

24
51

Universidad Nacional Autónoma de México



FACULTAD DE CIENCIAS

COSTO ENERGETICO DEL CRECIMIENTO DE SILICIO

T E S I S

Que para obtener el Título de

F I S I C O

P r e s e n t a

H A I L I N H U



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

	Pág.
1. INTRODUCCION. -----	1
2. CRECIMIENTO DEL CRISTAL Y FLUJO DE CALOR -----	3
2.1 CRECIMIENTO DEL SILICIO CRISTALINO -----	3
2.2 FLUJO DE CALOR -----	5
3. COSTO ENERGETICO DEL CRECIMIENTO DE SILICIO EN FORMA CILINDRICA -----	11
3.1 METODO DE CZOCHRALSKI -----	11
3.2 METODO DE ZONA FLOTANTE -----	25
3.3 TECNICA DE PEDESTAL -----	29
4. COSTO ENERGETICO DEL CRECIMIENTO DE SILICIO EN FORMA LAMINAR -----	37
4.1 PROCESO DE TELA DENDRITICA -----	38
4.2 PROCESO DE STEPANOV -----	43
4.3 METODO DE ESTIRAMIENTO LATERAL -----	47
4.4 CRECIMIENTO DE SILICIO SOBRE SUSTRATOS CERAMICOS -----	51
5. COSTO ENERGETICO DEL CRECIMIENTO DE SILICIO USAN <u>DO</u> LA TECNICA DE CVD -----	54

	Pág.
5.1 MODELO TEORICO -----	56
5.2 ANALISIS DE PUBLICACIONES -----	58
6. CONCLUSIONES -----	65
6.1 COSTO ENERGETICO DEL CRECIMIENTO DE SILI- CIO -----	65
6.2 COSTO ENERGETICO DE LA PRODUCCION DE LA CELDA SOLAR -----	67
6.3 TIEMPO DE RECUPERACION DE LA INVERSION EN LA CELDA SOLAR -----	69
7. REFERENCIAS -----	74
8. FIGURAS -----	78
9. SIMBOLOS DE LAS CANTIDADES FISICAS -----	92
APENDICE A	
CALCULO DEL ANGULO SOLIDO EN UN ELIPSOIDE -----	94
APENDICE B	
FLUJO DE CALOR A TRAVES DEL CRISTAL CRECIDO ----	96

CAPITULO I

INTRODUCCION

La tecnología de la celda solar se ha establecido por más de dos décadas; sin embargo, la producción de energía solar fotovoltaicas está limitada a la tecnología espacial y tiene pocas aplicaciones en la tierra. Estas últimas podrán realizarse sólo cuando el costo energético de la celda solar sea comparable con los de otras fuentes de energía eléctrica.

El costo energético de la fotocelda es la energía total consumida durante el proceso de su fabricación. Este proceso comprende cuatro etapas, cada una de las cuales un porcentaje -- del costo total. Según la referencia 1, la distribución porcentual del costo energético en las cuatro etapas en:

- 22% ----- Producción de polisilicio;
- 24% ----- Conversión de polisilicio a monosilicio en forma la
 minar;
- 30% ----- Conversión de láminas a celdas;
- 24% ----- Encapsulado.

El costo energético del crecimiento de silicio es el consumo de energía durante este proceso. En forma de crecer el monosilicio con el menor costo posible, el grupo de crecimiento de cristales del Instituto de Física de la U.N.A.M., dirigido por el Dr. H.G. Riveros, trabaja en las primeras dos etapas, las cuales abarcan el trabajo global del crecimiento de silicio simple. La primera etapa es la purificación del silicio, en la que se trata de obtener polisilicio a partir de su mineral, de la cáscara de arroz o de otros recursos naturales a través de los procesos apropiados. La segunda etapa es la --

llamada de crecimiento del silicio. En ésta, dados los diversos métodos de realizarla, existen diferencias en el costo -- energético de la misma. Nuestro trabajo se enfoca en estimar el costo energético del crecimiento del silicio y el tiempo - de recuperación de inversión en la fotocelda para diferentes métodos, tomando como referencias los artículos publicados en la revista "Journal of Crystal Growth" de 1971 a 1982.

En el Cap. 2 se introducen los conceptos básicos del creci- - miento del cristal y del flujo de calor que se encuentran en- capítulos posteriores. En el Cap. 3 se analizan los procesos en que se crece monosilicio en forma cilíndrica de tal manera que posteriormente se necesita hacer un corte del cristal para que sea laminar. Este corte trae consigo una pérdida del 50% del peso inicial del cristal y afecta notablemente el precio de la celda solar. En el Cap. 4 se tratan los métodos -- que producen monosilicio laminar directamente. El Cap. 5 incluye el método de "deposición de vapor químico".

Los cálculos de este trabajo son aproximados en cuenta a que falta información sobre las dimensiones del horno, la poten-- cia consumida durante el proceso de crecimiento y otros da-- tos similares. Los modelos matemáticos empleados están sim-- plificados, pero creemos que los resultados indican de modo - razonable el costo energético asociado a cada proceso sin considerar las variaciones del costo sufridas en el proceso in-- flacionario, con la idea en mente de que la fotocelda debe -- producir más energía de la que se consume en su fabricación.

CAPITULO II

CRECIMIENTO DEL CRISTAL Y FLUJO DE CALOR

El consumo de energía en el crecimiento de un cristal es la pérdida de energía por el flujo de calor durante el proceso de crecimiento. Es obvio que el costo energético del crecimiento de silicio va a depender del método que se utilice para llevar a cabo este trabajo. Para ello es necesario tener una idea de cómo realizar el crecimiento del cristal y ver cuáles son las causas principales de la pérdida de energía.

2.1 CRECIMIENTO DE SILICIO CRISTALINO

El crecimiento cristalino a partir de un líquido o de un gas es un proceso de reordenamiento estructural. Existen diversos métodos de crecimiento y uno escoge el más adecuado según las características del cristal que se pretende crecer, las herramientas experimentales que se tienen, el tiempo de que se dispone y otros factores más.

El método más común de producción de monosilicio es por tracción del cristal a partir de un líquido fundido, cuyas variantes se conocen por los nombres de sus inventores. El líquido se mantiene unos pocos grados sobre el punto de fusión y se siembra un cristal individual, poniéndolo en contacto con la superficie (Fig. 1-a y 1-b). Al principio del proceso, la semilla se funde y la interfase alcanza una situación de equilibrio que depende de las condiciones de temperatura. Mientras se mantiene por algún medio la condición de que el cristal esté levemente por abajo del punto de fusión, y el líquido levemente por arriba, la semilla se saca suavemente del material fundido (Fig. 1-c). Si la velocidad de extracción es demasia

do grande, el líquido se separa del cristal; pero dentro de cierto intervalo de velocidad, se forma un cristal de forma cilíndrica como consecuencia de que la tensión superficial -- mantiene el contacto entre el cristal y la fusión.

Una dificultad en la producción de cristal de buena calidad por este método es que se requiere de una semilla cristalina perfecta. Cualquier dislocación en la semilla se propaga en el cristal crecido. Hay varias maneras de evitar el uso de semillas. En una, un tubo capilar se introduce en el material fundido. Una pequeña porción de éste sube por el tubo, y la nucleación se introduce en el extremo superior. De la cristalización, en el extremo inferior del capilar se tiene generalmente un monocristal, el que se propaga desde dicho punto cuando el tubo se levanta lentamente sobre la superficie de fusión (fig. 2). El monosilicio puede producirse usando este método.

Se han hecho muchas variaciones del método de siembra; su conveniencia depende de cada material. En algunos casos, por ejemplo, es más conveniente mantener el cristal fijo y bajar el líquido. Una modificación es la llamada técnica de la zona flotante, que es un poco diferente del método de sembrado. En esta técnica, una barra de un material se dispone en posición vertical, con un monocristal sembrado en la parte superior. Un calentador móvil en forma de anillo se utiliza para fundir la unión entre la semilla y la barra, y moviendo el calentador lentamente hacia abajo, el monocristal crece lo suficientemente rápido como para mantenerse. La zona fundida debe ser delgada como para que actúe la tensión superficial(2)- La fig. 3 muestra el esquema de dicho proceso. La técnica de zona flotante es aplicable para el crecimiento de monosilicio.

Aparte de la solidificación del líquido fundido, hay un método alternativo en el cual el silicio que va a añadirse al -

cristal semilla se suministra por medio de una reacción química entre el material compuesto de silicio y un gas. Este proceso se llama crecimiento por deposición química epitaxial. - Se han investigado muchas reacciones para depositar el silicio puro. Todos los procesos químicos tiene en común los pasos principales. Primero, se forma a temperatura T_1 un compuesto de silicio estable purificado. Segundo, se mantiene una cierta presión de vapor del compuesto a una temperatura adecuada para poder evaporar el silicio desde una fuente. Se introducen entonces los vapores del compuesto de silicio a la zona de deposición a temperatura T_2 . Esta temperatura se escoge tal que el compuesto de silicio realice la reacción química la cual deposita al silicio elemental sobre las superficies expuestas a los vapores.

Independientemente del proceso que se utilice, se consume energía durante el crecimiento. Por ejemplo, la potencia total consumida en el método de tracción a partir de líquido fundido es para mantener éste cerca del punto de fusión. Como existe una diferencia de temperatura entre el sistema de trabajo (1420°C para el silicio) y el medio ambiente (-20°C) - hay una transferencia de calor del sistema al medio.

2.2 FLUJO DE CALOR.

El calor es la energía transferida de una parte del sistema a otra o de un sistema a sus alrededores debido sólo a la diferencia de temperatura entre ellos. Existen tres mecanismos de transferencia: conducción térmica, radiación térmica y convección térmica.

a) CONDUCCION TERMICA:

Cuando dos partes de una sustancia se mantienen a diferentes-

temperaturas y se mide la temperatura en los elementos internos del volumen de la sustancia, los experimentos muestran -- una distribución continua de temperatura y un flujo de calor. La ley fundamental de conducción de calor es una generalización de los resultados experimentales sobre el flujo lineal -- a través de un material rectangular de espesor Δx perpendicular a las caras del área A . Se tiene experimentalmente que -- el calor Q que fluye perpendicularmente a las caras para un -- tiempo t , está relacionado con el área de las caras, la diferencia de temperatura entre ellas (ΔT) y el espesor del material de la siguiente forma:

$$\frac{Q}{t} \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (2-1)$$

Siempre y cuando T y x sean pequeños. Generalizando esta relación aproximando t a cero, tenemos la ley de conducción -- térmica:

$$q_k = \kappa A \frac{dT}{dx} \quad (2-2)$$

Donde κ es la conductividad térmica del material

b) RADIACION TERMICA:

Un sólido o un líquido caliente emite radiación térmica. La transferencia de calor radiante difiere del flujo de calor -- transferido por conducción en que se puede propagar en el vacío o en medios transparentes.

El mecanismo de transferencia de energía por radiación consiste de tres pasos: primero, la conversión de la energía térmica de la fuente en energía de la onda electromagnética; segundo, el paso de la onda a través del espacio intermedio; y ter

cero, la reconversión de la energía de la onda en energía térmica por absorción en el cuerpo frío. La energía radiada por un material es del mismo tipo de movimiento ondulatorio que las ondas de radio, rayos - X, etc. Cuando ésta incide sobre un cuerpo, parte se absorbe, parte se refleja y parte se transmite. Matemáticamente,

$$a + r + t = 1 \quad (2-3)$$

Donde

a = Absorptividad o la fracción de la energía absorbida.

r = Reflectividad o la fracción de la energía reflejada,

t = Transmisividad o la fracción de la energía transmitida a través del cuerpo.

Para la mayoría de los materiales sólidos opacos, t es prácticamente cero. El silicio puro tiene color gris oscuro y vamos a considerar el caso cuando $t \doteq 0$, entonces,

$$a + r = 1 \quad (2-3')$$

Realmente no existe un material en el que $a = 1$ y $r = 0$. Las superficies más oscuras que se encuentran en la naturaleza, tienen una reflectividad cerca del 1% ($r = 0.01$). Para propósitos teóricos se introduce el concepto de cuerpo negro que es una sustancia capaz de absorber toda la radiación incidente $a_n = 1$, donde el subíndice n indica el cuerpo negro.

Todas las sustancias emiten radiaciones, las longitudes de onda y la intensidad de la radiación dependen de la temperatura absoluta y de las propiedades del material que forma la superficie de la sustancia radiante. La pregunta es, ¿cuál es la

relación entre la absorptividad y la emisividad de un cuerpo? - La ley de radiación de Kirchhoff 3) indica que cuando se establece el equilibrio térmico entre el cuerpo y sus alrededores, la absorptividad y la emisividad del cuerpo tienen el mismo valor numérico. Esto es,

$$a = e \quad (2-4)$$

Donde e es la emisividad y es el cociente de la potencia emitida por el cuerpo, W , dividida entre la potencia emitida por un cuerpo negro, W_c 4) .

$$e = W/W_c \quad (2-5)$$

Stefan y Boltzmann concluyeron que la energía total emitida por un cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta del cuerpo.

$$W_c = \sigma T^4 \quad (2-6)$$

Donde T es la temperatura del cuerpo y $\sigma = 5.669 \times 10^{-12} \text{ w/cm}^2\text{-}^\circ\text{K}^4$ es la constante de Stefan Boltzmann. De aquí se encuentra que el flujo radiante, q_r , definido como la energía radiada por unidad de tiempo está dado por,

$$q_r = e q_{r,c}$$

Donde $q_{r,c}$ es la energía radiada por un cuerpo negro por unidad de tiempo. $q_{r,c}$ es igual al producto del área A radiante de éste por W_c ,

$$q_{r,c} = A \sigma T^4 \quad (2-7)$$

de donde:

$$q_r = e \sigma A T^4 \quad (2-8')$$

Si la temperatura de los alrededores del cuerpo es T_a y ésta es menor que T , el cuerpo absorbe una cantidad de energía -- igual a la cantidad $A T_a^4$ de tal manera que la energía total -- emitida por el cuerpo con emisividad e es, (suponiendo que -- $a = e$).

$$q_r = e \sigma A^4 (T^4 - T_a^4) \quad (2-8)$$

c) CONVECCION TERMICA:

La transferencia de calor por convección es el cambio de energía térmica entre las partes móviles de un fluido o entre éstas y las superficies a diferente temperatura.

Hay dos tipos de convección: convección libre y convección -- forzada. En la primera la convección es un resultado del movimiento del fluido debido a los cambios en su densidad que -- provienen del proceso de calentamiento; en la segunda el fluido está forzado por la superficie de transferencia de calor.

En el crecimiento del silicio se encuentran estos dos tipos -- de convección térmica. En los métodos por tracción del cristal a partir de un líquido, muchas veces se introduce un gas -- inerte para evitar la oxidación del silicio a altas temperaturas. La convección entre el gas inerte y la superficie caliente dentro del horno es convección libre. En el método de deposición de vapor por reacción química (CVD), hay convección forzada entre el gas portador y la superficie del sustrato.

Se puede usar la ley de Newton de enfriamiento para el cálculo de la convección térmica usando la siguiente fórmula:

$$q_h = h A (T_s - T_g) \quad (2-9)$$

donde A es el área de la superficie caliente a temperatura -- T_s en contacto con el gas y T_g es la temperatura ambiente antes de pasar por la superficie, y h es el coeficiente de -- transferencia de calor. En general el cálculo exacto de q_h -- es muy difícil porque depende de la geometría del horno, de -- las propiedades de la superficie caliente y del gas. Utiliza -- mos ecuaciones empíricas para el cálculo del coeficiente de -- transferencia de calor, h, en los dos tipos de convección tér -- mica.

CAPITULO III
COSTO ENERGETICO DEL CRECIMIENTO DE SILICIO
EN FORMA CILINDRICA

Los métodos principales de crecimiento de silicio en forma cilíndrica son el de Czochralski y la zona flotante. El primero es uno de las variaciones del método de tracción a partir de líquido fundido. Se usa un crisol de cuarzo que se soporta en un suscepto de grafito en el cual se funde el polisilicio y se sumerge en este último una semilla monocristalina con la orientación deseada. Se gira y se jala la semilla hacia afuera bajo un control térmico adecuado. El esquema del proceso se muestra en la Fig. 4. Las ventajas de dicho método son -- las altas velocidades de producción volumétrica y la alta calidad del cristal. El segundo método tiene la ventaja de que no se necesita ningún crisol, la fase de solidificación y la de fusión están en los dos lados de la zona fundida, calentada por radio-frecuencia. La desventaja respecto al primer -- método es el pequeño volumen que se obtiene.

3.1 Método de Czochralski

3.1.1. Modelo teórico

Consideremos un sistema térmico que está calentado por una -- fuente externa y después de cierto tiempo el sistema llega a una temperatura que va a ser constante durante el resto de -- tiempo. Debido a la diferencia de temperatura habrá un flujo neto de calor del sistema hacia sus alrededores. Para mantener constante la temperatura, el sistema debe absorber una -- cantidad de energía de la fuente externa para compensar la -- pérdida de energía del sistema por la transmisión de calor, -

es decir, cuando el sistema está en estado estacionario la potencia suministrada de la fuente externa del sistema es igual a la pérdida de calor por unidad de tiempo.

La temperatura de trabajo para el método de Czochralski es un poco mayor que la de fusión del material que se quiere crecer. Las principales pérdidas de calor durante el crecimiento son (Fig. 5): (a) la radiación térmica por la superficie de material fundido en la interfase sólido-líquido; (b) la conducción o radiación térmica por el área lateral del susceptor según el tipo de aislamiento térmico que se usa; (c) la conducción térmica a través de la base del susceptor; (d) la pérdida de calor por la combinación de radiación y conducción térmica a través del cristal crecido; (e) la energía de fusión del policristal.

a) Radiación térmica:

La temperatura de fusión del silicio es $T_m = 1690^\circ\text{K}$. En la interfase de crecimiento no se usa protección térmica, por lo tanto radia fuertemente la superficie del material fundido en contacto con el vacío o con el gas inerte debido a que la pared del horno tiene la temperatura del medio ambiente T_a . Usando la ec. (2-8) para $T=T_m$, $T_a=300^\circ\text{K}$ y la emisividad del silicio a T_m de $e=0.6$ (5), tenemos la potencia radiada por unidad de área de la superficie.

$$\begin{aligned} q_r/A_{in} &= e\sigma(T_m^4 - T_a^4) \\ &= 0.6 \times 5.67 \times 10^{-12} \times (1690^4 - 300^4) \\ &= 27.7 \text{ w/cm}^2 \end{aligned} \quad (3-1)$$

donde A_{in} es el área de la superficie mencionada.

b) Pérdida de calor por la superficie lateral del susceptor:

Hay dos tipos de aislamiento térmico que reducen la pérdida de calor por la superficie lateral del susceptor:

1. Enrollar el susceptor con lana de grafito o zircar:

La pérdida en este caso es por la conducción térmica a través del material del aislamiento con espesor Δx_1 . Supongamos que el material es homogéneo de tal manera que la conductividad térmica no depende de los puntos dentro del material. Para simplificar el cálculo suponemos también que la conductividad térmica no depende de la temperatura. Entonces el flujo de calor por conducción térmica sólo depende de la geometría del susceptor.

Para un susceptor cilíndrico de radio R y un aislamiento cilíndrico concéntrico de espesor Δx_1 , el flujo de calor por conducción es (4):

$$q_{k,1} = 2 \pi H \frac{T_s - T_a}{\ln((R + \Delta x_1)/R)} \quad (3-2)$$

donde T_s es la temperatura del susceptor y H , su altura. En general $T_s > T_m$ porque se requiere un gradiente de temperatura para que haya un flujo de calor neto del susceptor a la interfase de crecimiento(6). Suponemos que $T_s = T_m + 50 = 1740^\circ\text{K}$. Si el aislamiento es de zircar, su conductividad es,

$$K_z = \begin{cases} 2 \times 10^{-3} \text{ W/cm-}^\circ\text{K, en vacío} \\ 3.6 \times 10^{-3} \text{ W/cm-}^\circ\text{K, en atmósfera inerte} \end{cases}$$

La conducción térmica es, para la geometría cilíndrica,

$$q_{k,1} = \frac{2 \pi \times 2 \times 10^{-3} (1740 - 300) H}{\ln((R + \Delta x_1)/R)} = \frac{18.1 H}{\ln((R + \Delta x_1)/R)} \text{ watts,}$$

en vacío y

$$q_{k,1} = \frac{3.6}{2} \times \frac{18.1 H}{\ln((R + \Delta x_1)/R)} = \frac{32.6 H}{\ln((R + \Delta x_1)/R)} \text{ watts,}$$

en atmósfera inerte

Si la fuente de calor es una resistencia, se enrolla el susceptor con 3 ó 4 capas aproximadamente de zircar o de lana de grafito, cada una tiene un espesor de 0.5 cm. Si el calentamiento es por la inducción de radio-frecuencia, se pone una o dos capas de aislamiento entre el susceptor y la bobina de radio-frecuencia enfriada por agua.

Para la superficie que está formada por planos, el flujo de calor es simplemente

$$q_{k,1} = \kappa_z A_1 (T_s - T_a) / \Delta x_1 \quad (3-2')$$

donde A_1 es el área lateral del susceptor. Numéricamente,

$$q_{k,1} = \begin{cases} 2.88 A_1 / \Delta x_1, & \text{en vacío} \\ 4.61 A_1 / \Delta x_1, & \text{en atmósfera inerte} \end{cases}$$

2. Usar las pantallas de protección;

Las pantallas de protección son placas metálicas de alta reflectividad. En este caso la transferencia de calor del sus-

ceptor a la pared del horno es por la radiación térmica si no hay aislamiento entre las pantallas sucesivas. Bajo esta circunstancia un análisis indica que la radiación tiene la siguiente forma (7)

$$q_{r,1} = \frac{A_1 \sigma e (T^4 - T_a^4)}{(2n/e_p) - (n-1)} \quad (3-3)$$

donde n es el número de placas de protección con emisividad e_p y A_1 es el área de la superficie radiante con emisividad e y temperatura T .

En el horno del cuerpo que radia es el susceptor de grafito. Si suponemos que tanto éste como las placas son cuerpos negros ($e=e_p=1$), entonces la radiación por unidad de área es, para $T=T_s=1740^\circ\text{K}$, $T_a=300^\circ\text{K}$,

$$q_r/A_1 = \frac{5.67 \times 10^{-12} \times (1740^4 - 300^4)}{n + 1} = \frac{51.9}{n+1} \text{ w/cm}^2 \quad (3-3')$$

Vemos que la pérdida en este caso es muy grande. En los cálculos que vamos a hacer utilizaremos el primer tipo de aislamiento, a menos que se mencione que tipo se usa específicamente.

c) Conducción térmica a través de la base del susceptor

Para soportar el susceptor y el crisol, se usan, en general, dos o tres barras de cerámica de 0.6 o 1.2 cm. Además se puede usar aislamiento de lana de grafito o de zircar en contacto con la base. El flujo de calor a través de la base del susceptor es, si el aislamiento es de zircar con espesor

Δx_b ,

$$q_{k,L} = (K_c A_c + K_z A_z)(T_s - T_a) / \Delta x_b \quad (3-4)$$

donde K = conductividad térmica ($w/cm\text{-}^\circ K$)

A = área en contacto con la base del susceptor (cm^2)

y los subíndices c y z indican cerámica y zircar respectivamente.

Si A_b es el área media de la base del susceptor, entonces - -
 $A_z = A_b - A_c$.

Para los valores de T_s y T_a mencionados tenemos

$$q_{k,b} = \begin{cases} 1390(0.02A_c + 2 \times 10^{-3} A_z) / \Delta x_b, & \text{en vacío} \\ 1390(0.02A_c + 3.6 \times 10^{-3}) / \Delta x_b, & \text{en atmósfera -} \\ & \text{inerte} \end{cases}$$

Para el caso de tres barras de diámetro de 0.6 cm,

$$A_c = 3 \times (\pi/4) \times 0.6^2 = 0.9 \text{ cm}^2$$

Para tres barras de diámetro de 1.2 cm,

$$A_c = 3 \times (\pi/4) \times 1.2^2 = 3.4 \text{ cm}^2$$

d) Transmisión térmica a través del cristal crecido

En la referencia 8 se deduce que el flujo de calor requerido para mantener un extremo de un cristal cilíndrico en su temperatura de fusión es, para cristales de alta temperatura de fusión,

$$q_c = 6.67 \times 10^{-6} \times (Ker^3 T_m^5)^{1/2} \quad (3-5)$$

donde K = conductividad térmica del cristal (w/cm-°K)

e = emisividad del cristal en temperaturas cercanas de fusión

r = radio del cristal cilíndrico (cm)

Para una barra de silicio, e=0.6, K=0.26w/cm-°K a temperaturas cercanas a la de fusión(9). El flujo de calor a través del silicio cristalino es,

$$q_c = 6.67 \times 10^{-6} \times (0.6 \times 0.26 \times 1690^5)^{1/2} \times r^{3/2}$$

$$q_c = 309 r^{3/2} \text{ Watts} \quad (3-5')$$

e) Energía de fusión

La energía de fusión del silicio es igual a

$$Q = \int_{T_a}^{T_m} (m_c c_c + m_g c_g + m_s c_s) dT + m_s L \quad (3-6)$$

donde m es la masa, c es el calor específico y L es el calor latente del silicio. Los subíndices c, g y s indican cuarzo, grafito y silicio respectivamente. En la ref. 10 se menciona que:

$$c_c = 0.75 \text{ J/g-}^\circ\text{K}$$

$$c_g = \begin{cases} 1.39 \times 10^{-3} T \text{ (J/g-}^\circ\text{K)}, & \text{para } T_a < T < 1500^\circ\text{K} \\ 2.09 \text{ (J/g-}^\circ\text{K)}, & \text{para } 1500 < T \end{cases}$$

$$c_s = 0.954 \text{ J/g-}^\circ\text{K}, \quad \text{para } 800 < T < 1500^\circ\text{K}$$

$$L = 1802 \text{ J/g}$$

Las densidades de masa de los tres materiales son:

$$\rho_c = 2.2 \text{ g/cm}^3; \quad \rho_g = 2.23 \text{ g/cm}^3; \quad \rho_s = 2.33 \text{ g/cm}^3,$$

de modo que la energía de fusión es,

$$Q = (4450 V_g + 2380 V_c + 7290 V_s) \text{ Joules} \quad (3-6')$$

donde V es el volumen. Nótese que V_s es el volumen de polisilicio que se funde inicialmente y en general es mayor que el volumen del silicio simple crecido.

Durante el proceso de fundir el polisilicio la pérdida de energía por la transmisión de calor es pequeña comparada con la que se pierde en todo el proceso de crecimiento (11) de tal manera que se puede despreciar esta contribución.

f) Convección libre

Hemos visto en la sección 2.2 que el problema principal para encontrar el flujo de calor por convección térmica es encontrar el coeficiente de transferencia de calor h . En el crecimiento de silicio usando el método de Czochralski la convección libre se lleva a cabo entre la superficie del cristal -- dentro del horno y la de la interfase en contacto con el gas inerte. Para simplificar nuestro trabajo, vamos a calcular h usando una ecuación empírica, dada en las páginas 131-135 de la Ref. 4 para la geometría de un cilindro. En esta referencia, h se puede encontrar de la siguiente manera:

Sena T_g = temperatura del gas ($^{\circ}\text{K}$)
 T_s = temperatura de la superficie caliente ($^{\circ}\text{K}$)
 D = diámetro del horno (m)
 K = conductividad térmica del gas ($\text{W/m-}^{\circ}\text{K}$)
 ρ = densidad del gas (Kg/m^3)
 μ = viscosidad dinámica del gas (m^2/seg)
 c_p = calor específico del gas a presión constante
 ($\text{J/kg-}^{\circ}\text{K}$)

Entonces se definen los siguientes números:

$$\begin{aligned}
 \text{Nu} &= hD/k_f = \text{número de Nusselt} \\
 \text{Gr} &= D^3 \rho_f^2 \beta g \Delta T / \mu_f = \text{número de Grashof} \quad (3-7) \\
 \text{Pr} &= c_p f / k_f = \text{número de Prandtl}
 \end{aligned}$$

donde $\rho = 1/T_g$ ($^{\circ}\text{K}^{-1}$)

$$\Delta T = T_s - T_g \quad (^{\circ}\text{K})$$

g = aceleración de la gravedad (N/kg)

Aquí el subíndice f indica que las cantidades físicas se evalúan a la temperatura $T_f = (T_s + T_g)/2$.

En la Fig. 3-1 se grafica $\log_{10} \text{Nu}$ vs. $\log_{10} (\text{Gr}^* \text{Pr})$ para cilindros horizontales y verticales. Una vez que tenemos el número de Grashof y el de Prandtl para un gas específico, podemos encontrar el número de Nusselt en la figura y por lo tanto, h . Usando la ley de Newton para la convección,

$$q_h = h A (T_s - T_g) \quad (3-8)$$

encontramos finalmente la energía perdida por la convección.

Para los métodos de crecimiento en que se usa un horno con el gas inerte encerrado en él, vamos a aplicar este método para calcular el valor de h . Los puntos importantes y las aproximaciones que hacemos son: (1) en el crecimiento de silicio el gas inerte que se usa frecuentemente es el argón a la presión de una atmósfera; (2) el diámetro del cilindro que entra en el cálculo lo tomamos como el diámetro efectivo del horno -- cuando éste no tiene la geometría cilíndrica; (3) el área A en la ec. (3-8) es el área de la interfase más el área del -- cristal dentro del horno, ambos están en contacto con el gas; (4) la temperatura T_s la tomamos como la temperatura de fusión del silicio y la temperatura T_g , la ambiente:

$$T_s = T_m = 1690^\circ\text{K}, T_g = T_a = 300^\circ\text{K}$$

Para el argón a 1 atm y $T_f = 1000^\circ\text{K}$, se encuentra (37):

$$\rho = 0.487 \text{ kg/m}^3$$

$$c_p = 0.520 \times 10^3 \text{ J/kg-}^\circ\text{K}$$

$$K = 0.0418 \text{ W/m-}^\circ\text{K}$$

$$\mu = 525.7 \times 10^{-7} \text{ kg/m-seg}$$

El número de Prandtl es,

$$Pr = 525.7 \times 10^{-7} \times 0.520 \times 10^3 / 0.0418 = 0.65$$

El número de Grashof es,

$$\begin{aligned} Gr &= D^3 (0.487^2 \times 300^{-1} \times 9.8 \times 1390 / 525.7 \times 10^{-7}) \\ &= 2.048 \times 10^5 D^3 \end{aligned}$$

Así que $Gr*Pr = 1.33 \times 10^5 D^3$

y $\log_{10}(Gr*Pr) = 3\log_{10}D + 5.12$

Hemos encontrado 6 publicaciones (2,5,6,7,8 y 10) en los cuales se menciona que se usa 1 atm de argón (excepto el Art, 2, que es 1.5 atm) para evitar la oxidación del silicio. La tabla 3-1 muestra los valores numéricos de convección libre para cada caso.

Si usamos la misma fórmula para el cálculo de la pérdida por la convección libre que en el trabajo de H.G. Riveros et al. (Ref. 11), resulta que el valor calculado es más de dos veces menor que el valor experimental. Concluimos que la aproximación que usamos aquí para la convección libre es buena hasta un factor de 2. Comparando con las contribuciones de la conducción y radiación térmica, veremos que los valores numéricos de q_h calculados son despreciables.

TABLA 3-1

Publicación	Diámetro efectivo* (m)	Area A (m ²)	Nu promedio	h (W/m ² -°K) promedio	q _h (W)
2	0.15	0.001	2.8	0.8	1
5	0.15	0.012	2.5	0.7	12
6 10	0.12	0.006	2.5	0.9	7
7	0.15	0.012	2.6	0.7	12
8	0.07	0.015	1.9	1.1	23

Concluimos que el costo energético o la energía perdida para crecer un kilogramo de silicio cristalino es:

$$E = \frac{q_{\text{total}}}{dm/dt} \quad (3-9, a)$$

donde q_{total} es la energía total consumida de la fuente externa y dm/dt es la masa producida de silicio por unidad de tiempo.

Se pueden escribir las dos cantidades como sigue,

$$q_{\text{total}} = q_r + q_{k,1} + q_{k,b} + q_h + Q/t \quad (3-9, b)$$

donde t es el tiempo para fundir el polisilicio, y

$$dm/dt = \frac{d}{dt} (\rho az) = \rho av \quad (3-9, c)$$

donde ρ es la densidad de masa del silicio, v es la velocidad de crecimiento en la dirección z y a es el área transversal del Cilindro de silicio. Sustituyendo las ecs. (3-9,b) y (3-9,c) en la ec. (3-9,a), tenemos (M es la masa total de silicio crecido):

$$E = \frac{q_r + q_{k,1} + q_{k,b} + q_c + q_h}{\rho a v} + \frac{Q}{M} \quad (3-9)$$

3.1.2 Publicación 1

Algunos análisis indican que una manera de mejorar la eficiencia del crecimiento del cristal usando el método de Czochralski es crecer varios lingotes sucesivamente recargando el material policristalino sin enfriar el sistema de trabajo. R.L.Lane y A.H.Kachare (12) realizaron este estudio. Se muestra -

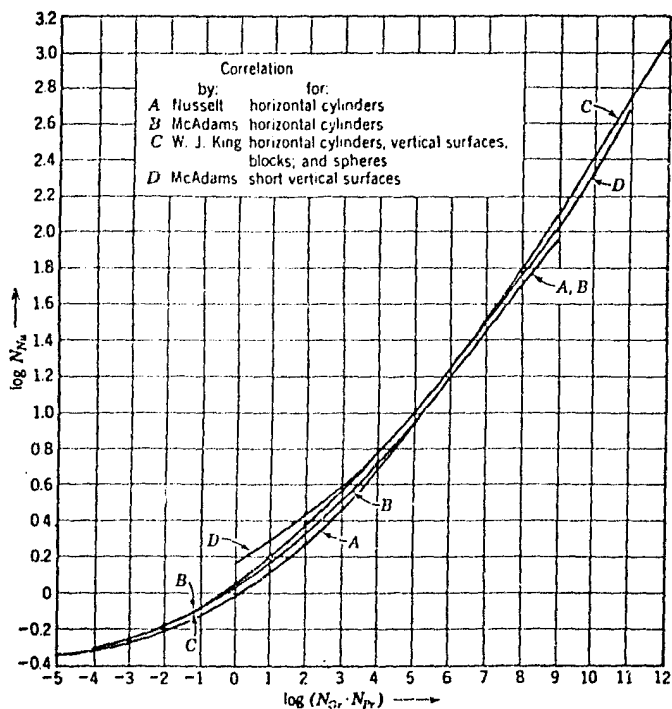


Fig. 3-1

en la Fig. 6 el esquema del horno en el cual crecieron 5 lingotes con un total de 100 Kg., de 12 cm de diámetro en un solo crisol. El diámetro de éste es 30 cm con altura de 22 cm. Suponemos que su espesor es 1cm (es decir, el diámetro interior del crisol es 28 cm). Si el diámetro interior del suscepto es 30 cm, con espesor de 2 cm y altura de 24 cm, entonces

$$A_{in} = \frac{\pi}{4} (30^2 - 28^2) = 91.1 \text{ cm}^2$$

$$A_D = \frac{\pi}{4} (30 + 2 \times 2)^2 = 907.9 \text{ cm}^2$$

$$V_c = \frac{\pi}{4} (30^2 - 28^2) \times 22 + \frac{\pi}{4} \times 28^2 \times 1 = 2620.0 \text{ cm}^3$$

$$V_g = \frac{\pi}{4} (34^2 - 30^2) \times 30^2 \times 2 = 6239.1 \text{ cm}^3$$

Usando estos números y otros necesarios tenemos lo siguiente-
(para el calentamiento por resistencia y el aislamiento de --
zircar), el signo asterisco * indica que es un valor supuesto,

<u>DATOS</u>	<u>RESULTADOS</u>
$v = 0.0024 \text{ cm/seg}$	$q_r = 27.7 \times 91.1 = 2.5 \text{ kw}$
$m_s = 100 \text{ kg}$	$q_{k,1} = 24 \times 18.1 / 1n((17+3)/17) =$
$= 12 \text{ cm}, r = 6 \text{ cm}$	$= 2.9 \text{ kw}$
$a = \pi r^2 = 113.1 \text{ cm}^2$	$q_{k,b} = (0.02 \times 3.4 + 2 \times 10^{-3} \times (908 -$
$V_s = 42.9 \times 10^3 \text{ cm}^3$	$- 3.4)) \times (1740 - 300) / 5$
* $\Delta x_1 = 3 \text{ cm}$	$= 0.5 \text{ kw}$
* $\Delta x_b = 5 \text{ cm}$	$q_c = 309 \times 6^{3/2} = 4.5 \text{ kw}$
$A_c = 3.4 \text{ cm}^2$	$Q = 4450 \times 6239.1 + 2380 \times 2620 +$
+ $P = 20-25 \text{ Torr}$	$+ 7290 \times 42900$
	$= 3.5 \times 10^8 \text{ Jouls}$
	$E = \frac{2.5 + 2.9 + 0.5 + 4.5}{2.33 \times 113.1 \times 0.0024 \times 3.6} + \frac{3.5 \times 10^8 \times 10^{-3}}{100 \times 3600}$
	$= 10.4 + 1.0 = 11.4 \text{ kwh/kg}$

+ Nótese que la presión del gas argón es pequeña (~0.03 atm)-
se puede despreciar la convección libre por el gas.

Se encuentra en la Ref. 33 la energía por unidad de masa para

el crecimiento de silicio usando el método de Czochralski como 15 kWh/kg. Comparando con el valor calculado, vemos que éste es razonable.

3.2 METODO DE ZONA FLOTANTE

3.2.1 Modelo teórico

En la Fig. 7 se muestra un esquema del flujo de calor durante el crecimiento de silicio usando el proceso de zona flotante. Las pérdidas principales son:

- radiación térmica por la superficie lateral de la zona fundida:
- conducción y radiación térmica a través de las dos interfaces sólido-liquido;
- energía de fusión.

a) Radiación térmica

$$q_r = eA_r (T_m^4 - T_a^4) \quad (3-10)$$

donde A_r = área lateral de la zona fundida;

e = emisividad del silicio a la temperatura de fusión.

Tomando $e=0.6$ la potencia de radiación por unidad de área es-

$$q_r/A_r = 27.7 \text{ w/cm}^2 \quad (3-10')$$

b) Conducción y radiación térmica en las interfases

El flujo de calor a través de las dos interfases en este caso se puede calcular con la ec. (14'), similar al caso del inciso 3.1.1(d), sólo difiere en un factor dos debido a la existencia de dos interfases:

$$q_c = 2 \times 309 r^{3/2} = 618 r^{3/2} \text{ watts} \quad (3-10'')$$

donde r es el radio del cristal cilíndrico en cm.

c) Energía de fusión

En el inicio del crecimiento, la energía necesaria para llevar el material desde la temperatura ambiente ($T_a = 300^\circ\text{K}$) a la temperatura de fusión ($T_m = 1690^\circ\text{K}$) por unidad de masa es:

$$\frac{Q}{m} = c_s (T_s - T_a) + L \quad (3-11)$$

$$\begin{aligned} \text{Para el silicio, } \frac{Q}{m} &= 0.954 \times (1690 - 300) + 1802 \\ &= 3.1 \text{ KJ/gr} \end{aligned}$$

$$\text{o bien, } \frac{Q}{m} = 0.86 \text{ kwh/kg} \quad (3-11')$$

Durante el estado estacionario, sabemos que la energía para mantener un extremo de un lingote en su temperatura de fusión, q_c , está dada por la ec. (3-10). En la interfase de crecimiento se disipa una cierta cantidad de potencia llamada q_s para que se solidifique el cristal. Así que la potencia necesaria para mantener la interfase de crecimiento es $q_c - q_s$. Por otro lado, se requiere una potencia q_f para fundir el silicio en la interfase de fusión; la potencia requerida para esta interfase es $q_c + q_f$. Cuando el crecimiento es uniforme, el volumen del cristal crecido debe ser igual al volumen de polisilicio fundido en el mismo intervalo de tiempo, es decir,

$q_f = q_s$ = calor latente de fusión. Este calor alterará los gradientes de crecimiento restándose o sumándose a q_c , siempre que sea una fracción de q_c , pero no altera el flujo neto.

d) Convección térmica

La convección térmica en la técnica de zona flotante puede ser libre o forzada. En el artículo que vamos a analizar, la convección es libre, por consiguiente usamos el modelo del inciso 3.1.1-(f) para el cálculo de energía por convección y en la talba 3-1 se encuentra esta energía.

$$q_h = 1 \text{ w}$$

Concluimos que la energía total consumida para producir un kilogramo de silicio usando la técnica de zona flotante es,

$$E = \frac{q_r + q_c + q_h}{a v \rho} + \frac{Q}{M} \quad (3-12)$$

3.2.2 Publicación 2

En el artículo de A. Eyer et al publicado en 1982 (13) se menciona que un monocristal de silicio de diámetro de 10mm y longitud de 100 mm fue obtenido usando la técnica de zona flotante en un espejo cerrado doble-elipsoidal (Fig. 8). El calentamiento se hizo con dos lámparas de halógeno (potencia máxima de 650 W por cada una). Se indica que la potencia para mantener una zona fundida de diámetro de 10mm y altura 15mm es 800W.

Usando nuestro modelo matemático obtenemos lo siguiente:

DAÏOS

$$A_1 = \pi \times 1.5 \times 1.0 = 4.7 \text{ cm}^2$$

$$r = 0.5 \text{ cm}$$

$$e = 0.6$$

$$a = \frac{\pi}{4} \times 1^2 = 0.8 \text{ cm}^2$$

$$v = 5 \text{ mm/min} = 0.0083 \text{ cm/seg}$$

$$m_s = 2.33 \times 10 \times \frac{\pi}{4} \times 1^2 = 18.3 \text{ gr.}$$

RESULTADOS

$$q_r = 27.7 \times 4.7 = 130.2 \text{ w}$$

$$q_c = 618 \times 0.5^{3/2} = 218.5 \text{ W}$$

$$q_h = 1 \text{ W}$$

$$q_{\text{total}} = 350 \text{ w}$$

La suma de las potencias calculadas anteriormente (350 w) no es la potencia total consumida por las dos lámparas. Esto se debe a las siguientes razones:

- El espejo tiene una absorptividad cerca de 0.05 (Ref. 11);
- 12% de la potencia reflejada por el espejo se pierde por no poder concentrarse en el foco (Apéndice A);
- La luz que llega a la superficie de la zona fundida del silicio es absorbida en un 60% y el otro 40% se refleja y se absorbe finalmente por el espejo.

Por consiguiente, si la potencia consumida por las lámparas es P_{in} , la potencia que absorbe la zona fundida P_s es igual a

$$P_s = (0.95 \times 0.88 \times 0.60) P_{in} = 0.50 P_{in}$$

Nuestro cálculo nos da $P_s = 350 \text{ W}$ de tal manera que $P_{in} = 700 \text{ W}$. Sin embargo el valor experimental para P_{in} es 800W. La discrepancia viene principalmente de la contribución por la convección libre entre el gas de argón (a 1.5 atm) y las dos lámparas. En el trabajo de H.G. Riveros et al. (Ref. 11), se encuentra que el flujo de calor por convección disipada entre una lámpara de 400W y un gas argón a 0.4 atm es 25 w. En Nues

tro caso, las dos lámparas disipan 400w cada una y la presión del argón es 1.5 atm. Esperamos que la contribución por la convección sea mayor que 50w. Esta, junto con la convección entre la zona caliente del cristal y el argón cubren prácticamente los 800w, que es la potencia total disipada para mantener la zona fundida.

Otro factor que influye en nuestro cálculo es la existencia del gradiente radial de temperatura dentro del cristal cilíndrico. En la Ref. 9 se muestra la distribución de temperatura dentro de un cristal de silicio de 2 cm de diámetro y 15cm de longitud. Se ve claramente que cerca de la interfase el gradiente radial de la temperatura varía notablemente y el flujo de calor radial va de la superficie lateral del cilindro a su centro, así que el valor experimental para q_c debe ser menor que el valor calculado usando la ec. (3-10), que es el flujo de calor a través del cilindro.

La energía calculada para el crecimiento de silicio usando la técnica de zona flotante es:

$$E_c = \frac{700}{0.5 \times 60 \times 0.8 \times 2.33} + 0.86 = 13.4 \text{ kwh/kg}$$

y el valor experimental es 15.2 kwh/kg.

3.3 TECNICA DE PEDESTAL

El método de Czochralski necesita un crisol para contener el material fundido y se puede obtener un cristal de volumen grande; mientras que el método de zona flotante tiene la ventaja de no usar crisol, el diámetro del cristal obtenido es relativamente pequeño. La técnica de pedestal es similar al método de zona flotante, pero el monosilicio se crece en un pedestal de polisilicio con un diámetro mayor que el del cristal simple. Si aumenta el diámetro del pedestal y disminuye-

la altura de la zona fundida, se puede obtener un volumen del silicio simple mayor que el obtenido usando el método de zona flotante.

3.3.1 Modelo teórico

El modelo teórico para el cálculo del costo energético en la técnica de pedestal es casi igual al de zona flotante. El término de la convección térmica depende del tipo de convección que se realiza en cada sistema de trabajo. Si es un horno enfriado por agua, como los casos que hemos visto, la convección es libre; si es un tubo de cuarzo enfriado al pasar continuamente un gas de alta conductividad térmica, la convección por el gas es forzada. Analizaremos el último caso para el gas hidrógeno.

Se define el número de Nusselt como:

$$Nu = hD/\kappa \quad (3-13)$$

donde κ es la conductividad térmica del gas en un tubo de diámetro D . En la Ref. 34 se encuentra una ecuación empírica para Nu como sigue,

$$Nu = C(Re)^m \quad (3-14)$$

donde C y m son constantes que dependen del número de Reynold definido como

$$Re = v_g D \rho / \mu \quad (3-15)$$

donde v_g es la velocidad del flujo del gas, ρ es su densidad, μ es su viscosidad dinámica y D el diámetro del tubo. Aquí las cantidades físicas se evalúan a la temperatura media en-

la del tubo y la del gas. La tabla 3-2 muestra los valores de C y m para diferentes rangos de Re .

TABLA 3-2

Re	C	m
1 - 4	0.891	0.330
4 - 400	0.821	0.385
400-4,000	0.615	0.466
4,000-40,000	0.174	0.618
40,000 - 400,000	0.0239	0.805

Los valores numéricos de las cantidades ρ , μ y k para el gas de hidrógeno se puede encontrar, por ejemplo, en la Ref. (32) La tabla 3-3 lista los valores de estas cantidades para dos temperaturas diferentes.

TABLA 3-3

T, °K	ρ , kg/m ³	μ , kg/m-seg	κ w/m-°K	Re/v _g D, m ⁻² s
900	0.02723	18.78x10 ⁻⁶	0.412	1.45x10 ³
1000	* 0.024	* 20.0 x10 ⁻⁶	* 0.44	* 1.2 x10 ³

3.3.2 Análisis de publicaciones

Publicación 3: "Crecimiento de silicio cristalino de diámetro de 40mm por una técnica de pedestal usando calentamiento de haz de electrón" por T.F. Ciszek (Ref. 14)

El trabajo de T.F. Ciszek consiste en que se crece un monosilicio de diámetro de 40 mm usando un haz de electrones como fuente de calentamiento chocando con la superficie de un extremo del pedestal. Se ve en la Fig. 9 que la altura de la zona fundida es mucho más pequeña que el diámetro del cristal crecido (y por lo tanto, aún más pequeña que el del pedestal) tal que se puede suponer que el área de la superficie de radiación térmica es el área del anillo formado por los dos círculos de diámetro del pedestal y el del cristal simple.

Usando el método del inciso 3.2.1 se obtiene el cálculo del costo energético para el trabajo de T.F. Ciszek es:

DATOS

$$\phi = 4\text{cm}, r = 2\text{cm}$$

$$\phi_p = \text{diámetro de pedestal} = 10\text{cm}$$

$$r_p = 5\text{cm}$$

$$v_c = 0.4 \text{ cm/min} = 0.0067 \text{ cm/seg}$$

$$A_r = \frac{\pi}{4} (\phi^2 - \phi_p^2) = 66 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{\pi}{4} 4^2 = 12.56 \text{ cm}^2$$

RESULTADOS

$$q_r = 27.7 \times 66 = 1.8 \text{ kw}$$

$$q_c = 309(5^{3/2} + 2^{3/2}) = 4.3 \text{ kw}$$

$$q_{\text{total}} = 6.1 \text{ kw}$$

La energía para crecer un kilogramo de silicio es

$$E = \frac{6.1}{0.0067 \times 12.56 \times 2.33 \times 3.6} + 0.86 = 9.5 \text{ Kwh/kg.}$$

En el artículo se menciona que la potencia de trabajo es - -
 $q_{total} = 10kV \times 0.5A = 5kW$. El valor calculado es un poco mayor -
 por la misma razón de que se desprecia el gradiente de tempe-
 ratura en el cálculo de q_c .

Este trabajo se realizó en vacío, por lo tanto no hay contri-
 bución de la convección térmica.

El valor experimental para E es:

$$E_e = (5/6.4) \times 9.1 + 0.85 = 8.0 \text{ Kw h/kg}$$

Publicación 4: "Sobre la distribución de impurezas en una ba-
 rra delgada de silicio crecido por tracción de
 un fundido en pedestal" por G.C. Jain-
 et al. (Ref. 15)

En este trabajo se estudia el crecimiento de silicio mediante
 la técnica de pedestal y crecieron lingotes de 7mm de diáme--
 tro y 50mm de longitud de silicio simple. La Fig. 10 muestra
 el esquema de crecimiento en donde se ve que la zona fundida--
 tiene la forma de cono truncado. El área lateral de la zona--
 fundida es:

$$A_r = (R+r) (l^2 + (R-r)^2)^{1/2}$$

donde R y r son los radios mayor y menor del cono truncado --
 respectivamente, y l es su altura.

Se menciona en la publicación que se usa gas hidrógeno que --
 fluya a través del tubo para evitar la oxidación del silicio--
 con un flujo de 1.2 l/min. Es evidente que hay una convec- -
 ción térmica forzada entre la zona caliente del sistema y el-
 gas. Para estimar este flujo de calor, usamos las ecs. - -

(3-13), (3-14) y (3-15) para encontrar primero el número de Nusselt. Los siguientes valores numéricos son necesarios,

Diámetro del tubo de cuarzo*: 1.9cm

Diámetro promedio de la zona fundida: 1.0cm

Diámetro efectivo del tubo caliente*:

$$D = \sqrt{1.9^2 - 1.0^2} = 1.6\text{cm} = 0.016\text{m}$$

Longitud efectiva del tubo caliente⁺: L=4.6cm

La velocidad del gas es,

$$v_g = (1.2 \text{ l/min}) / \pi D^2 = 10 \text{ cm/seg} = 0.1 \text{ m/seg}$$

Si la temperatura del tubo efectivo es la de fusión del silicio y el gas entrante tiene la temperatura ambiente, la temperatura promedio de estas dos es casi 1000°K. Entonces

$$Re = 1.2 \times 10^3 \times 0.1 \times 0.016 = 1.9$$

En la tabla 3-2 se encuentra que C=0.891 y m=0.330. Usando la ec. (3-14) para estos valores, vemos que

$$Nu = 0.891 \times (1.9)^{0.330} = 1.1$$

y por lo tanto, de la ec. (3-13),

$$h = 0.44 \times Nu / D = 0.44 \times 1.1 / 0.016 = 30.3 \text{ W/m}^2\text{-seg}$$

El flujo de convección dentro del tubo es,

$$q_h = \pi \times 0.016 \times 0.046 \times 30.3 \times (1690 - 300)$$

$$q_h = 97 \text{ W}$$

Se muestran a continuación los datos y los cálculos restantes:

DATOS

$$v = 0.87 \text{ cm/min} = 0.015 \text{ cm/seg}$$

$$2r = 0.7 \text{ cm}; 2R = 1.2 \text{ cm}$$

$$l = 1.0 \text{ cm}; A_r = 3.1 \text{ cm}^2$$

$$a = \pi \times 0.35^2 = 0.38 \text{ cm}^2$$

RESULTADOS

$$q_r = 27.7 \times 3.1 = 86 \text{ w}$$

$$q_c = 309(0.6^{3/2} + 0.35^{3/2}) = 208 \text{ w}$$

$$q_h = 97 \text{ w}$$

$$q_{\text{total}} = 391 \text{ w}$$

y que

$$E = \frac{391 \times 10^{-3}}{0.015 \times 0.38 \times 2.33 \times 3.6} + 0.86 = 9.0 \text{ kWh/kg}$$

+NOTA:

Para nuestra aproximación, la longitud de la zona caliente -- dentro del tubo de cuarzo debe ser mayor que la longitud de la zona fundida, L 1. Se sabe por la ec. (14) (ver el apéndice B) que en la interfase sólido-líquido, el calor por conducción está dada por lo siguiente:

$$q_c = 309 \cdot r^{3/2} \text{ watts}$$

$$= K_s \pi r^2 \left. \frac{dT}{dz} \right|_{in}$$

donde K_s es la conductividad del silicio, r su radio y $(dT/dz)_{in}$ es el gradiente de temperatura de la interfase. En este caso hay dos interfases y tienen dos gradientes diferentes que son:

$$r=0.35\text{cm}, \quad \left. \frac{dT}{dz} \right|_{\text{in,c}} = 309 / (0.26 \times 0.35^{1/2}) = 639 \text{ }^\circ\text{K/cm}$$

$$p=0.6\text{cm}, \quad \left. \frac{dT}{dz} \right|_{\text{in,g}} = 309 / (0.26 \times 0.6^{1/2}) = 488 \text{ }^\circ\text{K/cm}$$

Usando estos valores para $T = (1690+300) / 2 = 995^\circ\text{K}$, el incremento de longitud es, para cada caso,

$$\Delta z_c = \Delta T / \left(\left. \frac{dT}{dz} \right|_{\text{in,c}} \right) = 1.56 \text{ cm}$$

$$\Delta z_g = \Delta T / \left(\left. \frac{dT}{dz} \right|_{\text{in,g}} \right) = 2.04 \text{ cm}$$

Aproximamos L por

$$L = \Delta z_c + \Delta z_g + 1 = 1.56 + 2.04 + 1.0 = 4.6 \text{ cm}$$

CAPITULO IV
COSTO ENERGETICO DEL CRECIMIENTO DE SILICIO
EN FORMA LAMINAR

La producción directa de láminas de silicio desde el estado fundido tiene varias ventajas: primero, se puede evitar la pérdida de material por el corte y la preparación de superficie extensiva; segundo, debido a la relación grande entre la superficie y el volumen de láminas o cintas se logran altas velocidades de crecimiento por el hecho de que el flujo de calor desde la interfase sólido-líquido para esta geometría de cristal es mucho mayor que en el caso de Czochralski; tercero, la forma rectangular del producto permite mayor eficiencia de empaquetado.

Las dificultades principales de este proceso de crecimiento son:

- 1) La estabilidad y numerosos requerimientos de control de los procesos;
- 2) La necesidad de incrementar las velocidades de salida de láminas;
- 3) la influencia de la técnica de crecimiento sobre la calidad del producto obtenido.

Para llegar a tener las velocidades de producción volumétrica comparables con las del método de Czochralski es necesario producir múltiples láminas o cintas extremadamente anchas a altas velocidades de crecimiento. Esta comparación entre los dos procedimientos ignora el problema de corte, el cual -

es una parte importante de la técnica de Czochralski.

En este capítulo se calcula el costo energético de los procesos de producción directa de silicio en forma laminar a partir de los trabajos asociados publicados en la revista mencionada en la introducción.

4.1 PROCESO DE TELA DENDRITICA

El crecimiento de silicio por el proceso de tela dendrítica - (16, 17) se logra por una modificación del proceso de solidificación dendrítica controlada en el cual se jala el material fundido con una cinta delgada de silicio encuadrada por dos dendritas más gruesas. La Fig. 11 muestra un esquema de este proceso. Es un proceso en el cual se usa tensión superficial y fuerzas cristalográficas para controlar la forma del cristal. El requerimiento más importante durante el crecimiento es la exactitud en el control de la temperatura dentro del material fundido ($\pm 0.3^{\circ}\text{C}$).

4.1.1 Publicación 5: "Proceso de tela dendrítica" R.G. Seidensticker y G.H. Hopkins (Refs. 18 y 19)

Usando el aparato mostrado esquemáticamente en la Fig. 12, se ha crecido por R.G. Seidenstick y G.H. Hopkins monosilicio en forma de cinta, 2-4cm de anchura, 0.1-0.2mm de espesor, con velocidades de crecimiento desde 1.5cm/min hasta 5cm/min. A continuación calculamos el costo energético para el caso de que la velocidad de crecimiento es 3cm/min y el espesor de la lámina es 0.2mm (lo cual corresponde a las ranuras biseladas).

El modelo matemático para el cálculo es casi igual al del inciso 3.1, sólo difiere en la conducción y radiación térmica a través del cristal crecido. El flujo de calor que pasa por

el cristal laminar es igual a (Apéndice B):

$$q_c = (4e \sigma \kappa s / 5)^{1/2} \times u T_m^{5/2}$$

donde u = ancho de lámina (cm)

s = espesor de lámina (cm)

Usando los valores de e , κ y T_m para el silicio obtenemos:

$$q_c = 129.7 \quad u \sqrt{s} \quad (\text{en Watts})$$

Los tamaños del crisol y el susceptor son (de la Fig. 12):

Para el crisol de cuarzo:

Espesor	0.2 cm
longitud externa	14.0 cm
ancho externo	6.5 cm
altura externa	2.0 cm

El volumen del crisol es

$$V_c = 14.0 \times 6.5 \times 2.0 - (14.0 - 0.2 \times 2) \times (6.5 - 0.2 \times 2) \times (6.5 - 0.2 \times 2) \times (2.0 - 0.2) \\ = 182.0 - 149.3 = 32.4 \text{ cm}^3$$

Para el susceptor de grafito:

ancho y diámetro	
de dos semicilindros	9.3 cm
altura	5.0 cm
longitud (sin contar los dos	
semicilindros)	14.0 cm

El volumen del susceptor es

$$V_g = (9.3 \times 5.0 \times 14.0 - 14.0 \times 6.5 \times 2.0) + \frac{\pi}{4} \times (9.3)^2 \times 5.0 = 808.6 \text{ cm}^3$$

El espesor de la tapa que cubre el horno es 0.7 cm.

$$\begin{aligned} \text{El \u00e1rea lateral del susceptor es } A_1 &= (5.0 + 0.7) \times (2 \times 14.0 + 9.3) = \\ &= 159.6 + 166.5 = 326.1 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{El \u00e1rea de la base del susceptor es } A_b &= 14.0 \times 9.3 + \frac{\pi}{4} \times 9.3^2 = \\ &= 198.1 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{El \u00e1rea de la tapa es } A_t = A_b$$

Sobre la tapa hay dos capas de protecci\u00f3n. Si son placas met\u00e1licas separadas, la p\u00e9rdida es usando la ec. (3-3'), -
 $q_r = 198.1 \times 51.9 / 3 = 3 \text{ kW}$. Si son de aislamiento de zircar pegadas a la tapa, la p\u00e9rdida es $q_{k,t} = 198.1 \times 3.6 \times 10^{-3} \times (1690 - 300) / 1.0 = 991 \text{ W}$ y es menor que q_r . Los c\u00e1lculos muestran lo siguiente:

DATOS

$$v = 3 \text{ cm/min} = 0.05 \text{ cm/seg}$$

$$s = 0.002 \text{ cm}$$

$$u = 4 \text{ cm}$$

$$\dot{V}_s = 130 \text{ cm}^3$$

$$\dot{m}_s = 40 \text{ gr}$$

$$V_c = 32.7 \text{ cm}^3$$

$$V_g = 801.4 \text{ cm}^3$$

$$A_1 = 326.1 \text{ cm}^2$$

$$A = A_t = 198.1 \text{ cm}^2$$

RESULTADOS

$$q_{k,t} = 991 \text{ W}$$

$$\begin{aligned} q_{k,1} &= 159.6 \times 3.6 \times 10^{-3} \times (1740 - \\ &- 300) / 2 + 5.7 \times 32.6 / \ln(6.7 / \\ &/ 4.7) = 938 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{k,b} &= (198.1 \times 3.6 \times 10^{-3} + 0.02 \times 3.4) \times \\ &\times 481 = 376 \text{ W} \end{aligned}$$

$$q_c = 129.7 \times 4 \times 0.02 = 73 \text{ W}$$

$$q_h = 12 \text{ W}$$

$$\begin{aligned} Q &= 808.6 \times 4450 + 32.7 \times 2380 + 130 \times \\ &7290 = 4.6 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

$$* \Delta x_1 = 2 \text{ cm}$$

$$*P = 1 \text{ atm};$$

$$E = \frac{(991+938 \ 376+73+12) \times 10^{-3}}{2.33 \times 4 \times 0.02 \times 0.05 \times 3600 \times 10^{-3}} + \frac{4.6 \times 10^6}{40 \times 3600}$$

$$= 70.9 + 31.9 + 0.4 = 103.2 \text{ kwh/kg.}$$

4.1.2 Publicación 6: "Tracción borde-soportada semicontinua de cintas de silicio" J.L. Hard y T.F. Ciszek (Ref.20)

La técnica de tracción borde-soportada (Fig.13) es similar a la del crecimiento de tela dendrítica, pero aquí se usan filamentos en lugar de dendritas de silicio para establecer las filas de menisco tal que no se requiere el sobreenfriamiento controlado para la propagación de la dendrita ni mucho menos el control térmico ($\pm 5^\circ\text{C}$ en lugar de $\pm 0.3^\circ\text{C}$).

Se han crecido cintas de silicio, 0.1-2mm de espesor, 30-40mm de anchura y hasta 0.5 m longitud usando esta técnica con una velocidad de crecimiento de 0 a 30cm/min. El calentamiento fue por radio-frecuencia y el horno trabajó a 1 atmósfera de argón.

De la Fig. 13 y el tamaño del cristal crecido, vamos a suponer que el diámetro de éste es 50%-60% del de crisol (Ref.21). El tamaño del crisol y el de susceptor son:

diámetro interior	6 cm
altura	3 cm
espesor	0.25 cm

$$V_c = \frac{\pi}{4} \times 3 \times (6.5^2 - 6.0^2) = 14.7 \text{ cm}^3$$

Para el susceptor de grafito*:

diámetro	6.5 cm
altura	3.5 cm
espesor	0.5 cm

$$V_g = \frac{\pi}{4} \times (3.5 \times 7.5^2 - 3 \times 6.5^2) = 55.1 \text{ cm}^3$$

El área lateral externa del susceptor es $A_1 = \pi \times 7.5 \times 3.5 = 82.4 \text{ cm}^2$

El área de la base es $A_b = \frac{\pi}{4} \times 7.5^2 = 44.2 \text{ cm}^2$

Vamos a suponer que hay 5 capas de zircar entre éste y la bobina de radio-frecuencia. Si el soporte es de dos barras cerámicas de 0.6 cm de diámetro, entonces, $A_c = 0.6 \text{ cm}^2$ y $A_z = A_b - A_c = 44.2 - 0.6 = 41.6 \text{ cm}^2$.

DATOS

$$v = 3.0 \text{ cm/min} = 0.05 \text{ cm/seg}$$

$$s = 0.2 \text{ cm}$$

$$u = 4 \text{ cm}$$

$$l = 25 \text{ cm}$$

$$m_s = 46,6 \text{ gr}$$

$$*V_s = 30 \text{ cm}^3$$

$$*V_c = 14.7 \text{ cm}^3; *V_g = 55.1 \text{ cm}^3$$

$$*A_1 = 82.4 \text{ cm}^2; A_b = 44.2 \text{ cm}^2$$

$$*A_z = 41.6 \text{ cm}^2; * \Delta x_1 = 1.0 \text{ cm}$$

$$*A_{in} = \frac{\pi}{4} \times 7.0^2 - 0.2 \times 4 = 37.7 \text{ cm}^2$$

$$P = 1 \text{ atm}$$

RESULTADOS

$$q_r = 37.7 \times 27.7 = 1.0 \text{ kW}$$

$$q_k = 1 = 82.4 \times 32.6 / \ln(9.5 + 2.5) / 9.5 = 11.5 \text{ kW}$$

$$q_{k,b} = 1390 \times (0.02 \times 0.6 + 3.6 \times 10^{-3} \times 41.6) / 2 = 0.2 \text{ kW}$$

$$q_c = 129.7 \times 4 \times 0.2^{1/2} = 0.2 \text{ kW}$$

$$Q = 55.1 \times 4450 + 14.7 \times 2380 + 30 \times 7290 = 5.0 \times 10^5 \text{ J}$$

$$q_h = 7 \text{ W}$$

$$E = \frac{1.0 + 11.5 + 0.2 + 0.2}{0.05 \times 0.2 \times 4 \times 2.33 \times 3.6} + \frac{5.0 \times 10^5 \times 10^{-3}}{46.6 \times 3.6}$$

$$E = 12.9 + 3.0 = 16 \text{ kwh/kg}$$

4.2 PROCESO DE STEPANOV

En el método de crecimiento de Stepanov (o alimentación por película de borde definido, EFG) un cristal crece de un fundido contenido en un crisol, el cual se sube por acción capilar usando un troquel de grafito purificado. Tiene la ventaja de permitir muy altas velocidades de crecimiento con control muy preciso de la forma de cinta y del tamaño de la sección transversal. La Fig. 14 muestra el esquema del proceso.

4.2.1 Publicación 7: "El crecimiento de cintas de silicio usando EFC" R.V.Ravi (Ref. 22)

El trabajo de R.V.Ravi trata de la técnica asociada al proceso de EFG. El crecimiento de cintas de silicio acerca de 3.1cm de ancho y de 0.02 a 0.03 cm de espesor. La longitud de las cintas es de 21 a 24m. El crecimiento se realizó tanto por calentamiento por inducción de radio-frecuencia como por calentamiento resistivo. La velocidad de crecimiento es menor que 5cm/min.

En el artículo no se menciona el tamaño del horno. El volumen del silicio crecido está entre $5.1 \times 0.02 \times 2100 = 214 \text{ cm}^2$ y $5.1 \times 0.03 \times 2400 = 367 \text{ cm}^3$. Vamos a suponer que el volumen que se tiene dentro del crisol 400 cm^3 , si éste es cilíndrico y tiene un diámetro interior de 8cm, entonces su altura interna será 8cm también, Bajo estas suposiciones el tamaño del crisol y el del susceptor son:

Para el crisol de cuarzo* :

diámetro interno	8 cm
altura interna	8 cm
espesor	0.25 cm

$$V_c = \frac{\pi}{4} \times (8.25 \times 8.5^2 - 8 \times 8^2) = 66 \text{ cm}^3$$

Para el susceptor de grafito* :

diámetro interno	9.0 cm
altura interna	8.5 cm
espesor	0.5 cm

$$V_g = \frac{\pi}{4} \times (9.0 \times 10.0^2 - 8.5 \times 9.0^2) = 166 \text{ cm}^3$$

El área lateral del susceptor es $A_1 = \pi \times 10.0 \times 9.0 = 283 \text{ cm}^2$

El área de la base es $A_b = \pi \times 5^2 = 79 \text{ cm}^2$.

Suponemos que el aislamiento es de zircar, el espesor del aislamiento es de 2cm y el soporte en la base está formado por tres barras cerámicas de diámetro de 0.6cm, entonces

$$A_c = 3 \times \frac{\pi}{4} \times 0.6^2 \text{ y } A_z = 79 - 0.9 = 78 \text{ cm}^2.$$

DATOS

$$v = 3 \text{ cm/min}$$

$$s = 0.03 \text{ cm}$$

$$u = 4 \text{ cm}$$

$$l = 4 \text{ cm}$$

$$V_s = 288 \text{ cm}^3$$

$$m_s = 671 \text{ gr}$$

$$*A_1 = 283 \text{ cm}^2 ; *A_b = 79 \text{ cm}^2$$

$$*A_c = 1 \text{ cm}^2 ; *A_z = 78 \text{ cm}^2$$

$$*V_c = 66 \text{ cm}^3 ; *V_g = 166 \text{ cm}^3$$

$$*A_{in} = \frac{\pi}{4} \times 10^2 - 0.03 \times 4 = 78.4 \text{ cm}^2$$

$$*P = 1 \text{ atm};$$

RESULTADOS

$$q_r = 78.4 \times 27.7 = 2.1 \text{ kw}$$

$$q_{k,1} = 283 \times 18.1 / \ln(9+2)/9)$$

$$= 25.5 \text{ kW}$$

$$q_{k,b} = 1390 \times (0.02 \times 1 + 2 \times 10^{-3} \times 78)$$

$$= 0.2 \text{ kW}$$

$$q_h = 12 \text{ W}$$

$$q_c = 129.7 \times (0.03)^{1/2} \times 4 = 90.0 \text{ w}$$

$$Q = 166 \times 4450 + 66 + 2380 + 288 + 7290$$

$$= 3.0 \times 10^6 \text{ J}$$

$$E = \frac{1.0 + 25.5 + 0.2 + 0.09}{2.33 \times 0.03 \times 4 \times 0.05 \times 3.6} + \frac{3.0 \times 10^6}{671 \times 3600}$$

$$= 26.8 + 1.2 = 28 \text{ kWh/kg}$$

4.2.2 Publicación 8: "Cristales de silicio en cinta ancha:-
E.Kuroda et al (Ref. 23)

Esta publicación presenta las técnicas de crecimiento para --
cristales en forma de cinta ancha usando un dispositivo si--
mple que consiste en un calentador rectangular y un modifica--
dor de radioación térmica. En el transcurso de los experí--
mentos con ese dispositivo se encontró que la parte centra--
del cristal se adelgazó cuando la anchura de éste se incremen--
tó. Los autores de la publicación desarrollaron una técnica--

para eliminar esta no-uniformidad del espesor de modo que es posible obtener cristales en forma laminar de 84mm de anchura.

El aparato para el proceso se muestra esquemáticamente en la Fig. 15. Se realizó el crecimiento en una atmósfera de argón por calentamiento por resistencia o radio-frecuencia. Se puso el polisilicio (80 a 100 gr.) en un bote de cuarzo de - - 15-25cm. de largo. La velocidad típica de estiramiento es de 8 a 10mm/min. A continuación vamos a hacer el cálculo para un tamaño 84mmx1.0mmx17cm de silicio crecido tomando la velocidad de crecimiento como 9cm/min.

El volumen de 100gr de silicio es 43cm^3 . Si tomamos la longitud del crisol como 20cm, entonces por ser semicilindro, el radio del crisol puede ser 3cm de tal manera que el volumen contenido del crisol de cuarzo es 70cm^3 . Si el espesor del crisol es de 0.25cm, tenemos

$$*V_c = \frac{\pi}{4} \times (20.5 \times 3.5^2 - 20 \times 3^2) = 28\text{cm}^3$$

Para el susceptor de grafito, suponemos que la forma es rectangular con 22cm de longitud, 3cm de altura y 4cm de anchura, $*V_g = 22 \times 3 \times 4 - \frac{\pi}{4} \times 20.5 \times 3.5^2 = 165\text{cm}^3$

y las áreas son,

$$*A_1 = (22+4) \times 3 \times 2 = 156 \text{ cm}^2$$

$$*A_b = 22 \times 4 = 88\text{cm}^2$$

$$*A_{in} = A_b - 8.4 \times 0.1 - 88 - 0.8 = 87\text{cm}^2$$

Para el calentamiento resistivo, suponemos que el espesor de zircar es de 2cm. El soporte está formado por un bloque de cerámica, suponemos que su anchura es de 2cm, su altura es de 3cm y su longitud, 22cm.

DATOS

$$v = 9\text{cm}/\text{min} = 1.5\text{cm}/\text{seg}$$

$$u = 8.4\text{cm}$$

$$s = 0.1\text{cm}$$

$$l = 17\text{cm}$$

$$*V_S = 40.0\text{cm}^3; m_S = 33.3\text{gr}$$

$$*A_1 = 156\text{cm}^2$$

$$*A_b = 88\text{cm}^2; *A_{in} = 87\text{cm}^2$$

$$*V_c = 26\text{cm}^3; *V_g = 165\text{cm}^3$$

$$* \Delta x_b = \Delta x_1 = 2\text{cm}$$

$$P = 1\text{ atm}$$

RESULTADOS

$$q_r = 87 \times 27.7 = 2.4\text{ kw}$$

$$q_{k,1} = 156 \times 3.6 \times 10^{-3} \times (1690 - 300) / 2 \\ = 0.4\text{ kW}$$

$$q_{k,b} = (2 \times 22 \times 0.02 + (88 - 44) \times 3.6 \times 10^{-3}) \\ \times (1690 - 300) / 3 = 0.5\text{ kW}$$

$$q_c = 129.7 \times (0.1) \times 8.4 = 0.3\text{ kW}$$

$$q_h = 23\text{ W}$$

$$Q = 165 \times 4450 + 28 \times 2380 + 40 \times 7290$$

$$= 1.1 \times 10^6\text{ J}$$

$$E = \frac{2.4 + 0.4 + 0.5 + 0.3}{2.33 \times 8.4 \times 0.1 \times 60 \times 10^{-3}} + \frac{1.1 \times 10^6 \times 10^{-3}}{33.3 \times 3.6}$$

$$= 3.6 + 9.2 = 12.8\text{ kWh/kg}$$

4.3 METODO DE ESTIRAMIENTO LATERAL

4.3.1 Descripción general

El método de estiramiento lateral o crecimiento horizontal de cinta trata de crecer el cristal laminar por medio de solidificar el material fundido retirándose una semilla sumergida en el fundido horizontalmente del borde del cristal que contiene el fundido. El nivel del fundido tiene que ser constante cuando el cristal está creciendo. La Fig. 16 muestra el -

esquema del proceso. La velocidad de crecimiento puede ser muy grande debido a la gran área de la interfase sólido-líquido, en la cual puede lograrse fácilmente una velocidad de 30cm/min.

4.3.2 Publicación 9: "Mejoramientos en la técnica de crecimiento horizontal en forma de cinta para silicio simple" B. Kudo (Ref. 24)

El trabajo de B.Kudo estudia el mejoramiento del proceso horizontal. Creció silicio monocristalino con velocidad de 10 a 40cm/min y una velocidad máxima de 41.5cm/min, para el polisilicio, la velocidad máxima obtenida es 80cm/min. El espesor típico de cinta crecida está en un intervalo de 0.4 a 2mm; se han logrado espesores mínimo de 0.35 mm para silicio simple y 0.2 mm para polisilicio. La anchura típica de la cinta está entre 10 y 30mm y puede llegar a un máximo de 50mm, y cintas de longitud de 2m se logran frecuentemente.

Una modificación que se hace en ese trabajo es usar helio como gas de enfriamiento en la interfase de crecimiento (Fig.16) para lograr una mayor velocidad de crecimiento. Así aparece en la energía total consumida un término más por la contribución de este enfriamiento que es la potencia perdida por convección del gas helio. Se encuentra una relación entre esta potencia (q_g) y la velocidad de crecimiento (v), el espesor de la cinta (s) y la longitud de la interfase de crecimiento (L). Para $v=20\text{cm/min}$, $s=1\text{mm}$ y $L=15 \sim 20\text{cm}$, la potencia disipada por unidad de área por el gas es 10W/cm^2 (Fig.17). Vamos a hacer nuestro cálculo para estos valores y $u=3\text{cm}$, $l=110\text{cm}$. La potencia de convección es $q_g = 10A_g$, donde $A_g = uL$.

Los tamaños del crisol y susceptor son:

Para el crisol de cuarzo:

longitud	25 cm
altura	2 cm
ancho	12 cm
*espesor	0.5 cm

$$V_c = 25 \times 12 \times 2 - 24.5 \times 11.5 \times 1.5 = 177 \text{ cm}^3$$

Para el susceptor de grafito*.

longitud	27 cm
ancho	14 cm
altura	3 cm

$$V_g = 27 \times 3 \times 14 - 25 \times 12 \times 2 = 534 \text{ cm}^3$$

y $A_1 = 2 \times (3 \times (14 + 27)) = 246 \text{ cm}^2$

$$A_{in} = 27 \times 14 - 0.1 \times 3 = 378 \text{ cm}^2$$

Además vamos a suponer que se usa bloque como soporte cerámico de tamaño $27\text{cm} \times 3\text{cm} \times 7\text{cm}$, entonces,

$$A_c = 27 \times 7 = 189 \text{ cm}^2$$

$$A_z = 27 \times (14 - 7) = 189 \text{ cm}^2$$

DATOS

$$v = 10 \text{ cm/min} = 0.17 \text{ cm/seg}$$

$$s = 0.1 \text{ cm,}$$

$$u = 3 \text{ cm}$$

$$l = 110 \text{ cm; } m_s = 77 \text{ gr}$$

$$*V_s = 100 \text{ cm}^3$$

$$*V_c = 177 \text{ cm}^3; *V_g = 534 \text{ cm}^3$$

$$*A_g = 50 \text{ cm}^2; *A_1 = 246 \text{ cm}^2$$

$$*A_{in} = 378 \text{ cm}^2; *A_z = *A_c = 189 \text{ cm}^2$$

$$* \Delta x_1 = 2 \text{ cm; } * \Delta x_D = 3 \text{ cm}$$

RESULTADOS

$$q_r = 378 \times 27.7 = 10.5 \text{ kW}$$

$$q_{k,1} = 246 \times 3.6 \times 10^{-3} \times (1690 - 300) / 2 \\ = 0.6 \text{ kW}$$

$$q_{k,b} = 189 \times (0.02 + 3.6 \times 10^{-3}) \times \\ \times (1690 - 300) / 2 = 3.1 \text{ kW}$$

$$q_g = 50 \times 10 = 0.5 \text{ kW}$$

$$q_c = 129.7 \times \sqrt{0.1} \times 3 = 0.1 \text{ kW}$$

$$Q = 534 \times 4 + 50 + 177 \times 2380 + 100 \times 7290 = \\ = 3.5 \times 10^6 \text{ J}$$

La energía perdida por unidad de masa es

$$E = \frac{10.5 + 0.6 + 3.1 + 0.5 + 0.1}{2.33 \times 20 \times 0.17 \times 3 \times 0.1 \times 3.6} + \frac{3.5 \times 10^6}{77 \times 3600}$$

$$= 15.7 + 12.6 = 28.3 \text{ kWh/kg.}$$

4.4 CRECIMIENTO DE SILICIO SOBRE SUSTRATOS CERAMICOS

4.4.1 Descripción general

Los métodos de crecimiento de silicio en forma laminar que hemos visto anteriormente son no-soportados, esto es, las láminas crecidas no están soportados por ningún sustrato, así -- que la forma de la cinta depende fuertemente de las condiciones de crecimiento y la estabilidad del proceso requiere un control preciso de las condiciones de temperatura en el menisco. En cambio, en el crecimiento soportado el menisco está establecido mecánicamente y térmicamente por el sustrato y la forma del silicio laminar está determinada por la forma del sustrato.

Se ha desarrollado una técnica de crecimiento soportado de silicio laminar, el proceso sobre un sustrato cerámico refractario para producir silicio en forma de cinta por solidificación unidireccional (Ref. 25). La Fig. 17 muestra el esquema del proceso. Vemos que el método para calcular la pérdida de energía en este caso es casi igual a los cálculos anteriores -- excepto en el término de pérdida por el cristal crecido: en lugar de una lámina de silicio tenemos ahora una capa de silicio y una de cerámica, la pérdida por esta combinación será -- (Apéndice B, ec. (B-8)):

$$q_c = 1.51 \times 10^{-6} T_m^{5/2} \sqrt{(k_{cs} + k_{ss})u((e_c + e_s)u + 2(e_{cs} + e_{ss}))}$$

donde los subíndices s y c indican silicio y cerámica respectivamente; k es la conductividad térmica y s es el espesor.

4.4.2 Publicación 10: "Crecimiento soportado de cinta de silicio desde la fase fundida" por J.D. - Zook et al: (Ref. 26)

Este trabajo estudia las condiciones de crecimiento soportado y las características del cristal crecido usando dicho método. Se obtiene una relación del espesor de la cinta de silicio s en función de la velocidad de crecimiento v . Realizaremos el cálculo para el caso de $v=01\text{cm/seg}$ y $s=0.01\text{cm}$.

La publicación no presenta los datos del horno que se usa. Suponemos que el horno tiene el mismo tamaño que el del inciso 4.1.2.: 6cm de diámetro interior del crisol y 3cm de altura (del mismo), así que la longitud de silicio que se puede crecer en una sola vez es de 3 cm como máximo si el crisol está lleno de fundido inicialmente con un volumen de $V_s = \frac{\pi}{4} \times 6^2 \times 3 - V_{ca}$, donde V_{ca} es el volumen de cerámica sumergida en el fundido. Para $S_c = 0.1\text{cm}$, $u = 4\text{cm}$ tenemos $V_{ca} = 0.1 \times 4 \times 3 = 1.2\text{cm}^3$ y por lo tanto $V_s = 84.8 - 1.2 = 83.6\text{cm}^3$.

El calentamiento para el método soportado puede ser de resistencia o de radio-frecuencia, el primero es preferible. Si el espesor del aislamiento de zircar es 2cm, entonces la pérdida por el área lateral del suscepto es:

$$q_{k,1} = \frac{82.4 \times 32.6}{1n((7.5+2)/7.5)} = 11.4 \text{ kW}$$

Concluimos los siguientes resultados:

DATOS

$$v = 0.1 \text{ cm/seg}$$

$$s_s = 0.01 \text{ cm}$$

$$*s_c = 0.1 \text{ cm}$$

$$u = 4 \text{ cm}$$

$$*l = 3 \text{ cm}$$

$$*m_s = 0.3 \text{ gr}; *V_s = 80 \text{ cm}^3$$

$$*A_{in} = \frac{\pi}{4} \times 7.0^2 - 0.11 \times 4 = 38.0 \text{ cm}^2$$

$$P = 1 \text{ atm}$$

$$e_c = 0.78$$

RESULTADOS

$$q_r = 38.0 \times 27.7 = 1.05 \text{ kw}$$

$$q_{k,1} = 11.4 \text{ kw}$$

$$q_{k,b} = 0.2 \text{ kw}$$

$$q_c = 57 \text{ w}$$

$$q_h = 7 \text{ w}$$

$$Q = 55.1 \times 4450 + 14.7 \times 2380 + 80 \times 7290$$

$$= 8.6 \times 10^5 \text{ J}$$

$$E = \frac{1.05 + 11.4 + 0.2 + 0.06}{2.33 \times 0.1 \times 4 \times 0.01 \times 3.6} + \frac{8.6 \times 10^5}{0.3 \times 3600}$$

$$= 12.7 + 796.3 = 809 \text{ kwh/kg}$$

CAPITULO V
COSTO ENERGETICO DEL CRECIMIENTO DE SILICIO
USANDO LA TECNICA DE CVD

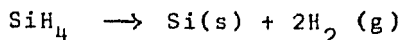
La deposición de vapor por reacción química (CVD) se refiere a la formación de una fase condensada desde un medio gaseoso de composición química diferente. Las técnicas de CVD se han aplicado al crecimiento epitaxial (crecimiento de una película delgada sobre una superficie) con gran éxito. Las principales ventajas son: (1) permiten el crecimiento en condiciones casi estables y producen capas de perfección cristalina; (2) trabajan a presión atmosférica; (3) pueden usar sustratos económicos. Las desventajas son: (1) numerosas variables de control; (2) ataque químico en los sustratos y los aparatos.

El crecimiento epitaxial de silicio por la técnica de CVD sobre sustratos se lleva a cabo en una escala comercial.

Son dos los procesos muy conocidos de crecimiento de silicio usando la técnica de CVD:

(a) Silicio por pirolisis de SiH_4

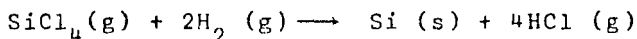
Es el proceso más simple y directo para epitaxia de silicio. Solo se necesita el gas de portador y silicio tetrahidrogenado (SiH_4), el cual es un gas a temperatura ambiente. El aparato se muestra esquemáticamente en la Fig. (18-a). Aunque se ilustra un tubo de reacción horizontal, se pueden usar tubos verticales. Cuando la mezcla de silicio tetrahidrogenado y el gas portador entran en la vecindad de los sustratos calentados por radio-frecuencia, ocurre la descomposición de acuerdo con la reacción:



Para minimizar la contaminación del tubo, las paredes se enfrían con agua. Este proceso es irreversible.

(b) Silicio por reducción de halógenos de silicio

Aunque este proceso para la epitaxia de silicio requiere un reactante más y es más complicado químicamente, fue el primero aceptado comercialmente y sigue ocupando un lugar importante en la industria electrónica. Tanto el silicio clorhídrico (SiHCl_3) como el silicio tetraclórico (SiCl_4) se han usado -- con las reacciones de reducción respectivamente:



La Fig. (18-b) muestra un sistema típico de deposición. El silicio tetraclórico se transporta hacia la región de crecimiento al burbujear hidrógeno en el líquido que contiene SiCl_4 .

El crecimiento del silicio sobre los sustratos del mismo material puede realizarse en un reactor horizontal (Fig. 19), el cual consiste en un tubo de cuarzo de sección transversal rectangular que contiene un bloque de material como suscepto. Este puede calentarse por acoplamiento de inducción de un generador de frecuencia. Un gas portador que contiene el reactivo de silicio fluye a través del tubo y por las películas de silicio colocadas en el suscepto y después de la descomposición química del reactivo de silicio, forma un depósito de silicio cristalino en las películas delgadas de silicio (sustratos) y en el suscepto cuando ambos se mantienen a una -

temperatura entre 1050 y 1350°C.

La técnica de CVD es de bajo relativamente consumo de energía pero los procesos están limitados por las bajas eficiencias de conversión de celda solar que son cercanas al 6%, las cuales son muy bajas comparadas con las de 15% a 19% realizadas en monocristales obtenidos por el método de Czochralski.

5.1 MODELO TEORICO

Aquí analizamos las pérdidas principales de energía durante el proceso de deposición de vapor por reacción química, que son: a) Pérdida por radiación térmica por la superficie del sustrato:

$$q_r = A_s e \sigma (T_s^4 - T_a^4)$$

donde A_s =, área del sustrato hacia la zona de reacción (cm^2)

T_s = temperatura del sustrato ($^{\circ}\text{K}$)

T_a = temperatura del medio ambiente ($^{\circ}\text{K}$)

e = emisividad del sustrato.

b) Pérdida por conducción térmica a través de las barras de soporte de cuarzo:

$$q_k = A_r k_c (T_s - T_a) / \Delta x_b$$

donde A_r = área de la superficie del soporte en contacto con el suscepto (cm^2)

k_c = conductividad térmica de cuarzo ($=1.4 \times 10^2 \text{W/cm-}^{\circ}\text{K}$)

Δx_b = altura del soporte (cm).

c) Pérdida por convección forzada entre el gas portador y el tubo reactor:

La convección forzada entre el gas y el tubo se puede calcular usando las ecs. (3-13), (3-14) para encontrar primero el coeficiente de transferencia de calor, h , y luego $q_h = hA(T_s - T_a)$.

En el método de CVD, $T_s = 1150^\circ\text{K}$, $T_a = 300^\circ\text{K}$, así que la temperatura promedio es aproximadamente 900°K .

d) Pérdida de energía por descomposición química para el reactivo de silicio SiX:

$$q_d = (C_{\text{SiX}} A_i v_p) \epsilon_{\text{SiX}}$$

donde C_{SiX} = concentración de silicio compuesto SiX (mol/cm^3)

A_i = área transversal de la región de reacción (cm^2)

ϵ_{SiX} = energía de disociación de SiX por unidad mol --
(J/mol).

Vamos a suponer que la descomposición química es cien por ciento y ocurre en toda la región superior del sustrato, tenemos entonces $A_i = A_t$.

Nótese que la densidad de masa de un elemento A en estado gaseoso y su concentración está relacionado como sigue:

$$\rho_A = u_A C_A$$

donde u_A = peso molecular del gas.

Concluimos que la energía total consumida para producir la --

unidad de masa de silicio crecido usando la técnica de CVD es:

$$E = \frac{q_r + Q_k + q_h + q_d}{A_s V \rho}$$

donde ρ es la densidad de silicio.

5.2 ANALISIS DE PUBLICACIONES

Analizaremos a continuación dos publicaciones, una del año -- 1971 y la otra de 1973, que tratan del proceso de CVD usando reactores horizontales. Las condiciones necesarias para realizar este tipo de crecimiento son altas velocidades de flujo de gas portador y bajas concentraciones del reactivo de silicio en el gas portador. La primera de ellas es para contrarrestar el agotamiento del silicio del gas, el cual progresa sobre el sustrato debido a la reacción en la cual el silicio se deposita; la segunda es para producir velocidades de crecimiento suficientemente bajas de modo que el material depositado sea de forma cristalina.

1) Publicación 11: "El crecimiento de silicio en reactores horizontales" P.C. Rundle: (Ref. 28).

En el trabajo de P.C. Rundle se usaron dos tubos de reacción de tamaños diferentes: 80x45x750 mm y 80x25x750 mm, es decir, las áreas de la sección transversal de los dos tubos son diferentes. Su usó un bloque de grafito revestido con carburo de silicio como susceptor cuyo tamaño es 75x7x300 mm. El bloque está encima de las películas delgadas de soporte de cuarzo en el tubo. Se usó un precalentador de tamaño 75x7x80 mm. en frente del sustrato porque ahí el gas entrante tiene una temperatura muy cercana a la del medio ambiente y por consiguiente la velocidad de crecimiento en esa zona disminuye -- (Fig. 19).

El gas portador es hidrógeno. Los reactivos de silicio SiCl_4 y SiHCl_3 , son introducidos al gas portador haciendo pasar una pequeña fracción de éste sobre las fuentes líquidas de los reactivos contenidas en los recipientes del evaporador mantenidos a menor temperatura que la del medio ambiente. Otro reactivo de silicio, SiH_4 , se introduce al vapor de hidrógeno directamente a través de un medidor de flujo.

Vamos a calcular el costo energético para el reactivo SiHCl_3 . Los datos necesarios para el cálculo son los del experimento que hizo P.C. Rundle (Ref. 28) usando la notación del inciso anterior:

$$v_p = 7.5 \text{ cm/seg}; \quad v = 1 \text{ } \mu\text{m/min} = 1.7 \times 10^{-6} \text{ cm/seg.}$$

$$b = 1.4 \text{ cm}$$

$$T_s = 1200^\circ\text{C}$$

$$\epsilon_{\text{SiHCl}_3} = 22 \text{ kcal/mol} = 9.2 \times 10^4 \text{ J/mol (Ref. 29)}$$

$$\rho_{\text{SiHCl}_3} = 3.1 \times 10^{-5} \text{ gr/cm}^3; \quad C_{\text{SiHCl}_3} = 2.3 \times 10^{-7} \text{ mol/cm}^3$$

Se supone que la fracción de mol de SiHCl_3 en H_2 es 0.1.

a) Para el tubo de tamaño $80 \times 45 \times 750$ mm, tenemos:

$$\text{Diámetro efectivo del tubo: } D = \sqrt{4 \times 1.4 \times 7.5 / \pi} = 3.7 \text{ cm.}$$

$$\text{Longitud efectiva del tubo: } L = 30 \text{ cm.}$$

Usando las ecs. (3-13), (3-14) y (3-15), encontramos que $h = 15.6$ $(\text{w/m}^2 \cdot ^\circ\text{K})$.

DATOS

$$*A_s = 7.5 \times 30 = 225 \text{ cm}^2$$

$$A_t = 1.4 \times 7.5 = 10.5 \text{ cm}^2$$

$$* \Delta x_b = 4.5 - 1.4 - 0.7 = 2.4 \text{ cm}$$

$$\epsilon_{\text{SiHCl}_3} = 9.2 \times 10^4 \text{ J/mol}$$

$$C_{\text{SiHCl}_3} = 2.3 \times 10^{-7} \text{ mol/cm}^3$$

$$e = 0.5$$

RESULTADOS

$$q_r = 225 \times 0.5 \times 5.67 \times 10^{-12} (1473^4 - 300^4)$$

$$= 225 \times 13.3 = 3 \text{ kw}$$

$$q_k = 225 \times 1.4 \times 10^{-2} \times (1200 - 27) / 2.4$$

$$= 1.5 \text{ kw}$$

$$q_h = \pi \times 0.037 \times 0.3 \times 15.6 (1200 - 27) = 0.6 \text{ kw}$$

$$q_d = (2.3 \times 10^{-7} \times 10.5 \times 7.5) \times 9.2 \times 10^4 = 2 \text{ w}$$

$$q_{\text{total}} = 5.1 \text{ kw}$$

$$E = 5.1 / (1.7 \times 10^{-6} \times 225 \times 2.33 \times 3600 \times 10^{-3}) = 1590 \text{ kwh/kg.}$$

b) Para el tubo de 80x25x750 mm, los datos son los mismos que -- los de (a), excepto que $* \Delta x_b = 2.5 - 1.4 - 0.7 = 0.4 \text{ cm}$, así que la potencia de conducción ahora es:

$$q_k = 1.5 \times (2.4 / 0.4) = 9 \text{ kw}$$

y la potencia total es

$$q_{\text{total}} = 12.6 \text{ kw}$$

y $E' = 3928 \text{ kwh/kg.}$

En la literatura (Refs. 33, 34) se encuentra que la energía necesaria para el crecimiento de silicio usando el método de CVD con el reactivo SiHCl_3 es del orden de 400 kwh/kg (el óptimo es 250 kwh/kg).

2) Publicación 12: "Alta rapidez de deposición de vapor por reacción química para películas de silicio epitaxial" J. Bloem: (Ref. 30)

En el trabajo de J. Bloem se realizan los experimentos de crecimiento de silicio en un reactor horizontal que consiste en un tubo de cuarzo de sección transversal rectangular ($10 \times 2.5 \text{ cm}^2$), en el cual las películas delgadas de silicio están localizadas en un suscepto de grafito que está calentado por R.F. a una temperatura de 1150°C .

El gas hidrógeno cargado con SiH_4 y HCl pasa por las películas delgadas a una velocidad de 100 cm/seg . El uso de HCl es para contrarrestar la nucleación de SiH_4 en fase gaseosa. Se ha observado que la introducción de HCl aumenta notablemente la velocidad de crecimiento del silicio epitaxial, se obtuvo una velocidad de $40 \mu\text{m/min}$ mientras que la velocidad normal varía entre 0.1 y $2 \mu\text{m/min}$.

En la publicación no se da directamente el número de concentración de SiH_4 en el gas portador sino que da la presión de éste. Podemos usar la ecuación de estado para un gas ideal (en este caso será el gas de SiH_4),

$$PV = NRT$$

donde las letras tienen el significado usual. Se encuentra a partir de esta ecuación que la concentración de SiH_4 en el gas portador es,

$$C_{\text{SiH}_4} = \frac{N}{V} = \frac{P_{\text{SiH}_4}}{RT}$$

En la zona de deposición, $T = 1150^\circ\text{C} = 1423^\circ\text{K}$,

Los experimentos de J. Bloem muestran una relación entre la velocidad de crecimiento del silicio (v) y la presión de SiH_4 (P_{SiH_4}). Se encuentra que

Los experimentos de J. Bloem muestran una relación entre la velocidad de crecimiento del silicio (v) y la presión de SiH_4 (P_{SiH_4}). Se encuentra que

$$1) \quad v_1 = 40 \text{ } \mu\text{m/min}, \quad P_{1,\text{SiH}_4} = 12 \times 10^{-2} \text{ atm}$$

Usando la ecuación de estado, obtenemos la concentración de SiH_4 en el gas portador:

$$C_{1,\text{SiH}_4} = \frac{P_{1,\text{SiH}_4} \times 10.13 (\text{N/cm}^2)}{R T} = \frac{12 \times 10^{-2} \times 10.13}{8.3143 \times 1423 \times 10^2}$$

$$= 1.0 \times 10^{-6} \text{ mol/cm}^3$$

$$2) \text{ Para } v_2 = 20 \text{ } \mu\text{m/min}. \quad P_{2,\text{SiH}_4} = 5 \times 10^{-2} \text{ atm}$$

por lo tanto,

$$C_{2,\text{SiH}_4} = (t/12) \times 1.0 \times 10^{-6} = 4.2 \times 10^{-7} \text{ mol/cm}^3$$

En el experimento, la concentración de HCl en el gas entrante es igual a la de SiH_4 , así que podemos encontrar la densidad de masa de HCl que es C_{SiH_4} multiplicando por el peso molecular de HCl . Supongamos que la fracción de mol de SiH_4 en el hidrógeno es 0.1, entonces la concentración de éste es

$$C_{\text{HCl}} = C_{\text{SiH}_4} / 0.1 = 10 C_{\text{SiH}_4}$$

La energía de disociación del material SiH_4 es:

$$\epsilon_{\text{SiH}_4} = 36 \text{ kcal/mol (Ref. 27).}$$

Para el cálculo de la convección forzada, tomamos el diámetro efectivo del tubo como:

$$D = \sqrt{4 \times 1.0 \times (2.5 - 0.7) / \pi} = 4.8 \text{ cm}$$

entonces usando las ecs. (3-13), (3-14) y (3-15) y las tablas 3-2 y 3-3, encontramos que

$$h = 37.8 \text{ w/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K.}$$

La longitud del sustrato (que es la efectiva del tubo caliente) la vamos a tomar como 30 cm.

A continuación se listan los datos y los resultados:

$$1) \text{ Para } C_{1, \text{SiH}_4} = 1.0 \times 10^{-6} \text{ mol/cm}^3$$

DATOS

$$* \Delta x = 0.7 \text{ cm; } e = 0.5$$

$$* A_t = 10 \times (2.5 - 0.7) = 18 \text{ cm}^2$$

$$* A_s = * A_r = 300 \text{ cm}^2$$

$$v_p = 100 \text{ cm/seg.}$$

$$v = 40 \text{ } \mu\text{m/min} = 4 \times 10^{-3} \text{ cm/min}$$

$$\epsilon_{\text{SiH}_4} = 36 \times 10^3 \text{ cl/mol}$$

$$= 1.5 \times 10^5 \text{ J/mol}$$

RESULTADOS

$$q_r = 300 \times 5.67 \times 10^{-12} \times (1423^4 - 300^4) \times 0.5$$

$$= 3.5 \text{ kw}$$

$$q_k = 300 \times 1.4 \times 10^{-2} \times 1123 / 0.7 = 6.7 \text{ kw}$$

$$q_h = \pi \times 0.048 \times 0.3 \times 37.8 \times (1150 - 27) =$$

$$= 1.9 \text{ kw}$$

$$q_d = (1.0 \times 10^{-6} \times 18 \times 100) \times 1.5 \times 10^5 =$$

$$= 0.3 \text{ kw}$$

$$q_{\text{total}} = 12.4 \text{ kw}$$

La energía perdida por unidad de masa es:

$$E_1 = \frac{12.4}{2.33 \times 300 \times 4 \times 10^{-3} \times 3.6/60} = 74 \text{ kwh/kg}$$

$$2) \text{ Para } C_{2,SiH_4} = 4.2 \times 10^{-7} \text{ mol/cm}^3$$

DATOS

Todos los datos son
los mismos que en (1)
excepto
 $v = 20 \text{ } \mu\text{m/min}$

RESULTADOS

$$\begin{aligned} q_r &= 3.5 \text{ kw} \\ q_k &= 6.7 \text{ kw} \\ q_h &= 1.9 \text{ kw} \\ q_d &= (4.2 \times 10^{-7} \times 18 \times 100) \times 1.5 \times 10^5 = \\ &= 0.1 \text{ kw} \\ \hline q_{\text{total}} &= 12.2 \text{ kw} \end{aligned}$$

$$E_2 = 2 \times (12.2/12.4) \times 74 = 146 \text{ kwh/kg}$$

Se encuentra en la Ref. 33 que la energía de crecimiento de silicio policristalino por unidad de masa usando el método de CVD para el reactivo SiH_4 es alrededor de 100 kwh/kg, lo cual cae en el intervalo de los cálculos anteriores.

CAPITULO VI

CONCLUSIONES

6.1 COSTO ENERGETICO DEL CRECIMIENTO DE SILICIO

Resumimos en la tabla 6-1 los cálculos realizados anteriormente. Observamos que cuatro de los doce cálculos dan un costo energético mayor de 100 wh/kg. Las causas que provocan este alto costo son las siguientes: (1) en el método de tela dendrítica (Ref. 18, 19) se usa un susceptor muy grande, por consiguiente pierde mucha energía; (2) en el proceso de crecimiento soportado, la velocidad de crecimiento es muy lenta y la energía de fusión es grande debido a que el volumen de silicio fundido es mucho más grande que el de silicio crecido; (3) en el proceso de CVD con el reactivo SiHCl_3 la velocidad de crecimiento es muy lenta y puede mejorarse este proceso. Pero para el método de CVD la energía mínima de crecimiento de silicio es del orden de 100 kwh/kg, igual para los dos reactivos: SiHCl_3 y SiH_4 .

Para el resto de los métodos, el costo energético del crecimiento de silicio es similar y depende esencialmente del dispositivo de sistema de trabajo. Un equipo costoso y uno barato pueden consumir la misma cantidad de energía durante el crecimiento de silicio usando diferentes métodos. Por lo tanto un método económico está relacionado con un aparato económico y fácil de construir y manejar. Desde este punto de vista, podríamos decir que el método de zona flotante con un horno de espejo elipsoidal es un método económico; el horno es fácil de construir y no se requiere mucha tecnología; no se necesita ningún crisol y disminuye la contaminación y finalmente el calentamiento por radiación es eficiente.

TABLA 6-1

Método(Ref.)	Estado cristalino	Energía de crecimiento de Si(kwh/kg)		Eficiencia de conversión	
		cal.	exp.		
Czochralski (12)	c.m.	11.4	15	18%*	
Zona flotante (13)	c.m.	13.4	15.2	18%*	
Pedestal	(14)	9.5	8.0	18%*	
	(15)	9.0		18%*	
Tela dendrítica(18,19)	l.m.	103		12.5%	
Tracción borde-soportada (20)	l.m.	16		10-13%	
EFG	(22)	1.m.	28	11.8%	
	(23)	l.m.	13	11.8%*	
Retiramiento horizontal (24)	l.m.	42		9-10%	
Crecimiento soportado(26)	l.p.	809		10%	
Q D	SiHCl ₃ (28)	l.p.	1590	467	12%
	SiH ₄ (30)	l.p.	74-146	100	6%

Nota: c.m. = cilindro monocristalino

l.m. = lámina monocristalina

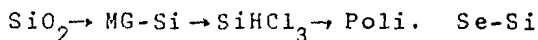
l.p. = lámina policristalina

"*" indica que es un valor supuesto, como se usa anteriormente

6.2 COSTO ENERGETICO DE LA PRODUCCION DE LA CELDA SOLAR.

En la introducción hemos mencionado que hay cuatro etapas para la fabricación de la celda solar, y en nuestro trabajo sólo calculamos el costo energético para la segunda etapa: el crecimiento del silicio. Si queremos estimar el tiempo de recuperación de la inversión en la celda solar, necesitamos conocer el costo energético de cada etapa. De la Ref. (35) se tiene:

- a) La energía de purificación de silicio por unidad de masa a través del siguiente proceso,



Es $E_p = 621 \text{ Kwh/kg}$, donde:

MG-Si = Silicio metalúrgico

Poli. Se-Si = Silicio semiconductor policristalino.

Cada paso del proceso ocupa una cierta energía mostrada en la tabla 6-2.

TABLA 6-2

Paso	Energía (kwh/kg)		
	Material	proceso	Total
$\text{SiO}_2 \rightarrow \text{MG-Si}$	8	16	24
$\text{MG-Si} \rightarrow \text{SiHCl}_3$	$24/0.6$ = 40	14	54
$\text{SiHCl}_3 \rightarrow \text{Poli. Se-Si}$	$54/0.35$ = 154	467	621

- b) La energía para cortar el silicio y del encapsulado de la celda solar es $E_e = 138 \text{ kwh/kg}$ (para uso terrestre) para una celda de área 4 cm^2 y de masa $2.84 \times 10^{-4} \text{ kg/celda}$. - La eficiencia en la producción del silicio es, $\xi = 18\%$.

Suponemos que $\xi = 36\%$ para el silicio crecido en forma laminar.

En el CINVESTAV-IPN (36) fabrican fotoceldas a partir de - - obleas de silicio monocristalino con diámetro de 7.5 cm y espesor de 0.35 mm gastando una energía de $62,5 \text{ kwh/kg}$. Producen un potencia de 17 mw/cm^2 , con AM1.

Basados en estos datos y los cálculos que hemos hecho, resumimos en la tabla 6-3 el costo energético en cada etapa de la - producción de la fotocelda y el porcentaje de cada uno en el costo total.

TABLA 6-3

Proceso	Energía (kwh/kg)	Porcentaje		
		$\xi = 0.18$	$\xi = 0.36$	$\xi = 0.80$
Purificación de silicio	$621\xi = \begin{cases} 3450, \xi = 0.18 \\ 1725, \xi = 0.36 \\ 776, \xi = 0.80 \end{cases}$	(a) 94%	90%	83%
		(b) 95%	94%	90%
Crecimiento de silicio	$15/\xi = \begin{cases} 83, \xi = 0.18 \\ 42, \xi = 0.36 \\ 19, \xi = 0.80 \end{cases}$	(a) 2%	2%	2%
		(b) 2%	2%	2%
Corte y encapsulado de la fotocelda	(a) 138	(a) 4%	7%	15%
	(b) 63	(b) 2%	4%	8%
Total	(a) $\begin{cases} 3671, \xi = 0.18 \\ 1905, \xi = 0.36 \\ 933, \xi = 0.80 \end{cases}$	(a) 100%		
		(b) 100%		
	(b) $\begin{cases} 3596, \xi = 0.18 \\ 1830, \xi = 0.36 \\ 858, \xi = 0.80 \end{cases}$			

En la tabla 6-3 caso (a) se refiere a la energía de encapsulado mencionada en la Ref. 35 y el caso (b), la que menciona la Ref. 36.

Observamos que para bajar el precio de la fotocelda, hay que hacer dos cosas; primero, bajar el costo energético de purificación del silicio; segundo y es lo más importante, subir la eficiencia en producción de silicio, la cual actualmente es 0.18 para el silicio cilíndrico y 0.36 para el silicio laminar. Si usamos el método de crecimiento de silicio en forma laminar y mejoramos la eficiencia de los otros procesos en el encapsulado de las fotoceldas, entonces ξ podría acercarse a la unidad. En la tabla 6-3, se muestra el costo energético de la fabricación de fotoceldas para el caso de $\xi=0.80$.

Comparamos el porcentaje del costo energético en cada proceso de la producción de la celda solar con el mencionado en la introducción, vemos que no coinciden los dos resultados. La discrepancia proviene esencialmente de la energía de purificación del silicio que cada uno toma para el cálculo.

6.3 TIEMPO DE RECUPERACION DE LA INVERSION EN LA CELDA SOLAR

El tiempo de recuperación de la inversión en la celda solar es la energía de fabricación de cada celda (E) dividida por la potencia generada por celda (P):

$$t = E/P$$

1) Energía de la fabricación por celda (E);

Sean E_c = Energía de crecimiento de silicio;
 E_p = Energía de purificación de silicio;
 E_e = Energía de corte y encapsulado;

Entonces,

$$E = ((E_c + E_p) / \xi + E_e) \times m$$

Donde m es la masa de silicio en cada celda.

a) Para el caso de $E_e = 138$ kwh/kg, $m = 2.84 \times 10^{-4}$ kg, por lo tanto,

$$\begin{aligned} E^a &= ((E_c + E_p) / \xi + 138) \times 2.84 \times 10^{-4} \\ &= (2.84 \times 10^{-4} (E_c + E_p) / \xi + 0.04) \text{ kwh} \end{aligned}$$

b) Para el caso de $E_e = 63$ kwh/kg, $m = 3.6 \times 10^{-3}$ kg, por lo tanto,

$$E^b = (3.6 \times 10^{-3} (E_c + E_p) / \xi + 0.2) \text{ kwh}$$

Como E_p y ξ son diferentes para distintos procesos de crecimiento, vamos a calcular E para diferentes casos:

CASO I: Crecimiento en forma cilíndrica (Cap. 3)

$$\begin{aligned} E_p &= 621 \text{ kwh/kg.} \\ \xi &= 0.018 \end{aligned}$$

Entonces,

$$\begin{aligned} E^a &= (1.58 \times 10^{-3} E_c + 1.02) \text{ kwh} \\ E^b &= (2.0 \times 10^{-2} E_c + 12.6) \text{ kwh} \end{aligned}$$

CASO II: Crecimiento en forma laminar (Cap. 4)

$$E_p = 621 \text{ kwh/kg.}$$

$$\xi = 0.36$$

Entonces,

$$E^a = (7.89 \times 10^{-4} E_c + 0.53) \text{ kwh}$$

$$E^b = (1.0 \times 10^{-2} E_c + 6.41) \text{ kwh}$$

CASO III: CVD (Cap. 5)

$$E_c = 0; E_p = E_m + E'_p$$

donde E_m es la energía por unidad de masa del material reactivo y E'_p es la energía perdida en el proceso de CVD.

i) Para el reactivo SiHCl_3 , $E_m = 154 \text{ kwh/kg}$, por lo tanto,

$$E^a = (1.58 \times 10^{-3} E'_p + 0.28) \text{ kwh}$$

$$E^b = (2.0 \times 10^{-2} E'_p + 3.28) \text{ kwh}$$

ii) Para el reactivo SiH_4 no encontramos el valor de E_m , sólo sabemos que es más grande que el de SiHCl_3 , entonces,

$$E^a = (1.58 \times 10^{-3} (E'_p + E_m) + 0.04) \text{ kwh}$$

$$E^b = (2.0 \times 10^{-2} (E'_p + E_m) + 0.2) \text{ kwh}$$

2) Potencia generada por celda (P):

Caso a:

Sea η la eficiencia de conversión de la celda solar de 4 cm^2

área. Supongamos que la potencia de la luz incidente es 100-mw/cm^2 (en AM1), entonces la energía generada por celda es,

$$P^a = (100 \times 10^{-6} \text{ kw/cm}^2) (4 \text{ cm}^2/\text{celda})\eta$$

$$P^a = 4 \times 10^{-4} \eta \text{ kw/celda} \quad (6-2,a)$$

Caso b:

Hemos mencionado que de la Ref. 36 la energía generada por --cm^2 es 17 mw/cm^2 para una celda de diámetro de 7.5 cm y espesor 0.35 mm. La potencia generada por esta celda es igual a:

$$P^b = (17 \times 10^{-6} \text{ kw/cm}^2) (44.2 \text{ cm}^2/\text{celda})$$

$$P^b = 7.5 \times 10^{-4} \text{ kw/celda} \quad (6-2,b)$$

Concluimos que el tiempo de recuperación de la inversión en la celda solar es:

$$t = E / P \quad (6-3)$$

Supongamos 5 horas diarias que se use la luz solar para la -- conversión a energía eléctrica, entonces,

$$t^a = E^a / P^a \text{ horas} =$$

$$= (E^a / 4 \times 10^{-4} \eta) (1/365/5) \text{ años}$$

$$t^a = 1.37 E^a / \eta \text{ años} \quad (6-3,a)$$

$$t^b = E^b / P^b \text{ horas}$$

$$t^b = 0.73 E^b \text{ años} \quad (6-3,b)$$

TABLA 6-4

Método(Ref.)	η	E_c (kwh/kg)	η	t (años)	
				t^a	t^b
Czochralski(12)	0.18	15	18%	7.9	9.4
Zona flo- tante (13)	0.18	15	18%	7.9	9.4
Pedestal (14)	0.18	8	18%	7.9	9.3
(15)	0.18	9	18%	7.9	9.3
Tela dendrí- tica(18,19)	0.36	103	12.5%	6.7	5.4
Tracción borde-sopor- tada (20)	0.36	16	10-13%	7.4- 5.7	4.8
EFG (22)	0.36	28	11.8%	6.4	4.9
(23)	0.36	13	11.8%	6.3	4.8
Estiramiento horizontal(24)	0.36	42	9-10%	8.6- 7.7	5.0
Crecimiento soportado(26)	0.36	809	10%	16.0	10.6
CVD $SiHCl_3$ (28)	0.18	1590- 467	12%	31.9- 11.6	25.6- 9.2

Usando las ecuaciones adecuadas para E y P en diferentes métodos, obtenemos el tiempo de recuperación de la inversión en la celda solar en la tabla 6-4.

Observamos en la tabla 6-4 que el tiempo de inversión es del orden de 7 a 8 años para la fotocelda de monosilicio y de 11 -- años para la fotocelda de polisilicio (Ref. 35). Si se logran mejorar la eficiencia en producción del silicio durante el proceso de corte y encapsulado, se reducirá el tiempo de recuperación a 3 - 4 años, el cual es más aceptable comercialmente.

REFERENCIAS

1. K.V. Ravi y F.V. Wald, "Solar Cel Material Preparation - Techniques --- A Review", Semiconductor Silicon 1977, -- Pág. 820 - 821, Electronics and electrothermics and metallurgy divisions, Proceeding Volume 77 - 2.
2. J.J. Gilman, "The art and Science of Growing Crystals", - Pág. 348.
3. M.W. Zemansky, "Heat and Thermodynamics", 5 th Edition.
4. Max Jacob y G.A. Hawkins, "Elements of Heat Transfer", - 3a. Edición.
5. M.C.B. Robinson, Journal of Crystal Growth 63 (1983) Pág. 484, 492.
6. Ver la Ref. 2, Pág. 222, 359.
7. J. H. Marciano y A.J. Rojas, Journal of Cellular Plastics, Vol. 3, Núm. 3, Pág. 102 - 110.

8. T.B. Reed, in *Crystal Growth*, Ed. H.S. Peiser, Pergamon, Oxford (1967) Pág. 39 - 43.
9. K. Akiyama y J. Yamaguchi, *Journal of Applied Physics* -- 33 (1962), Pág. 1899 - 1900.
10. Kohl y Walter, "*Handbook of Materials and Techniques for Vacuum Devices (1967)*";
J.D. Zook et al, *Journal of Crystal Growth* 50 (1980), -- Pág. 273.
11. H. G. Riveros et al, *J. Crystal Growth* 49 (1980) 85 - 89
12. R.L. Lane y A.H. Kachare, *J. Crystal Growth* 50 (1980) -- 437 - 444.
13. A. Eyer et al, *J. Crystal Growth* 57 (1982) 145 - 154.
14. T.F. Ciszek, *J. Crystal Growth* 12 (1972) 281 - 287.
15. G.C. Jain et al, *J. Crystal Growth* 57 (1982) 428 - 431.
16. D.L. Barrett et al, *J. Electrochem. Soc.*, 118, 952 (1971)
17. J.W. Faust y H.F. John, *J. Electrochem. Soc.*, 108, 855 - (1961).
18. R.G. Seidensticker, *J. Crystal Growth* 39 (1977) 17-22.
19. R.G. Seidensticker y R.H. Hopkins, *J. Crystal Growth* 50- (1980). 221 - 235.
20. J.L. Hard y T.F. Ciszek, *J. Crystal Growth* 59 (1982) 499 506.

21. W. Bardsley et al (editors), "Crystal Growth: a tutorial approach", Proceeding of the Third Internacional Summer-School on Crystal Growth, 1977; Pág. 191
22. K.V. Ravi, J. Crystal Growth 39 (1977) 1 - 16.
23. E. Kuroda et al, J. Crystal Growth 43 (1978) 388 - 390.
24. B. Kudo, J. Crystal Growth 50 (1980) 247 - 259.
25. J.D. Heaps et al, "Dip Coating Process", ERDA/JPL, Quarterly Report No. 1 (Dec. 1975).
26. J.D. Zook et al, J. Crystal Growth 50 (1980) 260 - 278.
27. Materials Science Series: "Epitaxial Growth (Part A)" Edited by J.W. Mattheews, Pág. 99 - 100.
28. P.C. Rundle, J. Crystal Growth 11 (1971) 6 - 10.
29. R. Ueda y J.B. Mullin editors, "Crystal growth and characterization", North - Holland 1975.
30. J. Bloem, J. Crystal Growth 18 (1973) 70 - 76.
31. C.A. Knight, "Cristalización de líquidos sobreenfriados" Pág. 115.
32. J.P. Holman, "Heat Transfer", Pág. 216, 4a. Edición.
33. Sergio Pizzini, Solar Energy Material 6 (1982) 253 - 297. North - Holland Publishing Company.

21. W. Bardsley et al (editors), "Crystal Growth: a tutorial approach", Proceeding of the Third Internacional Summer-School on Crystal Growth, 1977; Pág. 191
22. K.V. Ravi, J. Crystal Growth 39 (1977) 1 - 16.
23. E. Kuroda et al, J. Crystal Growth 43 (1978) 388 - 390.
24. B. Kudo, J. Crystal Growth 50 (1980) 247 - 259.
25. J.D. Heaps et al, "Dip Coating Process", ERDA/JPL, Quarterly Report No. 1 (Dec. 1975).
26. J.D. Zook et al, J. Crystal Growth 50 (1980) 260 - 278.
27. Materials Science Series: "Epitaxial Growth (Part A)" Edited by J.W. Mattheews, Pág. 99 - 100.
28. P.C. Rundle, J. Crystal Growth 11 (1971) 6 - 10.
29. R. Ueda y J.B. Mullin editors, "Crystal growth and characterization", North - Holland 1975.
30. J. Bloem, J. Crystal Growth 18 (1973) 70 - 76.
31. C.A. Knight, "Cristalización de líquidos sobreenfriados" Pág. 115.
32. J.P. Holman, "Heat Transfer", Pág. 216, 4a. Edición.
33. Sergio Pizzini, Solar Energy Material 6 (1982) 253 - 297. North - Holland Publishing Company.

34. P. Chapman, "Heat Transfer", Mac. Millam
35. Lee P. Hunt, "The energy use in the production of silicon solar cells from raw materials to finished product", Dow Corning Corporation, Solid-Stat Research department, Hemlock, Michigan 48626, U.S.A.
36. Comunicaciones Personales: Dr. Juan Luis del Valle, - - CINVESTAV - IPN, México.
37. Paramey, "Handbook of chemistry and physics", 61st edition 1980 - 1981, CRC, Press;

Paramey y Keenan, "American institute of physics handbook",
3rd edition, McGraw - Hill.

8. FIGURAS

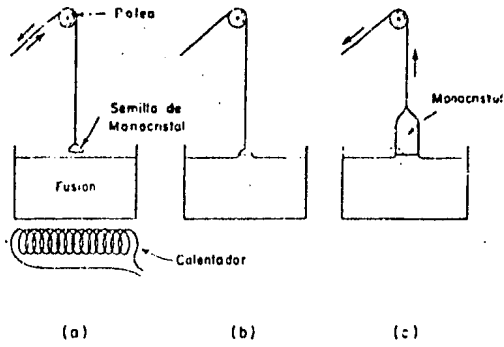


Fig.1 Extracción del cristal
(Ref.31)

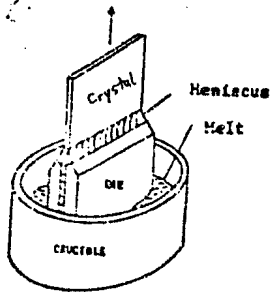


Fig.2 Proceso de EFG
(Ref.1)

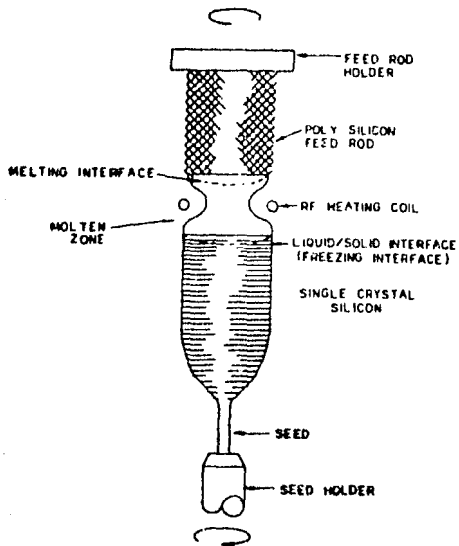


Fig.3 Esquema de un proceso de zona flotante (Ref: J.C.G. No. 44, 1978, Pag. 527)

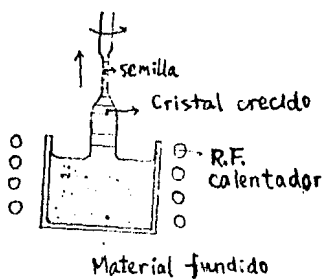


Fig.4 Esquema del proceso de Czochralski

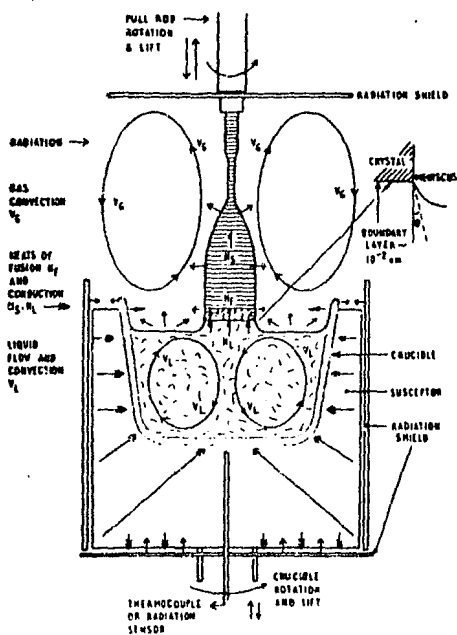


Fig.5 Esquema del flujo de calor en el proceso de Czochralski (Ref.29, Pag.66)

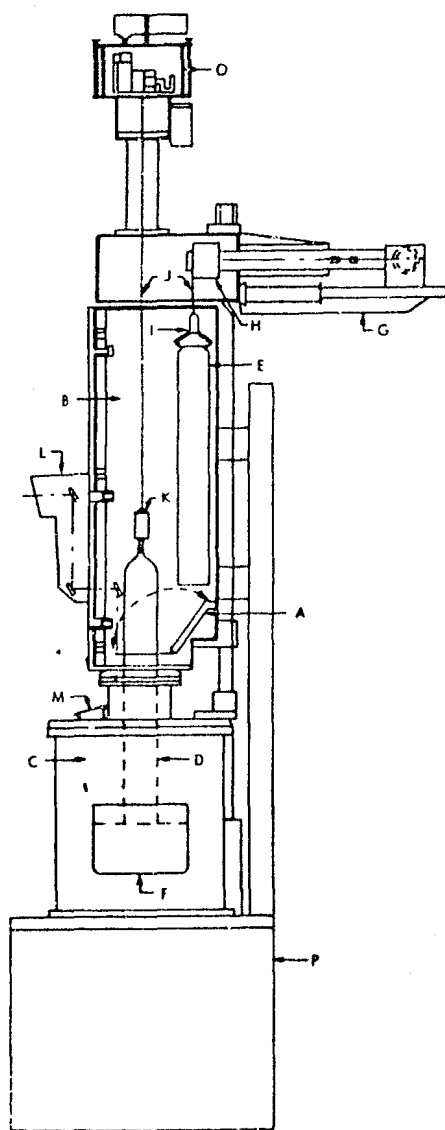


Fig.6 El sistema de crecimiento en la Ref.12

Side view of the melt replenishment CZO grower. (A) isolation valve, (B) pull chamber, (C) furnace tank, (D) crystal, (E) recharge rod, (F) quartz crucible, (G) recharge mechanism and weight system, (H) torque transducer, (I) recharge holder, (J) cable, (K) seed holder, (L) ADC optical system, (M) view port, (O) Pull mechanism, and (P) base.

Fig.7 Esquema del flujo de calor en el método de zona flotante

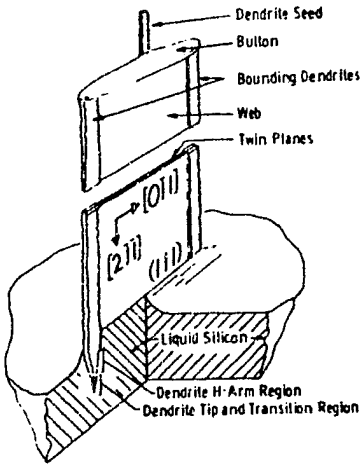
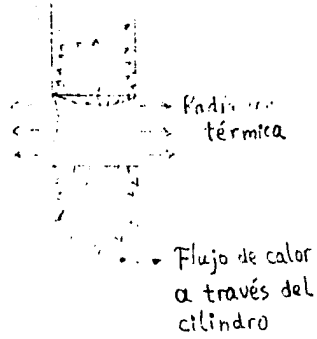


Fig.11 Esquema del crecimiento de tela dendrítica (Refs.18y19)

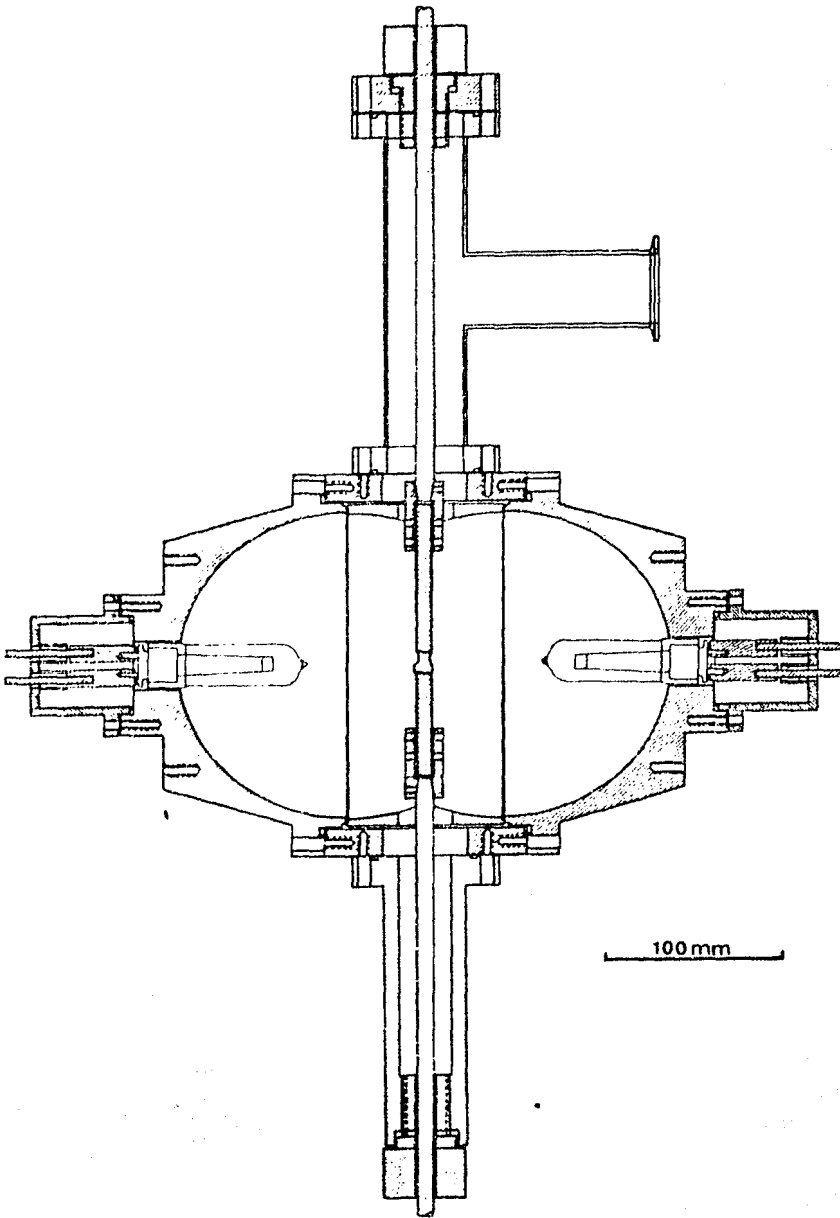


Fig.8 Horno de espejo de doble-elipsoide (Ref.13)

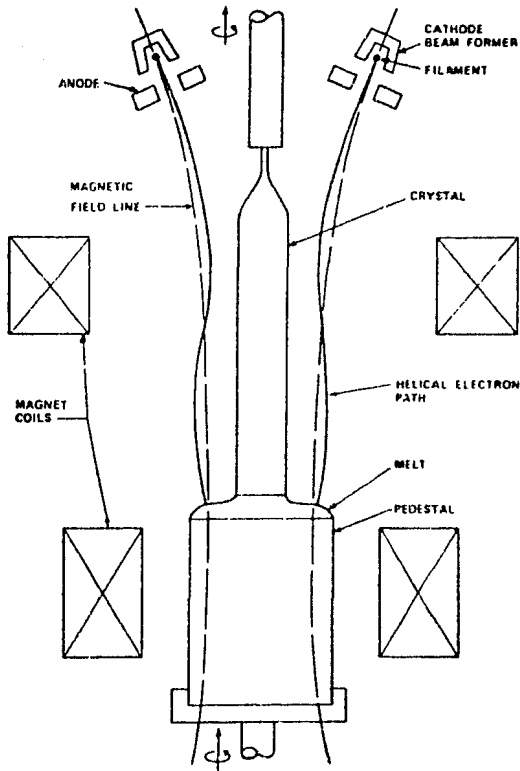
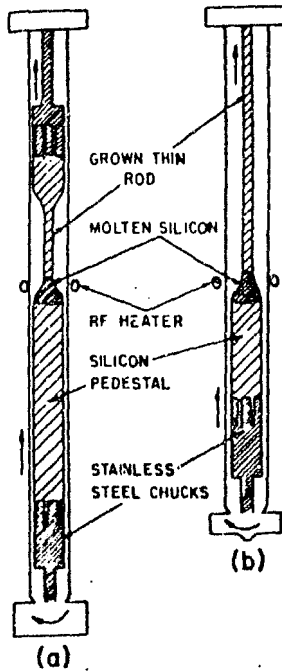
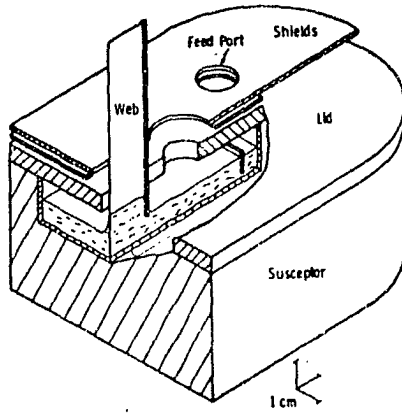


Fig.9 Crecimiento de cristal en pedestal
usando calentamiento por haz de
electrones enfocado magnéticamente
(Ref.14)



Schematic showing growth of thin silicon rod by the pedestal pulling technique: (a) initial position; (b) end position.

Fig.10 Esquema del crecimiento de silicio por la técnica de pedestal (Ref.15)



Sectional view of susceptor-crucible-lid assembly for dendritic web growth; low frequency induction coil not shown.

Fig.12 Vista de sección del aparato que se usa en la Ref. 19

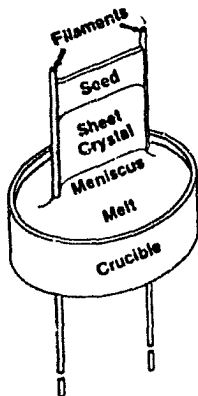
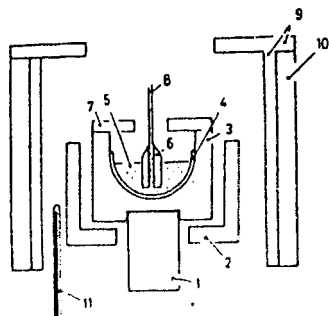


Fig.13 Proceso de tracción borde-soportada (Ref.20)



Apparatus for silicon ribbon growth (resistance heating): (1) ceramic holder, (2) rectangular graphite heater, (3) graphite crucible, (4) quartz boat, (5) silicon melt, (6) graphite die, (7) thermal radiation modifier, (8) silicon ribbon crystal, (9) graphite plate, (10) graphite wool, (11) thermocouple.

Fig.14 Aparato para el crecimiento de silicio en cinta ancha en la Ref.23

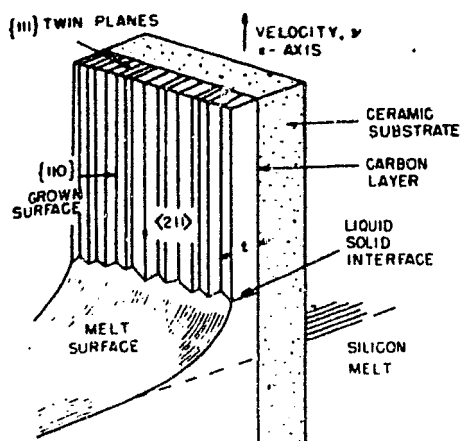
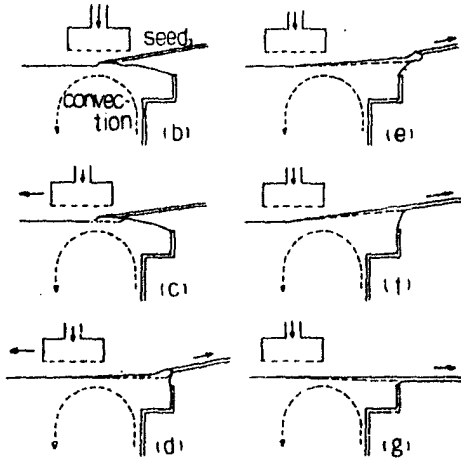
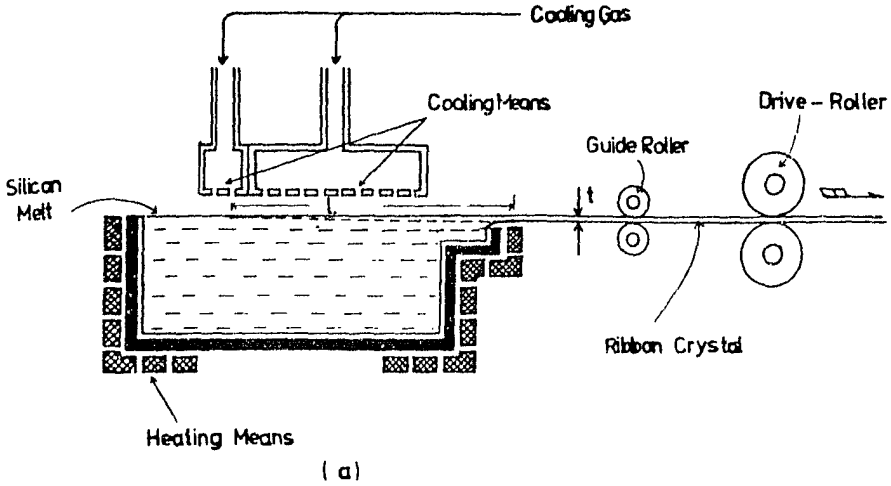
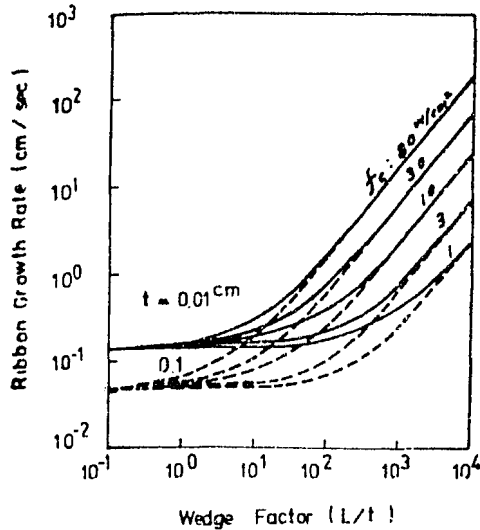


Fig.17 Esquema de crecimiento sostenido desde el fundido (Ref.26)



Schematic of the HRG process and its operation: (a) basic configuration of the process; sequential changes in the growth wedge during the seeding (b), sprouting (c) to (f), and steady-state (g) stages of growth.

Fig.15 Esquema del proceso de crecimiento horizontal (Ref.24)



Calculated relationship between the ribbon growth rate and the wedge factor (π) for various values of ribbon thickness and of the cooling factor, based on the assumption of uniform cooling of the growth interface.

Fig.16 Relación entre la velocidad de crecimiento y el espesor de la lámina de silicio cristalino (Ref.24)

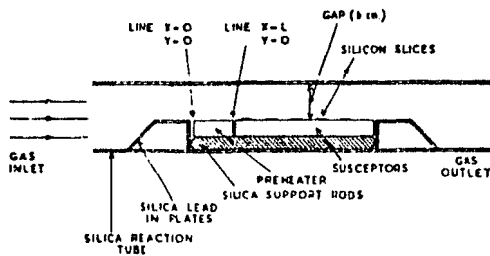


Fig.19 El reactor horizontal (Ref.28)

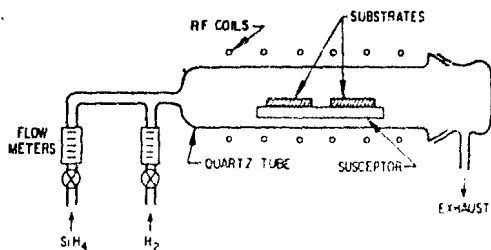


Fig.18(a) Epitaxia de silicio por
pirólisis de SiH_4 (Ref.27)

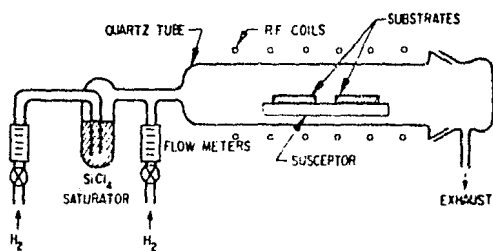


Fig.18(b) Epitaxia de silicio por
reducción de silicio tetra-
clórico (Ref.27)

SIMBOLOS DE LAS CANTIDADES FISICAS

SIMBOLO	CANTIDAD FISICA	UNIDADES
A	área	cm ²
a	área transversal del cristal crecido paralela a la interfase de crecimiento	cm ²
a	absortividad para radiación	
C	concentración de silicio compuesto en gas portador	gr/cm ³ mol/cm ³
c	calor específico	J/gr-°K
D	diámetro de susceptor	cm
d	diámetro del crisol	cm
E	energía perdida en el crecimiento del Si por unidad de masa	kWh/kg
e	emisividad para radiación	
H	altura del susceptor	cm
h	altura del crisol	cm
L	calor latente	J/gr
l	longitud del cristal crecido	cm
m	masa	kg, gr
P	presión de gas	atm, torr
Q	energía de fusión	Joules
q	potencia perdida por transferencia de calor	Watts, kW
R	radio del susceptor	cm
r	radio del cristal cilíndrico	cm
r	reflectividad para radiación	
s	espesor del cristal laminar	mm, cm
t	tiempo	h, seg
t	transmisividad	
u	ancho del cristal laminar	cm
V	volumen	cm ³
v	velocidad de crecimiento	cm/seg

SIMBOLO	CANTIDAD FISICA	UNIDADES
v_g	velocidad del gas portador	cm/seg
ϵ	energía de descomposición	J/mol
ρ	densidad de masa	gr/cm ³
σ	constante de Stefan-Boltzmann	W/cm ² -°K ⁴
ϕ	diámetro del cristal cilíndrico	cm
ϕ_p	diámetro del pedestal	cm
κ	conductividad térmica	w/cm-°K

APENDICE A

CALCULO DEL ANGULO SOLIDO EN UN ELIPSOIDE

En la Fig. A-1 se muestra una elipse cortada perpendicularmente en un foco de la elipse. Para un haz de luz que sale del otro foco en toda la dirección posible, la fracción de la luz inicial que cae en el ángulo polar ω no va a concentrarse en el foco F_1 . Si se rota esta elipse alrededor de su eje mayor, se obtiene un elipsoide truncado; la luz que sale del foco F_2 radiada en el ángulo sólido total no va a concentrarse todo en el foco F_1 ; la fracción que cae en el ángulo sólido Ω se pierde por no poder concentrarse en F_1 .

Para calcular Ω , se necesita conocer el área del casquete de esfera con radio $R = \overline{AF_2}$ llamada S. De la Fig. A-1 se encuentra que las coordenadas del punto A son:

$$X_A = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$Y_A = b^2/a$$

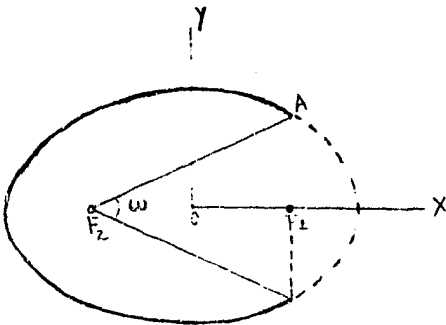


Fig. A-1

donde a es la magnitud del semieje mayor y b es la magnitud del semieje menor.

La magnitud de R es igual a:

$$R = \sqrt{4c^2 + b^4/a^2} = (2a^2 - b^2)/a$$

donde $c^2 = a^2 - b^2$

Sea $h = R - 2c$. El área del casquete de esfera es: $S = 2\pi Rh$

Para $a=9\text{cm}$, $b=8\text{cm}$, que son los valores para la Fig. 8,

$$c = \sqrt{17} \text{ cm}$$

$$R = 10.9 \text{ cm}$$

$$h = 2.6 \text{ cm}$$

por lo tanto $S = 2\pi \times 10.9 \times 2.6 \text{ cm}^2$

y el ángulo sólido Ω es igual a

$$\Omega = S/R^2 = 2 \times 2.6/10.9 = 0.485 \pi$$

$$0.485 \pi / 4\pi = 0.485/4 = 0.121$$

En la Fig 8 hay dos elipsoides cortados, la pérdida total por no poder concentrarse en el foco común de los dos es -
 $0.121 \times P_{in}$, donde P_{in} es la potencia entrada de las dos lámparas en los dos focos.

APENDICE B
FLUJO DE CALOR A TRAVES DEL CRISTAL CRECIDO

I. Flujo de calor a través del cristal cilíndrico

En la referencia 8 se dice que si consideramos que en un cilindro cada sección pierde una parte de calor por radiación q_r y el resto por conducción axial q_c (despreciando los gradientes radiales de temperatura dentro del cilindro), entonces se obtiene una ecuación de considerable importancia en el crecimiento de cristales para aquellos de alta temperatura de fusión,

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = A T^4 \quad (B-1)$$

donde $A=2\sigma e/\kappa r$, aquí e es la emisividad, κ es la conductividad, σ es la constante de radiación, r es el radio del cilindro y z es la distancia de la sección desde el extremo frío (Fig. B-1).

En efecto, para un disco de radio r y espesor dz , el flujo de calor que entra por una cara (q_{in}) es igual a la suma del flujo que sale por otra cara, más el flujo que sale por el borde (q_r) (Fig. B-2), esto es,

$$q_{in} = q_c + q_r$$

Usando la hipótesis anterior, tenemos

$$\begin{aligned} q_c &= \kappa \pi r^2 dT/dz \\ q_r &= 2\pi r dz e\sigma(T^4 - T_a^4) \end{aligned} \quad (B-2)$$

donde las letras tienen el sentido usual. Para cristales que tienen temperaturas muy altas, $T^4 \gg T_a^4$, de tal manera que se puede despreciar T_a^4 . Tenemos por lo tanto,

$$q_{in} = \kappa \pi r^2 \frac{dT}{dz} + 2\pi r e \sigma T^4 dz \quad (B-3)$$

Supongamos que q_{in} es el flujo de calor que proviene de la interfase de crecimiento. Cuando el cristal crecido es pequeño, el término de conducción es dominante debido al gran gradiente de temperatura entre la interfase y el soporte. Después de que la altura del cristal crecido llega a cierto valor (z_c), abajo de éste el flujo de calor es por la conducción térmica con un gradiente de temperatura prácticamente constante y arriba, el flujo de calor es por la radiación. Entonces,

$$q_{in} = \kappa \pi r^2 \left(\frac{dT}{dz} \right)_c + \int_{T_a}^{T_m} 2\pi r e \sigma T^4 dz$$

Pero en la interfase el flujo de calor es igual a:

$$q_{in} = \kappa \pi r^2 \left(\frac{dT}{dz} \right)_{T_m}$$

concluimos que

$$\int_{T_a}^{T_m} \frac{d}{dz} \left(\frac{dT}{dz} \right) dz = A \int_{T_a}^{T_m} T^4 dz$$

de donde se obtiene la ec. (B-1).

Para obtener el flujo de calor necesario para mantener la interfase a temperatura de fusión, reescribimos la ec. (B-1), suponiendo que T sólo depende de z ,

$$AT^4 = d^2T/dz^2 = \frac{d}{dz}\left(\frac{dT}{dz}\right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dT} \left(\frac{dT}{dz}\right)^2$$

o bien,

$$\frac{d}{dT} \left(\frac{dT}{dz}\right)^2 = 2 A T^4$$

Integrando T desde cero hasta T_m y suponiendo que el gradiente de temperatura en cero es despreciable comparado con el -- que está en la interfase, resulta que,

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{in} = \left\{ \frac{2}{5} A \sigma T_m^5 \right\}^{1/2}$$

El flujo de calor perdido en la interfase es por la conducción térmica en el mismo lugar:

$$q_c = \kappa r^2 \left. \frac{dT}{dz} \right|_{in} = \kappa r^2 \left(\frac{2}{5} \frac{2e\sigma}{\kappa r} \right)^{1/2} T_m^{5/2}$$

$$q_c = 6.69 \times 10^{-6} \sqrt{e\kappa} r^{3/2} T_m^{5/2} \quad \text{eatts} \quad (\text{B-4})$$

donde la unidad de r es cm y la de κ es W/cm-°K

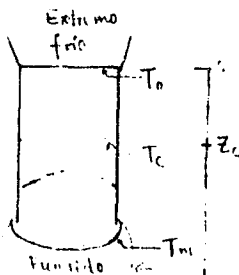


Fig. B-1

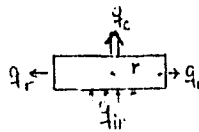


Fig. B-2

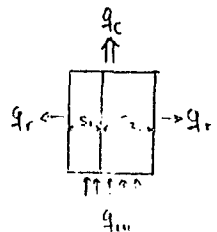


Fig. B-3

II. Flujo de calor a través del cristal laminar

Para una cinta de cristal de espesor s y ancho, tenemos la siguiente ecuación de flujo de calor usando el mismo método que en I,

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = \frac{2(u+s) \epsilon \sigma T^4}{us} \quad (\text{B-5})$$

Si $s \ll u$,

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = \frac{2\epsilon \sigma}{\kappa s} T^4$$

y por lo tanto el flujo de calor necesario para mantener el extremo fundido de un cristal laminar es:

$$q_c = \kappa us \left(\frac{2}{5} \frac{2\epsilon \sigma}{\kappa s} \right)^{1/2} T_m^{5/2}$$

$$q_c = 2.13 \times 10^{-6} u \sqrt{\kappa s \epsilon} T_m^{5/2} \quad (\text{B-6})$$

Para el caso de dos láminas juntas (Fig. B-3), supongamos que tampoco hay gradientes transversales de temperatura dentro de la unión de las capas, entonces,

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = \frac{(e_1 + e_2)u + 2(e_1 s_1 + e_2 s_2)}{(\kappa_1 s_1 + \kappa_2 s_2)u} \sigma T^4 \equiv A T^4 \quad (\text{B-7})$$

de donde

$$\frac{dT}{dz} \Big|_{in} = \left(\frac{2}{5} A T_m^5 \right)^{1/2}$$

$$q_c = (\kappa_1 s_1 + \kappa_2 s_2) u \left. \frac{dT}{dz} \right|_{in}$$

$$= (\kappa_1 s_1 + \kappa_2 s_2) u \left(\frac{2}{5} \frac{(e_1 + e_2)u + 2(e_1 s_1 + e_2 s_2)}{(\kappa_1 s_1 + \kappa_2 s_2)u} \right) T_m^{5/2}$$

$$q_c = 1.51 \times 10^{-6} T_m^{5/2} (\kappa_1 s_1 + \kappa_2 s_2) u \left((e_1 + e_2)u + 2(e_1 s_1 + e_2 s_2) \right)^{1/2} \quad (\text{B-8})$$