UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS

COLEGIO DE PEDAGOGIA

ESTADISTICA SIN NUMEROS

V° B°

V° B°

T E S I N A

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE :

LICENCIADO EN PEDAGOGIA

P R E S E N T A :

SONIA PATRICIA VILLAMIL AVILA

México, D. F. 1984

Contenido

Pág.

Pág.

Segunda parte

Desarrollo del contenido del programa

I N T R O D U C C I O N

En el transcurso de mi formación profesional, viví en repetidas ocasiones, la angustia, propia y ajena, de tener que asimilar un conjunto de contenidos, inexplicables por ellos mismos, pero necesarios para algo. Dichos contenidos, no lo suficientemente bien asimilados en su momento, sembraron quizá la semilla inicial del presente trabajo.

Al iniciarme en la maestría en Pedagogía, y al tener que enfrentarme nuevamente a aquella inquietud dormida, surgió ya, de manera concreta, mi interés por intentar buscar los medios que permitieran a las generaciones futuras, alcanzar de manera más fácil, aquello que yo logré después de tantos tropiezos: comprender la utilidad y el alcance que tiene la Estadística en una disciplina como la nuestra.

Al irme adentrando un poco más en el hecho de la mala comprensión y aprovechamiento de la estadística en los alumnos de la licenciatura, comencé a ver que el problema dista mucho de ser exclusivo de la Pedagogía.

De las 24 escuelas y facultades de la UNAM. sólo 5 de ellas no llevan estadística, y de las 19 restantes, las del área humanística presentan una dificultad en el aprovechamiento y comprensión de la Estadística muy similar a nuestras Licenciatura. Ahora bien, el asunto se ve agravado al analizar el nivel inmediato anterior a la Licenciatura: el bachillerato.

Por ejemplo, según datos obtenidos en el Simposio de Estadística Universitaria 1983, se observa que, entre la generación 1971 y 1979 del Colegio de Ciencias y Humanidades, se detectaron 7,635 alumnos adeudando asignaturas de matemática, ocupando el 2° lugar de las materias de ésta área, Estadística II. Por otro lado, en el Colegio de Bachilleres la reprobación y deserción en matemática es alarmante, lo que ha llevado a las autoridades a buscar soluciones urgentes.

El problema está de tal manera generalizado, que se han realizado varios congresos para intercambiar métodos, ideas y opiniones al respecto. Más, el hecho de que el problema no sea explusivo de nuestra disciplina, no es razón para pasarlo por alto. La importancia de la estadística en el desempeño del pedagogo es grandísima y se torna necesario hacer algo.

Fue en el Seminario de Investigación Pedagógica, que dicta el Mtro. Enrique Moreno y de los Arcos donde obtuve la primera luz que guió esta investigación.

En el año de 1976, el Mtro. Moreno, en la Universidad de Baja California Sur, introdujo en curso de Historia de la Matemática a los alumnos del tronco común para facilitarles el acceso a las subsecuentes asignaturas del área(*).

Comentando sus experiencias con el curso y ya con un interés concreto por nuestra Licenciatura, decidí retomar la

---

*) Moreno y de los Arcos, Enrique. Seminario de Investigación Pedagógica, 1982.

idea y desarrollarla pensando en los pedagogos, lo que ahora pongo a su consideración como propuesta de una alternativa de solución al rechazo y alto índice de reprobación en las asignaturas de estadística en la licenciatura en Pedagogía.

En el capítulo I, se describe con detalle el problema tomando como base algunos datos cuantitativos e información anecdótica para, a partir de ellos, elegir de entre las posibles causas pedagógicas que influyen en el problema una: los conocimientos previos que sobre matemática y estadística tiene el alumno.

Se propone así un curso propedéutico a la asignatura de Estadística Aplicada a la Educación I basado en la historia de la matemática. En él, se intentará demostrar al estudiante el desarrollo siempre lógico de esta ciencia desde sus orígenes hasta llegar a la estadística con el fin de que se familiarice con sus términos, sus métodos y su lógica.

A partir de este curso se pretende realizar, en un trabajo posterior, una experimentación que nos permita aceptar o rechazar nuestra hipótesis y, según lo obtenido, sugerir algunos cambios al plan de estudios de la Licenciatura.

En los capítulos II al V se desarrollan los contenidos del curso propuesto, iniciando con la aritmética y el álgebra para terminar, después de pasar por la geometría, el cálculo y el infinito, con el surgimiento de la estadística y su aplicación en la investigación pedagógica. El lenguaje utilizado en todo el desarrollo es, deliberadamente, cotidiano ya que lo que se pretende es evitar todos los obstáculos que impidan la comunicación libre y directa con el estudiante.

De esta manera, y con las limitaciones del caso, aporto mi primer grano de arena a la resolución del problema de rechazo de los estudiantes de Pedagogía hacia la Estadística.

Finalmente quiero agradecer a la Mtra. Libertad Menéndez Menéndez no sólo su asesoría y guía durante el desarrollo del trabajo sino también el profundo cariño que despertó en mí por el mismo. A su vez, agradezco a mis padres y a Pepe el apoyo prudente y siempre oportuno sin el cual no habría posido realizar lo que me propuse y a todas aquellas personas que, directa o indirectamente, hicieron posible este trabajo.

CAPITULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

UNA PREOCUPACION INICIAL

La Matemática, con las ramas que la componen, es sin duda la primera ciencia que nos viene a la mente cuando se menciona la materia más difícil de la escuela. Está asociada con el temor a las calificaciones más bajas y los laberintos más complejos, en los que podemos perdernos al estudiar. Gran cantidad de alumnos la abandonamos felizmente después del bachillerato, al buscar una carrera "humanística" que nada tenga que ver con ella. Tal es la creencia en el caso de la Pedagogía.

Al ingresar a la Universidad para estudiar la licenciatura, los alumnos creemos -y deseamos con todas nuestras fuerzas- no volver a involucrarnos con la Matemática y mucho menos con la Estadística, ya que esta última nos presenta un panorama aún más obscuro que la primera, formado por hileras interminables de símbolos desconocidos.

Sin embargo, a pesar de nuestras creencias y deseos, en el tercer semestre de la licenciatura aparece por vez primera y de manera obligatoria, el tan temido monstruo: la materia de Estadística Aplicada a la Educación, en la que se presume el índice más alto de reprobación. A partir de ésta se dejan venir una serie de asignaturas relacionadas con la Estadística, tales como Pedagogía Experimental, a escoger de entre dos materias, Teoría y Práctica de la Investigación, a escoger de entre tres, Taller de Metodología de la Investigación y Taller de Estadística Aplicada a la Educación, optativas.

La reacción de la mayoría de los alumnos ante estas asignaturas, es de huída. Las consideramos como exclusivas de personas altamente inteligentes y pocas veces apreciamos su verdadera importancia ya que, el pensar general, es que no están directamente relacionadas con la Pedagogía y si lo estuvieran, sería en mucho menor grado que las materias del área de didáctica y/o psicología.

Este criterio, aunque bastante generalizado, está muy lejos de ser verdad. La Estadística es, entre las ramas que ha desarrollado la Matemática, la que más se utiliza para el avance de las ciencias sociales y es la que nos permite enriquecer el marco teórico propio de cada una de las diferentes disciplinas que, como la Pedagogía, manejan un tipo de datos muy característicos y difíciles de cuantificar y generalizar.

LA ESTADISTICA EN LA LICENCIATURA EN PEDAGOGIA

Como dijimos en párrafos anteriores, el plan de estudios de la Licenciatura en Pedagogía contempla, en su tercero y cuarto semestres, la asignatura de Estadística Aplicada a la Educación. Previa a esta materia y con ese mismo carácter, no encontramos en el plan de estudios ningún curso que nos acerque a ella. Aunque podrían considerarse como antecedentes los cursos de Iniciación a la Investigación I y II, en ellos se tratan básicamente principios de metodología de la investigación, dejando aparte los tratamientos estadísticos. Así tenemos que los conocimientos antecedentes requeridos provienen, necesariamente, del nivel de bachillerato. La situación se agrava en esta área específica cuando el estudiante procede de escuelas normales.

Sin intentar emitir un juicio de valor en torno a los conocimientos impartidos en el ciclo de bachillerato en este campo del conocimiento, me basta, para efectos de esta preocupación, por un lado, la carencia del requerido enfoque social y por otro, los efectos del tiempo transcurrido.

Muchos autores han afirmado, con fundamento, que existe dificultad en el aprendizaje de la Matemática y se han dado al estudio de las posibles causas de este fenómeno. Para efectos de este trabajo, intentamos averiguar si dicha afirmación es también aplicable a la Estadística en nuestra licenciatura. Con este propósito incluímos a continuación, con carácter meramente descriptivo, las calificaciones finales obtenidas por estudiantes de la Licenciatura en Pedagogía, en dicha asignatura, en los semestre 77-1 a 83-2.

TABLA No. 1

ASIGNATURA: ESTADISTICA APLICADA A LA EDUCACION (*)

SEMESTRE EN LOS QUE SE IMPARTE: 3° y 4°

CARACTER: OBLIGATORIA.

SEMESTRE	PROMEDIO	No. DE ALUMNOS INSCRITOS	N.P.	% N.P.
77-1	6.93	230	0	-
77-2	6.50	238	0	-
78-1	6.85	280	0	-
78-2	6.96	246	0	-
79-1	6.79	353	11	3.1 %
79-2	6.82	336	6	1.8 %
80-1	6.85	346	10	2.9 %
80-2	7.49	333	81	24.3 %
81-1	7.73	409	108	26.4 %
81-2	7.93	402	101	25.1 %
82-1	7.46	412	128	31 %
82-2	7.66	407	189	46.4 %
83-1	7.88	532	168	31.6 %
83-2	7.70	393	113	28.7 %

* Datos proporcionados por la Mtra. Ofelia Escudero, titular de la asignatura en el Colegio de Pedagogía de la Facultad de Filosofía y Letras de la UNAM y por el Departamento de Cómputo de la misma Facultad.

En la primera columna se indican los semestre de los años 77 - 83 y los períodos (primero o segundo) a los que se hace referencia. La columna de PROMEDIOS muestra la media obtenida de las calificaciones de los alumnos que se presentaron a examen -ordinario o extraordinario- de cada generación. Los alumnos que obtuvieron NP, esto es, que no se presentaron a examen final no fueron incluídos en el promedio por la imposibilidad de determinar cuántos de ellos llevaron normalmente el curso y por alguna razón no se presentaron al final, y cuántos ni siquiera se presentaron regularmente.

La tercera columna se refiere al total de alumnos inscritos en cada semestre en dicha asignatura; la cuarta, el número de alumnos que no presentaron y la última, el porcentaje de alumnos que no presentaron.

Por sí solo este cuadro no es indicador de una situación problemática en el rendimiento de la materia. Sería necesario compararlo con el de otra asignatura impartida en el mismo semestre para poder estimar, de manera tentativa, si existe o no, una diferencia significativa entre ambas, y si ésta apoya la idea del rechazo hacia la Estadística. Decimos "de manera tentativa", tomando en cuenta que no se realizó una selección al azar, ni se controlaron las posibles variables involucradas.

Para llevar a cabo la comparación, se eligió la materia de Didáctica General, por varias razones:

1) No aparecen números en sus contenidos y si la hipótesis propuesta es válida, deberá hacer un mayor rendimiento en ella.

2) Se imparte en el mismo semestre que Estadística y con un carácter igualmente obligatorio.

3) Se le considera, al contrario que la Estadística, como una asignatura "pedagógica por excelencia".

Observemos el cuadro descriptivo de la asignatura de Didáctica.

TABLA No. 2

ASIGNATURA: DIDACTICA GENERAL (*)

SEMESTRES EN LAS QUE SE IMPARTE: 3° y 4°

CARACTER: OBLIGATORIA.

SEMESTRE	PROMEDIO	No. DE ALUMNOS INSCRITOS	N.P.	% N.P.
77-1	7.45	257	0	-
77-2	7.39	242	0	-
78-1	7.25	263	0	-
78-2	7.16	252	0	-
79-1	7.31	315	6	1.9 %
79-2	7.33	312	9	2.9 %
80-1	7.30	315	13	4.1 %
80-2	8.14	305	83	27.2 %
81-1	8.54	430	107	24.9 %
81-2	8.50	395	72	18.2 %
82-1	7.66	380	109	28.7 %
82-2	8.02	406	179	44.1 %
83-1	8.15	511	160	31.3 %
83-2	7.42	419	99	23.6 %

* Datos proporcionado por la Lic. Laura Rojo, titular de la asignatura en el Colegio de Pedagogía de la Facultad de Filosofía y Letras de la UNAM y por el Departamento de Cómputo de la misma Facultad.

Comparemos ahora las calificaciones obtenidas en ambas materias, para observar si existe realmente una diferencia significativa entre ellas.

Para la comparación se utilizó la t de Student, prueba estadística que demuestra, precisamente, si la diferencia entre dos medias es significativa.

Calculamos tantas t como fue necesario, tomando como base los pares de semestres respectivos. Así, por ejemplo, comparamos el semestre 77-1 de Estadística, con el semestre 77-1 de Didáctica y así sucesivamente.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

TABLA No. 3

RESULTADOS DE SIGNIFICACION ESTADISTICA, A TRAVES DE LA t DE STUDENT, PARA OBSERVAR SI EXISTE DIFERENCIA ENTRE LAS CALIFICACIONES OBTENIDAS EN LOS GRUPOS DE LAS ASIGNATURAS DE ESTADISTICA Y DIDACTICA.

SEMESTRE	MEDIA ESTAD.	n ESTAD.	MEDIA DIDAC.	n DIDAC.	t	p	SIGNIFICACION
77.1	6.93	230	7.45	257	3.0667	.01	si
77-2	6.50	238	7.39	242	5.0706	.01	si
78-1	6.85	280	7.25	263	2.3845	.02	si
78-2	6.96	246	7.16	252	1.20661	.1	no
79-1	6.79	342	7.31	309	3.9270	.01	si
79-2	6.82	330	7.33	303	3.5709	.01	si
80-1	6.85	336	7.30	302	3.1387	.01	si
80-2	7.49	252	8.14	222	4.1136	.01	si
81-1	7.73	301	8.54	323	6.4183	.01	si
81-2	7.93	301	8.50	323	3.9595	.01	si
82-1	7.46	284	7.66	271	1.2416	.1	no
82-2	7.66	218	8.02	227	2.1827	.05	si
83-1	7.88	364	8.15	351	2.5866	.01	si
83-2	7.70	280	7.42	320	1.8219	.1	no

Observando la tabla anterior, puede verse en la columna de "p" que sí existe una diferencia considerable entre el aprovechamiento obtenido en la asignatura de Didáctica y el obtenido en la de Estadística, en la mayoría de los semestres apoyando nuestra idea del mayor aprovechamiento en las asignaturas sin números y, en los que no hay diferencia (.1), el dato es lo suficientemente pequeño como para indicar que la hipótesis podría confirmarse tentativamente. Esto nos demuestra el bajo aprovechamiento que obtienen los alumnos en Estadística, fenómeno que puede etiquetarse como "actitud negativa" para el aprendizaje de las materias con números.

POSIBLES CAUSAS DE UNA ACTITUD NEGATIVA

Esta actitud negativa de la que hemos venido hablando a lo largo de las páginas anteriores y que generalmente se tiene hacia la Matemática, ha sido una preocupación constante tanto, para los que se dedican a cultivarla, como para los que buscan enseñarla. Los intentos para explicarla han sido muchos y estos han demostrado que no se debe a uno, sino a diversos factores, que van confluyendo para provocar la aparición del fenómeno. Como cita el Sr. Hernández Escalante, el rechazo a la matemática no es una enfermedad, sino un síntoma... el síntoma de una enfermedad llamada matetofobia[1]

Jurguin, por ejemplo, con base en una encuesta realizada entre los egresados de secundaria, que ingresaban a uno de los centros de enseñanza superior de Orientación Técnica en la URSS, menciona que suelen darse dos puntos de vista en relación con la Matemática:

- Son muy aburridas y mecánicas
- Son demasiado complejas[2].

Ambos puntos son indicadores del poco gusto que tiene el estudiante hacia esta ciencia. No se acercan a ella, ni

---

1) Hernández Escalante A. "Metodos y medios para la enseñanza de la matemática" en el Congreso metropolitano de enseñanza y aprendizaje de la matemática a nivel medio superior. 31

2) JURGUIN, YA. Bueno, ¿y qué?, 33

les gusta, porque no la comprenden. De esta manera, se forman una concepción errónea alrededor de ella: llena de magia, misterio y complejidades. Tan es así que, muchos de nosotros, identificamos al matemático como un tipo vestido con negligencia, distraído, miope, de edad indeterminada y que al andar tropieza con personas y objetos.

Bien, pero el problema sigue en pie, ¿por qué se dificulta el aprendizaje en lo general y el de la Matemática en lo particular?

Se han realizado diversos estudios para aclararlo un poco y determinar las posibles causas que lo provocan. John K. Caster, por ejemplo, analizó la actitud hacia la escuela en 878 alumnos de secundaria, encontrando que, aquellos procedentes de familias con nivel alto, tenían una actitud más positiva, que los procedentes de familias con nivel bajo. Esto se debía, aparentemente, al fracaso de los últimos en contraste con el éxito de los primeros. El hecho de ser menos populares, recibir peores calificaciones y comprobar que tenían un menor potencial intelectual, hacía tener una actitud desfavorable a los chicos con un bajo nivel socioeconómico. En conclusión, las experiencias determinan muchas veces las actitudes (3).

Elías Tuma y Norman Livson, realizaron un estudio similar, analizando en 48 adolescentes sus actitudes hacia la

3) SORENSON, HERBERT. La psicología en la educación, 360.

escuela y el hogar, en relación con el status socioeconómico de los sujetos. El resultado fue que, a menor nivel socioeconómico, correspondía un mayor índice de hostilidad a la autoridad (4).

La mención de estos estudios tiene por objeto demostrar cómo se ha ido atacando el problema desde diferentes ángulos y sobre todo, recalcar la importancia que se está dando al mismo y el interés que han tenido diferentes investigadores por resolverlo.

Veamos ahora otros estudios directamente relacionados con nuestro tema, que es el aprendizaje de la Matemática. Thomas Poffenberger y Donald Morton, estudiaron la actitud, precisamente, hacia la Matemática, con 390 estudiantes de secundaria y concluyeron que había, entre otros, ciertos factores que jugaban un importante papel en el problema. Los principales fueron:

- El medio ambiente familiar
- Exito en la materia
- El maestro (5)

---

4) IBIDEM, 364

5) POFFENBERGER, THOMAS. En: Ma. del Socorro Martínez O. Las actitudes, su medición e importancia en el campo pedagógico, 109 Tesis para optar por el título de Lic. en Pedagogía, Universidad de Veracruz, Jalapa, Ver.

Por otro lado, David Bergamini, habla de la Matemática como "una lengua cuyo vocabulario está formado por una serie de símbolos, que permiten al científico resumir su pensamiento" (6). Se ha pensado que una posible razón del rechazo del alumnos hacia esta ciencia, bien podría ser el desconocimiento de su vocabulario. Aunque, como dicen Kasner y Newman, la Matemática es una ciencia que, "dice cosas difíciles con palabras fáciles", si no se comprende el significado de esas palabras fáciles, no se podrá alcanzar el conocimiento de las cosas difíciles (7).

Además, la gran mayoría de los sistemas pedagógicos modernos, tales como el Montessori, el Faure, etc. sostienen la idea de la importancia de manejar las clases de Matemática a determinadas horas del día, argumentando que el alumno viene más despejado y con mayor capacidad de comprensión. En México, también se han llevado a cabo gran cantidad de estudios. El Lic. Guillermo Gómez González, por ejemplo, afirma que algunas razones por las cuales los estudiantes rechazan las asignaturas de Matemáticas, son la falta de motivación, de orientación vocacional y el uso exclusivo del gis y pizarrón para impartirlas (8). Por otra parte, Andrea López Pineda y Laura Prianti Cantón suponen, a partir de su experiencia en

---

6) BERGAMINI, DAVID. Matemáticas, 8

7) KASNER Y NEWMAN. Matemáticas e imaginación, 18

8) GOMEZ GONZALEZ, G. "Los audiovisuales en Matemáticas" en Congreso Metropolitano de enseñanza y aprendizaje de la matemática a nivel medio superior, 20.

en el Colegio de Bachilleres, que es el abismo existente entre las habilidades y conocimientos que tienen los alumnos al ingresar y los programas de estudio propuestos para ese ciclo una de las principales razones del rechazo a la Matemática(9).

Todos estos aspectos giran alrededor de la labor realizada en el aula y a ellos podemos agregar muchos más, que no hemos mencionado y que resultan igualmente importantes para intentar explicar el fenómeno de nuestro interés. Por ejemplo, la deficiente alimentación del alumno, su nivel intelectual, la técnica de enseñanza y el programa, entre otros. Cada uno de estos puntos podría ser motivo para una investigación profunda y arrojaría interesantes datos a los ya reunidos en torno al problema.

Estos breves ejemplos nos muestran la manera en que algunas ciencias como la Psicología, la medicina y la Sociología han abordado el problema, desde sus propios enfoques, y han ayudado a enriquecer el conocimiento que tenemos del por qué de esta actitud hacia todo lo que son números.

Es hora ya de que los pedagogos colaboremos también en la búsqueda de factores que intenten explicar este fenómeno.

Siguiendo los lineamientos que propone Mario Bunge, acerca del estudio de los problemas en el nivel preciso que

---

9) LOPEZ MEDINA, ADREA y LAURA PRIANTI, "Programa remedial para la enseñanza de la Matemática al inicio del bachillerato" en _Ibidem_, 23.

les corresponde, creemos que el pedagogo puede aportar grandes conocimientos si enfoca sus investigaciones en un nivel estrictamente pedagógico. El tratar de buscar la razón de una actitud negativa hacia la Matemática investigando el coeficiente intelectual, la nutrición o el nivel socioeconómico del estudiante, no sería una búsqueda errada si el investigador fuera un psicólogo, un médico o un sociólogo, respectivamente. Pero al tratarse de un pedagogo, estaría realizando un trabajo que no le correspondería en primera instancia.

En consecuencia, hay muchas causas que pueden estar influyendo en el rendimiento escolar de los alumnos en las asignaturas con números. A nosotros, los pedagogos, corresponde de estudiar, primeramente, aquellas que se refieren al ámbito estrictamente pedagógico, como son el programa, el maestro, el aula, la formación académica previa, etc.

Personalmente y aunque consciente de que el presente trabajo adolece de una justificación teórica profunda y su basamento, hasta lo aquí expuesto, podría considerarse en rigor, como información anecdótica, me atrevo a presuponer, con base en experiencias reunidas y ante la imposibilidad de abarcar un estudio con todas las posibles variables involucradas como factor causal del problema enunciado, los conocimientos previos relacionados con la asignatura de Estadística.

En consecuencia, mi hipótesis está orientada hacia el hecho de que gran parte del problema de actitud hacia la Mate mática, está provocado por una inadecuada "presentación" de la materia al estudiante. La Matemática, se ha ido desarrollando, a lo largo de la historia, de una manera lógica. El pensamiento humano no pudo descubrir la multiplicación sin antes aprender a contar; hubo de cubrir paso a paso una secuencia lógica para lograrlo. Sin embargo a pesar de todos los conocimientos ya descubiertos, el profesor pocas veces se preocupa por mostrar esta secuencia lógica y se dedica a enseñar resultados: multiplicaciones; divisiones; trigonometría; álgebra o estadística, aisladas de un contexto que les dé sentido y razón de ser.

PROPUESTA DE SOLUCION EN UN NIVEL PEDAGOGICO

Con base en lo expuesto hasta aquí, podemos desprender que en nuestra licenciatura, se repite el fenómeno que venimos arrastrando desde nuestra formación elemental. Se ofrece al estudiante información acabada sobre una gran cantidad de símbolos, pero no se le permite caminar, paso a paso, como lo ha hecho la mente humana, a través del mundo progresivo, y siempre lógico de la majestuosa Matemática.

En ese sentido mi hipótesis quedaría formulada de la siguiente manera:

"Si los alumnos del segundo semestre de la Licenciatura en Pedagogía llevaran un curso propedéutico previo a la asignatura Estadística Aplicada a la Educación y relacionado con el desarrollo histórico de la Matemática, entonces, obtendrían un mayor rendimiento escolar en dicha asignatura".

Como hemos comentado, mi propósito es presentar esta alternativa de solución y aportar a largo plazo, aunque con las necesarias limitaciones, una experimentación de carácter estrictamente pedagógico.

Se presenta un proyecto de programa a desarrollar, basándose en la evolución histórica de la Matemática, que será la ventana a través de la cual podremos ver más claramente el desarrollo y el por qué, de cada uno de los elementos que la forman.

Propongo que este programa se utilice en un curso con carácter propedéutico, que sea impartido a los alumnos que habrán de ingresar al tercer semestre de la Licenciatura y que, posteriormente, seleccionando el modelo idóneo, se realice una experimentación en la que se comparen los resultados obtenidos en la asignatura de Estadística Aplicada a la Educación, entre los alumnos que hayan llevado el curso y los que no lo hayan hecho.

SUGERENCIA DE PROGRAMA DEL CURSO PROPEDEUTICO A LA ASIGNATURA DE ESTADISTICA APLICADA A LA EDUCACION.

Los temas que se presentan a continuación, se eligieron, por un lado, por ser los que marcan de manera general el avance progresivo y siempre lógico de la Matemática y por otro, porque son los que el alumno requerirá generalmente para efectos de sus propias necesidades estadísticas.

PROGRAMA PROPEDEUTICO DE INGRESO A LA ASIGNATURA DE ESTADISTICA APLICADA A LA EDUCACION

I. ASIGNATURAS ANTECEDENTES.

De las 14 materias que debe llevar el alumno, previamente a nuestro curso, como ya mencionamos, solamente dos se relacionan en parte con él:

INICIACION A LA INVESTIGACION PEDAGOGICA I

INICIACION A LA INVESTIGACION PEDAGOGICA II

En ellas se trabajan técnicas básicas de la investigación, como son: fichas bibliográficas, hemerográficas, documentales, partes de un trabajo, etc. Aunque estas materias no aparecen con números, ni operaciones, se consideran antecedentes por ser una introducción a la investigación.

II. ASIGNATURAS PARALELAS.

Dado que el curso se impartiría en el lapso comprendido entre el final del segundo semestre y principios del tercero, no existe ninguna asignatura paralela a él.

III. ASIGNATURA SECUENTES.

Al terminar el curso propuesto, el alumno llevará:

ESTADISTA APLICADA A LA EDUCACION I y II

PEDAGOGIA EXPERIMENTAL (a escoger de entre dos)

PSICOTECNICA PEDAGOGICA I y II

TEORIA Y PRACTICA DE LA INVESTIGACION SOCIOPEDAGOGICA (a escoger de entre 3)

TALLER DE ESTADISTICA APLICADA A LA EDUCACION (optativa)

TALLER DE METODOLOGIA APLICADA A LA EDUCACION (optativa)

IV. ANALISIS DEL TIPO DE ESTUDIANTE

Aproximadamente el 63% de los alumnos que podrían ingresar al curso provienen de preparatorias y C.C.H.*(10). En las primeras, la preparación para la Estadística es muy baja, ya que en el área de Humanidades Clásicas, que es la que debe cursarse para ingresar a Pedagogía, no se lleva Estadística, y la preparación en Matemática se limita a lo visto en el 1° y 2° años, que es, por lo general, geometría analítica y trigonometría. En el C.C.H., se percibe formación un poco más amplia aunque deficiente. La materia de Estadística se imparte, como optativa, en el 5° y 6° semestres. Debido a su derivación de la matemática, los alumnos eligen, en la medida de lo

10) RIVERO SERRANO, OCTAVIO. Evaluación y marco de referencia para los cambios académico-administrativos en Gaceta UNAM, número especial p. 5

* Colegios de Ciencias y Humanidades.

posible, otras materias para cubrir sus créditos[11]. Además aunque existen programas estructurados para esta materia, la mayoría de los profesores imparte lo que se le facilita más, o bien lo que vió en la licenciatura[12].

En estadísticas obtenidas en 1979, se vió que en ese año 3950 alumnos del C.C.H. adeudaban materias de matemáticas y que de ellas, el 45.6% adeudaba Estadística[13].

V. OBJETIVOS DEL CURSO.

1) Que el alumno adquiera una actitud positiva hacia la Matemática en general.
2) Que el alumno maneje el concepto, los antecedentes y las funciones de la Estadística.
3) Que el alumno reafirme los conocimientos elementales que se requieren para el estudio de la Estadística.
4) Que el alumno adquiera la visión panorámica de lo que serán las materias de estadística que cursará.
5) Que el alumno valore la importancia de la Estadística en la investigación pedagógica.

---

11) Sandoval, José Luis. "El ingreso y la enseñanza de la estadística en la UNAM". en: Simposio de estadística Universitaria 1983 p.58

12) Hernández M. Porfirio "La enseñanza de la estadística a nivel medio superior en: ibidem p. 72

13) Incera U. Francisco, et. al "Estadística de alumnos sin ingreso a nivel licenciatura de las generaciones 71-79 por adeudo de materias en el área de Matemáticas" en ibidem, p. 201

VI. SELECCION DEL CONTENIDO ESPECIFICO

El contenido girará fundamentalmente alrededor de la historia de la Matemática, pasando por el desarrollo de la Aritmética, el Algebra, la Geometría, el Cálculo y finalmente la Estadística.

VII. ORGANIZACION LOGICA, SECUENCIAL Y CONTINUA DEL CONTENIDO

- ¿QUIEN EMPEZO? Los cimientos de la Estadística
- UN AFAN POR COMPLICARNOS LA VIDA. Geometría, Cálculo e Infinito.
- Y LA ESTADISTICA, ¿POR QUE?
- LA ESTADISTICA EN LA INVESTIGACION PEDAGOGICA

VIII. RECURSOS TECNICOS

La forma de trabajo sería con base en lecturas y discusiones. Solamente en algunos casos se utilizaría la conferencia, complementándose con otras técnicas de enseñanza-aprendizaje.

IX. ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

- Lectura de diversos materiales
- Ejercicios simples de las operaciones tal y como se originaron.
- Cuadro comparativo que destaque los componentes del cálculo y la geometría.
- Cuadro sinóptico que contenga los elementos básicos de la estadística y la probabilidad. (Análisis)

- Breve ensayo en torno a las posibles aplicaciones de la estadística en el ámbito pedagógico.

X. RECURSOS MATERIALES Y DIDACTIVOS

- Material fotocopiado para las lecturas.
- Ejercicios impresos para resolver en clase.
- Láminas ilustrativas de diferentes procesos.

XI. MEDICION Y EVALUACION

Para tal efecto se realizará una medición por medio de un cuestionario de conocimientos básicos. Posteriormente se realizará la evaluación mediante un experimento. Para ello, se formarán dos grupos de sujetos, seleccionados al azar, entre la población de alumnos que sean aspirantes a ingresar al tercer semestre de nuestra licenciatura. El número de ellos estará dado estadísticamente a través de un pre-muestreo y mediante las fórmulas idóneas.

A continuación se procederá a otorgar a los grupos, mediante el azar, su calidad de control y de experimental. Posteriormente, realizaremos la investigación, con la adecuada vigilancia, aplicando al grupo experimental el curso propedéutico y dejando al grupo de control sin él. Por último, ofreceremos a ambos grupos el programa normal de Estadística y valoraremos los resultados a través del rendimiento escolar de los alumnos en ambos grupos.

Una vez que se tengan esos datos, procederemos a apli car el tratamiento estadístico idóneo para determinar si existe diferencia significativa entre las medias de los dos grupos y en su caso, aceptar la hipótesis alterna y estar en posibilidades de sugerir los cambios necesarios, en esta área del conocimiento, dentro de la estructura del plan de estudios de nuestra licenciatura.

CAPITULO II

¿QUIEN EMPEZO? LOS CIMIENTOS DE LA ESTADISTICA

¿Qué es la Matemática?. La idea predominante entre los que no nos dedicamos a ella, ni la conocemos a fondo, es que, al igual que la magia y la alquimia de la Edad Media, es practicada y entendida, sólo por un pequeño grupo de "seres raros" que saben muy poco acerca de lo que pasa fuera de sus "torres de marfil". Sin embargo, esos "seres extraños" no piensan lo mismo.

Quien ha probado, aunque sea un poco, de la enigmática y maravillosa ciencia de la Matemática, encuentra en ella un sentido mucho más profundo y relevante. La Matemática es la vía que nos permite llegar a las más elevadas aspiraciones del pensamiento creador y no es, como suele pensarse, la ciencia del sentido común, ya que puede sobrepasarlo y viajar aún más allá de la intuición. Con ayuda de la Matemática y de la imaginación, todo puede ser traído al dominio del hombre: desde lo muy pequeño hasta lo muy grande. No existe un límite real. Llegará hasta donde los pensamientos más audaces se lo permitan. Hasta donde las reglas que la rigen -que son las mismas que se aplican a las sinfonías de Beethoven, las obras de Da Vinci o las poesías de Homero- se lo autoricen.

Sin la imaginación, la Matemática estaría restringida al pensamiento bien ordenado, el que con frecuencia conoce la realidad hasta mucho después que su ligera amiga. Mas, ¿cómo es que este monumento surgió estable y majestuoso de entre un mundo de caos y cambios?

Todos los fundamentos de la Matemática se han desarrollado gracias a la sistematización de la lógica. Y la Lógica, ¿qué tiene que ver aquí? nos preguntamos. La Lógica es la ciencia que expone las leyes, modos y formas del conocimiento científico y la Matemática es, sin duda, un conocimiento científico. Así, ambas se han desarrollado juntas, hasta el grado en que la primera se ha hecho más "lógica" y la segunda más "matemática".

Desde los griegos podemos ver un interés por escribir sus demostraciones matemáticas, de manera que no quedara duda entre el paso de un razonamiento a otro. En esta forma, los filósofos empiezan a estar dominados por un esfuerzo, cada vez más consciente, de crear la Lógica en su sentido más general. A partir de la matemática deductiva, se edificó por un lado la lógica formal y por el otro, surgió el intento de aclarar la naturaleza y los conceptos básicos de la Matemática.

De hecho, dentro de la clasificación de las ciencias, la Lógica y la Matemática, se encuentran ubicadas en el ámbito de las formales, es decir, son independientes de los hechos y no requieren de una demostración empírica. Mario Bunge, lo explica argumentando que estas dos ciencias son independientes del mundo real, ya que se refieren a ideas formales y no a la explicación del mundo que nos rodea. Que el hombre apli que la Matemática, para explicar su realidad, es otro asunto (14)

De aquí podemos derivar el principio del que venimos hablando y es que, en esta ciencia, lo importante es que no existan contradicciones o incompatibilidades, dentro de sí misma. No importa si lo descubierto no tiene una aplicación directa con la realidad; siempre que haya una lógica interna, todo irá bien.

La Matemática fue creada por el hombre para explicarse el mundo que lo rodea. No hay trabas. Puede usarse cualquier símbolo, palabra o modismo, por más estrafalarios que parezcan, siempre y cuando "embonen" con lo ya establecido. En Matemática ¡todo se vale!

Si queremos comprender la maravillosa belleza y significado de la Matemática, es necesario comenzar por entender, ante todo, la aritmética, en virtud de que forma gran parte de lo que entendemos por la tan temible ciencia, aunque algunas veces sus atavíos sean sencillos y otros aparecen como más complicados.

La aritmética se inició hace mucho tiempo y puede decirse que el momento clave en su historia, se produjo cuando dejó de ser suficiente una solo mirada, para que el hombre prehistórico pudiese saber cuántos objetos y cuántas personas, se encontraban en su cueva. Nuestro hombre tuvo que buscar la forma de saber si había una hacha para cada cazador o si

---

14) BUNGE, MARIO. La ciencia, su método y su filosofía, 327.

tenía pieles suficientes para cubrir a su familia. Así surgió el arte de contar.

Este arte, ya fuera aplicado por los primitivos o por el mismo Einstein, consiste simplemente en equiparar, en hacer corresponder, los objetos de un conjunto -hachas- con los de otros -cazadores-. La Matemática llama rimbombantemente, a este proceso: "correspondencia recíproca uno a uno".

Los números aparecieron mucho después que el contar -o comparar- ya que ésto es tan natural para el hombre como los dedos de sus manos. Tan es así que, en un principio, los números y los dedos fueron la misma cosa, de ahí nuestro sistema decimal basado en los diez dedos de las manos.

Uno de los instrumentos más antiguos que ayudaron al hombre a contar fue el ábaco. Este fue un invento muy práctico que vino a darnos todos los "dedos" que nos faltaban para poder contar cuanto quisiéramos. Una de sus cualidades más importantes es la llamada "notación posicional", que se refiere simplemente al hecho de que el valor de cada disco, bola, piedrecilla, etc. se relaciona con la posición que ocupa. Así, un disco en el primer alambre representará una unidad, en el segundo una decena, en el tercero una centena, etc....

En el México prehispánico, los Aztecas utilizaron un instrumento equivalente que fue llamado Nepohualtzintzin. Este se forma por 91 teclas, separadas por una línea recta, siendo el valor de las de arriba de la recta 5 y de las de abajo 1.

Con él se pueden realizar no sólo los más complicados cálculos matemáticos, sino que también permite hacer interpretaciones astronómicas sorprendentemente exactas. (15)

No obstante, dichos instrumentos tienen un inconveniente, no pueden representar valores permanentes. Esto provocó que surgiera la idea de representar los números en forma gráfica. Basados en esta necesidad, los romanos crearon un sistema númerico bastante elaborado, pero, desgracidamente, rompieron con la idea del ábaco en cuanto al valor según la posición. En estos números no es importante su colocación, sino la cifra en sí misma y esto acarreó infinidad de problemas al tratar de realizar operaciones con ellos. Si no lo crees, ¡intenta resolver una suma como ésta!

MCCCLVIII
\+
MCLXXIX

Quienes encontraron el sistema númerico "ideal" fueron los Hindúes, a principios del siglo VI a.c. (16). Ellos tomaron como modelo el ábaco y lograron, al fin, un sistema que representara el valor de posición. Agregaron además uno de los avances más importantes de la Matemática: un símbolo especial que representara las hileras vacías del ábaco, al que llamaron "sifr", que significa vacío y que, atravesando por el concepto de "cifra", ha llegado hasta nosotros como cero.

---

15) ESPARZA H., DAVID. El Nepohualtzintzin, 60

16) ASIMOV, ISAAC. El reino de los números, 17

Este sistema fue adoptado por los árabes quienes lo llevaron a Europa. De ahí que los conozcamos como "números arábigos". Sobre este sistema numérico se ha desarrollado toda la Matemática actual, ya que permite, no sólo representar los números sino también realizar operaciones con ellos. Así, comienzan a surgir signos que representan las operaciones a efectuar. Se tiene idea de que en el siglo XVI, se comenzó a usar el símbolo indicador de la suma: + (17). Esta fue, seguramente, la primera operación que el hombre realizó con los números al verse en la necesidad de unir, en una sola, diversas cantidades, mas no fue la única. Sus necesidades deben haberlo llevado a idear, entre otras, una operación contraria a la suma. Esta fue la resta. Se piensa, aunque sin seguridad, que el signo de menos (-) data, al igual que el de (+), del siglo XVI.

Las necesidades de la humanidad fueron creciendo y cambiando. Los descubrimientos se fueron tornando poco prácticos al ser aplicados en determinados casos. Así, el tener que sumar repetidas veces la misma cantidad, llevó al hombre a buscar y crear, una nueva operación: la multiplicación.

Su nombre nos remite, automáticamente, a las monótonas repeticiones de las "tablas" de multiplicar, las que al ser mostradas y enseñadas, como un sonsonete aparentemente sin razón de ser, se convierten en una de las partes de la Aritmética más aborrecidas por todos. A pesar de ello, su fundamento es del todo lógico y, si lo analizamos, coincidiremos en

---

17) IBIDEM, 29

que su simplificación y mecanización han sido para tornarla más práctica y ponerla al alcance de cualquiera en poco tiempo, sin que ésto justifique el que no se explique, al menos al iniciar su enseñanza, la lógica que se esconde tras ella.

Mas no es nuestro objetivo el crear un manual de aritmética, sino presentar, en un panorama general, el desarrollo de esta interesante rama de la Matemática y buscar su conexión con la Estadística. Sigamos pues, adelante. Así como a la suma sigue la resta, la multiplicación tiene también una operación que la complementa: la división. La multiplicación fue el resultado de sumar repetidas veces, en tanto que la división es algo equivalente a restar en forma repetida.

Lo que nos indica el resultado de la división, es el número de veces que un número "cabe" en otro. A éste se le denomina "cociente", que se deriva de una palabra latina que significa "cuántas veces". Los mecanismos para desarrollarla son igualmente lógicos, como los de la multiplicación, y también se han ido simplificando para hacerla más accesible.

La división fue desarrollándose y esto provocó el surgimiento de varios descubrimientos: unos curiosos, otros prácticos, algunos interesantes y que mencionaremos brevemente por ser para la Matemática lo que la salsa para una buena comida. No son indispensable, ni medulares, pero aportan un toque muy especial que permite a èsta ciencia convertirse, en algunas ocasiones, en algo misterioso y complicado y en otras, en algo divertido, apoyando siempre, con su sola presencia el desa rrollo constante de esta disciplina. Vayamos, pues, a disfrutar en grande con algo pequeño.

Comencemos con los factores, nombre que seguramente has escuchado ya anteriormente. Se les llama factores a aquellas cifras entre las que puede dividirse un número de manera exacta. Así por ejemplo, los factores de 50 son 2,5,10 y 25, pudiendo incluírse el 1 y el propio 50. Estos dos últimos, el uno, y el número en cuestión, son eliminados con frecuencia como factores, por considerárseles universales. En este sentido, entenderemos como factores universales, "las cantidades que pueden aplicarse como tales, a cualquier cifra en determinados casos" (18). Se tiene noticia de que los babilonios conocían ya los factores. Más adelante mencionaremos algunas de las principales aplicaciones que dieron a estos números.

No todas las cantidades pueden ser divididas en forma exacta entre otras. A éstas suele denominárseles "números primos" y se les define como "aquellos números que sólo pueden ser divididos, de manera exacta, entre sí mismos". Ejemplos de números primos, son el 3,5,7 y 9, entre otros.

Los números no han sido clasificados solamente en estos dos grupos. Existen diversas denominaciones que se les han dado por características especiales encontradas en ellos y todas juntas forman nuestra "ensalada matemática". Mencionaremos

---

18) IBIDEM, 52

brevemente algunas de estas denominaciones para admirar su sencillez y belleza.

Una de ellas se encuentra en un relato de la vida de Beremiz Samir, un personaje imaginario que parece haber salido de las mil y una noches, y que es más conocido como "el hombre que calculaba". (19)

En un pasaje de su historia, se relata que él hubo de contar el número de pájaros que contenía la jaula del palacio de un rey, con sólo echarles un vistazo. Beremiz lo hizo pero, antes de mencionar la cifra, pidió que se dejara en libertad a tres de las aves y, una vez hecho esto, anunció que el número exacto eran 496. Ante la curiosidad de los espectadores, del por qué soltar tres aves siendo tan sencillo haber dicho 499, nuestro calculador explicó que 496 era un "número perfecto", por ser el resultado de la suma de los factores y por supuesto, era más honroso y notable, presentar este número al rey, que el simple y desabrido 499.

Junto a los números "perfectos", que nos presenta Beremiz Samir, están también los llamados números "abundantes", en los que la suma de los factores es mayor que el número mismo. El número doce, por ejemplo, es un número "abundante", porque sus factores, 1,2,3,4, y 6 suman 16. En ocasiones, la suma no alcanza la cifra propuesta, llamándose a estos números "deficientes". Un ejemplo de este tipo de números es el 10 cuyos factores: 1,2 y 5, suman solamente 8.

---

19) TAHAN, MALBA. <u>El hombre que calculaba</u>, 61

También surge otra relación: los números "amigos". Se les llama así, a aquellos en los que la suma de los factores de uno, es igual al otro y viceversa. Por ejemplo, 220 y 284, son de este grupo, pues los factores de 220 (1,2,4,5,10,11,20, 22,44,55 y 110) suman 284 y los de 284 (1,2,4,71 y 142) suman 220.

Además de estas relaciones llenas de fantasía, los factores determinan en gran parte la "funcionalidad" de un número. Esto es, si una cantidad tiene 6 factores, es más fácil trabajar con ella alguna operaciones, que con otra que solo tenga 1 ó 2. Por ejemplo, el número 10 tiene sólo dos factores: 2 y 5, mientras que el 12, tiene cuatro: 2,3,4 y 6.

Nuestro sistema numérico es decimal, es decir, tiene como base el número 10, cantidad que, como se mencionó antes, probablemente surgió del uso de los 10 dedos de las manos. Algunos especialistas piensan que habría sido más adecuado basarlo en el 12 y no en el 10 por tener el primero más factores. Es aquí donde mencionaremos las aplicaciones que los babilonios dieron a los factores. Ellos buscaron la forma de combinar el 10 y el 12 para obtener un número cuyos factores fueran 2,3,4, 5 y 6. El más pequeño que encontraron fue el 60. Así dividieron el año en 360 días (60 x 6) y la tierra en 360 grados, las horas en 60 minutos y éstos en 60 segundos.

Siguiendo con las relaciones entre los números, hubo otra muy interesante descubierta por los griegos, que posee no sólo fantasía sino, también, infinidad de aplicaciones en la

Matemática actual. Esta relación fue la encontrada, entre los números y las figuras geométricas. Los griegos fueron esencialmente geómetras y gustaban de combinar puntos para formar figuras. Llamaron "números triangulares", los que tienen el número exacto de puntos que se necesitan para formar un triángulo. Así pertenecen a este grupo, entre otros, el 1,3,6,10,15, etc...

```
                                      *
                       *             * *
            *         * *           * * *
  *        * *       * * *         * * * *
 * *      * * *     * * * *       * * * * *
  3         6          10              15
```

Los que tienen la cantidad de puntos necesarios para formar un cuadrado, fueron los "números cuadrados", por ejemplo, 1,4,9,15,25 etc...

```
                                 * * * * *
                      * * * *    * * * * *
          * * *       * * * *    * * * * *
  * *     * * *       * * * *    * * * * *
  * *     * * *       * * * *    * * * * *
   4        9            16          25
```

También sacaron a la luz los números cúbicos: 1,8,27, 64, etc. Si observamos la secuencia de estos tres grupos de números, podremos ver la relación de suma entre ellos:

TRIANGULARES: 1, 1+2=3, 1+2+3=6, 1+2+3+4=10, 1+2+3+4+5=15 etc. En éstos existe una suma de los números en secuencia.

CUADRADOS: 1+3=4 4+5=9, 9+7=16, 16+9=25, etc. Aquí hay una suma de los números impares a partir del último obtenido.

CUBICOS: 3+5=8, 7+9+11=27, 13+15+17+19=64, etc. En ellos observamos la suma de los números impares, pero aumentado una cifra cada vez.

Además de esta relación de suma, encontramos una de multiplicación, en los números cuadrados y cúbicos. Esta es la relación que manejamos comunmente:

2x2=4, 3x3=9, 2x2x2=8 etc.

¿Sabías el principio que se enconde tras estas multiplicaciones?. Ciertamente resulta más complicado que éstas pero, al conocerlo, dejan de ser algo extraño para nosotros apareciendo, de repente, como "viejas amigas".

Los números que hasta aquí se han presentado nos resultan sencillos y conocidos. Pero hubo un descubrimiento más, que abrió a la Matemática un inmenso horizonte de nuevas posibilidades y que, con mucha frecuencia, nos provoca dolores de cabeza. Este lo realizaron los chinos y los hindúes (o al menos ya ambos lo conocían antes de la Era Cristiana): fue el descubrimiento de los número negativos (20).

Dejemos pues las relaciones curiosas o simpáticas, que hasta aquí hemos venido mencionando y adentrémonos nuevamente en la Matemática más difundida.

A pesar de su antigüedad, hasta el siglo XVI se mantuvo la creencia de que era imposible restar 8-9, porque el resultado sería menos que nada y no era posible que hubiera algo menor que nada. Como resultado de la práctica fue introduciéndose la idea de adoptar la noción de positivos a los nú -

---

20) KASNER Y NEWMAN, op.cit, 81

meros cuya existencia era "real" y negativos, a los que aparentemente no existían, por la palabra latina "negar".

El uso cada vez más frecuente de los signos negativos, provocó la necesidad de organizar la "ley de los signos", que nos permite trabajar de igual manera con signos negativos o positivos. Lo que se modifica es el comportamiento de éstos, no el de los números.

Esta ley indica que:

$$(+)\ (+) = + \qquad (+)\ (-) = -$$

$$(-)\ (-) = + \qquad (-)\ (+) = -$$

Si llevamos esta ley al ámbito de lo poético, podríamos corroborar su uso frecuente. Un ejemplo de ello es la frase de un poeta alemán, quien maldice a su enemigo diciéndole: "Que no puedan los perros no desenterrar tus huesos" (-) (-) lo que da a entender, siendo dos negaciones, que los perros puedan desenterrar los huesos de su enemigo... (+)(21)

Así como la operación 8-9 nos llevó al descubrimiento de los números negativos, la operación $3 \div 6$ produjo un caos parecido. Sería inútil afirmar que esa operación es imposible simplemente porque no hay ningún número que multiplicado por 6 dé 3. La Matemática no podía detenerse ante un caso como este. Había que buscar la forma lógica de introducir esta operación al ya inmenso bloque de conocimientos ordenados. La solución fue encontrada. La humanidad rompió sus unidades ge

---

21) NIKLITSCHEK, ALEXANDER. El prodigioso jardín de las matemáticas, 21.

nerales de medición en otras más pequeñas y les dió el nombre de "quebrados" o "fracciones", que han constituído otro de los grandes "cocos" de la Matemática. Sin embargo, los quebrados no son más que divisiones planteadas, pero no efectuadas. Estos pueden someterse a las operaciones que uno desee sin presentar grandes complicaciones. A pesar de ello, sus sencillas reglas han sido olvidadas por la mayoría de nosotros y esto se debe a que, actualmente, las fracciones decimales los han desplazado.

Las fracciones decimales cubren la desventaja de los quebrados en el sentido de que éstos no nos proporcionan el valor de posición, pero presentan el problema de manejar los puntos decimales. Una regla que puede sernos útil para evitar esta dificultad, consiste en comprobar que la cantidad de guarismos que se encuentra a la derecha del punto antes de efectuar la operación, es la misma que deberá aparecer en el número resultante.

Las cuatro operaciones básicas, mas las diversas relaciones que hasta aquí hemos visto, son los que forman la Aritmética y, en mayor o menor grado, todos las recordamos y manejamos con frecuencia. Aunque nuestro conocimiento general está más allá del adquirido en primaria, poco a poco han aparecido cuestiones para las que la aritmética resulta insuficiente, haciéndose necesario que surja una nueva rama de la Matemática que nos sirva de apoyo: el álgebra.

En efecto, el álgebra es una parte de la matemática que nos permite reducir grandes problemas a los términos simples de una ecuación (22). La ecuación, en el idioma algebraico, es la "traducción" de problemas abstractos o numéricos, a una lengua regida por principios determinados. Podríamos definirla como: el enunciado matemático que indica una afirmación y cuyo elemento esencial es el signo "igual a". En la ecuación se utilizan letras además de números. Esto fue necesario en el lenguaje matemático pues se requería expresar conocimientos y leyes generales.

Entre las letras más utilizadas tenemos la "X" o incógnita, que representa lo que no conocemos y queremos encontrar. Con ella tenemos una de las nociones más importantes en el arte de establecer fórmulas matemáticas. Así, por ejemplo, si quisiéramos representar la siguiente igualdad: "La calificación final de un alumno del cuarto grado, es igual a la suma de las calificaciones de español a las que llamaremos "E", de inglés (I) y dos veces la de conducta (C) divididas entre cuatro", lo haríamos de siguiente manera:

$$X = \frac{E + I + 2C}{4}$$

En esta ecuación la X representa como incógnita, el promedio final del alumno del cuarto año, dato que desconocemos y las otras literales indican datos ya conocidos o que

22) BERGAMINI, DAVID. op. cit. 59

podemos obtener.

Las ecuaciones, son con frecuencia, el primer obstáculo fuerte con el que tropezamos al intentar estudiar Matemática. Esto provoca que se les trate "con pinzas", sin tomar en cuenta que con ellas podemos hacer cuanto se nos antoje, siempre y cuando se haga lo mismo en ambos lados de la igualdad.

Así, la siguiente ecuación: $3a + b = 27$ no deja de ser verdadera, si agregamos $\frac{14c}{21}$ en ambos lados de la igualdad: $3a + b + 14c/21 = 27 + 14c/21$ Sencillo, ¿no?

El estudio sobre el origen del álgebra, nos remite al papiro de Rhind donde se demuestra que los egipcios ya la vislumbraban en 1700 A.C. (23). De ahí ha ido evolucionando, hasta nuestros días, ampliando enormemente la aritmética. Con mucha frecuencia, al álgebra, se le llama la aritmética de las siete operaciones, porque, a las cuatro ya conocidas, agrega:

- La elevación a potencias
- La radicación y
- El cálculo logarítmico (24)

Analicemos estas nuevas operaciones. De la misma manera que contar repetidamente dió lugar a la suma y su operación contraria, la resta y el sumar repetidamente originó la multiplicación y con ella la división, si multiplicamos en forma re

---

23) PERELMAN, J. Algebra recreativa, 11

24) IBIDEM, 161

petida la misma cifra, encontraremos la elevación a potencias.

Esta operación se representa con dos números: la base y el exponente. El exponente indica el número de veces que la base tendrá que multiplicarse, por sí misma, para obtener la potencia.

Los exponentes surgieron ante la necesidad, que tuvieron principalmente los astrónomos, de trabajar con cantidades demasiado grandes o demasiado pequeñas, ya que los exponentes, son una forma abreviada de presentar los números.

Tienen la ventaja de convertir la multiplicación en suma y la división en resta. Para multiplicar dos números exponenciales lo único que se hace es sumar los exponentes y esa suma dará el resultado de lo que sería una larga multiplicación.

$$2^2 \times 2^3 = 2^5$$

En la división el principio es el mismo, pero con resta:

$$2^6 \div 2^2 = 2^4$$

Una importante aplicación de las potencias, son las llamadas "potencias de diez" (10^3, 10^5 , etc.). Estas nos permiten expresar cantidades grandísimas o pequeñísimas, de manera que se ajusten a nuestro sistema decimal $1000=10^3$.

Ahora nos preguntamos, ¿cuál sería la operación que correspondería a las potencias, si a la suma corresponde la resta y a la multiplicación la división?. Aquí es donde hace su aparición la radicación, la segunda operación agregada por el álgebra y que es mejor conocida, por nosotros, como raíz.

Esta consiste en dividir en forma repetida. El símbolo que la representa ($\sqrt{\ }$) se deriva de la letra latina "r", la primera de la palabra "radix" (raíz) (25).

La mayoría de los números no poseen una raíz exacta, de ahí que se les llame "irracionales". La raíz de 2, por ejemplo, da como resultado un número infinito de decimales:

$$\sqrt{2} = 1.414235.....$$

A las pocas cantidades que tienen una raíz exacta, como $\sqrt{4} = 2$, se les llama "racionales". Aunque este hecho constituye aparentemente, un obstáculo para el uso de esta operación, las raíces hacen posible infinidad de cálculos en Estadística y por ello ocupan un lugar muy importante dentro de ella y de la Matemática en general.

A partir de los exponentes aparece un nuevo descubrimiento: los logaritmos. Fueron creados en el siglo XVII por John Napier de Merchiston, quien los dió a conocer en su obra Una descripción de la admirable tabla de los logaritmos. Gracias a ellos podemos manejar un número gigante, tal como un uno seguido de cien ceros (el llamado "googol") simplemente como un 10^{100} (26)

---

25) IBIDEM, 16

26) KASNER Y NEWMAN, op. cit. 74

Este es un ejemplo del uso que puede darse a los logaritmos en el ámbito pedagógico: Si deseo obtener la puntuación total de un grupo de 4096 alumnos, quienes obtuvieron 128 puntos en determinada prueba, puedo encontrar la solución en dos formas:

PROCEDIMIENTO NORMAL	CON LOGARITMOS
4096	Log. 4096 = 12
x 128	+
32768	Log. 128 = 7
8192	19
4096	
524288	Antilog. de 19
	524288

Al igual que el resto de los números, los logaritmos pueden sumarse, restarse, multiplicarse, etc. y al terminar las operaciones necesarias, se busca el antilogaritmo y ¡listo! se ahorraron muchas horas de trabajo y esfuerzo.

Existen tablas con los logaritmos y antilogaritmos, más comunes. Las aproximaciones decimales varían en número, de una a otras, dependiendo de las necesidades de quien las consulta. Las más usadas actualmente son las de base "e" o "naturales". Esta letra es uno de los llamados "números trascendentes", que pertenecen al grupo de las "complicaciones en matemática" y que analizaremos más adelante.

Sobre la utilización moderna de los logaritmos descansa la creación de la conocida regla de cálculo. Esta es una de las adquisiciones más geniales del espíritu humano, ya que permite llevar la "magia" de los logaritmos a donde uno quiera.

La regla de cálculo consiste en una tabla logarítmica fija -en sus orígenes en un trozo de madera- con ciertas dimensiones y otra colocada alrededor de ésta, con posibilidad de movimiento, y que realiza todas las operaciones que los logaritmos pueden resolver. "Tener una regla de cálculo y saber usarla -dice Alexander Niklitschek- es llevar en el bolsillo la parte práctica que es, en cierto modo, la más difícil del arte de calcular" (27).

Ahora bien, los estudiosos de la Matemática, no se han detenido aquí. Esta ciencia se ha desarrollado de manera increíble dando lugar, tanto a ingeniosos rompecabezas, como a complicados principios. Al adentrarnos cada vez más en el estudio de la Matemática, surge inevitablemente una incógnita.... ¿Cuál es la idea de complicarnos tanto la existencia?

---

27) NIKLITSCHEK, ALEXANDER. op. cit., 95

CAPITULO III

UN AFAN POR COMPLICARNOS LA VIDA, GEOMETRIA, CALCULO E INFINITO

Como mencionamos ya, repetidamente, el desarrollo de la Matemática no se quedó en el álgebra y la aritmética, sino que siguió avanzando, a pasos agigantados, hasta llegar a constituírse en una de las ciencias más complejas que ha creado el hombre. Este desarrollo se logró mediante muchos años de esfuerzo y dedicación, de los grandes matemáticos que han ido legando sus pequeños o importantes avances, a sus sucesores, para poder éstos continuar a partir de lo ya realizado.

En el capítulo anterior se analizaron la aritmética y el álgebra, como las ramas más conocidas por nosotros en los años escolares. Ahora analizaremos, brevemente, el desarrollo de otras de las divisiones sobresalientes de la Matemática que, aunque no estén conectadas directamente con la Estadística, forman parte de la secuencia lógica de pensamiento, que dió origen a las bases sobre las que ésta se apoya y son importantes para poder entenderla aunque, con mucha frecuencia, nos parecen de una complicación sobrenatural por no habernos detenido nunca a observarlas.

Comencemos por la geometría. De entrada, el puro nombre nos trae recuerdos ambivalentes. Esto es, por un lado nos lleva a nuestros años en primaria con figuras vistosas de muchos colores y maquetas espectaculares, de cuerpos diversos cubiertos con diamantina; por otro, nos recuerda tediosas fór mulas y complicadas operaciones, que nos auxiliaban para obtener quién sabe qué resultados. Y bien, ¿cuál de estas dos posiciones representa lo que es la geometría?.

Adentrémonos un poco en ella y extraigamos, como lo hemos hecho ya con el álbegra y la aritmética, algunos de sus conceptos básicos, para hacerla nuestra "aliada".

Esta rama de la Matemática, surgió desde el momento en que el hombre tuvo que delimitar sus terrenos y diferenciarlos de los demás. Según nos dice el conocido historiador griego, Heródoto, (485-424 a.c.), a las orillas del Nilo se aplicó la geometría de esta manera. Cada vez que bajaba la inundación del río, la tierra quedaba cubierta de un limo fecundo y había que determinar, nuevamente, los límites de cada propiedad sin que variara su superficie original (28).

De hecho, el nombre geometría significa, según su etimología, geos = tierra y metron = medir. No fue sino hasta hace unos 2,500 años cuando, en Grecia, esta rama de la Matemática dejó de estar unida, exclusivamente, a la medición de la tierra, para comenzar a desarrollarse como la ciencia que estudia las relaciones espaciales y las formas de los cuerpos (29).

Es en este lugar donde se inicia la geometría, que ahora conocemos o, más bien, la que hasta ahora, trataremos de conocer. El nuevo enfoque que se le dá, la convierte en el "arte" -si así podemos llamarlo- de ilustrar la Matemática y darle una representación tangible a sus expresiones. Sí, ¡así de

---

28) JURGUIN, YA. <u>Op. cit</u>. 36

29) CAMPEDELLI, LUIGI. <u>Fantasía y lógica en la matemática</u>, 14

sencillo!

La Matemática, es una ciencia abstracta y la geometría, le presta formas para representar sus abstracciones a través de modelos y hacerla más concreta y entendible.

Por ejemplo, el "Teorema de Pitágoras", ya conocido por nosotros, aunque sea de nombre, es un enunciado que establece la relación entre elementos abstractos que no podemos ver ni sentir, sólo imaginar. La geometría lo propone y lo analiza pero, además, nos auxilia permitiéndonos dibujar un "modelo", que viene a ser lo que un avioncito de papel a un gigantesco Boeing 727, para poder manejar más concretamente esas relaciones. Así, cada triángulo, círculo, cuadrado, etc. que dibujamos para poder aplicarle una fórmula dada, no son sino representaciones bastante burdas del pensamiento matemático. El representar las figuras y sus relaciones, de esa manera, permite poder ubicar cada razonamiento en un campo familiar o conocido, y obtener sugerencias, para los entes de que está formado el mundo matemático. El único instrumento que opera adecuadamente en este mundo, es el "razonamiento deductivo". Bueno, pero no te preocupes, este nombre raro también puede explicarse. El razonamiento deductivo, se basa en principios de la lógica, reunidos adecuadamente, y comienza con proposiciones generales, para llegar a conclusiones particulares. Vamos a adentrarnos un poco más en este punto, pues de su cabal entendimiento dependerá en mucho, nuestra adecuada "visión" matemática.

Para ello, volvamos unas líneas arriba y detengámonos en una palabra que, aunque usamos con frecuencia en estos campos, no siempre entendemos. La palabra a la que me refiero es "teorema". La geometría está formada por postulados y teoremas. Un postulado es una afirmación inicial o primaria, de la que se parte para desarrollar una argumentación.

Los postulados, son unos de los pequeños "dogmas de fé" de la Matemática: se creen o no se creen; y, a partir de ellos, seerige toda una estructura de razonamientos. Un ejemplo es el postulado que dice: dados los puntos A y B, pueden trazarse una recta, y sólo una, que pase por ambos. Representando este postulado tendríamos:

Podría parecernos absurdo el que alguien pusiera en duda la veracidad de este postulado, pero debemos recordar: lo que vemos es sólo un deformado modelo de la abstracción matemática. En el pensamiento matemático, puede haber ideas que lo representen de manera diferente y echen por tierra el postulado anterior.

A partir de una serie de postulados, surgen los teoremas que, basándose en las afirmaciones de los primeros, establecen nuevas relaciones y complejos mecanismos. Con base en esto, podemos imaginar la diferencia entre un teorema que acepta los postulados a, b y c, y otro que los niega.

Desde la antigüedad los griegos ya habían planteado pos tulados. De ellos, los que tienen mayor importancia en la actualidad, son los propuestos por Euclides, quien estableció cinco postulados sobre los que se erige la geometría que conocemos, y que se ha denominado "plana". La trascendencia de sus aportaciones ha sido tal, que se le ha denominado "Padre de la Geometría".

La geometría plana se basa en figuras iguales y figuras semejantes. Por ejemplo: 0 0 y 0 o. Estas son transformaciones de las figuras que, en este caso, son muy simples. Pero existe otro tipo de transformaciones, diferentes a las mostradas, que ha dado lugar a un nuevo tipo de geometría.

De hecho, no todos los geómetras han aceptado los postulados de Euclides, y han estudiado otro tipo de transformaciones de las figuras. Tal es el caso de Lobachevzky, (1792-1865) y Rieman, (1826-1866), quienes negando uno de los cinco postulados de Euclides, erigieron dos geometrías diferentes: la Hiperbólica y la Riemaniana, que responden a nuevas necesidades del pensamiento humano. Aunque todas las geometrías son correctas, en la enseñanza predomina aún la de Euclides, por ser más sencilla de comprender y aplicar. Y no te apures, para nuestro objetivo, no vamos a ir más allá de ésta.

Para tener un panorama general de la geometría no podemos dejar de mencionar tres intrincados problemas que, desde el surgimiento de esta ciencia, han ocasionado desvelos a los más renombrados geómetras. El tocar estos tres problemas nos ayudará, por una parte a manejar un dato importante dentro de la Geometría, pero, sobre todo, nos permitirá introducir algunos elementos geométricos de uso importante en la Estadística.

1) LA CUADRATURA DEL CIRCULO. Que consiste en construír, con regla y compás, un cuadrado con área igual a la de un círculo dado.

2) LA DUPLICACION DEL CUBO. Construír un cubo de un volumen doble que otro cubo dado.

3) LA TRISECCION DE UN ANGULO. Esto es, dividir un ángulo en 3 partes iguales.

Estos deberán resolverse utilizando los métodos Euclidianos.

Los geómetras griegos no los resolvieron y no por falta de conocimiento, sino porque son imposibles de resolver (30). La imposibilidad estriba en que, para resolverlos, entran en juego número irracionales, -que son los que no tienen una raíz exacta, ¿recuerdas?- y en la geometría de Euclides, no pueden representarse estos números. Los números a los que me refiero son "pi" y "e". De Pi debes recordar algo de la primaria y de "e", lo que mencionamos al hablar de los logaritmos. Pero vamos a adentrarnos un poquito en ellos ya que te los encontrarás al estudiar Estadística.

---

30) KASNER Y NEWMAN. op. cit., 67

"Pi" y "e" son, como ya dijimos, números irracionales, Pi es igual a 3.1415.... hasta el infinito y "e" es igual a 2,7182.... también hasta el infinito; pero, además, pertenecen a un grupo llamado "números trascendentes". Aunque no vamos a detenernos a demostrar matemáticamente, el por qué pertenecen a estos grupos, pues resultaría muy complicado, sí es conveniente mencionar que se consideran trascendentes porque no sólo no son la raíz de una ecuación de primero o segundo grados, sino que tampoco lo son de ninguna ecuación algebráica, no importa el grado al que pertenezcan.

El número "Pi", indica el número de veces que el diámetro de una circunferencia "cabe" en su perímetro. Si quieres comprobarlo dibuja una circunferencia, corta un hilo del tamaño de su diámetro y colócalo en el perímetro. Verás que puedes acomodarlo tres veces y un pedacito.

En ocasiones, a "pi" se le denomina también "número de Ludolf", en reconocimiento a su descubridor y aunque es fruto de tiempos modernos, en el papiro egipcio de Rhind, se encuentra calculado con un valor sorprendentemente exacto (31). Se cree que la letra que lo representa proviene de la primera de la palabra "peripheria". En algunas fórmulas de Estadística, encontrarás a este curioso número. Cuando lo veas, recuerda lo que hemos dicho, y te parecerá más simple.

Por otro lado, "e" es un número que, además de ser la

---

31) NIKLITSCHEK, ALEXANDER. <u>op. cit.</u>, 240

base de los logaritmos, ha ayudado a la Matemática a describir uno de los fenómenos naturales más importantes: el crecimiento.

No vamos a detallar cómo funciona, pues saldríamos de nuestro objetivo, pero debemos tomar en cuenta que, con esas características, se aplica a la Economía, la Estadística y la Teoría de la Probabilidad, entre otros, y vamos a codearnos con él en algunas ocasiones.

De esta manera, la geometría, junto con el álgebra y la aritmética, han seguido desarrollándose y aumentando el marco de conocimientos de la Matemática pero, además de ésto, han dado lugar a nuevas ramas de esta ciencia, que, aunque surgieron con base en las anteriores, constituyen ahora pilares sólidamente estructurados, e independientes del resto.

Tal es el caso de la llamada "Geometría Analítica", en la que Descartes, movido por las necesidades del desarrollo de la Matemática, unifica la aritmética, el álgebra y la geometría anteriores, en una técnica que consiste en ver los números como puntos en un gráfico, las ecuaciones como formas geométricas, y las formas como ecuaciones (32). Éste se considera como el primer sistema matemático moderno, que permitió lograr un avance vertiginoso en Matemática.

Una de las novedades más geniales, logradas en esta rama, fueron los conocidos ejes "cartesianos", llamados así en honor a su descubridor. Gracias a ellos podemos hablar de la siguien

---

32) BERGAMINI, DAVID. *op. cit.* 150

te ecuación: $5X + 10 = Y$ como la ecuación de una recta, ya que, si le damos diferentes valores a X, y obtenemos los que le corresponderían a Y, podríamos entonces localizar esos puntos en los ejes y lograr así una línea recta. De la misma manera se determinaron ecuaciones de una curva y diferentes figuras, con sólo cambiar la estructura básica de las mismas.

Este descubrimiento sí tiene aplicaciones directas con la Estadística, desde el momento en que, en ésta última se ela boran gráficas de diferentes tipos, se representan diagramas, como los de dispersión, entre otros, etc. Además tornan mucho más clara la idea de los números negativos, al representarlos en una cruz:

```
         +2
         +1
-2  -1    0  +1  +2
         -1
         -2
```

Pero, hay algo curioso. Al mismo tiempo que Descartes, Pierre De Fermant, hijo de una familia burguesa francesa, ¡des cubrió también la Geometría Analítica!. Esto nos demuestra có mo el pensamiento matemático, sigue una secuencia lógica que lo va guiando hasta llegar a donde uno quiera. Para acercarnos a la Matemática, tenemos que encarrilarnos en su forma de pensamiento, e ir reproduciendo en un segundo, lo que al ser humano le ha llevado años en la historia.

Esta secuencia lógica permitió que dos pensamientos geniales llegaran, cada uno por separado, a un mismo producto: la geometría analítica. Esta se levantó, por un lado, como una ra ma independiente y completa de la Matemática y dió lugar, por otro, a una de las grandes divisiones de esta ciencia: el Cálculo. ¡Ahora sí que se complicó la cosa!. Generalmente usamos la palabra cálculo, cuando hablamos de los estudiantes genios, en grados anvazados. Más es hora de que desechemos esa idea y acerquemos el cálculo al grupo de nuestros nuevos amigos.

El advenimiento de la geometría analítica, fue un gran estímulo para la invención del cálculo, ya que permitió representar gráficamente una función y, esto, reveló diversas características importantes[33].

Función, es equivalente a lo que, en investigación pedagógica, llamamos variable independiente y variable dependiente. Por ejemplo, si queremos saber cómo influye la edad en el rendimiento escolar de un grupo de alumnos, nuestra variable independiente será la edad, ya que es la supuesta causa del fenómeno y la dependiente, será el rendimiento escolar, que es la que se ve afectada por la primera. Si quisiéramos representar este ejemplo matemáticamente, tendríamos que: $Y = f(X)$ en donde se indica que Y (el rendimiento escolar, en nuestro ejemplo) es una función de X (la edad) y que cuando ésta última varíe, variará a su vez la primera.

Así, el poder representar gráficamente funciones como éstas, dió origen a diversas inquietudes que motivaron el desarrollo del cálculo. Este fue creado a la vez por Newton y

---

33) KASNER Y NEWMAN, <u>op. cit.</u>, 241

Leibniz, transformando a la geometría analítica en la Matemática más práctica que se ha inventado y que ha sido llamada "Matemática del Movimiento" (34).

El cálculo basa su grandiosidad en la aplicación de dos nuevas operaciones: la diferenciación y la integración, que permiten analizar el cambio y la razón del cambio, de tal manera, que se le considera a esta rama como el "cemento" que liga todos los elementos de la estructura matemática y, a la vez, como un utensilio indispensable para todas las fases de la construcción (35).

La diferenciación y la integración, son operaciones mucho más complejas que las que hasta ahora hemos visto. Mientras podemos afirmar que un número, después de sumarse a otro, aumentará o que al ser dividido disminuirá, no podemos buscar el equivalente para estas dos nuevas operaciones. Investigando sobre ellas, llega uno a un punto clave: ¿qué pasa cuando un número es sometido a la integración o diferenciación? ¿qué son estas operaciones?.

Están definidas, naturalmente, pero en forma matemática, y sinceramente, no les recomiendo tratar de entenderlas. Lo que podríamos decir para aclarar este punto es que, más que operaciones, son "operativos", es decir, son un paso para obtener los datos, que podrán ser sometidos posteriormente, a las

---

34) BERGAMINI, DAVID. op. cit., 89

35) KASNER Y NEWMAN. op. cit.m 237

operaciones que ya conocemos. Son procedimientos que nos permiten, entre otras cosas, encontrar superficies y volúmenes, que optimicen el trabajo y los recursos.

Tendremos que vernos con ellas al adentrarnos en estadística superior pero mientras llegamos a ella, tenemos tiempo de analizarlas con cuidado e ir comprendiento paso a paso, su función, puesto que ya no es nuestro objetivo cubrir, así es que sigamos adelante.

Aunque el cálculo, dió a la humanidad, herramientas invaluables para seguir su desarrollo, también la llevó a enfrentarse a un monstruo del que siempre había huído: el infinito. Con sus operaciones básicas, se encontró frente a frente con la división entre cero que, por simplificar, nos han enseñado desde primaria que es una operación cuyo resultado da cero, más en realidad, no resulta tan sencilla.

El infinito, hizo su aparición entre el mundo científico desde la antigüedad. Muchos de los grandes maestros lucharon contra él. Así Aristóteles, negó la existencia de un infinito absoluto, Descartes, se rehusó a ocuparse de él y Gauss, en 1881, habló de las cantidades infinitas como algo que no debería permitirse jamás[36].

Afortunadamente, al igual que con muchos de los descubrimientos anteriores, la humanidad fue cediendo ante lo que no podía comprender y finalmente, lo aceptó. Esta lucha por

---

36) NIKLITSCHEC, ALEXANDER. <u>op. cit.</u>, 248

la aceptación fue iniciada por Bernhard Bolzano, quien trató por primera vez el problema de lo infinitamente grande, sin los prejuicios de la época en que vivió. Además, sentó las bases para que el genial cerebro de Georg Cantor, concibiera la llamada "Teoría de los Conjuntos", que fue el arma con la cual se logró atrapar finalmente al tan temido infinito[37]. La teoría de los conjuntos, forma parte, actualmente, de los programas de matemáticas para los primeros grados escolares y es a la vez, la base de una larga lista de trabajos sobre el infinito, que resultan bastante complicados y que no está en nuestros planes mencionar. Lo que sí merece recalcarse, es el hecho de que la Matemática, no se detiene. Cuando parece haber llegado a un fin encuentra siempre un nuevo punto que la invita a penetrar en un mundo desconocido.

Aunque Cantor, nos ayudó a "atrapar" al infinito, nos falta aún mucho para conocerlo y dominarlo. Nuestra idea acerca de él, es tan incompleta como "la que un ciego pudiera hacerse acerca de la inmensidad, la amplitud imponente y la grandiosidad del océano, por la sóla impresión de tomar en la mano un trapo mojado" (38).

Tenemos todavía por delante, un largo camino por recorrer. Lo más interesante es que ese camino no termina. Cuando parece que encontramos el final, nos topamos con una nueva

37) IBIDEM, 112

38) IBIDEM, 261

ramificación que nos lleva a lugares que ni siquiera habíamos imaginado.

La Matemática, avanza cada día más, pero lejos de sentirse conforme y satisfecha la humanidad observa ante ella un panorama inmenso e interesante, que desea conquistar.

Como puedes concluír, lo presentado hasta aquí, no es, de ninguna manera, toda la Matemática actual. Es solamente una pequeñísima parte de ella. Faltarían por mencionar muchísimas ramas que la componen. Una de ellas, la Estadística, que es desde el principio, nuestro tema de interés y que veremos enseguida. ¿Cómo y cuándo surgió?, ¿por qué? y sobre todo, ¿para qué?. Las restantes ramas de la Matemática, no son indispensables para nuestro desempeño como Pedagogos, aunque no dejan de ser un interesante reto a nuestro desarrollo intelectual... Tú decides si lo tomas o lo dejas.

CAPITULO IV

Y LA ESTADISTICA, ¿POR QUE?

Como ya nos hemos podido dar cuenta, en los capítulos anteriores, la Estadística surgió desde tiempos muy remotos y ante necesidades muy específicas del hombre. Esto puedo constatarse por rastros que han sido encontrados y que comprueban el uso frecuente de este conocimiento.

Algunos ejemplos de estos hallazgos son los famosos Nuraghi, monumentos muy antiguos encontrados en Cerdeña y que han sido interpretados como estadísticas de caza y agricultura. Otro caso es el de Roma, la que, según se sabe, estableció una organización a través del "census", que fue una doble investigación practicada sobre habitantes-bienes y nacimientos-defunciones. En México, encontramos también rastros del uso de la Estadística como el llamado "Nepohualco" o "Contadero", testimonio de los censos realizados por los Chichimecas, en los cuáles arrojaban una piedra, en determinado lugar, por cada nuevo miembro de la comunidad, contándose éstas cada cierto tiempo.

Así, podemos observar cómo la Estadística, ha formado parte de la vida del hombre desde tiempos muy remotos. Si analizamos por un momento los ejemplos presentados, podremos notar que encuadran, a la perfección, en el concepto que generalmente tenemos del estadígrafo: un hombre que dice cuántos niños hay de determinadas edades, cuántas amas de casa compran un producto o cuál es el salario promedio, por hora, en una industria.

Mas, si la descripción es una parte de la Estadística, ésta se ha desarrollado a través del tiempo y ha logrado avances que van mucho más allá de los datos mencionados.

La Estadística, dejó de ser solamente una hilera de datos y números descriptivos, para proporcionarnos herramientas que formalizan y uniforman, los procedimientos que nos permiten obtener conclusiones (39). Con base en ésto, podríamos resumir que la Estadística se divide en dos áreas:

ESTADISTICA DESCRIPTIVA y

ESTADISTICA INFERENCIAL

Aunque por lo ya dicho, debes tener una idea bastante clara de lo que son cada uno de los grupos, vamos a mencionarlos con más detalle, pues de su cabal entendimiento, dependerá el buen término de nuestro viaje por el mundo matemático.

La Estadística Descriptiva, como su nombre lo indica, es una serie de técnicas destinadas a describir un grupo o una población. Aunque tiene sus orígenes desde tiempos muy remotos, sigue enseñándose y utilizándose actualmente, siendo además la base de la Estadística Inferencial.

Así, la Estadística Descriptiva es, al igual que el contar para la Matemática, el primer peldaño que tendremos qué subir para poder seguir adelante.

---

39) SIEGEL, SIDNEY. Estadística no paramétrica, 20

Algunas de las técnicas más usuales en la Estadística Descriptiva son: las "medidas de tendencia central" y las "medidas de variabilidad" o "dispersión".

Ambas son medidas de "resumen", utilizadas para describir un grupo de datos. Las primeras se refieren a diferentes métodos de encontrar lo que comúnmente llamamos "promedio" (40). Entre ellas se encuentran: la media, que se refiere al promedio de un grupo de datos; la mediana, cuyo resultado indica la cantidad que divide a un grupo en dos partes iguales y; el modo, que muestra la cantidad que más se repite en un grupo.

Las medidas de dispersión, indican qué tanto se alejan los datos de un grupo, de la media correspondiente. Algunas de éstas son: el rango, que indica la diferencia que existen entre la calificación más alta y la más baja en un grupo; la desviación estándar, que es la medida de variabilidad más conocida y más cotidianamente empleada, y que se define como "la raíz cuadrada de la suma de las desviaciones alrededor de la media, elevadas al cuadrado y divididas entre el número de casos, menos uno". Esta es, claro, la definición de la desviación estándar en cuanto a su fórmula, ¿suena impresionante, no?. Sin embargo, al escribirla y aplicarla, te darás cuenta de lo sencilla que es.

Otra medida de variabilidad, es la "varianza", que se define como "el cuadrado de la desviación estándar". Las fór

---

40). YOUNG, ROBERT Y DONALD VELDMAN. Int. a la estadística aplicada a las ciencias de la conducta, 66

mulas y aplicaciones de estos procesos, serán las primeras que conocerás al estudiar la asignatura de Estadística Aplicada a la Educación.

La Estadística Inferencial, por otro lado, busca obtener datos significativos de todo un grupo, partiendo solamente del estudio de una parte del mismo. Por ejemplo, con la Estadística Descriptiva, podríamos obtener el promedio de un grupo de sexto semestre en determinada asignatura, mediante las listas con calificaciones de todos los alumnos.

La Estadística Inferencial, elegiría a un pequeño grupo de alumnos del sexto semestre y, a través de su estudio, podría obtener valiosos datos que servirían, no solo para ese pequeño grupo, sino para todos los alumnos del semestre.

Esto tienen un valor incalculable para los estudiosos de las ciencias y sobre todo, para las ciencias sociales como la Pedagogía, ya que, en nuestro caso, difícilmente podemos tener acceso a todos los miembros de determinada población para hacer un estudio.

En la Estadística Inferencial, las herramientas a usar son más elaboradas que en la Descriptiva. Este cambio se debe, básicamente a la aparición de una teoría que apoya la Estadística Inferencial y que, seguramente, has oído mencionar: la teoría de la probabilidad. Esta teoría, al igual que la Estadística, encuentra sus orígenes siglos atrás. Se supone que los matemáticos del renacimiento, tenían ya cierta ideas acerca de las leyes de azar, mas no ubicadas en un contexto probabilístico sino, más bien, consideradas dentro del álgebra (41). Esto se debió posiblemente a la influencia teológica medieval, en la que nada podía deberse al azar.

La teoría de la probabilidad, como ahora la conocemos, surgió de una manera cotidiana, ya que no la inspiraron complejos problemas, ni fórmulas "gigantes", sino que se inició con los juegos de azar.

El caballero de Mére, un jugador, matemático por afición, deseaba encontrar cómo resolver un problema relacionado con las oportunidades de ganar un juego de dados. -Problemas semejantes están de moda actualmente en las Vegas-. Ante su incapacidad de resolverlo, pidió al científico Blas Pascal, en 1654, que le ayudara. Pascal, a su vez, comunicó el problema a un colega suyo, Pierre de Fermant, y de la correspondencia entre ambos surgió la moderna teoría de la probabilidad (42). ¡Ahora entendemos por qué los ejemplos más comunes en las clases de probabilidad, son a base de naipes o dados!.

Al principio hubo muchos prejuicios en contra de la teoría de la probabilidad, como los han habido siempre al introducirse un aspecto innovador en un bloque de conocimientos ya establecidos. Las opiniones se inclinaban a favor de la "casualidad", mas desaparecieron, poco a poco, al ir demostrán

---

41) KENDALL, M.G. Estadística en: Enciclopedia de las ciencias sociales, 405.

42) NORTHROP, EUGENE. Paradojas matemáticas, 223.

dose que los contornos del mundo no son definidos, sino vagos y que, aún nuestras leyes científicas más exactas, son solo aproximaciones (43).

Después de la correspondencia entre Pascal y Fermant, en 1713, apareció el trabajo de Jacques Bernoulli, titulado "Ars Conjectandi" considerado como la primera gran obra de esta rama. A partir de ésta, la probabilidad fue separándose poco a poco de los juegos de azar, para ir aplicándose cada vez más a problemas prácticos. Su desarrollo fue vertiginoso, transcurriendo tan sólo cien años entre la aparición de las dos obras cumbres de esta teoría: la de Bernoulli y posteriormente la "Teoría Analítica de las Probabilidades" de Laplace. Esta última, llevó el cálculo, a un punto tal, que Clerk Maxwell, pudo decir que era "Matemática para hombres prácticos". (44)

Bien, ahora sabemos cómo y cuándo fue que se reveló el estudio de la probabilidad, mas falta definir qué es la probabilidad. Laplace, a principios del siglo XIX, la definió como el "sentido común reducido al cálculo" (45). Según la interpretación estadística, podemos definirla como "la frecuencia relativa, con la cual ocurre un evento en cierta clase de eventos" (46).

---

43) KASNER Y NEWMAN. <u>op. cit.</u> 203

44) <u>IBIDEM,</u> 191

45) NORTHROP, EUGENE. <u>op. cit.</u>, 225

46) BERGAMINI, DAVID. <u>op. cit.</u>, 120

Por ejemplo, la probabilidad de que obtengamos un "uno" al tirar el dado (evento A), dependerá del número de eventos favorables (solo hay un "uno" en el dado), entre todos los eventos posibles (que salga el uno, dos, tres, cuatro, cinco o seis), puesto que el dado tiene seis lados.

Traduciendo nuestro ejemplo a términos algebráicos, por medio de una ecuación, tenemos que:

$$Pr\ (A) = Na\ /\ Ne$$

probabilidad de que ocurra

evento "A"

eventos favorables

eventos posibles

y substituyendo las literales por números tenemos:

$$Pr(A) = 1/6$$

Sin embargo, el establecer una fórmula, no implica que sea exacta. Esto es, al tirar seis veces el dado no deberá obtener forzosamente una vez el número uno -y una vez cada uno de los otros números- . Las leyes de azar no desechan la posibilidad de que surja una racha de suerte o una corazonada; comienzan a ser leyes cuando el acontecimiento se repite muchas veces. Al tirar cien veces el dado y sacar el promedio de números "uno" obtenidos, observaremos que se acerca mucho más a lo predicho, que al lanzarlo sólo seis veces. Con base en ésto, a las leyes de azar se les ha denominado, en ocasiones "las leyes de los grandes números".

La teoría de la probabilidad, abrió un nuevo horizonte a aquellas ciencias que se dedican a estudiar fenómenos que no obedecen, ni siquiera de manera aproximada, a leyes y, de las cuáles, sólo puede decirse que un resultado es más posible que otro. Al abrirse esta nueva opción, el hombre avanzó logrando un desarrollo increíble de esta teoría, contribuyendo, junto con ella, a la Estadística.

Y bien, uniéndose Probabilidad y Estadística, aparecen una serie de elementos y técnicas, que nos permiten un sinfín de posibilidades. Una de las más importantes para la Estadística Inferencial, es la llamada "Distribución Normal" o "Campana de Gauss". Hablemos un poco de ella, ya que tendrás qué manejarla diestramente para poder aprovechar los grandes beneficios de la Estadística.

Antes que nada, diremos que la distribución, es la relación entre la variabilidad (calificaciones, por ejemplo) y la frecuencia (cuántas veces se repite cada calificación) y puede representarse en forma tabular o gráfica (47)

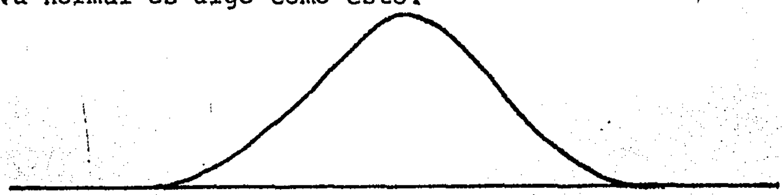
La idea de una distribución normal, surgió cuando se propuso que las mediciones de los fenómenos naturales, deberían presentar regularidades similares a las obtenidas con los dados y ser representables matemáticamente (48). Esta posición se tomó a partir de las mediciones en Astronomía, del tránsito de las estrellas. Al realizar varios intentos, se descubrió que las observaciones de una magnitud estaban su

---

47) YOUNG, ROBERT Y DONALD VELDMAN. op. cit., 179.

48) KENDALL, M.G. Historia del método estadístico en: op. cit., 405.

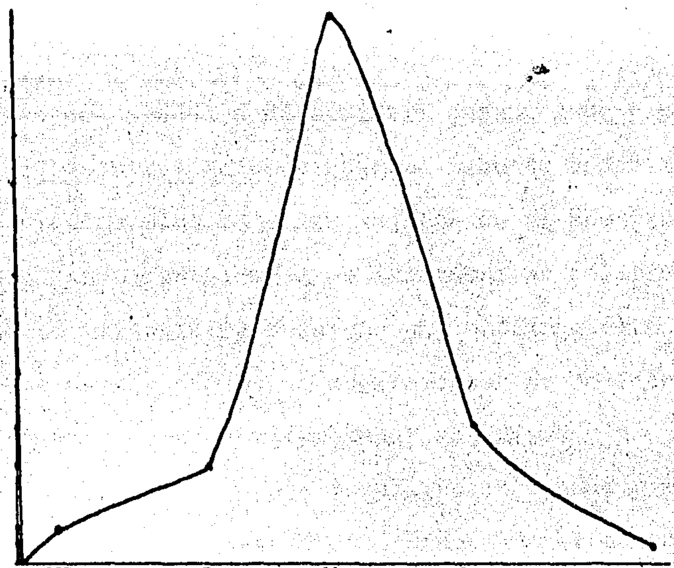
jetas a error, aún cuando el observador fuera un experto. Se propusieron varias hipótesis acerca de la estructura de tales errores y de ellas, la más famosa, es la llamada Campana de Gauss o Distribución Normal. Su nombre es en honor a Carl Friederich Gauss, quien elaboró su ecuación y la perfeccionó. La curva normal es algo como ésto:



Si ya leíste "El Principito", dirás: ¡es una boa que se comió a un elefante! mas no es así. Esta gráfica indica cómo se "reparte" o distribuye, una determinada característica en una población. Por ejemplo, si midiéramos la estatura de 1000 alumnos universitarios, encontraríamos que los demasiado altos o demasiado chaparros, son mucho menos, en cantidad, que los de estatura media o "normal".

Si graficáramos esos resultados, tendríamos:

CARACTERISTICA	CANTIDAD
MUY ALTOS	30
ALTOS	140
MEDIANOS	610
BAJOS	200
MUY BAJOS	20



Esta curva representa lo que es normal, en un gran número de casos observados. Se ha visto que una población difícilmente tiene una curva normal perfecta pero, a partir de ella, puede aplicarse una gran cantidad de cálculos que nos permiten obtener información valiosa.

Otra de las técnicas desarrolladas en la Estadística Inferencial, es el muestreo. Como mencionamos antes, en la Estadística Inferencial se estudia sólo una parte del total de un grupo y a partir de los resultados obtenidos se infiere y generaliza, a toda la población.

El muestreo, es la técnica para determinar qué tan grande debe ser esa parte o "muestra", del grupo y cómo debe obtenerse. Recordemos que la probabilidad funciona con base en grandes números. Si de un grupo de diez sujetos decido tomar uno, para mi estudio, difícilmente obtendré buenos resultados. La probabilidad de que haya error es muy grande. Las técnicas de muestreo nos ayudan a determinar: cuándo debe o puede obtenerse una muestra; cuántos sujetos deberán conformarla y, finalmente; cómo elegiré a los sujetos de mi muestra.

Siguiendo con algunas de las técnicas desarrolladas dentro de la Estadística Inferencial, mencionaremos ahora las medidas de asociación o coeficientes de correlación. Estas se utilizan cuando quiero saber si existe o no, relación entre variables como: sexo e inteligencia o edad y sociabilidad, por ejemplo. En este caso, obtengo datos de ambas variables y aplico la fórmula adecuada para encontrar el resultado.

Existen muchos tipos de correlación. Su aplicación depende de la clase de variables que estén involucradas.

Ahora bien, habrá casos en los que no nos interesará saber si hay o no, relación entre variables, sino, más bien, determinar si hay diferencia significativa entre las medias de los grupos que se comparan, por ejemplo: quiero saber si hay diferencia en el aprovechamiento de dos grupos (A y B) a los que se les aplicaron diferentes métodos de enseñanza. Para ello analizo los datos a partir de la estadística descriptiva, y una vez obtenidos observo si hay diferencia y procedo a determinar si ésta es significativa.

Para casos como éste, se aplica la llamada Distribución "t" de Student. Con ella puedo determinar, precisamente, si la diferencia entre la media de dos grupos, es realmente significativa o resulta demasiado pequeña, para tomarse en cuenta.

Hasta aquí solo hemos mencionado unos cuantos elementos de la Estadística Inferencial, pero son muchas las técnicas que se han desarrollado hasta ahora. Como puedes ver, la Estadística, es una rama amplísima y además, de suma utilidad. Sus aplicaciones tampoco se limitan a los poco ejemplos que aquí hemos dado, ¡puede aplicarse a los que el hombre desee!, siempre y cuando, no rompa con la coherencia interna de ella.

Analicemos ahora cómo es que, esta, tan importante rama de la Matemática, puede aplicarse a la Pedagogía y qué beneficios reporta el hacerlo. La educación es, actualmente, uno de los procesos más importantes del desarrollo social y económico mundial. Su amplio desarrollo ha hecho, de nuestra realidad educativa, algo muy complejo que exige un análisis tal, que nos permita plantear acciones alternativas y proponer medios para resolver los problemas que se presentan.

Ahora más que nunca, el pedagogo debe estar capacitado para reflexionar en los órdenes científico, filosófico y técnico, sobre las variadas dimensiones de la realidad educativa(49). De aquí que nuestra Universidad busque acentuar las capacidades de nuestros futuros Pedagogos, para realizar y desarrollar investigación pedagógica, para lo que se requerirá dominar su metodología, sus formas, sus tipos y finalmente su tan preciada herramienta auxiliar: la estadística.

---

49) Caballero, Roberto. La formación del profesional de la Pedagogía en la Facultad de Filosofía y Letras, 3.

Sí, la Estadística, es el conjunto de herramientas que, cuidadosamente aplicadas, nos permitirá realizar una investigación productiva. Mas, como toda herramienta, tendremos qué analizar en dónde aplicarla, cómo usarla y cómo interpretarla. Por ejemplo, el destornillador es una herramienta útil, si se le usa en donde se debe, mas, si lo utilizamos para clavar un clavo, terminaremos con él y seguramente con algunos de nuestros dedos.

Así, el estudio de la Estadística, no consiste sólo en aprender sus fórmulas y procedimientos aislados, sino su aplicación y características.

Aunque la mayor parte de las técnicas estadísticas pueden aplicarse en Pedagogía, por el tipo de contenidos que manejamos, observamos que algunas de sus partes responden mucho más a nuestras necesidades, que otras. Nos encontramos así con dos nuevas grandes divisiones de la Estadística, entre las que están contenidas las ya mencionadas anteriormente:

ESTADISTICA PARAMETRICA

ESTADISTICA NO PARAMETRICA

La primera, es la más desarrollada y es a la que nos hemos referido hasta ahora. La forma, un conjunto de técnicas, que hacen suposiciones, acerca de la naturaleza de la población de la que obtienen los datos. Por ejemplo, suponen que la población en estudio tiene una distribución normal, que las puntuaciones tienen la misma varianza etc. Se le llama Estadística Paramétrica, por establecerse "parámetros" de los valores de una población (50).

La Estadística No Paramétrica, abarca un conjunto de técnicas de inferencia, que no hacen suposiciones numerosas ni severas, acerca de la población que estudian (51). Este tipo de técnicas, denominadas también "distribuciones libres". no han tenido el apoyo de las paramétricas, aunque presentan un material mucho más rico para las ciencia sociales. Esto se debe, entre otras cosas, a que en ciencias como la Pedagogía, los datos a manejar no son, muchas de las veces, numéricos, sino que son ordinales o nominales. Esto es, si fuéramos a comparar el peso específico de los elementos del cuarto grupo de la Tabla Periódica, con los del quinto, el grupo de datos con el que trabajaríamos sería una serie de números, mas la cosa se complica, cuando las variables a comparar, son sexo y preferencia por un determinado trabajo. En este último caso, lo que menos vamos a ver son números.

---

50) SIEGEL, SIDNEY. Op. cit. 21

51) IDEM.

Una de las principales características de la Estadística No Paramétrica, es que puede trabajar fijándose en el orden o rango de sus datos, más que en el valor numérico, como lo haría la Paramétrica.

Por ejemplo, si un investigador se interesa por descubrir el carácter ordenado o azaroso de la colocación de hombres y mujeres, en la cola, frente a la taquilla de un cine, obtendrá los datos, simplemente, anotando el sexo de 50 personas en el momento de acercarse a la taquilla.

Con datos como éstos : 2m, 1h, 3m, 6h, 2m, 1h, 1m etc. sería imposible aplicar alguna prueba paramétrica. Pero la prueba de "rachas" de una muestra -prueba no paramétrica- utilizada con hipótesis que conciernen a la aleatoriedad, de un sólo grupo de eventos, resulta ideal (52).

Otra de las muchas pruebas estadísticas no paramétricas es, por ejemplo, la prueba de una muestra "Kolmogorov-Smirnov", que se interesa en el grado de acuerdo, entre la distribución de un conjunto de valores de la muestra y alguna distribución teórica específica. Otra de ellas es la "prueba de los signos", usada cuando la medición cuantitativa es imposible o no es práctica, ya que usa los signos + y - en la medición, en lugar de cantidades.

Podríamos seguir nombrando muchas otras técnicas, para

---

52) IBIDEM, 79

métricas o no paramétricas, mas, lo que deseamos, no es que recuerdes ejemplos de Estadística, sino que entiendas su función e importancia. Con lo anteriormente expuesto, tenemos una visión general de la Estadística, su por qué en Pedagogía y la importancia de desarrollarla a su máximo nivel. Ahora veremos, en ejemplos prácticos de investigaciones pedagógicas, cómo se va aplicando todo el cúmulo de datos que hemos presentado a lo largo de este trabajo.

CAPITULO V

ESTADISTICA E INVESTIGACION PEDAGOGICA

En los capítulos anteriores hemos intentado demostrarte lo sencillos que son los números y la Estadística, y la importancia que tienen en la investigación pedagógica. Asimismo, te habrás dado cuenta de lo relevante que es en sí, la investigación pedagógica. Ahora, con ejemplos muy sencillos, podrás apreciar sin necesidad de que te lo digamos, la utilidad de la Estadística, en la labor que, como pedagogo, desempeñarás en el campo profesional.

Los ejemplos se irán presentado de manera que observes la aplicación de la Estadística, desde técnicas sencillas, hasta técnicas mucho más complejas. La mayoría de los ejemplos se presentarán desglosados, aunque algunos de ellos no serán tocados en detalle, para no utilizar fórmulas y principios de investigación, que aún no manejas. De todas maneras, lo mencionado te servirá, como un rico "postre", después de nuestro viaje a través de la Matemática.

EJEMPLO # 1 TECNICA APLICADA: MEDIA

En una escuela técnica se tienen dos grupos de primer año. Nuestra preocupación es saber si difiere el aprovechamiento entre uno y otro grupo. Para ello, necesito aplicar la fórmula de la media, cuyo objetivo es, como ya dijimos, obtener el promedio de un grupo de datos. Con el resultado del promedio de cada grupo podremos saber si es o no, diferente su aprovechamiento.

GRUPO A CALIFICACIONES FINALES	GRUPO B CALIFICACIONES FINALES
10	10
10	10
10	9
10	9
9	8
9	8
9	8
9	8
9	8
9	7
8	7
8	7
7	7
7	6
6	6
$X_A = 130$	$X_B = 118$

$$\overline{X} = \frac{X}{N} \quad \begin{array}{l} \text{Suma de las calificaciones} \\ \text{Número de alumnos} \end{array}$$

$$\overline{X}_A = \frac{130}{15} = 8.66$$

$$\overline{X}_B = \frac{118}{15} = 7.86$$

Las medias de los grupos nos muestran que el grupo A, tiene un mejor aprovechamiento que el grupo B

EJEMPLO # 2 TECNICA APLICADA: RANGO.

Después de aplicar un examen de Historia de la Educación en México, en alumnos del Colegio de Pedagogía del segundo semestre, deseamos saber si los resultados fueron homogéneos o hubo mucha dispersión en las calificaciones. Para saberlo se utiliza la fórmula del RANGO, una de las medidas de dispersión o variabilidad más simples, y que indica la diferencia que existe, entre la calificación más alta y la más baja, de un grupo de datos. Si el resultado obtenido es bajo, significará que las calificaciones son, en general, homogéneas, mientras que si es alto, indicará una alta dispersión.

RESULTADO DEL EXAMEN

10			
10			
10			
10			
9			
8	CALIFICACION MAS ALTA	=	10
8			
8	CALIFICACION MAS BAJA	=	6
8			
7	RANGO	=	4
6			

Según el dato obtenido, la dispersión de calificaciones es alta, sin embargo, al ver todos los resultados del examen, podemos darnos cuenta de que solamente hay una calificación de 6, mientras que el resto parece ser bastante homogéneo. Esto se debe a que el Rango, sólo toma en cuenta dos calificaciones: la mayor y la menor. Hay otras medidas de variabilidad más completas. Analicemos el mismo problema con una de ellas y veamos el resultado.

EJEMPLO # 3 TECNICA APLICADA: DESVIACION ESTANDAR.

A las calificaciones del examen de Historia de la Educación en México, del ejemplo anterior, les aplicaremos nuevamente una medida de dispersión, pero en este caso será la DESVIACION ESTANDAR, que toma en cuenta todos los valores y no solamente el más alto y el más bajo. La fórmula para obtenerla, es la siguiente.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}{n-1}}$$

suma de las calificaciones al cuadrado.
suma de las calificaciones elevadas al cuadrado.
número de sujetos

Aplicándola a los datos del ejemplo anterior tenemos:

$$\sigma = \sqrt{\frac{22.4}{15}} = 1.22$$

Como podemos ver, la variabilidad, aplicando esta fórmula, es mucho menor que aplicando el Rango. Esto nos muestra que la exactitud de nuestros resultados depende, en mucho, del uso de las técnica adecuada y ésta depende a su vez del problema en estudio. Para un dato rápido y en donde no es necesaria una gran exactitud, el rango es la técnica más adecuada, mientras que, en problemas donde sea necesaria una mayor exactitud, será mejor utilizar la desviación estándar.

EJEMPLO # 4 TECNICA APLICADA: PUNTUACION Z

Un estudiante del segundo semestre de la Licenciatura en Pedagogía, obtuvo una calificación de 81, en la materia de Iniciación a la Investigación Pedagógica y 53, en la de Antropología Filosófica y desea saber la posición relativa que obtuvo en ambas pruebas en relación con el resto de las calificaciones de su grupo. Para poder compararlas, necesitaría que ambas pruebas, tomando en cuenta todas las calificaciones del grupo, tuvieran la misma media y las mismas desviaciones estándar, lo que sería muy difícil de lograr. Sin embargo, puede convertir sus datos a "Puntuaciones estándar", entre las que se encuentra la puntuación "z", que se define como, "la distancia de una puntuación, con respecto a la media, pero hecha con unidades de desviación estándar". Convirtiendo sus calificaciones a esa puntuación, podrá compararlas y saber en qué materia obtuvo mejor posición, con respecto al resto del grupo.

Para obtenerla, se aplica la fórmula:[53]

$$z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

calif. del alumno — Promedio de las califs. de la prueba — desviación estándar

Si la media de la prueba de Iniciación a la Investigación Pedagógica, es de 78; la desviación estándar de 12, y las de Antropología Filosófica, son 51 y 6, respectivamente tendremos que:

INICIACION A LA INVESTIGACION PEDAGOGICA

$$z_1 = \frac{81 - 78}{12} = 0.25$$

ANTROPOLOGIA FILOSOFIA

$$z_2 = \frac{53 - 51}{6} = 0.33$$

Contrariamente a lo que parecía, la calificación que obtuvo este alumno en Antropología Filosófica, es mejor en cuanto a posición con respecto a las demás, que la obtenida en Iniciación a la Investigación Pedagógica. La Estadística nos demuestra en casos como éste que, el análisis de datos obtenidos a simple vista puede hacernos caer en varias equivocaciones si no aplicamos un análisis más cuidadoso y profundo.

---

53) ARY, D. <u>et. al.</u> <u>Introd. a la investigación pedagógica</u>, 114

EJEMPLO # 5 TECNICA APLICADA: CORRELACION.

Del grupo de quinto semestre de la Licenciatura en Pedagogía, quiero saber si existe relación entre coeficiente intelectual y la calificación obtenida en una prueba de comprensión de lectura. Esto es, si los alumnos que tienen buena comprensión en la lectura, tienen a su vez un alto Coeficiente Intelectual.

Para poder averiguarlo necesitamos aplicar un índice de correlación, técnica que nos indica, precisamente, qué tanta relación existe entre dos o más variables. Estos índices van de cero a uno; mientras más cercanos estén a uno, habrá mayor correlación y mientras más se acerquen a cero, ésta será menor. Para este caso podemos aplicar el coeficiente "Producto-momento" de Pearsons, que se usa cuando las dos variables son de intervalo o de razón, como son: calificaciones, edades, peso, C.I. etc.

Los datos de nuestro grupo son:

CALIFICACIONES DE LA PRUEBA DE COMPRENSION DE LECTURA.	COEFICIENTE INTELECTUAL
10	130
10	130
10	125
9	110
9	125
9	100
9	90
8	95
8	110
8	120
7	130
7	110
6	120
6	110
6	90

La fórmula del índice de correlación de Pearsons es:

$$r = \frac{\underbrace{\sum XY}_{\text{suma de las califs. por el C.I.}} - \left(\dfrac{\overbrace{(\sum X)}^{\text{suma de las califs.}}\ \overbrace{(\sum Y)}^{\text{suma del C.I.}}}{\underbrace{N}_{\text{No. de alumnos}}}\right)}{\sqrt{\left[\underbrace{\sum X^2}_{\text{suma de las califs. al cuadrado}} - \left(\dfrac{(\sum X)^2}{N}\right)\right]\left[\underbrace{\sum Y^2}_{\text{suma del C.I. al cuadrado}} - \left(\dfrac{(\sum Y)^2}{N}\right)\right]}}$$

Aplicada a nuestros datos, obtuvimos un índice de .30, lo que indica que, en el grupo de quinto semestre, existe una correlación baja, entre el Coeficiente Intelectual y el Rendimiento escolar. Esto es, los alumnos con altas calificaciones, no son necesariamente, los más inteligentes del grupo.

EJEMPLO # 6 TECNICA APLICADA: PRUEBA t DE STUDENT.

Retomando nuestro primer ejemplo, de los dos grupos de primer semestre de la escuela técnica, recordemos que obtuvimos la media de aprovechamiento de ambos grupos y observamos que eran diferentes. Para un primer estudio este dato es suficiente, pero, si quisiéramos hacer un estudio más profundo, necesitaríamos saber si esa diferencia es significativa, esto es, si se debe a las características propias de cada grupo o si es sólo casualidad. Para ello existe la fórmula de la "t" de STUDENT, que compara las medias de dos grupos, indicando si la diferencia es o no, significativa. La fórmula correspondiente es:

$$t = \frac{\overbrace{\bar{X}_1}^{\text{media del grupo uno}} - \overbrace{\bar{X}_2}^{\text{media del grupo dos}}}{\sqrt{\left(\dfrac{\underbrace{SC_1 + SC_2}_{\text{suma de cuadrados de los grupos}}}{(n_1-1)+(n_2-1)}\right)\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}$$

Aplicándola a los datos del ejemplo 1, obtuvimos una "t" de .82390. Este dato se ubica en la tabla de t localizando los grados de libertad (gl) correspondientes y buscando, posteriormente en la fila de "p". Esto nos indica el nivel de significancia que, en el caso de las ciencias sociales, no deberá ser mayor de .05 para ser tomado en cuenta.

En nuestro ejemplo, el resultado de ", es mayor aún que .10. Con ésto, se rechaza la hipótesis central que afirma que la diferencia entre los grupos A y B, es significativa en cuanto al aprovechamiento, y se acepta la hipótesis nula (no hay diferencia significativa entre el aprovechamiento de ambos grupos), ya que el dato obtenido significa que más del 10% de los sujetos podrán verse influídos por variables ajenas a nuestra investigación.

EJEMPLO # 7 TECNICA APLICADA: Ji CUADRADA

Es un estudio realizado acerca de la relación entre delincuencia y educación, se propuso la siguiente hipótesis "A mayor grado de educación menor incidencia de delitos" (54). Para poder probarla fue necesario dividir el total de sujetos de la población en estudio, entre los grados de escolaridad establecidos y comparar ésta "proporción esperada" con la proporción real obtenida.

---

54) Ejemplo tomado de: Menéndez M. Libertad. Análisis de la relación entre delincuencia y educación. Tesis para optar por el título de Maestra. Colegio de Pedagogía, Facultad de Filosofía y Letras, UNAM.

Para ello se utilizó la prueba de la "Ji cuadrada" prueba no paramétrica que compara los valores obtenidos con los valores esperados.

Su fórmula es:

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$$ proporción esperada

Proporción obtenida

En este caso, el resultado obtenido que de 227,049, que localizado en la tabla correspondiente nos da una probabilidad de .001 que es menor aún que la aceptada en ciencias sociales.

Esto apoya nuestra hipótesis, aceptándose que los sujetos con mayor escolaridad, tienen menor incidencia en delitos.

EJEMPLO # 8 TECNICA APLICADA: COEFICIENTE DE CONTINGENCIA.

Si deseamos saber si hay relación entre dos variables estudiadas a partir de la Ji cuadrada, podemos aplicar el coeficiente de contingencia, que es una medida del grado de asociación entre dos variables, que no necesita la suposición de normalidad de las distribuciones básicas.

Si tomamos los resultados del ejemplo anterior y las aplicamos al Coeficiente de Contingencia, cuya fórmula es:

$$C = \frac{X^2}{N + X^2}$$ Ji cuadrada

No. de sujetos

obtendremos un resultado de: 0.6017402. Este indica que sí hay relación entre las dos variables -delincuencia y educación con lo que podemos aceptar con mayor seguridad nuestra hipótesis.

EJEMPLO # 9 TECNICA APLICADA: PRUEBA A

La prueba A, al igual que la t de Student que ya mencionamos, es una prueba que mide la diferencia entre medias pero, a diferencia de la de t, ésta lo hace con las medias obtenidas en el pretest y postest de una investigación. Para explicarla utilizaremos la siguiente hipótesis, obtenida de un estudio realizado en la Facultad de Ingeniería de la UNAM en el área de Ingeniería Biológica(55). La hipótesis dice así: Si se estructuran los contenidos del área de yacimientos minerales de la licenciatura en Ingeniería Geológica en núcleos de aprendizaje, entonces, el rendimiento escolar de los alumnos será mayor".

Para hacer la investigación, se aplicó a un grupo de 15 alumnos una prueba, previa al curso experimental (pretest). Enseguida se dió este con las características descrita de la investigación y al terminar se aplicó nuevamente una prueba (postest).

---

55) Ejemplo tomado de: Medel, Bello, José, EGAIG, Una experiencia globalizadora del aprendizaje de la Ingeniería Geológica. Tesis para optar por el título de Maestro. Colegio de Pedagogía. Facultad de Filosofía y Letras. UNAM.

La prueba A, nos permite saber, si la diferencia obtenida entre la media del postest y la del pretest, es significativa y si podemos, entonces, aceptar nuestra hipótesis.

Su fórmula es la siguiente:

$$A = \frac{ED^2}{(ED)^2}$$ diferencia de las puntuaciones.

Aplicada a los datos obtenidos en las pruebas se obtuvo un resultado de 0.183, que localizado en la tabla correspondiente, nos da una p. de 0.02 que, como ya hemos visto, es menos aún que la máxima probabilidad aceptada por las ciencias sociales. Esto permite aceptar la hipótesis propuesta.

Y bien, ahora que has recorrido una parte del maravilloso mundo de las matemáticas y que has llegado y atravesado el umbral de la estadística, estás ya preparado para iniciarte de lleno en su estudio. Es importante que estés conciente de que la práctica que realices como Pedagogo formará parte de nuestra ciencia Pedagógica actual y que el que se cumpla la siguiente frase del Mtro. Moreno y de los Arcos: "La pedagogía es una profesión con aleccionador pasado, no mal presente y excelente futuro" (56), dependerá en parte, de tí.

Recuerda que en el curso en el que ahora te iniciarás nada será complicado si buscas su base y la desglosas; los números, que ahora son tus amigos, te esperan, ¡adelante!

---

56) Moreno y de los Arcos, Enrique. "Los origenes de la pedagogía en México" en Enseñanza más aprendizaje # 5, p. 76.

Conclusiones

Debido a la naturaleza del trabajo presentado, es difícil realizar conclusiones en sentido estricto. Se propone un curso que aún no ha sido impartido y no podemos, por consiguiente, concluír sus beneficios o desventajas. Sin embargo, bajo tal título me permitiré puntualizar algunos aspectos que, sin ser propósitos, es necesario destacar por su importancia y que, si han sido mencionados a lo largo del presente trabajo, sólo ha sido de manera superficial.

Es un hecho comprobado, el que existe un problema en el aprendizaje de la Matemática que se inicia, desde los niveles elementales, continuando en el medio y culminando en nuestra Universidad.

Aunque se tienen datos obtenidos de diversas investigaciones al respecto, son mínimas las realizadas en un nivel estrictamente pedagógico. Es hora ya, de que los Pedagogos colaboremos en la solución del problema.

Siendo el Colegio de Pedagogía de la Facultad de Filosofía y Letras de la U.N.A.M. uno de las principales fuentes formadoras de Pedagogos del país, se eligió como materia de estudio del presente trabajo. Esto no implica el que se ignore la existencia del problema en otros niveles o carreras.

El curso propuesto no pretende adiestrar a los sujetos en los diferentes procesos matemáticos sino, mediante sus contenidos, destacar el aspecto lógico de lo que ya aprendieron alguna vez y tomarlo comprensible y sencillo. La sección de estadística, busca presentar al estudiante una visión general de lo que será su curso de Estadística Aplicada a la Educación y de la utilidad de estos conocimientos en su aplicación a la Pedagogía.

Debe destacarse que el objetivo final de este trabajo, y sin el cual no tendría sentido, es el realizar una experimentación que nos permita comprobar nuestra hipótesis.

Al obtener los resultados de la experimentación podremos sacar conclusiones con respecto a todo lo propuesto.

En el caso de que la experimentación arroje datos que apoyen nuestra hipótesis, se propondrá la revisión del plan de estudio de la licenciatura en Pedagogía, y se estudiarán las posibilidades de extrapolación de los resultados a otras especialidades.

REFERENCIA BIBLIOGRAFICA

1) Ary, Donald. et al. Investigación Pedagógica. tr. José Salazar y José Pecina. 1ª ed. México. Interamericana, 1982. 410 p.

2) Asimov. Isaac. El reino de los números. tr. Jesús del Castillo. 1ª ed. México, Diana. 1969. 200 p.

3) Bergamini, David. Matemáticas. Alemania, Time-Life Internacional 1969. 189 p. (Libros Time-Life de bolsillo)

4) Boll, Marcel. Historia de las Matemáticas. tr. Adolfo A. de Alba. 1ª ed. México, Diana, 1981. 133 p.

5) Bourbaki, Nicolas. Elementos de historia de las matemáticas. tr. Jesús Hernández. 2ª ed. Madrid. Alianza Universid. 1976. 402 p.

6) Bunge, Mario. La ciencia, su método y su filosofía. Buenos Aires, Siglo XX, 1976, 110 p.

7) Campedelli, Luigi. Fantasía y lógica en la matemática. Barcelona, Labor, 1970. 133 p.

8) Escotet, Miguel A. Estadística psicoeducativa 1ª ed. México. Trillas. 1978. 281 p.

9) Esparza Hidalgo, David. Nepohualtzintzin. 1ª ed. México, Diana. 1977. 183 p.

10) García Pérez, Andrés. Elementos de método estadístico. 2ª ed. México, UNAM. 1978.

11) Hofmann, Ehrenfried, Historia de la matemática, tr. Vicente Valls y Gonzalo Fernández T. México, Hispano-Americana, 1961. 3 V. (Manuales UTHEA # 30, 31 y 32).

12) Jum c, Nunnaly. Introducción a la medición psicológica. tr. Leticia Halperin D. 1ª ed. Buenos Aires. Paidós. 1973. 619 p. (Colección Serie Mayor, V. 36)

13) Jurguin, Ya. Bueno, ¿y qué? tr. Julia Gutiérrez F. Moscú. Mir. 1973. 406 p.

14) Kasnere y J. Newman. Matemáticas e imaginación. tr. C.E.C. S.A. México, Cía. Editorial Continental S.A. 1979. 303 p.

15) Kendal, M.G. Historia del Método Estadístico en: Enciclopedia Internacional de las Ciencias Sociales. 1ª ed. España, Aguilar, 1977. (V. IV)

16) Mialaret, Gastón. Las matemáticas tr. José Ma. del Río. 1ª ed. Madrid, Pablo del Río, 1977. 174 p.

17) Navarrete, Manvet et. al Matemáticas y realidad. 1ª ed. México, Sep. Setentas. 1976. 148 p. (Colec. Sep. Setentas # 308)

18) Niklitschek, Alexander. El prodigioso jardín de las matemáticas. tr. Antonio Fonts 4ª ed. Barcelona, Iberia, S.A., 1964. 337 p.

19) Northrop, Eugene. Paradojas Matemáticas. tr. Ricardo Ortíz V. México, Unión tipográfica editorial hispano-americana. 1977. 355 p. (Manual Uteha # 18).

20) Perelman, Y. Algebra Recreativa. tr. C. Pérez y F. Petrov. 5ª ed. Moscú, Mir, 1978. 252 p.

21) Perelman, Y. Matemáticas recreativas. tr. F. Blanco 2ª ed. Moscú, Mir 1971. 199 p.

22) Reinoso, Carlos. En busca de una nueva didáctica para la matemática. 1ª ed. México. 1974. 221 p. (Serie reforma educativa)

23) Siegel, Sidney. Estadística no paramétrica. tr. Javier Aguilar V. 2ª ed. México, Trillas 1978. 346 p.

24) Sorenson, Herbert. La psicología de la educación. tr. Marta Wisnes. Buenos Aires, Ateneo 1971. 576 p. (Bib. de nuevas orientaciones de la educación).

25) Tahan, Malba. El hombre que calculaba. 1ª ed. México, Editores Mexicanos S. A. 1980. 230 p.

26) Tirado Benedí, Domingo. Técnica de la investigación pedagógica. 1ª ed. México, UNAM 1967. 146 p.

27) Titchmarsh, E.C. Esquema de la matemática actual. tr. Francisco Rived. 1ª ed. México, Fondo de Cultura Económica. 1981. 196 p. (Breviarios # 44)

28) Vessereau, A. Estadística tr. Nuria Cortada de K. 9ª ed. Buenos Aires, EUDEBA 1976. 59 p. (Cuadernos Eudeba # 58)

29) Young. Robert y Donald Veldnan. Introducción a la estadística aplicada a las ciencias de la conducta. tr. Graciela Rodríguez de A. y Lisha Jacobo R. 2ª ed. México, Trillas, 1978. 584 p.

REFERENCIAS HEMEROGRAFICAS

1) Caballero, Roberto La formación del profesional de la Pedagogía en la Facultad de Filosofía y Letras. México, Colegio de Pedagogía/U.N.A.M. 1981 (Documento del Encuentro sobre el estado y perspectivas de la teoría y el análisis educativo).

2) Gaceta U.N.A.M. Evaluación y marco de referencia para los cambios académico-administrativos. número especial. 6a. época. Vol. I. Ciudad Universitaria. Dic. 1983 24 p.

3) Moreno y de los Arcos, Enrique. "Los orígenes de la Pedagogía en México" en: Enseñanza más aprendizaje. Revista de la escuela de graduados de la Normal Superior del Estado de Nuevo León. Monterrey, 1982. p. 59-76 (Vol. V)

4) U.N.A.M. y C.C.H. Congreso Metropolitano de Enseñanza y aprendizaje de la matemática a nivel medio superior. México, U.N.A.M. nov-dic. 1983 67 p.

5) U.N.A.M. Simposio de Estadística Universitaria 1983. México, UNAM. Mayo 1983 308 p.

REFERENCIA DE TESIS

1) García Casanova, Ma. Guadalupe. El diseño ex post facto. Una alternativa de investigación en pedagogía. Tesis para optar por el título de Licenciada en Pedagogía. U.N.A.M. México, 1982.

2) Martínez O., Ma. del Socorro. Las actitudes, su medición e importancia en el campo pedagógico. Tesis para optar por el título de Licenciada en Pedagogía. Universidad de Veracruz. Jalapa, Ver. 1980.

3) Medel Bello, José O. Una experiencia globalizadora del aprendizaje de la Ingeniería Geológica. Tesis para optar por el título de Maestro en Pedagogía. U.N.A.M. México, 1983.

4) Menéndez M., Libertad. Análisis de la relación entre delincuencia y educación. Tesis para optar por el título de Maestra en Pedagogía. U.N.A.M. México.