

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO



FACULTAD DE CIENCIAS

*Simulacion Monte Carlo de Produccion
de Encanto Asociado con Extrañeza*

TESIS DE LICENCIATURA
DE FISICA

PATRICIA SALAS CASALES



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

PREFACIO.

CAPITULO 1.	Producción de Encanto Asociado con Extrañeza	1.
1.1.	Clasificación de Partículas	3.
1.2.	Experimento E766	5.
1.3.	Número de Eventos Observables	8.
1.4.	Estimación de la Luminosidad	9.
CAPITULO 2.	Cálculo de la Aceptancia	10.
2.1.	Elementos de Cinemática Relativista	12.
2.2.	Producción de Tres Partículas	16.
2.3.	Decaimiento a Tres Partículas	23.
2.4.	Aceptancia	27.
2.5.	Camino Medio Libre	35.
CAPITULO 3.	Discusión de la Dinámica de Producción	38.
3.1.	Grupos	40.
3.2.	Simetrías	46.
3.3.	Rompimiento de Simetrías	59.
3.4.	Estimación de la Sección Transversal	64.

CAPITULO 4.	Resultados	68.
4.1.	Número de Eventos por el Total de Horas	70.
4.2.	Elementos para Análisis de Datos	72.
4.3.	Conclusiones	80.
REFERENCIAS.		82.

PREFACIO

A casi una década del descubrimiento de la primera partícula con Encanto (ψ), y a dos décadas del descubrimiento de la partícula Extraña (Ω^-), se conocen muy pocos detalles sobre la producción de partículas con estas características.

El experimento denominado E766 de una colaboración entre la Universidad Nacional Autónoma de México, la Universidad de Massachusetts, la Universidad de Columbia, el Laboratorio Nacional de Brookhaven, y el Laboratorio Nacional de Fermi, tiene como objetivo el estudio de la producción de partículas con extrañeza, encanto y bottom, resultantes de colisiones entre nucleones a altas energías.

La presente tesis se concreta al estudio y simulación de una reacción para la que el conjunto de partículas participantes tienen dos de las propiedades anteriores: extrañeza y encanto.

Este objetivo principal se puede dividir en dos sub-objetivos: la obtención de un esquema global de una cierta reacción, y la comprensión y el manejo de las técnicas de Monte Carlo para la simulación de

no sólo la reacción manejada en esta tesis, sino de cualquier reacción en la Física de Altas Energías.

Este trabajo se divide en cuatro capítulos principales que a su vez constan de varias secciones:

En el primer capítulo se presentan las ideas generales de lo que es una simulación y de las condiciones que ésta debe cumplir para que sea consistente con la realidad. También se da la definición del número de eventos observables para la reacción de interés.

En el segundo capítulo se desarrolla la cinemática del proceso. Se describe en una de sus secciones, con todo detalle, la producción de un estado final de tres partículas. También se calcula la aceptación geométrica del sistema cuando se imponen las condiciones existentes.

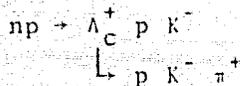
En el tercer capítulo se presenta la teoría necesaria que justifica la separación entre la dinámica y la cinemática involucradas en la reacción. Se hace un resumen histórico sobre los grupos de simetría y, sobre estas bases, se estudia la "violación" de las leyes de conservación para la reacción estudiada.

Por último, en el capítulo correspondiente a los resultados, se presenta el cálculo final del número de eventos que podrán ser observados durante la realización del experimento E766, y se discute lo que será la búsqueda del mismo tipo de producción durante la realización del experimento E690.

Capítulo 1

**PRODUCCIÓN DE ENCANTO
ASOCIADO CON
EXTRAÑEZA**

Aunque en este primer capítulo todavía no se ha explicado lo que son el encanto y la extrañeza de las partículas elementales, se propone la asociación de estas dos propiedades por medio de la reacción:



Esta reacción presenta un doble decaimiento cuyo estado final se caracteriza por la presencia de cinco partículas, de las cuales debe ser posible deducir la existencia de la partícula intermedia, o la resonancia, Λ_c^+ . Las posibilidades tanto cinemáticas como dinámicas para esta reacción serán presentadas en capítulos posteriores.

En el presente capítulo se exponen las características que debe de cumplir la simulación Monte Carlo de la producción de eventos del tipo deseado. Una de estas características es calculada en este capítulo: la luminosidad.

CLASIFICACION DE PARTICULAS

CLASIFICACION DE PARTICULAS: Las partículas se clasifican globalmente en dos grupos según la estadística que obedecen: las partículas de spin semientero son llamadas 'fermiones', y las de spin entero son llamadas 'bosones'.

Cada una de las estadísticas está íntimamente relacionada con la simetría de la función de onda ψ que describe a un par de partículas. Si intercambiamos las dos partículas se encuentra que:

ψ bajo intercambio de 1 y 2 da $+\psi$
entonces es simétrica y para bosones,

ψ bajo intercambio de 1 y 2 da $-\psi$
entonces es antisimétrica y para fermiones.

La función de onda ψ describe las varias propiedades de las partículas y se puede descomponer en el producto de funciones dependientes de las variables individuales. Para partículas que interaccionan fuertemente esto se puede escribir:

$$\psi_{\text{total}} = \psi(\text{espacial}) \times \alpha(\text{spin}) \times \chi(\text{isospín}) .$$

Los fermiones y los bosones se pueden subdividir en:

fermiones $\begin{cases} \text{bariones} \\ \text{leptones} \end{cases}$

bosones $\begin{cases} \text{fotones} \\ \text{mesones} \end{cases}$

Los bariones son fermiones pesados de masa mayor a la del protón; un estado bariónico está caracterizado por la presencia de un neutrón o un protón en el estado final. Los leptones son fermiones ligeros de masa menor al protón. Ambos tienen su número cuántico (B y L) que debe ser conservado.

Los fotones son de masa cero y los mesones tienen masa intermedia entre el electrón y el protón.

Los mesones y los bariones, que sufren interacciones fuertes, a veces son llamados colectivamente hadrones. Los fotones y los leptones sólo sufren interacciones electromagnéticas y/o débiles.

El conjunto de reacciones que se va a estudiar en esta tesis incluye una colisión entre dos hadrones y dos decaimientos a estados bariónicos.

EXPERIMENTO E766

Del conjunto de proyectos que comprende la realización del experimento E766, en la presente tesis se propone el estudio de la reacción:



donde la asociación del encanto con la extrañeza está dada en las partículas Λ_c^+ y K^- respectivamente. Las propiedades más detalladas de las partículas involucradas en (1.1) están dadas en la tabla (1.1), donde algunas de las cantidades serán explicadas durante el desarrollo de este trabajo.

		Masa (GeV)	J ^P	I	c τ (cm)
n	barión no extraño	.9396	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	2.77×10^{13}
p	barión no extraño	.9383	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	estable ?
K ⁻	mesón extraño	.4937	0 ⁻	$\frac{1}{2}$	370.9
π ⁺	mesón no extraño	.1396	0 ⁻	1	780.4
Λ _c ⁺	barión no extraño con encanto	2.2822	$\frac{1}{2}^+$	0	0.003

TABLA(1.1) Propiedades de las partículas.

El estudio de esta reacción y el análisis de sus características principales se hace por medio del Método de Monte Carlo. Este método consiste en generar por medio de una computadora eventos al azar que cumplen con ciertas características impuestas, en nuestro caso, por las limitaciones de la energía para producir la colisión hadrónica, el tamaño del sistema de detección y la cinemática de la reacción misma.

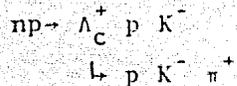
Como herramienta principal para la simulación del evento, se cuenta con la ayuda de unas subrutinas creadas por Bruce Knapp, y extendidas por E.P. Hartouni, en el Laboratorio de Nevis. La versión ahora existente de esas subrutinas se realizó en una computadora Digital modelo VAX 11-780, con el lenguaje Fortran 77. En una computadora del mismo modelo y con el mismo sistema que pertenece al Instituto de Física de la UNAM, nosotros realizamos los programas de manipulación de estas subrutinas, el ajuste de sus parámetros, y las combinaciones convenientes a nuestro caso.

En el experimento E766 de Brookhaven se realizan colisiones entre protones fijos y un haz secundario de neutrones. La energía que proporciona el acelerador es de hasta 28GeV.

Las partículas resultantes de las reacciones son analizadas en un sistema de seis cámaras paralelas entre sí. Un campo magnético es colocado transversalmente a la trayectoria de las partículas, viéndose éstas desviadas sobre la dirección

NUMERO DE EVENTOS OBSERVABLES

El número de eventos para la reacción



que será posible medir cuando se efectúe el experimento a principios de 1984, está relacionado con el sistema de cámaras de detección, con el sistema de producción del aparato, y con la sección transversal para la producción de partículas con encanto y con extrañeza.

Este número de eventos se define como:*

$$\frac{\text{no. de eventos}}{\text{observables}} = \sigma \cdot L \cdot A$$

donde σ es la Sección Transversal para $np \rightarrow \Lambda_C^+ p K^-$, L es la luminosidad y A es la aceptación. La luminosidad se calcula en este mismo Capítulo, mientras que la aceptación y la sección transversal se calculan en los Capítulos 3 y 4 respectivamente. El resultado total se presenta en el Capítulo 5.

*Ver Referencia No.8.

ESTIMACION DE LA LUMINOSIDAD

La luminosidad, que tiene unidades de eventos/cm², está dada por

$$L = N_{\text{neutrones}} \cdot N_{\text{protones}}$$

donde:

$N_{\text{neutrones}}$ = es el número de neutrones por pulso que emite el acelerador.

N_{protones} = es el número de protones por unidad de área vistos por los neutrones.

Ahora,

$$N_{\text{protón}} = \rho \cdot l \cdot N_A$$

donde:

ρ = es la densidad del blanco

l = la longitud del blanco

N_A = Número de Avogadro.

Para nuestro caso:

$$N_n = 10^6$$

ρ = densidad del hidrógeno líquido*

$$= 0.0708 \text{ gm/cm}^3$$

$$l = 30.48 \text{ cm}$$

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ part/mol}$$

$$1 \text{ mol} = 1.0079 \text{ gm}$$

Entonces:

$$L = 1.289 \times 10^{30} \text{ part/cm}^2$$

Capítulo 2

CÁLCULO DE LA ACEPTANCIA

Podemos dividir la reacción de nuestro interés en varias etapas desde el punto de vista cinemático. En la primera etapa se supone que la colisión entre los dos nucleones, n y p , nos produce una cierta partícula virtual M que es la que inmediatamente, tanto en espacio como en el tiempo, decae a las tres partículas Λ_C^+ , p y K^- . La segunda etapa es, precisamente, la producción de estas tres partículas y las propiedades cinemáticas que adquieren. Este análisis es aplicable a cualquier conjunto de tres partículas. La tercera y cuarta etapa son: analizar el camino que recorre la partícula Λ_C^+ antes de decaer, y volver a aplicar el tratamiento de la producción de tres partículas a p , K^- y π^+ .

Estrechamente relacionada con esta cinemática se encuentra la cantidad denominada "aceptancia", que es un porcentaje de partículas que cumplen con las condiciones geométricas para las cámaras descritas en el capítulo anterior.

En vista de los resultados obtenidos, en este mismo capítulo se proponen dos variaciones a la reacción principal que mejoran el cálculo de la aceptancia.

ELEMENTOS DE CINEMATICA RELATIVISTA

Para obtener la energía que se adquiere de la colisión entre los dos hadrones se hace la suposición de que una cierta partícula X va a ser la resultante de dicha colisión y luego va a decaer en las partículas necesarias.

Si bombardeamos un protón en reposo con un neutrón obtenemos en el sistema de reposo del protón:

$$|P_n = (E_n, \vec{P}_n) ,$$

$$|P_p = (m_p, 0) .$$

Por conservación de la energía tenemos en el sistema del laboratorio, que para la partícula X:

$$\begin{aligned} E_X &= E_n + m_p \\ &= (-p_n^2 + m_n^2)^{\frac{1}{2}} + m_p \end{aligned}$$

o sea, si el momento del neutrón es 28GeV que le imprime la fuente,

$$E_X = 28.95 \text{ GeV}$$

Por otra parte, por conservación del momento, tenemos que el momento de la partícula X en el sistema del laboratorio:

$$\vec{P}_X = \vec{P}_n$$

Entonces, su masa:

$$M_X = (E_X^2 - P_X^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$M_X = 7.37 \text{ GeV}$$

CANTIDADES INVARIANTES RELATIVISTAS

Al considerar la reacción $|p_a + |p_b + |p_1 + |p_2$, siendo $|p_a$ el cuadrivector de momento de la partícula a, $|p_b$ el de b, y así sucesivamente, podemos definir las siguientes Cantidades Invariantes o Variables de Mandelstam:

$$\begin{aligned}
 s &= (|p_a + |p_b)^2 \\
 &= (|p_1 + |p_2)^2 \\
 t &= (|p_a - |p_1)^2 \\
 &= (|p_b - |p_2)^2 \\
 u &= (|p_a - |p_2)^2 \\
 &= (|p_b - |p_1)^2
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

que son tres invariantes de Lorentz.

A estas variables se les asigna un significado simple: s es la energía total al cuadrado en el centro de masa, mientras t y u representan la transferencia de momento entre las partículas correspondientes.

Están relacionadas linealmente por:

$$\begin{aligned}
 s + t + u &= (|p_a + |p_b)^2 + \\
 &\quad (|p_a - |p_1)^2 + (|p_b - |p_1)^2 \\
 &= m_a^2 + m_b^2 + m_1^2 + m_2^2
 \end{aligned}$$

o sea, la suma de los cuadrados de las masas.

Pero hasta ahora hemos supuesto que todas las energías son positivas:

$$|P = (E, \vec{p})$$

$$\text{con } E = + (\vec{p}^2 + m^2)^{1/2}, \quad m > 0,$$

pero la ecuación de conservación de momento también es válida para $E = - (\vec{p}^2 + m^2)^{1/2}$, o sea, una componente temporal negativa.

Entonces la conservación del momento se puede escribir en las siguientes formas:

$$|P_a + |P_b = |P_1 + |P_2$$

$$|P_a + (-|P_1) = (-|P_b) + |P_2$$

$$|P_a + (-|P_2) = |P_1 + (-|P_b)$$

donde en la segunda ecuación $|P_1$ y $|P_b$ tienen E negativa, y en la tercera $|P_2$ y $|P_b$ tienen E negativa.

Estas formas se pueden interpretar como conservación del momento para las reacciones:

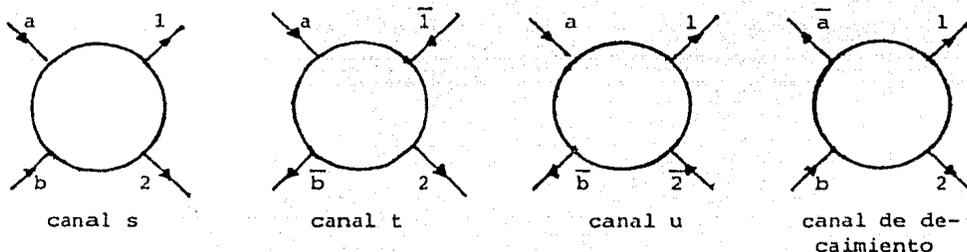
$$\begin{array}{ll} \text{canal s} & |P_a + |P_b \rightarrow |P_1 + |P_2 \\ \text{canal t} & |P_a + |P_{\bar{1}} \rightarrow |P_{\bar{b}} + |P_2 \\ \text{canal u} & |P_a + |P_{\bar{2}} \rightarrow |P_1 + |P_{\bar{b}} \end{array} \quad (2.2)$$

donde la barra denota la antipartícula de la partícula en cuestión, y donde todos los cuadvectores de momento tienen E positiva. (Fig. 2.1). Desde el punto de vista cinemático no es necesario hablar de antipartículas, pero cuando se toman en cuenta las propiedades dinámicas la conjugación partí-

cula-antipartícula se debe realizar al mover una partícula del estado final al inicial y viceversa.

Además de los canales de dispersión dados por (2.3), también existe el Canal de Decaimiento. Por ejemplo, si $m_b \geq m_a + m_1 + m_2$ el decaimiento sería

$$|p_b \rightarrow |p_{\bar{a}} + |p_1 + |p_2$$



FIGURA(2.1). Canales para $p_a + p_b \rightarrow p_1 + p_2$.

Cinemáticamente las relaciones entre canales involucran un simple cambio de signo; si se trabaja la cinemática de un canal en s, t, u, las consecuencias se obtienen automáticamente para los demás canales. Dinámicamente los distintos canales se ven completamente diferentes y dan distinta información.

PRODUCCION DE TRES PARTICULAS

El estado final de tres partículas que provienen de una inicial está descrito por nueve coordenadas: tres componentes por cada uno de los momentos. Estudiando las leyes de conservación para la reacción se encuentra cuantas de estas variables son independientes y, por consiguiente, los grados de libertad del sistema.

En esta sección primero se hace la descripción del sistema en el Centro de Masa y luego, por medio de una transformación de Lorentz, se obtiene la descripción en el Sistema del Laboratorio.

ENERGIA DE MOVIMIENTO

La energía disponible liberada por el decaimiento está dada por

$$Q = M - m_1 - m_2 - m_3$$

Esta misma Q es la energía máxima de movimiento que las partículas finales pueden adquirir:

$$Q = T_1 + T_2 + T_3$$

En esta sección nuestro objetivo es obtener sus momentos P_i relacionados con estas energías de movimiento T_i .

En unidades naturales ($\hbar = c = 1$), la energía total

de una partícula está dada por:

$$E^2 = p^2 + m^2, \quad (2.3)$$

de donde

$$\begin{aligned} E &= (p^2 + m^2)^{\frac{1}{2}} = \\ &= m + p^2/2m - p^4/2 \cdot 4m^3 + \dots \end{aligned}$$

Entonces podemos decir que

$$E = m + T \quad (2.4)$$

donde T es la energía del movimiento *.

$$\text{De (2.4)} \quad E^2 = T^2 + 2mT + m^2$$

e igualando a (2.3)

$$p^2 = T^2 + 2mT \quad (2.5)$$

que relaciona la magnitud de P_i con la energía de movimiento T_i .

LEYES DE CONSERVACION

El cuadrivector Energía-momento para la partícula decayente de masa M, dado en su sistema de referencia (o sea, el Centro de Masa), es:

$$|P_M^{CM} = (M, 0)$$

lo que indica que después del decaimiento el momento total de las partículas debe ser cero y que su energía debe ser igual a la masa de la que decae:

* En el límite no relativista $p^2 \ll m^2$, la serie de T se corta al término $T = p^2/2m$, que es conocida como la Energía Cinética.

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 = 0$$

$$E_1 + E_2 + E_3 = M$$

La primera de estas últimas ecuaciones indica que los tres momentos forman un plano y, si se descompone en cada una de sus direcciones:

$$P_1^x + P_2^x + P_3^x = 0$$

$$P_1^y + P_2^y + P_3^y = 0 \quad (2.6)$$

$$P_1^z + P_2^z + P_3^z = 0$$

La segunda es equivalente a:

$$(P_1^2 + m_1^2)^{\frac{1}{2}} + (P_2^2 + m_2^2)^{\frac{1}{2}} + (P_3^2 + m_3^2)^{\frac{1}{2}} = M \quad (2.7)$$

donde cada una de las P_i 's se relaciona con la energía máxima de movimiento Q por medio de (2.5):

Las ecuaciones (26) y (27) nos dan información sobre cuatro de los nueve grados de libertad que se necesitan para describir el sistema; sean éstos, en coordenadas esféricas,

$$|\vec{P}_1|, \theta_1, \phi_1$$

$$|\vec{P}_2|, \theta_2, \phi_2$$

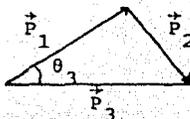
$$|\vec{P}_3|, \theta_3, \phi_3$$

Así se reduce el problema a cinco grados de libertad que pueden generarse al azar por el Método de Monte Carlo.

REFERENCIA DE LOS MOMENTOS DE LAS PARTICULAS
FINALES AL SISTEMA CENTRO DE MASA

Necesitamos obtener las componentes de los momentos de cada partícula en el C.M. para después transformarlas al Sistema del Laboratorio.

Una manera de hacerlo es referir los momentos de dos de las partículas a otra, digamos la 1, y luego transformarlo al Centro de Masa. Supongamos que el eje Z coincide con el momento de la partícula 1, entonces tenemos que, al ser los tres momentos coplanares, de (2.6)



$$\cos \theta_3 = \frac{P_1^2 + P_3^2 - P_2^2}{2 P_1 P_3}$$

$$\cos \theta_2 = \frac{P_1 - P_3 \cos \theta_3}{P_2}$$

Lo que nos fija las θ 's.

Pero, aunque coincida el eje Z con \vec{P}_1 , puede suceder que el plano que forman \vec{P}_1 , \vec{P}_2 y \vec{P}_3 no coincida con los planos XZ o YZ (para no perder generalidad) del sistema de referencia de \vec{P}_1 , sino que esté girado, digamos, un ángulo ϕ :

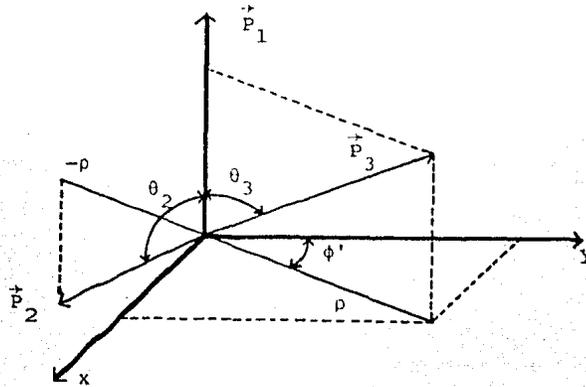


FIGURA (2.2).

Del dibujo fácilmente se obtienen las coordenadas de \vec{p}_3 y \vec{p}_2 en el sistema de referencia \vec{p}_1 :

si $\rho = P_3 \text{sen} \theta_3$

$$P_3^x = \rho \text{sen} \phi' \quad P_3^y = \rho \text{cos} \phi' \quad P_3^z = P_3 \text{cos} \theta_3$$

$$P_2^x = -P_3^x \quad P_2^y = -P_3^y \quad P_2^z = P_2 \text{cos} \theta_2$$

Ahora todo consiste en transformar un sistema de coordenadas (\vec{p}_1) a otro (C.M.), suponiendo que el primero está girado θ y ϕ con respecto al segundo.

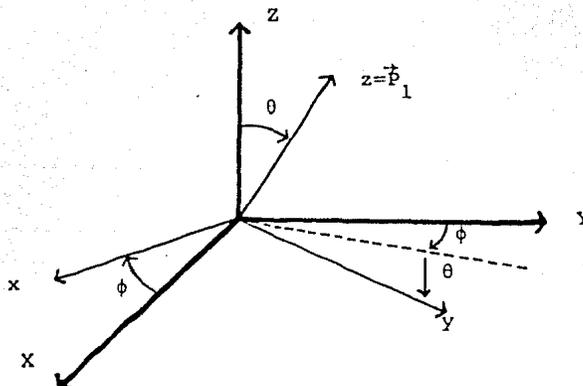


FIGURA (2.3).

Si se mantiene fijo Z y se gira un ángulo ϕ (azimutal) se obtiene la matriz de rotación:

$$\begin{pmatrix} \cos \phi & -\text{sen } \phi & 0 \\ \text{sen } \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Si se mantiene fijo X y se gira un ángulo θ se obtiene la otra matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ 0 & \text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

La multiplicación de ambas nos da la matriz de rotación deseada:

$$\begin{pmatrix} \cos \phi & \cos \theta \text{sen } \phi & \text{sen } \theta \text{sen } \phi \\ -\text{sen } \phi & \cos \theta \cos \phi & \cos \phi \text{sen } \theta \\ 0 & -\text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

Que aplicada a las componentes de las P_i 's en el sistema P_1 , nos da las componentes de cada momento en el Sistema Centro de Masa:

$$\begin{matrix} \text{CM} & & P_1 \\ \begin{pmatrix} P_i^x \\ P_i^y \\ P_i^z \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} \cos \phi & \cos \theta \text{sen } \phi & \text{sen } \theta \text{sen } \phi \\ -\text{sen } \phi & \cos \theta \cos \phi & \cos \phi \text{sen } \theta \\ 0 & -\text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} P_i^x \\ P_i^y \\ P_i^z \end{pmatrix} \end{matrix}$$

TRANSFORMACION DEL CENTRO
DE MASA AL LABORATORIO

La energía total de la partícula que decae está dada por (2.3)

$$E^2 = p^2 + M^2$$

y al ser éste un problema relativista, definimos

$$\gamma = \frac{E}{M} \quad \text{y} \quad \vec{\beta} = \frac{\vec{p}}{E}$$

Como $\vec{\beta}$ es una cantidad de carácter vectorial podemos tratar todos los casos en que la dirección del movimiento de la partícula que decae no sea únicamente en la dirección del eje Z.

La energía de cada partícula resultante es, de (2.3):

$$(E_i^{CM})^2 = (p_i^x)^2 + (p_i^y)^2 + (p_i^z)^2 + m_i^2$$

con cada componente dado en el centro de masa.

La transformación de Lorentz es:

$$\begin{pmatrix} E' \\ \vec{p}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \vec{\beta}\gamma \\ \vec{\beta}\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^{CM} \\ \vec{p}^{CM} \end{pmatrix}$$

que nos da, para cada partícula, su energía y su momento en el sistema del laboratorio:

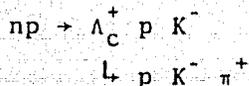
$$E_i^{lab} = \gamma (E_i^{CM} + \vec{\beta} \cdot \vec{p}_i^{CM})$$

$$\vec{p}_i^{lab} = \gamma (E_i^{CM} \vec{\beta} + \vec{p}_i^{CM})$$

DECAIMIENTO A TRES PARTICULAS

El tratamiento descrito en la sección anterior se puede aplicar a cualquier conjunto de tres partículas provenientes de cualquier masa M con cualquier cuadrivector de momento

$|p_M$. Para nuestra reacción:



aplicamos ese tratamiento dos veces. La primera vez fué a partir de la masa M_X producida por la colisión np . Para la segunda vez tomamos el momento \vec{p}_Λ en el sistema del laboratorio como la transformada a aplicar a las tres partículas obtenidas por el decaimiento de Λ_C^+ en su sistema de reposo.

Así pues, las partículas 'hermanas' de la Λ_C^+ tienen una transformación debida a la partícula X , mientras que las partículas 'hijas' de la Λ_C^+ tienen dos transformaciones: una por la partícula X y la otra debida a la misma Λ_C^+ .

REACCION $np \rightarrow p p K^- \pi^+ K^-$ VIA Λ_C^+

De esta reacción lo que se va a observar en el estado final, una vez que la resonancia Λ_C^+ ha decaído, es un conjunto de cinco partículas todas ellas detectables. En la misma forma en que se ha hecho el análisis para tres cuerpos se puede generalizar a más. Como ya mencionamos antes, las subrutinas que se tienen para la simulación son ajustables a cualquier número N de partículas en el estado final. Así mismo, la mis-

ma subrutina se puede utilizar sucesivamente cuantas veces se quiera.

A manera de ilustración se realizaron dos programas que llevaron al mismo conjunto de cinco partículas en el estado final: uno directamente y el otro vía la Λ_C^+ . Los resultados fueron comparados y muy claramente se ve la diferencia entre ambos.

Cómo se averigua cuando hay una resonancia intermedia entre el estado inicial y el que observamos, y cuáles de estas partículas provienen de ella, será explicado en la próxima sección. Un poco más adelante calculamos el camino que recorre la Λ_C^+ antes de decaer.

MASA INVARIANTE

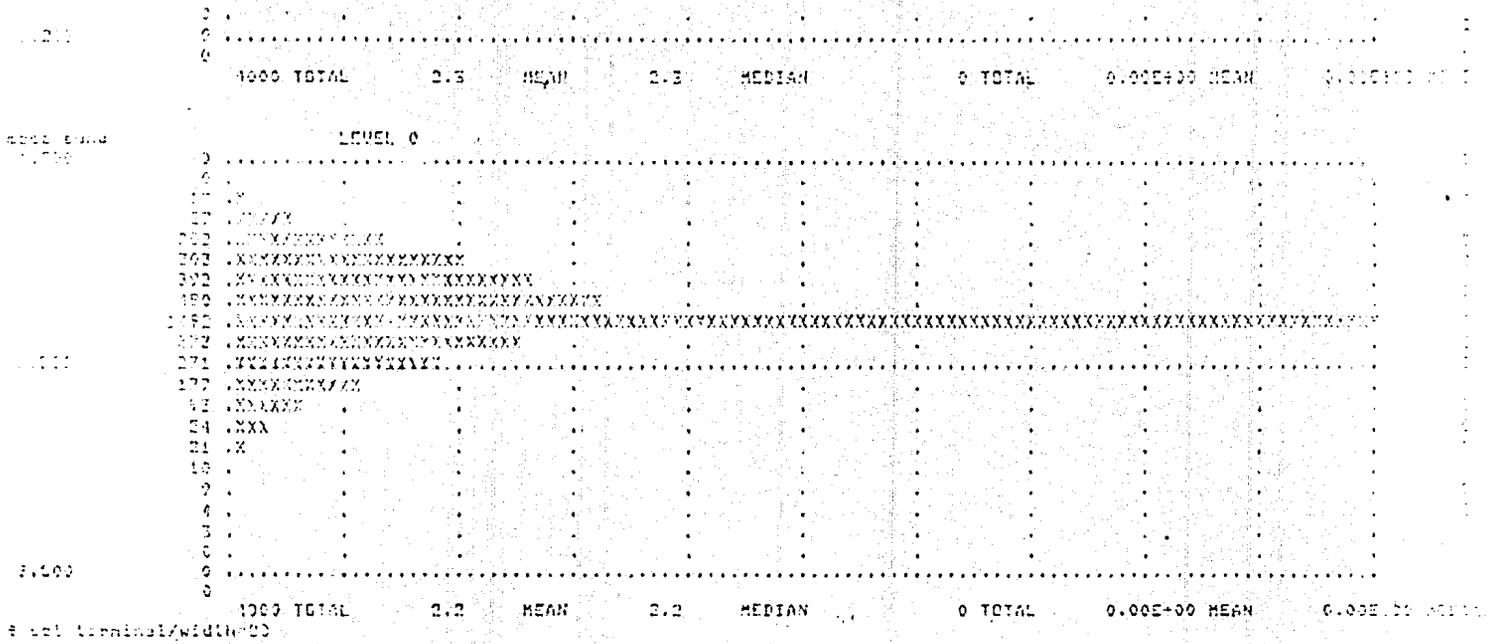
Las partículas inestables, o resonancias, se pueden encontrar por medio de un análisis de las partículas en el estado final, aún cuando éstas son tres o más.

Por conservación del momento y de la energía, el cuadrivector de momento de lo que sea que se produzca en la reacción puede ser calculado. Si se selecciona un triplete formado por las partículas en el estado final, llamémoslas 1, 2 y 3, uno calcula la masa invariante como:

$$M^2 = (p_1 + p_2 + p_3)^2,$$

siendo las p's los cuadrivectores de momento de las partículas.

Esto se repite para todas las combinaciones posibles de las partículas de el estado final, y al graficar la masa M contra el número de eventos que se tienen disponibles (digamos 1000), para cada combinación, se obtienen una distribución con un pico en el valor correspondiente a la masa de la resonancia. (Fig24)



FIGURA(2.4). Combinaciones de las partículas en el estado final: $p, \bar{p}, K, \bar{K}, \pi^+$. El pico muestra la masa de la Λ_c .

Como es de esperarse la aceptación más baja está dada por la cámara 6; pero al generar los eventos con el Monte Carlo encontramos que el número de casos favorables era tan pequeño que decidimos utilizar el sistema con 5 cámaras únicamente y obtener la aceptación en la 5a.

Definimos el eje Z como la perpendicular al plano de las cámaras y a las direcciones x y y , como las otras dos componentes sobre el plano de la cámara (Fig. 2.6)

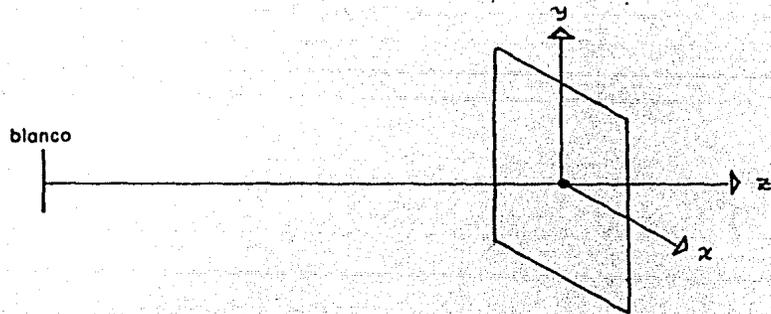


FIGURA (2.6).

Entonces, la distribución de partículas sobre la dirección x y sobre la dirección y , se calcula como:

$$x = (d) \frac{P_x}{P_z}, \quad y = (d) \frac{P_y}{P_z} \quad (28)$$

donde P_x , P_y y P_z son las componentes $x, y, y z$ del momento P de cada partícula en el sistema del laboratorio y d es la distancia del blanco a la cámara, en la que se quiere detectar el evento.

Con ayuda de las relaciones (28) se obtiene, para la reacción $n p \rightarrow p K^- \pi^+ p K^-$ vía Λ_c^+ , 81 eventos favorables de 1000 eventos generados, o sea:

$$\Lambda = 0.81\%$$

De los histogramas obtenidos para las distribuciones de partículas sobre x , sobre y , y las distribuciones de sus energías, tanto en el centro de masa como en el laboratorio, se obtienen los promedios de estas cantidades (Tabla 2.1).

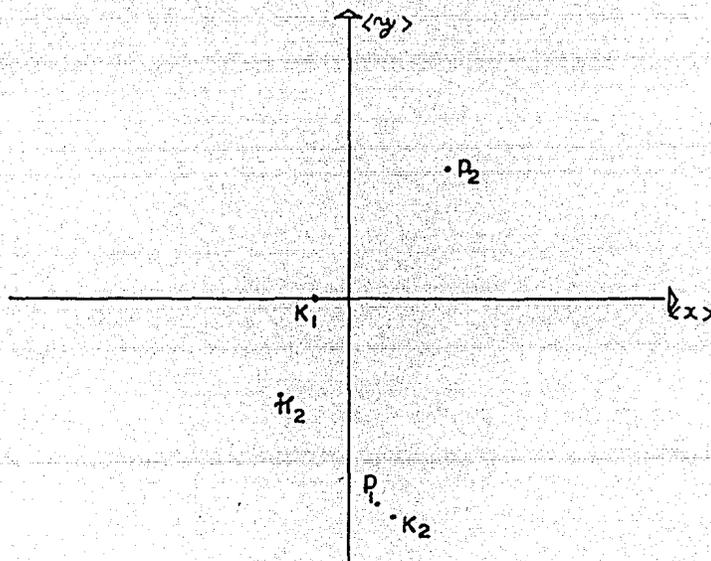
$n p \rightarrow$	Λ_c^+				
	p_2	K_2^-	π^+	p_1	K_1^-
$\langle x \rangle$	1.5	0.83	-1.1	0.46	-0.65
$\langle y \rangle$	2.2	-3.7	-1.6	-3.5	0
$\langle E \rangle_{cm}$	1.1	0.73	0.45	1.6	1.2
$\langle E \rangle_{lab}$	4.9	3.4	2.5	7.2	5.2

TABLA (2.1). Posiciones en centímetros, y energías en MeV.

De esta tabla se observa que las partículas p_1 y K_1 producto de la primera etapa tienen una posición más centrada que las partículas p_2 y K_2 , producto de la Λ_c^+ . La energía de estas partículas es similar. En cambio el π producto de Λ_c^+ tiene una posición más centrada y una energía menor Fig (2.7).

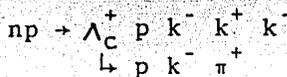
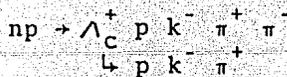
Al tener la Λ_c^+ una energía menor que la del 'boost' inicial, sus partículas producto sufren un cambio menor en su

trayectoria y por eso se ven menos centradas. Pero el π^+ , al tener una masa muy pequeña y una energía también pequeña sufre un cambio mayor en su trayectoria que lo centra. Otra característica particular de la reacción es, aparte del pión centrado, la presencia de un kaón también muy centrado.

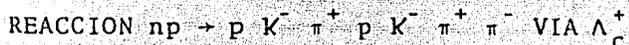


FIGURA(2.7). Correspondiente a Tabla 2.1.

En busca de una mejor aceptación se propusieron las siguientes dos reacciones:



con el conocimiento de que, al encontrarse más partículas en el estado final, la energía disponible está más repartida. Como cada partícula tiene una energía menor entonces la transformación del 'boost' la va a centrar más. Un análisis más detallado de cada caso se presenta a continuación.



Para esta reacción se obtiene un número de eventos favorables igual a 56, o sea una aceptación menor. De los histogramas resultantes se obtiene la tabla (2.2).

$np \rightarrow$	p_2	K_2^-	π^+	p_1	K_1^-	π_1^+	π_1^-
$\langle x \rangle$	-6.3	0.27	2.1	-1.6	4.0	3.0	-0.8
$\langle y \rangle$	1.5	4.2	-3.3	-3.1	1.9	-0.98	3.2
$\langle E_{cm} \rangle$	1.1	0.72	0.46	1.5	1.0	1.1	0.87
$\langle E_{lab} \rangle$	3.6	2.8	2.5	4.6	3.9	4.3	3.3

TABLA (2.2).

Nuevamente se observa que las partículas provenientes de la primera etapa tienen una posición más centrada que las partículas producto de la Λ_c^+ . También se nota que las energías de las partículas de la primera etapa son muy similares entre sí. Esto es la explicación de la aceptación tan baja: los piones de la primera etapa, al tener una masa tan pequeña y una energía similar a la de las otras partículas, deben te-

ner un momento mucho mayor al de las otras y, por lo tanto, el 'boost' les afecta menos y no las centra. Por otra parte, la Λ_c^+ en su primera etapa adquirió una energía menor que se traduce en que el 'boost' que ella aplica a sus partículas producido es muy débil y no las afecta mucho. Nótese como característica general que el centro está despoblado de partículas.

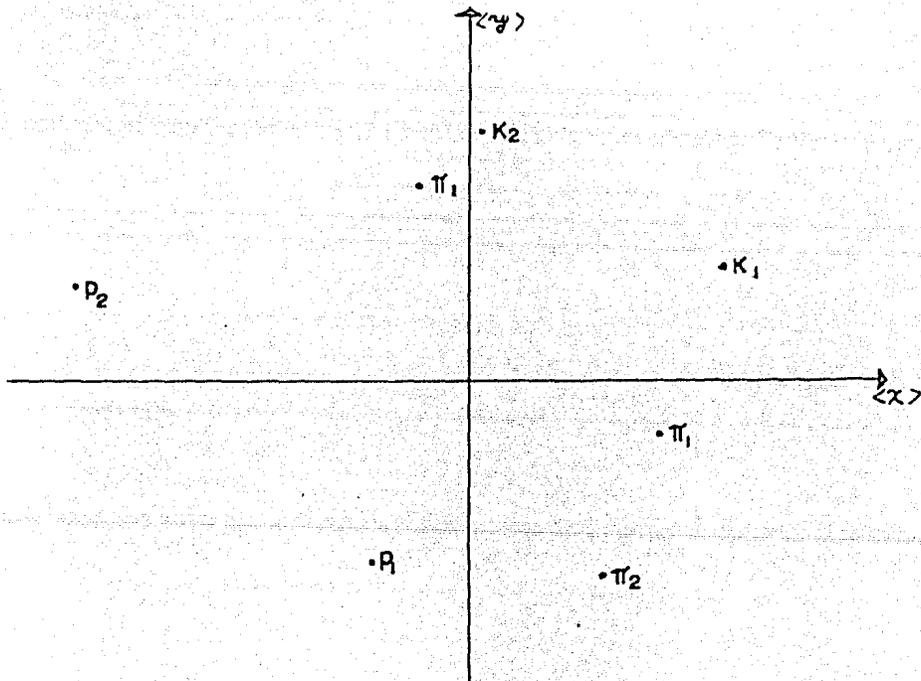


FIGURA (2.8). Correspondiente a Tabla 2.2.

Nota: En estas figuras estamos representando los promedios de las posiciones, pero éstas tienen una distribución propia dada en los histogramas.

Todavía un subcaso es tomado: para que este evento sea detectado por el sistema Čerenkov es necesario que los piones tengan una energía no menor a 3GeV. Esta restricción empeora la aceptación a 14 eventos favorables de los 1000 generados.

REACCION $np \rightarrow p k^- \pi^+ p k^- k^+ k^-$ VIA Λ_c^+

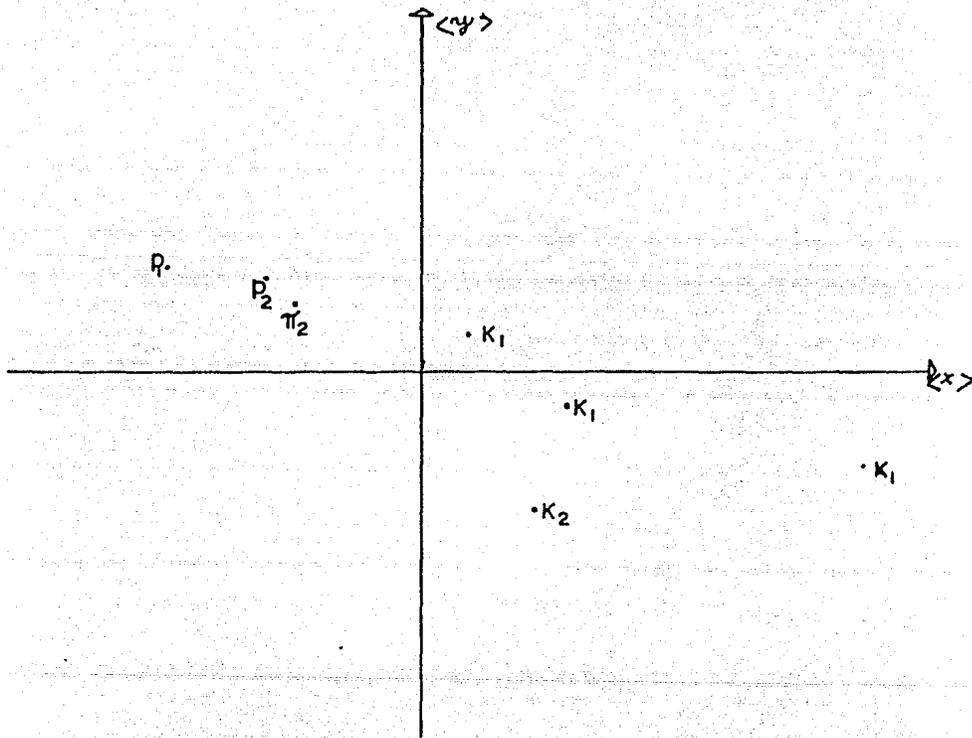
Para esta reacción la aceptación sube a 128 eventos favorables. Sus características se muestran en la tabla (2.3) y la figura (2.9) correspondientes.

$np \rightarrow$	p_2	K_2^-	π^+	p_1	K_1^-	K_1^+	K_1^-
$\langle x \rangle$	-2.5	1.8	-2.0	-4.1	7.0	2.3	.66
$\langle y \rangle$	1.6	-2.4	1.2	1.8	-1.6	-0.59	0.59
$\langle E \rangle_m$	1.1	0.75	0.41	1.4	0.97	0.99	0.85
$\langle E \rangle_{lab}$	4.3	3.2	2.2	4.4	3.8	3.7	3.2

TABLA(2.3).

En este caso no se puede decir que las partículas de una etapa estén mas centradas que las de la otra, pero sí se pueden notar las siguientes características: el pión está centrado debido a su poca masa y poca energía; uno de los kaones está muy centrado debido a su poca energía; y, para un kaón y

y el protón de la primera etapa, la energía es relativamente alta, la masa también es de las más altas y, por consiguiente, el 'boost' afecta poco sus momentos.



FIGURA(2.9). Correspondiente a Tabla 2.3.

En base a los resultados obtenidos se decide tomar el último caso por su aceptación de $A=12.8\%$ y por sus características más fáciles de identificar experimentalmente.

CAMINO MEDIO LIBRE

Para el cálculo anterior de la aceptación se ha supuesto que la Λ_c decae en el vértice de la producción, y que la dirección de su decaimiento está dada por su vector de momento. En esta sección haremos el cálculo de qué tan lejos del vértice de producción decae la Λ_c y cómo afectaría esto a la aceptación.

La ley de decaimiento para partículas a velocidades relativistas está dada por:

$$N = N_0 e^{-x/\gamma c \tau}$$

donde τ_0 es el tiempo propio de cada partícula.

El camino que recorre una cierta partícula antes de decaer es proporcional, por una cierta R , a el camino que recorrería la partícula hasta el infinito si no decayera:

$$\int_{x_0}^x e^{-x'/\gamma c \tau} dx' = R \int_{x_0}^{\infty} e^{-x'/\gamma c \tau} dx'$$

Integrando en ambos lados:

$$e^{-x/\gamma c \tau} - e^{-x_0/\gamma c \tau} = -R e^{-x_0/\gamma c \tau}$$

rearrreglando:

$$e^{-x/\gamma c \tau} = e^{-x_0/\gamma c \tau} (1 - R)$$

y obteniendo el logaritmo:

$$x = x_0 - (\gamma c \tau) \ln(1 - R) \quad (2.9)$$

La γ depende de la energía y de la masa de la partícula como $\gamma = E/m$. Valores de $c\tau$ se encuentran en tablas.

Valores para R se generan con el Monte Carlo, y así se obtiene una distribución de cuanto caminan 1000 partículas de este estilo antes de decaer. Fig(2.10).

Haciendo un cálculo rápido podemos estimar este camino utilizando el valor promedio obtenido en la simulación para la energía de la Λ_C^+ , $\langle E \rangle = 10\text{MeV}$.

$$\begin{aligned} \langle \gamma \rangle_{\Lambda_C^+} c\tau &= \langle E \rangle / m_{\Lambda} \cdot c\tau \\ &= 130\mu. \end{aligned}$$

Desde el punto de vista de la obtención de la aceptación, este valor ciertamente no afecta el resultado anterior, y se puede decir que la partícula decae inmediatamente después de que se genera. Pero visto dentro de la misma zona de la producción de las partículas, este camino recorrido debe de tomarse en cuenta para cualquier análisis que se desee hacer.

**DISCUSIÓN DE LA DINÁMICA
DE
PRODUCCIÓN**

**DISCUSIÓN DE LA DINÁMICA
DE
PRODUCCIÓN**

En la formulación de la Mecánica Cuántica existe un poderoso teorema, el teorema de Wigner-Eckart, que permite la separación entre la dinámica y la cinemática asociadas a un cierto proceso físico. La primera se encuentra representada por un elemento de matriz reducible y la segunda por los coeficientes de Clebsch-Gordan que dependen de la orientación de el operador con respecto a algun sistema de coordenadas. Un esquema de lo que implica este teorema es presentado en este capítulo.

Posteriormente, bajo el subtítulo de "Simetrías" esbozamos la historia del descubrimiento de nuevos números cuánticos, los grupos de simetría a que dieron lugar, y las proposiciones actuales para explicar los "rompimientos" de estas simetrías.

Culminamos este capítulo haciendo una estimación de la sección transversal de producción de partículas con las ahora conocidas propiedades de encanto y extrañeza. Debido a que hoy en día no se dispone de un esquema dinámico aceptable para dicha producción, se hacen ciertas suposiciones que requieren de la comprensión de todo lo hasta ese punto expuesto.

GRUPOS

REPRESENTACIONES DE GRUPOS: La representación de un cierto grupo F puede estar dada por un operador que sea un Tensor de rango r . Sobre una variedad (\vec{x}) de n dimensiones se puede definir un número infinito de grupos lineales; entonces habrá tantos tensores como rangos definibles, cada uno asociado a un grupo propio.

Las propiedades de transformación de las componentes de un tensor de rango r se dan como:

$$T'_{i_1 i_2 \dots i_r} = a_{i_1 k_1} a_{i_2 k_2} \dots a_{i_r k_r} T_{k_1 k_2 \dots k_r}$$

La notación que usaremos es $T_{i_1 i_2 \dots i_r}$ para un tensor de rango r .

En general, un tensor es reducible ya que puede haber combinaciones lineales de sus componentes que se transforman entre ellas. Entonces, el número de componentes independientes de cada subconjunto de combinaciones lineales, es más pequeño que el número total de componentes del tensor.

Una manera de reducir un tensor es por medio de la simetrización y la antisimetrización; por ejemplo, para un tensor de rango 2:

$$S_{ik} = (T_{ik} + T_{ki})$$

$$A_{ik} = (T_{ik} - T_{ki})$$

son las formas reducidas del tensor de rango 2.

Para varios grupos F el subconjunto de las componentes de los tensores simetrizado y antisimetrizado, son tensores irreducibles, pero para otros grupos el tensor respectivo todavía se puede reducir más por medio de la contracción de índices.

Supongamos un conjunto de f observables:

$$T_1, T_2, \dots, T_f$$

con una transformación de simetría g_α que pertenece al grupo de simetría G del sistema:

$$g_\alpha T_i = \sum c_{ki}(\alpha) T_k$$

Los c_{ki} son un conjunto de coeficientes que son los elementos de matriz de alguna representación del grupo de simetría G , o sea,

$$c_{ki}(\alpha) = D_{ki}(\alpha)$$

donde D es la matriz de alguna representación irreducible \mathcal{D} correspondiente al elemento del grupo g_α . Entonces, T_i forma un tensor irreducible observable con respecto al grupo G . (También se le llama operador tensorial irreducible).

$$g_\alpha T_i = \sum D_{ki}(\alpha) T_k$$

Las observables tensoriales se escogen como definidas con respecto al grupo lineal F de matrices D , las cuales representan al grupo de simetría G en su auto-representación \mathcal{D} .

Un ejemplo de esto es el grupo de simetría $SU(3)$. La auto-representación del grupo unitario en tres dimensiones es una representación que actúa sobre un espacio lineal con tres di-

mensiones, y los elementos del grupo son matrices de 3×3 , siendo cada una unitaria y con determinante igual a 1. Los vectores definidos con respecto a este grupo tienen tres componentes. En el caso del "Eightfold Way", que es una observable tensorial irreducible, tenemos un tensor de rango tres, pero debido a la antisimetría de un par de índices y a una -- contracción, sólo se tienen ocho componentes independientes.

TEOREMA DE WIGNER-ECKART

Para ilustrar este teorema tomemos dos operadores del momento angular J_1 y J_2 que conmutan entre sí. Los eigenestados ortonormales de J_1^2 y J_{1z} son $|j_1 m_1\rangle$, y J_2 no tiene efecto sobre ellos. Similarmente $|j_2 m_2\rangle$ son los eigenestados de J_2^2 y J_{2z} . Una segunda representación está dada por el momento angular total $J = J_1 + J_2$ y sus operadores J^2 y J_z que tienen eigenestados $|j m\rangle$.

Los kets de la primera representación se pueden denotar simplemente por $|m_1 m_2\rangle$ y, con la ayuda de la transformación unitaria $\langle m_1 m_2 | j m\rangle$ podemos escribir:

$$|j m\rangle = \sum |m_1 m_2\rangle \langle m_1 m_2 | j m \rangle$$

Por otra parte, el producto de dos operadores tensoriales se puede escribir como:

$$T = \sum T_1(j_1, m_1) T_2(j_2, m_2) \langle m_1 m_2 | j m\rangle$$

Combinando los dos resultados anteriores, los eigenestados del momento angular con el operador tensorial irredu-

cible es:

$$|jm\rangle = \sum T_1(j_1, m_1) |j_2 m_2\rangle \langle m_1 m_2 | jm \rangle$$

donde $\langle m_1 m_2 | jm \rangle$ es un coeficiente de Clebsch-Gordan.

Si invertimos la expansión en serie de $|jm\rangle$ usando las propiedades de ortonormalidad de los coeficientes de Clebsch-Gordan, tenemos:

$$\begin{aligned} T_1(j_1, m_1) |j_2 m_2\rangle &= \sum |jm\rangle \langle jm | m_1 m_2 \rangle = \\ &= \sum |jm\rangle \langle m_1 m_2 | jm \rangle \end{aligned}$$

Ahora multiplicamos esta ecuación por un bra $\langle j' m' |$ y, por uso de la relación de ortogonalidad:

$$\langle j' m' | jm \rangle = 0 \quad \text{si } j \neq j' \text{ y } m \neq m'$$

obtenemos:

$$\langle j' m' | T_1(j_1, m_1) |j_2 m_2\rangle = N(j', j_1, j_2, T_1) \langle m_1 m_2 | j' m' \rangle$$

donde N es un factor de normalización. Quitando las primas y escribiendo N explícitamente:

$$\langle jm | T_1(j_1, m_1) |j_2 m_2\rangle = (-1)^{j_1 - j_2 + j} (2j+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot \langle j || T_1(j_1) || j_2 \rangle \langle m_1 m_2 | jm \rangle \quad (3.1)$$

lo cual se conoce como el teorema de Wigner-Eckart. Este teorema indica que el elemento de matriz de un operador tensorial irreducible entre eigenestados de momento angular depende de los tres valores de m (m_1, m_2 y m) sólo a través de el coeficiente de Clebsch-Gordan $\langle m_1 m_2 | jm \rangle$. Los tres valores de m determinan la orientación del operador y de los dos estados respecto al sistema de coordenadas, y por lo tanto, deben de in-

fluenciar al valor del elemento de matriz sólo por un factor geométrico. Las propiedades dinámicas del elemento de matriz están contenidas en el factor $\langle j || T_1(j_1) || j_2 \rangle$ que se conoce como el "elemento de matriz reducido o doble-barra". Este depende de las magnitudes de los tres momentos angulares (j_1, j_2 y j) asociadas con el operador y los dos estados, de la forma del operador tensorial T_1 , y de los otros parámetros que se necesitan para especificar los dos estados.

El elemento de matriz reducido no se puede determinar por medio de propiedades de simetría y debe ser calculado dentro de un modelo ó medido experimentalmente. Sin embargo, se obtiene una simplificación considerable pues, en lugar de calcular un gran número de elementos de matriz separadamente para cada valor de m, m_1 y m_2 , es suficiente con hacerlo una vez para el caso más conveniente.

Este teorema se puede generalizar a cualquier grupo de simetría. El elemento de matriz reducido depende de los números cuánticos que caracterizan las representaciones tanto del tensor irreducible que causa la transición, como de los estados conectados por dicho operador. La relación entre estados pertenecientes a las representaciones involucradas en el elemento de matriz reducido, está dada en los coeficientes de Clebsh-Gordan, los cuales contienen las proyecciones de los números cuánticos.

Por medio de este teorema es que se ha podido separar la dinámica de la cinemática para un sistema.

SIMETRIAS

ISOSPIN

Heisenberg fué el primero en sugerir que el neutrón y el protón deberían ser tratados como dos diferentes estados de carga de una misma partícula: el nucleón. A la expresión de la simetría que perdura si las fuerzas nucleares son independientes del estado de carga de los nucleones se le llama isospin o I-spin (reemplazando el antiguo nombre de spin isotópico).

La descripción formal de los operadores y funciones de onda del isospin es idéntica a la descripción del spin ordinario y la del momento angular. En analogía con el vector de momento angular en el espacio real, el isospin se representa por un vector \vec{I} en el espacio de isospin. Al ser las componentes cartesianas del momento angular denotadas por J_x , J_y y J_z , las componentes del isospin se denotan como I_1 , I_2 e I_3 .

Como el nucleón tiene dos estados de carga, de la relación $2I+1=2$ se obtiene $I=\frac{1}{2}$, o sea, las componentes (asignadas arbitrariamente) $I_3=\frac{1}{2}$ para el proton e $I_3=-\frac{1}{2}$ para el neutrón.

La carga eléctrica está dada por:

$$Q = \frac{B}{2} + I_3 \quad (3.2)$$

donde B es el número bariónico. Desde el punto de vista de las interacciones fuertes todo se especifica por I y no hay

manera de distinguir entre los subestados del nucleón. Es sólo cuando introducimos las interacciones electromagnéticas que distinguimos entre el protón y el neutrón y, por consiguiente, también distinguimos los eigenvalores de I_3 . Como Q y B se conservan entonces, tanto para las interacciones fuertes como para las electromagnéticas, I_3 se conserva.

Se debe hacer énfasis en que la hipótesis de conservación del isospín es mucho más fuerte y más general que la afirmación de que las fuerzas nucleares son independientes de la carga. La segunda es una consecuencia de la primera pero válida sólo para partículas similares de isospín $\frac{1}{2}$.

Las funciones de onda del nucleón, como una matriz de dos componentes se expresan como:

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

y, las componentes cartesianas del operador de isospín 1 se representan por:

$$I_1 = \frac{1}{2}\tau_1 \quad I_2 = \frac{1}{2}\tau_2 \quad I_3 = \frac{1}{2}\tau_3$$

donde las τ_i 's son las matrices de spin de Pauli:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Si aplicamos el operador I_3 a las funciones de onda dadas en (3.3) obtenemos:

$$I_3 p = p \quad I_3 n = -n$$

Combinaciones de los operadores (34) nos dan los operadores de ascenso y de descenso:

$$\begin{aligned} \tau_+ &= \tau_1 + i\tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \tau_- &= \tau_1 - i\tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

que aplicados a las funciones de onda (33) dan:

$$\begin{aligned} \tau_+ \psi &= 0 & \tau_+ \eta &= p \\ \tau_- \psi &= n & \tau_- \eta &= 0 \end{aligned}$$

Las reglas de conmutación son:

$$[I_i, I_j] = I_i I_j - I_j I_i = 2i\epsilon_{ijk} I_k \quad \text{con } i, j, k = 1, 2, 3$$

donde ϵ_{ijk} es el tensor de Levi-Cevita,

$$\{I_i, I_j\} = I_i I_j + I_j I_i = 2\delta_{ij}$$

cuya combinación nos da el álgebra de cuaterniones

$$I_i I_j = \delta_{ij} + i\epsilon_{ijk} I_k$$

El operador de Casimir se define como:

$$I^2 = I_x^2 + I_y^2 + I_z^2 = I_+ I_- + I_- I_+ + I_3^2 \quad (3.5)$$

y cumple con la relación de conmutación:

$$[I^2, I_i] = 0 \quad \text{para toda } i$$

$$[I^2, I_\pm] = 0$$

$$[I_3, I_\pm] = \pm I_\pm$$

Los eigenvalores del operador I_3 son $(2I+1)$, y los del operador I^2 son $I(I+1)$.

EXTRAÑEZA

La extrañeza es un número cuántico que se introdujo cuando se observó experimentalmente a la Λ . Esta nueva partícula decaía en un protón ($B=1$) y en un pión ($B=0$), entonces por conservación del número bariónico debía tener $B=1$. Como es eléctricamente neutra ($Q=0$) y como no tiene contraparte cargada ($I_{\Lambda} = 0$) entonces la relación (3.2) ya no es válida.

Gell-Mann y Nishijima propusieron que se corrigiera la relación (3.2) para estas partículas 'extrañas' de la manera:

$$Q = \frac{B+S}{2} + I_3 \quad (3.6)$$

con S la extrañeza.

La extrañeza es un número cuántico al que las interacciones fuertes respetan pero las débiles no. Entonces en la reacción $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ (interacción débil) no se conservan ni I , ni I_3 , ni S ; pero en la interacción fuerte $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$ estos números cuánticos se deben conservar. Es de esta manera que se dedujo que los nucleones y los piones deben tener $S=0$, el hyperón Λ $S=-1$, el doblete K^0, K^+ una $S=1$, y el doblete $K^- \bar{K}^0$ una $S=-1$.

SIMETRÍAS UNITARIAS

Hasta ahora hemos clasificado a las partículas que interactúan fuertemente de una manera empírica asignándoles números cuánticos como espín, paridad, isospín, extrañeza y número bariónico. Para hacer estas asignaciones los principios de simetría han tomado un papel muy importante. No es de sorprender que durante los últimos años se hayan hecho numerosos intentos para encontrar las nuevas simetrías que describen a las nuevas partículas descubiertas y sus números cuánticos.

Para el grupo de simetría SU(2), que sale del tratamiento del isospín, su representación se da por medio de matrices de 2X2. Dentro de este grupo, si se combinan los estados de protón y neutrón por parejas, se encuentran cuatro combinaciones que se pueden reducir a un triplete de isospín I=1 y a un singulete de I=0. Simbólicamente estas combinaciones se pueden representar como:

$$2 \otimes 2 = 1 \oplus 3$$

Pero el defecto de este modelo fué el de no introducir la extrañeza de las partículas, entonces, el mínimo de partículas elementales a partir de las cuales se pudieran construir todas las demás debían cumplir los siguientes atributos:

- a) Espín: todos los valores posibles de espín se deben de obtener de combinaciones de partículas de espín $\frac{1}{2}$;
- b) Isospín: partiendo de partículas de isospín $\frac{1}{2}$ se deben de poder construir todos los estados de isospín;

- c) Número bariónico: comenzando con un barión ($B=1$), que también incluye su antibarión ($B=-1$), debemos obtener todos los valores posibles de B ;
- d) Extrañeza: para considerar las partículas extrañas, al menos uno de los constituyentes fundamentales debe tener el valor $S=\pm 1$.

EL MODELO DE SAKATA: Sakata propuso el agregar al par (N,P) el singulete de isospín Λ , obteniendo así un triplete nucleónico consistente de p , n , Λ y sus antipartículas \bar{p} , \bar{n} y $\bar{\Lambda}$.

Con las propiedades de estas partículas se obtiene la tabla:

	p	n	Λ
I	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
I_3	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
S	0	0	-1
Q	1	0	0

Si se combinan p , n , Λ y \bar{p} , \bar{n} , $\bar{\Lambda}$ en pares barión-antibarión se obtienen nueve posibles estados con $B=0$. Definimos una nueva cantidad llamada la Hipercarga como $Y=B+S$, de tal manera que (3.6) queda:

$$Q = \frac{Y}{2} + I_3 \quad (3.7)$$

Para las combinaciones barión-antibarión Y y S son iguales. Entonces podemos hacer una gráfica Y (en el eje y) contra I_3 (en el eje x) y colocar cada una de las combinaciones, obteniendo la figura (3.1). Por convención, la combinación de nu-

cleones que da estados de $Y=0$, $I_3=0$ son, con la normalización correcta:

$$\pi^0 = (\bar{n}n - \bar{p}p) / \sqrt{2}$$

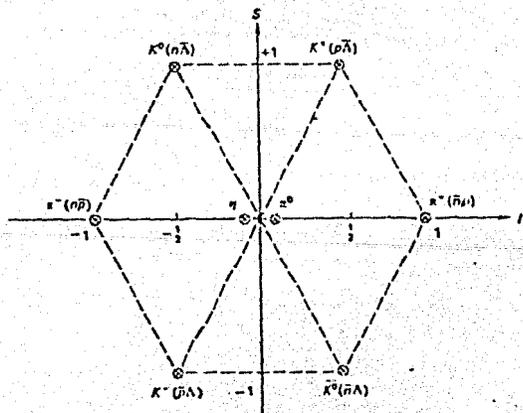
$$\eta = (\bar{n}n + \bar{p}p - 2\bar{\Lambda}\Lambda) / \sqrt{6}$$

$$\eta' = (\bar{n}n + \bar{p}p + \bar{\Lambda}\Lambda) / \sqrt{3}$$

donde η' es un singlete de SU(3) que no se puede transformar en los otros ocho estados de SU(3). Este hecho se escribe como:

$$\underline{3} \otimes \underline{\bar{3}} = \underline{8} \oplus \underline{1}$$

Lo que se ha dibujado es el llamado octete de mesones pseudoescalares con $J^P = 0^-$, mas un singlete pseudoescalar que es el mesón η' .



FIGURA(3.1).

Sus masas se observa son: para π^+ , π^- , π^0 masa ~ 140 MeV; para K^+ , K^- , K^0 , \bar{K}^0 , masa ~ 490 MeV; para η masa ~ 540 MeV; y para η' una masa ~ 960 MeV.

EL MODELO DE QUARKS: Si intentamos aplicar el modelo de Sakata a bariones encontramos dificultades. Combinaciones tales como $p\bar{n}\Lambda$ dan $B=3$, un estado que no se observa. Esto nos haría restringirnos a combinaciones como $p\bar{n}\bar{\Lambda}$, con $B=1$, pero tendríamos que incluir la combinación $p\bar{n}\bar{\Lambda}$, con $S=+1$, estado que tampoco se observa en la naturaleza. La alternativa es suponer que el triplete básico está constituido por partículas del tipo de p, n, Λ pero con número bariónico fraccional. Gell-Mann y Zweig propusieron el nombre de 'quark', con $B=1/3$, y mostraron que el octete se podía pensar en términos de combinaciones de el triplete básico de quarks. A estos quarks los denotaremos como: quark tipo-P es el 'u', quark tipo-N es el 'd', quark tipo- Λ es el 's'. Sus propiedades se dan en la siguiente tabla:

	u	d	s
I	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
I_3	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
S	0	0	-1
B	$1/3$	$1/3$	$1/3$
Q	$2/3$	$-1/3$	$-1/3$

Los antiquarks \bar{u} , \bar{d} , \bar{s} tienen valores opuestos de I_3 , B, S y por consiguiente también tienen cargas opuestas.

Si en la figura(3.1) reemplazamos $p\bar{n}$ por $u\bar{d}$, y así sucesivamente encontramos que no hay cambios. Ahora vamos a considerar las combinaciones de tres quarks. Si primero tomamos

las combinaciones de dos quarks obtenemos nueve pares que se agrupan en un sextete cuyos miembros son simétricos bajo intercambio de quarks, y un triplete que es antisimétrico. Simbólicamente esto se escribe:

$$\begin{array}{c} \underline{3} \otimes \underline{3} = \underline{6} \oplus \underline{3} \\ \uparrow \quad \uparrow \\ s \quad a \end{array}$$

donde la s=simetría y la a=antisimetría. No existen candidatos para estas representaciones, y de hecho no se esperan por ser B=2/3. Si ahora tomamos el tercer quark y lo combinamos con estos pares obtenemos 27 distintas combinaciones que se subdividen en los cuatro grupos siguientes:

Numero de estados	Simetría del primer par bajo intercambio de quarks	Simetría del tercer quark relativa al par
10	s	s
8	s	a
8	a	s
1	a	a

El punto principal es que las 27 combinaciones de tres quarks se subdividen en un decuplete que es totalmente s, un singlete que es totalmente a, y dos octetes con simetría mixta. Simbólicamente esto se escribe:

$$\underline{3} \otimes \underline{3} \otimes \underline{3} = \underline{10} \oplus \underline{8} \oplus \underline{8} \oplus \underline{1}$$

Se dice que el decuplete, los octetes y el singlete son representaciones irreducibles de SU(3). No pueden ser transformados unos a otros por medio de rotaciones en el espacio de spín unitario. Es claro que la simetría de intercambio

de quarks determina la representación SU(3); tal como la simetría de intercambio nucleón-nucleón determinaba la representación SU(2). Pero ahora en lugar de simetría bajo rotaciones de isospín (transformando los subestados de I_3 entre ellos) tenemos un grado mayor de simetría: intercambio de los quarks de distintos I_3 y S.

El decuplete bariónico se muestra en la figura (3.2), con I_3 en el eje-x y la hipercarga Y en el eje-y, y con un espín y paridad $J^P=3/2^+$. El octete bariónico se muestra en la figura (3.3) con $J^P=1/2^+$.

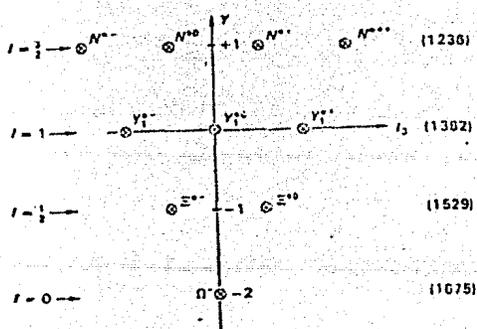


FIGURA (3.2).
Decuplete Bariónico.

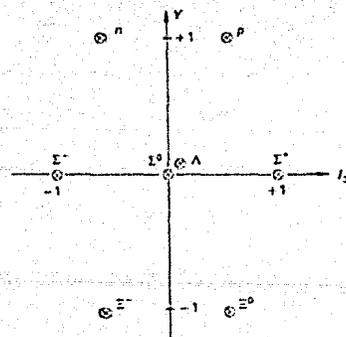


FIGURA (3.3).
Octete Bariónico.

Nótese que se asigna un valor de J^P a cada multiplete en particular: no hemos considerado un quark de espín, pero en toda la discusión sobre simetría de intercambio dada no se interfiere con el espín, entonces todos los miembros de un multiplete deben tener la misma J^P .

REPRESENTACION DE SU(3): En el caso de la simetría SU(2), todo se podía representar en términos de las matrices de Pauli, a las que se les llamaba 'generadores'; en el caso de SU(3) también debemos buscar este conjunto de generadores. Serán ocho matrices porque uno puede escribir ocho matrices independientes de 3X3. De forma natural, tres de ellas serán las matrices de isospín de SU(2) con una columna y un renglón de ceros extra.

De hecho, por ser mas conveniente, se trabaja con los operadores de ascenso y de descenso de tal manera que obtenemos:

$$I_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad I_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad I_3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Una opción conveniente para el resto de los generadores es la siguiente:

$$U_+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad U_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad U_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$V_+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad V_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad V_3 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Estas matrices no son independientes puesto que

$$I_3 + U_3 + V_3 = 0$$

Las relaciones de conmutación entre estos generadores

son:

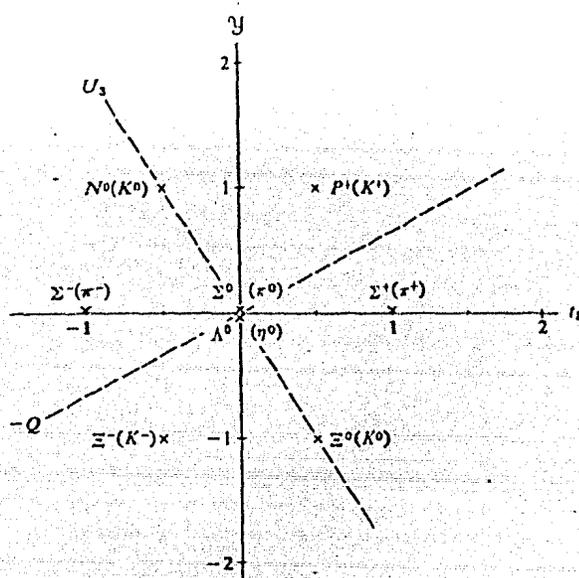
$$\begin{aligned} [I_3, I_\pm] &= \pm I_\pm & [I_3, U_\pm] &= \mp \frac{1}{2} U_\pm & [I_3, V_\pm] &= \mp \frac{1}{2} V_\pm \\ [U_3, I_\pm] &= \mp \frac{1}{2} I_\pm & [U_3, U_\pm] &= \pm U_\pm & [U_3, V_\pm] &= \mp \frac{1}{2} V_\pm \\ [V_3, I_\pm] &= \mp \frac{1}{2} I_\pm & [V_3, U_\pm] &= \mp \frac{1}{2} U_\pm & [V_3, V_\pm] &= \pm V_\pm \end{aligned}$$

y las matrices diagonales I_3 , U_3 y V_3 conmutan entre sí. A estas relaciones se les conoce como la forma estandar del algebra de Lee.

Gell-Mann toma las siguientes combinaciones lineales de los generadores para formar la base cartesiana:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= I_1 = I_+ + I_- & \lambda_2 &= I_2 = iI_- - iI_+ \\ \lambda_3 &= 2I_3 & \lambda_4 &= V_+ + V_- \\ \lambda_5 &= iV_+ - iV_- & \lambda_6 &= U_+ + U_- \\ \lambda_7 &= iU_- - iU_+ & \lambda_8 &= \frac{2}{\sqrt{3}} (U_3 - V_3) \end{aligned}$$

Como ya hemos dicho antes el multiplete bariónico básico consiste de los ocho miembros: el nucleón y el doblete isotópico Ξ (con $Y=1$ y a -1 respectivamente), el triplete isotópico Σ y el singulete Λ (ambos con $Y=0$). Para los mesones pseudoescalares el octete corresponde exactamente al de los bariones pero con los miembros K , \bar{K} , π , η . Ambos octetes se muestran juntos en la figura (5.4), con los ejes en la forma usual Y contra I_3 . La carga para cada miembro está dada por la relación (5.7), lo que significa que puntos de misma carga caén en líneas paralelas en el plano I_3 - Y . La característica principal de la simetría $SU(3)$ es la invariancia de tales diagramas con respecto a las rotaciones de los ejes por 120° . En particular, el eje que se obtiene de rotar a Y 120° es el correspondiente a la carga $(-Q)$. De aquí se ve que el diagrama es invariante con respecto



FIGURA(3.4). Octete Básico de SU(3).

a reflexiones sobre este eje, ya que la posición reflejada corresponde a otro miembro del octete cuya carga es la misma que la del original. También se ve que el número de partículas que toman cada valor de la componente 3 del spin U es igual al número de partículas del multiplete de isospín en la representación original $Y-I_3$. Si ahora hacemos lo mismo para el decuplete observamos que el mismo tipo de multipletes aparecen en el diagrama $-Q-U_3$, donde los multipletes se caracterizan por el mismo valor de la carga en lugar de la hipercarga. (fig.3.5)

En términos de los valores de U_3 la relación que obedecen los miembros del multiplete de spin-U es

$$Y = U_3 + \frac{Q}{2}$$

Todavía podemos realizar una segunda rotación de 120° para los ejes $-Q$ y U_3 , obteniendo en el eje-y la combinación $(Q-Y)$ y en el eje-x la componente V_3 de el spin-V. La relación que se obedece es:

$$-Y = V_3 + \frac{(Q-Y)}{2}$$

obteniendo la figura(36).

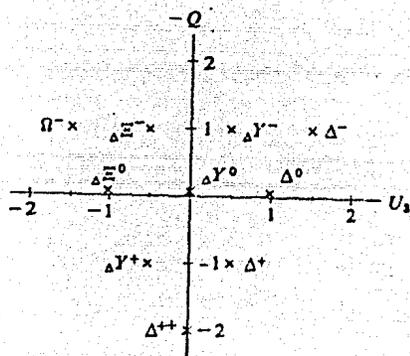


FIGURA (3.5).

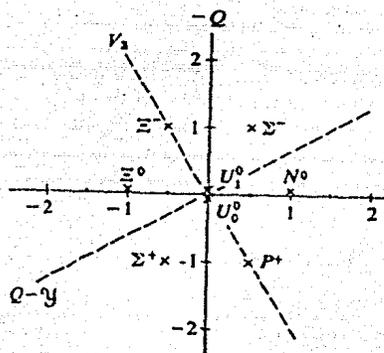


FIGURA (3.6).

ROMPIMIENTO DE SIMETRIAS

ROMPIMIENTO DE LA SIMETRIA $SU(3)$: En las representaciones de octete y decuplete anteriores se puede observar que a lo largo del eje- I_3 los estados de isospín están divididos en componentes de masas levemente diferentes, por ejemplo para Σ^+ , Σ^0 , Σ^- . De la misma manera a lo largo del eje- U_3 la diferencia de masas de n , Λ , Σ^0 , Ξ^0 se puede considerar como debida a diferentes cargas- U . Para el decuplete, a lo largo de la línea $Q=-1$ los miembros del cuarteto $U=3/2$ tienen las masas lis-

tadas en la tabla(31).

Estado de U_3	$N^{*-}(1236)$	$Y_1^{*-}(1382)$	$\Xi^{*-}(1529)$	$\Omega^{*-}(1675)$
Diferencia de masas. (MeV)		146	147	146

TABLA(3.1). Diferencia de Masas en el decuplete $J^P=3/2^+$

Al no ser iguales las masas de los multipletes entonces se pensó en un centroide de masa que es dividido debido a las distintas interacciones que sufren las partículas. Podemos definir un operador de masa como:

$$O_M = H_{VSI} + H_{MSI}$$

cuyo eigenvalor para cada estado ψ_i es la masa M_i . El término del Hamiltoniano VSI se deriva de la invariancia de la interacción fuerte entre hadrones con respecto a las rotaciones; este término debe de ser un escalar en el espacio I, el espacio U, y el espacio V. A esta se le llama la "interacción muy fuerte" (Very Strong Interaction).

Si no existieran otras interacciones los miembros de algún multiplete de SU(3) tendrían la misma masa. Este separamiento de masas dentro del mismo multiplete (que en algunos casos es comparable a sus masas) debe ser resultado de un Hamiltoniano que es una "interacción fuerte moderada" (Moderately Strong Interaction). Sin embargo, como el isospín se conserva en la MSI, el término de esta interacción se debe de seguir comportando como un escalar en el espacio I; el rompimiento de la simetría debe de surgir de la no conservación del spin-U, del

spín-V, o de ambos.

Por otra parte, el término en el Hamiltoniano correspondiente a la interacción electromagnética (EMI) es independiente de la carga, o sea, no conserva el spín-I, pero sí conserva el spín-U puesto que todos los miembros de un multiplete de un spín-U tienen la misma carga.

Las interacciones débiles (WI) violan las conservaciones tanto del spín-I como del spín-U.

ENCANTO Y SU(4): El avance tecnológico de los aceleradores ha permitido realizar reacciones a energías cada vez mayores. Debido a esto en 1974 se descubrió, independientemente por dos autores, otro mesón, denominado J por Chao Chung Ting y ψ por Richter, con una masa de 3105 MeV. Esta partícula presenta una nueva propiedad a la que se le denomina "charm" (Encanto); un nuevo número cuántico que también debe ser conservado y que propone la introducción de un quark más: el tipo 'c'.

Al aumentar la lista de quarks es claro que la representación fundamental del grupo de simetrías debe tener un grado más de libertad. A esta nueva representación se le llama SU(4), y está formada por matrices de 4X4.

En el modelo de SU(3) se forman multipletes con extrañeza diferente a lo largo del eje-Y que, como ya dijimos, experimentalmente se encuentran separados en masa, lo cual se explica por medio de la interacción fuerte moderada de extra-

ñeza (MSI_S). De esta forma la representación $SU(3)$ se puede expresar como producida por la representación $SU(2)$ de isospín y una representación $U_S(1)$ de extrañeza. Simbólicamente:

$$S_S U(3) \supset SU(2) \otimes U_S(1).$$

De la misma manera podemos proponer un $SU(3)$ formado por la simetría de isospín $SU(2)$ y por un grupo $U_C(1)$ de encanto. Simbólicamente:

$$S_C U(3) \supset SU(2) \otimes U_C(1)$$

Al igual que en el caso de los multipletes de extrañeza, se encuentra que la interacción fuerte moderada separa multipletes de encanto diferente (MSI_C).

La simetría $SU(4)$, que usualmente se representa como

$$SU(4) \supset SU(3) \otimes U_C(1)$$

la reescribimos ahora como:

$$SU(4) \supset SU(2) \times U_S(1) \otimes U_C(1).$$

Una simetría perfectamente conservada significaría - que todos los eigenestados se encuentran degenerados, y que - las funciones de onda están dadas por las eigenfunciones de - los operadores del grupo. Dada la evidencia experimental sobre el espectro que se observa para los bariones a bajas energías, se acepta que las simetrías unitarias están rotas debido a la degeneración de estados, pero se sostiene que las funciones de onda están dadas por las eigenfunciones de los ope-

radores. El estudiar la reacción $np + \Lambda_C^+ \rightarrow p K^-$ implicaría la posible falla de este último punto, o sea, que la simetría está completamente rota. Si este es el caso, insistir en grupos de simetrías ya no sería justificado: se debería de buscar nuevos esquemas que describan las propiedades estáticas de los bariones y mesones.

ESTIMACION DE LA SECCION TRANSVERSAL

Aunque mucho se ha avanzado en el campo, hasta ahora no ha sido posible determinar experimentalmente la sección transversal de producción de partículas con extrañeza y con encanto para las colisiones entre dos hadrones. Esta falta de medidas se debe a que, tanto el encanto como la extrañeza, tienen características específicas demasiado complicadas y escasas para las técnicas de medición tradicionales. De cualquier forma, actualmente se estima que las secciones transversales de producción de encanto* son del orden de 10^{-3} de la sección transversal total.

DISOCIACION DIFRACTIVA. Una reacción de disociación difractiva simple se representa como:



donde una colisión entre los dos hadrones h_1 y h_2 da una pequeña transferencia de cuadri-momento al hadrón h_1 pero el hadrón h_2 se rompe en un sistema X con masa M_X .

El estudio de reacciones de disociación difractiva simple ofrece las siguientes ventajas:

- a) Se puede estudiar un rango muy amplio de estados hadrónicos en las reacciones mas simple posibles,
- b) Se puede tener un mejor aislamiento de otros procesos, y
- c) Las restricciones de medición pueden ser altas.

* Ver Referencia No.9.

Se estima que aproximadamente el 20% de la producción total de partículas con extrañeza y con encanto ocurre como una disociación simple. Como tales reacciones nunca han sido sistemáticamente medidas este porcentaje podría ser aún menor. Sin embargo, como las estimaciones globales son altas y el ruido de fondo es cada vez menor, la producción de encanto y extrañeza se puede estudiar por debajo de estas estimaciones. Por ejemplo, para la producción de partículas extrañas se supuso una disociación simple de 800 μb pero experimentalmente para las reacciones medidas se encontró que esto baja un orden de magnitud, o sea, a 8-10 μb . Para la producción de encanto, aunque se han realizado todavía menos mediciones, Fermilab reporta una sección transversal de 6-10 μb .

CALCULO DE $\sigma_{p\Lambda_c^+K}$: Se pretende obtener la sección transversal para el proceso $np \rightarrow \Lambda_c^+ p K^-$ a partir de las suposiciones anteriores y de datos conocidos.

Para los dos hadrones, en el sistema de referencia del hadrón-blanco, se tiene que:

$$|P_1 = (E, \vec{P}) \quad \text{para el } h_2 \text{ con masa } m_2$$

$$|P_2 = (m_1, 0) \quad \text{para el } h_1 \text{ con masa } m_1$$

y, por consiguiente:

$$\begin{aligned} s &= (|P_1 + |P_2)^2 \\ &= m_1^2 + m_2^2 + 2Em_2 \end{aligned} \quad (3.8)$$

*Ver Referencia No.9.

En las gráficas de secciones transversales contra s , la energía en el centro de masa al cuadrado, sólo se encuentran los casos para dos protones y un protón con un deuterón. Entonces hacemos la siguiente suposición: como la energía a la que trabajamos es muy alta, el neutrón yendo hacia el deuterón "ve" dos protones separados, y entonces podemos hacer la separación:

$$\sigma_{np}^T = \sigma_{dp}^T - \sigma_{pp}^T \quad (3.9)$$

Haciendo el cálculo correspondiente para s en la ecuación (3.8), encontramos que:

$$s_{pd} = 112.1 \quad \text{y} \quad s_{pp} = 54.3$$

Esto en las figuras (3.7) nos dá:

$$\sigma_{dp}^T = 75 \text{ mb} \quad \text{y} \quad \sigma_{pp}^T = 40 \text{ mb}$$

Que en (3.9) indica:

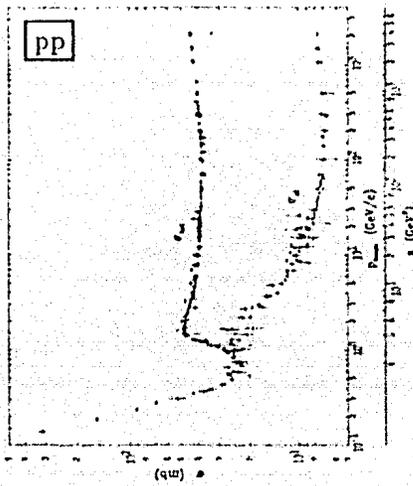
$$\sigma_{np}^T = 35 \text{ mb}$$

Entonces, haciendo el cálculo final con los factores de producción de encanto de 10^{-3} y de disociación simple del 20%, se obtiene una sección transversal para el evento de interés de:

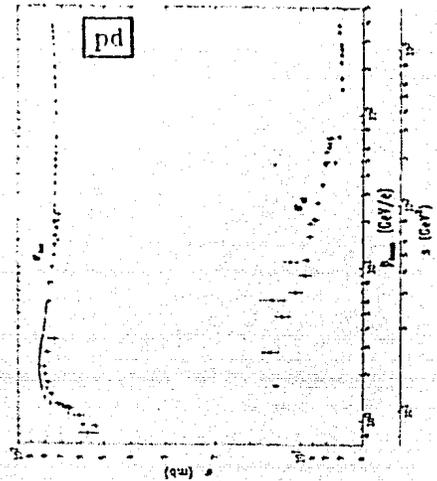
$$\sigma_{\Lambda_c^+ p K^-} = 7.0 \text{ } \mu\text{b.}$$

Para producir encanto asociado con extrañeza estimamos un orden de magnitud menor que el anterior, por lo tanto:

$$\sigma_{\Lambda_c^+ p K^-} = 1 \mu\text{b.}$$



pp total and elastic cross sections vs. laboratory beam momentum, P_{lab} and center-of-mass energy squared, s . Figure courtesy E. Fialin, V. G. Khachatryan, and D. S. G. Morris, LLNL.



pd total and elastic cross sections vs. laboratory beam momentum, P_{lab} and center-of-mass energy squared, s . Figure courtesy V. Fialin, V. G. Khachatryan, and D. S. G. Morris, LLNL.

FIGURA(3.7). Secciones Transversales Totales y Elásticas contra la invariante relativista s .

En la formulación de la Mecánica Cuántica existe un poderoso teorema, el teorema de Wigner-Eckart, que permite la separación entre la dinámica y la cinemática asociadas a un cierto proceso físico. La primera se encuentra representada por un elemento de matriz reducible y la segunda por los coeficientes de Clebsch-Gordan que dependen de la orientación de el operador con respecto a algun sistema de coordenadas. Un esquema de lo que implica este teorema es presentado en este capítulo.

Posteriormente, bajo el subtítulo de "Simetrías" esbosamos la historia del descubrimiento de nuevos números cuánticos, los grupos de simetría a que dieron lugar, y las proposiciones actuales para explicar los "rompimientos" de estas simetrías.

Culminamos este capítulo haciendo una estimación de la sección transversal de producción de partículas con las ahora conocidas propiedades de encanto y extrañeza. Debido a que hoy en día no se dispone de un esquema dinámico aceptable para dicha producción, se hacen ciertas suposiciones que requieren de la comprensión de todo lo hasta ese punto expuesto.

Capítulo 4

RESULTADOS

En este capítulo se presenta la recopilación y el análisis en conjunto de los resultados obtenidos en los capítulos anteriores, tomando los mejores casos. Los límites y las características de la búsqueda de este tipo de eventos, durante la realización del experimento E766 en Brookhaven, estarán dados, en una muy buena aproximación, tanto por las cantidades como por los análisis que aquí se presentan. Las cantidades consisten en el número de eventos que será posible observar para un total de 100 horas, y el análisis se basa en las consideraciones de espacio fase y de elemento de matriz para la partícula A_c^+ .

Por último, con miras a mejorar el número de eventos observables, y tomando en cuenta la proximidad del experimento denominado E690 en Fermilab, se presenta un breve análisis cinemático de las reacciones posibles y de las propiedades dinámicas que las acompañan.

NUMERO DE EVENTOS POR EL TOTAL DE HORAS

Una vez que tenemos el cálculo para la luminosidad, la estimación de la sección σ , y el cálculo para las aceptancias de las distintas reacciones, podemos obtener el número de eventos que se estima sea medible dadas las condiciones del sistema.

Recordemos esta definición:

$$\text{no. de eventos observables} = \sigma \cdot L \cdot A,$$

y cada una de las cantidades obtenidas:

1) La luminosidad

$$L = 1.289 \times 10^{30} \text{ part/cm}^2 \text{ por pulso};$$

2) La aceptancia, para el caso que incluye a los kaones

$$A = .128;$$

3) La sección transversal para la producción de encanto y extrañeza

$$\sigma = 1 \text{ } \mu\text{b}.$$

Si convertimos al mismo sistema de unidades, tenemos que

$$1 \text{ } \mu\text{b} = 10^{-30} \text{ cm}^2.$$

Entonces, el número de eventos observados por pulso que emite el acelerador será:

$$n = .165 \text{ part/pulso}$$

El pulso que emite un acelerador dura del orden de un segundo por cada dos que no emite; de tal manera que en cada hora se calculan del orden de 1000 pulsos. Para un total de 100 horas se tiene que:

$$\begin{array}{l} \text{no. de eventos} \\ \text{observables} \end{array} = 16\,500,$$

para el experimento E766 en Brookhaven.

ELEMENTOS PARA ANALISIS DE DATOS

Para obtener una descripción completa de un proceso físico, es necesario considerar tanto el aspecto cinemático como el dinámico. En la física de partículas elementales la descripción cinemática está dada por el espacio fase y la dinámica está dada por el elemento de matriz del decaimiento. El aspecto cinemático tiende a dominar el comportamiento del sistema entre más grande sea el número de partículas con energías altas que participan en el proceso: En estos casos la dinámica entra sólo como un promedio constante. El aspecto dinámico se torna importante cuando el gran número de grados de libertad se ve reducido.

Se tiene muy poco conocimiento sobre el elemento de matriz para interacciones fuertes y un estado de pocas partículas. Por esto, en el análisis siguiente consideramos al elemento de matriz como una constante en una primera aproximación.

ESPACIO FASE Y ELEMENTO DE MATRIZ

Para un decaimiento de una partícula de masa M a otras tres de masas m_i , siendo \vec{P} el momento de la primera y \vec{P}_i los momentos de las segundas, recordamos las cantidades invariantes relativistas definidas en (2.1) como:

$$s_i = (\vec{P} - \vec{P}_i)^2 \quad \text{para } i=1,2,3$$

Como ya se había mencionado:

$$s_1 + s_2 + s_3 = M^2 + \sum m_i^2$$

En el sistema de referencia de la partícula M en reposo tenemos que, por conservación del momento y de la energía:

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 = 0,$$

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = M$$

donde ω_i y k_i son las energías y los momentos de las partículas producto en dicho sistema.

Las energías cinéticas son, por consiguiente:

$$T_i = \omega_i - m_i,$$

y el valor de Q en el centro de masa es:

$$\begin{aligned} Q &= T_1 + T_2 + T_3 \\ &= M - (m_1 + m_2 + m_3). \end{aligned}$$

El elemento de matriz reducido T para el decaimiento está dado por*

$$\tilde{T}_{fi} = -\langle k_1 k_2 k_3 | H_\omega | P \rangle$$

donde H_ω es un operador del decaimiento que transforma el estado inicial P al estado final $k_1 k_2 k_3$.

Este elemento de matriz se puede escribir como* :

$$\tilde{T}_{fi} = (2\pi)^{-6} \frac{-i}{(16p_0 k_{10} k_{20} k_{30})^{\frac{1}{2}}} \cdot A(s_1, s_2, s_3) \quad (4.1)$$

donde A es una función de las variables invariantes s_1 , s_2 y s_3 .

*Ver Referencia No.10.

La razón de decaimiento, o sección transversal diferencial, está dada por*

$$\Gamma = (2\pi)^{-5} (2M)^{-1} \int d^3k_1 d^3k_2 d^3k_3 \delta^3(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3) \cdot \delta(M - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \left| \frac{A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)}{(8\omega_1 \omega_2 \omega_3)^{1/2}} \right|^2 \quad (4.2)$$

Después de algunas operaciones * esto se puede escribir como:

$$\Gamma = \frac{1}{2^6 \pi^3 M} \int d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 \delta(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - M) \cdot |A|^2$$

El término $1/2^6 \pi^3 M \int d\omega_1 d\omega_2$ corresponde al espacio fase para un decaimiento a tres partículas y es uniforme para las variables .

Ahora hacemos la suposición de que $|A|^2$ es una constante y nos queda:

$$\Gamma = (2^6 \pi^3 M)^{-1} |A|^2 \int d\omega_1 d\omega_2 \quad (4.5)$$

En palabras esto quiere decir que si se grafican los decaimientos en el plano (ω_1, ω_2) la densidad de puntos es proporcional a $|A|^2$.

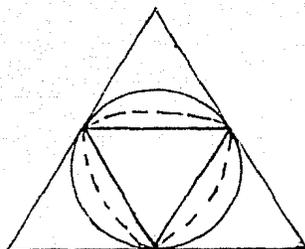
DIAGRAMAS DE DALITZ

Se conoce como diagrama de Dalitz a la región física de $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3$ en el plano $s_1 s_2$. Más generalmente, se puede definir un diagrama de Dalitz en términos de cualesquiera variables relacionadas a s_1 y s_2 , siempre que la transfor-

*Ver referencia No.10.

mación lineal tenga un Jacobiano constante*. Ejemplos de éstas son: cualquier pareja de s_i, s_j con $i, j = 1, 2, 3$; cualquier pareja ω_i, ω_j (energías en el centro de masa); cualquier pareja de energías cinéticas T_i, T_j .

En términos de las variables anteriores se escojen los dos ejes x y y y perpendiculares entre sí y se grafican en ese plano para formar el Diagrama de Dalitz. Por ejemplo, para el caso en que se tiene una partícula decayendo a otras tres de masas iguales ($k \rightarrow 3\pi$ ó $\omega \rightarrow 3\pi$), se obtiene un triángulo como el que se muestra en la fig(4.1).



FIGURA(4.1). Diagrama de Dalitz para un decaimiento a tres partículas iguales.

Los puntos permitidos dentro del triángulo están dados por la ecuación que se obtiene de la conservación del momento en el centro de masa:

$$k_3^2 = k_1^2 + k_2^2 + 2k_1k_2\cos\alpha$$

donde α es el ángulo entre los momentos k_1 y k_2 .

*Ver Referencia No.1.

Los límites de la región física son para

$$\cos \alpha = \pm 1$$

La figura inscrita en el triángulo resulta según las condiciones que se obtengan: para el caso no relativista, $T_i = k_i^2 / 2m$, se obtienen círculos; para el caso ultrarelativista, $T_i = \omega_i = k_i$, se obtiene el triángulo; y el caso general tiene sus límites entre los límites de los dos casos anteriores.

En el caso de un decaimiento más general podemos escoger los ejes x y y como:

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{3} \frac{T_2 - T_1}{Q} \\ y &= \frac{3T_3 - Q}{Q} \end{aligned} \quad (4.4)$$

De esta manera:*

$$d\omega_1 d\omega_2 = dT_1 dT_2 = |J| dx dy$$

donde el Jacobiano $|J|$ está dado por:

$$|J| = Q^2 / 6\sqrt{3}$$

Entonces, en la ecuación (4.3), tenemos:

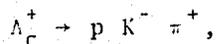
$$\Gamma = (2^6 \pi^3 M)^{-1} Q / 6\sqrt{3} \int d\omega_1 d\omega_2$$

donde la región permitida de integración es $1 \geq x^2 + y^2 \geq 0$. El centro de esta región está dado para

$$T_1 = T_2 \quad \text{y} \quad T_3 = Q/3.$$

*Ver Referencia No.10.

En el Monte Carlo se generaron 10^4 eventos para

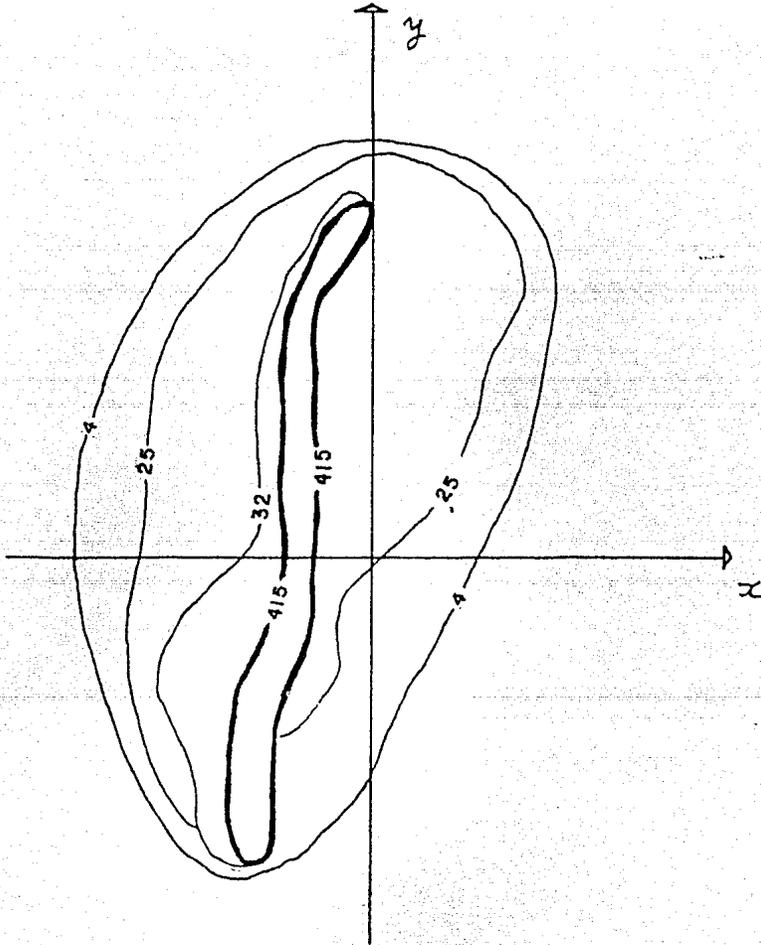


de los que se obtiene un diagrama de Dalitz para el espacio fase del decaimiento con los ejes propuestos en (4.4). Si escojemos al protón como la partícula no. 1, al kaón como la 2 y al pión como la 3, obtenemos la Fig(4.2); un intercambio entre el protón y el kaón nos da la figura "espejo" de ésta respecto al eje y; pero si intercambiamos al pión con el protón o con el kaón la figura resultante es la(4.3) o su "espejo" también respecto a y.

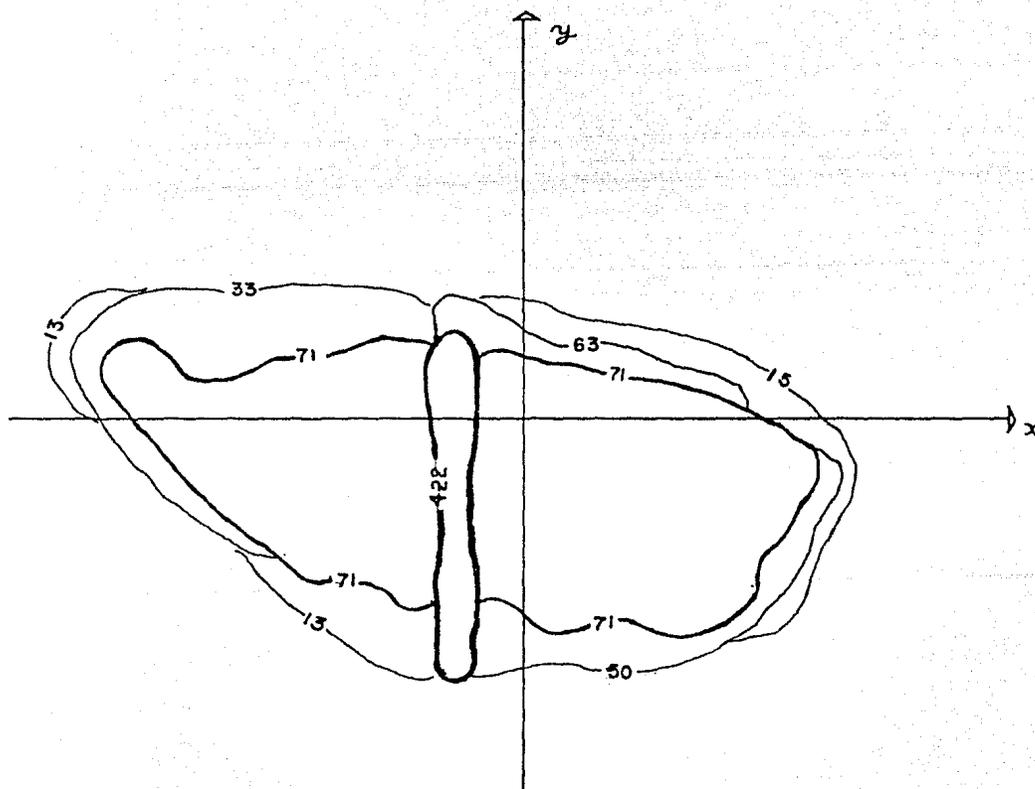
En estas figuras notamos un fondo constante sobre toda la región, y una línea central vertical que aumenta por un factor de aprox. 16 para la primera combinación, y de 6 para la segunda combinación. Esta línea indica que la probabilidad de que las partículas 1 y 2 salgan con la misma energía cinética es muy alta.

De la misma manera, la magnitud del fondo en el primer caso, indica que el protón y el kaón tienden a tener la misma energía cinética en la mayoría de los eventos. Mientras que para el segundo caso, es más difícil que el pión y el protón (o kaón) tengan la misma energía cinética.

La forma "vertical" del diagrama para el primer caso es debida a la alta energía cinética que tiene el pión y, análogamente, la forma "horizontal" del diagrama del segundo caso es debida a la baja energía cinética que adquieren el protón y el kaón.



FIGURA(4.2). Diagrama de Dalitz para Λ_c^+ .
 Partícula 1=protón, partícula 2=kaón, y
 partícula 3=pión.



FIGURA(4.3). Diagrama de Dalitz para Λ_c^+ .
 Partícula 1=pión, partícula 2=kaón, y
 partícula 3= protón.

CONCLUSIONES

Hemos llegado a la cantidad final de 16500 eventos observables en 100 horas para E766. Pero recordemos que el mismo tipo de cálculo realizado en esta tesis, se puede hacer para otras reacciones cambiando en los programas los parámetros necesarios.

El experimento E690 que se llevará a cabo en Fermilab efectúa colisiones entre dos protones con una energía -- hasta de 800GeV (!), y su finalidad es la de realizar la misma búsqueda de partículas con encanto, extrañeza, y bottom.

Con estas posibilidades se propone el estudio de la reacción



donde la Λ_c^+ vuelve a decaer como en los casos anteriores.

Para (4.5) obtenemos una aceptación del 92.8%, valor que mejora muchísimo sobre los obtenidos en los casos antes propuestos.

Haciendo el cálculo correspondiente, para las mismas 100 horas, se tiene que el número de eventos observables en el experimento E690 es de 119 600, o sea, un aumento en reacciones observadas de casi un orden de magnitud.

Para evitar la violación de conservación de encanto y extrañeza que se ha presentado en las reacciones anterior-

res, se puede introducir en ellas al mesón F.

Este mesón tiene un quark con encanto y otro con extrañeza y una masa de 2.021 GeV; pero ha sido observado muy pocas veces.

La nueva reacción se ve como



donde siguiendo los análisis presentados en el capítulo 2, la aceptación debe mejorar por repartirse la energía entre más partículas pesadas.

Los modos de decaimiento de este mesón pueden ser:

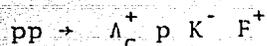


cuyas fracciones no se han podido medir.

En el decaimiento (4.7.a) se tiene que la n decae a dos fotones. En el decaimiento (4.7b) ϕ decae a K^+K^- . la ρ decae a $\pi^\pm\pi^0$, y el π^0 a su vez decae a dos fotones; o sea que para ambos casos se tiene un estado final que muestra la presencia de dos fotones.

Los fotones no son observables en el experimento E766, por consiguiente, en la reacción (4.6) no se podrá detectar la presencia de F.

Para el experimento E690 estos fotones sí son detectables, lo que nos lleva a concluir una reacción del tipo



con todas las leyes de conservación correctas, estado final detectable y una aceptación del 100%.

REFERENCIAS

1. Particle Kinematics
E. Byckling and K. Kajantie
Wiley
2. Elementary Particles
William R. Frazer
Prentice Hall
3. Introduction to High Energy Physics
Donald H. Perkins
Addison Wesley
4. Relativistic Kinematics
R. Hagedorn
Benjamin Cummings
5. Models of Elementary Particles
Bernard T. Feld
Ginn / Blaisdell
6. Advanced Quantum Theory
P. Roman
Addison Wesley

7. Particle Physics and Introduction to Field Theory
T. D. Lee
Harwood Academic Publishers
8. The $\omega\pi^0$ Final State in Diffractive Photoproduction
Richard Kazuchika Seto
Tesis Doctoral / Nevis Laboratories
9. Study of Hadronic Production and Spectroscopy of Strange,
Charm and Bottom Particles at the Tevatron
M. Church, B. Knapp, et al
Nevis Laboratories
10. Weak Interactions of Elementary Particles
R.E. Marshak
Mc.Graw Hill
11. Particle Properties Data Booklet
Particle Data Group
Berkeley and CERN