2ej. 11

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS

¿HAY RIVALES PARA LA LOGICA CLASICA? EL CASO DE LAS LOGICAS RELEVANTES Y LAS LOGICAS LIBRES

TESIS QUE PARA OBTENER
EL TITULO DE
LICENCIADO EN FILOSOFIA
PRESENTA

JESUS RAYMUNDO MORADO ESTRADA

MEXICO, D. F. 1984

I N D I C E

D E C L A R A C I O N   D E   M O T I V O S

Considero que para los humanos nos es indispensable razonar con sensatez. Pero ¿qué es razonar "sensatamente"? La lógica, sea de Aristóteles, de Frege o de Newton da Costa, trata de sistematizar lo que es pensar sensata y correctamente y lo que no lo es. La lógica es un instrumento para la vida diaria. Si bien no podemos esperar que a corto plazo la gente deje de caer en burdas falacias, alguien debe preparar el conocimiento para cuando las personas, correctamente educadas, estén en capacidad de aplicarlo, para cuando la vida emocional de los seres humanos apoye (en vez de arruinar) la difícil vida sensata.

Aunque vivimos todavía en la prehistoria de la civilización, la lógica nos ha dado ya muestra del enorme poder que podría alcanzar. No sólo ha asegurado sus logros recientes y antiguos mediante una fructífera alianza con la matemática, sino que también ha producido un explosivo desarrollo de la metalógica y de la filosofía de la lógica, que permite plantear con insospechada claridad muchos de nuestros problemas actuales. Gozamos de una ciencia en plena expansión, donde los descubrimientos y las nuevas tendencias surgen cada vez con velocidad mayor. En la segunda mitad de este siglo han aparecido muchos y asombrosos sistemas: lógicas deónticas, paraconsistentes, libres, relevantes, erotéticas, de conjuntos borrosos, cuánticas, sin contar con los últimos desarrollos de viejos temas como las modales, intuicionistas, n-valentes, dialécticas, etc.

Algunos de tales sistemas han sido ofrecidos, no como felices extensiones de la lógica estandard, sino como rivales incompatibles de ella que obligan a una elección. Son distintas concepciones de cómo hacer lógica y de qué principios son los que deben regular nuestro quehacer. Este trabajo intenta ayudar en la tarea de

(1) Deslindar si realmente hay oposición entre las distintas lógicas y en qué consiste exactamente esta oposición.

(2) Ver si es posible decidir, en caso de oposición real, quien tiene la razón.

La meta a largo plazo de esta investigación es la creación de un "mapa" conceptual que permita ubicar a cada lógica en una región especial de la Ciencia Lógica, explicitando lo más posible sus relaciones y campos de aplicación. Lo que no estoy dispuesto (o preparado) para aceptar, es un relativismo fácil que se escape de la cuestión dando la razón a todos o a nadie.

Dificilmente se podría exagerar la importancia de un "mapa" de este tipo. Los esfuerzos lógicos no deben perderse en polémicas innecesarias por falta de una visión de conjunto. Y con el rápido crecimiento de sistemas no clásicos (ya contamos con un Journal of Non-Classical Logic) es importante poder apreciar qué es lo que cada sistema nos puede ofrecer.

Hay el consenso en la comunidad lógica de que practicamente ningún sistema es hoy día totalmente satisfactorio, ni siquiera para los fines para los que fue creado. Por ello es importante saber con qué recursos nos podrían ayudar otros sistemas al tratar problemas específicos.

En esta labor de sistematización y aprovechamiento racional de los últimos avances en lógica, existe, sin embargo, una piedra de tropiezo: la rivalidad. Sobre este punto de conflicto se centra esta tesis, esperando arrojar un poco de luz en una cuestión demasiado compleja y cambiante para ser resuelta por unas cuantas personas. Se necesitan más filósofos de la lógica que saneen el ambiente y clarifiquen el panorama. Aquí apenas se inicia el tratamiento, ofreciendo los análisis de dos sistemas rivales de la lógica clásica: uno que considero está equivocado y uno que considero tiene razón en sus críticas a la lógica clásica. Es sobre todo este último caso el que me interesa. Las modificaciones a que ha obligado en lógica clásica me han sugerido una posible vía de integración para todo sistema lógico: respetar los dominios de aplicación. Esto requiere una evaluación crítica de las afirmaciones tanto clásicas como rivales; esta tesis intenta sugerir como podría ser tal evaluación.

Finalmente, confieso dos optimismos: creo en las virtudes del diálogo racional (al menos cuando se da entre entes preponderantemente racionales) para disolver conflictos; y creo que los lógicos son entes preponderantemente racionales cuando discuten sobre lógica. Por ello creo también que eventualmente llegaremos a ubicar a cada lógica rival y a cada acusación contra la lógica clásica en su justa apreciación. Esta tesis es un pequeño, tambaleante paso en esa dirección.

Verano de 1984, IIF,
Ciudad Universitaria, México.

I N T R O D U C C I O N

El propósito de esta tesis es explorar las relaciones entre las llamadas lógicas "rivales" de la lógica clásica (LC) y ésta. Para ello me plantearé las siguientes preguntas:

(1) ¿Qué sería una lógica rival de LC?

(2) ¿Podría existir?

(3) ¿En qué sentido se puede hablar de preferir una lógica a otra?

(4) ¿Qué criterios podría haber para preferirla?

Intentaré indicar cómo se puede responder a estas preguntas, y confrontaré mis respuestas con dos casos específicos: las lógicas relevantes y las lógicas libres. Las preguntas a responder sobre estas lógicas son:

(5) ¿Son rivales? ¿En qué sentido y en qué grado?

(6) ¿Son preferibles a LC? ¿Cuándo y en qué sentido?

Comenzaremos con algunas *definiciones*.

Una lógica x: En este trabajo una expresión de este tipo no pretenderá referirse a LA lógica, sea esto lo que fuere, sino tan sólo a algún conjunto particular que comprehenda

α) Un *sistema lógico*, que incluye tanto una sintaxis como una semántica formal,

β) Una *metalógica* en la que los metateoremas sobre el sistema se ubican,

y γ) Una *filosofía de la lógica* que trate de esclarecer la trama de relaciones entre el sistema lógico, el pensamiento y la realidad.

La Lógica Clásica: Toda aquella lógica que contenga esencialmente el mismo sistema lógico (especialmente los mismos teoremas y reglas de inferencia) así como la misma metateoría (metalógica y filosofía de la lógica) que *Principia Mathematica* o desarrollos posteriores de ésta. "Esencialmente" significa que, por ejemplo, las variantes notacionales no representan sistemas diferentes.

Ahora bien, como todo estudiante de lógica pronto descubre, la lógica clásica cuenta con varias carencias. Por ejemplo, en el lenguaje objeto de LC no hay un equivalente a la relación de deducibilidad; lo más con lo que contamos es el aspecto extensional de tal relación, representado mediante el condicional material. Tenemos el signo "$\vdash$", pero es metateórico y se encuentra en el metalenguaje. Si olvidamos esta carencia e intentamos interpretar al condicional material como teniendo la carga intensional que encontramos usualmente en el condicional cotidiano, surgen las llamadas paradojas de la implicación material. Un cálculo que admita la representación de la noción de deducibilidad dentro del propio lenguaje objeto se puede ofrecer como suplementario a LC. Aunque sea más rico en poder expresivo y deductivo, tal sistema no necesita ser visto como una corrección de LC sino como una ampliación. Ejemplos de este tipo de sistema son los sistemas

S_1 a S_5 de Lewis y el sistema T de Feys . Razones paralelas han llevado a la creación de las lógicas deónticas, epistémicas, temporales, etc.

Así, los sistemas propuestos como *suplementos* nacen de que

(1) Se considera incompleta a la lógica clásica,

(2) Se cree que la propuesta de cambio es compatible con LC, y

(3) Se espera por ello que se utilice junto con LC.[1]

Un sistema es, pues, suplementario de LC cuando es compatible con ella y aborda temas que LC deja sin tratamiento completo.

Sin embargo, no todos los problemas de LC han sido considerados como carencias: algunos han sido considerados como errores. Por ejemplo: Algunos matemáticos rechazan una teoría de la correspondencia para la verdad de los enunciados matemáticos pues creen que tal teoría en ese campo sería una injustificada hipóstasis de entidades metafísicas. Si un número no puede ser construídos (o no ha sido construído) entonces no tiene sentido decir que existe; pero si no se puede demostrar que no puede ser construído, entonces no tiene sentido decir que no existe. Por esto, se dice que al menos en matemáticas el principio de tercio excluso falla. De aquí los sistemas intuicionistas de Heyting y Johansson. Razones paralelas han llevado a la creación de lógicas cuánticas, minimales, presuposicionales, polivalentes, libres, etc.

---

[1] También existen sistemas modales, temporales, etc., que *no* se

Así, los sistemas propuestos como *rivales* nacen de que

(1) Se considera equivocada a la lógica clásica,

(2) Se cree que la propuesta de cambio es incompatible con LC, y

(3) Se espera por ello <u>reemplazar</u> a LC.[1]

Un sistema es rival de LC cuando se inscribe en una lógica que considera como falso(s) algún(os) teorema(s) y/o regla(s) de inferencia de LC, y, por lo tanto, lo rechaza en su interpretación usual. El intento de reemplazar a LC puede proponerse como global (Dummett) o sólo localmente (Destouches-Février). Puede apoyarse en razones realistas (Brouwer) o sólo pragmatistas (Putnam). Pero dentro de esta variedad debemos precavernos contra la ilusión de que la rivalidad surge del sistema lógico mismo, en tanto que una pura entidad sintáctica. Esto es importante para el análisis de cómo reconocer a una lógica rival de LC.

Una diferencia que parece obvia es que dos sistemas pueden ser sintácticamente distintos. Susan Haack (1977) distingue tres posibilidades:

(1) Más fórmulas y más teoremas o reglas de inferencia que LC (y todos los nuevos teoremas o reglas de inferencia contienen esencialmente figuraciones del nuevo vocabulario). Estos sistemas son *extensiones* (con

---

ofrecen como suplementarios. Un buen ejemplo de esto es $Ł_3$ o la lógica modal tetravalente de Łukasiewicz.

[1] También existen sistemas contructivistas, tales como la teoría de conjuntos de Weyl, que no cuestionan a LC.

servativas) de LC. Ejemplos: T, S_4, etc.

(2) Mismas fórmulas pero distinto conjunto de teoremas o reglas de inferencia. Estos sistemas son *divergentes*. Ejemplos: $Ł_3$, $Ł_4^m$, etc.

(3) Más fórmulas pero distinto conjunto de teoremas (incluso teoremas que sólo contienen vocabulario común)[1]. Estos sistemas son *cuasi-divergentes*. Ejemplo: la lógica trivalente de Reichenbach.

Ya que es obvio que si un sistema es cuasi-divergente entonces contiene a un subsistema divergente, podemos quedarnos tan sólo con las nociones de extensionalidad y divergencia entre sistemas para nuestro análisis.

Una vez identificado un sistema de lógica libre, supongamos que como extensión, y un sistema de lógica relevante, digamos que como cuasi-divergencia, ¿en qué hemos avanzado en la investigación de si son o no rivales para LC?

Mucho habríamos adelantado si pudiéramos asimilar rivalidad a divergencia y suplementariedad a extensión. Pero Haack se guarda bien de cometer este error. Las razones que ella ofrece para dudar de tal asimilación son imprecisas (que no es claro si el sistema de van Fraassen o el de Bochvar son divergentes y la discusión sobre cambio de significado al cambiar de lógica a la que volveremos después) por lo que sugeriré otra: el primer sistema de deducción natural de Copi contenía las mismas fórmulas que el segundo, pero

---

[1] Wolf (1978) ha señalado que, en el espíritu de Haack, es necesario reformular (3) añadiendo mención a las reglas de inferencia.

no el mismo conjunto de teoremas ni de reglas de inferencia. Según las definiciones de Haack el primer sistema era divergente (del segundo que era LC). Pero, como es conocido, el primer sistema no era un rival sino un fragmento del segundo. Puede haber divergencia sin rivalidad.[1]

La rivalidad, como Haack nota, no puede darse a un nivel puramente formal, ni reconocerse con una simple inspección del conjunto de teoremas. Tampoco podemos decir que una lógica sea una rival de LC sólo proque así sea ofrecida o porque intente reemplazar a LC. Se dará rivalidad entre dos lógicas ssi lo que una considera verdad lógica o regla válida para el razonamiento la otra sostiene que no lo es: it is a question rather of outright rejection of part of our logic as not true at all.[2] (No exijo que el sistema rival pueda reemplazar a LC porque esto sería, como dice Wolf, suponer que LC sale ilesa y no tiene verdadero rival, si la otra lógica no puede ofrecer nada mejor.)

En el ejemplo de Copi puede verse como la rivalidad no es causa necesaria de divergencia. Tampoco es una causa suficiente pues existe la posibilidad de que tengamos un mismo conjunto de teoremas y reglas a nivel sintáctico pero que éstas sean interpretadas de manera radicalmente distinta. Finalmente, la suplementariedad normalmente producirá una extensión; pero una re

---

1 Ni siquiera es cierto que todo sistema divergente haya sido propuesto como rival. El olvidar Haack esto se refleja en Rodríguez (1976) donde leemos que *el reconocer que las lógicas divergentes han sido propuestas como sistemas rivales de la LC está fuera de toda duda* (p. 118).

2 Quine (1970), p. 81.

interpretación metateórica de los teoremas o reglas de transformación es suficiente para extender el uso de LC a dominios que no son los habituales. Y a su vez la extensión no tiene a la suplementariedad como causa necesaria: podemos pensar en un sistema con distintos primitivos lógicos que LC, aunque definibles en términos de los de LC (por ejemplo, en vez de negación y disyunción, tener como primitivos negación y conjunción). R. Orayen me ha sugerido la distinción entre una extensión propia (semántica) y una impropia (sintáctica solamente). Como criterio formal propone: Si tengo dos sistemas lógicos L y L', y teniendo en L' un metateorema que autoriza en L' la substitución cuando lo que se va a sustituír está a ambos lados de una relación de equivalencia que es teorema en L', entonces si para cada operador primitivo de L' nuevo (respecto a L) existe un teorema en L' que enuncia la relación de equivalencia mencionada entre cada fórmula con el nuevo operador y otra donde sólo aparece vocabulario de L, entonces L y L' es una extensión impropia. S4 de Lewis no da tan sólo un nuevo primitivo: da una nueva noción.

Nuestra investigación ha de pasar por las siguientes preguntas:

(1) Las lógicas libre y relevantes, ¿niegan la validez de alguna regla de inferencia y/o la verdad lógica de un enunciado que LC afirma?

(2) Si lo hacen, ¿tienen razón?

Pero antes de abordar tales preguntas analizaremos un famoso argumento de Quine en el sentido de que no es posible la rivalidad entre teorías lógicas y propondremos una manera especial de visualizar estos problemas, acompañada de una reflexión sobre los criterios para escoger entre diferentes teorías lógicas.

CAPITULO I

E L P R O B L E M A D E L A R I V A L I D A D

1. CAMBIO DE LOGICA, CAMBIO DE TEMA.

En su famoso capítulo sobre *deviant logics*[1] Quine cuestiona la posibilidad misma de una rivalidad:

> It would seem that such an idea of deviation in logic is absurd on the face of it... What higher tribunal could abrogate the logic of truth functions or of quantification?[2]

Supongamos que alguien aceptara en algunas ocasiones a una conjunción de la forma P & ∿P como verdadera, o que supusiera que una contradicción no implica a cualquier oración. Quine diría que en ese caso el signo "∿" no está en lugar de lo que conocemos como negación, pues a) no se ajusta a las reglas de nuestra negación, y b) la esencia de la negación consiste en el obedecer tales reglas. Esto recuerda a la estrategia usada por Hans Hahn:

> Si alguien se negara a admitir la deducción lógica, no por ello manifestaría una opinión diferente de la mía acerca del comportamiento de las cosas, sino que se negaría a emplear las mismas reglas que yo uso para hablar de las cosas. Yo no podría convencerlo, pero tendría que negarme a continuar la conversación así como me negaría

[1] Quine entiende deviant como rival.

[2] Quine (1970), p. 81.

> a jugar al ajedrez con quien insistiera en mover el alfil ortogonalmente. (1978, p. 162.)

Esta estrategia se remonta al libro IV de la *Metafísica* donde Aristóteles sostiene que quien se atreva a negar el principio de no contradicción destruye la posibilidad del lenguaje mismo, y queda reducido a la calidad de "planta" con la que ninguna conversación es posible. Tan indispensable a todo razonamiento es este principio que ni siquiera es posible demostrarlo. (No es preciso entrar aquí a la discusión sobre si este principio es en Aristóteles una proposición y en Quine, en cambio, una regla de procedimiento.)[3]

Si alguien se rehusara a usar a la negación de acuerdo a sus reglas de uso, se estaría negando a jugar el juego del lenguaje. Por ello, nadie que use el lenguaje correctamente puede realmente negar las leyes de la lógica. *Alternative logics are inseparable practically from mere change in usage of logical words... For, there can be no stronger evidence of a change in usage than the repudiation of what had been obvious*[1] *Here, evidently, is the deviant logician's predicament: when he tries to deny the doctrine he only changes the subject*[2]

Algo de verdad hay en los argumentos de Quine. Veamos un caso:

Newton C. A. da Costa propone la construcción de una lógica

---

[1] Quine (1966), pp. 105-6.

[2] Quine (1970), p. 81.

[3] Esto último, me informa M. Beuchot, se sostiene en Deaño (1980).

para teorías inconsistentes pero no triviales. Una fuerte razón para desear una lógica así se encuentra en las palabras de Wimsatt (198?):

> Formal models of theoretical structures characteristically start with the assumption that the structures contain no inconsistencies. As a normative ideal, this is fine, but as a description of real scientific theories, it is inadequate. Most or all scientific theories with which I am familiar contain paradoxes and inconsistencies either between theoretical assumptions or between assumptions and data in some combination. (Usually these could be resolved if one knew which of several eminently plausible assumptions to give up, but each appears to have strong support, so they-- and the inconsistencies -- remain.)

Parece que una lógica paraconsistente sería útil en el análisis de teorías similares a muchas de las científicas, las cuales, sin ser triviales, contienen inconsistencias. De alguna manera los científicos bloquean la deducción de *todas* las consecuencias de sus afirmaciones. Pero si se ha de rechazar que de una contradicción se sigue todo para evitar trivialidad, debemos preguntarnos:

> If the axioms and rules governing negation (amongst other logical laws) are changed to originate a paraconsistent logic, will the resulting negation still be a real nega-

tion? The question here is similar to the one of knowing whether the straight lines of a particular non-Euclidean geometry may actually be accepted as straight lines![1]

La respuesta de da Costa es que la nueva negación tiene derecho a ser llamada así tan sólo por lo que Wittgenstein llamaba *Familienähnlichkeit*. Creo que la conclusión que podemos obtener es que la crítica de da Costa a LC no es la negación de sus leyes sino el cuestionamiento de su aplicación en ciertas áreas. ¿Es la negación clásica una buena traducción de la negación que se usa en la mayoría de las ciencias, teorías que sin ser triviales son incosistentes?[2] Este factor de adecuación entre la lógica y su campo de aplicación, factor que rebasa al sistema mismo, es el importante al caracterizar a la rivalidad; pero sobre esta idea regresaremos después.

De momento retomaremos la sugerencia de da Costa en el sentido de que hay una "family resemblance". Según Putnam (1962) existe un <u>core meaning</u> de las conectivas lógicas que permanece inalterado aunque neguemos principios como el del tercio excluso. Este <u>core meaning</u> permite, por ejemplo, ofrecer la conjunción intuicionista como mejor traducción formal que la conjunción clásica par ciertas oraciones. Pero inevitablemente tal tipo de propuesta ya no se encuentra al nivel del lenguaje objeto. Esto muestra que la discrepancia entre lógicas, si es

---

[1] da Costa (1982), p. 9.

[2] *Id.*, p. 15.

que la hay, no podrá ser al nivel de las reglas para las conectivas. El conflicto está en la adecuación de un conjunto dado de reglas para interpretar un discurso extralógico. Distintos conjuntos de relgals deben referirse a distintas conectivas, pues lo que caracteriza a una conectiva no es algo "trascendente" desligado del conjunto mismo de reglas de uso. Por lo t3ato la negación clásica, la intuicionista, la trivalente y la relevante, no son la misma negación y, cuando, por ejemplo, Bochvar niega el principio de tercio excluso lo niega para una conectiva que ya no es la negación clásica.

Hasta aquí creo que Quine tiene razón: no puede haber divergencia sobre el uso correcto de las conectivas sin que ello signifique entender en otro sentido a tales conectivas, hablar de conectivas homónimas pero diferentes. Ni Bochvar ni nadie puede, sensatamente, decir que el principio de tercio excluso no es válido para la negación clásica.

2. LA RIVALIDAD COMO FENOMENO METATEORICO. LOS CAMPOS DE APLICACION.

Hasta aquí con Quine. Sin embargo Putnam tiene razón al señalar que si bien hay una redefinición de las conectivas lógicas, esto no agota lo que es la rivalidad entre teorías lógicas. El hecho de que el lógico rival no pueda negar al nivel del lenguaje objeto mismo, nada de lo que LC dice, no indica que no hay rivalidad, como parece pensar Quine. Citando a

Haack (1977):

> It does not follow from the fact that what the Deviant logician denies, when he denies that *w* is logically true, is not what the classical logician asserts, when he asserts that *w* is logically true, that *nothing* the Deviant logician says is inconsistent with *anything* the classical logician says; there may nonetheless be conflict. (p. 9)

Desgraciadamente Haack no se da cuenta de que el desacuerdo debe encontrarse a un nivel de metalenguaje, a saber en el nivel desde el cual se habla sobre la relación entre lenguaje lógico y lenguaje extralógico. Por ello intenta dar un ejemplo de la afirmación que hemos citado a nivel de lenguaje objeto: un lógico divergente (D) niega que

(1) $(p \vee q) \supset (\sim p \supset q)$

sea un teorema porque D toma "v" como LC toma "&". Al negar D (1) no niega lo que LC afirma al afirmar (1) pero sí niega algo que LC afirma, a saber

(2) $(p \,\&\, q) \supset (\sim p \supset q)$.

La conclusión de Haack es que *this shows that difference of meaning of the connectives between classical and deviant systems is <u>not sufficient</u> to establish lack of rivalry between them.* La conclusión es tan endeble como si D toamra a "v" en su sentido habitual. Quine facilmente podría responder que si el lógico D realmente niega (2), y no está loco, debe entender también a "&" en un sentido unusual (o a "$\sim$", o a "$\supset$"), y que este hecho hace que, nuevamente, no esté negando nada que LC afirme. D acepta las reglas del juego al aceptar el significado usual de (p & q), pero no acepta una conclusión de estas mismas reglas (que es, explicitamente, ($\sim p \supset q$)). Es como si afirmara que hay solteros casados, vivos muertos o círculos cuadrados, y aun así sostuviera que usa las palabras con su sentido cotidiano.

Si la rivalidad se da debe ser a un nivel metalingüístico, como los ejemplos que la propia Haack propone (lógica minimal de Gentzen y cálculo de Heyting) sugieren. Putnam comprendió esto al localizar la rivalidad en el hecho de que la propuesta de una lógica rival *as opposed to "classical" logic amounts to systematically forswearing certain classically valid inferences* (1962, p. 377).

3. PROPUESTA DE SUPERACION DE LA RIVALIDAD.

Ahora bien, ¿qué hace que las lógicas S_1 a S_5 de Lewis no sean rivales de LC?

Creo que es el hecho de que LC reconoció que a nivel del lenguaje objeto no tenía capacidad para parafrasear ciertas nociones lógicas intensionales. Aceptada la limitación, LC pudo ser incorporada en una teoría mayor en la cual ciertos dominios lógicos podían ser ya tratados. No hubo que rivalizar al notarse que se proponía otra noción de implicación. Pero si LC se hubiera considerado suficiente para tratar esos casos del "sólo si" ya no filónico sino diodórico,[1] entonces los defensores de los sistemas *S* hubieran tenido que atacar a LC como incorrecta y que ofrecer un sustituto de ella. Pero, curiosamente, el sustituto recuperaría a LC dentro de sus límites de aplicación verdaderos. El problema, planteado desde la perspectiva que a mí me parece más provechosa a largo plazo, no es si LC es correcta o incorrecta sino ¿hasta qué punto, en qué dominio de aplicación, es correcta? y ¿qué nociones no alcanza a manejar requiriendo por ello de sistemas auxiliares?

Si un lógico clásico cree que puede manejar nociones extrañas a su sistema mediante paráfrasis lo que obtendrá será muy probablemente una serie de absurdos e incorrecciones. Un ejemplo es querer formalizar en LC la frase "Si no es cierto que si lleve hace frío, entonces, si hace frío llueve" como $\sim(p \supset q) \supset (q \supset p)$ para que se convierta en una verdad lógica. Sin un operador intensional LC no alcanza para este tipo de oraciones y el lógico clásico (un mal lógico a mi parecer) que crea que su sistema puramente extensional puede analizar esta oración y determinar si es o no una verdad lógica merece la rivalidad de todo lógico decente. Pero si acepta sus limitaciones, lo que otros lógicos afirmen con verdad sólo puede suplementar sus conocimientos lógicos.

Resumiendo: mi posición es que si LC afirma algo que va más allá de sus capacidades entonces está justificada la rivalidad. Pero en el momento en que modere sus pretensiones, la

---

[1] Cf. sección 2 de Beuchot (1981).

lógica rival puede quedar colocada, si tiene razón, en una situación de suplementariedad. (Existe también la posibilidad de que lo que LC afirma sea correcto y que alguna crítica esté equivocada; aunque éste no es un caso tan interesante de rivalidad, por no ofrecer tantas perspectivas de progreso, desgraciadamente también nos lo encontraremos más adelante. Mi análisis se dirige sobre todo a sistemas que tienen algo de razón en sus críticas a LC.)

Trataré de aclarar aun más mi posición mediante una rápida casuística. Aunque incompleta y a veces superficial, espero que sirva para ilustrar la idea de que una rivalidad interesante debe desembocar en una suplementariedad. Aunque este análisis no es concluyente, espero que sea lo bastante sugerente para motivar a que se continúe en esta línea de investigación.

3.1 CASUISTICA

Polivalencia. Según Łukasiewicz existen proposiciones sobre hechos futuros que aún no han sido causalmente determinadas en su valor de verdad y por ello no podemos decir actualmente que sean verdaderas o falsas. Ni siquiera podemos decir que sean actualmente verdaderas o falsas.[1] Ya que LC no funciona para dominios en los que no se cumpla que toda proposición es o verdadera o falsa, y no maneja una tercera posibili

[1] Véase especialmente Łukasiewicz (1920) y (1961).

dad, es necesaria una lógica en la que este tercer "valor" pueda ser tomado en cuenta. La lógica trivalente de Łukasiewicz queda entonces como una extensión de LC al caso de que existieran proposiciones que no fueran ni verdaderas ni falsas pero cuyas relaciones lógicas desáramos investigar. Por supuesto que si uno no acepta la existencia de proposiciones de este tipo la lógica trivalente resulta inútil para los fines que fue creada. Pero aun así no hará ningún daño definir redundantemente los teoremas de LC como teoremas bajo el supuesto de la bivalencia. Si el campo en el que las proposiciones respetan el principio de bivalencia agota el campo de las proposiciones, entonces la lógica de Łukasiewicz queda como el desarrollo de una hipótesis contrafáctica cuyo antecedente no se cumple y lo único que le podemos reprochar es su falta de aplicación. Si, por el contrario, existen proposiciones que no respetan el principio de bivalencia éstas desbordan el cmapo de aplicación de LC y su estudio debe considerarse una extensión de la lógica clásica pues dentro del campo de aplicación de LC, $Ł_3$ no tiene nada que objetar a su uso. Cuando la bivalencia se cumple $Ł_3$ colapsa en LC. Recordemos la generalización que Łukasiewicz hizo para infinitos sistemas polivalentes ($Ł_n$) en 1930:

> When 'p' and 'q' denote certain numbers of the interval (0,1), then:
>
> $$Cpq = 1 \quad \text{for } p \leq q$$
> $$Cpq = 1-p+q \quad \text{for } p>q$$
> $$Np = 1-p$$

> If only the limiting values 0 and 1 are chosen from the interval (0,1), the above definition represents the matrix of the ordinary two-valued propositional calculus.[1]

Es decir, los teoremas de LC se preservan pero no como verdades irrestrictas sino sujetas al supuesto de la bivalencia. La ley de bivalencia es, para estas lógicas polivalentes, más que una ley lógica o una verdad metafísica una restricción metodológica.

Presuposiciones. Según Frege (1892) y Strawson (1950), si una oración contiene un término singular sin referente entonces la oración carece de valor de verdad. Si aun así deseamos poder trabajar logicamente con tal oración necesitamos un sistema que acepte huecos en los valores de verdad para las oraciones aceptables. Pero esta lógica no necesita rechazar a LC. Woodruff, por ejemplo, diseña un sistema en el cual una fórmula es un teorema de LC ssi su "hedged assertion" es válida. (Una "hedged assertion" sólo nos compromete a la no-falsedad.)[2] van Fraassen ha desarrollado una lógica con huecos veritativo-funcionales que es esencialmente una extensión modal de LC. En sus "lenguajes presuposicionales" todos los teoremas de la lógica bivalente se preservan (aunque no todos los metateoremas). La posición de van Fraassen con respecto a LC es

---

[1] Łukasiewicz (1930), p. 60.

[2] Woodruff (1970), p. 127.

es clara:

> I may as well say at once that I will not be satisfied if negation and disjunction do not obey the laws of classical logic /es sabido que estas conectivas bastan para definir a todas las demás en LC/. With respect to logic I am conservative: I would resist any imperialism on behalf of classical logic; I would not accept the idea that it is applicable to all contexts or that it is sufficient for all (important) purposes, but on the other hand I have no inclination to change it.[1]

Igual que Łukasiewicz y que Aristóteles (véase Peri Hermeneias IX) van Fraassen rechaza la ley de bivalencia pero desea aceptar la ley de tercio excluso.[2] En $Ł_3$ la ley de tercio excluso sólo se lograba rescatar como "contingente"[3] pero van Fraassen la logra rescatar incluso como teorema logicamente verdadero: sin restricciones. Desde el nivel del lenguaje objeto ningún cambio ocurre, todos los teoremas se mantienen. Lo que ya no se acepta es a todas las reglas de inferencia, en especial aquellas que dependen esencialmente del principio de bivalencia.

> Countenancing presuppositions does not lead to a tightening of logical connections in the language. But it leads to a tightening of logical connections in discourse about that language.[4]

---

[1] van Fraassen (1968), p. 140.

Por supuesto, nuevamente nos encontramos con que en los dominios en que la bivalencia vale también los metateoremas de LC valen. La diferencia entre van Fraassen y Łukasiewicz es que los teoremas de LC valen sin necesidad de relativizarlos a ningún dominio. La razón profunda para esta actitud creo que radica en lo que en una conversación personal me comentó van Fraassen: para él los teoremas representan las intuiciones básicas previas a la construcción de cualquier sistema adecuado de lógica, es decir, estos teoremas. Aplíquense al dominio que se quiera, los teoremas de LC deben ser verdaderos. Por ello esta lógica es un caso aun más sencillo de tratar que el de Łukasiewicz.

Vaguedad. Aristóteles, en la *Metafísica*,[1] escribe:

> no miente de igual manera el que cree que 4 y 5 son lo mismo que el que cree que son lo mismo 4 y 1000. Si, pues, no hay paridad entre ambos, es evidente que el primero miente menos. Por lo cual dice más verdad. Por tanto, si lo que es más una cosa se acerca más a ella, sin duda habrá algo verdadero, a lo cual se acercará más lo que es más verdadero. Y de no

[2] van Fraassen (1966), p. 493. Cf. también Łukasiewicz (1961), p. 36.
[3] Łukasiewicz (1920), p. 18.
[4] van Fraassen (1969), pp. 80-81.

[1] 1009a (Libro IV, cap. 4).

existir esto verdadero, al menos existe ya algo que es más cierto y está más cerca de la verdad.

LC no está capacitada para manejar tales "grados de verdad". Esta cuestión ha resurgido recientemente con respecto a términos vagos que dificultan decidir si una oración es definidamente verdadera o falsa. Se dice que el grado de verdad de oraciones como "Esta pared es roja" no es necesariamente ni absolutamente verdadero ni absolutamente falso, pues la rojez no tiene límites precisos. Tal vez podríamos proponer sustituír todo lo que sea vago por algo preciso (lo que Carnap llama "explication" en el primer capítulo de <u>The Logical Foundations of Probability</u>) antes de aplicar LC. Pero ¿hay algo preciso? Russell escribió sobre el tema:

> All traditional logic habitually assumes that precise symbols are being employed. It is therefore not applicable to this terrestial life, but only to an imagined celestial existence.[1]

Según Russell todo el lenguaje ordinario es vago. Y no sólo eso; también las expresiones lógicas son vagas pues las conectivas sentenciales se definen en términos de sus condiciones de verdad y "verdadero" y "falso" son términos vagos ellos mismos. <u>All language is vague</u>.

Esta situación ha llevado a gente como Zadeh a proponer una lógica en la cual existan "fuzzy truth-values" y grados de

---

[1] Russell (1923), pp. 88-89.

verdad que corran en el continuo de 0 a 1. Es fácil ver que en una lógica así dejan de ser teoremas

$$P \vee -P$$

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$(P \rightarrow (Q \,\&\, -Q)) \rightarrow -P$$

$$(P \,\&\, -P) \rightarrow Q$$

etc.

Para entender mejor el por qué de la pérdida de tales teoremas, regresemos a Russell:

"Baldness is a vague conception; some men are certainly bald, some are certainly not bald, while between them there are men of whom it is not true to say they must either be bald or not bald. The law of excluded middle is true when precise symbols are employed, but it is not true when symbols are vague, as, in fact, all symbols are."[1]

Sin embargo, las leyes que los teoremas representan sí funcionan en todos los modelos en los cuales P y Q tienen valores de 0 (completa falsedad) o 1 (completa verdad). "FPL /Fuzzy Propositional Logic/ reduces to ordinary propositional logic when the propositional variables are limited to the values 0 and 1".[2] Por tanto, bajo el supuesto común a todos los libros de lógica clásica de que las proposiciones limitan sus valores de verdad a 1 y a 0, LC es correcta; no lo es si tal supuesto se viola. Pero en este caso ya no estamos en LC. Un ejemplo hará esto más claro:

---

[1] Russell (1923), pp. 85-86.

[2] Lakoff (1973), p. 190.

$|-P| = 1 - |P|$ en fuzzy logic, igual que en $Ł_n$.

"-" sólo se comporta como, es decir sólo es la negación clásica cuando los valores de P se restringen a 0 y 1; fuera de esto, "-" ya no es la negación clásica y cuando se dice que en algunos casos P & -P no es una contradicción se contemplan casos en que ni "-" ni "&" conservan su sentido habitual. Este añadir subrepticiamente nuevas conectivas es lo que me hace considerar a una fuzzy logic como una extensión con respecto al sistema de LC.

Antes de dejar este punto sería importante abordar una pregunta que se plantea con respecto a cualquier lógica polivalente: ¿Hay infinitos grados de verdad? Una lógica que utiliza infinitos valores parece obligada a sostener esto. Sin embargo no es así. Nuestra costumbre de que los valores lógicos sean valores de verdad llevan a pensar que siempre que se diseñe una lógica sus valores serán valores de verdad también. Sin embargo, en la lógica trivalente de Reichenbach los valores son grados de conocimiento pudiendo también interpretarse como grados de probabilidad, etc. Sobre esto puede verse Haack (1977), especialmente las pp. 55 a 71.

Finalmente, es necesario insistir en que estas lógicas contienen a LC como límite ideal. Todo lenguaje es vago, pero si hubiera alguno preciso su estructura lógica sería la de LC.

Intuicionismo. Supóngase que invento un juego en todo similar al ajedrez con la excepción de que agrego a cada bando una pieza X a colocarse en TR4 y a moverse como torre. Pregunta: ¿Es legítimo realizar un enroque con la pieza X? Se podría responder que ni lo es ni deja de serlo mientras las reglas adecuadas no hayan sido creadas.

Los intuicionistas conciben a las matemáticas como una creación más que como un descubrimiento, por lo que la respuesta a ciertas preguntas no existe hasta en tanto no haya sido construída (y "construír" puede significar diversas cosas). Ya que puede ser imposible tanto construír un ciero número F como probar que no puede ser contruído, para los intuicionistas en tal caso el número F ni existe ni deja de existir, igual que el enroque con X ni es legítimo ni deja de serlo. Para Brouwer, por ejemplo, el principio de tercio excluso puede ser falso, igual que sus disyuntos.

A estas alturas no necesitamos más para darnos cuenta que la negación de Brouwer no puede ser la clásica pues forma proposiciones contrarias y no contradictorias (también el cuantificador existencial parece ser no clásico[1]).

También igual que en los casos anteriores subsiste la tentación de proponer a la lógica intuicionista como una extensión de LC. Se dice que en 1933 Gödel demostró que "every classical theorem of (propositional) logic is a theorem of intuitionistic logic".[2] Aunque no estoy seguro de esta interpretación de los

---

[1] Cf. Haack (1977), p. 96 y (1978), p. 88

[2] van Fraassen (1969), p. 80.

resultados de Gödel por varias razones, si fuera correcta permitiría establecer con claridad que el desacuerdo, igual que con van Fraassen, está a nivel metateórico en donde, dado que el condicional de LC es distinto al condicional intuicionista, no todas las inferencias son aceptadas. Incluso la mayoría de los intuicionistas (con raras excepciones como Dummett) aceptan que fuera del dominio de las matemáticas LC es irrestrictamente válida. Por ello "intuitionistic logics can also be viewed as complementary to classical logics, being the logic of constructive mathematics".[1]

<u>Lógicas Cuánticas</u>.

> The conclusions drawn from Heisenberg's Uncertainty Principle are not only on average chomskier than those drawn from Gödel's theorem; most of them are downright merleau-ponty.
>
> (<u>chomsky</u>, adj. Said of a theory that draws extravagant metaphysical implications from scientifically established facts.
>
> <u>merleau-ponty</u>, adj. In the wrong order, with confused foundations, said of a theory.)
>
> <u>The Philosophical Lexicon</u>

Es sabido que en física cuántica no nos es posible determinar en el mismo momento el giro (<u>spin</u>) de un electrón con respecto a dos ejes distintos, pues al medirlo con respecto a un eje

---

[1] "Statement of Purpose" de <u>The Journal of Non-Classical Logic</u>, p. ii.

lo perturbamos con respecto al otro. Ahora bien, en LC existe el principio distributivo de que

$$(X \,\&\, (Y \vee -Y)) \rightarrow ((X \,\&\, Y) \vee (X \,\&\, -Y)),$$

lo cual, en nuestro ejemplo sería: en un haz polarizado hacia arriba (con respecto al eje x) o bien el giro con respecto al eje y es hacia arriba o bien es hacia abajo (sólo hay estos dos valores) y por tanto (1) o bien el giro es hacia arriba con respecto a los dos ejes, o bien es hacia arriba con respecto a x pero hacia abajo con respecto a y. Hasta aquí todos estamos de acuerdo y felices. Pero de pronto se concluye (traduzco):

> Ambas cláusulas de esta aserción /(1)/, sin embargo, violan el principio de la mecánica cuántica que afirma que el giro no puede ser especificado simultaneamente a lo largo de dos ejes. Ya que ninguna cláusula puede ser aceptada, la aserción misma debe ser rechazada. Se debe por lo tanto o bien rechazar la afirmación inicial sobre el haz preparado de electrones o bien rechazar un procedimiento lógico para definir las consecuencias de la afirmación, un procedimiento que pareció bastante inocuo en el razonamiento ordinario. No hay motivo a la mano para rechazar la afirmación inicial, y así parece que por lo menos una ley de la lógica clásica no puede ser aplicada a los fenómenos cuánticos.[1]

---

[1] Hughes (1981), p. 202.

¿No recuerda esto a algunas "consecuencias" que se le han querido extraer al principio de incertidumbre? Dejemos de lado el hecho de que (1) nunca dice que podamos especificar el giro simultaneamente a lo largo de los dos ejes sino sólo que el electrón gira de hecho simultaneamente alrededor de ellos, pues la motivación de la lógica cuántica no precisa un rechazo de leyes de LC como falsas: basta que sean consideradas como innecesarias en dominios donde nunca sabremos si era verdad X & Y o si lo era X & -Y.

Y aquí no es mi intención entrar en el problema de si es recomendable un cambio de lógica "to cut fat from quantum physics".[1] Sólo deseo señalar que, ya que en lógica cuántica se pierden las leyes distributivas (para una disyunción "fuerte"; Destouches-Février propone además otra disyunción "débil" para la cual sí se mantienen) podemos esperar un cambio de significado en las conectivas. Jauch, por ejemplo, sostiene que las relaciones lógicas en lógica cuántica no son de tipo semántico como en LC sino de tipo empírico[2] Y si de lo que se trata es de reproducir estructuras matemáticas, dificilmente podría darse sentido a la idea de una rivalidad basada en esto. Aun si se pudiera (y hay quienes creen esto) las lógicas cuánticas podrían concebirse, en forma paralela al intuicionismo, como complementos a LC en dominios a los que LC no llega.

<u>Lógicas paraconsistentes</u>. Quine ha llamado a la idea de que el principio de no contradicción pudiera ser negado "a popular extravaganza".[3] Sin embargo, se le han creído encontrar a la

idea de crear una lógica que acepte contradicciones sin volverse trivial las siguientes ventajas: una mejor elucidación de los conceptos de negación y contradicción, así como del papel que juega el esquema de abstracción en la teoría de conjuntos; mejor comprensión de la dialéctica y de la teoría de los objetos propuesta por Meinong; prueba de la posibilidad de teorías fuertemente inconsistentes pero no triviales; elaboración de esquemas ontológicos diferentes de los tradicionales; mejor sistematización de los fenómenos de indeterminación o vaguedad; no prejuzgar sobre la posibilidad de hechos contradictorios; permitir teorías científicas fructíferas que contengan contradicciones, etc.[4] Se ha dicho incluso que la noción de validez que dice que de una contradicción se deduce todo no se aplica en ciencia y puede ser dañina a ésta.[5] Pero, ¿usar una lógica paraconsistente nos obligaría a olvidarnos de LC?

En Ensaio sobre os fundamentos da lógica Newton da Costa sostiene que un mondo en que pueda haber verdades contradictorias exige un tipo de negación diferente de la clásica, lo cual nos hace dudar de una rivalidad inevitable. Además, para otro tipo de objetos abstractos, por ejemplo el conjunto de los nú-

---

[1] Quine (1970), p. 86.
[2] Jauch (1968), p. 77.
[3] Quine (1970), p. 81.
[4] da Costa (1974), da Costa y Alves (1977), da Costa y Wolf (1980).
[5] Munevar (1982), pp. 75-78.

meros naturales, el propio da Costa pide el uso de LC.[1] En sus palabras,

> some propositions behave well, in the sense that they obey the norms of classical logic, and for these propositions some of the most important systems of paraconsistent logic coincide with the classical.[2]

Basta imponer a los cálculos paraconsistentes C_n de da Costa la restricción de que no haya hechos contradictorios para que colapsen en LC. Me parece claro que da Costa ha dividido a las proposiciones en dos dominios: basta exigir que ninguna contradicción sea verdadera para colocarnos en el dominio de las que se portan bien y, en tal dominio, LC reina indiscutida.

3.2 LO QUE NO PUEDE SUPERARSE.

Llegado el momento de sacar conclusiones de esta casuística, quisiera citar una vez más a da Costa:

> Obviously, a logic can not be classed in an absolute fashion as complementary or alternative. /.../ In fact, all of the logics that have been mentioned /intuicionistas, relevantes, paraconsistentes/ can be viewed as formalizing a different notion of logical inference, thus being complementary to classical logic.[3]

---

[1] Miró Quesada (1982), p. 81.
[2] da Costa (1982), p. 12.
[3] "Statement of Purpose", p. ii.

Mi tesis, no demostrada sino sugerida (con todo lujo de simplificaciones, si no es que simplismos), es que toda rivalidad con LC se puede reinterpretar como suplementariedad: lo que el rival dice es que LC no se aplica, como tal vez pretenden algunos lógicos clásicos, en determinadas áreas. Si LC admitiera la restricción, basta considerar al rival como formalizando una relación nueva y de diferente extensión. Algunas de las restricciones que se impondrían no parecen ser demasiado onerosas. Para poder convivir con las lógicas de Łukasiewicz (futuros contingentes), Bochvar (paradojas), Kleene (indecidibilidad), Halldén (sinsentidos), Woodruff (huecos veritativos), van Fraassen (presuposición), basta reconocer que efectivamente la bivalencia es un presupuesto de LC y que ésta nunca ha pretendido ser aplicable más allá de donde la bivalencia se aplique.

También hay que reconocer que LC sólo está diseñada para lenguajes precisos y para dominios no vacíos, con términos sin vaguedad y con referente; en otros casos debe utilizarse una lógica suplementaria, ya sea fuzzy y/o libre.

Más difícil es el caso de si una proposición matemática puede carecer de valor de verdad o de si una contradicción pueda ser admitida sin comprometerse a admitir cualquier cosa. Pero creo que nada cuesta reconocer que LC sólo se aplica a oraciones tales que ellas o sus negaciones son verdaderas y que sólo es aplicable a sistemas que acepten que *ex contradic-*

toriis quodlibet. Aquí debo confesar que sobre la aplicación de una lógica paraconsistente albergo serias dudas, y que mis dudas son aun más serias con respecto a la necesidad de una lógica cuántica. El grado mayor de conflicto, y esta rivalidad no puede ser soslayada, es cuando se nos dice que LC es insuficiente para analizar las matemáticas e incluso se nos dice que el principio de tercio excluso no se cumple en algunas proposiciones matemáticas (aunque generalmente sin clarificar qué tipo de negación y de cuantificación existencial se usa; la cuestión de la aplicación de LC a las matemáticas dependerá de esta clarificación a mi juicio, así como de la plausibilidad de la tesis constructivista o alguna otra tesis que demostrara que en las proposiciones matemáticas la bivalencia no se satisface).

De hecho es difícil justificar el uso de lógica no-bivalentes para contextos desusados, y más difícil lo es para contextos usuales. Putnam escribe que "it would be very unnatural to adopt three-valued logic for describing ordinary macrocosmic situations".[1] Se ha dicho incluso que "in general, no logically useful systems of sentential logic correspond to the many-valued propositional calculi".[2]

Quedan como las tesis más dudosas la idea de la no-bivalencia en proposiciones sobre física subatómica y la de la po

---

[1] Putnam (1957), p. 78.

[2] Rescher (1955), p. 55.

sibilidad de situaciones contradictorias (la idea de Aristóteles y de Łukasiewicz de que LC no se aplica a proposiciones sobre futuros contingentes porque el principio de tercio excluso conduciría a una posición determinista está demostrablemente basada en una inferencia modal falaz, pues se puede sostener que una proposición sobre un hecho futuro necesariamente es verdadera o falsa sin estar obligado a aceptar que es necesariamente verdadera o necesariamente falsa[1]).

Mi conclusión es que existe una zona en la cual LC funciona bien sin disputa y, si bien existe discrepancia sobre hasta dónde es aplicable LC, todas las lógicas no-clásicas parecen reconocer a LC como la lógica base para situaciones normales:

> the various critics of classical logic seem to accept classical logic as the logic for normal situations and generally argue that in other situations the rival logics should be employed, thus they accept the claims of classical logic. Even intuitionism at times takes this tack.[2]

---

[1] Véase, por ejemplo, Ayer (1956), p. 170, Hughes y Cresswell (1972), p. 27, o el capítulos sobre "Future Contingents" en Haack (1977). En lo personal, creo que si una proposición está plenamente determinada entonces es una verdad eterna y consecuentemente es verdad ahora, y que si ha de ser verdad lo será ahora y a causa de alguna clase de necesidad (tal vez necesidad física); pero lo primero no implica lo último. Esto

La determinación de las zonas de aplicación y la modificación de la noción de teoremicidad consecuente serían suficientes para convertir a una lógica alternativa en una lógica suplementaria en varios casos; este punto se aclarará cuando examinemos a las lógicas libres. Esta posibilidad sugiere la existencia de una especie de lógica única de la cual LC sería sólo una parte que se iría progresivamente completando mediante el añadido de lógicas supletorias que integrarían nuevas zonas de aplicación a las que LC no puede llegar. Incluso podemos suponer un núcleo común de principios lógicos como propone Miró Quesada: "cada vez que creamos nuevos sistemas lógicos, /.../, cuando queremos tomarlos como contraejemplos contra la existencia de principios lógicos necesarios y universales, tenemos que suponer principios que posean ambas cualidades".[1]

Creo que en filosofía de la lógica la pregunta interesante no puede ser ¿cuál es la lógica correcta? sino ¿hasta dónde es aplicable cada lógica? Tal vez debiéramos compartir la idea de que

propiamente hablando, la "división" de la lógica en

---

[1] enfatiza la necesidad de distinguir entre "siempre verdad" y "necesario". Pero desarrollar este tema nos alejaría demasiado.

[2] Wolf (1978), p. 338.

---

[1] Miró Quesada (1980), p. 56.

"lógicas" o en tipos de lógica no expresa diferencia entre formas fundamentales de concebir la lógica, sino diversificación de campos para la exploración.[1]

¿Qué lógica se adapta a la forma en que piensa la gente? Desgraciadamente ninguna (al menos ninguna que pueda ser consistente, completa, decidible o siquiera económica). ¿Qué lógica se adapta a la forma en que debiera pensar la gente? Todas. Cada una circunscrita a un campo de acción implícitamente determinado por sus propios supuestos.

Si LC no alcanza para algo que una lógica X puede manejar, no hay razón para concebir a X como rival más que como suplemento. Antes de concluír esta sección debo llamar la atención sobre el hecho de que he descuidado aspectos de franca contradicción para hacer más plausibles mis ideas. Un lógico clásico, por ejemplo, cree que LC se aplica a los futuros contingentes mientras que Łukasiewicz cree que no. Mi única justificación es mi creencia en que llegaremos a saber quién tenía la razón (y tal vez tengamos que restringir a LC como veremos más adelante) y que tales discusiones no deben impedir que veamos como lo bueno que las lógicas no-clásicas puedan aportar debe considerarse como una extensión del poder de nuestra lógica.

---

[1] Ferrater Mora (1979), p. 2014.

4. LOS CRITERIOS PARA ESCOGER ENTRE SISTEMAS LOGICOS.

Bajo el supuesto de que un sistema lógico[1] puede ser reinterpretado (es decir, que su filosofía de la lógica[2] correspondiente puede ser modificada) de modo que se nos ofrezca como un complemento de LC, una interesante situación emerge.

Si el sistema se aplicara tan sólo a campos a donde LC no tiene interés ni posibilidad de acceder, la elección de sistemas lógicos para tratar casos particulares sería obvia: aplicar LC donde LC se aplique y el sistema no-clásico en su dominio correspondiente. Sin embargo, y aquí empiezan los problemas, las distintas lógicas tienen (o pretenden tener) dominios que se traslapan. Sobre todo en lógicas que pretenden capturar verdades centrales sobre la inferencia lógica.

Muchos lógicos clásicos aceptarían que LC no engloba todas las leyes de la lógica, pero insistirían en que captura las más básicas, al grado de que cualquier tratamiento serio de cualquier tema debe caer dentro de esta extrema generalidad. LC no es todo lo que hay, pero está en todo lo que hay. Y así la rivalidad parece asomar su cabeza serpentina una vez más, petrificando nuestros esfuerzos de coexistencia pacífica. Esta nueva medusa lleva a discutir sobre cuál es <u>la</u> verdadera lógica de la realidad. Ya sea que aceptemos la rivalidad o que creamos en mi teoría de los dominios de aplicación, tenemos entre manos la necesidad de elegir qué sistema de lógica vamos a emplear en situaciones específicas.

---

1 (aparentemente rival).

2 (y/o su semántica).

Routley[1] propone un modelo para la elección entre teorías lógicas con vistas a elegir un "sistema fundacional", es decir, un sistema aplicable a todo campo del conocimiento humano. Ya que este modelo permitiría no sólo determinar la mejor elección de todas, sino también la mejor entre un conjunto restringido, usaré en cierta medida al modelo de Routley para clarificar los factores que deben intervenir al elegir entre dos teorías determinadas. Además no entraremos a la discusión "fundacional" sino que usaremos las ideas aquí desarrolladas para decidir en dominios específicos de discurso cuál deba ser la lógica preferida.

En primer lugar debemos determinar cuáles son los factores cuya función se busca maximisar y cuáles han de ser los constreñimientos sobre tales factores. A Routley le parecen factores importantes el alcance (scope) y la aplicabilidad a los datos (accountability). El alcance se entiende en dos sentidos interrelacionados: (a) el rango de formas lingüísticas que una lógica puede manejar y (b) el rango de situaciones que puede admitir. A su vez, la capacidad de dar cuenta de los datos tiene dos caras: (a) explicitar y explicar aspectos como el por qué X sea un argumento bueno y válido mientras que Z es una falacia, etc. (b) no generar problemas gratuitos.

Otros factores a considerarse son simplicidad, economía,

---

[1] Routley (1980).

poder (<u>strength</u> o <u>power</u>), inteligibilidad, fertilidad. Routley los considera de índole pragmática, añadiendo que lo positivo que puede ofrecer la simplicidad queda absorbido en la conjunción de inteligibilidad y contrastabilidad, y lo positivo del poder o fuerza se recoje en la aplicabilidad más el alcance. Se suman a esta lista los criterios de normalidad, consecuencias harmónicas, coherencia (reducible a consistencia), disponibilidad de formas canónicas, elegancia, decidibilidad de la parte proposicional. Y finalmente existen criterios que dependen de filosofías de la lógica especiales, como el requisito de extensionalidad de Quine o el de intensionalidad del propio Routley.

Factores decididamente inaceptables, pero que muchas veces se encuentran detrás de ciertas decisiones entre teorías, son, entre otros: ventajas políticas, apoyo a una estructura social, política o económica, belleza, ventajas personales, etc. Bien merecería un estudio profundo la forma en que las ventajas personales determinan el tipo de teorías que un estudiante o profesor universitario abracen. Es interesante observar que ciertas teorías son más apropiadas que otras para ganarse la vida, para incrementar las perspectivas de trabajo, promociones o aumentos de sueldo, o para incrementar la reputación de nuestra labor... o simplemente para divertirnos más. Pero quede esto para la sociología de la filosofía.

Sobre todos estos factores existe un constreñimiento general: la teoría debe tratar de conformarse lo más posible a los hechos. Por supuesto, aquí el problema será determinar cuáles son los "hechos" relevantes para la lógica. Routley menciona tres:

(1) Existe gran cantidad de discurso intensional;

(2) Existe gran cantidad de discurso sobre no-existentes;

(3) Hay teorías y hechos inconsistentes y no triviales.

Ninguno de estos tres "hechos" escapa a la polémica. Pero Routley está más a salvo cuando menciona que

> A fact - one of the few agreed facts - about implication is that an implication is not true if its antecedent is true but its consequent is false. A theory of implication which violated this requirement would flunk the conformity criterion, and so could not be a best choice.[1]

Parecen haber algunos hechos fuera de discusión sobre la deducción lógica. A estos debe restringirse el constreñimiento general.

Existen dos objeciones a la aplicación de este modelo que inmediatamente acuden a la mente: (1) las dificultades que conlleva medir en una escala real a los factores; (2) la aplicación de una teoría de la decisión para la elección entre teorías lógicas involucra ella misma la aplicación de alguna lógica, por lo que pareceríamos condenados a un dilema: si elegimos la lógica que presupusimos caeríamos en un círculo vi-

---

[1] Routley (1980), p. 88.

cioso, y si elegimos otra no seríamos coherentes.

Veamos la primera objeción. La respuesta de Routley es que sería suficiente jerarquizar los factores e imponer alguna escala integral. Lo segundo corresponde a la implementación concreta de la escala, pero, dado que carecemos aún de los datos suficientes, este modelo representa solamente las pautas a seguir para la decisión, aunque la decisión concreta no pueda ser tomada. Es decir, este modelo puede ser seguido en la medida de nuestros conocimientos sobre los factores y nada más. En cambio, lo primero, jerarquizar los factores, puede ser intentado ya, sabedores de que este intento descubrirá nuestros presupuestos metodológicos. Procedo, pues, a intentar una jerarquización:

En primer lugar tenemos al constreñimiento general de conformidad a los hechos, el cual también pudiera ser llamado "proximidad a la verdad". El sistema de la lógica elegida debe poder interpretarse de manera que nuestras más poderosas intuiciones (salvo argumento en contra) sobre cómo son las relaciones de deducibilidad y sobre cuáles son las verdades lógicas, no sean contradichas. Si en todos los otros respectos son semejantes, de dos sistemas que violenten nuestras intuiciones escogeremos aquel que las violente menos. Este <u>menos</u> de la intuitividad no tiene por qué ser necesariamente entendido psicológicamente: nuestras "intuiciones" son aquí los "hechos confiables". Quien sea realista respecto al conocimiento lo podrá ser respecto a las intuiciones lógicas básicas.

El segundo constreñimiento es la no trivialidad. Este es una consecuencia del constreñimiento anterior pues deseamos rechazar algunas inferencias lógicas como indeseables, inaceptables para la "recta razón". Por ello prohibimos que se acepte cualquier cosa como verdad lógica. Esta intuición es tan fuerte que incluso los lógicos paraconsistentes, que no aceptan derivar cualquier fórmula a partir de una contradicción, rechazan sistemas en que casi haya trivialidad:

> an inconsistent theory in which every negative formula (though not every formula) is a theorem is no trivial strictu sensu, but comes very close to being trivial. As a theory it is uninteresting.[1]

El tercer constreñimiento es la inteligibilidad. Aunque Routley no le concede gran importancia, es mi opinión que este es un constreñimiento fundamental. Lo distingo de los factores porque no es cuestión de decidir entre dos sistemas a cuál lo entendemos más; si no comprendemos un sistema, la discusión está cerrada. Reconozco que este requisito es altamente psicológico, pero considero que es necesario. Si la lógica ha de ser una teoría y no una estructura vacía, creo que es indispensable el principio metodológico de que "Debemos saber qué estamos haciendo". Routley caracteriza a la inteligibilidad como la propiedad de tener un análisis semántico en términos

---

[1] Marconi (1981), p. 409.

de algún conjunto aceptable de primitivos semánticos. Cuáles sean los primitivos aceptables es un problema abierto.

El cuarto constreñimiento es la consistencia, en mi opinión. Aunque ha sido rechazado por algunos lógicos, a falta de buenos argumentos (hasta donde mi información alcanza) en contra, este criterio me parece definitivo para rechazar a un sistema cuando su interpretación requiera la aceptación de "verdades contradictorias".

Había ya mencionado la posibilidad de un quinto constreñimiento: la extensionalidad o la intensionalidad. Creo que esta cuestión sólo es necesario dirimirla cuando estamos eligiendo entre teorías lógicas para elegir "fundamentos". Cuando nuestra elección es buscando la teoría mejor entre dos (de las cuales posiblemente ninguna sea la mejor teoría de todas) esta decisión puede quedar subsumida en una discusión sobre el alcance. Podemos decir que una teoría aventaja a otra en algo con respecto al alcance si puede ofrecer un tratamiento lógico de un mayor conjunto de contextos intensionales y/o extensionales. Sobre la posibilidad de que este tratamiento involucre una traducción del contexto intensional a otro extensional como ha propuesto, por ejemplo, Routley[1], aquí no nos pronunciamos.

Pasamos ahora a jerarquizar los factores. De entrada rele-

---

[1] Routley (1975). Para el problema de si el rechazo de conceptos intensionales dificulta el tratamiento del lenguaje ordinario, véase Quine (1982) y Orayen (1982a) y el apéndice de (1982b).

garé los factores del tipo de simplicidad, economía, elegancia, etc. a último término. Sólo me parecen aceptables para decisiones prácticas que no juzguen sobre la superioridad teórica de las teorías. Entrarían en juego cuando todos los demás factores no hubieran podido dirimir la elección. Es agradable encontrar un sistema con formas canónicas al alcance de la mano o con postulados independientes; pero también es posible que postulados redundantes redunden en un sistema más fácil de manejar en la práctica aunque compliquen la metalógica. La decisión dependerá de muchos factores que podemos llamar "externos" a los sistemas mismos y a sus teorías correspondientes (fines didácticos, por ejemplo). Además, estos factores están subordinados, como los otros, a los constreñimientos generales: de nada sirve tener hermosas pruebas de decidibilidad, completud o corrección si la semántica formal empleada para obtenerlas es aun más oscura que el sistema, o tener un cálculo cuantificacional recursivamente decidible aunque se viole el constreñimiento de la conformidad a los hechos.

Los tres factores que me parecen importantes y que jerarquizaré son: En primer lugar, la aplicabilidad. Esta, a su vez, se desdobla en dos factores, ya mencionados: no generar más problemas que los que resuelve, y explicar los hechos lógicos. A estos subfactores los jerarquizo en el orden en que los acabo de exponer.

En segundo lugar, el alcance. También este factor se subdivide en dos factores ya mencionados: rango de formas lingüísticas y rango de situaciones. Ya que me parece importante dar cuenta de todo razonamiento es importante admitir la mayor cantidad de formas lingüísticas posible, pero no creo necesario admitir situaciones extraordinariamente dudosas como aquellas con objetos inexistentes, sucesos contradictorios, etc. Por esto jerarquizo estos subfactores en el orden en que aparecen.

Y en tercer lugar, la contrastabilidad. Ya sea que se entienda como verificabilidad o como falsabilidad (o alguna versión o combinación de ellas), este factor es importante, si hemos de ser controlados por el requisito de conformidad a los hechos.

Ahora pasemos a la segunda objeción que puede hacerse a la aplicación del modelo de Routley: Para elegir una lógica ya hemos presupuesto una.

La respuesta de Routley es proponer utilizar una lógica intuitiva (minimal) igual a como se hace al enseñar lógica o al hacer metalógica. Es un tema difícil en filosofía de la lógica la fundamentación de las inferencias; aunque no intentaré desarrollar plenamente ni aventurar una respuesta total para este problema, haré una breve reminiscencia de una de las maneras como se ha planteado y trataré de extraer una enseñanza.

Parto de la nota que Lewis Carroll publicara en <u>Mind</u> en

1895, "What the Tortoise said to Achilles".[1] No repetiré el conocido argumento, pero esquematizaré su estructura básica:

Supongamos que de <u>A</u> se deduce <u>B</u>: ¿es suficiente <u>A</u> para justificar la deducción de <u>B</u>? Respuesta de la tortuga: No; es necesario añadir la premisa de que de <u>A</u> se sigue <u>B</u>. Pero, entonces, ¿es suficiente <u>A</u> y la premisa de que de <u>A</u> se obtiene <u>B</u> para deducir <u>B</u>? Respuesta de la tortuga: Aún no; es necesario añadir la premisa de que de <u>A</u> y de que de <u>A</u> se deduce <u>B</u>, se deduce <u>B</u>... etc.

Como puede verse, dado el primer paso de que <u>A</u> no es suficiente para <u>B</u> sino que se requiere la premisa adicional de que de <u>A</u> se deduce <u>B</u>, el regreso (o la progresión) al infinito es inevitable.

Russell (1903) trató de disolver la paradoja apelando a la distinción que Frege hace entre juicio y juicio afirmado en el <u>Begriffsschrift</u> y distinguiendo entre la implicación no comprometida con la afirmación de las cláusulas y el "por tanto" que sí lo hace. No es claro todavía en este pasaje ni que la paradoja quede disuelta ni que no caiga en otros problemas (algunos el mismo Russell los anuncia; otros no[2]).

Sin embargo, con el tiempo, variantes de la propuesta de Russell de distinguir entre decir algo como regla y afirmarlo como premisa han dominado la literatura sobre el tema como

---

[1] Carroll (1895).

[2] <u>Cf</u>. Woods (1965), pp. 145-146.

respuesta a la paradoja de Carroll.

Rees[1] escribe:

> Either C is <u>not</u> a premiss /.../ or if it <u>is</u> a premiss it is a meta-premiss, in which case <u>one</u> such premiss is sufficient in any argument.

En la misma línea, D. G. Brown[2] (siguiendo ideas de Ryle) sostiene que al aceptar el Modus Ponens no lo hacemos sólo otra premisa: al aceptarlo queda justificada la inferencia total. En palabras de Woods[3], si ahora nos negamos a hacer la inferencia y exigimos algo más, caemos en inconsistencia: la tortuga acepta MP pero rehusa aplicarlo. Woods añade que la demanda de afirmar todas las condiciones necesarias de <u>X</u> antes de afirmar <u>X</u> es ilegítima pues <u>X</u> es una condición necesaria de sí misma, por lo que "it is always either illegitimate or useless to re-write a principle of inference as a premiss in an argument which invokes it".

¿Qué lección podemos obtener de estas respuestas a la paradoja de Carroll? Esta: Cuando se nos pida justificar la lógica usada para escoger una lógica, la respuesta no podrá provenir de agregar "nuevos" datos lógicos; siempre se nos podría preguntar por la respectiva justificación de estos, generando

---

[1] Rees (1951).
[2] Brown (1954).
[3] Woods (1965).

el regreso al infinito en que la tortuga desea atrapar a Aquiles. Sólo podemos detenernos y encontrar un apoyo mediante una decisión (si se quiere: un reconocimiento) la aceptación de ciertos principios como reglas correctas de inferencia. Y aquí los problemas apenas comienzan. Mencionaré el hecho de que incluso el venerado MP ha sido "puesto en duda", así sea parcialmente: Anderson y Belnap niegan que se aplique en contextos extensionales[1]; Priest sostiene que combinar al MP con el "Truth scheme" produce inconsistencia, por lo que decide abandonar al MP[2].

Mi propuesta práctica es presuponer como lógica minimal para la decisión entre teorías a la intersección entre los diferentes conjuntos de reglas metateóricas de inferencia que cada una emplea. Si bien otra lógica podrá protestar de este uso, la lógica menos favorecida por la elección no podrá hacerlo ("quien a hierro mata...").

Sé que el criterio que propongo involucra poder identificar algo muy elusivo, pero no veo otra manera de dar cabida a un diálogo racional. En todo caso, es posible aplicar esta estrategia en casos particulares como veremos al considerar si la lógica relevante obedece sus propias intuiciones o si LC satisface su exigencia de validez irrestricta.

[1] Anderson y Belnap (1975). Sobre esta crítica véase Orayen (198?), sección 3.

[2] Priest (1980).

CAPITULO II

LA LOGICA RELEVANTE DEL SISTEMA E

1. MOTIVACIONES.

En 1956 Wilhelm Ackermann, padre espiritual de las lógicas relevantes, escribió:

> La implicación fuerte que representamos por $A \to B$, debe expresar que entre A y B existe una conexión lógica, que el contenido de B es una parte del contenido de A, o como lo queramos decir. Esto no tiene nada que ver con la veracidad o la falsedad de A y B. Así se rechazaría la validez universal de una fórmula como $A \to (B \to A)$ puesto que llevaría a concluír $B \to A$ a partir de A y puesto que la veracidad de A no tiene nada que ver con que entre B y A exista alguna conexión lógica. Por el mismo motivo, las fórmulas $A \to (B \to (A\&B))$, $A \to (\bar{A} \to B)$ y $A \to ((A \to B) \to B)$ no serían consideradas universalmente válidas. Lo mismo para $B \to (A \to A)$ pues la validez de $A \to A$ es independiente de la veracidad de B. En el rechazo de la última fórmula se diferencía mi implicación de la estricta, así mismo en el rechazo de $(A\&\bar{A}) \to B$ como universalmente válida, puesto que la existencia de un enunciado que es implicado por todos o que implica a todos los demás no satisface el concepto de la implicación que requiere de la existencia de una conexión lógica entre dos enunciados.[1]

Es difícil presentar mejores argumentos para la necesidad de la relevancia que los que Ackermann ofrece en este pasaje, y no seré yo quien intente darlos. De todos nosotros es conocido que la falacia de irrelevancia es la más grosera de todas, y recordamos la incredulidad de los estudiantes de lógica ante la afirmación de que $A \to (B \to A)$ es una verdad lógica. El joven queda perplejo ante la aparición de variables proposicionales en la apódosis que no se encuentran, o no tienen por qué encontrarse, en la prótasis.

El condicional material puede prometernos jamás llevarnos de una verdad a una falsedad, si él mismo es verdadero. Pero esto es sólo una condición necesaria de la implicación lógica. No es suficiente saber que no nos llevará una premisa por mal camino; es necesario además saber que aquello hacia donde nos lleva se sigue de la premisa, es decir, que la verdad de la conclusión se puede extraer de la verdad de la premisa. Si la verdad de la conclusión es algo fortuito, la relación no es la de premisa a conclusión, es decir, no estamos aún ante una relación de deducibilidad.

El "algo más" que le pedimos a una relación para considerarla como implicación lógica es parafraseable en la atinada expresión de Ackermann: "el contenido de *B* es una parte del contenido de *A*" ("*der Inhalt von B ein Teil des Inhaltes von A ist*"). Y a primera vista esto falla en los ejemplos que Ackermann acumula.

---

[1] Ackermann (1956) p. 113 y (1980) pp. 5-6. Subrayado mío.

El sistema que Ackermann ofrece para la implicación fuerte (strenge), sin modalidades, puede ser formulado como un cálculo tipo Gentzen o como un sistema axiomático. Ya que las dos formulaciones son equivalentes sólo ofreceremos la versión axiomatizada, a la cual Ackermann bautizó como Π':

(1) $A \to A$

(2) $(A \to B) \to ((B \to C) \to (A \to C))$

(3) $(A \to B) \to ((C \to A) \to (C \to B))$

(4) $(A \to (A \to B)) \to (A \to B)$

(5) $A \mathbin{\&} B \to A$

(6) $A \mathbin{\&} B \to B$

(7) $(A \to B) \mathbin{\&} (A \to C) \to (A \to (B \mathbin{\&} C))$

(8) $A \to A \vee B$

(9) $B \to A \vee B$

(10) $(A \to C) \mathbin{\&} (B \to C) \to (A \vee B \to C)$

(11) $A \mathbin{\&} (B \vee C) \to B \vee (A \mathbin{\&} C)$

(12) $(A \to B) \to (\bar{B} \to \bar{A})$

(13) $A \mathbin{\&} \bar{B} \to \overline{A \to B}$

(14) $A \to \bar{\bar{A}}$

(15) $\bar{\bar{A}} \to A$

Es decir, contamos con identidad (1), transitividad (2,3), contracción (4), simplificación (5,6), adyunción (7), adición (8,9), dilema (10), distribución (11), contraposición (12), el hecho fuera de discusión a que aludimos en la última sección del capítulo anterior, sobre la deducción (13), y la doble negación.

Las reglas de inferencia son:

(I) Modus Ponens (sólo para la implicación; no está definido el condicional material) .

(II) Conyunción

(III) Silogismo disyuntivo

(IV) La deducción de $A \to C$ a partir de $A \to (B \to C)$ y B (sólo si B es una identidad lógica).

Con los esquemas axiomáticos anteriores y estas reglas podemos demostrar fácilmente un interesante metateorema:

> Si A es una fórmula puramente veritativo funcional (es decir, si en ella no aparece $\to$) entonces no es demostrable ninguna fórmula de la forma $A \to (B \to C)$ en Π'.[1]

Un corolario es que tampoco se puede deducir $A \,\&\, \bar{A} \to B$, pues sería fácil cambiar en la demostración a B por $A \to A$, violando el metateorema. Con esto queda demostrado que en el sistema de Ackermann ninguna de las seis fórmulas "irrelevantes" mencionadas en el pasaje que transcribimos puede ser obtenida.

¿Se ha privado el sistema relevante de algunos teoremas de LC? Antes de responder a esto, observemos que todo teorema de LC puede parafrasearse en términos de sólo disyunción, conjunción y negación (incluso este conjunto de conectivas es redundante). Y Ackermann prueba sin mucho esfuerzo que el cálculo para la implicación fuerte "contiene todo el cálculo de enunciados bivalente en el sentido de que se pueden deducir todas las fórmulas universalmente válidas que se forman con las tres

---

[1] Ackermann (1956), p. 127 y (1980), p. 36. Anderson y Belnap (1975), §§ 12 y 22.1.1.

conectivas &, v, -".[1]

Es decir, que si bien se ha rechazado $A \rightarrow (B \rightarrow A)$, no se ha rechazado $A \supset (B \supset A)$ cuando a "$\supset$" se la define en términos de las tres conectivas que menciona Ackermann (que es como normalmente se le define). ¿Qué es entonces lo que los lógicos relevantes como Ackermann han rechazado?

2. LOCALIZACION DE LA RIVALIDAD.

Hay una estrecha relación entre el condicional de un sistema lógico y su noción metateórica de deducibilidad. Se espera que el primero sea "adecuado" para representar la segunda. En LC el condicional no es obviamente símbolo de deducibilidad; si lo fuera podría interpretarse cuando menos como un condicional estricto en el sentido de C. I. Lewis, lo que llevaría a las cuatro primeras fórmulas falaces que menciona el pasaje de Ackermann citado.

Buscando un sistema en el que la relación de deducibilidad quede representada en el sistema mismo, los lógicos relevantes han propuesto diversas formulaciones, a veces acompañadas de ideas divergentes sobre lo que es una buena deducción. El sistema que más exito ha tenido es el sistema E presentado por Anderson y Belnap en ENTAILMENT.[2] En este libro encontramos también la filosofía de la lógica que más aceptación parece haber tenido entre los lógicos relevantes. Si bien

---

[1] Ackermann (1956), p. 123 y (1980), p. 26.

[2] Anderson y Belnap (1975).

no todos los lógicos relevantes pondrían la mano en el fuego por las ideas desarrolladas por la "escuela de Pittsburgh", éstas son las más difundidas y aceptadas, por lo que merecen que nos concentremos en ellas. Pocos lógicos relevantes suscribirían (al menos todavía) palabras tan duras como las de Routley:

> a goodly number of the stronger relevant logics, including some of the better known ones such as system E and its enighbours, are misguided as analyses both of entailment and of associated notions such as implication and conditionality.[1]

Ahora bien, Anderson y Belnap (en adelante A&B) reconocen que su sistema E "turns out in fact to be equivalent to the system Π' of Ackermann 1956, in the sense that E and Π' have the same stock of theorems".[2] Por estó podemos esperar que los teoremas de LC aparezcan en el sistema de A&B como aparecieron en el de Ackermann, así sea parafraseados (y lo mismo para el sistema de lógica relevante R). En efecto, E

> contains the full two valued calculus /even if it is a calculus in which/ the primitive rules are entailments.[3]
>
> The classical two valued calculus is exactly the extensional fragment of each of E, R and T.[4]

---

[1] Routley (1982) , p. xi.

[2] A&B (1975), p. 314.

[3] A&B (1959), pp. 301-302.

[4] A&B (1975), p. 184.

Y volvemos a preguntarnos cómo es posible que los mencionados sistemas de lógica relevante contengan al sistema de LC siendo la lógica relevante rival de LC.

En un ensayo de 1978, Robert G. Wolf (quien contribuyó en ENTAILMENT) admite que el sistema de lógica relevante R "is technichally an extension of classical logic", pero agrega que si bien tecnicamente no hay oposición, es "philosophically a rival".[1] Los teoremas de LC no causan objeciones; es su interpretación la que las causa. Ackermann y A&B rechazan la validez universal de ciertos teoremas no en el sentido de rechazar a los teoremas mismos sino en el sentido de que rechazan que puedan interpretarse como expresión de leyes de implicación lógica. A&B no creen que los seis casos que Ackermann mencionó representen reglas válidas de inferencia.

Por supuesto, la "herradura" de LC no tiene la menor intención de hacerse hipocritamente pasar como símbolo de deducibilidad. Es sólo la humilde expresión de ciertas relaciones entre valores de verdad. A&B tienen a bien recordarles a los estudiantes de lógica distraídos que *implicación material* no es sinónima de *implicación lógica*.

Pero el conflicto no puede evitarse tan facilmente. Existe un caso en el que, según el lógico clásico, el condicional material siempre puede ser leído como "implica logicamente": cuando aparece como conectiva principal en un teorema. LC se compromete a que, cuando el condicional material aparezca así, el teorema puede ser leído como una regla de inferencia acepta

[1] Wolf (1978), p. 333.

ble.

Aquí podemos notar la diferencia entre críticas como las de C. I. Lewis y críticas como las de A&B. Lewis también advierte que la lectura de la herradura como "implica" vuelve inválidos algunos teoremas de LC, por lo que se necesita otro símbolo para describir las leyes formales de la implicación lógica. Pero acepta que el condicional material de un teorema de LC puede ser reemplazado por un condicional estricto y que, por tanto, merece ser llamado "implicación", siempre que el condicional que reemplazamos sea el operador principal. A&B siguen a Lewis al rechazar los teoremas que Lewis rechaza pero extienden aun más allá este rechazo al rehusarse a aceptar que el condicional principal de los teoremas pueda legítimamente ser leído como implicación.

Al introducir un nuevo operador (⥽) aceptando las verdades que el lógico clásico defiende Lewis obtuvo una extensión de LC, la cual interpretó como suplemento. A&B también introducen un nuevo operador (→) pero niegan que ciertas inferencias que el lógico clásico considera válidas lo sean. Por ello la lógica relevante del sistema E es un rival para la lógica clásica aunque sea una extensión ese sistema respecto al de LC. La rivalidad no consiste en carecer de ciertos teoremas o en no tener ciertas reglas de inferencia, sino en considerar ilegítimo tenerlas.

A menos que seamos unos relativistas recalcitrantes, esta rivalidad nos debe hacer preguntarnos si los teoremas de LC con herradura como operador principal son realmente expresión de leyes de implicación lógica. Alguien debe estar equivocado pues el conflicto no es meramente verbal. La estrategia de Quine mencionada en el primer capítulo no nos basta (§1).

Me parece que muchos lógicos clásicos, y yo entre ellos, comparten con el lógico relevante la misma idea intuitiva de lo que es una inferencia correcta, al menos en el sentido de que debe contener tanto necesidad como relevancia. Suponemos que en lógica uno no se saca nada de la manga; tan sólo explicitamos lo que estaba contenido de antemano en las premisas (en lógica deductiva, claro está). Pero si la lógica sólo admite inferencias relevantes y la lógica clásica es buena lógica, habrá que explicar las aparentes irrelevancias de ciertas inferencias tradicionales veritativo-funcionales. Un lógico clásico tiene la obligación teórica de ofrecer una explicación satisfactoria de los casos ofrecidos como contraejemplos.

3. CONDICIONAL PRINCIPAL Y CONDICIONALES SUBORDINADOS.

El lógico clásico se compromete a que LC sea correcta en el sentido de que cada teorema de su sistema que contenga un condicional como conectiva principal corresponda a una regla aceptable de transformación de fórmulas. Pero, como sabe cualquiera que ha examinado la tabla de verdad del condicional material, dos dudas pueden surgir:

(a) ¿Todo razonamiento correcto tiene la estructura que corresponde a alguna fórmula válida de LC con condicional como conectiva principal?

y (b) ¿Todo razonamiento que corresponda a alguna fórmula válida de LC con condicional como conectiva principal involucra una noción aceptable de deducibilidad?

Al primer inciso la respuesta es unánime: no. Demasiados razonamientos hay que no pueden ser parafraseados como teoremas de LC como para suponer que LC atrape todas (o al menos la mayoría de) las formas aceptables de deducibilidad.

Las respuestas al inciso (b) varían. A&B responden que no. El lógico clásico debe sostener que sí. Para comprender el rechazo de A&B sería útil considerar el siguiente razonamiento: "X no es confiable porque es mujer/negro/niño/homosexual/etc.". Esperamos que cualquier persona educada clasifique esto como una falacia de relevancia. Si la premisa es que a Kant le gustaba la geografía, la conclusión dificilmente puede ser que Kant se dormía mientras fumaba. Aunque ambas afirmaciones sean verdaderas, para que una conclusión se siga de las premisas, éstas deben ser relevantes para aquella.

Pero si profundizamos en el tema, no siempre es claro lo que sea relevante para algo. Igual que en el caso de lo relevante psicológico, lo relevante lógico a veces parece depender de nuestra familiaridad con el tema, nuestra interpretación y nuestras motivaciones personales.[1]

Ensayemos entonces una noción mínima de relevancia: Si A se deduce de B, entonces B es relevante para A. Esta noción es llamada mínima en el sentido de ser suficiente pero no necesaria (piénsese en la inducción incompleta: las premisas pueden ser relevantes aunque no haya deducción legítima).

Tal noción se lleva bien con la idea que tienen A&B, siguiendo a G. E. Moore, en el sentido de que la implicación lógica es la conversa de la deducibilidad. Existe cierto consenso respecto a que en una inferencia correcta la conclusión debe estar "contenida" en las premisas o, en palabras de Ackermann, decir que de A podemos deducir B (en sentido <u>strenge</u>) es lo mismo que decir que el contenido de B es una parte del contenido de A.

Tenemos este criterio suficiente de relevancia: A es relevante para B si en cierto sentido B está contenido en A. Según Ackermann esto nos llevaría a rechazar inferencias como $A \to (B \to A)$ pues la veracidad de A no parece tener nada que ver con que entre B y A exista alguna conexión lógica.

Sin embargo, quienes hacemos LC no sentimos la irrelevancia, o bien, si a veces creemos sentirla, como en el caso de $A \;\&\; \bar{A} \to B$, hay buenas razones que nos convencen de que sí hay deducción y, por ende, que alguna relevancia existe. Los argumentos de Lewis sobre las paradojas de la implicación son paradigmáticos.[2] No repetiré aquí los argumentos de Lewis; más

---

[1] <u>Cf</u>. Schutz (1970).

[2] Véase Lewis y Langford (1959).

bien profundizaré sobre la razón de que no sintamos la irrelevancia: el condicional material sólo se utiliza (<u>is intended</u>) como símbolo de la deducción cuando aparece como condicional principal.

Cuando decimos que $(A \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow D)$ no decimos que B se deduce de A ni que D se deduce de C. Ló único que tenemos en mente, y lo único que necesitamos, es que $C \rightarrow D$ se deduce de $A \rightarrow B$.

Es fácil mostrar por qué el condicional subordinado (y no tautológico) no es necesariamente relevante:

> Sabiendo que $\overline{(A \supset B)} \supset \overline{B}$ es una tautología de LC, analicemos
>
> > No es cierto que de que Hitler perdió la 2ª Guerra Mundial se deduce que Da Vinci pintó la Virgen de las Rocas.

Ya que esta última frase corresponde al esquema tautológico, parece que podemos deducir

> > No es cierto que Da Vinci pintó la Virgen de las Rocas.

La conclusión es que $\overline{(A \rightarrow B)} \rightarrow \overline{B}$, donde "$\rightarrow$" significa "permite deducir", no es ninguna verdad lógica. En cambio, nótese que $\overline{(A \supset B)} \rightarrow \overline{B}$ sí es una verdad lógica (incluso $\vdash_{E} \overline{(A \vee B)} \rightarrow \overline{B}$ por Hyp, def., --E, &E y $\rightarrow$I).

El error no estriba en creer que podemos leer el condicional principal como "se deduce", sino en creer que también podemos hacerlo con el (o los) condicional(es) subordinado(s). Como A&B se esfuerzan largamente por poner de relieve, el condicional material no es un símbolo automático de la deducibilidad. Puede ser usado de esta equívoca manera (y lo es en algunos manuales de lógica) por tres razones al menos:

(1) Su lectura tradicional es engañosa: "Si... entonces..."

(2) Ni la implicación ni el condicional material permiten antecedente verdadero y consecuente falso.

(3) A veces el condicional material <u>es</u> una implicación. A&B admiten (§26.8) esto, si bien añaden que esto es sólo para casos "carefully contrived, altogether artificial".[1]

Sobre (1): es deseable evitar este efecto engañoso leyendo al condicional material como "o no... o sí...".

Sobre (2): debemos recordar que la implicación es algo más que una combinación de valores: es una combinación de valores necesaria.

Sobre (3): si bien el condicional material es intercambiable con la implicación en muchos casos, no todos los razonamientos son reducibles a esos casos. El alcance del condicional cotidiano (o, mejor, de los condicionales cotidianos) es muy superior al alcance del condicional material.

Si bien el condicional material no es relevante siempre que está subordinado, sí es relevante cuando es la conectiva

---

[1] A&B (1975), p. 335.

principal de un teorema. A&B aceptan que si hay una deducción "oficial" (clásica) en un sistema S "with adventitious formulas $A_1, \ldots, A_{k-1}, A_k$, and final formula B, then there is an Official deduction in S with adventitious formulas $A_1, \ldots, A_{k-1}$ and final formula $(A_k \Sigma B)$ when $(A \Sigma B)$ is material "implication", $\bar{A} \vee B$, in E".[1] A&B tienen razón en rechazar que el condicional material sea siempre relevante. Pero si vamos introduciendo todas las "adventitious formulas", nos quedaremos al final con una fórmula de la forma $A_1 \Sigma A_2 \Sigma \ldots \Sigma A_{k-1} \Sigma A_k \Sigma B$, donde el condicional principal es relevante aunque todos los demás sean sólo materiales.

Generalizando: si A implica materialmente a B en algún teorema de LC, entonces A implica a B. Pero debe notarse que no es posible generalizar esto al interior de B (que es la enseñanza de A&B). Quisiera enfatizar esto: A&B tienen razón si se limitan a decir que "material implication is <u>not</u> a "kind" of implication"[2] cuando apareciera como condicional subordinado.

El problema de la ambigüedad con el condicional de LC nos hace pensar en problemas más generales. Ciertas cosas se pueden hacer con herradura, otras con anzuelo, otras con flecha. Queda abierta la posibilidad de un sólo sistema en el que estén explicitamente determinadas cuáles y cuándo. Es necesario

---

[1] A&B (1975), pp. 258-259.

[2] A&B (1975), p. 5.

un cálculo que distinga adecuadamente (incluso notacionalmente) y relacione sistemáticamente los distintos tipos de implicación: material (Frege), estricta (C. I. Lewis), relevante débil (Church), fuerte (Ackermann), intuicionista (Heyting), analítica (Parry), conexiva (McCall), subjuntiva (Angell), contrafáctica (D. Lewis), etc.

Pongamos un ejemplo sencillo: Preguntémonos si es verdad que ($\bar{A} \rightarrow A$). Creo que concidiremos en que no es cierto. Pero, ¿qué hacer para escribir que es falso? Lo deseable sería que bastara anteponer el signo de negación. Pero en tal caso es claro que $\rightarrow$ no puede ser el condicional material, pues la fórmula sería equivalente a $\bar{A}$, y esto no es ni remotamente lo que deseábamos expresar. (Curiosamente, tal negación de la implicación es aceptable si la interpretamos como la llamada Tesis de Aristóteles, analizada en términos de la lógica conexiva.)

Necesitamos más de un tipo de condicional. Nada es tan perjudicial como creer que sólo hay uno "bueno". Cada sistema de lógica debiera aumentar nuestras herramientas para manejar la noción elusiva y multifacética de la deducibilidad. Esto se olvida tragicamente cuando se utilizan las fuerzas en discusiones sobre cuál sistema es EL sistema, en vez de emplearlas en ubicar las regiones actuales del pensamiento a las que cada sistema se adecúa.

Creo que a la filosofía de la lógica le corresponde mostrar la vía hacia la coexistencia pacífica de los sistemas lógicos (si no a las lógicas mismas) porque, recordémoslo en estos tiempos de confusión y "relativismo", sólo hay una lógica.

Podemos ahora comprender, mediante la noción de condicional principal, qué pasa con casos como A →. B → A. Como dicen A&B, este teorema "shocks our intuitions (at least our untutored intuitions) for the theorem seems to say that anything whatever has A as a logical consequence, provided only that A is true".[1] Pero sólo seems. Si hubiera un teorema que dijera tal absurdo, la indignación de A&B estaría plenamente justificada y un lógico clásico sin duda apoyaría su justa cruzada. Pero tal teorema, estrictamente hablando, no existe en LC. Lo más que LC osa afirmar es que A implica que B implica materialmente a A (en el metalenguaje, claro, pues LC no dice dentro de su sistema cosas tan comprometedoras como "esto es una implicación lógica"; la pura implicación material no alcanza, y nadie la culpa, para tan altos menesteres). Si A&B achacan al lógico clásico leer el condicional material siempre como implicación (no sólo al principal de un teorema) debemos responderles que tal cosa no la hace un lógico clásico sino un lógico distraído.

4. ¿QUE DICEN LAS TAUTOLOGIAS?

El lógico clásico se compromete a que todo teorema de LC

---

[1] A&B (1975), p. 12.

con condicional como operador principal pueda ser interpretado como una regla válida de inferencia donde el condicional principal es reemplazado por un "implica". Esto le constriñe a sostener tan sólo que existe relevancia en el condicional principal de un teorema, y no a que la haya en los demás condicionales subordinados.

Recordemos ahora los seis casos dudosos para Ackermann:

(1) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

(2) $A \rightarrow (B \rightarrow (A \,\&\, B))$

(3) $A \rightarrow (\bar{A} \rightarrow B)$

(4) $A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)$

(5) $B \rightarrow (A \rightarrow A)$

(6) $(A \,\&\, \bar{A}) \rightarrow B$

Espero que se vea claramente que con mi interpretación de que sólo el condicional principal se debe leer como deducción, los casos (1) y (3) se reducen a casos de adición, validados por los esquemas axiomáticos de Ackermann (8) y (9).[1] Los casos (2) y (4) se convierten facilmente en afirmaciones de que de algo se deduce por un lado una adición, y por otro una tautología que posiblemente no tenga variables proposicionales en común con el antecedente. Este es el problema. Igual que los casos (5) y (6), las sospechas de los lógicos relevantes emergen al encontrarse con que de una fórmula dada surja otra sin variables en común.

---

[1] Sobre problemas con la adición, véase Orayen (1983b), sección III.2. La adición es admitida en E mediante E8, E9 y $\rightarrow$E. Para la formulación tipo Fitch, véase el parágrafo 23.2.

La causa de estas sospechas radica en la ilusión de que "commonality of meaning in propositional logic is carried by commonality of propositional variables",[1] y contra tal ilusión fue concebido este capítulo.

La defensa de LC deberá ofrecer una explicación del surgimiento de variables proposicionales extrañas en el curso de sus inferencias. Esta empresa se reducirá a dos casos paradigmáticos: la inferencia a partir de una contradicción y la inferencia hacia una tautología. Gracias a la teoría de los condicionales subordinados, el problema de la relevancia en LC puede ser formulado así:

> ¿en qué sentido todo es relevante para cualquier tautología, y cualquier contradicción es relevante para todo (enunciado).

A&B presentan el siguiente argumento:

(1) Si A implica a B, entonces A es relevante para B.

(2) "B may be totally irrelevant to $A \to A$".[2]

(De 1 y 2): No es cierto que siempre $B \to (A \to A)$

Creo que un lógico clásico debe evitar la conclusión rechazando (2). No en el sentido de que se niege que B puede ser irrelevante cuando la relevancia es definida en función de un sistema como E, con las ideas de A&B; si definimos la relevancia de manera que la comunidad de variables sea una condición necesaria, B es obviamente irrelevante. Voy a negar que B sea irrelevante en otro sentido de relevancia; si este nuevo sentido satisface nuestras intuiciones sobre relevancia, no necesito más.

Para que se entienda mejor el rechazo a (2), regresemos

¿Qué noción de implicación puede encontrarse en LC que satisfaga el requisito de relevancia? En 1948 Strawson escribía:

> I propose so to use the word "entails" that no necessary statement and no negation of a necessary statement can significantly be said to entail or be entailed by any statement.[3]

Esta rígida noción de implicación no es una que podamos encontrar satisfecha en LC, pero nos sirve para mostrar que podemos tener una noción aceptable de implicación a pesar de no cumplir con rígidos criterios de deducibilidad. Los sistemas de Ackermann y A&B tampoco satisfacen las exigencias de Strawson. (En conversaciones personales, el Dr. J. Sánchez Pozos me ha indicado que tal vez ni siquiera satisfagan sus propias exigencias. Me dice que hará una década que Mintz encontró una fórmula intuitivamente aceptable y relevante pero que tanto R como E excluyen indebidamente:

$$(A \rightarrow B \rightarrow C) \;\&\; (B \rightarrow A \vee C) \rightarrow .\; B \rightarrow C.$$

El propio Dr. Sánchez Pozos mismo descubrió, junto con Voishvillo, otra fórmula, con lo cual crecen las sospechas de que "something's rotten in the state of Denmark". Pero esto merece el siguiente parágrafo, por lo que no agregaré más aquí.)

---

[1] A&B (1975), p. 33.

[2] *Ib.*, p. 17

[3] Strawson, (1948), p. 186.

Lo que debemos notar del ejemplo de Strawson es que no tiene que satisfacer una noción muy rígida de deducibilidad una buena definición de la implicación. Pero, si hemos de ofrecer algo interesante, nuestra noción debe capturar las intuiciones del propio Ackermann, si es posible. Ackermann decía que su idea de la relevancia era "mehr oder weniger deutlich".[1] Precisarla no es poco empeño, pero podemos aceptar como bueno el dictum de Ackermann y ver si podemos satisfacer la condición (suficiente aunque no necesaria) de que el contenido de la conclusión esté incluído en el de la premisa.

Ahora bien, la intuitividad de la definición de relevancia (y de implicación) que voy a proponer, se vería cuestionada si yo fuera el primero a quien se le hubiera ocurrido. Afortunadamente, las ideas que voy a exponer ya han estado durante bastante tiempo en el ámbito filosófico, si bien a veces no del todo explícitas. Por ello haremos un poco de historia.

4.1 WITTGENSTEIN

En el Tractatus[2], Wittgenstein define a la tautología (en adelante T) y a la contradicción (en adelante C). La primera se da cuando la proposición es verdadera para todas las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales. La C, na

---

[1] "más o menos clara". Ackermann (1956), p. 113.
[2] Wittgenstein (1921).

turalmente, cuando es falsa (4.46). Tanto T como C indican propiedades de estructura de sus partes (6.12, 6.1202), explicitan notaciones (6.1223, 6.22) y relacionan signos. Pero, al no representar un estado de cosas (4.462) no determinan a los signos (4.463, 4.4661) y por ello no dicen nada, son "sinnlos" (4.461) y "unsinnig" (4.4611). Siendo la T el "substanzloser Mittelpunkt"[1] de las proposiciones, y la C lo que ninguna proposición comparte con otra (5.143), la T estaría <u>dentro</u> de cualquier proposición y la C <u>afuera</u>. "Die Kontradiktion verschwindet sozusagen ausserhalb, die tautologie innerhalb aller Sätze"[2] (5.143).

Ahora bien, recordando el <u>dictum</u> de Ackermann, y sabiendo que en sistema de Wittgenstein de todo se sigue (<u>folgt</u>) T, y de una C se sigue todo (por su famoso método de tablas de verdad y su noción de <u>Warheitsgründe</u>), debemos buscar, para nuestros propósitos, una afirmación que enlace el "seguirse" en sentido de Wittgenstein con la inclusión de contenido que Ackermann pide. Las citas que necesitamos son

> 5. 122 *Folgt p aus q, so ist der Sinn von "p" im Sinne von "q" enthalten.*
>
> 5. 124 *Der Satz bejaht jeden Satz, der aus ihm folgt.*

---

[1] "centro insustancial".

[2] "La contradicción se oculta, por así decirlo, fuera de todas las proposiciones; la tautología, dentro". Wittgenstein (1973), p. 121.

(5.122 Si p se sigue de q, el sentido de "p" está contenido en el de "q".

5. 124 Una proposición asevera toda proposición que se siga de ella.)[1]

En estas citas es claro que si A implica a B entonces A afirma B y el sentido de A contiene el sentido de B. Se puede, pues, rastrear en el Tractatus una idea que me parece intuitivamente aceptable: las extrañas relaciones de deducibilidad a que parecen dar lugar T y C se deben a su carácter especial, a saber, que toda T dice lo mismo, sin importar como la escribamos, y que con las C pasa igual, pues son los casos extremos que no informan sobre el universo al no determinarlo.

$(A \vee \bar{A}) \rightarrow (B \vee \bar{B})$ no es paradójico si comprendemos que a pesar de las apariencias no hemos hablado ni de A ni de B. Nótese además que, ya que la adición es válida en Ackermann (por los esquemas (8) y (9)) y en E (por E8 y E9), toda proposición implica relevantemente al menos una tautología del tipo $(p \vee \bar{p})$ si estos lógicos tienen razón. Aceptar que todas las T dicen lo mismo (así sea nada) es aceptar que cualquier proposición "contiene" todo lo que dice cualquier T.

4.2 POPPER.

Siguiendo en parte ideas de Carnap, Popper define el con-

---

[1] Wittgenstein (1973), p. 117.

tenido tanto lógico como empírico de una proposición:[1] El contenido empírico es el conjunto de falsadores posibles, y el contenido lógico es el conjunto de enunciados no tautológicos deductibles, es decir, la clase consecuencia.

En cualquier sentido que se tome "contenido", hay una noción aceptable que satisface al dictum de Ackermann.

> Whilst tautologies, purely existential statements and other non-falsifiable statements, assert, as it were, to little about the class of possible statements, self-contradictory statements assert too much. From a self-contradictory statement, any statement whatsoever can be validly deduced. Consequently, the class of its potential falsifiers is identical with that of all possible basic statements: it is falsified by any statement whatsoever.[2]

De esto más las definiciones anteriores se sigue que una contradicción tiene todo el contenido empírico y lógico que pueda haber. Pero ¿cómo pueden tener el mismo contenido $(A \& \bar{A})$ y $(B \& \bar{B})$ si A y B son diferentes? La respuesta es que "two singular statements which are logically equivalent (i.e. mutually deducible) describe the same occurrence".[3]

La cantidad de información que transmite un enunciado no refiere a las cosas que parece directamente mencionar sino a

---

[1] Popper (1980), p. 120.

[2] Ib. p. 91.

[3] Ib. p. 88.

la cantidad y nivel de los enunciados que lo falsarían. Popper llega a la misma conclusión de Wittgenstein: las contradicciones dicen tanto que no dividen al mundo en regiones, lo admiten todo y, en este sentido, no informan de nada, "läst der Wirklichkeit keinen Punkt (4.463)".[1]

Ya que un enunciado que tenga el más alto grado de contenido lógico tnedrá el más alto grado de contenido empírico,[2] una contradicción está plena de contenido en cualquiera de los dos sentidos asentados más arriba. También se llega a esta conclusión facilmente si aceptamos que una teoría dice más mientras más falsable es. Ya que "the logical probability of a statement is complementary to its degree of falsiability",[3] se deduce que un enunciado de probabilidad lógica 0 (una contradicción) dirá tanto o más que cualquier otro enunciado. Esto es paralelo a la idea de Carnap de que "ein Satz um so mehr besagt, je kleiner sein Spielraum ist".[4]

Es fácil ver como estas ideas se aplican, *mutatis mutandis*, a la tautología.

4.3 PRIOR *ET AL.*

En un hermoso artículo, A. N. Prior propone interpretar

---

[1] "no dejan nada a la realidad".

[2] Popper (1980), p. 120.

[3] *Ib.*, p. 119.

[4] Carnap , p. 14.

"A está contenido en B" como "B puede ser expresado como una conjunción en la cual A es una de las proposiciones conjuntadas".[1]

Veamos como trabaja esta noción en un ejemplo concreto (escojo, por polémico, el silogismo disyuntivo):

El silogismo disyuntivo sostiene que sabiendo que

(1) $\bar{A}$ & (A v B)

podemos inferir B. Ahora bien, si aceptamos las equivalencias

(2) $\bar{A}$ = ($\bar{A}$ v B) & ($\bar{A}$ v $\bar{B}$)

y (3) B = (B v A) & (B v $\bar{A}$),

es claro que mediante (2) transformamos las dos conjunciones de (1) en tres. Y en esas tres, por (3), se esconde B. Por la definición de Prior, B estaría contenido en (1), y el silogismo disyuntivo sería válido.

Pero los lógicos relevantes no pueden aceptar así al silogismo disyuntivo porque, ya que aceptan la adición como se mencionó hace poco, de A & $\bar{A}$ se obtendría (1) y de ello B. ¿Qué pueden hacer para impedir esto? La definición de Prior no la pueden objetar por aceptar ellos mismos la simplificación (Ackermann (5) y (6); A&B E4 y E5). Además es fácil "expandir a $\bar{A}$ o a B, por ejemplo mediante adición, Modus Ponens y Conyunción, con lo que obtenemos el sentido de izquierda a derecha de las equivalencias (2) y (3). Y se puede demostrar en E que

[1] Prior (1948). Para mayores detalles es recomendable Bennett (1954).

(4) $(\bar{A} \vee B) \,\&\, (\bar{\bar{A}} \vee B) \rightarrow .\ \overline{A \vee \bar{A}} \vee B.$[1]

(4) nos daría facilmente el sentido de derecha a izquierda de las equivalencias (2) y (3) si tan sólo pudiéramos asegurar que sabiendo el consecuente nos lleva a B. (El antecedente de (4) es la parte derecha de (3) pues contamos con doble negación: Ackermann nos la da en los esquemas (14) y (15), A&B usando E3, E13 y E14.)

Y aquí es donde encontramos problemas. A&B deben negar que del consecuente de (4), parafraseable como $(\bar{A} \,\&\, A) \vee B$,[2] podamos deducir B, aunque cualquiera sabe que $(\bar{A} \,\&\, A)$ es falso. Este difícil paso lo dan limitando el uso del silogismo disyuntivo, al cual hemos regresado después de todo esto, a casos en que ambas premisas sean demostrables (es obvio que $\overline{\bar{A} \vee A} \vee B$ no es demostrable).

Terminaré esta sección haciendo notar que no sólo lógicos como R. Carnap[3] o J. Hintikka[4] han defendido nociones de contenido semántico que llevan a afirmar que las proposiciones lógicamente verdaderas no contienen ninguna información y que las contradicciones contienen en sí toda la información que es posible expresar en el lenguaje investigado. Defensores de la lógica relevante como Voishvillo[5] o Sánchez Pozos[6] han desarrolla-

---

[1] A&B (1975), p. 283, y las observaciones del 24.2.

[2] "De Morgan's laws hold for E in full generality", A&B (1975), p. 233.

[3] Carnap y Bar-Hillel (1952).

[4] Hintikka (1970).

[5] Voishvillo (1976). Debo esta referencia al doctor J.S.P.

[6] Sánchez Pozos (1978).

do investigaciones que permiten crear una semántica intuitivamente aceptable que permite demostrar inclusión de contenido (y, en este sentido, relevancia) incluso para lógica clásica. Para esto basta expulsar del universo semántico a los elementos de contenido que describen situaciones incompletas o tautológicas (o contradictorias).

Después de escribir Morado (198?), R. Orayen me hizo notar que ya en Sánchez Pozos (1979) se aventura esto, señalando la relación entre el Universo Semántico de un cálculo (que es un universo de "state descriptions") y el tipo peculiar de negación en el sistema. (Sobre esto, es interesante notar que este análisis llega a reconocer un caracter no clásico de la negación en la lógica relevante, en contra de las creencias de A&B[1], pero en conformidad con las de otros lógicos relevantes.[2])

5. LA INTUITIVIDAD DE LAS SEMANTICAS PARA E.

En el anterior parágrafo prometí un comentario sobre si los sistemas de Ackermann y de A&B realmente responden a las exigencias de la propia lógica relevante. En Orayen (198?) se dice que si las intuiciones básicas de la lógica relevante son que la deducción debe ser una conexión necesaria, con comunidad de variables entre premisa y conclusión y con el requisito de que debe ser posible usar genuinamente las premisas para llegar a la conclusión, intuiciones que A&B afirman expresamente, entonces la transitividad de la implicación, que tam-

[1] A&B (1975), p. 271 por ejemplo.
[2] Routley, Routley, Meyer y Martin (1982), p. 78.

bién aceptan A&B, lleva a la desagradable consecuencia de que razonamientos intuitivamente aceptables son expulsados injustificadamente.

> No he pretendido mostrar, ni se sigue de lo expuesto, que el sistema E es inconsistente. En realidad, su consistencia es fácilmente demostrable. Lo que sucede es que E no es totalmente fiel a las intuiciones originales.[1]

Y estos no son ataques sólo desde fuera. Las palabras de Routley (1980b) que citamos en el segundo parágrafo de este capítulo son una muestra más de que la noción de relevancia de A&B es sospechosa. "The Anderson-Belnap notion of "relevance", whatever it may amount to, must be something quite different from the traditional notion".[2]

La preocupación puede invadir a los mismos A&B. Combinando el sistema relevante R y el sistema modal **S4**, obtenemos una definición que cumple con los requisitos de relevancia y necesidad para la implicación: A implica B significa $\Box(A \rightarrow B)$. El sistema que surge fue diseñado por Meyer y el comentario de A&B merece una larga cita:

> The importance of $R^{\Box}$ in the context of our investigation is considerable. In the first place, if the separate motivating talk about necessity... and relevance... holds

[1] Orayen (198?), sección 4.
[2] Burgess (1981), pp. 97-104.

> water, then the most natural account of entailment should derive from $R^{\Box}$, which itself keeps necessity and relevance separate... And if E is really the system which correctly arises out of the considerations ... then the translation of E into $R^{\Box}$ obtained by mapping the arrow of E into $\Box(A \rightarrow B)$ in R should constitute an exact translation: provable if and only if. ... we predict that if in fact it is found that $R^{\Box}$ and E diverge, then we shall, with many a bitter tear, abandon E.[1]

En 1973, Maksimova mostró que se podía construír una fórmula que fuera un teorema de $R^{\Box}$ sin serlo de E. A&B, humanamente, no abandonaron E.

Mencionaré , antes de pasar a proponer una semántica que muestre relevancia para LC, que las semánticas ofrecidas para lógicas relevantes parecen ser menos intuitivas que la mía. Se ha dicho que las semánticas que Routley y Meyer crearon para lógicas relevantes a principios de la década pasada no tienen significado filosófico, siendo meros formalismos creados ad hoc. Un corolario de esto es que no sirven para demostrar, por ejemplo, irrelevancia en el silogismo disyuntivo.

> "the failure of the formula $(A \vee B) \wedge \sim A \rightarrow B$ in a semantics which gives a non-classical meaning to any of the connectives $\wedge$, $\vee$, $\sim$ will have no bearing on the key ques-

---

[1] A&B (1975), p. 351.

> tion of whether relevant entailment holds between the formula $(A \vee B) \wedge \sim A$ of classical propositional logic, and the formula B... it is totally unclear what account of the meanings of the logical constants is given in the Routley-Meyer 'semantics'.[1]

Dejo el estudio de las críticas de Scott, Hintikka, D. Lewis, y otros, así como las respuestas a ellas, para otra ocasión. Paso a proponer lo mío.

6. ADECUACION DE LC A UNA NOCION ACEPTABLE DE RELEVANCIA.

Inspirándome en las ideas de Wittgenstein y Popper arriba mencionadas, intentaré mostrar que se puede definir una noción de contenido semántico tal que el contenido de cualquier conclusión de una regla de inferencia válida en LC sea siempre parte del contenido semántico de la premisa, satisfaciendo así el dictum de Ackermann. Voy a definir el contenido de una proposición como un conjunto de descripciones de estado en el sentido de Carnap (1947). Antes estableceré una correspondencia entre el sistema S_1 y un sistema clásico para un lenguaje isomórfico al de Carnap, y, apoyándome en una correspondencia biunívoca entre los lenguajes y entre sus semánticas, usaré la semántica de LC para probar cosas sobre las descripciones de estado.

---

[1] Copeland (1979), pp. 403 y 406.

SINTAXIS DE LOS LENGUAJES S Y L.

Priemero describiré dos lenguajes esencialmente idénticos a los lenguajes S_1 de Carnap y L de Mates (1965) (S y L).

Ambos cuentan con negación, implicación, cuantificadores, variables, constantes para individuos y para predicados, etc., con las reglas de formación usuales. (Son, si se quiere, el mismo lenguaje descrito de maneras diferentes).

Una oración atómica es un predicado de grado n, de S, seguido de n constantes de S. Un enunciado atómico es un predicado de grado n, de L, seguido de n constantes de L.

Es fácil ver como podemos construír una correspondencia biunívoca entre los elementos de S y los de L, incluyendo la correspondencia biunívoca entre oraciones atómicas y enunciados atómicos.

SEMANTICAS PARA S Y PARA L.

Para S:

Una descripción de estado (DE) es un conjunto de oraciones en S que contiene para cada oración atómica, esta oración o su negación pero no ambas, y nada más, y donde el dominio de las variables actúa como los denotados de las constantes individuales.

Decimos que una oración atómica vale en todas y sólo en aquellas DE a las que pertenece. -A vale en una DE sii A no vale en esa DE. Para las conectivas proposicionales, las reglas se definen de la manera usual. Por lo que vimos sobre el dominio de las variables, (x) Px vale en una DE sii todas las instancias de sustitución de su alcance valen en esa DE.

A es L-verdadera sii A vale en toda DE.

(Es de notarse que esta "semántica" está dada realmente en términos puramente sintáticos. La traducción a términos semánticos no presenta ninguna dificultad:

> That a sentence holds in a state-description means, in nontechnical terms, that it would be true if the state-description (that is, all sentences belonging to it)[1]) .

Para L:

Una interpretación completa (I) de L consta de un conjunto o dominio no vacío (D) junto con una asignación que asocie con cada elemento de D una constante individual de L al menos, y con cada predicado n-ario de L una relación n-aria entre elementos de D. (Estas no son las interpretaciones standard donde sólo se nos garantiza que cada constante indívidual de L está asociada con un elemento de D.)

Un enunciado atómico es verdadero bajo todas y sólo aquellas I en las que los objetos que I asigna a las constantes individuales de L guarden la relación que I asigna al predicado. -A es verdadera bajo cierta I sii A no lo es bajo esa I. Para las conectivas proposicionales, las reglas se definen de la manera usual. (x) Px es verdadera bajo cierta I sii, para toda constante a, Pa es verdadera bajo esa I.

A es lógicamente verdadera sii A es verdadera bajo toda I.

Por el paralelismo entre las reglas de verdad en S y L ("valer en DE" y "ser verdadera bajo I"), creo que es claro el hecho de que cuando el valer de cada oración atómica coincida con la verdad de su correspondiente enunciado atómico, las reglas permiten predecir que el valer de cualquier oración no atómica de S coincidirá con la verdad de su enunciado no atómi

---

[1] Carnap (1947), p. 9.

co correspondiente en L.

CORRESPONDENCIA BIUNIVOCA ENTRE I Y DE.

~~Tomemos un dominio y una función de denotación para constantes~~ individuales, arbitrarios y fijos para cualquier I. (Lo que diremos valdrá para cualquier dominio y función). Aún con esto fijo, existen muchas I diferentes de acuerdo al valor que se dé a los predicados. A cada I corresponderá biunívocamente una DE de la siguiente manera:

A cada I le relacionamos aquella DE cuyas oraciones atómicas sean las correspondientes a los enunciados atómicos verdaderos bajo esa I. Si tengo una DE, viendo qué fórmulas valen con cada predicado puedo reconstruír unívocamente la extensión de los predicados de L, lo que me determina la I que corresponde a esa DE.

CONSECUENCIAS.

Si O es una oración atómica y corresponde al enunciado atómico E, O valdrá en todas y sólo aquellas DE que correspondan a las I bajo las cuales E es verdadero, y O valdrá en toda DE sii E es verdadero bajo toda I. Similarmente con las fórmulas construídas con negación, condicional y cuantificador universal (por lo que vimos arriba del paralelismo de las reglas de verdad en S y en L), es decir, con todas las fórmulas del cálculo clásico de primer orden. Si a la oración $(A \supset B)$ en S corresponde el enunciado $(A' \supset' B')$ en L, $(A \supset B)$ será L-verdadera sii $(A' \supset' B')$ es logicamente verdadera.

Ya que sabemos que LC es completo y correcto con respecto a las nociones de Mates, con nuestras definiciones podemos probar que

a) $\vdash_{LC} (A' \supset' B')$ sii para toda I, si A' es verdadera bajo I, entonces B' es verdadera bajo I (es decir, sii $(A' \supset' B')$ es logicamente verdadera).

b) $\vdash_{\underline{LC}}$ ($\underline{A}$' ⊃' $\underline{B}$') sii el correlato ($\underline{A} \supset \underline{B}$) en $\underline{S}$ es $\underline{L}$-verdadera (es decir, si para toda $\underline{DE}$, si $\underline{A}$ vale en $\underline{DE}$ entonces $\underline{B}$ vale en esa $\underline{DE}$),

c) $\vdash_{\underline{LC}}$ ($\underline{A}$' ⊃' $\underline{B}$') sii toda $\underline{DE}$ en que no vale $\underline{B}$ es una $\underline{DE}$ en que no vale $\underline{A}$. (Para la contraposición véase A&B (1975), p. 109).

DEFINICION DE CONTENIDO SEMANTICO

Si definimos el contenido semántico de una oración como el conjunto de $\underline{DE}$ en las que no vale "since to know the meaning of a sentence is to know in which of the possible cases it would be true and in which not, as Wittgenstein has pointed out"[1], y las $\underline{DE}$ "represent Leibniz' worlds or Wittgenstein's possible states of affairs"[2], basta entonces recordar que, como pide Ackermann, $\underline{A}$ es relevante para $\underline{B}$ sii el contenido semántico de $\underline{B}$ es parte del contenido semántico de $\underline{A}$, para obtener

d) $\vdash_{\underline{LC}}$ ($\underline{A}$' ⊃' $\underline{B}$') sii el conjunto de $\underline{DE}$ en que no vale $\underline{B}$ es un subconjunto del conjunto de $\underline{DE}$ en que no vale $\underline{A}$,

e) $\vdash_{\underline{LC}}$ ($\underline{A}$' ⊃' $\underline{B}$') sii el contenido semántico de $\underline{B}$ es parte del contenido semántico de $\underline{A}$,

f) $\vdash_{\underline{LC}}$ ($\underline{A}$' ⊃' $\underline{B}$') sii $\underline{A}$ es relevante para $\underline{B}$.

---

[1] Carnap (1947), p. 10.

[2] Ib., p. 9.

7. OBSERVACIONES AL METÀTEOREMA DE ADECUACION.

Creo que la noción de contenido semántico aquí delineada es suficiente para sostener, en un sentido intuitivamente aceptable, que existe relevancia en LC. Orayen me ha hecho notar que esta semántica tiende a colapsar en una semántica para la implicación estricta de C. I. Lewis, y ello no me parece terrible sino natural. Es mi creencia que el condicional material principal de un teorema de LC conduce al condicional estricto y éste a su vez al condicional fuerte porque el condicional estricto ya tiene un elemento de relevancia. No, claro, la noción fuerte de A&B.

Podemos decir que hay por lo menos un sentido de relevancia que LC no satisface (la relevancia-A&B). Pero esto no significa que en LC la relevancia es prescindible; muestra que en LC la relevancia-A&B no es imprescindible para una deducción correcta.[1]

Nótese que mi metateorema fue demostrado sólo para casos en que la implicación material es el operador principal en un teorema de LC. Como ya hemos dicho, no necesita más el lógico clásico. El condicional de LC rebasa en estos casos el puro nivel veritativo-funcional y adquiere, en la metateoría, el carácter semántico que necesitamos para nuestros análisis lógicos. La presencia de este rasgo de "relevancia" en el condi-

---

[1] Véase Morado (1983), y Orayen (1983c).

cional principal de los teoremas de LC es similar a la presencia del rasgo de necesidad que ha hecho explícito la lógica modal. En esta capacidad de sus teoremas (con condicional como operador principal) de ser interpretados como reglas de inferencia tanto necesarias como relevantes, es donde radica la utilidad de la lógica clásica.

Finalizaré este capítulo con algunas observaciones sobre la definición de contenido semántico. Aunque pueda parecer un defecto el restringir el "Universo Semántico"[1] de modo que las tautologías tengan un contenido nulo, esta idea no es nueva. De hecho era común en el positivismo lógico.[2] La intuición a la base es la de que decir que A significa que, de los dos conjuntos posibles de DE (las que verifican y las que falsifica A), algún elemento del primer conjunto es verdadero. Esto se puede entender como la afirmación de que algo sucede y es el primer elemento del conjunto de DE que verifican a A, o el segundo, o el tercero, etc. Pero, ya que los dos conjuntos son complementarios, esto es lo mismo que decir que algo sucede y no es el primer elemento del conjunto de DE que falsifican a A, ni el segundo, ni el tercero, etc. Por ello, decir que sucede A es decir, de los infinitos (tal vez) mundos posibles que sucede algo y no es ninguna DE en la que A es falsificada. Si hay A o B o C y X dice que sucede algo pero no es

---

[1] Véanse Sánchez Pozos (1978b) y (1980).

[2] Por ejemplo en Carnap (1978), p. 149, y en Hahn (1933), p. 158.

ni B ni C, esta información está contenida en decir que A (si las "o" son exclusivas), y lo mismo si X no desechara a C, Es decir, lo que dice X está contenido en A ssi además de la afirmación repetida de que algo sucede, el conjunto de DE que X desecha es parte del conjunto de las que A ya había desechado.

De acuerdo a la noción común de implicación, si A implica a B entonces no hay caso en el cual A sea verdad y B falso, es decir, el conjunto de casos en los que A es verdad contiene sólo casos en los que B también es verdad. Por <u>modus tollendo tollens</u>, o por contraposición, aceptada en A&B (1975), tenemos que los casos en los que B no es verdad deben ser un subconjunto de los casos en los que A no es verdad. Ya que la contraposición es una equivalencia, podemos definir

A implica a B

como

> El conjunto de casos en los que B es falso es un subconjunto de los casos en los que A es falso.

Ahora bien, un lógico relevante pudiera objetar esta definición por considerar que la relación de verdad es un ingrediente necesario pero no suficiente de la noción de implicación. Lo que faltaría aquí sería un ingrediente intensional: el significado de B debe estar contenido en el significado de A.

Pero, cuál pueda ser el significado de una proposición (aparte del delimitar un conjunto de casos o mundo posibles) es oscuro. Una proposición declarativa (una que es o verdade ra o falsa) es interpretada usualmente como informándonos sobre una porción de la realidad, es decir, como diciendo que nuestro mundo pertenece a algún conjunto de mundos posibles que tiene esa porción en común.

Así, no estamos haciendo meramente la afirmación extensional de que la relación de verdad entre A y B no es la de verdad a falsedad. Estamos localizando a nuestro mundo en una parte del reino de los mundos posibles (perdónese la expresión); y no puedo ver qué más pueda pedirse a la noción de "significado de una proposición (declarativa)".

P. Ramos ha inquerido sobre la intuitividad de mi definición de contenido proposicional, como el conjunto de mundos posibles en que una proposición se falsifica. Creo que decir "x es F" me da exactamente la misma información que "en nuestro universo es el caso de que x es F" o, añadiendo florilegios (aunque, creo, no información) "nuestro universo está en el conjunto de aquellos en los cuales x es F".

Ya que hay una relación directa y estrecha entre el contenido de una proposición y el conjunto de mundos posibles en los que las proposiciones son verdaderas, nada me parece tan intuitivo como la hipótesis de que siempre que el contenido de A sea una parte del contenido de B, el conjunto de mundos posibles en los cuales A es falsa debe ser un subconjunto de el conjunto de mundos posibles en los cuales B es falsa también, y viceversa.

CAPITULO III

L O G I C A S   L I B R E S

1. EL PROBLEMA DE LOS PRESUPUESTOS EXISTENCIALES.

Es difícil negar que la importancia de la lógica reside en buen grado en su carácter formal[1] Suponemos que la lógica se aplica a cualquier situación y esta extrema generalidad explica en buena medida su atractivo y su utilidad. Si bien dista mucho en su estado actual de poder considerarse completada, aquello que logra ser reconocido como verdad lógica se acepta como logro permanente y seguro. Tales logros son considerados herramientas confiables en el trabajo intelectual riguroso.

Por ello es siempre alarmante el hecho de que lo que un hombre proponga como verdad lógica sea rechazado como tal por otro hombre. En la lógica cuantificacional standard es común aceptar inferencias que parecen asumir al menos una de dos proposiciones controvertibles: que todo término denota, y que ningún dominio de discurso es vacío.

Lo primero se puede ejemplificar con la llamada *regla de Instanciación Universal:*

$$\frac{\textit{Para cada objeto existente } x, \ldots x \ldots}{\ldots s \ldots}$$

donde s *es un término singular*

[1] Es decir, en el hecho de que en cierto sentido interesante no prejuzga sobre la realidad.

y lo segundo con la llamada *regla de Generalización Existencial:*

$$\frac{\ldots s \ldots}{\textit{Existe algo } x,\ \ldots x \ldots}$$

donde s *es un término singular.*[1]

Naturalmente, en el lenguaje natural contamos con "nombres que no nombran", es decir, expresiones que parecen denotar algo y sin embargo carecen de referencia. 'Sherlock Holmes'[2] es un término singular que no refiere a un objeto existente y, por ello, no debe utilizarse para reemplazar la variable al utilizar Instanciación Universal. Para que en nuestra lógica valga

$$\frac{\forall x\, Fx}{Fa}$$

necesitamos que todo término '*a*' refiera a un existente. Pero con esto perdemos el ideal de generalidad pues nuestra lógica no podrá ser aplicada en lenguajes donde los términos no tengan asegurada una denotación.

Por su parte la Generalización Existencial permite inferir que si podemos utilizar un término 't' cualquiera en una proposición, entonces el término 't' refiere a un existente. Es claro que oraciones como 'Sherlock Holmes era opiómano' dificilmente serían admisibles en nuestra lógica, circunscrita como está a oraciones con términos no vacíos. Nuevamente el ideal de generalidad resulta sacrificado.

---

[1] Sigo en esta formulación a Lambert (1980).

[2] Basados en ciertas ideas que Terence Parsons desarrolló en Inexistent Objects, McMichael y Zalta (1980) han creado una lógica para entes de ficción literaria. Como términos no referenciales se podrían ofrecer los ejemplos de "Odín", "el círculo cuadrado" o "el rey de Mercurio" que presentan problemas distintos a los de los entes de ficción literaria.

Puesto de otra manera:

Existe la costumbre en lógica de interpretar $(\exists x)$ como "hay por lo menos una x tal que...". Esto nos pone en un brete por ser también usual la aceptación de reglas de inferencia como $\forall x\, Fx \rightarrow \exists x\, Fx$, a ser leído "de que toda x tiene la propiedad F, se deduce que hay por lo menos una x con la propiedad F. El problema es que si nuestro universo de discurso es vacío, $\forall x\, Fx$ es verdad vacuamente[1] pero $\exists x\, Fx$ es falso.

Al interpretar al cuantificador particular $(\exists)$ como un cuantificador con carga existencial, la verdad de oraciones como $\forall x\, x=x \rightarrow \exists x\, x=x$ nos compromete con la existencia de algo en el universo, lo cual es dudoso que tenga el caracter de verdad de razón. Finalmente, la verdad de $Fa \rightarrow \exists x\, x=a$ (para cualquier término a) parece comprometernos con la existencia de a, sea ello lo que fuere, si deseamos utilizar el término "a". Y no es novedad la existencia de oraciones verdaderas en que figura algún término sin referente como "Los antiguos griegos adoraban a Zeus", "Pegaso ha de concebirse como un caballo" o "El viento impidió el mayor desastre aéreo de la historia".[2]

Una lógica libre pretende librarse precisamente del tipo anterior de supuestos de existencia con respecto a los términos, generales y singulares. Quede entonces definida la expresión "lógica libre" como

> Una lógica en la cual las oraciones cuantificadas carecen de carga existencial y no hay enunciados tales que sólo sean

---

[1] Por ser cada cuantificación universal la negación de un existencial.

[2] Estos ejemplos, de Leonard y Chisholm, son citados en van Fraassen (1966) p. 490.

lógicamente verdaderos si es verdad que G existe para cualquier término general G o si es verdad que s existe para cualquier término singular s.[1]

Una lógica libre debe rechazar, por ende, alguno de los siguientes esquemas de deducción:

$$\frac{\forall x\ Fx}{Fa} \qquad\qquad \frac{Fa}{\exists x\ Fx}$$

Intentaré evaluar diversas propuestas encaminadas a resolver el problema de los términos sin denotación, tanto los singulares como los generales. Quine ha distinguido entre éstos en términos de *predicación*:

> *The basic combination in which general and singular terms find their contrasting roles is that of* predication: *'Mama is a woman', or schematically 'a is an F' where 'a' represents a singular term and 'F' a general term. Predication joins a general term and a singular term to form a sentence that is true or false according as the general term is true or false of the object, if any, to which the singular term refers.*[2]

Tal distinción no está exenta de problemas por supuesto. Pero, problemática como es, la distinción entre términos generales y términos singulares ha permitido la práctica usual de criticar los supuestos ontológicos en las inferencias tradicionales (aristotélico-medievales) con

---

[1] Lambert (1980), p. 149.

[2] Quine (1960), p. 96.

respecto a los términos generales y callar un tipo semejante de críticas con respecto a los términos singulares en las inferencias de la lógica cuantificacional moderna.

Antes de pasar adelante, mencionaré el disgusto que causa a algunos lógicos el uso de expresiones como "existential import" cuando nos referimos tanto a la lógica tradicional como a LC. Wreen, por ejemplo, propone deshacernos de esta noción "since the concept is misleading and confused".[1] Desgraciadamente las razones que da no son convincentes. Menciona que si entendemos a las inferencias tradicionales que llevan a la atribución de existencia como "implicaciones" entonces fallan. Pero esto es lo que LC les reprocha precisamente. Wreen propone entenderlas como "presuposiciones" en el sentido de Strawson pero no desarrolla el tema. Por mi parte, me parece que el tratamiento de Leonard que analizaremos más adelante justifica el uso de la misma noción tanto para la lógica aristotélica como para la russelliana.

Empezaré, pues, con un análisis somero de las críticas con respecto a los términos generales.

2. LOS TERMINOS GENERALES EN LA LOGICA TRADICIONAL.

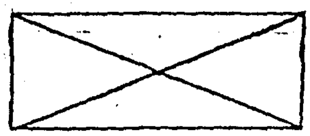
El famoso Cuadrado de Oposición ha sido mencionado como una fuente concreta de insatisfacción con relación a posibles supuestos ontológicos en las inferencias lógicas, y como motivación importante para la creación de sistemas lógicos libres de tales supuestos.

Todos conocemos las extructura que tiene este venerable mecanismo lógico:

---

[1] Wreen (198?).

TODOS LOS X SON Y (A) — (E) NINGUN X ES Y



ALGUNOS X SON Y (I) — (O) ALGUNOS X NO SON Y

Las proposiciones de tipo A y E son <u>contrarias</u>, es decir, no pueden ser ambas verdad pero pueden ser ambas falsas; las de tipo I y O son <u>subcontrarias</u>, es decir, no pueden ser ambas falsas pero sí ambas verdaderas; las de tipo A e I (así como la pareja E y O) son <u>subalternas</u>, es decir, la universal (A o E) implica a la particular (I u O) pero no al revés. Finalmente A y O (así como E e I) son <u>contradictorias</u>: no pueden ser ambas verdaderas ni ambas falsas.

Entre estos tipos de proposiciones existen ciertas relaciones deductivas, relaciones de "oposición", a saber:

Entre subalternas:

(S 1) De A se deduce I

(S 2) De E se deduce O

(S 1.1) De No I se deduce No A

(S 2.1) De No O se deduce No E

Entre contrarias:

(C 1) De A se deduce No E

(C 2) De E se deduce No A

Entre subcontrarias:

(SC 1) De No I se deduce O

(SC 2) De No O se deduce I

Entre contradictorias:

(K 1) De A se deduce No O

(K 2) De E se deduce No I

(K 3) De I se deduce No E

(K 4) De O se deduce No A

(K 5) De No A se deduce O

(K 6) De No E se deduce I

(K 7) De No I se deduce E

(K 8) De No O se deduce A [1]

Ahora bien, la acusación contra el cuadrado de oposición consiste en afirmar que si admitiéramos términos generales sin referente esto "obliterates logical relations around the square of opposition |...| The only relation surviving |...| is the relation of contradiction". [2]

Esto quiere decir que no sobrevivirían las inferencias de tipo S, C y SC, con lo cual se probaría que el cuadrado clásico de oposición "in Ralph Eaton's words, 'takes it for granted that the subject class in each of the four forms A, E, I, and O, has members' ". [3]

Se acusa a la lógica tradicional de presuponer que todos sus términos refieren y de ser incapaz de manejar términos como 'Los cuerpos sobre los que no actúan fuerzas externas'. ¿Es esto así?

Ya que generosamente se nos han concedido los casos K, nos aprovecharemos de ellos al examinar los restantes. Comencemos por los casos C. Sabemos que de A y de E se deducen sus respectivas contradictorias negadas: por K 1 obtenemos No O, y por K 2 obtene

[1] Aunque es sabido que hay otras relaciones, omitiré a las que supongan más reglas de inferencia que las de oposición, e. g., las que exigen aceptar las sospechosas reglas de obversión.

[2] Lambert (1980), p. 164.

[3] Ib., p. 165.

mos No I. Si los casos SC 1 y SC 2 fueran válidos, obtendríamos respectivamente I y O y, nuevamente por contradicción, No E (por K 3) y No A (por K 4) respectivamente. Así pues, los casos C son válidos si los casos SC lo son.

Examinemos entonces los casos SC. Ya que las relaciones de contradicción se mantienen, No I (o No O) permite inferir la afirmación de la contradictoria, E, por K 7 (o A por K 8). Pero una vez obtenido esto, sólo necesitamos la validez de S 2 para inferir O (o S1 para inferir I). Así pues los casos SC serán válidos si los casos S lo son.

Nuestra investigación se ha reducido a los cuatro casos S. S 1.1 y S 2.1 son facilmente reducibles a los casos S 1 y S2 respectivamente mediante contraposición. Finalmente, ya que sabemos que E y No I son equivalentes (por K 2 y K 7) y que también lo son O y No A (por K 4 y K 5), sustituyendo equivalentes por equivalentes S 2 se convierte en S 1.1, el cual, como ya habíamos mencionado, se convierte en S 1 por contraposición. La conclusión es que todas las relaciones del cuadrado de oposición serán válidas con tal que S 1 lo sea.

Ya que defender al cuadrado de oposición se ha reducido a defender S 1, empezaremos notando varios sentidos en que las afirmaciones que en S 1 aparecen pueden ser entendidas.

Todos los X son Y puede significar

α) Hay Xs y todos son Ys.

β) Para todas las cosas es cierto que si son X entonces son Y.

Algunos X son Y puede significar

γ) Hay Xs y algunos son Ys.

δ) Para algunas cosas es cierto que si son X entonces son Y.

La inferencia $\beta \rightarrow \gamma$ parece ser indefendible pues podrían no existir Xs, haciendo vacuamente verdadero β pero falso γ. La lectura moderna de S 1 en términos de $\beta \rightarrow \gamma$

$$\frac{\ldots\ \forall x\ (Ax \supset Bx)}{\exists x\ (Ax\ \&\ Bx)}$$

ha provocado que actualmente exista un rechazo general hacia el paso inferencial de A a I.

Por otro lado, si optáramos por la lectura α, no podríamos usar este cuadrado cuando la existencia de los Xs no estuviera garantizada.[1] El rechazo del cuadrado de oposición parece sensato si deseamos dar a nuestra lógica la máxima generalidad.

3. LOS TERMINOS SINGULARES: EL TRATAMIENTO CLASICO.

Pero tal vez no todo sea sensatez en la lógica actual. Al mismo tiempo que se rechazan inferencias como S 1, son aplaudidas inferencias como

$$\phi)\ \frac{\forall x\ (E!x \rightarrow Gx)}{Gs}$$

---

[1] Esta lectura fuerte de "todos", introduciendo el supuesto ontológico en la premisa, era algo común hasta hace poco. Por ejemplo, en Carroll (1979) "Todos los x son y" se explica como "Existen algunos xy y no existe ningún xy'".

y

$$\psi)\ \frac{Gs}{\exists x\ (E!x\ \&\ Gx)}$$

Por un lado, ϕ es problemático si pensamos que s pueda no denotar nada. Por otro, ψ es problemático si pensamos que nuestro universo o dominio de discurso pueda ser vacío.

Rechazar $\beta \rightarrow \gamma$ pero aceptar ϕ y ψ parece ser un claro caso de lo que K. Lambert llama *theoretical schizophrenia*.

Como es bien sabido, Frege propuso evitarse problemas con los términos que no denotan simplemente evitándolos. Los lenguajes naturales permiten la existencia de expresiones que parecen denotar sin hacerlo. Por ejemplo, 'La serie divergente infinita ' es un término que bien podría denotar algo; al menos el puro examen de su contrucción lingüística no basta para saber si tal término refiere a algo que exista. Ya que el lenguaje natural es tan "imperfecto" que no asegura una denotación a todos sus términos, nosotros podríamos tomar tal responsabilidad a cuestas y asignar un *denotatum*, por ejemplo el número 0. Así podríamos exigir que en un lenguaje logicamente perfecto no se permita la introducción de signos que funcionen como nombres propios si antes no se les ha dado una denotación.[1] Todo esto tiene una razón de ser. El "lenguaje logicamente perfecto" en que Frege está pensando es la conceptografía. En el prólogo al *Begriffschrift* Frege ofrece la conceptografía como un auxiliar en el desarrollo de las ciencias; entonces la

[1] Frege (1892).

lógica, como instrumento para la ciencia, no necesita preocuparse por los términos sin referencia ya que tales términos no tienen cabida cuando hacemos ciencia en serio:

> *Las reglas de la lógica asumen siempre que las palabras usadas no son vacías, que las oraciones son expresiones de juicios, que no se está meramente jugando con palabras.*[1]

Ecos de esta concepción son las palabras de S. Stenlund: *an argument involving a description which as a matter of fact has no reference, |...|, is of course vacuous and useless. It can never be used to infer truths about reality*[2]

La solución propuesta por Frege tiene varias desventajas.

En primer lugar, la asignación de un referente arbitrario parece ser arbitraria. Es decir, aunque su conveniencia difícilmente puede ser negada, carece de adecuada justificación filosófica. No basta que me digan que la expresión 'La serie infinita divergente' denota el número 0; como ser que quiere entender las cosas, necesito que tal asignación me sea plausible. En segundo lugar parece que resolvemos el problema de entender oraciones con términos no denotativos mediante el simple expediente de impedirnos formularlas. Aun cuando el expediente fuera realmente simple, lo cual es dudoso fuera de algunos lenguajes rígidamente formalizados en su aspecto semántico, no encara el problema real que tenemos:

---

[1] Frege (1969), p. 97.

[2] Stenlund (1973), p. 32.

¿cómo traducir, si ello es posible, una oración con términos no denotativos de manera que su forma lógica, y no sólo su estructura gramatical, quede al descubierto? En tercer lugar, Frege parte de la idea de que una oración en la que aparece un término sin referencia carece de valor de verdad. Sospecho que esto es falso. Lourdes Valdivia me ha ayudado a construír el siguiente ejemplo: ¿qué pasa con "El hombre que fue autor del artículo 'Sobre el Sentido y la Denotación' (o su correlato alemán) sin haberse comido al dragón que mató San Jorge, nació en el siglo pasado"? Parece que esta oración tiene un valor de verdad (de hecho es verdadera) sin cumplir con el requisito de que todos sus términos constituyentes refieran. Además, supongamos que alteramos el ejemplo dado por Chisholm y decimos que "El viento que evitó el mayor desastre aéreo de la historia fue oportuno". El desastre aéreo no ocurrió y por lo tanto podemos suponer (con las sutilezas del caso) que la expresión "el mayor desastre aéreo de la historia" no tiene referente. ¿Hemos de decir que la oración líneas arriba no es verdadera ni falsa?

Finalmente, la solución parece alejarse drásticamente de nuestras intuiciones ordinarias. Decir que "el cuadrado redondo" es igual a la suma de 4 más $-(2^2)$, es definitivamente usar las palabras en un sentido muy poco habitual.

Terminaré esta introducción al tema regresando al problema del dominio vacío, caso extremo en que ningún término denota por no haber nada que denotar. En este "universo sin objetos" las leyes lógicas habituales parecen fallar. Si recordamos las inferencias del tipo de ψ entenderemos mejor las palabras de Russell en su libro Introduction to Mathematical Philosophy:[1] *Las proposiciones primitivas de los Principia Mathematica son tales que permiten la inferencia de que al menos existe un individuo; pero ahora vemos que, en pura lógica, esto constituye más bien un defecto.* Y, clarificando su posición,

> *La característica de las proposiciones lógicas, que por el momento podemos llamar tautología, no pertenece evidentemente a la afirmación de que el número de individuos del universo es n, cualquiera que este número n pueda ser... Sólo nos queda la observación empírica para determinar si efectivamente hay en el mundo tantos individuos como indica n. Entre los mundos "posibles", en el sentido leibniziano, habrá mundos con uno, dos, tres... individuos. No parece haber, incluso, ninguna necesidad lógica por la que debiera haber un individuo; por la que, de hecho, debiera haber siquiera un universo.*

Tan loable preocupación por no comprometer a la lógica con ninguna ontología no parece ser compartida en su totalidad por Quine. En "Quantification and the Empty Domain"[2] reconoce que las leyes lógicas usuales sólo funcionan para dominios no vacíos pero aduce dos argumentos para dejar de lado tal dominio y continuar con la misma lógica de siempre:

En primer lugar toda fórmula válida en todos los universos de cierto tamaño, también será válida para todos los dominios de

---

[1] Russell (1919).

[2] Quine (1966), pp. 220-223.

magnitud inferior, con excepción del dominio vacío. Incluírlo costaría abandonar algunas fórmulas muy útiles que funcionan bien en todos los otros contextos. *It behooves us therefore to put aside the one relatively inutile case of the empty universe, so as not to cut ourselves off from laws applicable in all other cases.*[1]

En segundo lugar, Quine observa que sería fácil convertir a una lógica exclusiva (que excluye el caso del dominio vacío) en una lógica inclusiva (que lo incluye). Para esto hay dos métodos: Semánticamente podemos suplementar nuestro sistema lógico con una fácil prueba para decidir, con respecto a cualquier fórmula si vale en el dominio vacío; basta dar a cada cuantificación universal el valor de Verdad y a cada cuantificación existencial el valor de Falso y aplicar el método de tablas de verdad.[2] Sintácticamente puede ser hecho mediante una axiomatización casi idéntica a la que damos para la lógica exclusiva usual. Por ejemplo, para convertir el sistema exclusivo de Quine en la edición revisada de Mathematical Logic en un sistema inclusivo basta restringir

---

[1] En "Meaning and Existential Inference", p. 161, en Quine (1961).

[2] Queda el problema del valor que merece una cuantificación universal vacua (es decir, sobre una fórmula que no contiene una ocurrencia o figuración libre de la variable cuantificada) sobre una fórmula falsa. Mostowski la considera falsa; Quine, en la línea de las ideas expuestas por Russell (1919) (que la contradictoria de una proposición general es una proposición afirmadora de existencia y, por tanto, sería siempre falsa al no haber nada en el universo) la considera verdadera. Pero, ya que este problema no es específico de la cuantificación en el dominio vacío, podemos pasarlo por alto aquí.

$$\vdash \ulcorner(\alpha)\ \phi \supset \phi\frac{\beta}{\alpha}\urcorner$$

a casos en que α es libre en ϕ.

Un tercer argumento para no modificar la lógica es ofrecido en "Meaning and Existential Inference".[1] Si no queremos complicarnos la vida con sistemas inclusivos, basta conceder que nuestros teoremas usuales no son logicamente válidos sino logicamente implicados por esquemas del tipo

$$(\exists x)\ (Fx \vee \sim Fx)$$

y

$$(x)\ Fx \supset (\exists x)\ Fx.$$

La lógica cuantificacional sigue siendo una disciplina puramente lógica, sin pretensiones ontológicas; lo que ha cambiado es nuestra noción de teoremicidad. Los teoremas tienen ahora sólo un carácter hipotético.

Tal pragmatismo de Quine ha sido duramente atacado. Cuantificar sobre el dominio vacío no puede ser tachado de inútil sin poner en entredicho el ideal de generalidad a que nos referimos en el inicio de este trabajo. Deseamos que la lógica sea válida en todos los mundos posibles (o, si la idea de un universo sin objetos resulta extraña, en todos los universos de discurso posibles).

Una segunda objeción se basa en la convicción, casi visceral, de que *if there are preconditions to logic that have the effect of settling what there is and what there is not, they ought to be eliminated because they corrupt the ideal of logic as a |neutral|*

---

1 Quine (1961), p. 162.

philosophical tool.[1]

Y, finalmente, se ha acusado a Quine de que seguimos sin poder permitirnos nombres vacíos. Como Schock señala[2], ni siquiera tenemos modo de tratar con variables libres en el dominio vacío en el sistema reformado que Quine propone.

Mi conclusión personal es que existe un problema en el utilizar a la Instanciación Universal y la ejemplificación existencial sólo como principios "only by courtesy" referidos a términos singulares (aunque puedan ser "puros").[3] El universo vacío de discurso es también un universo de discurso. (Aunque hay quienes han tomado la difícil postura de negar que lo sea:

> "The reservation by which empty domains are excluded from consideration... is really no restriction at all because there can be no empty domains of individuals".)[4]

Por ello la modificación de la teoremicidad es sólo el primer paso necesario para la integración de una lógica más comprehensiva. Y poco importa si eso nos complica la vida.

> The problem of systematisation is being shirked, not solved, once the ideal of comprehensiveness is sacrificed to considerations of economy.[5]

4. LOS TERMINOS SINGULARES: EL TRATAMIENTO LIBRE.

Como casi siempre acontece, los lógicos libres están más

---

[1] Lambert (1980), p. 163.

[2] Schock (1968), p. 15.

de acuerdo en lo que no les gusta que en lo que han de proponer. Por ejemplo, Lambert (1980) clasifica a las lógicas libres de acuerdo a su actitud hacia la identidad. Es posible divergir en opinión sobre el valor de verdad de enunciados de la forma

(1) $a = a$ (siendo "a" un término sin referente).

Por ejemplo podemos decir que son verdaderos. A una lógica libre así, Lambert la llama <u>positiva.</u> Se puede llegar a pensar así, por ejemplo, siguiendo a Frege al sostener que todo término sin referente debe ser asignado un referente arbitrario, y, si a todo término en tal predicamento se le asigna el mismo referente, entonces cualquier enunciado de identidad es verdadero, si es de la forma mencionada.

Aunque, siguiendo a Russell (en el espíritu, creo), podemos también decir que (1) es falso por ser equivalente a

(2) $x\ (x = a\ \&\ x = x)$

de donde obtenemos

(3) $x\ x = a\ \&\ x\ x = x$

con el primer conyunto falso. A una lógica que niege (1) Lambert la llama <u>negativa</u>.

Y una tercera opción es decir que (1) no es verdadero ni falso pues para que cualquier enunciado de la forma Fa sea ver

---

[3] Quine (1961), p. 146.

[4] Kneale y Kneale (1962), pp. 706-707; citado en Hunter (1971), p. 256.

[5] Cohen, L. J. citado en Haack (1977), p. 130.

dadero o falso es preciso, siguiendo a Strawson, presuponer que a existe. Cuando tal presuposición no está satisfecha el enunciado carece de valor de verdad. A una lógica que por alguna razón adopte esta alternativa, Lambert la llama neutra.

La clasificación de las lógicas libres es una tarea asaz ingrata dada la cantidad de trabajos importantes que sobre estos temas han aparecido en las dos últimas décadas. Ni siquiera basta echar un vistazo a cómo se comportan los cuantificadores: puede haber varios corriendo sobre distintas entidades.[1]

Lo que puede unir a las lógicas libres son las carencias que intentan satisfacer. Schock (1968) enumera cinco en LC:

1. No se puede razonar con términos posiblemente vacíos.
2. No podemos razonar con un universo de discurso vacío.
3. La existencia se vuelve un predicado trivial.
4. Ya que incluso las descripciones impropias deben tener denotado, éste es artificial.
5. Sus propios presupuestos existenciales quedan sin expresión.

En 1934 Jáskowski construyó un sistema de deducción natural para una lógica sin más términos que variables y con sólo tres constantes lógicas: negación, implicación y cuantificación universal. Este sistema era válido en el dominio vacío gracias a que las variables usadas en instanciación universal (IU) y en

---

[1] Girce (1978), por ejemplo, usa E para individuos existentes y Σ tanto para posibles como para existentes.

generalización existencial (GE) debían enlistarse como presupuestos. Así, sólo fórmulas sin variables libres eran demostrables. En 1951 Mostowski presentó una lógica para el dominio vacío en la que el Modus Ponens no siempre preservaba verdad. Hailperin, en 1953 tomó como axiomas sólo a fórmulas válidas en el dominio vacío. Church hizo algo similar en 1951 pero en teoría de tipos. El sistema de Quine mencionado páginas arriba es como el de Hailperin pero sin constantes para oraciones. Todos estos sistemas son válidos en el dominio vacío, pero ninguno permite usar términos vacíos.[1]

Y llegamos a las propuestas de Leonard en 1956. Me detendré un poco más en ellas apoyado en las palabras de Lambert:

> the key ideas were <u>first</u> enunciated in Leonard's paper, and it is his essay which is the direct and indirect source of influence for most workers in free logic. Free logics, then, was born in Henry Leonard's paper more than two decades ago.[2]

El mismo año que Ackermann inauguraba la lógica relevante, Henry S. Leonard proponía una lógica para la existencia. Con gran cautela, Leonard comienza admitiendo que no todo presupuesto es siempre relevante. "Those applications in which a given presupposition is <u>irrelevant</u>, may be made without falsification even when the field of application does not satisfy that presupposition".[3] Sin embargo, agrega, es deseable hacer

---

[1] Para estas notas históricas, véase Schock (1968), pp. 13-15.

[2] Lambert (1980), p. 148.

[3] Leonard (1956), p. 50.

explícitos a los supuestos, sobre todo para ser capaces de discriminar entre los modos de inferencia en los que el supuesto de existencia es irrelevante y aquellos en los que es relevante. Es curioso que Leonard no dice que LC esté equivocada, sino que es un sistema correcto con supuestos tácitos.

Para explicitar estos supuestos existenciales, Leonard propone definir existencia para propiedades (que, por supuesto, también pueden ser consideradas individuos), y para individuos a secas.

La existencia general es el que un concepto no sea vacío. Siendo $\lambda a \cdot Fa$ la característica que exhibe a ssi a satisface la condición F, Rescher expresa la defincion de Leonard como

$$\lambda\phi \cdot (\exists x)\ \phi x\ .$$ [1]

Es decir, que la característica de ser propiedad de algo es la característica de existencia general de las propiedades. Pero esto queda abierto a la objeción de que existen propiedades aunque no estén ejemplificadas, si bien podrían estarlo, por lo que Rescher propone modificar la definición de Leonard así:

$$\lambda\phi \cdot \Diamond(\exists x)\ \phi x$$

es decir, que la propiedad ϕ tiene existencia general si es posible que algo la exhiba. Dudo de esta solución por el problema de si podrían existir propiedades autocontradictorias que nada podría poseer.

Pasemos ahora a la existencia singular, la de individuos. Leonard considera por un momento definir E!x (existe x) como

$$\exists\ \phi\ (\phi x).$$

Añadido esto a Principia Mathematica daría como teorema

---

[1] Leonard (1956), p. 51 y Rescher (1957), p. 65.

$$E!\,x$$

y también

$$(x)\cdot E_{\circ}!\,x$$

Esto explicita los presupuestos.

Pero Leonard quiere algo más que poner en claro los problemas: quiere proponer un tratamiento alternativo, es decir, quiere reformular a LC igual que LC hizo respecto a la lógica tradicional al no conformarse con explicitar los presupuestos del cuadrado de oposición. Para esto, Leonard comenzará con la redefinición de existencia. En Principia Mathematica encuentra inspiración para ofrecer una primera definición de existencia:

$$E!x \;.{=}.\,_{Df}\; (\exists\,\phi)\,.\,\phi x$$

Esto significa que basta que algo tenga alguna propiedad para que exista (en sentido singular). Pero consideremos la propiedad de ser blanco o no ser blanco. Todo, cree Leonard, tendría una propiedad tautológica (o analítica, o necesaria) y, por lo tanto, todo existiría. Pero sus intuiciones son que del hecho de que Descartes piensa o no piensa no se sigue que Descartes exista.

> In other words, existence is not implied by necessary or analytic, predicates. It is, rather, a consequence only of contingent truths.[1]

Leonard tiene que refinar por esto su definición de existencia. Su proyecto es mostrar que LC ha hecho explícita la presuposición de existencia general, pero que ha mantenido tácita la de existencia singular. Por ello necesita una noción

---

[1] Leonard (1956), p. 57.

precisa de existencia singular. La que ofrece, por lo antes apuntado, es

$$E!x =_{Df} (\exists\Phi)\ (\Phi x \cdot \Diamond \sim\Phi x).$$

Aquí, nuevamente, Rescher le enmienda la plana: Leonard no parece querer negar que existan objetos abstractos como los números, pero todas las propiedades de, digamos, el número 3 parecen ser necesarias. Hay que modificar la definición. Rescher piensa que no es difícil y procede a intentarlo. Piensa que, para ser fiel al espíritu del trabajo de Leonard basta reemplazar el requisito de posesión de una propiedad contingente por el de posesión de una propiedad no trivial, es decir, una propiedad que no todo objeto (mencionable) tenga. Aquí, Rescher debiera definir la existencia singular como

$$\lambda x \cdot (\exists\Phi)\ (\Phi x\ \&\ \sim(y)\ \Phi y)$$

pero, asombrosamente, escribe

$$(1)\ \lambda x \cdot (\exists\Phi)\ (\Phi x\ \&\ \sim(\Psi)\ \Psi y).$$

Esto es, en vez de decir que el individuo x tiene existencia singular ssi hay por lo menos una propiedad que lo caracteriza y que no todos tienen, escribe

> the individual x "exists" (has singular existence) if there is at least one property Φ which characterizes x, and at least one property Ψ which does not characterize x.[1]

Ya que tanto Lambert como Rescher son lógicos libres po-

---

[1] Rescher (1957), p. 67.

sitivos (creen que (x) x=x), la definición queda reducida a

$$\lambda x\cdot(\exists\Phi)\ \sim\Phi x$$

porque todo tiene alguna propiedad (por lo menos la auto-identidad).

¡Existe todo aquello que carezca de alguna propiedad! Y como $(x)\ \sim(x\neq x)$, tenemos la propiedad $\lambda x\cdot x\neq x$ que nos permite deducir que $(x)\ E!x$.

Ante estas consecuencias desastrosas, Rescher no cae en la cuenta de que se debe reescribir (1) sino que culpa a la propiedad $\lambda x\cdot x\neq x$. ¿Y qué tiene de especial esta propiedad? Por supuesto, que no tiene existencia general. Por lo tanto la modificación de (1) que Rescher propone es

$$(2)\ \lambda x\cdot(\exists\Phi)\ (\sim\Phi x\ \&\ \Diamond(\exists y)\ \Phi y)$$

es decir,

> the individual x "exists" (has singular existence) if there is at least one property Φ which does <u>not</u> characterize x, but which is such that it is possible that there is some individual y which exhibits this property.[1]

Rescher no ve que esto sigue siendo insatisfactorio, pues es sensato suponer que haya dos propiedades incompatibles (blanco y no blanco por ejemplo), tales que ambas tienen existencia general (y por lo tanto es posible que tengan existencia general) y que cada cosa <u>no</u> tenga una de ellas:

---

[1] Rescher (1957), p. 67.

(3) $\exists\Phi\exists\Psi(\Diamond\exists x(\Phi x)\cdot\Diamond\exists y(\Psi y)\cdot(z)(\Phi z\equiv\sim\Psi z))$.

Es fácil ver como (2) y (3) conducen nuevamente a la indeseable conclusión de que todo existe. Rescher cree que su formulación no trivializa la existencia, e incluso ofrece la siguiente "prueba":

> Decir que x no existe sería
>
> $$\sim(\exists\Phi)\ (\sim\Phi x\ \&\ \Diamond(\exists y)\ \Phi y)$$
>
> o, lo que es lo mismo,
>
> $$(\Phi)\ (\Diamond(\exists y)\ \Phi y \supset \Phi x)$$
>
> es decir, que x tiene cualquier propiedad con existencia general. Pues bien, Rescher cree que, para cualquier descripción definida vacía D,
>
> > anything satisfying D will be characterized by any property Φ, since $Dx \supset \Phi x$ is (trivially) true due to the falsehood of the antecedent.[1]

Impresionante. ¡Pasar de la verdad de un condicional a la del consecuente! Pero a estos extremos lleva la formulación descuidada de una buena idea.

Ahora bien, Leonard, ignorando la posibilidad de existentes que tuvieran unicamente características necesarias, supone que

$$(x)\exists G\ (\Diamond Gx\ \&\ \Diamond\sim Gx).$$

Como $\sim G$ es el complemento (G') de G por definición, el tercio excluso hace a Leonard pensar que

$$(5)\ (x)\ (Gx\ v\ G'x).$$

Y ya que uno de los cuernos de la disyunción es verdadero y el otro es posible, todo x satisfacería la definición de existencia singular,

---

[1] Rescher (1957), p. 68.

con lo que estamos de nuevo en la odiada trivialidad.

¿Qué decide Leonard? ¿Opta por negar (5) basado en que si algo existe no puede tener propiedades? ¿Modifica (4) que tiene los problemas apuntados por Rescher?

No; decide que un predicado designa una propiedad ssi su complemento no designa ninguna. Schock apunta que esto es inconsistente

> in the case of such contingent properties as being red and non-red (for both have exemplars and so exist, but only one of them since they are complementary).[1]

Antes de abandonar a Leonard hay otros puntos interesantes que merecen mención:

(a) Las leyes de su lógica modificada, no presuponen que los sustituyentes de las variables libres designen o nombren a existentes, sino sólo que intentan hacerlo.

(b) $(\Phi)\ (x)\Phi(\iota x)\ (\Phi x)$ (con la excepción ad hoc de Φ = E!). Esto provoca los conocidos problemas de objetos con propiedades contradictorias.

(c) Es válido que $(x)\cdot E!x$, y que $(x)\cdot\Phi x\cdot\supset\cdot(\exists x)\cdot\Phi x$, por lo que esta lógica no es válida en el dominio vacío.

Examinaremos ahora algunas ideas ontológicas ligadas al desarrollo de algunas lógicas libres; comenzaremos con la poco conocida de Sören Stenlund, usándola como pretexto para varias disquisiciones sobre las oraciones en las que aparecen términos sin referente.

---

[1] Schock (1968), p. 17.

literatura filosófica reciente. Hay quienes piensan que utilizar este tipo de términos nos compromete a cierta ontología de corte meinongiano. Decir que no existe Pegaso ¿no es hablar de algún Pegaso en algún extraño reino de la existencia, y predicar de él que no existe? Además muchos de tales objetos inexistentes son objetos de mundos posibles y hay quien (D. Lewis, por ejemplo, en <u>Counterfactuals</u>, 1973) "postula la existencia de mundos posibles como entidades que no tienen nada que ver ni con el lenguaje ni con el pensamiento sino que existen con el mismo estatus ontológico que para nosotros tiene el mundo actual". [1]

En la posición contraria se encuentra Stenlund quien duda que nuestro uso informal de términos singulares sin referente tenga tales implicaciones ontológicas. De hecho, él cree que la existencia no puede ser un predicado para objetos pues ¿a qué objetos se aplicaría el predicado "no existe"?

> It must be interpreted as asserting reference of term expressions... A statement <u>teI</u> /($\exists$x x=t)/ is not a statement of the object language. It is a metalogical statement about the term-expression <u>t</u> and not about the object which <u>t</u> may denote. Otherwise expressed, the term-expression <u>t</u> is mentioned but not used in the statement <u>teI</u>.

---

1 Palau (1983), p. 31.

2 Stenlund (1973), p. 40.

El problema de evaluar tales oraciones ha sido popular en la literatura filosófica reciente. Hay quienes piensan que utilicar este tipo de términos nos compromete a cierta ontología de corte meinongiano. Decir que no existe Pegaso ¿no es hablar de algún Pegaso en algún extraño reino de la existencia, y predicar de él que no existe? Además muchos de tales objetos inexistentes son objetos de mundos posibles y hay quien (D. Lewis, por ejemplo, en Counterfactuals, 1973) "postula la existencia de mundos posibles como entidades que no tienen nada que ver ni con el lenguaje ni con el pensamiento sino que existen con el mismo estatus ontológico que para nosotros tiene el mundo actual". [1]

En la posición contraria se encuentra Stenlund quien duda que nuestro uso informal de términos singulares sin referente tenga tales implicaciones ontológicas. De hecho, él cree que la existencia no puede ser un predicado para objetos pues ¿a qué objetos se aplicaría el predicado "no existe"?

> It must be interpreted as asserting reference of term expressions... A statement teI /($\exists$x x=t)/ is not a statement of the object language. It is a metalogical statement about the term-expression t and not about the object which t may denote. Otherwise expressed, the term-expression t is mentioned but not used in the statement teI.

---

1 Palau (1983), p. 31.

2 Stenlund (1973), p. 40.

¿Hablamos del objeto t o del término t?

, para Russell el símbolo "$(\exists x) \cdot \phi x$" puede leerse como "existe una x para la cual ϕx es verdad" o "existe una x que satisface $\phi \hat{x}$".[1]

Y también para Quine no se hace distinción alguna entre el "hay" de "hay universales", "hay unicornios", "hay hipopótamos" y el "hay" de "$(\exists x)$", "hay entidades x tales que".[2]

Pero esto no debe interpretarse en el sentido de que siempre que aparece un cuantificador existencial nos comprometemos con la existencia de un objeto. En una teoría dada "a" es usada para nombrar un objeto si y sólo si el enunciado "a existe" es verdadero para la teoría. En el caso de que en nuestra teoría la fórmula $\exists x\ x=a$ sea falsa no hay compromiso ontológico. (Por ello la importancia de que podamos usar términos sin referente sin que ello nos comprometa a la generalización existencial.)[3]

En Russell y Quine podemos rastrear interpretaciones objetuales de los cuantificadores. En la interpretación objetual una fórmula como $(\exists x) Fx \vee -Fx$ dice que hay al menos un objeto que es o bien F o bien no F. Por ello el que tal fórmula sea un teorema del cálculo de predicados "is embarrassing if one thiks it oughtn't to be a matter of logic that anything exists".[4]

El problema de la interpretación objetual se presenta cuando el cuantificador parece correr sobre objetos inexistentes pues "si la

---

1 Russell y Whitehead (1950), p. 15.

2 Quine (1963), p. 105.

3 Quine (1969), p. 94.

4 Haack (1978), p. 50.

esencia de los dharmas no existiese ¿qué negaríamos al negarla? De lo que realmente no existe no puede darse negación".[1]

El fenómeno de la falta de valor de verdad en fórmulas donde aparece algún nombre sin referente, hace que Stenlund distinga entre nombres en sentido gramatical y nombres en sentido lógico. Si "a" no tiene referente entonces "a" no es un nombre en sentido lógico aunque sí lo sea en sentido gramatical.

Ahora bien, si "a" no es un nombre (en sentido lógico) no necesitamos hipostasiar entidades raras; hablemos de lo que hablemos, no es necesario un objeto al que "a" refiera para la verdad de una oración en la que "a" aparezca. Fa resulta ser una expresión equívoca. No habla de a, como parece, sino de "a", puesto que posiblemente a no exista.

Tal respuesta de Stenlund, sin embargo, puede ser el primer paso hacia resultados completamente adversos a los suyos pues, si bien la lógica de Stenlund es neutra, sus observaciones llevan a pensar que podemos dar valor de verdad a Fa (siendo a un término sin referente) y no a que Fa carece de él.

Nos acercamos aquí a una interpretación substitucional en la cual el cuantificador no corre sobre objetos sino sobre términos. En apoyo a esta lectura puede mencionarse la teoría paralela de que en las oraciones de existencia de lo que hablamos no es de objetos sino de conceptos.

La idea de que, al menos en afirmaciones de existencia, no hablamos directamente de objetos se encuentra expuesta en frases como

---

[1] Citado en Simpson (1973), p. 1.

Existir no es un predicado, pero todo enunciado cuyo predicado gramatical es existir equivale a un enunciado predicativo cuyo predicado es denotar, ser aplicable, no ser vacío, etc.[1]

Estamos frente a la concepción prefigurada en la afirmación kantiana de que la existencia no es un predicado y más desarrollada en la doctrina fregeana de la existencia como concepto de segundo orden, concepto de conceptos o función de funciones, y no un concepto de primer orden que se aplique directamente a individuos. "This fregean view is incorporated into the symbolism of modern logic where existence is normally represented by a quantifier, that is to say, by a kind of sentence-operator, and not by a first-order predicate".[2]

La utilidad de no aceptar a la existencia como predicado directo para objetos puede ponerse de relieve mediante la consideración de la aparente paradoja de poder inferir de cualquier Fa que $\exists x\ Fx$. De la oración

(2) Pegaso no existe

se inferiría por generalización existencial

(3) $\exists x$ (x no existe)

Esto lleva a Quine a negar la validez de la inferencia por generalización existencial en el caso de una figuración no designativa de cualquier sustantivo, es decir, en términos de Stenlund, cuando el nombre gramatical no es nombre lógico.[3]

---

1 Herrera (1976), p. 174.

2 Kahn (1973), p. 2.

3 Quine (1973), p. 125. Nótese que "nombre propio" no está usado en el mismo sentido que en Russell.

Pero tal rechazo sólo se justifica en una lectura fuerte del cuantificador existencial (lectura que ya hemos visto Quine sostiene) según la cual (3) ha de leerse como

(3a) Hay por lo menos un referente tal que no hay tal referente.

lo cual es convertir a (3) en un absurdo. Pero (3) bien podría querer decir

(3b) Hay por lo menos un y que es nombre de x, tal que no hay x.

donde lo único que se dice es que hay un nombre tal que no es cierta la frase "su referente existe".[1] En sentido estricto, toda oración en la que se predique positiva y categoricamente algo de un objeto inexistente es falsa en la tradición russelliana y en las lógicas libres negativas, pero son admisibles frases (como la que acabo de hacer) en las que el sentido es condicional. "Los círculos cuadrados son cuadrados" no permite inferir que hay círculos cuadrados sino que si los hubiera serían cuadrados, y esto me parece defendible.

En la interpretación substitucional cambiamos el compromiso ontológico con respecto a los objetos debilitándolo y transformándolo en un compromiso con respecto tan sólo a la existencia de términos. No negaré que la interpretación substitucional goza de sus propios problemas. Susan Haack supone que podemos evitar el compromiso con la existencia de términos interpretándolo a su vez sustitucionalmente,

---

[1] Munitz (1974), p. 165, propone interpretar "Sócrates exists" como "The name 'Socrates'... has a designation in the person Socrates". Sobre este tema, recuérdese la concepción medieval de que si Sócrates no existe, "Sócrates es un hombre" es falso. (Vid. Ockham (1974), p. 203.)

pero no me es claro si esto no es tan sólo disparar el problema al infinito a través de una inagotable jerarquía de lenguajes. Además queda el problema de qué hacer cuando no hay términos aunque sí cuantificadores, o cuando $(\exists x)$ Fx es teorema del sistema aunque para toda fórmula -Fx. Pero estos problemas me parecen menos filosóficos que técnicos y la idea de que al cuantificar no hablamos directamente me parece filosoficamente prometedora.

En el parágrafo 46 de los Grundlagen, Frege nota que cuando decimos que no hay lunas venusinas "no hay ahí luna alguna o agregado de lunas de las que pueda decirse algo; pero al concepto "luna venusina" se le ha adscrito, con ello, una propiedad, a saber, la de no tener cosa alguna bajo de sí". Tal teoría la retoma con nuevos rasgos A. Church quien dice que el nombre "Pegaso" tiene una ocurrencia ungerade en oraciones como "Pegaso existe". Consecuentemente, "Pegaso" tendría en (2) un uso ungerade y no referiría sino al concepto-Pegaso por lo que (2) se leería

(2a) The Pegasus-concept does not present anything

lo cual es verdad y (3) sería

(3c) There exists an individual concept that doesn't present anything

que nuevamente parece ser verdad.[1]

Karel Lambert (Op. cit. pag. 171) objeta la interpretación de Church recordándonos como la intuición informal nos dice que no hablamos de conceptos sino de individuos. Tal crítica no me satisface pues frases como (2) son frases en las que es dudoso que estemos ha-

---

[1] Church (1975), p. 143.

blando de un existente del cual decimos que no existe. Cuando se presiona a la gente con estos famosos ejemplos la respuesta es casi siempre de confusión, no de que sea intuitivamente obvio lo que querían decir o de qué querían hablar. Una objeción más general de Lambert es la de que carecemos de reglas precisas para parafrasear las oraciones. A esto se le puede responder que ignoramos si tal dificultad sea de principio. Además, la traducción de algo de un lenguaje a otro ha sido, hasta hoy día, más cuestión de arte que de reglas definidas. Y las traducciones del lenguaje natural al lenguaje lógico son a veces especialmente lamentables.

Finalmente, a Lambert le preocupa que la paráfrasis formal de una oración del lenguaje cotidiano pueda tener un valor de verdad distinto al de la oración original. Pero no hay que olvidar que las expresiones de los lenguajes naturales son ambiguas, mientras que de su traducción formal se espera que no lo sea. Por ello es legítimo escoger un sentido de la expresión del lenguaje natural (aquel que consideremos más importante) al formalizar. Claro que esto hace que mientras que la oración formalizada tiene un sólo valor de verdad, la oración original es posible que tenga, en algún sentido, un valor de verdad distinto. Esto sólo sería un defecto de la formalización si el sentido en el cual el valor difiriera fuera precisamente el sentido que intentábamos formalizar. Y creo que este no es el caso con Church.

(Entremos en detalles. Lambert presenta la oración

There are individuals that do not actually exist

y ofrece la paráfrasis (que Church no da)

(Exi_1) (eoi_1xi_1) /some individual concepts are (actually) vacuous/

Hecho esto, se asombra de la obvia diferencia de valor de verdad entre la oración original y la paráfrasis. Creo que si se le presionara, Church ofrecería algo así como

$$(Exi_1)\ (eoi_1x_1\ \&\ -eoi_1xi_1)$$

que es una fórmula tan absurda como la oración que parafrasea.)

Stenlund diseña un sistema de deducción natural en el cual, dicho informalmente, una fórmula es verdadera o falsa en aquellos mundos posibles en que sus términos denotan. En otros mundos posibles no tiene valor de verdad.

(Op. cit., pag. 31.)

Esto significa perder como verdades lógicas instancias del esquema tautológico $P \rightarrow P$, pues Q ix $Px \rightarrow Q$ ix Px no tiene valor de verdad si ix no denota. Tal pérdida llevó a van Fraassen a proponer una lógica libre neutra en la que tautologías de la forma $P \rightarrow P$ fueran demostrables aun en el caso de que P contuviera términos sin denotación.

El punto de partida sigue siendo la renuencia a atribuír valor de verdad a un enunciado en que aparece un término sin referente, y van Fraassen fundamenta este rechazo empleando el concepto de presuposición propuesto por Strawson en Introduction to Logical Theory: A presupone a B si B es verdadera tanto cuando A es verdadera como cuando -A lo es.

Esta noción de presuposición ya se avizora en el famos pasaje en que Frege analiza la oración "Kepler murió en la miseria". Según Frege tal oración

> presupone que el nombre "Kepler" denota algo; pero de esto

no se sigue que el sentido de la oración "Kepler murió en la miseria" contiene el pensamiento de que el nombre "Kepler" designa algo. Si este fuera el caso, la negación no sería

"Kepler no murió en la miseria"

sino

"Kepler no murió en la miseria, o el nombre 'Kepler' no tiene denotación".

Que el nombre "Kepler" designa algo es una presuposición tanto para la afirmación

"Kepler murió en la miseria"

como para la afirmación contraria.[1]

El argumento de Frege dista mucho de ser convincente pues "Kepler no murió en la miseria" efectivamente no es la negación de "Kepler murió en la miseria" (no son proposiciones contradictorias sino contrarias). La negación sería "No es cierto que Kepler murió en la miseria" y, en la tradición russelliana, tal afirmación es una disyunción. Si Frege se rehúsa a aceptar tal disyunción como la negación correcta, su rechazo no es prueba de la incorrección de la tesis russelliana; su rechazo está expuesto y no argumentado.[2]

En 1892 la existencia aparece como presupuesto de cualquier oración declarativa, verdadera o falsa. Pero una lógica que acepte tal teoría de la presuposición y no desee suponer que todos sus términos singulares tienen referente, se compromete con algún tipo de lógica libre

---

[1] Frege (1892), p. 18.

[2] Simpson (1975), p. 148, parece haber notado algo así.

neutra (como veremos más adelante es deseable que en un sistema de lógica aparezcan, o bien términos singulares, o bien variables que sólo corran sobre términos singulares o individuos).

Desgraciadamente decir que es condición necesaria que un término refiera tanto para la verdad como para la falsedad de una oración declarativa en la que tal término aparece conlleva problemas. En primer lugar la noción de presuposición no puede ser asimilada a la noción usual de implicación lógica a menos que tal noción colapse en la correspondiente a la relación que guarda toda oración del lenguaje con respecto a las verdades lógicas, es decir con respecto a enunciados que son verdaderos tanto cuando una oración X es verdadera como cuando es falsa. Deseamos una relación semántica entre enunciados menos trivial, y tal cosa sólo podemos obtenerla al precio de abandonar en nuestro sistema la bivalencia. Ya que deseamos admitir términos sin referente, debemos admitir oraciones (de las que tales términos forman parte) que no son ni verdaderas ni falsas. Y ello parece lanzarnos a los brazos de la trivalencia. La razón por la que la trivalencia es problemática es la sensación de desesperanza que D. Scott puso en palabras:

> ...I have yet to see a really workable three-valued logic. I know it can be defined, and at least four times a year someone comes up with the idea anew, but it has not really been developed to the point where one could say it is pleasant to work with. Maybe the day will come, but I have yet to be convinced. So my advice is to continue with the two-valued logic because it is easy to understand and easy to use in applications.[1]

[1] Scott (1970), p. 145.

Nuestro apego tradicional a la bivalencia no es gratuito, y más adelante veremos algunos problemas que entraña el abandonarla. Tal situación ha generado intentos como el de Merrie Bergmann de casar, de la mejor manera posible a la presuposición con la bivalencia. Bergmann desarrolla una interpretación semántica alternativa de la presuposición en la cual las (y no sólo la) presuposiciones de una oración son definidas independientemente de las condiciones de verdad de tal oración. Ya que decir que A presupone B cuando A es verdadera y cuando es falsa, nos compromete a abandonar la bivalencia cuando B falla (y B debe poder fallar si la relación de presuposición no ha de ser trivial), la única manera de escapar a las complicaciones de la trivalencia parece ser reformular la noción misma de presuposición. Bergmann lo hace definiendo a las presuposiciones en términos de los aspectos semánticos específicos que las inducen en las oraciones. En primer lugar toda oración en la que aparezca un término sin referente es calificada como falsa. Ahora, usando un lenguaje bi-dimensional (como el de Herzberger) el primer valor de una oración es 1 si la oración es verdadera y 0 si la oración es no-verdadera (no hay tercer "valor"); el segundo valor es "seguro" o "inseguro" de acuerdo a las anomalías semánticas que en la oración ocurran (por ejemplo, el contener términos sin denotación haría "insegura" a una oración). En lugar de la definición tradicional de presuposición obtenemos: A presupone B (Bergmann dice: A preimplica B) significa que cuandoquiera que A es segura, B es verdadera.

La lógica de las presuposiciones a que esto da lugar no más complicada de lo que una lógica bi-dimensional se espera que sea, con la ventaja importante de salvaguardar las leyes clásicas de la bivalencia.[1]

Sin embargo, existen dos reparos a nuestro gozo: en primer lugar esta lógica corresponde a un sistema tetravalente con un sospechoso valor (0, insegura). En segundo valor ¿quién dice que las leyes de la lógica bivalente han de perderse si aceptamos la existencia de oraciones sin valor de verdad?

En su célebre ensayo "Singular Terms, Truth-Value Gaps, And Free Logic" (The Journal of Philosophy, LXIII, 17, (1966), 481-495) Bas C. van Fraassen se propone sostener que aceptar la existencia de tales oraciones no nos compromete con un sistema lógico desusadamente complejo, es decir, que una lógica libre neutra no exige un aparato lógico estrambótico.

Si bien obtendremos un sistema lógico en el que algunas fórmulas bien formadas carecerán de valor de verdad, podemos preservar intactas las reglas de inferencia del cálculo proposicional clásico pues la validez de tlaes reglas sólo se constriñe al requisito de que si las premisas son verdaderas la conclusión lo será. Si, por ejemplo, alguna premisa carece de valor de verdad esto no impide que apliquemos las reglas de inferencia proposicional clásicas: debemos pensar "si las premisas fueran verdad, ¿qué pasaría?". Y si la respuesta es "la conclusión lo sería", entonces estamos frente a un argumento válido. La existencia de oraciones sin valor de verdad no exige pues modificar las reglas de inferencia del cálculo proposicional estándar.

Esta práctica de respetar al cálculo proposicional clásico es común en la literatura. Schock, por ejemplo, en su sistema axiomático de lógica libre L da como axioma "a tautology".[2]

[1] Bergmann (1981); véase también Lakoff (1973), p. 193.

[2] Schock (1968), p. 94.

Pero el cálculo proposicional es sólo una parte del cálculo cuantificacional y van Fraassen debe mostrarnos que ni siquiera ante la cuantificación una lógica libre neutra (con presuposiciones) nos obliga a un sistema lógico extraño. Para hacer esto escoge el sistema lógico que Quine desarrolla en Mathematical Logic (llamémosle ML) y estudia hasta qué grado puede permanecer inalterado si no asumimos que todo nombre tenga un referente.

ML consiste de Modus Ponens y los siguientes teoremas:

(1) Toda tautología

(2) Todo enunciado de la forma $(\alpha)(\phi \supset \psi) \supset (\alpha)\phi \supset (\alpha)\psi$

(3) Si α no es libre en ϕ, todo enunciado de la forma $\phi \supset (\alpha)\phi$

(4) Todo enunciado de la forma $(\alpha)\phi \supset \phi\frac{\beta}{\alpha}$

Ya que hemos definido a las oraciones sin valor de verdad como aquellas en las que aparece algún nombre sin referente, podemos concluír que la lógica estándar se aplicará sin problemas a todas aquellas oraciones en las que no aparezcan nombres. Para extender este resultado debemos preguntarnos si incluso cualquier teorema de ML que contenga algún nombre puede considerarse como verdad lógica (recordando el peligro de que alguno de tales nombres carezca de denotado).

Para responder esta pregunta es preciso clarificar cuál es nuestra noción de verdad lógica o "verdad en toda situación posible". Esto lo haremos por pasos.

En primer lugar definiremos lo que es una Valuación Clásica (VC) sobre un modelo: es una valuación que da a los enunciados atómicos sin términos sin referente, la valuación usual en estos casos; y a los enunciados complejos se les da una valuación determinada por lo que la valuación asigna a los enunciados componentes, de la manera usual. Es obvio que sólo nos falta definir a VC con relación a los enunciados atómicos con términos sin referente; pero en este punto todo lo que VC nos puede decir es que, preservando la bivalencia, han de tener valor V o valor F. Esto significa que si en el dominio hay algún nombre que no nombra y una fórmula atómica en la que tal nombre ocurre, entonces habrá al menos dos VC: la que asigna V a esa fórmula atómica y la que asigna F.

En segundo lugar definiremos que un enunciado es C-logicamente verdadero ssi toda VC sobre cualquier modelo le asigna V (y correspondientemente con C-logicamente falso). Con tal definición cualquier estudiante de lógica puede facilmente verificar que todo los teoremas de ML son C-logicamente verdaderos. En este punto van Fraassen observa:

> the classical valuations go beyond the model to which they belong, just with respect to those terms which have no rerent in the model. But there, they go beyond the model <u>in all possible ways</u>. (Su subrayado) [1]

---

[1] van Fraassen (1966), p. 487.

Ya que las VC rebasan el modelo "de todas las maneras posibles", podemos suponer que lo que las VC sobre un modelo tengan en común no refleja tan sólo una peculiaridad de ese modelo sino que refleja correctamente lo que es la verdad y la falsedad en el modelo. Y ahí encontramos nuestra ansiada verdad lógica.

En tercer lugar definimos a una supervaluación sobre un modelo como una función que asigna V (F) exactamente a aquellos enunciados a los que todas las VC sobre ese modelo asignan V (F). Esto quiere decir que si un enunciado en cierto modelo recibe siempre V por todas las VC, sin importar las distintas valuaciones que reciban las oraciones con términos sin referente, podemos confiar en que tal es su valor "correcto" en tal modelo. Similarmente para F. Lo notorio es que, a diferencia de las VC, las supervaluaciones ya no respetan la bivalencia, pues no están definidas para aquellos enunciados a los que no todas las VC asignan V ni todas asignan F. Dicho de otra manera, las supervaluaciones asignan V (o F) sólo a los enunciados que siempre son V (o F) en cierto modelo.

En cuarto lugar podemos definir por fin lo que es una verdad lógica para nosotros: Un enunciado es S-logicamente verdadero ssi toda supervaluación le asigna V. Pero, ya que toda supervaluación le asigna V a un enunciado ssi toda VC se lo asigna, llegamos a la curiosa conclusión de que el conjunto de enunciados C-logicamente verdaderos y el conjunto de enunciados S-logicamente verdaderos ¡es el mismo!

Ergo, ya que todos los teoremas de ML son C-logicamente verdaderos (como ya habíamos mencionado), se sigue que todos los teoremas de ML son S-logicamente verdaderos, incluso aquellos que contienen nombres (que posiblemente no nombren).

El entusiasmo que este resultado provocó es comprensible. Quince años después leemos sobre

> la tecnica delle supervalutazioni, che ha il pregio essenziale di permettere di soddisfare due esigenze apparentemente contrastanti: quella di salvare la validità di tutte le leggi della logica proposizionale classica e quella di lasciare invalutati alcuni enunciati contenenti termini non denotanti.[1]

Sin embargo, antes de dar cabida al entusiasmo hay algunas preguntas que no he logrado satisfacer totalmente.

La primera es la cuestión de qué tan representativo es el sistema ML. Un lógico libre muy exigente podría reclamar que ML es inválido si permitimos la existencia de dominios vacíos, y que por tanto no cumple todas las exigencias de una lógica libre si no se le reformula. A esto puede responderse que tal reformulación es sencilla (recuérdese Quine (1981)) bastando anteponer a (4) la frase "Si α es libre en ϕ", y que todo el argumento anterior se mantiene para ML reformulado. Pero en este punto quien protestara podría ser el lógico clásico que sentiría que ML reformulado conlleva más dificultades de las que aparenta. Manejar el dominio vacío nos priva de infinidad de leyes lógicas muy generales que habrán de ser restringidas y condicionadas. Además ML es un sistema en el que carecemos de una regla para reemplazar nombres por variables

[1] Usberti (1981), p. 160.

y esto nos impide deducir

$$Fa \supset (\exists x)Fx$$

¿Qué tan usual es un sistema lógico de cálculo cuantificacional sin la regla (implícita o explícita) de Generalización Existencial?

En segundo lugar, es interesante la afirmación de van Fraassen en el sentido de que las VC van más allá del modelo cuando asignan alternativamente V o F a las oraciones que contienen términos sin referente y que estas son "todas las maneras posibles" de hacerlo. Esto lleva a decir que un enunciado con un término sin referente es (C-o S-) logicamente verdadero ssi <u>sería</u> verdadero de haber tenido tal término un referente. Pero tal salto no está claramente argumentado. ¿Acaso una forma de ir más allá del modelo no es simplemente dejar a la oración sin valor de verdad? ¿Puedo decir que una oración con un nombre sin denotado es verdadera logicamente, tan sólo porque lo sería si hubiera denotado? No me parecen claras las respuestas a estas preguntas.

Aun más, la idea de fondo es que un enunciado simple (un predicado <u>n</u>-ádico seguido por <u>n</u> nombres propios) tiene valor de verdad ssi todos los nombres que contiene poseen referentes. Pero, ¿por qué no considerar al predicado <u>Px v -Px</u> como un predicado monádico <u>Fx</u> de manera que, si negamos valor de verdad a <u>Fa</u> también debamos negarselo a <u>Pa v -Pa</u>?¿Cómo puede el contexto extensional obtener un valor de verdad a partir de componentes que carecen de él? Y esto nos lleva a mi último interrogante:

Para van Fraassen $F^n x_1, x_2, \ldots, x_n$ tiene un valor de verdad si y sólo si todas las <u>x</u> tienen referente. Sin embargo, definida de la manera usual la extensión de F^n, la serie $a_1, a_2, \ldots, a_n$ o está o no está en tal extensión y no hay una tercera posibilidad. Esto me parece una buena interpretación del ingrediente predicativo que aparece en toda oración declarativa en que puede ocurrir un término sin denotado. Pero van Fraassen niega poder encontrar una sóla razón plausible para llamar verdadera o falsa a una oración como

(1) Pegasus has a white hind leg.

Sin entrar en los sutiles problemas de llamar "verdadera" a una oración y no a una proposición, es útil señalar que, si bien la clase de las oraciones que no son ni verdaderas ni falsas no es vacía (están, por ejemplo, las oraciones imperativas), es dudoso que una oración declarativa pueda caer en ella. De hecho me parece natural definir a la oración declarativa como aquella que es forzosamente verdadera o falsa. Y ya que (1) es sintacticamente más semejante a las oraciones declarativas que, por ejemplo, a las oraciones imperativas, creo que sería más productivo tratar de determinar qué dice (1) y cual es su valor de verdad, en vez de clasificarla como un tipo anómalo de oración declarativa que no es ni verdadera ni falsa. Y creo que (1) ha de ser declarativa si la hemos de usar, como van Fraassen quiere, en un esquema convencional de cálculo de enunciados. Para van Fraassen

$\underline{Q \vee P}$

tiene sentido, así $\underline{P}$ sea (1). Pero, ¿es una fórmula correctamente escrita aquella que pone a uno de los lados de un condicional material o una disyunción extensional a una oración no declarativa? Ciertamente un imperativo en esa posición daría lugar a una expresión absurda: "Hoy llueve o paga tus impuestos" no parece responder a nuestra idea intuitiva de lo que es una disyunción.

Mi punto es que, ya que la función significativa de una conectiva de la lógica sentencial extensional estándar se agota en las tablas semánticas de verdad, una disyunción de la lógica clásica sólo tiene sentido usarla flanqueada por oraciones que respeten el principio de bivalencia. "P v" no es una fórmula, igual que no es significativa "Pienso en v" o "Fa v -Fa" cuando "a" no tiene referente.... a menos que usemos "v" en otro sentido.[1] En tal caso van Fraassen presenta el flanco descubierto a la famosa crítica de Quine de que al cambiar el significado de las conectivas hemos cambiado de conectivas y dejado de hablar de la lógica clásica. Hay un parecido gráfico en las fórmulas y nada más.[2]

Sé que a esta objeción es posible responder que tal cambio en el significado no hace necesariamente perder al resultado interés lógico.[3]

Pero el deseo de van Fraassen era preservar la validez de las leyes lógicas del cálculo proposicional clásico y es dudoso que el sistema de lógica clásica se haya mantenido más allá de una pura similitud sintáctica.

Tal vez sea hora de buscar alternativas. Bunch, por ejemplo, propone usar "context-dependent logics".[4] Pero la idea de extrapolar lo que ocurriría si X cosa pasara a lo que realmente ocurre es seductora. La siguiente cita es explícita, recordándonos el método de supervaluaciones:

> (i) When all the singular terms occurring (free) in a sentence are denoting, the sentence has the same truth-value as in stan-

---

1 Muchos lógicos consideran, basados en la idea de que Fa carece de sentido si "a" no refiere, que Fa v -Fa carece de sentido también. (Cf. Woodruff (1970), p. 124.

2 Véase Quine (1970), cap. 6.

dard semantics (and this truth value is called a factual one).
(ii) When some of the singular terms occurring in a sentence are non-denoting, the sentence in general has no factual truth-value. Also, in general some of its parts have factual truth-values and some have not. Keep constant the factual truth-values of the parts which do have some, and combine them with the factual truth-values the other parts have in an extension of the present world in which the singular terms occurring in them are all denoting. Repeat this operation for every such extension. If for every such repetition the whole sentence is true (false), then the sentence is formally true (false); if this is not the case, then the sentence is formally (as well as factually) truth-valueless.[1]

¿Es esta una semántica adecuada para un lógico libre? Si una oración es formalmente verdadera si lo es para todo dominio donde le adjudicamos denotación (sin considerar si lo es para aquellos en que no), entonces esta noción de verdad formal milita contra el espíritu de los escritos de Leonard. Es un nuevo encubrir presupuestos de existencia.

Si vamos a decidir si x=x pensando si eso sería verdad en todo mundo en que x existiera, por el mismo precio llegamos a que es verdad E!x (a menos que, como Leonard ya lo hizo, digamos que esta propiedad es especial, basados en el circular argumento de que es un contraejemplo si no).

[3] da Costa (1982), p. 3.
[4] Bunch (1979).

[1] Bencivenga (1980), p. 394.

C O N C L U S I O N E S

¿Puede tener rivales LC? El argumento de Quine menciona do en el primer capítulo nos muestra que una real oposición no surge del usar otras reglas, otras tablas de verdad, y demás dispositivos sintácticos. Cuando A&B proponen una nueva conectiva para la implicación no están negando el condicional material; lo están reemplazando.

Pero, por otro lado, está el nivel metateórico en el que se juzga de la legitimidad del sistema, enfrentándolo con la noción presistemática de la deducibilidad correcta. En este nivel los relevantes piensan que $A\&\bar{A} \ / \ B$ es falso, y los lógicos libres creen que la generalización existencial no es válida siempre.

Quine tiene razón en que muchas veces estamos cambiando de tema al cambiar de lógica, pero eso no elimina la rivalidad puesto que uno puede sostener que este mencionar otra cosa es el mencionar lo correcto, que la noción de deducibilidad o de verdad lógica ha cambiado pero que este cambio hace que nos acerquemos más a como son las cosas. Tenemos otra conectiva para la implicación, pero creemos que con esta nueva noción es más fiel a lo que es LA implicación.

Mi propuesta personal en ese capítulo fue considerar que la rivalidad no era un duelo a muerte. Es cierto que, aunque la flecha relevante no es la herradura clásica, desea suplantarla, reemplazándola como símbolo de deducción. Pero no que caer en un falso dilema y juzgar cuál de los dos sistemas tirar a la basura. La rivalidad puede desaparecer cuando cada teoría determine con exactitud sus áreas de aplicación. La lógica "rival" pasaría a ser un instrumento adicional al abandonar nuestra región usual de discurso.

Claro que el meollo del asunto está en la nada fácil determinación de las capacidades de cada sistema lógico. Un estudiante de lógica debe aprender qué es lo que LC no puede hacer tanto como qué es lo que le puede ofrecer. Esto es un tema abierto a investigaciones futuras.

Un caso lamentable es cuando la lógica que intenta hacerse cargo de algo que no puede manejar LC se equivoca porque LC sí lo puede manejar. Los lógicos relevantes erroneamente creyeron atrapar a los clásicos en falacias de irrelevancia. Lo que había en el fondo era la impresión de que para saber de que habla una fórmula en el cálculo proposicional todo lo que hay que hacer es mirar las variables proposicionales. Si la misma variable aparece tanto en el antecedente como en el consecuente, entonces hay algo de lo que ambos hablan en común; si no se encuentra una variable así, no.

Pero esto es tener una idea muy ingenua de cómo saber de qué habla una fórmula. El contenido es una función tanto de las variables como de la <u>estructura</u>; y en tautologías y contradicciones contemplamos los casos extremos en que la estructura avasalla a las variables en la determinación del con tenido. El descuidar la importancia semántica de la estructura proposicional ha llevado a los lógicos relevantes, y a muchos clásicos, a creer que no hay relevancia en LC.

El contraataque a los lógicos relevantes ha sido usualmente defender la idea de que las inferencias en LC son legítimas aunque no satisfagan la noción de relevancia que gente como A&B exigen. Yo voy más lejos: LC es relevante en un sentido intuitivo aceptable que explicita la función de la estructura en la determinación del contenido semántico de las fórmulas.

La lógica relevante tiene ante sí un dilema: o bien insiste en su oposición a LC, en cuyo caso está equivocada, o bien acepta a su relación de deducibilidad como lo que es: otra noción que puede ser útil en algunos casos, pero cuya existencia no desacredita la validez de las inferencias fuera de ella.

Un caso distinto es el de las lógicas libres. Tienen razón al criticar a LC su incapacidad para manejar un universo de discurso vacío. Pero aquí la reacción de LC ha sido un saludable ejemplo de lo que mi teoría propone. Reconociendo la validez de la crítica (similar a la que la misma LC había hecho a la lógica tradicional), han explicitado los lógicos clásicos los supuestos de su teoría y han clarificado las regiones en que ésta es válida. Leonard ha triunfado.

Debe notarse que estamos aquí frente a una situación exactamente inversa a la de la lógica relevante: es ésta última la que debe moderar sus pretensiones y delimitar el campo de aplicación de sus sistemas; ya que es incapaz de validar las inferencia correctas de LC, debe mostrarnos en donde sí sirve, si ha de tener derecho a la comunidad lógica.

En cuanto a las lógicas libres, aún queda camino por recorrer antes de llegar a una teoría acabada de la cuantificación. Formalismos como, por ejemplo, el de van Fraassen, son objetables por varias razones. El desarrollo de sistemas más potentes y de semánticas más claras abrirán el camino para la elección de la mejor teoría lógica para cada dominio de discurso.

Si esta tesis ha suscitado algún nuevo punto de vista sobre estos hermosos temas en el lector, su propósito está cumplido.

BIBLIOGRAFIA

(~~Aunque la bibliografía sobre estos temas es muy extensa,~~ me he limitado a enlistar la que aparece citada en el texto.)

/1/ Ackermann, Wilheim

(1956) "Begründung einer Strenger Implikation"
The Journal of Symbolic Logic, vol. XXI, No. 2
Junio, pp. 113-128.

/2/ (1980) "Fundamentación de una implicación fuerte"
Comunicación Interna, No. 6 del Depto. de Matemáticas de la F. de Ciencias de la UNAM, México

/3/ Anderson, Alan Ross y Belnap, Nuel D. Jr.

(1959) "A Simple Treatment of Truth Functions"
The Journal of Symbolic Logic, vol. XXIV, pp. 301-2.

/4/ (1975) *Entailment: The Logic of Relevance an Necessity vol. I*
Princeton University Press, Princeton.

/5/ Aristóteles *Metafísica*

/6/ *Peri Hermeneias*

/7/ Ayer, Alfred Jules

(1956) *The Problem of Knowledge*,
Penguin Book, Londres.

/8/ (1978) *El Positivismo Lógico*
FCE, México.

/9/ Baldwin, Thomas

(1982) "Sets Whose Members Might Not Exist"
Analysis, vol. XLII, Enero, pp. 133-138.

/10/ Bencivenga, Ermanno

(1980) "Free semantics for definite descriptions"
Logique et Analyse (NS) Año XXIII, Diciembre, pp. 391-405.

/11/ Bennett, J. F.

(1954) "Meaning and Implication"
Mind (NS), vol. LXIII, pp. 451-463.

/12/ Bergmann, M.

(1981) "Presupposition and Two-Dimensional Logic"
Journal of Philosophical Logic, vol. X, No. 1, Febrero, pp. 27-53.

/13/ Beuchot, Mauricio

(1981) "Notas históricas sobre la paradoja de la implicación material"
Dianoia, Año XXVII, No. 27, pp. 264-274.

/14/ Brown, D. G.

(1954) "What the Tortoise Taught Us"
Mind, vol. LXIII, No. 250, Abril, pp. 170-179.

/15/ Burgess, John P.

(1981) "Relevance: A Fallacy?"
Notre Dame Journal of Formal Logic, vol. XXII No. 2, pp. 97-104.

/16/ Carnap, Rudolf

(19) <u>Symbolische Logik</u>

/17/ (1950) <u>The Logical Foundations of Probability</u>.
Chicago U. P., Estados Unidos

/18/ (1978) "La superación de la metafísica mediante el análisis lógico del lenguaje"
En Ayer (1978), pp. 56-87.

/19/ Carnap, R. y Bar-Hillel, Y.

(1952) "An Outline of Theory of Semantic Information"
Tech. Rep., No. 247, MIT.

/20/ Carroll, Lewis

(1895) "What the Tortoise said to Achilles"
<u>Mind</u>, (NS), vol. IV, No. 14, Abril, pp. 278-280.

/21/ (1979) <u>El Juego de la Lógica</u>
Alianza Editorial, Madrid.

/22/ Church, Alonzo

(1974) "Outline of a Revised Formulation of the Logic of Sense and Denotation (Part II)"
<u>Nous</u>, vol. VIII, No. 2, Mayo, pp. 135-156.

/23/ Copeland, B.J.

(1979) "On when a Semantics is not a Semantics: Some Reasons for disliking the Routley-Meyer Semantics for Relevance Logic"
<u>Journal of Philosophical Logic</u>, vol. VIII, No. 4
Noviembre, pp. 399-413.

/24/ da Costa, Newton C. A.

(1974) "On the theory of inconsistent formal systems" <u>Notre Dame Journal of Formal Logic</u>, vol. XV, No. 4, Octubre, pp. 497-510.

/25/ (1982) "The Philosophical Import of Paraconsisten Logic" <u>The Journal of Non-Classical Logic</u>, vol. I, No. 1 pp. 1-19.

/26/ da Costa, N. y Alves, E. H.

(1977) "A semantical analysis of the Calculi Cn" <u>Notre Dame Journal of Formal Logic</u>, vol. XVIII, No. 4, Octubre, pp. 621-630.

/27/ da Costa, N. y Wolf, Robert G.

(1980) "Studies in paraconsistent Logic I: The Dialectical Principle of the Unity of Opposites" <u>Philosophia</u>, vol. IX, No. 2, Julio, pp. 189-217.

/28/ Deaño, Alfredo

(1980) <u>Las concepciones de la Lógica</u> Taurus, Madrid.

/29/ Feigl, H. y Maxwell G. (Eds)

(1962) <u>Minnesota Studies in the Philosophy of Science Vol. III</u> Minnesota U. P., Estados Unidos.

/30/ Ferrater Mora, José

(1979) <u>Diccionario de Filosofía Vol. III</u> Alianza Editorial, Madrid.

/31/ Frege, Gottlob

(1892) "Ueber Sinn und Bedentung"
Zeitschrift für Philosophie und Philosophische Kritik, Vol. C, pp. 25-50.
Las citas son de la traducción:
"Sobre el sentido y la denotación" En Simpson (1973), pp. 3-27.

/32/ (1969) *Nachgelassene Schriften*
Felix Meiner, Hamburgo.

/33/ Haack, Susan

(1977) *Deviant Logic*
Cambridge University Press, Cambridge.
(Primera impresión 1974)

/34/ (1978) *Philosophy Of Logics*
Cambridge U. P., Cambridge.

/35/ Hahn, Hans

(1933) "Lógica, Matemática y conocimiento de la naturaleza"
En Ayer (1978), pp. 153-167.

/36/ Herrera, Alejandro

(1976) *¿Es La Existencia Un Predicado Lógico?*
UNAM, México.

/37/ Hintikka, J.

(1970) *On Semantic Information*
New York

/38/ Hughes, George y Cresswell, M. J.

(1972) An Introduction to Modal Logic
Methuen, Londres.
(Primera edición 1968).

/39/ Hughes, R. I. G.

(1981) "Quantum Logic"
Scientific American, Octubre

/40/ Hunter, Geoffrey

(1971) Metalogic: An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic
University of California Press, Berkeley.

/41/ Jauch, Josef Maria

(1968) Foundations of Quantum Mechanics
Addison Wesley

/42/ Kahn, Charles H.

(1973) "On The Theory Of The Verb "To Be" "
En Munitz (1973), pp. 1-20.

/43/ Kneale, William Calvert y Kneale, Martha

(1962) The Development of Logic
Clarendon Press, Oxford.

/44/ Lambert, Karel

(1969) The Logical Way of Koing Things (Ed.)
Yale U. P., New Haven, E.U.

/45/ (1970) Philosophical Problems in Logic: Some Recent Developments (Ed.)
D. Reidel, Holanda.

/46/ (1980) "On The Philosophical Foundations of Free Logic"
<u>Inquiry</u>, vol. XXIV, No. 2, Junio, pp. 147-203.

/47/ Leonard, Henry S.
(1956) "The Logic of Existence"
<u>Philosophical Studies</u>, vol. VII, No. 4, Junio, pp. 49-64.

/48/ Lewis, C. I. y Langford, C. H.
(1959) <u>Symbolic Logic</u>
Dover, Nueva York, (Primera Edición, 1932)

/49/ Łukasiewicz, Jan
(1920) "I. On the Notion of Possibility. II.On Three-Valued Logic"
En McCall (1967), pp. 15-18.

/50/ (1930) "Philosophical Remarks on Many-Valued Systems of Propositional Logic"
En McCall (1967), pp. 40-65.

/51/ (1961) "On Determinism"
En McCall (1967), pp. 19-39.

/52/ Lungarzo, Carlos
(1984) "Interpretaciones Filosóficas de teorías lógicas no ortodoxas"
<u>Pólemos</u>, vol. I, No. 1, Marzo, pp. 5-33.

/53/ Marconi, Diego
(1981) "Types of Non-Scotian Logic"
<u>Logique et Analyse</u>, (NS), Año XXIV, No. 95-96, Sep-Dic., pp. 407-414.

/54/ Mates, Benson

(1972) Elementary Logic

Berkeley. ~~(Primera edición 1965.)~~

/55/ McCall, Storrs (Ed.)

(1967) Polish Logic. 1920-1939.

Oxford U. P., Gran Bretaña.

/56/ Miró Quesada, Francisco

(1980) "Del Contraejemplo"

Dianoia, Año XXVI, No. 26, pp. 43-56.

/57/ (1982) "La Filosofía de la Lógica de N.C.A. da Costa"

Crítica, México, vol. XIV, No. 42, Diciembre, pp. 65-85.

/58/ Morado, Raymundo

(1983) "Deducibility implies relevance? A Cautious Answer"

De Próxima aparición en Crítica.

/59/ (198?) "El problema de la relevancia en la lógica clásica"

Próximo a publicarse en las actas del IV S de F organizado en 1983 por el IIF UNAM, México.

/60/ Munevar, Gonzalo

(1982) "Allowing Contradictions in Science"

Metaphilosophy, vol. XIII, No. 1 Enero, pp. 75-78.

/61/ Munitz, Milton K.

(1973) Logic and Ontology

New York University Press, E.U.

/62/ (1974) Existence and Logic

New York U. P., E. U.

/63/ Ockham

(1974) ~~Ockham's Theory of Terms. Part I of the "Summa Logicae"~~
University of Notre Dame Press, Londres.

/64/ Orayen, Raúl

(1982a) "Quine, los conceptos intensionales y la lógica del lenguaje ordinario"
Análisis Filosófico, vol II, No. 1-2.

/65/ (1982b) La Lógica Formal: Su Naturaleza y Límites.
Universidad del Comahue, Argentina.

/66/ (1983a) "Deducibility implies relevance? A Negative Answer I"
Crítica, vol. XV, No. 43.

/67/ (1983b) "Deducibility implies relevance? A Negative Answer II"
Crítica, vol. XV, No. 44.

/68/ (1983c) "On Kinds of Relevance (Reply to Raymundo Morado)"
De próxima aparición en Crítica.

/69/ (198?) "¿Son coherentes las intuiciones básicas de la lógica relevante?"
Próximo a publicarse en las actas del IV SIMPOSIO INTERNACIONAL DE FILOSOFIA, organizado por el IIF-UNAM en 1983, México.

/70/ Palau, Gladys

(1983) "Ontología de mundos posibles y contrafácticos"
Análisis Filosófico, vol. III, No. 1, mayo, pp. 29-40.

/71/ Popper, Karl

(1980) _The Logic of Scientific Discovery_

Hutchinson, Londres (primera impresión 1958).

/72/ Priest, G.

(1980) "Sense, Entailment and _Modus Ponens_"

Journal of Philosophical Logic, vol. IX, No 3, agosto, pp. 415-435.

/73/ Prior, A. N.

(1948) "Facts, Propositions and Entailment"

Mind, n. s., vol. LVII, pp. 62-68.

/74/ Putnam, Hilary

(1957) "Three-Valued Logic"

Philosophical Studies, vol. VIII, No. 5, octubre, pp. 73-80.

/75/ (1962) "The Analytic and the Synthetic"

En Feigl y Maxwell (1962),

/76/ Quine, Willard van Orman

(1954) "Quantification and the empty domain"

Journal of Symbolic Logic, vol. XIX, No. 3, septiembre, pp. 177-179.

/77/ (1960) _Word and Object_

John Wiley & Sons, Nueva York.

/78/ (1961) _From a Logical Point of View_

Harper & Row, (segunda impresión).

/79/ (1966) Selected Logic Papers
Random House, Nueva York.

/80/ (1966b) The Ways of Paradox
Random House, Estados Unidos.

/81/ (1969) Ontological Relativity and Other Essays
Columbia University Press, Nueva York.

/82/ (1970) Philosophy of Logic
Prentice-Hall, Estados Unidos.

/83/ (1973) "Notas sobre existencia y necesidad"
En Simpson (1973), pp. 121-138.

/84/ (1982) "Respuesta a Orayen"
Análisis Filosófico, vol II, No. 1-2.

/85/ Rees, W. J.
(1951) "What Achilles said to the Tortoise"
Mind, vol. LX, No. 238, n. s., abril, pp. 241-246.

/86/ Rescher, Nicholas
(1955) "Some Comments on Two-Valued Logic"
Philosophical Studies, vol. VI, No. 4, junio, pp. 54-58.

/87/ (1957) "Definitions of 'Existence'"
Philosophical Studies, vol. VIII, No. 5, octubre, pp. 65-69.

/88/ Rodríguez, Alvaro
(1976) Reseña de Haack (1974)
En Crítica, vol. VIII, No. 22, abril, pp. 117-120.

/89/ Routley, Richard

(1975) "Universal Semantics?"
Journal of Philosophical Logic, vol. IV, No. 3, agosto, pp. 327-356.

/90/ (1980) "The Choice of Logical Foundations: Non-Classical Choices and the Ultralogical Choice"
Studia Logica, vol. XXXIX, No. 1, pp. 77-98.

/91/ Routley, Richard, *et al.*

(1982) *Relevant Logics and their Rivals; Part I: The Basic Philosophical and Semantical Theory*
Ridgeview, Ohio.

/92/ Routley, Richard, Routley V., Meyer, R. K. y Martin, E. P.

(1982) "On the Philosophical Bases of Relevant Logic Semantics"
The Journal of Non-Classical Logic, vol. I, No. 1, pp. 71-105.

/93/ Russell, Bertrand

(1903) *The Principles of Mathematics*
Allen and Unwin, Londres.

/94/ (1919) *Introduction to Mathematical Philosophy*
G. Allen and Unwin, Londres.

/95/ (1923) "Vagueness"
Australasian Journal of Psychology and Philosophy
Vol. I, No. 2, junio, pp. 84-92.

/96/ Russell, Bertrand y Whitehead, Alfred North

(1950) Principia Mathematica, vol. II
Cambridge University Press, Cambridge.
(Primera impresión 1910))

/97/ Sánchez Pozos, Javier

(1978) Semanticheskoc soderzhanie viskazivaniy i problema Sledovania
Avtoreferat, MGU. M.

/98/ (1978b) Deducción lógica, contenido semántico y formas normales relevantes
Comunicación interna No. 60, Departamento de matemáticas, Facultad de ciencias, UNAM, México.

/99/ (1979) "Intuitive Semantics"
VI International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Hannover.
Abstracts, Sections 5 and 7, pp. 153-157.

/100/ (1980) Semánticas Intuitivas
Reporte de Investigación 18, UAM, DCSyH, México.

/101/ Scott, D.

(1970) "Advice on Modal Logic"
En Lambert (1970), pp. 143-173.

/102/ Schock, Rolf

(1968) Logics Without Existence Assumptions
Almqvist & Wiksell, Estocolmo.

/103/ Schutz, Alfred

(1970) Reflections on the Problem of Relevance
Yale University Press, Estados Unidos.

/104/ Simpson, Thomas Moro

(1973) Semántica filosófica: Problemas y discusiones
(Ed.) Siglo XXI, Argentina.

/105/ (1975) Formas lógicas, realidad y significado
Eudeba, Buenos Aires.

/106/ Stenlund, Sören

(1973) The Logic of Description and Existence
Uppsala Universitet, Uppsala, Suecia.

/107/ Strawson, Peter F.

(1948) "Necessary Propositions And Entailment-Statements"
Mind, n. s., vol. LVII, enero, pp. 184-200.

/108/ (1950) "Sobre el referir"
En Simpson (1973), pp. 57-86.

/109/ Usberti, G.

(1981) "Problema dell'esistenza e filosofia della logica"
Rivista di Filosofia, vol. LXXII, No. 1, febrero, pp. 159-164.

/110/ van Fraassen, Bas

(1966) "Singular Terms, Truth-Value Gaps, and Free Logic"
The Journal of Philosophy, vol. LXIII, No. 17, septiembre 15, pp. 481-495.

/111/ (1968) "Presupposition, Implication, and Self-Reference"
The Journal of Philosophy, vol. LXV, No. 5, marzo 7, pp. 136-152.

/112/ (1969) "Presuppositions, Supervaluations, and Free Logic"
En Lambert (1969), pp. 67-91.

/113/ Voishvillo,

(1976) Semanticheskaia informatsia-Poniatiya ekstentsional'noy i intentsionalnoy informatsiy
V sbornike "Kibernetika i sovremenoe nauchnoc poznanic, Moscú.

/114/ Wimsatt, William C.

(1982) "Robustness, Reliability and Multiple-Determination in Science"
Próximo a aparecer traducido en las actas del II Simposio Internacional de Filosofía organizado en 1981 por el IIF-UNAM, México.

/115/ Wittgenstein, Ludwig

(1922) Tractatus Logico-Philosophicus
Routledge and Kegan Paul, Londres.

/116/ (1973) Tractatus Logico-Philosophicus
Traducción de Enrique Tierno Galván, Alianza Editorial, Madrid.

/117/ Wolf, Robert G.

(1978) "Are Relevant Logics Deviant"
Philosophia (Israel), vol. 7, No. 2, junio, pp. 327-340.

/118/ Woodruff, Peter W.

(1970) "Logic and Truth Value Gaps"

~~En Lambert (1970), pp. 121-142.~~

/119/ Woods, John

(1965) "Was Achilles' "Achilles'Heel" Achilles' Heel?"

Analysis, vol. XXV, No. 4 (n. s. No. 106), marzo pp. 142-146.

/120/ Wreen Michael

(198?) "Existential Import"

De próxima aparición en *Crítica*.