

247

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

**MODELADO Y CONTROL DE UN COLECTOR
SOLAR TIPO CANAL PARABOLICA**

T E S I S

Que para obtener el título de:

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P r e s e n t a n:

JOEL ALONSO MENDEZ

FRANCISCO JAVIER CAPISTRAN OCAMPO

México, D.F.

1981



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

I N D I C E

GLOSARIO DE SIMBOLOS EMPLEADOS	i
1. INTRODUCCION	1
2. MODELO DE UN MODULO COLECTOR	9
2.1 Descripción del sistema modelado	9
2.2 Balance energético para el tubo absorbedor	13
2.3 Balance energético para el fluido	19
2.4 Modelos de parámetros concentrados	22
3. MODELO LINEAL	
3.1 Linealización	28
3.2 Parámetros del modelo	28
3.3 Modelos lineales	32
3.4 Comparación entre modelos	45
4. RESPUESTA EN FRECUENCIA	57
5. REALIMENTACION	66
5.1 Respuesta a escalón	74
5.2 Respuesta a trenes de pulsos pseudoaleatorios	80
5.3 Señales de flujo másico	85
5.4 Respuesta en frecuencia para el sistema de malla cerrada	89

6. EFECTO DE RETRASOS EN LA REALIMENTACION	97
6.1 Introducción	97
6.2 Discretización	98
6.3 Función de transferencia	103
6.4 Realimentación	104
6.5 Simulaciones	113
6.6 Estabilidad	120
7. ANALISIS DEL ABSORBEDOR CON ENVOLVENTE	124
7.1 Introducción	124
7.2 Modelo no lineal	125
7.3 Modelo lineal	128
7.4 Respuesta en frecuencia	131
7.5 Realimentación	137
7.6 Retraso en la malla de realimentación	139
8. CONCLUSIONES	149
8.1 Modelo sin envolvente	150
8.2 Modelo con envolvente	154
9. REFERENCIAS	157
APENDICE	159
A.1 Parámetros del tubo envolvente	159
A.2 Producto transmitancia - absortancia	164
A.3 Emitancia equivalente	165

GLOSARIO DE SIMBOLOS EMPLEADOS

A	Area transversal interior del absorbedor {m ² }
A _C	Area transversal del tubo absorbedor {m ² }
a	Apertura del espejo {m}
B	Area transversal total del tubo absorbedor {m ² }
b	Constante de conversión de unidades {kC/m kg}
C _C	Calor específico del tubo absorbedor {kC/kg hr °C}
C _F	Calor específico del fluido {kC/kg hr °C}
C _V	Calor específico del tubo envolvente {kC/kg hr °C}
D1	Diámetro exterior del tubo envolvente {m}
D2	Diámetro interior del tubo envolvente {m}
e	Energía interna del aceite por unidad de masa {kC/kg m ³ }
e _m	Error de estado estable para el flujo
e _Q	Error de estado estable para la radiación solar
e _{Te}	Error de estado estable para la temperatura de entrada
E	Espesor del tubo envolvente {m}
G	Flujo de masa por unidad de área {kg/hr m ² }
G(s)	Función de transferencia del bloque de realimentación
H	Entalpía específica del fluido {kC/kg}
H(s)	Matriz de transferencia del colector en malla abierta
H̄(s)	Matriz de transferencia del colector en malla cerrada
h	Entalpía total del fluido {kC/m ² hr}
h _c	Coefficiente de convección entre el absorbedor y el ambiente {kC/m ² hr °C}
h _F	Coefficiente de convección entre el absorbedor y el fluido {kC/m ² hr °C}
h _v	Coefficiente de convección entre el envolvente y el ambiente {kC/m ² hr °C}
K	Ganancia de realimentación
K _C	Coefficiente de difusión térmica del absorbedor {kC/m hr °C}
K _F	Coefficiente de difusión térmica del fluido {kC/m hr °C}
L	Longitud total del absorbedor {m}
m	Orden del retraso en la malla de realimentación
m _F	Masa del fluido contenida en un tramo de longitud Δx {kg}
m _C	Masa del absorbedor de un tramo de longitud Δx {kg}
m _V	Masa del envolvente de un tramo de longitud Δx {kg}
ṁ _{F, ṁ}	Flujo másico de aceite {kg/hr}
N	Número total de tramos
p	Presión absoluta {kg/m ² }
Q _{sol}	Radiación solar incidente en el plano de apertura del espejo {W/m ² }
Re	Número de Reynolds
r ₁	Índice de refracción del aire
r ₂	Índice de refracción del envolvente
S _o	Perímetro exterior del absorbedor {m}

S_1	Perímetro interior del absorbedor {m}
τ	Tiempo {hr}
T	Período de discretización {hr}
T_c	Temperatura del absorbedor {°C}
T_F	Temperatura del fluido {°C}
T_a	Temperatura ambiente {°C}
T_s	Temperatura del cielo {°K}
T_{Fo}, T_e	Temperatura del fluido a la entrada del absorbedor {°C}
T_v	Temperatura del envolvente {°C}
U_c	Energía interna del absorbedor {kC/m ³ }
U_F	Energía interna del fluido {kC/m ³ }
V_c	Volumen del tubo de un tramo de longitud Δx {m ³ }
v	Velocidad del viento {m/seg}
v	Volumen específico {m ³ /kg}
x	Distancia medida a lo largo del absorbedor {m}
α	Absortancia de la superficie selectiva
α_v	Absortancia del envolvente
β	Coefficiente de expansión volumétrica {°C ⁻¹ }
Δx	Incremento de distancia {m}
Δt	Incremento de tiempo {hr}
ϵ_c	Emitancia de la superficie selectiva
ϵ_v	Emitancia del envolvente
ϵ_o	Emitancia equivalente entre tubos
θ_1	Angulo de incidencia de la radiación sobre el envolvente
θ_2	Angulo de reflexión de la radiación
μ_F	Viscosidad del fluido {kg/m hr}
ρ	Reflectancia del absorbedor
ρ_d	Reflectancia a la radiación difusa
ρ_c	Densidad del absorbedor {kg/m ³ }
ρ_F	Densidad del fluido {kg/m ³ }
ρ_v	Densidad del envolvente {kg/m ³ }
σ	Constante de Steffan-Boltzmann {kC/hr m ³ °K}
τ	Transmitancia
ϕ_i	Diámetro interior del absorbedor {m}
ϕ_e	Diámetro exterior del absorbedor {m}
ω_e	Frecuencia {rad/hr}

1. INTRODUCCION

En el Instituto de Ingeniería de la UNAM está en desarrollo una planta experimental para convertir energía solar en energía mecánica y és-
ta a su vez en energía eléctrica. En la figura 1.1 se muestra un diagrama de su configuración. Los componentes principales de la planta son:
un campo de colectores solares de enfoque, un tanque de almacenamien -
to térmico, un evaporador, un separador de vapor, un expansor, un generador eléctrico, un condensador, una torre de enfriamiento y dos bom-
bas centrífugas.

Cada uno de los colectores solares (figura 1.2) está formado básicamen-
te por:

- Un espejo con forma de canal parabólica que, al orientarse hacia el sol, concentra la energía solar sobre su plano de apertura (fig 1.3) en una línea que coincide con el eje formado por los focos de las pa

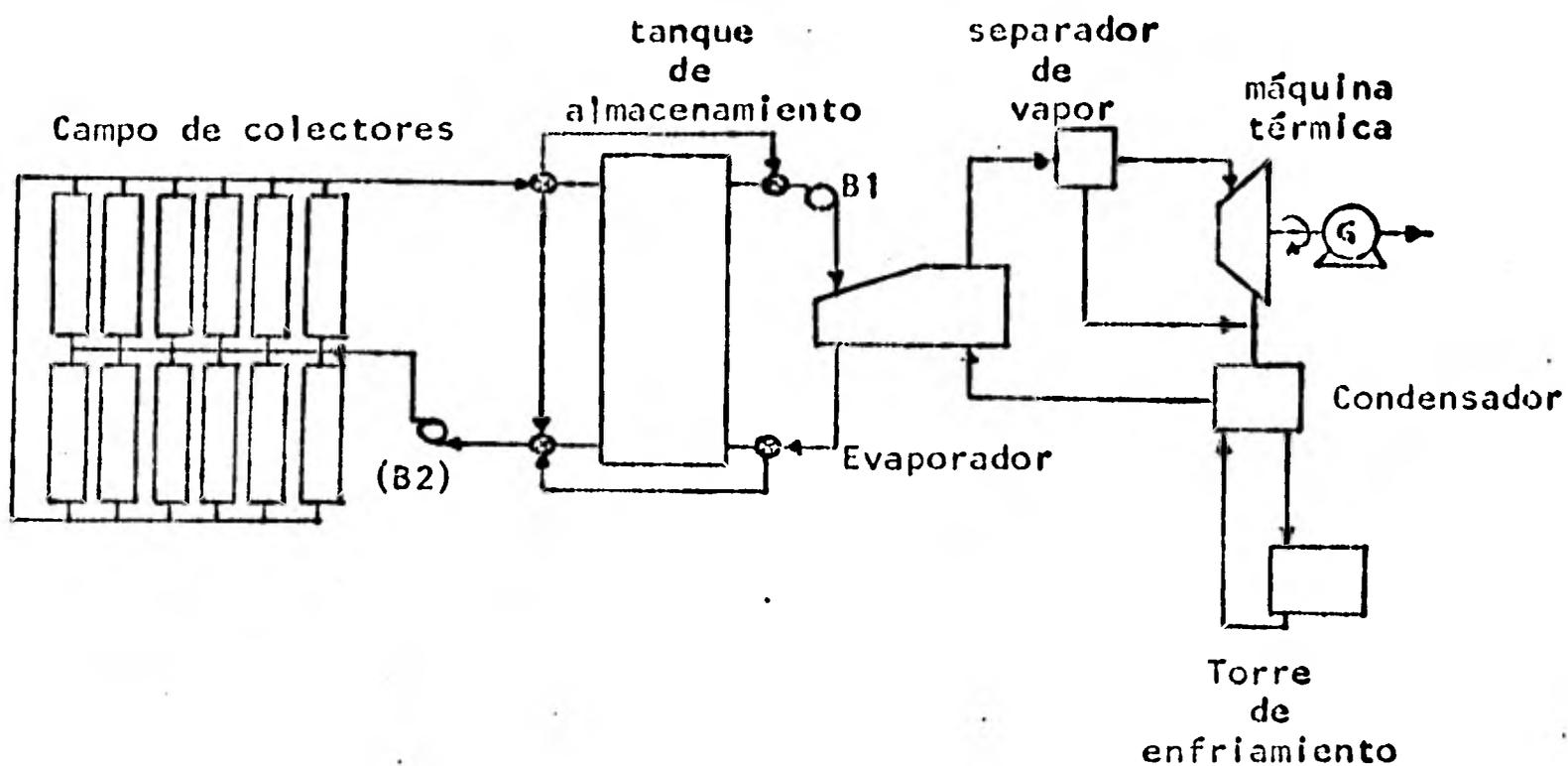


Fig 1.1 Esquema de la planta

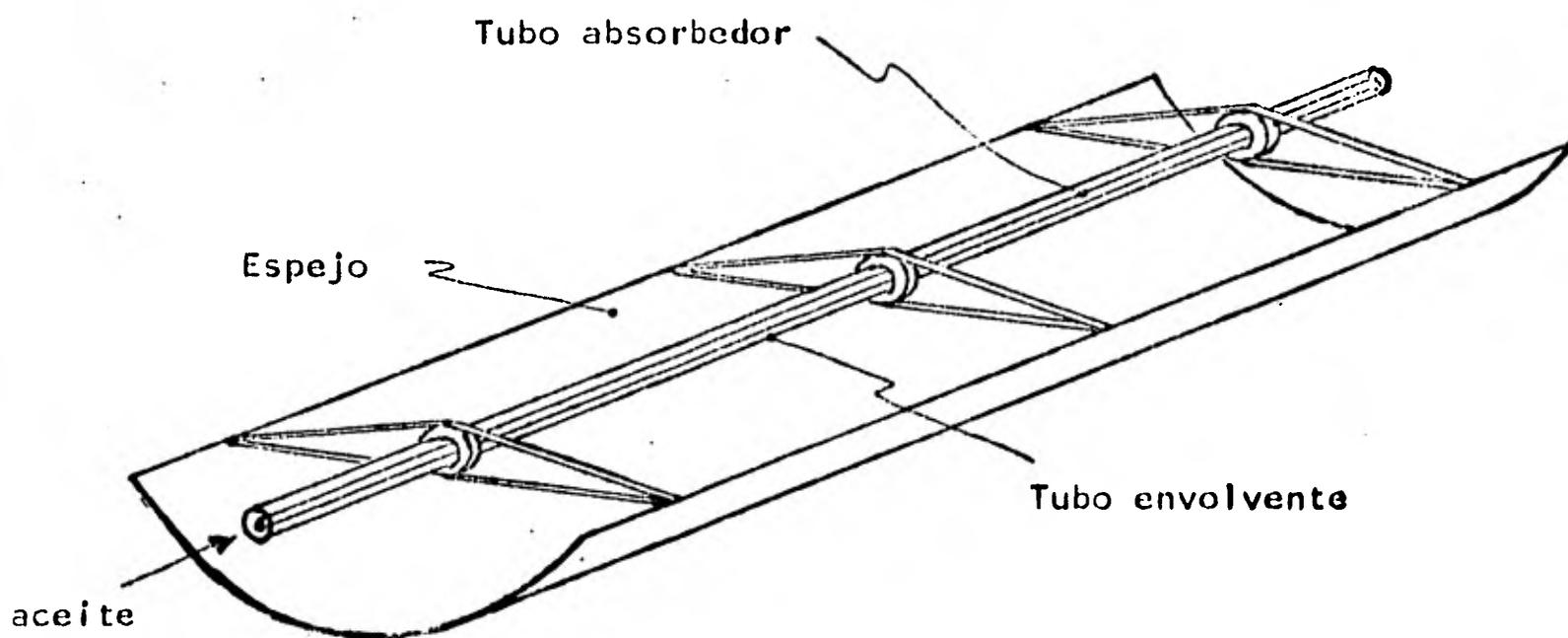


Fig 1.2 Colector utilizado para la captación de energía solar.

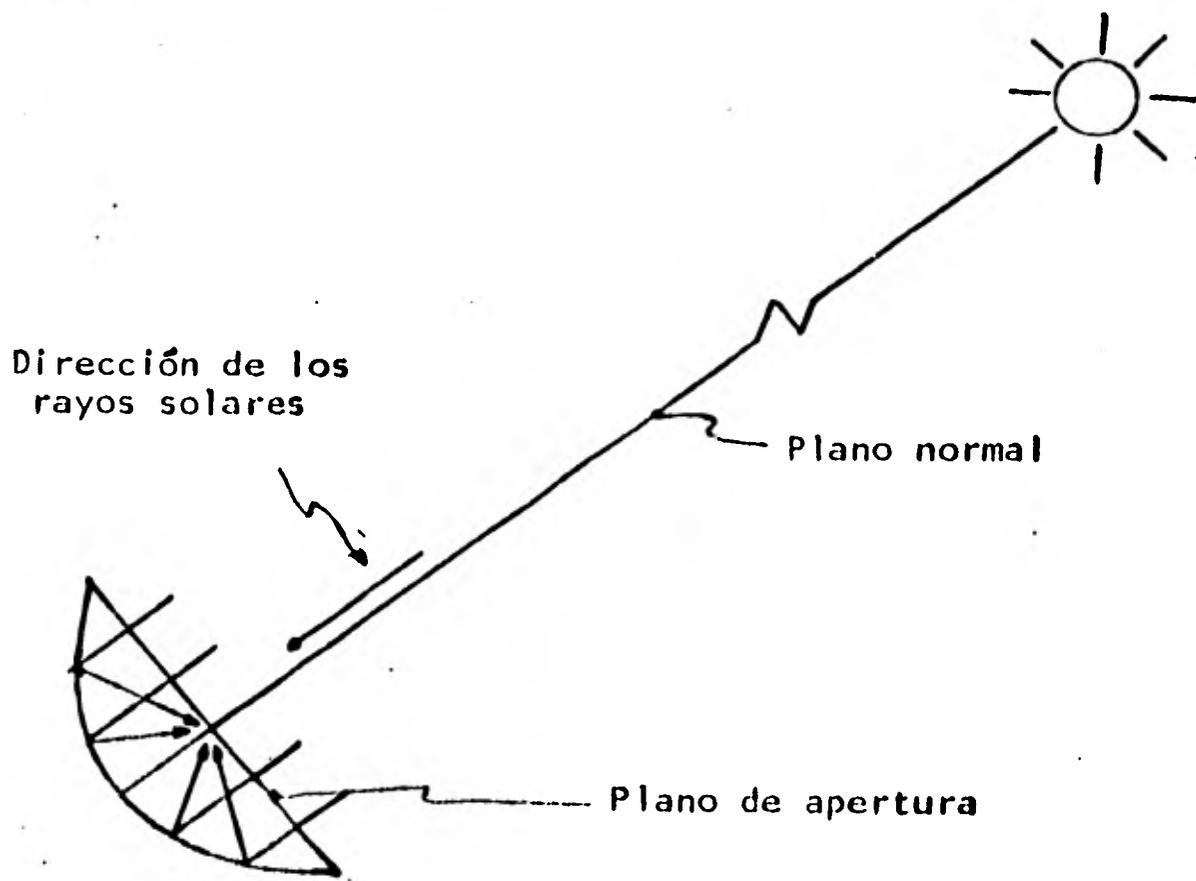
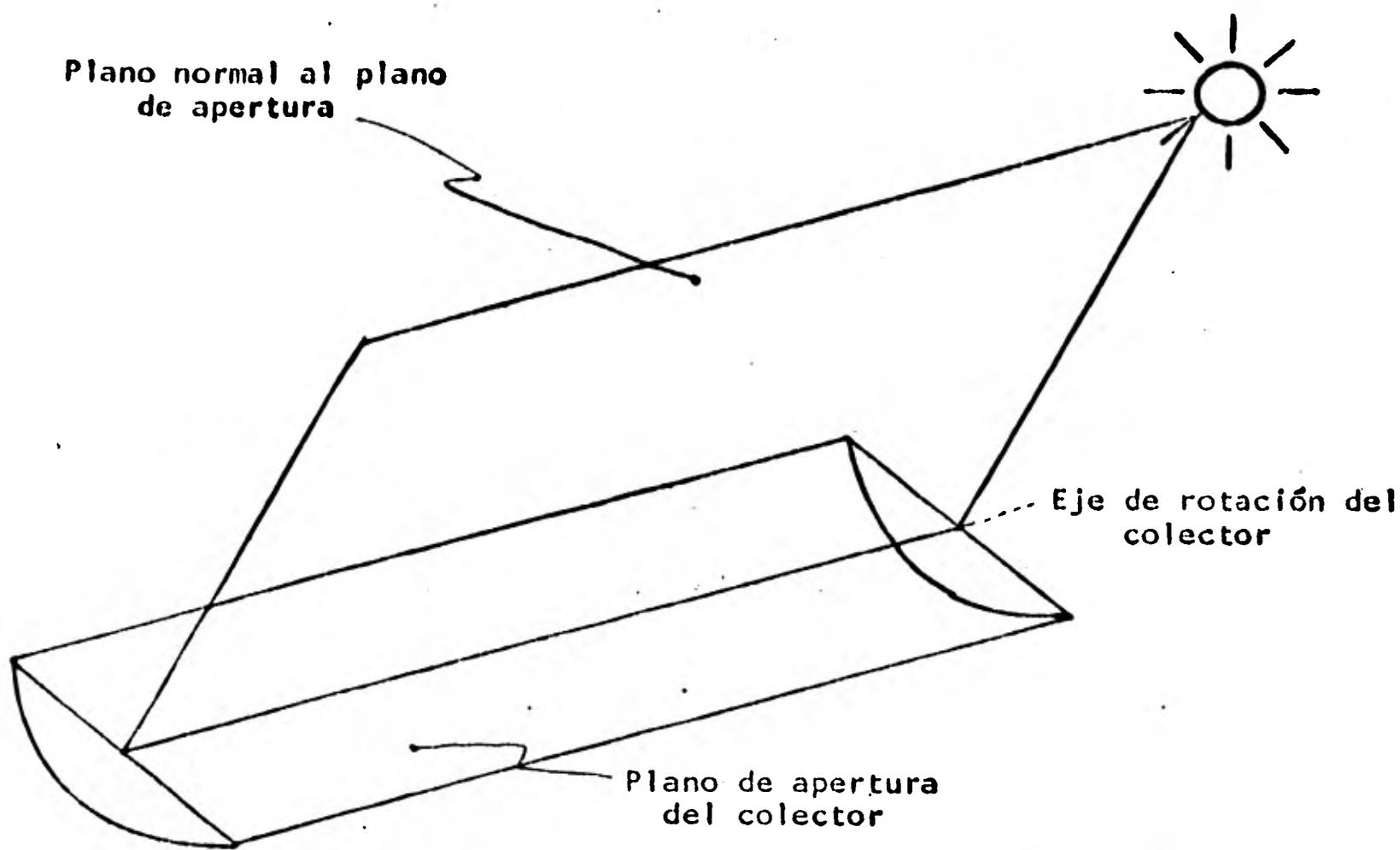


Fig 1.3 Orientación correcta de un colector para concentrar la radiación sobre el plano de apertura.

ráboles

- Un dispositivo rastreador que hace girar al espejo sobre su eje focal siguiendo la trayectoria del sol y manteniendo así los rayos de éste perpendiculares a su plano de apertura
- Un tubo de cobre llamado absorbedor, situado sobre el eje focal del espejo y cubierto por una capa de material selectivo a la radiación solar (alta absorción y baja emisivida); por el interior del tubo circula aceite, que es el fluido de trabajo.
- Colocado en forma concéntrica con el absorbedor se encuentra, cubriendo a éste, un tubo de vidrio transparente, llamado tubo envolvente, el cual evita el contacto directo entre el absorbedor y el medio ambiente, reduciendo así las pérdidas de calor; el espacio anular creado entre los tubos puede estar ocupado por un gas o al vacío.

La radiación solar captada por el espejo y concentrada sobre el eje focal cruza el tubo envolvente e incide sobre el absorbedor, elevando su temperatura; parte del calor almacenado en este tubo es transmitido por convección al aceite que circula por su interior. El aceite así calentado es utilizado como fuente de calor en el evaporador de agua; en el diseño de la planta se determinó que el aceite debe entrar al evaporador a una temperatura de 250°C , { 2 }.

En el tanque de almacenamiento térmico se puede tener disponible durante algún tiempo cierta cantidad de aceite a una temperatura muy cercana a los 250°C , y con ella alimentar el evaporador cuando las condiciones

de operación en el campo de colectores no permiten obtener aceite en can-
tidad y temperatura elevadas para mantener la alimentación directamente
desde ellos. Si el aceite que sale de los tubos absorbedores no tiene -
la temperatura adecuada para poder ser conducido al evaporador o al tan-
que de almacenamiento, se le hace recircular por el campo de colectores.

El aceite que sale del evaporador puede ser conducido directamente hacia
los colectores o mezclado con aceite tomado de la parte inferior del tan-
que, cerrando así el llamado ciclo primario.

El vapor de agua, producido en el evaporador, es alimentado al expansor
después de hacerlo pasar por un separador de vapor; en el expansor se pro-
duce la conversión de energía térmica en energía mecánica y en el genera-
dor que se tiene acoplado, la de ésta en eléctrica. El vapor que sale del
expansor es condensado y el líquido obtenido llevado al evaporador, don-
de se reinicia la operación del ciclo secundario.

Dentro de la operación del sistema pueden distinguirse dos situaciones:

- (a) la de arranque, durante la cual se recircula el aceite por los co -
lectores, elevando su temperatura desde un valor cercano a la del am-
biente hasta alcanzar una temperatura mínima de operación (250°C);
durante esta etapa no circula aceite por el evaporador
- (b) la de operación establecida, que se inicia una vez alcanzada la tem-
peratura de operación del evaporador en una cierta cantidad de masa
de aceite y durante la cual se opera ya el ciclo secundario,

generándose energía eléctrica. Cuando no todo el aceite caliente que proviene de los colectores se utiliza en el evaporador, una parte se conduce al tanque de almacenamiento.

El objetivo general del sistema de control para la operación automática de la planta experimental es conseguir que la energía solar disponible en el campo de colectores se aproveche de la forma mas eficiente posible. Dadas la dimensiones de la planta Generadora Solar, su número de componentes, la cantidad de información que deberá manejarse durante su operación y las condiciones ambientales no controlables de las que depende, se consideró que podría convenir implantar un sistema de control en tiempo real.

En él, una micro o minicomputadora recibe información de sensores colocados en diversos puntos del sistema generador. La computadora debe validar dicha información, procesarla de acuerdo con los algoritmos de control diseñados para tomar decisiones sobre las acciones a efectuar, y enviar las señales correspondientes a los actuadores.

El diseño del sistema de control para todo el generador representa una tarea muy amplia, de la que sólo una parte será estudiada en el presente trabajo, en el que se analiza un esquema de control para un módulo colector.

Por diseño, como ya se mencionó, el evaporador opera cuando la temperatura del aceite a su entrada es de 250°C; así pues, el sistema de control para los colectores debe mantener la temperatura del aceite a la

salida de los mismos en un valor mayor o igual que 250°C . De hecho, puede mostrarse { 3 } que la máxima eficiencia se logrará precisamente cuando la temperatura de salida sea de 250°C (tan baja como el diseño lo permite). El sistema de control debe mantener esta temperatura con variaciones transitorias pequeñas, a pesar de las perturbaciones en la radiación solar y/o en la temperatura de entrada a los colectores. La magnitud de las variaciones en la temperatura de salida del aceite permitida por el sistema de control dependerá básicamente del efecto que tenga sobre la eficiencia y del costo que involucra mantenerla por debajo de un cierto valor.

Se supondrá aquí que el sistema ha pasado la etapa del arranque y se está ya en condiciones nominales de operación; la temperatura del aceite a la entrada de los colectores se supone en un valor nominal de 210°C , con variaciones aleatorias alrededor de él, y se supone una radiación solar promedio de 500 Watts/m^2 .

Como primer paso en la solución del problema de control descrito arriba se plantea un modelo matemático para un colector. Dicho modelo, constituido por un par de ecuaciones diferenciales parciales no lineales, considera los diferentes fenómenos de transporte de masa y calor (capítulo 2). A partir de este modelo, suponiendo al tubo absorbedor dividido en N secciones iguales a lo largo de su eje longitudinal, se obtiene un modelo de parámetros concentrados representado por un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales ordinarias; con este modelo se simula, mediante un programa de computadora digital, el comportamiento del colector. Para utilizar en el análisis del problema de control algunas de las técnicas existentes para sistemas lineales, se obtiene un punto de operación

de estado estable y se linealiza el modelo alrededor de este punto; mediante el modelo resultante se simula el comportamiento del absorbedor, comparando los resultados con los obtenidos para el no lineal (capítulo 3). El análisis se hace para diferentes valores del número N de secciones homogéneas en que se supone dividido el absorbedor. En el capítulo 4 se obtiene la respuesta en frecuencia para el modelo linealizado (diagramas de Bode para diferentes valores de N), para cada una de las variables consideradas como entradas; esto es, la radiación solar recibida, la temperatura del aceite a la entrada del absorbedor y el flujo másico. A partir de la respuesta en frecuencia se obtienen algunas conclusiones sobre el problema de control. Cabe añadir aquí que la respuesta de un sistema no lineal es función no sólo de la frecuencia de la señal de entrada, sino también de su amplitud; este no es el caso para modelos de tipo lineal. A pesar de ello, y por resultados preliminares de otro estudio { 3 }, en el caso particular de los colectores aquí tratados la aproximación obtenida con el modelo lineal resulta ser de gran utilidad.

En el capítulo 5 se plantea un algoritmo de control de malla cerrada en que el valor del flujo másico es proporcional a las variaciones de la temperatura del aceite a la salida. Se considera primero el caso en que la realimentación es continua. El comportamiento del sistema de malla cerrada se estudia mediante el lugar geométrico de las raíces y la respuesta en frecuencia. En el capítulo 6 se consideran los problemas debido a retrasos en la realimentación. Finalmente, se presenta un análisis breve del modelo del colector con el tubo envolvente y considerando vacío en el espacio anular entre tubos.

2. MODELO DE UN MODULO COLECTOR

2.1 Descripción del sistema modelado

El colector consta de:

- (a) Un espejo cilíndrico-parabólico que teóricamente está permanentemente orientado hacia el sol y que concentra la radiación solar - incidente sobre él en un eje que coincide con el foco de cualquiera de las parábolas que se obtendrían al hacer cortes transversales del espejo (dicho eje se denomina por ello eje focal).
- (b) Un tubo fijo a la estructura del espejo, cuyo eje longitudinal coincide con el eje focal en todo instante de tiempo. Este tubo, denominado tubo absorbedor, está recubierto en su exterior por - una superficie selectiva de baja emittancia y alta absortancia. En

él se recibe la radiación concentrada por el espejo. Por el interior de este tubo absorbedor fluye el aceite que se desea calentar.

- (c) Un tubo envolvente de vidrio cuyo eje longitudinal coincide con el del tubo absorbedor, creando un espacio anular entre ambos tubos. El propósito del tubo envolvente es reducir las pérdidas de calor. El espacio anular puede estar parcialmente cubierto de aislante o llenarse con aire a diferentes presiones (inclusive vacío) u otros gases.

En lo que sigue se plantea un modelo del colector excluyendo al tubo envolvente. Se considera que la radiación solar incide sobre el tubo absorbedor de manera uniforme y no se incluye el efecto del espejo (salvo para fijar los valores de radiación incidente, donde se toma en cuenta el área efectiva de captación, determinada por las dimensiones del espejo).

Considérese un tubo de longitud l , de sección transversal circular constante, con diámetro interior ϕ_i y diámetro exterior ϕ_e . El tubo está en posición horizontal y por su interior fluye aceite llenándolo por completo. Se supone que la radiación solar reflejada por los espejos incide uniformemente distribuida sobre la superficie exterior total del absorbedor. Se acepta tal suposición como válida, a pesar de que la radiación solar incide sólo sobre la parte inferior del absorbedor, dados la alta conductividad térmica del material del tubo, el efecto uniformador del flujo de aceite en el interior del mismo y las inercias térmicas del sistema. Se supone asimismo que el valor de las variables de interés es el mismo para todos los puntos de una sección transversal cualquiera del absorbedor, siempre que se trate de un mismo medio (tubo o aceite); se consideran pues variaciones sólo en la dirección longitudinal x (ver fig 2.1). Se concede que tampoco esto coincide con la situación real, en tanto que los perfiles de, por ejemplo, temperaturas y velocidades del fluido presentan variaciones radiales; a pesar de esto se estima que tal suposición simplificatoria es válida para los propósitos del presente análisis. Se considera que el aceite entra al tubo en $x = 0$ y sale de él por $x = l$.

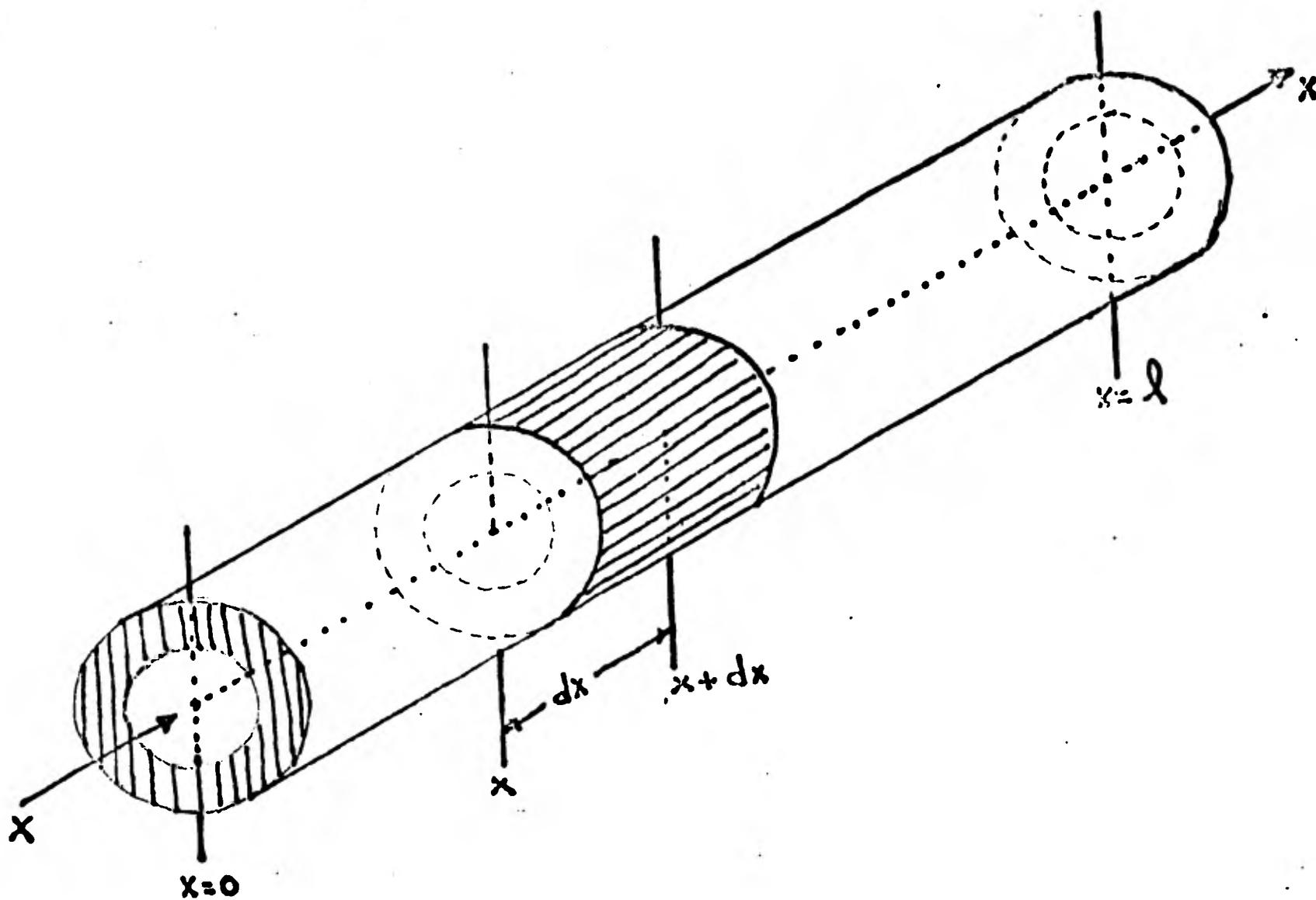


Fig 2.1 Tubo absorbedor

Se considera que el tubo absorbedor no pierde calor a través de cualquier soporte que sea empleado para mantenerlo en su posición.

Sean, A el área interior al tubo en un corte transversal cualquiera y B el área total del corte transversal (incluyendo el área correspondiente al tubo), según se muestran en la figura 2.2.

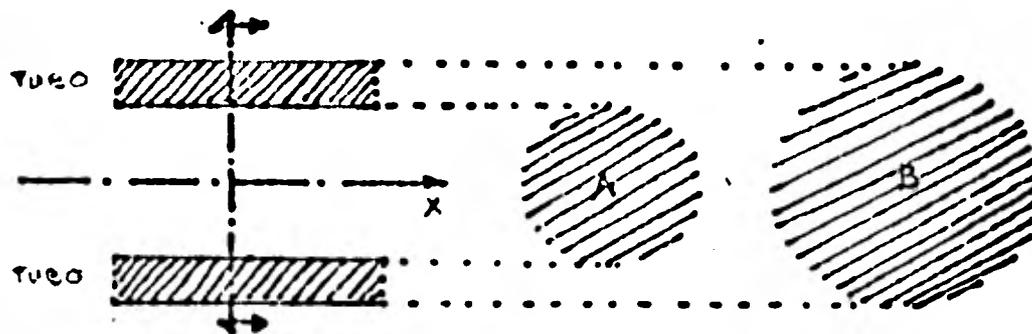


Fig 2.2 Corte transversal del absorbedor

Esto es,

$$A = \frac{\pi}{4} \phi_i^2 \quad \text{y} \quad B = \frac{\pi}{4} \phi_e^2$$

Dadas las suposiciones hechas arriba, para estudiar al absorbedor será suficiente plantear como elementos diferenciales del tubo y del fluido a los volúmenes respectivos comprendidos entre dos cortes transversales separados entre sí un diferencial dx de longitud. A continuación se plantean los balances energéticos para dichos volúmenes, primero para el tubo y después para el aceite. En lo que sigue se empleará el subíndice "c" para referirse al tubo y el subíndice "F" para el fluido.

2.2 Balance energético para el tubo del absorbedor

Considérese un diferencial de volumen dV_c de tubo comprendido entre dos cortes transversales en x y $x+dx$, esto es,

$$dV_c = (B-A) dx = \frac{\pi}{4} (\phi_c^2 - \phi_i^2) dx$$

- (a) *Energía interna.* Sea $U_c(\cdot, \cdot)$ la densidad de energía interna para el tubo. La cantidad de energía interna almacenada en el tiempo t en el diferencial de volumen dV_c será entonces $U_c(x, t) dV_c$ y la correspondiente un diferencial dt de tiempo después será $U_c(x, t+dt) dV_c$. El incremento neto de energía interna en el diferencial de volumen de tubo durante el intervalo de tiempo dt estará dado por

$$\{U_c(x, t+dt) - U_c(x, t)\} (B-A) dx$$

y si se supone que U_c es derivable con respecto a t , entonces

$$\{U_c(x, t+dt) - U_c(x, t)\} (B-A) dx = \frac{\partial U_c(x, t)}{\partial t} (B-A) dx dt \quad (2.1)$$

- (b) *Difusión térmica.* Sea $T_c(x, t)$ la temperatura del tubo en un corte transversal en x , en el instante de tiempo t . Denótese por $K_c(x, t)$ a un coeficiente de difusión térmica expresado en unidades apropiadas y sea $\frac{\partial T_c(x, t)}{\partial x}$ el gradiente de temperatura del tubo en la dirección x . Supóngase que $T_c(x, t)$ es mayor cuanto mayor es x . Entonces, durante un intervalo de tiempo dt el diferencial de volumen de tubo perderá a través de su cara x , como resultado de difusión térmica, una energía calorífica por unidad de área igual a

$$K_c(x, t) \frac{\partial T_c(x, t)}{\partial x} dt$$

y ganará, por unidad de área y por este mismo motivo a través de su extremo $x+dx$, una energía calorífica igual a

$$K_c(x+dx, t) \frac{\partial T_c(x+dx, t)}{\partial x} dt$$

Así, el flujo neto de energía calorífica hacia el diferencial de volumen debido a la difusión durante el intervalo dt estará dado por

$$- \left[K_c(x, t) \frac{\partial T_c(x, t)}{\partial x} - K_c(x+dx, t) \frac{\partial T_c(x+dx, t)}{\partial x} \right] (B-A) dt$$

y si el coeficiente de difusión es derivable con respecto a x y la temperatura del tubo admite una segunda derivada con respecto a x , entonces,

$$\begin{aligned} - \left[K_c(x, t) \frac{\partial T_c(x, t)}{\partial x} - K_c(x+dx, t) \frac{\partial T_c(x+dx, t)}{\partial x} \right] (B-A) dt \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[K_c(x, t) \frac{\partial T_c(x, t)}{\partial x} \right] (B-A) dt dx \quad (2.2) \end{aligned}$$

- (c) *Radiación solar recibida por el tubo.* Sea $Q_{sol}(t)$ la radiación solar incidente en el plano de apertura del espejo del colector por unidad de área, y sea α la apertura del espejo. Suponiendo una reflectancia unitaria y una geometría perfecta, la radiación absorbida por un tramo de tubo de longitud dx durante un intervalo de tiempo dt , será entonces, si el espejo está perfectamente orientado al sol

$$\alpha Q_{sol}(t) \alpha dx dt \quad (2.3)$$

donde α denota la absortancia del tubo.

En los estudios posteriores se introducirán en este término las modificaciones pertinentes para tomar en cuenta defectos de curvatura, imperfecciones de los espejos, y la reflectancia de los mismos, así como errores en el seguimiento del sol. Nótese que estos factores no modificarán la dinámica del sistema, sino solamente su ganancia.

(d) *Pérdidas de calor al medio ambiente.* Ocurren pérdidas de calor al medio ambiente tanto por radiación como por convección:

(i) *Radiación.* El calor transferido por radiación del elemento diferencial de tubo al medio ambiente durante el intervalo de tiempo dt se considera dado por

$$\sigma \epsilon_c S_o \left[(T_c + 273)^4 - T_s^4 \right] dx dt \quad (2.4)$$

donde σ es la constante de Steffan-Boltzmann, ϵ_c la emitancia del tubo, S_o el perímetro externo de un corte transversal del tubo, y T_s la llamada "temperatura de cielo" (expresada como temperatura absoluta), { 4 }.

(ii) *Convección térmica al medio ambiente.* Las pérdidas de calor por convección del elemento diferencial de tubo al medio ambiente durante un intervalo de tiempo dt se consideran dadas por { 5 }

$$S_o h_c (T_c - T_a) dx dt \quad (2.5)$$

donde h_c es un coeficiente de convección y T_a es la temperatura del medio ambiente.

- (e) *Convección del tubo al fluido.* Sea S_1 el perímetro interno del tubo en un corte transversal. Entonces el calor cedido al fluido por convección desde el elemento diferencial de tubo durante un tiempo dt se considera dado por:

$$S_1 h_F (T_c - T_F) dx dt \quad (2.6)$$

donde h_F es un coeficiente de convección y T_F es la temperatura del fluido.

Así, aplicando el principio de conservación de energía, y considerando los términos (2.1) a (2.6), se tiene que:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_c(x,t)}{\partial t} (B-A) dx dt = \\ & \frac{\partial}{\partial x} \left[K_c(x,t) \frac{\partial T_c(x,t)}{\partial x} \right] (B-A) dt dx + \alpha \alpha Q_{sol}(t) dx dt - \\ & - \sigma \epsilon_c S_o \left[(T_c + 273)^4 - T_s^4 \right] dx dt - S_o h_c (T_c - T_a) dx dt - \\ & - S_1 h_F (T_c - T_F) dx dt \end{aligned} \quad (2.7)$$

y dividiendo ambos miembros de esta ecuación entre dt y considerando calor transferido por unidad de volumen (i.e., dividiendo entre $(B-A)dx$), se obtiene

$$\frac{\partial U_c(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K_c(x,t) \frac{\partial T_c(x,t)}{\partial x} \right] + \frac{\alpha \alpha Q_{sol}(t)}{(B-A)} - \frac{\sigma \epsilon_c S_o}{(B-A)} \left[(T_c + 273)^4 - T_s^4 \right] - \frac{S_o h_c}{(B-A)} (T_c - T_a) - \frac{S_1 h_F}{(B-A)} (T_c - T_F) \quad (2.8)$$

La energía interna $U_c(x,t)$ puede expresarse, por otra parte, como

$$U_c(x,t) = \rho_c(x,t) C_c(x,t) T_c(x,t) \quad (2.9)$$

donde ρ_c es la densidad de masa del material del tubo y C_c su calor específico a volumen constante. Estos son funciones de la longitud y el tiempo, en tanto que dependen de las temperaturas y presiones y estas lo son. Si se supone que sus variaciones en el tiempo son pequeñas y pueden despreciarse (suposición válida sobretodo en estado estable), entonces

$$\frac{\partial U_c(x,t)}{\partial t} = \rho_c(x) C_c(x) \frac{\partial T_c(x,t)}{\partial t} \quad (2.10)$$

Tomando en cuenta (2.10) y considerando además que el coeficiente de conducción del tubo $K_c(x,t)$ es constante en t y x , (2.8) puede escribirse como

$$\rho_c(x) C_c(x) \frac{\partial T_c(x,t)}{\partial t} = K_c \frac{\partial^2 T_c(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\alpha \alpha Q_{sol}(t)}{(B-A)} - \frac{\sigma \epsilon_c S_o}{(B-A)} \left[(T_c + 273)^4 - T_s^4 \right] - \frac{S_o h_c}{(B-A)} (T_c - T_a) - \frac{S_1 h_F}{(B-A)} (T_c - T_F) \quad (2.11)$$

Finalmente, haciendo $(B-A) = A_c$ y multiplicando por esta constante ambos miembros de (2.11), se obtiene

$$\rho_c(x) C_c(x) A_c \frac{\partial T_c(x,t)}{\partial t} = K_c A_c \frac{\partial^2 T_c(x,t)}{\partial x^2} + \alpha \alpha_{sol}(t) - \sigma \epsilon_c S_o \left[(T_c + 273)^4 - T_s^4 \right] - S_o h_c (T_c - T_a) - S_i h_F (T_c - T_F) \quad (2.12)$$

Esta ecuación será la empleada para describir la dinámica del tubo del absorbedor.

2.3 Balance energético para el fluido

Para el elemento diferencial de fluido contenido en el volumen $A dx$, pueden hacerse consideraciones semejantes a las de la sección anterior.

En este caso habrán de considerarse:

- (a) *Energía interna.* El incremento neto de energía interna del diferencial de volumen en un diferencial de tiempo dt estará dado por

$$\frac{\partial U_F(x,t)}{\partial t} \cdot A \, dx \, dt$$

donde

$$U_F(x,t) = \rho_F(x,t) C_F(x,t) T_F(x,t)$$

Considerando que ρ_F y C_F no varían con el tiempo se tiene

$$\frac{\partial U_F(x,t)}{\partial t} A \, dx \, dt = \rho_F(x) C_F(x) \frac{\partial T_F(x,t)}{\partial t} A \, dx \, dt \quad (2.13)$$

- (b) *Calor recibido por convección desde el tubo.* De la sección anterior, este estará dado por

$$S_1 h_F (T_c - T_F) dx dt \quad (2.14)$$

(c) *Difusión térmica.* Como en el caso del tubo, se considera que el flujo neto de energía calorífica puede expresarse por

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K_F(x,t) \frac{\partial T_F(x,t)}{\partial x} \right] A dt dx$$

y considerando también $K_F(x,t)$ constante, la difusión térmica estará dada por

$$K_F \frac{\partial^2 T_F(x,t)}{\partial x^2} A dt dx \quad (2.15)$$

(e) *Transporte de masa.* En este caso debe considerarse en el balance energético un término que incluya el fenómeno de transporte de masa. Debido al flujo de aceite en dirección x , durante el intervalo de tiempo dt entra al diferencial de volumen $A dx$ a través del corte en x una energía $h(x,t) A dt$, donde $h(x,t)$ representa flujo de entalpía. Por otra parte, durante dicho intervalo de tiempo dt , saldrá del volumen por $x+dx$ una energía igual a $h(x+dx,t) A dt$. La energía neta ganada por el diferencial de volumen debido al flujo de aceite será entonces

$$\left[h(x,t) - h(x+dx,t) \right] A dt$$

y suponiendo que el flujo de entalpía es derivable con respecto a x ,

$$\left[h(x,t) - h(x+dx,t) \right] A dt = - \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} A dt dx \quad (2.16)$$

El flujo de entalpía $h(x,t)$ puede expresarse como

$$h(x,t) = G(x,t) H(x,t) = G(x,t) \left[e(x,t) + b p(x,t) v(x,t) \right]$$

donde G es el flujo de masa por unidad de área, H la entalpía específica, e la energía interna del aceite por unidad de masa, b una constante de conversión de unidades, p la presión absoluta y v el volumen específico.

Se supondrá aquí que el fluido es incompresible y que la presión es constante a lo largo del tubo. Dado que la sección transversal del tubo es constante, esto implica que el flujo másico y el volumen específico no son funciones de x ; por tanto,

$$\frac{\partial h(x,t)}{\partial x} = G(t) \frac{\partial}{\partial x} \left[e(x,t) + b p(t) v(t) \right] = G(t) \frac{\partial e(x,t)}{\partial x} \quad (2.17)$$

Así, dado que $e(x,t) = C_F(x,t) T_F(x,t)$, la energía ganada por el diferencial de volumen debido al flujo de masa estará dada por

$$- \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} A dt dx = - G(t) \frac{\partial}{\partial x} \left[C_F(x) T_F(x,t) \right] A dt dx \quad (2.18)$$

Aplicando el principio de conservación de energía, y de (2.13) a (2.15) y (2.18), se tendrá para el fluido

$$\rho_F(x) C_F(x) \frac{\partial T_F(x,t)}{\partial t} A dx dt = S_1 h_F(T_c - T_F) dx dt + K_F \frac{\partial^2 T_F(x,t)}{\partial x^2} A dt dx$$

$$- G(t) \frac{\partial}{\partial x} \left[C_F(x) T_F(x,t) \right] A dt dx$$

y dividiendo entre $A dx dt$,

$$\rho_F(x) C_F(x) \frac{\partial T_F(x,t)}{\partial t} = \frac{S_1 h_F}{A} (T_c - T_F) + K_F \frac{\partial^2 T_F(x,t)}{\partial x^2} - G(t) \frac{\partial}{\partial x} \left[C_F(x) T_F(x,t) \right] \quad (2.19)$$

que describe la dinámica del fluido.

2.4 Modelos de parámetros concentrados

Las ecuaciones (2.12) y (2.19) constituyen el modelo que servirá de punto de partida para estudiar el tubo absorbedor sin envolvente.

Este modelo dinámico no-lineal permite considerar variaciones contnuas en la dirección longitudinal; es un modelo de parámetros distribuidos. Para propósitos de control puede ser suficiente construir un modelo que nos permita conocer la temperatura del aceite a la salida del tubo absorbedor a lo largo del tiempo, dando por conocidos el flujo másico de aceite, su temperatura a la entrada del absorbe - dor, la radiación solar incidente y la temperatura inicial en ciertos puntos del absorbedor y, por supuesto, los parámetros físicos - del sistema (materiales, dimensiones físicas, etc). Para tal efecto puede ser suficiente considerar un modelo de parámetros concen - trados, en el que las variables de interés no cambian de manera contínua con x . Se supondrá ahora que el absorbedor puede dividirse en tramos de longitud Δx y que dentro de cada tramo el valor de pa - rámetros y variables del modelo es el mismo independientemente del

valor de x , aunque seguirán siendo de interés las variaciones de los mismos a lo largo del tiempo. Para cada uno de los tramos habrá de plantearse un modelo dinámico, que lógicamente será derivado de (2.12) y (2.19).

Considérese al absorbedor dividido en un número entero de tramos de longitud Δx , y denótese mediante el subíndice i las variables correspondientes al i -ésimo tramo (véase la figura 2.3).

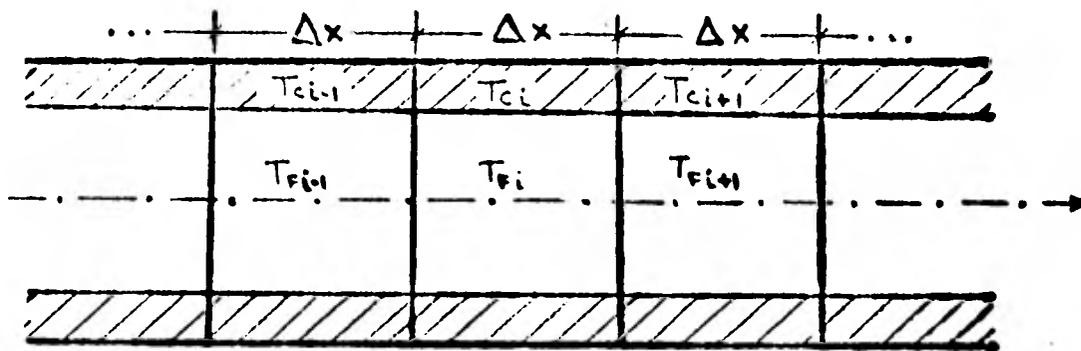


Fig 2.3 División del absorbedor en tramos para la obtención del modelo de parámetros concentrados.

Para obtener el modelo correspondiente al i -ésimo tramo a partir de (2.12) y (2.19) es necesario primero definir una aproximación adecuada para la primera y segunda derivadas de una variable con respecto a x .

Para la primera derivada de la función $f(x,t)$ con respecto a x se puede hacer la expansión en serie de Taylor de la temperatura del tramo $i-1$

$$T_{Fi-1} = T_{Fi} - \Delta x \frac{\partial T_{Fi}}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 T_{Fi}}{\partial x^2} \dots$$

y despreciando los términos de orden 2 ó más,

$$\frac{\partial T_{Fi}}{\partial x} = \frac{T_{Fi} - T_{Fi-1}}{\Delta x} \quad (2.20)$$

que es la aproximación que se usará aquí:

Para la segunda derivada de la temperatura en el tramo i con respecto a x , se hace una expansión en serie de Taylor para los tramos $(i-1)$ e $(i+1)$; es to es;

$$T_{Fi-1} = T_{Fi} - \Delta x \frac{\partial T_{Fi}}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 T_{Fi}}{\partial x^2} \dots$$

$$T_{Fi+1} = T_{Fi} + \Delta x \frac{\partial T_{Fi}}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 T_{Fi}}{\partial x^2} + \dots$$

Despreciando en ambas expresiones los términos de orden 3 ó más y sumando miembro a miembro, tenemos:

$$T_{Fi+1} + T_{Fi-1} = 2T_{Fi} + \Delta x^2 \frac{\partial^2 T_{Fi}}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 T_{Fi}}{\partial x^2} = \frac{T_{Fi+1} - 2T_{Fi} + T_{Fi-1}}{\Delta x^2} \quad (2.21)$$

Sustituyendo (2.8) y (2.21) en (2.12) y (2.19) se tiene para el

i -ésimo tramo:

$$\rho_{c_i} C_{c_i} A_c \frac{dT_{c_i}(t)}{dt} = K_c A_c \frac{T_{c_{i+1}}(t) - 2T_{c_i}(t) + T_{c_{i-1}}(t)}{\Delta x^2} + a\Delta Q_{sol}(t) - \sigma \epsilon_c S_o \left[(T_{c_i}(t) + 273)^4 - T_s^4(t) \right] - S_o h_c (T_{c_i}(t) - T_a(t)) - S_1 h_F (T_{c_i}(t) - T_{F_i}(t)) \quad (2.22)$$

y

$$\rho_{F_i} C_{F_i} \frac{dT_{F_i}(t)}{dt} = K_F \frac{T_{F_{i+1}}(t) - 2T_{F_i}(t) + T_{F_{i-1}}(t)}{\Delta x^2} + \frac{S_1 h_F}{A} \left[T_{c_i}(t) - T_{F_i}(t) \right] - G(t) \frac{C_{F_i} - C_{F_{i-1}}}{\Delta x} T_{F_i}(t) + C_{F_i} \frac{T_{F_i}(t) - T_{F_{i-1}}(t)}{\Delta x} \quad (2.23)$$

Considerando ahora que tanto el calor específico del tubo como el del fluido son constantes a lo largo del absorbedor y que las densidades tampoco cambian, y sustituyendo $m_F = \rho_F A \Delta x$ y $m_c = \rho_c A_c \Delta x$, donde m_F y m_c son las masas del tubo y fluido en los volúmenes respectivos de un tramo y $\dot{m}_F = GA$ donde \dot{m}_F representa el gasto másico de aceite, el modelo de parámetros concentrados para el i -ésimo tramo queda como:

$$m_c C_c \frac{dT_{c_i}}{dt} = \frac{K_c A_c}{\Delta x} (T_{c_{i+1}} - 2T_{c_i} + T_{c_{i-1}}) + (a\Delta x) Q_{sol} - \sigma \epsilon_c S_o \Delta x \left[(T_{c_i} + 273)^4 - T_s^4 \right] - (S_o h_c \Delta x) (T_{c_i} - T_a) - (S_1 h_F \Delta x) (T_{c_i} - T_{F_i}) \quad (2.24)$$

y

$$m_F C_F \frac{dT_{F_i}}{dt} = \frac{K_F A}{\Delta x} (T_{F_{i+1}} - 2T_{F_i} + T_{F_{i-1}}) + (S_1 h_F \Delta x) (T_{c_i} - T_{F_i}) - \dot{m}_F C_F (T_{F_i} - T_{F_{i-1}}) \quad (2.25)$$

Para el primer tramo, $i = 1$, se considera que $T_{c_{i-1}} = T_{c_0} = T_{F_{i-1}} = T_{F_0}$,

donde T_{F_0} es la temperatura del aceite a la entrada del absorbedor; pa-

ra el último tramo, $i = N = \frac{\ell}{\Delta x}$, se considera que $T_{c_N} = T_{c_{N+1}}$ y $T_{F_N} = T_{F_{N+1}}$

Las variables de entrada son Q_{sol} , la radiación solar incidente sobre el plano de apertura del espejo (igual, según las suposiciones hechas antes, a la radiación recibida por el absorbedor); T_a , la temperatura ambiente; T_s , la temperatura de cielo; T_{F_o} , la temperatura de entrada al absorbedor; y \dot{m}_F , el gasto másico de aceite. De estas, T_a y T_s no son variables de control ya que su valor no puede manipularse. El valor de Q_{sol} está también fijo, pero controlando la posición de los espejos puede obtenerse cualquier valor de radiación recibida por el absorbedor entre 0 y Q_{sol} ; basta para ello desafocar los espejos, aunque esto no es recomendable ya que implicaría no aprovechar parte de la radiación solar incidente, y sólo debe considerarse en la eventualidad de que se alcancen temperaturas muy altas en el tubo o fluido que pudieran poner en peligro la integridad del sistema (inflamación del aceite, desprendimiento de la película selectiva del absorbedor, etc). Las variables de control serán pues \dot{m}_F y T_{F_o} ; debe aclararse sin embargo, que estas no necesariamente serán independientes o podrán tomar cualquier valor arbitrario; recuérdese que el absorbedor es sólo un elemento del ciclo primario y que el resto de los componentes impondrán algunas restricciones de operación.

3. MODELO LINEAL

3.1 Linealización

En el capítulo anterior se desarrolló un modelo no-lineal de orden $2N$ para un colector solar, siendo N el número de tramos considerados. Para el i -ésimo tramo, dicho modelo está dado por las dos ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} m_c C_c \frac{d T_{c_i}}{dt} &= \alpha a \Delta x Q_{sol} - \sigma \epsilon_c S_o \Delta x \left[(T_{c_i} + 273)^4 - T_s^4 \right] - \\ &- S_o h_c \Delta x (T_{c_i} - T_a) - S_1 h_F \Delta x (T_{c_i} - T_{F_i}) \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$m_F C_F \frac{d T_{F_i}}{dt} = S_1 h_F \Delta x (T_{c_i} - T_{F_i}) - \dot{m}_F C_F (T_{F_i} - T_{F_{i-1}}) \quad (3.2)$$

El comportamiento del absorbedor puede estudiarse mediante simulaciones en computadora digital empleando (3.1) y (3.2), {3}. Sin embargo, como se verá en este capítulo, en condiciones nominales de operación el compor

tamiento del colector puede aproximarse con buenos resultados por una versión lineal del modelo. Además de ganar en simplicidad, contar con un modelo lineal permite utilizar métodos de análisis y síntesis existentes que son mucho más poderosos que los correspondientes para modelos no-lineales. En lo que sigue se linealiza el modelo obtenido en el capítulo anterior, y se comparan los resultados de simulación obtenidos con ambos modelos (lineal y no-lineal).

Para linealizar el modelo dado por (3.1) y (3.2) se supone que el sistema ha alcanzado ya un punto de operación definido previamente (estado estable) y que las entradas sufren sólo pequeñas variaciones alrededor de dicho punto de operación. Se supone que el sistema se comporta linealmente ante estas perturbaciones de las entradas.

Las ecuaciones diferenciales (3.1) y (3.2) pueden escribirse en forma concisa como:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}) \quad (3.3)$$

donde \underline{f} es una función vectorial no-lineal. Sea \underline{u}^0 el vector nominal de entradas (cuyas componentes son constantes) y sea \underline{x}^0 el vector de estado correspondiente (en estado estable). Los vectores \underline{x}^0 y \underline{u}^0 definen el punto de operación. Supóngase ahora que la entrada al sistema es $\underline{u} = \underline{u}^0 + \underline{\delta u}$, donde $\underline{\delta u}$ es un vector que representa las variaciones de las entradas con respecto a \underline{u}^0 a lo largo del tiempo y cuyas componentes se suponen pequeñas. Sea $\underline{x} = \underline{x}^0 + \underline{\delta x}$ el vector de esta-

do correspondiente a la entrada \underline{u} . Los vectores \underline{u} y \underline{x} deben satisfacer la ecuación 3.3; ésto es;

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}) \quad (3.4)$$

Sean x_i , u_i , y f_i , los i ésimos componentes de \underline{x} , \underline{u} y \underline{f} respectivamente. Expandiendo f_i en una serie de Taylor alrededor del punto de operación y considerando sólo los términos de primer orden se tiene, suponiendo que la función f_i es derivable con respecto a cada una de las variables de interés:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i^0 + \delta \dot{x}_i \approx & f_i(\underline{x}^0; \underline{u}^0) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \delta x_n + \\ & + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_m} \delta u_m \end{aligned} \quad (3.5)$$

Cada una de las parciales anteriores debe estar evaluadas en el punto de punto de operación $(\underline{x}^0, \underline{u}^0)$.

Puesto que:

$$\dot{\underline{x}}^0 = \underline{f}(\underline{x}^0, \underline{u}^0) \quad (3.6)$$

restando de (3.5) se tiene:

$$\delta \dot{x}_i = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \right|_{x_1=x_1^0} \delta x_1 + \dots + \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \right|_{x_n=x_n^0} \delta x_n + \left. \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \right|_{u_1=u_1^0} \delta u_1 + \dots + \left. \frac{\partial f_i}{\partial u_m} \right|_{u_m=u_m^0} \delta u_m \quad (3.7)$$

que escritas en forma concisa, para $i = 1, \dots, N$, quedan

$$\underline{\dot{x}} = A \underline{\delta x} + B \underline{\delta u} \quad (3.8)$$

donde el elemento (i,j) de la matriz A está dado por $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$, y el elemento (k,l) de la matriz B está dado por $\frac{\partial f_k}{\partial u_l}$. En el caso del absorbedor,

los vectores de estado y entrada están dados respectivamente por

$\underline{x}^T = [T_{c1} \ T_{F1} \ T_{c2} \ T_{F2} \ \dots \ T_{cn} \ T_{Fn}]^T$ y $\underline{u}^T = [Q_{sol} \ \dot{m}_F \ T_e]^T$ donde $(.)^T$ indica la traspuesta, y $T_e = T_{fo}$ es la temperatura del aceite a la entrada del colector.

La función vectorial \underline{f} está definida por:

$$f_{2i-1}(\underline{x}, \underline{u}) = \frac{\alpha \Delta x}{m_c C_c} Q_{sol} - \frac{\sigma \epsilon_c S_o \Delta x}{m_c C_c} \left[(T_{c_i} + 273)^4 - T_s^4 \right] - \frac{S_o h_c \Delta x}{m_c C_c} (T_{c_i} - T_a) - \frac{S_i h_F \Delta x}{m_c C_c} (T_{c_i} - T_{F_i}) \quad (3.9)$$

$$f_{2i}(\underline{x}, \underline{u}) = \frac{S_i h_F \Delta x}{m_F C_F} (T_{c_i} - T_{F_i}) - \frac{\dot{m}_F}{m_F C_F} (T_{F_i} - T_{F_{i-1}}) \quad (3.10)$$

para $i = 1, 2, 3, \dots, N$, por lo que en este caso las matrices A y B están dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial T_{c1}} & \frac{\partial f_1}{\partial T_{F1}} & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial T_{c1}} & \frac{\partial f_2}{\partial T_{F1}} & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial f_3}{\partial T_{c2}} & \frac{\partial f_3}{\partial T_{F2}} & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial f_4}{\partial T_{F1}} & \frac{\partial f_4}{\partial T_{c2}} & \frac{\partial f_4}{\partial T_{F2}} & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & \frac{\partial f_{2N-1}}{\partial T_{cN}} & \frac{\partial f_{2N-1}}{T_{FN}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_{2N}}{\partial T_{FN-1}} & \frac{\partial f_{2N}}{\partial T_{cN}} & \frac{\partial f_{2N}}{\partial T_{FN}} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial Q_{sol}} & \frac{\partial f_1}{\partial \dot{m}} & 0 \\ 0 & \frac{\partial f_2}{\partial \dot{m}} & \frac{\partial f_2}{\partial T_e} \\ \frac{\partial f_3}{Q_{sol}} & \frac{\partial f_3}{\partial \dot{m}} & 0 \\ 0 & \frac{\partial f_4}{\partial \dot{m}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{2N-1}}{\partial Q_{sol}} & \frac{\partial f_{2N-1}}{\partial \dot{m}} & 0 \\ 0 & \frac{\partial f_{2N}}{\partial \dot{m}} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Como se mencionó en el capítulo 1 de este trabajo, sólo se analizará aquí el comportamiento del colector en la etapa denominada "operación establecida"; es decir, cuando el aceite a la entrada del colector tiene una temperatura alrededor de 210°C , e idealmente se obtiene a la salida del colector 250°C , que es una temperatura nominal de diseño propuesta, { 2 }, para la operación del evaporador. Tales valores de diseño del sistema se eligieron como punto de operación alrededor del cual se linealizará el modelo, suponiendo además que el nivel de radiación varía alrededor de 500 watts/m^2 y que el sistema ha alcanzado ya su estado estable. Sustituyendo estos valores en (3.6) se pueden calcular los restantes valores del punto de operación resolviendo el sistema algebraico de ecuaciones:

$$0 = \underline{f}(\underline{x}^0, \underline{u}^0) \quad (3.13)$$

Habiendo encontrado el punto de operación es posible evaluar las matrices A y B, con lo que queda determinado el modelo lineal del colector.

3.2 Parámetros del modelo

Se consideró que el tubo absorbedor es de cobre y tiene una longitud de 12 m, diámetro interior $\phi_i = 0.0253 \text{ m}$, y diámetro exterior $\phi_e = 0.0286 \text{ m}$. Para el cobre se tiene que, { 4 }:

$$\begin{aligned} \rho_c &= 8795 \text{ kg/m}^3 \\ K_c &= 371.04 \text{ Kc/Kg } ^{\circ}\text{C} \\ C_c &= 0.1 \text{ Kcal/h m } ^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

Se supuso que la superficie selectiva es de cromo negro, con una absortancia $\alpha = 0.87$ y una emitancia $\epsilon_c = 0.09$, { 6 }. Se consideró como fluido de trabajo al aceite THERM GL 450 cuyas características son:

$$\begin{aligned} \rho_F &= 883.7 - 0.6997 T_F ; \{ \text{Kg/m}^3 \} \\ K_F &= 0.1361418 - 7.782 \times 10^{-5} T_F \{ \text{W/m } ^\circ\text{K} \} \\ \dot{m}_F &= 65.5687 T_F^{-2.037} - 46.7224 \times 10^{-3} T_F^{-1.037} \{ \text{kg/m-seg} \} \\ C_F &= 1809.205 + 3.6326 T_F \{ \text{J/Kg } ^\circ\text{C} \} \end{aligned}$$

Todos los parámetros del aceite son función de la temperatura y al plantear el modelo se hizo la suposición de que eran constantes. Tal suposición es razonable para todos los parámetros excepto la viscosidad; sin embargo, esta última no interviene explícitamente en el modelo, salvo en la definición del coeficiente de convección de calor entre tubo y fluido (véase más adelante). Considerando entonces el valor promedio aritmético en el intervalo de temperaturas de 20°C a 300°C, se obtienen para la densidad, el calor específico, y la conductividad, los siguientes valores:

$$\begin{aligned} \rho_F &= 783 \text{ kg/m}^3 \\ C_F &= 0.571 \text{ Kcal/kg } ^\circ\text{C} \\ K_F &= 0.106354 \text{ KC/kg } ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

En la definición del coeficiente de convección entre el tubo y el medio ambiente, h_c , se utilizó una expresión que es función solo de la velocidad del viento { 4 }

$$h_c = 4.9 + 3.267 V \left[\frac{\text{kc}}{\text{hr m } ^\circ\text{C}} \right] \text{ con } V \text{ en } \left[\frac{\text{m}}{\text{seg}} \right] \quad (3.14)$$

Por sencillez se consideró la velocidad del viento constante e igual a 5 m/seg, con lo que el coeficiente de convección quedó dado por

$$h_c = 21.35 \text{ Kcal/h m}^\circ\text{C} \quad (3.15)$$

El valor de la apertura a del espejo se fijó igual a 2.5 m, { 2 }.

La transferencia de calor entre tubo y fluido es claramente una función del régimen de transporte de masa. El valor del coeficiente de convección entre tubo y fluido, h_f , es diferente según el aceite fluya en régimen turbulento o en régimen laminar. El régimen de flujo queda a su vez definido como función del número de Reynolds ($Re = \phi_i G / \mu_f$), considerándose un régimen laminar cuando Re es menor de 2,000 y un régimen turbulento cuando $Re > 10,000$. Estas fronteras son relativamente arbitrarias, y entre números de Reynolds de 2,000 y 10,000 se habla de un régimen de transición. Como puede verse, fijos ϕ_i y G , el tipo de régimen depende esencialmente de la viscosidad del fluido, que, como ya se dijo, es función de la temperatura. Para las condiciones de trabajo que interesan, esto es, temperaturas entre 200 y 250°C y flujos máxicos comprendidos en el intervalo de 100 a 800 kg/h, se obtienen valores del número de Reynolds que corresponden a la región de transición, si se considera la μ_f definida antes para el aceite THERM GL 450.

Cuando el flujo es turbulento la transferencia de calor del tubo al fluido es mayor; en nuestro caso ésto es una condición deseada por lo que, por diseño, el flujo se considerará siempre como turbulento. Para lograr ésto puede emplearse un intensificador de calor, { 3 }. Si en el colector se introduce un dispositivo tal, puede considerarse que el coeficiente de convección entre tubo y fluido corresponderá al definido para régimen turbulento, mismo que está dado por:

$$\frac{h_F \phi_i}{K_F} = 0.023 \left(\frac{\phi_i G}{\mu_F} \right)^{0.8} \left(\frac{C_F \mu_F}{K_F} \right)^{0.4} \quad (3.16)$$

Utilizar esta expresión directamente en el modelo resulta inconveniente; por ello se supone válida una simplificación adicional, reduciendo la ecuación (3.16), a la forma:

$$h_F = a_1 \dot{m}^{a_2} T_F^{a_3} \quad (3.17)$$

Dando valores al flujo y a la temperatura en los intervalos de operación del sistema, se obtuvieron los correspondientes de h_F empleando la ecuación (3.16). Fijando $a_3 = 1$ y mediante una regresión por mínimos cuadrados y un ajuste en la ordenada al origen, se obtuvo la expresión que se asumió válida en este trabajo, dada por:

$$h_F = 70 + 0.018 \dot{m}_F^{0.8} T_F \quad (3.18)$$

Cabe mencionar que los coeficientes de convección de calor que aparecen en la literatura se basan todos en relaciones empíricas; en general puede estimarse que los errores en su valor podrían ser de hasta un 30% de

no reproducirse exactamente las condiciones experimentales en que fueron obtenidos. Por otra parte, si bien las suposiciones hechas sobre el intensificador de transferencia de calor son "razonables", también son arbitrarias y mientras no se contraste el modelo con mediciones hechas sobre el sistema físico no podrá justificarse plenamente la expresión seleccionada. De cualquier modo se trata aquí de un análisis más cuantitativo que cuantitativo.

Sustituyendo los parámetros nominales que definen al sistema en estudio en las ecuaciones (3.1) y (3.2), se obtiene el modelo no-lineal:

de (3.1)

$$\begin{aligned} \frac{d T_{c_i}}{dt} = & 17.7 Q_{sol} - 3.212 \times 10^{-9} \left[(T_{c_i} + 273)^4 - 6.785 \times 10^9 \right] - \\ & -15.536(T_{c_i} - 20) - (45.284 + 0.12 \dot{m}^{0.8} T_{F_i}) (T_{c_i} - T_{F_i}) \end{aligned} \quad (3.19)$$

y de (3.2)

$$\frac{d T_{F_i}}{dt} = (24.753 + 0.0067 \dot{m}^{0.8} T_{F_i}) (T_{c_i} - T_{F_i}) - \frac{2.54 \dot{m}}{\Delta x} (T_{F_i} - T_{F_{i-1}}) \quad (3.20)$$

3.3 Modelos lineales

Para calcular el punto de operación, se tiene que

$$T_{FN} = 250^{\circ}\text{C}, \quad T_e = 210^{\circ}\text{C}, \quad \text{y} \quad Q_{sol} = 500 \text{ W/m}^2$$

Sustituyendo en (3.19) y (3.20)

$$0 = 17.7 Q_{sol} - 3.212 \times 10^{-9} \left[(T_{c_i} + 273)^4 - 6.785 \times 10^9 \right] - 15.536 (T_{c_i} - 20) \\ - (45.284 + 0.12 \dot{m}^{0.8} T_{F_i}) (T_{c_i} - T_{F_i}) \quad (3.21)$$

$$0 = (24.753 + 0.0067 \dot{m}^{0.8} T_{F_i}) (T_{c_i} - T_{F_i}) - \frac{2.54 \dot{m}}{\Delta x} (T_{F_i} - T_{F_{i-1}}) \quad (3.22)$$

que es un sistema algebraico con $2N$ incógnitas: \dot{m} ; T_{c_i} , $i = 1, \dots, N$; y T_{F_i} , $i = 1, \dots, N-1$. Para resolverlo con diferentes números de tramos se empleó el método de Newton-Raphson en una computadora digital.

3.3.1 Dominio del tiempo

Al variar el valor de N , con la temperatura de salida fija, se obtienen diferentes valores para el flujo calculado. Se decidió sería mejor tener un solo valor del flujo y se eligió el calculado con $N = 6$; esto es el correspondiente al de más tramos considerados, ya que a más tramos mejor aproximación. Una vez fijo el flujo másico, se dejó como incógnita en el sistema dado por (3.21) y (3.22) a la temperatura de salida T_{FN} . Se calculó el punto de operación para $N = 1, 2, \dots, 6$ con los resultados - que se muestran en la tabla (3.1). Habiendo calculado el punto de operación se obtuvieron las matrices A y B del modelo linealizado, para todos los valores de N considerados, mismas que se apuntan a continuación.

N	1	2	3	4	5	6
\bar{m}	248.36	248.36	248.36	248.36	248.36	248.36
T_{C1}	260.82	245.21	239.51	236.59	234.79	233.58
T_{F1}	247.76	230.29	223.87	220.53	218.49	217.11
T_{C2}	-	262.0	251.22	245.54	242.05	239.68
T_{F2}	-	249.06	237.03	230.66	226.72	224.04
T_{C3}	-	-	262.41	254.22	249.13	245.66
T_{F3}	-	-	249.52	240.4	234.7	230.79
T_{C4}	-	-	-	262.62	256.03	251.51
T_{F4}	-	-	-	249.76	242.42	237.37
T_{C5}	-	-	-	-	262.75	257.24
T_{F5}	-	-	-	-	249.9	243.77
T_{C6}	-	-	-	-	-	262.84
T_{F6}	-	-	-	-	-	250.0

Tabla 3.1 Valores del punto de operación para diferente N° de tramos.

1:
7.2 A
291.66 265.83

51.37 -197.26

7.3
7.08 -0.78 0.00
0.00 -2.62 52.37

2:
7.2 A
275.41 247.67 0.00 0.00

42.44 -239.93 0.00 0.00
0.00 0.00 -192.87 267.18
0.00 105.14 151.03 -250.56

7.2 B
7.03 -10.38 0.00
0.00 -1.88 105.14
7.03 -9.73 0.00
0.00 -2.80 0.00

7.2 A
17.47 240.35 0.00 0.00 0.00 0.00
38.13 -256.88 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 -231.63 254.71 0.00 0.00
0.00 157.71 143.28 -296.35 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 -293.30 237.66
0.00 0.00 0.00 157.71 152.27 -313.39

7.2 B
7.05 -10.59 0.00
0.00 -2.95 157.71
7.08 -10.15 0.00
0.00 -2.78 0.00
7.08 -9.71 0.00
0.00 -2.59 0.00

4

Priz A							
256.33	237.14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
137.15	-739.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	-275.75	248.06	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	210.28	142.63	-345.50	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	-294.81	258.21	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	210.28	147.61	-350.82	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-293.52	267.90
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	210.28	152.39	-350.09

Priz B		
7.00	-10.00	0.00
0.00	-3.04	210.28
7.00	-10.37	0.00
0.00	-2.08	0.00
7.00	-10.00	0.00
0.00	-3.75	0.00
7.00	-3.75	0.00
0.00	-2.55	0.00

5

Priz A

264.43	235.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
136.41	-300.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	-272.69	243.94	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	262.85	140.61	-393.63	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	-273.51	252.27	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	262.85	144.63	-103.16	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-266.09	260.30	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	262.85	148.24	-404.53	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-263.67	262.85
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	262.85	152.46	-404.74

Priz B

0.00	-10.76	0.00
0.00	-3.95	282.95
7.08	-10.50	0.00
0.00	-2.34	0.00
7.08	-10.23	0.00
0.00	-2.62	0.00
7.08	-9.37	0.00
0.00	-1.70	0.00
7.08	-9.70	0.00
0.00	-2.52	0.00

267.14	233.82	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00										
155.70	-442.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00										
0.00	0.00	-269.59	241.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00										
0.00	315.41	139.24	-415.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00										
0.00	0.00	0.00	0.00	-275.87	248.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00										
0.00	0.00	0.00	315.41	142.69	-459.51	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00										
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-281.99	255.05	0.00	0.00	0.00
0.00										
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	315.41	0.00	-139.24	0.00	0.00	0.00
0.00										
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-287.94	261.70	0.00
0.00										
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	315.41	149.32	-457.25	0.00
0.00										
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-295.74
68.12										
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	315.41	152.51
61.36										
7.08	-10.30	0.00								
0.00	-3.10	315.41								
7.08	10.58	0.00								
0.00	-2.99	0.00								
7.08	-10.36	0.00								
0.00	-2.95	0.00								
7.08	-10.14	0.00								
0.00	-2.73	0.00								
7.08	-9.92	0.00								
0.00	-2.68	0.00								
7.08	-9.70	0.00								
0.00	-2.59	0.00								

3.3.2 Dominio de la frecuencia

Es bien sabido que dado un modelo del tipo,

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.23)$$

$$y = Cx + Du \quad (3.24)$$

con A, B, C, y D matrices constantes de dimensiones apropiadas, puede darse una caracterización equivalente del comportamiento entrada-salida en el dominio de la frecuencia mediante la matriz de transferencia. Considerando condiciones iniciales nulas ($x(0) = 0$), dicha matriz, $H(s)$, está dada por

$$H(s) = C(Is-A)^{-1} B + D \quad (3.25)$$

$$Y(s) = H(s) U(s) \quad (3.26)$$

donde $Y(s)$ y $U(s)$ son las transformadas de Laplace de $y(t)$ y $u(t)$, respectivamente.

Considerando como salida del sistema la temperatura del aceite al salir del tubo, y como entradas a la radiación solar, el flujo másico y la temperatura del aceite a la entrada del tubo, $H(s) \in R^{1 \times 3}$ y la relación entrada salida queda dada por

$$T_{FN}(s) = \begin{bmatrix} H_1(s) & H_2(s) & H_3(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{sol}(s) \\ \dot{m}(s) \\ T_e(s) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

donde $H_i(s)$, $i = 1, 2, 3$, son funciones racionales propias de la variable compleja s , cuyo valor depende del número de tramos considerados en el modelo lineal. Tomando los valores de A , B , C y D obtenidos en la sección anterior para 1, 2, 4 y 6 tramos, las funciones de transferencia son:

i) Para un tramo ($N=1$)

$$\begin{aligned} H_1(s) &= \frac{T_{FN}(s)}{Q_{sol}(s)} = \frac{1071.7}{(s+38.4)(s+450.5)} \\ H_2(s) &= \frac{T_{FN}(s)}{\dot{m}(s)} = \frac{-2.6(s+856.5)}{(s+38.4)(s+450.5)} \\ H_3(s) &= \frac{T_{FN}(s)}{T_e(s)} = \frac{52.6(s+291.7)}{(s+38.4)(s+450.5)} \end{aligned} \quad (3.28)$$

ii) Para dos tramos ($N=2$)

$$\begin{aligned} H_1(s) &= \frac{T_{FN}(s)}{Q_{sol}(s)} = \frac{1076.4(s+121)(s+492.8)}{(s+446.3)(s+69)(s+474.4)(s+69.1)} \\ H_2(s) &= \frac{T_{FN}(s)}{\dot{m}(s)} = \frac{-2.6(s+127.7)(s+498.3)(s+815)}{(s+446.3)(s+69)(s+474.4)(s+69.1)} \\ H_3(s) &= \frac{T_{FN}(s)}{T_e(s)} = \frac{11,054(s+275.4)(s+292.9)}{(s+446.3)(s+69)(s+474.4)(s+69.1)} \end{aligned} \quad (3.29)$$

iii) Para cuatro tramos ($N = 4$)

$$\begin{aligned} H_1(s) &= \frac{1078.3(s+183.6)(s+641.03)(s^2+297.33s+29438.8183)(s^2+949.35s+234940.6)}{(s+118)(s+487)(s+119)(s+502)(s+120)(s+516)(s+121)(s+530)} \\ H_2(s) &= \frac{-2.6(s+185.55)(s+882.25)(s+623.8)(s^2+307.73s+32156.05)(s^2+949s+238389)}{(s+118)(s+487)(s+119)(s+502)(s+120)(s+516)(s+121)(s+530)} \\ H_3(s) &= \frac{19.5 \times 10^8 (s+294)(s+285)(s+276)(s+266)}{(s+118)(s+487)(s+119)(s+502)(s+120)(s+516)(s+121)(s+530)} \end{aligned}$$

iv) Para seis tramos ($\bar{N}=6$)

$$\begin{aligned}
 H_1(s) &= \frac{1}{\Delta(s)} \left[\frac{1080(s+819.2)(s+226.2)(s^2+423.4s+45615.1)(s^2+295.7s+41918.9)}{(s^2+821.1s+178747.1)(s^2+1311.7s+486373.8)} \right] \\
 H_2(s) &= \frac{1}{\Delta(s)} \left[\frac{-2.6(s+923.4)(s+726.5)(s+233.34)(s^2+404.7s+42605.9)}{(s^2+332.5s+45901.1)(s^2+853.2s+1914.58.01)(s^2+1347.9s+496782.4)} \right] \\
 H_3(s) &= \frac{1}{\Delta(s)} \left[312.5 \times 10^3 (s+263)(s+241)(s+276)(s+282)(s+288)(s+294) \right] \quad (3.31)
 \end{aligned}$$

donde

$$\Delta(s) = \left[(s+153)(s+552)(s+155)(s+562)(s+156)(s+571)(s+157)(s+579) \right. \\
 \left. (s+158)(s+558)(s+159)(s+596) \right]$$

Posteriormente, en el capítulo de respuesta en frecuencia, se analizarán las funciones de transferencia anotadas.

3.4 Comparación entre modelos

Para comparar los modelos lineal y no-lineal como representaciones del absorbedor se simularon ambos utilizando el método de Runge-Kutta de segundo orden. Según este método, dado una ecuación diferencial del tipo

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}, \Delta t) \quad (3.32)$$

conocido $\underline{x}(t)$, el valor de $\underline{x}(t+\Delta t)$ obtenido resolviendo la ecuación

$$\underline{x}(t+\Delta t) = \underline{x}(t) + \frac{\Delta t}{2} \left[\underline{f}(\underline{x}, \underline{u}, t + \Delta t) + \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}, t) \right] \quad (3.33)$$

puede considerarse una buena aproximación a la solución de la ecuación diferencial. Para el modelo no-lineal, la solución a las ecuaciones (3.19) y (3.20) puede encontrarse entonces a partir de:

$$\begin{aligned}
 T_{c_i}(t+\Delta t) = & T_{c_i}(t) + \frac{\Delta t}{2} \left[17.7 (Q_{sol}(t) + Q_{sol}(t+\Delta t)) \right] - \\
 & - 3.212 \times 10^{-9} \left[(T_{c_i}(t+\Delta t) + 273)^4 + (T_{c_i}(t) + 273)^4 - 2(6.785 \times 10^9) \right] - \\
 & - 15.536 \left[T_{c_i}(t+\Delta t) + T_{c_i}(t) - 40 \right] - 45.284 \left[T_{c_i}(t+\Delta t) - T_{F_i}(t+\Delta t) + \right. \\
 & + T_{c_i}(t) - T_{F_i}(t) \left. \right] - .012 \dot{m}^{0.8} \left[T_{F_i}(t+\Delta t)(T_{c_i}(t+\Delta t) - T_{F_i}(t+\Delta t)) + \right. \\
 & \left. + T_{F_i}(t)(T_{c_i}(t) - T_{F_i}(t)) \right] \quad (3.34)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{F_i}(t+\Delta t) = & 24.753 \left[T_{c_i}(t+\Delta t) - T_{F_i}(t+\Delta t) + T_{c_i}(t) - T_{F_i}(t) \right] \\
 & + .0067 \dot{m}^{0.8} \left[T_{F_i}(t+\Delta t)(T_{c_i}(t+\Delta t) - T_{F_i}(t+\Delta t)) + T_{F_i}(t)(T_{c_i}(t) - T_{F_i}(t)) \right] - \\
 & - \frac{2.54 \dot{m}}{\Delta x} \left[T_{F_i}(t+\Delta t) - T_{F_{i-1}}(t+\Delta t) + T_{F_i}(t) - T_{F_{i-1}}(t) \right] \quad (3.35)
 \end{aligned}$$

Para resolver simultáneamente estas ecuaciones para $i = 1, \dots, N$ se empleó un método iterativo. Conocidos $T_{ck}(t)$ y $T_{Fk}(t)$ para toda k , se considera como primer paso que en el lado derecho de (3.34) y (3.35) se cumple que $T_{ck}(t+\Delta t) = T_{ck}(t)$ y $T_{Fk}(t+\Delta t) = T_{Fk}(t)$ para toda k , y se obtienen en el lado izquierdo nuevos valores $T_{ck}^{(1)}(t+\Delta t)$ y $T_{Fk}^{(1)}(t+\Delta t)$. Estos valores se introducen ahora en el lado derecho obteniéndose como resultado nuevos valores $T_{ck}^{(2)}$ y $T_{Fk}^{(2)}$ en el lado iz

quierdo. El proceso se repite hasta que el valor absoluto de las diferencias $|T_{ck}^{(i)}(t+\Delta t) - T_{ck}^{(i+1)}(t+\Delta t)|$ y $|T_{Fk}^{(i)}(t+\Delta t) - T_{Fk}^{(i+1)}(t+\Delta t)|$ son menores para toda k que en un valor δ arbitrariamente pequeño, seleccionado *a priori*. Cuando esto sucede, los últimos valores calculados de $T_{ck}(t+\Delta t)$ y $T_{Fk}(t+\Delta t)$ son considerados la solución de (3.34) y (3.35) en el tiempo $(t+\Delta t)$ y se toman como base para calcular las temperaturas en el siguiente tiempo $(t+2\Delta t)$ empleando nuevamente el mismo procedimiento iterativo. Para el modelo lineal se utilizó exactamente el mismo método.

Los dos modelos se simularon para diferente número de tramos. En todas las simulaciones se tomaron los valores base de los parámetros incluidos en la sección 3.2, considerando además que la temperatura ambiente permanece constante en 20°C .

La respuesta escalón de ambos sistemas, evidentemente será igual bajo las condiciones de operación nominales que se emplearon para determinar el modelo lineal. En [3], se discute la respuesta del sistema a una señal de entrada de tipo escalón. Para comparar los modelos, se simularon ambos suponiendo variaciones en las entradas, una a la vez, alrededor del punto nominal de operación ($T_e = 210^{\circ}\text{C}$, $T_s = 250^{\circ}\text{C}$, $\dot{m} = 248 \text{ kg/hr.}$). Las variaciones consideradas fueron trenes de pulso de frecuencia pseudo-aleatoria y amplitud igual a $\pm 10\%$ del valor nominal de la entrada. En la figura 3.1 se muestra la señal correspondiente a variaciones en la temperatura de entrada; para la radiación solar y el flujo la forma de la

señal es exactamente igual en lo que se refiere a los tiempos de ocurrencia de cambios en el tren de pulsos. En las figuras 3.2 a 3.7 se muestran las respuestas correspondientes a ambos modelos, para 1, 3 y 6 tramos.

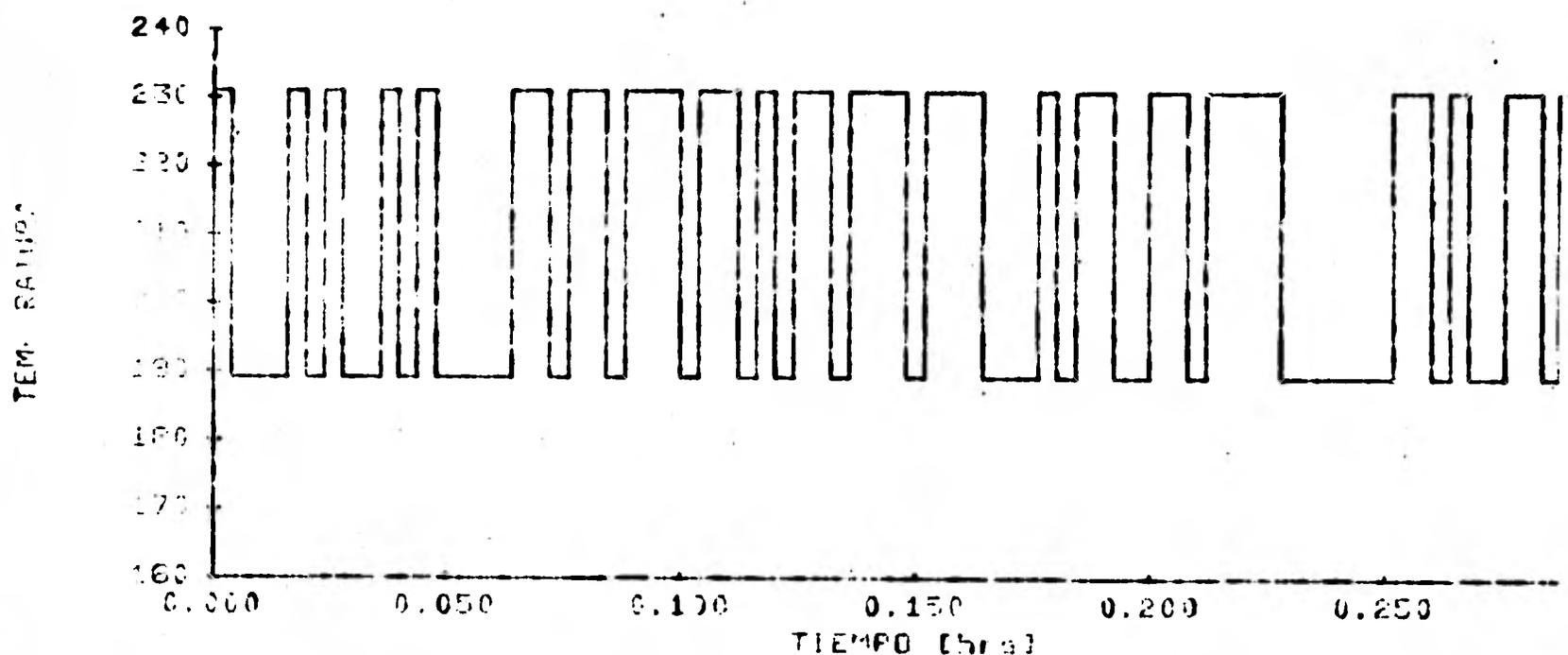
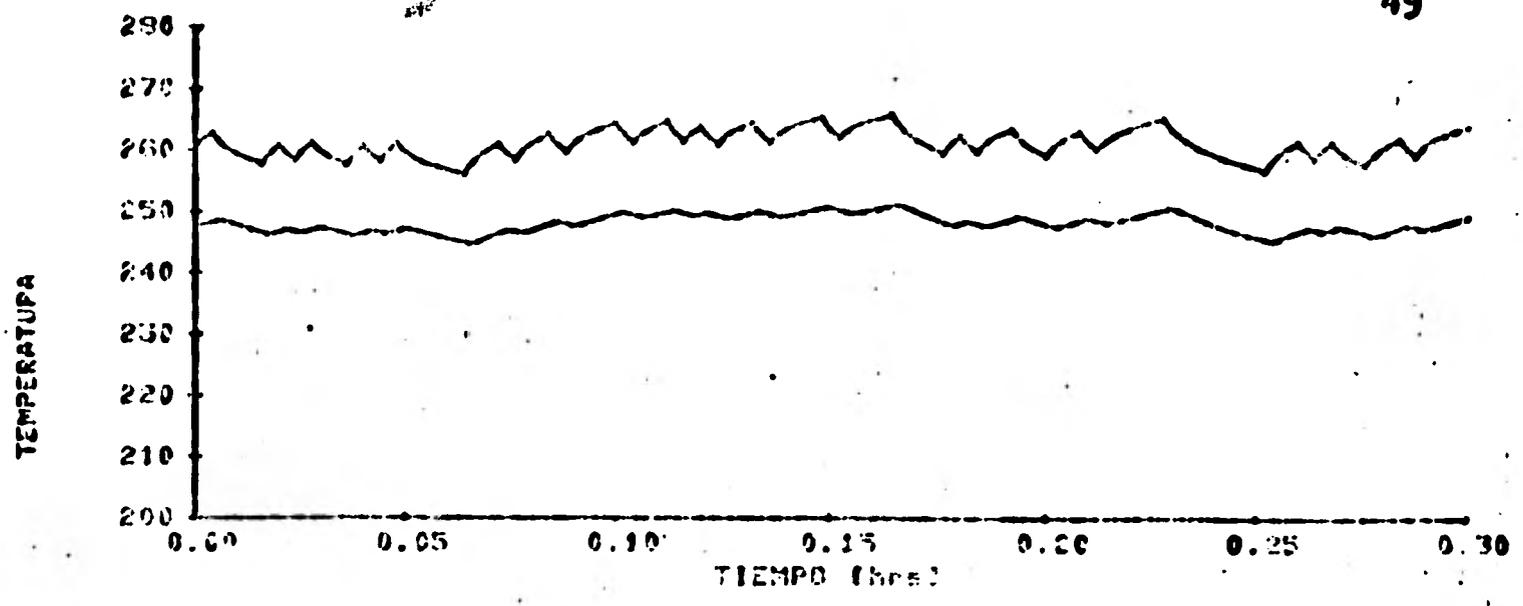


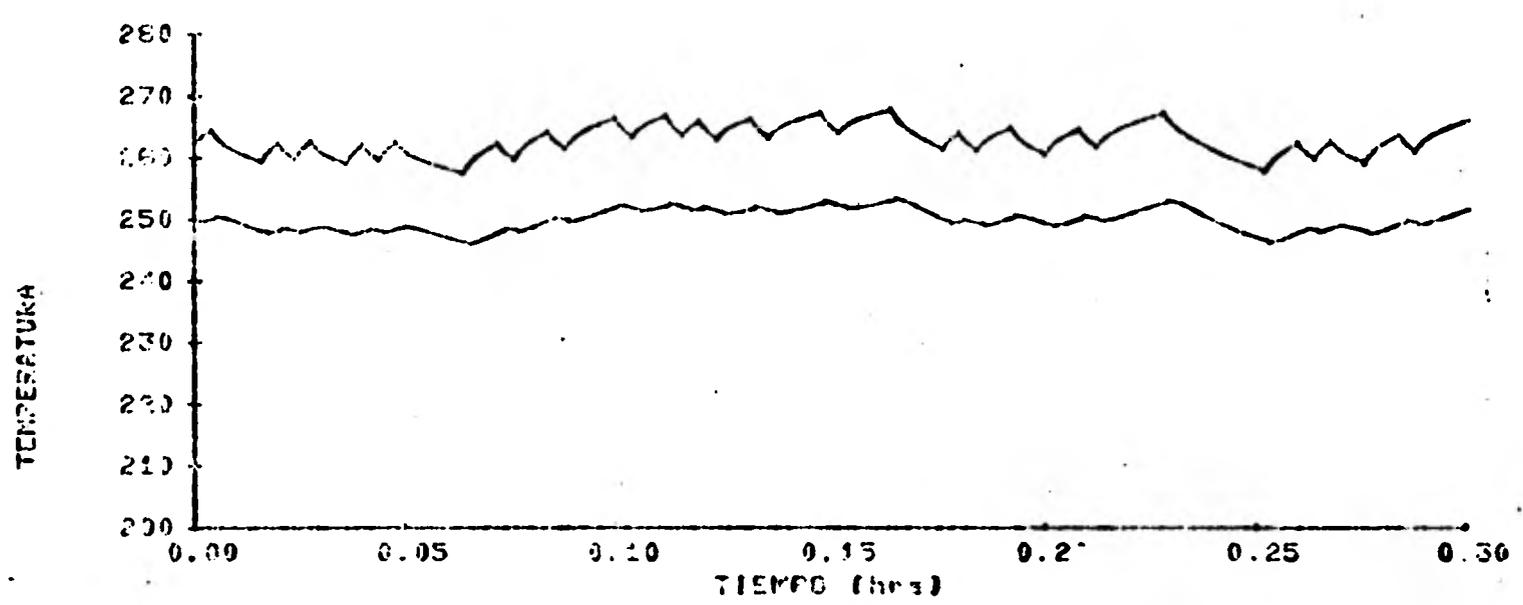
Fig 3.1 Variaciones en la temperatura de entrada.

De estas figuras puede concluirse lo siguiente:

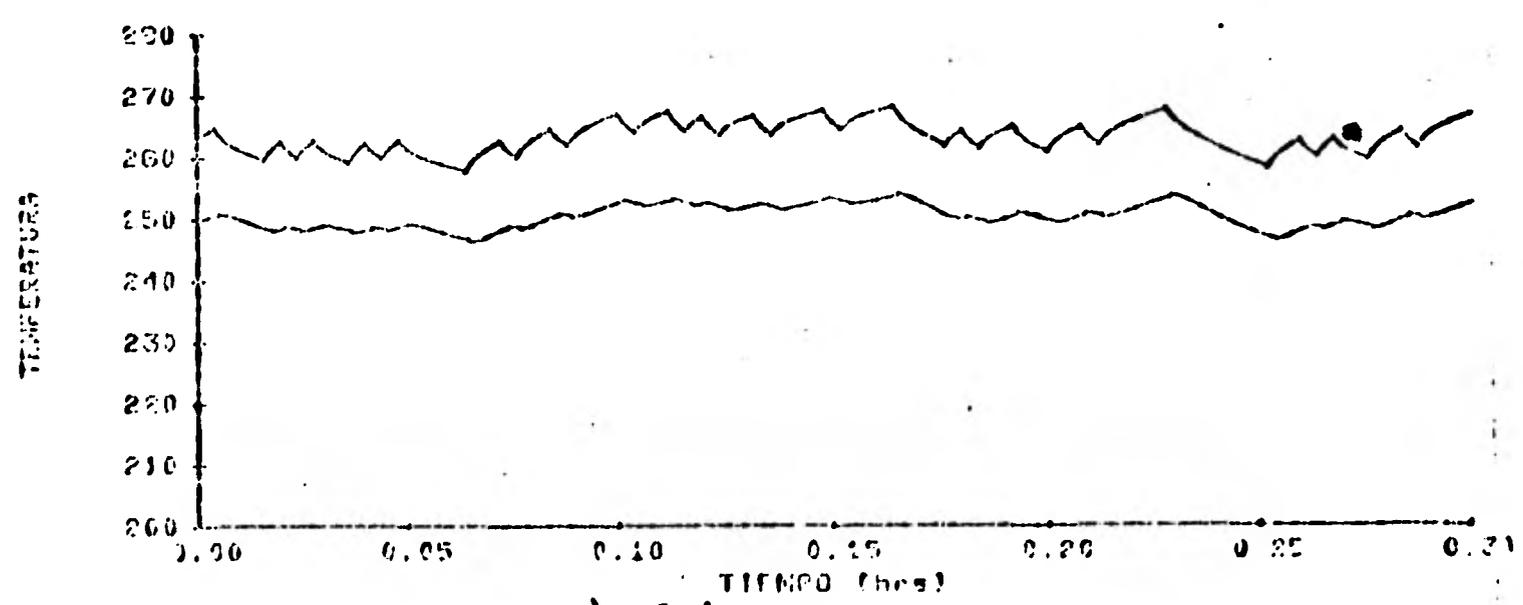
- 1) La diferencia entre las respuestas del modelo lineal y no-lineal es despreciable en todos los casos, por lo que el primero puede emplearse para describir el absorbedor con buenos resultados; siempre que las variaciones esten comprendidas en una banda $\pm 10\%$ del valor nominal



a) Un tramo



b) Tres tramos



c) Seis tramos

Fig 3.2 Respuestas del modelo linealizado a variaciones en la radiación solar de $\pm 10\%$ del valor nominal.

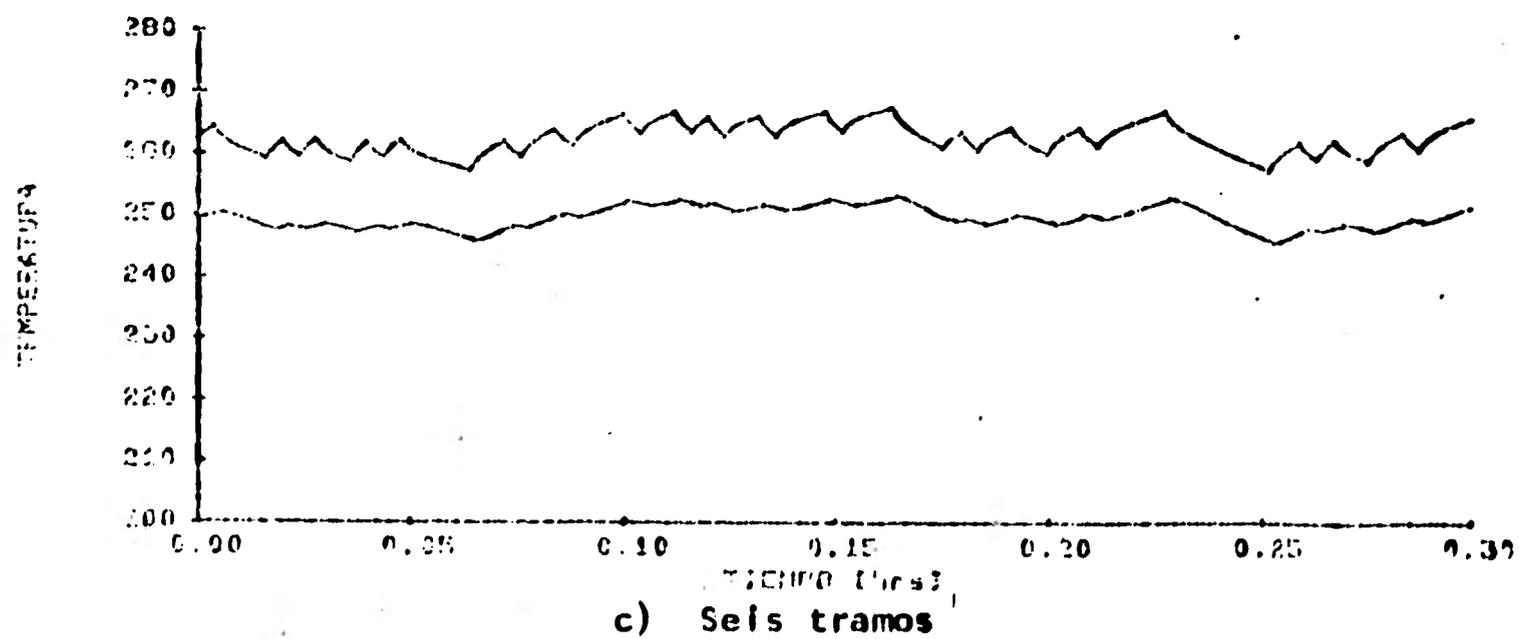
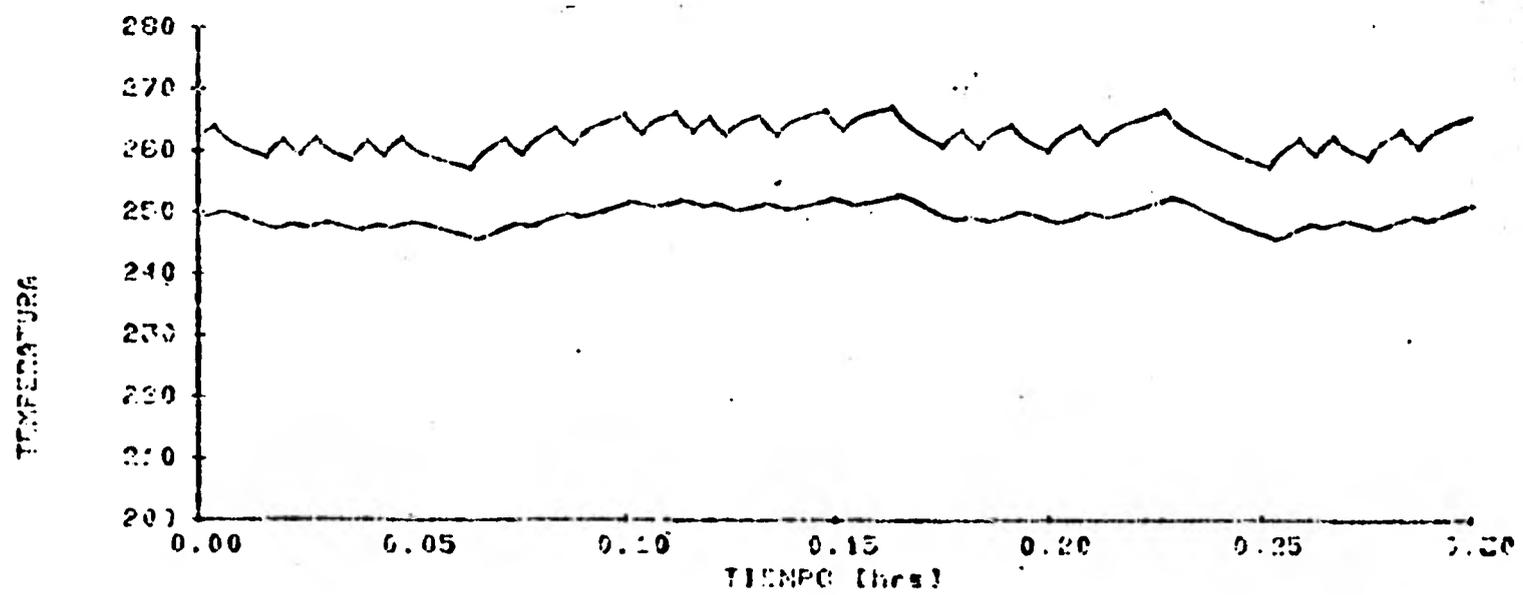
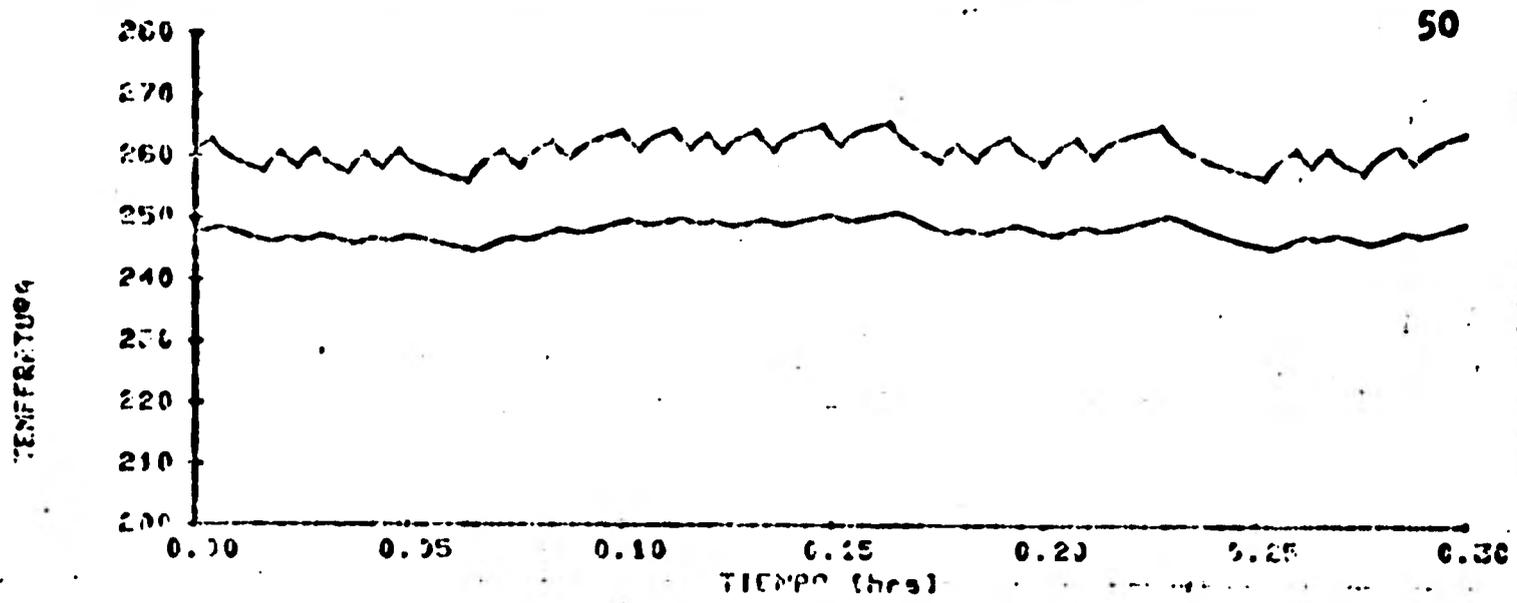
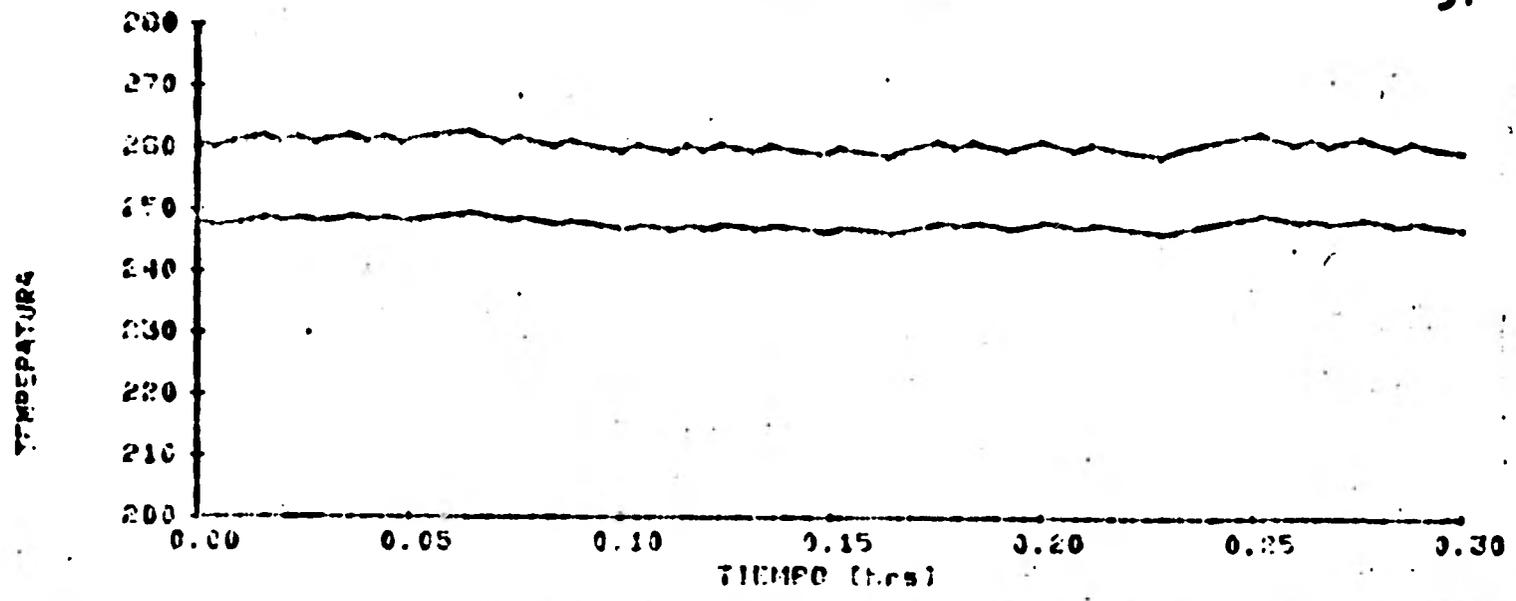
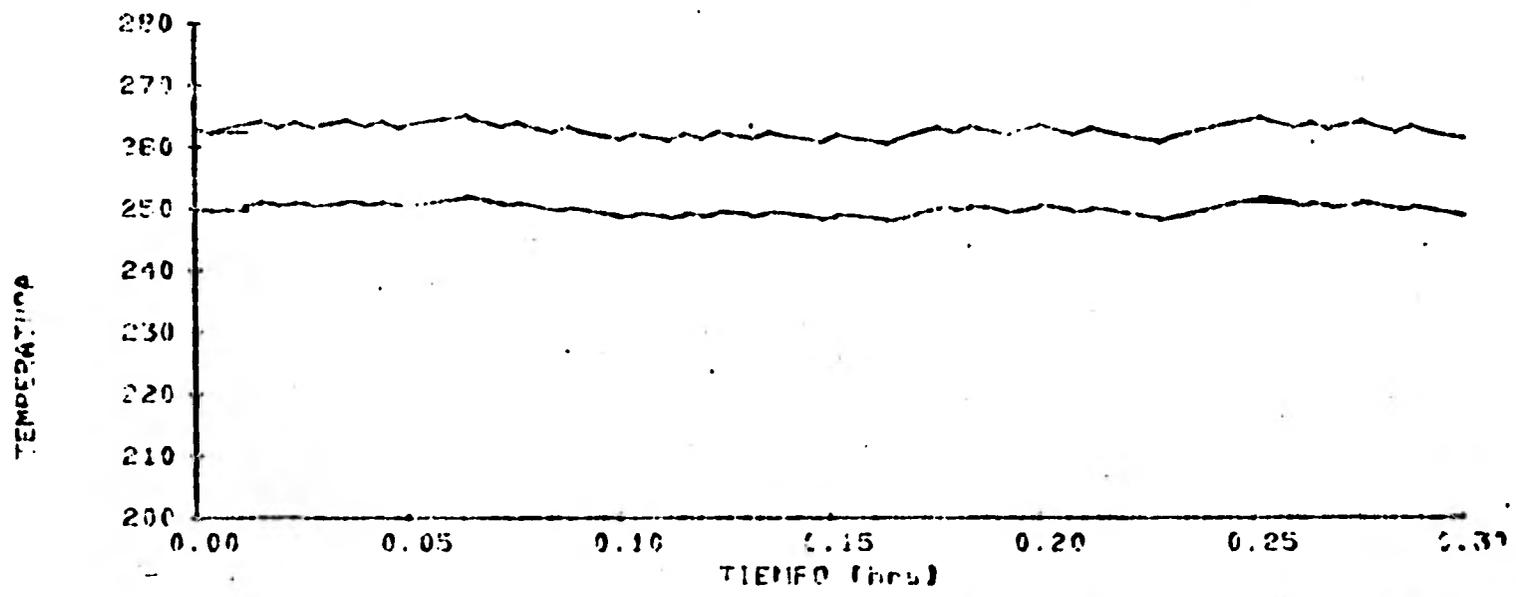


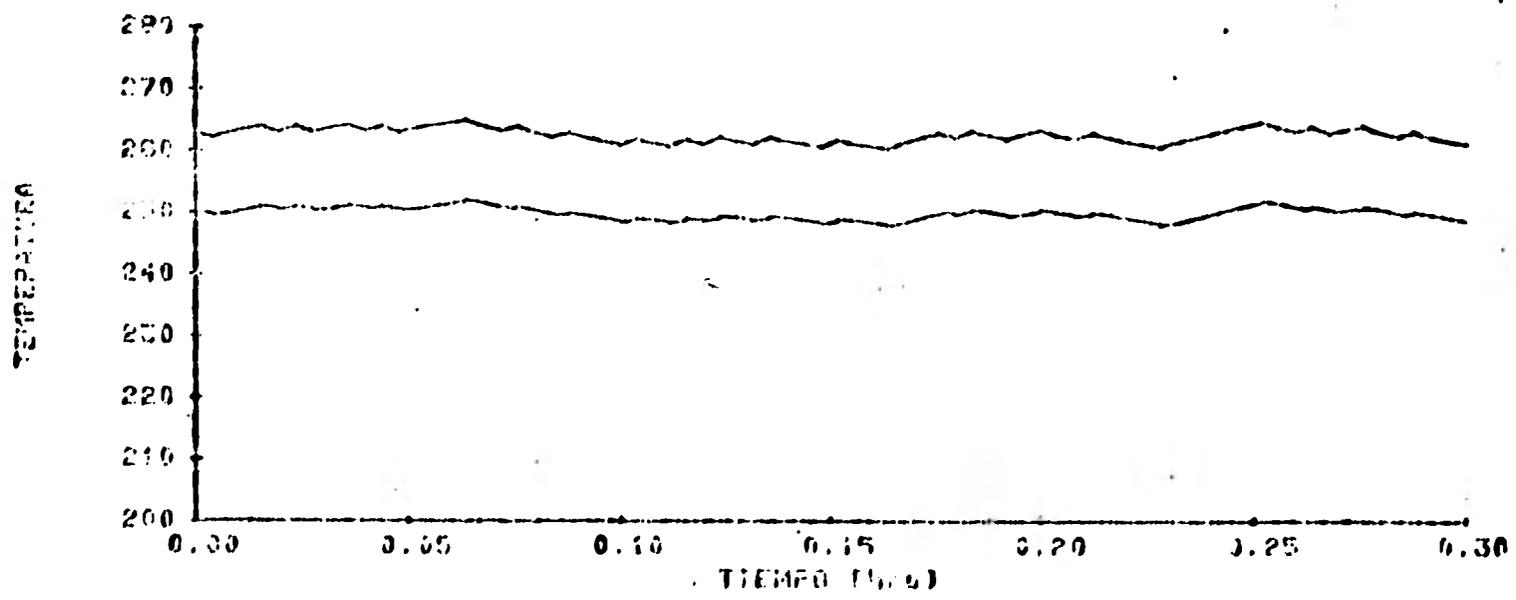
Fig 3.3 Respuestas del modelo no lineal a variaciones en la radiación solar de $\pm 10\%$ del valor nominal.



a) Un tramo

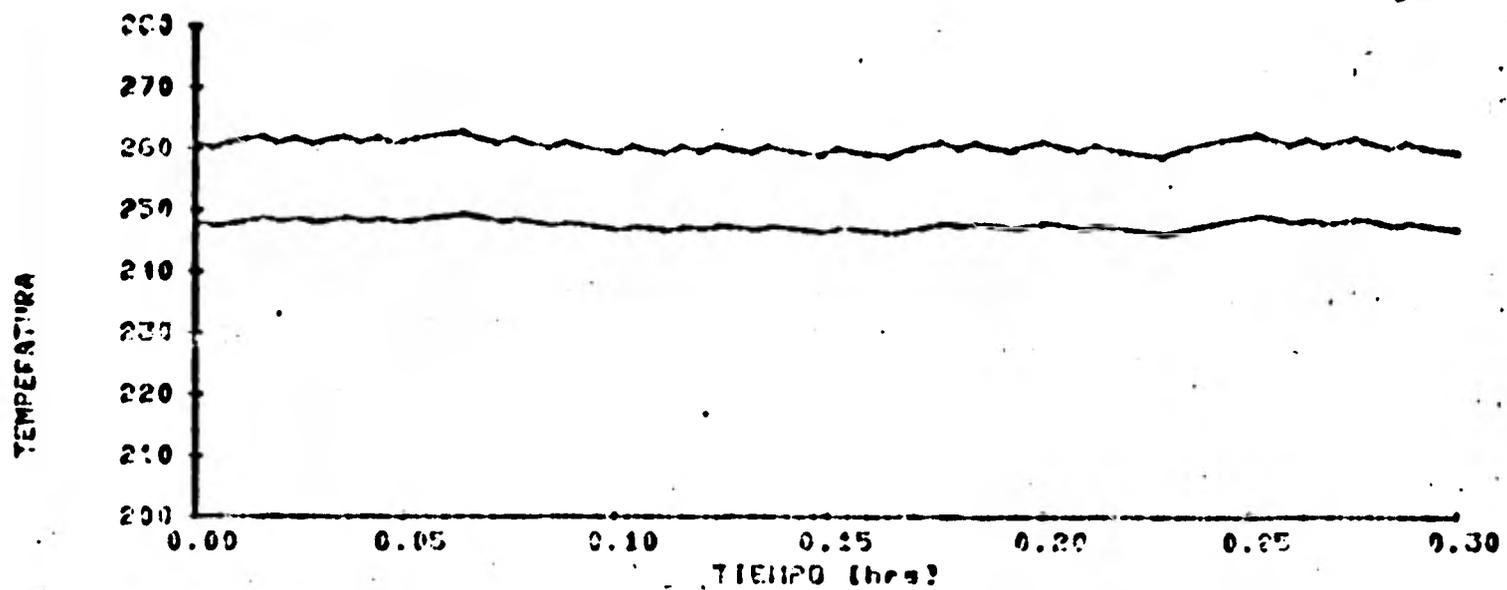


b) Tres tramos

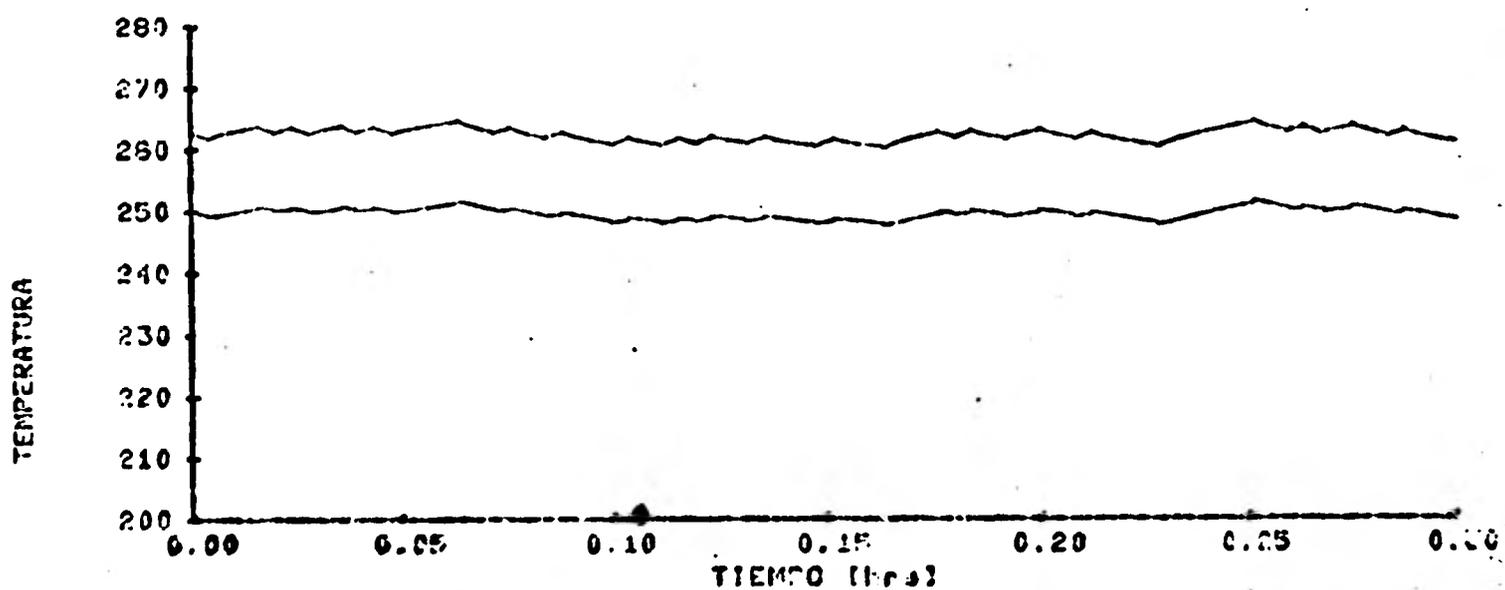


c) Seis tramos

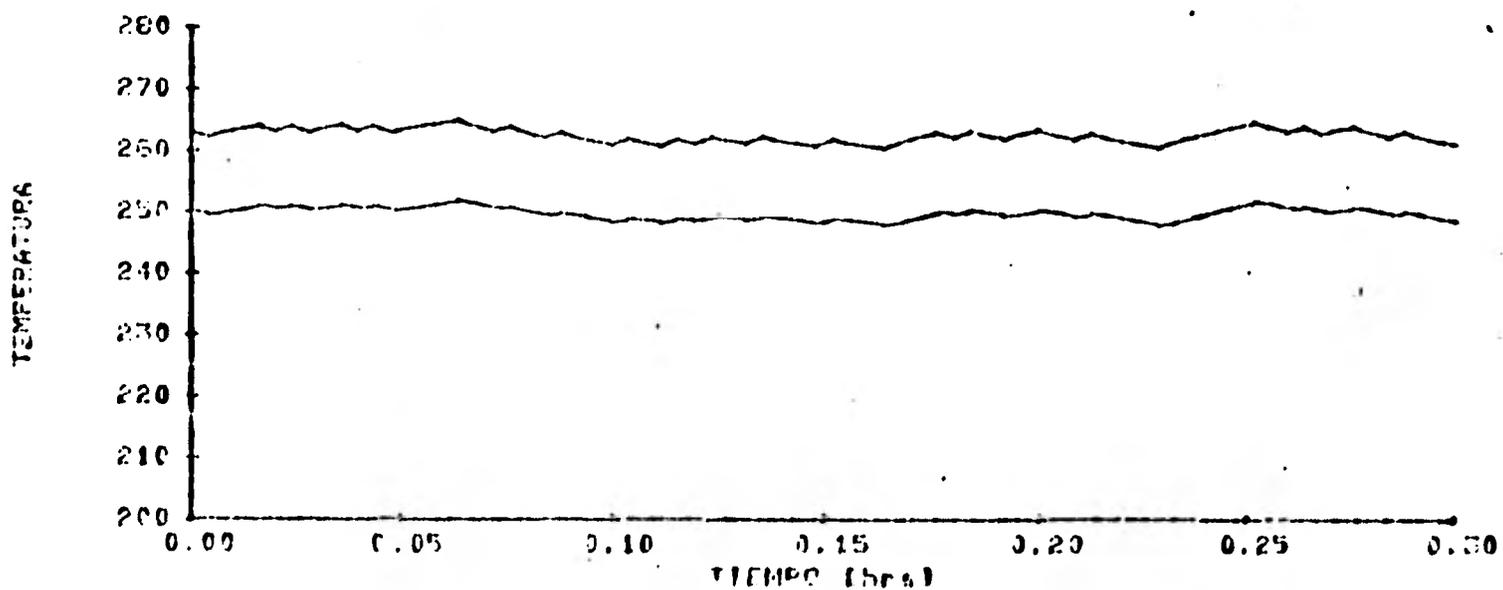
Fig 3.4 Respuestas del modelo linealizado a variaciones en el flujo másico de $\pm 10\%$ del valor nominal.



a) Un tramo

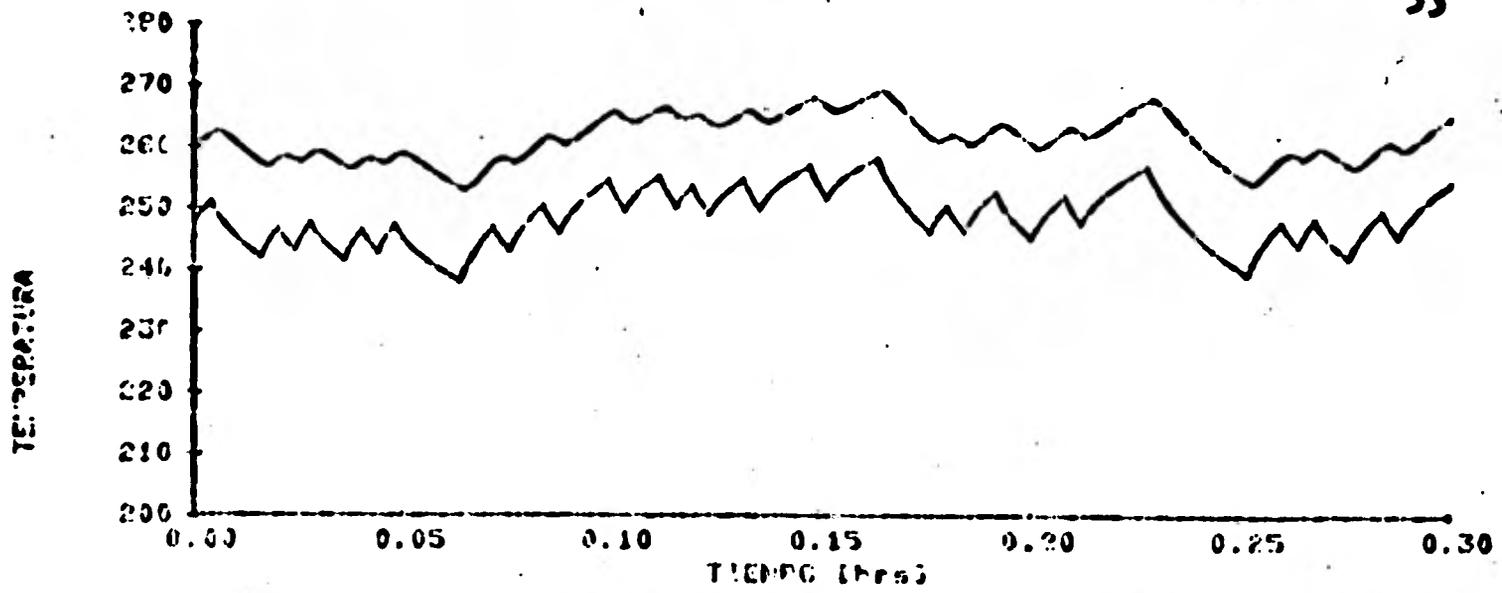


b) Tres tramos

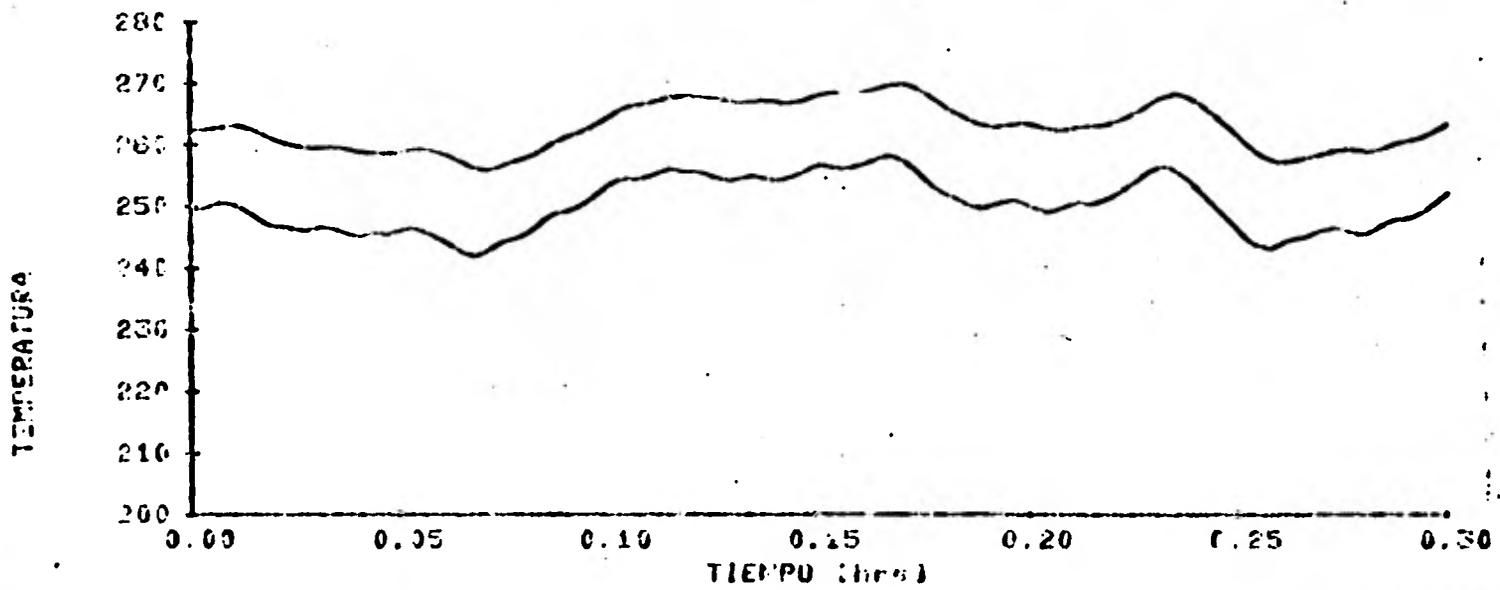


c) Seis tramos

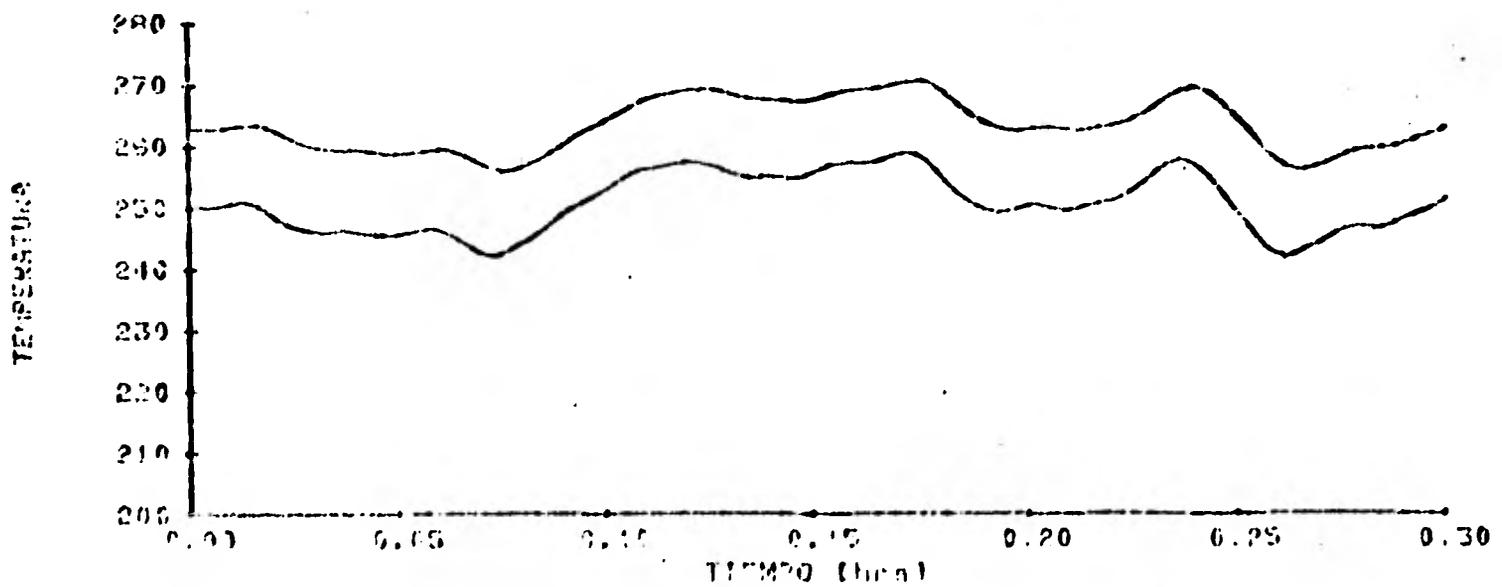
Fig 3.5 Respuestas del modelo no lineal a variaciones en el flujo másico de $\pm 10\%$ del valor nominal.



a) Un tramo

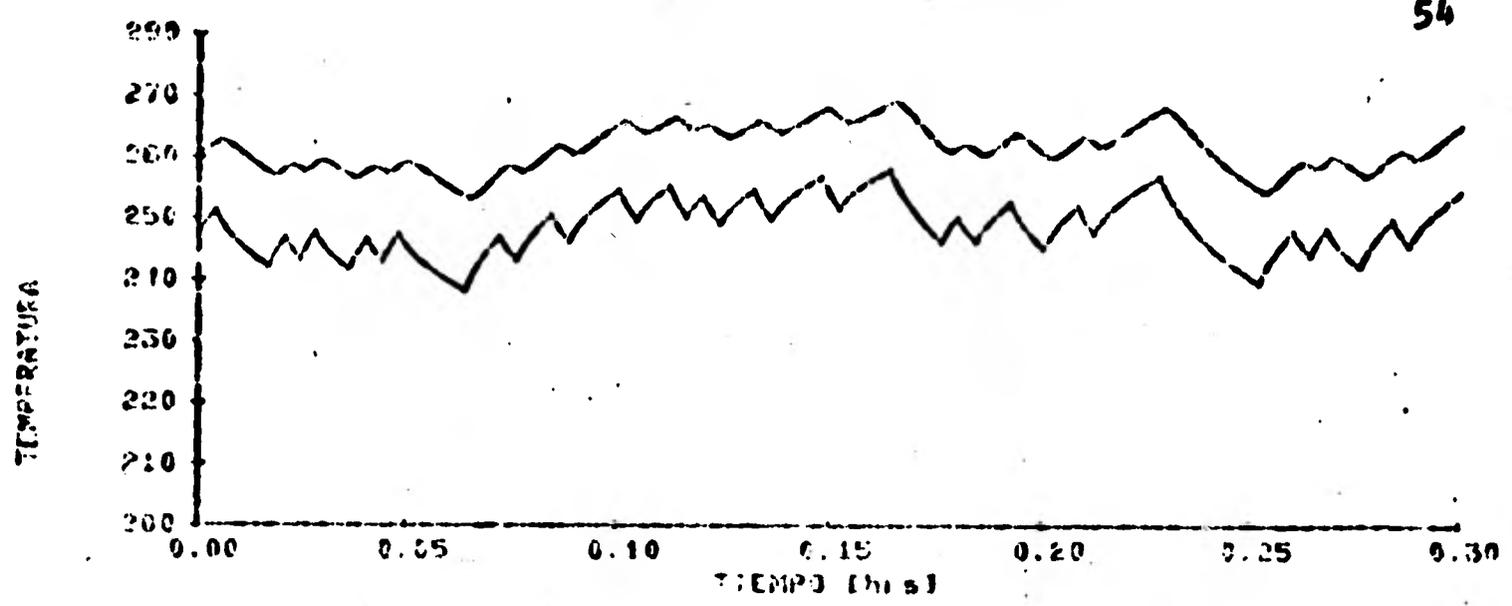


b) Tres tramos

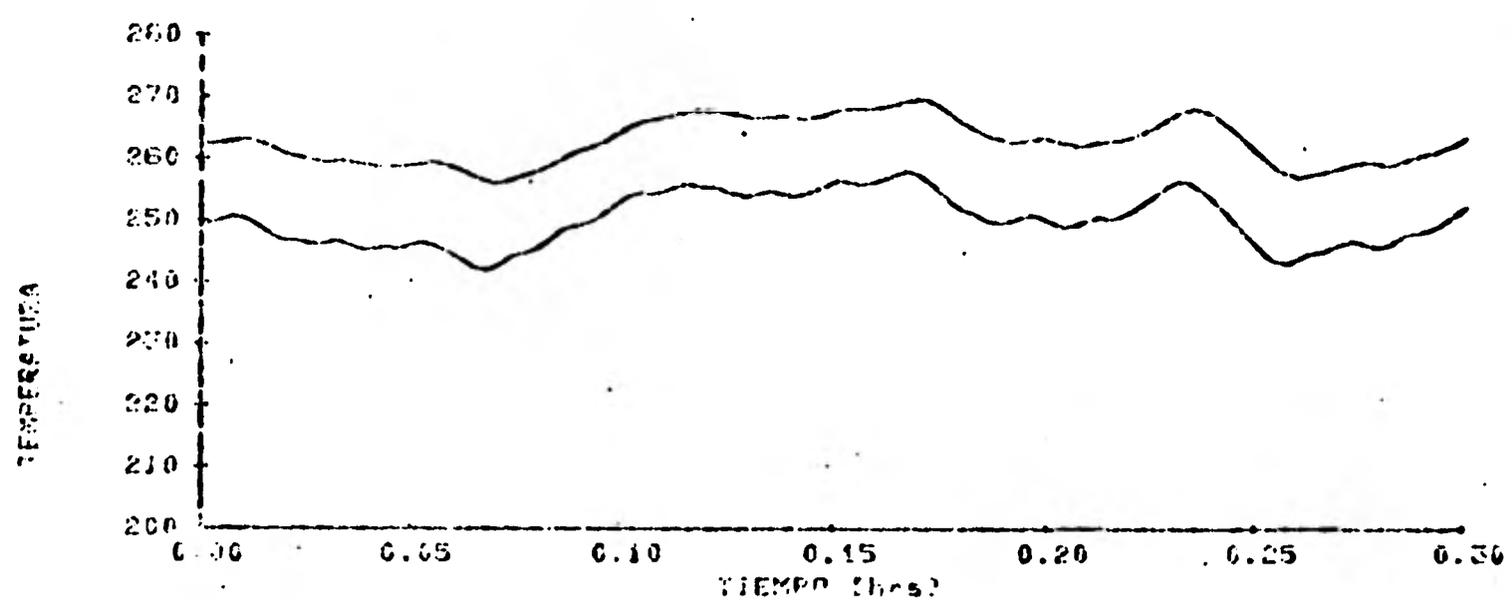


c) Seis tramos

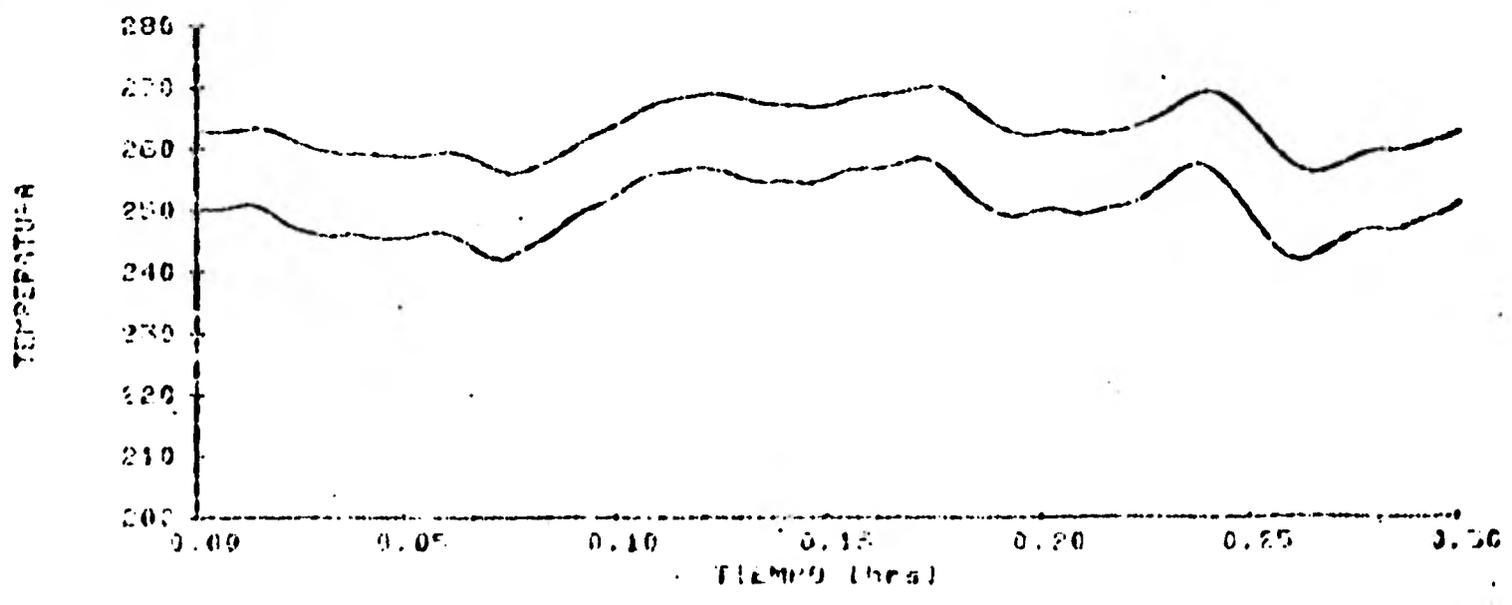
Fig 3.6 Respuestas del modelo linealizado a variaciones en la temperatura de entrada de $\pm 10\%$ del valor nominal.



a) Un tramo



b) Tres tramos



c) Seis tramos

Fig 3.7 Respuestas del modelo no lineal a variaciones en la temperatura de entrada de $\pm 10\%$ del valor nominal.

- 2) La amplitud de la respuesta es mayor para variaciones en la temperatura de entrada que para las correspondientes al flujo o la radiación solar; esto es, la atenuación es menor para la temperatura de entrada
- 3) Las variaciones en la temperatura del fluido son mayores que la del tubo al variar la temperatura de entrada; lo contrario ocurre al variar el flujo másico o la radiación solar
- 4) La ganancia del sistema con respecto al flujo másico es negativa, y positiva con respecto a la radiación y a la temperatura de entrada
- 5) Cuantos más tramos se consideren en los modelos, las respuestas con respecto a las variaciones en la temperatura de entrada se suavizan (figs 36 y 37); este efecto no se aprecia cuando se consideran perturbaciones en la radiación solar o el flujo másico. La diferencia entre las respuestas correspondientes a 3 y 6 tramos es menor que la correspondiente entre 1 y 3 tramos
- 6) Dada la atenuación de la respuesta del fluido ante variaciones en la radiación y en el flujo, es posible suponer que solo se requieren acciones de control para señales de baja frecuencia y gran amplitud.

De los resultados incluidos en esta sección puede concluirse que las estrategias de control para condiciones normales de operación de la planta podrán diseñarse tomando como punto de partida un modelo lineal. Algunas de las observaciones incluidas arriba, así como un análisis de la selec -

ción del número de tramos del modelo serán tratadas con más detalle en los siguientes capítulos.

4. RESPUESTA EN FRECUENCIA

Para poder determinar el número mínimo de tramos requeridos para representar al absorbedor y para diseñar las políticas de control, se decidió hacer un análisis de la respuesta en frecuencia. En el caso de un modelo no-lineal su respuesta dependerá no sólo de la frecuencia de las señales de entrada sino también de la amplitud de las mismas; en este caso, el análisis de la respuesta en frecuencia puede hacerse empleando el concepto de "función descriptiva", que puede interpretarse como una función de transferencia generalizada para sistemas no-lineales. Si se supone que la entrada a un sistema no lineal está dada por:

$$u(\omega t) = \alpha \sin \omega t \quad (4.1)$$

su respuesta en estado permanente puede representarse por la serie infinita:

$$y(\omega t) = \beta_1 \text{sen}(\omega t + \phi_1) + \beta_2 \text{sen}(2\omega t + \phi_2) + \beta_3 \text{sen}(3\omega t + \phi_3) + \dots \quad (4.2)$$

La función descriptiva correspondiente, que se refiere sólo a la componente fundamental de la salida, se define entonces como

$$F(\alpha, \omega) = \frac{\beta_1}{\alpha} e^{j \phi_1} \quad (4.3)$$

El procedimiento más usual para determinar la función descriptiva de un sistema no lineal consiste en determinar la serie de Fourier de la forma de onda de su salida y considerar después sólo su componente fundamental.

La aplicación de tal método de análisis al modelo no-lineal del absorbedor no se intentó ya que, primero, como se mencionó en el capítulo anterior, los modelos lineales obtenidos del no-lineal permiten obtener buenas aproximaciones del comportamiento del absorbedor aún bajo desviaciones importantes del punto de operación empleado en la linealización, y segundo, obtener la respuesta en frecuencia para un modelo lineal es mucho más simple.

Así pues, partiendo de las funciones de transferencia obtenidas en la sección 3.3, se obtuvo la representación de la respuesta en frecuencia mediante diagramas de Bode. Se consideran los casos en que $N = 1, 2, 4$ y 6 .

La figura 4.1 corresponde a los diagramas de Bode de la función de transferencia entre la radiación solar y la temperatura de salida del absorbedor. La figura 4.2 corresponde a la función de transferencia con respecto al flujo másico y la 4.3 con respecto a la temperatura

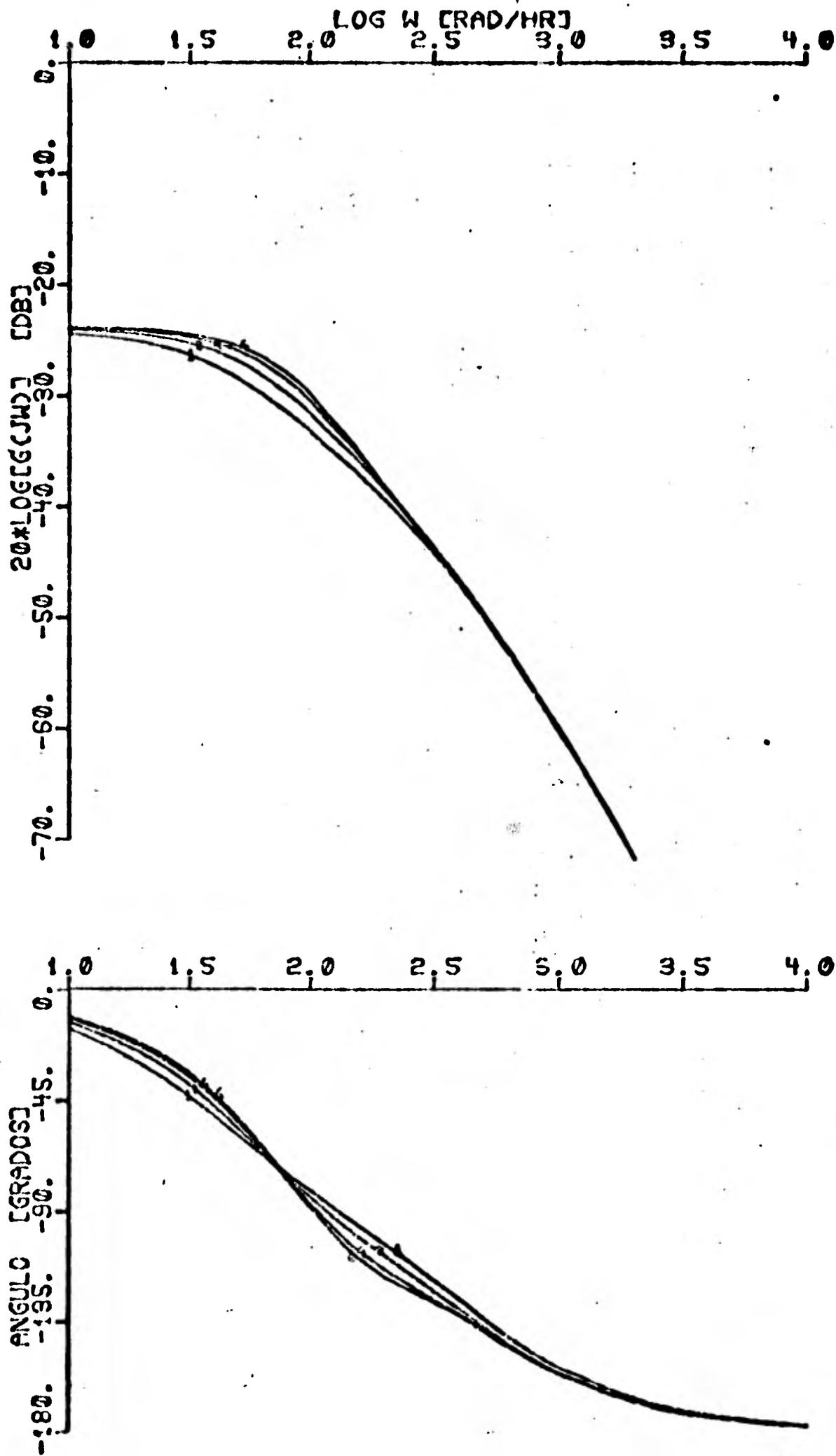


Fig 4.1 Diagrama de Bode para la función de transferencia $T_f(s)/Q(s)$.

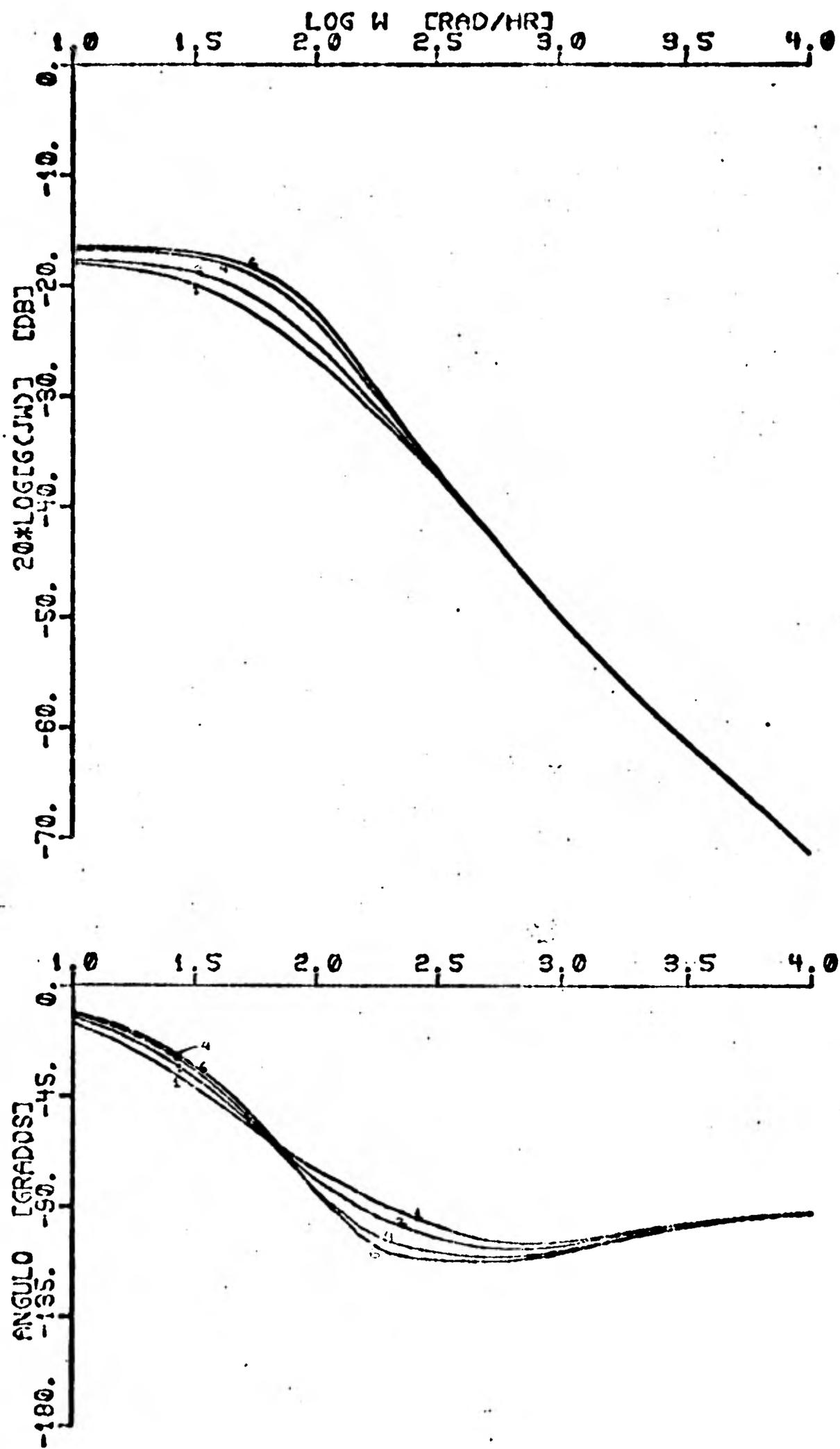


Fig 4.2 Diagrama de Bode para la función de transferencia $T_f(s)/m(s)$.

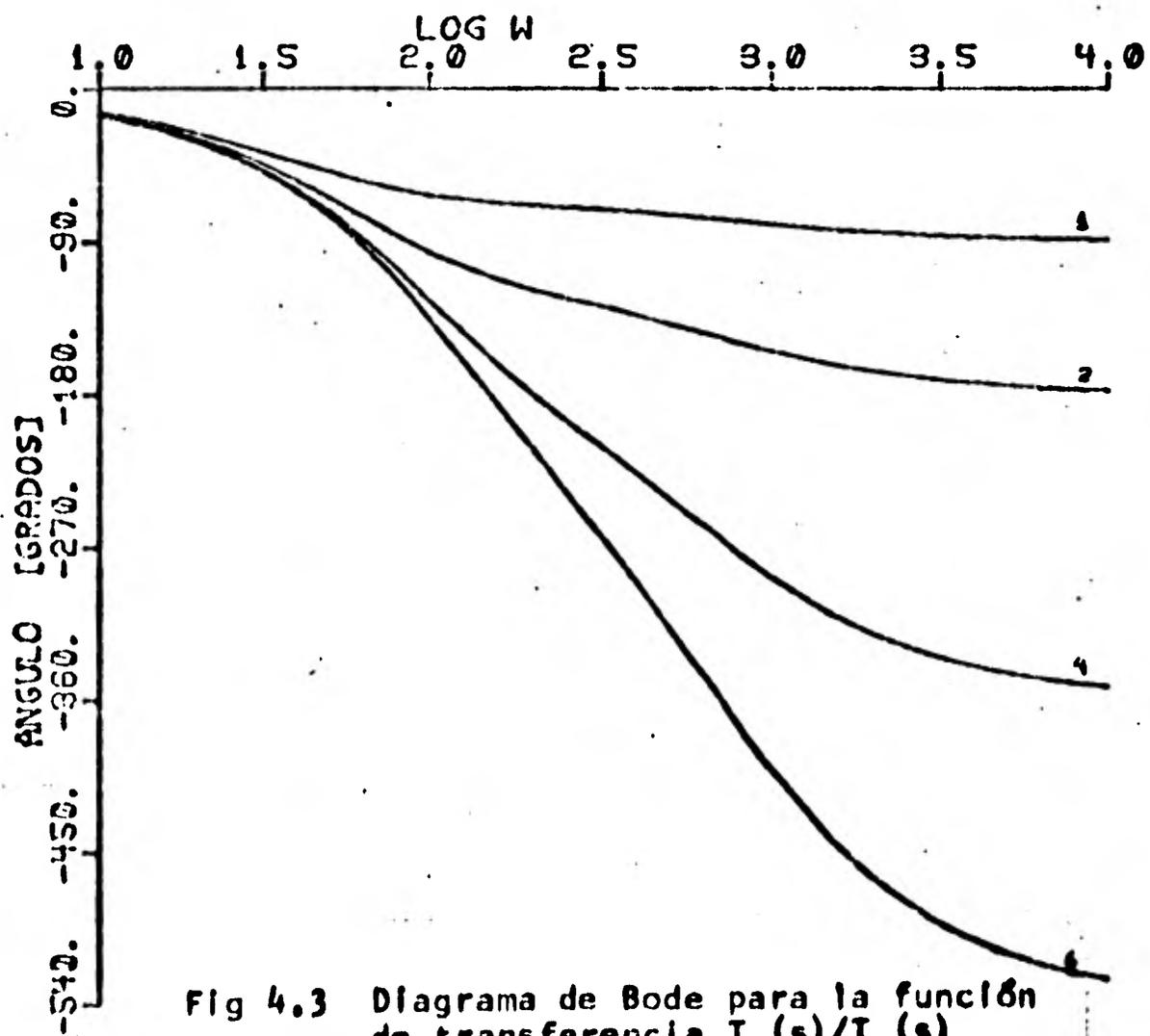
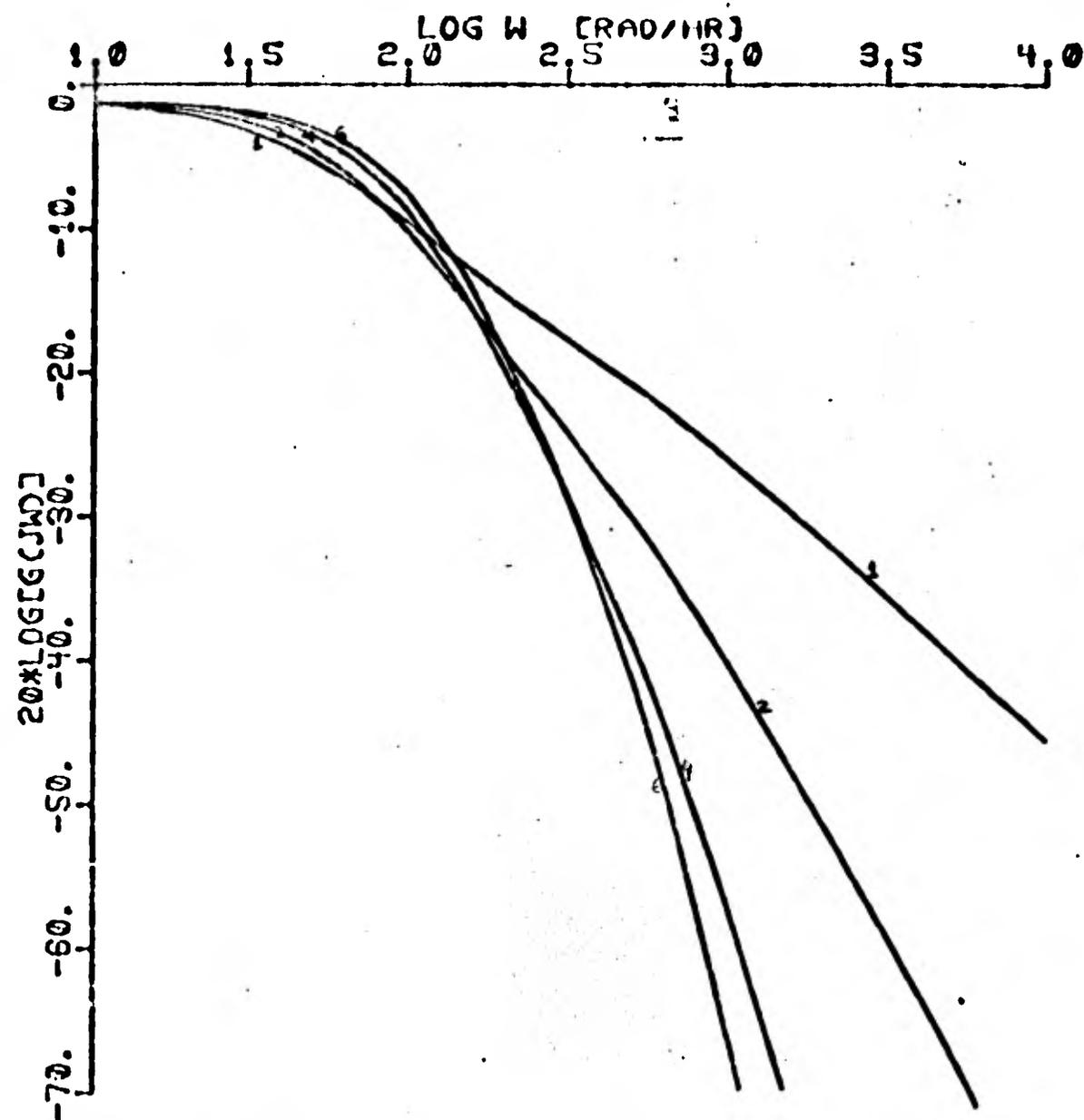


Fig 4.3 Diagrama de Bode para la función de transferencia $T_p(s)/T_o(s)$

de entrada. (El número sobre la curva indica el número de tramos en los que se considera dividido el absorbedor).

De estas figuras puede concluirse que:

- (a) el absorbedor se comporta como un filtro pasa-bajas con respecto a las tres entradas considerada. La frecuencia de corte tiene valores muy parecidos en los tres casos, que en todos ellos aumenta conforme aumenta el número de tramos, debiendo llegar a un límite cuando este número tienda a infinito; así la respuesta obtenida con un modelo continuo en x , deberá tener un ancho de banda mayor que cualquiera que se obtenga con un modelo discreto.
- (b) Independientemente del número de tramos considerados, la magnitud de la respuesta con respecto al flujo másico como entrada es prácticamente la misma, tanto para bajas frecuencias ($\omega < 30$ rad/hr), como para altas frecuencias ($\omega > 315$ rad/hr); lo mismo ocurre con la radiación como entrada. En las frecuencias medias ($30 \leq \omega \leq 315$) la magnitud de estas respuestas es función del número de tramos considerados; este intervalo de frecuencias corresponde con señales cuyo período está comprendido entre 71.8 y 753.98 segundos (0.01994 y 0.2094 horas). La diferencia no es, de cualquier forma, de gran magnitud.
- (c) La respuesta en frecuencia respecto a la temperatura de entrada se aproxima más a un filtro pasa-bajas ideal.

- (d) La fase de la respuesta a la temperatura de entrada con variaciones de alta frecuencia, disminuye en 90° por cada tramo adicional incluido en el modelo; en un modelo continuo en x correspondería un ángulo de menos infinito. Esto no ocurre en el caso de las respuestas a cambios en la radiación solar o en el flujo másico, en las que la fase es asintótica a menos 180° y 90° respectivamente, independientemente del número de tramos considerados; esto se debe esencialmente a que en el modelo se supone que el fluido es incompresible.
- (e) Con respecto a cualquiera de las entradas puede afirmarse que para frecuencias del orden de 500 a 1000 rad/hr o mayores, la ganancia del sistema es tan pequeña que la amplitud de las variaciones en la salida es despreciable. Aún más, para propósitos de control y considerando las respuestas obtenidas para 6 tramos, perturbaciones con una frecuencia mayor de unos 250 rad/hr podría considerarse que tienen un efecto despreciable en la salida, por lo menos en lo que respecta a las temperaturas (recuérdese que para muy altos flujos, variaciones muy pequeñas en la temperatura puede representar variaciones apreciables en la eficiencia).
- (f) Aún para bajas frecuencias las respuestas con respecto a la radiación solar y el flujo másico se atenúan en casi un orden de magnitud; con respecto a la temperatura de entrada la atenuación es prácticamente nula.

- (g) Las pequeñas variaciones que se observan para muy bajas frecuencias al modificar el número de tramos, cualquiera que sea la entrada considerada, se deben a que, en todos los casos, se considera el punto de operación correspondiente a 6 tramos para calcular los parámetros del modelo.

Han aparecido trabajos, { 9 } y { 11 }, en los que se obtiene y analiza la respuesta en frecuencia de colectores como el aquí estudiado. En dichos trabajos se hacen suposiciones similares a las hechas aquí, tales como: considerar constantes algunas propiedades del aceite, no tomar en cuenta la conducción de calor a lo largo del tubo ni del aceite y en la dirección radial suponer temperaturas constantes; sólo en { 9 } se hace referencia al tubo envolvente, diciendo que puede ser despreciado su efecto sobre la dinámica de la respuesta térmica del colector porque la variación de la temperatura del vidrio es muy pequeña, y el efecto sobre el estado estable puede ser incluido en los coeficientes de pérdidas de calor hacia el medio ambiente. En ambos trabajos parten de modelos no lineales de parámetros distribuidos que se linealizan considerando sólo pequeñas variaciones, alrededor de un punto de operación, en las temperaturas del aceite y del tubo, en la radiación y en el flujo. Utilizan, para el coeficiente de convección entre el tubo absorbedor y el aceite, una expresión en la que sólo aparece el flujo como variable, por lo que la obtención de la función de transferencia es más sencilla que en el caso de considerar dicho coeficiente como función del flujo y de la temperatura del aceite, tal y como se ha hecho aquí.

En {9} se analiza el efecto de parámetros tales como; la ganancia del - controlador, las constantes de tiempo de los sensores y controlador y la localización de los sensores, en la estabilidad del sistema, concluyendo que un controlador proporcional es suficiente para tener un sistema esta ble, aunque no con un error de estado estable cero pero si suficientemen te pequeño para algunas aplicaciones si se tiene el sensor de temperatu- ra cerca de la salida del colector.

5. REALIMENTACION

En los capítulos anteriores se han presentado modelos y resultados de si mulación para un módulo colector operando en malla abierta; esto es, no se ha tratado aún el problema de control. A continuación se plantea y estudia el empleo de realimentación para regular la temperatura de salida del módulo colector. Se considera en el análisis el modelo lineal del absorbedor como punto de partida, si bien los resultados se aplican también al modelo no-lineal.

En términos generales, en problemas de regulación puede plantearse un es quema de realimentación como el de la figura 5.1, donde $E(t)$ es la señal de error, y $G(s)$ representa la función de transferencia del sistema de realimentación.

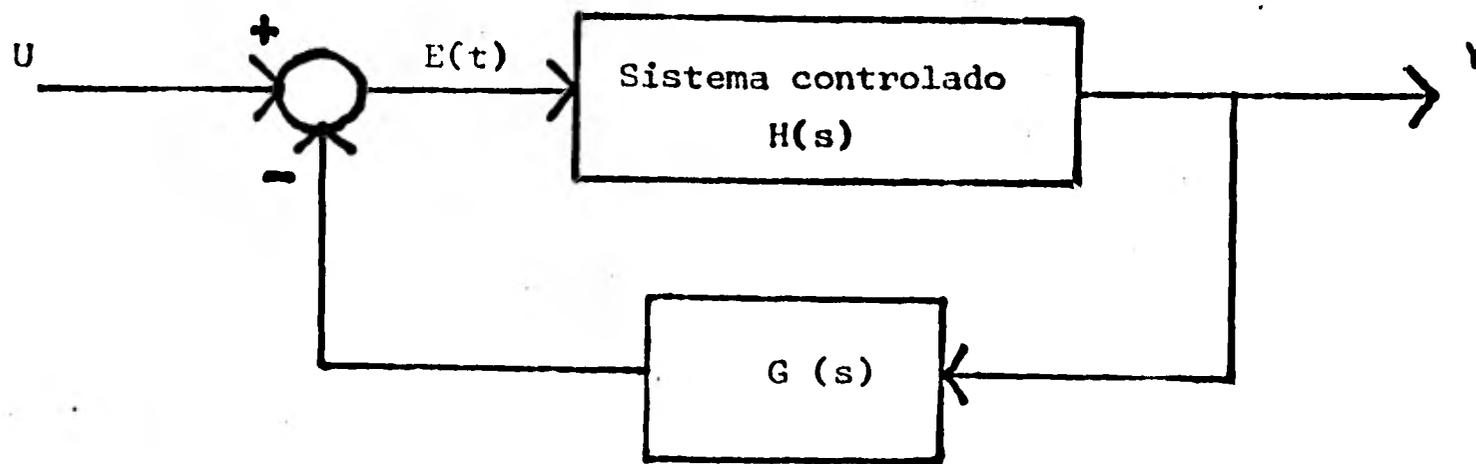


Fig 5.1 Esquema General de realimentación

En el caso que nos ocupa y dado que se desea mantener la temperatura de salida del aceite en un valor igual a 250°C , empleando para tal efecto - el flujo másico, es posible plantear el esquema de control de la figura 5.2.

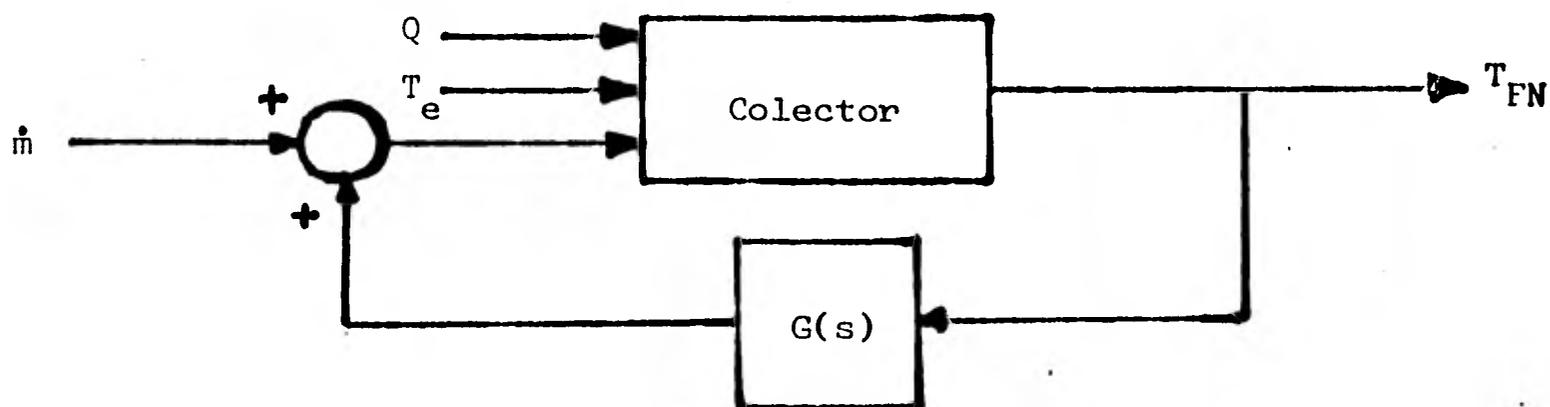


Fig 5.2 Esquema de control para el absorbedor

En dicho esquema debe notarse que la realimentación es positiva, ya que, como se determinó anteriormente, la ganancia del colector con respecto al flujo es negativa.

El primer esquema de control analizado es uno de control proporcional, donde la función $G(s)$ de la fig 5.2 se fija en un valor constante

$$G(s) = K \quad (5.1)$$

Así, la relación entrada-salida para el sistema de malla cerrada será:

$$T_{FN}(s) = \begin{bmatrix} \frac{H_1}{1-KH_2} & \frac{H_2}{1-KH_2} & \frac{H_3}{1-KH_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{sol} \\ \dot{m} \\ T_e \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

donde H_1 , H_2 y H_3 están dadas por las ecuaciones 3.28 a 3.31, según el número de tramos considerados, y representan a las funciones de transferencia de malla abierta.

Para obtener (5.2) se ha supuesto que la realimentación es continua; y además, se considera que entre la medición de la temperatura de salida y la modificación del flujo másico correspondiente a la ley de control (5.1), no existe ningún retraso de tiempo. En un capítulo posterior se analizará el comportamiento del sistema de malla cerrada incluyendo retrasos de tiempo en la realimentación.

Sean

$$H_1(s) = \frac{q_1(s)}{p(s)}; \quad H_2(s) = \frac{q_2(s)}{p(s)}; \quad H_3(s) = \frac{q_3(s)}{p(s)} \quad (5.3)$$

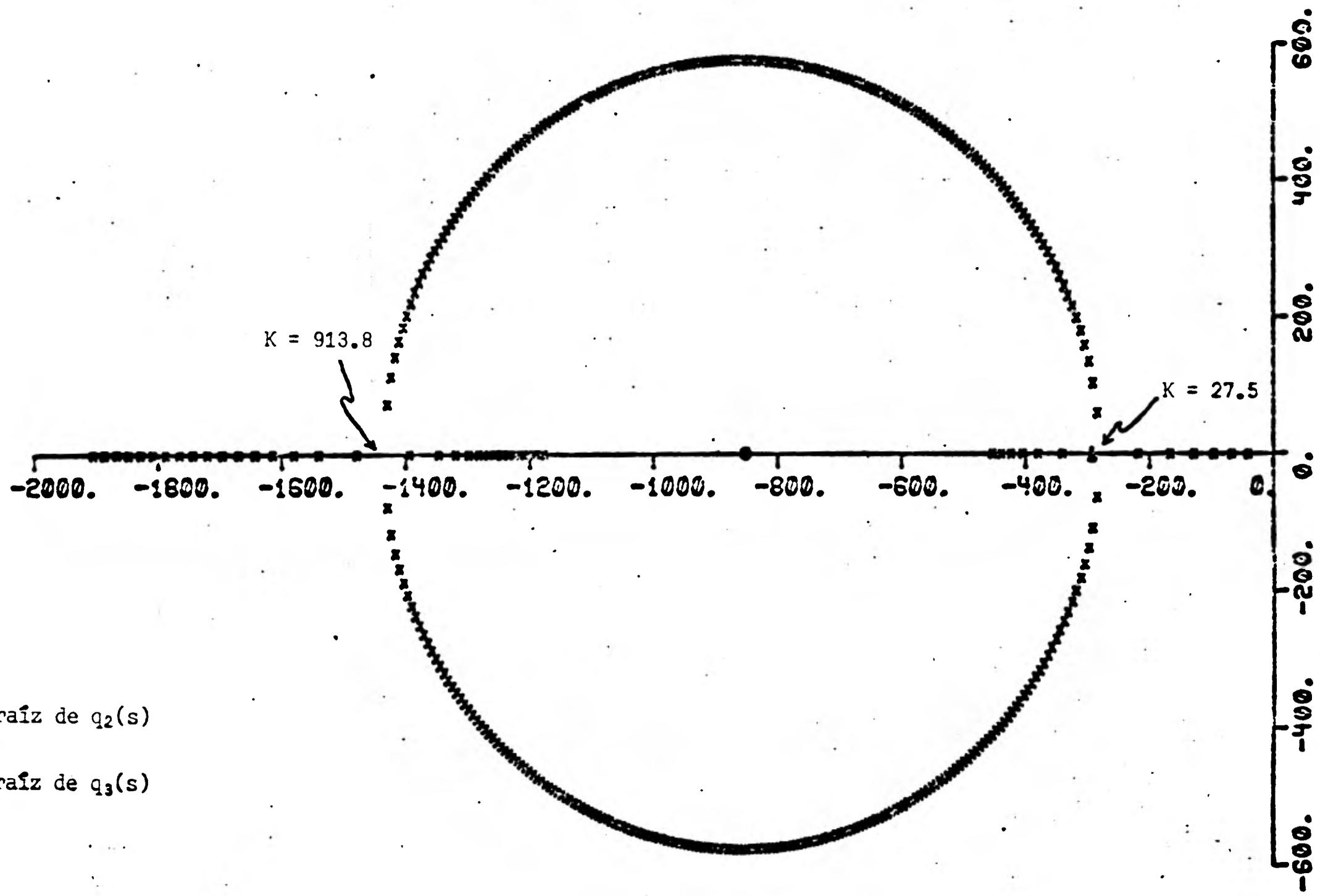
La ecuación 5.2 puede entonces escribirse como

$$T_{F_N}(s) = \left[\frac{q_1(s)}{p(s)-Kq_2(s)} \quad \frac{q_2(s)}{p(s)-Kq_2(s)} \quad \frac{q_3(s)}{p(s)-Kq_2(s)} \right] \begin{bmatrix} Q_m^{sol} \\ T_e \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Para tener idea de la respuesta del absorbedor bajo diferentes valores de ganancia de realimentación K , se obtuvo el lugar geométrico de los polos de las funciones de malla cerrada; nótese que este será el mismo $\{p(s) - Kq_2(s)\}$ para las tres entradas consideradas. Por supuesto esto no implica que las respuestas a las tres entradas serán iguales, ya que la función de transferencia de malla cerrada correspondiente a cada una de ellas tiene los ceros en diferente posición. En las figuras 5.3 a 5.5 se dibujan los lugares geométricos de los polos de malla cerrada para 1, 2 y 3 tramos respectivamente, empleando valores de K de 0 a 1000, y dibujando un punto cada 5 unidades.

Es evidente que el sistema será estable para todo valor de K positivo, ya que el lugar geométrico no cruza el eje imaginario. Para los modelos de dos o más tramos el sistema presenta polos complejos para prácticamente todo valor de $K > 0$, pudiendo esperarse un comportamiento subamortiguado en estos casos.

En las figuras se anotan los valores de K para los que el lugar geométrico presenta raíces repetidas. Se dibujan también, empleando símbolos distintos y solo a modo de referencia, los ceros correspondientes a cada una de las funciones de transferencia de malla cerrada. En el sistema real el valor de K estará limitado por las características de



● - raíz de $q_2(s)$

▲ - raíz de $q_3(s)$

Fig 5.3 Lugar geométrico de $p(s) - Kq_2(s)$ considerando un solo tramo en el absorbedor.

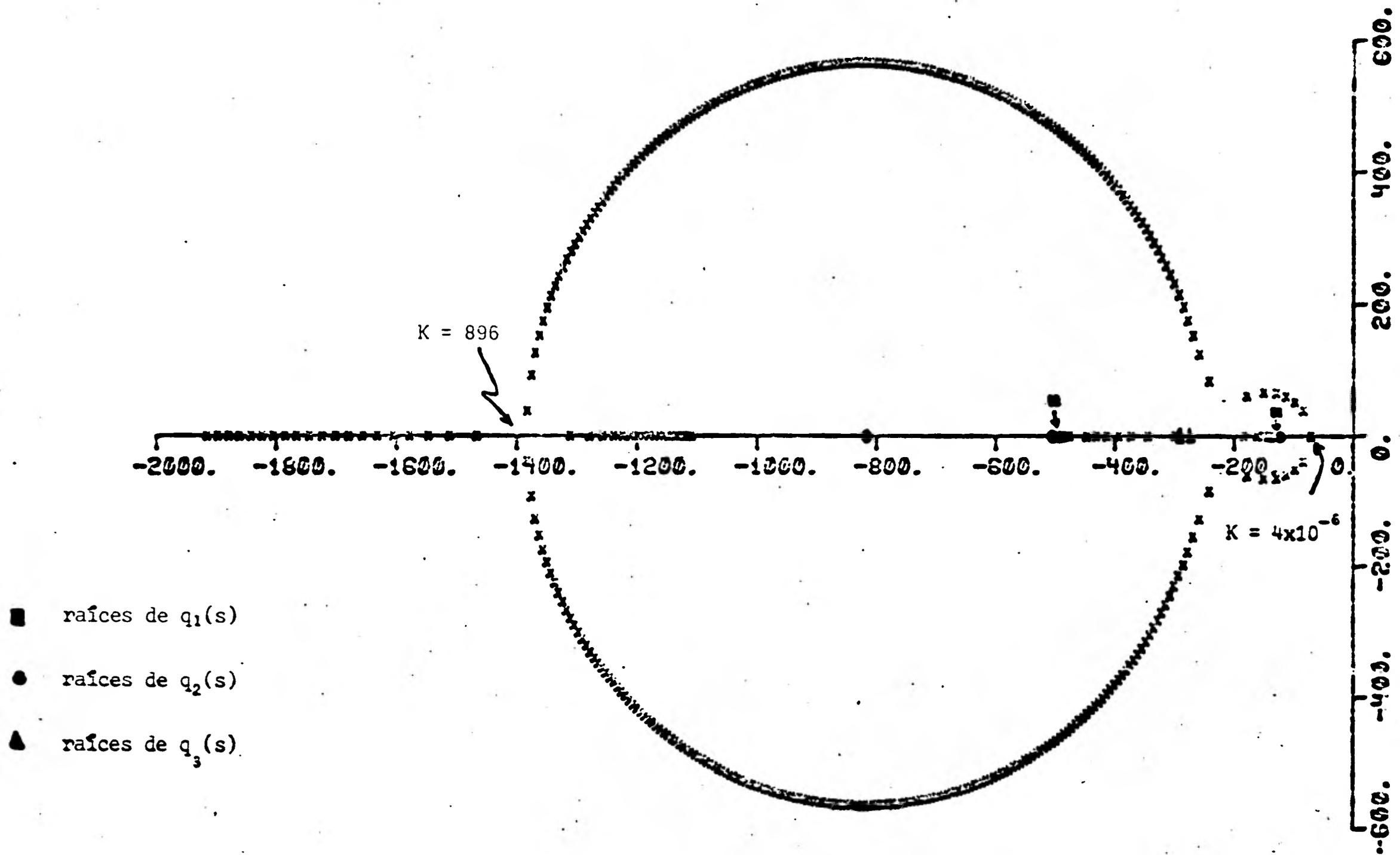


Fig 5.4 Lugar geométrico de $p(s) - Kq_2(s)$ considerando 2 tramos en el absorbedor.

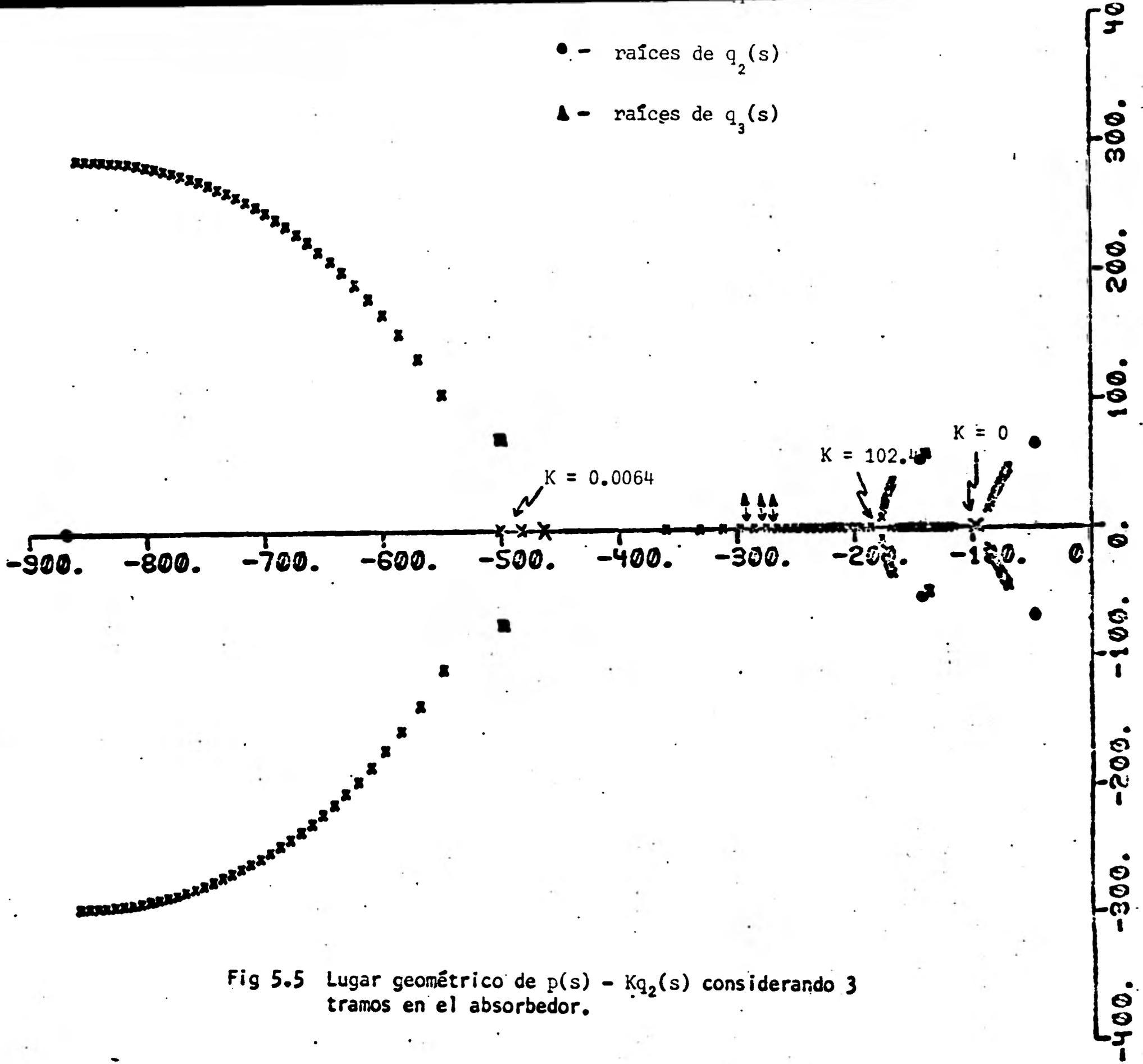


Fig 5.5 Lugar geométrico de $p(s) - Kq_2(s)$ considerando 3 tramos en el absorbedor.

bombas y válvulas y, por otra parte, sería inadmisibile que el valor del error fuese negativo, ya que esto implicaría invertir la dirección del flujo.

Para el caso de un tramo, en la figura 5.3 puede notarse que para valores pequeños de K ($K \leq 27.5$) se tendrá una respuesta escalón sobreamortiguada. A partir de este valor se tienen polos complejos y, por ende, una respuesta a escalón subamortiguada, hasta que cuando $K = 913.8$ vuelven a coincidir los dos polos sobre el eje real. Así, para $K < 913.8$ cuanto mayor el valor de K más rápida será la respuesta del modelo. A partir de $K = 913.8$, al incrementar su valor, uno de los polos se acerca al eje imaginario, reduciendo la velocidad de respuesta del modo correspondiente. Para el caso de dos tramos (fig 5.4) la situación es muy parecida a la anterior, salvo que, por una parte, para valores pequeños de K existen ya polos complejos y por otra, uno de los polos permanece siempre relativamente cercano al eje imaginario (aunque también en este caso, para todas las funciones de transferencia $H_i(s)$, $i = 1, 2$ y 3 , existe un cero en aproximadamente el mismo lugar). Para tres tramos, si bien globalmente el lugar geométrico es muy semejante a los dos anteriores, la función $q_2(s)$ tiene raíces complejas relativamente cerca del eje imaginario, presentándose por tanto una respuesta a escalón subamortiguada para toda $K \neq 0$.

De lo anterior puede concluirse que la respuesta del sistema de malla cerrada deberá ser prácticamente la misma independientemente del número de tramos considerados; esto será particularmente cierto si se exclu

ye el caso de un tramo.

5.1. Respuesta a escalón

En las figuras 5.6 a 5.9 se muestran las respuestas del absorbedor ante un escalón de radiación solar $Q_{sol} = 125 \text{ {W/m}}$, con 1, 2 y 3 tramos, para dos valores distintos de K (10 y 50); en todos los casos se aplicó la realimentación tanto al modelo lineal como al no-lineal.

El error de estado estable está dado por

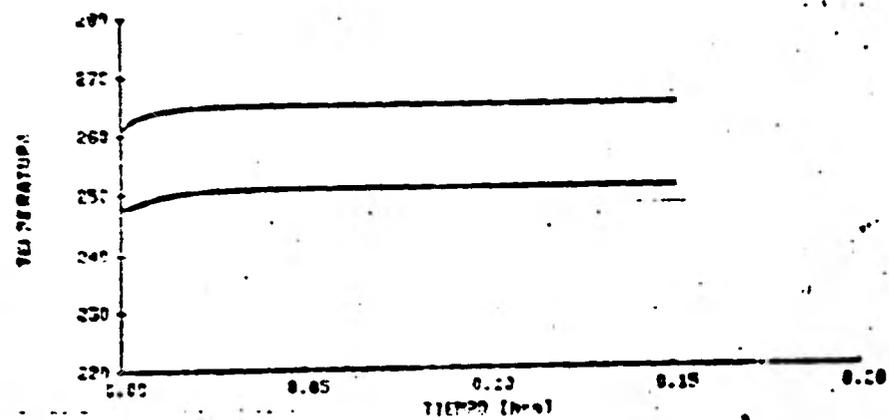
$$e.(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \{ \dot{m}(s) + Kh_1 Q(s) + Kh_3 T_e(s) \}}{1 - Kh_2} \quad (5.5)$$

Como puede verse, el error de estado estable será siempre diferente de 0, aunque disminuirá al aumentar el valor de K .

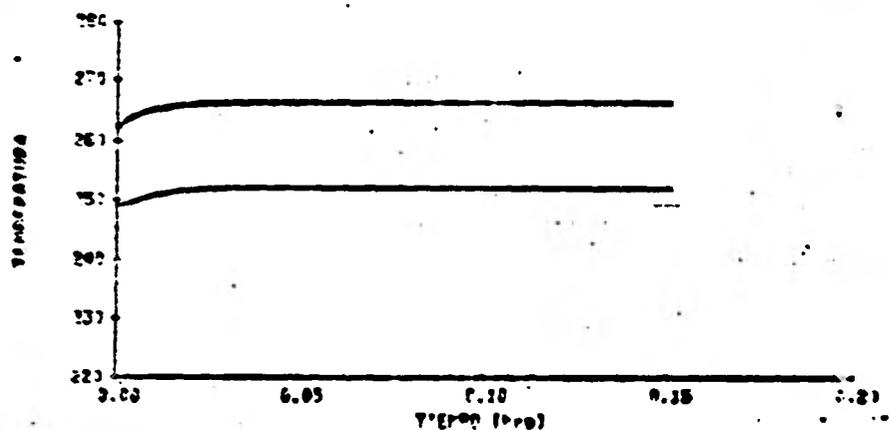
Para el caso del escalón en la radiación, considerando $Q(s) = \frac{125}{s} \text{ {W/m}}$ y \dot{m} y T_e nulas,

$$e_Q(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \left(\frac{125}{s} \right) q_1(s)}{p(s) - Kq_2(s)} = \frac{125 q_1(0)}{p(0) - Kq_2(0)} \quad (5.6)$$

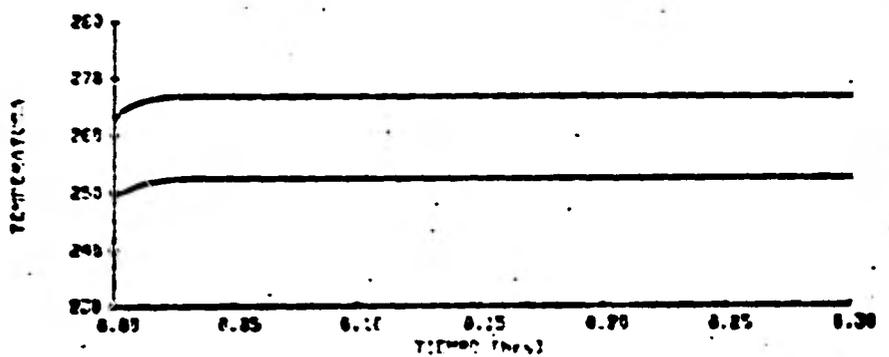
Con $K = 10$ el error es de aproximadamente 3°C , lo que representa un incremento en el flujo de 30 Kg/hr. Para $K = 50$ el error es de aproximadamente 1.2°C , lo que representa una variación de 60 Kg/hr en el flujo másico.



(a) Un tramo

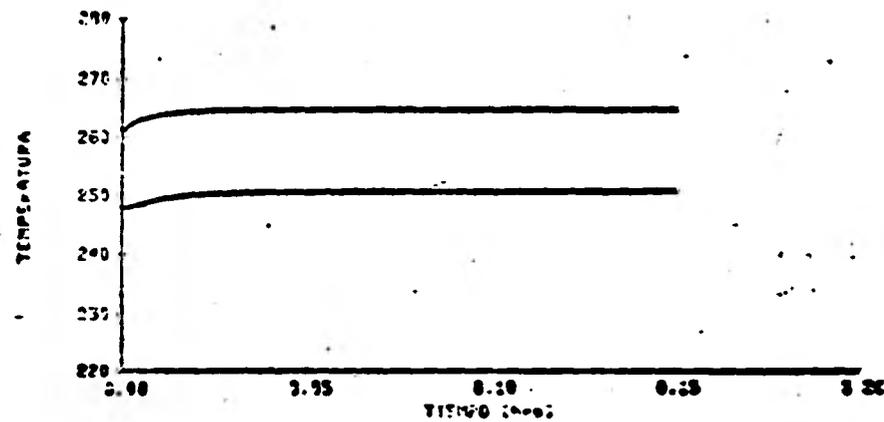


(b) 2 tramos

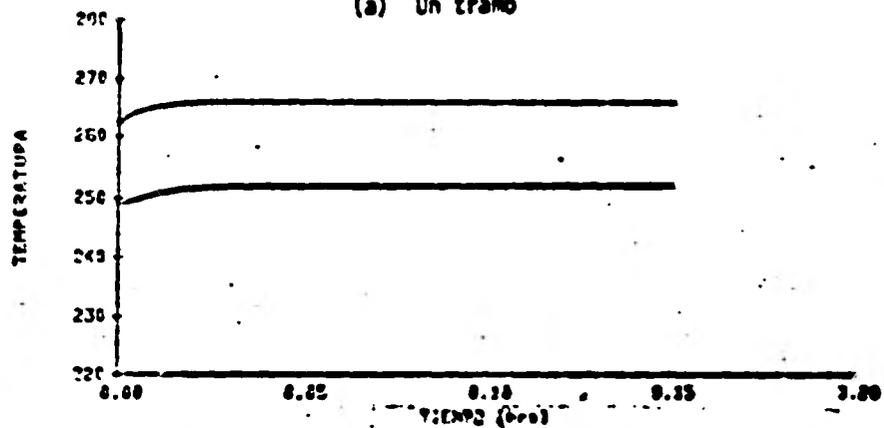


(c) 3 tramos

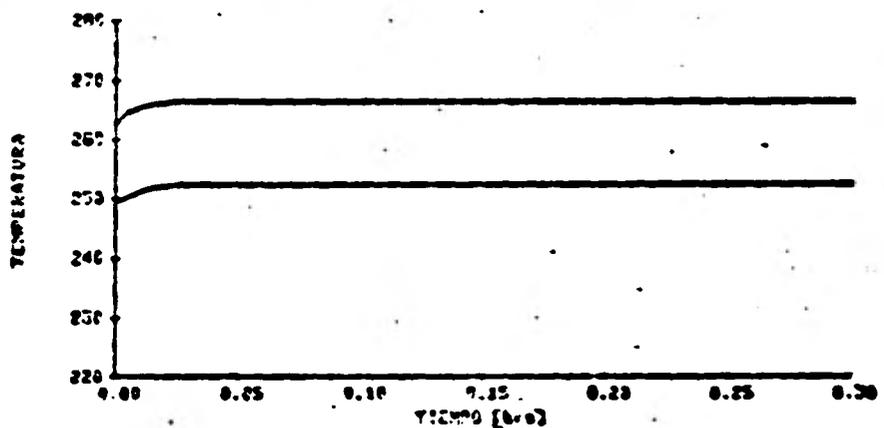
Fig 5.6 Respuesta del modelo lineal a un escalón de radiación solar de 125 (W/m) con una constante de realimentación $K = 10$.



(a) Un tramo

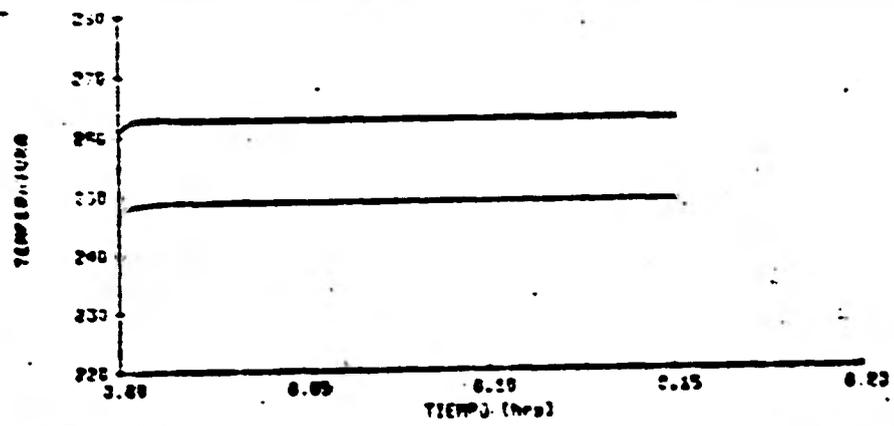


(b) 2 tramos

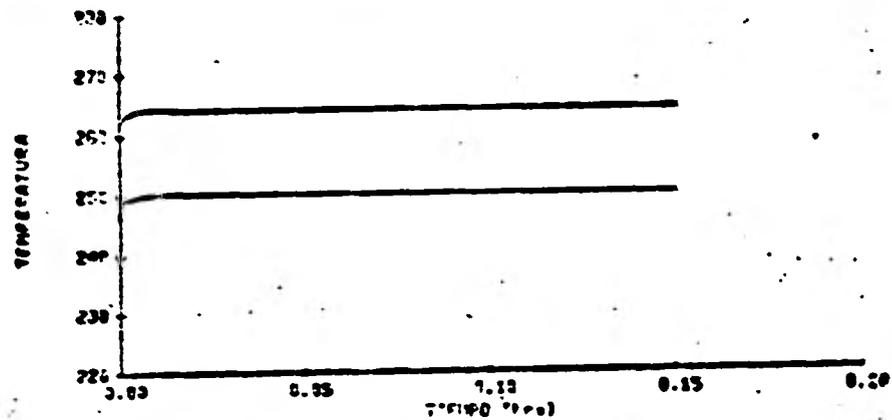


(c) 3 tramos

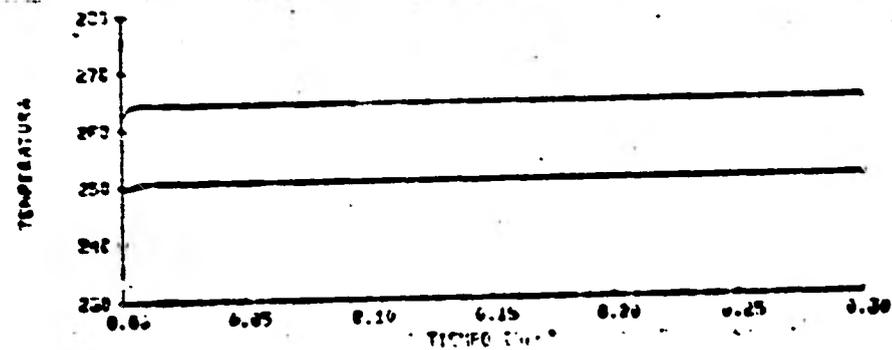
Fig 5.7 Respuesta del modelo no lineal a un escalón de radiación solar de 125 (W/m) con una constante de realimentación $K = 10$.



(a) Un tramo

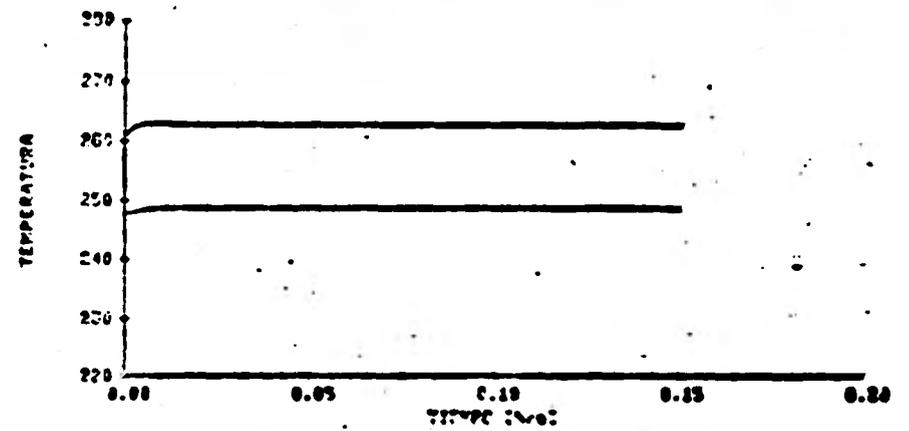


(b) 2 tramos

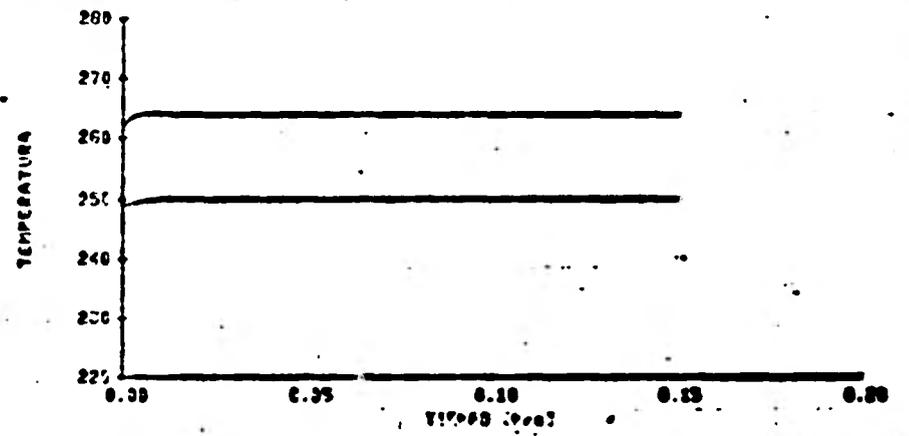


(c) 3 tramos

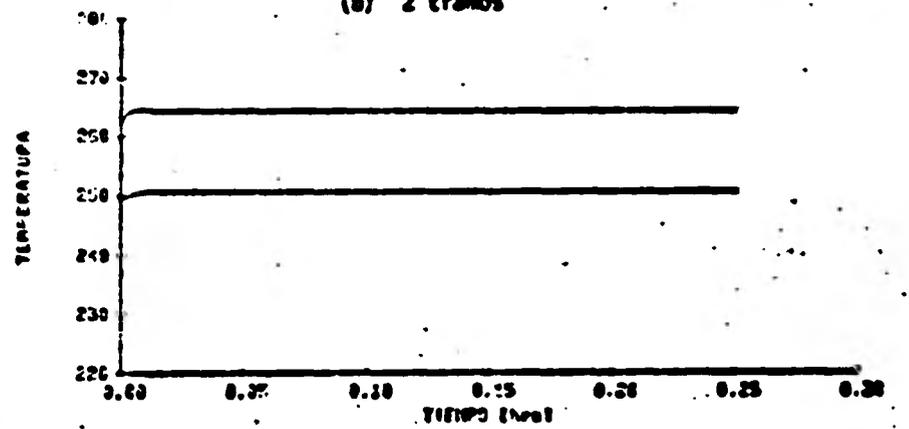
Fig 5.8 Respuesta del modelo lineal a un escalón de radiación solar de $125 \text{ (W/m}^2\text{)}$ con una constante de realimentación $K = 50$.



(a) Un tramo



(b) 2 tramos



(c) 3 tramos

Fig 5.9 Respuesta del modelo no lineal a un escalón de radiación solar de $125 \text{ (W/m}^2\text{)}$ con una constante de realimentación $K = 50$.

Para una función escalón en la temperatura de entrada ($T_e(s) = \frac{21}{s}$) y considerando ahora $Q(s)$ y $\dot{m}(s)$ nulos, el error de estado estable está dado por

$$e_{T_e}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \left(\frac{21}{s} \right) q_3(s)}{p(s) - Kq_2(s)} = \frac{21 q_3(0)}{p(0) - Kq_2(0)} \quad (5.7)$$

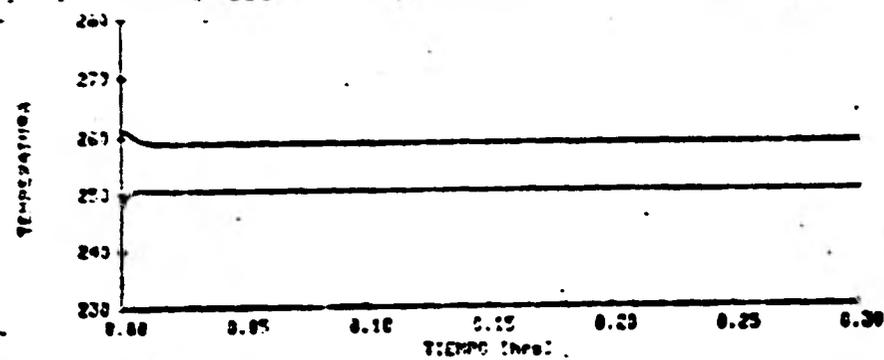
En las figuras 5.10 y 5.11 se muestra la respuesta para 1, 2 y 3 tramos, empleando $K = 50$. El error de estado estable es de aproximadamente 2°C , lo que correspondería a 100 Kg/hr como variación en el flujo, casi cerca del 40% del valor nominal; esta variación puede resultar de magnitud excesiva en la práctica.

En las figuras correspondientes a las respuestas obtenidas con $K = 50$ (figs 5.10 y 5.11) es posible apreciar un ligero sobrepaso en las temperaturas del tubo absorbedor, que se debe a lo ya dicho al analizar el lugar geométrico.

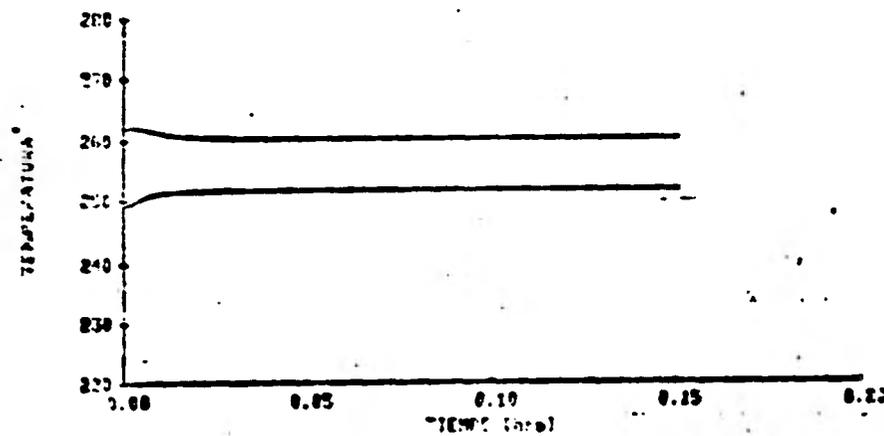
Si se deseara eliminar el error de estado estable o error de posición, sería necesario introducir en la función de realimentación uno o más polos; por ejemplo, fijando

$$G(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} \quad (5.8)$$

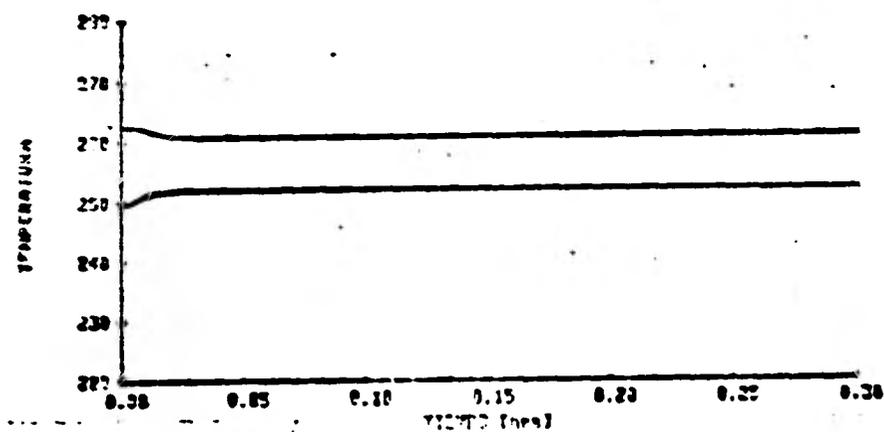
que corresponde a un controlador proporcional-integral. En este caso se tendrían dos grados de libertad (K_1 y K_2).



(a) Un tramo

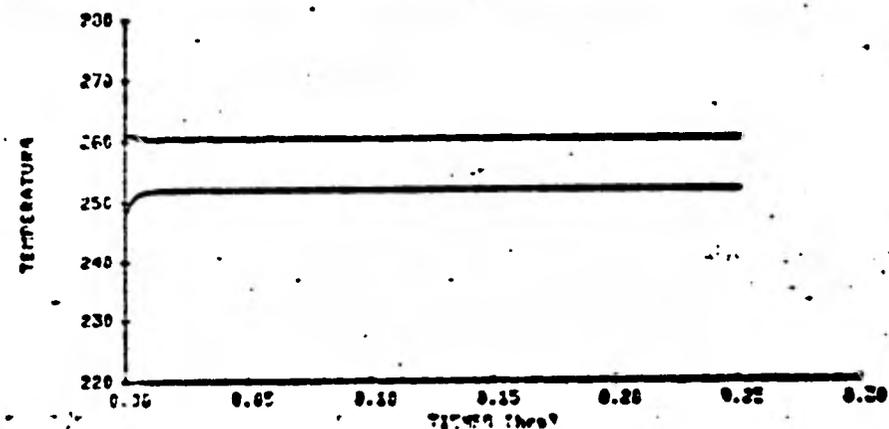


(b) 2 tramos

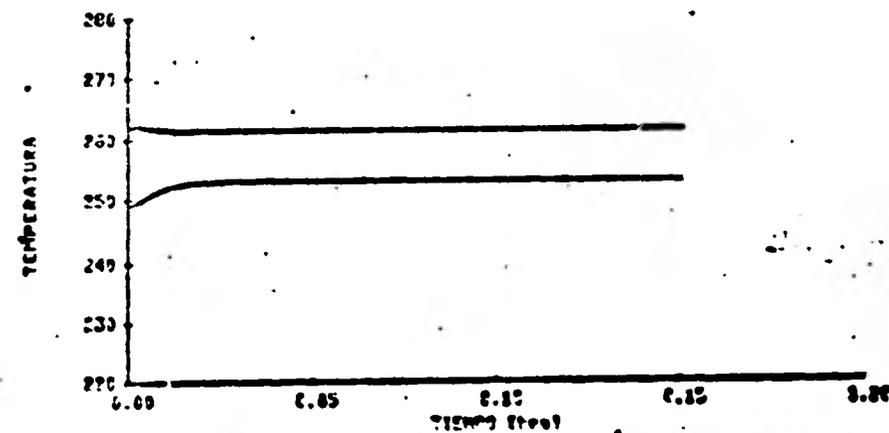


(c) 3 tramos

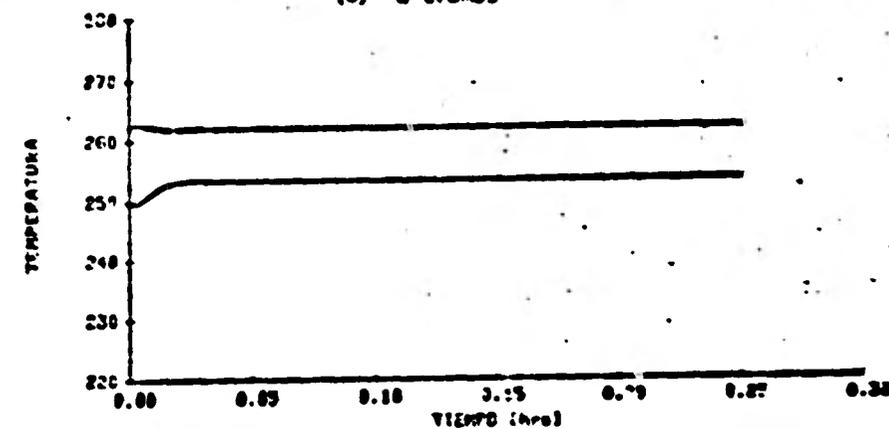
Fig 5.10 Respuesta del modelo lineal a un escalón de la temperatura de entrada de 21°C con una constante de realimentación $K = 50$.



(a) Un tramo



(b) 2 tramos



(c) 3 tramos

Fig 5.11 Respuesta del modelo no lineal a un escalón en la temperatura de entrada de 21°C con una constante de realimentación $K = 50$.

Sólo a manera de ejemplo, se hizo una simulación del modelo lineal empleando $K_1 = 10$ y $K_2 = 50$ para un escalón en la temperatura de entrada de 21°C . Los resultados se muestran en la figura 5.12, donde se aprecia claramente como las temperaturas tienden a regresar a su valor nominal haciendo nulo el error de estado estable, aunque el tiempo de asentamiento aumenta. Por supuesto las características de respuesta pueden modificarse cambiando los valores de K_1 y K_2 . El análisis de leyes de realimentación dinámicas (como la proporcional-integral aquí mencionada) se excluyó de este trabajo, pero deberá ser explorado en otros posteriores a la luz de factores económicos y experimentales.

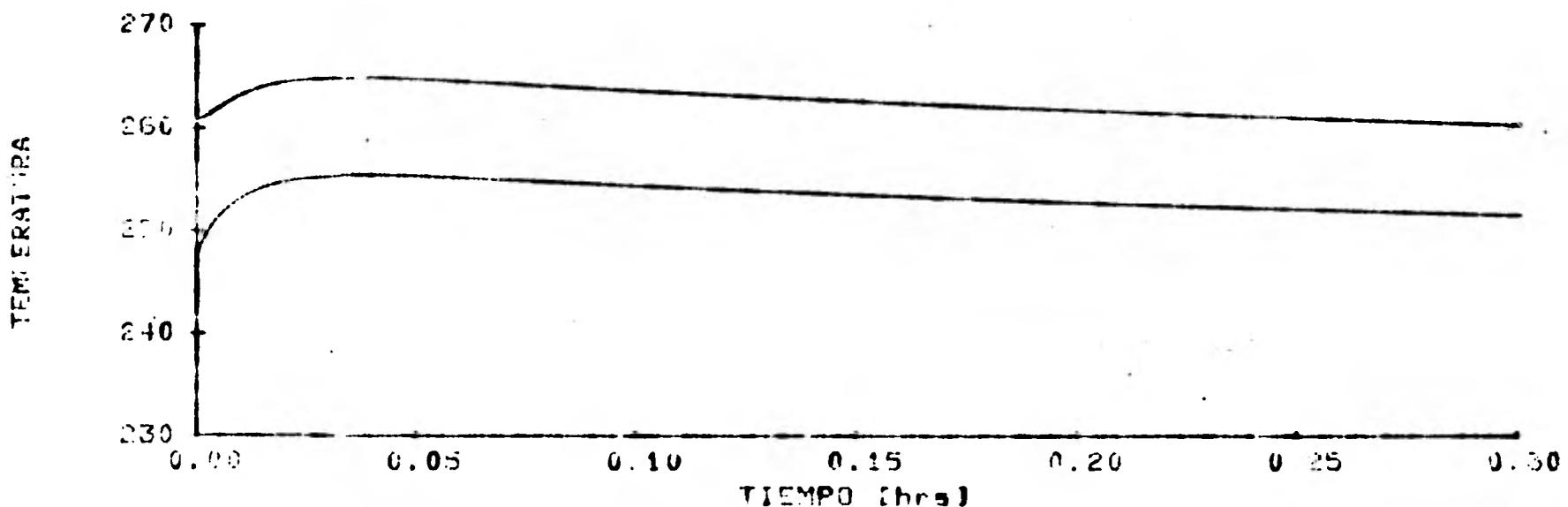


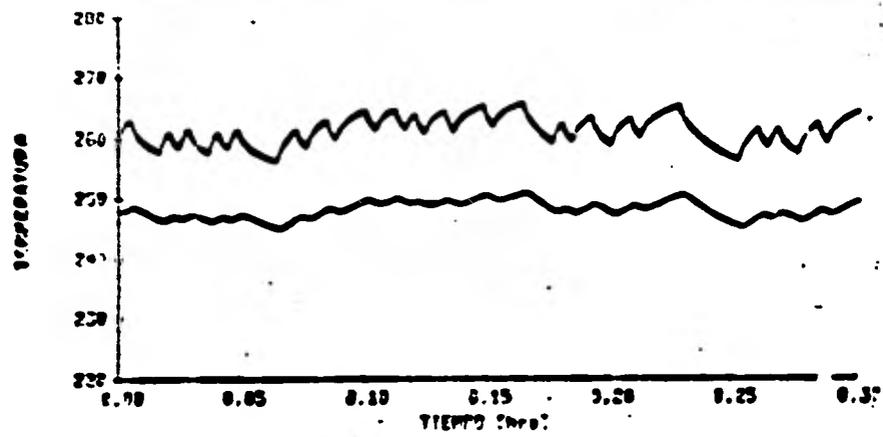
Fig 5.12 Respuesta del modelo lineal del colector a un escalón en la temperatura de entrada, empleando una realimentación proporcional-integral $G(s) = 10 + 50/s$ (modelo de un solo tramo).

5.2 Respuesta a trenes de pulsos pseudoaleatorios

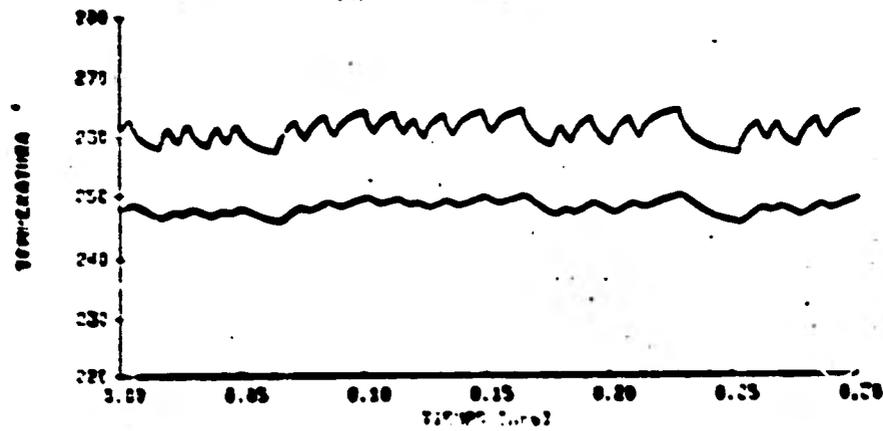
Se analizó también la respuesta del sistema de malla cerrada (con los modelos lineal y no-lineal) para trenes de pulsos pseudoaleatorios como los introducidos en el capítulo 3, empleando realimentaciones de 1, 10 y 50.

En las figuras 5.13 a 5.16 se presentan los resultados obtenidos para variaciones en la radiación solar (manteniendo $T_e(s) = 0$). Se nota claramente que la amplitud de las variaciones en la temperatura del fluido a la salida del absorbedor disminuye conforme aumenta el valor de K ; adicionalmente, y dada la atenuación de la función de transferencia de malla abierta discutida en el capítulo 4, para una ganancia de realimentación igual a 50 las variaciones en la salida son prácticamente despreciables. Nótese también que, como ya se dijo antes, al aumentar el valor de K la respuesta del sistema es más rápida.

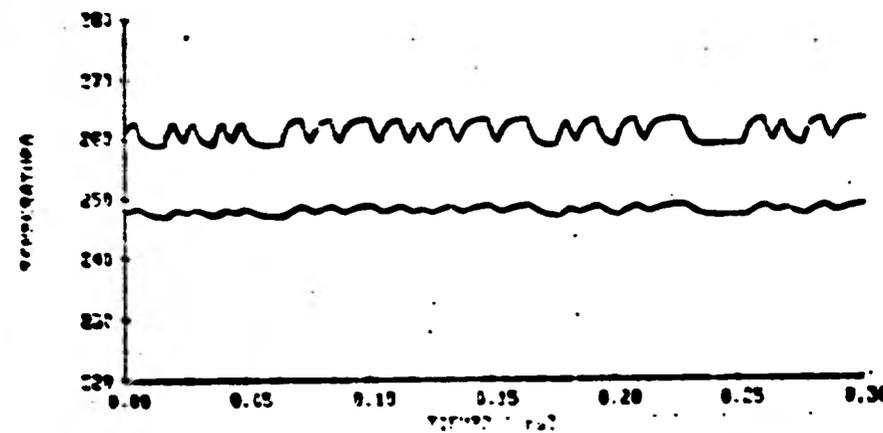
Los resultados obtenidos para variaciones en la temperatura de entrada (manteniendo $Q_{sol} = 0$) se muestran para 1 tramo, en las figuras 5.17 y 5.18. En este caso, aún para valores grandes de K (por ejemplo $K = 50$) no se logra una reducción notable en las variaciones de la temperatura del aceite a la salida del tubo, salvo para bajas frecuencias. Nótese que en este caso el efecto de filtrado se refleja más sobre la temperatura que alcanza el tubo del absorbedor que sobre la temperatura del fluido. Estos resultados pueden explicarse notando que el sistema responde con mayor rapidez a cambios en la temperatura de entrada que a cambios en el flujo másico; por ende, median-



(a) $K = 1$

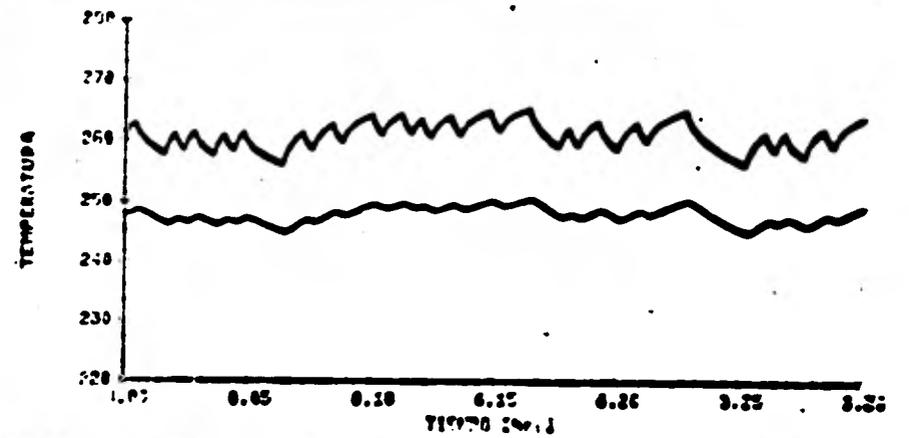


(b) $K = 10$

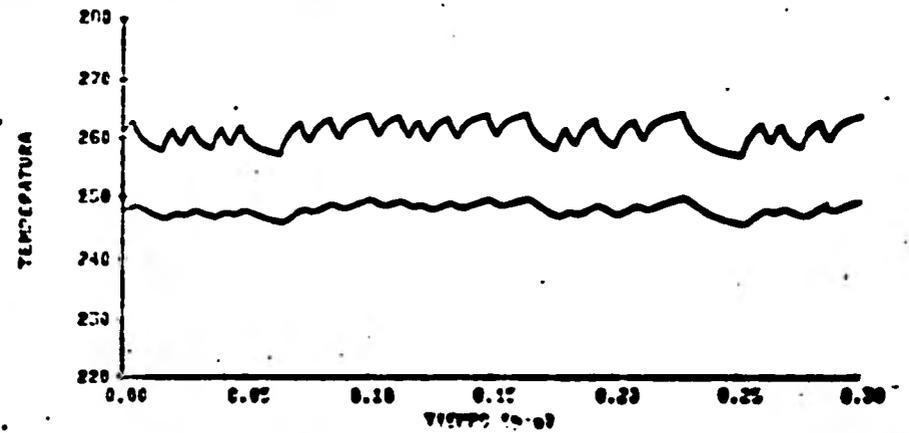


(c) $K = 50$

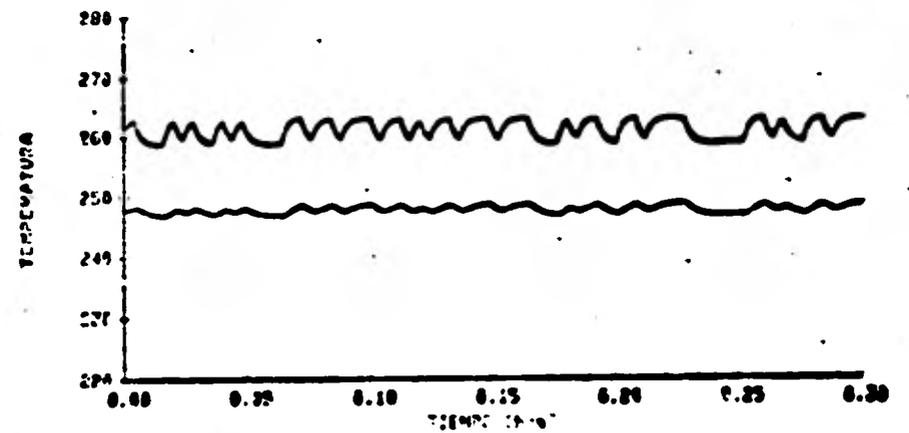
Fig 5.13 Respuesta del modelo lineal para un tramo ante variaciones en la radiación solar de ± 125 (W/m).



(a) $K = 1$

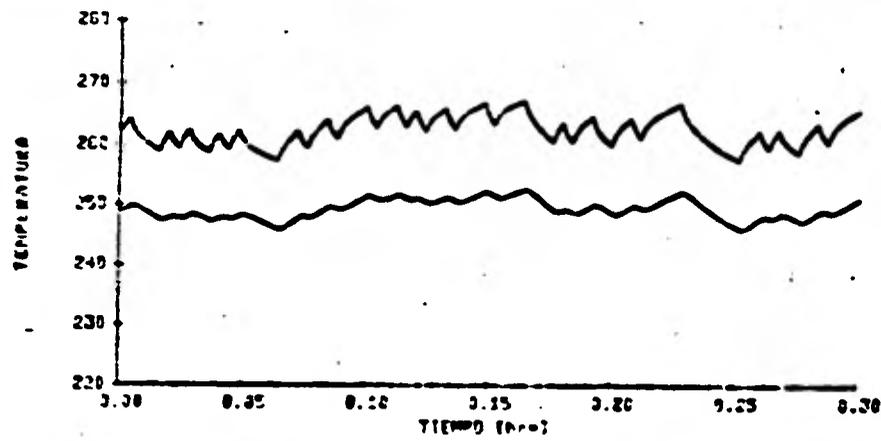


(b) $K = 10$

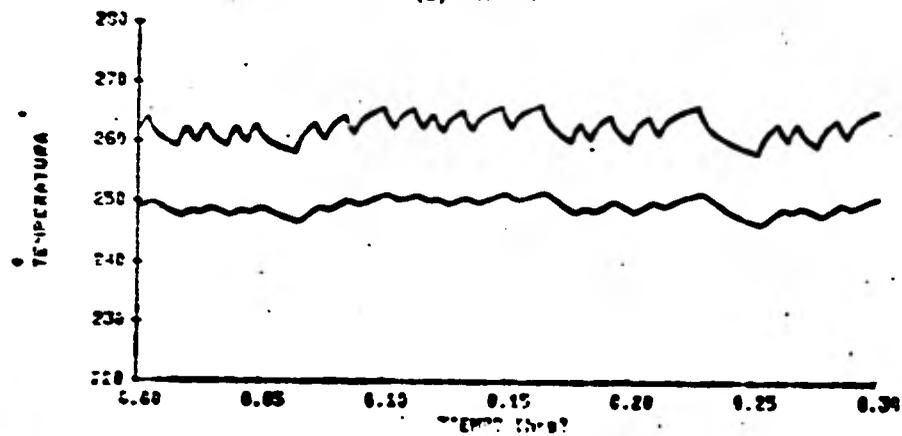


(c) $K = 50$

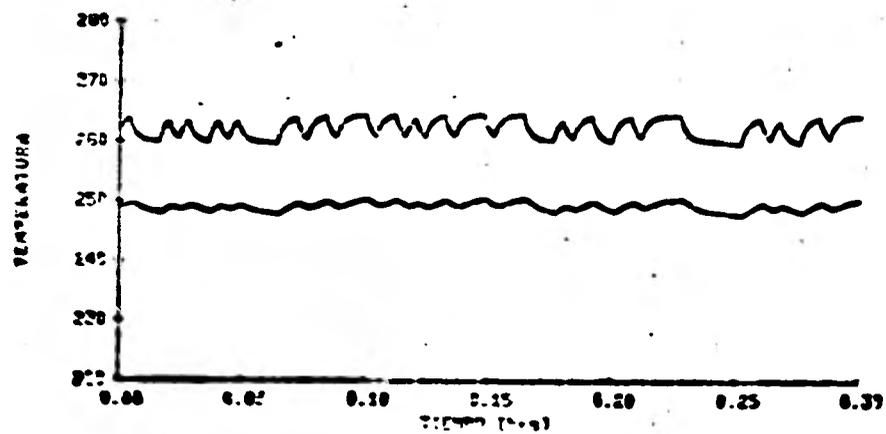
Fig 5.14 Respuesta del modelo no lineal para un tramo ante variaciones en la radiación solar de ± 125 (W/m).



(a) $K = 1$

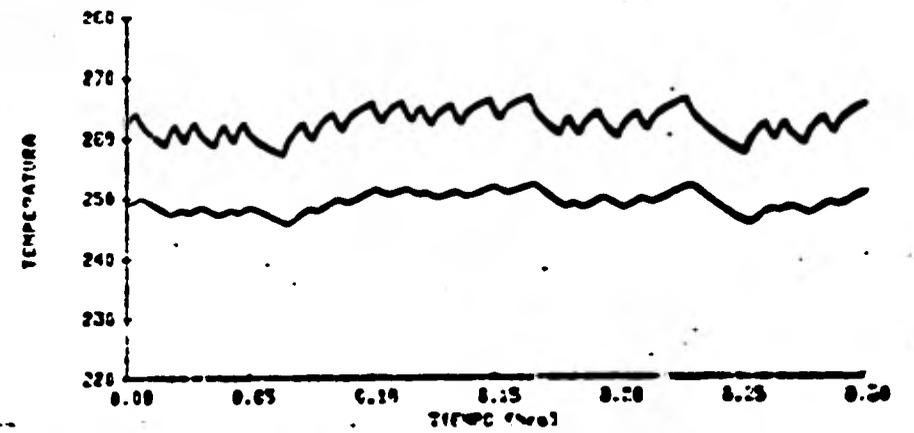


(b) $K = 10$

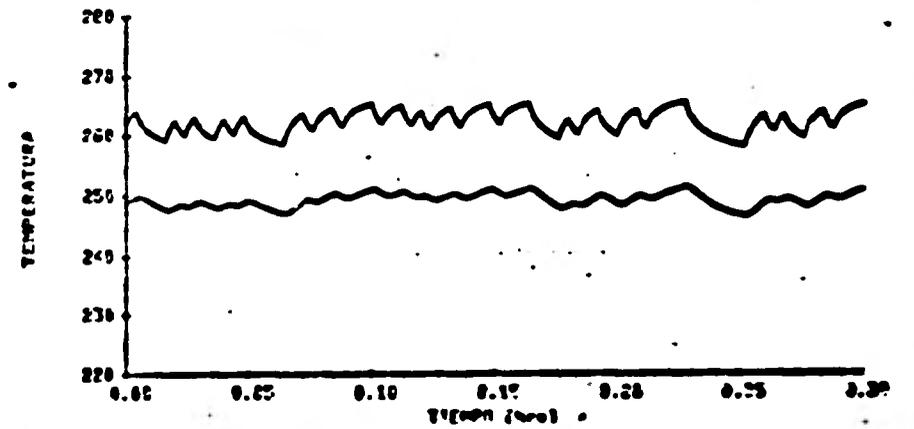


(c) $K = 50$

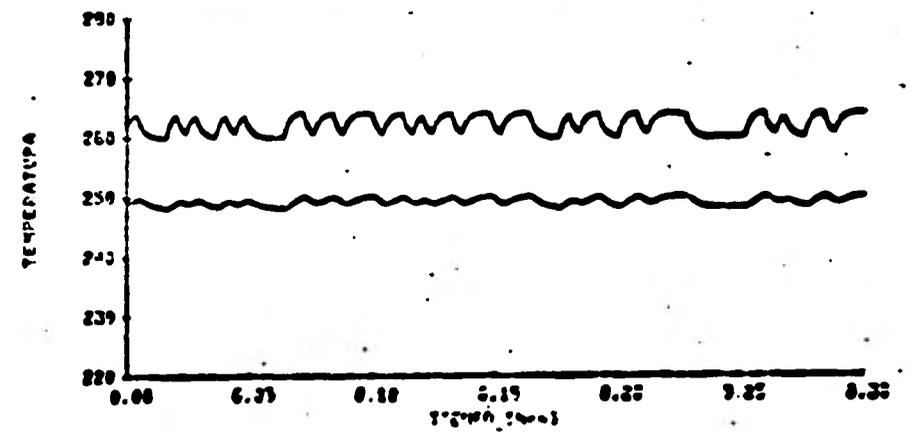
Fig 5.15 Respuesta del modelo lineal para 2 tramos ante variaciones en la radiación solar de ± 125 (W/m).



(a) $K = 1$

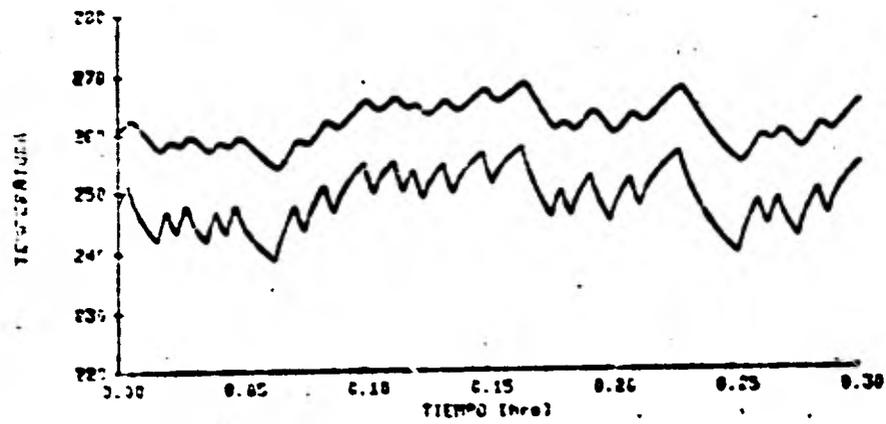


(b) $K = 10$

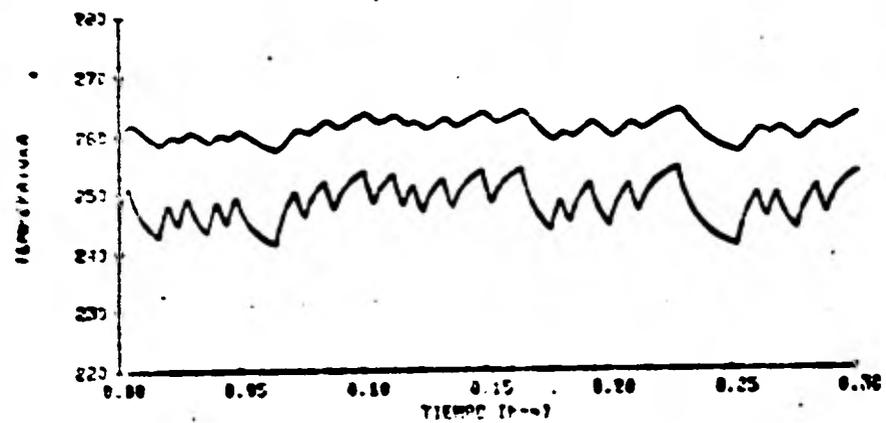


(c) $K = 50$

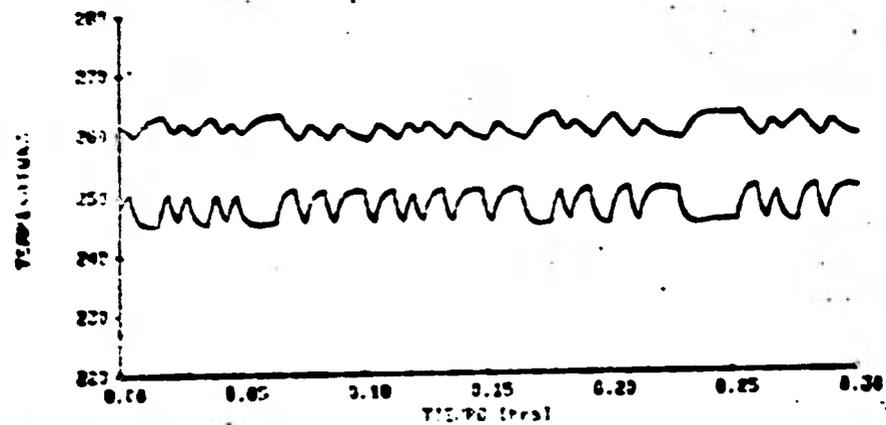
Fig 5.16 Respuesta del modelo no lineal para 2 tramos ante variaciones en la radiación solar de ± 125 (W/m).



(a) $K = 1$

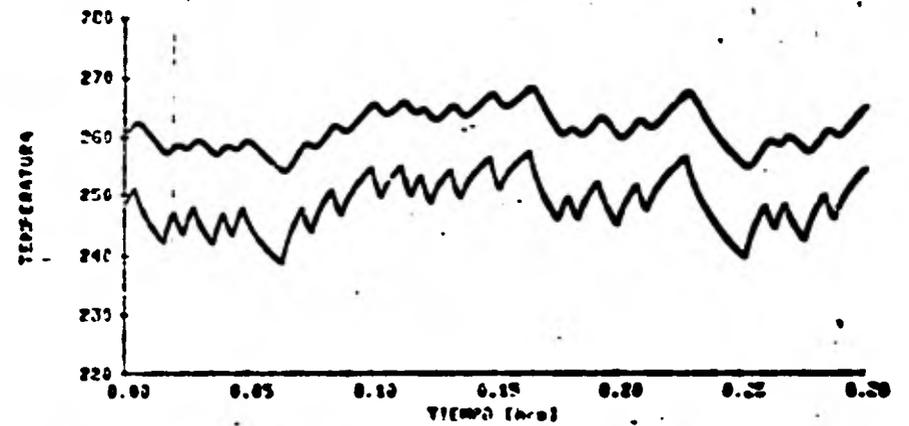


(b) $K = 10$

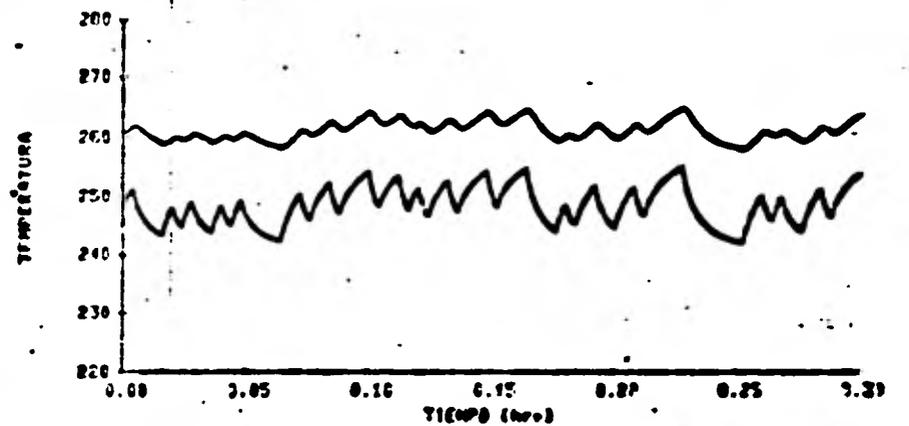


(c) $K = 50$

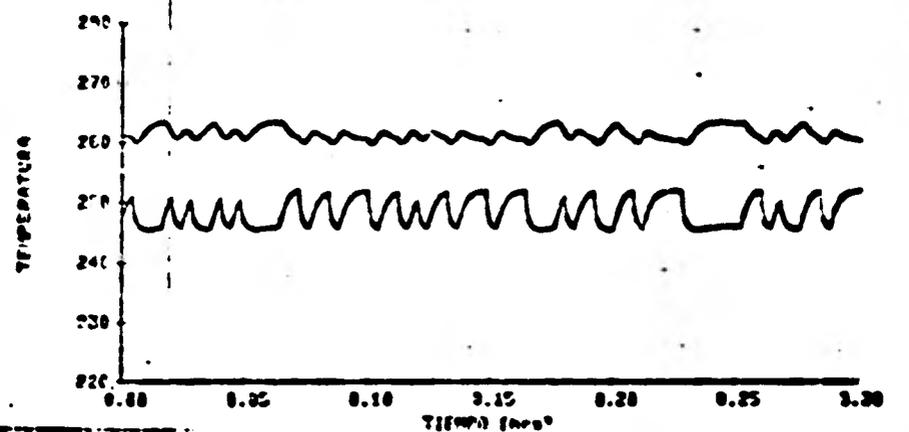
Fig 5.17 Respuesta del modelo lineal para un tramo ante variaciones en la temperatura de entrada de $\pm 21^\circ\text{C}$.



(a) $K = 1$

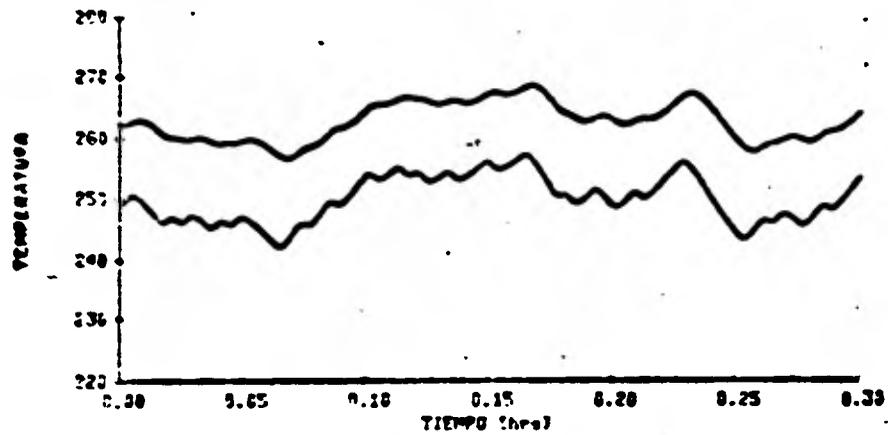


(b) $K = 10$

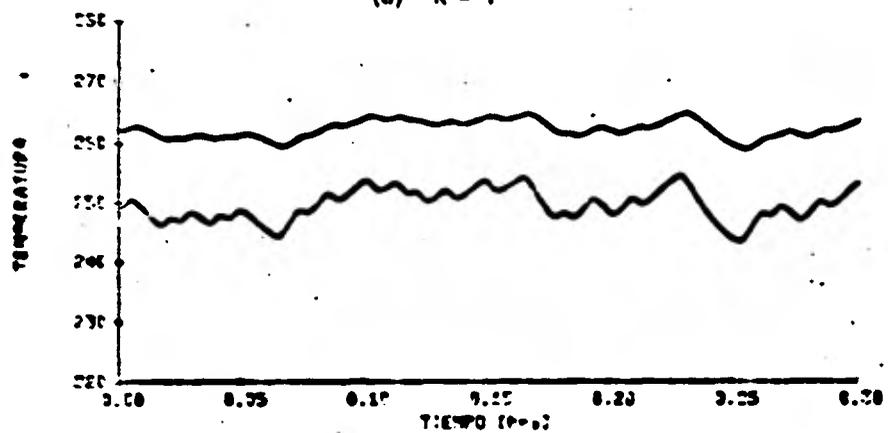


(c) $K = 50$

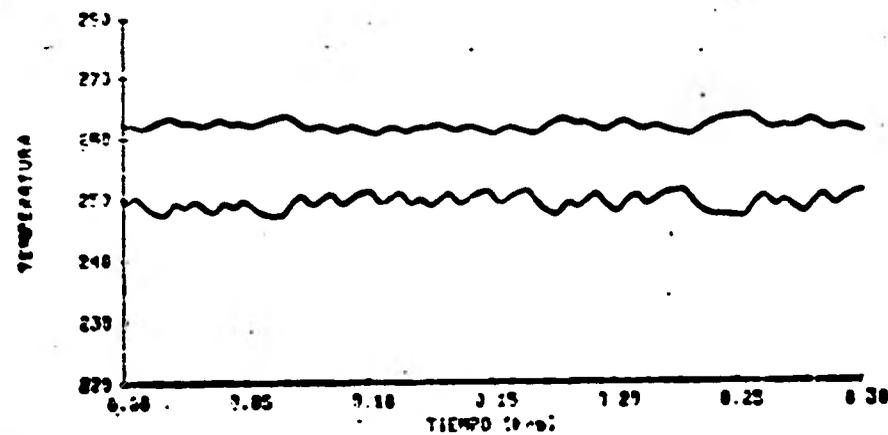
Fig 5.18 Respuesta del modelo no lineal para un tramo ante variaciones en la temperatura de entrada de $\pm 21^\circ\text{C}$.



(a) $K = 1$

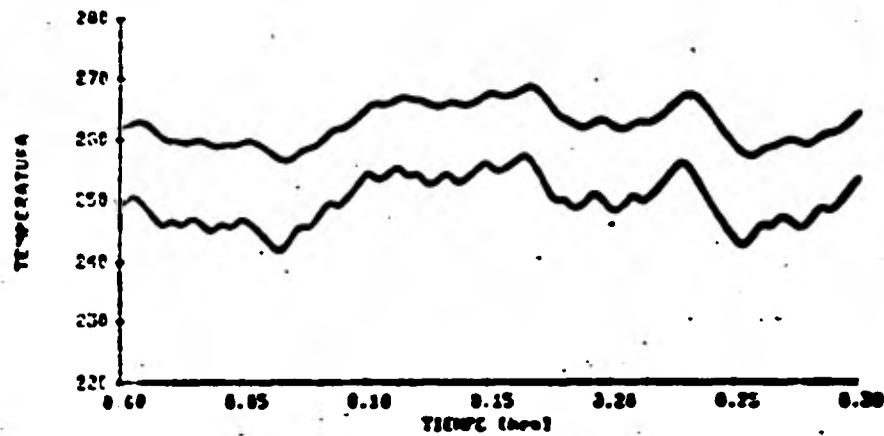


(b) $K = 10$

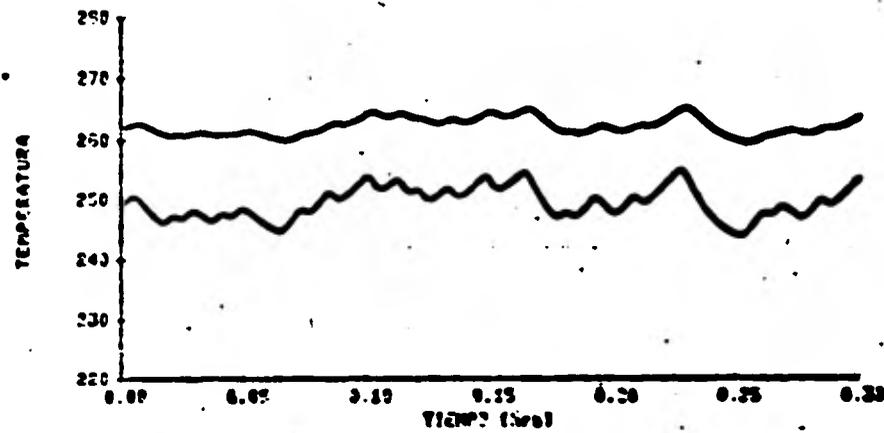


(c) $K = 50$

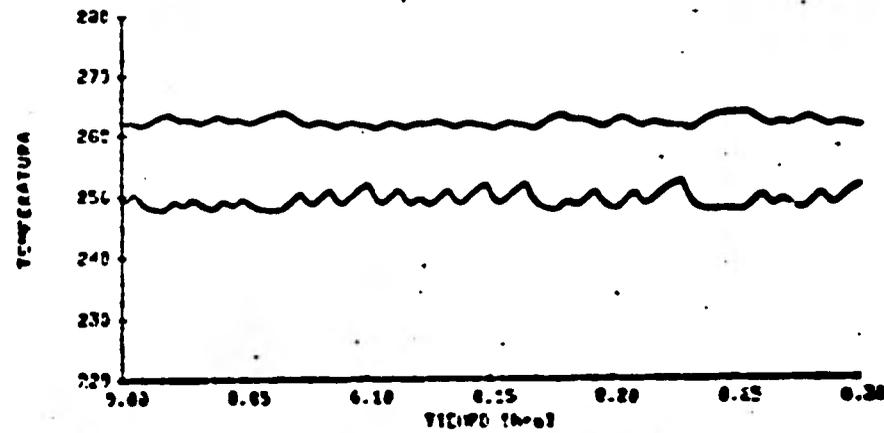
Fig 5.19 Respuesta del modelo lineal para 2 tramos ante variaciones en la temperatura de entrada de $\pm 21^\circ\text{C}$.



(a) $K = 1$



(b) $K = 10$



(c) $K = 50$

Fig 5.20 Respuesta del modelo no lineal para 2 tramos ante variaciones en la temperatura de entrada de $\pm 21^\circ\text{C}$.

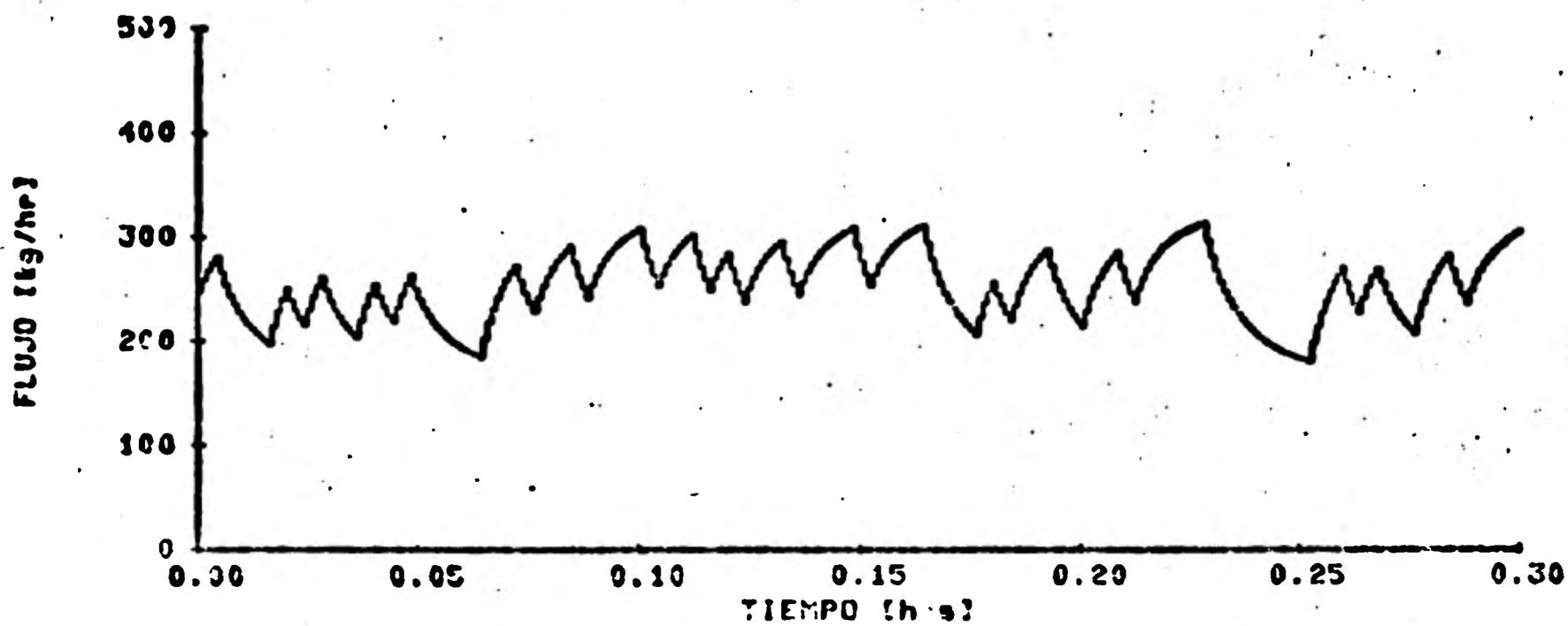
te la realimentación sólo es posible aspirar a corregir el error después de transcurrido un tiempo razonable, si la perturbación permanece constante. A pesar de que los errores de temperatura a la salida del absorbedor son de aproximadamente ± 3 ó 4°C , y que si $K = 50$ esto implica variaciones en el flujo másico de ± 150 a 200 Kg/hr alrededor del punto de operación, las respuestas que se obtienen empleando el modelo lineal son aún similares a las que se obtienen con el no-lineal; esto parece indicar que la aproximación de valores entre los dos modelos ocurre en un intervalo grande alrededor del punto de linealización.

En las figuras 5.19 y 5.20 se muestra la respuesta cuando se consideran 2 tramos en el modelo. Aunque se aplican a este caso los mismos comentarios hechos en el párrafo anterior, la respuesta presenta variaciones mucho más "suaves"; el tramo de absorbedor más cercano al extremo de entrada del aceite actúa como un filtro pasabajas para el segundo tramo, suavizando las perturbaciones de la entrada.

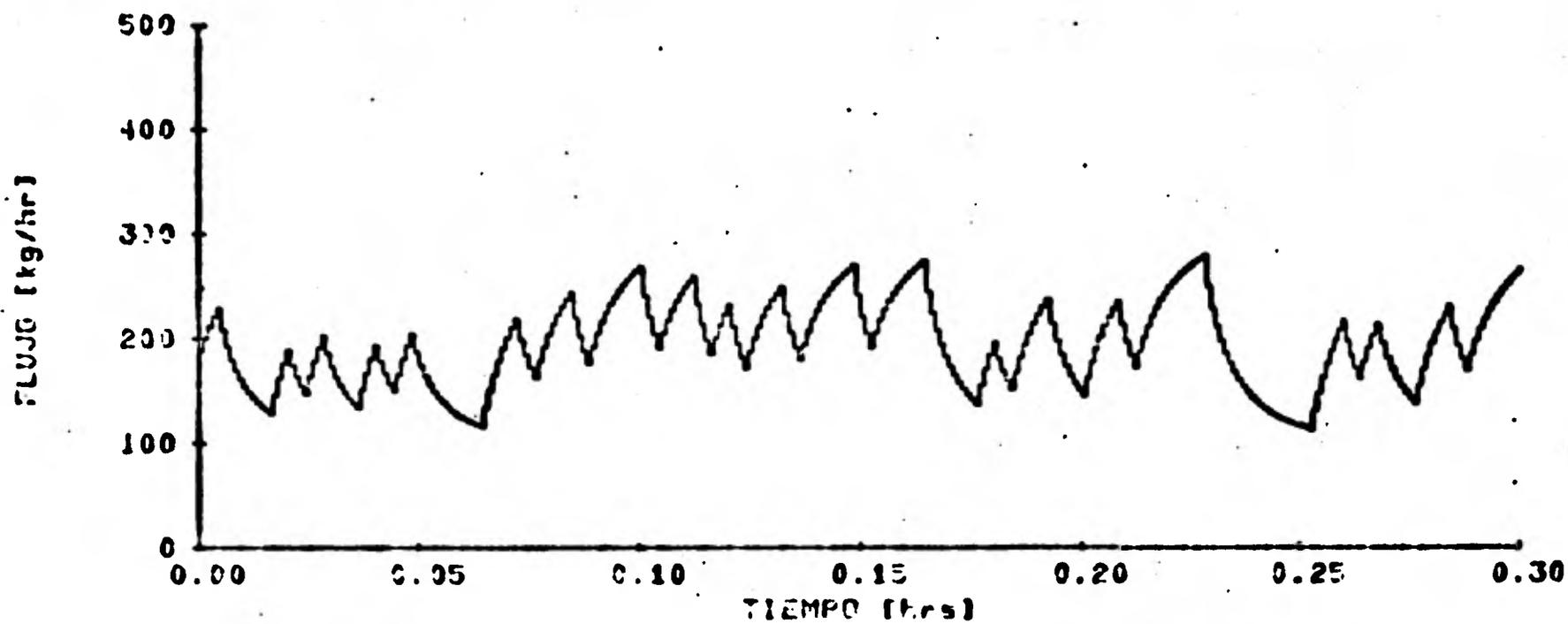
5.3 Señales de flujo másico

En las figuras 5.21 y 5.22 se muestran las señales de flujo másico que se obtienen al realimentar los modelos de 1 tramo con $K = 10$ y $K=50$, respectivamente; en la figura 5.23 se consideran 2 tramos y $K = 50$.

Estas señales de flujo difícilmente serían implantadas físicamente sobre el absorbedor. Primero, porque la respuesta de los actuadores -

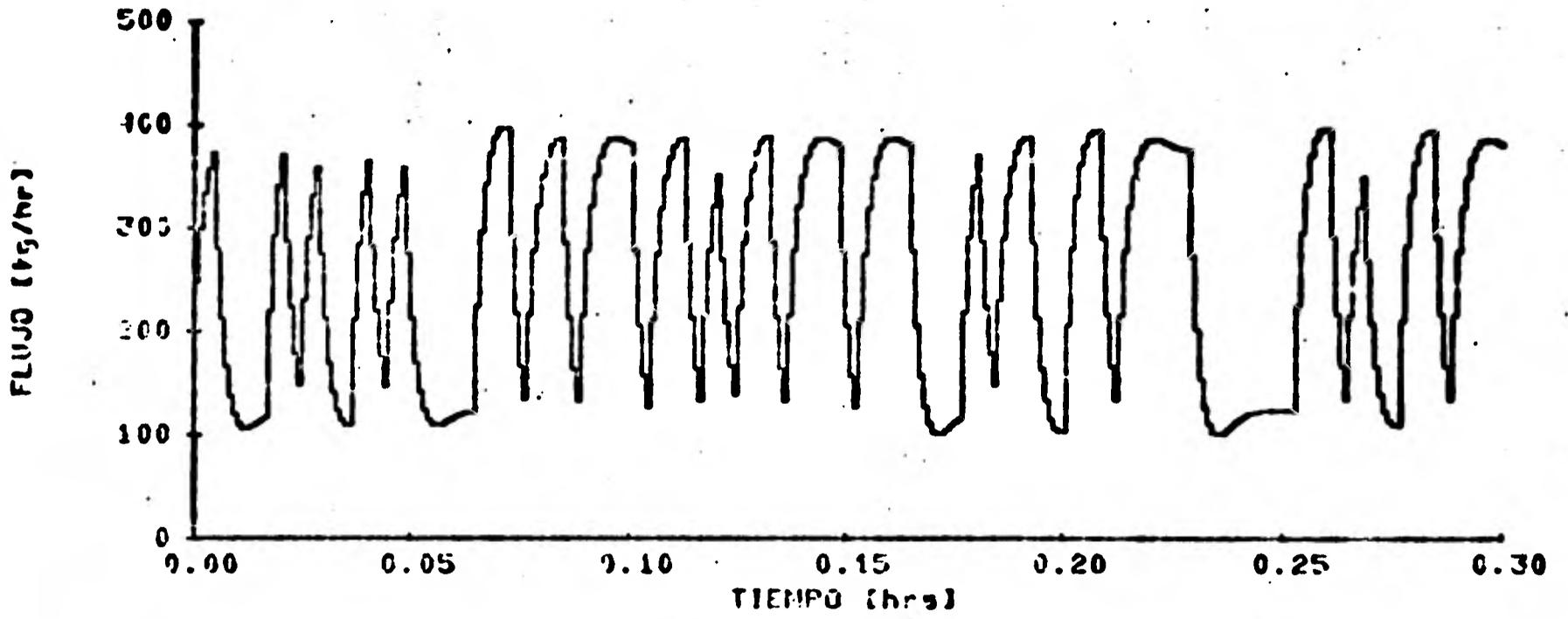


a) Modelo lineal

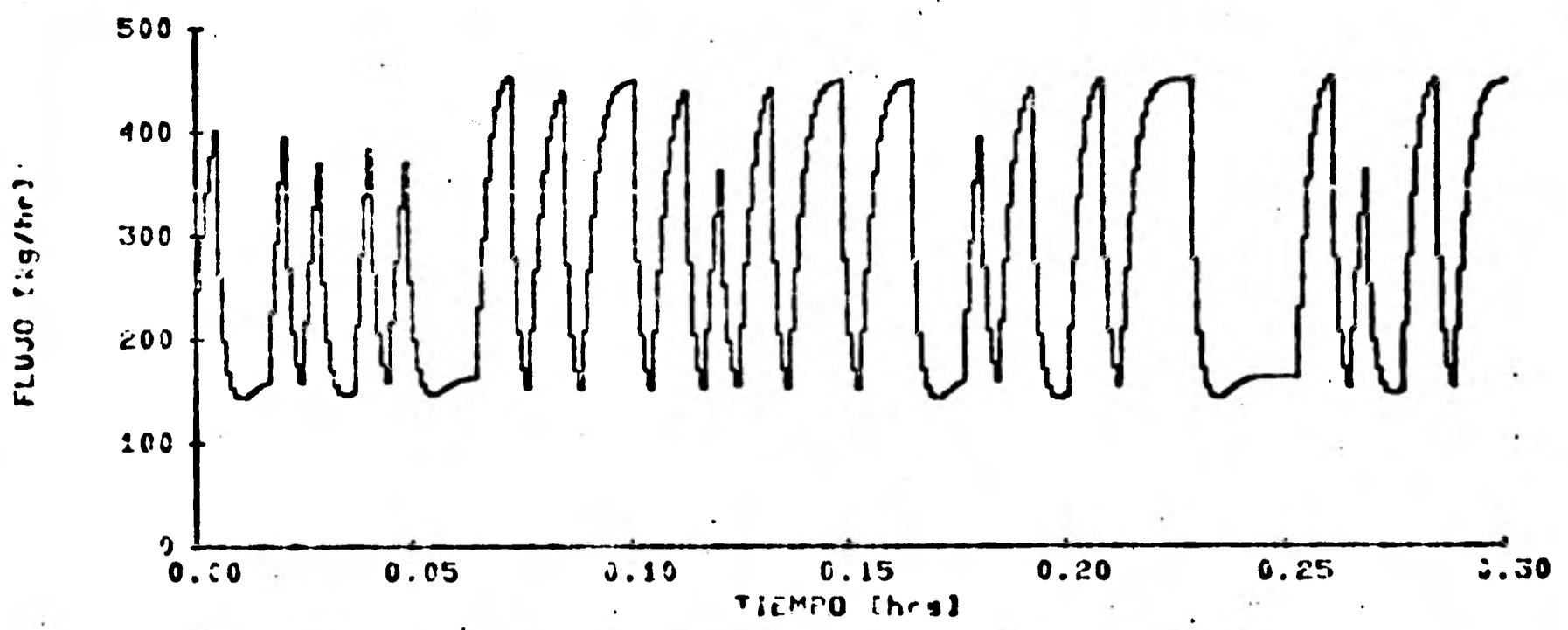


b) Modelo no lineal

Fig 5.21 Señal de flujo para una constante de reallimentación $K = 10$ considerando un solo tramo en el absorbedor y variaciones en la temperatura de $\pm 21^\circ\text{C}$.

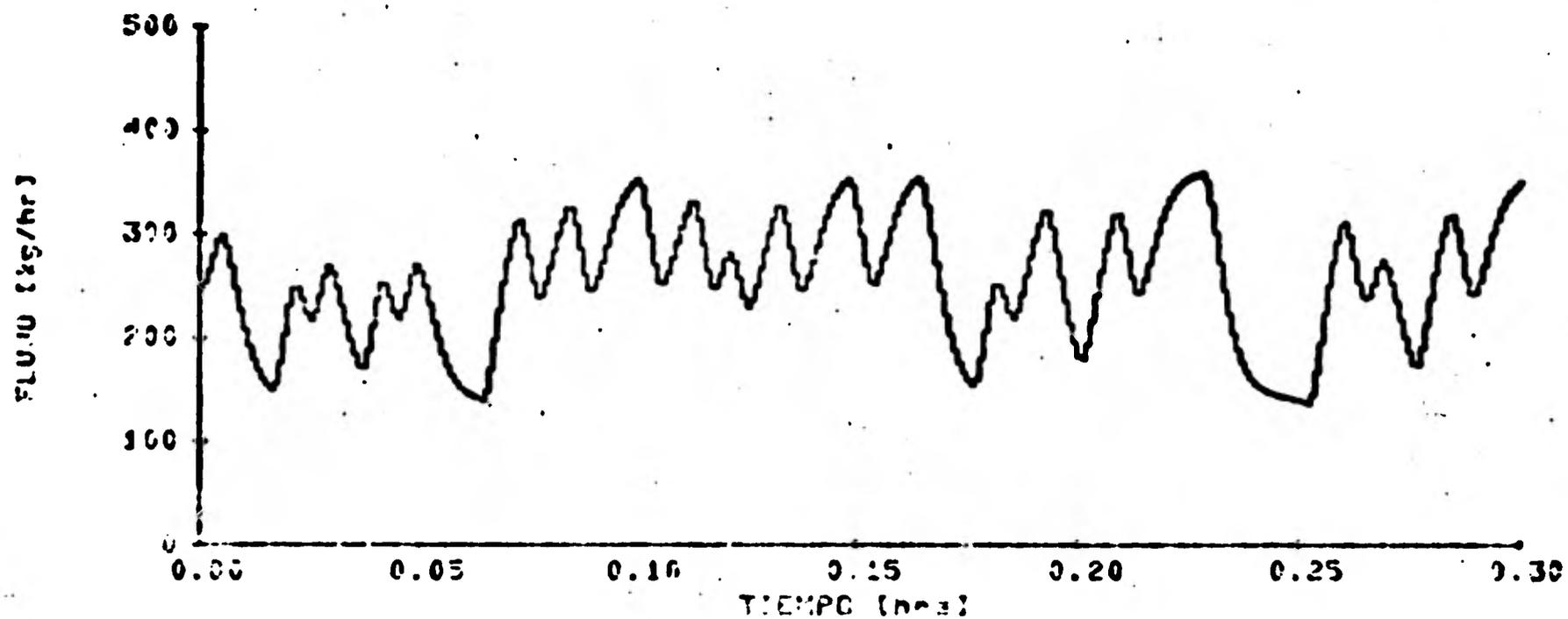


a) Modelo lineal

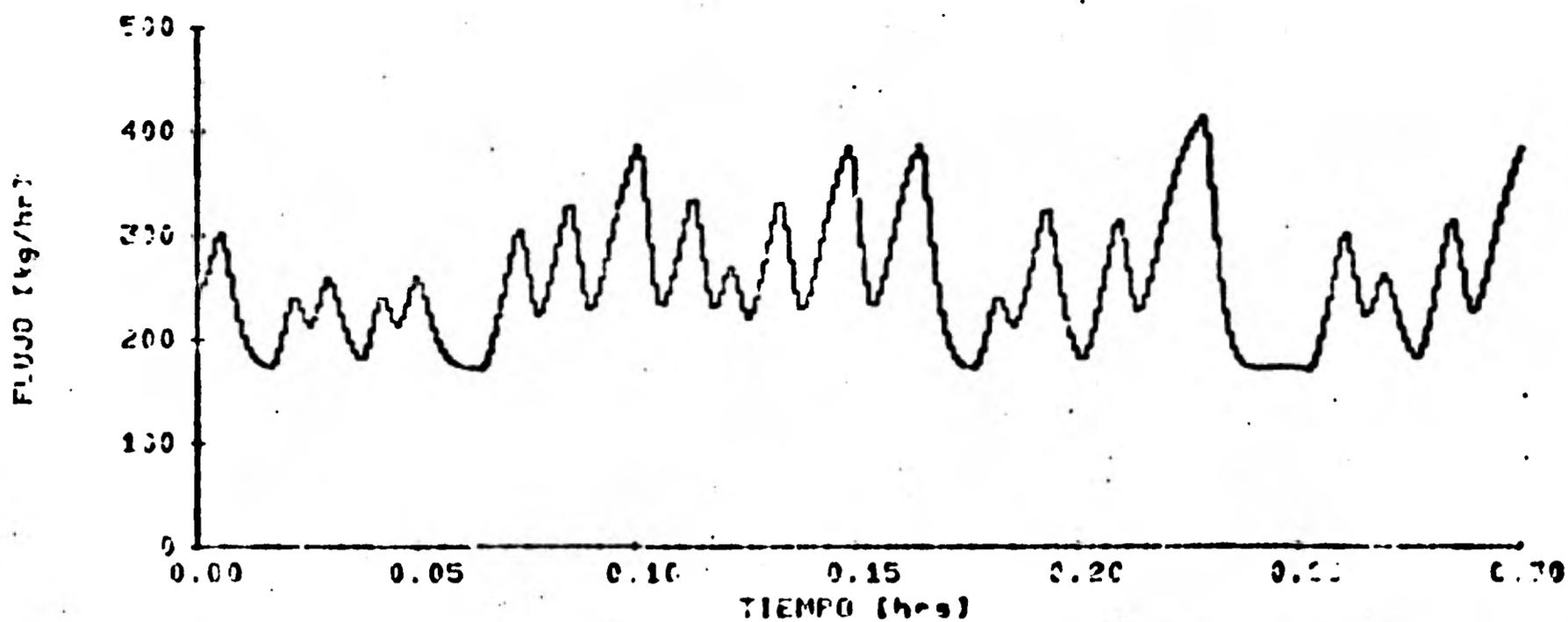


b) Modelo no lineal

Fig 5.22 Señal de flujo para una constante de realimentación $K = 50$ considerando un solo tramo en el absorbedor y variaciones en la temperatura de $\pm 21^{\circ}\text{C}$.



a) Modelo lineal



b) Modelo no lineal

Fig 5.23 Señal de flujo para una constante de realimentación $K = 50$ considerando 2 tramos en el absorbedor y variaciones en la temperatura de entrada de $\pm 21^\circ\text{C}$.

(bombas y/o válvulas) no es instantánea, contrariamente a lo supuesto en lo anterior; segundo, porque habría que manipular dichos elementos con gran frecuencia, lo que seguramente produciría desgastes y fallas a corto plazo.

Se hace énfasis en que para conseguir pequeñas reducciones en los errores de la temperatura del aceite a la salida del absorbedor, se requieren modificaciones importantes en los valores del flujo másico. En estas condiciones el costo de un esquema de control tal podría no justificarse.

En los siguientes capítulos se analizarán esquemas de control que tomen en cuenta distintos retrasos de tiempo entre las mediciones del error y las acciones correctivas correspondientes.

5.4 Respuesta en frecuencia para el sistema de malla cerrada

En el capítulo 4 se discutió la respuesta en frecuencia del sistema de malla abierta con respecto a cada una de las entradas. Al incluir la malla de realimentación constante se modificará dicha respuesta en frecuencia.

En las figuras 5.24 a 5.26, correspondientes a un tramo, se muestran los diagramas de Bode obtenidos con $K = 0$ (malla abierta), $K = 10$ y $K = 50$, las figuras 5.27 a 5.29 corresponden al modelo con 2 tramos. En estas gráficas puede apreciarse claramente que, para bajas frecuencia

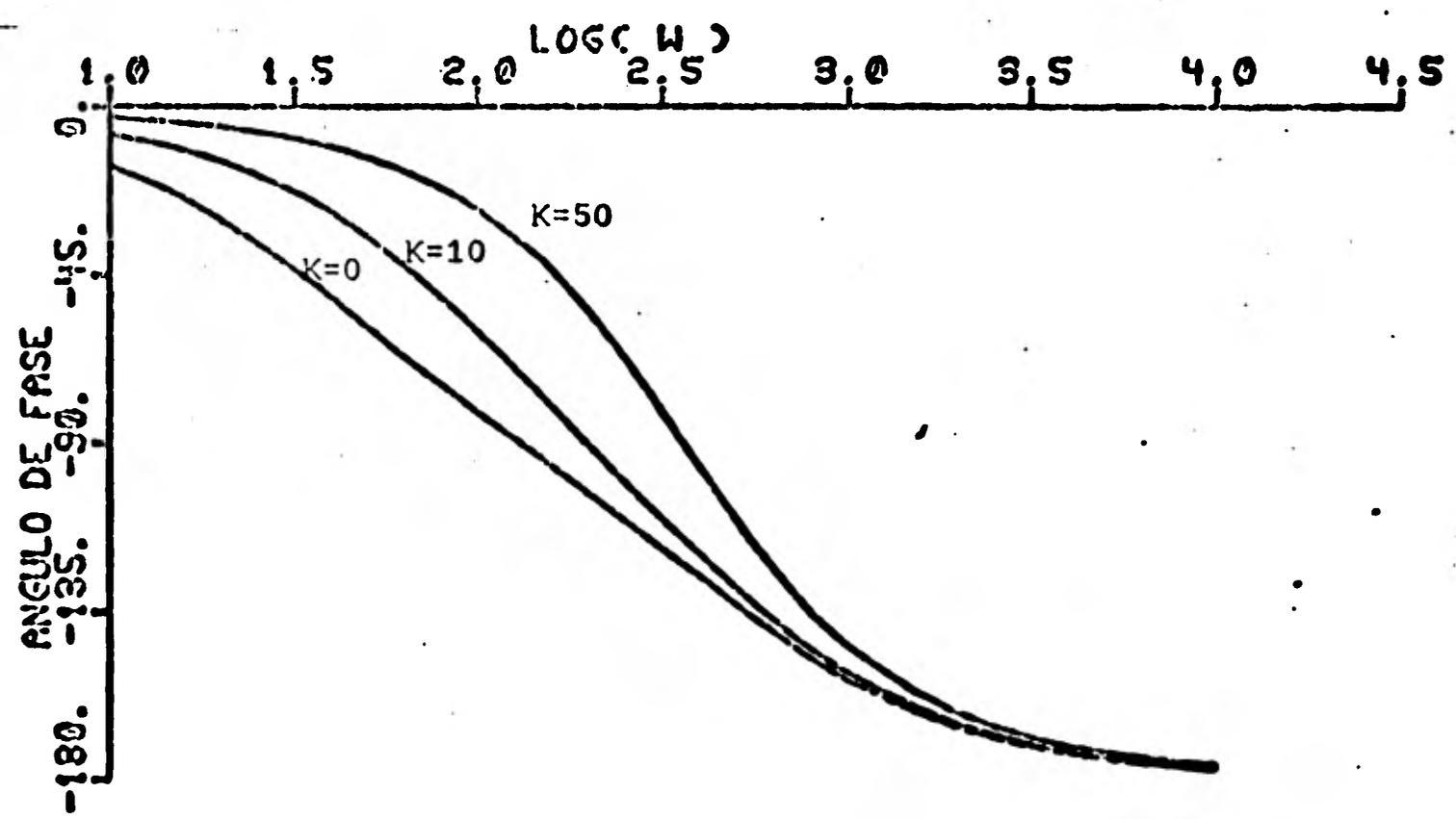
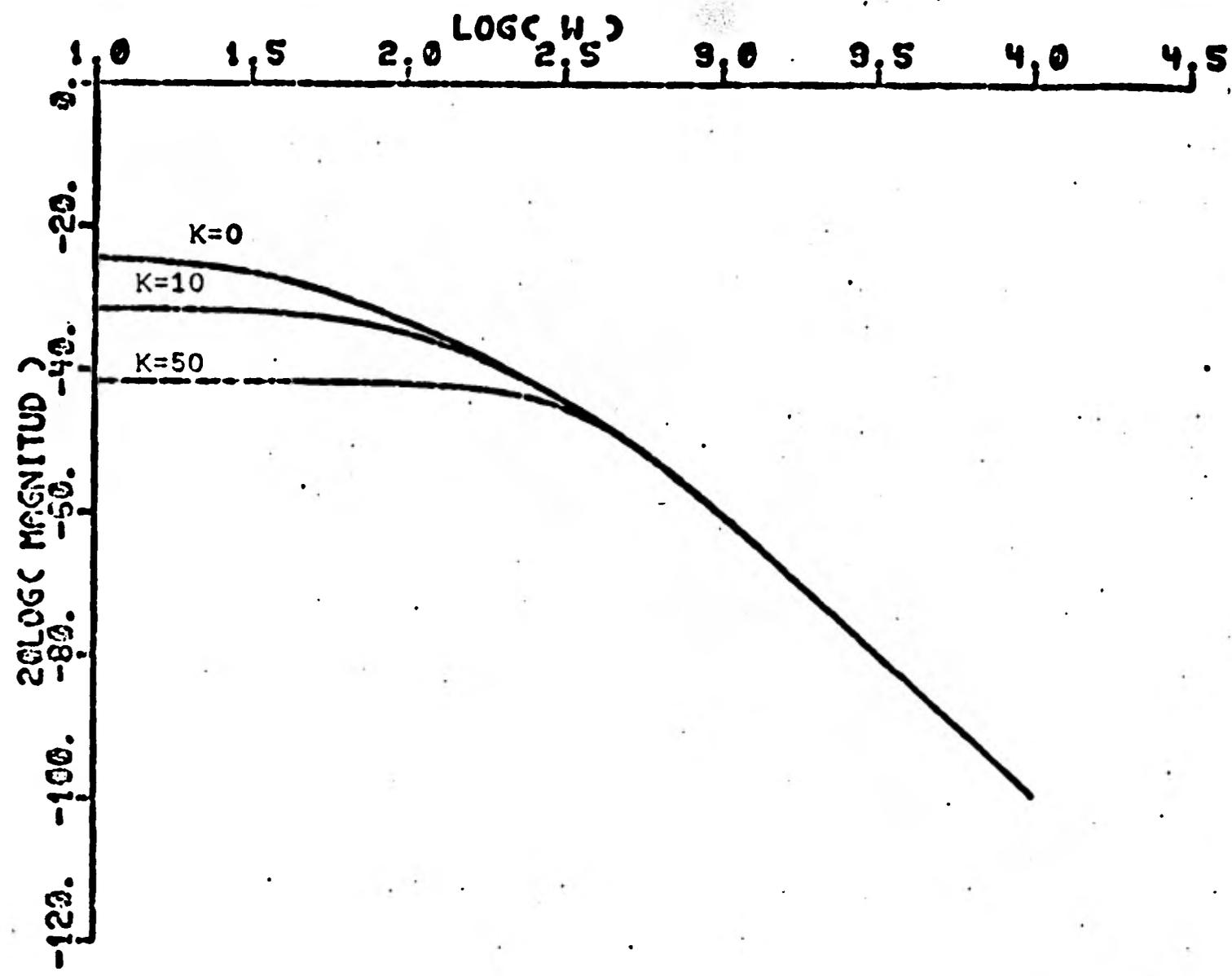


Fig 5.24 Diagrama de Bode para la radiación solar considerando un tramo en el absorbedor.

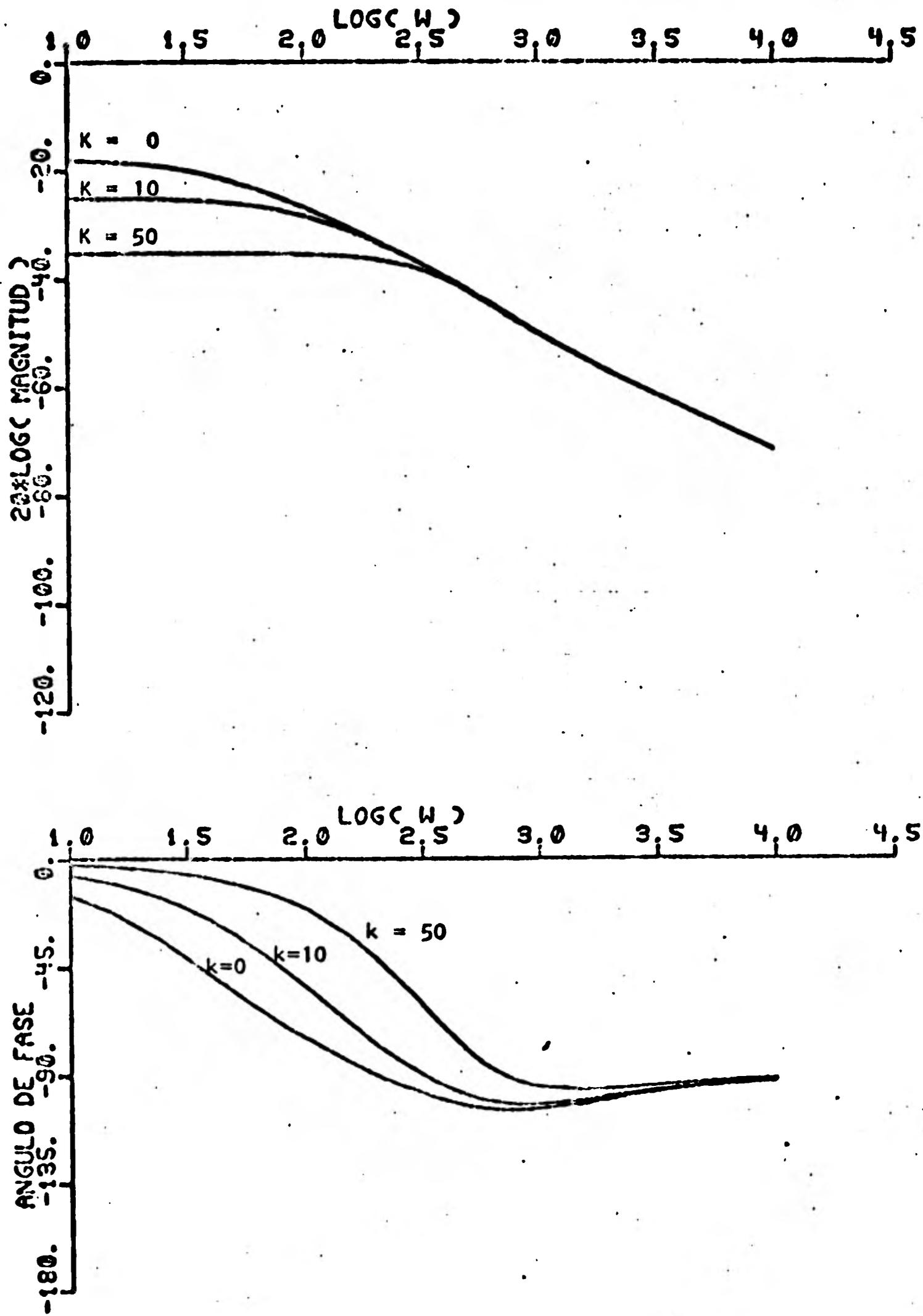


Fig 5.25 Diagrama de Bode para el flujo másico considerando un tramo en el absorbedor.

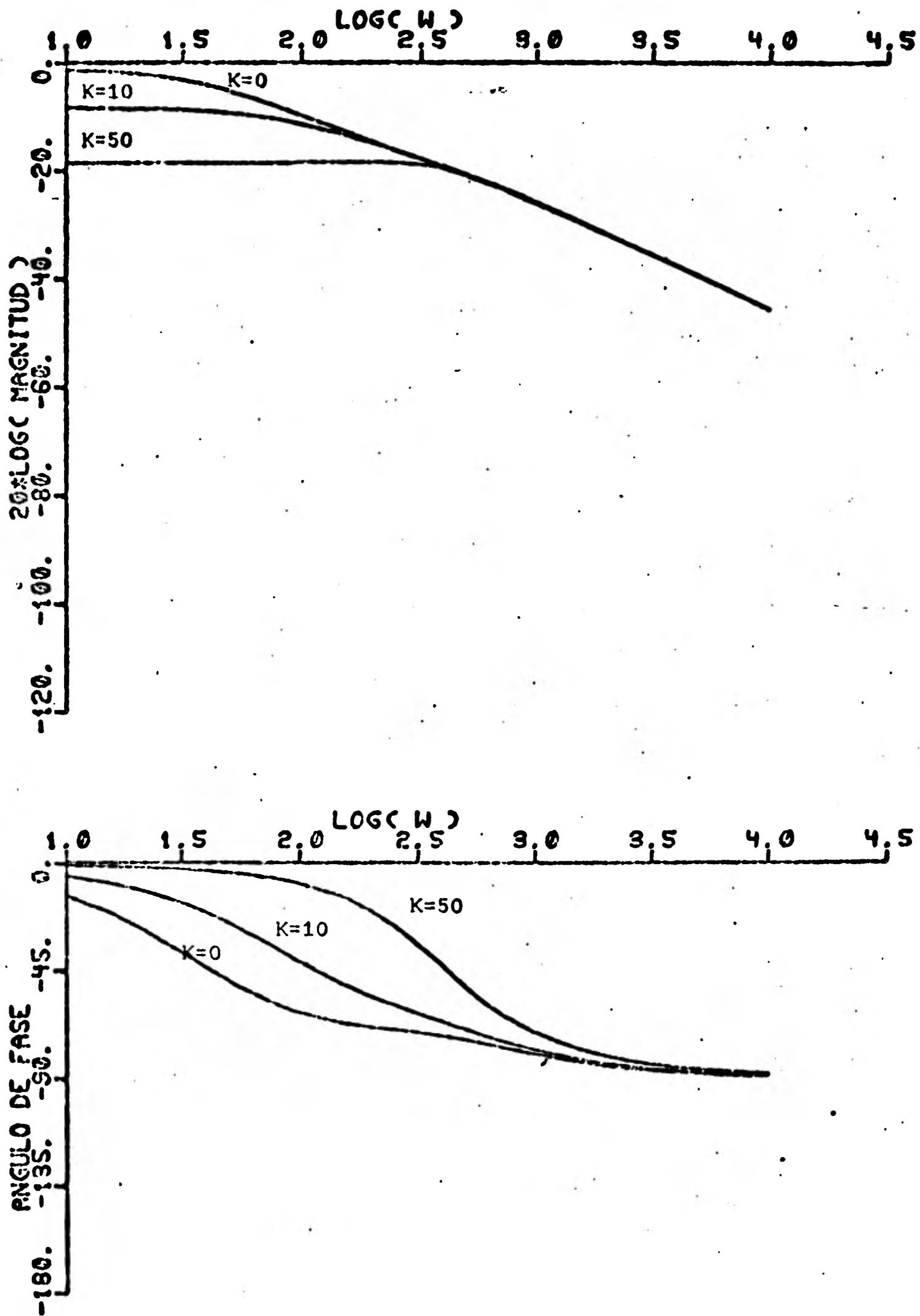


Fig 5.26 Diagrama de Bode para la temperatura de entrada considerando un tramo en el absorbedor.

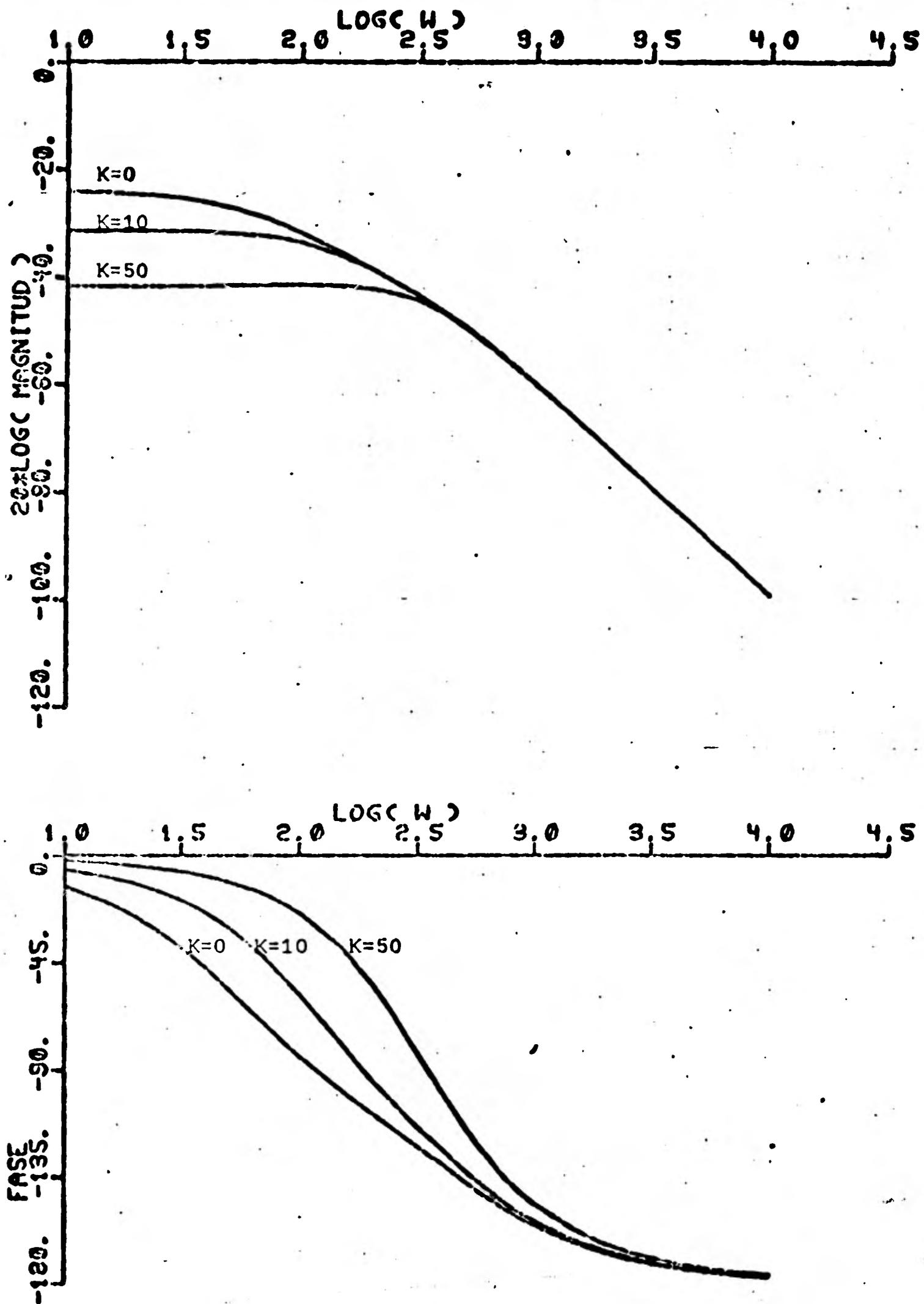


Fig 5.27 Diagrama deBode para la radiación solar con siderando 2 tramos en el absorbedor.

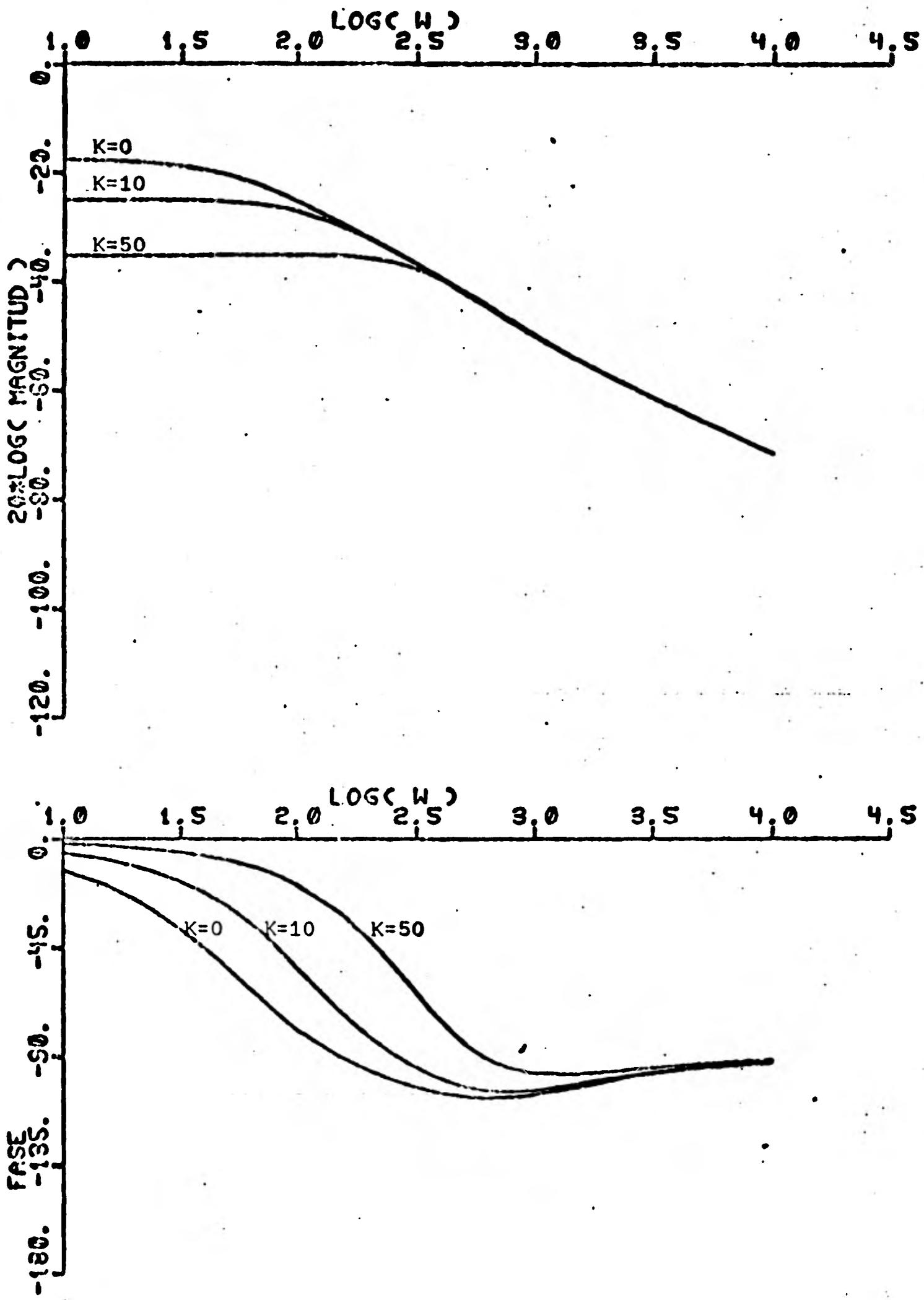


Fig 5.28 Diagrama de Bode para el flujo másico considerando 2 tramos en el absorbedor.

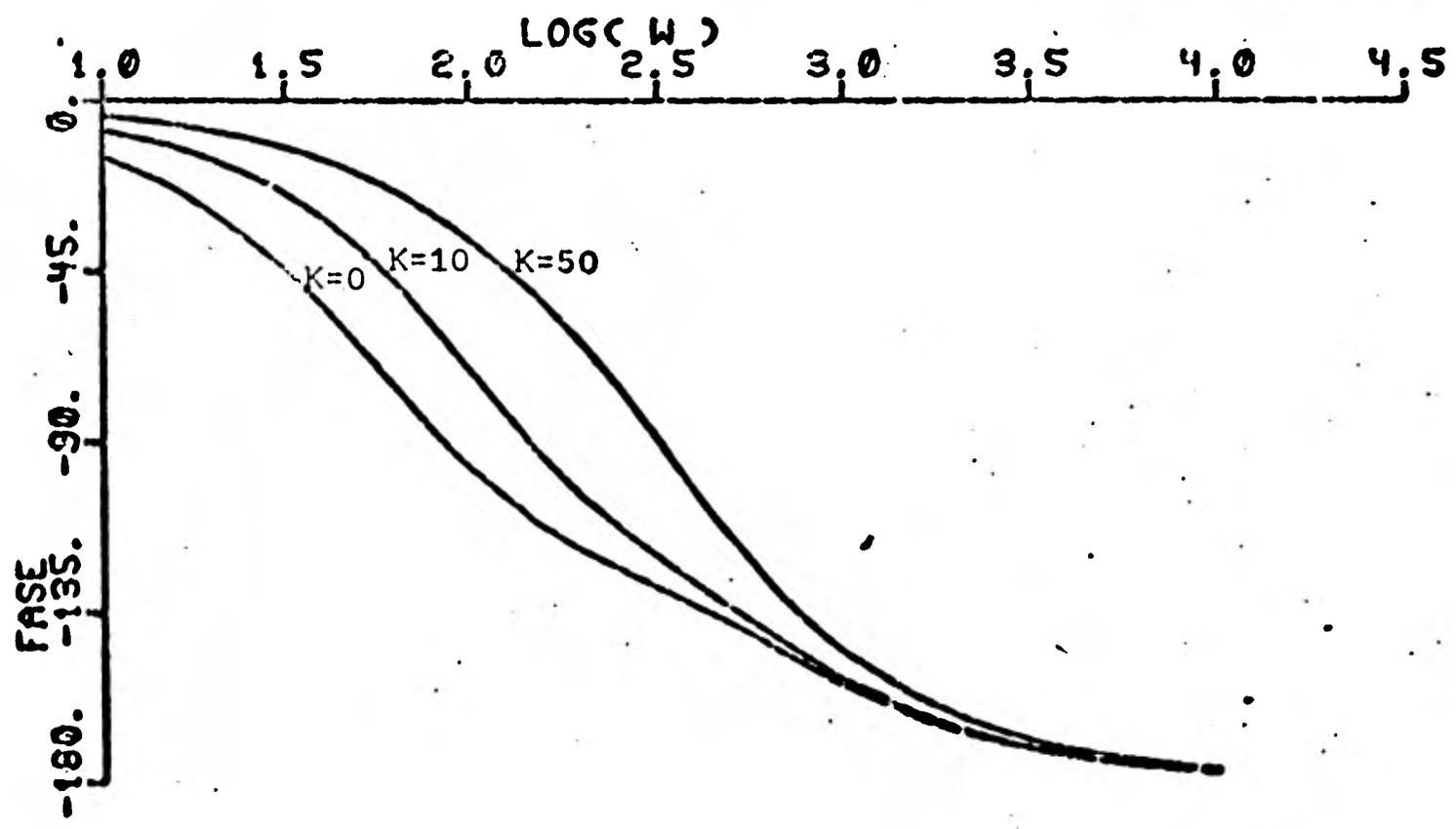
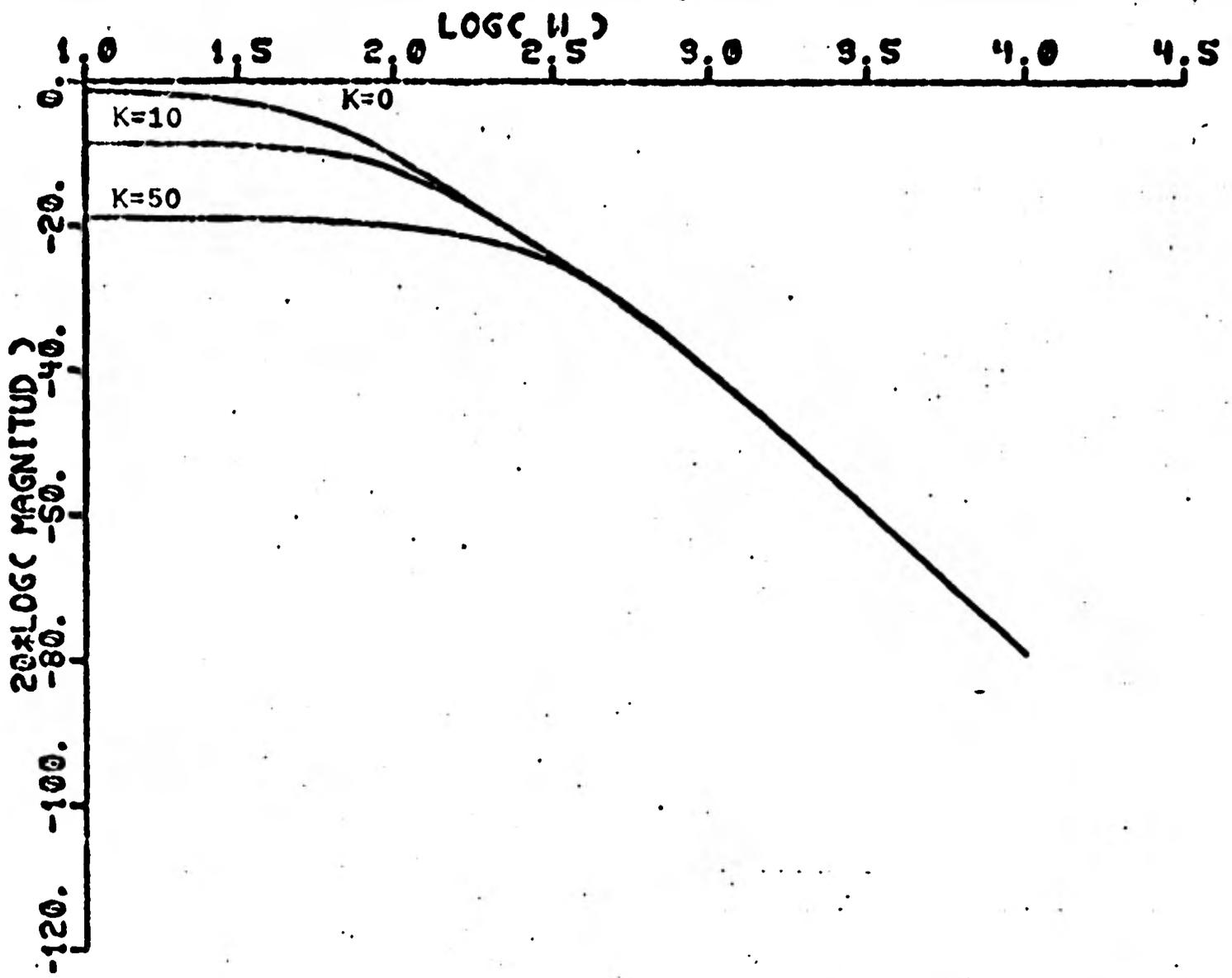


Fig 5.29 Diagrama de Bode para la temperatura de entrada considerando 2 tramos en el absorbedor.

cias, al aumentar el valor de K disminuye la ganancia del sistema; esto es, las variaciones en la señal de entrada, cualquiera que ésta sea, se atenúan más cuanto mayor el valor de K . El valor de K prácticamente no influye sobre la ganancia en frecuencias altas, aunque la frecuencia de corte aumenta con K ; esto último modifica la curva de fase en las frecuencias cercanas a la de corte.

Se observa también que para ganancias de realimentación altas ($K = 50$), la curva de magnitud presenta un pequeño incremento hacia la frecuencia de corte. Esto refleja la presencia de los polos complejos que se discutieron en el párrafo del lugar geométrico, indicando cierta resonancia en esta zona de frecuencias.

Nótese también que, si bien al aumentar K se tiene una mayor atenuación con respecto a la temperatura de entrada y a la radiación solar y disminuye el efecto de variaciones con respecto a ellas, también se tiene una mayor atenuación para el flujo másico, requiriéndose así correcciones de mayor magnitud para poder controlar la temperatura de salida.

6. EFECTO DE RETRASOS EN LA REALIMENTACION

6.1 Introducción

El propósito de este capítulo es analizar el efecto que produce el introducir un retraso ideal en la malla de realimentación del esquema de control planteado en el capítulo anterior.

Para este análisis se obtiene primero una versión discreta en el tiempo del modelo lineal del absorbedor; posteriormente se obtiene la matriz de transferencia de pulsos y se analiza el problema de estabilidad para el absorbedor para diferentes retrasos de tiempo y ganancias en la malla de realimentación. Se pretende con esto iniciar el estudio de los problemas de control que se presentan, por ejemplo, al localizar los sensores de temperatura a cierta distancia de la salida del absorbedor o al considerar que la respuesta de los actuadores no es instantánea.

No se hace aquí un análisis exhaustivo sobre la discretización y el modelo discreto; estos sólo se utilizan como una herramienta matemática.

6.2 Discretización

Un sistema lineal con p entradas y q salidas, como el mostrado en la - figura 6.1, puede caracterizarse con un modelo en variables de estado:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (6.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (6.2)$$

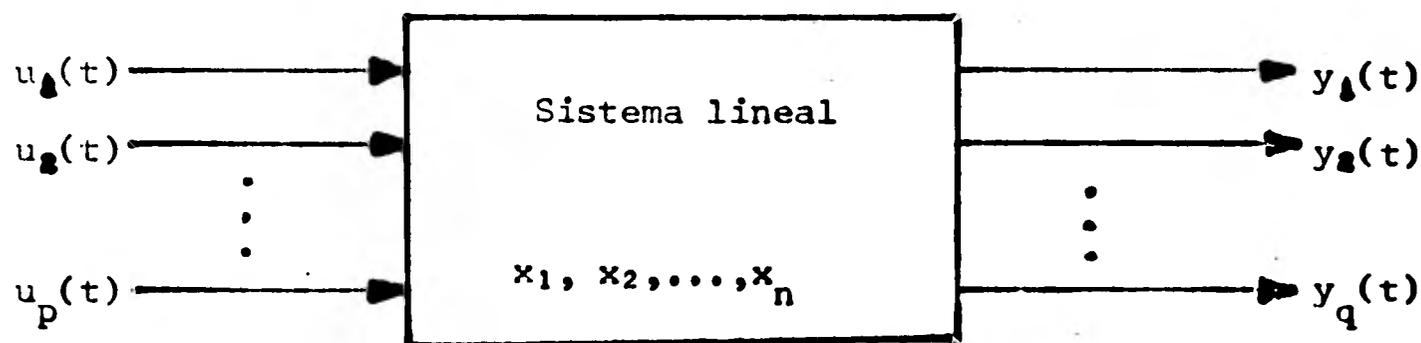


Fig 6.1 Sistema lineal con p entradas, q salidas y n variables de estado.

donde $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ son las variables de estado.

La solución de la ec 6.1 es

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\zeta)} Bu(\zeta) d\zeta \quad (6.3)$$

Una discretización del modelo de la fig 6.1 puede realizarse físicamente con un esquema como el que se muestra en la figura 6.2.

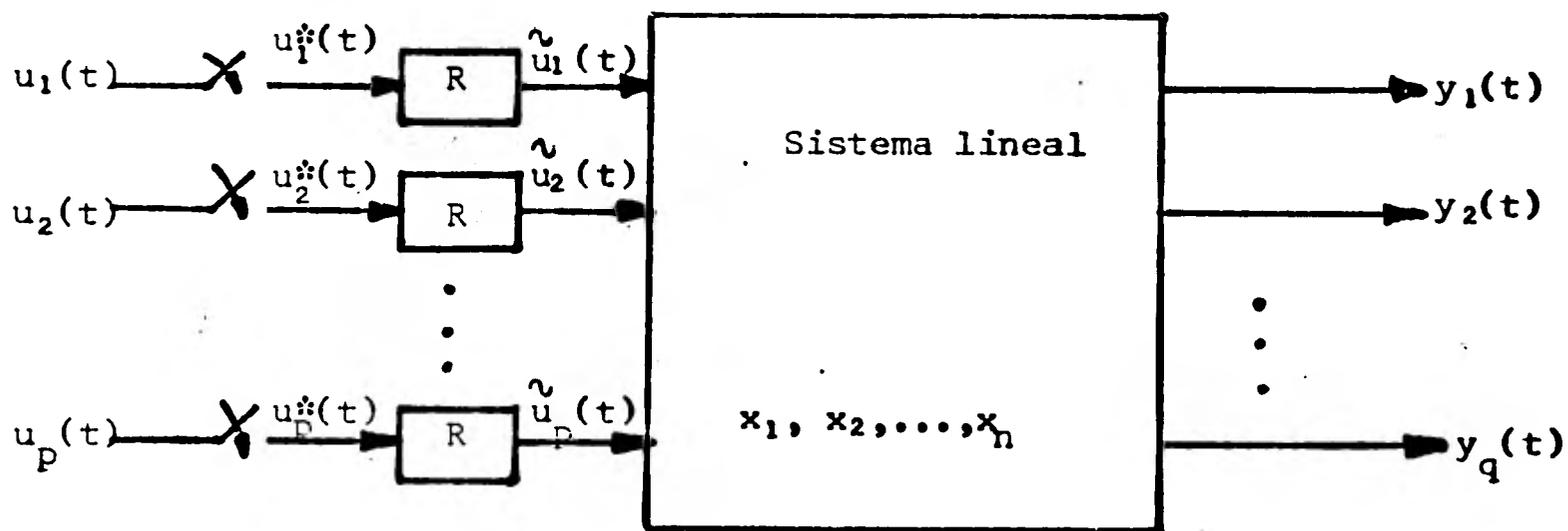


Fig 6.2 Sistema lineal discretizado con muestreo y retención.

donde el bloque R es un "retenedor" de orden cero.

Al introducir el muestreador y retenedor, las entradas son constantes durante intervalos de T segundos de duración, es decir:

$$\tilde{u}(t) = u(kT) \quad , \quad kT \leq t < (k+1)T \quad (6.4)$$

La condición inicial del intervalo $\{kT, (k+1)T\}$ es

$$x(t_0) = x(kT) \quad (6.5)$$

Para determinar el estado $x(t)$ al final del intervalo, sustituimos en (6.3):

$$\begin{aligned} t_0 &= kT \\ t &= (k+1)T \end{aligned}$$

y obtenemos:

$$x\{(k+1)T\} = e^{AT} x(kT) + \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A\{(k+1)T-\zeta\}} Bu(\zeta) d\zeta \quad (6.6)$$

en donde, suponiendo a la entrada constante en el intervalo de integración y siendo, por lo tanto, la integral independiente del valor de k , podemos escribir

$$x\{(k+1)T\} = e^{AT} x(kT) + \left\{ \int_0^T e^{A(T-\zeta)} B d\zeta \right\} u(kT) \quad (6.7)$$

que es una ecuación vectorial de diferencias de primer orden donde los términos

$$e^{AT} = \tilde{A}(T)$$

$$\int_0^T e^{A(T-\zeta)} B d\zeta = \tilde{B}(T)$$

son matrices constantes que dependen del parámetro T . Un modelo discreto en variables de estado para el sistema de la figura 6.1 estará dado entonces por:

$$x\{(k+1)T\} = \tilde{A}(T) x(kT) + \tilde{B}(T) u(kT) \quad (6.8)$$

$$y(kT) = Cx(kT) + Du(kT) \quad (6.9)$$

$\tilde{A}(T)$ y $\tilde{B}(T)$ pueden obtenerse en forma analítica calculando

$$e^{AT} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ (Is-A)^{-1} \right\}; \text{ para } t = T$$

$$\int_0^T e^{A(T-\zeta)} B d\zeta = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} (Is-A)^{-1} B \right\}; \text{ para } t = T$$

Sin embargo, para los propósitos de simulación mediante computadora digital basta desarrollar e^{AT} como una serie; esto es:

$$\tilde{A}(T) = e^{AT} = I + AT + \frac{A^2 T^2}{2!} + \frac{A^3 T^3}{3!} + \dots \quad (6.10)$$

$$\tilde{B}(T) = \int_0^T e^{A(T-\zeta)} B d\zeta = IT + \frac{AT^2}{2!} + \frac{A^2 T^3}{3!} + \dots \quad (6.11)$$

Utilizando estas expresiones y fijando $T = 0.001$, que fue el paso de simulación utilizado a lo largo de este trabajo, se encontraron las matrices \tilde{A} y \tilde{B} para 1, 2 y 3 tramos que se presentan a continuación:

MATRIZ A
 0.763 0.210
 0.119 0.837

MATRIZ B
 0.006 -0.008 0.007
 0.001 -0.003 0.047

i) Un tramo

MATRIZ A
 0.773 0.193 0.000 0.000
 0.111 0.800 0.000 0.000
 0.001 0.011 0.762 0.205
 0.006 0.083 0.117 0.794

MATRIZ B
 0.006 -0.009 0.013
 0.001 -0.003 0.092
 0.006 -0.008 0.000
 0.001 -0.003 0.006

ii) Dos tramos

MATRIZ A
 0.777 0.183 0.000 0.000 0.000 0.000
 0.106 0.762 0.000 0.000 0.000 0.000
 0.000 0.015 0.769 0.192 0.000 0.000
 0.008 0.117 0.110 0.757 0.000 0.000
 0.000 0.000 0.000 0.016 0.761 0.200
 0.000 0.009 0.008 0.118 0.114 0.753

MATRIZ B
 0.006 -0.009 0.019
 0.000 -0.003 0.135
 0.006 -0.009 0.000
 0.001 -0.003 0.012
 0.006 -0.008 0.000
 0.001 -0.003 0.000

iii) Tres tramos

6.3 Función de transferencia

Para un sistema lineal discreto, que tiene una representación en variables de estado como la expresada en (6.8) y (6.9), aplicando la transformada Z obtenemos

$$X(Z) = \{ZI - \tilde{A}\}^{-1} ZX(0) + \{ZI - \tilde{A}\}^{-1} \tilde{B}U(Z) \quad (6.12)$$

$$Y(Z) = CX(Z) + DU(Z) \quad (6.13)$$

Suponiendo que el estado inicial $X(0)$ es nulo, la salida $Y(Z)$ queda expresada como:

$$Y(Z) = \{C\{ZI - \tilde{A}\}^{-1} \tilde{B} + D\} U(Z) = H(Z) U(Z) \quad (6.14)$$

donde

$$H(Z) = C\{ZI - \tilde{A}\}^{-1} \tilde{B} + D \quad (6.15)$$

es la matriz de transferencia que caracteriza la dinámica de entrada-salida del sistema discreto.

Para el caso del absorbedor la ecuación (6.14) queda expresada como

$$T_{FN}(Z) = \begin{bmatrix} H_1(Z) & H_2(Z) & H_3(Z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q(Z) \\ \dot{m}(Z) \\ T_e(Z) \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

donde $H_i(Z)$; $i = 1, 2, 3$, son funciones racionales propias de la variable Z , que para 1 y 2 tramos resultan ser:

i) un tramo

$$\begin{aligned}
 H_1(Z) &= \frac{T_{FN}(Z)}{Q_{sol}(Z)} = \frac{0.001(Z-0.049)}{(Z-0.9624)(Z-0.6376)} \\
 H_2(Z) &= \frac{T_{FN}(Z)}{\dot{m}(Z)} = \frac{-0.003(Z-0.4457)}{(Z-0.9624)(Z-0.6376)} \\
 H_3(Z) &= \frac{T_{FN}(Z)}{T_e(Z)} = \frac{0.047(Z-0.7453)}{(Z-0.9624)(Z-0.6376)}
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

ii) dos tramos

$$\begin{aligned}
 H_1(Z) &= \frac{5.382 \times 10^{-3} (Z-0.906) \{Z-(0.64 \pm 0.058i)\}}{(Z-0.64)(Z-0.933)(Z-0.622)(Z-0.933)} \\
 H_2(Z) &= \frac{-3.166 \times 10^{-3} (Z-0.883)(Z-0.416)(Z-0.613)}{(Z-0.64)(Z-0.933)(Z-0.622)(Z-0.933)} \\
 H_3(Z) &= \frac{5.523 \times 10^{-3} (Z-0.578) \{Z-(0.752 \pm 0.011i)\}}{(Z-0.64)(Z-0.933)(Z-0.622)(Z-0.933)}
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

6.4 Realimentación

Se plantea un esquema de control proporcional como el analizado en el capítulo anterior, salvo que las funciones de transferencia están en el dominio de Z .

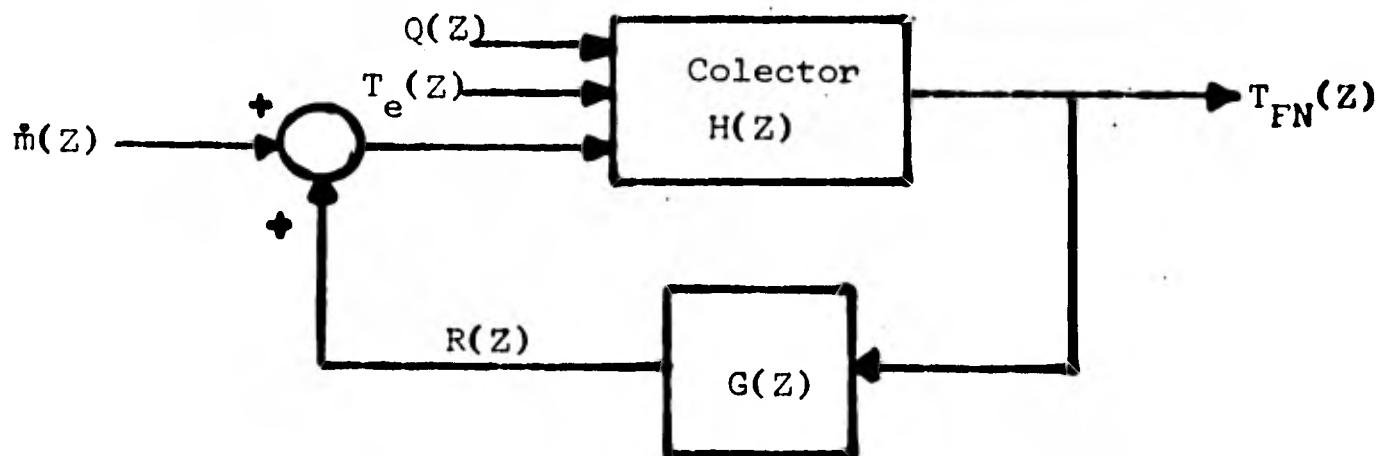


Fig 6.3 Esquema de control para el modelo discretizado del colector.

Introducir un retraso ideal en la realimentación significa que, en el tiempo k , la señal r que se suma al flujo nominal es proporcional a la temperatura medida m intervalos de tiempo T antes; es decir

$$r(k) = KT_{FN}(k-m) \quad (6.19)$$

que en el dominio de Z queda como

$$R(Z) = KZ^{-m} T_{FN}(Z) = G(Z) T_{FN}(Z) \quad (6.20)$$

siendo por lo tanto:

$$G(Z) = KZ^{-m} \quad (6.21)$$

con m entero, la función de transferencia del bloque de realimentación.

Para el sistema en malla cerrada la relación entrada-salida es:

$$T_{FN}(Z) = \begin{bmatrix} \frac{H_1}{1-GH_2} & \frac{H_2}{1-GH_2} & \frac{H_3}{1-GH_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{sol} \\ m \\ T_e \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

donde H_i ; $i = 1, 2, 3$ son los elementos de la matriz de transferencia de malla abierta que se pueden expresar como:

$$H_1(Z) = \frac{q_1(Z)}{p(Z)} ; \quad H_2(Z) = \frac{q_2(Z)}{p(Z)} ; \quad H_3(Z) = \frac{q_3(Z)}{p(Z)} \quad (6.23)$$

introduciendo estas expresiones en la (6.22) se tiene:

$$T_{FN}(Z) = \begin{bmatrix} \frac{Z^m q_1(Z)}{Z^m p(Z) - Kq_2(Z)} & \frac{Z^m q_2(Z)}{Z^m p(Z) - Kq_2(Z)} & \frac{Z^m q_3(Z)}{Z^m p(Z) - Kq_2(Z)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{sol} \\ \dot{m} \\ T_e \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

Análogamente al caso continuo, se obtuvo el lugar geométrico de los polos del sistema, que son los mismos para los tres elementos de la matriz y están dado por las raíces de la expresión:

$$Z^m p(Z) - Kq_2(Z) = 0$$

En este caso para cada valor de m se tiene un lugar geométrico distinto; se obtuvieron los correspondientes a 5 y 10 períodos T (18 y 36 segundos de retraso en el uso de las mediciones respectivamente), y para comparación, los correspondiente a $m = 0$ (sin retraso).

En las figuras 6.4 a 6.6 se muestran los lugares geométricos para 1 tramo y en las figuras 6.7 a 6.9 las correspondientes para 2 tramos, graficados para intervalos de K de 10 en 10.

La primera diferencia importante con respecto al modelo continuo es que aún sin retraso ($m = 0$) existe un valor de K para el cual la respuesta del modelo discreto es inestable. En la tabla 6.1 se dan para cada caso, los valores mínimos de K para los que esta respuesta es inestable.

No. tramos \ m	0	5	10
1	740.461	64.96	36.29
2	730.14	51.7	27.67

Tabla 6.1 Valor de la realimentación K que hace inestable al sistema.

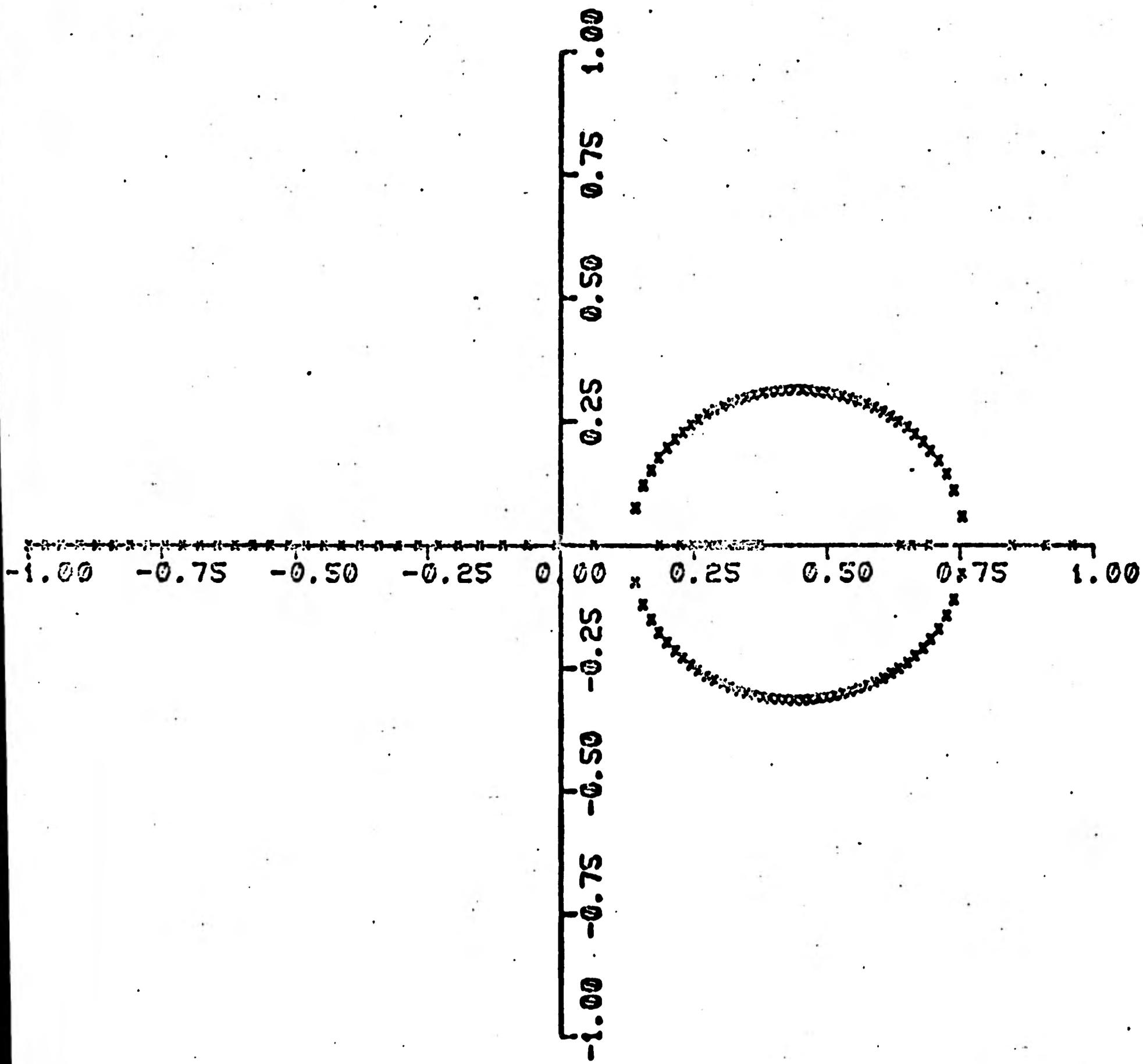


Fig 6.4 Lugar geométrico considerando un tramo en el modelo discretizado y sin retraso ($m = 0$).

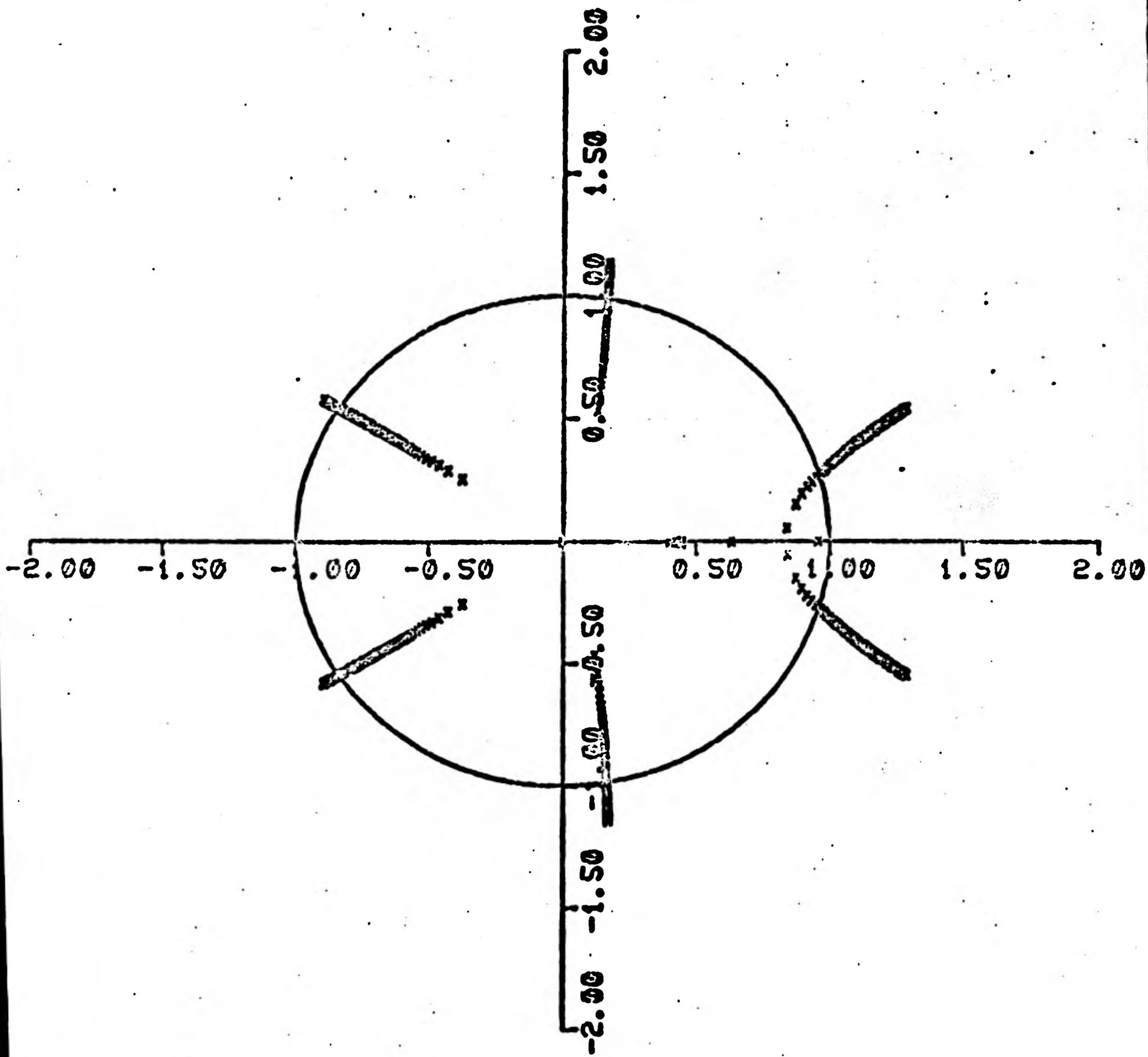


Fig 6.5 Lugar geométrico considerando un tramo en el modelo discretizado y un retraso de 5 períodos T ($m = 5$).

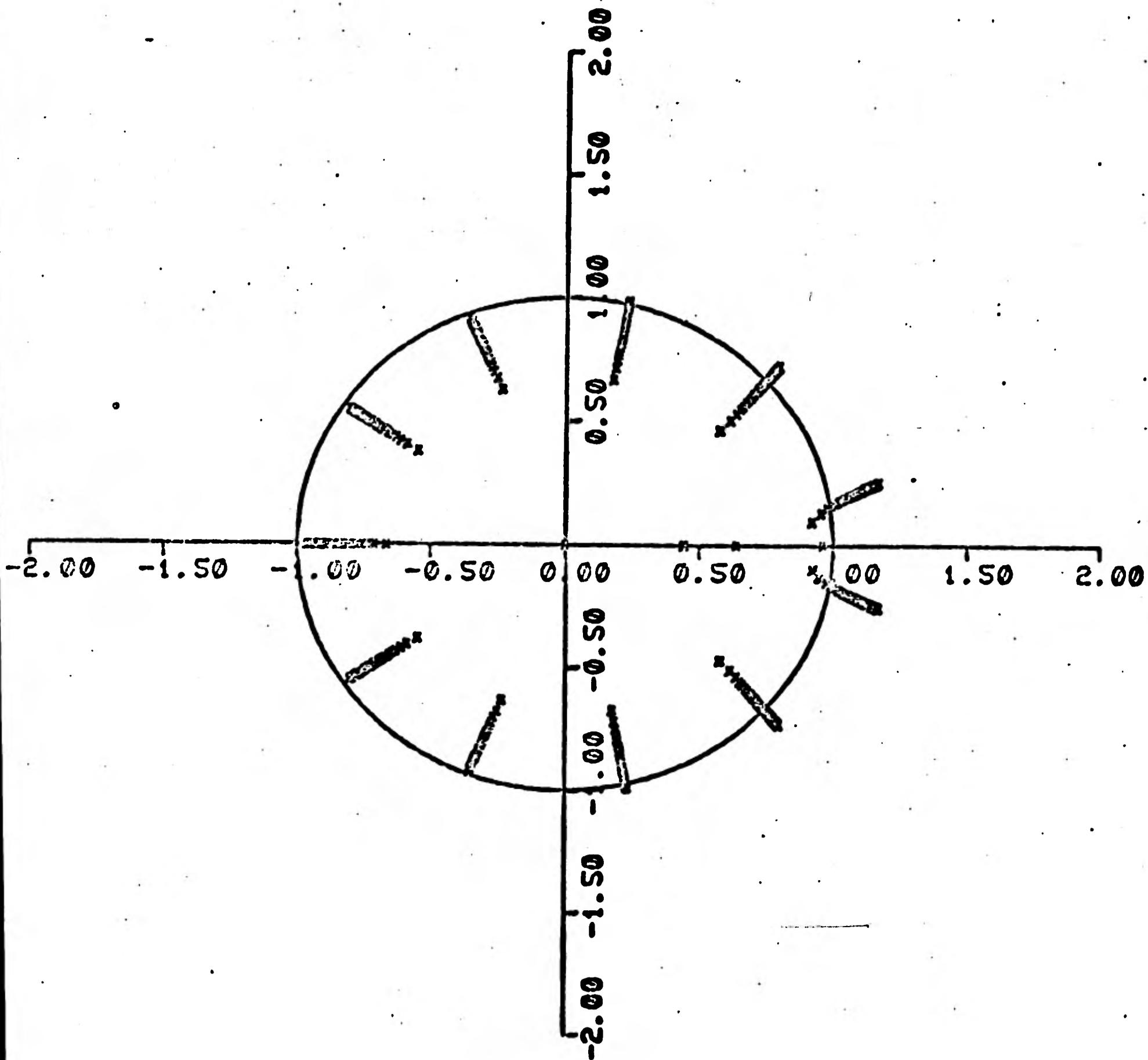


Fig 6.6 Lugar geométrico considerando un tramo en el modelo discretizado y un retraso de 10 periodos $T(m = 10)$.

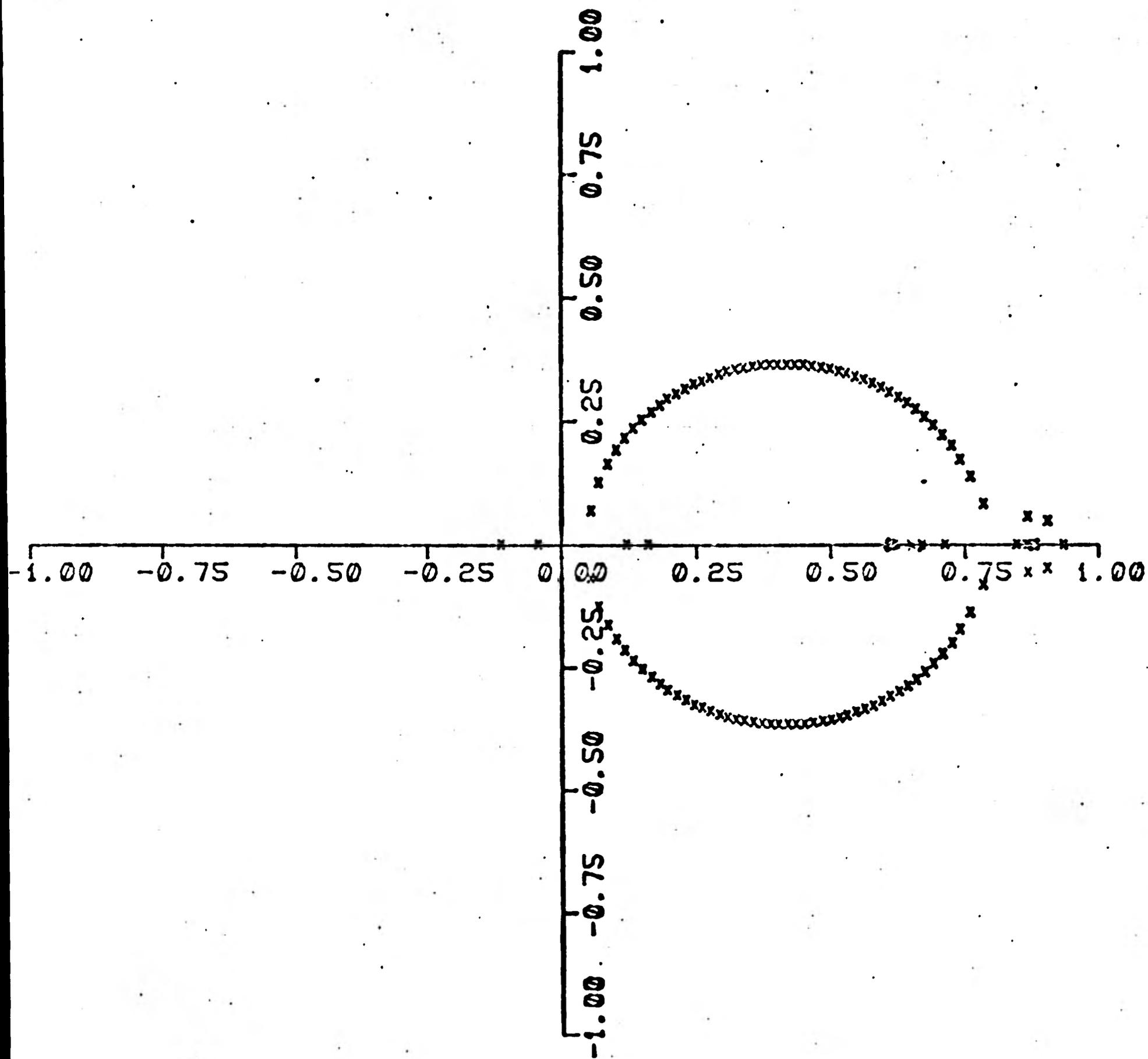


Fig 6.7 Lugar geométrico considerando 2 tramos en el modelo discretizado y sin retraso ($m = 0$).

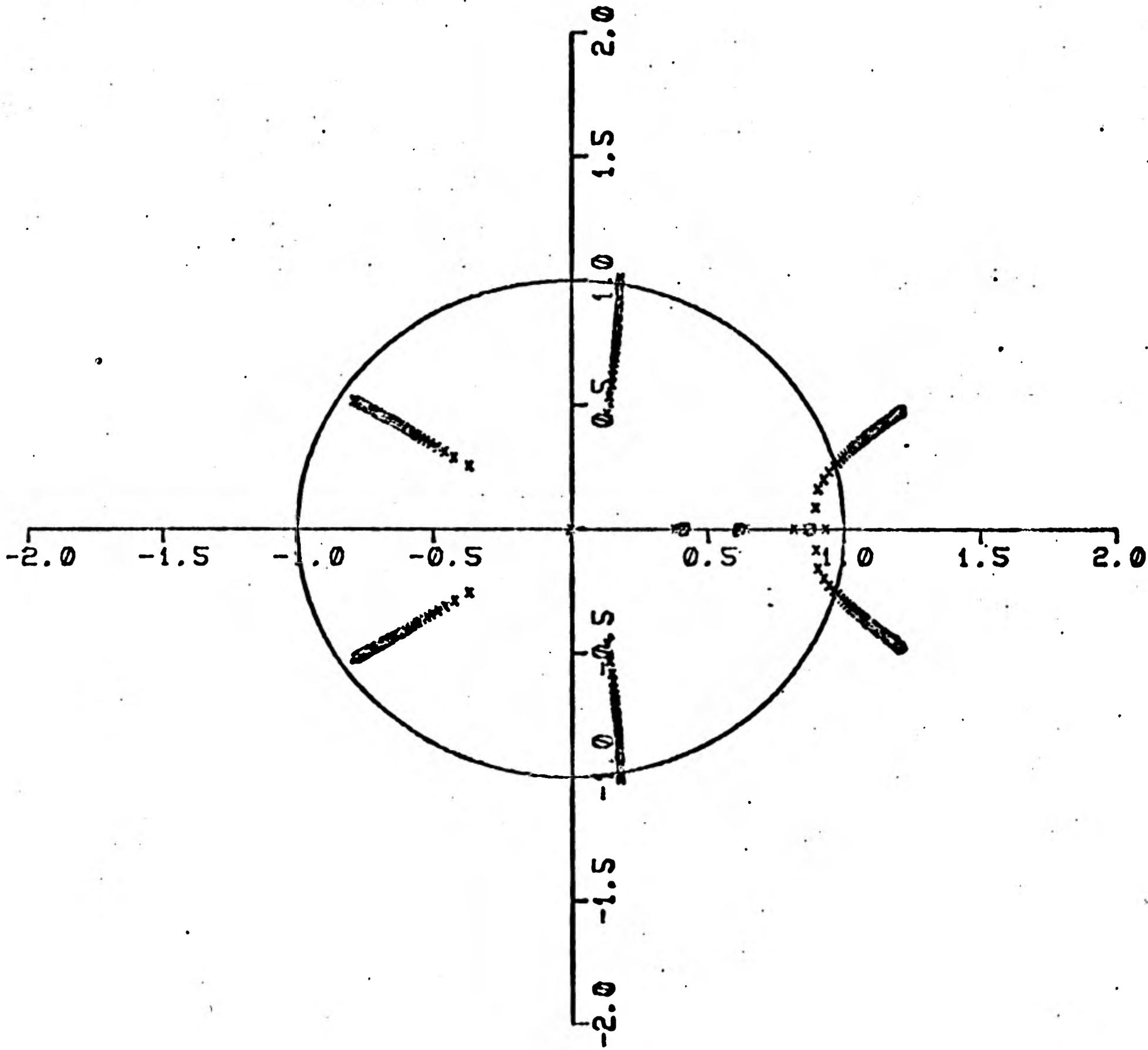


Fig 6.8 Lugar geométrico considerando 2 tramos en el modelo discretizado y un retraso de 5 periodos $T(m = 5)$.

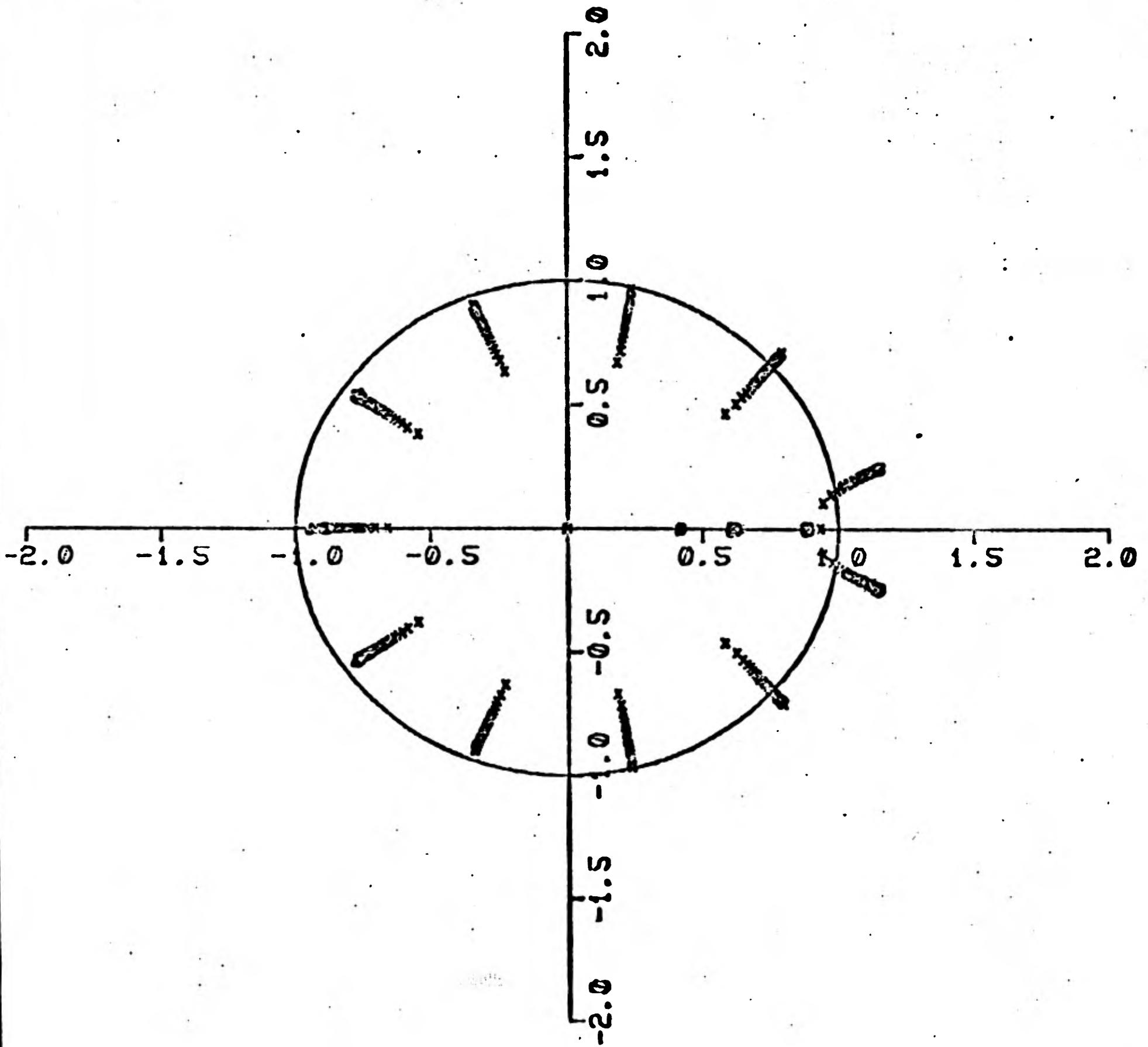


Fig 6.9 Lugar geométrico considerando 2 tramos en el modelo discretizado y un retraso de 10 periodos $T(m = 10)$.

Se aprecia que conforme aumenta el retraso, el valor de K disminuye y también que para 2 tramos se tienen valores de K menores que para 1 tramo. Al final del capítulo se hace el análisis de estabilidad con el modelo continuo para verificar estos resultados.

En una situación real, el retraso en la realimentación podría deberse a la localización de los medidores, al tiempo de procesamiento en la computadora empleada para tomar decisiones de operación y a la respuesta no-instantánea de los actuadores. Se considera que, todos incluidos, difícilmente se tendería un retraso mayor que los 18 segundos considerados aquí para $m = 5$; el intervalo de valores de K admisible es entonces amplio; aún más, en el caso de los actuadores la respuesta no corresponde con un retraso ideal, por lo que la situación real será seguramente menos restrictiva.

6.5 Simulaciones

Para analizar el comportamiento del sistema empleando el modelo discreto, considerando un retraso ideal y realimentación proporcional, se hicieron simulaciones aplicando un escalón en la radiación solar de 125 {W/m} (fig 6.10 a 6.12) y posteriormente un escalón en la temperatura de entrada de 21°C (figuras 6.13 a 6.15)

Se consideró el modelo para 2 tramos y un retraso de 5 períodos T para valores de K de 47, 51.7 y 62, que están alrededor del valor crítico para estabilidad.

Se muestran en todos los casos las temperaturas del tubo y fluido del segundo tramo, T_{c2} y T_{F2} respectivamente.

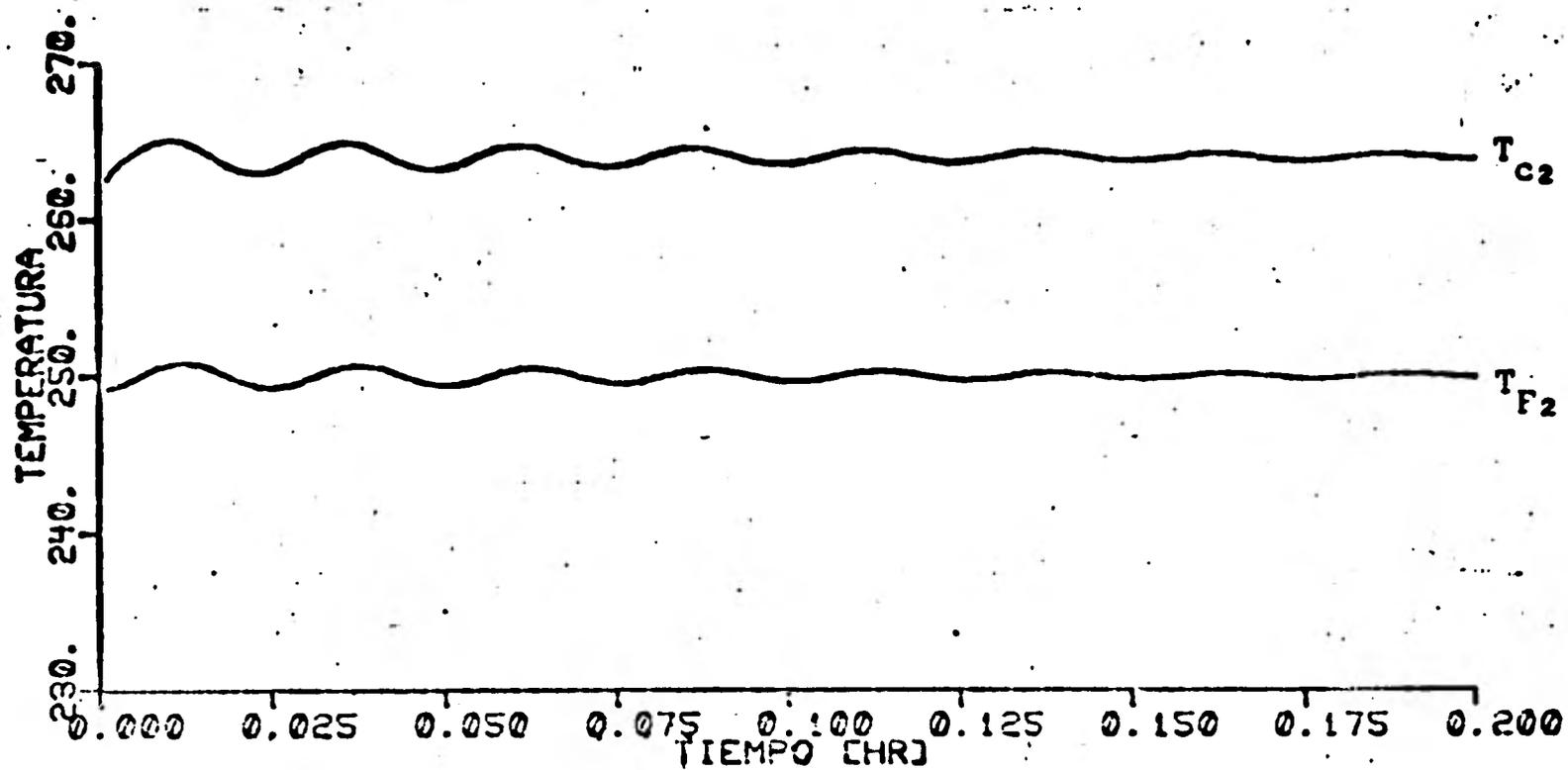


Fig 6.10 Respuesta del modelo discretizado para 2 tramos; retraso de 5 períodos T y constante de realimentación $K = 47$, ante un escalón en la radiación de 125 (W/m) .

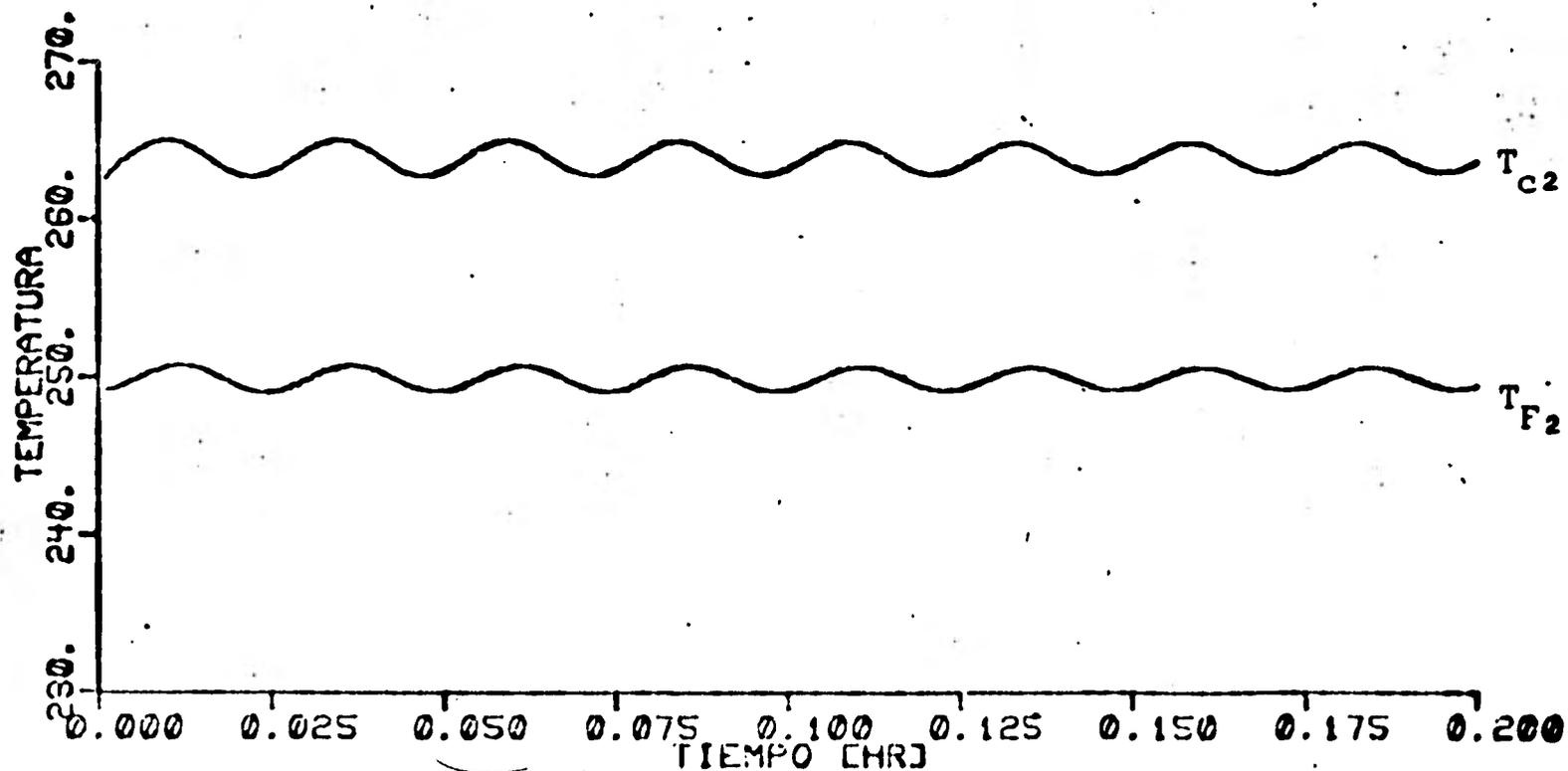


Fig 6.11 Respuesta del modelo discretizado para 2 tramos; retraso de 5 períodos T y constante de realimentación $K = 51.7$, ante un escalón en la radiación de 125 (W/m) .

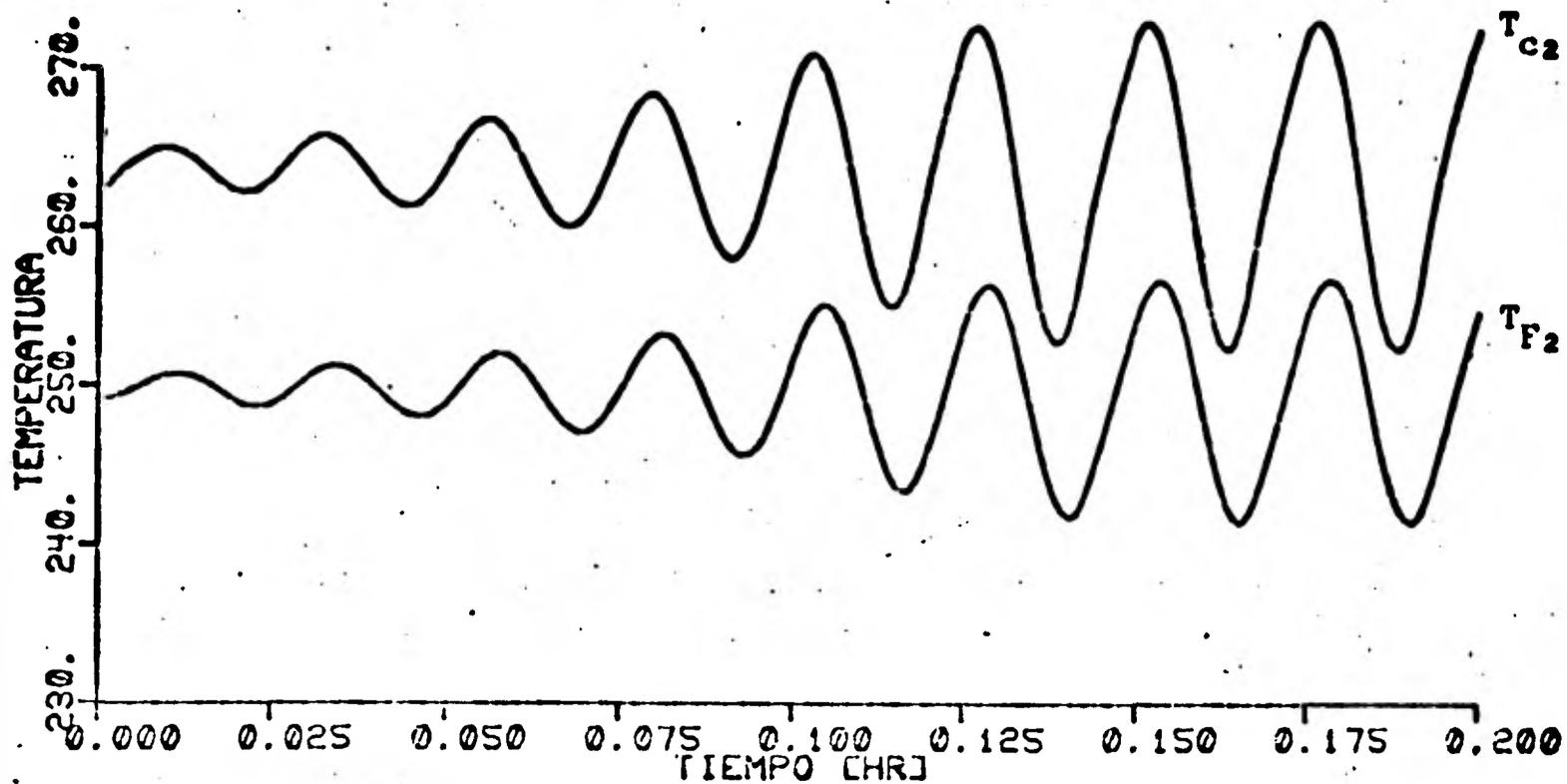


Fig 6.12 Respuesta del modelo discretizado para 2 tramos, retraso de 5 períodos T y constante de realimentación $K = 62$, ante un escalón en la radiación de 125 (W/m)

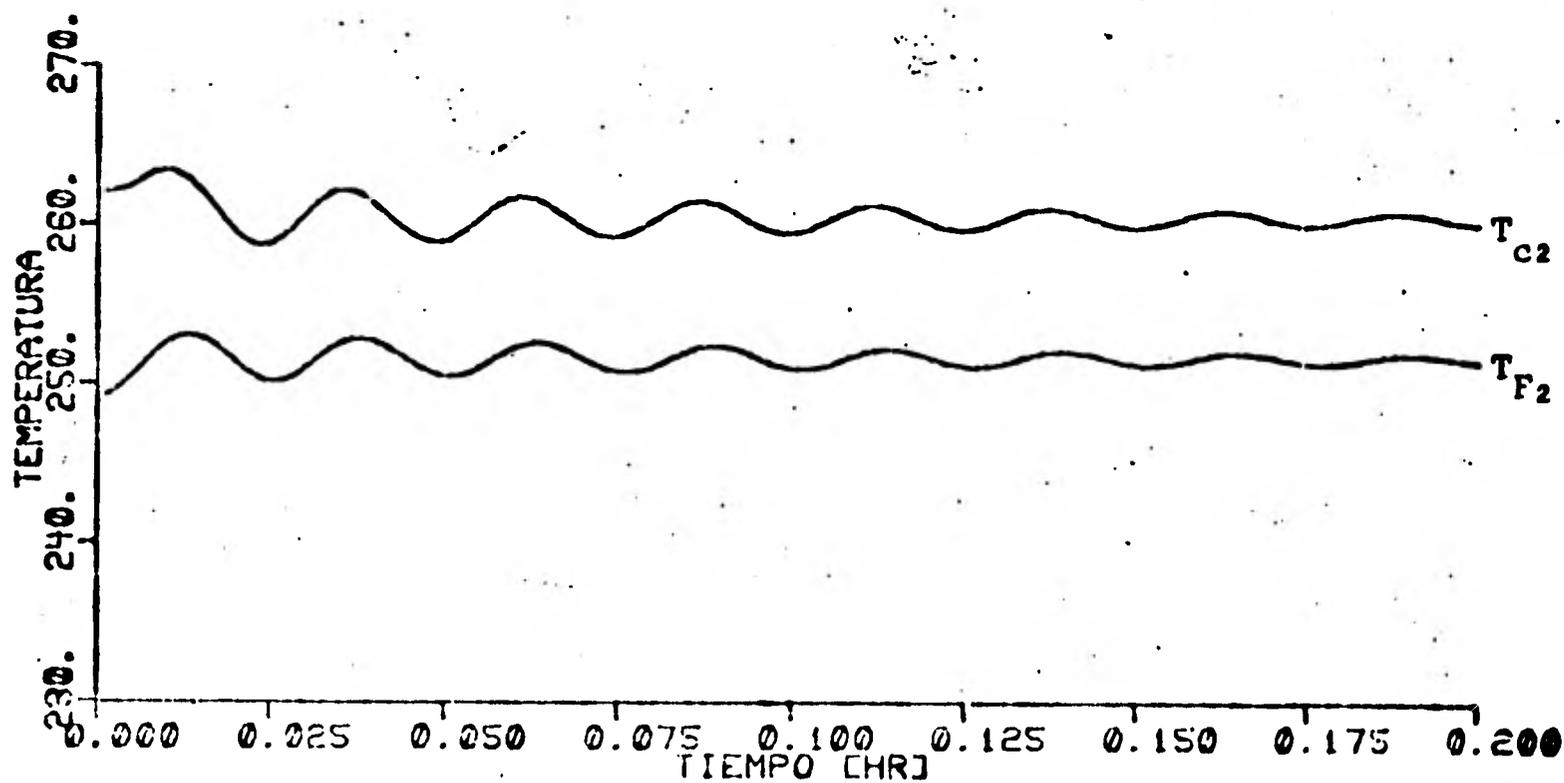


Fig 6.13 Respuesta del modelo discretizado para 2 tramos, retraso de 5 períodos T y constante de realimentación $K = 47$, ante un escalón en la temperatura de entrada de 21°C .

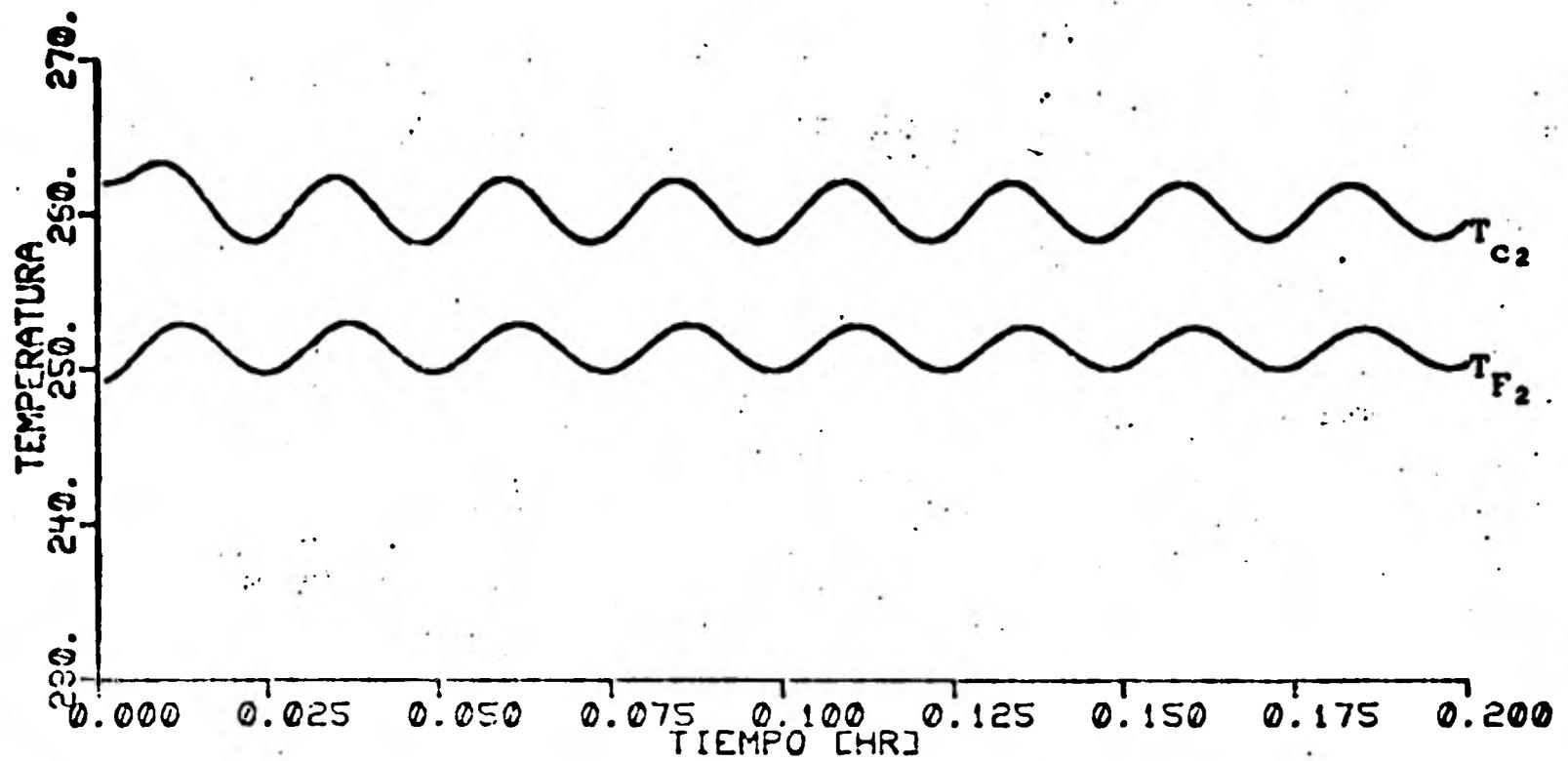


Fig 6.14 Respuesta del modelo discretizado para 2 tramos, retraso de 5 períodos T y constante de realimentación $K = 51.7$, ante un escalón en la temperatura de entrada de 21°C .

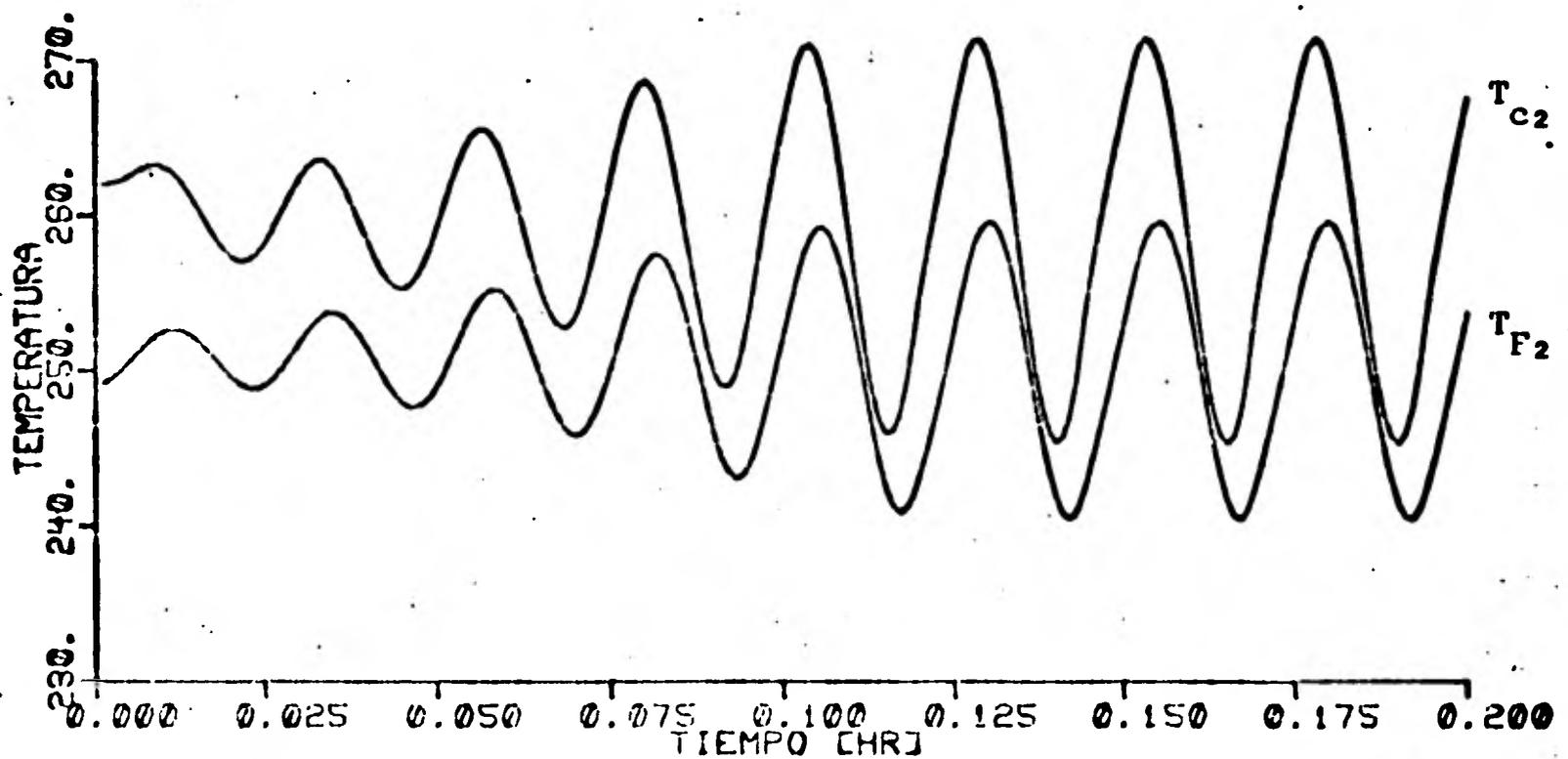


Fig 6.15 Respuesta del modelo discretizado para 2 tramos retraso de 5 períodos T y constante de realimentación $K = 62$, ante un escalón en la temperatura de entrada de 21°C .

Como diferencia importante con respecto al caso continuo, se observa aquí que, para el valor de K de 47, se tiene una respuesta subamortiguada con un tiempo de asentamiento y sobrepaso mucho mayores que en el modelo continuo.

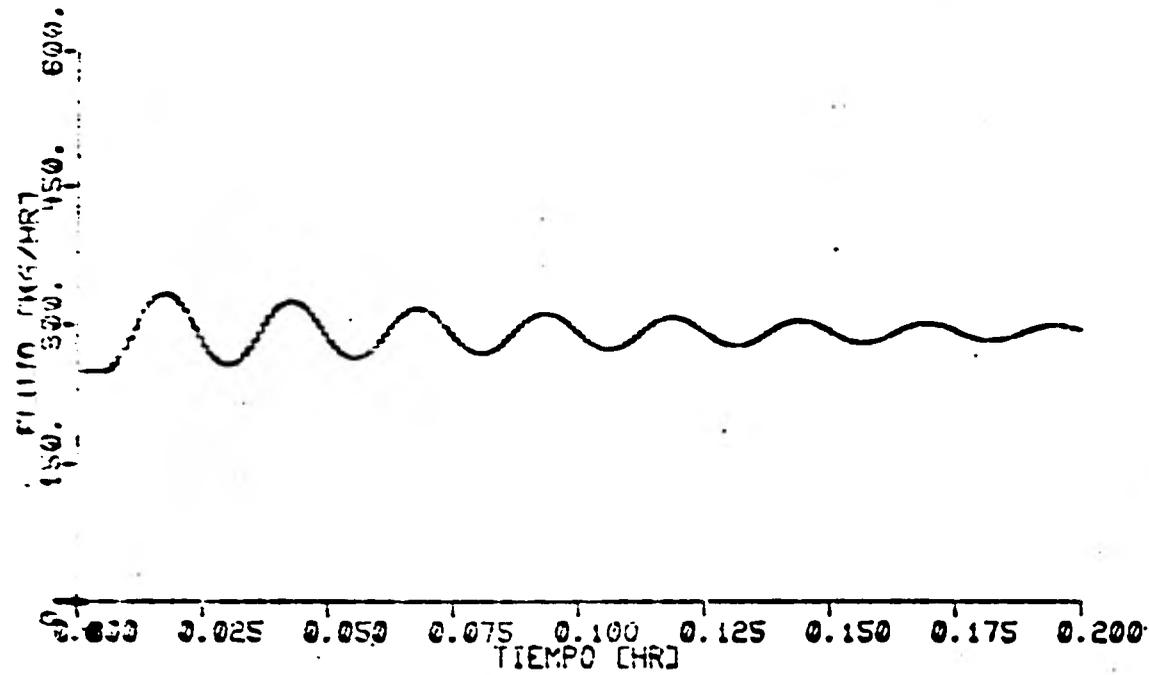
En el caso en que el sistema es inestable (figuras 6.12 y 6.15), se aprecia que la amplitud de las oscilaciones no crece indefinidamente llegando después de un tiempo a un límite; esto se debe a que en el programa de simulación no se permiten nunca valores negativos para el flujo (inversión de la dirección del flujo) llegándose entonces a un estado de saturación.

Por otra parte, como en el caso continuo, el efecto de variaciones en la temperatura de entrada es mayor que el correspondiente a variaciones en la radiación solar (debido a una mayor ganancia del sistema con respecto a las primeras).

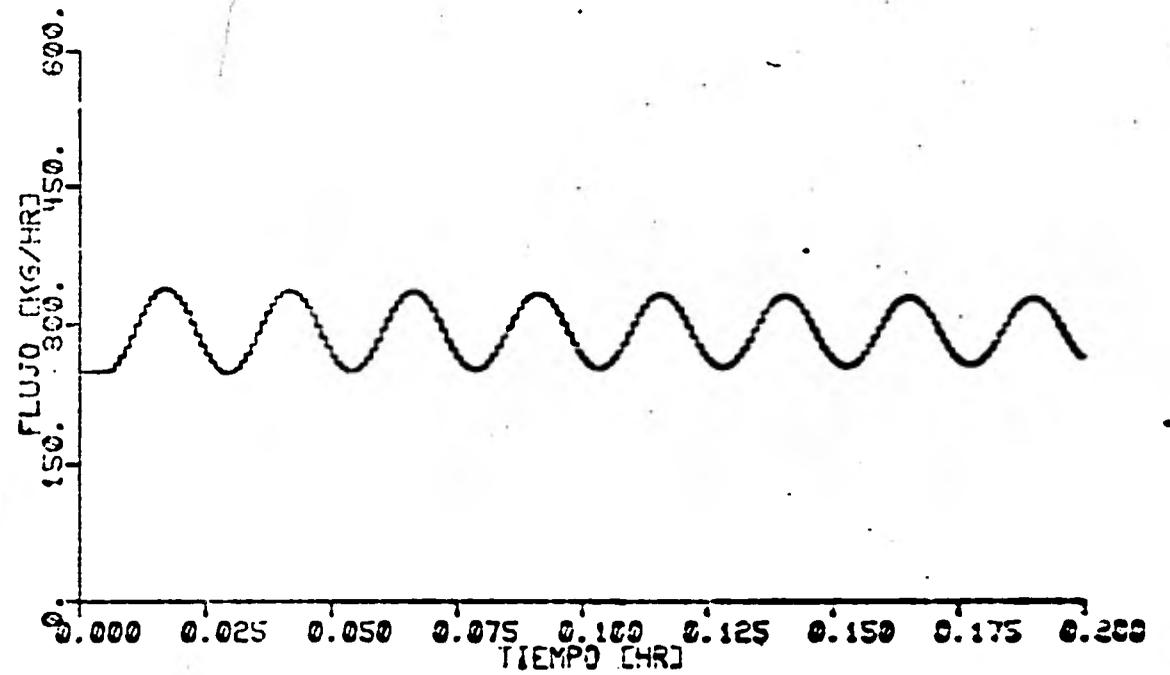
Se graficaron también las señales de flujo que resultaron de las simulaciones para el escalón en la radiación solar y se muestran en la figura 6.16.

En esta figura se aprecia nuevamente que serían difícilmente logrables en la práctica por la frecuencia de ocurrencia en los cambios de magnitud aún para estos casos de entrada a escalón.

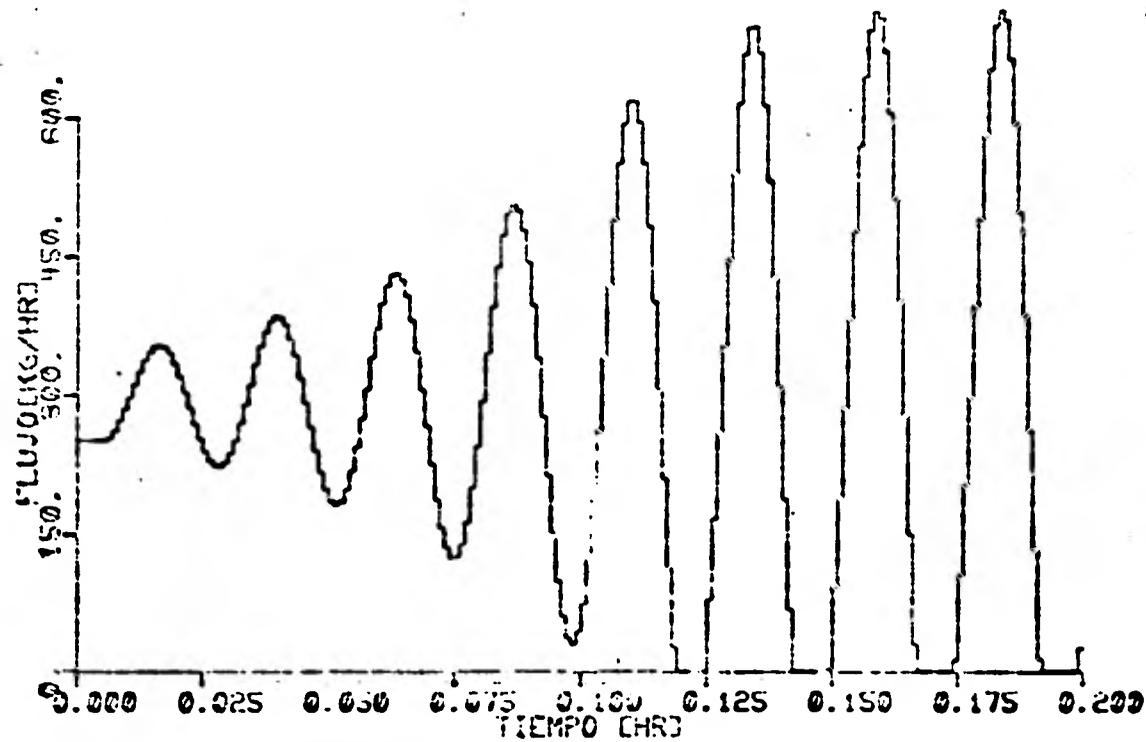
Para solucionar esto, es práctica común, introducir un muestreo de la temperatura de salida con un período mucho mayor que el considerado -



a) $K = 47$



b) $K = 51.7$



c) $K = 62$

Fig 6.16 Señales de flujo para una entrada escalón en la radiación de 125 $\{W/m^2\}$ considerando 2 tramos.

aquí como período de discretización y esto conduce a un siguiente paso en el análisis del sistema, que no haremos aquí, modificando el esquema de la figura 6.3, por ejemplo como en la figura 6.17.

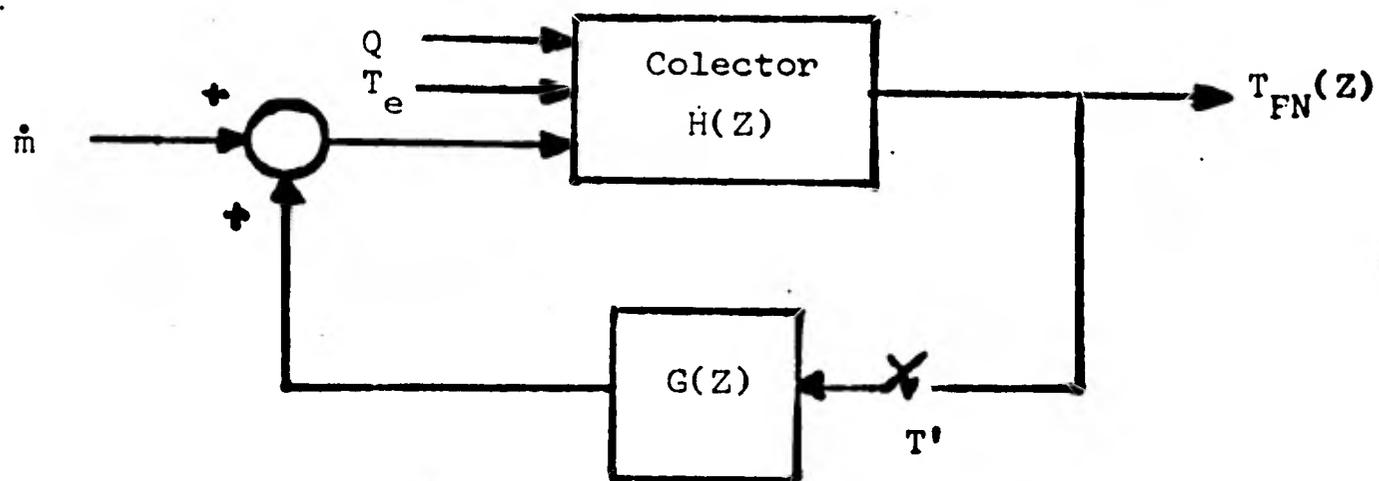


Fig 6.17 Esquema de control para el modelo discretizado con un muestreo de la salida.

donde T' tendría un valor distinto y mayor que T , período de discretización.

6.6 Estabilidad

Para hacer un análisis de estabilidad mas adecuado cuando se introduce - el retraso en la realimentación, es necesario considerar el modelo continuo en el tiempo del colector puesto que este es un sistema continuo.

Para éste análisis se debe regresar a la representación de las funciones de transferencia en la transformada de Laplace, que para el colector ya se tienen del capítulo 3.

Para el bloque de realimentación, como se determinó anteriormente, se tiene que su función de transferencia en términos de la transformada Z es:

$$G(Z) = KZ^{-m} \quad ; \text{ para } m \text{ entero}$$

al pasar esta función a su representación en la transformada de Laplace, tenemos:

$$G(s) = Ke^{-sT} \quad (6.25)$$

donde T es la magnitud del retraso.

La matriz de transferencia queda, al incluir el retraso:

$$H(s) = \frac{H_1}{1 - Ke^{-sT}} \quad \frac{H_2}{1 - Ke^{-sT}} \quad \frac{H_3}{1 - Ke^{-sT}}$$

donde $H_i = \frac{q_i(s)}{p(s)}$; $i=1,2,3$, son los elementos de la matriz de transferencia de malla abierta.

Para el análisis de estabilidad hay que determinar el valor de las raíces del denominador de los elementos de la matriz de transferencia, es decir las raíces de la ecuación.

$$1 - Ke^{-sT} \frac{q_2(s)}{p(s)} = 0 \quad (6.26)$$

y determinar el valor de la ganancia de realimentación K que hace que alguna de las raíces cruce el eje imaginario.

Como se podrá apreciar, habrá un valor de esa ganancia para cada valor del retraso.

Para determinar esta relación entre K y T se puede reescribir la ecuación anterior como:

$$\frac{Ke^{-sT} [-q_2(s)]}{p(s)} = -1 \quad (6.27)$$

donde se aplica el signo menos a $q_2(s)$ por tener un factor negativo.

Puesto que la ec. (6.27) se puede ver como una igualdad de números complejos, se puede establecer como una igualdad entre sus magnitudes y sus ángulos, es decir:

$$\angle e^{-sT} + \angle q_2(s) - \angle P(s) = \pi (2k+1) \quad ; \quad k=0,1,\dots \quad (6.28)$$

$$K \left| e^{-sT} \frac{q_2(s)}{P(s)} \right| = 1 \quad (6.29)$$

Puesto que nuestro interés es determinar el mínimo valor de K que hace que alguna raíz esté sobre el eje imaginario, se puede sustituir a la variable compleja s como:

$$s = \sigma + j\omega \quad \text{con } \sigma = 0$$

con esto las ecs. (6.28) y (6.29) quedan:

$$-\omega t + \sum_{i=1}^{n-1} \tan^{-1} \frac{\omega}{q_i} - \sum_{i=1}^n \tan^{-1} \frac{\omega}{p_i} = \pi \quad (6.30)$$

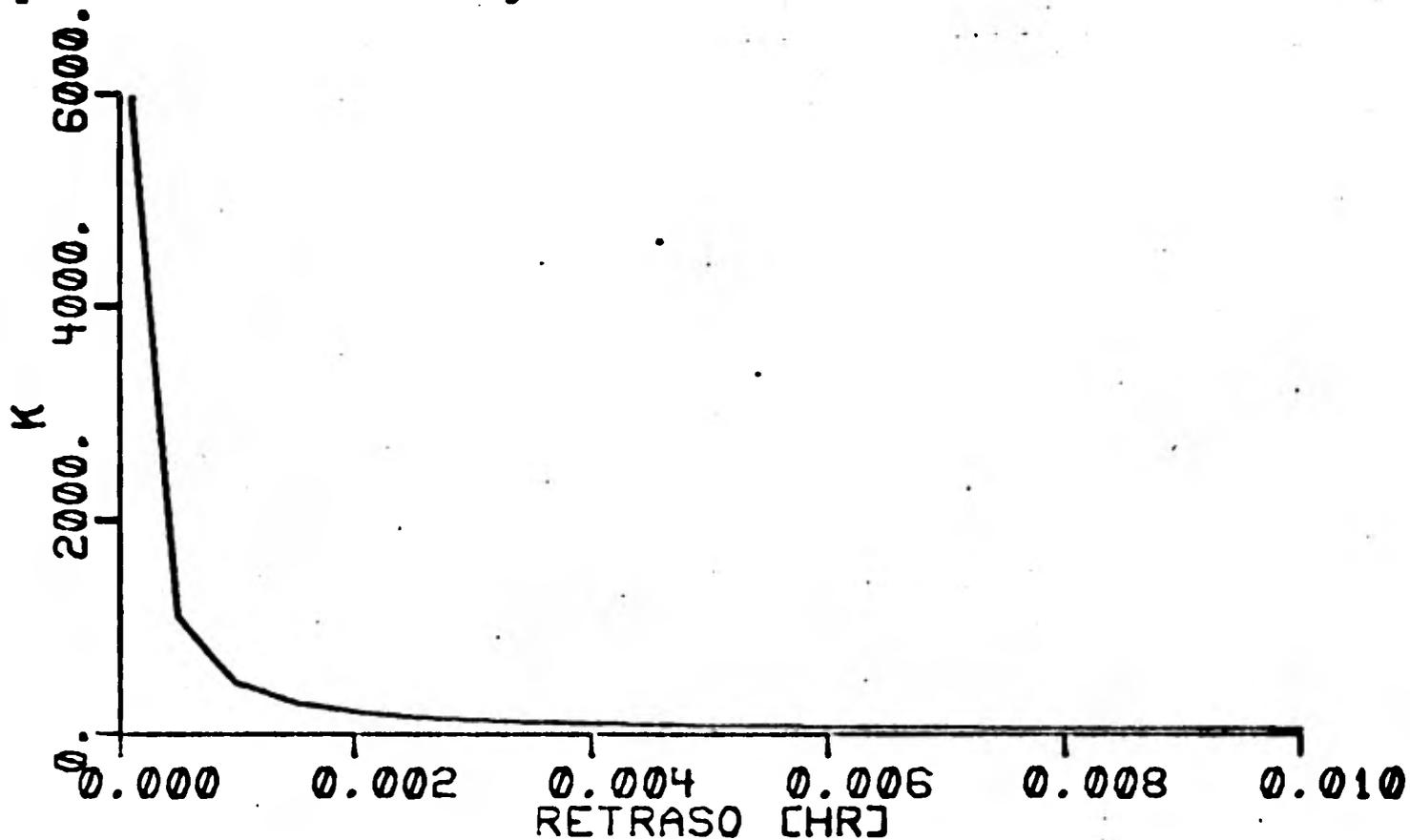
$$K = \frac{\prod_{i=1}^n (p_i^2 + \omega^2)}{G_q \prod_{i=1}^{n-1} (q_i^2 + \omega^2)} \quad (6.31)$$

donde n es el orden de $p(s)$, que para el colector, como se determinó en el capítulo 3 siempre es mayor en 1 que el de $q_2(s)$; G_q es el factor constante de $q_2(s)$ y p_i y q_i son las raíces de $p(s)$ y $q_2(s)$ respectivamente.

En la ec. (6.30) se eliminó el factor $(2k+1)$ que multiplicaba a π por que se puede demostrar que el mínimo valor de K buscado se presenta para $k=0$.

Como se puede apreciar, dado el valor del retraso T , con la ecuación (6.30) se determina el valor de ω por el que se presenta el cruce para el valor de K dado por la ecuación (6.31)

Debido a la dificultad presentada por la forma de la ecuación (6.30) se optó por resolverla numéricamente para el caso de un tramo para distintos valores del retraso T y encontrar los correspondientes valores de K , los que se muestran en la fig 6.18



En esta gráfica se puede apreciar que conforme aumenta el retraso el valor de K para inestabilidad disminuye, y además que los valores obtenidos con el modelo continuo, para un retraso del mismo valor, son muy parecidos a los encontrados con el modelo descrito.

7. ANALISIS DEL ABSORBEDOR CON ENVOLVENTE

7.1 Introducción

Se analizan en este capítulo los cambios en el comportamiento del co
lector producidos al añadir el tubo envolvente en el arreglo conside
rado hasta ahora.

En el planteamiento del nuevo modelo se hacen las siguientes suposi
ciones sobre el tubo envolvente:

- i) no hay conducción de calor a lo largo de él
- ii) en la dirección radial su temperatura es constante
- iii) sus propiedades térmicas son independientes de la temperatura
- iv) no hay conducción de calor a través de sus soportes

Además se supone que el espacio anular está al vacío, de manera que
no hay flujo de calor por convección entre los tubos.

La cantidad de radiación absorbida y reflejada en todo instante de tiempo por cada uno de los tubos es función de parámetros que dependen de la geometría del colector y de las propiedades térmicas de aquellos; la obtención de estos parámetros se hace en el apéndice A.

Se procederá a obtener directamente un modelo de parámetros concentrados mediante consideraciones similares a las hechas en el capítulo 2.

7.2 Modelo no lineal

7.2.1 Balance de energía del tubo envolvente

Se supone que el colector está dividido en N tramos de longitud Δx . En el balance se toman en cuenta los siguientes elementos:

a) Radiación solar absorbida

Siendo $Q_{sol}(t)$ la radiación solar que incide en el espejo, " a " la apertura del espejo y α_v la absortancia del vidrio, la radiación absorbida por un tramo de tubo de longitud Δx , por unidad de tiempo, es:

$$\alpha_v Q_{sol}(t) a \Delta x \quad (7.1)$$

b) Pérdidas de calor

i) Las pérdidas de calor por unidad de tiempo que cada tramo de tubo transfiere al medio ambiente están dadas por la expresión:

$$h_v S_2 (T_v - T_a) \Delta x \quad (7.2)$$

S_2 representa el perímetro exterior de un corte transversal del tubo envolvente, y h_v el coeficiente de convección entre el vidrio y el medio ambiente.

ii) Las pérdidas por radiación se calculan mediante la expresión:

$$\sigma \epsilon_v S_2 \{(T_v+273)^4 - T_s^4\} \Delta x \quad (7.3)$$

siendo ϵ_v la emitancia del vidrio.

c) Intercambio de calor entre absorbedor y envolvente:

El intercambio por radiación infrarroja entre los tubos está dado por:

$$\epsilon_o \sigma \{(T_c+273)^4 - (T_v+273)^4\} \quad (7.4)$$

ϵ es la emitancia equivalente para ambos tubos (calculada en el apéndice A).

Haciendo uso del principio de conservación de energía y considerando las expresiones 7.1 a 7.4, se obtiene:

$$m_v C_v \frac{d T_{vi}}{dt} = \alpha_v Q_{sol}(t) a \Delta x + \epsilon_o \sigma \{(T_{ci}+273)^4 - (T_{vi}+273)^4\} \Delta x - h_v S_2 (T_{vi} - T_a) \Delta x - \sigma \epsilon_v S_2 \{(T_{vi}+273)^4 - T_s^4\} \Delta x \quad (7.5)$$

donde m_v es la masa del tramo del tubo y C_v su calor específico; el coeficiente de convección h_v se determina mediante; { 4 }:

$$h_v = 4.9 + 3.67 V \quad (V \text{ en m/seg})$$

como parámetro base se fijó la velocidad del viento, V , en 5 m/seg, con lo cual:

$$h_v = 21.235 \quad \text{Kc/hr m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

7.2.2. Balance de energía para el tubo absorbedor

Se consideran aquí:

- a) La radiación absorbida. No toda la radiación solar que se refleja en el absorbedor se pierde hacia el exterior; una parte de ella es reflejada a su vez en la cara interior del tubo del vidrio; este fenómeno es considerado en el cálculo del producto absor-tancia-emis-tancia $\tau\alpha$ (Apéndice A) con el cual se determina la cantidad de radiación solar retenida por unidad de tiempo en un tramo de absorbedor de longitud Δx :

$$(\tau\alpha) Q_{\text{sol}}(t) a \Delta x$$

(7.6)

- b) Flujo de calor por convección hacia el fluido. El calor cedido por unidad de tiempo al fluido desde un tramo de tubo de longitud Δx y área interior $S_i \Delta x$ es:

$$S_i h_f (T_c - T_f) \Delta x$$

(7.7)

De las expresiones 7.4, 7.6 y 7.7 se obtiene:

$$m_c C_c \frac{d T_{ci}}{dt} = (\tau \alpha) Q_{sol}(t) a \Delta x + \epsilon_o \sigma \{ (T_{vi} + 273)^4 - (T_{ci} + 273)^4 \} - S_i h_f (T_{ci} - T_{Fi}) \Delta x \quad (7.8)$$

Para el fluido se tiene exactamente la misma ecuación que se obtuvo en el capítulo 2, para el colector sin envolvente:

$$m_F C_F \frac{d T_{Fi}}{dt} = S_i h_f \Delta x (T_{ci} - T_{Fi}) - \dot{m}_F C_F (T_{Fi} - T_{Fi-1}) \quad (7.9)$$

El sistema de ecuaciones resultante de 7.5, 7.8 y 7.9, para $i = 1, 2, \dots, N$, representa el modelo del colector que será empleado en éste análisis.

7.3 Modelo lineal

Los valores numéricos dados a los nuevos parámetros que aparecen en éste modelo son:

$$\begin{aligned} \rho_v &= 2723.04 \quad \text{kg/m}^3 \\ C_v &= 0.2 \quad \text{kc/kg } ^\circ\text{C} \\ D_1 &= 0.0655 \quad \text{m} \\ D_2 &= 0.0614 \quad \text{m} \\ \epsilon_v &= 0.94 \end{aligned}$$

Para simplificar el análisis se obtuvo un modelo lineal que será válido alrededor de un punto que representa el estado permanente del colector bajo las condiciones de operación:

$$Q_{sol}(t) = 500 \text{ W/m}^2$$

$$T_{FN} = 250^\circ\text{C}$$

$$T_e = 210^\circ\text{C}$$

Para calcular el flujo y las temperaturas de los tubos y del aceite de estado permanente correspondientes basta resolver las ecuaciones 7.5, 7.8 y 7.9 igualadas a cero; sustituidos los valores de los parámetros base se obtiene:

$$0 = 0.2124 Q_{sol}(t) + 0.1762 \times 10^{-8} \{ (T_{ci} + 273)^4 - (T_{vi} + 273)^4 \} - \\ - 19.6366 (T_{vi} - 20) - 0.424153 \times 10^{-7} \{ (T_{vi} + 273)^4 - T_s^4 \} \quad (7.10)$$

$$0 = 7.399 Q_{sol}(t) - (51.412 + 0.0132 \dot{m}^{0.8} T_{Fi})(T_{ci} - T_{Fi}) - 0.3624 \times 10^{-8} \\ \{ (T_{ci} + 273)^4 - (T_{vi} + 273)^4 \} \quad (7.11)$$

$$0 = (28.2687 + 7.269 \times 10^{-3} \dot{m}^{0.8} T_{Fi})(T_{ci} - T_{Fi}) - \frac{2.5404}{\Delta x} \dot{m} (T_{Fi} - T_{Fi-1}) \quad (7.12)$$

que representa un sistema de $3N$ ecuaciones con $3N$ incógnitas: \dot{m} , T_{vi} , T_{ci} ($i = 1, 2, \dots, N$) y T_{Fi} ($i = 1, 2, \dots, N-1$); recuérdese que la temperatura de salida deseada T_{FN} se fija como parte de las condiciones de operación.

De la misma forma que para el caso sin envolvente se calculó el flujo del punto de operación para $N = 6$, que resultó ser de 500 kg/hr para tener 250°C en el aceite a la salida, y con éste valor se calcularon las temperaturas de estado estable para $N = 1$ y $N = 2$; los resultados se muestran en la tabla 7.1.

N	T_{v1}	T_{c1}	T_{F1}	T_{v2}	T_{c2}	T_{F2}
1	42.5	270.64	249.85	-	-	-
2	41.64	252.45	230.03	42.519	270.73	249.95

Tabla 7.1 Temperatura de estado estable

Como se aprecia, el error en la temperatura de salida, al fijar el flujo en el valor calculado con $N = 6$, es despreciable.

Las matrices A y B de los modelos lineales resultantes son:

(El vector de estados es: $T_{v1} \ T_{c1} \ T_{F1} \ T_{v2} \ \dots \ T_{vn} \ T_{cn} \ T_{Fn} \ T$)

i) para un tramo ($N = 1$)

MATRIZ A

25.187	1.133	0.000
0.455	-528.416	438.314
0.000	290.294	-374.346

MATRIZ B

0.212	0.000	0.000
7.400	-15.849	0.000
0.000	-17.152	105.851

ii) para dos tramos (N = 2)

MATRIZ A

-25.141	1.023	0.000	0.000	0.000	0.000
0.452	-490.601	447.387	0.000	0.000	0.000
0.000	269.503	-457.694	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	-25.187	1.133	0.000
0.000	0.000	0.000	0.455	-528.594	488.496
0.000	0.000	211.702	0.000	290.394	-480.297

MATRIZ B

0.212	0.000	0.000
7.400	-15.739	0.000
0.000	-17.134	211.702
0.212	0.000	0.000
7.400	-15.855	0.000
0.000	-17.152	0.000

7.4 Respuesta en frecuencia

A partir del modelo lineal se obtiene la matriz de transferencia $H(s)$ que tiene la siguiente forma:

$$H(s) = \begin{bmatrix} H_1(s) & H_2(s) & H_3(s) \end{bmatrix}$$

donde $H_i(s)$, $i = 1, 2, 3$ son las funciones de transferencia para Q_{sol} , m y T_e respectivamente y son:

1) para $N = 1$

$$\begin{aligned} H_1(s) &= \frac{2148.1 (s+25.2)}{(s+25.2)(s+67.1)(s+853.6)} \\ H_2(s) &= \frac{-17.2(s+25.2)(s+796.6)}{(s+25.2)(s+67.1)(s+853.6)} \\ H_3(s) &= \frac{105.8(s+25.2)(s+528.414)}{(s+25.2)(s+67.1)(s+853.6)} \end{aligned} \quad (7.13)$$

ii) para $N = 2$

$$\begin{aligned} H_1(s) &= \frac{2148.9}{\Delta} (s+25.18)(s+25.15)(s+226.2)(s+918.4) \\ H_2(s) &= \frac{-17.17}{\Delta} (s+25.15)(s+25.18)(s+223.4)(s+763.3)(s+970.3) \\ H_3(s) &= \frac{11204.4}{\Delta} (s+25.14)(s+25.18)(s+490.6)(s+528.6) \end{aligned} \quad (7.14)$$

siendo $\Delta = (s+25.14)(s+126.5)(s+821.7)(s+25.18)(s+127.03)(s+881.9)$

Se observa en estas funciones de transferencia que hay una cancelación entre un polo y un cero para $N=1$ y entre dos polos y dos ceros para $N=2$; esto significa que puede encontrarse, aunque no se hará aquí, un modelo equivalente al planteado pero de menor orden (como se muestra en {9} y {10}, no considerando el efecto dinámico del tubo envolvente)

La respuesta en frecuencia, representada en diagramas de Bode, para cada una de las entradas se muestra en las figuras 7.2 a 7.4 para los casos

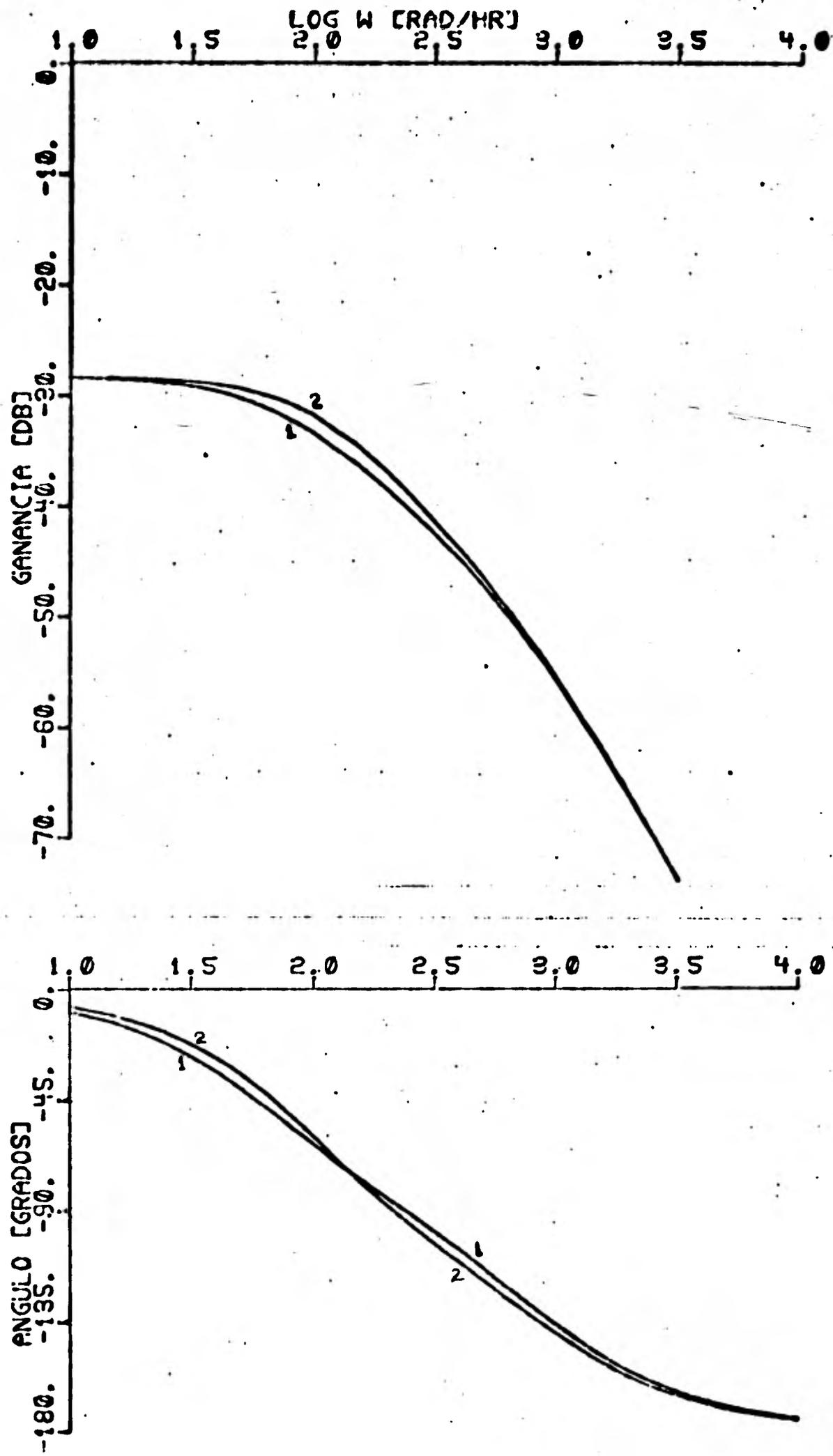


Fig 7.2 Diagramas de Bode para la función de transferencia $T_F(s)/Q(s)$.

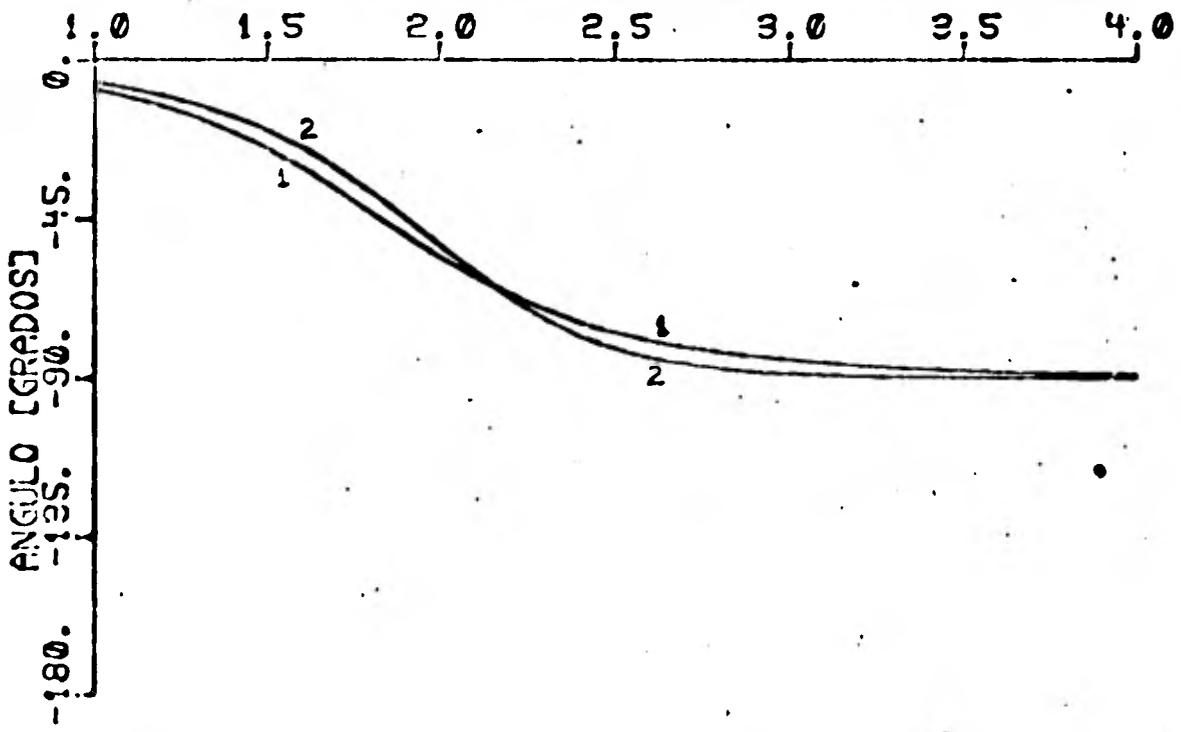
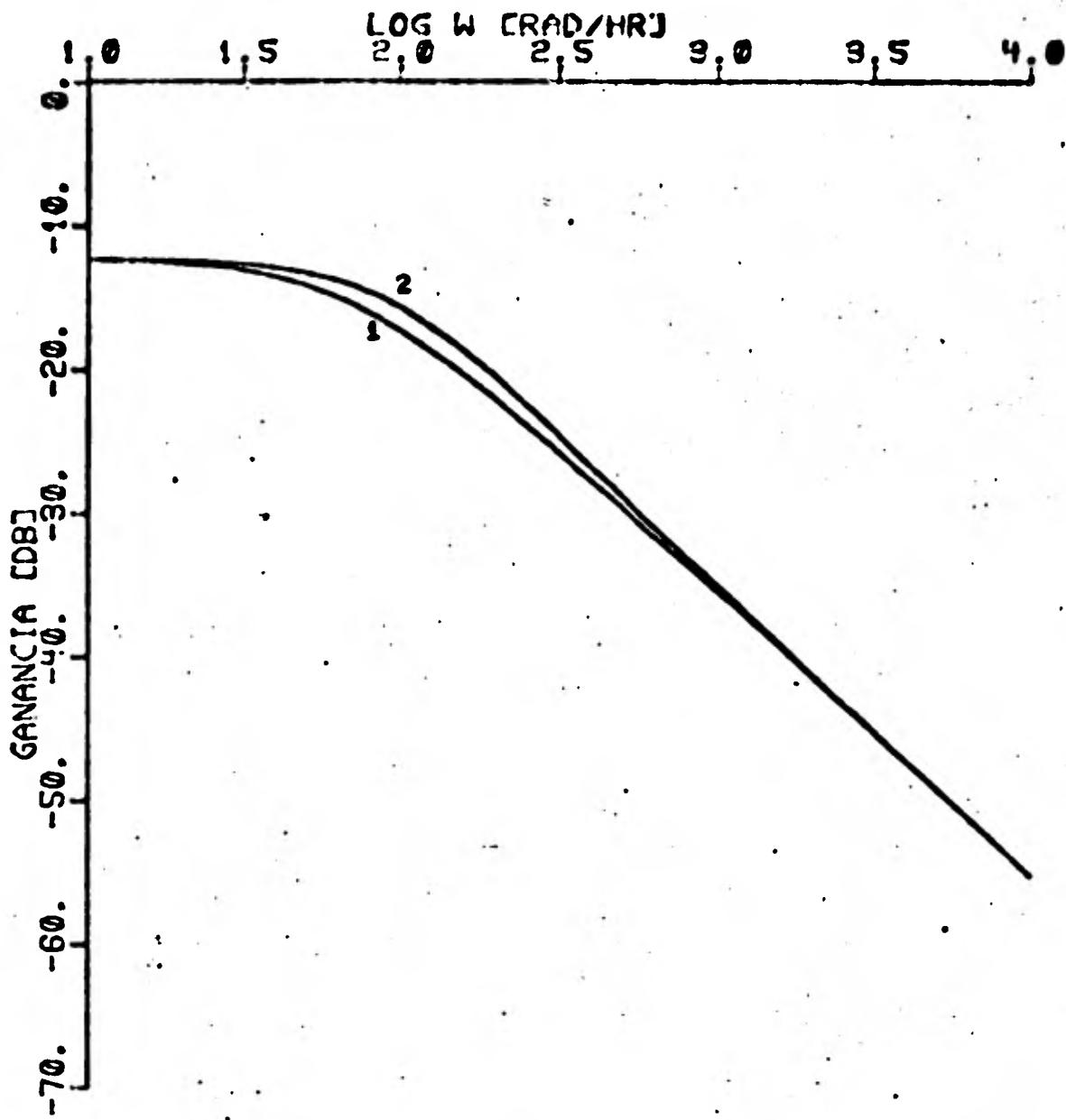


Fig 7.3 Diagramas de Bode para la función de transferencia $T_f(s)/h(s)$.

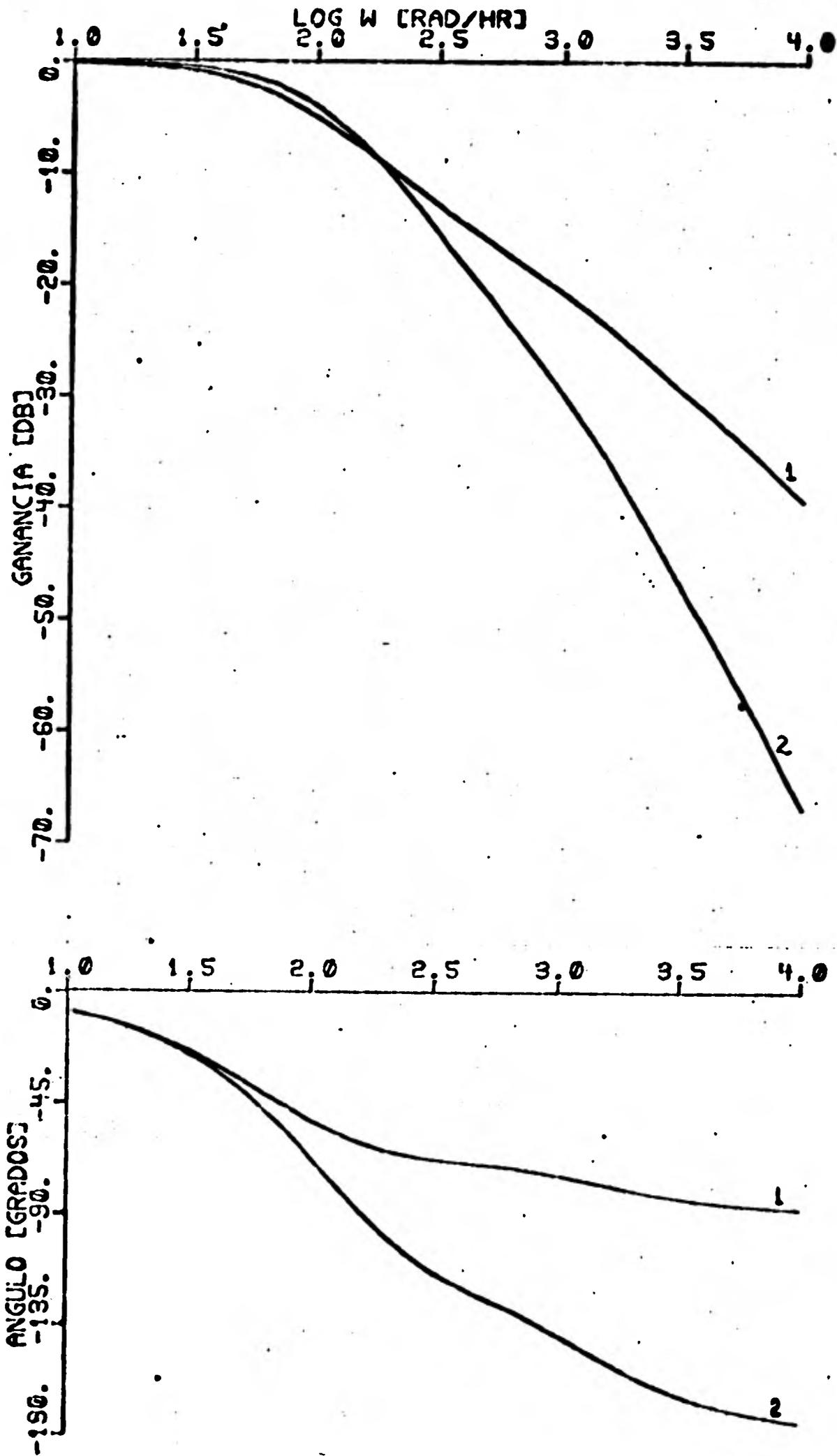


Fig 7.4 Diagramas de Bode para la función de transferencia $T_F(s)/T_0(s)$.

en que $N = 1$ y $N = 2$, en estos diagramas se observa que:

- a) Para frecuencias menores de 20 rad/hr la ganancia respecto a la temperatura de entrada es prácticamente uno, esto significa que toda perturbación se propaga, casi sin alteración, hasta la salida y se debe a que el absorbedor está prácticamente aislado del medio ambiente; la fase de la respuesta para éstas frecuencias está alrededor de -30° (94.24 segundos). Comparando las figuras 4.3 y 7.4 se observa que, tanto la ganancia como el ancho de banda del colector con envolvente son mayores que en el colector sin envolvente, siendo el valor de la fase muy semejante en ambos casos para las frecuencias consideradas.
- b) En la figura 7.2, donde se tiene la radiación como entrada, se observa que aquí también el ancho de banda tiende a aumentar con el número de tramos considerados. Con respecto a la ganancia del colector sin envolvente hay una disminución de 4.5 db para frecuencias menores de 20 rad/hr; en ambos casos la síntota para altas frecuencias, $\omega > 1000$ rad/hr, es de -40 db/década y para la fase es una recta horizontal en -180° .
- c) En el caso de ser el flujo másico la entrada, figura 7.3, la ganancia es mayor que la del colector sin envolvente, para frecuencias menores de 25 rad/hr esta diferencia es de aproximadamente 4.4 db. En el ancho de banda hay también un incremento.

Al añadir el tubo envolvente la salida se hace mas sensible a los cambios en la temperatura de entrada y en el flujo, mientras que la afectan menos los cambios en la radiación solar. Estos incrementos en la ganancia, con el flujo y la temperatura de entrada, serán mejores cuando el espacio anular formado por los tubos este ocupado por un gas.

7.5 Realimentación

El esquema de control planteado para el colector sin envolvente es igual al analizado en el capítulo 5; en la figura 7.5 se muestra un diagrama de este esquema.

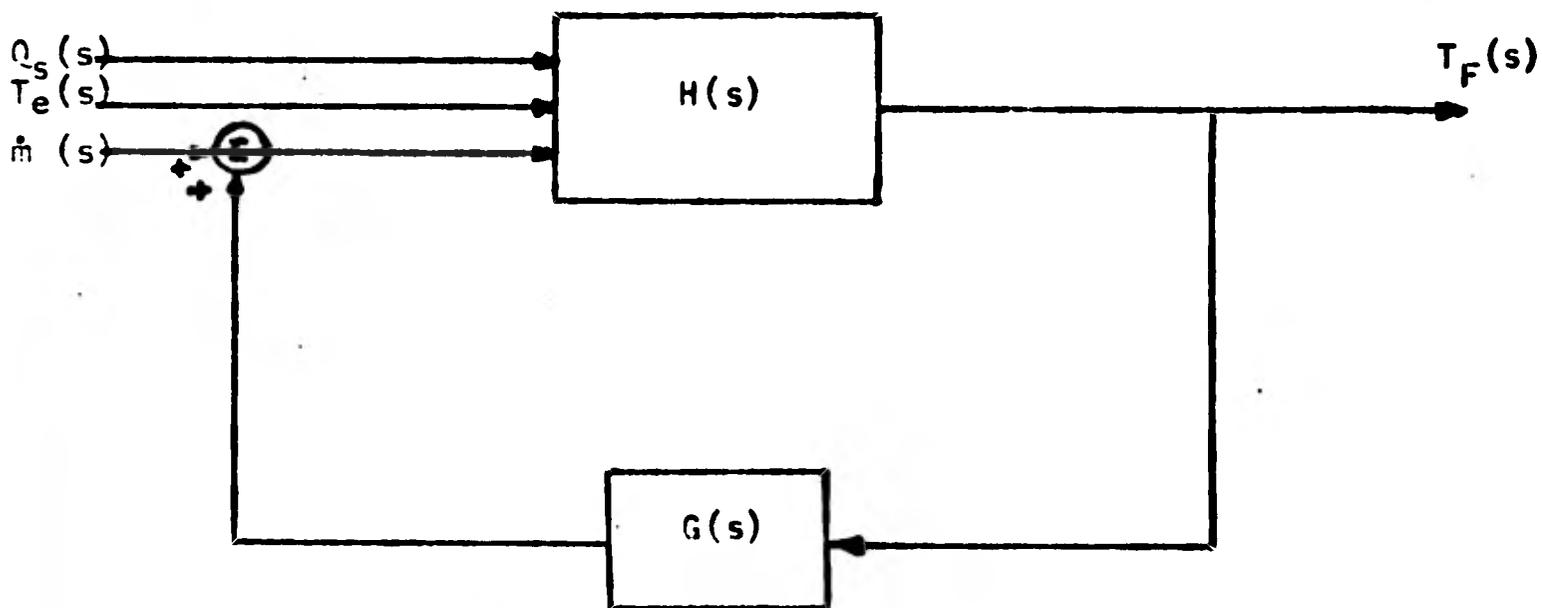


Fig 7.5 Esquema de control utilizado para regular la temperatura T_{FN} .

Se considera el caso de realimentación proporcional e inicialmente se su
pone que no hay retraso de tiempo en la realimentación.

Siendo $G(s) = K$, la función de transferencia para malla cerrada, $\tilde{H}(s)$, es:

$$\tilde{H}(s) = \left[\frac{H_1}{1 - KH_2} \quad \frac{H_2}{1 - KH_2} \quad \frac{H_3}{1 - KH_3} \right] \quad (7.15)$$

donde $H_i = \frac{q_i(s)}{P(s)}$; $i = 1, 2, 3$ son las funciones de transferencia de malla
abierta; sustituyéndolas en (7.15) tenemos:

i) para un tramo:

$$\tilde{H}_1(s) = \frac{2148.1}{\Delta_1} (s+25.2)$$

$$\tilde{H}_2(s) = \frac{-17.2}{\Delta_1} (s+25.2)(s+796.6)$$

$$\tilde{H}_3(s) = \frac{105.8}{\Delta_1} (s+25.2)(s+528.4)$$

donde $\Delta_1 = (s+25.2)(s+67.1)(s+853.6) + 17.7K(s+25.2)(s+796.6)$

ii) para dos tramos:

$$\tilde{H}_1(s) = \frac{2148.9}{\Delta_2} (s+25.15)(s+25.18)(s+226.2)(s+918.4)$$

$$\tilde{H}_2(s) = \frac{-17.17}{\Delta_2} (s+25.15)(s+25.18)(s+223.4)(s+763.3)(s+970.3)$$

$$\tilde{H}_3(s) = \frac{1204.4}{\Delta_2} (s+25.14)(s+25.18)(s+528.6)$$

siendo $\Delta_2 = (s+25.14)(s+126.5)(s+821.7)(s+25.18)(s+1271)(s+881.9) +$
 $+ 17.17K(s+25.15)(s+25.18)(s+223.4)(s+763.3)(s+970.3)$

En las figuras 7.6 y 7.7 se muestran los lugares geométricos de los polos del sistema de malla cerrada. En ambos diagramas se observa que la parte real de los polos es siempre negativa, por lo que el sistema será estable para cualquier valor de la ganancia de realimentación. Dado que los polos para el caso en el que considera en el modelo un solo tramo - (figura 7.6) son siempre reales, la respuesta a un escalón en cualquier entrada que se obtenga con este modelo no presentará oscilaciones; - se tendrá aquí por lo tanto un mejor control, comparado con el del colector sin envolvente para el cual se tienen polos complejos (figura - 5.3) y por lo tanto oscilaciones en la respuesta a un escalón.

En el lugar de raíces en que $N = 2$ (figura 7.7) se tienen polos complejos con parte imaginaria no mayor, en valor absoluto, de 55 mientras que en el lugar de raíces del caso sin envolvente, para el mismo número de tramos dicho valor absoluto alcanza un valor máximo de 562.8, por tanto las oscilaciones en la respuesta a un escalón del colector - con envolvente tendrán, en general, una frecuencia menor que la respuesta del colector sin envolvente, para un valor de la ganancia de realimentación dado.

7.6 Retraso en la malla de realimentación

Se estudiará ahora el efecto en el comportamiento del colector producido por la inclusión de un retraso en la realimentación.

Se planteará aquí también un modelo lineal discreto en el tiempo, para analizar la estabilidad del sistema bajo diferentes valores de la ganancia.

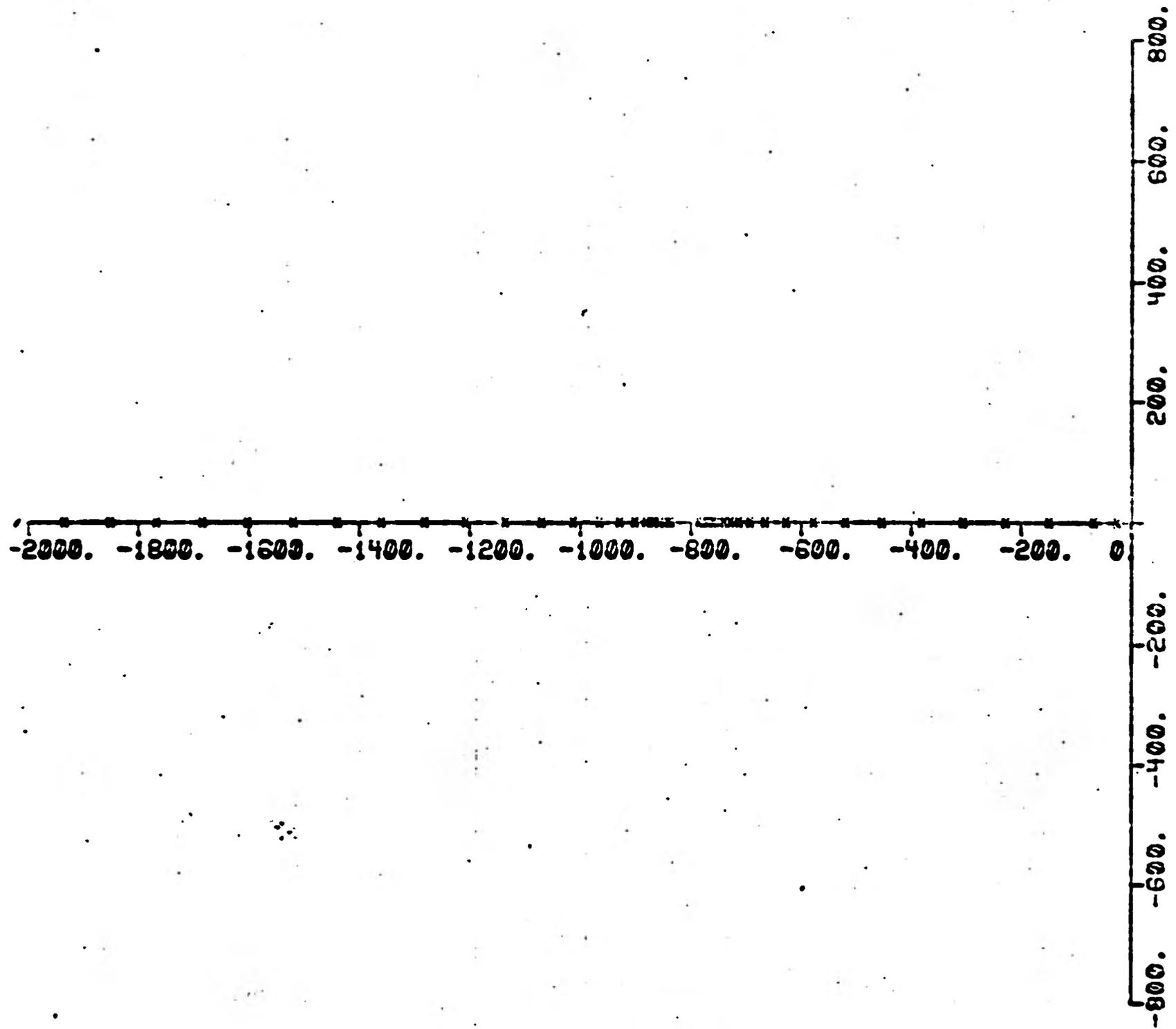


Fig 7.6 Lugar geométrico de las raíces del denominador de la función de transferencia de malla cerrada, considerando $N = 1$.

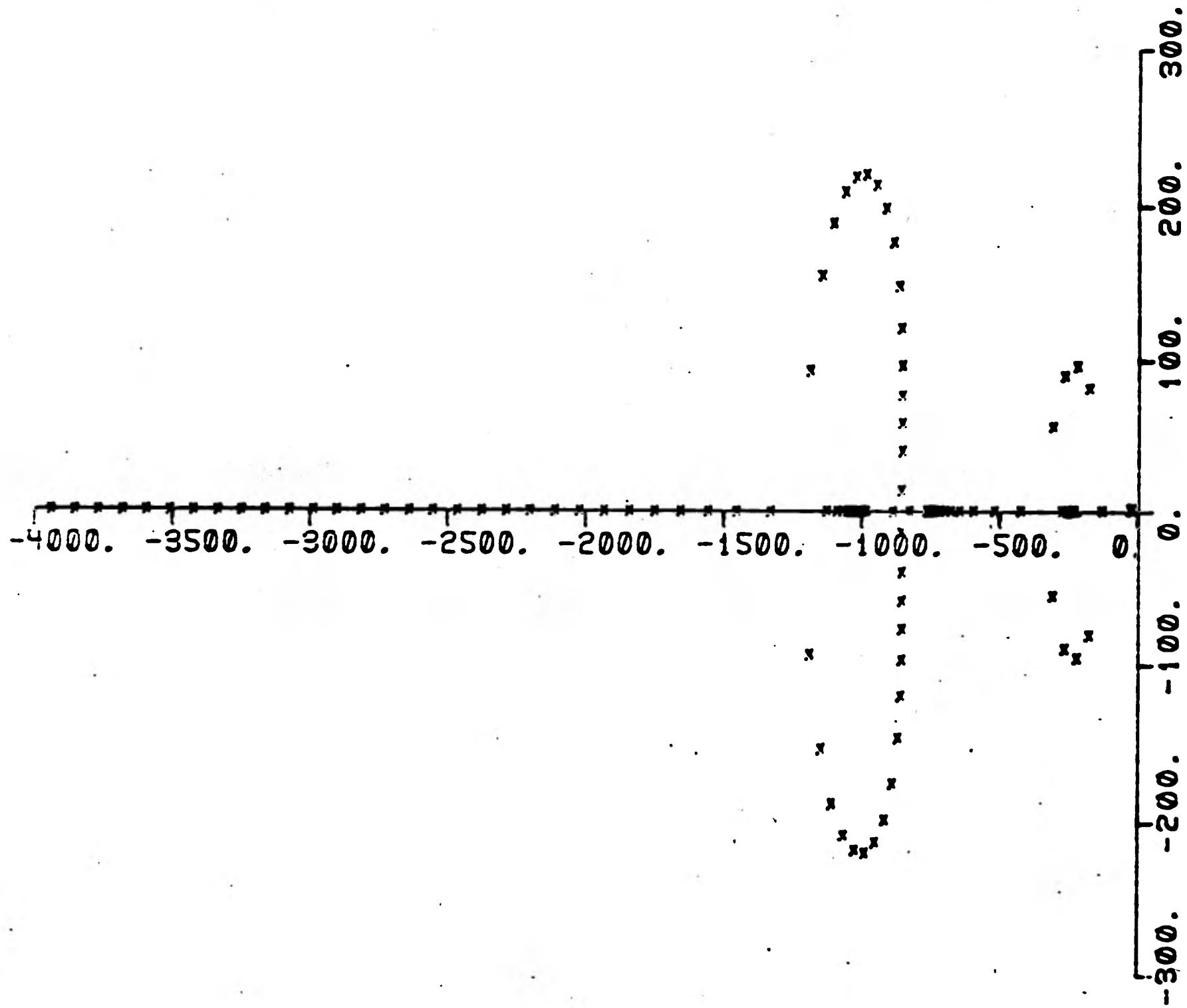


Fig 7.7 Lugar geométrico de las raíces del denominador de la función de transferencia de malla cerrada, considerando $N = 2$.

cia de realimentación y diferentes retrasos.

El modelo del colector en variables de estado tiene la forma:

$$\begin{aligned} x((k+1)T) &= \tilde{A}(T) x(kT) + \tilde{B}(T) u(kT) \\ y(kT) &= C x(kT) \end{aligned} \quad (7.17)$$

Las matrices $\tilde{A}(t)$ y $\tilde{B}(T)$ se obtienen a partir de las ecuaciones (6.10) y (6.11) dadas en el capítulo 6, en donde las matrices A y B pertenecen al modelo continuo.

Haciendo el período de muestreo $T = 0.001$ horas, y tomando para \tilde{A} 10 términos de la serie y para \tilde{B} tres, se obtiene:

con $N = 1$:

MATRIZ \tilde{A}

0.97513E 0	0.88664E -3	0.20638E -3
0.35644E -3	0.63408E 0	0.31864E 0
0.49323E -4	0.18943E 0	0.73460E 0

MATRIZ \tilde{B}

0.21400E -3	-0.89755E -5	0.00000E 0
0.54447E -2	-0.15849E -1	0.25844E -1
0.10740E -2	-0.16242E -1	0.86038E -1

Del modelo dado en ecuaciones en diferencias (ecuaciones 7.17), se obtiene, aplicando la transformada Z:

$$X(Z) = \{ZI - \tilde{A}\}^{-1} ZX(0) + \{ZI - \tilde{A}\}^{-1} \tilde{B}U(Z) \quad (7.18)$$

$$Y(Z) = CX(Z)$$

de donde la función de transferencia que se obtiene con $X(0) = 0$ es:

$$H(Z) = C\{ZI - \tilde{A}\}^{-1} \tilde{B}$$

y de las matrices \tilde{A} y \tilde{B} dadas anteriormente para el caso en que $N = 1$ y siendo

$$C = \{0 \ 0 \ 1\}$$

las funciones de transferencia para las tres entradas: Q , \dot{m} y T_e son respectivamente

$$\begin{aligned} H_1(Z) &= \frac{0.107 \times 10^{-2}}{\Delta} (Z+0.326)(Z-0.975) \\ H_2(Z) &= \frac{-0.0162}{\Delta} (Z-0.975)(Z-0.449) \\ H_3(Z) &= \frac{0.086}{\Delta} (Z-0.577)(Z-0.975) \end{aligned} \quad (7.19)$$

siendo

$$\Delta = (Z-0.975)(Z-0.935)(Z-0.433)$$

Se analiza aquí el mismo esquema de control que se planteó en el capítulo anterior.

La temperatura de salida, expresada en términos de la función de transferencia de malla cerrada queda como:

$$T_{FN}(Z) = \begin{bmatrix} \frac{H_1}{1-GH_2} & \frac{H_2}{1-GH_2} & \frac{H_3}{1-GH_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{sol} \\ \dot{m} \\ T_e \end{bmatrix} \quad (7.20)$$

En donde H_1 , H_2 y H_3 están dadas en las expresiones (7.17) y la función de transferencia del bloque de realimentación por:

$$G(Z) = KZ^{-m} \quad (7.21)$$

siendo m el número de intervalos de tiempo T que se retrasa la señal realimentada y K la ganancia, constante, en este bloque.

Expresando $H_i = \frac{q_i(z)}{p(z)}$; $i = 1, 2, 3$ la ecuación (7.20) se puede escribir como:

$$T_{FN}(Z) = \begin{bmatrix} \frac{Z^m q_1(Z)}{Z^m p(Z) - Kq_2(Z)} & \frac{Z^m q_2(Z)}{Z^m p(Z) - Kq_2(Z)} & \frac{Z^m q_3(Z)}{Z^m p(Z) - Kq_2(Z)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{sol} \\ \dot{m} \\ T_e \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

Se obtuvo el lugar geométrico de las raíces del denominador de esta función de transferencia para tres valores del retraso: $m = 0, 18$ y 36 segundos; en las figuras 7.8, 7.9 y 7.10 se muestran los respectivos diagramas, en los que se consideró sólo el caso de un tramo.

De igual manera que para el colector sin envolvente existen aquí valores de la ganancia K con los cuales la respuesta se vuelve inestable; los valores mínimos para cada uno de los retrasos considerados son:

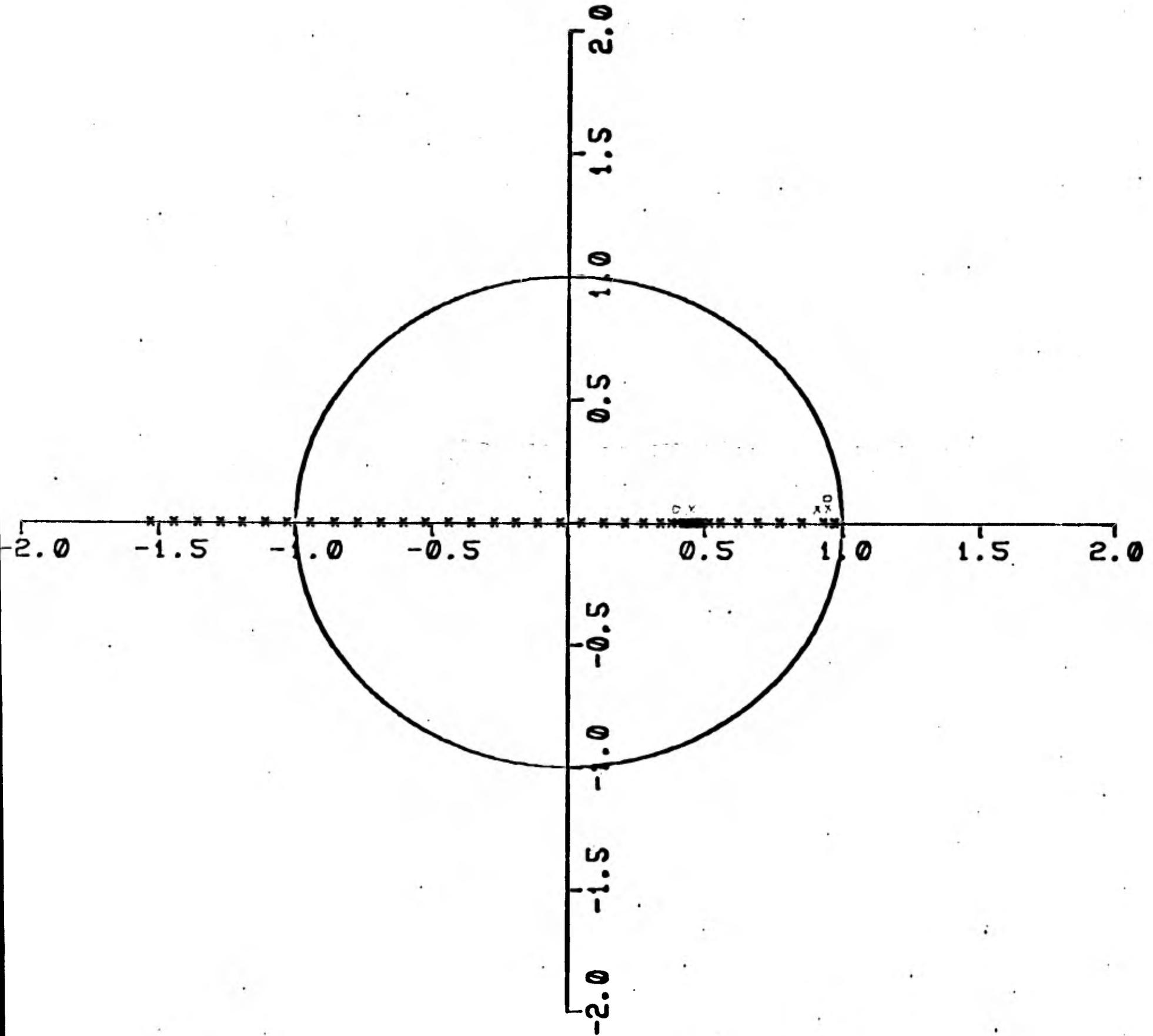


Fig 7.8 Lugar geométrico de las raíces considerando un retraso $m = 0$ seg.

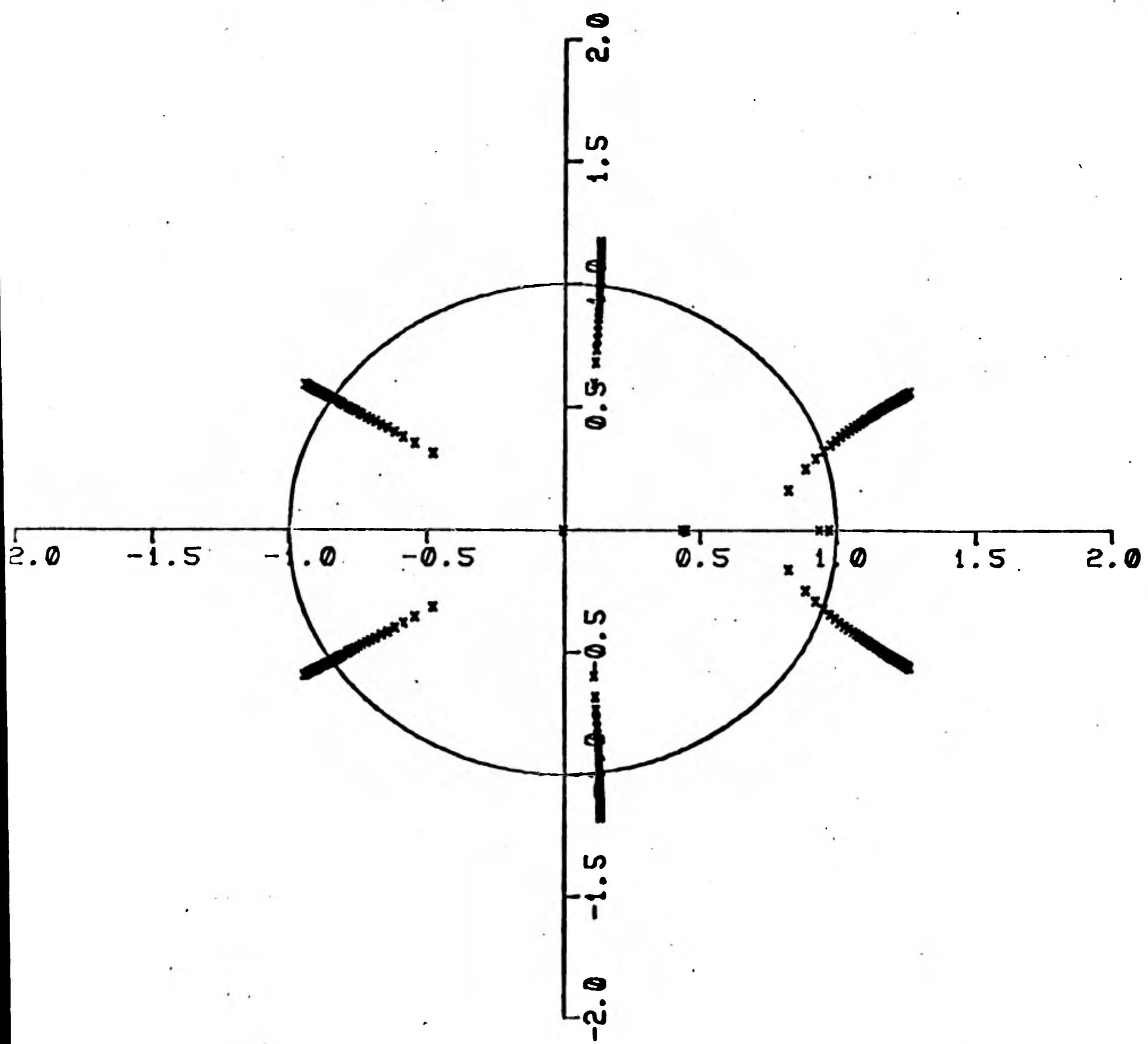


Fig 7.9 Lugar geométrico de las raíces considerando un retraso $m = 18$ seg.

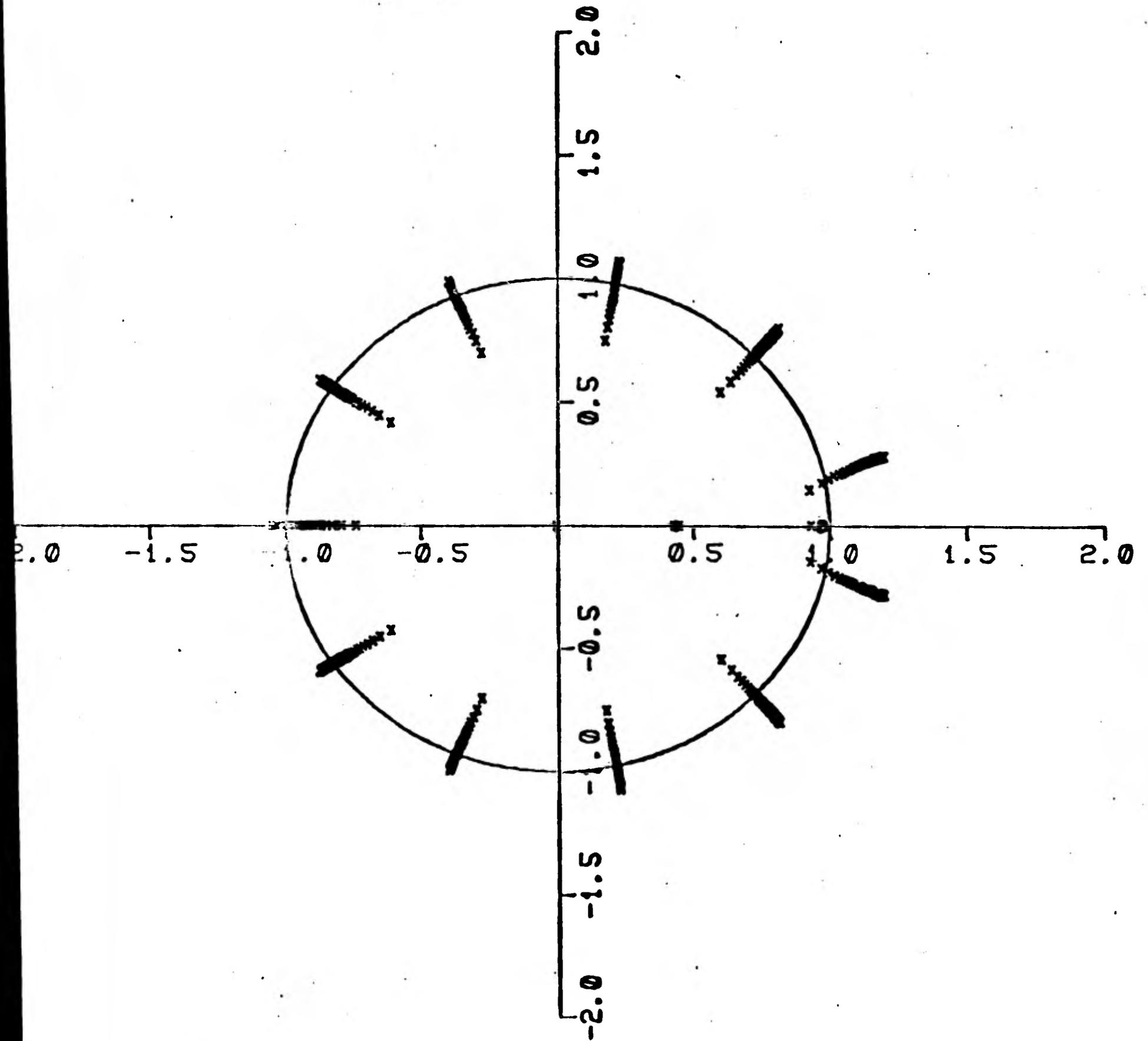


Fig 7.10 Lugar geométrico de las raíces considerando un retraso $m = 36$ seg.

m	0	18	38
K	117,9	20,2	12

Tabla 7.2 Valores de K que hacen inestable al sistema.

El hecho de que aún con $m = 0$ la respuesta llegue a ser inestable se debe seguramente al valor del período de muestreo, $T = 3.6$ seg; al hacerlo menor el valor de K mínimo para conservar la estabilidad debe aumentar.

También en este caso, a medida que el retraso es mayor el valor de la ganancia K, con el que hay inestabilidad, es menor. Comparando estos valores con los obtenidos con el colector sin envolvente (tabla 6.1) se observa que aquellos son mucho mayores que los mostrados en la tabla 7.2. Dado que la propia ganancia del sistema con respecto al flujo es aquí mayor, los valores de la realimentación utilizados para controlar la temperatura ante variaciones en la radiación deberán ser menores que los usados en el caso sin envolvente, aunque no puede decirse lo mismo con respecto a las perturbaciones en la temperatura de entrada.

8. CONCLUSIONES

En el modelado del colector se consideraron dos casos, uno cuando no está presente el tubo envolvente y otro cuando si se le considera. Para ambos casos se obtuvo un modelo dinámico no lineal de parámetros - concentrados sin considerar defectos optico-geométricos del espejo ni errores de seguimiento.

El modelo del primer caso se tomó como base y a partir de él se hace - todo el desarrollo posterior, mientras que para el modelo con envolvente, si bien se repiten la mayoría de los análisis, esto solo se ha - ce brevemente y como una introducción a trabajos posteriores.

Por esta razón en la primera parte de este capítulo se hablará única - mente sobre los resultados obtenidos con el modelo sin envolvente y - posteriormente se hablará del modelo con envolvente estableciendo la - comparación entre los dos casos.

8.1 Modelo sin envolvente

- 1) A partir de un modelo no lineal de parámetros distribuidos se obtuvo uno no lineal de parámetros concentrados considerando que el absorbedor puede dividirse en tramos de longitud Δx en los que las propiedades, tanto del tubo como del fluido, no varían con la distancia, solo con el tiempo, y se encontró que la conducción de calor en sentido longitudinal entre tramos puede despreciarse
- 2) Para este modelo, y puesto que solo se analiza el comportamiento del colector suponiendo que se encuentra en operación establecida, es decir, está en el punto de operación de diseño y se desea que permanezca en él, se hace una linealización alrededor de dicho punto
- 3) Para justificar la validez de la linealización se hizo una comparación entre el modelo no lineal de parámetros concentrados y el modelo linealizado mediante simulaciones en computadora digital, tanto en malla abierta como una malla cerrada con realimentación proporcional, aplicando a ambos señales de entrada escalón y trenes de pulsos de frecuencia pseudoaleatoria. De los resultados de tal comparación se puede decir que:
 - 1) En malla abierta, si las variaciones en las entradas están comprendidas en una banda de $\pm 10\%$ del valor nominal la diferencia entre las respuestas de los dos modelos es despreciable

- ii) En malla cerrada solo para valores altos de la ganancia de realimentación (que llegaron a significar cambios en el flujo hasta de $\pm 80\%$ del valor nominal) hay una diferencia apreciable entre las respuestas de los dos modelos por lo que la aproximación lineal es válida en un intervalo grande alrededor del punto de operación.
- 4) Para los dos modelos (lineal y no lineal), de las simulaciones mencionadas en el punto anterior se puede decir que:
- i) Las variaciones en la temperatura de entrada se reflejan en mayor proporción en la salida que las variaciones en el flujo o la radiación
 - ii) Las variaciones en la temperatura del fluido a la salida son mayores que las de la temperatura del tubo al variar la temperatura de entrada del aceite y lo contrario ocurre al variar el flujo másico o la radiación solar.
- 5) Para el modelo lineal se hizo un análisis de la respuesta en frecuencia utilizando diagramas de Bode, en malla abierta y malla cerrada, obtenidos considerando por separado cada una de las entradas. De los resultados de dicho análisis se puede resumir lo siguiente:
- i) El absorbedor se comporta como un filtro pasa-bajas para las tres entradas con una frecuencia de corte semejante
 - ii) Variaciones en las entradas de frecuencia del orden de 500 rad/

hr o mayores producen un efecto despreciable en la salida

- iv) La curva de fase respecto a la temperatura de entrada disminuye 90° para muy altas frecuencias con cada tramo que se agrega al modelo; para la radiación solar y el flujo es asintótica a -180° y -90° respectivamente para cualquier número de tramos
 - v) En malla abierta, las curvas de magnitud para distinto número de tramos presentan mayor diferencia en la zona de frecuencias medias ($30 \text{ rad/hr} < \omega < 315 \text{ rad/hr}$).
 - vi) En malla cerrada, al aumentar la ganancia de realimentación disminuye la ganancia del sistema para frecuencias bajas (menores a la de corte).
- 6) Para el sistema en malla cerrada se obtuvo el lugar geométrico de los polos (al aumentar el valor de K (ganancia de realimentación)) para 1, 2 y 3 tramos. Del análisis de esas gráficas se puede decir que:
- i) El sistema es estable para todo valor de K
 - ii) Al considerar mas de un tramo en el modelo, se tienen polos complejos prácticamente para todo valor de K mayor que cero y además uno de los polos permanece siempre relativamente cerca del eje imaginario.

- 7) Al hacer las simulaciones mencionadas en el punto 3 y al obtener la respuesta en frecuencia, se consideraron distinto número de tramos en el modelo para determinar cuál es el adecuado para representar al absorbedor. Evidentemente, a mayor número de tramos, mejor será la aproximación al modelo de parámetros distribuidos, lineal o no lineal, pero aumentar el orden del modelo significa aumentar el esfuerzo y tiempo necesarios para manipularlo, además de que debe recordarse que el colector es solo un elemento del sistema y que aún considerar un modelo de primer orden para cada colector haría excesivamente grande el modelo global del sistema por lo que eventualmente deberá plantearse un modelo de bajo orden para todo el campo de colectores. Ahora bien, para efectos del análisis del colector aislado del sistema, y en vista de los resultados obtenidos, se considera que tomar dos o tres tramos como máximo es adecuado para tener una buena aproximación y que los errores cometidos sean despreciables con respecto a utilizar el modelo de parámetros distribuidos.
- 8) Se analizó el comportamiento del colector cuando se presenta un retrazo ideal en la malla de realimentación, utilizando para ello un modelo discreto en el tiempo. Este análisis se hizo utilizando el lugar geométrico de los polos al variar la ganancia de realimentación y mediante simulaciones considerando retrasos de 18 y 36 segundos, que se considera son mayores que los que se podrían esperar en la práctica. De los resultados obtenidos se puede resumir lo siguiente:

- i) Al considerar el modelo discreto, existe un valor de la ganancia de realimentación que hace inestable el sistema aún sin retraso, y este valor disminuye al aumentar el retraso o al aumentar el número de tramos considerados
 - ii) Al considerar el retraso de 18 segundos y con una ganancia de realimentación semejante, la respuesta del modelo discreto es muy distinta a la del modelo continuo, especialmente en el tiempo de asentamiento de la respuesta a escalón.
- 9) En algunas de las simulaciones hechas para malla cerrada se graficaron las señales de flujo resultantes y, para todos los casos, debido a la magnitud de los cambios así como la frecuencia de ocurren-cia de los mismos, difícilmente se podrían lograr en la práctica. Para solucionar esto se deberán estudiar esquemas de control alter-nativos que permitan mantener el flujo constante durante períodos más largos que el usado en estas simulaciones.

8.2 Modelo con envolvente

- 1) En forma análoga al caso sin envolvente se obtiene un modelo no li-neal de parámetros concentrados que posteriormente se linealiza al-rededor del mismo punto de operación
- 2) Para el modelo lineal se obtuvo la respuesta en frecuencia utilizan-do la técnica de los diagramas de Bode para 1 y 2 tramos y de los resultados de tal análisis se tiene que:

- i) La ganancia con respecto a la temperatura de entrada y el flujo se incrementa considerablemente
 - ii) Para altas frecuencias las curvas de ganancia y fase tienen las mismas asíntotas que el modelo sin envolvente
 - iii) La frecuencia de corte se mantiene con respecto al caso sin envolvente
- 3) Se planteó un esquema de control proporcional y se obtuvieron los lugares geométricos de los polos para uno y dos tramos en el modelo; del análisis de esas gráficas se obtuvo lo siguiente:
- i) Para un tramo, no se llegan a presentar, para ningún valor de K , polos complejos lo que significa que no habrá oscilaciones en la respuesta a escalón
 - ii) Para dos tramos si se llegan a tener polos complejos que produzcan oscilaciones en la respuesta a escalón pero su frecuencia será, en general, mucho menor que para el caso sin envolvente.
- 4) Al introducir el retraso en la malla de realimentación se obtuvieron lugares geométricos para el modelo de 1 tramo y con 3 valores del retraso, los resultados obtenidos muestran que:
- i) Con el aumento del retraso el valor de la ganancia de realimentación con la que se hace inestable el sistema, disminuye

ye

- ii) Los valores de la ganancia de realimentación obtenidos para cada uno de los retrasos son mucho menores que los valores respectivos obtenidos con el colector sin envolvente.

9. REFERENCIAS

- {1} Almanza, S.R., et al "Sistema Generador Solar. Informe de actividades enero-julio de 1979. Vol I: Subsistema Solar"; Elaborado para SEPAFIN. Instituto de Ingeniería (Proyectos 9048 y 9083). Enero, 1980. Partes I y II
- {2} Fernández J.L., et al "Sistema Generador Solar. Informe de actividades realizadas en 1979. Vol II: Subsistema Termodinámico"; elaborado para SEPAFIN. Instituto de Ingeniería (Proyectos 9058 y 9170). Enero, 1980
- {3} Alonso A, et al "Subsistema de Control del generador solar. Modelos y simulación de un absorbedor"; elaborado para SEPAFIN. Instituto de Ingeniería (Proyecto 9133). Febrero, 1981
- {4} Duffie A.J., Beckmann A.W. "Solar Energy Thermal Processes". John Wiley & Sons. New York 1974, 366 págs.
- {5} Mc Adams W.H., "Transmisión de Calor", Mc Graw Hill. México 1978, 537 págs.
- {6} Kreith F, Kreider J.F. "Principles of Solar Engineering". Hemisphere Publishing Corporation. Washington-London, 1978. 778 págs.
- {7} Fernández J.L, et al "Sistema Generador Solar. Informe de Actividades Realizadas de Septiembre de 1980 a Enero de 1981. Subsistema Termodinámico". Elaborado para SEPAFIN. Instituto de Ingeniería (Proyecto 0127). Febrero, 1981
- {8} Fernández J.L. "Incremento de la Capacidad Convectiva Mediante Vibraciones Inducidas por el Flujo", aceptado para su presentación en el VI Congreso Brasileño de Ingeniería Mecánica, Río de Janeiro, 15-18 diciembre, 1981
- {9} Schindwolf, R. "Frequency Response Analysis of Fluid Control Systems for Parabolic Trough Solar Collectors" Reporte Interno, Sandia Laboratories, Albuquerque, New Mexico
- {10} Schindwolf, R. "Fluid Temperature Control of Parabolic Trough Solar Collectors", Proceedings of the Joint Automatic Control Conference, San Francisco, Calif, Agosto 13-15, 1980. Vol I, artículo WP3-D
- {11} Wright, J.D., "Analytical Modeling of Line Focus Solar Collectors", Proceedings of the Joint Automatic Control Conference, San Francisco, Cal. Agosto 13-15, 1980. Vol I, artículo WP3-C.

- {12} Rodríguez L, y Alonso A., "Respuesta en Frecuencia de un Colector Solar Tipo Canal-Parabólica (Solución analítica)". Informe del Instituto de Ingeniería, en preparación
- {13} Gould, L.A., "Chemical Process Control: Theory and Applications". Addison-Wesley Publishing Company 1969. 370 págs.
- {14} Canales R, y Barrera R. "Análisis de Sistemas Dinámicos y Control Automático". Ed. Limusa S.A., México 1977. 517 págs.
- {15} D'azzo, J.J. y Houpis, C.H., "Linear Control Systems Analysis and Design; Conventional and Modern". Mc Graw Hill Kogakusha, Ltd 1975, 636 págs.
- {16} Elgerd, O.I. "Control Systems Theory" Mc Graw Hill Kogakusha Ltd. Tokio, 1967. 562 págs.
- {17} Cadzow, J.A. y Martens, H.R. "Discrete-Time and Computer Control Systems". Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1970, 473 págs.
- {18} Kuo, B.C. "Discrete-Data Control Systems", Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs. New Jersey 1970. 399 págs.
- {19} Eckert, I.R y Drake R.M. "Analysis of heat and mass transfer", McGraw Hill Kogakusha, Tokyo, 1972, 806 págs.

APENDICE A

A.1 Parámetros del tubo envolvente

La radiación solar que incide sobre un cuerpo es absorbida, reflejada y/o transmitida a través de él, de modo que siendo

α la absorptancia del cuerpo

ρ la reflectancia

τ la transmitancia

se debe cumplir que:

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \quad (\text{A.1})$$

En el tubo envolvente cada uno de estos parámetros es diferente de -
cero.

La reflectancia, que se define como el cociente de la radiación reflejada y la radiación recibida, puede calcularse mediante la expresión:

$$\rho = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)}{\sin^2(\theta_2 + \theta_1)} + \frac{\tan^2(\theta_2 - \theta_1)}{\tan^2(\theta_2 + \theta_1)} \right] \quad (\text{A.2})$$

donde θ_1 y θ_2 son los ángulos de incidencia y refracción tal y como se muestra en la figura (A-1)

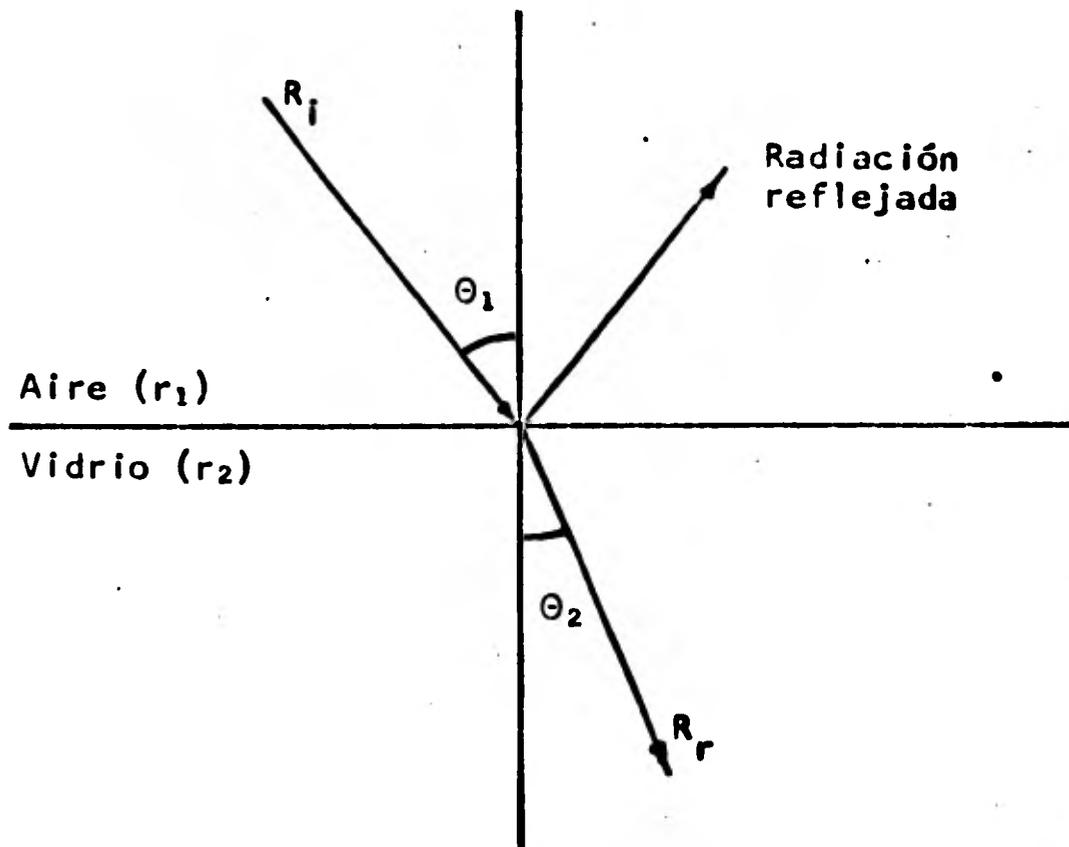


Fig A.1 Ángulos de la radiación incidente, R_i , y de la radiación refractada R_r .

La ley de Snell relaciona estos ángulos con los índices de refracción de los medios separados por la superficie reflejante:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\text{sen } \theta_2}{\text{sen } \theta_1} \quad (\text{A.3})$$

Conocidos los índices de refracción del aire y del vidrio y suponiendo que los ángulos de incidencia y reflexión son cero se llega a que la reflectancia es:

$$\rho = \left[\frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} \right]^2 \quad (\text{A.4})$$

El índice de refracción del aire puede considerarse igual a uno siendo el del vidrio igual a 1.526, por lo tanto:

$$\rho = 0.04336 \quad (\text{A.5})$$

En la obtención de la transmitancia del tubo envolvente se supone que:

- Los rayos solares que inciden sobre él, y lo cruzan hacen el recorrido más corto de la superficie exterior a la interior, que es igual a la diferencia de los radios exterior e interior; por lo tanto, siendo E esta distancia recorrida, se tiene que

$$E = \frac{1}{2} (D_1 - D_2) \quad (\text{A.6})$$

donde

D1 = .0655 m ; diámetro exterior del envolvente

D2 = .0614 m ; diámetro interior del envolvente

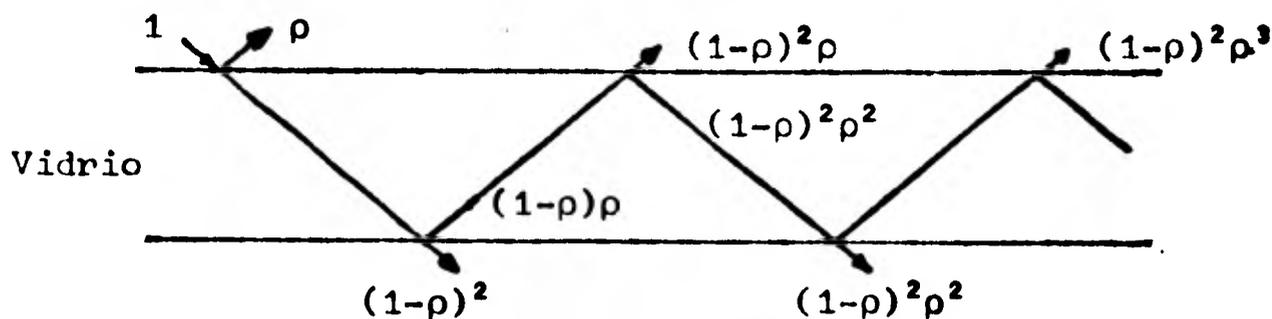
el índice de refracción en el vacío es igual a la unidad, de modo que la reflectancia en la interfase vidrio-vacío es igual a la calculada anteriormente para la interfase aire-vidrio.

El cálculo de la transmitancia se hace mediante la ecuación:

$$\tau = \tau_1 \tau_2 \quad (\text{A.7})$$

endonde el término τ_1 es calculado como la transmitancia del vidrio bajo la suposición de que éste no absorbe radiación, mientras que τ_2 se determina suponiendo que no hay reflexión.

En la figura A.2 se muestra el recorrido de la radiación solar dentro del vidrio, suponiendo que su absortancia es nula, (se dibuja la radiación incidente con un ángulo diferente de cero solo por claridad - en el esquema).



A.2 Transmisión de la radiación solar a través del tubo envolvente con absortancia nula.

(1- ρ) de la radiación que cruza la primera interface incide sobre la segunda en donde (1- ρ) ρ es reflejada y (1- ρ)² cruza a través de ella; de esta radiación reflejada (1- ρ)² ρ sale del vidrio y (1- ρ)² ρ ² es reflejada a su vez sobre la segunda interface; esto se repite hasta que la radiación que incidió inicialmente sobre el vidrio sale de él; la transmitancia está dada por la suma de los términos (1- ρ)², (1- ρ)² ρ ², (1- ρ)² ρ ⁴,

$$\tau_1 = (1-\rho)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{2n} = \frac{1-\rho}{1+\rho} \quad (\text{A.8})$$

sustituyendo el valor de ρ ya obtenido:

$$\tau_1 = 0.9168 \quad (\text{A.9})$$

El término τ_2 se calcula a partir de la ley de Bougar:

$$\tau_2 = e^{-KE} \quad (\text{A.10})$$

donde K es el coeficiente de extinción que varía de 0.04 a 0.32 cm^{-1} dependiendo de la calidad del vidrio, se supone aquí un valor de 0.04; el espesor del vidrio es $E = 0.205 \text{ cm}$ de donde:

$$\tau_2 = 0.9918 \quad (\text{A.11})$$

y finalmente:

$$\tau = 0.90931 \quad (\text{A.12})$$

de la ecuación (A.1) y de los valores de reflectancia y transmitancia calculados se obtiene:

$$\alpha = 0.0473 \quad (A.13)$$

A.2 Producto transmitancia-absortancia

De la radiación solar, τQ , que cruza el tubo envolvente e incide sobre el absorbedor, una parte, $\alpha_c \tau Q$, es retenida por él y el resto reflejada; de la cual no toda se transmite a través de vidrio ya que en él se refleja a su vez una parte $\tau(1-\rho)\rho_d Q$ que, se supone aquí, incide completamente en el absorbedor. Se utiliza aquí la reflectancia a la radiación difusa ρ_d porque se supone que es de esta clase la que refleja el tubo absorbedor. Este proceso de absorción, reflexión y transmisión de la radiación incidente Q continua hasta que es absorbida en su mayor parte y el resto reflejada al medio ambiente. En la figura A.3 se ilustra esto en un corte transversal del colector.

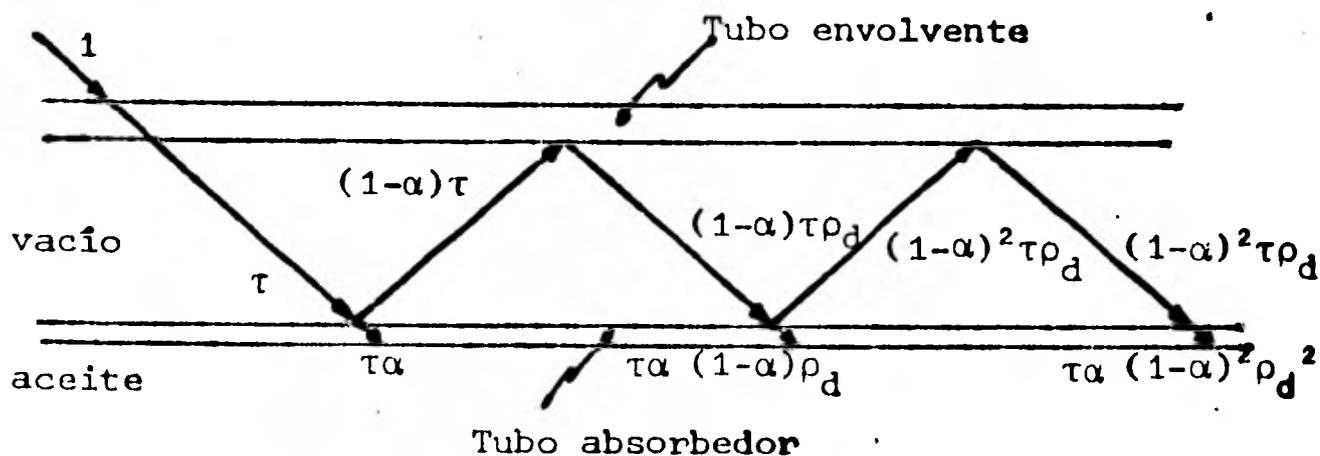


Fig A.3 Absorción de la radiación solar.

La cantidad de radiación que retiene el absorbedor es:

$$\{\tau\alpha_c + \tau\alpha_c(1-\alpha_c) + \tau\alpha_c(1-\alpha_c)^2 \rho_d^2 + \dots\} Q = \tau\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \{(1-\alpha_c)\rho_d\}^n Q \quad (\text{A.14})$$

el coeficiente de Q llamado producto absortancia emitancia es finalmente:

$$(\tau\alpha) = \frac{\tau\alpha_c}{1-(1-\alpha_c)\rho_d} \quad (\text{A.14})$$

La absortancia del absorbedor es:

$$\alpha_c = 0.87 \quad (\text{A.15})$$

La reflectancia ρ_d se puede calcular con las ecuaciones (A.2) y (A.3) suponiendo un ángulo de incidencia de 60° :

$$\rho_d = 0.09346 \quad (\text{A.16})$$

siendo el producto absortancia emitancia igual a:

$$(\tau\alpha) = 0.8008$$

A.3 Emitancia equivalente

Para determinar la energía intercambiada, por radiación infrarroja, entre dos cuerpos de superficie A_1 y A_2 se define el factor de forma para radiación como:

$$F_{m-n} = \text{fracción de energía que sale de la superficie } m \text{ e incide en la superficie } n$$

Así, se llega a obtener, {19}, que el calor neto intercambiado -
está dado por:

$$q_{1-2} = \frac{\sigma(\tilde{T}_1^4 - \tilde{T}_2^4)}{(1-\epsilon_1)/\epsilon_1 A_1 + 1/A_1 F_{1-2} + (1-\epsilon_2)/\epsilon_2 A_2} \quad (\text{A.17})$$

donde σ es la constante de Steffan-Boltzman, \tilde{T}_1 y \tilde{T}_2 las temperatu-
ras absolutas respectivas de las superficies A_1 y A_2 y ϵ_1, ϵ_2 sus emi-
tancias.

Para dos cilindros concéntricos, como es el caso de los tubos absorbe-
dor y envolvente, el factor de forma es igual a uno, {19}, por
lo que:

$$q_{1-2} = \frac{\sigma A_1(\tilde{T}_1^4 - \tilde{T}_2^4)}{1/\epsilon_1 + A_1/A_2 (1/\epsilon_2 - 1)} \quad (\text{A.18})$$

y se define:

$$\epsilon_0 = \frac{A_1}{1/\epsilon_1 + A_1/A_2 (1/\epsilon_2 - 1)} \quad (\text{A.19})$$

como la emitancia equivalente de los cilindros.

La razón A_1/A_2 puede sustituirse por la de diámetros D_1/D_2 , siendo:

$\epsilon_1 = 0.09$ La emitancia del absorbedor

$\epsilon_2 = 0.94$ La emitancia del envolvente

$D_1 = 0.0285\text{m}$ Diámetro exterior del absorbedor

$D_2 = 0.0614\text{m}$ Diámetro interior del envolvente

la emitancia equivalente en función de la longitud, Δx , del tramo pa-
ra el cual se calcula es:

$$\epsilon_0 = 0.008036 \Delta x \quad (\text{A.20})$$