- 5.-) Otro factor de seguridad  $k_2$  que se aplica para obtener la mínima carga de ruptura,  $k_2$  ( $DL+LL$ ).

El diseño por el concepto de esfuerzo; consiste realmente - en igualar la ( $DL+LL$ ) que es la carga de trabajo, con el punto de "tensión nula" (ó cierta tensión admisible) en la viga.

El diseño por el concepto de resistencia, consiste en igualar la  $k_2$  ( $DL+LL$ ), que es la carga mínima de ruptura, con la "resistencia a la ruptura" de la viga.

El diseño por el concepto de carga balanceada; consiste en igualar la  $DL+k_3 LL$  (en donde  $k_3$  vale cero, o tiene un valor mucho menor que uno), con el punto de "deflexión nula".

Es claro que, dependiendo de los valores relativos de las tres etapas de carga en comparación con los valores relativos de las tres etapas del comportamiento de la viga, (véase la tabla siguiente), los diseños basados en los tres conceptos podrían producir las mismas proporciones o unas con una gran variación:

Cargas aplicadas	Etapas de comportamiento de la viga.
$DL+k_3LL$	Deflexión nula
$DL + LL$	Tensión nula

$K_2$  (DL+LL)

Ruptura

Estas tres etapas de comportamiento de la viga van ligadas, por ejemplo; Cuando se diseña por carga balanceada, se deben revisar los esfuerzos (tensión permisible o nula) en las fibras extremas, y se debe calcular la resistencia a la ruptura del presfuerzo.

El método de carga balanceada ofrece una solución más simple para las estructuras estáticamente indeterminadas, especialmente para un diseño preliminar.

También, da una visión mejor del comportamiento estructural y proporciona una solución más inteligente para el diseño y el proyecto.

Otra ventaja es, la conveniencia en el cálculo de deflexiones, ya que si se balancea una porción de la carga total, la deflexión será nula para esa porción, y sólo se calculará la deflexión debida a la carga restante (actuando sobre una viga elástica).

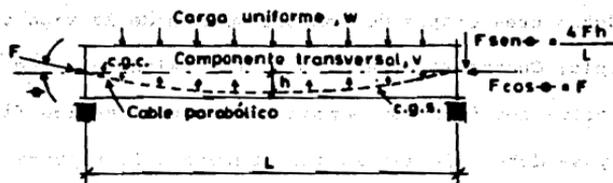
Esta fuerza de presfuerzo que balancea las cargas será el presfuerzo efectivo ( $P_e = F$ )

#### Diseño de una viga simple presforzada (postensada).

El diseño de una viga simple presforzada cargada uniformemente se desarrolla así:

Ver la Figura (2.13)

Si la carga que se aplica en el exterior es,  $w$ , que incluye

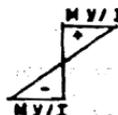


Esfuerzos :

Carga Balanceada



Carga Residual



Carga Total



F I G U R A 2.13

Balance de Carga Uniforme en una viga Simple.

(Ref.7.Pag.387)

el peso propio, y se expresa en (Kg/m).

La carga se balancea por la componente  $v$  (que actúa hacia arriba), y se balancea así:

$$Fh = \frac{w L^2}{8}$$

que equivale a lo siguiente:

Momento interno ( $Fh$ ) de la carga interna = Momento externo  $\left(\frac{wL^2}{8}\right)$  de la carga externa.

En donde:  $F = \frac{wL^2}{8h}$ , expresada en Kg.

$F$  = Fuerza de presfuerzo requerida, igual al presfuerzo -- efectivo ( $P_e$ ), Kg.

$h$  = Flecha del cable con respecto al centro de gravedad -- del concreto en la sección; se localiza en el centro -- del claro; se expresa en m.

$w$  = Carga uniforme, incluye peso propio de la viga, se expresa en Kg/m = Carga balanceada en el centro del claro.

$L$  = Claro entre columnas, medido centro a centro de las -- mismas. Se expresa en m.

Y debido al balance de cargas no hay deflexión, y la sección está sujeta a un esfuerzo axial, de compresión, que se calcula así:

$$f_{axial} = \frac{F}{Ac}$$

en donde:

$Ac$  = Area de la sección gruesa de concreto, se expresa en  $cm^2 = A$

$f_{axial}$  = Esfuerzo axial producido por la fuerza (F) de presfuerzo, Kg/cm<sup>2</sup>.

Si la carga exterior es diferente de  $w$  (o sea mayor), sólo es necesario analizar el momento  $M$  producido por la diferencia de cargas, y calcular los esfuerzos correspondientes, por medio de la fórmula:

$$f = \pm \frac{M}{I} y \quad , \text{ en el centro del claro.}$$

En donde:

$M$  = Momento producido por la diferencia de cargas (carga residual), Kg-m.

$I$  = Momento de inercia de la sección gruesa de concreto, - cm<sup>4</sup>.

$y$  = Distancia que hay del eje neutro (c.g.c.) de la sección a las fibras extremas de la misma, cm.

Signo (+) = Esfuerzo de compresión.

Signo (-) = Esfuerzo de tensión.

y los esfuerzos totales se obtienen así:  $f_{total} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} y$

En la Fibra superior:  $f_{total\ sup} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} y$

En la Fibra inferior:  $f_{total\ inf} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} y$

Cuando se requiere el equilibrio exacto de la carga, la línea c.g.s. que equivale al centro de gravedad del acero de presfuerzo, siempre deberá localizarse en el c.g.c. (eje neutro de la sección de concreto ó centro de gravedad de la sección de concreto) en los extremos de la viga.

Diseño de una viga continua presforzada (postensada).

El diseño de una viga continua postensada se define así:

Ver la Figura (2.14a).

De acuerdo a la Figura, el balance de cargas se expresa así:

$$Fh_1 = \frac{wL^2}{8}$$

Se calcula para un solo claro, ya que ambos claros son iguales, por lo tanto:

$$F = \frac{wL^2}{8 h_1}, \text{ se expresa en Kg.}$$

En donde:

F = Fuerza de presfuerzo requerida, igual al presfuerzo efectivo ( $P_e$ ), Kg.

$h_1$  = Flecha del cable de presfuerzo con respecto al eje neutro (c.g.c.) de la sección de concreto (se expresa en m), en el centro del claro.

w = Carga uniforme, incluye el peso propio de la viga, se expresa en Kg/m. = Carga balanceada en el centro del claro.

L = Claro entre columnas, medido centro a centro de las mismas.

Debido al balance de cargas no hay deflexión, y la sección está sujeta a un esfuerzo axial de compresión que se calcula así:

$$f_{axial} = \frac{F}{Ac}$$

Diseño de una viga continua presforzada (postensada).

El diseño de una viga continua postensada se define así:

Ver la Figura (2.14a).

De acuerdo a la Figura, el balance de cargas se expresa así:

$$Fh_1 = \frac{wL^2}{8}$$

Se calcula para un solo claro, ya que ambos claros son -- iguales, por lo tanto:

$$F = \frac{wL^2}{8 h_1}, \text{ se expresa en Kg.}$$

En donde:

F = Fuerza de presfuerzo requerida, igual al presfuerzo - efectivo ( $P_e$ ), Kg.

$h_1$  = Flecha del cable de presfuerzo con respecto al eje -- neutro (c.g.c.) de la sección de concreto (se expresa en m), en el centro del claro.

w = Carga uniforme, incluye el peso propio de la viga, se expresa en Kg/m. = Carga balanceada en el centro del claro.

L = Claro entre columnas, medido centro a centro de las - mismas.

Debido al balance de cargas no hay deflexión, y la sección está sujeta a un esfuerzo axial de compresión que se calcula así:

$$f_{\text{axial}} = \frac{F}{A_c}$$

en donde:

$A_c$  = Área de la sección gruesa de concreto, se expresa en

$$\text{cm}^2 = A$$

$f_{\text{axial}}$  = Esfuerzo axial producido por la fuerza (F) de ---  
presfuerzo, Kg/cm<sup>2</sup>.

Si hay una carga adicional a la carga que se balanceó, w,- se analiza el momento M producido por esta, y se analiza como una viga elástica\*, y por lo tanto, esta carga adicional produce un - esfuerzo flexionante en el centro del claro L de la viga continua, que se calcula así:

$$f = \pm \frac{M}{I} y$$

en donde:

M = Momento flexionante producido por la carga adicional a la carga balanceada.

I = Momento de inercia de la sección gruesa de concreto.

y = Distancia que hay del eje neutro (c.g.c.) de la sección a las fibras extremas de la misma.

Signo (+) = Esfuerzo de compresión.

Signo (-) = Esfuerzo de tensión.

y los esfuerzos totales<sup>1</sup> se obtienen así:  $f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} y$

En la fibra superior:  $f_{\text{total sup}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} y$

\* No presforzada.

1 Calculados en el centro del claro.

En la fibra inferior:  $f_{\text{total inf}} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I}$  y

Las reacciones para la carga que se balanceó, y que son debidas al presfuerzo son:

Para el primer apoyo =  $\frac{wL}{2}$ , en donde  $w$  = Carga balanceada

Para el apoyo central =  $2 \left( \frac{wL}{2} \right)$

Las reacciones debidas a la carga adicional se obtienen --- analizando para esa carga a la viga continua, considerándola como una viga a elástica no presforzada; las reacciones son hacia arriba:

Reacciones totales en cada apoyo = Reacciones debidas al --- presfuerzo.

+ Reacciones debidas a la carga adicional.

Si se cambia el perfil del cable, que es más eficiente:

Ver la Figura (2.14b).

Balanceando cargas se tiene lo siguiente:

$$Fh_1 = \frac{wL^2}{8}$$

Momento interno = Momento externo.

$$F = \frac{wL^2}{8h_1}$$

en donde:

$F$  = Fuerza de presfuerzo requerida, igual al presfuerzo --- efectivo ( $P_e$ ), se expresa en Kg.

$h_1$  = Flecha del cable de presfuerzo, tomada en el centro - del claro, se expresa en m.

$w$  = Carga uniforme, incluye el peso propio de la viga = Carga balanceada en el centro del claro ( $L$ ), se expresa en Kg/m.

$L$  = Claro entre columnas, medido centro a centro de las - mismas. Se expresa en m.

Debido al balance de cargas no hay deflexión, y la sección está sujeta a un esfuerzo axial de compresión, que se calcula así:

$$f_{\text{axial}} = \frac{F}{A_c}$$

en donde:  $f_{\text{axial}}$  y  $A_c$  se definen como se hizo anteriormente.

Si hay una carga adicional a la carga que se balanceó,  $w$ , se analiza el momento  $M$  producido por esta, y se analiza como una viga elástica no presforzada, y por lo tanto, esta carga adicional produce un esfuerzo flexionante en el centro del claro de la viga continua que se calcula así:

$$f = \pm \frac{M}{I} y$$

en donde:  $M, I, y$ , signo (+), signo (-), se definen como se hizo anteriormente.

y los esfuerzos totales se obtienen así:  $f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} y$

---

Calculados en el centro del claro.

En la fibra superior:  $f_{total\ sup} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} y$

En la fibra inferior:  $f_{total\ inf} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} y$

Las reacciones para la carga que se balanceó,  $w$ , y que son debidas al presfuerzo son:

Para el primer apoyo =  $\frac{wL}{2} - F \text{sen } \theta$

Para el apoyo central =  $2 \left( \frac{wL}{2} \right) + 2 F \text{sen } \theta$

en donde:  $\theta$  = Angulo de inclinación del tendón en los apoyos.

Las reacciones debidas a la carga adicional, se obtienen - analizando para esa carga, a la viga continua, considerándola como una viga elástica no presforzada; las reacciones son hacia --- arriba:

Reacciones totales en cada apoyo = Reacciones debidas al -  
presfuerzo.

+ Reacciones debidas a la  
Carga adicional.

### Diseño de una losa plana postensada.

El diseño de una losa plana postensada se define así:

Ver la Figura (2.14b).

El método que se seguirá para diseñar por carga balanceada a una losa plana postensada, será considerar el balance de cargas para una viga continua, que en este caso serán las franjas de diseño de la losa (franja de columna, y franja central), el diseño

se hará para las franjas de diseño de la losa en cada dirección; se aplicará lo que se mencionó anteriormente para el diseño de vigas continuas por carga balanceada. Se emplearán tendones curvos, y se colocarán fuera del eje neutro de la sección de concreto, en los apoyos intermedios; en los apoyos extremos, el centro de gravedad de los tendones de presfuerzo (c.g.s.) coincidirá con el eje neutro de la sección de concreto.

Criterio a seguir para balancear cargas cuando se pregunta ¿Qué carga balancear?

a) Se puede balancear la carga muerta; pero cuando haya presfuerzo inicial habrá una ligera contraflecha; pero con las pérdidas de presfuerzo se llega al presfuerzo efectivo y se balancea la carga muerta (flecha nula); sólo se calculará después la deflexión debida a la carga viva y los esfuerzos elásticos: axiales y flexionantes.

Nota: Se deben checar los esfuerzos\* cuando está aplicado el presfuerzo inicial, y compararlos con los esfuerzos permisibles para las fibras extremas. Ver la Tabla (1.1).

b) Se puede balancear también; la carga muerta (CM) más la mitad de la carga viva (CV), o sea,  $CM + 1/2 CV$ , pero existe lo siguiente:

Quando no hay carga viva aplicada, habrá contraflecha debida a la mitad de la carga viva que se balanceó, y se deben calcular los esfuerzos totales en las fibras extremas para esta etapa-

---

\* Totales.

de carga; cuando está aplicada la carga total (CM+CV), se debe sólo calcular la deflexión debida a la segunda mitad de la carga viva, se deben calcular los esfuerzos totales (esfuerzos axiales debidos al presfuerzo al balancear cargas mas esfuerzos flexionantes debidos a la Carga residual), y compararlos con los esfuerzos permisibles de la Tabla (1.1).

En general, se debe dejar esto al criterio del diseñador y se debe tener en mente la satisfacción de los otros requisitos como:

Las limitaciones de los esfuerzos elásticos, control de grietas y resistencia a la ruptura.

Dependiendo de la exactitud deseada en el control de la contraflecha y de la deflexión, se puede escoger la cantidad de carga que se vaya a balancear.

### 2.3.2. Método directo de diseño para losas planas y placas planas presforzadas (postensadas).

El método directo de diseño para losas planas y placas planas postensadas se define así:

Este método consiste en obtener los esfuerzos supuestos y el comportamiento de una losa plana postensada, por la determinación correcta del espesor de la losa, carga balanceada, excentricidad, presfuerzo aplicado.

Se toman en cuenta la selección de las secciones de control y la distribución del presfuerzo.

### Secciones de control.

Las secciones de control, son las bases del método directo de diseño, se seleccionan considerando el momento máximo y la economía completa de la losa; el comportamiento de la losa bajo carga de diseño puede entonces ser predécido.

Para un claro simple, la sección de control puede ser aquella de momento flexionante máximo.

En una losa plana continua se tienen varios picos de momento máximo, en la porción del centro de la losa y sobre los apoyos (columnas).

Por lo tanto, la selección de una sección de control que tenga el momento máximo mayor no puede necesariamente proporcionar el diseño óptimo.

Se puede emplear refuerzo convencional en los puntos en donde se exceda el momento máximo de la sección de control.

La selección de la sección de control depende del tipo de estructura y del juicio del ingeniero, y si o no usar refuerzo convencional.

En cualquier caso, la selección de una sección de control en cada dirección de una losa plana (que trabaja en dos direcciones), se debería considerar independientemente.

### Método directo de diseño.

El método directo de diseño, es desarrollado basado en el análisis de carga balanceada para obtener los esfuerzos de compresión mínimo y/o máximo permisible, en las fibras extremas de las

secciones de control. Este método está regido por el cálculo apropiado de la carga balanceada y la cantidad y excentricidad de la fuerza de presfuerzo aplicada ( $P_e = \text{presfuerzo efectivo} = F$ ) dependiendo de la carga y las condiciones de frontera de la losa.

Cuando la carga muerta es más pequeña que la carga balanceada calculada, deberían ser investigados los esfuerzos en el concreto por posible sobreesfuerzo en las etapas iniciales del miembro sujeto a presfuerzo y carga muerta.

Si es excedido el esfuerzo permisible en esa etapa, una losa más gruesa o refuerzo convencional deberían ser proporcionados para evitar el agrietamiento por tensión.

El presfuerzo es proporcionado uniformemente a través del ancho completo de la losa y es proporcional al momento en las secciones de control, usando tendones continuos.

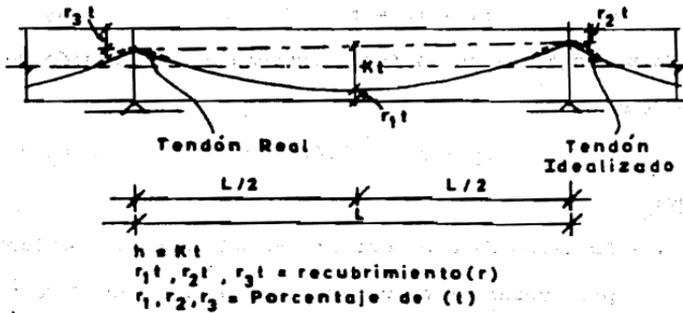
Se emplea la configuración idealizada que se muestra en la Figura (2.15). El efecto del presfuerzo debido a la porción del tendón que es cóncava hacia abajo, es menor, y puede ser ignorado dependiendo de la curvatura del tendón y el juicio profesional calificado.

Las ecuaciones de diseño son las siguientes:

1.-) Espesor (peralte total) de la losa plana.

Basado en los esfuerzos deseables y permisibles, el espesor Mínimo de la losa puede ser calculado de el análisis de carga balanceada.

Esfuerzo total en la fibra extrema en tensión de la sec--



**F I G U R A 2.15**

**Configuración Idealizada del Tendón para el Método Directo de Diseño.**

(Ref.12.Pag.63)

ción de control:

$$f_1 - f_2 = f \quad A_1$$

Esfuerzo total en la fibra extrema en compresión de la sección de control:

$$f_1 + f_2 \leq 0.45 f'c \quad A_2$$

en donde:

$f_1$  = Esfuerzo de compresión\* en el concreto debido al presfuerzo efectivo (F), se expresa en Kg/cm<sup>2</sup>.

$f_2$  = Esfuerzo flexionante en el concreto, debido a la carga residual,  $W_2$ , la que es igual a la carga total,  $W$ , menos la carga balanceada,  $W_1$ , se expresa en Kg/cm<sup>2</sup>.

$f$  = Esfuerzo total de compresión mínimo deseado en el concreto, en la sección de control, se expresa en Kg/cm<sup>2</sup>.

$0.45 f'c$  = Esfuerzo permisible de compresión, en cargas de servicio, y después de que se deducen todas las pérdidas de presfuerzo y se llega a  $P_e$  = presfuerzo efectivo = F, se expresa en Kg/cm<sup>2</sup>.

$f'c$  = Resistencia última a la compresión, del concreto. Se expresa en Kg/cm<sup>2</sup>.

Así, de las ecuaciones  $A_1$  y  $A_2$

$$f_1 = 0.225 f'c + 0.5 f \quad A_3$$

Debido a la variación del perfil de los tendones, el recu-

---

\* Axial

brimiento mínimo para los tendones no puede ser siempre en la mitad del claro.

Con el propósito de la sencillez de un diseño práctico, el esfuerzo debido al presfuerzo es calculado por las teorías de transformación lineal y carga balanceada como:

$$F_h = \frac{W_1 L^2}{8}$$

De acuerdo a la Figura (2.15),  $h = Kt$

$$F = \frac{W_1 L^2}{8Kt}$$

Con un ancho unitario de 1 metro de franja de losa:

$$A = \text{Area} = (1)t = t$$

$$\frac{F}{A} = \frac{W_1 L^2}{8 Kt^2} = f_1$$

$$f_1 = \frac{W_1 L^2}{8t^2 K} = \frac{W_1 L^2}{8t^2 [1 - r_1 - 1/2 (r_2 + r_3)]}$$

$$f_1 = \frac{W_1 L^2}{8t^2 K} \quad A_4$$

en donde:

$W_1$  = Carga balanceada, se expresa en  $\text{Kg/m}^2$ .

$L$  = Claro entre columnas, centro a centro, se expresa en, m.

$r_1, r_2$  y  $r_3$  = Porcentajes del espesor de la losa ( $t$ ), son mostrados en la Figura (2.15).

$K$  =  $1 - r_1 - 0.5(r_2 + r_3)$

$t$  = Espesor de la losa plana postensada, se expresa en,

cm.

$f_1$  = Esfuerzo de compresión\* en el concreto debido al --  
presfuerzo efectivo (F), se expresa en Kg/cm<sup>2</sup>.

De las ecuaciones A<sub>3</sub> y A<sub>4</sub>, el espesor mínimo de la losa, -  
t en centímetros, para los esfuerzos máximo permisible (0.45 f'c)  
y mínimo deseable (f) en compresión, puede ser calculado así:

$$f_1 = 0.225 f'c + 0.5 f \quad A_3$$

$$f_1 = \frac{W_1 L^2}{8t^2 K} \quad A_4$$

Sustituyendo A<sub>4</sub> en A<sub>3</sub> se tiene lo siguiente:

$$\frac{W_1 L^2}{8t^2 K} = 0.225 f'c + 0.5 f$$

$$\frac{W_1 L^2}{8K} = (0.225 f'c + 0.5 f) t^2$$

$$t^2 = \frac{W_1 L^2}{8K (0.225 f'c + 0.5 f)} = \frac{W_1 L^2}{K (1.8 f'c + 4f)}$$

$$t = \sqrt{\frac{W_1 L^2}{K (1.8 f'c + 4f)}} = L \sqrt{\frac{W_1}{K (1.8 f'c + 4f)}} \quad A_5$$

Si el esfuerzo de compresión mínimo deseado es cero,

f = 0, entonces:

$$t = \sqrt{\frac{W_1 L^2}{K (1.8 f'c)}} = 0.745 L \sqrt{\frac{W_1}{K f'c}} \quad A_6$$

Las unidades son:

$$W_1 = \text{Kg/m}^2$$

$$L = \text{m}$$

$$f'c = \text{Kg/cm}^2$$

$$f = \text{Kg/cm}^2$$

$$f_1 = \text{Kg/cm}^2$$

$$t = \text{cm.}$$

En el diseño de las losas planas postensadas, debido a que se tiene una franja de losa de diseño de ancho ( $L_2$ ), en cada dirección, y la cual se divide en franjas de columna y franja central, a las cuales se les asignan diferentes porcentajes de los momentos totales de diseño (negativos y positivo), el diseño se hará separadamente para cada una de las franjas, que son, la franja de columna y la franja central, y se les considerará como vigas continuas o franjas de losa trabajando en una dirección, la demostración de las fórmulas de diseño aparece enseguida:

2.-) Losas trabajando en una dirección y vigas.

Se considerará una franja de losa de ancho unitario = 1m para una sección de losa o viga, el esfuerzo ( $f_2$ ) del momento ( $M$ ) debido a la carga residual ( $W_2$ ) es:

$$f_2 = \frac{M}{S} = \frac{6M}{bt^2}$$

si  $b = 1 \text{ m}$ , es unitario

$$f_2 = \frac{6M}{t^2}; \text{ y, } M = B W_2 L^2, \text{ en donde}$$

$B$  es el coeficiente de momento dependiendo de la carga y las condiciones de frontera de la losa.

Por lo tanto;

$$f_2 = \frac{6B W_2 L^2}{t^2} = \frac{6B (W-W_1) L^2}{t^2} \quad A_7$$

En donde:

$W$  = Carga total, se expresa en  $\text{Kg/m}^2$ .

$W_2$  = Carga residual =  $W - W_1$ , se expresa en  $\text{Kg/m}^2$ .

sustituyendo las ecuaciones  $A_4$  y  $A_7$  en  $A_1$

$$f_1 = \frac{W_1 L^2}{8t^2 K} \quad A_4$$

$$f_2 = \frac{6B (W - W_1) L^2}{t^2} \quad A_7$$

$$f_1 - f_2 = f \quad A_1$$

$$\frac{W_1 L^2}{8t^2 K} = \frac{6B (W - W_1) L^2}{t^2} + f$$

$$W_1 L^2 = \frac{48 t^2 KB (W - W_1) L^2}{t^2} + 8t^2 fK$$

$$W_1 L^2 = \frac{48 t^2 KBWL^2 - 48 t^2 KB W_1 L^2}{t^2} + 8t^2 fK$$

$$W_1 L^2 + 48KBW_1 L^2 = 48KBWL^2 + 8t^2 fK$$

$$W_1 L^2 (1 + 48KB) = 48KBWL^2 + 8t^2 fK$$

$$W_1 (1 + 48KB) = 48KBW + \frac{8t^2 fK}{L^2}$$

$$W_1 (1 + 48KB) = 48KBW + 8Kf \left(\frac{t}{L}\right)^2$$

$$w_1 = \frac{48KBW + 8Kf \left(\frac{t}{L}\right)^2}{1+48KB}$$

A<sub>8</sub>

Entonces, de la ecuación A<sub>4</sub> el esfuerzo debido al presfuerzo es:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{w_1 L^2}{8t^2 K} = \frac{\left[ \frac{48KBW + 8Kf \left(\frac{t}{L}\right)^2}{1 + 48KB} \right] L^2}{8t^2 K} \\ &= \frac{\frac{48KBWL^2 + 8Kf \left(\frac{t}{L}\right)^2 L^2}{1 + 48KB}}{8t^2 K} = \\ &= \frac{48KBWL^2 + 8Kf \left(\frac{t}{L}\right)^2 L^2}{8t^2 K (1+48KB)} \end{aligned}$$

$$f_1 = \frac{6BW L^2 + ft^2}{t^2 (1+48KB)}$$

A<sub>9</sub>

Por lo tanto, el presfuerzo efectivo total por franja unitaria es:

$$f_1 = \frac{F}{A} = \frac{F}{(lm) t} = \frac{F}{(100) t}$$

$$F = f_1 t (100) = \left[ \frac{6BW L^2 + ft^2}{t^2 (1 + 48 KB)} \right] t (100) =$$

$$F = \left[ \frac{6BW L^2 + ft^2}{t (1 + 48KB)} \right] (100)$$

A<sub>10</sub>

Por lo tanto, la carga residual W<sub>2</sub> se calcula así:

$$\begin{aligned} W_2 &= W - W_1 = W - \frac{48KBW + 8Kf \left(\frac{t}{L}\right)^2}{1 + 48KB} \\ &= \frac{W (1+48KB)}{1 + 48KB} - \frac{48KBW + 8Kf \left(\frac{t}{L}\right)^2}{1 + 48KB} \\ &= \frac{W(1+48KB) - 48KBW - 8Kf \left(\frac{t}{L}\right)^2}{1 + 48KB} = \end{aligned}$$

$$= \frac{W+48KBW - 48KBW - 8Kf \left(\frac{t}{L}\right)^2}{1 + 48KB} =$$

$$W_2 = \frac{W-8Kf \left(\frac{t}{L}\right)^2}{1 + 48KB} = \frac{W-8Kf \left(\frac{t}{L}\right)^2}{1 + 48KB} \quad A_{11}$$

y el esfuerzo debido a esta carga residual es:

$$f_2 = \frac{M}{S} = \frac{6BW_2L^2}{t^2} = \frac{6B \left[ \frac{W-8Kf \left(\frac{t}{L}\right)^2}{1 + 48KB} \right] L^2}{t^2} =$$

$$f_2 = \frac{6B(WL^2 - 8Kft^2)}{t^2(1 + 48KB)} \quad A_{12}$$

Las unidades son:

W = Carga total, se expresa en Kg/m<sup>2</sup>

W<sub>1</sub> = Carga balanceada, se expresa en Kg/m<sup>2</sup>

W<sub>2</sub> = Carga residual, se expresa en Kg/m<sup>2</sup>

L = Claro entre columnas, centro a centro de las mismas, se expresa en m.

f<sub>1</sub> = Esfuerzo axial de compresión en el concreto, debido al presfuerzo efectivo (F), se expresa en Kg/cm<sup>2</sup>.

f<sub>2</sub> = Esfuerzo flexionante en el concreto, debido a la carga residual W<sub>2</sub>, se expresa en Kg/cm<sup>2</sup>.

f = Esfuerzo total de compresión mínimo deseado en el concreto, en la sección de control, se expresa en Kg/cm<sup>2</sup>.

F = Presfuerzo efectivo total por franja unitaria de losa, se expresa en Kg/m.

t = Espesor de la losa plana postensada, se expresa en cm.

Procedimientos de diseño de losas planas postensadas a partir del método directo de diseño.

Los procedimientos de diseño se definen así:

1.-) Suponer la carga muerta, o sea, el peralte total de la losa, basado en su esfuerzo, rigidez u otros factores, y luego calcular la carga total de diseño,  $W$ , -- que se expresa en  $\text{Kg}/\text{m}^2$ ,  $W = \text{CM} + \text{CV}$ .

2.-) Determinar la sección de control basada en los momentos y la economía de la losa completa.

3.-) Calcular el valor  $K$  máximo aceptable, basado en el recubrimiento libre mínimo para los tendones y el espesor supuesto de losa.

La flecha ( $h$ ) máxima del acero de presfuerzo es preferida en el centro del claro, excepto en los extremos-libres, en donde el centro de gravedad del concreto debería coincidir con el centro de gravedad del acero de presfuerzo.

4.-) Calcular la carga balanceada,  $W_1$ , por comparación con la carga muerta de la losa, y para checar la posibilidad de inversión de esfuerzo.

5.-) Calcular el espesor mínimo de la losa con la ecuación ( $A_5$ ), y compararlo con el espesor de la losa supuesto, para determinar si o no necesita ser corregido este.

6.-) Repetir los pasos 1 hasta 5, si el espesor de losa es corregido.

7.-) Calcular el presfuerzo efectivo  $P$ , y el número de tendones y espaciamientos.

8.-) Calcular el refuerzo necesario o presfuerzo local, basado en la teoría del concreto reforzado o presforzado, siempre que esto sea requerido.

#### 2.4. ANÁLISIS ELÁSTICO POR FLEXIÓN.

El análisis elástico por flexión se define así:

Se deben considerar las fuerzas de presfuerzo como un sistema de fuerzas externas actuando sobre el miembro de concreto, - el que debe de estar en equilibrio bajo la acción de esas fuerzas.

La Figura (2.16a) muestra una viga presforzada con tendones curvos en un claro simple, típica de instalaciones postensadas.

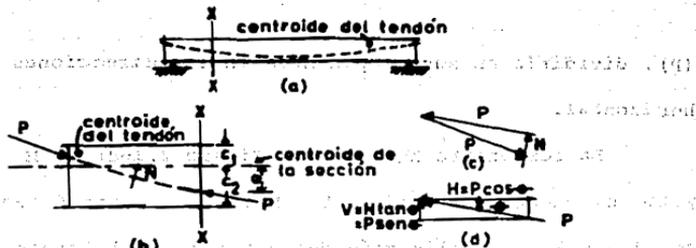
La porción a la izquierda de un plano de corte vertical - X-X es tomada como un cuerpo libre, con las fuerzas actuando como se muestra en la Figura (2.16b).

La fuerza  $P$ , ( $P=F$ ), en el extremo izquierdo es ejercida - sobre el concreto por medio de el anclaje del tendón, mientras - que la fuerza  $P$  en el plano de corte X-X resulta de la fuerza - cortante y fuerza normal combinadas actuando sobre la superficie de concreto en este sitio.

La dirección de  $P$  es tangente a la curva del tendón en -- cada sitio. Notar la presencia de la fuerza  $N$ , actuando sobre el concreto desde el tendón, debida a la curvatura del tendón.

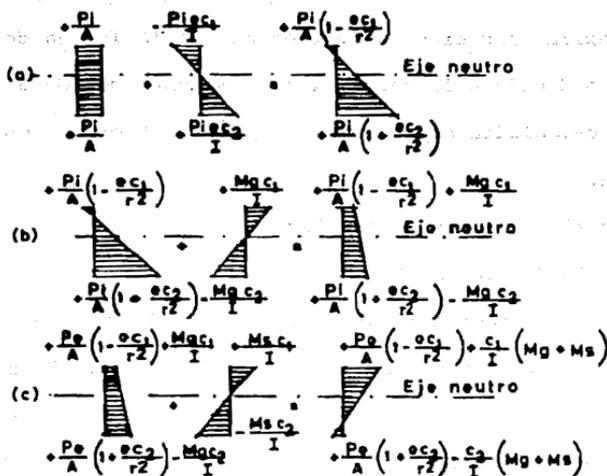
Esta fuerza será distribuida de alguna manera a lo largo de la longitud del tendón, la distribución exacta de ( $N$ ) depende del perfil del tendón, su resultante y la dirección en la que ac túa esta, puede ser encontrada del diagrama de la Figura (2.16c).

Es conveniente, al trabajar con la fuerza de presfuerzo --



F I G U R A 2.16

Diagrama de Cuerpo Libre de un miembro Prestrozado. (Ref.13.Pag.503)



F I G U R A 2.17

Distribución de Esfuerzos en Vigas

- Efecto del Prestuerzo
- Efecto del Prestuerzo y la Carga Muerta de la Viga
- Efecto del Prestuerzo, Carga Muerta de la Viga y la Carga de Servicio.

(Ref.13.Pag.504)

(P), dividirla en sus componentes en las direcciones vertical y horizontal.

La componente horizontal (Figura 2.16d) es  $H = P \cos \theta$ , -- y la componente vertical es  $V = H \tan \theta = P \sin \theta$ , en donde  $\theta$ , - es el ángulo de inclinación del centroide del tendón en la sección particular.

Ya que el ángulo de inclinación es bastante pequeño, el coseno de  $\theta$  es muy cercano a la unidad, y es correcto para la mayoría de los cálculos tomar  $H = P$ .

En el desarrollo de las ecuaciones elásticas para esfuerzos de flexión, los efectos (esfuerzos) de la fuerza de presfuerzo, momento debido a la carga muerta, momento debido a la carga viva, son calculados separadamente, y los esfuerzos separados se sobreponen.

Ver el siguiente desarrollo:

Ver la Figura (2.17).

Cuando la fuerza de presfuerzo inicial ( $P_i$ ), es aplicada con una excentricidad ( $e$ ) debajo del eje neutro de la sección -- transversal de la viga con Area  $A$  y distancias a las fibras (extremas) superior e inferior  $c_1$  y  $c_2$  respectivamente, esto causa el esfuerzo de compresión ( $P_i/A$ ) y los esfuerzos flexionantes --  $-\frac{P_i e c_1}{I}$  y  $+\frac{P_i e c_2}{I}$  en las fibras superior e inferior respectivamente, los esfuerzos de compresión se indican con signo (+) positivo y los esfuerzos de tensión con signo (-) negativo, como se muestra en la Figura (2.17a).

Entonces en la fibra superior e inferior el esfuerzo debido al presfuerzo es:

En la fibra superior

$$f_1 p_i = \frac{p_i}{A} - \frac{p_i e c_1}{I} = \frac{p_i}{A} \left( 1 - \frac{e c_1}{r^2} \right)$$

En la fibra inferior

$$f_2 p_i = \frac{p_i}{A} + \frac{p_i e c_2}{I} = \frac{p_i}{A} \left( 1 + \frac{e c_2}{r^2} \right)$$

en donde:

$I$  = Momento de inercia de la sección gruesa de concreto

$r$  = radio de giro de la sección =  $\sqrt{\frac{I}{A}}$

Normalmente, a medida que es aplicada la fuerza de presfuerzo excéntrica, la viga se deflexiona hacia arriba.

El peso propio de la viga ( $w_g$ ) entonces, causa un momento adicional ( $M_g$ ) que actúa, y los esfuerzos netos en la fibra superior e inferior son:

En la fibra superior

$$f_1 g_i = f_1 p_i + \frac{M_g c_1}{I}$$

En la fibra inferior

$$f_2 g_i = f_2 p_i - \frac{M_g c_2}{I}$$

Como se muestra en la Figura (2.17b).

En esta etapa, las pérdidas que dependen del tiempo, debidas a la contracción del concreto, deformación plástica del concreto y relajamiento del acero de presfuerzo, empiezan, y la fuer

za de presfuerzo se reduce gradualmente desde  $P_i$  = presfuerzo -- inicial hasta  $P_e$  = presfuerzo efectivo.

Es comunmente aceptable dar por supuesto que todas las -- pérdidas semejantes, ocurren antes de la aplicación de las car-- gas de servicio, ya que los esfuerzos en el concreto en cargas - de servicio serán críticos después de las pérdidas, no antes.

Por lo tanto, los esfuerzos en la fibra extrema superior - e inferior debidos a  $P_e$  y el peso propio de la viga ( $w_g$ ) son los siguientes:

En la fibra superior

$$f_{i\text{ ge}} = \frac{P_e e}{A} \left( 1 - \frac{e c_1}{r^2} \right) + \frac{M_g c_1}{I}$$

En la fibra inferior

$$f_{2\text{ ge}} = \frac{P_e e}{A} \left( 1 + \frac{e c_2}{r^2} \right) - \frac{M_g c_2}{I}$$

Cuando las cargas de servicio completas (carga muerta ade-- más del peso propio de la viga más la carga viva de servicio), -- son aplicadas, los esfuerzos son:

En la fibra superior

$$f_{1s} = f_{1\text{ ge}} + \frac{M_s c_1}{I}$$

En la fibra inferior

$$f_{2s} = f_{2\text{ ge}} - \frac{M_s c_2}{I}$$

Como se muestra en la Figura (2.17c).

Es necesario que estos esfuerzos en las fibras extremas - estén dentro de los límites permisibles, como se indica en la --

Figura (2.18) cuando se revisa una viga.

Normalmente, los esfuerzos en la sección de momento máximo, de una viga (franja de columna ó franja central) diseñada apropiadamente, variarán entre las distribuciones mostradas en la Figura (2.18), a medida que la viga pasa de una etapa no cargada ( $P_i$  más peso propio de la viga,  $w_g$ ) a la etapa cargada ( $P_e$  más cargas de servicio completas), en donde: las cargas de servicio completas son:  $w_g + w_d + w_l$

$w_g$  = Peso propio de la viga,  $w_d$  = Carga muerta,  $w_l$  = Carga viva.

En la Figura (2.18),  $f_{ci}$  y  $f_{ti}$  son los esfuerzos permisibles de compresión y de tensión respectivamente, en el concreto, inmediatamente después de la transferencia (del presfuerzo) de los tendones al concreto.  $f_{cs}$  y  $f_{ts}$  son los esfuerzos permisibles de compresión y de tensión para cargas de servicio, Ver la Tabla (1.1).

En el cálculo de las propiedades de la sección:  $A$ ,  $I$  etc., se emplea la sección total de concreto.

En el postensado, se recomienda que los tendones sean lechados en los conductos después del tensado.

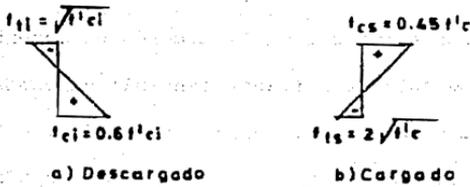
Un resumen de todo lo anterior se obtiene así:

Ver la Figura (2.19).

#### 2.4.1. Determinación del núcleo de una sección.

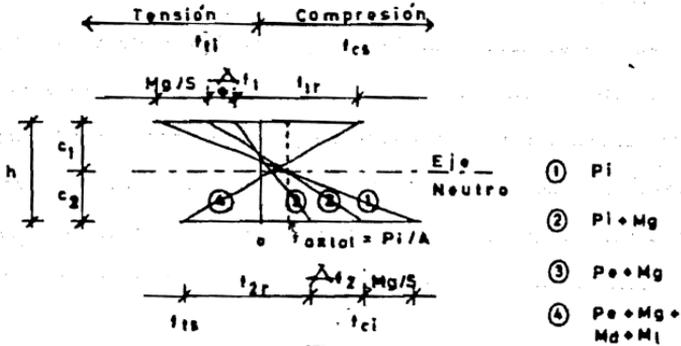
La determinación del núcleo de una sección se define así:

El núcleo de una sección, se define por los puntos límites en los cuales se coloca la fuerza resultante de presfuerzo  $P$ , y pro



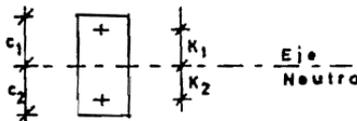
F I G U R A 2.18

Límites de Esfuerzos (Esfuerzos Permisibles). (Ref.13.Pag.505)



F I G U R A 2.19

Distribución de Esfuerzos en el Concreto para varias Etapas de Carga. (Ref.13.Pag.506)



F I G U R A 2.20

Localización de los Puntos del Núcleo. (Ref.13.Pag.507)

duce esfuerzos de tensión nulos en las fibras extremas superior e inferior respectivamente, Ver la Figura (2.20).

En esta Figura, para obtener la distancia  $K_1$  desde el eje neutro, que corresponde al punto superior del núcleo, se coloca la fuerza de presfuerzo  $P$  en este punto, y se calculan los esfuerzos en la fibra inferior e igualándolos a cero, como sigue:

Esfuerzo en la fibra inferior ( $f_i$ )

$$f_i = \frac{P}{A} - \frac{P \cdot e \cdot c_2}{I} = 0$$

$$P/A \left( 1 - \frac{ec_2}{r^2} \right) = 0$$

$$1 - \frac{ec_2}{r^2} = 0$$

$$\frac{ec_2}{r^2} = 1$$

$$e = \frac{r^2}{c_2}$$

$$e = K_1 = \frac{r^2}{c_2}$$

Similarmente, la distancia  $K_2$  al punto inferior del núcleo medida a partir del eje neutro es:

$$K_2 = \frac{r^2}{c_1}$$

#### 2.4.2. Determinación del perfil del tendón.

La determinación del perfil del tendón para las losas planas postensadas se define así:

En la determinación del mejor sitio para el centroide del acero de presfuerzo a través de la longitud de la viga (franja de columna o franja central), es necesario no violar los esfuerzos permisibles que se indican en la Figura (2.18), bajo ninguna carga supuesta.

Para un miembro que es diseñado apropiadamente en las sec-

ciones críticas, es suficiente por otra parte asegurar que las excentricidades del tendón sean tales que, el esfuerzo de tensión -- permisible en el concreto no sea excedido en las fibras extremas de la sección.

Cuando no hay carga transversal aplicada a la viga, el centro de compresión en cualquier sección coincidirá con el centro de tensión, o sea, (el centro de gravedad del acero de presfuerzo).

Cuando la carga de la viga se aplica inicialmente, el centro de compresión se moverá hacia arriba una cantidad  $Mg/P_i$ , Ver la Figura (2.21a), similarmente, cuando es aplicada la carga de servicio total, el centro de compresión se extiende hasta  $(Mg+M_s)/P_e$ , arriba de su posición original, Ver la Figura (2.21a).

En la Figura (2.21a), la posición del límite superior de la resultante de compresión en carga de servicio,  $Y_1$ , arriba del eje neutro, se obtiene colocando la resultante de compresión en el punto límite  $Y_1$ , de tal modo que esta produzca un esfuerzo de tensión,  $f_{ts}$ , en la fibra inferior,  $f_{ts}$  = Esfuerzo permisible de tensión bajo cargas de servicio.

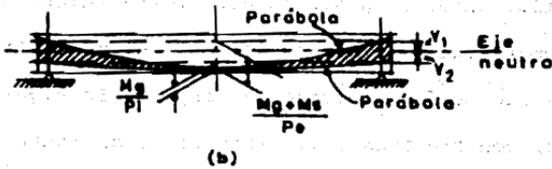
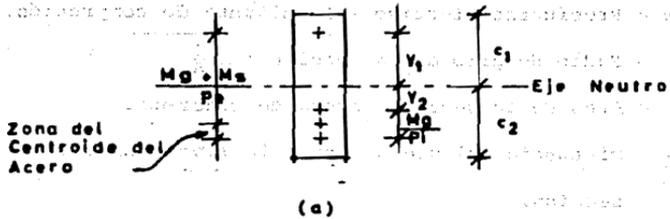
Esfuerzo en la fibra inferior ( $f_{inf}$ ) debido a  $P_e$ :

$$\frac{P_e}{A} - \frac{P_e \cdot e \cdot c_2}{I} = -f_{ts} = f_{inf}$$

$$\frac{P_e \cdot e \cdot c_2}{I} = \frac{P_e}{A} + f_{ts}$$

$$e = Y_1 = \frac{I}{P_e \cdot c_2} \left( \frac{P_e}{A} + f_{ts} \right) = \frac{A \cdot r^2}{P_e \cdot c_2} \left( \frac{P_e}{A} + f_{ts} \right)$$

$$Y_1 = \frac{r^2}{c_2} \left( 1 + \frac{A f_{ts}}{P_e} \right)$$



F I G U R A 2.21

Determinación del Perfil del Tendón

- a) Obtención del Núcleo y la zona de localización del Centroide del Acero de Prestuerzo, de la Sección
- b) zonas de localización del Perfil del Tendón.

(Ref.13.Pag.521)

duce esfuerzos de tensión nulos en las fibras extremas superior e inferior respectivamente, Ver la Figura (2.20).

En esta Figura, para obtener la distancia  $K_1$  desde el eje neutro, que corresponde al punto superior del núcleo, se coloca la fuerza de presfuerzo  $P$  en este punto, y se calculan los esfuerzos en la fibra inferior e igualándolos a cero, como sigue:

Esfuerzo en la fibra inferior ( $f_1$ )

$$f_1 = \frac{P}{A} - \frac{P \cdot e \cdot c_2}{I} = 0$$

$$P/A \left( 1 - \frac{e c_2}{r^2} \right) = 0$$

$$1 - \frac{e c_2}{r^2} = 0$$

$$\frac{e c_2}{r^2} = 1$$

$$e = \frac{r^2}{c_2}$$

$$e = K_1 = \frac{r^2}{c_2}$$

Similarmente, la distancia  $K_2$  al punto inferior del núcleo medida a partir del eje neutro es:

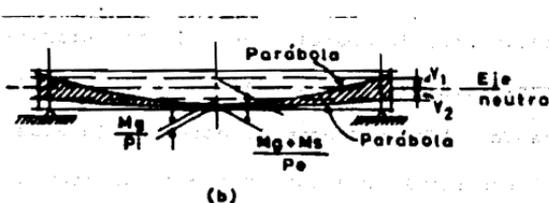
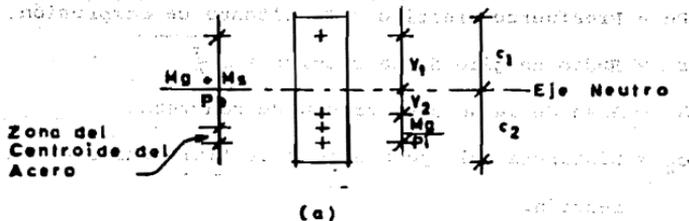
$$K_2 = \frac{r^2}{c_1}$$

#### 2.4.2. Determinación del perfil del tendón.

La determinación del perfil del tendón para las losas planas postensadas se define así:

En la determinación del mejor sitio para el centroide del acero de presfuerzo a través de la longitud de la viga (franja de columna o franja central), es necesario no violar los esfuerzos permisibles que se indican en la Figura (2.18), bajo ninguna carga supuesta.

Para un miembro que es diseñado apropiadamente en las sec-



F I G U R A 2.21

Determinación del Perfil del Tendón

- a) Obtención del Núcleo y la zona de localización del Centroide del Acero de Presfuerzo, de la Sección
- b) Zonas de localización del Perfil del Tendón.

(Ref.13.Pag.521)

en donde:

$P_e$  = Presfuerzo efectivo = Resultante de compresión.

$r$  = Radio de giro de la sección =  $\sqrt{\frac{I}{A}}$

$A$  = Area de la sección gruesa de concreto.

$c_2$  = Distancia del eje neutro a la fibra inferior de la sección.

$Y_1$  = Posición del límite superior de la resultante de compresión.

Similarmente, la posición del límite inferior de la resultante de compresión,  $Y_2$ , debajo del eje neutro de la sección, es tal que, cuando actúa solamente la carga de la viga (peso propio de la misma) con  $P_i$  = Presfuerzo inicial = Resultante de compresión, ellas producen el esfuerzo de tensión permisible  $f_{ti}$  en la fibra superior ( $f_{ti}$  = esfuerzo permisible de tensión en el concreto, inmediatamente después de la transferencia), y su posición relativa al eje neutro es:

Esfuerzo en la fibra superior ( $f_{sup}$ ) debido a  $P_i$ :

$$\frac{P_i}{A} - \frac{P_e \cdot e \cdot c_1}{I} = -f_{ti} = f_{sup}$$

$$Y_2 = e = \frac{r^2}{c_1} \left( 1 + \frac{A \cdot f_{ti}}{P_i} \right)$$

en donde:

$P_i$  = Presfuerzo inicial = Resultante de compresión.

$r$  = Radio de giro de la sección =  $\sqrt{\frac{I}{A}}$

$A$  = Area de la sección gruesa de concreto.

$c_1$  = Distancia del eje neutro a la fibra superior de la sección.

$Y_2$  = Posición del límite superior de la resultante de com  
presión.

La localización del centroide del acero de presfuerzo debe ser de tal modo que esta no sea menor que,  $(Mg+Ms)/Pe$ , ( $Mg$ =Momento flexionante debido al peso propio de la viga,  $Ms$ =Momento flexionante debido a la carga de servicio\*), debajo del nivel de finido por  $Y_1$  y no más de  $Mg/Pi$  debajo del nivel definido por  $Y_2$ .

En resumen se tiene lo siguiente: Ver la Figura (2.21a). De este modo es establecido el rango posible de las localizaciones del centroide del acero de presfuerzo.

El procedimiento debería ser repetido a intervalos suficientes a lo largo del miembro, para determinar las curvas envolventes del centroide del cable.

Notar que idealmente las localizaciones (límites) superior e inferior del centroide del acero de presfuerzo, encontrados de esta manera coincidirán.

Solamente para esta condición será obtenida la eficiencia completa de la sección transversal, o sea, el rango completo de esfuerzos permisibles (en tensión) será utilizado para ambas fibras extremas superior e inferior de la sección de la viga.

Frecuentemente se obtiene esto en una sección transversal. Un ahorro en tiempo de diseño es posible, si se nota que las or-

---

\* Carga de servicio = Carga muerta ( $w_d$ ) + Carga viva ( $w_l$ )

denadas de las curvas envolventes del tendón (cable), medidas hacia abajo de las líneas límite definidas por  $Y_1$  y  $Y_2$ , son directamente proporcionales a las ordenadas de los diagramas de momento respectivos.

Para una viga prismática (franja de columna o franja central), por ejemplo, la carga muerta es uniforme, y la curva envolvente inferior variará parabólicamente desde un extremo del claro hasta el otro.

Si la carga viva es uniformemente distribuida, la curva envolvente superior será igualmente una parábola pasando a través de los puntos establecidos en la mitad del claro y en los apoyos.

Estos perfiles límites aparecen en la Figura (2.21b).

En esta Figura, las envolventes superior e inferior del tendón coinciden en la mitad del claro, y por lo tanto, la sección de la mitad del claro es completamente utilizada, debido a la determinación de los límites.

Cualquier perfil de tendón que caiga completamente dentro de la zona sombreada será satisfactorio desde el punto de vista de esfuerzo de flexión.

En la construcción de losas planas postensadas, el alineamiento curvo del tendón puede ser obtenido fácilmente, pero en general, los puntos de inversión de curvatura del tendón van a ser evitados, ya que estos aumentan grandemente las pérdidas de tensión (del acero de presfuerzo), debidas a la fricción entre el tendón y el ducto durante la operación de presfuerzo.

Si tales puntos de flexión contraria no pueden ser evitados, se obtiene algo de ventaja al tensar desde dos extremos que desde uno solo.

El mejor perfil del tendón es aquel que sigue la curva natural tomada por el cable (tendón) cuando este es suspendido entre los dos anclajes extremos, y se le permite colgar hasta que pase a través de un punto bajo especificado.

Es necesario en miembros postensados (losas planas postensadas) proporcionar excentricidad cero en los apoyos simples, para losas simplemente apoyadas, igualando de esta manera el momento debido al presfuerzo (momento interno), con el momento debido a la carga transversal (momento externo).

En vigas continuas, o losas planas postensadas continuas, en las franjas de columna y franja central, se proporciona excentricidad cero del tendón, en los apoyos (columnas) extremos, para poder balancear adecuadamente las cargas por los métodos de diseño indicados.

## 2.5. DETERMINACION DE LA RESISTENCIA A LA FLEXION.

La determinación de la resistencia a la flexión en una losa plana postensada se define así:

En una viga (franja de columna ó franja central) de concreto reforzado ordinario, el esfuerzo en el acero de tensión y la fuerza de compresión en el concreto aumentan en proporción al momento aplicado, hasta y un poco más allá de la carga de servicio, la distancia ( $z$ ) entre las dos resultantes de las fuerzas internas ( $C$ =Fuerza de compresión en el concreto,  $T$ = Fuerza de tensión en el acero) permanece constante.

En contraste con esto, en una viga (franja de columna ó franja central) presforzada, el momento incrementado es resistido por un incremento proporcional de la distancia ( $z$ ) entre las dos fuerzas resultantes de compresión ( $C$ , la toma el concreto) y de tensión ( $T$ , la toma el acero de presfuerzo), la resultante de compresión se mueve hacia arriba a medida que se incrementa la carga.

La magnitud de las fuerzas internas ( $C$  y  $T$ ) permanece casi constante hasta y un poco más allá de las cargas de servicio, esta situación cambia drásticamente después del agrietamiento de tensión por flexión de la viga presforzada; cuando se agrieta la viga, hay un incremento repentino en el esfuerzo del acero (de presfuerzo) a medida que la tensión es transferida del concreto al acero.

Después del agrietamiento, la viga (franja de columna ó --

franja central) presforzada se comporta como una viga de concreto reforzado ordinario.

La resultante de compresión (C) no puede continuar moviéndose hacia arriba indefinidamente y el momento incrementado (externo) debe ser acompañado por un incremento casi proporcional en el esfuerzo del acero (de presfuerzo) y fuerza de compresión (en el concreto).

La resistencia de una viga (franja de columna ó franja central) presforzada puede por lo tanto ser predecida con los métodos desarrollados para las vigas de concreto reforzado ordinarias, con ligeras modificaciones para tener en cuenta la naturaleza de la curva esfuerzo-deformación del acero de presfuerzo en comparación con el acero de refuerzo ordinario.

Si la carga de diseño es excedida significativamente, el máximo esfuerzo de tensión en el concreto excederá finalmente el módulo de ruptura, se formarán las grietas de tensión (por flexión) y la viga se comportará como una viga de concreto reforzado ordinaria agrietada, excepto por lo siguiente:

- 1) En concreto reforzado bajo carga cero, la deformación del refuerzo es igualmente cero.

En concreto presforzado en contraste, la deformación de los tendones para carga cero no es cero y corresponde a la deformación del tendón, debida al presfuerzo efectivo (y que se considera después de las pérdidas), o sea:

$$\epsilon_{se} = \frac{f_{se}}{E_s} = \frac{P_e}{A_{ps} E_s}$$

en donde:

$P_e$  = Presfuerzo efectivo del acero de presfuerzo.

$f_{se}$  = Esfuerzo efectivo del acero de presfuerzo.

$A_{ps}$  = Área del acero de presfuerzo.

$E_s$  = Módulo de elasticidad del acero de presfuerzo.

Cualquier deformación adicional del acero de presfuerzo - causada por las cargas aplicadas a la viga, se añade a esta deformación preexistente.

2).- Las características esfuerzo-deformación del acero de presfuerzo son bastante diferentes de aquellas de las varillas de refuerzo.

La Figura (1.22), muestra curvas típicas de esfuerzo-deformación para cable de alambre de presfuerzo y varillas de alta resistencia a la tensión.

En comparación con los aceros de refuerzo, los aceros de presfuerzo no muestran una meseta de fluencia definida.

La fluencia se desarrolla más gradualmente, y en el rango inelástico, la curva de esfuerzo-deformación continúa levantándose suavemente, hasta que es alcanzada la resistencia por tensión.

También, el espacio entre la resistencia por tensión  $f_{pu}$  y la resistencia de fluencia  $f_{py}$  es mucho más pequeño en aceros de presfuerzo que en aceros de refuerzo, y el alargamiento total en la ruptura  $\epsilon'_s$  es mucho más pequeño. Ver la Tabla (1.3).

Para relaciones de acero\* relativamente pequeñas, la falla

\* Puede ser postensada o pretensada.

ocurre por ruptura del acero de presfuerzo, en este caso la viga es subreforzada, la explicación de esto, de la viga balanceada y de la viga sobreforzada se verá más adelante.

La teoría de resistencia última utiliza el bloque de esfuerzo rectangular equivalente y predice con exactitud la falla de la viga (franja de columna ó franja central).

Cuando se conoce la curva esfuerzo-deformación del acero de presfuerzo, la resistencia última de la viga presforzada\* de acuerdo al reglamento del departamento del Distrito Federal 1977, (D.D.F.-77),

Se calcula así:

Ver la Figura (2.22).

En la Figura (2.22a), la fuerza de tensión en la falla es, en este caso:

$$T = A_{ps} \cdot f_{pu}$$

Mientras que, para una sección rectangular la fuerza de compresión es:

$$C = f''c \cdot a \cdot b$$

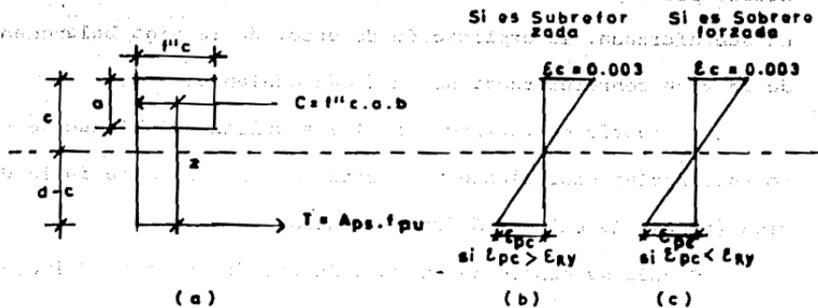
Igualando las dos,  $T=C$ , se obtiene la profundidad del bloque rectangular de esfuerzo en la falla.

$$a = \frac{A_{ps} \cdot f_{pu}}{f''c \cdot a \cdot b}$$

El momento último entonces es:

$$Mu = T (d-a/2) = Tz = A_{ps} \cdot f_{pu} \left[ d - a/2 \right]$$

$$6 \quad Mu = A_{ps} \cdot f_{pu} \left[ d - \frac{A_{ps} \cdot f_{pu}}{2 f''c \cdot b} \right]$$



F I G U R A 2.22

Determinación de la Resistencia a la Flexión

- a) Diagrama de Esfuerzos ; Bloque rectangular de Esfuerzos de Compresión en el Concreto y Esfuerzos de Tensión en el Acero
- b) Diagrama de Deformaciones para la condición Subreforzada
- c) Diagrama de Deformaciones para la condición Sobrerreforzada.

(Ref.13.Pag.113)

Introduciendo la relación de acero (porcentaje de acero) —

$\rho = \frac{A_{ps}}{bd}$  el momento último que resiste la sección ( $M_u$ ) puede ser escrito en forma alternativa así:

$$M_u = A_{ps} \cdot f_{pu} \cdot d \left[ 1 - 0.5 \rho \frac{f_{pu}}{f''c} \right]$$

Si  $q = \rho \frac{f_{pu}}{f''c}$  . . . . .  $M_u =$

$$M_u = bd^2 f''c q \left[ 1 - 0.5 q \right]$$

Esta última ecuación es similar a la ecuación que se emplea en concreto reforzado para el cálculo de resistencia última:

$$M_u = bd^2 f''c q \left[ 1 - 0.5 q \right]$$

$$q = \rho \frac{f_y}{f''c}$$

En cambio en concreto presforzado  $q = \rho \frac{f_{pu}}{f''c}$ , por lo tanto, dirige la resistencia a la rotura del acero de presfuerzo,  $f_{pu}$ , en lugar de el punto de fluencia,  $f_y$ , de las varillas de refuerzo (que se emplea en concreto reforzado).

La significación de cada uno de los términos mencionados anteriormente es la siguiente:

T = Fuerza de tensión en la falla del acero de presfuerzo.

$A_{ps}$  = Área del acero de presfuerzo.

$f_{pu}$  = Esfuerzo a la falla por tensión del acero de presfuerzo

= Esfuerzo de presfuerzo último.

C = Fuerza de compresión en el concreto.

$f''c$  = Resistencia reducida a la compresión del concreto.

$a$  = Profundidad del bloque de esfuerzos de compresión en el concreto en la sección considerada.

$b$  = Ancho de la sección considerada.

$M_u$  = Momento último resistente a la flexión.

$d$  = Peralte efectivo de la sección.

$z$  = Brazo de palanca entre las resultantes de compresión,  $C$ , y de tensión,  $T$ , en la sección considerada.

$\rho$  = Porcentaje de presfuerzo.

$q$  = Índice de presfuerzo.

$f^*c = 0.8 f'c$  ,  $f'c$  = Resistencia a la compresión del concreto.

$f^*c = 0.85 f'c$  si  $f'c \leq 250 \text{ Kg/cm}^2$

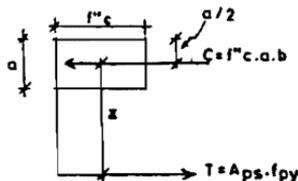
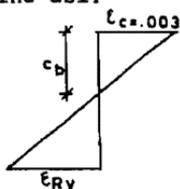
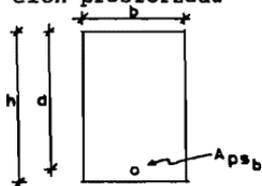
$f^*c = \left(1.05 - \frac{f'c}{1250}\right) f'c$  si  $f'c > 250 \text{ Kg/cm}^2$

Para determinar si la sección es subreforzada o sobreforzada se hará lo siguiente:

a) Determinación del porcentaje balanceado: ( $\rho_{pb}$ )

La condición balanceada consiste en la fluencia del acero de presfuerzo al mismo tiempo de la falla del concreto por compresión, en una sección presforzada a flexión.

La determinación del porcentaje balanceado para una sección presforzada\* se define así:



\* Puede ser pretensada o postensada.

en donde:

$\epsilon_{RY}$  = Deformación requerida para que alcance la fluencia  
el acero de presfuerzo =  $\epsilon_y - \epsilon_{se}$ .

$\epsilon_y$  = Deformación de fluencia del acero de presfuerzo =  
0.01 para cables de alambre.

$\epsilon_{se}$  = Deformación del acero debida al presfuerzo efectivo  
=  $\frac{f_{se}}{E_s}$

$\epsilon_c$  = Deformación del concreto a la falla.

(Todas las deformaciones anteriores son unitarias).

$d$  = Peralte efectivo de la sección.

$h$  = Peralte total de la sección.

$b$  = Ancho de la sección.

$c_b$  = Profundidad del eje neutro de la sección balanceada.

$C$  = Fuerza de compresión en el concreto.

$a$  = Profundidad del bloque de esfuerzos de compresión -  
en el concreto en la sección.

$T$  = Fuerza de tensión, a la fluencia del presfuerzo.

$A_{ps_b}$  = Area del acero de presfuerzo, balanceada.

$f_{py}$  = Esfuerzo de fluencia del acero de presfuerzo.

Por triángulos semejantes:

$$\frac{.003}{c_b} = \frac{\epsilon_{RY}}{d - c_b}$$

$$\therefore c_b = \frac{.003 d}{\epsilon_{RY} + .003} = d \left[ \frac{.003}{.003 + \epsilon_{RY}} \right]$$

Por equilibrio:

$$T = C$$

$$A_{psb} \cdot f_{py} = f''c \cdot a \cdot b$$

$$\left( \int_{pb} \right) b d f_{py} = f''c \cdot a \cdot b$$

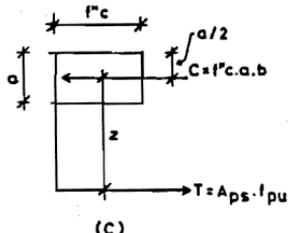
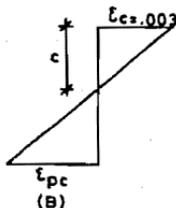
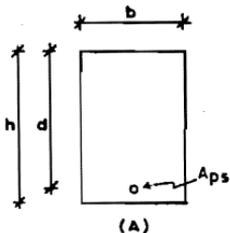
$$\int_{pb} = \frac{f''c [0.8 c_b] b}{b d f_{py}} = \frac{f''c (0.8) d \left[ \frac{.003}{.003 + \epsilon_{Ry}} \right]}{d f_{py}}$$

$$\int_{pb} = \frac{f''c (0.8) \left[ \frac{.003}{.003 + \epsilon_{Ry}} \right]}{f_{py}}$$

$$\int_{pb} = \text{Porcentaje balanceado de presfuerzo}$$

$$\int_{pmax} = 0.75 \int_{pb} = \text{Porcentaje máximo de presfuerzo para asegurar que fluya el presfuerzo, (falla dúctil).}$$

b) Para determinar si la viga presforzada\* (postensada) es subreforzada o sobrerreforzada, se hace lo siguiente:



Por equilibrio de fuerzas:

$$\text{si } T = C$$

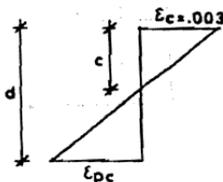
$$A_{ps} \cdot f_{pu} = f''c \cdot a \cdot b$$

$$a = \frac{A_{ps} \cdot f_{pu}}{f''c \cdot b}$$

$$a = 0.8c$$

$$c = \frac{a}{0.8}$$

Se va al diagrama de deformaciones unitarias para checar -  
la fluencia del presfuerzo: Ver el diagrama (B).



Por triángulos semejantes:

$$\frac{.003}{c} = \frac{\epsilon_{pc}}{d-c}$$

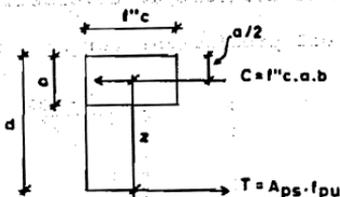
$$\therefore \epsilon_{pc} = .003 \frac{(d-c)}{c}$$

$\epsilon_{pc}$  = Deformación del presfuerzo bajo carga.

si  $\epsilon_{pc} > \epsilon_{Ry}$ , la sección es subreforzada, fluye el  
acero de presfuerzo y fluye antes de  
que falle el concreto, (Falla dúctil)  
Fig. 2.22b.

si  $\epsilon_{pc} < \epsilon_{Ry}$ , la sección es sobreforzada no flu-  
ye el acero de presfuerzo, y falla -  
el concreto sin haber fluído el ace-  
ro de presfuerzo, (Falla frágil) Fig.  
2.22c.

c) Cálculo del momento resistente cuando la sección es -  
Subreforzada: Ver el diagrama (C)



$$M_{uR} = \phi Tz = \phi A_{ps} \cdot f_{pu} \left[ d - \frac{a}{2} \right]$$

en donde:

$A_{ps}$  = Área del acero de presfuerzo, se expresa en  $\text{cm}^2$ .

$f_{pu}$  = Esfuerzo último del presfuerzo a la falla por tensión, se expresa en  $\text{Kg/cm}^2$ .

$d$  = Peralte efectivo de la sección = Peralte total ( $h$ ) menos el recubrimiento del acero de presfuerzo al centroide del mismo (rec).

$a$  = Profundidad del bloque de esfuerzos de compresión.

$M_{uR}$  = Momento último resistente de la viga (franja de columna o central de la losa plana) Postensada a flexión.

$\phi$  = Factor de reducción de resistencia del reglamento, -- D.D.F.-77.

= 0.9 para flexión.

Cuando la sección es sobrerreforzada:

Hay que usar acero de refuerzo ordinario en compresión, esto es, para aumentar la resistencia del concreto en compresión, -- (bloque de esfuerzos de compresión) y para provocar la fluencia --

del acero de presfuerzo, esto se verá más adelante en el ejemplo práctico.

Cuando una viga\* presforzada (postensada) es subreforzada, la falla es precedida por un aviso oportuno, puesto que las deformaciones inelásticas del acero, causan agrietamiento visible y el colgamiento del miembro, (Falla dúctil).

La falla de vigas sobrerreforzadas ocurre repentinamente y sin aviso (Falla frágil).

Estos métodos de analizar las resistencias últimas de vigas rectangulares (franja de columna o franja central, de una losa plana) de concreto, suponen adherencia perfecta entre el acero y el concreto.

Sólo en este caso es la deformación del acero igual a la deformación del concreto contiguo, así que, las relaciones de deformación de la Figura (2.22 b y c) se mantienen.

Para los miembros adheridos, o sea, en donde el concreto es colado alrededor de, y en contacto con los ductos, y los tendones son lechadeados después del tensado, puede ser supuesta adherencia casi perfecta entre el tendón y el concreto, y este será el método que se empleará para las losas planas postensadas.

Si una viga postensada (franja de columna o franja central), no es lechadeada, es difícil determinar el esfuerzo exacto.

---

\* Puede ser una franja de columna o una franja central en una losa plana.

to en el acero\* de presfuerzo en la carga de falla; el esfuerzo será uniformemente distribuido a lo largo de la longitud completa de los tendones, característicamente, habrá un número pequeño de grietas (por flexión) un poco anchas, estas tienen el efecto de reducir la carga de falla, según se compara con la carga de falla de una viga adherida idéntica.

NOTA:

En general, se puede incluir acero no presforzado si acaso no se cumple con la resistencia a las cargas externas, y esto mejorará el factor de seguridad.

Para las losas planas postensadas; se considerarán como vigas continuas: La franja de losa de diseño de ancho  $L_2$  ó la franja de columna o la franja central, y así como se expuso, se calculará el momento último resistente para cada una.

---

\* La deformación del acero de presfuerzo no lechadeado es menor a la falla en una viga postensada, (no hay adherencia).

## 2.6.- DETERMINACION DE LA RESISTENCIA A CORTANTE Y TENSION DIAGONAL.

La determinación de la resistencia a cortante y tensión diagonal en una losa plana postensada se define así:

En vigas de concreto presforzado hay dos factores que reducen en grande la intensidad del esfuerzo de tensión diagonal, según se compara con aquella viga en la que no hubiera fuerza de presfuerzo aplicada:

1) El primer factor: Resulta de la combinación de esfuerzo longitudinal de compresión (debido a la fuerza de presfuerzo) y esfuerzo cortante.

2) El segundo factor: Resulta de la pendiente (inclinación) de los tendones (tendones curvos).

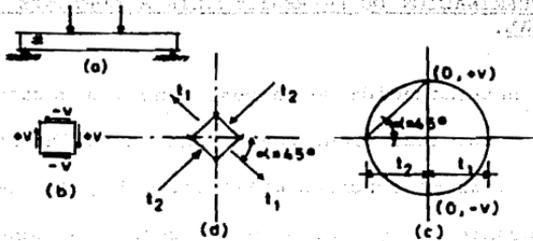
La explicación de estos dos factores aparece enseguida:

1) El primer factor se explica así:

Una viga ordinaria de concreto reforzada por tensión y bajo carga transversal se muestra en la Figura (2.23a),

Los esfuerzos que actúan sobre un elemento pequeño de la viga, que se toma cercano al eje neutro y al apoyo, se muestran en la Figura (2.23b).

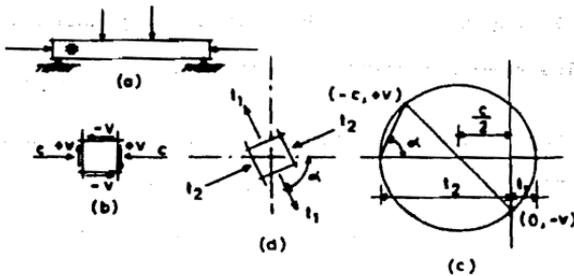
Se encuentra por medio del círculo de esfuerzos de Mohr (Fig. 2.23c) que los esfuerzos principales ( $t_1$  y  $t_2$ ), actúan a  $45^\circ$  del eje de la viga (Fig. 2.23d) y son iguales numéricamente a la intensidad del esfuerzo cortante, así:



F I G U R A 2.23

Cortante y Tensión Diagonal en una viga sin  
 Presfuerzo.

(Ref.13.Pag.527)



F I G U R A 2.24

Cortante y Tensión Diagonal en una viga con  
 Presfuerzo.

(Ref.13.Pag.527)

(a)  $t_1 = t_2 = v$

Ahora si suponemos que la misma viga con las mismas cargas (cargas transversales), se somete a un esfuerzo de precompresión (c), como se muestra en las Figuras (2.24 a y b),

Por el círculo de Mohr (Fig. 2.24c) el esfuerzo de tensión principal ( $t_1$ ) es:

$$(b) t_1 = -\frac{c}{2} + \sqrt{v^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2}$$

y la dirección de la tensión principal ( $t_1$ ) con respecto al eje neutro de la viga es:

$$(c) \tan \alpha = \frac{4v}{c}$$

como se muestra en la Figura (2.24d).

La comparación de la ecuación (a) con la ecuación (b), y la Figura (2.23c) con la Figura (2.24c), muestra que, con la misma intensidad del esfuerzo cortante, la tensión principal ( $t_1$ ) en la viga presforzada es muy reducida.

2) El segundo factor se explica así:

Este factor reduce la intensidad de la tensión diagonal en cargas de servicio, y resulta de la pendiente (inclinación) de los tendones (curvos). Esta pendiente es la que produce un cortante debido a la fuerza de presfuerzo, que es opuesto en dirección al cortante que produce la carga (externa).

La magnitud de este "cortante opuesto" es  $V_p = P_e \text{ Sen } \theta$ , en donde  $\theta$ , es la pendiente (ángulo de inclinación) del tendón -

en la sección considerada, ver la Figura (2.16); su contribución no aumenta directamente con la carga (externa); un incremento pequeño en el cortante total puede producir un incremento grande en el cortante neto para el que la viga debe ser diseñada (aumenta rápidamente la tensión principal  $t_1$ ), por estas razones, se basa el diseño por tensión diagonal de vigas presforzadas, en cargas factorizadas (multiplicadas por factores de carga), en lugar de emplear cargas de servicio.

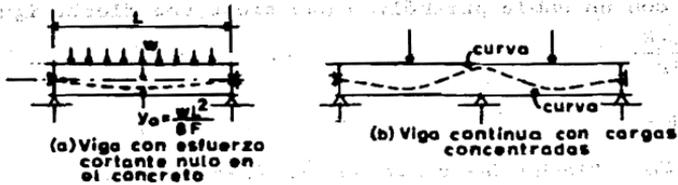
En cargas cercanas a la falla, una viga presforzada se agrieta frecuentemente y se comporta como una viga de concreto reforzado ordinaria, por lo tanto, se aplican en concreto presforzado muchas de las fórmulas y procedimientos de concreto reforzado, para el diseño del refuerzo por cortante.

En las vigas presforzadas, si los tendones son rectos no hay contribución de estos contra esfuerzo cortante, por lo tanto es diferente la situación a que si fueran inclinados (curvos), en donde si hay contribución.

#### De acuerdo al método de balance de cargas:

En concreto presforzado es posible diseñar una viga sin esfuerzo cortante en el concreto bajo una condición dada de carga.

Tomamos por ejemplo, la Figura (2.25a), en donde una viga simplemente apoyada soportando una carga uniforme se pres-

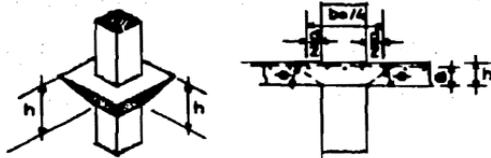


F I G U R A 2.25

Cortante y Tensión Diagonal en una viga Balan  
cada

- a)Viga con Esfuerzo Cortante nulo en el Concre  
to
- b)Viga Continua.

(Ref.7.Pag.239)



F I G U R A 2.26

Superficie de Falla definida por el Cortante de  
Penetración.

(Ref.13.Pag.224)

fuerza con un cable parabólico que tiene una flecha igual a: --

$$y_0 = \frac{wL^2}{8F}$$

en donde:

$y_0$  = Flecha del cable de presfuerzo, en m.

$w$  = Carga uniformemente distribuida, en Kg/m

$F$  = Fuerza de presfuerzo (presfuerzo efectivo) del cable,

en Kg.

Entonces la componente transversal del cable es igual al esfuerzo cortante en cualquier punto, y por lo tanto, no hay esfuerzo cortante para ser soportado por el concreto.

Para vigas continuas con apoyos intermedios:

Ver la Figura (2.25b), para cargas concentradas.

El problema es más complicado, puesto que el tendón no se puede doblar precisamente para estar de acuerdo con el cambio repentino teórico del esfuerzo cortante en el punto de concentración.

#### Esfuerzos cortantes permisibles en el concreto para vigas presforzadas.

Dos tipos de grietas se han observado en las pruebas de vigas de concreto presforzado: de acuerdo al reglamento ACTI-71:

1) Grietas de cortante por flexión:

Estas grietas ocurren a esfuerzo cortante nominal  $v_{ci}$ , - (que se tomará como esfuerzo cortante permisible del concreto-

para esa condición), y comienzan como grietas verticales de -- flexión en la cara de tensión de la viga, luego se extienden diagonalmente hacia arriba (bajo la influencia de la tensión diagonal) y hacia la cara de compresión. Y son comunes en vigas con un valor bajo de fuerza de presfuerzo.

## 2) Grietas de cortante en el alma:

Estas grietas ocurren a esfuerzo cortante nominal  $v_{cw}$ , -- (que se tomará como esfuerzo cortante permisible del concreto para esa condición), y comienzan en el alma de la viga, debido a -- la alta tensión diagonal y luego se extienden diagonalmente hacia arriba y hacia abajo.

Estas grietas se encuentran en vigas con almas delgadas y en vigas con alta fuerza de presfuerzo.

El esfuerzo cortante permisible del concreto para vigas -- presforzadas será el menor de  $v_{ci}$  y  $v_{cw}$ .

## Esfuerzo cortante en las losas planas y placas planas postensadas.

El esfuerzo cortante en las losas planas y placas planas-postensadas se define así:

Las pruebas de estructuras de placa plana, indican que, -- en la mayoría de los casos prácticos, la capacidad es regida por el cortante. Hay dos tipos de esfuerzo cortante de falla que pueden ser críticos en las losas planas:

1) El primer tipo de esfuerzo cortante de falla se expli-

ca así. Es el esfuerzo cortante que se obtiene al considerar a la losa como una viga ancha, y la sección crítica se encuentra a un  $d$  (peralte efectivo de la losa) del paño de la columna o Capitel y atravieza a lo ancho de la losa, y esto sólo se presenta en losas estrechas.

Como para vigas, el esfuerzo cortante se calcula así:

$$v_u = \frac{V_u}{bw d}$$

en donde:

$v_u$  = Esfuerzo cortante último de diseño.

$V_u$  = Fuerza cortante última de diseño.

$bw$  = Ancho de la franja de losa considerada como una viga.

$d$  = Peralte efectivo de la sección.

Este esfuerzo cortante,  $v_u$ , no debe exceder al esfuerzo cortante permisible del concreto (por ejemplo; el menor de  $v_{ci}$  y  $v_{cw}$  para concreto presforzado, reglamento ACI-71, o el proporcionado por el reglamento del D.D.F.- 77).

2) El segundo tipo de esfuerzo cortante de falla se explica así:

La falla ocurre por esfuerzo cortante de penetración, con la grieta diagonal potencial, siguiendo la superficie de un cono truncado o pirámide alrededor de la columna, capitel o ábaco, como se muestra en la Figura (2.26a).

La superficie de falla se extiende desde la base\* de la losa en el apoyo (columna), diagonalmente hacia arriba hasta la superficie de la fibra superior de la losa.

El ángulo de inclinación con la horizontal (Fig. 2.26b) depende de la naturaleza y la cantidad de refuerzo en la losa; este fluctúa entre 20° y 45°.

La sección crítica por cortante, se toma perpendicular al plano de la losa y a una distancia  $d/2$  ( $d$ =peralte efectivo promedio) de la cara del apoyo, como se muestra en la Figura.

El esfuerzo cortante se calcula así:

$$v_u = \frac{V_u}{b_o d} \quad , \text{ del reglamento del D.D.F.-77.}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi b_o d} \quad , \text{ del reglamento ACI-71}$$

en donde:

$v_u$  = Esfuerzo cortante último

$V_u$  = Fuerza cortante última

$b_o$  = Perímetro de la sección crítica por cortante de penetración.

$d$  = Peralte efectivo promedio

$\phi$  = Factor de reducción de resistencia = 0.85, para cortante.

En el concreto reforzado se considera:

Que en esta sección crítica, además de los esfuerzos cor

---

\* Fibra inferior.

tantes y los esfuerzos de compresión horizontal debidos al momento de flexión negativa, estará presente un esfuerzo de compresión vertical (o un poco inclinado) debido a la reacción de la columna.

La presencia simultánea de compresión vertical y horizontal aumenta la resistencia a esfuerzo cortante del concreto, y es mayor el esfuerzo cortante permisible del concreto ( $v_c$ ), que en vigas y losas trabajando en una dirección.

Y se pueden usar ábacos y capiteles de columna para aumentar la resistencia a cortante de la losa plana.

En el concreto presforzado se considera:

Que en este caso de losas planas postensadas, se aplicarían, además de los conceptos anteriores de concreto reforzado, aquellos para concreto presforzado mencionados anteriormente para vigas, y se pueden usar ábacos y capiteles de columna para aumentar la resistencia a cortante de la losa plana, en caso de que se excedieran los esfuerzos cortantes permisibles del concreto.

O en lugar de ábaco y capitel se puede usar refuerzo por cortante como se verá más adelante.

Los esfuerzos cortantes permisibles para el concreto, tanto para concreto reforzado como para concreto presforzado y tanto en vigas como en losas planas, y con el fin de hacer una deducción lógica para el que se aplicará a losas planas presforza-

das (postensadas) en virtud de que no existe en los reglamentos, son los siguientes:

1.- Reglamento ACI-71:

Para concreto reforzado

a) En vigas:  $v_c = .5 \sqrt{f'c}$

b) En losas planas:  $v_c = \sqrt{f'c}$

Para concreto presforzado; por deducción lógica:

a) En vigas:  $v_c = 1.08 \sqrt{f'c} \approx \sqrt{f'c}$

b) En losas planas:  $v_c = 1.58 \sqrt{f'c}$ , obtenido por deducción lógica.

2.- Reglamento del D.D.F.:

Para concreto reforzado

a) En vigas:  $v_c = .5 F_R \sqrt{f^*c}$

b) En losas planas:  $v_c = F_R \sqrt{f^*c}$

Para concreto presforzado

a) En vigas:  $v_c = 1.08 F_R \sqrt{f^*c}$

b) En losas planas:  $v_c = 1.58 F_R \sqrt{f^*c}$ , obtenido por deducción lógica.

en donde:

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia = 0.85

$f^*c$  = 0.8  $f'c$

$f'c$  = Resistencia del concreto a la compresión.

Tipos de refuerzo de cortante para losas planas.

El refuerzo por cortante que se usa para losas planas y --

placas planas puede ser de los siguientes tipos:

Ver la Figura (2.27).

Las cabezas de cortante mostradas en (a) y (c) consisten en perfiles de acero estructural standard incrustados en la losa y sobresaliendo mas allá de la cara de la columna.

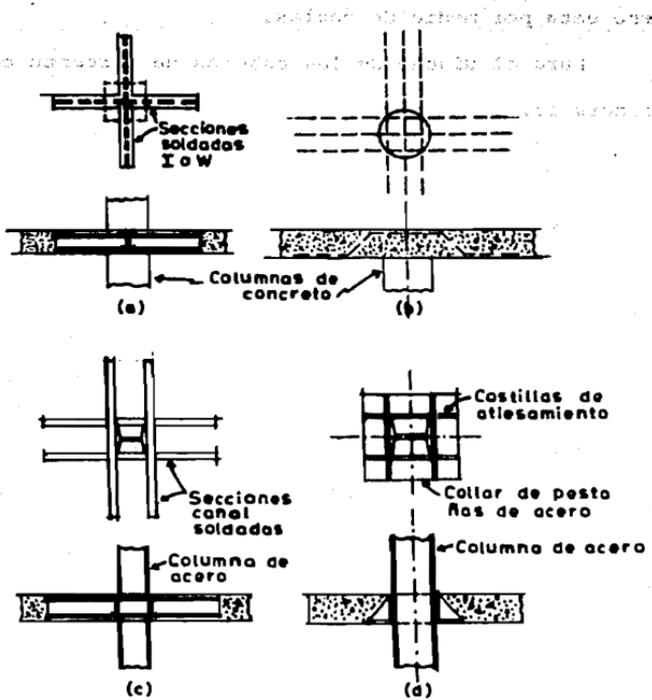
Estas sirven para aumentar el perímetro efectivo,  $b_o$ , de la sección crítica por cortante, además pueden contribuir a la resistencia de la flexión negativa de la losa.

El refuerzo mostrado en (a), es adecuado para usarlo con columnas de concreto, y se compone de longitudes cortas de vigas I ó Wide Flange, cortadas y soldadas en el punto de cruce, de manera que los brazos sean continuos a través de la columna, el refuerzo negativo de la losa pasa sobre la fibra superior -- del acero estructural, las varillas de la columna pasan verticalmente en las esquinas de la columna sin interferencia.

El refuerzo mostrado en (c) es similar en su acción al -- mostrado en (a), pero se usa en columnas de acero.

El refuerzo de varillas dobladas (b) se usa en columnas de concreto, las varillas se doblan a  $45^\circ$  a través de la grieta de tensión diagonal potencial y se extenderán a lo largo de la base de la losa una distancia suficiente para desarrollar su resistencia por adherencia.

El collar de pestañas de la figura (d) se usa para la -- construcción de losas de elevación (o levantamiento) y se usa -- en columnas de acero y se incrusta en la losa, para después levan



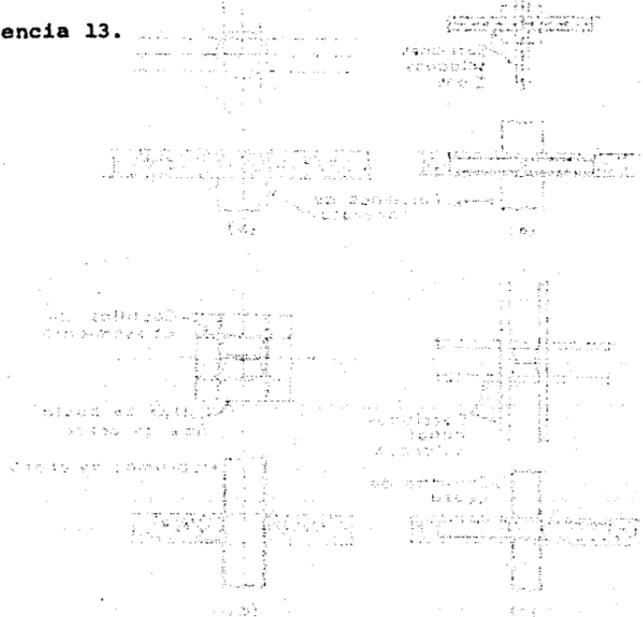
F I G U R A 2.27

Refuerzo de Cortante para Placas Planas.

(Ref.13.Pag.225)

tarse esta por medio de cables.

Para el diseño de las cabezas de cortante consultar la referencia 13.



## 2.7.- CALCULO DE LAS DEFLEXIONES.

El cálculo de las deflexiones en losas planas postensadas se define así:

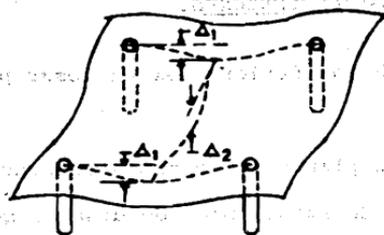
En las losas planas postensadas se consideran como vigas continuas cada una de las franjas de diseño, que son, la franja de columna y la franja central, por lo tanto, la flecha total - del tablero de losa se calculará superponiendo las flechas de - las franjas de diseño de la siguiente manera:

Ver la Figura (2.28).

El método general consiste en lo siguiente; se obtienen las flechas para dos franjas de columna (vigas continuas) paralelas en un tablero, y también se obtiene la flecha para la --- franja central (viga continua) apoyada en las dos franjas de columnas anteriores, una en cada extremo de la misma, y por lo tanto perpendiculares a ella.

La suma de las flechas, la debida a las dos franjas de - columna paralelas, mas la debida a la franja central perpendicular a ellas, proporciona la flecha total en el centro del tablero de losa plana. El análisis para cada una de las franjas de - diseño (franja de columna o franja central) se hará por el método del marco equivalente y se tomará como viga equivalente, - cada una de las franjas de diseño.

Cuando se usa para el diseño de la losa plana postensada el método de carga balanceada el proceso que se sigue para cal-



**F I G U R A 2.28**

**Estimación de las Deflexiones de la Losa Plana Postensada.**

**(Ref. 7, Pag. 436)**

cular la flecha para cada una de las franjas de diseño es el siguiente:

Para la carga balanceada la flecha es nula, solo se obtendrá la flecha debida a la carga residual, que es la carga no balanceada.

Se considerarán los dos aspectos siguientes:

1.- Cuando se balancea la carga muerta:

Se obtiene sólo la flecha debida a la carga viva, que es una flecha hacia abajo, y esto es, cuando se aplica la carga total,  $C.M. + C.V.$

2.- Cuando se balancea la carga muerta mas una parte de la carga viva:

Se obtiene una contraflecha cuando está aplicada sólo la carga muerta; cuando se aplica la carga balanceada, la deflexión es cero.

Cuando se aplica la carga total (carga muerta + carga viva), se debe obtener una flecha hacia abajo (positiva), debida a la segunda porción de la carga viva.

En ambos casos, se deberá revisar la contraflecha debida al presfuerzo inicial ( $P_i$ ) mas el peso propio de la viga ( $w_g$ ).

Los cálculos de las flechas se harán por el método del "trabajo virtual", así como los de las contraflechas y se empleará la sección gruesa de concreto de cada franja de diseño.

Se debe cumplir con las flechas permisibles.

## C A P I T U L O    I I I

### EJEMPLO DE APLICACION

- 3.1. Introducción
- 3.2. Datos
- 3.3. Cálculo de la resistencia por cortante
- 3.4. Análisis
- 3.5. Diseño
- 3.6. Cálculo de la resistencia por flexión
- 3.7. Cálculo de las deflexiones

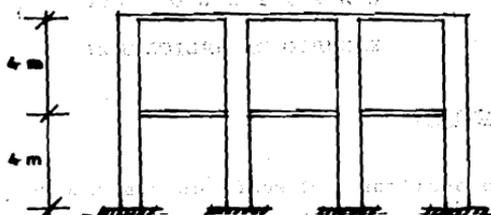
## C A P I T U L O    I I I

## E J E M P L O   D E   A P L I C A C I O N

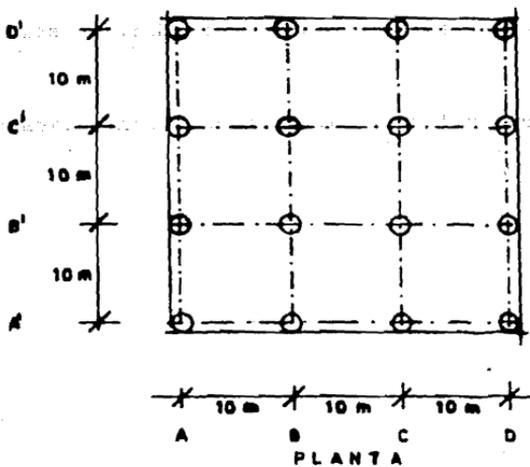
3.1.- INTRODUCCION.

Se va a analizar y diseñar un sistema de piso a base de losas planas postensadas para un edificio de dos plantas, y en el cual se considera representativo el piso intermedio, tanto para entrepiso como para techo, se considerarán solo cargas verticales.

El croquis del edificio aparece a continuación en la Figura 3.1.



ELEVACION



F I G U R A 3.1

3.2.- DATOS:1.- Dimensiones de los tableros =  $L \times L = 10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ 2.- Altura de las columnas =  $h_c = 4 \text{ m}$ 

3.- Cargas:

El peralte de la losa de acuerdo al reglamento (ACI-71) - se obtiene así: (para pisos)

$$h_s = \frac{L}{42} = \frac{1000 \text{ cm}}{42} = 23.80 \text{ cm} \approx 25 \text{ cm}$$

$$\therefore h_s = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}$$

$$\gamma_c = \text{Peso volumétrico del concreto} = 2,400 \text{ Kg/m}^3$$

$$\gamma_f = \text{Peso volumétrico del firme} = 2,100 \text{ Kg/m}^3$$

$$e = \text{Espesor del firme} = 5 \text{ cm} = .05 \text{ m}$$

$$A = \text{Area del tablero} = 100 \text{ m}^2$$

$$\text{Peso propio de la losa} = h_s \times \gamma_c = 600 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Peso del firme} = e \times \gamma_f = 105 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Peso de los acabados} = = 50 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Carga muerta} = 755 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Carga viva}^* = 120 + 420 A^{-1/2} = 120 + 420 (100)^{-1/2} = 162 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Carga total} = 917 \text{ Kg/m}^2$$

## 4.- Materiales (resistencias)

Concreto:  $f'c = 350 \text{ Kg/cm}^2$

Acero de presfuerzo:

Se usarán cables de alambre retorcido de  $12 \text{ } \varnothing 5 \text{ mm}$ , y cu-

\* La carga viva se obtuvo del reglamento del D.D.F.-77.

yas propiedades se obtuvieron a partir de las de un alambre de -

$\phi = 5$  mm, y que parecen a continuación:

Ver las Tablas 1.3, 1.2 y 1.4.

Para cada alambre de  $\phi = .487$  cm  $\approx$  5 mm.

$$f_{pu} = 17,500 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{py} = 14,000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$l's = .04$$

$$\text{Area} = 19.63 \text{ mm}^2 = .1963 \text{ cm}^2 = A_{ps}$$

$$\text{Resistencia última} = A_{ps} \cdot f_{pu} = 3,435.25 \text{ Kg.}$$

$$\text{Tensión inicial} = 0.7 A_{ps} \cdot f_{pu} = 2,404.675 \text{ Kg} = P_i$$

$P_i$  = Presfuerzo inicial, este se obtiene inmediatamente - después de la transferencia, ver Tabla 1.4, o sea, después de -- que suceden las pérdidas por deformación elástica del concreto, - fricción y corrimiento de los anclajes.

De la Tabla 1.4:

$$\text{Pérdidas en la transferencia} = 5\% = .05$$

$$\text{Pérdidas después de la transferencia} = 11\% = 0.11$$

si  $P_t$  = Presfuerzo total

$$P_e = \text{Presfuerzo efectivo}$$

$$P_i = P_t (1-0.05) = 0.95 P_t = 2,404.675 \text{ Kg.}$$

$$P_e = P_i (1-0.11) = 0.89 P_i = 0.89(2,404.675 \text{ Kg}) = 2,140.16075 \text{ Kg} =$$

$$= \text{Presfuerzo efectivo por alambre.}$$

$$P_i = \frac{P_e}{0.89} = (1.123595506) P_e = 2,404.675 \text{ Kg} = 0.7 A_{ps}$$

$f_{pu}$  = Presfuerzo inicial por alambre.

$$P_t = \frac{P_i}{0.95} = (1.052631579) P_i = 2,531.236842 \text{ Kg} =$$

= Fuerza a la cual se tensará cada alambre.

$$f_y = \text{Deformación de fluencia} = .01$$

$$E = \text{Módulo de elasticidad} = \frac{f_{py}}{f_y} = \frac{14,000 \text{ Kg/cm}^2}{.01} = 1.4 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

Para el cable de alambre retorcido de 12  $\phi$  5 mm,

se tiene lo siguiente:

$$f_{pu} = 17,500 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{py} = 14,000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Area} = 12 (A_{ps}) = 12(.1963 \text{ cm}^2) = 2.3556 \text{ cm}^2 = A_{st}$$

$$\text{Resistencia última} = 12 A_{ps} \cdot f_{pu} = 12(3,435.25 \text{ Kg}) = 41,223 \text{ Kg.}$$

$$\text{Tensión inicial} = 12(.7 A_{ps} \cdot f_{pu}) = 12(2,404.675 \text{ Kg}) = 28,856.1 \text{ Kg} =$$

$$= P_i$$

$P_i$  = Presfuerzo inicial, este se obtiene inmediatamente después de la transferencia, ver tabla 1.4, o sea después de que suceden las pérdidas por deformación elástica del concreto, fricción y corrimiento de los anclajes.

De la Tabla 1.4:

$$\text{pérdidas en la transferencia} = 5\% = .05$$

Pérdidas después de la transferencia = 11% = 0.11

si

$P_t$  = Presfuerzo total

$P_e$  = Presfuerzo efectivo

$P_i = 12(P_i \text{ para un alambre}) = 12(2,404.675 \text{ Kg}) = 28,856.1 \text{ Kg} =$   
 = Presfuerzo inicial por tendón.

$P_e = 12(P_e \text{ para un alambre}) = 12(2,140.16 \text{ Kg}) = 25,681.929 \text{ Kg} =$   
 = Presfuerzo efectivo por tendón.

$P_i = 12(.7 A_{ps} \cdot f_{pu} \text{ para un alambre}) = 28,856.1 \text{ Kg} =$   
 (1.123595506)  $P_e$

$P_t = \frac{P_i}{.95} = (1.052631579) P_i = (1.052631579)(28,856.1 \text{ Kg}) =$   
 = 30,374.842 Kg = Fuerza a la cual se tensará cada tendón.

$\epsilon_y$  = Deformación de fluencia = .01

$E_s = \text{Módulo de elasticidad del acero de presfuerzo} = \frac{f_{py}}{\epsilon_y} =$   
 =  $\frac{14,000 \text{ Kg/cm}^2}{.01} = 1.4 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

$f_{se} = \text{Esfuerzo efectivo del tendón de presfuerzo} = \frac{P_e}{A_{st}} =$   
 =  $\frac{25,681.929 \text{ Kg}}{2.3556 \text{ cm}^2} = 10,902.5 \text{ Kg/cm}^2$ .

$\epsilon_{se} = \text{Deformación efectiva del tendón de presfuerzo} =$   
 =  $\frac{f_{se}}{E_s} = \frac{10,902.5 \text{ Kg/cm}^2}{1.4 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2} = .0077875$

Se emplearán ductos metálicos de diámetro = 3 cm para --

los tendones (cables de 12  $\phi$  5 mm), y se lechadearán estos, para que exista adherencia.

**5.- Cálculo del diámetro de la columna:**

Si se supone un diámetro de columna  $\phi = 60$  cm, tanto para columna superior como para columna inferior, los cálculos se realizarán así:

Para cada piso:

$$\text{Carga total} = w = 1.4 \text{ (C.M.+ C.V.)} = 1.4 (917 \text{ Kg/m}^2) = 1,283.8 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Area tributaria de losa por columna} = 10\text{m} \times 10\text{m} = 100 \text{ m}^2 = A_{t1}$$

$$\text{Peso por planta} = w(A_{t1}) = 1,283.8 \text{ Kg/m}^2 (100\text{m}^2) = 128,380 \text{ Kg}$$

Para cada columna:

$$\text{Area de columna} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (.60\text{m})^2}{4} = .282 \text{ m}^2 = A_c$$

$$\text{Altura de la columna} = 4 \text{ m} = h_c$$

$$\text{Peso por columna} = \gamma_c \cdot h_c \cdot A_c = (2,400 \text{ Kg/m}^3) (4\text{m}) (.282\text{m}^2) = 2,707.2 \text{ Kg}$$

Peso total sobre la primera columna:

$$\text{Peso planta superior} = 128,380 \text{ Kg.}$$

$$\text{Peso columna superior} = 2,707.2 \text{ Kg}$$

$$\text{Peso planta inferior} = 128,380 \text{ Kg}$$

$$\text{Peso columna inferior} = 2,707.2 \text{ Kg}$$

$$\text{Peso total} = P = 262,174.4 \text{ Kg}$$

$$\text{Si } P = 0.3f'c A_c$$

$$A_c = \frac{P}{0.3f'c} = \frac{262,174.4 \text{ Kg}}{0.3(350 \text{ Kg/cm}^2)} = 2,496.899 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \frac{\pi D^2}{4} \therefore D = \sqrt{\frac{4 A_c}{\pi}} = \sqrt{\frac{4(2,496.899 \text{ cm}^2)}{\pi}} = 56.38 \approx 60\text{cm (ok)}$$

D = Diámetro de columna inferior =  $\phi$  = 60 cm.

Se tomará un diámetro para columna inferior y superior -  
 $\phi = 60$  cm, con el fin de que sean iguales los diseños de los -  
sistemas de piso.

### 3.3. CALCULO DE LA RESISTENCIA POR CORTANTE.

Chequeo de la resistencia por cortante de penetración en el tablero interior:

Datos:

Peralte total de la losa =  $h = 25$  cm.

Diámetro de columna =  $\phi = 60$  cm.

Recubrimiento de los cables en la dirección ABCD sobre el apoyo =  $rec_{ABCD} = 4.5$  cm.

Recubrimiento de los cables en la dirección A'B'C'D' sobre el apoyo =  $rec_{A'B'C'D'} = 7.5$  cm.

El peralte efectivo de los cables en la dirección ABCD sobre el apoyo es:  $d_{(ABCD)} = h - rec_{ABCD} = 25 \text{ cm} - 4.5 \text{ cm} = 20.5 \text{ cm}$ .

El peralte efectivo de los cables en la dirección A'B'C'D' sobre el apoyo es:  $d_{(A'B'C'D')} = h - rec_{A'B'C'D'} = 25 \text{ cm} - 7.5 \text{ cm} = 17.5 \text{ cm}$ .

El peralte efectivo promedio se calcula así:

$$d = \frac{d_{(ABCD)} + d_{(A'B'C'D')}}{2} = \frac{20.5 \text{ cm} + 17.5 \text{ cm}}{2} = 19 \text{ cm}.$$

La sección crítica por cortante de penetración se encuentra a  $d/2$  de la cara de la columna: Ver la Figura 3.2.

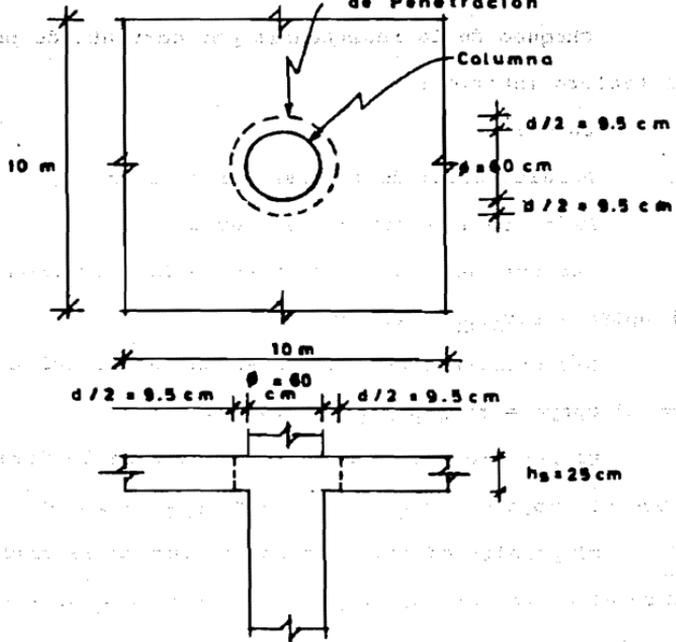
Diámetro de la sección crítica por cortante de penetración =  $\phi + d = 60 \text{ cm} + 19 \text{ cm} = 79 \text{ cm} = D_c$ .

Perímetro de la sección crítica por cortante de penetración =  $b_o = 2 \pi r = \pi D_c = \pi (79 \text{ cm}) = 248.18 \text{ cm}$ .

Area de la sección crítica por cortante de penetración -- (Area lateral) =  $b_o d = (248.18 \text{ cm}) (19 \text{ cm}) = 4,715.42 \text{ cm}^2$ .

SEPARACIÓN DE LA SECCIÓN CRÍTICA AL SER DISEÑADA .G.F.

Sección Crítica por Cortante de Penetración



F I G U R A 3.2

La carga total del piso es:  $W = 1.4(C.M. + C.V.) = 1,238.8 \text{ Kg/m}^2$

Area tributaria de losa sobre la columna =  $10\text{m} \times 10\text{m} = 100\text{m}^2 = A_{TTC}$

Area de losa que corresponde a la sección crítica por cortante de penetración =  $\frac{\pi D_c^2}{4} = \frac{\pi (79 \text{ cm})^2}{4} = .49 \text{ m}^2 = A_{TSC}$

El cortante último =  $V_u = W(A_{TTC} - A_{TSC}) = 1,283.8 \text{ Kg/m}^2 (100 \text{ m}^2 - .49 \text{ m}^2) = 127,750.93 \text{ Kg}$ .

El esfuerzo cortante ultimo =  $v_u = \frac{V_u}{b_o d} = \frac{127,750.93 \text{ Kg}}{4,715.42 \text{ cm}^2} = 27.092 \text{ Kg/cm}^2$ .

Los esfuerzos cortantes permisibles son:

Reglamento del D.D.F.-77:  $v_c = 1.58 F_R \sqrt{f^*c} = 22.47 \text{ Kg/cm}^2$

$$f^*c = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F_R = .85$$

$$v_u > v_c$$

Reglamento del ACI-71:

$$v_c = 1.58 \sqrt{f^*c} = 29.55 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_u < v_c$$

Se puede aumentar la resistencia por cortante de la losa, en la periferia de la columna al aumentar el área de la columna en contacto con la losa, por medio de un capitel, cuyo cálculo aparece a continuación:

Cálculo del diámetro del capitel:

Datos:

$$v_c = F_R \sqrt{f^*c} = 13.384 \text{ Kg/cm}^2 = \text{Esfuerzo cortante permisible pa}$$

ra losas planas reforzadas de acuerdo al reglamento del D.D.F.

-77.

$$v_u = 127,750.93 \text{ Kg}$$

$$d = 19 \text{ cm.}$$

$$b_o = ?$$

$$v_u = \frac{v_u}{b_o d} \quad \text{Si } v_u = v_c \quad v_c = \frac{v_u}{b_o d}$$

$$b_o = \frac{v_u}{v_c d} = \frac{127,750.93 \text{ Kg}}{(13.384 \text{ Kg/cm}^2)(19 \text{ cm})} = 502.37 \text{ cm.}$$

$$b_o = \pi D_c$$

$$D_c = \frac{b_o}{\pi} = \frac{502.37 \text{ cm}}{\pi} = 159.90 \text{ cm.}$$

$$D_c = D + d = 159.90 \text{ cm.}$$

$$D = D_c - d = 159.90 \text{ cm} - 19 \text{ cm} = 140.9 \text{ cm}$$

$$D = \text{Diámetro del capitel} = 140.9 \text{ cm.}$$

. . . Se empleará un capitel de:  $D = 145 \text{ cm}$

### Comprobación:

Datos:

$$D = 145 \text{ cm} = \text{Diámetro del capitel}$$

$$d = 19 \text{ cm} = \text{Peralte efectivo promedio de la losa}$$

$$D_c = D + d = 145 \text{ cm} + 19 \text{ cm} = 164 \text{ cm} = \text{Diámetro de la sección crítica por cortante de penetración.}$$

$$A_{Lsc} = \frac{\pi D_c^2}{4} = \frac{\pi (1.64 \text{ m})^2}{4} = 2.11 \text{ m}^2 = \text{Area de losa que corresponde a la sección crítica de cortante por penetración.}$$

$A_{TTC} = 10\text{m} \times 10\text{m} = 100\text{ m}^2 =$  Area tributaria total de losa sobre la columna.

$b_o = \pi D_c = \pi (164\text{ cm}) = 515.22\text{ cm} =$  Perímetro de la sección crítica de cortante por penetración.

Cortante último =  $V_u = W(A_{TTC} - A_{LBC}) = 1,283.8\text{ Kg/m}^2(100\text{m}^2 - 2.11\text{ m}^2) = 125,671.18\text{ Kg}.$

Esfuerzo cortante último =  $\frac{V_u}{b_o d} = \frac{125,671.18\text{ Kg}}{(515.22\text{ cm})(19\text{cm})} = 12.83\text{Kg/cm}^2 = v_u$

Esfuerzo cortante permisible =  $v_c = F_R \sqrt{f^*c} = 13.384\text{ Kg/cm}^2$

$$\therefore v_u < v_c$$

(ok) cumple.

Por lo tanto, se empleará un capitel de diámetro  $D = 145\text{ cm}.$

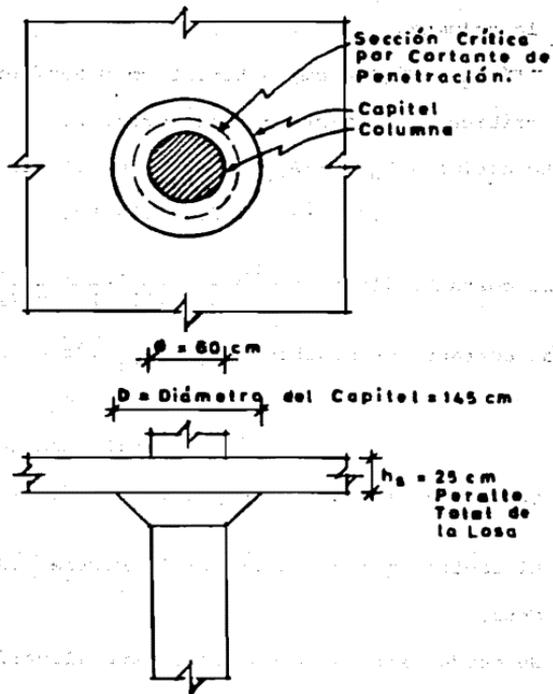
El capitel quedará así: ver la Figura 3.3.

Nota:

Se puede usar un ábaco, pero este llevaría necesariamente un capitel, porque no daría la resistencia al cortante por penetración requerida.

Los cálculos que siguen a continuación para el análisis, se hicieron considerando por error en el cálculo de las rigideces, momento de empotramiento, factor de transporte, de la viga equivalente, un espesor de columna en el tope  $c_1 = 60\text{ cm}$  y  $c_2 = 60\text{ cm}$ , en lugar de  $c_1 = 145\text{ cm}$  y  $c_2 = 145\text{ cm}$ , al aplicar la Tabla 2.2.

En realidad las diferencias son muy pequeñas.



**F I G U R A 3.3**

### 3.4.- ANALISIS

El análisis se hará por el método del marco equivalente, y los pasos a seguir son los siguientes:

A) Idealización de la estructura

Ver la Figura 3.4.

En ella se ve que hay dos franjas de diseño interior - - ( $L_2 = 10$  m) iguales, y dos franjas de diseño de borde ( $L_2=5.30$ m) iguales, una en cada dirección, por lo tanto, se tomará una franja de diseño interior ( $L_2 = 10$ m) como representativa en la dirección ABCD, y una franja de diseño de borde ( $L_2 = 5.30$  m) como representativa en la dirección ABCD.

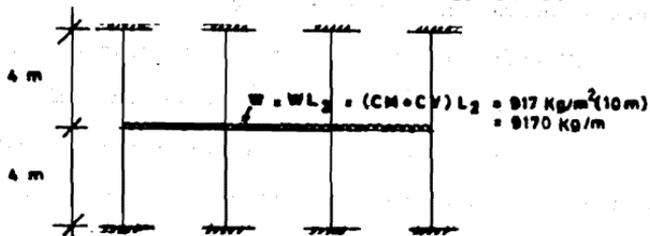
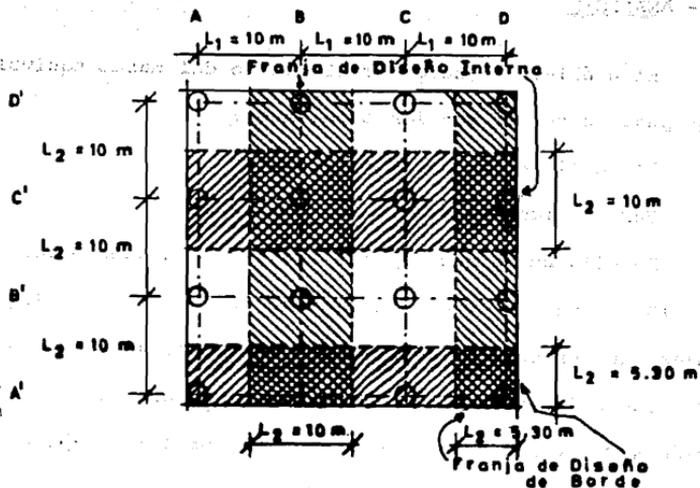
El análisis para cada una de las franjas representativas que se tomaron en la dirección ABCD, se hace así:

a) Análisis del marco equivalente para franja de diseño interna,  $L_2 = 10$  m, representativa, se emplea la dirección ABCD, que es igual a la dirección A'B'C'D', ver la Figura 3.4a.

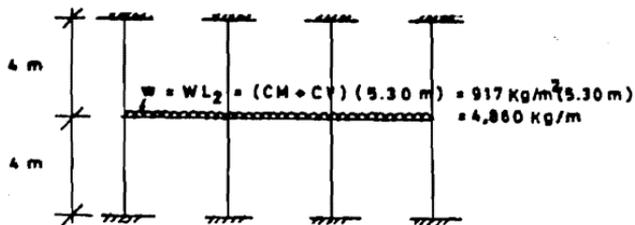
b) Análisis del marco equivalente para franja de diseño de borde, representativa, se emplea la dirección ABCD que es --- igual a la dirección A'B'C'D', ver la Figura 3.4b.

a) Análisis del marco equivalente para franja de diseño interna,  $L_2 = 10$  m, representativa, se emplea la dirección ABCD que es igual a la dirección A'B'C'D'.

Se siguen los siguientes pasos:



a) Marco Equivalente para Franja de Diseño Interna  $L_2 = 10\text{ m}$



b) Marco Equivalente para Franja de Diseño de Borde  $L_2 = 5.30\text{ m}$

## a.1) Geometría.

Para los tableros interior y exterior:

Se empleará la Tabla 2.4 para columnas.

Se empleará la Tabla 2.2 para losas.

Columnas: Ver la Figura 3.5.

Para todas las columnas, tanto arriba como abajo del nudo

(A,B,C,D)

$$a = \frac{hs}{2} = \frac{25 \text{ cm}}{2} = 12.5 \text{ cm}$$

$$b = \frac{hs}{2} = \frac{25 \text{ cm}}{2} = 12.5 \text{ cm}$$

$$L_c = 4 \text{ m} = \text{Altura de la columna}$$

$$a/L_c = \frac{12.5 \text{ cm}}{400 \text{ cm}} = .031$$

$$b/L_c = \frac{12.5 \text{ cm}}{400 \text{ cm}} = .031$$

de la Tabla 2.4 :  $k_c = 4.71 = \text{Factor de rigidez de columna.}$

Losas: Ver la Figura 3.5.

Para todos los claros: A-B, B-A, B-C, C-B, C-D, D-C

$$c_1 = 60 \text{ cm}$$

$$L_1 = 10 \text{ m} = 1000 \text{ cm}$$

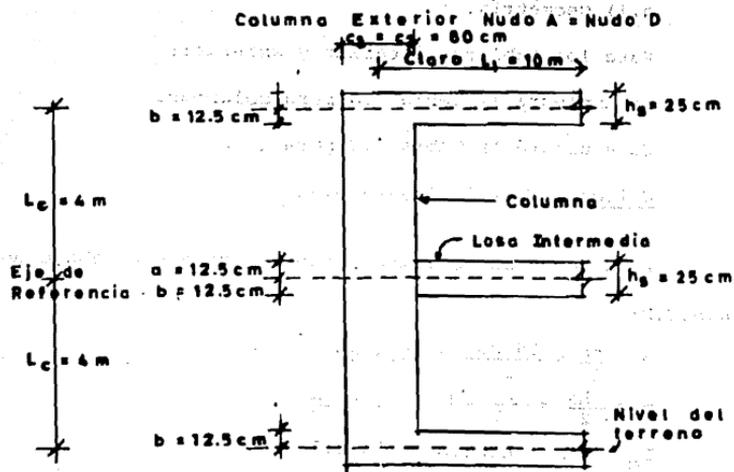
$$c_2 = 60 \text{ cm}$$

$$L_2 = 10 \text{ m} = 1000 \text{ cm}$$

$$c_1/L_1 = \frac{60 \text{ cm}}{1000 \text{ cm}} = .06$$

$$c_2/L_2 = \frac{60 \text{ cm}}{1000 \text{ cm}} = .06$$

de la Tabla 2.2 :  $k = 4.047 = \text{Factor de rigidez de la losa.}$



F I G U R A 3.5

## a.2) Rigideces:

Para los tableros interior y exterior

Columnas:

Para todas las columnas, tanto arriba como abajo del nudo

(A, B, C, D)

$$K_C = \frac{k_c E_c I_c}{L_c} = \frac{4.71 E_c I_c}{L_c}$$

Suma de rigideces de columna en todos los nudos (A, B, C, D)

$$\Sigma K_C = K_{C\text{arriba}} + K_{C\text{abajo}} = 2 \left( \frac{4.71 E_c I_c}{L_c} \right) = \frac{9.42 E_c I_c}{L_c} = 14,981.86 E_c$$

$$I_c = \frac{\pi D^4}{4} = 636,172.51 \text{ cm}^4$$

$$L_c = 400 \text{ cm}$$

La rigidez a torsión ( $K_t$ ) de la viga de borde para todas las columnas se obtiene así: Ver la figura 3.6

$$C = \Sigma (1 - 0.63 x/y) x^3 y / 3 = 230,468.75 \text{ cm}^4$$

En todas las columnas: Nudo A = Nudo B = Nudo C = Nudo D ; ya que hay una viga transversal (de borde) de este tipo a cada lado de la columna, la rigidez a torsión es la siguiente:

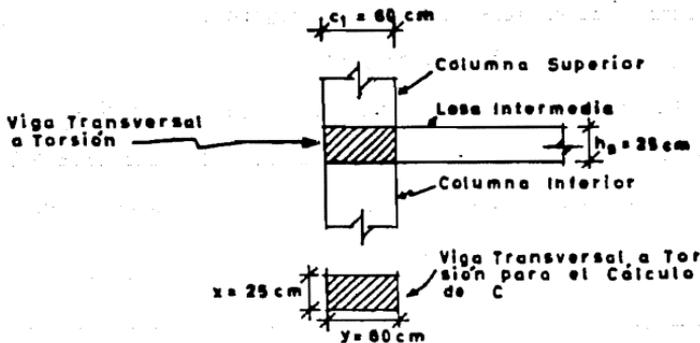
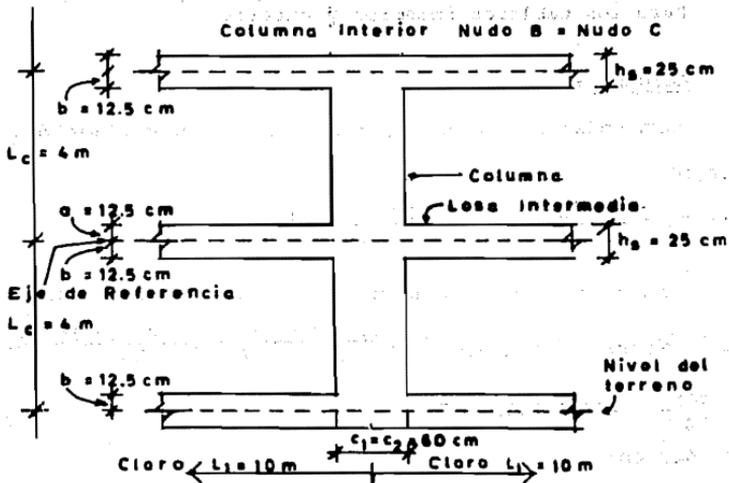
$$K_t = \Sigma \left[ 9 E_c C / L_2 (1 - c_2 / L_2)^3 \right] = 2 \left[ 9 E_c C / L_2 (1 - c_2 / L_2)^3 \right] = 18 E_c C / L_2 X$$

en donde X se obtiene de la Tabla 2.2

$$X = (1 - c_2 / L_2)^3 = \left( 1 - \frac{60 \text{ cm}}{1000 \text{ cm}} \right)^3 = 0.83$$

$$\therefore K_t = 18 E_c C / L_2 X = \frac{18 E_c (230,468.75 \text{ cm}^4)}{(1000 \text{ cm}) (0.83)} = 4,998.11 E_c$$

La rigidez de la columna equivalente para todos los nudos (A, B, C, D) es la siguiente:



F I G U R A 3.6

$$K_{ec} = \frac{1}{\frac{1}{\Sigma K_C} + \frac{1}{K_t}} = \frac{1}{\frac{1}{14,981.86 \text{ Ec}} + \frac{1}{4,998.11 \text{ Ec}}} = 3,747.80 \text{ Ec}$$

Losas:

Para todos los claros: A-B, B-A, B-C, C-B, C-D, D-C

$$K_B = \frac{K \text{ Ec } L_2^3}{12 L_1} = \frac{(4.074) \text{ Ec } (1000 \text{ cm}) (25 \text{ cm})}{12 (1000 \text{ cm})} = 5,304.68 \text{ Ec}$$

Suma de rigideces en el nudo exterior A ó D, Nudo A = Nudo D

$$\Sigma K_A = \Sigma K_D = K_{ecA} + K_{sA-B} = 3,747.80 \text{ Ec} + 5,304.68 \text{ Ec} = 9,052.48 \text{ Ec}$$

Suma de rigideces en el nudo interior B ó C, Nudo B = Nudo C

$$\Sigma K_B = \Sigma K_C = K_{ecB} + K_{sB-A} + K_{sB-C} = 3,747.80 \text{ Ec} + 2 (5,304.68 \text{ Ec}) = 14,357.16 \text{ Ec}$$

a.3) Obtención de los factores de momento de empotramiento (M), de transporte FT, usando la Tabla 2.2, y además obtención de los factores de distribución ( $\gamma$ ).

Para las losas en todos los claros:

$$c_1/L_1 = .06, c_2/L_2 = .06, \text{ de la Tabla 2.2}$$

Los factores de momento de empotramiento (M) son:

$$M = .0842 = M_{AB} = M_{BA} = M_{BC} = M_{CB} = M_{CD} = M_{DC}$$

y los factores de transporte (FT) en todos los claros son:

$$FT = .505 = FT_{A-B} = FT_{B-A} = FT_{B-C} = FT_{C-B} = FT_{C-D} = FT_{D-C}$$

Los factores de distribución ( $\gamma$ ) se obtienen así:

Nudo A = Nudo D

$$\gamma_{ecA} = \gamma_{ecD} = \frac{K_{ecA}}{\Sigma K_A} = \frac{3,747.80 \text{ Ec}}{9,052.48 \text{ Ec}} = .414, \text{ para la columna}$$

$$\gamma_{A-B} = \gamma_{D-C} = \frac{K_{sA-B}}{\Sigma K_A} = \frac{5,304.68 \text{ Ec}}{9,052.48 \text{ Ec}} = .586, \text{ para la losa}$$

Nudo B = Nudo C

$$\delta_{ec_B} = \delta_{ec_C} = \frac{K_{ec_B}}{\Sigma K_B} = \frac{3,747.80 \text{ Ec}}{14,357.16 \text{ Ec}} = .261, \text{ para columna}$$

$$\delta_{B-A} = \delta_{C-D} = \frac{K_s \text{ B-A}}{\Sigma K_B} = \frac{5,304.68 \text{ Ec}}{14,357.16 \text{ Ec}} = .3695, \text{ para la losa}$$

$$\delta_{B-C} = \delta_{C-B} = \frac{K_s \text{ B-C}}{\Sigma K_B} = .3695$$

a.4) Análisis estructural de los marcos por Cross y distribución de los momentos para la carga dada, y obtención de -- los momentos totales de diseño en las secciones críticas, ver -- la Figura 3.7.

Cargas:

$$\text{Carga muerta} = 755 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Carga viva} = \underline{162 \text{ Kg/m}^2}$$

$$\text{Carga total} = 917 \text{ Kg/m}^2 = W$$

$$\frac{C.V.}{C.M.} = .2 < .75 \text{ está ok}$$

$$WL_2 = 917 \text{ Kg/m}^2 (10 \text{ m}) = 9,170 \text{ Kg/m}$$

Momentos de empotramiento  $M'$ :

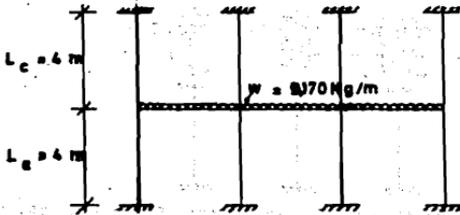
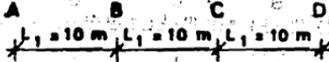
Para todos los claros:

$$M' = M WL_2 L_1^2 = .0842 (917 \text{ Kg/m}^2) (10\text{m}) (10 \text{ m})^2 = 77,211.4 \text{ Kg-m} = 77.211 \text{ T-m}$$

$$M' = M'_{AB} = M'_{BA} = M'_{BC} = M'_{CB} = M'_{CD} = M'_{DC}$$

Los momentos de empotramiento quedan así: Ver la Figura-

$$w = WL_2 = 0.17 \text{ Kg/m}^2 (10 \text{ m}) = 0.170 \text{ Kg/m}$$



F I G U R A 3.7



### Obtención de los diagramas de momentos flexionantes:

Ver la Figura 3.9.

A partir del diagrama de momentos anterior se obtienen las reacciones en la franja de diseño así: Ver la Figura 3.10.

Los diagramas de momentos para carga total, carga muerta - y carga viva se muestran en las Figuras 3.10 y 3.11.

a.5) Distribución de los momentos totales en las secciones críticas de una franja de losa de ancho  $L_2 = 10$  m, a franja de columna y franja central. Ver la Figura 3.11.

La distribución de los momentos debidos a la carga total = CM + CV =  $917 \text{ Kg/m}^2$ ,  $WL_2 = 9,170 \text{ Kg/m}$ , es la siguiente:

Se emplea la Tabla 2.1.

Los datos son:

Para todos los apoyos (A,B,C,D):

$$\alpha_1 = 0$$

$$L_2/L_1 = \frac{10 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 1$$

$$\alpha_1 L_2/L_1 = 0$$

Para los apoyos exteriores: A ó D

$$C = 230,468.75 \text{ cm}^4$$

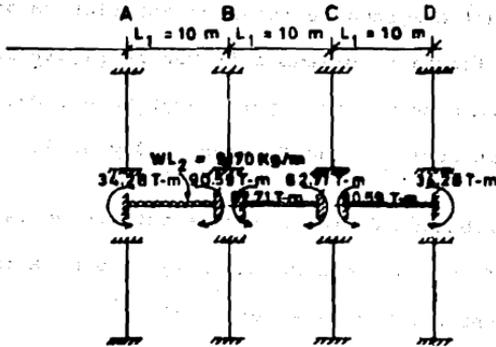
$$I_B = \frac{L_2 h_s^3}{12} = \frac{(1000 \text{ cm})(25 \text{ cm})^3}{12} = 1,302,083.33 \text{ cm}^4$$

$$\beta_t = \frac{C}{2 I_B} = \frac{230,468.75 \text{ cm}^4}{2 (1,302,083.33 \text{ cm}^4)} = .177$$

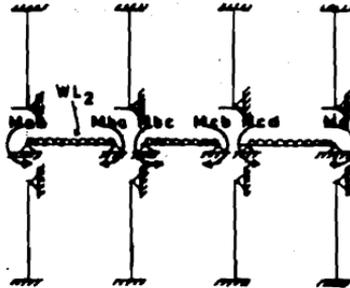
Ver la Tabla de cálculo 3.1.

Los diagramas de momentos para carga total =  $917 \text{ Kg/m}^2$  -

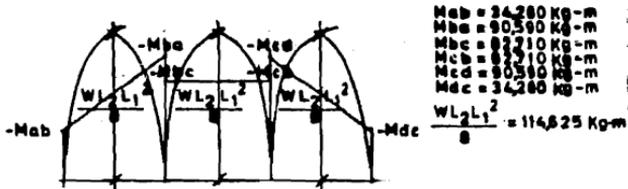
Obtención de los Diagramas de Momentos Flexionantes :  
 El Marco queda así :



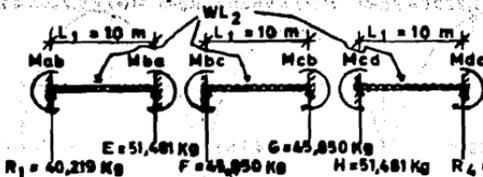
Ya que lo que interesa es el Diseño de la Franja de Lasa se tiene lo siguiente :



El Diagrama de Momentos queda así :



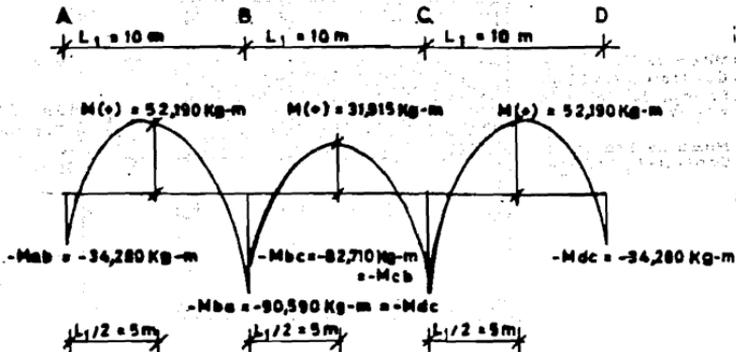
A partir del Diagrama de Momentos de anterior se obtienen las Reacciones en la Franja de Diseño así :



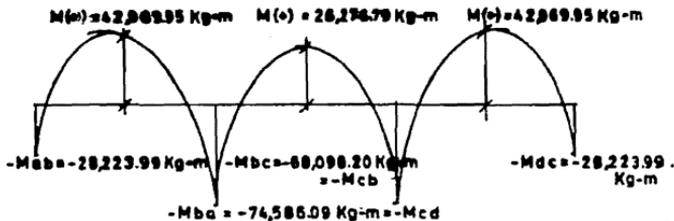
El Diagrama de Momentos para la Carga Total  $= W = CM + CV$

$= 917 \text{ Kg/m}^2$      $w = WL_2 = 9,170 \text{ Kg/m}$  queda así :

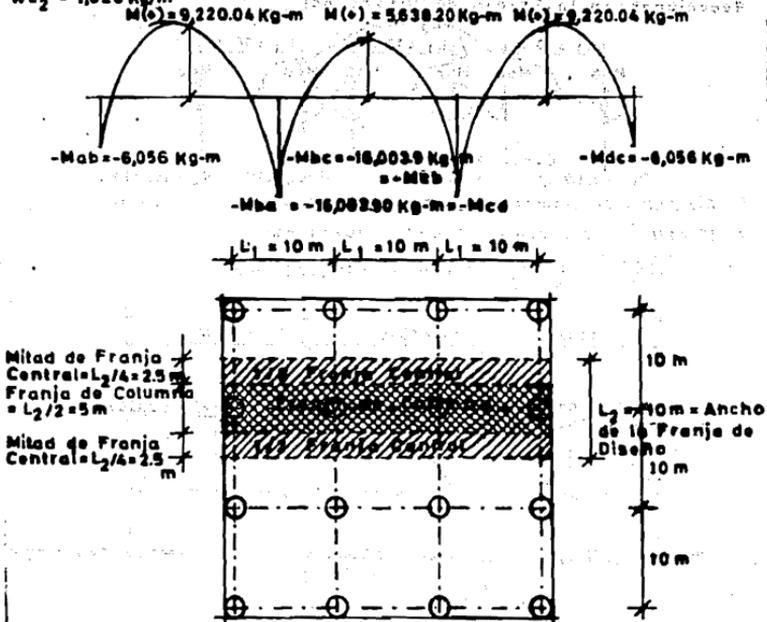
$$M_0 = \frac{WL_2 L_1^2}{8} = \left( \frac{M_{ab} + M_{ba}}{2} \right) + M(\circ) = 114,625 \text{ Kg-m}$$



El Diagrama de Momentos para la Carga Muerta  $= W = CM = 755 \text{ Kg/m}^2$   
 $WL_2 = 7,550 \text{ Kg/m}$



El Diagrama de Momentos para Carga Viva  $w = CV = 162 \text{ Kg/m}^2$   
 $WL_2 = 1,620 \text{ Kg/m}$



F I G U R A 3.11

Tabla de Cálculo 3.1						
Momentos de Diseño en el Tablero Exterior Claro A-B = Claro D-C						
Momentos Totales	M (Kg-m)	Franja de Columna			Momento (Kg-m)	Franja Central (Kg-m)
		Relación de Rigideces		$L_2/L_1$		
Momento Negativo en los apoyos exteriores Claro A-B = Claro D-C	$M_{A-B}(-) = M_{Neg.Total A-B} = -34,280$	$\alpha_1 = 0$ $\alpha_1 L_2/L_1 = 0$	$\beta_1 = .377$	1	.90	M.Neg.F.Col A-B = $-.90 M_{A-B}(-) = -33,584$ M.Neg.F.Central = $M_{Neg.Total A-B} - M_{Neg.F.Col A-B} = -895.6$
Momento Positivo en el Centro del Claro A-B	$M_{A-B}(+) = M_{Pos.Total A-B} = +52,190$	$\alpha_1 = 0$ $\alpha_1 L_2/L_1 = 0$		1	.60	M.Pos.F.Col A-B = $.60 M_{A-B}(+) = +31,316$ M.Pos.F.Central = $M_{Pos.Total A-B} - M_{Pos.F.Col A-B} = +20,876$
Momento Negativo en el primer apoyo interior B o C	$M_{B-A}(-) = M_{Neg.Total B-A} = -90,590$	$\alpha_1 = 0$ $\alpha_1 L_2/L_1 = 0$		1	.75	M.Neg.F.Col B-A = $.75 M_{B-A}(-) = -67,942.5$ M.Neg.F.Central B-A = $M_{Neg.Total B-A} - M_{Neg.F.Col B-A} = -22,647.5$
Momentos de Diseño en el Tablero Interior Claro B-C						
Momento Negativo en el primer apoyo interior B o C	$M_{B-C}(-) = M_{Neg.Total B-C} = -62,710$	$\alpha_1 = 0$ $\alpha_1 L_2/L_1 = 0$		1	.75	M.Neg.F.Col B-C = $.75 M_{B-C}(-) = -47,032.5$ M.Neg.F.Central B-C = $M_{Neg.Total B-C} - M_{Neg.F.Col B-C} = -15,677.5$
Momento Positivo en el Centro del Claro B-C	$M_{B-C}(+) = M_{Pos.Total B-C} = +31,915$	$\alpha_1 = 0$ $\alpha_1 L_2/L_1 = 0$		1	.60	M.Pos.F.Col B-C = $.60 M_{B-C}(+) = +19,149$ M.Pos.F.Central B-C = $M_{Pos.Total B-C} - M_{Pos.F.Col B-C} = +12,766$

en franja de columna y franja central aparecen en la Figura 3.12.

Los diagramas de momentos para carga muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2$  - en franja de columna y franja central aparecen en la Figura - - 3.13.

Los diagramas de momentos para carga viva =  $162 \text{ Kg/m}^2$ , en franja de columna y franja central aparecen en la Figura 3.14.

b) Análisis del marco equivalente para franja de diseño - de borde,  $L_2 = 5.30 \text{ m}$ , representativa, se emplea la dirección -- ABCD que es igual a la dirección A'B'C'D'.

Se empleará la Figura 3.4b.

Se siguen los siguientes pasos:

b.1) Geometría.

Para los tableros interior y exterior, se empleará la Tabla 2.4 para columnas, se empleará la Tabla 2.2 para losas.

Columnas: Ver la Figura 3.5.

Para todas las columnas A,B,C,D tanto arriba como abajo del nudo (A,B,C,D):

$$a = \frac{hs}{2} = 12.5 \text{ cm}$$

$$b = \frac{hs}{2} = 12.5 \text{ cm}$$

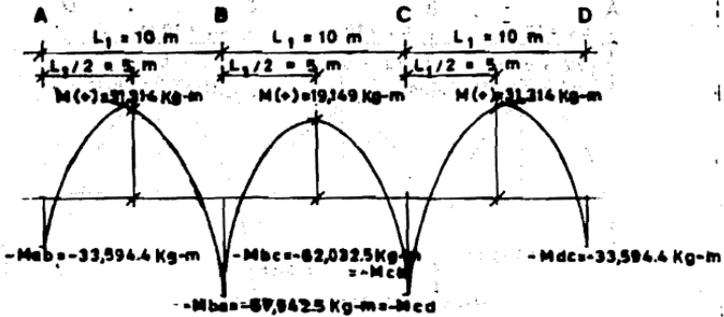
$$L_c = 4 \text{ m} = \text{Altura de la columna}$$

$$a/L_c = \frac{12.5 \text{ cm}}{400 \text{ cm}} = .031$$

$$b/L_c = \frac{12.5 \text{ cm}}{400 \text{ cm}} = .031$$

de la Tabla 2.4:  $k_c = 4.71 = \text{Factor de rigidez de columna.}$

Diagrama de Momentos para Carga Total  $W = 917 \text{ Kg/m}^2$   
 Franja de Columna :

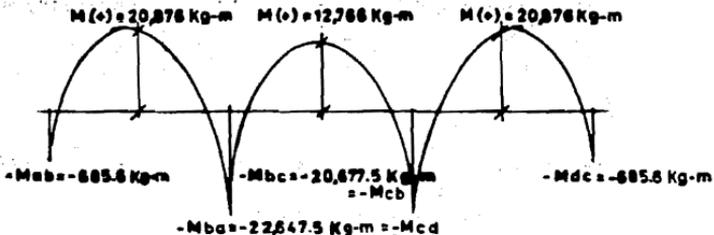


$$M_0 = \frac{WL_1^2 L_1^2}{8} = \frac{(917 \text{ Kg/m}^2)(5 \text{ m})(10 \text{ m})^2}{8} = 57,312.5 \text{ Kg-m}$$

$$M_{A-B} = \left( \frac{M_{ab} + M_{ba}}{2} \right) + M(0) = 62,032.45 \text{ Kg-m} = M_{D-C}$$

$$M_{B-C} = \left( \frac{M_{bc} + M_{cb}}{2} \right) + M(0) = 61,161.5 \text{ Kg-m}$$

Franja Central :



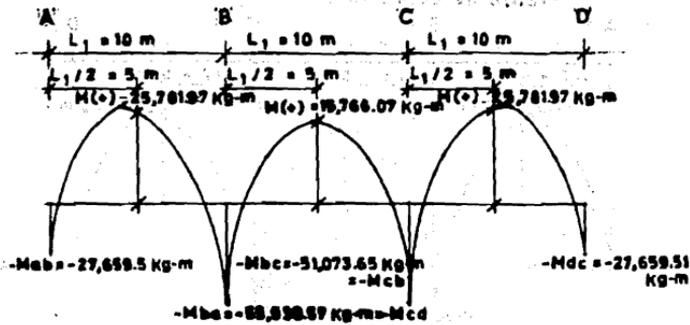
$$M_0 = \frac{WL_1^2 L_1^2}{8} = \frac{(917 \text{ Kg/m}^2)(5 \text{ m})(10 \text{ m})^2}{8} = 57,312.5 \text{ Kg-m}$$

$$M_{A-B} = \left( \frac{M_{ab} + M_{ba}}{2} \right) + M(0) = 32,542.55 \text{ Kg-m}$$

$$M_{B-C} = \left( \frac{M_{bc} + M_{cb}}{2} \right) + M(0) = 33,463.5 \text{ Kg-m}$$

F I G U R A 3.12

Diagrama de Momentos para Carga Muerta = 755 Kg/m<sup>2</sup>  
Franja de Columna :

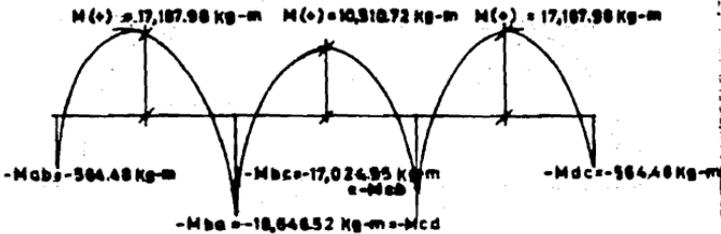


$$M_o = \frac{WL_2L_1^2}{8} = \frac{755 \text{ Kg/m}^2 \times 5 \text{ m} \times (10 \text{ m})^2}{8} = 47,187.5 \text{ Kg-m}$$

$$M_{oA-B} = M_{oD-C} = \left( \frac{M_{ba} + M_{bc}}{2} \right) \cdot M(o) = 67,501.51 \text{ Kg-m}$$

$$M_{oB-C} = \left( \frac{M_{bc} + M_{cb}}{2} \right) \cdot M(o) = 88,939.72 \text{ Kg-m}$$

Franja Central :



$$M_o = \frac{WL_2L_1^2}{8} = \frac{755 \text{ Kg/m}^2 \times 5 \text{ m} \times (10 \text{ m})^2}{8} = 47,187.5 \text{ Kg-m}$$

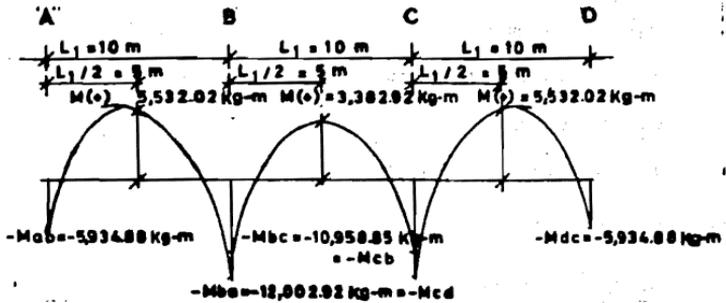
$$M_{oA-B} = \left( \frac{M_{ba} + M_{bc}}{2} \right) \cdot M(o) = 26,793.48 \text{ Kg-m}$$

$$M_{oB-C} = \left( \frac{M_{bc} + M_{cb}}{2} \right) \cdot M(o) = 27,535.27 \text{ Kg-m}$$

F I G U R A 3.13

Diagramas de Momentos para Carga Viva = 162 Kg/m<sup>2</sup>

Franja de Columna :

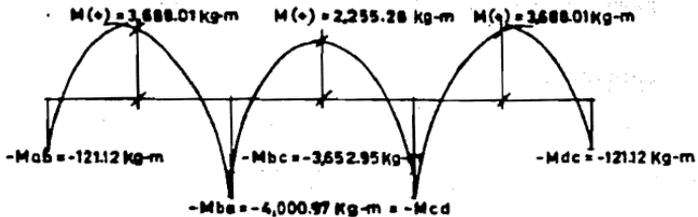


$$M_0 = \frac{W L_2 L_1^2}{8} = \frac{(162 \text{ Kg/m}^2)(5 \text{ m})(10 \text{ m})^2}{8} = 10,125 \text{ Kg-m}$$

$$M_{0A-B} = \left( \frac{Mab + Mba}{2} \right) + M(+) = 14,500.92 \text{ Kg-m}$$

$$M_{0B-C} = \left( \frac{Mbc + Mcb}{2} \right) + M(+) = 14,921.77 \text{ Kg-m}$$

Franja Central :



$$M_0 = \frac{W L_2 L_1^2}{8} = \frac{(162 \text{ Kg/m}^2)(5 \text{ m})(10 \text{ m})^2}{8} = 10,125 \text{ Kg-m}$$

$$M_{0A-B} = \left( \frac{Mab + Mba}{2} \right) + M(+) = 5,749.06 \text{ Kg-m}$$

$$M_{0B-C} = \left( \frac{Mbc + Mcb}{2} \right) + M(+) = 5,908.23 \text{ Kg-m}$$

Losas: Ver la Figura 3.5.

Para todos los claros: A-B, B-A, B-C, C-B, C-D, D-C.

$$c_1 = 60 \text{ cm}$$

$$L_1 = 10 \text{ m} = 1000 \text{ cm}$$

$$c_2 = 60 \text{ cm}$$

$$L_2 = 5.30 \text{ m} = 530 \text{ cm}$$

$$c_1/L_1 = .06$$

$$c_2/L_2 = .1132$$

de la Tabla 2.2 :  $k = 4.125 = \text{Factor de rigidez de la losa.}$

b.2) Rigideces:

Para los tableros interior y exterior.

Columnas:

Para todas las columnas, tanto arriba como abajo del nudo

$$(A, B, C, D), K_c = \frac{k_c E_c I_c}{L_c} = \frac{4.71 E_c I_c}{L_c}$$

Suma de rigideces de columna en todos los nudos (A, B, C, D)

$$\begin{aligned} \Sigma K_c &= K_{c\text{arriba}} + K_{c\text{abajo}} = 2 \left( \frac{4.71 E_c I_c}{L_c} \right) = \frac{9.42 E_c I_c}{L_c} = \\ &= 14,981.86 E_c \end{aligned}$$

La rigidez a torsión ( $K_t$ ) de la viga de borde para todas las columnas se obtiene así: Ver la Figura 3.6.

$$C = 230,468.75 \text{ cm}^4$$

ya que hay una sola viga transversal a un solo lado de la columna, la rigidez a torsión es la siguiente:

$$x = (1 - c_2/L_2)^3 = (1 - \frac{60 \text{ cm}}{530 \text{ cm}})^3 = .69737$$

$$K_t = 9 E_c C/L_2 x = 9 E_c (230,468.75)/(530) (.69737) = 5,611.971 E_c$$

La rigidez de la columna equivalente para todos los nudos (A,B,C,D) es la siguiente:

$$K_{ec} = \frac{1}{\frac{1}{\sum K_C} + \frac{1}{K_t}} = \frac{1}{\frac{1}{14,981.86 E_c} + \frac{1}{5,611.971 E_c}} = 4,082.667 E_c$$

Losas:

Para todos los claros: A-B, B-A, B-C, C-B, C-D, D-C

$$K_B = \frac{k E_c L_2 h_s^3}{12 L_1} = \frac{(4.125) E_c (530) (25)^3}{12 (1000)} = 2,846.679 E_c$$

Suma de rigideces en el nudo exterior A ó D, Nudo A = Nudo D

$$\begin{aligned} \sum K_A = \sum K_D &= K_{ecA} + K_{sA-B} = 4,082.667 E_c + 2,846.679 E_c = \\ &= 6,929.346 E_c \end{aligned}$$

Suma de rigideces en el nudo interior B ó C, Nudo B = Nudo C

$$\begin{aligned} \sum K_B = \sum K_C &= K_{ecB} + K_{sB-A} + K_{sB-C} = 4,082.667 E_c + 2(2,846.679 E_c) \\ &= 9,776.025 E_c \end{aligned}$$

b.3) Obtención de los factores de momento de empotramiento (M), de transporte FT, usando la Tabla 2.2, y además obtención de los factores de distribución (γ).

Para las losas en todos los claros:

$$c_1/L_1 = .06 \text{ y } c_2/L_2 = .1132, \text{ de la Tabla 2.2}$$

Los factores de momento de empotramiento (M) son:

$$M = .0842 = M_{AB} = M_{BA} = M_{BC} = M_{CB} = M_{CD} = M_{DC}$$

y los factores de transporte (FT) en todos los claros son:

$$FT = .50915 = FT_{A-B} = FT_{B-A} = FT_{B-C} = FT_{C-B} = FT_{C-D} = FT_{D-C}$$

Los factores de distribución ( $\delta$ ) se obtienen así:

Nudo A = Nudo D

$$\delta_{ec_A} = \delta_{ec_D} = \frac{K_{ecA}}{\Sigma K_A} = \frac{4,082.667 \text{ Ec}}{6,929.346 \text{ Ec}} = .5892 \quad , \text{ para columna}$$

$$\delta_{A-B} = \delta_{D-C} = \frac{K_{s A-B}}{\Sigma K_A} = \frac{2,846.679 \text{ Ec}}{6,929.346 \text{ Ec}} = .4108 \quad , \text{ para losa}$$

Nudo B = Nudo C

$$\delta_{ec_B} = \delta_{ec_C} = \frac{K_{ec B}}{\Sigma K_B} = \frac{14,981.86 \text{ Ec}}{9,776.025 \text{ Ec}} = .41762 \quad , \text{ para columna}$$

$$\delta_{B-A} = \delta_{C-D} = \frac{K_{s B-A}}{\Sigma K_B} = \frac{2,846.679 \text{ Ec}}{9,776.025 \text{ Ec}} = .29119 \quad , \text{ para losa}$$

$$\delta_{B-C} = \delta_{C-B} = \frac{K_{s B-C}}{\Sigma K_B} = \frac{2,846.679 \text{ Ec}}{9,776.025 \text{ Ec}} = .29119 \quad , \text{ para losa.}$$

b.4) Análisis estructural de los marcos por Cross y distribución de los momentos para la carga dada, y obtención de los momentos totales de diseño en las secciones críticas:

Se hará como en la Figura 3.7.

Cargas:

$$\text{Carga muerta} = 755 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Carga viva} = \underline{162 \text{ Kg/m}^2}$$

$$\text{Carga total} = W = 917 \text{ Kg/m}^2$$

$$\frac{C.V.}{C.M.} = .2 < .75 \quad \text{está ok}$$

$$L_2 = 5.30 \text{ m}$$

$$WL_2 = 917 \text{ Kg/m}^2 (5.30 \text{ m}) = 4,860.1 \text{ Kg/m}$$

Momentos de empotramiento  $M'$ :

Para todos los claros:

$$M' = M WL_2 L_1^2 = (.0842) (917 \text{ Kg/m}^2) (5.30 \text{ m}) (10 \text{ m})^2 = 40,922.042 \text{ Kg-m}$$

$$= 40.922 \text{ T-m}$$

Los momentos de empotramiento quedan como en la Figura -- 3.8, y los momentos que se obtienen del Cross en la misma Figura son:

Nudo A

Columna equivalente  $M' = + 25.022 \text{ T-m}$

Losa claro A-B  $M' = - 25.022 \text{ T-m}$

Nudo B

Losa claro B-A  $M' = + 46.767 \text{ T-m}$

Columna equivalente  $M' = - 4.355 \text{ T-m}$

Losa claro B-C  $M' = - 42.412 \text{ T-m}$

Nudo C

Losa claro C-B  $M' = + 42.412 \text{ T-m}$

Columna equivalente  $M' = + 4.355 \text{ T-m}$

Losa claro C-D  $M' = - 46.767 \text{ T-m}$

Nudo D

Losa claro D-C  $M' = + 25.022 \text{ T-m}$

Columna equivalente  $M' = - 25.022 \text{ T-m}$

La obtención de los diagramas de momentos flexionantes -

se hace como en la Figura 3.9, en donde:

$$M_{ab} = 25,022 \text{ Kg-m}$$

$$M_{ba} = 46,767 \text{ Kg-m}$$

$$M_{bc} = 42,412 \text{ Kg-m}$$

$$M_{cb} = 42,412 \text{ Kg-m}$$

$$M_{cd} = 46,767 \text{ Kg-m}$$

$$M_{dc} = 25,022 \text{ Kg-m}$$

$$\frac{WL_2 L_1^2}{8} = 60,751.25 \text{ Kg-m}$$

A partir del diagrama de momentos anterior, se obtienen las reacciones en la franja de diseño, como en la Figura 3.15.

Los diagramas de momentos para carga total, carga muerta, y carga viva, se muestran en las Figuras 3.15 y 3.16.

b.5) Distribución de los momentos totales en las secciones críticas de una franja de losa de ancho  $L_2 = 5.30 \text{ m}$ , a franja de columna y franja central, ver la Figura 3.16.

La distribución de los momentos debidos a la carga total = CM + CV =  $917 \text{ Kg/m}^2$ ,  $WL_2 = 4,860.1 \text{ Kg/m}$ , es la siguiente:

Se emplea la Tabla 2.1.

Los datos son:

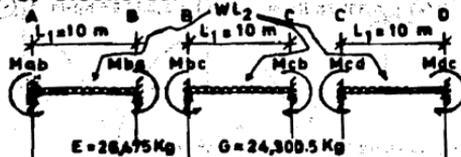
Para todos los apoyos (A,B,C,D):

$$\alpha_1 = 0$$

$$L_2/L_1 = \frac{5.30 \text{ m}}{10 \text{ m}} = .53$$

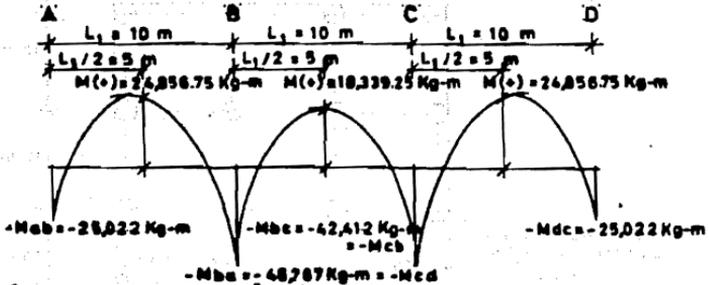
$$\alpha_1 L_2/L_1 = 0$$

A partir del Diagrama de Momentos anterior se obtienen las Reacciones en la Franja de Diseño así:



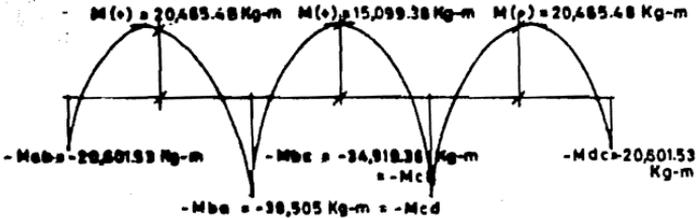
$R_1 = 22,326 \text{ Kg}$      $R_2 = 24,300.5 \text{ Kg}$      $R_3 = 20,475 \text{ Kg}$      $R_4 = 22,326 \text{ Kg}$

El Diagrama de Momentos para la Carga Total =  $W = CM + CV = 917 \text{ Kg/m}^2$   
 $w = WL_2 = (917 \text{ Kg/m}^2)(5.30 \text{ m}) = 4,860.1 \text{ Kg/m}$



$M_0 = WL_2 L_1^2 \cdot (917 \text{ Kg/m}^2)(5.30 \text{ m})(10 \text{ m})^2 = 60,751.25 \text{ Kg-m}$

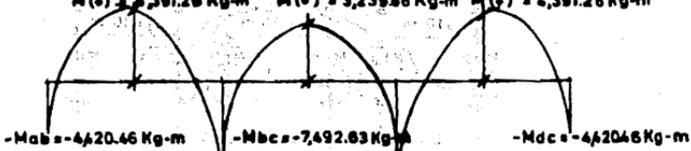
El Diagrama de Momentos para la Carga Muerta =  $W = CM = 755 \text{ Kg/m}^2$   
 $w = WL_2 = (755 \text{ Kg/m}^2)(5.30 \text{ m}) = 4,001.5 \text{ Kg/m}$



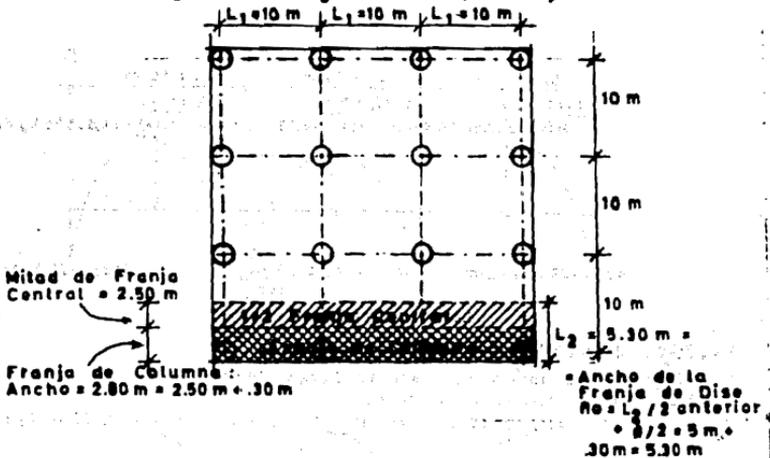
$M_0 = 50,018.75 \text{ Kg-m}$

F I G U R A 3.15

El Diagrama de Momentos para la Carga Viva  $W = CV = 162 \text{ Kg/m}^2$   
 $WL_2 = (162 \text{ Kg/m}^2)(5.30 \text{ m}) = 858.6 \text{ Kg/m}$   
 $M(\circ) = 4,391.26 \text{ Kg-m}$      $M(\circ) = 3,239.86 \text{ Kg-m}$      $M(\circ) = 4,391.26 \text{ Kg-m}$



$$M_o = \frac{WL_2 L_1^2}{8} = \frac{(162 \text{ Kg/m}^2)(5.30 \text{ m})(10 \text{ m})^2}{8} = \left( \frac{M_{Bbs} + M_{Dcs}}{2} \right) \cdot M(\circ) = 10,932.5 \text{ Kg-m}$$



F I G U R A 3.16

Para los apoyos exteriores A ó D:

$$C = 230,468,75 \text{ cm}^4$$

$$I_B = \frac{L_2 h^3}{12} = \frac{(530 \text{ cm})(25 \text{ cm})^3}{12} = 690,104.1667 \text{ cm}^4$$

$$\beta_t = \frac{C}{2 I_B} = .16698$$

Ver la Tabla de cálculo 3.2.

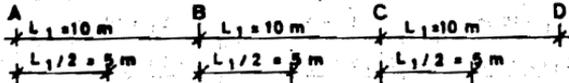
Los diagramas de momentos para carga total = 917Kg/m<sup>2</sup>, -  
en franja de columna y franja central, aparecen en la Figura ---  
3.17.

Los diagramas de momentos para carga muerta = 755 Kg/m<sup>2</sup>, -  
en franja de columna y franja central, aparecen en la Figura 3.18.

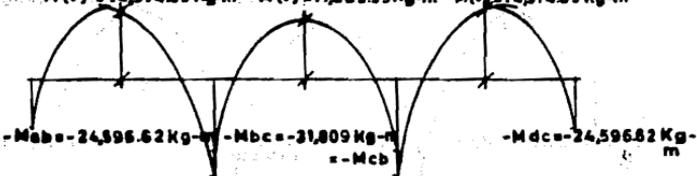
Los diagramas de momentos para carga viva = 162 kg/m<sup>2</sup>, en  
franja de columna y franja central, aparecen en la Figura 3.19.

Tabla de Cálculo 3.2						
Momentos de Diseño en el Tablero Exterior Claro A-B = Claro D-C						
Momentos Totales	M (Kg-m)	Franja de Columna			Momento (Kg-m)	Franja Central (Kg-m)
		Relación de Rigideces		$L_2/L_1$		
Momento Negativo en los apoyos exteriores A' d D Claro A-B = Claro D-C	$M_{A-B}(-) =$ $M_{Neg.Total A-B} = -25,022$	$\alpha_1 = 0$ $\alpha_2 L_2/L_1 = 0$ $\beta_1 = .669$	.53	.983	$M_{Neg.F.Col A-B} =$ $.983 M_{A-B}(-) =$ $= -24,596.62$	$M_{Neg.F.Central A-B} =$ $M_{Neg.Total A-B} -$ $M_{Neg.F.Col A-B} =$ $= -425.37$
Momento Positivo en el Centro del Claro A-B	$M_{A-B}(+) =$ $M_{Pos.Total A-B} = +24,856.75$	$\alpha_1 = 0$ $\alpha_2 L_2/L_1 = 0$	.53	.60	$M_{Pos.F.Col A-B} =$ $.60 M_{A-B}(+) =$ $= +14,914.05$	$M_{Pos.F.Central A-B} =$ $M_{Pos.Total A-B} -$ $M_{Pos.F.Col A-B} =$ $= 9,942.7$
Momento Negativo en el primer apoyo interior B' d C	$M_{B-A}(-) =$ $M_{Neg.Total B-A} = -46,767$	$\alpha_1 = 0$ $\alpha_2 L_2/L_1 = 0$	.53	.75	$M_{Neg.F.Col B-A} =$ $.75 M_{B-A}(-) =$ $= -35,075.25$	$M_{Neg.F.Central B-A} =$ $M_{Neg.Total B-A} -$ $M_{Neg.F.Col B-A} =$ $= -11,691.75$
Momentos de Diseño en el Tablero Interior Claro B-C						
Momento Negativo en el primer apoyo interior B' d C	$M_{B-C}(-) =$ $M_{Neg.Total B-C} = -42,412$	$\alpha_1 = 0$ $\alpha_2 L_2/L_1 = 0$	.53	.75	$M_{Neg.F.Col B-C} =$ $.75 M_{B-C}(-) =$ $= -31,809$	$M_{Neg.F.Central B-C} =$ $M_{Neg.Total B-C} -$ $M_{Neg.F.Col B-C} =$ $= -10,603$
Momento Positivo en el Centro del Claro B-C	$M_{B-C}(+) =$ $M_{Pos.Total B-C} = +10,335.25$	$\alpha_1 = 0$ $\alpha_2 L_2/L_1 = 0$	.53	.60	$M_{Pos.F.Col B-C} =$ $.60 M_{B-C}(+) =$ $= +6,201.15$	$M_{Pos.F.Central B-C} =$ $M_{Pos.Total B-C} -$ $M_{Pos.F.Col B-C} =$ $= 4,134.1$

Diagramas de Momentos para Carga Total = 917 Kg/m<sup>2</sup>  
 Franja de Columna (Ancho = 2.00 m)



$$M(\circ) = 16,914.05 \text{ Kg-m} \quad M(\circ) = 11,003.55 \text{ Kg-m} \quad M(\circ) = 16,914.05 \text{ Kg-m}$$



$$M_{B-C} = -M_{C-B} = -M_{C-D} = -M_{D-C} = -M_{A-B} = -M_{B-A} = -35,075.25 \text{ Kg-m} = -M_{C-D}$$

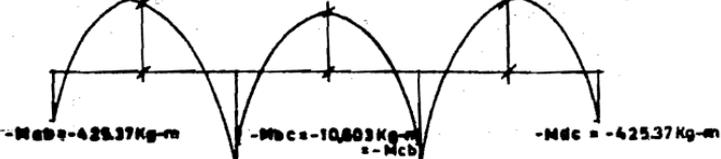
$$M_{B-C} = \frac{W L_1^2 L_1^2}{8} = \frac{(917 \text{ Kg/m}^2)(2.00 \text{ m})(10 \text{ m})^2}{8} = 32,095 \text{ Kg-m}$$

$$M_{A-B} = M_{D-C} = \left( \frac{M_{B-C} + M_{C-B}}{2} \right) \cdot M(\circ) = 44,748.98 \text{ Kg-m}$$

$$M_{B-C} = \left( \frac{M_{B-C} + M_{C-B}}{2} \right) \cdot M(\circ) = 42,812.55 \text{ Kg-m}$$

Franja Central : (Ancho = 2.50 m)

$$M(\circ) = 9,942.7 \text{ Kg-m} \quad M(\circ) = 7,335.7 \text{ Kg-m} \quad M(\circ) = 9,942.7 \text{ Kg-m}$$



$$M_{B-C} = -M_{C-B} = -M_{C-D} = -M_{D-C} = -M_{A-B} = -M_{B-A} = -11,891.75 \text{ Kg-m} = -M_{C-D}$$

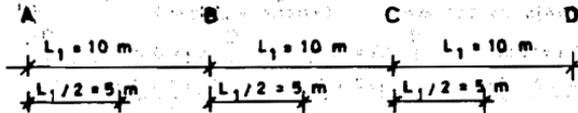
$$M_{B-C} = \frac{W L_1^2 L_1^2}{8} = \frac{(917 \text{ Kg/m}^2)(2.5 \text{ m})(10 \text{ m})^2}{8} = 28,656.25 \text{ Kg-m}$$

$$M_{A-B} = M_{D-C} = \left( \frac{M_{B-C} + M_{C-B}}{2} \right) \cdot M(\circ) = 18,001.26 \text{ Kg-m}$$

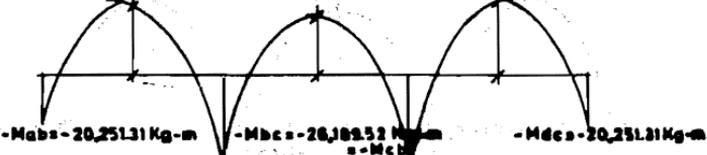
$$M_{B-C} = \left( \frac{M_{B-C} + M_{C-B}}{2} \right) \cdot M(\circ) = 17,938.7 \text{ Kg-m}$$

Diagramas de Momentos para Carga Muerta = 755 Kg/m<sup>2</sup>

Franja de Columna : (Ancho = 2.80 m)



$$M(\circ) = 12,279.28 \text{ Kg-m} \quad M(\circ) = 9,059.62 \text{ Kg-m} \quad M(\circ) = 12,279.28 \text{ Kg-m}$$



$$-M_{ba} = -28,878.75 \text{ Kg-m} = -M_{cb}$$

$$M_o = \frac{WL_1^2}{8} = \frac{(755 \text{ Kg/m}^2)(2.8 \text{ m})(10 \text{ m})^2}{8} = 28,625 \text{ Kg-m}$$

$$M_{o_{A-B}} = M_{o_{D-C}} = \left( \frac{M_{ab} + M_{ba}}{2} \right) + M(\circ) = 36,844.31 \text{ Kg-m}$$

$$M_{o_{B-C}} = \left( \frac{M_{bc} + M_{cb}}{2} \right) + M(\circ) = 35,249.75 \text{ Kg-m}$$

Franja Central : (Ancho = 2.50 m)

$$M(\circ) = 8,188.19 \text{ Kg-m} \quad M(\circ) = 6,039.75 \text{ Kg-m} \quad M(\circ) = 8,188.19 \text{ Kg-m}$$



$$-M_{ba} = -9,826.25 \text{ Kg-m} = -M_{cb}$$

$$M_o = \frac{WL_1^2}{8} = \frac{(755 \text{ Kg/m}^2)(2.5 \text{ m})(10 \text{ m})^2}{8} = 23,593.75 \text{ Kg-m}$$

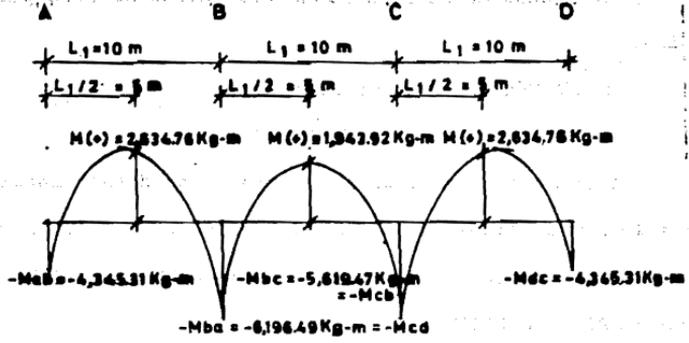
$$M_{o_{A-B}} = M_{o_{D-C}} = \left( \frac{M_{ab} + M_{ba}}{2} \right) + M(\circ) = 13,174.43 \text{ Kg-m}$$

$$M_{o_{B-C}} = \left( \frac{M_{bc} + M_{cb}}{2} \right) + M(\circ) = 14,769.59 \text{ Kg-m}$$

F I G U R A 3.18

Diagramas de Momentos para Carga Viva = 162 Kg/m<sup>2</sup>

Franja de Columna : (Ancho = 2.80 m)

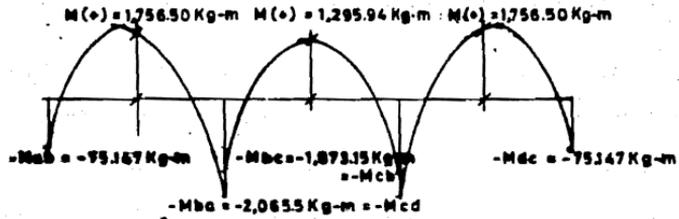


$$M_o = \frac{WL_2L_1^2}{8} = \frac{(162 \text{ Kg/m}^2)(2.80 \text{ m})(10 \text{ m})^2}{8} = 5,670 \text{ Kg-m}$$

$$M_{oA-B} = M_{oD-C} = \left( \frac{M_{ab} + M_{ba}}{2} \right) + M(o) = 7,905.86 \text{ Kg-m}$$

$$M_{oB-C} = \left( \frac{M_{bc} + M_{cb}}{2} \right) + M(o) = 7,563.39 \text{ Kg-m}$$

Franja Central :



$$M_o = \frac{WL_2L_1^2}{8} = \frac{(162 \text{ Kg/m}^2)(2.5 \text{ m})(10 \text{ m})^2}{8} = 5,062.5 \text{ Kg-m}$$

$$M_{oA-B} = M_{oD-C} = \left( \frac{M_{ab} + M_{ba}}{2} \right) + M(o) = 2,828.83 \text{ Kg-m}$$

$$M_{oB-C} = \left( \frac{M_{bc} + M_{cb}}{2} \right) + M(o) = 3,169.10 \text{ Kg-m}$$

Franja Central : (Ancho = 2.50 m)

F I G U R A 3.19

### 3.5.- DISEÑO.

El diseño de la losa plana postensada se hará por dos métodos:

- a) El Método de Carga Balanceada
- b) El Método Directo de Diseño.

Y con ambos se diseñará la franja de diseño interior,  $L_2 = 10$  m y la franja de diseño de borde,  $L_2 = 5.30$  m, cada una dividida en franja de columna y franja central, en ambas direcciones ABCD y A'B'C'D'.

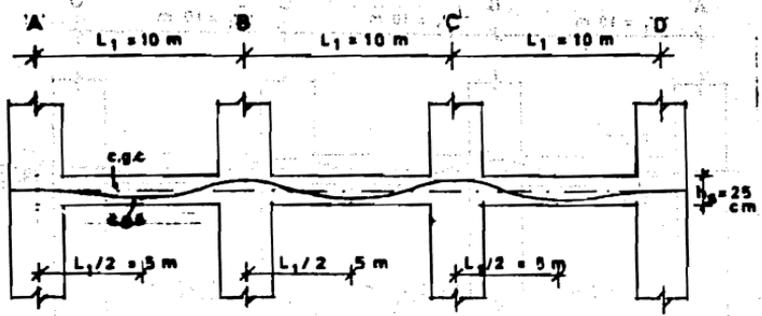
- a) Aplicando el método de carga balanceada.

Se emplearán los croquis de las Figuras 3.20 y 3.21, para el diseño en la dirección ABCD y A'B'C'D', respectivamente.

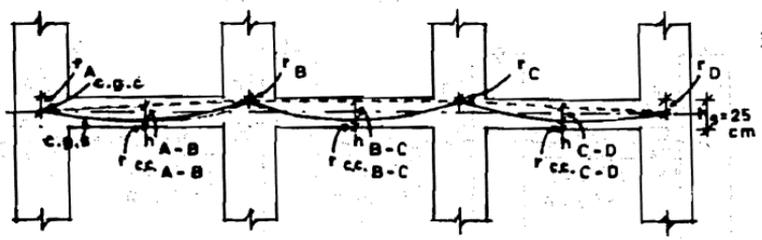
a.1) Diseño de la franja de diseño interior,  $L_2 = 10$  m, dividida en franja de columna (de ancho = 5 m) y franja central (de ancho = 5 m) en la dirección ABCD, y diseño de la franja de diseño de borde,  $L_2 = 5.30$  m, dividida en franja de columna (de ancho = 2.80 m) y franja central (de ancho = 2.50 m) en la dirección ABCD.

Utilizando los momentos distribuidos a las franjas, se balanceará la carga muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2$ , ver los diagramas de momentos para carga muerta de las Figuras 3.13 y 3.18, y para carga viva, de las Figuras 3.14 y 3.19.

En los croquis que aparecen en la Figura 3.20, los recu-

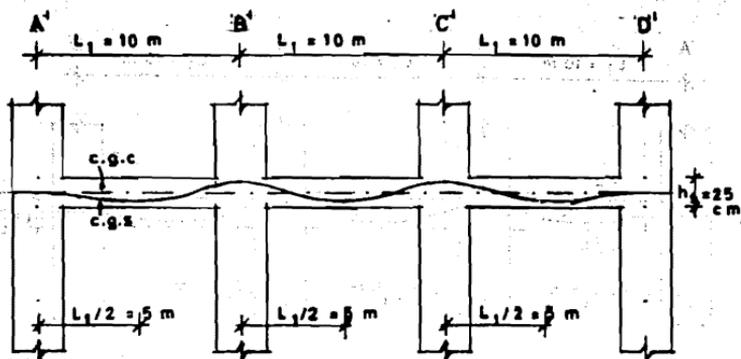
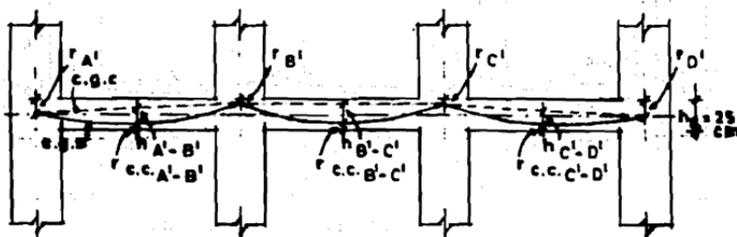


a) Tendón Real (Dirección ABCD)



b) Tendón Idealizado (Dirección ABCD)

F I G U R A 3.20

a) Tendón Real (Dirección  $A'B'C'D'$ )b) Tendón Idealizado  
(Dirección  $A'B'C'D'$ )

F I G U R A 3.21

brimientos son:

El recubrimiento en el apoyo A = apoyo D =  $r_A = r_D =$  -  
12.5 cm.

El recubrimiento supuesto en el centro del claro A-B =  
claro D-C es:  $r_{c.c. A-B} = r_{c.c. D-C} = 4.5$  cm.

La excentricidad en el centro del claro A-B es:  $ec.c. A-B$   
 $= 12$  cm -  $4.5$  cm =  $8$  cm.

El recubrimiento en el apoyo B = apoyo C =  $r_B = r_C = 4.5$  cm.

A continuación aparecerá un diseño tipo por el método de balance de cargas, en la dirección ABCD, y todos los diseños para las franjas en la dirección ABCD, se resumirán luego en la Tabla 3.3.

#### Franja de columna (ancho = 5m)

Claro A-B = Claro D-C

Ver el diagrama de momentos para el claro A-B de la Figura 3.13. (carga muerta).

Datos:

$$W = 755 \text{ Kg/m}^2 = \text{Carga balanceada.}$$

$$L_2 = 5 \text{ m}$$

$$M_0 = \frac{(WL_2) L_1^2}{8} = 47,187.5 \text{ Kg-m}$$

$$M_0 A-B = -\left(\frac{M_{ab} + M_{ba}}{2}\right) + M (+) = 67,581.51 \text{ Kg-m.}$$

$$M_0 A-B = 1.432 M_0$$

$$r_A = 12.5 \text{ cm}$$

$$r_B = 4.5 \text{ cm}$$

$$r_{c.c.A-B} = 4.5 \text{ cm}$$

$$e_{c.c.A-B} = 12.5 \text{ cm} - 4.5 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

$$h_{A-B} = (12.5 \text{ cm} - 4.5 \text{ cm}) + 4 \text{ cm} = 12 \text{ cm} = \text{Flecha del tendón - en el centro del claro A-B.}$$

$$F = ?$$

Balaceando cargas se tiene lo siguiente:

$$F h_{A-B} = \frac{(WL_2) L_1^2}{8} = M_{o A-B}$$

$$F = \frac{M_{o A-B}}{h_{A-B}} = \frac{67,581.51 \text{ Kg-m}}{.12 \text{ m}} = 563,179.25 \text{ Kg.}$$

F = Fuerza de presfuerzo requerida.

Por lo tanto, la sección queda sujeta a un esfuerzo axial:

$$A = \text{Area de la franja de columna} = 500 \text{ cm} \times 25 \text{ cm} = 12,500 \text{ cm}^2$$

$$f_{\text{axial}} = \frac{F}{A} = \frac{563,179.25 \text{ Kg}}{12,500 \text{ cm}^2} = 45.054 \text{ Kg/cm}^2$$

La carga viva produce esfuerzos de flexión adicionales, ya que no se balanceó; del diagrama de momentos para carga viva = 162 Kg/m<sup>2</sup> de la Figura 3.14, para la franja de columna se obtiene lo siguiente:

$$- M_{ab} = - 5,934.88 \text{ Kg-m} = M_{\text{neg. A(A-B)}}$$

$$M(+)= 5,532.024 \text{ Kg-m} = M_{\text{pos. A-B}}$$

$$- M_{ba} = -12,002.925 \text{ Kg-m} = M_{\text{neg. B (B-A)}}$$

Los esfuerzos de flexión producidos por estos momentos -

son:

$$I = \frac{b h^3}{12} = \frac{(500 \text{ cm})(25 \text{ cm})^3}{12} = 651,041.66 \text{ cm}^4$$

$$y = 12.5 \text{ cm.}$$

$$\text{Apoyo A claro A-B: } f = \pm \frac{M_{\text{neg. A(A-B)}}}{I} \quad y = \pm 11.39 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Centro del claro A-B: } f = \pm \frac{M_{\text{pos. A-B}}}{I} \quad y = \pm 10.62 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Apoyo B claro B-A: } f = \pm \frac{M_{\text{neg. B(B-A)}}}{I} \quad y = \pm 23.045 \text{ Kg/cm}^2$$

Los esfuerzos totales son los siguientes:

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} \quad y$$

Signo (+) = Compresión

Signo (-) = tensión

$f_{\text{sup}}$  = Esfuerzo en la fibra superior

$f_{\text{inf}}$  = Esfuerzo en la fibra inferior

Apoyo A claro A-B

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} \quad y = 45.054 \pm 11.39$$

$$f_{\text{sup}} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} \quad y = 45.054 - 11.39 = 33.664 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} \quad y = 45.054 + 11.39 = 56.44 \text{ Kg/cm}^2$$

Centro del claro A-B

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} \quad y = 45.054 \pm 10.62$$

$$f_{\text{sup}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} \quad y = 45.054 + 10.62 = 55.674 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} \quad y = 45.054 - 10.62 = 34.43 \text{ Kg/cm}^2$$

Apoyo B claro B-A

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} y = 45.054 \pm 23.045$$

$$f_{\text{sup}} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} y = 45.054 - 23.045 = 22.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} y = 45.054 + 23.045 = 68.09 \text{ Kg/cm}^2$$

Franja de columna (ancho = 5 m)

Claro B-C = Claro C-B

Ver el diagrama de momentos para el claro A-B de la Figura 3.13 (carga muerta).

Datos:

$$W = 755 \text{ Kg/m}^2 = \text{Carga balanceada}$$

$$L_2 = 5 \text{ m}$$

$$M_0 = \frac{(WL_2)L_1^2}{8} = 47,187.5 \text{ Kg-m}$$

$$M_{0B-C} = \left( \frac{M_{bc} + M_{cb}}{2} \right) + M(+) = 66,839.729 \text{ Kg-m}$$

$$M_{0B-C} = (1.416471078) M_0$$

$$r_B = 4.5 \text{ cm}$$

$$r_C = 4.5 \text{ cm}$$

$$r_{c.c. B-C} = ? = \text{recubrimiento en el centro del claro B-C}$$

$$e_{c.c. B-C} = ? = \text{excentricidad en el centro del claro B-C}$$

$$h_{B-C} = ? = \text{flecha del tendón en el centro del claro B-C}$$

$$F = 563,179.25 \text{ Kg.}$$

Balanceando cargas se tiene lo siguiente:

$$F h_{B-C} = \frac{(WL_2)L_1^2}{8} = M_{0B-C}$$

$$h_{B-C} = \frac{M_{0B-C}}{F} = \frac{66,839.729 \text{ Kg-m}}{563,179.25 \text{ Kg}} = .1186 \text{ m} = 11.86 \text{ cm.}$$

$$r_{c.c. B-C} = 25 - (11.86 + 4.5) = 8.64 \text{ cm.}$$

$$e_{c.c. B-C} = 12.5 - 8.64 = 3.86 \text{ cm.}$$

$$r_B = 4.5 \text{ cm.}$$

$$r_C = 4.5 \text{ cm.}$$

Por lo tanto la sección queda sujeta a un esfuerzo axial:

$$A = 500 \text{ cm} \times 25 \text{ cm} = 12,500 \text{ cm}^2$$

$$f_{\text{axial}} = \frac{F}{A} = 45.054 \text{ Kg/cm}^2$$

La carga viva, produce esfuerzos de flexión adicionales, ya que no se balanceó; del diagrama de momentos para carga viva = 162 Kg/m<sup>2</sup> de la Figura 3.14, para la franja de columna se obtiene lo siguiente:

$$- M_{BC} = -10,958.85 \text{ Kg-m} = M_{\text{neg. B(B-C)}}$$

$$M(+)= 3,382.92 \text{ Kg-m} = M_{\text{pos. (B-C)}}$$

$$- M_{Cb} = -10,958.85 \text{ Kg-m} = M_{\text{neg. C(C-B)}}$$

Los esfuerzos de flexión producidos por estos momentos son:

$$I = 651,041.66 \text{ cm}^4$$

$$y = 12.5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Apoyo B claro B-C} = \text{Apoyo C claro C-B: } f &= \pm \frac{M_{\text{neg. B(B-C)}}}{I} y = \\ &= \pm 21.04 \text{ Kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Centro del claro B-C: } f = \pm \frac{M_{\text{pos. (B-C)}}}{I} y = \pm 6.495 \text{ Kg/cm}^2$$

Los esfuerzos totales son los siguientes:

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} \text{ y}$$

Apoyo B claro B-C = Apoyo C claro C-B

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} \text{ y} = 45.054 \pm 21.04$$

$$f_{\text{sup}} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} \text{ y} = 45.054 - 21.04 = 24.014 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} \text{ y} = 45.054 + 21.04 = 66.094 \text{ Kg/cm}^2$$

Centro del claro B-C

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} \text{ y} = 45.054 \pm 6.495$$

$$f_{\text{sup}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} \text{ y} = 45.054 + 6.495 = 51.54 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} \text{ y} = 45.054 - 6.495 = 38.559 \text{ Kg/cm}^2$$

Cálculo del número de tendones requeridos:

$$F = 563,179.25 \text{ Kg.}$$

$$P_e = 25,681.929 \text{ Kg/tendón}$$

$$\text{No. de tendones requeridos} = \frac{F}{P_e} = \frac{563,179.25}{25,681.929} = 21.92 \div 22$$

$$F_p = \frac{22 \text{ tend} \times 25,681.929 \text{ Kg/tend}}{5 \text{ m}} = 115,000.48 \text{ Kg/m}$$

$$\text{Separación} = S_p = \frac{P_e}{F_p} = \frac{25,681.929}{115,000.48} = .2272 \text{ m} = 22.72 \text{ cm.}$$

Un resumen general para esta y todas las franjas en la dirección ABCD aparece enseguida en la Tabla 3.3.

Se incluyen también en esta Tabla, los resultados obtenidos del diseño de la franja de diseño interior,  $L_2 = 10 \text{ m}$ , y de la franja de diseño de borde,  $L_2 = 5.30 \text{ m}$ , y sin hacer división por franjas, y en donde se comprueba el balanceo de la carga -- muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2$  y donde la carga residual es la carga viva=

162 Kg/m<sup>2</sup>, y para cuyo diseño se emplearon los diagramas de momentos de las Figuras 3.10 y 3.15 respectivamente, para el balance de cargas se emplearon los diagramas de momento para carga muerta = 755 Kg/m<sup>2</sup>, para carga residual, se emplearon los -- diagramas de momentos para carga viva = 162 Kg/m<sup>2</sup>.

**TABLA 3.3**  
**Aplicación del Método de Balance de Cargas en la dirección A B C D**  
**Resumen para todas las Franjas**  
**Carga Total = W = 917 Kg/m<sup>2</sup>**  
**Carga Balanceada = Carga Muerta = 755 Kg/m<sup>2</sup> = W<sub>1</sub>**  
**Carga Residual = Carga Viva = 162 Kg/m<sup>2</sup> = W<sub>2</sub>**

Franjas	Ancho (m)	Claro A-B = Claro D-C				Claro B-C			
		h <sub>A-B</sub> (cm)	r <sub>c.c.A-B</sub> (cm)	r <sub>A</sub> (cm)	r <sub>B</sub> (cm)	h <sub>B-C</sub> (cm)	r <sub>c.c.B-C</sub> (cm)	r <sub>B</sub> (cm)	r <sub>C</sub> (cm)
Franja de Columna	5.00	12.00	4.5	12.5	4.5	11.86	8.64	4.5	4.5
Franja Central	5.00	12.00	4.5	12.5	4.5	12.33	8.17	4.5	4.5
Franja de Doble	L <sub>2</sub> = 10.00	12.00	4.5	12.5	4.5	12.00	8.5	4.5	4.5
Franja de Columna	2.80	12.00	4.5	12.5	4.5	11.48	9.02	4.5	4.5
Franja Central	2.50	12.00	4.5	12.5	4.5	13.45	7.05	4.5	4.5
Franja de Doble	L <sub>2</sub> = 5.30	12.00	4.5	12.5	4.5	12.00	8.5	4.5	4.5

TABLA 3.3 (Continuación)

Franjas	Ancho b (m)	F (Kg)	Número de Tendones Requeri- dos	Separa- ción Sp (cm)	f axial F/A (Kg/cm <sup>2</sup> )	Esfuerzos (Kg/cm <sup>2</sup> )		
						Residual = MYT		
						Claro A-B = Claro D-C		
						Aoyo A	Centro del Claro	Aoyo B
Franja de Co- lumna	5.00	563,179.25	22	22.72	+ 45.05	± 11.99	± 10.62	± 23.04
Franja Cen- tral	5.00	223,279.07	9	55.95	+ 17.86	± .232	± 7.08	± 7.88
Franja de Di- seño	L <sub>2</sub> = 10.00	786,458.33	31	32.25	+ 31.45	± 5.88	± 8.05	± 15.36
Franja de Co- lumna	2.80	307,035.99	12	23.33	+ 43.86	± 14.89	± 9.03	± 21.24
Franja Cen- tral	2.50	109,786.91	5	50.00	+ 17.56	± .088	± 6.74	± 7.93
Franja de Di- seño	L <sub>2</sub> = 5.30	416,822.91	17	31.17	+ 31.45	± 8.00	± 7.95	± 14.96

TABLA 3.3 (Continuación)

Franjas	Ancho b (m)	Esfuerzos (Kg/cm <sup>2</sup> )								
		$f_{residual} = M_y/I = f_2$			$f_{sup} = F/A \pm M_y/I = f_1 \pm f_2$					
		Claro B-C			Claro A-B = Claro D-C			Claro B-C		
		Apoyo B	Centro del Claro	Apoyo C	Apoyo A	Centro del Claro	Apoyo B	Apoyo B	Centro del Claro	Apoyo C
Franja de Co lumna	5.00	± 28.04	± 6.49	± 21.04	+33.66	+ 55.67	+22.00	+ 24.01	+ 51.54	+ 24.01
Franja Cen tral	5.00	± 7.01	± 4.33	± 7.01	+ 17.63	+ 24.94	+ 10.18	+ 10.85	+22.19	+ 10.85
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 10.00	± 14.02	± 5.41	± 14.02	+25.64	+ 40.30	+ 16.09	+ 17.43	+36.86	+ 17.43
Franja de Co lumna	2.80	± 19.26	± 6.66	± 19.26	+28.96	+ 52.89	+22.61	+ 24.59	+50.52	+ 24.59
Franja Cen tral	2.50	± 7.19	± 4.97	± 7.19	+ 17.27	+ 24.30	+ 9.63	+ 10.37	+22.59	+ 10.37
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 5.30	± 13.57	± 5.86	± 13.57	+23.45	+ 39.41	+ 16.49	+ 17.88	+37.32	+ 17.88

TABLA 3.3 (Continuación)

Franjas	Ancho (m)	Esfuerzos (Kg/cm <sup>2</sup> )						Esfuerzos Permisibles
		f <sub>inf</sub> = F/A ≤ My/I						
		Claro A-B = Claro D-C			Claro B-C			
		Apoyo A	Centro del Claro	Apoyo B	Apoyo B	Centro del Claro	Apoyo C	
Franja de Co lumna	5.00	+58.44	+34.43	+68.09	+68.09	+38.95	+66.09	Figura 3.25 bis f <sub>cs</sub> = 157.5 (kg/cm <sup>2</sup> ) todos cumplen
Franja Cen tral	9.00	+18.09	+10.78	+25.54	+24.87	+13.53	+24.87	
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 10.00	+37.26	+22.60	+46.81	+45.48	+26.04	+45.48	
Franja de Co lumna	2.80	+58.76	+34.82	+65.10	+63.12	+37.19	+63.12	
Franja Cen tral	2.50	+17.85	+10.82	+25.49	+24.75	+12.58	+24.75	
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 5.30	+39.46	+23.50	+46.42	+45.02	+29.99	+45.02	

a.2) Diseño de la franja de diseño interior,  $L_2 = 10$  m, dividida en franja de columna (de ancho = 5 m) y franja central (de ancho = 5 m) en la dirección A'B'C'D', y diseño de la franja de diseño de borde,  $L_2 = 5.30$  m, dividida en franja de columna (de ancho = 2.80 m) y franja central (de ancho = 2.50 m) en la dirección A'B'C'D'.

Utilizando los momentos distribuidos a las franjas, se balanceará la carga muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2$ , ver los diagramas de momentos para carga muerta de las Figuras 3.13 y 3.18 y para carga viva, de las Figuras 3.14 y 3.19.

En los croquis que se dan en la Figura 3.21, los recubrimientos son:

El recubrimiento en el apoyo A' = Apoyo D' =  $r_A = r_D = 12.5 \text{ cm}$ .

El recubrimiento en el apoyo B' = Apoyo C' =  $r_B = r_C = 7.5 \text{ cm}$ .

A continuación aparecerá un diseño tipo por el método de balance de cargas en la dirección A'B'C'D', y todos los diseños para las franjas en la dirección A'B'C'D' se resumirán luego en la Tabla 3.4.

Franja de columna (ancho = 5 m)

Ver los croquis trazados en la Figura 3.22.

Solución:

Claro B' - C'

Si el recubrimiento en el centro del claro B'-C' es: - -

$$e_{c.c. B'-C'} = 11.64 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{La excentricidad en el centro del claro es: } e_{c.c. B'-C'} &= \\ &= 12.5 - 11.64 = .86 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$h_{B'-C'} = [12.5 - 7.5] + .86 = 5 + .86 = 5.86 \text{ cm.}$$

$$r_{B'} = 7.5 \text{ cm}$$

$$r_{C'} = 7.5 \text{ cm}$$

$$W = 755 \text{ Kg/m}^2 = \text{Carga balanceada} = \text{Carga muerta}$$

$$L_2 = 5 \text{ m}$$

$$L_1 = 10 \text{ m}$$

Sí

$$\frac{(WL_2) L_1^2}{8} = \frac{(Mbc+Mcb)}{2} + M(+)= M_{O_{B-C}} = M_{O_{B'-C'}} = 66,839.729 \text{ Kg-m.}$$

$$F = ?$$

$$F h_{B'-C'} = \frac{(WL_2) L_1^2}{8} = M_{O_{B-C}}$$

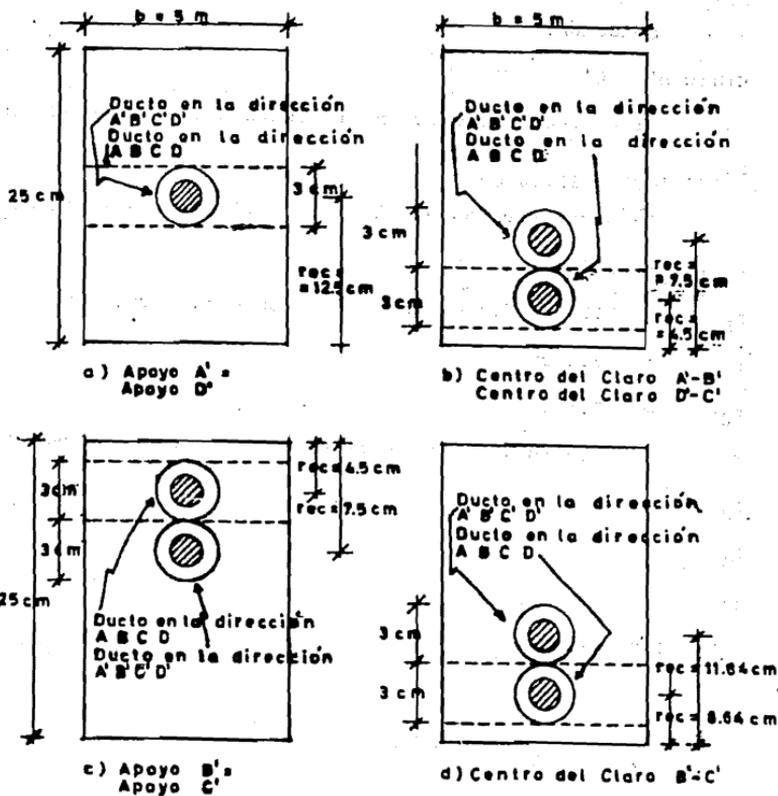
$$F = \frac{M_{O_{B-C}}}{h_{B'-C'}} = \frac{66,839.729 \text{ Kg-m}}{.0586 \text{ m}} = 1,140,609.71 \text{ Kg.}$$

Claro A'-B' = Claro D'-C'

Datos:

$$F = 1,140,609.71 \text{ Kg.}$$

Franja de Columna Ancho=5m  
Claro A'-B' = Claro D'-C'



F I G U R A 3.22

$$\frac{(WL_2) L_1^2}{8} = \frac{(Mab + Mba)}{2} + M(+)= MO_{A-B} = MO_{A'-B'} = 67,581.51 \text{ Kg-m.}$$

$$r_{A'} = 12.5 \text{ cm}$$

$$r_{B'} = 7.5 \text{ cm}$$

$$e_{c.c. A'-B'} = ?$$

$$h_{A'-B'} = ?$$

$$F h_{A'-B'} = \frac{(WL_2) L_1^2}{8} = MO_{A-B}$$

$$h_{A'-B'} = \frac{MO_{A-B}}{F} = \frac{67,581.51 \text{ Kg-m}}{1,140,609.71 \text{ Kg}} = .0592 \text{ m} = 5.92 \text{ cm}$$

$$e_{c.c. A'-B'} = 5.92 - 2.5 = 3.42 \text{ cm}$$

$$r_{c.c. A'-B'} = 12.5 - 3.42 = 9.08 \text{ cm}$$

Cálculo de los esfuerzos:

Para los claros A'-B', B'-C', C'-D'

Esfuerzo Axial:

$$A = (500 \text{ cm}) (25 \text{ cm}) = 12,500 \text{ cm}^2$$

$$f_{axial} = \frac{F}{A} = \frac{1,140,609.71 \text{ Kg}}{12,500 \text{ cm}^2} = 91.248 \text{ Kg/cm}^2$$

Esfuerzos debidos a la carga viva (residual) = 162 Kg/m<sup>2</sup>,

no balanceada: Ver la Figura 3.14. para franja de columna.

Claro A'-B' = Claro D'-C'

$$I = \frac{bhs^3}{12} = 651,041.66 \text{ cm}^4$$

$$y = 12.5 \text{ cm}$$

$$\text{Apoyo A' claro A'-B'} : f = \pm \frac{M_{neg. A(A-B)}}{I} \quad y = \pm 11.39 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Centro del claro A'-B'} : f = \pm \frac{M_{pos. (A-B)}}{I} \quad y = \pm 10.62 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Apoyo B' claro B'-A'} : f = \pm \frac{M_{\text{neg. B(B-A)}}}{I} y = \pm 23.045 \text{ Kg/cm}^2$$

Claro B'-C'

$$I = 651,041.66 \text{ cm}^4$$

$$y = 12.5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Apoyo B' claro B'-C'} = \text{Apoyo C' claro C'-B'} : f &= \pm \frac{M_{\text{neg. B(B-C)}}}{I} y = \\ &= \pm 21.04 \text{ Kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Centro del claro B'-C'} : f = \pm \frac{M_{\text{pos. (B-C)}}}{I} y = \pm 6.495 \text{ Kg/cm}^2$$

Los esfuerzos totales son los siguientes:

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} y$$

Signo (+) = Compresión.

Signo (-) = Tensión.

Apoyo A' claro A'-B'

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} y = 91.248 \pm 11.39$$

$$f_{\text{sup}} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} y = 91.248 - 11.39 = 79.85 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} y = 91.248 + 11.39 = 102.63 \text{ Kg/cm}^2$$

Centro del claro A'-B'

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} y = 91.248 \pm 10.62$$

$$f_{\text{sup}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} y = 91.248 + 10.62 = 101.86 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} y = 91.248 - 10.62 = 80.62 \text{ Kg/cm}^2$$

Apoyo B' claro B'-A'

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} y = 91.248 \pm 23.045$$

$$f_{\text{sup}} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} \quad y = 91.248 - 23.045 = 68.20 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} \quad y = 91.248 + 23.045 = 114.29 \text{ Kg/cm}^2$$

Apoyo B' claro B'-C' = Apoyo C' claro C'-B'

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} \quad y = 91.248 \pm 21.04$$

$$f_{\text{sup}} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} \quad y = 91.248 - 21.04 = 70.20 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} \quad y = 91.248 + 21.04 = 112.28 \text{ Kg/cm}^2$$

Centro del claro B'-C'

$$f_{\text{total}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{I} \quad y = 91.248 \pm 6.495$$

$$f_{\text{sup}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} \quad y = 91.248 + 6.495 = 97.74 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = \frac{F}{A} - \frac{M}{I} \quad y = 91.248 - 6.495 = 84.75 \text{ Kg/cm}^2$$

Cálculo del número de tendones requeridos:

$$F = 1,140,609.71 \text{ Kg.}$$

$$P_e = 25,681.929 \text{ Kg/tendón}$$

$$\text{No. de tendones requeridos} = \frac{F}{P_e} = \frac{1,140,609.71}{25,681.929} = 44.41 \approx 45$$

$$F_p = \frac{45 \text{ tend} \times 25,681.929 \text{ Kg/tend}}{5 \text{ m}} = 231,137.361 \text{ Kg/m.}$$

$$\text{Separación} = S_p = \frac{P_e}{F_p} = \frac{25,681.929}{231,137.361} = .1111 \text{ m} = 11.11 \text{ cm.}$$

Un resumen general para esta y todas las franjas en la dirección A'B'C'D' aparece enseguida en la Tabla 3.4.

Se incluyen también en esta Tabla, los resultados obtenidos del diseño de la franja de diseño interior,  $L_2 = 10 \text{ m}$ , y de la franja de diseño de borde,  $L_2 = 5.30 \text{ m}$ , y sin hacer división por franjas, y en donde se comprueba el balanceo de la carga --

muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2$ , y donde la carga residual es la carga viva =  $162 \text{ Kg/m}^2$ , y para cuyo diseño se emplearon los diagramas de momentos de las Figuras 3.10 y 3.15, respectivamente; para el balance de cargas se emplearon los diagramas de momento para carga muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2$ , para carga residual, se emplearon los diagramas de momentos para carga viva =  $162 \text{ Kg/m}^2$ .

TABLA 3.4

Aplicación del Método de Carga Balanceada en la dirección A'-B'-C'-D'

Resumen para todas las Franjas

Carga Total =  $W = 917 \text{ Kg/m}^2$

Carga Balanceada = Carga Muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2 = W_1$

Carga Residual = Carga Viva =  $162 \text{ Kg/m}^2 = W_2$

Franjas	Ancho $b$ (m)	Claro B'-C'				Claro A'-B' = Claro D'-C'			
		$r_{c.c. B'-C'}$ (cm)	$h_{B'-C'}$ (cm)	$r_{B'}$ (cm)	$r_{C'}$ (cm)	$h_{A'-B'}$ (cm)	$r_{c.c. A'-B'}$ (cm)	$r_{A'}$ (cm)	$r_{B'}$ (cm)
Franja de Columna	5.00	11.64	5.86	7.5	7.5	5.92	9.08 > 7.5	12.5	7.5
Franja Central	5.00	11.17	6.33	7.5	7.5	6.15	8.85 > 7.5	12.5	7.5
Franja de Doble	$L_2 = 10.00$	11.5	6.00	7.5	7.5	6.00	9.00 > 7.5	12.5	7.5
Franja de Columna	2.80	12.02	5.48	7.5	7.5	5.92	9.28 > 7.5	12.5	7.5
Franja Central	2.50	10.05	7.45	7.5	7.5	6.64	8.35 > 7.5	12.5	7.5
Franja de Doble	$L_2 = 5.30$	11.5	6.00	7.5	7.5	6.00	9.00 > 7.5	12.5	7.5

TABLA 3.4 (Continuación)

Franjas	Ancho b (m)	F (Kg)	Número de Tendo nes Requeri dos	Separa ción Sp (cm)	Esfuerzos (Kg/cm <sup>2</sup> )			
					f axial F / A (Kg/cm <sup>2</sup> )	f residual = My/I		
						Claro A-B = Claro D'-C'		
						Apoyo A'	Centro del Claro	Apoyo B'
Franja de Co lumna	5.00	1,140,609.31	45	11.11	+ 91.24	± 11.39	± 10.52	± 23.04
Franja Cen tral	5.00	434,996.25	17	29.41	+ 34.79	± .292	± 7.08	± 7.68
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 10.00	1,572,916.00	62	16.12	+ 62.91	± 5.00	± 8.85	± 15.36
Franja de Co lumna	2.80	643,232.72	26	10.76	+ 91.89	± 14.09	± 9.03	± 21.24
Franja Cen tral	2.50	198,249.53	8	31.25	+ 31.71	± .208	± 6.74	± 7.93
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 5.30	833,645.83	33	16.06	+ 62.91	± 8.80	± 7.95	± 14.96

TABLA 2.4 (Continuación)

Franjas	Ancho b (m)	Esfuerzos (Kg/cm <sup>2</sup> )								
		f <sub>residual</sub> = M/Y/I			f <sub>sup</sub> = F/A ± M/Y/I					
		Claro B'-C'			Claro A'-B' = Claro D'-C'			Claro B'-C'		
		Apoyo B'	Centro del Claro	Apoyo C'	Apoyo A'	Centro del Claro	Apoyo B'	Apoyo B'	Centro del Claro	Apoyo C'
Franja de Co lumna	5.00	± 21.04	± 6.49	± 21.04	+ 79.85	+ 101.86	+ 68.20	+ 78.20	+ 97.74	+ 70.20
Franja Cen tral	5.00	± 7.01	± 4.33	± 7.01	+ 34.56	+ 41.87	+ 27.11	+ 27.78	+ 39.12	+ 27.78
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 10.00	± 14.02	± 5.41	± 14.02	+ 57.10	+ 54.08	+ 47.55	+ 48.88	+ 68.32	+ 48.88
Franja de Co lumna	2.80	± 19.26	± 6.66	± 19.26	+ 77.00	+ 100.92	+ 70.84	+ 72.82	+ 98.55	+ 72.82
Franja Cen tral	2.50	± 7.19	± 4.97	± 7.19	+ 31.43	+ 38.46	+ 23.78	+ 24.52	+ 36.69	+ 24.52
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 5.30	± 13.57	± 5.86	± 13.57	+ 54.90	+ 70.86	+ 47.95	+ 49.34	+ 68.78	+ 49.34

TABLA 3-4 (Continuación)

Franjas	Ancho b (m)	Esfuerzos (Kg/cm <sup>2</sup> )						Esfuerzos Permisibles
		$f_{inf} = F/A \leq My/I$						
		Claro A'-B' = Claro D'-C'		Claro B'-C'				
		Apoyo A'	Centro del Claro	Apoyo B'	Apoyo B'	Centro del Claro	Apoyo C'	
Franja de Co lumna	5.00	+102.63	+80.62	+114.29	+112.20	+84.75	+112.20	Figura 3.25 bis fcs = 157.5 (Kg/cm <sup>2</sup> ) todos cumplen
Franja Cen tral	5.00	+39.03	+27.71	+42.47	+41.80	+30.46	+41.80	
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> =10.00	+68.72	+71.76	+78.27	+76.94	+57.50	+76.94	
Franja de Co lumna	2.80	+106.78	+82.85	+113.13	+111.15	+85.22	+111.15	
Franja Cen tral	2.50	+32.00	+24.97	+39.65	+38.91	+26.74	+38.91	
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> =10.00	+70.92	+54.96	+77.88	+76.48	+57.04	+76.48	

b) Aplicando el método directo de diseño.

Se emplearán los croquis de las Figuras 3.23 y 3.24 para el diseño en la dirección ABCD y A'B'C'D', respectivamente.

b.1) Diseño de la franja de diseño interior,  $L_2 = 10$  m, dividida en franja de columna (de ancho = 5 m) y franja central (de ancho = 5 m) en la dirección ABCD, y diseño de la franja de diseño de borde,  $L_2 = 5.30$  m, dividida en franja de columna (de ancho = 2.80 m) y franja central (de ancho = 2.50 m) en la dirección ABCD.

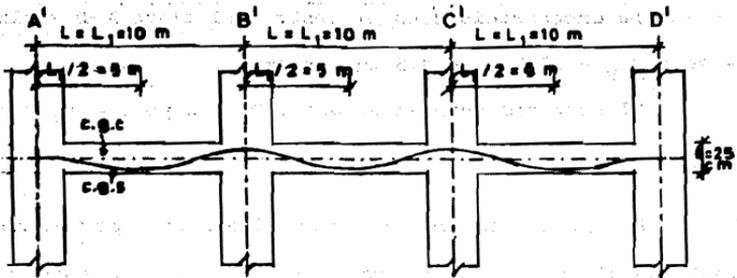
Utilizando los momentos distribuidos a las franjas, se balanceará la carga muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2$ ; ver los diagramas de momentos de las Figuras 3.12 y 3.17, 3.13 y 3.18, 3.14 y 3.19.

En el croquis que se da en la Figura 3.23, los recubrimientos son:

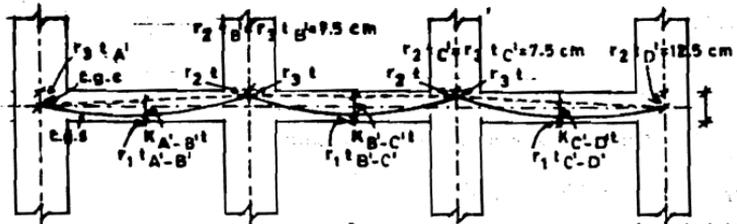
$$\begin{aligned} \text{El recubrimiento en el apoyo A} = \text{apoyo D} &= r_A = r_D = 12.5 \text{ cm} = \\ &= r_3 t_A = r_2 t_D. \end{aligned}$$

El recubrimiento supuesto en el centro del claro A-B = claro D-C es:  $r_{c.c. A-B} = r_{c.c. D-C} = r_1 t_{A-B} = r_1 t_{D-C} = 4.5 \text{ cm}.$





a) Tendón Real (Dirección A'B'C'D')



b) Tendón Idealizado (Dirección A'B'C'D')

F I G U R A 3.24

La excentricidad en el centro del claro A-B = claro D-C =  
 $e_{c.c. A-B} = 12.5 \text{ cm} - 4.5 \text{ cm} = 8 \text{ cm}.$

El recubrimiento en el apoyo B = apoyo C =  $r_B = r_C = r_2 t_B =$   
 $= r_2 t_C = r_3 t_B = r_3 t_C = 4.5 \text{ cm}.$

A continuación aparecerá un diseño tipo por el método directo de diseño, en la dirección ABCD, y todos los diseños para las franjas en la dirección ABCD, se resumirán luego en la Tabla 3.5.

Franja de columna (ancho = 5 m)

Los datos son los siguientes:

$$r_A = 12.5 \text{ cm} = r_3 t_A$$

$$r_B = 4.5 \text{ cm} = r_2 t_B$$

$$e_{c.c. A-B} = 4.5 \text{ cm} = r_1 t_{A-B}$$

$$e_{c.c. A-B} = 12.5 \text{ cm} - 4.5 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

$$h_{A-B} = K_{A-B} t = 8 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 12 \text{ cm} = .12 \text{ m}$$

$$t = 25 \text{ cm}$$

$$L = 10 \text{ m}$$

$$F = ?$$

$$h_{B-C} = K_{B-C} t = ?$$

$$K_{A-B} = \frac{h_{A-B}}{t} = \frac{12 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = 0.48$$

En el apoyo B claro B-A (Sección de control) del diagrama de momentos para carga muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2$ , Figura 3.13:

$$\frac{W_1 L_2^2 L_1}{8} = M_{O_{A-B}} = 67,581.51 \text{ Kg} - \text{m}$$

$$W_1 = \frac{M_{O_{A-B}}(8)}{L_2 L_1} = \frac{(67,581.51 \text{ Kg-m})(8)}{(5\text{-m})(10 \text{ m})^2} = 1,081.30 \text{ Kg/m}^2$$

= Carga balanceada obligada.

$$\text{de: } M = B W_1 L_2 L_1^2 = \text{Momento}$$

$$B = \frac{M_{ba}}{W_1 L_2 L_1^2} = \frac{55,939.57}{540,652.08} = .1034668543$$

de la Figura 3.12

$$\frac{W L_2 L_1^2}{8} = M_{O_{A-B}} = 82,082.45 \text{ Kg-m}$$

$$W = \frac{M_{O_{A-B}}(8)}{L_2 L_1^2} = \frac{(82,082.45 \text{ Kg-m})(8)}{(5 \text{ m})(10 \text{ m})^2} = 1,313.31 \text{ Kg/m}^2$$

= Carga total obligada.

$$W_2 = W - W_1 = 1,313.31 - 1,081.30 = 232.01 = \text{Carga residual --}$$

obligada en Kg/m<sup>2</sup>

de la Figura 3.14.

$$\frac{W_2 L_2 L_1^2}{8} = M_{O_{A-B}} = 14,500.926 \text{ Kg-m}$$

$$W_2 = \frac{M_{O_{A-B}}(8)}{L_2 L_1^2} = \frac{14,500.926 \text{ Kg-m}(8)}{(5 \text{ m})(10 \text{ m})^2} = 232.01 \text{ Kg/m}^2 \quad \text{ok}$$

$$W_1 = \frac{48 K B W + 8 K f (t/L)^2}{1 + 48 K B}$$

de donde:

$$f = \frac{W_1 (1+48 KB) - 48 KBW}{8 K (t/L)^2} =$$

$$= \frac{(1,081.30) [1+48(.48)(.1034668543)] - 48(.48)(.1034668543)(1313.31)}{8(.48) \left[ \frac{25}{10} \right]^2}$$

$$= 22.008 \text{ Kg/cm}^2 = \text{Esfuerzo en la fibra superior, apoyo B claro B-A}$$

El presfuerzo requerido es:

$$F = \left[ \frac{6BWL^2 + ft^2}{t(1+48 KB)} \right] \times 100 =$$

$$= \left[ \frac{6(.1034668543)(1,313.31)(10)^2 + (22.008)(25)^2}{(25) [1+48(.48)(.1034668543)]} \right] \times 100 =$$

$$= 112,635.85 \text{ Kg/m}$$

Verificando por las ecuaciones  $A_{10}$  y  $A_{12}$ , el esfuerzo debido al presfuerzo es:

Esfuerzo axial:

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$t = 25 \text{ cm}$$

$$f_{\text{axial}} = \frac{F}{bt} = \frac{112,635.85 \text{ Kg/m}}{(100 \text{ cm/m})(25 \text{ cm})} = 45.054 \text{ Kg/cm}^2 = f_1$$

y el esfuerzo debido a la carga residual es:

$$f_2 = \frac{M}{S} = \frac{6 B W_2 L^2}{t^2} = \frac{(6)(.1034668543)(232.01)(10)^2}{(25)^2} = \pm 23.045 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto, el esfuerzo mínimo ( $f$ ) en la sección de control (Apoyo B claro B-A) es:

Esfuerzo en la fibra superior:

$$f = f_{\text{sup}} = f_1 - f_2 = 45.054 - 23.045 = 22.008 \text{ Kg/cm}^2 \quad (\text{ok})$$

$$f_{\text{inf}} = f_1 + f_2 = 45.054 + 23.045 = 68.099 \text{ Kg/cm}^2$$

Para el tablero interior claro B-C

Apoyo B claro B-C (sección de control)

Datos:

$$F = 112,635.85 \text{ Kg/m}$$

$$r_2 = \frac{r_c}{t} = \frac{4.5 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = 0.18$$

$$r_3 = \frac{r_B}{t} = \frac{4.5 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = 0.18$$

$$r_1 = \frac{r_{C.C.B-C}}{t} = ?$$

Localizar el tendón en la mitad del claro B-C del tablero interior:

de la Figura 3.13

$$\frac{W_1 L_2 L_1^2}{8} = M_{O_{B-C}} = 66,839.729 \text{ Kg-m}$$

$$W_1 = \frac{M_{O_{B-C}}(8)}{L_2 L_1^2} = \frac{66,839.729 \text{ Kg-m}(8)}{(5 \text{ m})(10 \text{ m})^2} = 1,069.43 \text{ Kg/m}^2 =$$

= Carga balanceada obligada.

$$De: \text{Momento} = B W_1 L_2 L_1^2$$

$$B = \frac{M_{bc}}{W_1 L_2 L_1^2} = \frac{51,073.65}{534,717.832} = .0955151426$$

de la Figura 3.12

$$\frac{W L_2 L_1^2}{8} = M_{O_{B-C}} = 81,181.5 \text{ Kg-m}$$

$$W = \frac{M_{O_{B-C}}(8)}{L_2 L_1^2} = \frac{(81,181.5 \text{ Kg-m})(8)}{(5 \text{ m})(10 \text{ m})^2} = 1,298.90 \text{ Kg/m}^2 =$$

= Carga total obligada.

$$W_2 = W - W_1 = 1,298.90 - 1,069.43 = 229.46 \text{ Kg/m}^2 =$$

= Carga residual obligada.

De la Figura 3.14

$$\frac{W_2 L_2 L_1^2}{8} = M_{O_{B-C}} = 14,341.77 \text{ Kg-m}$$

$$W_2 = \frac{M_{O_{B-C}}(8)}{L_2 L_1^2} = \frac{(14,341.77 \text{ Kg-m})(8)}{(5 \text{ m})(10 \text{ m})^2} = 229.46 \text{ Kg/m}^2 \text{ ok cumple.}$$

Por la Ecuación A<sub>12</sub>, el valor K puede ser calculado así:

$$f_2 = \frac{6B(WL^2 - 8Kft^2)}{t^2(1+48KB)} \quad (A_{12})$$

$$f_2 = \text{Esfuerzo residual} = \frac{M}{S} = \frac{6B W_2 L^2}{t^2}$$

$$= \frac{6(.0955151426)(229.46)(10)^2}{(25)^2} = \pm 21.04 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f = f_1 - f_2 = 45.054 - 21.04 = 24.013 \text{ Kg/cm}^2 = \text{Esfuerzo en la fibra superior, apoyo B claro B-C.}$$

De la Ecuación  $A_{12}$  :

$$K = \frac{6BW_1^2 - f_2 t^2}{48Bt^2(f_2 + f)} = \frac{6(.0955151426)(1298.90)(10)^2 - (21.04)(25)^2}{48(.0955151426)(25)^2(21.04 + 24.013)} =$$

$$= .4747 = K_{B-C}$$

$$h_{B-C} = K_{B-C}t = (.4747)(25 \text{ cm}) = 11.868 \text{ cm. ok}$$

$$r_{c.c.-B-C} = 25 \text{ cm} - (4.5 \text{ cm} + 11.868 \text{ cm}) = 8.63 \text{ cm.}$$

$$K = 1 - r_1 - 0.5(r_2 + r_3)$$

de donde:

$$r_1 = 1 - K_{B-C} - 0.5(r_2 + r_3) = 1 - .4747 - 0.5(.18 + .18) = .345$$

$$r_{c.c.-B-C} = r_1 t = (.345)(25 \text{ cm}) = 8.63 \text{ cm ok}$$

Chequeo de los esfuerzos:

Claro A-B = Claro D-C

Apoyo A claro A-B = Apoyo D claro D-C

$$f_1 = \frac{F}{bt} = 45.054 \text{ Kg/cm}^2$$

de la Figura 3.13

$$B = \frac{M_{ab}}{W_1 L_2 L_1^2} = \frac{27,659.51}{540,652.08} = .0511595368$$

$$f_2 = \frac{6B W_2 L^2}{t^2} = \frac{6(.0511595368)(232.01)(10)^2}{(25)^2} = \pm 11.39 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{sup}} = f_1 - f_2 = 45.054 - 11.39 = 33.66 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = f_1 + f_2 = 45.054 + 11.39 = 56.44 \text{ Kg/cm}^2$$

Centro del claro A-B = claro D-C

$$f_1 = 45.054 \text{ Kg/cm}^2$$

de la Figura 3.13

$$B = \frac{M(+)}{W_1 L_2 L_1^2} = \frac{25,781.97}{540,652.08} = .0476868044$$

$$f_2 = \frac{6B W_2 L^2}{t^2} = \frac{6(.0476868044)(232.01)(10)^2}{(25)^2} = \pm 10.621 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{sup}} = f_1 + f_2 = 45.054 + 10.621 = 55.675 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = f_1 - f_2 = 45.054 - 10.621 = 34.43 \text{ Kg/cm}^2$$

Apoyo B claro B-A

$$f_1 = 45.054$$

$$f_2 = \pm 23.045$$

$$f_{\text{sup}} = f_1 - f_2 = 22.008 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = f_1 + f_2 = 68.099 \text{ Kg/cm}^2$$

Claro B-C

Apoyo B claro B-C = Apoyo C claro C-B

$$f_1 = 45.054$$

$$f_2 = \pm 21.04$$

$$f_{\text{sup}} = f_1 - f_2 = 24.013 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = f_1 + f_2 = 66.094 \text{ Kg/cm}^2$$

Centro del claro B-C

$$f_1 = 45.054 \text{ Kg/cm}^2$$

de la Figura 3.13

$$B = \frac{M(+)}{W_1 L_2 L_1^2} = \frac{15,766.079}{534,717.832} = .0294848573$$

$$f_2 = \frac{6B W_2 L^2}{t^2} = \frac{6(.0294848573)(229.46)(10)^2}{(25)^2} = \pm 6.495 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{sup}} = f_1 + f_2 = 51.54 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = f_1 - f_2 = 38.55 \text{ Kg/cm}^2$$

Cálculo del número de tendones requeridos;

$F = 112,635.85 \text{ Kg/m}$ , para una franja de 1 m de ancho.

$F = (112,635.85 \text{ Kg/m})(5 \text{ m}) = 563,179.25 \text{ Kg}$ , para una franja de -  
5 m de ancho.

$P_e = 25,681.929 \text{ Kg/tendón}$

$$\text{No. de tendones requeridos} = \frac{F}{P_e} = \frac{563,179.25}{25,681.929} = 21.92 \doteq 22$$

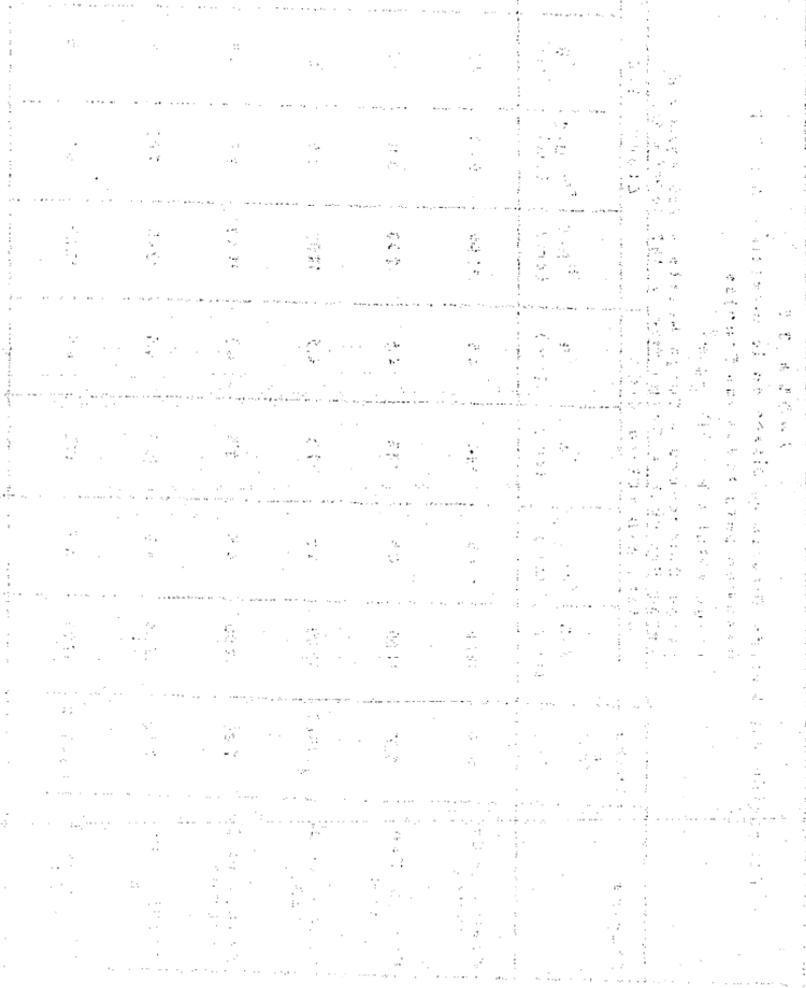
$$F_p = \frac{22 \text{ tend} \times 25,681.929 \text{ Kg/tend}}{5 \text{ m}} = 113,000.48 \text{ Kg/m.}$$

$$\text{Separación} = S_p = \frac{P_e}{F_p} = \frac{25,681.929}{113,000.78} = .2272 \text{ m} = 22.72 \text{ cm.}$$

Un resumen general para esta y todas las franjas en la di  
rección ABCD, aparece enseguida en la Tabla 3.5.

Se incluyen también en esta tabla, los resultados obtenidos del diseño de la franja de diseño interior,  $L_2 = 10 \text{ m}$ , y de la franja de diseño de borde,  $L_2 = 5.30 \text{ m}$ , y sin hacer división por franjas, y en donde se comprueba el balanceo de la carga --- muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2 = W_1$ , donde la carga residual =  $W_2 = 162 \text{ Kg/m}^2$ , y para cuyo diseño se emplearon los diagramas de momentos de las Figuras 3.10 y 3.15 respectivamente, para el balanceo de car-

gas se emplearon los diagramas de momentos para carga muerta = 755 Kg/m<sup>2</sup>, para carga residual, se emplearon los diagramas de momentos para carga viva = 162 Kg/m<sup>2</sup>.



**TABLA 3.5**  
**Aplicación del Método Directo de Diseño en la dirección A B C D**  
**Resumen para todas las Franjas**

Carga Total =  $W = 917 \text{ Kg/m}^2$

Carga Balanceada = Carga Muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2 = W_1$

Carga Residual = Carga Viva =  $162 \text{ Kg/m}^2 = W_2$

Franjas	Ancho b (m)	Claro A-B = Claro D-C				Claro B-C			
		$h_{A-B}$ (cm)	$r_{c.c. A-B}$ (cm)	$r_A$ (cm)	$r_B$ (cm)	$h_{B-C}$ (cm)	$r_{c.c. B-C}$ (cm)	$r_B$ (cm)	$r_C$ (cm)
Franja de Columna	5.00	12.00	4.5	12.5	4.5	11.06	0.63	4.5	4.5
Franja Central	5.00	12.00	4.5	12.5	4.5	12.33	0.17	4.5	4.5
Franja de Diseño	$L_2 = 10.00$	12.00	4.5	12.5	4.5	12.00	0.5	4.5	4.5
Franja de Columna	2.00	12.00	4.5	12.5	4.5	11.40	9.02	4.5	4.5
Franja Central	2.50	12.00	4.5	12.5	4.5	12.45	7.05	4.5	4.5
Franja de Diseño	$L_2 = 5.30$	12.00	4.5	12.5	4.5	12.00	0.5	4.5	4.5

**TABLA 3.5**  
**Aplicación del Método Directo de Diseño en la dirección A B C D**  
**Resumen para todas las Franjas**

Carga Total =  $W = 917 \text{ Kg/m}^2$

Carga Balanceada = Carga Muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2 = W_1$

Carga Residual = Carga Viva =  $162 \text{ Kg/m}^2 = W_2$

Franjas	Ancho b (m)	Claro A-B = Claro D-C				Claro B-C			
		$h_{A-B}$ (cm)	$r_{c.c. A-B}$ (cm)	$r_A$ (cm)	$r_B$ (cm)	$h_{B-C}$ (cm)	$r_{c.c. B-C}$ (cm)	$r_B$ (cm)	$r_C$ (cm)
Franja de Co lumna	5.00	12.00	4.5	12.5	4.5	11.06	8.63	4.5	4.5
Franja Cen tral	5.00	12.00	4.5	12.5	4.5	12.33	8.17	4.5	4.5
Franja de Di seño	$L_2 = 10.00$	12.00	4.5	12.5	4.5	12.00	8.5	4.5	4.5
Franja de Co lumna	2.80	12.00	4.5	12.5	4.5	11.48	9.02	4.5	4.5
Franja Cen tral	2.50	12.00	4.5	12.5	4.5	18.45	7.05	4.5	4.5
Franja de Di seño	$L_2 = 5.38$	12.00	4.5	12.5	4.5	12.80	8.5	4.5	4.5

TABLA 3.8 (Continuación)

Franjas	Ancho b (m)	F (Kg/m)	F (Kg)	Número de Tendones Requeridos	Separa ción Sp (cm)	Esfuerzos (Kg/cm <sup>2</sup> )			
						axial F / A (Kg/cm <sup>2</sup> )	Esf. residual = $I_2 = M/S$		
							Claro A-B-C-Claro D-C		
							Apoyo A	Centro del Claro	Apoyo B
Franja de Co lumna	8.00	112,635.85	563,179.25	22	22.72	+ 45.05	± 11.39	± 10.62	± 23.04
Franja Cen tral	8.00	44,658.88	223,279.07	9	55.55	± 17.06	± .252	± 7.08	± 7.69
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 10.00	78,645.83	786,458.33	31	32.25	+ 31.48	± 5.81	± 8.85	± 15.36
Franja de Co lumna	2.80	109,655.71	307,035.99	12	23.33	+ 43.86	± 14.89	± 9.03	± 21.24
Franja Cen tral	2.50	43,914.76	109,786.91	5	50.0	+ 17.56	± .257	± 6.02	± 7.93
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 5.30	78,645.83	416,822.91	17	31.17	+ 31.45	± 8.00	± 7.95	± 14.96

TABLA 3.5 (Continuación)

Franjas	Ancho b (m)	Esfuerzos (Kg/cm <sup>2</sup> )								
		f <sub>residual</sub> = f <sub>2</sub> = M/S			f <sub>sup</sub> = F/A ± M/S = f <sub>1</sub> ± f <sub>2</sub>					
		Claro B-C			Claro A-B = Claro D-C			Claro B-C		
		Apoyo B	Centro del Claro	Apoyo C	Apoyo A	Centro del Claro	Apoyo B	Apoyo B	Centro del Claro	Apoyo C
Franja de Co lumna	5.00	± 21.06	± 6.49	± 21.04	+ 33.66	+ 55.67	+ 22.00	+ 24.00	+ 51.54	+ 24.01
Franja Cen tral	5.00	± 7.01	± 4.33	± 7.01	+ 17.60	+ 26.94	+ 10.18	+ 10.84	+ 22.19	+ 10.84
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 10.00	± 14.02	± 5.41	± 14.02	+ 25.64	+ 40.30	+ 16.09	+ 17.43	+ 36.87	+ 17.43
Franja de Co lumna	2.88	± 19.26	± 6.86	± 19.26	+ 28.96	+ 51.88	+ 22.61	+ 24.30	+ 50.52	+ 24.59
Franja Cen tral	2.50	± 7.19	± 4.97	± 7.19	+ 17.30	+ 23.58	+ 9.63	+ 10.37	+ 22.54	+ 10.37
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 5.30	± 13.57	± 5.86	± 13.57	+ 23.45	+ 39.41	+ 16.49	+ 17.88	+ 37.32	+ 17.88

TABLA 3.5 (Continuación)

Franjas	Ancho b (m)	Esfuerzos (Kg/cm <sup>2</sup> )						Esfuerzos Permisibles
		$f_{int} = F/A \pm My/I = f_1, f_2$						
		Claro A-B = Claro D-C			Claro B-C			
		Apoyo A	Centro del Claro	Apoyo B	Apoyo B	Centro del Claro	Apoyo C	
Franja de Co lumna	5.00	+ 56.44	+ 34.43	+ 88.09	+ 66.09	+ 38.55	+ 66.09	Fig. 3.25 bis $f_{ca} \leq 197.5$ Kg/cm <sup>2</sup> todos cumplen
Franja Cen tral	5.00	+ 18.11	+ 10.76	+ 25.54	+ 24.87	+ 13.53	+ 24.87	
Franja de Di seño	$L_2 = 10.00$	+ 37.27	+ 22.60	+ 46.82	+ 45.48	+ 26.04	+ 45.48	
Franja de Co lumna	2.80	+ 58.76	+ 34.82	+ 65.10	+ 63.12	+ 31.19	+ 63.12	
Franja Cen tral	2.50	+ 17.82	+ 11.54	+ 25.49	+ 24.75	+ 12.58	+ 24.75	
Franja de Di seño	$L_2 = 5.30$	+ 39.46	+ 23.50	+ 46.42	+ 45.02	+ 25.59	+ 45.02	

b.2) Diseño de la franja de diseño interior,  $L_2 = 10$  m, dividida en franja de columna (de ancho = 5 m) y franja central (de ancho = 5 m) en la dirección A'B'C'D', y diseño de la franja de diseño de borde,  $L_2 = 5.30$  m, dividida en franja de columna (de ancho = 2.80 m) y franja central (de ancho = 2.50 m) en la dirección A'B'C'D'.

Utilizando los momentos distribuidos a las franjas, se balanceará la carga muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2$ , ver los diagramas de momentos de las Figuras 3.12 y 3.17, 3.13 y 3.18, 3.14 y 3.19.

En el croquis que aparece en la Figura 3.24 los recubrimientos son:

El recubrimiento en el apoyo A'=Apoyo D'= $r_{A'}=r_{D'}=r_{3t_{A'}}=r_{2t_{D'}}=12.5\text{cm}$

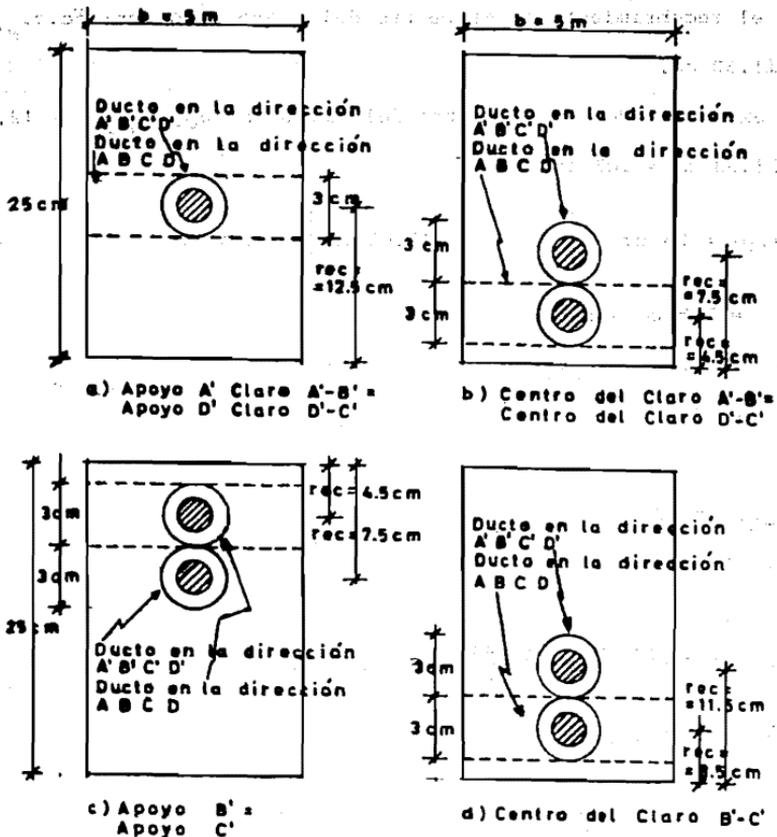
El recubrimiento en el apoyo B'=Apoyo C'= $r_{B'}=r_{C'}=r_{2t_{B'}}=r_{2t_{C'}}=7.5\text{cm}$

A continuación aparecerá un diseño tipo por el método directo de diseño en la dirección A'B'C'D' y todos los diseños para las franjas en la dirección A'B'C'D', se resumirán luego en la Tabla 3.6.

Franja de columna (ancho = 5 m)

Ver los croquis trazados en la Figura 3.25.

Franja de Columna Ancho=5 m  
Claro A'-B' = Claro D'-C'



F I G U R A 3.25

## Solución:

Claro B' - C'

Si el recubrimiento en el centro del claro B'-C' es:  $r_{c.c. B'-C'} =$   
 $= 11.63 \text{ cm.}$

La excentricidad en el centro del claro es:  $e_{c.c. B'-C'} = 12.5 \text{ cm} -$   
 $- 11.63 \text{ cm} = .87 \text{ cm.}$

$$h_{B'-C'} = 25 \text{ cm} - \left[ 7.5 \text{ cm} + 11.63 \text{ cm} \right] = 5.87 \text{ cm.}$$

$$r_{B'} = 7.5 \text{ cm} = r_3 t_{B'}$$

$$r_{C'} = 7.5 \text{ cm} = r_2 t_{C'}$$

$$F = ?$$

$$f = ?$$

$$h_{A'-B'} = ?$$

$$t = 25 \text{ cm}$$

$$L = 10 \text{ m}$$

$$r_1 = \frac{r_{c.c. B'-C'}}{t} = \frac{11.63 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = .4652$$

$$r_2 = \frac{r_{B'}}{t} = \frac{7.5 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = 0.3$$

$$r_3 = \frac{r_{C'}}{t} = \frac{7.5 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = 0.3$$

$$K = 1 - r_1 - 0.5(r_2 + r_3) = 1 - .4652 - .5(.3 + .3) = .2348 = K_{B'-C'}$$

$$h_{B'-C'} = K_{B'-C'} t = (.2348)(25 \text{ cm}) = 5.87 \text{ cm ok cumple.}$$

En el apoyo B' claro B'-C' (Sección de control) de la Figura 3.13

$$B = \frac{M_{bc}}{W_1 L_2 L_1^2} = \frac{51,073.65}{534,717.832} = .0955151426$$

**A PARTIR DE**

**ESTA PAGINA**

**FALLA  
DE  
ORIGEN**

$$f_2 = \frac{6B W_2 L^2}{t^2} = \frac{6(.0955151426)(229.46)(10)^2}{(25)^2} = \pm 21.04$$

en la Ecuación A<sub>12</sub> :  $f_2 = \frac{6B (WL^2 - 8Kft^2)}{t^2 (1+48KB)}$

en donde:

$$f = \frac{6BWL^2 - f_2t^2(1+48KB)}{48KBt^2} =$$

$$= \frac{6(.0955151426)(1,298.90)(10)^2 - (21.04)(25)^2 [1+48(.48)(.0955151426)]}{48(.48)(.0955151426)(25)^2}$$

$$= 70.052 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{sup} = f = f_1 - f_2 =$$

$$f_1 = f + f_2 = 70.052 + 21.040 = 91.093 \text{ Kg/cm}^2 = \text{Esfuerzo axial.}$$

En el apoyo B' claro B'-A' (sección de control) de la Figura 3.13.

$$B = \frac{Mba}{W_1L_2L_1^2} = \frac{55,939.57}{540,652.08} = .1034668543$$

$$f_2 = \frac{6B W_2 L^2}{t^2} = \frac{6(.1034668543)(232.01)(10)^2}{(25)^2} = \pm 23.045 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_1 = 91.093 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{sup} = f = f_1 - f_2 = 91.093 - 23.045 = 68.047 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{inf} = f_1 + f_2 = 114.13 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_1 = \frac{F}{bt}$$

El presfuerzo requerido se obtiene así:

$$F = f_1 bt = (91.093 \text{ Kg/cm}^2)(100 \text{ cm/m})(25 \text{ cm}) = 227,733.32 \text{ Kg/m}$$

F (b) = 1,138,666.61 Kg , para una franja de 5 m de ancho.

$$F = \left[ \frac{6BWL^2 + ft^2}{t(1+48KB)} \right] \times 100$$

en donde:

$$K = \frac{(100) (6BWL^2 + ft^2) - Ft}{48 Bft}$$

$$= \frac{(100) [6 (.1034668543) (1,313.31) (10)^2 + (68.047) (25)^2] - (227,733.32)}{48 (.1034668543) (227,733.32) (25)}$$

$$(25) = .2374 = K_{A'-B'}$$

$$h_{A'-B'} = K_{A'-B'} t = (.2374) (25 \text{ cm}) = 5.925 \text{ cm}$$

$$e.c.c._{A'-B'} = 5.925 \text{ cm} - 2.5 \text{ cm} = 3.425 \text{ cm}$$

$$r.c.c._{A'-B'} = 12.5 \text{ cm} - 3.425 \text{ cm} = 9.075 \text{ cm}$$

$$r_2 = \frac{r_B}{t} = \frac{7.5 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = 0.3$$

$$r_3 = \frac{r_A}{t} = \frac{7.5 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = 0.5$$

$$K = 1 - r_1 - 0.5 (r_2 + r_3)$$

$$r_1 = 1 - K_{A'-B'} - 0.5 (r_2 + r_3) = 1 - .2374 - .5 (.3 + .5) = .363$$

$$r.c.c._{A'-B'} = r_1 t = .363 (25 \text{ cm}) = 9.075 \text{ cm} \quad \text{ok}$$

Cálculo del número de tendones requeridos:

$$F = 227,733.32 \text{ Kg/m} ; \text{ para una franja de 1 m de ancho}$$

$$F = (227,733.32 \text{ Kg/m}) (5 \text{ m}) = 1,138,666.61 \text{ Kg}; \text{ para una franja de 5 m de ancho.}$$

$$P_b = 25,681.929 \text{ Kg/tendón}$$

$$\text{No. de tendones requeridos} = \frac{F}{P_e} = \frac{1,138,666.61 \text{ Kg}}{25,681.929 \text{ Kg/tendón}} = 44.33 \approx 45$$

$$F_p = \frac{45 \text{ tend} \times 25,681.929 \text{ Kg/tend}}{5 \text{ m}} = 231,137.36 \text{ Kg/m}$$

$$\text{Separación} = S_p = \frac{P_e}{F_p} = \frac{25,681.929}{231,137.36} = .1111 \text{ m} = 11.11 \text{ cm}$$

Chequeo de los esfuerzos:

Claro A'-B'

Apoyo A' claro A'-B' = Apoyo D' claro D'-C'

$$f_1 = 91.093 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_2 = \frac{6B W_2 L^2}{t^2} = \pm 11.39$$

$$f_{\text{sup}} = f_1 - f_2 = 91.09 - 11.39 = 76.69 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = f_1 + f_2 = 91.09 + 11.39 = 102.48 \text{ Kg/cm}^2$$

Centro del claro A'-B'

$$f_1 = 91.093 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_2 = \frac{6B W_2 L^2}{t^2} = \pm 10.621 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{sup}} = f_1 + f_2 = 91.093 + 10.621 = 101.71 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = f_1 - f_2 = 91.093 - 10.621 = 80.47 \text{ Kg/cm}^2$$

Apoyo B' claro B'-A'

$$f_1 = 91.093 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_2 = \pm 23.045 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{sup}} = f_1 - f_2 = 91.093 - 23.045 = 68.04 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = f_1 + f_2 = 91.093 + 23.045 = 114.13 \text{ Kg/cm}^2$$

Claro B'-C'

Apoyo B' claro B'-C' = Apoyo C' claro C'-B'

$$f_1 = 91.093 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_2 = \pm 21.040 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{sup}} = f_1 - f_2 = 70.053 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = f_1 + f_2 = 112.13 \text{ Kg/cm}^2$$

Centro del claro B'-C'

$$f_1 = 91.093 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_2 = \pm 6.495 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{sup}} = f_1 + f_2 = 97.58 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{\text{inf}} = f_1 - f_2 = 84.59 \text{ Kg/cm}^2$$

Un resumen general para esta y todas las franjas en la di  
rección A'B'C'D' aparece enseguida en la Tabla 3.6.

Se incluyen también en esta Tabla, los resultados obtenidos del diseño de la franja de diseño interior,  $L_2 = 10 \text{ m}$ , y de la franja de diseño de borde,  $L_2 = 5.30 \text{ m}$ , y sin hacer división por franjas, y en donde se comprueba el balanceo de la carga --- muerta =  $w_1 = 755 \text{ Kg/m}^2$ , y donde la carga residual =  $w_2 = 162 \text{ Kg/m}^2$ , y para cuyo diseño se emplearon los diagramas de momentos - de las Figuras 3.10 y 3.15, respectivamente; para el balance de cargas se emplearon los diagramas de momentos para carga muerta =  $755 \text{ Kg/m}^2$ , para carga residual, se emplearon aquellos para carga viva =  $162 \text{ Kg/m}^2$ .

**TABLA 3.6**  
**Aplicación del Método Directo de Diseño en la Dirección A'B'C'D'**  
**Resumen para todas las Franjas**  
**Carga Total = W = 917 Kg/m<sup>2</sup>**  
**Carga Balanceada = Carga Muerta = W = 755 Kg/m<sup>2</sup>**  
**Carga Residual = Carga Viva = 162 Kg/m<sup>2</sup>**

Franjas	Ancho b (m)	Claro B'-C'				Claro A'-B' = Claro D'-C'			
		r <sub>c.c.-B'-C'</sub> (cm)	h <sub>B'-C'</sub> (cm)	r <sub>B'</sub> (cm)	r <sub>C'</sub> (cm)	h <sub>A'-B'</sub> (cm)	r <sub>c.c.-A'-B'</sub> (cm)	r <sub>A'</sub> (cm)	r <sub>B'</sub> (cm)
Franja de Columna	5.00	11.63	5.87	7.5	7.5	5.82	9.07 > 7.5	12.5	7.5
Franja Central	5.00	11.17	6.33	7.5	7.5	6.15	8.85 > 7.5	12.5	7.5
Franja de Diseño	L <sub>2</sub> = 10.00	11.5	6.00	7.5	7.5	6.00	9.00 > 7.5	12.5	7.5
Franja de Columna	2.80	12.02	5.48	7.5	7.5	5.72	9.27 > 7.5	12.5	7.5
Franja Central	2.50	10.05	7.45	7.5	7.5	6.64	8.35 > 7.5	12.5	7.5
Franja de Diseño	L <sub>2</sub> = 5.30	11.5	6.50	7.5	7.5	6.00	9.00 > 7.5	12.5	7.5

TABLA 3.6 (Continuación)

Franjas	Ancho b (m)	F (Kg/m)	F (Kg)	Número de Tendo- nes Requeri- dos	Separa- ción Sp (cm)	Esfuerzos (Kg/cm <sup>2</sup> )			
						axial F / A (Kg/cm <sup>2</sup> )	residual = M/S = My/I		
							Claro A'-B'		Claro D'-C'
							Apoyo A	Centro del Claro	Apoyo B'
Franja de Co- lumna	5.00	227,733.32	1,138,666.66	45	11.11	+ 91.09	± 11.39	± 10.62	± 23.04
Franja Cen- tral	5.00	86,999.27	434,996.36	17	29.41	+ 34.79	± .252	± 7.08	± 7.68
Franja de Di- seño	L <sub>2</sub> = 10.00	157,291.66	1,572,916.66	62	16.12	+ 62.91	± 5.81	± 8.85	± 15.36
Franja de Co- lumna	2.80	229,725.97	643,232.73	26	10.76	+ 91.89	± 14.99	± 9.03	± 21.24
Franja Cen- tral	2.50	79,299.81	198,249.53	8	31.25	+ 31.71	± .257	± 6.02	± 7.93
Franja de Di- seño	L <sub>2</sub> = 5.30	157,291.66	833,645.63	33	16.06	+ 62.98	± 8.00	± 7.95	± 14.96

TABLA 3.6 (Continuación)

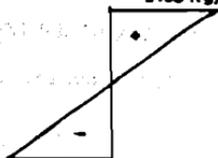
Franjas	Ancho b (m)	Esfuerzos (Kg/cm <sup>2</sup> )								
		f <sub>residual</sub> = M/Y ± M/S			f <sub>sup</sub> = F/A ± M/S					
		Claro B'-C'			Claro A'-B' = Claro D'-C'			Claro B'-C'		
		Apoyo B'	Centro del Claro	Apoyo C'	Apoyo A'	Centro del Claro	Apoyo B'	Apoyo B'	Centro del Claro	Apoyo C'
Franja de Co lumna	5.00	± 21.04	± 6.49	± 21.04	+ 79.89	+ 101.71	+ 68.04	+ 90.05	+ 97.58	+ 70.05
Franja Cen tral	5.00	± 7.01	± 4.33	± 7.01	+ 34.54	+ 44.87	+ 27.11	+ 27.78	+ 39.12	+ 27.78
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 10.00	± 14.02	± 5.41	± 14.02	+ 57.10	+ 71.76	+ 47.55	+ 48.88	+ 68.32	+ 48.88
Franja de Co lumna	2.80	± 19.26	± 6.66	± 19.26	+ 76.99	+ 100.92	+ 70.64	+ 72.82	+ 98.55	+ 72.62
Franja Cen tral	2.50	± 7.19	± 4.97	± 7.19	+ 31.46	+ 37.34	+ 23.78	+ 24.52	+ 36.69	+ 24.52
Franja de Di seño	L <sub>2</sub> = 5.30	± 13.57	± 5.86	± 13.57	+ 54.90	+ 70.86	+ 47.95	+ 49.34	+ 68.78	+ 49.34

TABLA 3.6 (Continuación)

Franjas	Ancho b (m)	Esfuerzos (Kg/cm <sup>2</sup> )						Esfuerzos Permisibles
		$f_{int} = F/A = My/I$						
		Claro A-B = Claro D'-C'			Claro B'-C'			
		Apoyo A'	Centro del Claro	Apoyo B'	Apoyo B'	Centro del Claro	Apoyo C'	
Franja de Co lumna	5.00	+102.48	+ 80.47	+ 114.13	+ 112.13	+ 84.59	+ 112.13	Fig. 3.25 bis $f_{cs} = 157.5 \text{ Kg/cm}^2$ todos cumplen
Franja Cen tral	5.00	+35.05	+ 27.71	+ 42.48	+ 41.81	+ 38.66	+ 41.81	
Franja de Di seño	$L_2 = 10.00$	+68.72	+ 54.06	+ 78.28	+ 79.64	+ 57.50	+ 76.84	
Franja de Co lumna	2.80	+106.78	+ 82.85	+ 113.13	+ 111.15	+ 85.22	+ 111.15	
Franja Cen tral	2.50	+ 31.97	+ 25.89	+ 39.45	+ 38.91	+ 26.74	+ 38.91	
Franja de Di seño	$L_2 = 5.30$	+ 70.92	+ 54.96	+ 77.88	+ 76.48	+ 57.04	+ 76.48	

Para los Apoyos :

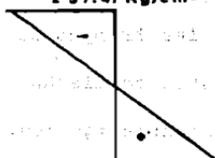
$$f_{ci} = 0.6 f'_{ci} = 168 \text{ Kg/cm}^2$$



$$f_{ti} = \sqrt{f'_{ci}} = 16.73 \text{ Kg/cm}^2$$

a) Descargado

$$f_{ts} = 2\sqrt{f'_{ci}} = 37.41 \text{ Kg/cm}^2$$

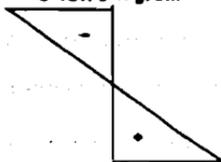


$$f_{cs} = .45 f'_{ci} = 157.5 \text{ Kg/cm}^2$$

b) Cargado

Para el Centro del Claro :

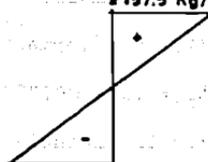
$$f_{ti} = \sqrt{f'_{ci}} = 16.73 \text{ Kg/cm}^2$$



$$f_{ci} = 0.6 f'_{ci} = 168 \text{ Kg/cm}^2$$

a) Descargado

$$f_{cs} = .45 f'_{ci} = 157.5 \text{ Kg/cm}^2$$



$$f_{ts} = 2\sqrt{f'_{ci}} = 37.41 \text{ Kg/cm}^2$$

b) Cargado

$$f'_{ci} = 350 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f'_{ci} = .8 f'_{ci} = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

### 3.6.- CALCULO DE LA RESISTENCIA POR FLEXION.

El cálculo de la resistencia por flexión se hará para cada una de las franjas de losa diseñadas, y que debido a los métodos expuestos de diseño, se obtuvieron igual número de tendones y recubrimientos iguales.

Los datos que se proporcionan en general son:

$$\text{Area de acero de presfuerzo por tendón} = A_{st} = 2.3556 \text{ cm}^2$$

$$f'_c = 350 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f''_c = 232.4 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (Reglamento del D.D.F.-77)}$$

$$\epsilon_y = .01 = \text{Deformación de fluencia}$$

$$\epsilon_{se} = .007787 = \text{Deformación de acero de presfuerzo efectivo}$$

$$\epsilon_{RY} = \epsilon_y - \epsilon_{se} = .01 - .007787 = .002213 = \text{Deformación requerida para alcanzar la fluencia del acero de presfuerzo.}$$

$$f_{py} = 14,000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{pu} = 17,500 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{pb} = f''_c (0.8) \left[ \frac{.003}{.003 + \epsilon_{RY}} \right] = (232.4) (0.8) \left[ \frac{.003}{.003 + .002213} \right] = .00764$$

= Porcentaje Balanceado.

$$f_{pMax} = 0.75 f_{pb} = .75 (.00764) = .00573 = \text{Porcentaje Máximo.}$$

a) Cálculo tipo de la resistencia por flexión para una franja diseñada por ambos métodos de diseño expuestos, en la dirección ABCD y A'B'C'D', y donde no se emplea refuerzo en compresión, "sección subreforzada".

El cálculo de resistencia para el resto de las franjas de -

diseño subreforzadas, se expondrá en la Tabla 3.7.

Dirección ABCD.

Franja de columna (ancho = 5 m)

Datos:

Número de tendones requeridos = 22

$$\begin{aligned} \text{Area requerida de acero de presfuerzo} &= 22 \text{ tend} \times 2.3556 \text{ cm}^2/\text{tend} \\ &= 51.82 \text{ cm}^2 = A_{ps} \end{aligned}$$

Sección de momento máximo: Apoyo B claro B-A

Momento actuante con factor de carga del reglamento del D.D.F.-77

$$= 1.4 (\text{M.C.M.} + \text{M.C.V.}) = 95,119.5 \text{ Kg-m} = M_{u,ACT}$$

Ver las Figuras 3.12 y 3.17

$$f_{pb} = .00764$$

$$f_{pMax} = .00573$$

$$b = 5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$$

$$r_B = 4.5 \text{ cm} = \text{recubrimiento en el apoyo B}$$

$$d = 25 \text{ cm} - 4.5 \text{ cm} = 20.5 \text{ cm} = \text{Peralte efectivo}$$

$$A_{s_b} = f_{pb}(bd) = .00764 (500)(20.5) = 78.31 \text{ cm}^2 = \text{Area balanceada de acero de presfuerzo.}$$

$$A_{s_{Max}} = f_{pMax}(bd) = .00573 (500)(20.5) = 58.73 \text{ cm}^2 = \text{Area máxima de acero de presfuerzo.}$$

$$\text{Area de acero requerida para 22 tendones} = A_{ps} = 51.82 \text{ cm}^2$$

$$< A_{s_{Max}}$$

$$\text{Por lo tanto el porcentaje de presfuerzo} = f_p = \frac{A_{ps}}{bd} = \frac{51.82}{(500)(20.05)} =$$

$$= .00505 < f_{pMax}$$

La sección es subreforzada:

$$Si \quad T = C$$

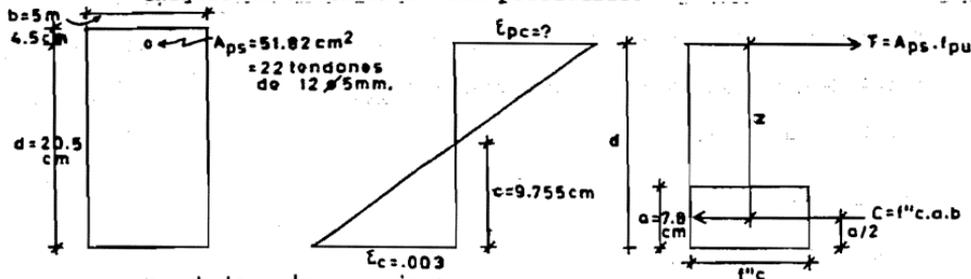
$$A_{ps} \cdot f_{pu} = f''c \cdot a \cdot b$$

$$a = \frac{A_{ps} \cdot f_{pu}}{f''c \cdot b} = \frac{(51.82)(17,500)}{(232.4)(500)} = 7.804 \text{ cm.}$$

$$a = .8c$$

$$c = \frac{a}{.8} = \frac{7.804 \text{ cm}}{.8} = 9.755 \text{ cm}$$

Chequeo de la fluencia del presfuerzo.



Por triángulos semejantes:

$$\frac{.003}{c} = \frac{\epsilon_{pc}}{d-c}$$

$$\epsilon_{pc} = .003 \frac{(d-c)}{c} = .003 \frac{(20.5-9.755)}{9.755} = .0033 > \epsilon_{Ry} = .002213$$

fluye ok.

$\epsilon_{pc}$  = Deformación del acero de presfuerzo bajo carga.

$$\epsilon_{p_{total}} = \epsilon_{se} + \epsilon_{pc} = .007787 + .0033 = .011 > \epsilon_y = .01 \text{ fluye ok}$$

= Deformación total del acero de presfuerzo.

Cálculo del momento resistente:

$$M_{uR} = \phi T z = \phi A_{ps} \cdot f_{pu} \left[ d - a/2 \right] = (.9)(51.82)(17,500) \left[ 20.5 - \frac{7.804}{2} \right] = 135,475.43 \text{ Kg-m}$$



TABLA 3.7

Cálculo de la Resistencia por Flexión de las Franjas de Diseño en las direcciones ABCD y A'B'C'D', las cuales son Subreforzadas (sin Acero de compresión)  
 Sección de Momento Máximo Apoyo B Claro B-A

$f_{pb} = .00764$

$P_{Máx} = .00573$

Franjas	b (m)	dirección	Numero de Tendones Requeridos	$A_{ps}$ (cm <sup>2</sup> )	$r_B$ (cm)	d (cm)	$f_p$	$\epsilon_{pc}$	$M_{UR}$ (Kg-m)	$M_{UACT}$ (Kg-m)
Franja de Columna	5.00	ABCD	22	51.82	4.5	20.5	.00505	.0033	135,475.43	95,119.5
Franja Central	5.00	ABCD	9	21.20	4.5	20.5	.00206	.0124	63,321.64	31,706.5
Franja de Columna	2.00	ABCD	12	28.26	4.5	20.5	.00492	.00347	74,349.80	49,305.75
Franja Central	2.50	ABCD	5	11.77	4.5	20.5	.00229	.0108	34,733.31	16,368.45
Franja Central	5.00	A'B'C'D'	19	40.04	7.5	17.5	.00457	.0038	91,358.16	31,706.5
Franja Central	2.50	A'B'C'D'	8	18.84	7.5	17.5	.0043	.00489	43,519.63	16,368.45

b) Cálculo tipo de la resistencia por flexión para una franja diseñada por ambos métodos de diseño expuestos, en la dirección A'B'C'D', y donde se emplea refuerzo de compresión, --- "sección sobrerreforzada". El cálculo de resistencia para el resto de las franjas de diseño sobrerreforzadas, se expondrá en la Tabla 3.8.

Dirección A'B'C'D'

Franja de columna (ancho = 5 m)

Datos:

Número de tendones requeridos = 45

Area requerida de acero de presfuerzo = 45 tend x 2.3556 cm<sup>2</sup>/tend =  
= 106.00 cm<sup>2</sup> = A<sub>ps</sub>

Sección de momento máximo: Apoyo B claro B-A

Momento actuante con factor de carga del (D.D.F.-77) = 1.4 (M.C.M.+  
M.C.V.) = 95,119.5 Kg-m.

$$j_{pb} = .00764$$

$$j_{pMax} = .00573$$

$$b = 5m = 500 \text{ cm}$$

$$r_B = 7.5 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm} - 7.5 \text{ cm} = 17.5 \text{ cm}$$

$$A_{sb} = j_{pb}(bd) = .00764 (500)(17.5) = 66.85 \text{ cm}^2$$

= Área balanceada de acero de presfuerzo.

$$A_{s \text{ Max}} = f_{p \text{ max}} (bd) = .00573 (500) (17.5) = 50.13 \text{ cm}^2$$

= Área máxima de acero de presfuerzo.

$$\text{Área de acero requerida para 45 tendones} = 106.00 \text{ cm}^2 > A_{s \text{ Max}}$$

$$\begin{aligned} \text{por lo tanto el porcentaje de presfuerzo} &= f_p = \frac{A_{ps}}{bd} = \frac{106.00}{(500)(17.5)} = \\ &= .0121 > f_{p \text{ Max}} \end{aligned}$$

La sección es sobrerreforzada y hay que hacer fluir al acero de presfuerzo usando acero ordinario en compresión.

El área de acero requerida para resistir el momento máximo es:

$$M_D = \frac{M_{u \text{ ACT}}}{\phi} = \frac{95,119.5 \text{ Kg-m}}{0.9} = 105,668.33 \text{ Kg-m}$$

$$f_{pu} = 17,500 \text{ Kg/cm}^2$$

$$z = 0.85 d = 0.85 (17.5 \text{ cm}) = 14.875 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_D}{f_{pu} \cdot z} = \frac{105,668.33 \times 10^2 \text{ Kg-cm}}{(17,500 \text{ kg/cm}^2)(14.875 \text{ cm})} = 40.59 \text{ cm}^2 < A_{s \text{ Max}}$$

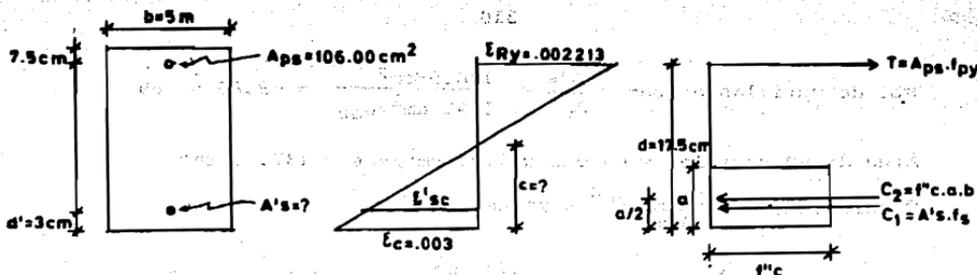
Inicio del cálculo:

Acero de tensión:

$$A_{ps} = 106.00 \text{ cm}^2 = \text{Área de acero de presfuerzo requerida}$$

Acero de compresión:

$$\text{Si } A_{ps} = A_{sb} = 106.00 \text{ cm}^2$$



Por triángulos semejantes:

$$c = \frac{.003 d}{.003 + \epsilon_{Ry}} = \frac{.003 (17.5)}{.003 + .002213} = 10.07 \text{ cm}$$

$$a = .8c = 8.056 \text{ cm}$$

$$\epsilon'_{sc} = .003 \frac{(c-d')}{c} = .003 \frac{(10.07-3)}{10.07} = .0021 > \epsilon'_{sy} = .002$$

$$\therefore f_s = f_y = 4,000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$T = A_{ps} \cdot f_{py} = (106.00)(4,000) = 424,000 \text{ Kg}$$

$$C_1 = A's \cdot f_y = 4,000 A's$$

$$C_2 = f'_c \cdot a \cdot b = (232.4)(8.056)(500) = 936,107.2 \text{ Kg}$$

Por equilibrio de fuerzas  $C = T$

$$C_1 + C_2 = T$$

$$4,000 A's + 936,107.2 \text{ Kg} = 424,000 \text{ Kg}$$

$$A's = \frac{424,000 \text{ Kg} - 936,107.2 \text{ Kg}}{4,000 \text{ Kg/cm}^2} = 136.98 \text{ cm}^2$$

El acero de compresión a usar será:

Varillas del # 5

$$\phi = 5/8" = 1.59 \text{ cm}$$

$$\text{Area por varilla} = 1.99 \text{ cm}^2 = A_v$$

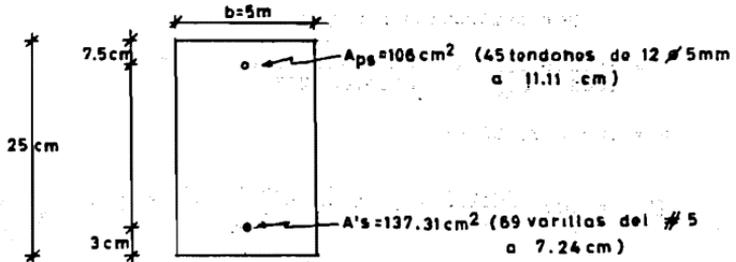
$$\text{No. de varillas a usar} = \frac{A's}{A_v} = \frac{136.98 \text{ cm}^2}{1.99 \text{ cm}^2/\text{vas}} = 68.83 \approx 69$$

$$\text{Area de 69 varillas} = 69 \text{ vas} \times 1.99 \text{ cm}^2/\text{vas} = 137.31 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{calculada}} = \frac{137.31 \text{ cm}^2}{5 \text{ m}} = 27.46 \text{ cm}^2/\text{m}$$

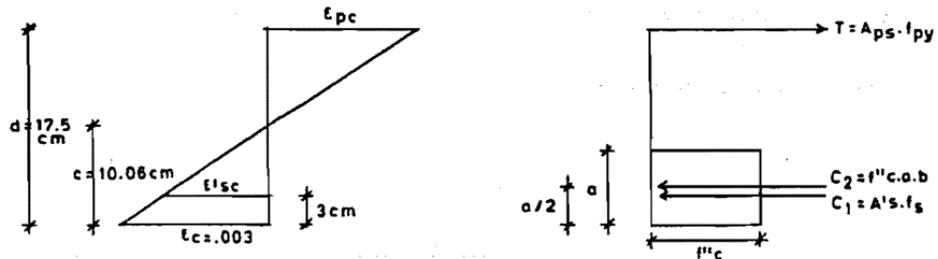
$$\text{Separación} = \frac{A_v}{A_{\text{calculada}}} = \frac{1.99 \text{ cm}^2}{27.46 \text{ cm}^2/\text{m}} = .0724 \text{ m} = 7.24 \text{ cm.}$$

La sección queda así:



Revisión del momento resistente:

Si se supone  $c = 10.06 \text{ cm}$        $a = .8c = 8.048 \text{ cm.}$



$$\epsilon_{pc} = .003 \frac{(17.5 - 10.06)}{10.06} = .002218 > \epsilon_{RY} = .002213$$

= Deformación del acero de presfuerzo bajo carga.

$$\epsilon_{ptotal} = \epsilon_{se} + \epsilon_{pc} = .01 = \epsilon_y \quad \text{ok fluye}$$

= Deformación total del acero de presfuerzo.

$$\xi'_{sc} = .003 \frac{(c-d')}{c} = .003 \frac{(10.06-3)}{10.06} = .0021 > \xi'_{sy} = .002$$

$$f_s = f_y = 4,000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$T = A_{ps} \cdot f_{py} = 1,484,028 \text{ Kg}$$

$$C_1 = A'_{s} f_y = 549,240 \text{ Kg}$$

$$C_2 = f'_{c} \cdot a \cdot b = 935,177.6 \text{ Kg}$$

$$C = C_1 + C_2 = 1,484,417.6 \text{ Kg} \stackrel{\Delta}{=} T \quad \text{ok.}$$

Cálculo del momento resistente:

Fuerza (Kg)	Brazo (m)	Momento (Kg-m)
Con respecto al eje neutro:		
$C_1 = 549,240$	.09	49,431.6
$C_2 = 935,177.6$	.08476	79,265.65
$T = 1,484,417.6$	.05	<u>74,220.88</u>
Total		= 202,918.13 Kg-m

$$Mu_R = \phi (\text{total}) = 0.9(202,918.13) = 182,626.31 \text{ Kg-m}$$

$$Mu_{ACT} = 95,119.5 \text{ Kg-m}$$

$$Mu_R > Mu_{ACT}$$

TABLA 3.8

Cálculo de la Resistencia por Flexión de las Franjas de Diseño en la dirección A'B'C'D' las cuales son Sobrerreforzadas (se emplea Acero ordinario de compresión) para hacerlas Subreforzadas)

Sección de Momento Máximo: Apoyo B Claro B-A  
 $P_{bc} = 0.0764$   $P_{a Max} = 0.0573$   $E_{sv} = 0.02211$   $E_{sv} = 0.02$

Franjas	b (m)	dirección	Número de Tendones Requeridos	A <sub>ps</sub> (cm <sup>2</sup> )	r <sub>B</sub> (cm)	d (cm)	f <sub>p</sub>	A's (cm <sup>2</sup> )	Número de Varillas No 5 para A's	Separación Sp (cm)
Franja de Columna	5.00	A'B'C'D'	48	106.00	7.5	17.5	.0021	137.3	69	7.24
Franja de Columna	2.80	A'B'C'D'	26	61.24	7.5	17.5	.0024	83.58	42	6.66
Franjas										
Franjas	b (m)	dirección	d' (cm)	E <sub>pc</sub>	E' sc	M <sub>uR</sub> (Kg-m)	M <sub>uACT</sub> (Kg-m)			
Franja de Columna	5.00	A'B'C'D'	3.00	.002210	.0023	102,626.31	95,119.5			
Franja de Columna	2.80	A'B'C'D'	3.00	.002223	.0021	107,100.82	49,205.35			

### 3.7.- CALCULO DE LAS DEFLEXIONES.

La deflexión se calculará como aparece en la Figura 3.26, en donde:

$\Delta_{total}$  = Flecha total del tablero.

$\Delta_1$  = Flecha de la franja de columna.

$\Delta_2$  = Flecha de la franja central, perpendicular a la franja de columna considerada.

$$\Delta_{total} = \Delta_1 + \Delta_2$$

Se balanceó la carga muerta en el diseño, por lo tanto, - la carga que produce las deflexiones hacia abajo en franja de columna y franja central, es la carga viva = 162 Kg/m<sup>2</sup>.

Para calcular la flecha  $\Delta_1$  de la franja de columna, se analiza el marco equivalente con una franja de losa de ancho --- igual a la franja de columna,  $L_2 = 5$  m, como aparece en las Figuras 3.26b y 3.27, y se aplica el mismo procedimiento que se siguió en el análisis de la losa plana, sección 3.4, y se obtiene el diagrama de momentos para carga viva = 162 Kg/m<sup>2</sup> de la Figura 3.27b, así mismo, en vista de que se aplica el método del "trabajo virtual" para el cálculo de las deflexiones, se aplica una carga virtual unitaria en el punto donde se quiere conocer la flecha, como aparece en la Figura 3.27c, y por lo tanto, se obtiene el diagrama de momentos de la Figura 3.27d, y la flecha  $\Delta_1$  se obtiene como aparece en la Figura 3.29 y 3.30.

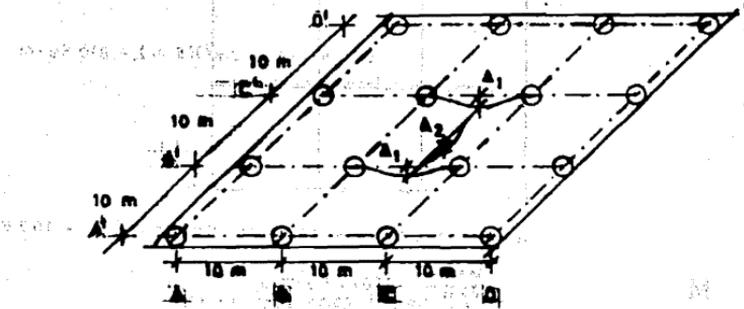
Para calcular la flecha  $\Delta_2$  de la franja central, se ---

idealiza la franja como se muestra en la Figura 3.26 y 3.28, y cuyo ancho es  $L_2 = 5$  m, y se analiza como una viga continua, y se obtiene el diagrama de momentos para carga viva =  $162 \text{ Kg/m}^2$ , de la Figura 3.28b, así mismo, en vista de que se aplica el método del trabajo virtual para el cálculo de las deflexiones, se aplica una carga virtual unitaria en el punto donde se quiere conocer la flecha, como aparece en la Figura 3.28c, y por lo tanto, se obtiene el diagrama de momentos de la Figura 3.28d, y la flecha  $\Delta_2$  se obtiene como aparece en la Figura 3.30 y 3.31.

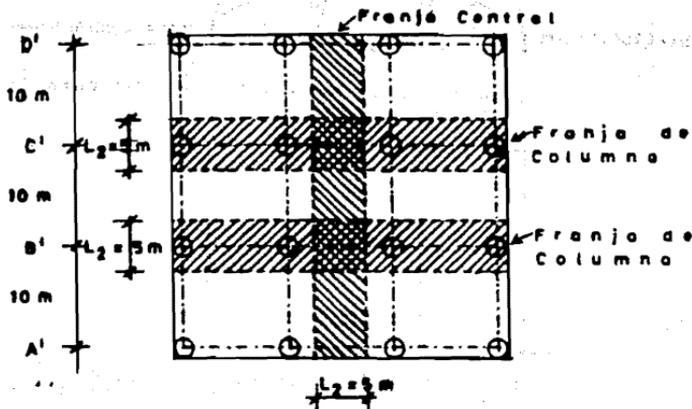
La flecha total  $\Delta_{\text{total}} = \Delta_1 + \Delta_2 = .34386$  cm, aparece calculada en la Figura 3.31.

**NOTA:**

Los valores de las flechas se obtuvieron a partir de la Tabla (A2), pag. 3-2, de los apuntes de Análisis Estructural I, de la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M., Autor: Chacón, G. Francisco. 1974.

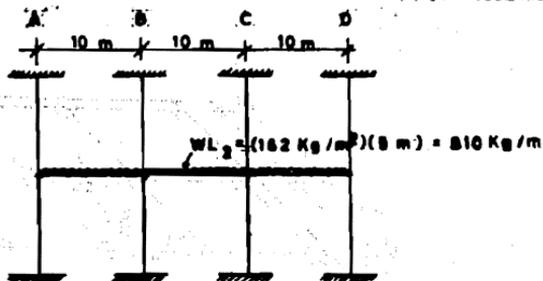


(a)



(b)

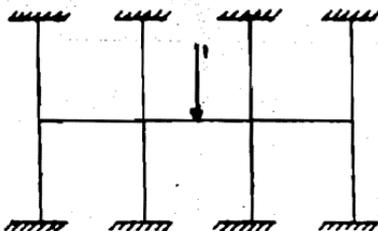
FIGURA 3.26



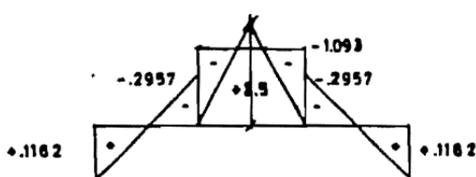
a) Marco Equivalente para Carga Viva =  $162 \text{ Kg/m}^2$



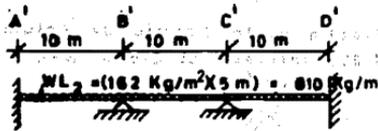
b) Diagrama de Momentos Real (M) para Carga Viva =  $162 \text{ Kg/m}^2$



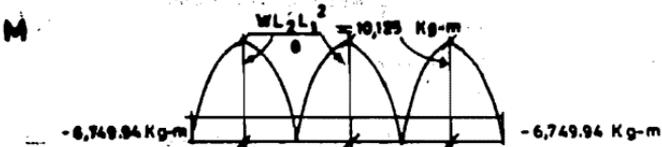
c) Marco Equivalente para Carga Virtual Unitaria en el punto donde se quiere conocer la Flecha  $\Delta_1$



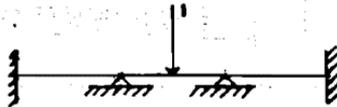
d) Diagrama de Momentos (m) para Carga Virtual Unitaria



a) Idealización de la Franja Central Cargada por la Carga Viva =  $162 \text{ Kg/m}^2$

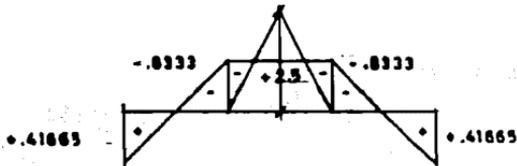


b) Diagrama de Momentos Real (M) para la Carga Viva



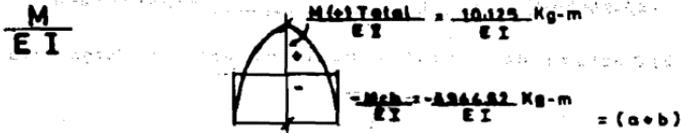
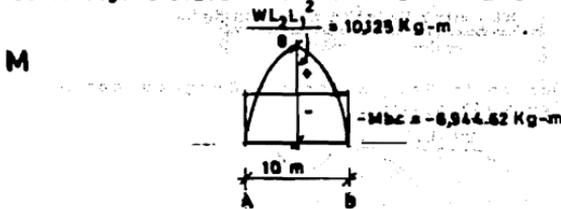
c) Carga Virtual Unitaria en el punto donde se quiere la Flecha  $A_2$

m

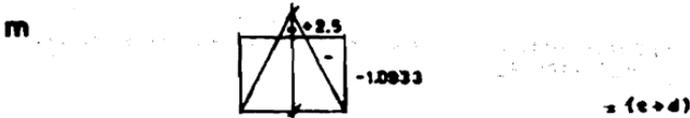


d) Diagrama de Momentos (m) para Carga Virtual Unitaria

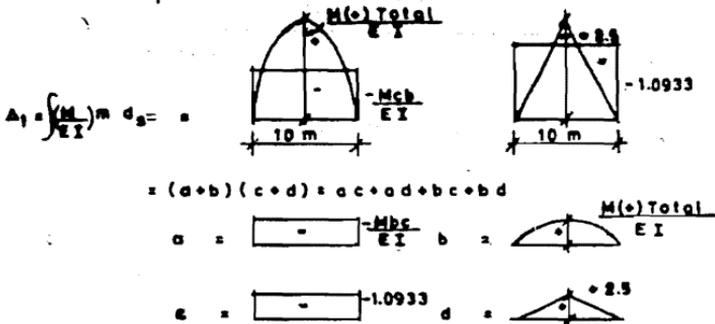
Cálculo de la Flecha de la Franja de Columna =  $\Delta_1$   
de la Figura 3.27b interesa el Claro B-C

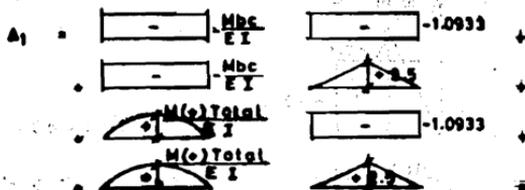


de la Figura 3.27d interesa el Claro B-C



La Flecha  $\Delta_1$  se encuentra así :





$$\Delta_1 = (10\text{ m}) \left( \frac{-6,944.62 \text{ Kg-m}}{EI} \right) (-1.0933 \text{ m}) + (1/2)(10\text{ m}) \left( \frac{-6,944.62 \text{ Kg-m}}{EI} \right) (+2.5 \text{ m})$$

$$+ (2/3)(10\text{ m}) \left( \frac{10,125 \text{ Kg-m}}{EI} \right) (-1.0933 \text{ m}) + (1/3)(10\text{ m}) \left( \frac{10,125 \text{ Kg-m}}{EI} \right) (+2.5 \text{ m}) = 20,769.77 \text{ Kg-m}^3$$

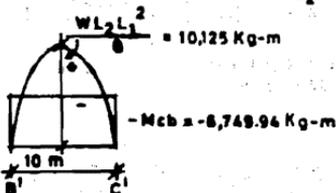
$$\frac{20,769.77 \text{ Kg-m}^3}{EI} = 0.17068 \text{ cm} < \Delta_{\text{perm}} = L/500 = 2.5 \text{ cm}$$

$$E_c = 10,000 \sqrt{f'c} = 187,082.86 \text{ Kg/cm}^2$$

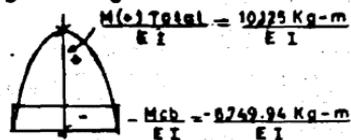
$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{(100 \text{ cm})(25 \text{ cm})^3}{12} = 651,041.66 \text{ cm}^4$$

Calculo de la Flecha de la Franja Central =  $\Delta_2$

M



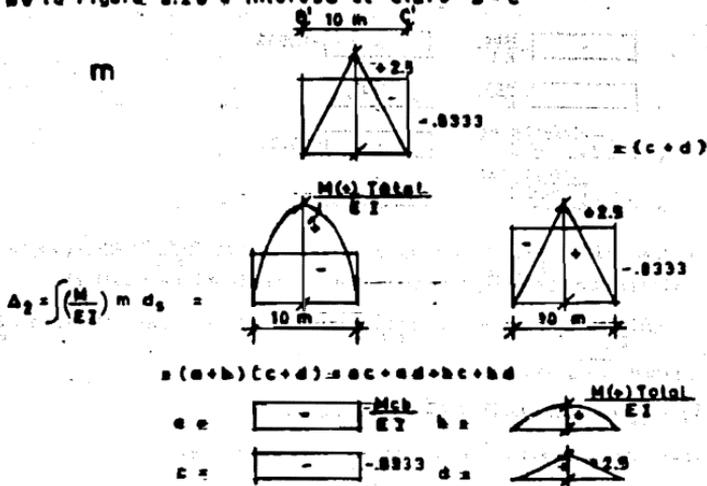
$\frac{M}{EI}$



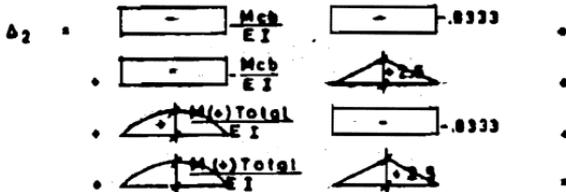
= (a+b)

F I G U R A 3.30

de la Figura 3.28 e interesa el Claro B'-C'



$M_{bc} = M_{cb} = 8,749.94 \text{ Kg-m}$   
 $M(\bullet) \text{ Total} = 10,125 \text{ Kg-m}$



$$\Delta_2 = (10 \text{ m}) \left( \frac{-8,749.94 \text{ Kg-m}}{EI} \right) (-0.8333 \text{ m}) + \left( \frac{1}{3} \right) (10 \text{ m}) \left( \frac{-8,749.94 \text{ Kg-m}}{EI} \right) (+2.5 \text{ m})$$

$$+ \left( \frac{1}{3} \right) (10 \text{ m}) \left( \frac{10,125 \text{ Kg-m}}{EI} \right) (-0.8333) + \left( \frac{1}{3} \right) (10 \text{ m}) \left( 1 + \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{1}{2} \right) \right)$$

$$\left( \frac{0,125 \text{ Kg-m}}{EI} \right) (2.5 \text{ m}) = \frac{21,094 \text{ Kg-m}}{EI} = .17318 \text{ cm}$$

$E_c = 10,000 \sqrt{f'_c} = 187,082.88 \text{ Kg/cm}^2$   
 $I = 851,041.86 \text{ cm}^4$

La Flecha Total en el Tablero es:

$\Delta \text{ Total} = \Delta_1 + \Delta_2 = .17088 \text{ cm} + .17318 \text{ cm} = .34406 \text{ cm} < \Delta_{perm}$

## CONCLUSIONES

CONCLUSIONES CAPITULO IV

CONCLUSIONES

Las losas planas postensadas tienen las siguientes ventajas sobre las losas planas reforzadas tradicionales:

**UTILIDAD:**

1.- Debido al empleo de materiales de mayor resistencia, tales como el concreto y el acero, se reducen los espesores de las losas planas postensadas, y por lo tanto se reduce la carga muerta.

2.- Al reducirse el peso propio del sistema de piso, disminuye el peso general de la estructura sobre el terreno y por lo tanto se reducen las dimensiones y el costo de las cimentaciones.

3.- Debido a los menores espesores de los sistemas de piso, se reduce la altura de entrepiso y por lo tanto, la altura total del edificio.

4.- Debido al empleo de tendones curvos, se reducen las deformaciones (flechas) al balancear las cargas, y también se pueden crear contraflechas dependiendo de la carga balanceada, así mismo, hay una contribución a la reducción de la tensión diagonal en la falla de penetración por cortante alrededor de la columna, debido a la curvatura de los tendones de presfuerzo.

5.- Se puede lograr que toda la sección de la losa trabaje bajo esfuerzos de compresión, como se vió en el ejemplo práctico

tico, y por lo tanto, se hace que los materiales empleados; concreto y acero, trabajen al 100% (el concreto en compresión y el acero en tensión), a diferencia de las losas planas reforzadas tradicionales, en donde sólo trabaja a compresión la parte de arriba del eje neutro de la sección, y por lo tanto, en las losas planas postensadas se tiene un mayor control sobre los esfuerzos producidos por las cargas (interna y externa) en la sección; disminuyendo los agrietamientos.

6.- Las losas planas postensadas se emplean en estructuras de claros grandes y para resistir cargas pesadas (debido a la mayor resistencia de sus materiales).

7.- Las losas planas postensadas no se agrietan bajo cargas de trabajo, y bajo sobrecarga si aparecieran grietas, estas se cierran al quitarla, a menos que sea excesiva.

#### SEGURIDAD:

1.- Las losas planas postensadas son muy seguras debido a que se someten a sus pruebas de resistencia máxima los materiales, al efectuar las operaciones de tensado y transferencia, por lo tanto, si soportan estas cargas, soportarán las cargas de servicio.

2.- Tienen capacidades de sobrecarga superiores a las de las losas planas reforzadas tradicionales.

3.- Las losas planas postensadas, se deflexionan antes de la ruptura, dando aviso antes del colapso.

4.- La habilidad para resistir las cargas de choque e im pacto, (viento ó sismo) y las cargas repetidas de trabajo, es - tan buena en las losas planas postensadas como en las losas pla nas reforzadas tradicionales.

5.- La resistencia a la corrosión es mayor en las losas - planas postensadas que en las losas planas reforzadas tradiciona les, por no haber grietas, si las hubiera, la corrosión es más - crítica en las losas planas postensadas.

6.- Respecto a la resistencia al fuego, el acero de pres- fuerzo es mas sensible a las altas temperaturas; para la misma - cantidad de recubrimiento mínimo, los tendones de presfuerzo es- tán mejor recubiertos debido a la curvatura del tendón de las lo sas planas postensadas.

7.- Las losas planas postensadas requieren más cuidado -- en el diseño, construcción y erección (LIFT-SLAB=Losa de eleva-- ción), que las losas planas reforzadas tradicionales, por la ma- yor resistencia, sección menor y detalles.

8.- La vida de las losas planas postensadas es comparable a la de las losas planas reforzadas tradicionales (concreto re-- forzado).

#### ECONOMIA:

1.- En las losas planas postensadas se requieren menores- cantidades de acero y concreto que en las losas planas reforza-- das tradicionales, para soportar las mismas cargas, esto se debe

a la mayor resistencia de los materiales.

Puede haber un cierto ahorro en la resistencia al corte por penetración alrededor de la columna, al considerar la contribución del tendón inclinado (curvo) para contrarrestar la tensión diagonal, debido al esfuerzo de compresión que produce; aunque en la realidad no se considera la contribución de los tendones curvos.

2.- El peso reducido del sistema de piso debido al menor espesor y por lo tanto menor carga muerta ayudará a economizar las secciones de la estructura (de columnas) en general, y por lo tanto la cimentación.

Las losas planas postensadas tienen las siguientes desventajas sobre las losas planas reforzadas tradicionales:

1.- Los materiales de mayor resistencia que se emplean en las losas planas postensadas, tales como concreto y acero, tienen un costo más alto.

2.- Se requieren mas materiales auxiliares para el postensado, tales como:

Anclajes en los extremos, ductos y lechadas.

3.- Si la cantidad de trabajo involucrado es pequeña, resulta mas laborioso colocar un kilogramo de acero en la losa plana postensada que en la losa plana reforzada tradicional, es decir, se requiere más atención en el diseño y es necesaria más supervisión, y de esto se concluye que el diseño de las losas planas postensadas puede ser económico cuando se va a repetir

muchas veces la misma unidad ó cuando se encuentran cargas pesadas en claros largos.

4.- Por lo general se contratan a compañías especializadas para realizar los trabajos del postensado, tales como; Colocación de ductos, anclajes, suministro de acero de presfuerzo, tensado de los tendones e inyección de ductos, ya que existen patentes de estos sistemas y sólo ellos lo pueden realizar, y dentro de sus honorarios se incluyen indirectamente los costos de regalía de patente.

6.- Se debe prever la colocación de ductos de instalaciones en el diseño, y se deben dejar las preparaciones adecuadas al colar el concreto.

Puntos a investigar en futuras tesis:

1.- Contribución de los tendones curvos a la resistencia a cortante por penetración alrededor de la columna, en las losas planas postensadas.

2.- Diseño de losas planas postensadas sujetas a sismo.

Del ejemplo práctico se concluye lo siguiente:

1.- En el cálculo de la resistencia por cortante se aumenta el diámetro de la columna con un capitel, para aumentar el área de apoyo con la losa (o se puede poner un ábaco a la losa) y reducir los esfuerzos cortantes.

2.- El método de análisis empleado (Método del marco equivalente) proporciona resultados congruentes.

3.- Los métodos de diseño empleados, tales como: El método de balance de cargas y el método directo de diseño, proporcionan los mismos resultados para una misma carga balanceada -- (carga muerta), tales como: Número de tendones requeridos, espaciamientos y esfuerzos.

4.- En el cálculo de la resistencia por flexión, este es similar a como se realiza en el concreto reforzado, pero con algunas modificaciones; para las secciones sobrerreforzadas (Franjas de columna interior y de borde, dirección A'B'C'D') se emplea refuerzo ordinario en compresión para hacer fluir al acero de presfuerzo.

5.- En caso de sismo, se reforzaría la estructura con varillas de refuerzo ordinario, en los puntos de inversión de momentos y en base a sus valores, tal como en concreto reforzado.

6.- Las deflexiones producidas por la carga balanceada -- (carga muerta) son nulas, y la deflexión total producida por la carga residual (carga viva no balanceada) en todo el tablero, es muy pequeña.

B I B L I O G R A F I A

## BIBLIOGRAFIA

- 1.- American Concrete Institute. October 1966. "Balanced Design of Orthogonally Prestressed Flat Plates".  
Journal of the American Concrete Institute. 1,083-1,092.
- 2.- American Concrete Institute. 1971. Reqlamento de las Construcciones de Concreto Reforzado (ACI 318-71. Traducción - al Español hecha por el Instituto Mexicano del Cemento y - del Concreto (IMCYC), México, D. F. : IMCYC.
- 3.- Ferguson, P.M. 1973. Reinforced Concrete Fundamentals. -- (Third Edition) Austin, Texas: John Wiley & Sons, Inc.
- 4.- González Cuevas, O.M., Robles, F., Casillas, J. y Díaz de Cossío, R. 1974. Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado. (1a. Edición). México, D. F.: Limusa, S. A.
- 5.- Instituto de Ingeniería, U.N.A.M. 1977. Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto. Normas Técnicas Complementarias del Reqlamento de Construcciones para el Distrito - Federal (publicación 401). México, D. F.: Instituto de Ingeniería, U.N.A.M.
- 6.- Instituto de Ingeniería, U.N.A.M. 1977. Requisitos de Seguridad y Servicio para las Estructuras, Título IV del Reqlamento de Construcciones para el Distrito Federal, (Publicación 400). México, D. F.: Instituto de Ingeniería.

- 7.- Lin, T.Y. 1969. Diseño de Estructuras de Concreto Presforzado. Traducción al Español de la 2a. Edición en Inglés. - México, D. F. C.E.C.S.A.
- 8.- Parme, A.L. January 1969. "Prestressing Flat Plates". PCI Journal, 1-20.
- 9.- Rioboó, J. M. 1972. Curso Breve de Concreto Presforzado. - México, D. F.: Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, A.C.
- 10.- Robles, F. y Rioboó, J. M. 1972. Concreto Presforzado. Revista Ingeniería. Abril-Junio. México, D. F.: Facultad de Ingeniería. U.N.A.M.
- 11.- Scordelis, A.C., Lin, T. y Itaya, R. Diciembre 1959. - "Behavior of a Continuous Slab Prestressed in Two Directions". Journal of the American Concrete Institute., 441-448.
- 12.- Wang, C. H. June 1968. "Direct Design Method for Prestressed Concrete Slabs". PCI Journal, 62-72.
- 13.- Winter, G. y Nilson, A. H. 1972. Design of Concrete Structures. (International Student Edition, Eighth Edition). Tokio, Japan: Mc Graw-Hill.