



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA

FACULTAD DE CIENCIAS

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

1 9 7 9

1/20

5 U1-2



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTE TRABAJO
CONSTA DE DOS TOMOS

T O M O I

P R O L O G O.

Quisiera, ante todo, exponer aquí los motivos por los cuales este trabajo se ha llevado a cabo, así como las finalidades u objetivos que se han intentado alcanzar.

La causa principal que motivó la realización de este trabajo fue la necesidad de desarrollar un método y una técnica que, junto con la teoría necesaria, nos permitieran utilizar el Elipsómetro, con que cuenta actualmente el Laboratorio de Elipsometría del Instituto de Física de la Universidad Nacional Autónoma de México, de manera óptima, no sólo como apoyo para las diversas investigaciones que se llevan a cabo en el Departamento de Estado Sólido de dicho instituto, sino también eventualmente para investigaciones propias del Laboratorio de Elipsometría, sobre el tema: física de superficies de sólidos y su interacción con ondas electromagnéticas. Esta necesidad se fundamenta en que para el estudio de los sólidos, la elipsometría, como disciplina, presenta las siguientes ventajas principales:

- a) Permite efectuar mediciones de constantes ópticas (índice de refracción y coeficiente de extinción) de materiales fuertemente absorbentes, las cuales no son medibles por los métodos ópticos comunes, ya que estos involucran transmisión luminosa a través del material, restringiéndose por lo tanto, a materiales transparentes, o bien, a placas muy delgadas de materiales absorbentes.

- b) Permite medir espesores de películas delgadas depositadas o creadas sobre un sustrato, dentro del siguiente rango de valores: desde 3 \AA (películas monoatómicas) hasta $1 \times 10^4 \text{ \AA}$. Espesores dentro de este rango, no son medibles por otros métodos ópticos comunes, por ejemplo, el método interferométrico.
- c) Permite medir, simultáneamente, no sólo el espesor de regiones delgadas depositadas o creadas sobre un sustrato, sino también, cuando las constantes ópticas del sustrato se conocen, el índice de refracción y el coeficiente de extinción de tales regiones delgadas.

Tomando en cuenta las ventajas anteriores de la elipsometría, con respecto a otras disciplinas ópticas de medición, podemos ya valorar la gran importancia que tiene su desarrollo para el estudio de las propiedades ópticas de los sólidos. Los objetivos planteados, como principales y generales, en este trabajo, son:

- a) Conocer y desarrollar los fundamentos de la elipsometría. Por ejemplo: teoría electromagnética, luz polarizada, reflexión y transmisión de la luz al incidir en la frontera creada por dos medios ópticos distintos, birrefringencia luminosa en cristales uniaxiales, materiales dicróicos, métodos experimentales para producir luz polarizada,

reflexión de la luz al incidir en una frontera óptica en la cual se ha depositado o creado una película de propiedades ópticas distintas a las de los medios que forman la frontera óptica, etc.

- b) Proporcionar una descripción detallada, para su total conocimiento, del elipsómetro, y sus dispositivos componentes, logrando así un manejo óptimo de este aparato.
- c) Desarrollar un método que nos permita la calibración y alineación óptica de los componentes y accesorios del elipsómetro, así como de las distintas muestras por analizar.
- d) Comprender la interacción de la luz con cada elemento óptico que se encuentre en su recorrido a través del elipsómetro, así como con la muestra reflectora, de tal forma que podamos determinar variables elipsométricas, cuya medida nos permitirá, bajo los principios elipsométricos desarrollados y la aplicación de los métodos de cálculo computacional ideados, conocer experimentalmente las constantes ópticas de interés de la muestra.
- e) Demostrar experimentalmente la aplicabilidad de todos los conocimientos y experiencias anteriores, pa

ra lo cual se efectuarán las siguientes prácticas experimentales:

- i) Obtención del índice de refracción de un cristal de NaCl con 0.2% de Mn^{++} como impurezas, utilizando el método de Brewster.
 - ii) Obtención del índice de refracción de un cristal de KCl puro, utilizando el método de Brewster.
 - iii) Obtención del coeficiente de extinción y el índice de refracción de un cristal de LiF, utilizando el método elipsométrico.
 - iv) Obtención del coeficiente de extinción y el índice de refracción de una muestra de cobre (Cu), utilizando el método elipsométrico.
- f) En base a los resultados de las prácticas experimentales, anteriores, efectuar una comparación entre métodos, técnicas y procedimientos utilizados en cada uno de los experimentos, haciendo ver ventajas y desventajas relativas.
- g) Demostrar experimentalmente que la elipsometría puede aplicarse como herramienta de medida a la investigación y conocimiento de los sólidos, en ramas totalmente nuevas con respecto a su campo normal de aplicabilidad, como lo es el estudio por elipsometría de la interacción Rayos X- Cristales, en especial, el campo de los Centros de Color.

Quisiera decir también, una vez expuestos los objetivos principales de este trabajo, que no obstante que estos objetivos fueron alcanzados, el trabajo aún no termina. En la última sección se presentan algunas de las ideas sobre las investigaciones elipsométricas que se efectuarán en el Laboratorio de Elipsometría, en el futuro.

Adolfo E. Cordero Borboa.

Enero de 1979.

INDICE GENERAL.-

CAPITULO I

FUNDAMENTOS DE LA ELIPSOMETRIA

I.1.-TEORIA ELECTROMAGNETICA Y POLARIZACION.	2
I.1.1.- INTRODUCCION.	2
I.1.2.- ECUACIONES DE MAXWELL.	3
I.1.3.- SIGNIFICADO FISICO DE LAS ECUACIONES DE MAXWELL.	6
I.1.4.- LA ECUACION DE ONDA Y SU SOLUCION.	8
I.1.5.- INDICE DE REFRACCION COMPLEJO Y SU SIGNIFICADO FISICO.	15
I.2.- INTRODUCCION A LA TEORIA DE LA LUZ POLARI ZADA.	16
I.2.1.- DEFINICIONES.	16
I.2.2.- LUZ LINEALMENTE POLARIZADA.	18
I.2.3.- LUZ CIRCULARMENTE POLARIZADA.	20
I.2.4.- LUZ ELIPTICAMENTE POLARIZADA.	21
I.3.- TEORIA SOBRE LA REFLEXION Y TRANSMISION DE LA LUZ EN LA FRONTERA ENTRE DOS MEDIOS.	24
I.3.1.- CONDICIONES DE FRONTERA.	24
I.3.2.- DEDUCCION DE LAS LEYES DE LA REFLE- XION Y DE LA REFRACCION LUMINOSA.	25

INDICE GENERAL.

(Continuación)

I.3.3.- DEDUCCION DE LOS COEFICIENTES DE FRESNEL.	31
I.3.3.1.- INTRODUCCION.	31
I.3.3.2.- LUZ π	32
I.3.3.3.- LUZ σ	34
I.3.3.4.- COEFICIENTES DE FRESNEL PARA LUZ π Y σ EN MEDIOS NO MAGNETICOS.	36
I.3.4.- DEDUCCION TEORICA DE LAS CARACTERISTICAS DE LA INTERACCION CUANDO LA FRONTERA OPTICA LA CONSTITUYEN DOS DIELECTRICOS.	39
I.3.4.1.- REFLEXION EXTERNA ($n_2 > n_1$).	39
I.3.4.2.- REFLEXION INTERNA ($n_1 > n_2$).	44
I.3.5.- CARACTERISTICAS DE LA INTERACCION CUANDO LA FRONTERA OPTICA LA CONSTITUYEN UN MEDIO DIELECTRICO Y UN MEDIO NO DIELECTRICO.	47
I.3.6.- DEFINICION DE VARIABLES ELIPSOMETRICAS.	48
I.3.6.1.- DEFINICIONES.	48
I.3.6.2.- FRONTERA OPTICA ENTRE DOS DIELECTRICOS.	48

INDICE GENERAL.

(Continuación)

I.3.6.3.- FRONTERA OPTICA ENTRE DIELECTRICO Y NO DIELECTRICO.	49
I.3.7.- RELACION ENTRE COEFICIENTES DE FRESNEL DE REFLEXION Y LOS ANGULOS ELIPSOMETRICOS Δ Y ψ	51
I.3.8.- PROCESO COMPUTACIONAL PARA OBTENER INDICE DE REFRACCION Y COEFICIENTE DE EXTINCION DEL MEDIO TRANSMISOR QUE CONSTITUYE LA FRONTERA OPTICA.	54
I.4.- TEORIA SOBRE BIRREFRINGENCIA LUMINOSA EN CRISTALES UNIAXIALES.	58
I.4.1.- INTRODUCCION.	58
I.4.2.- BIRREFRINGENCIA UNIAXIAL Y PRINCIPIO DE HUYGENS.	61
I.5.- MATERIALES DICROICOS.	66
I.5.1.- INTRODUCCION.	66
I.5.2.- LEY DE MALUS.	68
I.6.- METODOS EXPERIMENTALES PARA PRODUCCION DE LUZ POLARIZADA.	69
I.6.1.- INTRODUCCION.	69
I.6.2.- POLARIZACION POR REFLEXION Y TRANSMISION.	69
I.6.3.- POLARIZACION POR BIRREFRINGENCIA.	71
I.6.3.1.- INTRODUCCION.	71

INDICE GENERAL.

(Continuación)

I.6.3.2.- POLARIZACION POR DISPOSITIVOS DE DESVIACION.	72
A.- PRISMA DE NICOL.	72
B.- PRISMA DE GLAN-THOMPSON.	76
C.- PRISMA DE FOUCAULT.	77
D.- PRISMA DE ROCHON.	78
I.6.3.3.- POLARIZACION POR DISPOSITIVOS DE DESFASAMIENTO.	78
A.- PLACA DE 1/4 DE LONGITUD DE ONDA.	78
B.- COMPENSADOR BABINET.	81
C.- COMPENSADOR BABINET SOLEIL (B-S).	83
I.6.4.- POLARIZACION POR DICROISMO.	84
I.7.- TEORIA SOBRE REFLEXION DE LA LUZ AL INCIDIR EN UNA FRONTERA OPTICA CUBIERTA POR UNA PE- LICULA DELGADA.	85
I.7.1.- INTRODUCCION.	85
I.7.2.- DESARROLLO TEORICO.	87
I.7.3.- LA ECUACION FUNDAMENTAL DE LA ELIPSO- METRIA.	93
I.7.4.- PROCESO COMPUTACIONAL PARA OBTENER EL INDICE DE REFRACCION, EL COEFICIENTE DE EXTINCION Y EL ESPESOR DE UNA PELI- CULA DELGADA.	94

INDICE GENERAL.

(Continuación)

CAPITULO II

EL ELIPSOMETRO CON SUS COMPONENTES Y LOS SISTEMAS DE PRODUCCION Y DETECCION DE LUZ.

II.1.- INTRODUCCION.	105
II.2.- DESCRIPCION GENERAL DEL ELIPSOMETRO.	105
II.3.- SISTEMAS POLARIZADOR Y ANALIZADOR.	113
II.4.- SISTEMA COMPENSADOR.	115
II.5.- SISTEMA PORTAMUESTRAS.	120
II.6.- FUENTES DE LUZ.	124
II.7.- SISTEMA DE MONOCROMIA.	125
II.8.- SISTEMAS DE FOTOMETRIA.	127

CAPITULO III

CALIBRACION DEL ELIPSOMETRO .

III.1.- ALINEACION Y CALIBRACION DEL ESPECTROMETRO.	134
III.2.- ALINEACION DE LA MUESTRA.	139
III.3.- CALIBRACION DEL SISTEMA POLARIZADOR.	141
III.3.1.- INTRODUCCION.	141
III.3.2.- CONSTRUCCION DEL PRISMA PATRON.	143
III.3.3.- CALIBRACION DEL POLARIZADOR.	146
III.4.- CALIBRACION DEL SISTEMA ANALIZADOR.	147

INDICE GENERAL.

(Continuación)

III.5.- CALIBRACION DEL SISTEMA COMPENSADOR.	148
III.5.1.- INTRODUCCION.	148
III.5.2.- CALIBRACION DE LA PLACA DE 1/4 DE LONGITUD DE ONDA.	149
III.5.3.- CALIBRACION DEL COMPENSADOS BA BINET SOLEIL PARA LUZ DE 6328 Å.	151
III.5.4.- CALIBRACION DEL COMPENSADOS BA BINET SOLEIL PARA LUZ DE 5461 Å.	154

CAPITULO IV

INTERACCION DE LA LUZ CON EL ELIPSOMETRO Y PRINCIPIOS DE MEDIDAS ELIPSOMETRICAS.

IV.1.- INTRODUCCION.	160
IV.2.- PRINCIPIOS GENERALES DE MEDICIONES ELIP sometricas.	161
IV.3.- INTERACCION LUMINOSA CON LOS SISTEMAS OP TICOS DEL ELIPSOMETRO.	164
IV.3.1.- DEFINICIONES.	164
IV.3.2.- INTERACCION CON EL SISTEMA POLARI ZADOR.	167
IV.3.3.- INTERACCION CON EL SISTEMA COMPEN ZADOR.	167
IV.3.4.- INTERACCION CON LA MUESTRA REFLEC TORA.	174

INDICE GENERAL.

(Continuación)

IV.3.4.1.- LUZ INCIDENTE.	174
IV.3.4.2.- RELACION ENTRE EL VALOR DE Δ Y LAS POSICIONES AZIMUTALES DE MINIMIZACION DEL POLARIZADOR.	180
IV.3.5.- INTERACCION CON EL SISTEMA ANALIZADOR Y EL SISTEMA FOTODETECTOR.	183
IV.3.5.1.- LUZ INCIDENTE.	183
IV.3.5.2.- RELACION ENTRE EL VALOR DE ψ Y LAS POSICIONES AZIMUTALES DE MINIMIZACION DEL ANALIZADOR.	184

CAPITULO V.

MEDIDAS EXPERIMENTALES DEL INDICE DE REFRACCION DE MATERIALES (NaCl, KCl, LiF y Cu).

V.1.- INTRODUCCION.	192
V.2.- APLICACIONES DEL METODO DE BREWSTER.	194
V.2.1.- OBTENCION DEL INDICE DE REFRACCION DE UN CRISTAL DE NaCl + 0.2% Mn ⁺⁺ COMO IMPUREZAS.	194
V.2.1.1.- OBJETIVOS.	194
V.2.1.2.- SUPOSICIONES.	194

INDICE GENERAL.

(Continuación)

V.2.1.3.- FACTORES DE OPTIMIZACION. 194
V.2.1.4.- DESARROLLO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES. 197
V.2.1.5.- CONCLUSIONES. 203
V.2.2.- OBTENCION DEL INDICE DE REFRACCION DE UN CRISTAL DE KCl. 203
V.2.2.1.- OBJETIVOS. 203
V.2.2.2.- SUPOSICIONES Y FACTORES DE OPTIMIZACION. 203
V.2.2.3.- DESARROLLO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES. 204
V.2.2.4.- CONCLUSIONES. 209
V.3.- APLICACIONES DEL METODO ELIPSOMETRICO. 209
V.3.1.- OBTENCION DEL INDICE DE REFRACCION DE UN CRISTAL DE LiF. 209
V.3.1.1.- OBJETIVOS. 210
V.3.1.2.- SUPOSICIONES. 210
V.3.1.3.- FACTORES DE OPTIMIZACION. 210
V.3.1.4.- DESARROLLO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES. 211
V.3.1.5.- CONCLUSIONES. 253
V.3.2.- OBTENCION DEL INDICE DE REFRACCION Y DEL COEFICIENTE DE EXTINCION DEL COBRE (Cu). 257

INDICE GENERAL.

(Continuación)

V.3.2.1.- OBJETIVOS. 257
V.3.2.2.- SUPOSICIONES. 257
V.3.2.3.- FACTORES DE OPTIMIZACION. 258
V.3.2.4.- DESARROLLO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES. 258
V.3.2.5.- CONCLUSIONES. 277
V.4.- CONCLUSIONES GENERALES. 278

CAPITULO VI

ANALISIS DE CRISTALES IONICOS IRRADIADOS CON RAYOS X.

VI.1.- INTRODUCCION. 280
VI.2.- TEORIA SOBRE CENTROS F EN CRISTALES HALOGENOS ALCALINOS. 283
VI.2.1.- IMPERFECCIONES DE SCHOTTKY Y FRENKEL EN ENREJADOS CRISTALINOS. 283
VI.2.2.- CENTROS Y BANDAS F. 287
VI.2.3.- PRODUCCION DE CENTROS F POR IRRADIACION CON RAYOS X. 293
VI.2.4.- DECOLORACION DE UN CRISTAL COLOREADO, POR IRRADIACION CON LUZ F. 296
VI.3.- MEDIDA DEL INDICE DE REFRACCION DE UN CRISTAL COLOREADO DE KCl IRRADIADO CON RAYOS X. 298
VI.3.1.- OBJETIVOS. 298

INDICE GENERAL.

(Continuación)

VI.3.2.- SUPOSICIONES. 298
VI.3.3.- DESARROLLO Y RESULTADOS EXPERI MENTALES. 299
VI.3.4.- CONCLUSIONES. 305
VI.4.- MODELO PARA LA MEDICION POR ELIPSOME- TRIA DE LA PROFUNDIDAD DE COLORACION EN CRISTALES DE LiF IRRADIADOS CON RA YOS X. 306
VI.4.1.- OBJETIVOS. 307
VI.4.2.- INTRODUCCION. 307
VI.4.3.- SELECCION DE LA LONGITUD DE ONDA ADECUADA PARA MEDICIONES ELIPSOME TRICAS EN CRISTALES DE LiF IRRRA- DIADOS. 310
VI.4.4.- SUPOSICIONES. 314
VI.4.5.- DESARROLLO Y RESULTADOS EXPERIMEN TALES. 315
VI.4.6.- CONCLUSIONES. 361
VI.5.- IDEAS SOBRE INVESTIGACIONES FUTURAS. 363
B I B L I O G R A F I A 365

F I N .

C A P I T U L O I

FUNDAMENTOS DE LA ELIPSOMETRIA.

CAPITULO I

FUNDAMENTOS DE LA ELIPSOMETRIA

I.1.- TEORIA ELECTROMAGNETICA Y POLARIZACION.-

I.1.1. INTRODUCCION.-

Uno de los objetivos principales de este trabajo consiste en comprender el comportamiento de la luz cuando interacciona con la materia, y en base a esta comprensión explicar u obtener características medibles de la materia que interviene en la interacción. Puesto que, a partir de 1865*, fue posible identificar a la luz como onda electromagnética en propagación, debemos comenzar este estudio revisando la teoría electromagnética de la luz, lo cual haremos en seguida.

La observación de los fenómenos eléctricos y magnéticos, durante siglos, y la experimentación con ellos, hizo posible el enunciado de diversas leyes empíricas aplicable cada una de ellas a situaciones o sistemas electromagnéticos especiales, sin aparente vinculación con los llamados sistemas ópticos. Sin embargo, James Clerk Maxwell (1831-1879), unificó y completó toda estas leyes empíricas, haciendo posible el entendimiento de la propagación luminosa en base a las propiedades dinámicas del campo electromagnético.

* En este año James Clerk Maxwell publicó "Una Teoría Dinámica del Campo Electromagnético" en Phil. Trans. Roy. Soc. London 155 (1865), 459. En palabras de Maxwell:

"Las ecuaciones generales fueron aplicadas al caso de una perturbación magnética a través de un campo no conductor, se puede mostrar que las únicas perturbaciones que pueden propagarse son aquellas que son transversales a la dirección de propagación...(la velocidad de propagación)...es tan cercana a la velocidad de propagación de la luz que tenemos fuertes razones para concluir que la luz en sí misma... es una perturbación electromagnética de forma ondulatoria propagada a través del campo electromagnético de acuerdo a las leyes del electromagnetismo".

I.1.2.- ECUACIONES DE MAXWELL.-

Estas leyes empíricas unificadas y completadas pueden expresarse por medio de cuatro ecuaciones, conocidas como ecuaciones de Maxwell, las cuales (en el sistema C.G.S. de unidades) son:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_{\text{tot}} = 4\pi \rho_{\text{tot}} \quad \dots(1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_{\text{tot}} = 0 \quad \dots(2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_{\text{tot}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}_{\text{tot}}}{\partial t} \quad \dots(3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}_{\text{tot}} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_{\text{tot}}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}_{\text{tot}} \quad \dots(4)$$

Como primer paso para explicar lo que estas ecuaciones significan describiremos brevemente los elementos que las forman:

- a) \vec{E}_{tot} es la intensidad total del campo eléctrico macroscópico (lo denota la barra superior) en la región de interés de nuestro sistema. O sea, es la intensidad del campo eléctrico microscópico \vec{E} promediada en un volumen ΔV (generado por un vector \vec{a}) que es chico macroscópicamente y grande microscópicamente. Así:

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \frac{1}{\Delta V} \iiint \vec{E}(\vec{r} + \vec{a}) d^3a \quad \dots(5)$$

La unidad es: statvolts/cm.

- b) \vec{B}_{tot} es la inducción magnética total macroscópica en la región de interés del sistema. O sea, es la inducción magnética microscópica \vec{B} promediada en un volumen ΔV (generado por un vector \vec{a}') que es chico macroscópicamente y grande microscópicamente. Así:

$$\vec{B}_{\text{tot}} = \frac{1}{\Delta V} \iiint \vec{B}(\vec{r} + \vec{a}') d^3a' \quad \dots(6)$$

la unidad es el gauss.

c) $\bar{\rho}_{\text{tot}}$ es la densidad macrocópica total de carga eléctrica en la región del sistema. La barra denota, como en los casos anteriores, un promedio en un volumen ΔV con las características ya anotadas. En un caso general $\bar{\rho}_{\text{tot}}$ será la suma de dos cantidades: $\bar{\rho}_f$ (densidad de carga libre) y $\bar{\rho}_b$ (densidad de carga ligada). La densidad de carga ligada se define así:

$$\bar{\rho}_b = -\nabla \cdot \vec{P} \quad \dots(7)$$

donde \vec{P} es el vector de polarización macroscópica, que a su vez está definida en términos del momento dipolar eléctrico \vec{p} , que caracteriza a todo dipolo eléctrico, así:

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_i \quad \dots(8)$$

donde la i corre sobre todos los dipolos eléctricos que se encuentran dentro del volumen ΔV . El momento dipolar eléctrico, a su vez, se define así:

$$\vec{p} = \sum_j q_j^+ \vec{r}_j - \sum_i q_i^- \vec{r}_i \quad \dots(9)$$

donde q_j^+ es el valor de la carga positiva j -ésima del dipolo eléctrico, en statcoulombs.

q_i^- es el valor de la carga negativa i -ésima del dipolo eléctrico, en statcoulombs.

\vec{r}_j es el vector de posición de la carga positiva j -ésima.

\vec{r}_i es el vector de posición de la carga negativa i -ésima.

d) \vec{J}_{tot} es la densidad macroscópica total de corriente eléctrica en la región de interés del sistema. En un caso general, será la suma de dos densidades vectoriales macroscópicas de corriente eléctrica: \vec{J}_f (densidad de corriente libre) y \vec{J}_b (densidad de corriente ligada). La densidad de corriente ligada se define así:

$$\vec{J}_b = \frac{d\vec{P}}{dt} + c \nabla \times \vec{M} \quad \dots(10)$$

donde \vec{M} es la magnetización del material, a su vez definida como el promedio por unidad de volumen de los momentos dipolares magnéticos de la materia en ese volumen, o sea:

$$\vec{M} = \frac{1}{\Delta V} \sum_j \vec{m}_j \quad \dots(11)$$

el momento dipolar magnético, a su vez, se define así:

$$\vec{m} = \frac{I}{2c} \oint_{\Gamma} \vec{r} \times d\vec{l} \quad \dots(12)$$

ya que en materiales magnéticos, los átomos y moléculas individuales presentan circuitos de corriente eléctrica \vec{I} de trayectoria r . \vec{r} es el vector de posición de un elemento vectorial diferencial $d\vec{l}$ tangente a dicho circuito. A cada uno de estos circuitos se le asocia un momento dipolar magnético \vec{m} .

e) c es la velocidad de la luz en el vacío, con un valor numérico experimental* de:

$$2.99792 \times 10^{10} \text{ cm./seg. } \pm 2 \times 10^5 \text{ cm./seg.}$$

* Rank, Bennett and Bennett, Phys. Rev. 100, 993, 1955.

Una vez descritos y aclarados los elementos que forman las ecuaciones de Maxwell, podemos pasar a tratar el significado físico que cada una de estas ecuaciones tiene.

I.1.3.- SIGNIFICADO FISICO DE LAS ECUACIONES DE MAXWELL.-

- a) Primera Ecuación (Ec. (1)).- Esta ecuación establece que el flujo (ϕ_e) de campo eléctrico \vec{E}_{tot} a través de una superficie cerrada arbitraria (S) es igual a la carga eléctrica total macroscópica encerrada por dicha superficie (que genera un volumen interior V) multiplicada por la constante 4π . O sea:

$$\phi_e \equiv \int_S \vec{E}_{tot} \cdot d\vec{s} = 4\pi \int_V \bar{\rho}_{tot} dV \quad \dots(13)$$

La ecuación (13) se conoce como ley de Gauss y utilizando el teorema matemático de la divergencia puede demostrarse que la ecuación (13) es la forma integral de la ecuación (1).

- b) Segunda Ecuación (Ec. (2)).- Esta ecuación establece que el flujo (ϕ_m) de inducción magnética \vec{B}_{tot} a través de una superficie cerrada arbitraria (S), es igual a cero. O sea:

$$\phi_m \equiv \int_S \vec{B}_{tot} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \dots(14)$$

Utilizando el teorema matemático de la divergencia, puede demostrarse que la ecuación (14) es la forma integral de la ecuación (2).

Que el flujo sea cero quiere decir que el flujo de campo \vec{B}_{tot} hacia adentro del volumen encerrado por S es igual al flujo de campo \vec{B}_{tot} hacia afuera del volumen encerrado por S, o sea, que no existen fuentes ni sumideros de campo \vec{B}_{tot} , lo que significa la no existen-

cia de monopolos magnéticos, pero sí de dipolos magnéticos inseparables.

- c) Tercera Ecuación (Ec.(3)).- Esta ecuación establece que la fuerza electromotriz (\mathcal{E}) inducida en un circuito estacionario de trayectoria Γ es igual al producto de una constante ($-\frac{1}{c}$) por la derivada con respecto al tiempo del flujo magnético (Φ_m), ya definido, que atraviesa la superficie S , limitada por dicho circuito, o sea:

$$\mathcal{E} \equiv \oint_{\Gamma} \vec{E}_{\text{tot}} \cdot d\vec{l} = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int_S \vec{B}_{\text{tot}} \cdot d\vec{s} \quad \dots(15)$$

La ecuación (15) se conoce como Ley de Inducción de Faraday y utilizando el teorema matemático del rotacional puede demostrarse que la ec. (15) es la forma integral de la ec.(3).

- d) Cuarta Ecuación (Ec. (4)).- Esta ecuación establece que la circulación C (definida en seguida) del vector de inducción magnético \vec{B}_{tot} a lo largo de una línea cerrada Γ es igual a la suma de dos términos, el primero consta de la constante $1/c$ que multiplica a la variación con respecto al tiempo del flujo de \vec{E}_{tot} a través de la superficie S limitada por la línea Γ , el segundo consta de la constante $4\pi/c$ que multiplica a la corriente total macroscópica que atraviesa dicha superficie, o sea:

$$C \equiv \oint_{\Gamma} \vec{B}_{\text{tot}} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int_S \vec{E}_{\text{tot}} \cdot d\vec{s} + \frac{4\pi}{c} \int_S \vec{J}_{\text{tot}} \cdot d\vec{s} \quad \dots(16)$$

utilizando el teorema matemático del rotacional puede demostrarse que la ec. (16) es la forma integral de la ec.(4), y es conocida como una generalización de la Ley de Ampere.

Estas interpretaciones son válidas para toda clase de materiales (conductores, aislantes o magnéticos) presentes en el sistema, y las cuatro ecuaciones de Maxwell junto con la Ley de Lorentz que relaciona la fuerza que actúa sobre una carga eléctrica con los campos \vec{E}_{tot} y \vec{B}_{tot} presentes, así como con su velocidad \vec{v} , constituye una expresión concisa de toda la teoría electromagnética clásica.

En seguida veremos como estas ecuaciones predicen la existencia de ondas electromagnéticas que se propagan con la velocidad de la luz. De ahora en adelante los vectores de intensidad eléctrica (\vec{E}_{tot}) e inducción magnética (\vec{B}_{tot}) serán escritos sin la barra superior por comodidad de escritura, sin olvidar por esto su carácter macroscópico.

I.1.4.- LA ECUACION DE ONDA Y SU SOLUCION.-

a) Relaciones entre \vec{E}_{tot} y \vec{D}_{tot} , \vec{B}_{tot} y \vec{H}_{tot} .-

Definiremos en esta sección el vector desplazamiento eléctrico macroscópico \vec{D}_{tot} y el vector de campo magnético macroscópico \vec{H}_{tot} para mostrar otra de las formas comunes de presentar las ecuaciones de Maxwell y facilitar el desarrollo teórico posterior. Estos dos vectores serán:

$$\vec{D}_{\text{tot}} = \vec{E}_{\text{tot}} + 4\pi \vec{P} \quad \dots(17)$$

$$\vec{H}_{\text{tot}} = \vec{B}_{\text{tot}} - 4\pi \vec{M} \quad \dots(18)$$

Despejando los campos \vec{E}_{tot} y \vec{B}_{tot} de estas dos últimas ecuaciones y substituyendolos en las ecuaciones (1) y (4), obtenemos una nueva expresión para las ecs. de Maxwell:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}_{\text{tot}} = 4\pi\rho_f \quad \dots(19)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_{\text{tot}} = 0 \quad \dots(20)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_{\text{tot}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}_{\text{tot}}}{\partial t} \quad \dots(21)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_{\text{tot}} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}_{\text{tot}}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{J}_f \quad \dots(22)$$

b) Relaciones entre \vec{E}_{tot} y \vec{D}_{tot} , \vec{B}_{tot} y \vec{H}_{tot} para Materiales Lineales, Homogéneos e Isotrópicos.-

Los vectores \vec{E}_{tot} , \vec{B}_{tot} , \vec{D}_{tot} y \vec{H}_{tot} dependen de la posición y el tiempo. Es buena aproximación suponer que la relación entre estos vectores es local y lineal, así que en general (para materiales anisotrópicos) la relación entre las componentes cartesianas de estos vectores para un mismo valor de la posición, es:

$$D_i = \sum_{j=1}^3 \epsilon_{ij} E_j \quad \dots(23)$$

$$B_i = \sum_{j=1}^3 \mu_{ij} H_j \quad \dots(24)$$

donde $i, j = 1, 2, 3$, $\{\epsilon_{ij}\}$ son los elementos del tensor dieléctrico ϵ y $\{\mu_{ij}\}$ son los elementos del tensor de permeabilidad magnética μ . Las componentes de estos tensores pueden medirse experimentalmente.

Cuando el medio además es isotrópico (ejemplos: cristales de estructuras cúbicas, sustancias amorfas, etc.), los tensores anteriores son múltiplos del tensor unidad \mathbb{I} , o sea:

$$\epsilon = \epsilon \mathbb{I} \quad \dots(25)$$

$$\mu = \mu \mathbb{I}$$

a las constantes de proporcionalidad se les llama respectivamente: constante dieléctrica y constante de permeabilidad. Cuando ésto sucede las ecuaciones (23) y (24) nos indican relaciones sencillas entre los vectores de interés, las cuales son:

$$\vec{D}_{\text{tot}} = \epsilon \vec{E}_{\text{tot}} \quad \dots(27)$$

$$\vec{H}_{\text{tot}} = \frac{1}{\mu} \vec{B}_{\text{tot}} \quad \dots(28)$$

c) Derivación de las Ecuaciones de Onda para Medios Lineales, Homogéneos, Isotrópicos y sin ρ_f y \vec{J}_f .

Tomemos la ec. (21) y apliquemos el operador rotacional a ambos de sus miembros:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}_{\text{tot}}) = -\frac{1}{c} \partial (\vec{\nabla} \times \vec{B}_{\text{tot}}) / \partial t \quad \dots(29)$$

pero sabemos que, para una función f arbitraria:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{f}) = \nabla (\vec{\nabla} \cdot \vec{f}) - \nabla^2 \vec{f}$$

por lo tanto la ec. (29) queda:

$$\nabla (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_{\text{tot}}) - \nabla^2 \vec{E}_{\text{tot}} = -\frac{1}{c} \partial (\vec{\nabla} \times \vec{B}_{\text{tot}}) / \partial t \quad \dots(30)$$

Como el medio, por su posición, no tiene cargas libres, la ec. (19) nos dice que la divergencia de \vec{D}_{tot} es cero, y por medio de la ecuación (27) sabemos que entonces la divergencia de \vec{E}_{tot} es cero, así la ec. (30) se transforma en:

$$\nabla^2 \vec{E}_{\text{tot}} = \frac{1}{c} \partial (\vec{\nabla} \times \vec{B}_{\text{tot}}) / \partial t \quad \dots(31)$$

Pero el medio no posee corrientes eléctricas libres por lo que la ecuación (22) nos dice que:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_{\text{tot}} = \frac{1}{c} \partial \vec{D}_{\text{tot}} / \partial t \quad \dots(32)$$

substituyendo ecs. (27) y (28) en ec. (32) obtenemos:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}_{\text{tot}} = \frac{\mu \epsilon}{c} \partial \vec{E}_{\text{tot}} / \partial t \quad \dots(33)$$

substituyendo ec. (33) en ec. (31) obtenemos:

$$\nabla^2 \vec{E}_{\text{tot}} = \frac{\mu \epsilon}{c^2} \partial^2 \vec{E}_{\text{tot}} / \partial t^2$$

O sea:

$$\nabla^2 \vec{E}_{\text{tot}} - \frac{\mu \epsilon}{c^2} \partial^2 \vec{E}_{\text{tot}} / \partial t^2 = 0 \quad \dots(34)$$

Ahora bien, es sabido que el índice de refracción de una substancia está relacionado con μ y ϵ así:

$$n = (\mu \epsilon)^{1/2} \quad \dots(35)$$

Substituyendo ec.(35) en ec.(34) obtenemos:

$$\nabla^2 \vec{E}_{\text{tot}} - \frac{n^2}{c^2} \partial^2 \vec{E}_{\text{tot}} / \partial t^2 = 0 \quad \dots(36)$$

Por un proceso similar al anterior, tomando el rotacional a ambos miembros de la ec. (22), llegamos a una ec. en donde interviene \vec{B}_{tot} , que es la equivalente a la ec. (36) para \vec{E}_{tot} , que es:

$$\nabla^2 \vec{B}_{\text{tot}} - \frac{n^2}{c^2} \partial^2 \vec{B}_{\text{tot}} / \partial t^2 = 0 \quad \dots (37)$$

Las ecs. (36) y (37) son las conocidas ecuaciones de onda para los vectores \vec{E}_{tot} y \vec{B}_{tot} , y como hemos visto al deducirlas, son consecuencia directa de las ecs. de Maxwell, sin embargo, las ecs. de Maxwell no son consecuencia directa de las ecs. de onda, por lo que las soluciones de estas ecs. deben también ser soluciones de las ecs. de Maxwell para su correcto significado físico.

d) Soluciones Particulares de las Ecuaciones de Onda.-

Se puede demostrar por sustitución directa en las ecs. de onda, recién deducidas, que las siguientes funciones (llamadas funciones de onda senoidales, planas y monocromáticas) son soluciones de tales ecuaciones:

$$\vec{E}_{\text{tot}}(x,y,z,t) = \text{Re} \{ \vec{E}_0 \tilde{e}^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \} \quad \dots (38)$$

$$\vec{B}_{\text{tot}}(x,y,z,t) = \text{Re} \{ \vec{B}_0 \tilde{e}^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \} \quad \dots (39)$$

donde:

$$\vec{E}_0 = (\tilde{E}_x, \tilde{E}_y, \tilde{E}_z) = \text{cte.} \quad \dots (40)$$

$$\vec{B}_0 = (\tilde{B}_x, \tilde{B}_y, \tilde{B}_z) = \text{cte.} \quad \dots (41)$$

$$\tilde{E}_v = A_v e^{i\phi_v} \quad \text{con } v = x, y \text{ ó } z \quad \dots (42)$$

$$\tilde{B}_\xi = A_\xi e^{i\phi_\xi} \quad \text{con } \xi = x, y \text{ ó } z \quad \dots (43)$$

A las cantidades A_v se les llama amplitudes de la onda \vec{E} en cada uno de los ejes coordenados cartesianos, y a las ϕ_v se les llama los ángu-

los de fase. A las cantidades A_{ξ} se les llama amplitudes de la onda \vec{B} en cada uno de los ejes coordenados cartesianos y a las ϕ_{ξ} se les llama los ángulos de fase.

Las ecs. (38) y (39) describen el campo eléctrico y la inducción magnética que constituyen una onda electromagnética de frente plano y monocromática, propagándose con velocidad de fase (v) igual a c/n (n =índice de refracción del medio isotrópico), y frecuencia angular ω , en la dirección de un vector definido llamado vector de onda (\vec{k}) de magnitud ω/v . Los vectores \vec{E}_{tot} y \vec{B}_{tot} de las ecs. (38) y (39) están expresados en términos de magnitudes complejas, lo cual se indica con un tilde (\sim) arriba de los símbolos que representan tales magnitudes.

e) Propiedades de las Ondas Electromagnéticas Planas Monocromáticas.-

A partir de las soluciones particulares dadas en las ecs. (38) y (39) para las ecs. de onda, y utilizando las ecs. de Maxwell, podemos encontrar ciertas propiedades y características de las ondas electromagnéticas, a lo cual nos dedicaremos en esta sub-sección.

Por suposición el medio en el que viajan las ondas electromagnéticas, para efecto de este análisis, no posee cargas ni corrientes eléctricas libres, y es isotrópico. Por la primera de estas suposiciones, la ecuación de Maxwell (19) es:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad \dots(44)$$

además, como el medio es isotrópico, podemos aplicar la ec. (27) y substituyéndola en la ec. (44) encontramos:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad \dots(45)$$

Substituyendo la ec.(38) en la ec. (45), tenemos que, por definición de divergencia:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -i \sum_j k_j \tilde{E}_{0j} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = 0$$

$$\therefore -i \vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \quad \dots(46)$$

La ec. (46) implica que el vector \vec{E} es siempre perpendicular a la dirección de propagación, representada por \vec{k} . De forma similar substituyendo la ec. (39) en la ec. (20), obtenemos que el vector \vec{B} es siempre perpendicular a la dirección de propagación, representada por \vec{k} . Por lo que se concluye que las vibraciones de \vec{E} y \vec{B} corresponden a vibraciones de ondas transversales.

Cuando la dependencia espacio-temporal de una onda es descrita por el factor $e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$, como es el caso de las ondas \vec{E} y \vec{B} , las derivadas con respecto al tiempo y al espacio de tales ondas, pueden reemplazarse por los operadores siguientes:

$$\partial/\partial t \longrightarrow i\omega \quad \dots(47)$$

$$\vec{\nabla} \longrightarrow -i\vec{k} \quad \dots(48)$$

Así, la ec.(21) (tercera ecuación de Maxwell), puede reemplazarse por la siguiente ecuación:

$$-i\vec{k} \times \vec{E} = -\frac{i\omega}{c} \vec{B} \quad \dots(49)$$

despejando \vec{B} :

$$\vec{B} = \frac{c}{\omega} \hat{k} \times \vec{E} \quad \dots(50)$$

donde \hat{k} es un vector unitario en la dirección de \vec{k} . Ahora bien:

$$k = \frac{\omega}{v} \quad \dots(51)$$

por lo que substituyendo ec. (51) en ec. (50), obtenemos:

$$\vec{B} = \frac{c}{v} \hat{k} \times \vec{E} \quad \dots(52)$$

La ec. (52) expresa que \vec{B} es siempre perpendicular a \vec{E} y además que ambos vectores siempre están en fase.

Concluyendo: Los vectores \vec{E} , \vec{B} y \vec{k} son todos perpendiculares entre sí, formando un sistema de coordenadas cartesiano derecho; además, conocidos \vec{E} y \vec{k} podemos conocer \vec{B} , por lo que bastara trabajar con uno de ellos y encontrar el otro por medio de la ec. (52). Notemos también, ya que nos servirá más adelante, que el vector \vec{E} (o bien \vec{B}) puede tomar cualquier dirección perpendicular a \vec{k} .

I.1.5.- INDICE DE REFRACCION COMPLEJO Y SU SIGNIFICADO FISICO.-

Escribamos de nuevo la expresión para el vector de campo eléctrico de una onda electromagnética de frente plano y monocromática que viaja en un medio homogéneo, isotrópico, lineal y sin cargas ni corrientes eléctricas libres, dada en la ec. (38), pero ahora expresada en un sistema cartesiano cuyo eje z positivo tiene la dirección y el sentido de propagación de la onda:

$$\vec{E}(x,y,z,t) = \text{Re} \left\{ \vec{E}_0 e^{i(\omega t - k_z z)} \right\} \quad \dots(53)$$

La magnitud de \vec{k} , por definición es:

$$k = \omega/v \quad \dots(54)$$

Por otro lado, el índice de refracción (n) de un material por donde la luz viaja con velocidad de fase v , se define así:

$$n = \frac{c}{v} \quad \dots(55)$$

Substituyendo ec. (55) en ec. (54), obtenemos:

$$k = \frac{\omega n}{c} \quad \dots(56)$$

Si permitimos que el índice de refracción sea una cantidad compleja (\tilde{n}), puede separarse en parte real (n) e imaginaria (k), así:

$$\tilde{n} = n - ik \quad \dots(57)$$

substituyendo ec. (57) en ec.(56), k se vuelve compleja también:

$$\tilde{k} = \frac{\omega}{c} n - i \frac{\omega}{c} k \quad \dots(58)$$

Introduciendo \tilde{k} de la ec. (58) en la expresión del vector eléctrico (53), obtenemos:

$$\vec{E} = \text{Re} \left\{ \tilde{E}_0 e^{i\omega(t - nz/c)} e^{-\omega kz/c} \right\} \quad \dots(59)$$

El factor $e^{-\omega kz/c}$ nos indica que la intensidad de la señal decae exponencialmente cuando esta onda viaja dentro de la materia (lo cual se observa experimentalmente). A la parte real de \tilde{n} se le llama generalmente índice de refracción del medio (n) y a la parte imaginaria, coeficiente de extinción (k). Una cantidad muy conocida, definida con base en el coeficiente de extinción es el llamado coeficiente de absorción (α), que es:

$$\alpha = \frac{4\pi k}{\lambda} \quad \dots(60)$$

Tanto k como n puede medirse, como veremos en los capítulos siguientes, utilizando el método elipsométrico por describir.

I.2.- INTRODUCCION A LA TEORIA DE LA LUZ POLARIZADA.-

I.2.1.- DEFINICIONES.-

En un medio isotrópico las ondas electromagnéticas pueden describirse generalmente como una superposición de ondas planas. Basta especificar en estas ondas el vector de campo $\vec{E} = \vec{E}(x,y,z,t)$ para que por medio de la ec. (52) y el conocimiento de la velocidad de fase de las ondas en este medio, podamos especificar el vector de campo $\vec{B} = \vec{B}(x,y,z,t)$, por lo que nos dedicare-

aquí sólo al estudio del vector \vec{E} .

Supondremos, por comonidad, que hemos escogido un marco de referencia cartesiano cuya dirección con sentido positivo del eje Z coincide con la dirección y el sentido de propagación de la onda electromagnética. En este caso, la forma explícita de $\vec{E}(x,y,z,t)$, según las ecs. (38), (40) y (42), es:

$$\vec{E}(x,y,z,t) = \text{Re} \left\{ \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)} \right\} \quad \dots(61)$$

donde:

$$\vec{E}_0 = (\tilde{E}_x, \tilde{E}_y, \tilde{E}_z) = \text{cte.} \quad \dots(62)$$

$$\tilde{E}_x = A_x e^{i\phi_x} \quad \dots(63)$$

$$\tilde{E}_y = A_y e^{i\phi_y} \quad \dots(64)$$

$$\tilde{E}_z = 0 \quad \dots(65)$$

Substituyendo las cuatro últimas ecuaciones en la ec. (61) podemos llegar a una expresión más simple para \vec{E} , la cual es:

$$\vec{E} = (E_x, E_y, E_z) \quad \dots(66)$$

donde:

$$E_x = A_x \cos(\omega t - kz + \phi_x)$$

$$E_y = A_y \cos(\omega t - kz + \phi_y) \quad \dots(67)$$

$$E_z = 0$$

Como vemos en las ecs. anteriores, el campo \vec{E} tiene componentes a lo largo de los ejes X y Y, la relación entre las características de estas dos componentes nos permitirá clasificar a este campo. Por lo que definimos la fase relativa (ϕ) y la amplitud relativa (Λ) del vector \vec{E} , así:

$$\phi = \phi_y - \phi_x \quad \dots(68)$$

$$\Lambda = A_y/A_x \quad \dots(69)$$

Dependiendo de los valores que puedan tomar ϕ y A del vector \vec{E} que forma parte de una onda electromagnética, podemos clasificar a la luz como polarizada de diversas formas, las cuales trataremos en seguida.

1.2.2.- LUZ LINEALMENTE POLARIZADA.-

Se dice que la luz esta linealmente polarizada cuando:

$$\phi = 0 \quad \text{ó} \quad \phi = \pi \quad \dots(70)$$

Substituyendo estas condiciones en las ecs. (67) podemos analizar el comportamiento de las ondas linealmente polarizadas, por lo que lo hacemos a continuación:

Para $\phi = 0$

$$E_x = A_x \cos(\omega t - kz + \phi_x)$$

$$E_y = A_y \cos(\omega t - kz + \phi_x)$$

Para $\phi = \pi$

$$E_x = A_x \cos(\omega t - kz + \phi_x)$$

$$E_y = -A_y \cos(\omega t - kz + \phi_x)$$

O sea, que dividiendo la componente E_y entre la componente E_x para los dos casos, nos damos cuenta que estas componentes son directamente proporcionales, haciéndolo:

$$\text{Para } \phi = 0 \quad E_y = \frac{A_y}{A_x} E_x \quad \dots(71)$$

$$\text{Para } \phi = \pi \quad E_y = -\frac{A_y}{A_x} E_x \quad \dots(72)$$

Además, en la ec. (67) vemos que para un instante dado E_x y E_y tienen una dependencia cosenoidal a lo largo del eje de propagación (Z) dando como campo eléctrico resultante una ondulación a lo largo del eje Z que esta contenida en el plano definido por dicho eje y la línea de pendiente A_y/A_x

(para $\phi = 0$) ó $-A_y/A_x$ (para $\phi = \pi$) contenida en el plano X-Y. Un esquema de este campo eléctrico para t fijo se presenta en la figura 1.a, en la figura 1.b, se presenta el esquema para z fijo y t variable.

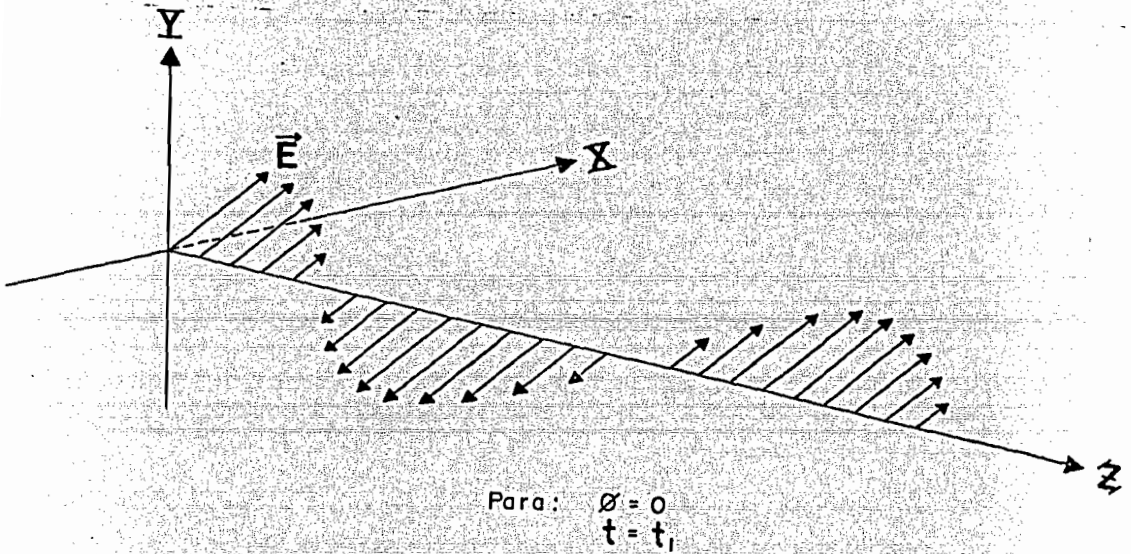


FIG. 1.a

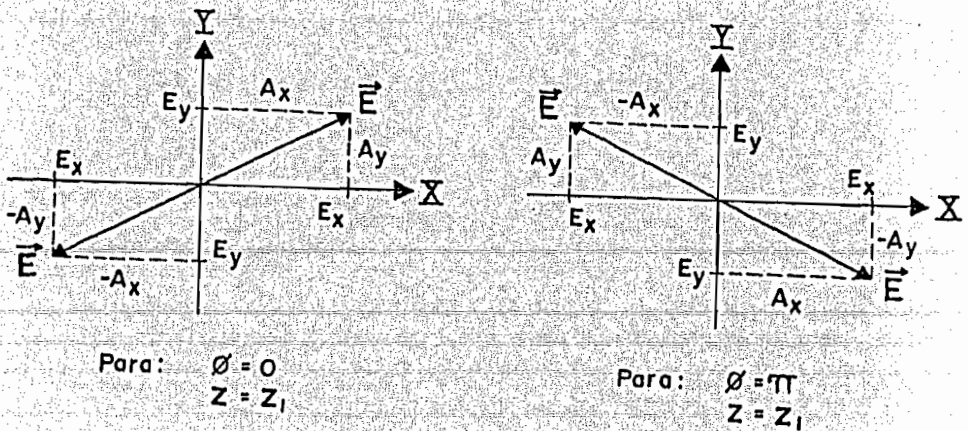


FIG. 1.b

I.2.3.- LUZ CIRCULARMENTE POLARIZADA.-

Se dice que la luz esta circularmente polarizada cuando:

$$\phi = \pi/2 \quad \text{ó} \quad \phi = -\pi/2 \quad \dots(73)$$

y además:

$$A_y = A_x$$

Substituyendo estas condiciones en la expresión para el campo eléctrico (ecs.(67)) se facilita el análisis de las características de este tipo de luz, por lo que se hace a continuación:

Para $\phi = \pi/2$ y $A_y = A_x$

$$E_x = A_x \cos(\omega t - kz + \phi_x) \quad \dots(74)$$

$$E_y = -A_x \sin(\omega t - kz + \phi_x)$$

Para $\phi = -\pi/2$ y $A_y = A_x$

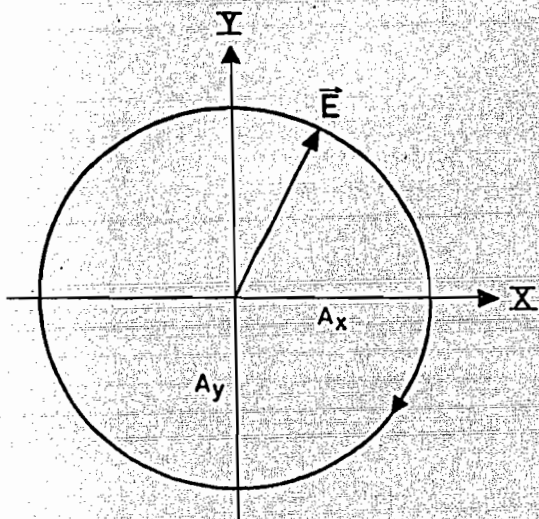
$$E_x = A_x \cos(\omega t - kz + \phi_x) \quad \dots(75)$$

$$E_y = A_x \sin(\omega t - kz + \phi_x)$$

Para $\phi = \pi/2$, las ecs. (74) nos dicen que E_y y E_z no son directamente proporcionales, sino que E_y llega a su valor máximo un cuarto de ciclo antes de que lo haga E_x , de tal forma que si se viera el vector \vec{E} , para una posición fija de z , éste describe una circunferencia de radio constante en el plano $X - Y$, girando con el mismo sentido que las manecillas de un reloj, por lo que se le llama luz circularmente polarizada a la derecha (ver figura 2.a)

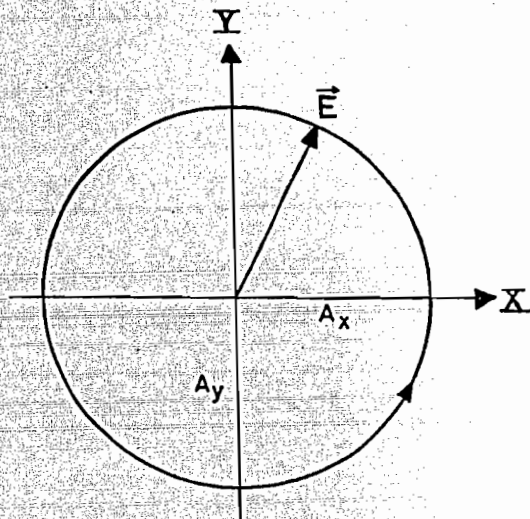
Para $\phi = -\pi/2$, el vector \vec{E} describe también una circunferencia de radio constante en el plano $X - Y$ (para una z fija) pero girando en sentido contra-

rio a las manecillas de un reloj, por lo que a ésta luz se le llama luz circularmente polarizada a la izquierda (ver figura 2.b)



Para: $\phi = \pi/2$
 $Z = Z_1$
 $A_x = A_y$

FIG. 2.a



Para: $\phi = -\pi/2$
 $Z = Z_1$
 $A_x = A_y$

FIG. 2.b

I.2.4.- LUZ ELIPTICAMENTE POLARIZADA.-

Se dice que la luz está elípticamente polarizada cuando, en general:

$$A_y \neq A_x \quad \dots(76)$$

Substituyendo esta condición general en las ecs. (67), y elevando al cuadrado estas ecuaciones, obtenemos:

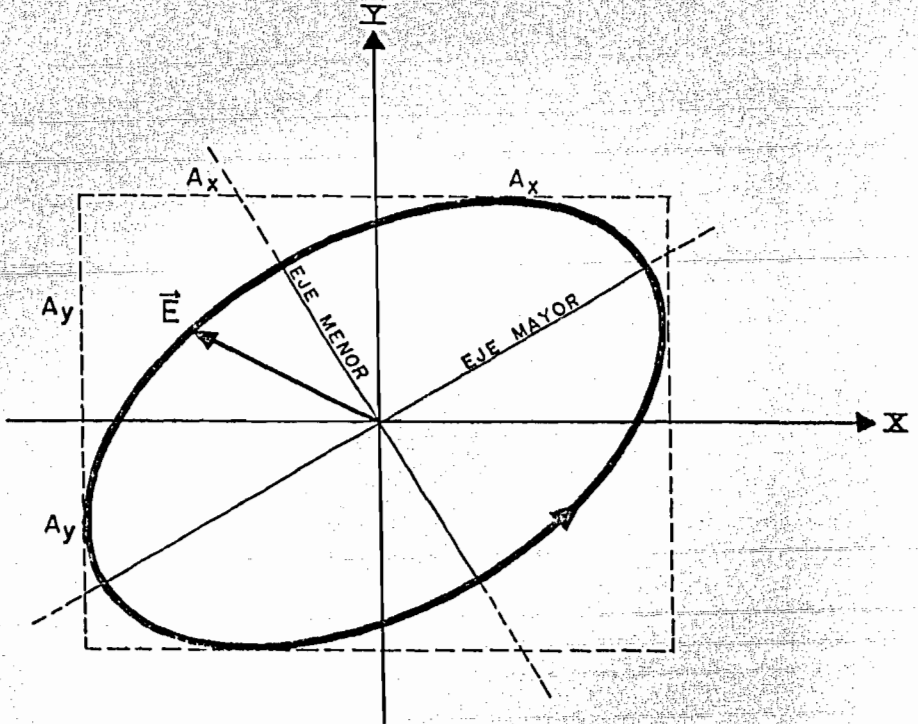
$$E_x^2/A_x^2 = \cos^2(\omega t - kz + \phi_x)$$

$$E_y^2/A_y^2 = \cos^2(\omega t - kz + \phi_y)$$

sumando estas ecuaciones y reorganizando, obtenemos:

$$\frac{E_y^2}{A_y^2 \{ \cos^2(\omega t - kz + \phi_y) + \cos^2(\omega t - kz + \phi_x) \}} + \frac{E_x^2}{A_x^2 \{ \cos^2(\omega t - kz + \phi_y) + \cos^2(\omega t - kz + \phi_x) \}} = 1 \quad \dots (77)$$

La ec. (77) representa un elipse con ejes semi-mayor y semi-menor dados por las raíces cuadradas de los denominadores del 1º y 2º término respectivamente, que forman tal ecuación. Esta elipse está trazada en el plano X-Y, por la punta del vector \vec{E} , el cual gira a la derecha si ϕ es positiva y dentro del intervalo $[0, \pi]$, y a la izquierda si ϕ es negativa y dentro del intervalo $[0, -\pi]$. Nótese que la elipse estará inscrita dentro del rectángulo de lados $2A_x$ y $2A_y$, según lo muestra la figura 3, y su excentricidad depende del valor de ϕ .



Para: $-\pi < \phi < 0$

$A_x \neq A_y$

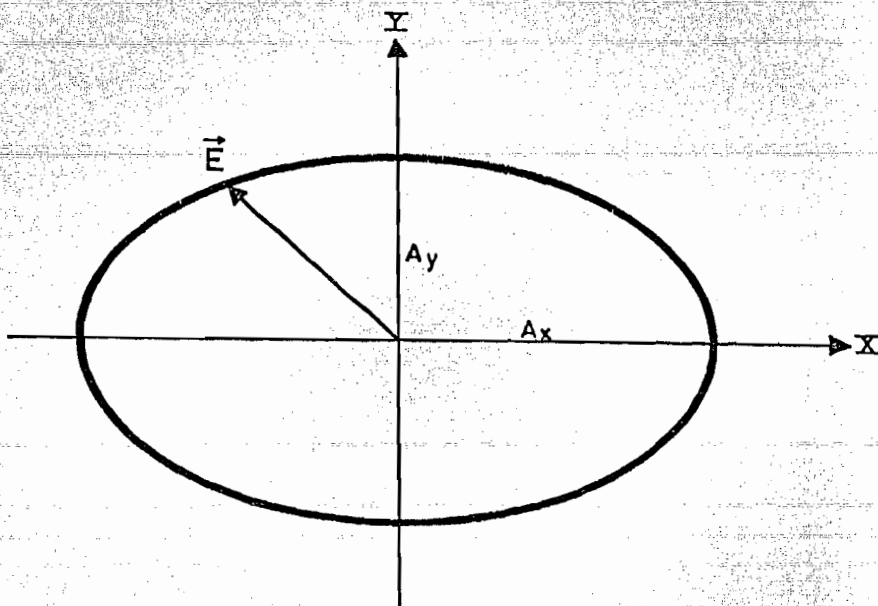
$Z = Z_1$

FIG. 3.

Cuando $\phi = \pm \pi/2$, la ec. (77) se convierte en:

$$\frac{E_y^2}{A_y^2} + \frac{E_x^2}{A_x^2} = 1 \quad \dots(78)$$

esta ec. representa un elipse de eje semi-mayor y semi-menor dados por A_y y A_x , trazada en el plano $X - Y$ por la punta del vector \vec{E} , para un valor de z fijo cualquiera (ver figura 4); con polarización elíptica a la derecha o a la izquierda, si $\phi = \pi/2$ ó $-\pi/2$, respectivamente. Es claro, que éste es un caso particular de la polarización elíptica, en el cual la elipse general dada por la ec. (77), tiene excentricidad mínima, como se puede ver comparando las figuras 3 y 4.



Para: $\phi = \pi/2$ ó $-3\pi/2$

$A_x \neq A_y$

$Z = Z_1$

FIG. 4

Cuando $\phi = \pm \pi$, se tienen las condiciones dadas en las ecs. (70), o sea que la luz se encuentra linealmente polarizada, con las características ya estudiadas en la sección I.2.2. Este caso también es una situación particular de la polarización elíptica, en el cual la excentricidad de la elipse general dada por la ec. (77), es máxima.

I.3.- TEORIA SOBRE LA REFLEXION Y TRANSMISION DE LA LUZ EN LA FRONTERA ENTRE DOS MEDIOS.-

I.3.1.- CONDICIONES DE FRONTERA.-

Supongamos la existencia de dos medios ópticos isotrópicos y homogéneos (con índices de refracción \tilde{n}_1 y \tilde{n}_2) que se encuentran en contacto constituyendo una frontera óptica abrupta. Los vectores \vec{E} , \vec{B} , \vec{D} , y \vec{H} , que representan a un haz de luz que incide sobre tal frontera óptica, serán en general distintos a uno y otro lado de la frontera, sin embargo, la teoría electromagnética exige que tales vectores cumplan ciertas condiciones a uno y otro lado de la discontinuidad óptica formada por los dos medios en contacto; estas condiciones son llamadas condiciones de frontera y se obtienen explícitamente al integrar las ecs. de Maxwell (ecs. (19), (20), (21) y (22)) sobre regiones apropiadas del espacio que contiene dicha frontera óptica. Estas integraciones son llevadas a cabo en la mayoría de los textos de electrodinámica o electromagnetismo que se enuncian en la bibliografía de este trabajo, por lo que a continuación presentamos sólo las conclusiones a que se llegan:

- a) La componente de \vec{E} que es tangente a la frontera óptica es continua a través de ella.
- b) La componente de \vec{B} que es normal a la frontera óptica es continua a través de ella.

- c) La componente de \vec{D} que es normal a la frontera óptica es continua a través de ella.
- d) La componente de \vec{H} que es tangente a la frontera óptica es continua a través de ella.

Las cuatro condiciones anteriores se cumplen siempre y cuando no existan cargas libres (ρ_f) ni corrientes libres (\vec{J}_f) en las superficies de los dos medios que forman la frontera óptica.

I.3.2.- DEDUCCION DE LAS LEYES DE LA REFLEXION Y DE LA REFRACCION LUMINOSA.-

Coloquemos un marco de referencia apropiado a la frontera óptica formada por dos medios distintos de tal forma que esta frontera se encuentre en el plano X - Y, con el eje X emergiendo del plano en el que se encuentra la figura 5. En tal figura se muestra también un rayo de luz proveniente del medio uno (1) que incide, a un ángulo θ_i con respecto a la normal, sobre la frontera óptica; la dirección de este rayo incidente y la normal a la frontera óptica forman el llamado "plano de incidencia" el cual, en este caso coincide con el plano Y-Z.

En general, en esta interacción de la luz con una frontera óptica habrá un rayo incidente, uno reflejado y otro transmitido, los cuales podrán representarse por vectores de campo \vec{E} (dados por la ec. (38)), así:

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{oi} e^{i(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})} \quad \dots(79)$$

$$\vec{E}_r = \vec{E}_{or} e^{i(\omega t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})} \quad \dots(80)$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{ot} e^{i(\omega t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})} \quad \dots(81)$$

Pero, en la figura 5 podemos ver que:

$$\vec{k}_i \equiv (k_{ix}, k_{iy}, k_{iz}) = (0, -|\vec{k}_i| \sin \theta_i, |\vec{k}_i| \cos \theta_i) \quad \dots(82)$$

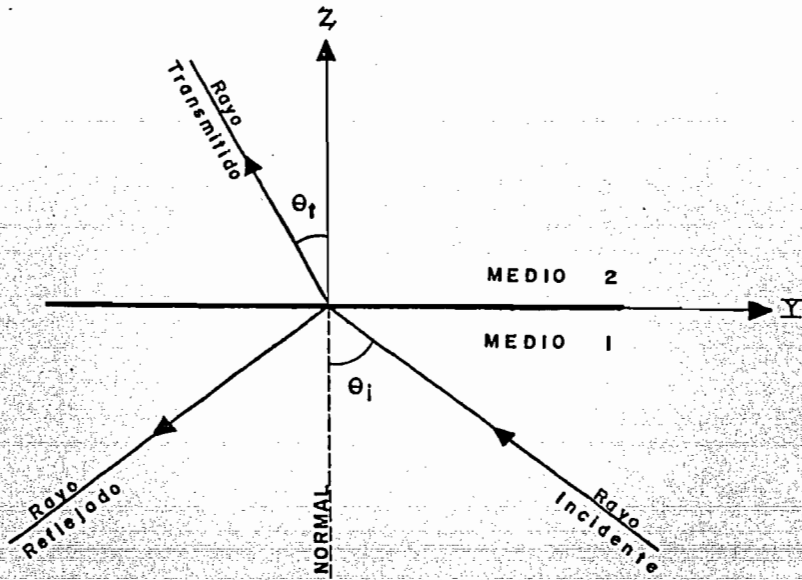


FIG. 5

Las componentes X y Y de los vectores \vec{E}_i , \vec{E}_r , y \vec{E}_t , tomando en cuenta la ec. (82) y la definición matemática del producto punto, pueden escribirse así:

$$E_{iv} = \tilde{E}_{oiv} e^{i(\omega_i t - (-y|\vec{k}_i| \sin \theta_i + z|\vec{k}_i| \cos \theta_i))} \quad \dots(83)$$

Con $v = x \text{ ó } y$

$$E_{ru} = \tilde{E}_{oru} e^{i(\omega_r t - (k_{rx}x + k_{ry}y + k_{rz}z))} \quad \dots(84)$$

con $u = x \text{ ó } y$

$$E_{t\xi} = \tilde{E}_{ot\xi} e^{i(\omega_t t - (k_{tx}x + k_{ty}y + k_{tz}z))} \quad \dots(85)$$

Con $\xi = x \text{ ó } y$

Ahora bien, la primera condición de frontera de la sección anterior para el vector \vec{E} , nos dice que para $z=0$ la componente tangencial de \vec{E} a ambos lados de la frontera óptica debe ser continua, o sea:

$$(E_{ix}, E_{iy}) + (E_{rx}, E_{ry}) = (E_{tx}, E_{ty}) \quad \dots(86)$$

Así, substituyendo las ecs. (83) a (85) en la ec. (86) y colocando $z=0$ (por la colocación del marco de referencia en la frontera óptica), la ec. siguiente debe cumplirse:

$$\vec{E}_{oi} e^{i(\omega_i t + |\vec{k}_i| y \text{ sen } \theta_i)} + \vec{E}_{or} e^{i(\omega_r t - (k_{rx} x + k_{ry} y))} = \vec{E}_{ot} e^{i(\omega_t t - (k_{tx} x + k_{ty} y))} \dots (87)$$

$$\text{con } v = x \text{ ó } y$$

Como la ec. anterior debe satisfacerse para todo valor de x, y y t , las siguientes relaciones son válidas:

$$\omega_i = \omega_r = \omega_t \dots (88)$$

$$0 = -k_{rx} = -k_{tx} \dots (89)$$

$$|\vec{k}_i| \text{ sen } \theta_i = -k_{ry} = -k_{ty} \dots (90)$$

La ec. (88) nos dice que: las ondas incidente, reflejada y transmitida tienen frecuencias iguales. La ec. (89) nos dice que: las ondas reflejada y transmitida se propagan en el plano de incidencia.

Esta propiedad recién deducida, o sea que las ondas incidente, reflejada y transmitida se propagan en un mismo plano, y la observación de la figura 5, nos permite establecer las siguientes relaciones para las componentes de los vectores de propagación de las ondas reflejada y transmitida:

$$\begin{aligned} k_{rx} &= 0 \\ k_{ry} &= -\text{sen } \theta_r |\vec{k}_r| \\ k_{rz} &= -|\vec{k}_r| \cos \theta_r \dots (91) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{tx} &= 0 \\ k_{ty} &= -|\vec{k}_t| \text{ sen } \theta_t \\ k_{tz} &= |\vec{k}_t| \cos \theta_t \end{aligned}$$

Substituyendo ec.(91) en (90) obtenemos:

$$|\vec{k}_i| \operatorname{sen} \theta_i = |\vec{k}_r| \operatorname{sen} \theta_r = |\vec{k}_t| \operatorname{sen} \theta_t \quad \dots(92)$$

Substituyendo la ec. (56) en (92) y recordando la consecuencia deducida en la ec. (88), obtenemos:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_i = n_1 \operatorname{sen} \theta_r = n_2 \operatorname{sen} \theta_t \quad \dots(93)$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción de los medios 1 y 2, respectivamente*. De la ec. (93) obtenemos dos relaciones conocidas como leyes de la reflexión y de Snell, las cuales respectivamente son:

$$\theta_i = \theta_r \quad \dots(94)$$

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_i = n_2 \operatorname{sen} \theta_t \quad \dots(95)$$

nótese que la ley de Snell (ec. (95)) sólo se satisface cuando:

$$\frac{n_1}{n_2} \operatorname{sen} \theta_i \leq 1 \quad \dots(96)$$

y la ec. (96), a su vez, sólo se satisface cuando n_2 es mayor que n_1 , o bien cuando θ_i es menor que un cierto ángulo límite llamado ángulo de reflexión total ($\theta_{r.t.}$), dado por:

$$\operatorname{sen} \theta_{r.t.} = n_2/n_1 \quad \dots(97)$$

Cuando n_1 es mayor que n_2 y θ_i es mayor que $\theta_{r.t.}$, la onda transmitida no existe, sufriendo la onda incidente una reflexión total.

* En esta sección los índices de refracción son supuestos reales para que los ángulos θ_i , θ_r y θ_t no pierdan su interpretación geométrica simple, pero pueden ser complejos en general.

En seguida desarrollaremos un poco más las ecuaciones para poder pasar a aplicar las condiciones de frontera ya deducidas. Substituyendo las ecs. encontradas ((88), (91) y (94)) en las ec. (87) y dividiendo entre el factor $e^{i(\omega_j t + |\vec{k}_j|y \text{ sen } \theta_j)}$, obtenemos una relación que utilizaremos posteriormente, que es:

$$\vec{E}_{oiv} + \vec{E}_{orv} = \vec{E}_{otv} \quad \dots(98)$$

$$\text{con } v = x \text{ ó } y$$

Hasta el momento sólo hemos obtenido relaciones e información en cuanto al comportamiento de la luz, aplicando o haciendo cumplir al vector \vec{E} las condiciones de frontera que le atañe. Veamos qué podemos obtener si trabajamos ahora también con el vector \vec{H} y sus condiciones de frontera, ya que las tres ondas (incidente, reflejada y transmitida) también están representadas por un vector \vec{H} (\vec{H}_i , \vec{H}_r y \vec{H}_t), el cual para cada una de estas ondas, es el siguiente (substituyendo la ec. (50) y la ec.(88) en la ec. (28):

$$\begin{aligned} \vec{H}_i &= \frac{c}{\mu_1 \omega_i} (\vec{k}_i \times \vec{E}_i) \\ \vec{H}_r &= \frac{c}{\mu_1 \omega_i} (\vec{k}_r \times \vec{E}_r) \\ \vec{H}_t &= \frac{c}{\mu_2 \omega_i} (\vec{k}_t \times \vec{E}_t) \end{aligned} \quad \dots(99)$$

donde μ_1 y μ_2 son las permeabilidades magnéticas de los medios 1 y 2, respectivamente.

Ahora bien, la condición de frontera para \vec{H} , dada en la sección anterior nos dice que su componente tangencial (a la frontera óptica) debe ser continua cuando $z = 0$, o sea, enuncia que:

$$(H_{ix}, H_{iy}) + (H_{rx}, H_{ry}) = (H_{tx}, H_{ty}) \quad \dots(100)$$

substituyendo la ec. (99) en la ec. (100) obtenemos, para $z=0$, la siguiente ecuación:

$$\frac{c}{\mu_1 \omega_i} (\vec{k}_i \times \vec{E}_i)_v + \frac{c}{\mu_1 \omega_i} (\vec{k}_r \times \vec{E}_r)_v = \frac{c}{\mu_2 \omega_i} (\vec{k}_t \times \vec{E}_t)_v \quad \dots (101)$$

$$\text{con } v = x \text{ o } y$$

Efectuando el producto \times , tomando las componentes de este producto indicadas con subíndice en la ec. (101) y tomando en cuenta que las ondas reflejadas y transmitidas se propagan en el plano de incidencia (ec. (89)), obtenemos las siguientes dos ecuaciones:

$$\frac{c}{\mu_1 \omega_i} (k_{iy} \tilde{E}_{iz} - k_{iz} \tilde{E}_{iy}) + \frac{c}{\mu_1 \omega_i} (k_{ry} \tilde{E}_{rz} - k_{rz} \tilde{E}_{ry}) = \frac{c}{\mu_2 \omega_i} (k_{ty} \tilde{E}_{tz} - k_{tz} \tilde{E}_{ty}) \quad \dots (102)$$

$$\frac{c}{\mu_1 \omega_i} (k_{iz} \tilde{E}_{ix}) + \frac{c}{\mu_1 \omega_i} (k_{rz} \tilde{E}_{rx}) = \frac{c}{\mu_2 \omega_i} (k_{tz} \tilde{E}_{tx}) \quad \dots (103)$$

Antes de proseguir desarrollando estas ecuaciones es conveniente hacer una pequeña disertación. Como se vio en la sección I.2, una onda electromagnética polarizada (lineal, circular o elípticamente) siempre puede ser expresada como una superposición de dos ondas linealmente polarizadas, vibrando perpendicularmente entre sí, de la misma frecuencia y con la misma dirección de sus vectores de propagación (ver ecs. (66) y (67)). Por lo que si en la interacción luz-materia que estamos tratando, consideramos una onda linealmente polarizada vibrando en un plano paralelo al plano de incidencia (onda o luz π) y una onda linealmente polarizada vibrando en un plano perpendicular al plano de incidencia (onda o luz σ) podremos por superposición de estas dos ondas describir la luz reflejada, transmitida o incidente, con cualquier estado de polarización. Así, a las proyecciones sobre el plano de incidencia de los vectores eléctricos que representan a la luz incidente, reflejada y transmitida,

las denotaremos así:

$$\vec{E}_i^\pi, \vec{E}_r^\pi, \vec{E}_t^\pi$$

y sus amplitudes serán:

$$E_{oi}^\pi, E_{or}^\pi, E_{ot}^\pi$$

Un significado similar tendrán, para proyecciones perpendiculares al plano de incidencia los siguientes símbolos:

$$\vec{E}_i^\sigma, \vec{E}_r^\sigma, \vec{E}_t^\sigma$$

$$E_{oi}^\sigma, E_{or}^\sigma, E_{ot}^\sigma$$

Las fases de los vectores tendrán notaciones similares:

$$\phi_i^\pi, \phi_r^\pi, \phi_t^\pi, \phi_i^\sigma, \phi_r^\sigma, \phi_t^\sigma$$

Seguiremos ahora desarrollando nuestras ecuaciones para los casos π y σ por separado, utilizando la notación recién descrita. O sea, primero haremos el desarrollo para luz linealmente polarizada vibrando paralelamente al plano de incidencia y después para luz linealmente polarizada vibrando perpendicularmente al plano de incidencia. Esto se hará en la siguiente sección.

I.3.3.- DEDUCCION DE LOS COEFICIENTES DE FRESNEL.-

I.3.3.1.- Introducción.-

En ésta sección deduciremos y estudiaremos las relaciones generales que existen entre las amplitudes e intensidades de las ondas reflejada, incidente y transmitida, para todo ángulo de incidencia y cualquier combinación de índices de refracción de los medios que forman la frontera óptica, con la excepción del caso de reflexión total interna, es decir, supondremos que la condición dada por la ec. (96) siempre se cumple, ya que la reflexión total interna no es importante para el objetivo de este trabajo.

Estas relaciones serán deducidas para luz π y luz σ , independientemente.

I.3.3.2.- Luz π .-

En este caso, \vec{E} se encuentra contenido en el plano de incidencia por lo que se cumplen ciertas relaciones geométricas para las componentes de los vectores \vec{E}_i , \vec{E}_r y \vec{E}_t . Estas relaciones pueden obtenerse observando la figura 6, y son:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{ix} &= \tilde{E}_{rx} = \tilde{E}_{tx} = 0 \\ \tilde{E}_{iy} &= |\vec{E}_i| \cos \theta_i e^{i(S+\phi_i)} \\ \tilde{E}_{iz} &= |\vec{E}_i| \cos(90^\circ - \theta_i) e^{i(S+\phi_i)} \\ \tilde{E}_{ry} &= -|\vec{E}_r| \cos \theta_i e^{i(S+\phi_r)} \quad \dots(104) \\ \tilde{E}_{rz} &= |\vec{E}_r| \cos(90^\circ - \theta_i) e^{i(S+\phi_r)} \\ \tilde{E}_{ty} &= |\vec{E}_t| \cos \theta_t e^{i(S'+\phi_t)} \\ \tilde{E}_{tz} &= |\vec{E}_t| \cos(90^\circ - \theta_t) e^{i(S'+\phi_t)} \end{aligned}$$

donde: $S = \omega_i t - \vec{k}_i \cdot \vec{r}_i = \omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{r}$

$$S' = \omega_t t - \vec{k}_t \cdot \vec{r}$$

pero podemos hacer ver que $S = S'$ utilizando las ecs. (82), (91) y (92), por lo que de ahora en adelante:

$$S = \omega_i t - \vec{k}_i \cdot \vec{r} = \omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{r} = \omega_t t - \vec{k}_t \cdot \vec{r} \quad \dots(105)$$

Substituyendo las siete ecs. anteriores, junto con las ecs. (82), (56) y (91) en las ecs. (102) y (103), la ec. (103) se anula sin dar información pero la ec. (102) resultante (aprovechando las leyes de la reflexión, ya dedu-

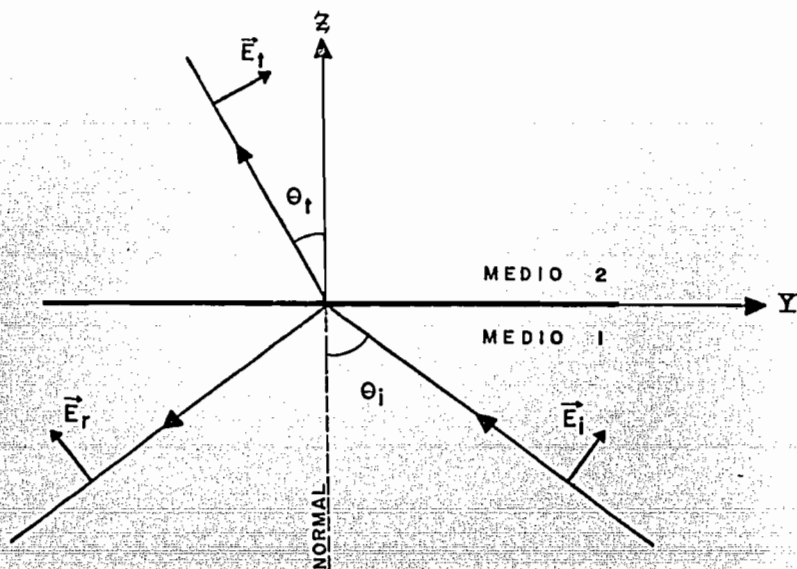


FIG. 6

cidas, y el hecho de que las frecuencias de las luces incidente, reflejada y transmitida son iguales) puede escribirse, utilizando la ley de Snell, así:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} \{ E_{oi}^{\parallel} e^{i(S+\phi_i^{\parallel})} + E_{or}^{\parallel} e^{i(S+\phi_r^{\parallel})} \} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} E_{ot}^{\parallel} e^{i(S+\phi_t^{\parallel})} \quad \dots (106)$$

Por otro lado, regresando a la ec. (98), vemos que por tratarse de luz π (componente X del campo eléctrico igual a cero), esta ecuación, introduciendo en ella las ecs. (104) y las leyes de la reflexión se transforma en:

$$E_{oi}^{\parallel} e^{i\phi_i^{\parallel}} - E_{or}^{\parallel} e^{i\phi_r^{\parallel}} = \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} E_{ot}^{\parallel} e^{i\phi_t^{\parallel}} \quad \dots (107)$$

Las ecs. (106) y (107) forman un sistema de ecuaciones que puede ser resuelto para E_{or}^{\parallel} y E_{ot}^{\parallel} en función de E_{oi}^{\parallel} ; haciéndolo por el método de sustitución, llegamos a dos ecuaciones:

$$E_{or}^{\pi} e^{i(S+\phi_r)} = \frac{\mu_1 \sin \theta_i \cos \theta_i - \mu_2 \sin \theta_t \cos \theta_t}{\mu_1 \sin \theta_i \cos \theta_i + \mu_2 \sin \theta_t \cos \theta_t} E_{oi}^{\pi} e^{i(S+\phi_i)} \quad \dots(108)$$

$$E_{ot}^{\pi} e^{i(S+\phi_t)} = \frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\cos \theta_t \sin \theta_t + \frac{\mu_1}{\mu_2} \cos \theta_i \sin \theta_i} E_{oi}^{\pi} e^{i(S+\phi_i)} \quad \dots(109)$$

A los coeficientes de $E_{oi}^{\pi} e^{i(S+\phi_i)}$ en las dos últimas ecuaciones se les llama, respectivamente, Coeficientes de Fresnel para transmisión (τ^{π}) y reflexión (ρ^{π}) de luz π . Así, por definición los Coeficientes de Fresnel, son:

$$\rho^{\pi} \equiv \frac{E_{or}^{\pi}}{E_{oi}^{\pi}} e^{i(\phi_r - \phi_i)} = \frac{\mu_1 \sin \theta_i \cos \theta_i - \mu_2 \sin \theta_t \cos \theta_t}{\mu_1 \sin \theta_i \cos \theta_i + \mu_2 \sin \theta_t \cos \theta_t} \quad \dots(110)$$

$$\tau^{\pi} \equiv \frac{E_{ot}^{\pi}}{E_{oi}^{\pi}} e^{i(\phi_t - \phi_i)} = \frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\cos \theta_t \sin \theta_t + \frac{\mu_1}{\mu_2} \cos \theta_i \sin \theta_i} \quad \dots(111)$$

I.3.3.3.- Luz σ .

En este caso, \vec{E} es perpendicular al plano de incidencia, por lo que se cumplen ciertas relaciones geométricas para las componentes de los vectores \vec{E}_i , \vec{E}_r y \vec{E}_t . Estas relaciones pueden obtenerse observando la figura 7, y son:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{ix} &= |\tilde{E}_i| e^{i(S + \phi_i)} \\ \tilde{E}_{iy} &= \tilde{E}_{iz} = 0 \\ \tilde{E}_{rx} &= |\tilde{E}_r| e^{i(S + \phi_r)} \\ \tilde{E}_{ry} &= \tilde{E}_{rz} = 0 \\ \tilde{E}_{tx} &= |\tilde{E}_t| e^{i(S + \phi_t)} \\ \tilde{E}_{ty} &= \tilde{E}_{tz} = 0 \end{aligned} \quad \dots(112)$$

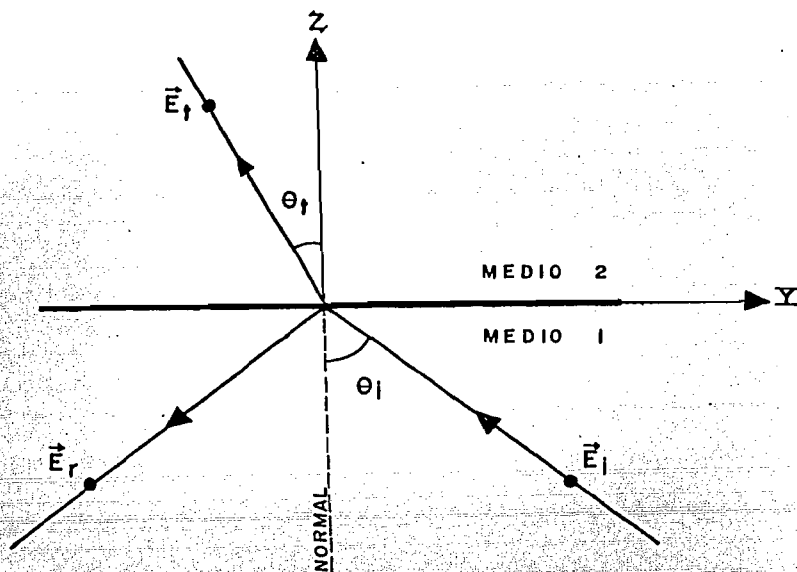


FIG. 7

Substituyendo las seis ecs. (112), junto con las ecs. (82), (62) y (91) en las ecs. (102) y (103), la ec. (102) se anula sin dar información, pero la ec. (103) resultante (aprovechando las leyes de la reflexión y el hecho de que las frecuencias de las luces incidente, reflejada y transmitida son iguales) puede escribirse así:

$$\frac{\tilde{n}_1}{\mu_1} \cos \theta_i (E_{oi}^\sigma e^{i(S+\phi_i^\sigma)} - E_{or}^\sigma e^{i(S+\phi_r^\sigma)}) = \frac{\tilde{n}_2}{\mu_2} E_{ot}^\sigma e^{i(S+\phi_t^\sigma)} \cos \theta_t$$

Utilizando las Ley de Snell, obtenemos:

$$E_{oi}^\sigma e^{i(S+\phi_i)} - E_{or}^\sigma e^{i(S+\phi_r)} = \frac{\mu_1 \sin \theta_i \cos \theta_t}{\mu_2 \sin \theta_t \cos \theta_i} E_{ot}^\sigma e^{i(S+\phi_t)} \dots (113)$$

Por otro lado, regresando a la ec. (98) vemos que por tratarse de luz (componentes Y y Z del campo eléctrico = 0), la 2a. ec. (98) desaparece sin dar información, pero la 1a. ec. (98) introduciendo en ella las relaciones (112) y las leyes de la reflexión, se transforma en:

$$E_{oi}^{\sigma} e^{i\phi_i^{\sigma}} + E_{or}^{\sigma} e^{i\phi_r^{\sigma}} = E_{ot}^{\sigma} e^{i\phi_t^{\sigma}} \quad \dots(114)$$

Las ecs. (113) y (114) forman un sistema de ecuaciones, que puede ser resuelto para E_{or}^{σ} y E_{ot}^{σ} , en función de E_{oi}^{σ} , haciéndolo por el método de sustitución, obtenemos dos ecuaciones:

$$E_{or}^{\sigma} e^{i(S + \phi_r^{\sigma})} = \frac{-\mu_1 \sin \theta_i \cos \theta_t + \mu_2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\mu_1 \sin \theta_i \cos \theta_t + \mu_2 \cos \theta_i \sin \theta_t} E_{oi}^{\sigma} e^{i(S + \phi_i^{\sigma})} \quad \dots(115)$$

$$E_{ot}^{\sigma} e^{i(S + \phi_t^{\sigma})} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin \theta_t \cos \theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2} \sin \theta_i \cos \theta_t} E_{oi}^{\sigma} e^{i(S + \phi_i^{\sigma})} \quad \dots(116)$$

A los coeficientes de $E_{oi}^{\sigma} e^{i(S + \phi_i^{\sigma})}$ en las ecs. (115) y (116) se les llama, respectivamente, Coeficiente de Fresnel para transmisión (τ^{σ}) y reflexión (ρ^{σ}) de luz σ . Así, por definición los Coeficientes de Fresnel para este tipo de luz, son:

$$\rho^{\sigma} \equiv \frac{E_{or}^{\sigma}}{E_{oi}^{\sigma}} e^{i(\phi_r^{\sigma} - \phi_i^{\sigma})} = \frac{-\mu_1 \sin \theta_i \cos \theta_t + \mu_2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\mu_1 \sin \theta_i \cos \theta_t + \mu_2 \cos \theta_i \sin \theta_t} \quad \dots(117)$$

$$\tau^{\sigma} \equiv \frac{E_{ot}^{\sigma}}{E_{oi}^{\sigma}} e^{i(\phi_t^{\sigma} - \phi_i^{\sigma})} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin \theta_t \cos \theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2} \sin \theta_i \cos \theta_t} \quad \dots(118)$$

1.3.3.4.- Coeficientes de Fresnel para Luz π y σ en Medios No-Magnéticos.-

Las ecs. (110), (111), (117) y (118) fueron obtenidas por primera vez por Agustín Fresnel (1788-1827) en 1823. Describen en su totalidad la reflexión y transmisión de ondas electromagnéticas (mientras se cumpla la condición (96)) en una frontera óptica entre dos medios isotrópicos y homogéneos, con excepción del caso de incidencia normal ($\theta_i = 0$), en el cual los Coeficientes de Fresnel quedan indeterminados, encontrándose las condiciones ade-

cuadas, partiendo de nuevo de las condiciones de frontera.

Por ahora, nos interesan los Coeficientes de Fresnel para el caso particular en el cual los medios que forman la frontera óptica son no-magnéticos. O sea, medios de permeabilidad magnética (μ) igual a la unidad. Así, los Coeficientes de Fresnel de interés son aquellos deducidos en la sección anterior, en los cuales substituiremos la siguiente relación:

$$\mu_1 = \mu_2 = 1 \quad \dots(119)$$

Substituyendo la ec. (119) en las ecs. (110), (111), (117) y (118), obtenemos los Coeficientes de Fresnel para medios no-magnéticos, los cuales son:

$$\rho^\pi \equiv \frac{E_{or}^\pi}{E_{oi}^\pi} e^{i(\phi_r^\pi - \phi_i^\pi)} = \frac{\text{sen } \theta_i \cos \theta_i - \text{sen } \theta_t \cos \theta_t}{\text{sen } \theta_i \cos \theta_i + \text{sen } \theta_t \cos \theta_t} \quad \dots(120)$$

$$\tau^\pi \equiv \frac{E_{ot}^\pi}{E_{oi}^\pi} e^{i(\phi_t^\pi - \phi_i^\pi)} = \frac{2 \cos \theta_i \text{sen } \theta_t}{\text{sen } \theta_i \cos \theta_i + \text{sen } \theta_t \cos \theta_t} \quad \dots(121)$$

$$\rho^\sigma \equiv \frac{E_{or}^\sigma}{E_{oi}^\sigma} e^{i(\phi_r^\sigma - \phi_i^\sigma)} = \frac{-\text{sen } \theta_i \cos \theta_t + \cos \theta_i \text{sen } \theta_t}{\text{sen } \theta_i \cos \theta_t + \cos \theta_i \text{sen } \theta_t} \quad \dots(122)$$

$$\tau^\sigma \equiv \frac{E_{ot}^\sigma}{E_{oi}^\sigma} e^{i(\phi_t^\sigma - \phi_i^\sigma)} = \frac{2 \cos \theta_i \text{sen } \theta_t}{\text{sen } \theta_i \cos \theta_t + \cos \theta_i \text{sen } \theta_t} \quad \dots(123)$$

Expresaremos estos coeficientes, de otras formas que nos servirán más adelante. Utilizando la Ley de Snell, los coefs. se transforman en los siguientes:

$$\rho^\pi = \frac{\tilde{n}_2 \cos \theta_i - \tilde{n}_1 \cos \theta_t}{\tilde{n}_2 \cos \theta_i + \tilde{n}_1 \cos \theta_t} \quad \dots(124)$$

$$\tau^\pi = \frac{2 \tilde{n}_1 \cos \theta_i}{\tilde{n}_2 \cos \theta_i + \tilde{n}_1 \cos \theta_t} \quad \dots(125)$$

$$\rho^\sigma = \frac{-\tilde{n}_2 \cos \theta_t + \tilde{n}_1 \cos \theta_i}{\tilde{n}_2 \cos \theta_t + \tilde{n}_1 \cos \theta_i} \quad \dots(126)$$

$$\tau^{\sigma} = \frac{2 \tilde{n}_1 \cos \theta_1}{\tilde{n}_1 \cos \theta_i + \tilde{n}_2 \cos \theta_t} \quad \dots(127)$$

O bien, utilizando algunas relaciones trigonométricas conocidas, los coefs. pueden, a partir de la ec. (120) hasta la ec. (123), expresarse así:

$$\rho^{\pi} \equiv \frac{E_{or}^{\pi}}{E_{oi}^{\pi}} e^{i(\phi_r^{\pi} - \phi_i^{\pi})} = \frac{\text{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\text{tg}(\theta_i + \theta_t)} \quad \dots(128)$$

$$\tau^{\pi} \equiv \frac{E_{ot}^{\pi}}{E_{oi}^{\pi}} e^{i(\phi_t^{\pi} - \phi_i^{\pi})} = \frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} \quad \dots(129)$$

$$\rho^{\sigma} \equiv \frac{E_{or}^{\sigma}}{E_{oi}^{\sigma}} e^{i(\phi_r^{\sigma} - \phi_i^{\sigma})} = \frac{-\text{sen}(\theta_i - \theta_t)}{\text{sen}(\theta_i + \theta_t)} \quad \dots(130)$$

$$\tau^{\sigma} \equiv \frac{E_{ot}^{\sigma}}{E_{oi}^{\sigma}} e^{i(\phi_t^{\sigma} - \phi_i^{\sigma})} = \frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\text{sen}(\theta_i + \theta_t)} \quad \dots(131)$$

La reflectividad (R) y la transmitividad (T) de una substancia para luz π ó σ , están dadas por los cuadrados de los Coef. de Fresnel correspondientes, o sea, son:

$$R^{\pi} = (\rho^{\pi})^2 \quad \dots(132)$$

$$T^{\pi} = (\tau^{\pi})^2 \quad \dots(133)$$

$$R^{\sigma} = (\rho^{\sigma})^2 \quad \dots(134)$$

$$T^{\sigma} = (\tau^{\sigma})^2 \quad \dots(135)$$

I.3.4.- DEDUCCION TEORICA DE LAS CARACTERISTICAS DE LA INTERACCION CUANDO LA FRONTERA OPTICA LA CONSTITUYEN DOS DIELECTRICOS.-

I.3.4.1.- Reflexión Externa ($n_2 > n_1$).-

Entenderemos por reflexión externa el caso en que el índice de refracción del medio por el que viaja el haz incidente (n_1) es menor que el índice del medio por el que viaja el radio transmitido (n_2). Nótese que esta desigualdad ($n_2 > n_1$) puede establecerse debido a que los dieléctricos tienen coeficiente de extinción (k) nulo. O sea:

$$\tilde{n} = n - i(0) \quad \dots(136)$$

Así, n_2 y n_1 son reales, por lo que los Coeficientes de Fresnel son reales y entonces podemos separarlos en partes reales e imaginarias e igualar la parte imaginaria a cero; de estas relaciones obtendremos, utilizando las ecs. (128) hasta (131), propiedades importantes del comportamiento de la luz. Lo haremos para cada uno de los Coefs. de Fresnel, utilizando el teorema de De Moivre y definiendo las siguientes cantidades:

$$\begin{aligned} \beta_r^\pi &= \phi_r^\pi - \phi_i^\pi \\ \beta_t^\pi &= \phi_t^\pi - \phi_i^\pi \\ \beta_r^\sigma &= \phi_r^\sigma - \phi_i^\sigma \\ \beta_t^\sigma &= \phi_t^\sigma - \phi_i^\sigma \end{aligned} \quad \dots(137)$$

Haciéndolo:

A) ρ^π

$$\rho^\pi (\text{real}) = \frac{E_{or}^\pi}{E_{oi}^\pi} \cos \beta_r^\pi = \frac{\text{tg} (\theta_i - \theta_t)}{\text{tg} (\theta_i + \theta_t)} \quad \dots(138)$$

$$\rho^\pi (\text{imag}) = \frac{E_{or}^\pi}{E_{oi}^\pi} \text{sen} \beta_r^\pi = 0 \quad \dots(139)$$

De ec. (139): $\frac{E_{or}^{\pi}}{E_{oi}^{\pi}} \neq 0 \Rightarrow \sin \beta_r^{\pi} = 0 \Rightarrow \beta_r^{\pi} = 0, \pi$ 40
...(140)

De ec. (138): Podemos ver que hay tres casos:

i) Para $\theta_i + \theta_t < 90^\circ$:

$$\frac{E_{or}^{\pi}}{E_{oi}^{\pi}} \cos \beta_r^{\pi} > 0 \text{ y } \frac{E_{or}^{\pi}}{E_{oi}^{\pi}} > 0 \Rightarrow \cos \beta_r^{\pi} > 0 \Rightarrow -\pi/2 < \beta_r^{\pi} < \pi/2 \quad \dots(141)$$

De ecs. (140) y (141), encontramos lógicamente que:

$$\beta_r^{\pi} = 0 \Rightarrow \text{la luz } \pi \text{ al reflejarse no cambia de fase cuando } \theta_i + \theta_t < 90^\circ$$

ii) Para $\theta_i + \theta_t = 90^\circ$ (Deducción del Angulo de Brewster):

$$\frac{E_{or}^{\pi}}{E_{oi}^{\pi}} \cos \beta_r^{\pi} = 0 \Rightarrow E_{or}^{\pi} \cos \beta_r^{\pi} = 0 \Rightarrow E_{or}^{\pi} = 0 \quad \dots(142)$$

O sea, según la ec. (142), que existe un ángulo de incidencia θ_i llamado ángulo de Brewster (θ_B), en el cual la luz π reflejada es cero. Este ángulo es:

$$\theta_B = 90^\circ - \theta_t \quad \dots(143)$$

Substituyendo ec. (143) en la Ley de Snell, obtenemos:

$$\text{tg } \theta_B = n_2/n_1 \quad \dots(144)$$

En otras palabras, la tangente del ángulo de Brewster es igual a la razón entre los índices de refracción de los medios que forman la frontera óptica.

iii) Para $\theta_i + \theta_t > 90^\circ$:

$$\frac{E_{or}^{\pi}}{E_{oi}^{\pi}} \cos \beta_r^{\pi} < 0 \Rightarrow \cos \beta_r^{\pi} < 0 \Rightarrow \pi/2 < \beta_r^{\pi} < 3\pi/2 \quad \dots(145)$$

De las ecs. (140) y (145) encontramos lógicamente que:

$\beta_r^\Pi = \Pi \Rightarrow$ La luz Π al reflejarse cambia su fase en Π radianes cuando $\theta_i + \theta_t > 90^\circ$

B) τ^Π .

$$\tau^\Pi (\text{real}) = \frac{E_{ot}^\Pi}{E_{oi}^\Pi} \cos \beta_t^\Pi = \frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\sin (\theta_i + \theta_t) \cos (\theta_i - \theta_t)} \quad \dots(146)$$

$$\tau^\Pi (\text{imag}) = \frac{E_{ot}^\Pi}{E_{oi}^\Pi} \sin \beta_t^\Pi = 0 \quad \dots(147)$$

De ec. (147): $\frac{E_{ot}^\Pi}{E_{oi}^\Pi} \neq 0 \Rightarrow \sin \beta_t^\Pi = 0 \Rightarrow \beta_t^\Pi = 0, \Pi \dots(148)$

De ec. (146): $\frac{E_{ot}^\Pi}{E_{oi}^\Pi} \cos \beta_t^\Pi > 0 \Rightarrow \cos \beta_t^\Pi > 0 \Rightarrow -\pi/2 < \beta_t^\Pi < \pi/2 \dots(149)$

De ecs. (148) y (149) encontramos lógicamente que:

$\beta_t^\Pi = 0 \Rightarrow$ La luz Π al transmitirse no cambia de fase.

C) ρ^σ .

$$\rho^\sigma (\text{real}) = \frac{E_{or}^\sigma}{E_{oi}^\sigma} \cos \beta_r^\sigma = -\frac{\sin (\theta_i - \theta_t)}{\sin (\theta_i + \theta_t)} \quad \dots(150)$$

$$\rho^\sigma (\text{imag}) = \frac{E_{or}^\sigma}{E_{oi}^\sigma} \sin \beta_r^\sigma = 0 \quad \dots(151)$$

De ec. (151): $\frac{E_{or}^\sigma}{E_{oi}^\sigma} \sin \beta_r^\sigma = 0 \Rightarrow \sin \beta_r^\sigma = 0 \Rightarrow \beta_r^\sigma = 0, \Pi \dots(152)$

$$\text{De ec. (150): } \frac{E_{or}^{\sigma}}{E_{oi}^{\sigma}} \cos \beta_r^{\sigma} < 0 \Rightarrow \cos \beta_r^{\sigma} < 0 \Rightarrow \pi/2 < \beta_r^{\sigma} < 3\pi/2 \dots (153)$$

De ecs. (152) y (153) encontramos lógicamente que:

$\beta_r^{\sigma} = \pi \Rightarrow$ La luz σ al reflejarse cambia su fase por π radianes.

D) τ^{σ}

$$\tau^{\sigma}(\text{real}) = \frac{E_{ot}^{\sigma}}{E_{oi}^{\sigma}} \cos \beta_t^{\sigma} = \frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \dots (154)$$

$$\tau^{\sigma}(\text{imag}) = \frac{E_{ot}^{\sigma}}{E_{oi}^{\sigma}} \sin \beta_t^{\sigma} = 0 \dots (155)$$

$$\text{De ec. (155): } \frac{E_{ot}^{\sigma}}{E_{oi}^{\sigma}} \neq 0 \Rightarrow \sin \beta_t^{\sigma} = 0 \Rightarrow \beta_t^{\sigma} = 0, \pi \dots (156)$$

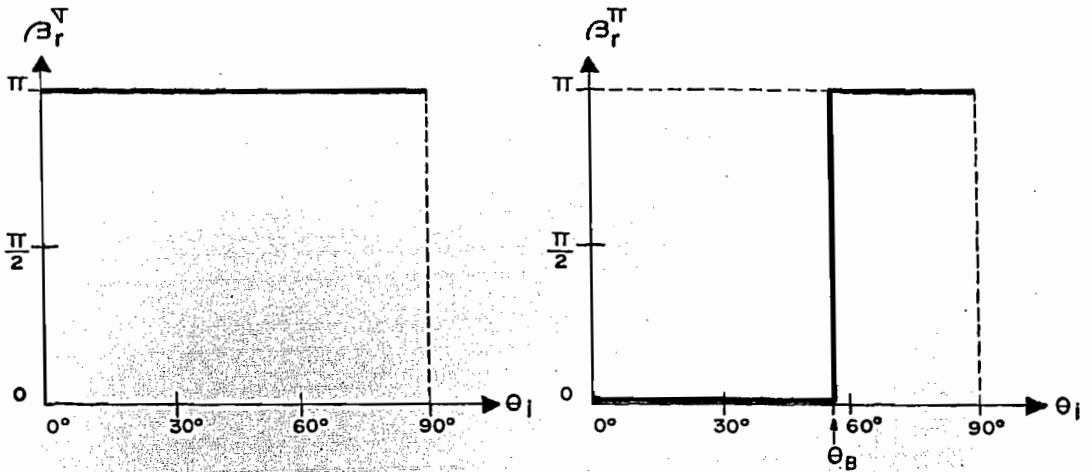
$$\text{De ec. (154): } \frac{E_{ot}^{\sigma}}{E_{oi}^{\sigma}} \cos \beta_t^{\sigma} > 0 \Rightarrow \cos \beta_t^{\sigma} > 0 \Rightarrow -\pi/2 < \beta_t^{\sigma} < \pi/2 \dots (157)$$

De ec. (156) y (157), encontramos lógicamente que:

$\beta_t^{\sigma} = 0 \Rightarrow$ La luz σ al transmitirse no cambia de fase.

E) Gráficas.-

Según el análisis hecho en los incisos anteriores, podemos construir gráficas de cambios de fase para la luz reflejada (β_r^{\parallel} y β_r^{σ}) contra ángulo de incidencia (θ_i), las cuales se muestran en la figura 8, a continuación:



Para: Medios Dieléctricos
 $N_2 > N_1$

FIG. 8

Podemos también graficar los Coefs. de Fresnel (ecs. (128) hasta (131)) contra ángulo de incidencia. Esta gráfica para un valor $n_2/n_1 = 1.5$ se muestra en la figura 9, a continuación:

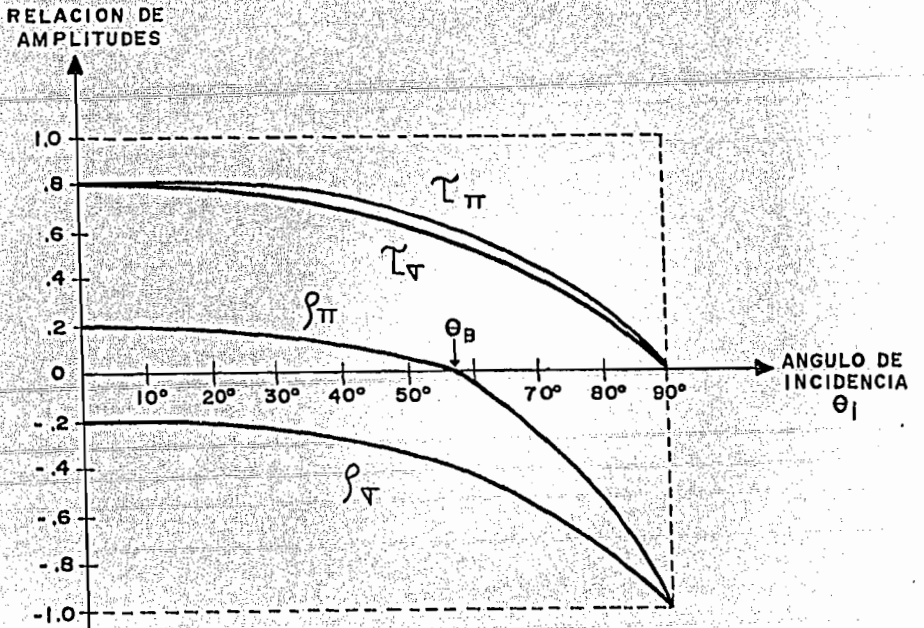


FIG. 9

La correspondiente gráfica para las reflectividades (ecs. (132) y (134)) contra ángulo de incidencia para $n_2/n_1 = 1.5$, se muestra en la figura 10, a continuación:

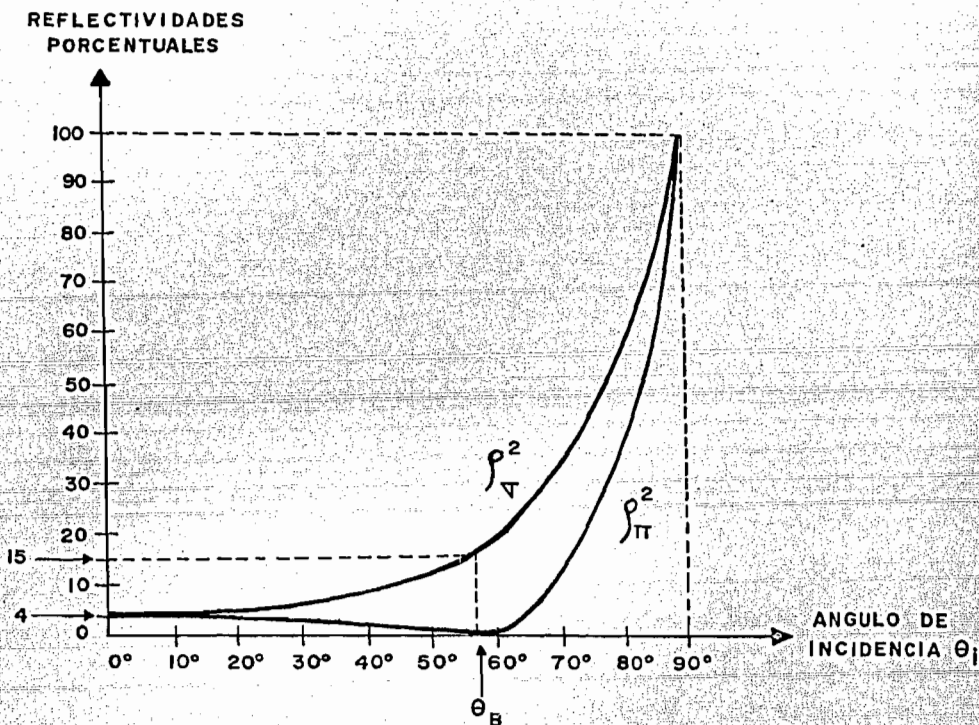
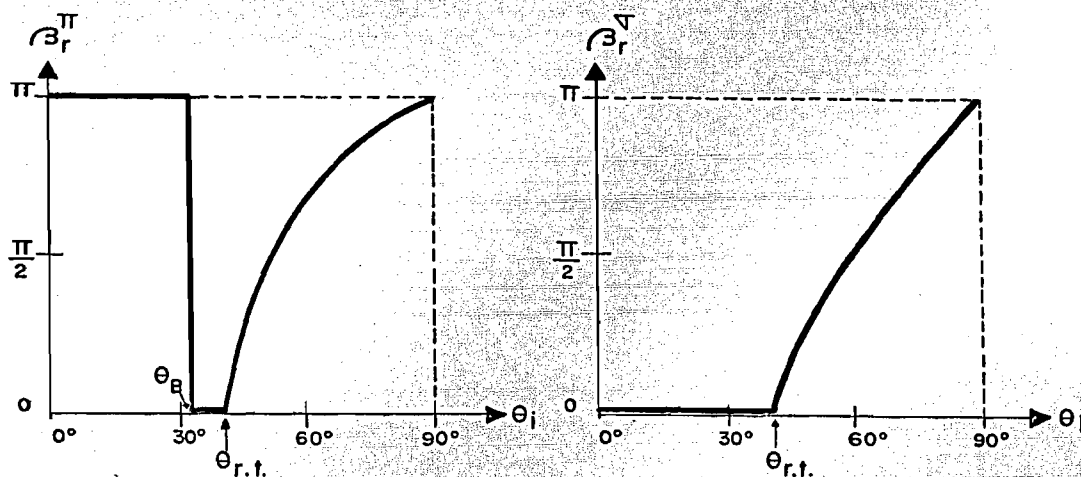


FIG. 10

1.3.4.2.- Reflexión Interna ($n_1 > n_2$).-

Entenderemos por reflexión interna el caso en que el índice de refracción del medio por el que viaja el haz incidente (n_1) es mayor que el índice del medio por el que viaja el rayo transmitido (n_2). Como los medios son dieléctricos, n_2 y n_1 son reales y podemos establecer la desigualdad anterior. Además, por este hecho, los Coeficientes de Fresnel serán reales. Estableciendo esta condición en la expresión para los Coefs. de Fresnel (ecs. (128) hasta (131)) y recordando que en este caso $\theta_i < \theta_t$, podemos, por un razonamiento lógico similar al efectuado en el caso de reflexión externa, encontrar características del comportamiento de la luz reflejada y de la luz

transmitida al variar el ángulo de incidencia. Estas características son expuestas graficamente en esta sección. La figura 11 muestra la gráfica de los cambios de fase de la luz reflejada (β_r^π y β_r^σ) contra el ángulo de incidencia. Nótese en ella que cuando θ_i es mayor que $\theta_{r.t.}$ (veáse ec. (97)) la relación matemática es muy complicada; esta situación no será tratada teóricamente en este trabajo* por no ser de interés a los objetivos del mismo.

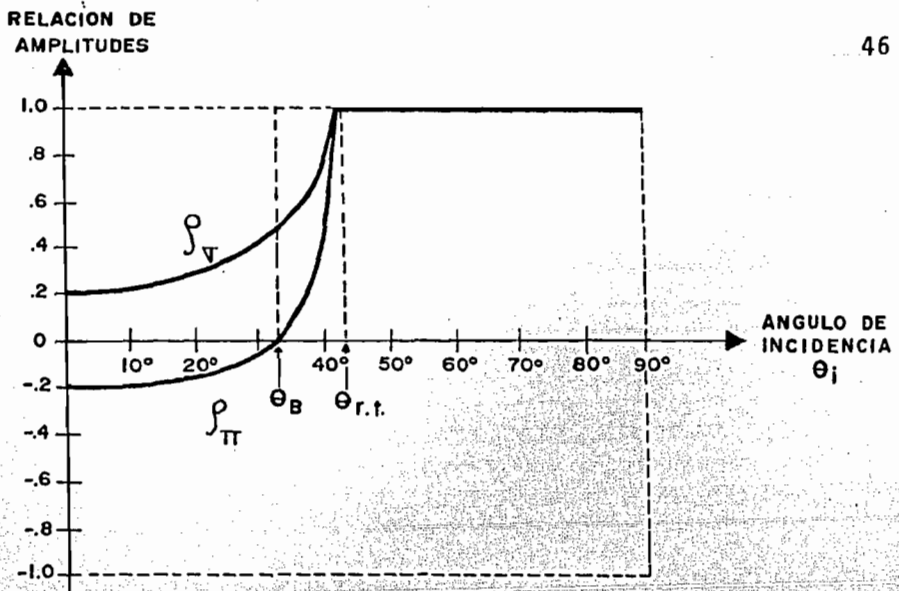


Para: Medios Dieléctricos
 $N_1 > N_2$

FIG. 11

Los Coefs. de Fresnel ρ^π y ρ^σ se encuentran graficados contra θ_i en la figura 12. Y las reflectividades (ecs. (132) y (134)) graficadas contra θ_i se muestran en la figura 13.

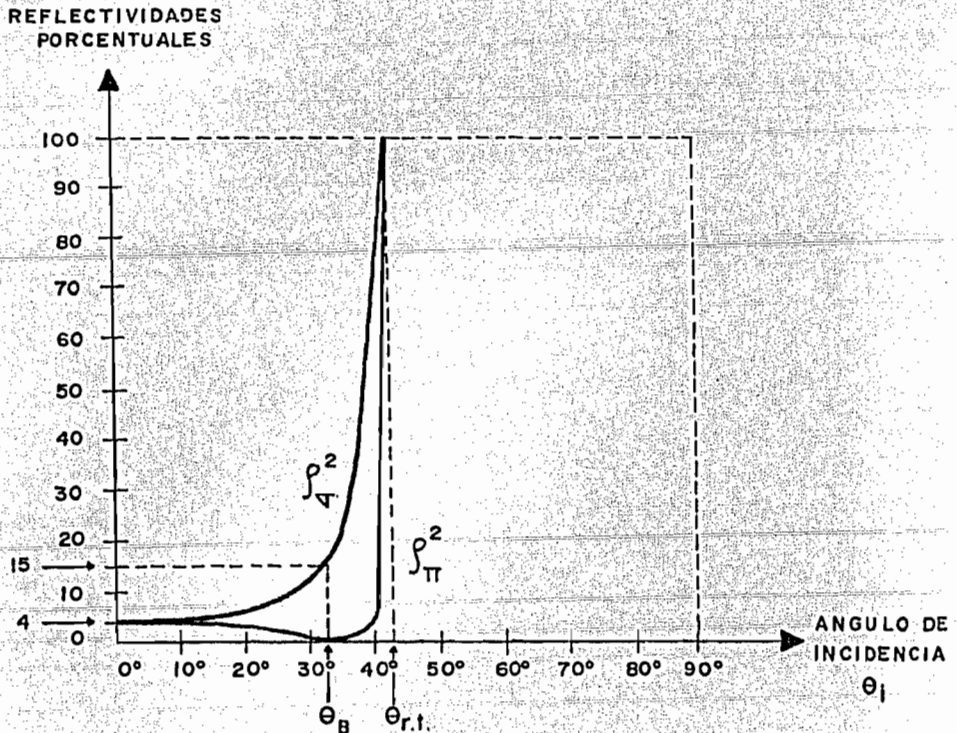
* Ver "Optik" de M. Born



Para: Medios Dieléctricos

$$N_1 > N_2$$

FIG. 12



Para: Medios Dieléctricos

$$N_1 > N_2$$

FIG. 13

I.3.5.- CARACTERISTICAS DE LA INTERACCION CUANDO LA FRONTERA OPTICA LA CONSTITUYEN UN MEDIO DIELECTRICO Y UN MEDIO NO-DIELECTRICO.-

Si el medio por el que viaja el rayo transmitido es no-dieléctrico, su índice de refracción es complejo (\hat{n}_2) y esta dado por la ec. (57), con parte imaginaria (Coef. de Extinción) distinta de cero. Los Coefs. de Fresnel, para este caso, están dados por las ecs. (124) hasta (127). Los cambios de fase por reflexión en la frontera óptica, y las reflectividades variarán al variar el ángulo de incidencia, de forma más complicada que cuando se trata de dos medios dieléctricos.

Con ayuda de las ecs. (132) hasta (135), podemos graficar las reflectividades para el caso en que el medio por donde viaja el rayo incidente sea dieléctrico. Esta gráfica se muestra en la figura 14 para $k_2 = 1$ (ver ec.(57)) Nótese en esta gráfica que θ_i toma un cierto valor, llamado ángulo principal de incidencia ($\bar{\theta}_i$), en el cual la reflectividad para luz π es mínima. Cuando se trata de dos dieléctricos, $\bar{\theta}_i$, coincide con θ_B , donde $(\rho_{\pi})^2 = 0$.

REFLECTIVIDADES
PORCENTUALES

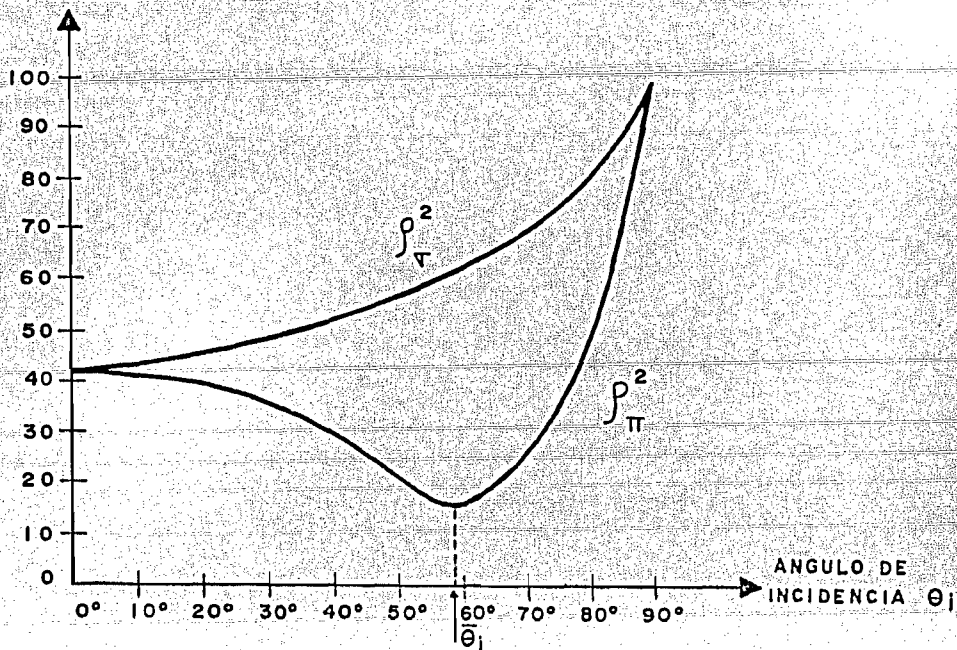


FIG. 14

I.3.6.- DEFINICION DE VARIABLES ELIPSOMETRICAS.-

I.3.6.1.- Definiciones.-

Definiremos dos cantidades angulares de cuya medida experimental se encarga la elipsometría. Son: Δ , que es el cambio de fase que sufrió la onda π al reflejarse menos el cambio de fase que sufrió la onda σ al reflejarse, y ψ , que es el ángulo cuya tangente es el factor por el cual hay que multiplicar a la relación entre las amplitudes de luz π y σ incidente para obtener la relación entre las amplitudes de luz π y σ reflejada. O sea, por definición:

$$\Delta \equiv \beta_r^\pi - \beta_r^\sigma = (\phi_r^\pi - \phi_i^\pi) - (\phi_r^\sigma - \phi_i^\sigma) \quad \dots(158)$$

$$\psi \equiv \text{tg}^{-1} \left\{ \frac{E_{or}^\pi}{E_{or}^\sigma} \cdot \frac{E_{oi}^\sigma}{E_{oi}^\pi} \right\} = \left| \frac{\rho^\pi}{\rho^\sigma} \right| \quad \dots(159)$$

I.3.6.2.- Frontera Óptica entre Dos Dieléctricos.-

Tomando en cuenta los valores de β_r^π y β_r^σ obtenidos en la sección anterior para $n_2 > n_1$ y $n_1 > n_2$, cuando la frontera óptica la forman dos dieléctricos, podemos construir gráficas de Δ contra θ_i (veáse la figura 15). Para el caso en que la luz incidente este linealmente polarizada y tenga un ángulo de vibración de 45° con respecto al plano de incidencia, entonces:

$$\frac{E_{oi}^\sigma}{E_{oi}^\pi} = 1 \quad \dots(160)$$

y ψ , según la definición dada en la ec. (159), es:

$$\psi = \text{tg}^{-1} \frac{E_{or}^\pi}{E_{or}^\sigma} \quad \dots(161)$$

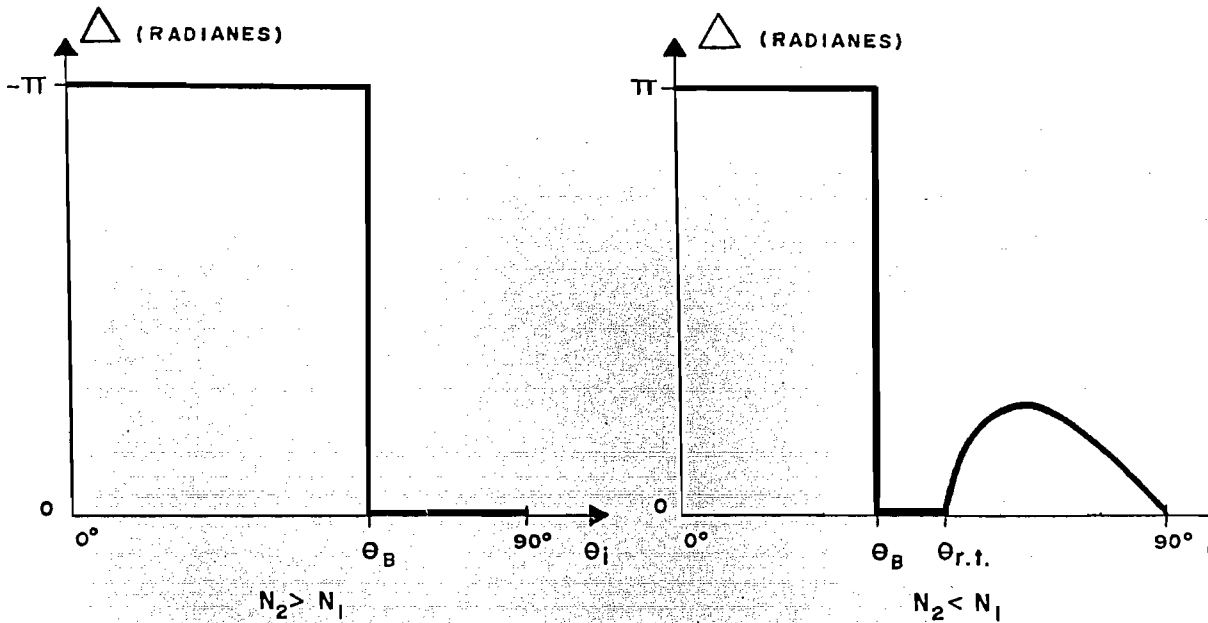


FIG. 15

Podemos despejar E_{or}^π y E_{or}^σ de las ecs. (128) y (130), y sustituir estos valores en la ec. (161), para obtener ψ como función de θ_i , así:

$$\psi = \text{tg}^{-1} \left(-\frac{\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)} \right) \quad \dots(162)$$

Gráficas de ψ contra θ_i para $n_2 > n_1$ y $n_1 > n_2$ son mostradas en las figuras 16 a y b, respectivamente. Recuérdese la suposición de que la luz está linealmente polarizada, vibrando a 45° del plano de incidencia.

1.3.6.3.- Frontera Óptica entre Dieléctrico y No-Dieléctrico.-

Una gráfica, similar a las anteriores, pero para el caso en que $k_1 = 0$ y $k_2 \neq 0$, de Δ contra θ_i se muestra en la figura 17, en la cual se ve que el ángulo de incidencia para el cual $\Delta = -\pi/2$ corresponde al ángulo principal de incidencia $\bar{\theta}_i$.

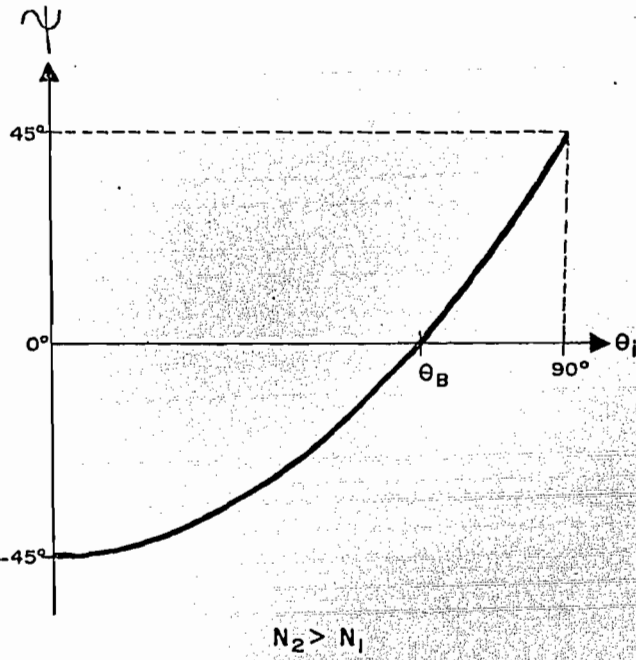


FIG. 16.a

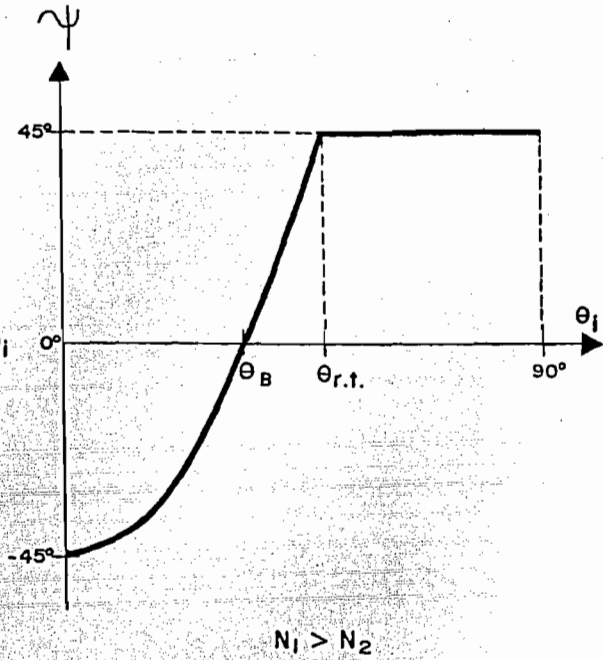


FIG. 16.b

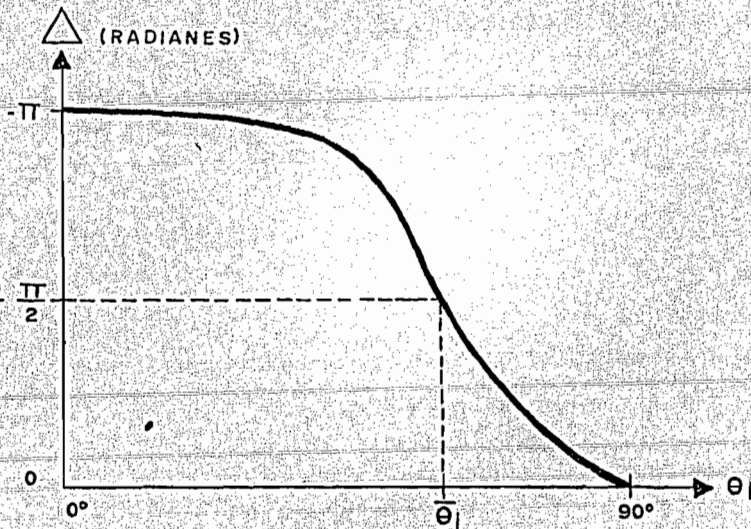


FIG. 17

Si graficamos la ec. (161) contra θ_i , obtenemos una gráfica como la mostrada en la figura 18, en donde se ve que ψ toma un valor mínimo ($\psi = \bar{\psi}$) cuando θ_i es igual al ángulo principal de incidencia ($\bar{\theta}_i$). A este valor de ψ se le llama ángulo principal de azimut ($\bar{\psi}$).

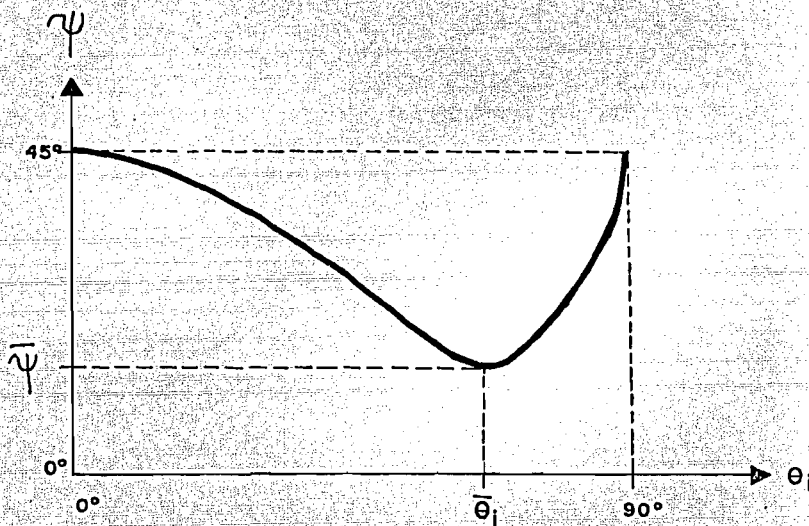


FIG. 18

I.3.7.- RELACION ENTRE LOS COEFICIENTES DE FRESNEL DE REFLEXION Y LOS ANGULOS ELIPSOMETRICOS Δ Y ψ .

El objetivo de esta sub-sección, como su título lo indica, es primero, encontrar una relación algebraica entre los Coefs. de Fresnel para reflexión (ρ^{Π} y ρ^{σ}) y los ángulos de cuya medida se encarga la elipsometría (Δ y ψ), para posteriormente, derivar de la relación encontrada una expresión o expresiones que nos den el índice de refracción (n_2) y el coef. de extinción (k_2) del medio por el que viaja la onda transmitida, en función de: ψ , Δ , θ_i y n_1 (índice de refracción real del medio por el que viaja el rayo incidente).

Tomando la razón entre los Coefs. de Fresnel de reflexión para luces Π y σ (a partir de su definición en las ecs. (120) y (122)), obtenemos:

$$\frac{\rho_{\pi}}{\sigma} = \frac{E_{or}^{\pi}}{E_{or}^{\sigma}} \cdot \frac{E_{oi}^{\sigma}}{E_{oi}^{\pi}} e^{-i(\beta_r^{\pi} - \beta_r^{\sigma})} = - \left\{ \frac{\cos \theta_i \cos \theta_t - \operatorname{sen} \theta_i \operatorname{sen} \theta_t}{\cos \theta_i \cos \theta_t + \operatorname{sen} \theta_i \operatorname{sen} \theta_t} \right\} \dots(163)$$

Substituyendo en la ec. (163) los ángulos Δ y ψ , según sus definiciones dadas en las ecs. (158) y (159), podemos escribir la relación anterior así:

$$\operatorname{tg} \psi e^{i\Delta} = - \left\{ \frac{\cos \theta_i \cos \theta_t - \operatorname{sen} \theta_i \operatorname{sen} \theta_t}{\cos \theta_i \cos \theta_t + \operatorname{sen} \theta_i \operatorname{sen} \theta_t} \right\} \dots(164)$$

Esta última ec. puede expresarse, reacomodandola, así:

$$\frac{1 + \operatorname{tg} \psi e^{i\Delta}}{1 - \operatorname{tg} \psi e^{i\Delta}} = \frac{\operatorname{sen} \theta_i \operatorname{sen} \theta_t}{\cos \theta_i \cos \theta_t} \dots(165)$$

Por Ley de Snell, sabemos que las dos relaciones siguientes se cumplen:

$$\operatorname{sen} \theta_t = \frac{n_1 \operatorname{sen} \theta_i}{n_2 - ik_2}$$

$$\cos \theta_t = \left\{ 1 - \frac{n_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i}{(n_2 - ik_2)^2} \right\}^{1/2}$$

Substituyendo estas dos últimas relaciones en la ec. (165), obtenemos:

$$\frac{1 + \operatorname{tg} \psi e^{i\Delta}}{1 - \operatorname{tg} \psi e^{i\Delta}} = \frac{\operatorname{tg} \theta_i \operatorname{sen} \theta_i n_1}{(n_2^2 - 2n_2 k_2 - k_2^2 - n_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i)^{1/2}} \dots(166)$$

Inviertiendo la ec. (166), y usando la identidad de Euler para números complejos, tenemos:

$$(n_2^2 - 2n_2 k_2 - k_2^2 - n_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i)^{1/2} = n_1 \operatorname{tg} \theta_i \operatorname{sen} \theta_i \left\{ \frac{1 - \operatorname{tg} \psi \cos \Delta - i \operatorname{tg} \psi \operatorname{sen} \Delta}{1 + \operatorname{tg} \psi \cos \Delta + i \operatorname{tg} \psi \operatorname{sen} \Delta} \right\} \dots(167)$$

Efectuando la división entre números complejos indicada en la ec. (167), elevando al cuadrado ambos miembros de dicha ec., y separando la parte imaginaria de la parte real, obtenemos dos ecs., que son:

$$n_2^2 - k_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i = n_1^2 \operatorname{tg}^2 \theta_i \sin^2 \theta_i \frac{(1 - \operatorname{tg}^2 \psi)^2 - (2 \operatorname{tg} \psi \sin \Delta)^2}{(1 + 2 \operatorname{tg} \psi \cos \Delta + \operatorname{tg}^2 \psi)^2} \dots (168)$$

$$n_2 k_2 = n_1^2 \operatorname{tg}^2 \theta_i \sin^2 \theta_i \frac{(1 - \operatorname{tg}^2 \psi) (2 \operatorname{tg} \psi \sin \Delta)}{(1 + 2 \operatorname{tg} \psi \cos \Delta + \operatorname{tg}^2 \psi)^2} \dots (169)$$

Desarrollando cuadrados y multiplicaciones, en las dos ecs. anteriores, y utilizando ciertas relaciones trigonométricas conocidas, como las siguientes:

$$4 \cos^2 \psi \sin^2 \psi = \sin^2 2\psi$$

$$\cos^4 \psi + \sin^4 \psi + 2 \cos^2 \psi \sin^2 \psi = 1$$

$$\cos^4 \psi + \sin^4 \psi - 2 \cos^2 \psi \sin^2 \psi = \cos^2 2\psi$$

$$\cos^3 \psi = \cos \psi \cos^2 \psi = \cos \psi (1 - \sin^2 \psi) \dots (170)$$

$$4 \sin \psi \cos \psi - 8 \sin^3 \psi \cos \psi = \sin 4\psi$$

$$\sin^3 \psi = \sin^2 \psi \sin \psi$$

$$\cos \psi \sin \psi = \frac{1}{2} \sin 2\psi$$

obtenemos, después de reorganizar las ecs. (168) y (169), un sistema de dos ecuaciones simultáneas, las cuales son:

$$n_2^2 - k_2^2 = n_1^2 \operatorname{tg}^2 \theta_i \sin^2 \theta_i \frac{(\cos^2 2\psi - \sin^2 2\psi \sin^2 \Delta)}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2} + n_1^2 \sin^2 \theta_i \dots (171)$$

$$2n_2 k_2 = n_1^2 \operatorname{tg}^2 \theta_i \sin^2 \theta_i \frac{\sin 4\psi \sin \Delta}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2} \dots (172)$$

El sistema anterior de dos ecuaciones, es de gran utilidad para el desarrollo experimental de este trabajo, ya que si conocemos el índice de refracción del medio por el que viaja la luz incidente (n_1), si medimos

el ángulo de incidencia (θ_i) y los ángulos elipsométricos Δ y ψ (según técnica elipsométrica descrita posteriormente), podemos resolver este sistema de ecuaciones (según el método descrito en la sección siguiente), y obtener valores del índice de refracción del medio por el que viaja la luz transmitida (n_2) y de su coeficiente de extinción (k_2).

I.3.8.- PROCESO COMPUTACIONAL PARA OBTENER INDICE DE REFRACCION Y COEFICIENTE DE EXTINCION DEL MEDIO TRANSMISOR QUE CONSTITUYE LA FRONTERA OPTICA.-

Esta sección se encarga de resolver el sistema formado por las ecs. (171) y (172), para obtener n_2 y k_2 en función de n_1 , θ_i , Δ y ψ . Para su solución, renombraremos sus términos y factores así:

$$\begin{aligned}
 F &= n_1^2 \operatorname{tg}^2 \theta_i \operatorname{sen}^2 \theta_i \\
 G &= \cos^2 2\psi - \operatorname{sen}^2 2\psi \operatorname{sen}^2 \Delta \\
 H &= (1 + \operatorname{sen} 2\psi \cos \Delta)^2 \quad \dots(173) \\
 J &= n_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i \\
 L &= \operatorname{sen} 4\psi \operatorname{sen} \Delta
 \end{aligned}$$

Tomando en cuenta lo anterior, el sistema de ecuaciones de interés puede expresarse así:

$$n_2^2 - k_2^2 = \frac{F \cdot G}{H} + J \quad \dots(174)$$

$$2n_2 k_2 = \frac{F \cdot L}{H} \quad \dots(175)$$

Resolveremos este sistema por el método de sustitución. Despejando n_2 de la ec. (174) para sustituirla en la ec. (175), y elevando al cuadrado la ec. resultante, obtenemos:

$$4k_2^4 + 4\left(\frac{FG}{H} + J\right)k_2^2 - \frac{F^2L^2}{H^2} = 0 \quad \dots(176)$$

Definimos ahora una nueva variable M^2 , así:

$$M^2 = k_2^4 \Rightarrow \pm (M)^{1/2} = k_2 \quad \dots(177)$$

Substituyendo esta nueva variable en la ec. (176), obtenemos una ec. de segundo grado, cuya soluciones (M_1 y M_2) obtenidas por fórmula general, son:

$$M_1 = \frac{-\left(\frac{FG}{H} + J\right) + \left\{\left(\frac{FG}{H} + J\right)^2 + \frac{F^2L^2}{H^2}\right\}^{1/2}}{2} \quad \dots(178)$$

$$M_2 = \frac{-\left(\frac{FG}{H} + J\right) - \left\{\left(\frac{FG}{H} + J\right)^2 + \frac{F^2L^2}{H^2}\right\}^{1/2}}{2} \quad \dots(179)$$

Substituyendo la ec. (177) en las ecs. (178) y (179), obtenemos cuatro valores para k_2 (que son: k_{25} , k_{26} , k_{27} , k_{28}), dados por las siguientes ecuaciones:

$$k_{25} = (M_1)^{1/2} \quad \dots(180)$$

$$k_{26} = -k_{25} \quad \dots(181)$$

$$k_{27} = (M_2)^{1/2} \quad \dots(182)$$

$$k_{28} = -k_{27} \quad \dots(183)$$

en donde los valores de k_2 pueden ser reales o imaginarios, negativos o positivos. Substituyendo cada una de las cuatro últimas ecs. en la ec. (175), podemos encontrar cuatro valores para n_2 (n_{25} , n_{26} , n_{27} y n_{28}), los cuales son:

$$n_{25} = \frac{FL}{2Hk_{25}} \quad \dots(184)$$

$$n_{26} = \frac{FL}{2Hk_{26}} \quad \dots(185)$$

$$n_{27} = \frac{FL}{2Hk_{27}} \quad \dots(186)$$

$$n_{28} = \frac{FL}{2Hk_{28}} \quad \dots(187)$$

Así, las ocho últimas ecuaciones nos dan cuatro parejas de valores para n_2 y k_2 , las cuales son las cuatro soluciones matemáticas del sistema de ecuaciones. Sin embargo, las soluciones físicamente admisibles, o sea, los valores del índice de refracción (n_2) y del coeficiente de extinción (k_2) del medio transmisor (por el que se propaga la onda transmitida), son aquellas soluciones matemáticas que son reales y positivas. Todo el proceso de solución anterior y el cálculo numérico de las ecuaciones, es llevado a cabo por una computadora Hewlett-Packard, según los datos experimentales que se midan en su oportunidad y el programa elaborado en lenguaje Basic, que se muestra a continuación:

PROGRAMA NO. 1

```

CON ESTE PROG CALCULA IND REFRAC (N2) Y COEF EXTINC (K2) DE SUBSTRATO RE-
DAN FLECCION, EN BASE MEDIDAS ELIMETRICAS PSI (P) Y DELTA (D), Y ANG INC
CON DENSA Y T1 GRAD, T2 MIN, T3 DEG) RESOLV EL SIG SIST 2 ECU GRADO 2:
N212-K212 = F*G/2H*P
2*H2*K22 = F*G/2H*D
CON DONDE F=0.447, G=1 Y L SON FUNC A DEFINIR Y H ES IND REFRAC DEL MEDIO Y
N212, D212, P Y D GRAD DEG, T1 Y T2 GRAD O MINUTOS, SEGO Y H1")
PRINT "PROGRAMA NO. 1"
PRINT "DATOS DE ENTRADA"
PRINT "PSI (GRAD DEG):"
PRINT "DELTA (GRAD DEG):"
PRINT "T1 (GRAD):"
PRINT "T2 (MIN):"
PRINT "T3 (DEG):"
PRINT "H1:"
PRINT "H2:"

```

```

170 REM CONW P, D Y T A RADS Y DEF FUNC F, G, H, J Y L:
180 P=P*PI/180
190 D=D*PI/180
200 L=(T1+T2/60+T3/3600)*PI/180
210 F=N1+2*TAN(T)+2*SIN(T)+2
220 G=COS(2*P)+2-SIN(2*P)+2*STM+D)+2
230 H=(J+3IN(2*P)*COS(D))+2
240 J=N1+2+SIN(T)+2
250 L=3IN(4*P)*SIN(D)
260 REM DEL SIST 2 ECU POR SUBST OBTENEM 1 EC GRADO 4 Y CAMBIANDO VAR A M=
270 REM OBTENEM 1 EC GRADO 2 CUYAS SOLS M1 Y M2 POR FORMULA GRAL SON:
280 M1=(-((F+G)/H+J)+SQR(((F+G)/H+J)+2+(F+2)*(L+2)/H+2))/2
290 M2=(-((F+G)/H+J)-SQR(((F+G)/H+J)+2+(F+2)*(L+2)/H+2))/2
300 PRINT "
310 PRINT "
320 PRINT "
330 PRINT "
340 PRINT "
350 REM COMO M=K2+2 OBTENEMOS 4 VALS DE K2 (K5, K6, K7, K8), PERO COMO M1 Y M2
360 REM PUEDEN SER NEG DICERNIREMOS ALC RE EN LA DE K2:
370 IF M1<0 THEN 430
380 K5=SQR(M1)
390 K6=-K5
400 PRINT "
410 PRINT "
420 GOTO 470
430 K5=SQR(ABS(M1))
440 K6=-K5
450 PRINT "
460 PRINT "
470 IF M2<0 THEN 520
480 K7=SQR(M2)
490 K8=-K7
500 PRINT "
510 GOTO 580
520 K7=SQR(ABS(M2))
530 K8=-K7
540 PRINT "
550 PRINT "
560 REM SUBST LOS VALS DE K2 EN LA EC 2 DEL SIST OBTENEMOS 4 VALS DE N2
570 REM (N5, N6, N7, N8):
580 N5=(F-L)/(2*H*K5)
590 N6=-N5
600 N7=(F-L)/(2*H*K7)
610 N8=-N7
620 PRINT "
630 PRINT "
640 PRINT "
650 PRINT "
660 PRINT "
670 PRINT "
680 PRINT "
690 PRINT "
700 PRINT "
710 PRINT "
720 PRINT "
730 PRINT "
740 PRINT "
750 PRINT "
760 PRINT "

```

RESULTADOS AUXILIARES:

M1=";M1
M2=";M2

RESULTADOS MATEMATICOS"

(K5=";K5"; K6=";K6");-----"

(K5= ;K5"; K6= ;K6");-----"

(K7=";K7"; K8=";K8");-----"

(K7= ;K7"; K8= ;K8");-----"

(N5=";N5"; N6=";N6");-----"

(N7=";N7"; N8=";N8");-----"

RE"OBTENEMOS RESULTADOS FISICOS"

LA PAREJA DE VALORES DE N2 Y K2 QUE FORMAN SOLUCION DE LA ECUACIONES FISICAMENTE ADMISIBLES QUELLO QUE LOS VALORES SON REALES, POSITIVOS Y UN NUMERO DE ONDAS SIGNIFICATIVAS. HERCULES PAR DA EXPERIMENTO Y SOLUCION.

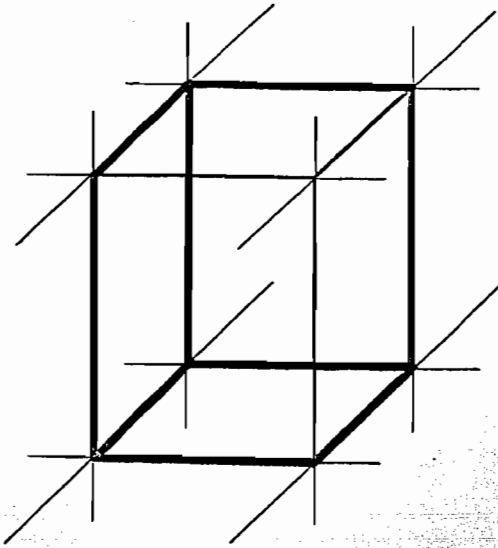
I.4.- TEORIA SOBRE BIRREFRINGENCIA LUMINOSA EN CRISTALES UNIAXIALES.-

I.4.1.- INTRODUCCION.-

En el desarrollo de toda la teoría anterior sobre reflexión y transmisión de luz al incidir en una frontera óptica, se supuso que los medios materiales que forman tal frontera son ópticamente isótropos, o sea, que la luz viaja con la misma velocidad y es absorbida de igual manera por los medios en que se propaga, independientemente de la dirección de propagación y de la dirección de vibración (cuando la luz esta polarizada) del haz luminoso; sin embargo, esta suposición no siempre corresponde a la realidad.

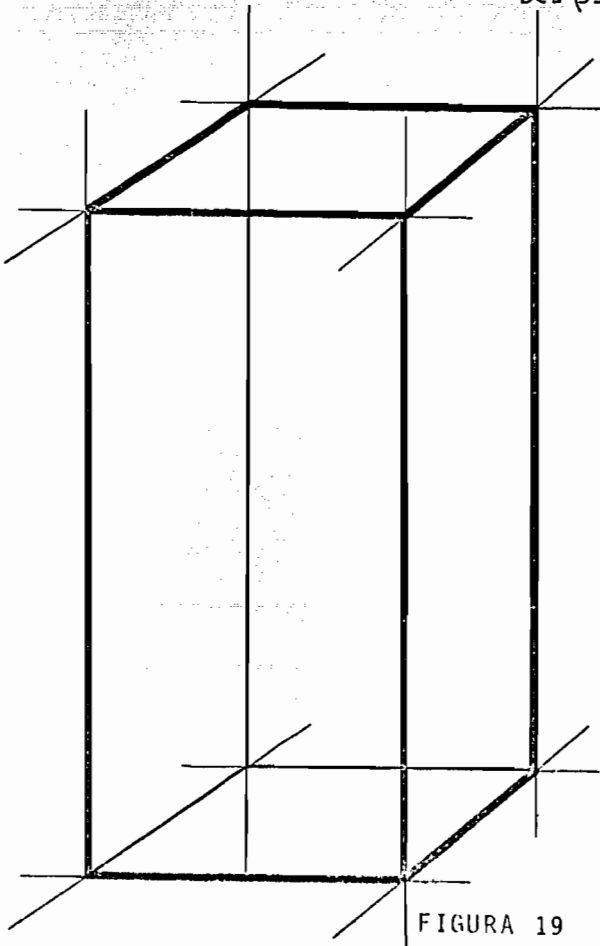
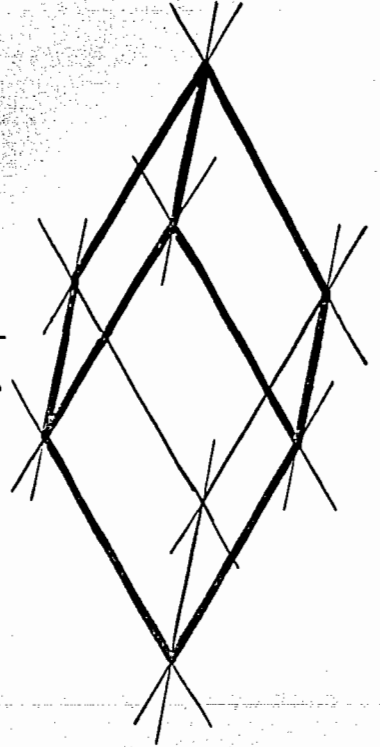
En general, el índice de refracción complejo de un medio depende de la dirección de propagación de la luz en tal medio y de la dirección de vibración del vector de campo eléctrico \vec{E} , o sea, de la dirección de polarización de la luz. Cuando esto sucede, el medio en el que viaja la luz se denomina ópticamente anisótropo, o bien, birrefringente (nombre que se explica por lo que veremos en seguida). La clase más simple de medio birrefringente es el llamado medio uniaxial, el cual posee dos índices de refracción principales (complejos) y un sólo eje óptico. A esta clase de medios birrefringentes pertenecen los cristales cuyo sistema cristalino es tetragonal, romboedral o hexagonal (véase la figura 19). Por otro lado, los cristales que pertenecen a los sistemas ortorrómbico, monoclinico o triclinico (véase la figura 20), tienen dos ejes ópticos y tres índices de refracción principales (complejos), y son llamados cristales birrefringentes biaxiales.

Así pues, las propiedades ópticas de los cristales dependen de su estructura, en especial, de la simetría o simetrías de su estructura. Los índices de refracción de los medios birrefringentes son únicos y distintos para cada cristal, por lo que, encontrando sus valores podemos determinar su estructura e identificarlo.



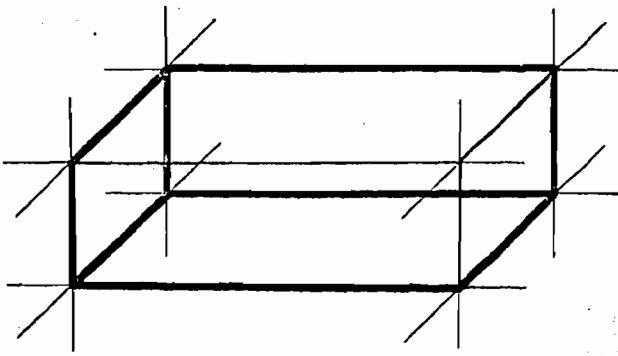
TETRAGONAL
 $a = b \neq c$
 $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$

ROMBOEDRAL
 $a = b = c$
 $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$

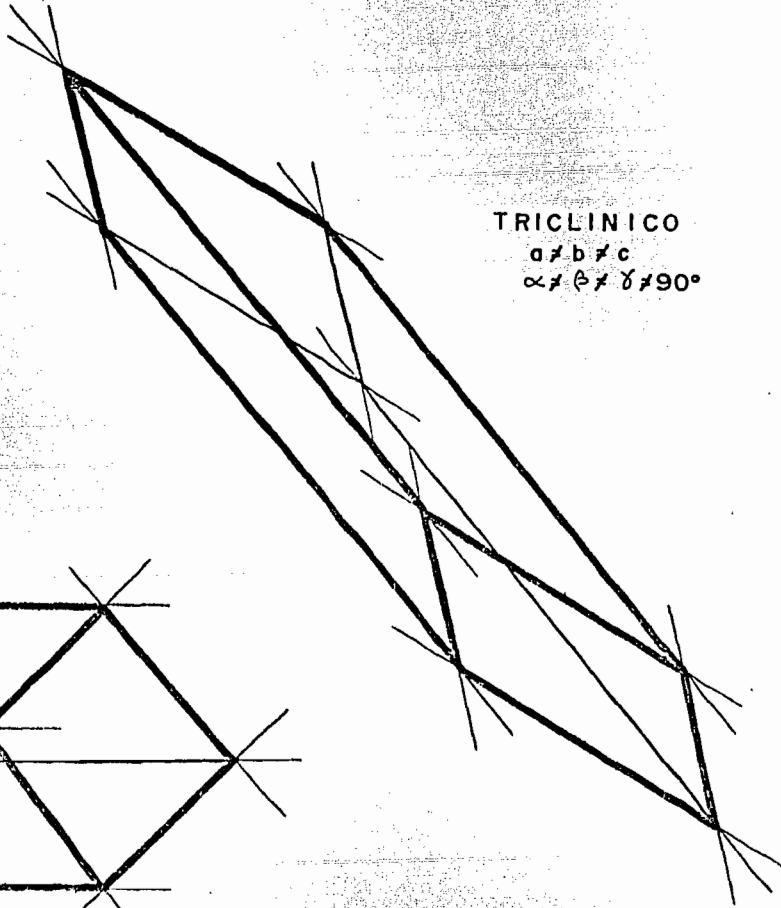


HEXAGONAL
 $a = b \neq c$
 $\alpha = \beta = 90^\circ$
 $\gamma = 120^\circ$

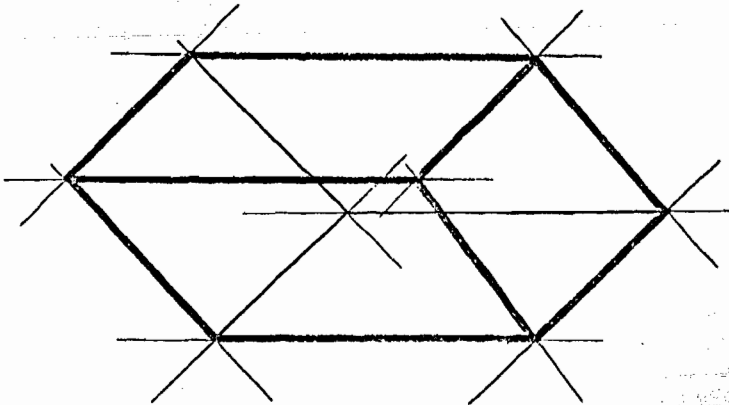
FIGURA 19



ORTOROMBICO
 $a \neq b \neq c$
 $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$



TRICLINICO
 $a \neq b \neq c$
 $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$



MONOCLINICO
 $a = b \neq c$
 $\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$

FIGURA 20

I.4.2.- BIRREFRINGENCIA UNIAXIAL Y PRINCIPIO DE HUYGENS.-

La propagación de ondas electromagnéticas en medios birrefringentes uniaxiales puede ser descrita utilizando una generalización del principio de Huygens. La generalización consta de lo siguiente: Las ondas secundarias (o de Huygens) que son esféricas en medios isótropos (por ejemplo, cristales que pertenecen al sistema cúbico), son reemplazadas, en medios anisótropos, por ondas esféricas más ondas cuyo frente de onda es un elipsoide de revolución. A las primeras se les denomina ondas ordinarias (ondas o), y a las segundas, ondas extraordinarias (ondas e). El elipsoide de revolución es tangente a la esfera por dos de sus polos, y la línea que pasa por estos dos polos define al eje óptico del medio (véase la figura 21a). Para las ondas o , el cristal muestra un índice de refracción n_o , que es independiente de la dirección de propagación dentro del medio cristalino, por lo que, estas ondas esféricas se propagan con velocidad (v_o) dada por:

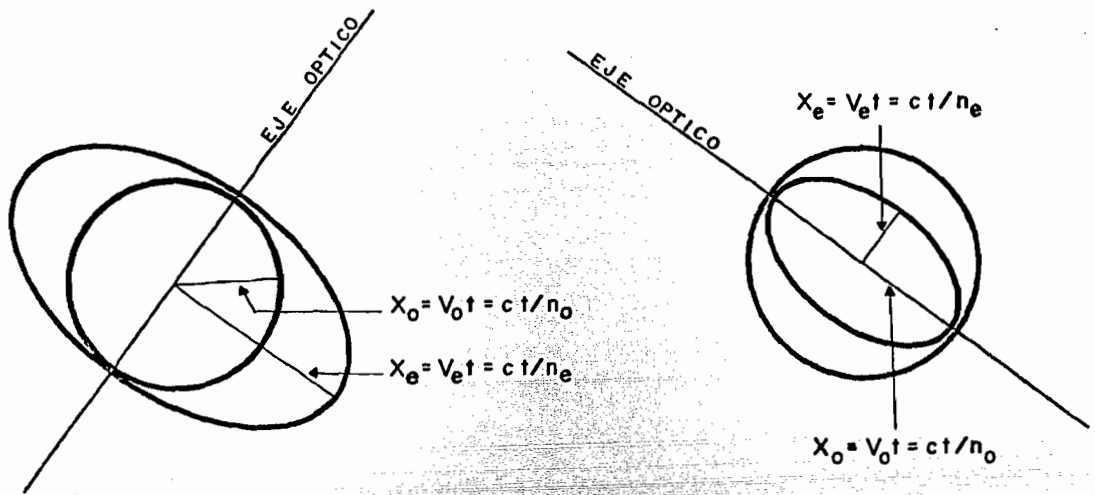
$$v_o = c/n_o \quad \dots(188)$$

Para las ondas e , el cristal muestra un índice de refracción que depende de la dirección de propagación dentro del cristal, variando entre el valor n_o cuando la dirección es paralela al eje óptico hasta el valor máximo n_e cuando la dirección es perpendicular a tal eje, por lo que la velocidad de las ondas elipsoidales (v_e) varía entre c/n_o , cuando la dirección de propagación es la del eje óptico, hasta:

$$v_e = c/n_e \quad \dots(189)$$

cuando la dirección de propagación es perpendicular al eje óptico.

A n_o y n_e se les llama "índices de refracción principales" del medio; diremos que el medio es negativo cuando $n_e < n_o$ (por ejemplo cristal de calcita) y positivo cuando $n_e > n_o$ (cristal de cuarzo). En las figuras 21a y 1 se muestran las ondas secundarias para ambos casos y en la figura 22 se muestr



Birrefringencia Uniaxial Negativa

Birrefringencia Uniaxial Positiva

FIG. 21.a

FIG. 21.b

CRISTAL	Fórmula	N_o	N_e	$N_e - N_o$
Hielo	H_2O	1.309	1.313	0.004
Cuarzo	SiO_2	1.544	1.553	0.009
Wurcita	ZnS	2.356	2.378	0.022
Calcita	$CaCO_3$	1.658	1.486	-0.172
Dolomita	$CaO \cdot MgO \cdot 2CO_2$	1.681	1.500	-0.181
Siderita	$FeO \cdot CO_2$	1.875	1.635	-0.240

FIG. 22

una tabla con valores de n_e y n_o para distintos materiales.

Para analizar la propagación de la luz en este tipo de medios, supongamos una superficie de material birrefringente negativo, sobre la cual incide un frente de ondas de luz no polarizada. El eje óptico del material está dispuesto como se muestra en la figura 23 a, donde también se muestran las ondas secundarias esféricas y elipsoidales resultantes al aplicar el principio de Huygens en la superficie del medio birrefringente. Estas ondas secundarias constituyen frentes de ondas dentro del material, los cuales se muestran con líneas punteadas en la figura 23, donde también se pueden ver los rayos luminosos o y e (direcciones de flujo de energía). El frente de onda o se propaga con velocidad v_o dada por la ecuación (188).

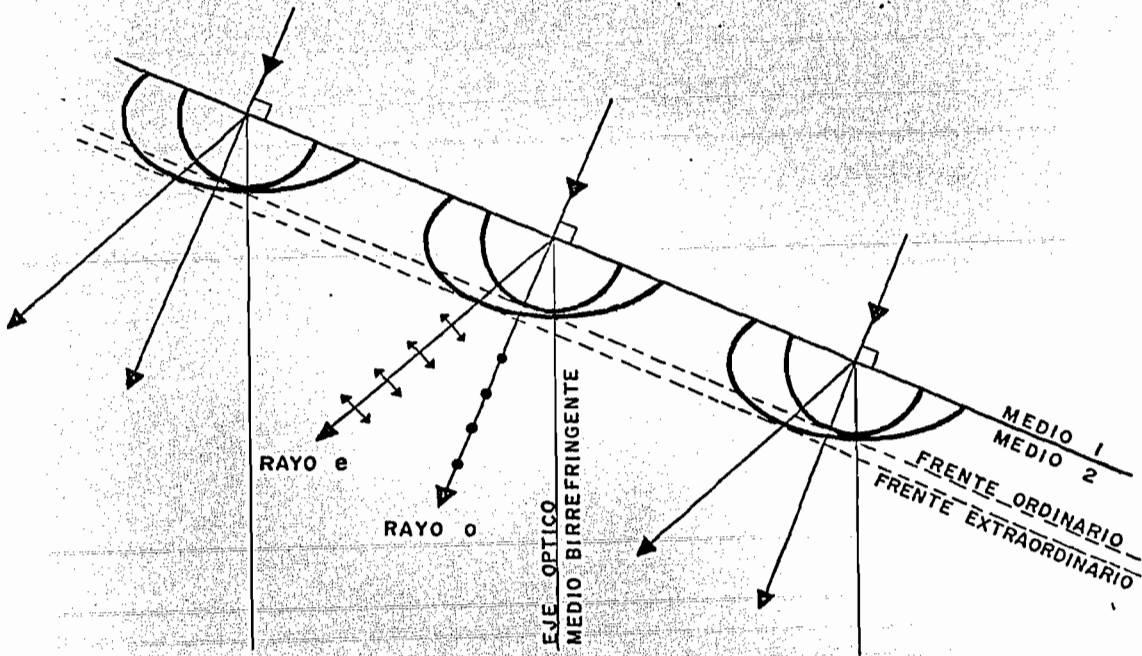


FIG. 23

En la figura 24 se representa el rayo luminoso e , en la dirección \overline{OP} . El punto P se aleja del punto O con velocidad v_r (intermedia entre v_o y v_e), llamada velocidad del rayo e , la cual depende solo del ángulo entre este rayo y el eje óptico (θ_p). Para deducir la relación exacta que guardan v_r y θ_p , escojamos un sistema de referencia como el mostrado en la figura 24.

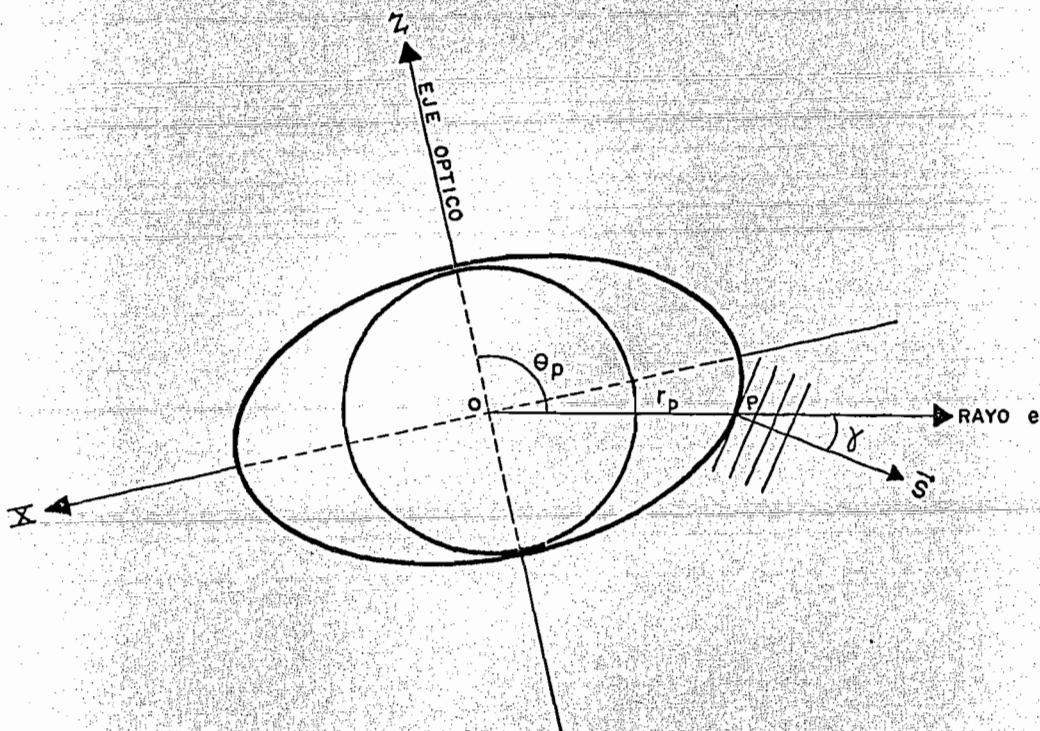


FIG. 24

La ecuación de un elipsoide de revolución con centro en X_0 , Y_0 y Z_0 , con semiejes a , b y c , es:

$$\frac{(X-X_0)^2}{a^2} + \frac{(Y-Y_0)^2}{b^2} + \frac{(Z-Z_0)^2}{c^2} = 1 \quad \dots(190)$$

en este caso (según la figura 24):

$$\begin{aligned}x_0 &= 0 \\y_0 &= 0 \\z_0 &= 0 \quad \dots(191) \\a &= v_e t \\b &= v_e t \\c &= v_o t\end{aligned}$$

donde t es el tiempo que transcurrió desde que el frente de onda llegó a la frontera óptica hasta que viajó al punto P . Substituyendo la ec. (191) en la ec. (190) y transformando a coordenadas esféricas polares (r, θ, ϕ) , obtenemos:

$$\frac{r^2 \sin^2 \theta}{v_e^2} + \frac{r^2 \cos^2 \theta}{v_o^2} = t^2 \quad \dots(192)$$

La magnitud de \overline{OP} , en la figura 24, es r_p , por lo que para el punto P , al tiempo t , la ec. (192) se convierte en:

$$\frac{\sin^2 \theta_p}{v_e^2} + \frac{\cos^2 \theta_p}{v_o^2} = \frac{t^2}{r_p^2} \quad \dots(193)$$

pero r_p/t es la velocidad con que el punto P se aleja del punto O , o sea, la velocidad del rayo e (v_r), por lo que la ec. (193) queda:

$$v_r^2 = \left(\frac{\sin^2 \theta_p}{v_e^2} + \frac{\cos^2 \theta_p}{v_o^2} \right)^{-1} \quad \dots(194)$$

que es la relación buscada.

Nótese que la dirección del rayo e no es perpendicular al frente de onda en el punto P . Sea γ el ángulo que hace la dirección de propagación del rayo e y la normal \vec{S} a los frentes de onda (véase figura 24), entonces la ve-

locidad de la onda (v_w) está relacionada con la velocidad del rayo, en la forma:

$$v_w = v_r \cos \gamma \quad \dots(195)$$

con v_r dada por la ec. (194).

En la figura 23 se muestra como los rayos e y o están separados angularmente, además estos rayos están linealmente polarizados, como fue señalado por Huygens en 1678, con planos de vibración perpendiculares entre sí. El vector \vec{E} del rayo e vibra en el plano principal (plano formado por el eje óptico y la dirección del rayo e) y el vector \vec{E} del rayo o vibra perpendicularmente a este plano. Así, aislando cualquiera de estos dos rayos podemos producir luz linealmente polarizada, o bien colocar el eje óptico del material perpendicular a la dirección del haz incidente y producir, variando el espesor del material, luz con cualquier tipo de polarización. Estos métodos serán considerados en la sección que trata sobre métodos experimentales para producción de luz polarizada, bajo los siguientes nombres, respectivamente: Método para producción de luz polarizada por desviación, y Método para producción de luz polarizada por desfaseamiento.

I.5.- MATERIALES DICROICOS.-

I.5.1.- INTRODUCCION.-

Aquellos medios anisótropos, para los cuales, el coeficiente de extinción (k) depende de la dirección de vibración del campo eléctrico \vec{E} de la onda electromagnética en propagación dentro del medio, se llaman medios dicroicos. En algunos de éstos materiales, este efecto llamado dicroísmo es tan marcado que basta un espesor pequeño de este material para que la luz cuyo vector \vec{E} vibra en una cierta dirección sea totalmente absorbida, en cambio, la luz cuyo vector \vec{E} vibra perpendicularmente (en la dirección de pa-

so) a la dirección anterior es transmitida sin pérdida aparente de intensidad.

El comportamiento de la luz al interactuar con un material dicroico, puede estudiarse descomponiendo el campo \vec{E} de la luz incidente en componentes a lo largo de la dirección de paso y a lo largo de la dirección perpendicular a ésta. En la figura 25 se muestra una lámina de material dicroico, en el plano de la figura, con direcciones de paso marcadas con líneas tenues paralelas, y el vector \vec{E} de una onda electromagnética que incide perpendicularmente a la lámina, en cierto instante. Este vector puede descomponerse a lo largo de la dirección de paso del material (\vec{E}_y) y a lo largo de la dirección perpendicular a la anterior (\vec{E}_x). Estas componentes en magnitud son:

$$|\vec{E}_y| = |\vec{E}| \cos \theta$$

$$|\vec{E}_x| = |\vec{E}| \sin \theta \quad \dots(196)$$

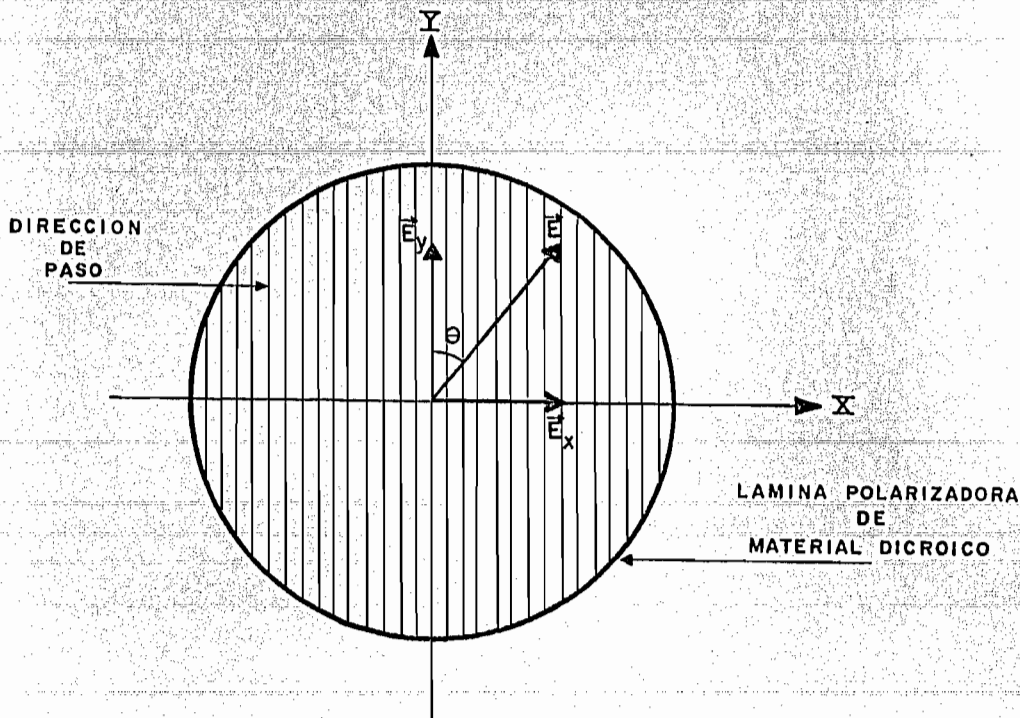


FIG. 25

La componente \vec{E}_x será totalmente absorbida por el material, mientras que la componente \vec{E}_y pasará a través de la lámina de material dicroico, convirtiéndose esta lámina en un dispositivo que sirve para polarizar linealmente a la luz que lo atravieza.

1.5.2.- LEY DE MALUS.-

Coloquemos ahora una segunda lámina de material dicroico perpendicular a la dirección de propagación luminosa. Al pasar la luz por la primera lámina, se polariza linealmente. Supongamos que la amplitud de esta onda polarizada es E_m ; entonces la amplitud de la luz que sale de la segunda lámina será $E_m \cos \delta$, donde δ es el ángulo entre las direcciones de paso de las dos láminas. Así, tomando en cuenta la relación entre amplitudes e intensidades para ondas electromagnéticas, la intensidad (I) de la luz que ha atravesado ambas láminas dicroicas será:

$$I = E_m^2 \cos^2 \delta = I_m \cos^2 \delta \quad \dots(197)$$

La ec. (197) expresa la denominada Ley de Malus, descubierta experimentalmente por Étienne Louis Malus (1775-1812) en 1809. Por esta ley, podemos saber que si las direcciones de paso de las dos láminas son paralelas ($\delta = 0^\circ$ ó 180°) entonces la intensidad del rayo transmitido es máxima ($I = I_m$), en cambio si $\delta = 90^\circ$ ó 270° , entonces la intensidad del rayo transmitido es mínima ($I = 0$).

La Ley de Malus describe la falta de simetría que, con respecto a la dirección de propagación, poseen las ondas electromagnéticas linealmente polarizadas.

I.6.- METODOS EXPERIMENTALES PARA PRODUCCION DE LUZ POLARIZADA.-

I.6.1.- INTRODUCCION.-

Es de gran interés para la física experimental producir luz polarizada en alguno de sus modos de polarización (lineal, circular y elíptica), ya que muchos casos de interacción de luz con la materia, si se tiene control sobre el modo de polarización de la luz que incide sobre la materia, y se mide o detecta el modo de polarización de la luz que resulta de tal interacción (al reflejarse, transmitirse, dispersarse, etc), es posible conocer características de la materia con la cual interactuó la luz. De esta forma, por ejemplo, se ha deducido que los granos de polvo cósmico en la galaxia están orientados en el débil campo magnético galáctico ($\sim 2 \times 10^{-4} \text{G.}$), o bien, se sabe que los anillos de Saturno, entre otras cosas, están formados por cristales de hielo.

Nosotros estudiaremos en esta sección, tres métodos experimentales principales para producir luz polarizada, y son:

- a) Por reflexión y transmisión.
- b) Por doble refracción o birrefringencia.
- c) Por dicroísmo.

Trataremos cada uno de ellos a continuación.

I.6.2.- POLARIZACION POR REFLEXION Y TRASMISION.-

Una explicación teórica al fenómeno de polarización por reflexión y transmisión fue dada en la sección I.3.4., en base a la teoría electromagnética clásica. En aquella sección se demostró que cuando un haz de luz incide sobre un dieléctrico a cierto ángulo de incidencia, característico de cada dieléctrico, llamado ángulo de Brewster, entonces la intensidad de la com-

ponente π del vector del campo \vec{E} del haz reflejado, es cero. Se demostró también en la sección I.3.4.1.A., que la tangente de dicho ángulo de Brewster es igual a la razón de índices de refracción de los medios que forman la frontera óptica (ec. (144)). Y que cuando el ángulo de incidencia es igual al ángulo de Brewster, la componente σ del vector de campo \vec{E} de la luz incidente puede ser reflejada.

Con toda la información anterior, el método experimental para producir luz linealmente polarizada por reflexión, es hacer incidir luz no polarizada sobre una frontera óptica formada por medios dieléctricos de índices de refracción conocidos, a un ángulo de incidencia igual al ángulo de Brewster, dado por la ec. (144). La luz reflejada estará linealmente polarizada, con un vector de campo eléctrico vibrando perpendicularmente al plano de incidencia (véase la figura 26).

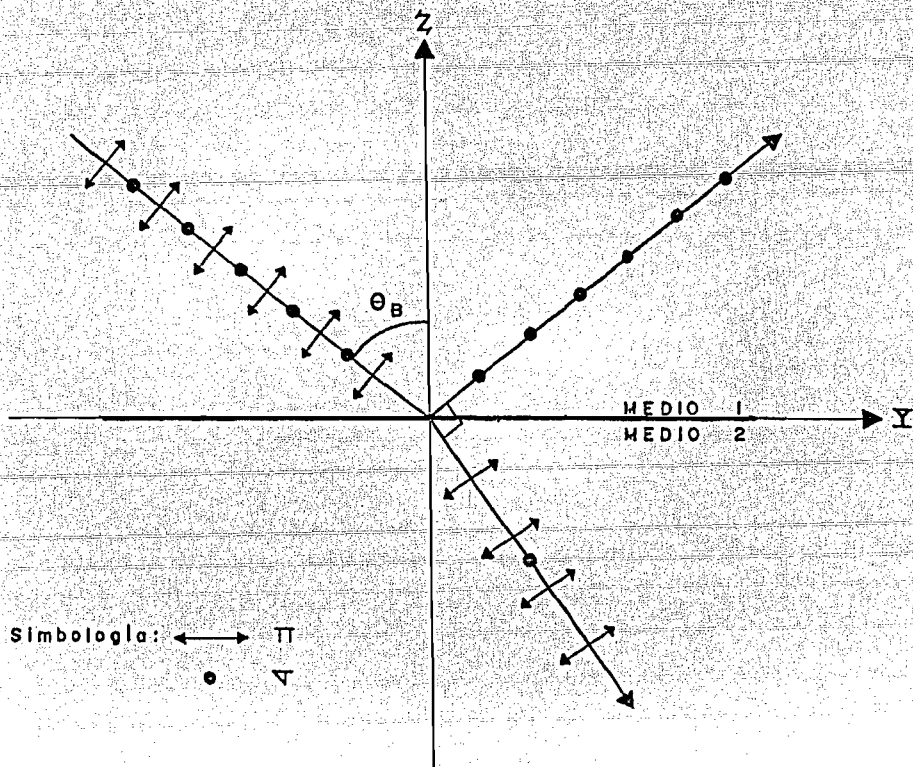


FIG. 26

Recuérdese que la luz transmitida por este arreglo experimental (figura 26) estará parcialmente polarizada (más luz π que σ presente), por lo que puede producirse también luz totalmente polarizada (lineal) vibrando en el plano de incidencia, si se construye un dispositivo que conste de una pila de placas de material dieléctrico y se hace incidir luz sobre la primera placa al ángulo de Brewster. Así, cada placa polarizará parcialmente la luz transmitida y totalmente (lineal) la luz reflejada, de tal forma que con un número suficiente de placas (una pila) obtendremos luz linealmente polarizada por transmisión con su plano de vibración paralelo al plano de incidencia.

El experimento de polarización de luz por reflexión fue efectuado en 1809 por Étienne Louis Malus y la ley de Brewster (ec. (144)) fue deducida experimentalmente por Sir Davir Brewster (1781-1868) en 1812.

I.6.3.- POLARIZACION POR BIRREFRINGENCIA.-

I.6.3.1.- Introducción.-

La birrefringencia, en especial para cristales uniaxiales, fue estudiada teóricamente en la sección I.4., de este trabajo, donde se vio que esta propiedad, de ciertos materiales, permitía la existencia de dos rayos refractados (rayos e y o), los cuales se encuentran (cada uno de ellos) linealmente polarizados, con direcciones de vibración de sus vectores \vec{E} mutuamente perpendiculares. En el caso en que el rayo incidente sea perpendicular al eje óptico del material entonces, el rayo o atraviesa el cristal con velocidad v_o distinta a la velocidad del rayo e (v_e), pero tanto el rayo o como el e obedecen la Ley de Snell, o sea propagan en la misma dirección que el rayo incidente. Este arreglo geométrico ha sido aprovechado para construir los llamados dispositivos de polarización por desfasamiento. Por otro lado, en el caso en que el rayo incidente forme un ángulo arbitrario ($\neq 0$)

con el eje óptico del material, los rayos e y o viajan con velocidades distintas, polarizaciones lineales ortogonales, y además en direcciones distintas. Este arreglo geométrico ha sido aprovechado para construir los llamados dispositivos de polarización por desviación. A continuación, consideraremos los dispositivos más usuales, para polarización de luz, primero por desviación y después por desfaseamiento.

1.6.3.2.- Polarización por Dispositivos de Desviación.-

A) Prisma de Nicol.-

El prisma de Nicol fue inventado por William Nicol (1768-1851) en 1828, y se usa como polarizador lineal de alta precisión. Se construye de calcita, cristal que pertenece al sistema romboedral ($a=b=c$, $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$), con un ángulo $\alpha = \beta = \gamma \approx 102^\circ$. En la figura 27 se muestra la célula unidad de la calcita y abajo a la derecha, el sistema cristalino al que pertenece. El prisma de Nicol se construye de la siguiente forma:

- i) Se toma un monocristal de calcita, el cual naturalmente es un romboedron con caras y aristas paralelas. Véase la figura 28. El eje óptico del cristal hace ángulos iguales con todas las aristas que concurren al vértice de ángulos más obtusos (101.55°). Los planos formados (3 planos) por el eje óptico y cada una de las normales a las caras de corte natural en el cristal, se llaman secciones principales de la calcita. Cada sección principal corta al romboedron en paralelogramos como el mostrado en la figura 29.
- ii) Se corta el cristal de tal manera que la sección principal forme un paralelogramo con ángulos de 68° y 112° (véase la figura 30).

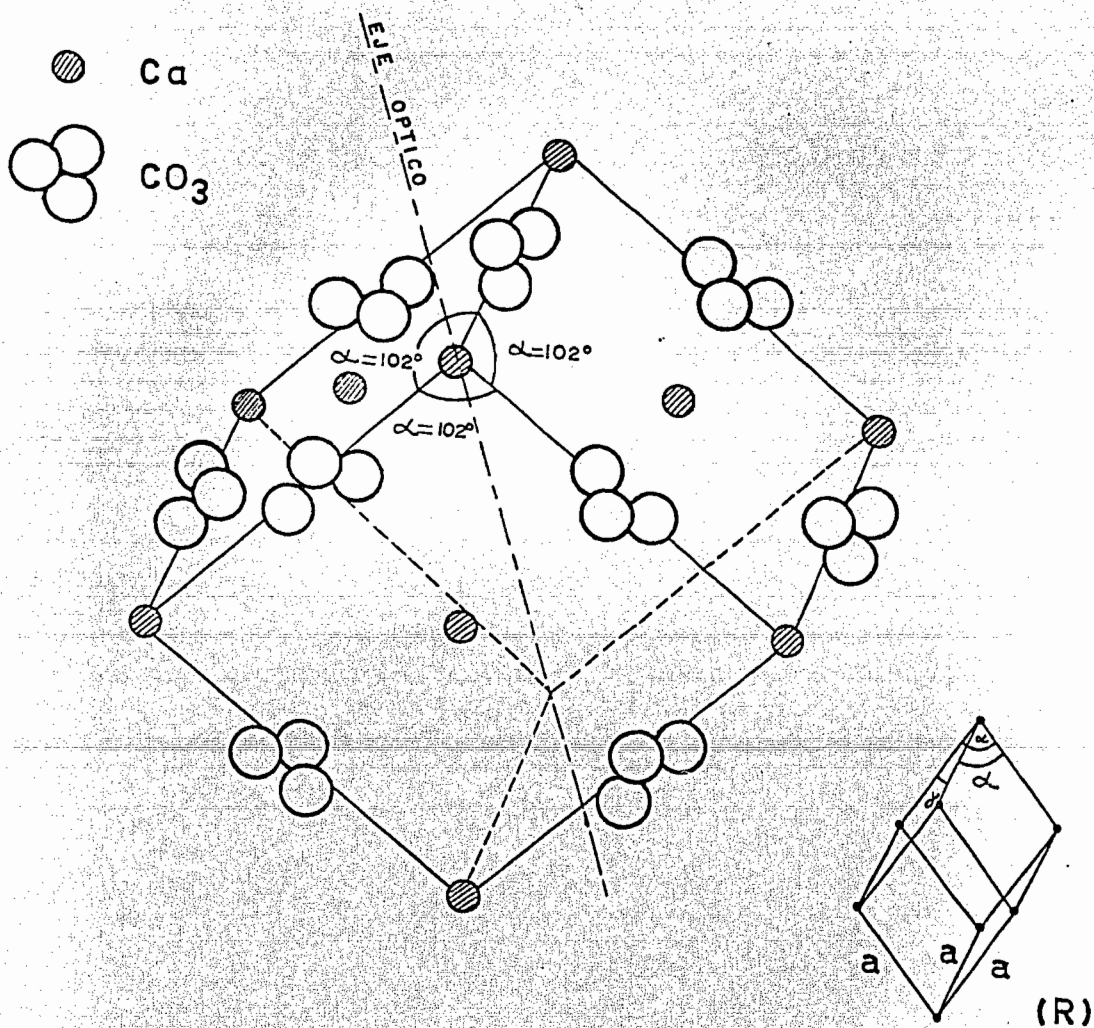


FIG. 27

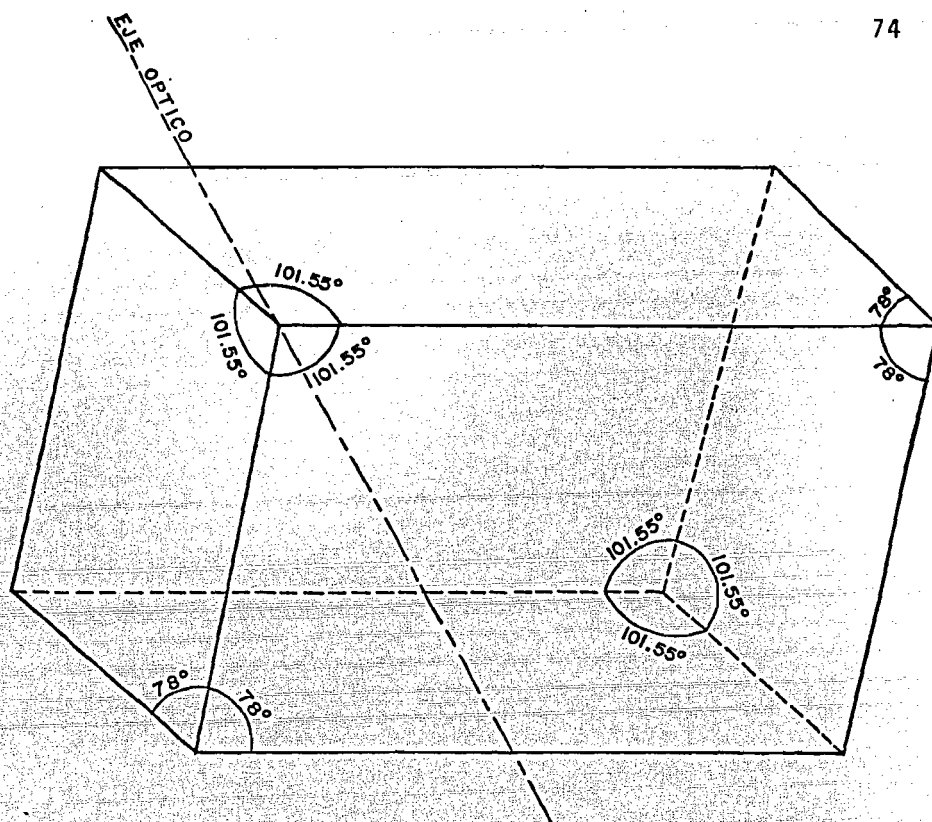


FIG. 28

- iii) El cristal se parte en dos a través de un plano que es perpendicular a la sección principal y a las caras A y B, mostradas en la figura 31.
- iv) Las dos superficies descubiertas en el corte anterior son esmeriladas y pulidas hasta lograr superficies ópticamente planas.
- v) Finalmente las dos mitades son pegadas con bálsamo de Canadá (con índice de refracción para luz de Sodio de 1.55), como se muestra en la figura 32.

Se usa el bálsamo de Canadá por ser transparente y te-

ner un índice de refracción intermedio entre 1.4864 (valor de n_e para luz de Sodio) y 1.6583 (valor de n_o para luz de Sodio); una vez que el rayo e y el rayo o han sido separados por la primera parte del prisma, inciden en la frontera óptica calcita-bálsamo, siendo el rayo e refractado a través del bálsamo, pasando la calcita de la segunda parte del prisma, en tanto que el rayo o es totalmente reflejado en la frontera óptica calcita-bálsamo. El ángulo de reflexión total para luz de Sodio en esta frontera óptica es de aproximadamente 69° , el cual corresponde a un intervalo angular SMS_o de aprox. 14° (véase la figura 33). A ángulos mayores de 14° , una porción del rayo o será transmitida, por lo que el prisma de Nicol no debe usarse para luz altamente convergente o divergente, siendo muy útil

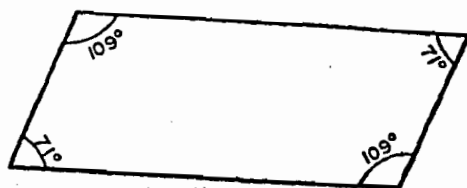


FIG. 29

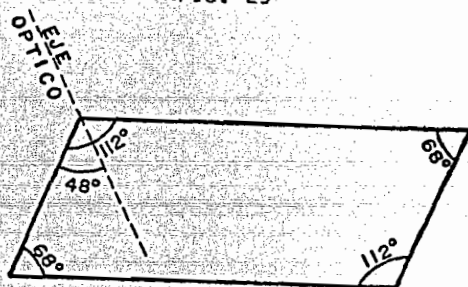


FIG. 30

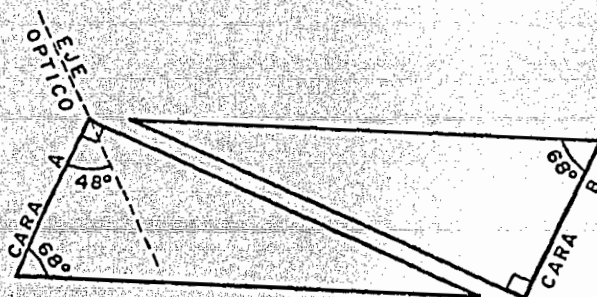


FIG. 31

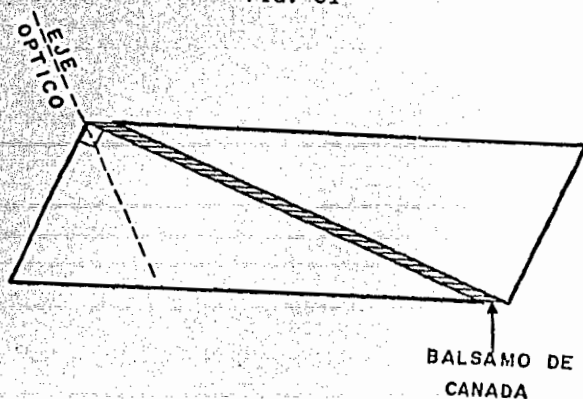


FIG. 32

para luz muy colimada como por ejemplo luz láser. Para el rayo e , el índice de refracción de la calcita varía con la dirección (desde n_o hasta n_e), por lo que habrá un ángulo SMS_e (véase la figura 33) arriba del cual el bálsamo será ópticamente menos denso que la calcita y habrá reflexión total para el rayo e en la frontera óptica calcita-bálsamo. Este ángulo límite (SMS_e) es aprox. de 14° . Así, la dirección de la luz incidente debe ser tal que evite la transmisión del rayo o y evite la reflexión total del rayo e , obteniendo, después de que la luz atraviesa el prisma, polarización lineal como lo muestra la figura 33.

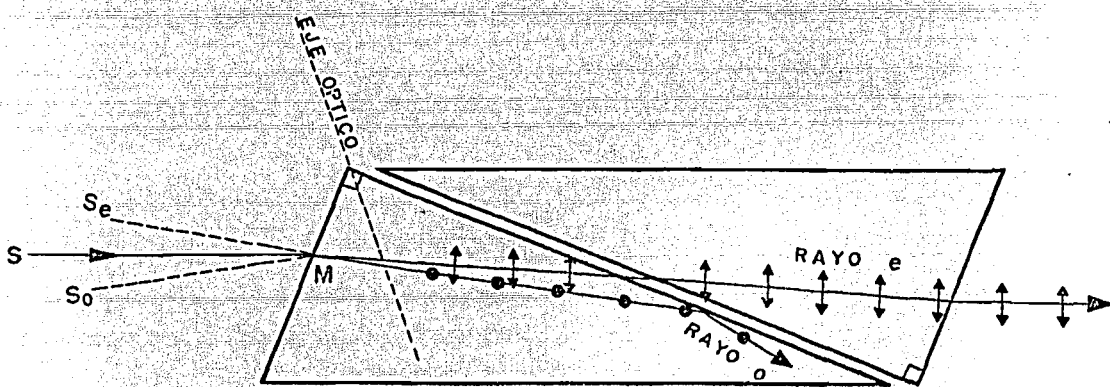


FIG. 33

B) Prisma de Glan-Thompson.-

El prisma de Glan-Thompson consiste de dos secciones de calcita pegadas con cemento óptico y cortadas de tal forma que sus ejes ópticos son paralelos a sus caras terminales A y B (véase la figura 34), y éstas son perpendiculares a sus caras laterales, de tal forma que el haz luminoso entra y sale del prisma perpendicularmente a las caras A y B.

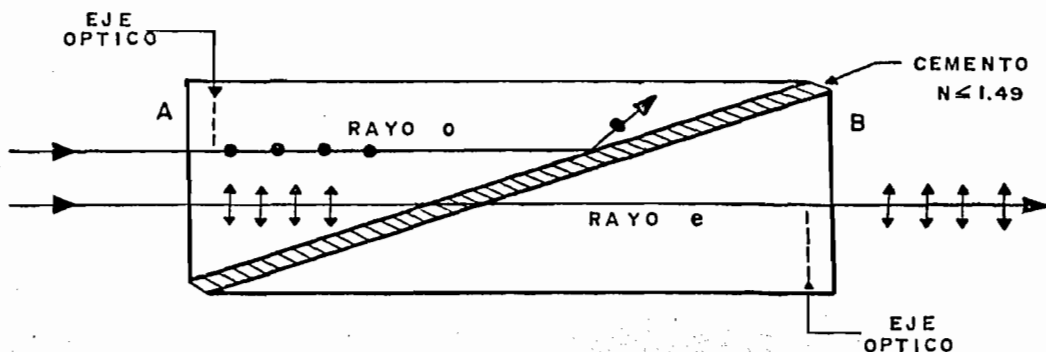


FIG. 34

El índice de refracción del cemento óptico es tal (≤ 1.49) que en la frontera óptica calcita-cemento, la onda *o* sufre reflexión interna total y la onda *e* es transmitida casi sin pérdida, obteniéndose a la salida del prisma, luz linealmente polarizada, como lo muestra la figura 34.

La tolerancia o apertura angular de este prisma es de aprox. 40° y no desplaza paralelamente al rayo transmitido con respecto del rayo incidente. Estas dos características lo hacen mucho más útil que el prisma de Nicol, y juega un papel importante en la construcción de los sistemas polarizador y analizador de nuestro elipsómetro (descrito en el capítulo siguiente).

C) Prisma de Foucault.-

Este prisma es idéntico al prisma de Glan-Thompson, excepto que en vez de cemento óptico se usa aire entre las dos porciones de calcita. Tiene una tolerancia o apertura angular de 8° y se usa principalmente con luz ultravioleta.

D) Prisma de Rochon.-

Este prisma es también llamado de "doble imagen", ya que separan el rayo o del rayo e , pero sin anular ninguno de los dos. Se construyen de cuarzo o calcita, y constan de dos pedazos como lo muestra la figura 35, unidos con glicerina o aceite de castor. La luz entra perpendicularmente a una

de sus caras y viaja paralelamente al eje óptico en la primera parte del prisma. En la segunda parte el eje óptico es perpendicular al eje óptico de la primera parte, por lo que la luz sufre doble refracción. El rayo o no cambia de dirección en cambio el rayo e

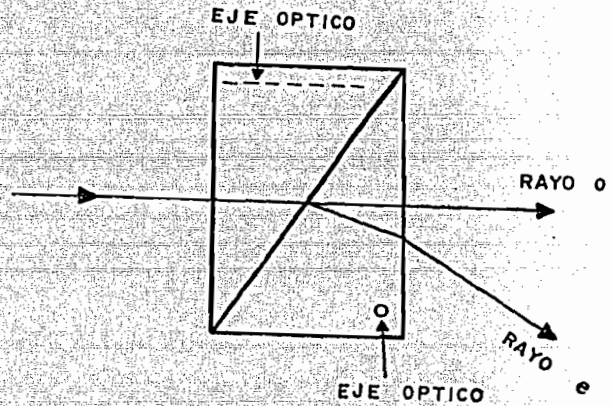


FIG. 35

se desvía hacia abajo si $n_e > n_o$ o hacia arriba si $n_e < n_o$. Estos prismas se elaboran con el propósito de utilizarlos en la comparación de intensidades entre los rayos e y o .

I.6.3.3.- Polarización por Dispositivos de Desfasamiento.-

A) Placa de un Cuarto de Longitud de Onda.-

Es una placa de caras paralelas fabricada con material birrefringente (cuarzo o calcita), con su eje óptico paralelo a las caras terminales. El haz incide perpendicularmente a la placa. El rayo o y el rayo e no cambian de dirección al propagarse dentro de la placa, pero lo

hacen con rapidez distinta, por lo que el cambio de fase producido por la propagación dentro de la placa será distinto en ambos rayos.

Al atravesar una distancia d , el rayo o y el rayo e sufrirán los siguientes cambios de fase ($\Delta\phi_o$ y $\Delta\phi_e$, respectivamente):

$$\Delta\phi_o \equiv \phi'_o - \phi_o = 2\pi N_o = \frac{2\pi}{\lambda} n_o d \quad \dots(198)$$

$$\Delta\phi_e \equiv \phi'_e - \phi_e = 2\pi N_e = \frac{2\pi}{\lambda} n_e d \quad \dots(199)$$

donde N_o y N_e son, respectivamente, el número de ondas o y e que caben en el espesor d de la placa. Por lo que la diferencia de fase ($\Delta\phi$) entre las ondas e y o al atravesar la placa de espesor d ; es:

$$\Delta\phi = \Delta\phi_e - \Delta\phi_o = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d \quad \dots(200)$$

La placa de un cuerpo de onda se caracteriza, como su nombre lo indica, porque la siguiente relación se cumple:

$$|\Delta\phi| = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \quad \dots(201)$$

o sea, que el espesor d de la placa para una longitud de onda λ , debe ser:

$$d = \frac{\lambda}{4 |(n_e - n_o)|} \quad \dots(202)$$

Así, si $n_e > n_o$ (Cristal positivo, ejemplo: cuarzo) la onda e saldrá de la placa un cuarto de ciclo retardada con respecto a la onda o y si $n_e < n_o$ (cristal negativo, ejemplo: calcita) la onda e saldrá un cuarto de ciclo adelantada con respecto a la onda o .

En este párrafo definiremos lo que se entiende por eje rápido de un cristal birrefringente: es la dirección de vibración de la onda que viaja más

rápido dentro de él (onda e para cristales negativos y onda o para positivos). Nótese que en cristales negativos, el eje rápido coincide con el eje óptico cuando la luz incide sobre el material propagándose perpendicularmente a dicho eje óptico. El eje lento, por otro lado se define como la dirección de vibración de la onda que viaja más lentamente dentro del medio birrefringente.

Supongamos que la luz linealmente polarizada incide normalmente a la placa de un cuarto de longitud de onda, con su dirección de vibración a un ángulo del eje rápido (véase la figura 36), entonces la luz incidente puede expresarse así:

$$E_x = A_x \cos (\omega t - kz + \phi_x) = A \cos \gamma \cos (\omega t - kz + \phi_x) \quad \dots(203)$$

$$E_y = A_y \cos (\omega t - kz + \phi_y) = A \sin \gamma \cos (\omega t - kz + \phi_x) \quad \dots(204)$$

Si Z es la dirección de propagación. Y la luz transmitida, puede expresarse así:

$$E_x = A \cos \gamma \cos (\omega t - kz + \phi_x - \phi'_x) \quad \dots(205)$$

$$E_y = A \sin \gamma \cos (\omega t - kz + \phi_x - \phi'_x \pm \pi/2) \quad \dots(206)$$

donde ϕ'_x es un corrimiento de fase común a ambas ondas. Nótese que según la teoría sobre polarización tratada en la sección 1.2., de este trabajo, las ecs. (205) y (206) representan luz elípticamente polarizada, con los ejes de la elipse coincidiendo con los ejes X y Y de la figura 36; a la derecha si $\Delta\phi = \pi/2$ y a la izquierda si $\Delta\phi = -\pi/2$. Nótese también que cuando $\gamma = 45^\circ$ las ecs. (205) y (206) representan luz circularmente polarizada, y cuando $\gamma = 0$, representan luz linealmente polarizada.

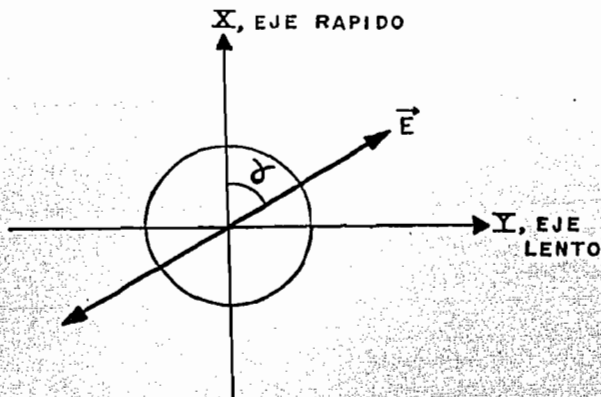


FIG. 36

B) Compensador Babinet.-

Este compensador consiste de dos prismas de cuarzo en forma de cuña, con un ángulo α (véase la figura 37) suficientemente pequeño como para desprestigiar el cambio de dirección que sufren los rayos o y e , y tomar en cuenta sólo el desfaseamiento entre ellos, el cual depende de la región en el prisma que sea atravesada por la luz. Los ejes ópticos de los prismas se disponen como lo muestra la figura 37. Si luz linealmente polarizada incide normalmente a la placa, con su dirección de vibración haciendo un ángulo γ con el eje óptico del primer prisma, esta luz se descompone en un rayo e y un rayo o (en la misma dirección). En el primer prisma el rayo e viaja más rápido que el rayo o (por ser prisma negativo), pero al llegar al segundo prisma, el rayo e se convierte en rayo o (debido al cambio de eje óptico) y el rayo o en rayo e . O sea, al pasar de un prisma a otro los rayos intercambian sus velocidades, por lo que el segundo prisma tiende a compensar el desfaseamiento producido por el primer prisma en los dos rayos componentes. ¿Cuál es el desfaseamiento total entre los rayos e y o al atravesar todo el compensador Babinet? Ahora lo veremos. En el primer prisma el desfaseamiento entre ondas e y o ($\Delta\phi_1$) es, según la ec. (200):

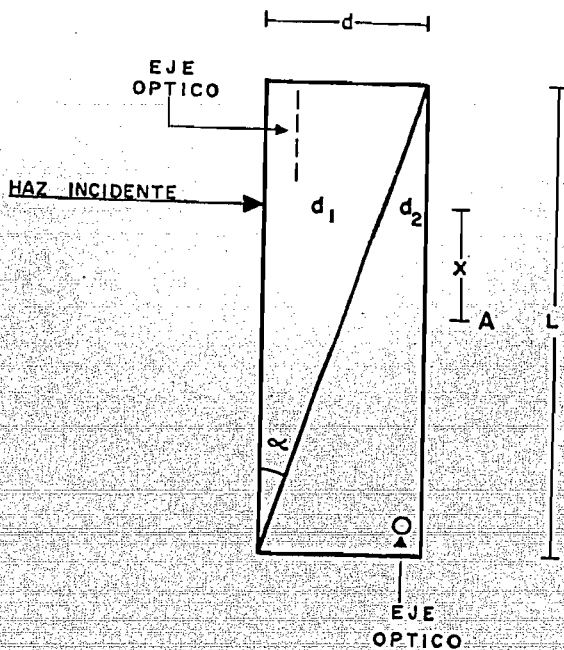


FIG. 37

$$\Delta\phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d_1 \quad \dots(207)$$

En el segundo prisma, el desfaseamiento entre las ondas o y e (ya que se han intercambiado al cruzar al segundo prisma) es:

$$\Delta\phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d_2 \quad \dots(208)$$

El desfaseamiento total ($\Delta\phi$) es, entonces:

$$\Delta\phi = \Delta\phi_1 + \Delta\phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) (d_1 - d_2) \quad \dots(209)$$

pero, según la figura 37 y el hecho de que α es pequeño, $(d_1 - d_2)$ puede expresarse así:

$$d_1 - d_2 = 2xd/L \quad \dots(210)$$

por lo tanto $\Delta\phi$ en función de x ($x = 0$ cuando la luz atraviesa al prisma por su parte media) es:

$$\Delta\phi(x) = 4\pi (n_o - n_e) x d / L \quad \dots(211)$$

En la ec. (211) podemos ver que, variando la región del prisma que es atravesada por la luz, variamos el desfase entre las ondas e y o . Para $x = 0$, el desfase es nulo. Así, podemos controlar, variando x , la polarización del haz que emerge del prisma.

Una desventaja de este compensador, es que sólo se logra un desfase definido cuando el haz incidente es delgado, ya que de esta forma el intervalo Δx ocupado por el haz es pequeño, pudiendo entonces substituir Δx por un valor puntual de x , y substituir éste en la ec. (211). Esta desventaja se salva con el dispositivo que se describe a continuación.

C) Compensador Babinet-Soleil (B-S).-

Este compensador consiste de dos prismas de cuarzo con forma de cuña y ejes ópticos paralelos entre sí y a sus caras (véase figura 38) combinados con una placa de cuarzo de caras paralelas y de eje óptico perpendicular al eje óptico de cada una de las cuñas. Una de las cuñas puede deslizarse sobre la otra, ya que se monta en un mecanismo que así lo permite, variando el espesor del sistema de cuñas. Cuando el espesor de este sistema es igual al espesor de la placa de caras paralelas, el desfase entre los rayos o y e , que emergen del compensador, es cero. Con este dispositivo no existe la limitación de que el haz luminoso incidente tenga que ser delgado, ya que para cierta posición de la cuña deslizante, el espesor del prisma B-S que atraviesa el rayo luminoso es el mismo para toda la sección transversal de este rayo.

Si en especial, utilizamos luz incidente linealmente polarizada y deslizamos la cuña móvil del compensador B-S hasta que el des-

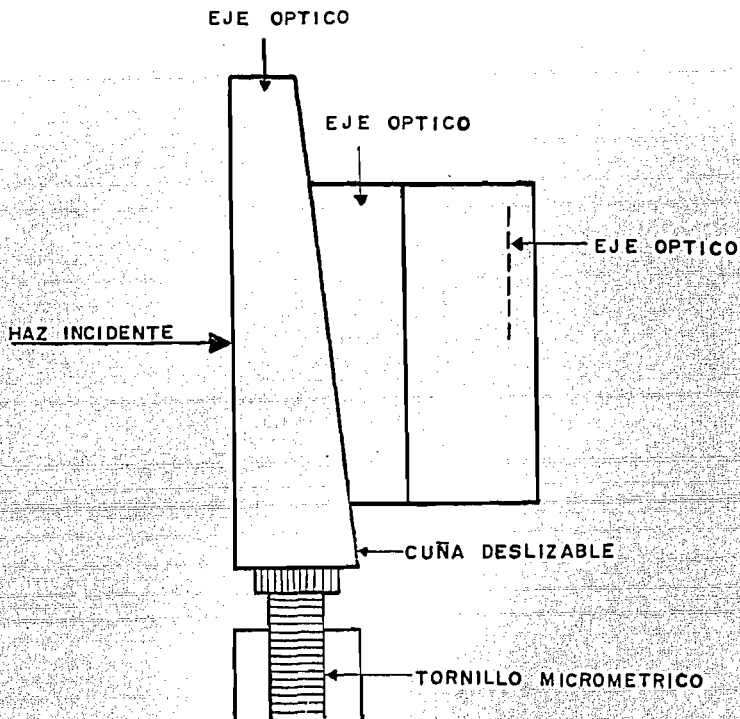


FIG. 38

fasamiento total sea de $\pi/2$ radianes, el compensador B-S se comportará como una placa de un cuarto de longitud de onda, ya descrita en la sección I.6.3.3.A.

I.6.4.- POLARIZACION POR DICROISMO.-

En la sección I.5 se estudiaron las características de los materiales dicroicos, donde principalmente se vió que estos materiales son birrefringentes y que su coeficiente de extinción (k) varía con la dirección de vibración del vector eléctrico de la luz que viaja dentro de ellos. En algunos materiales esta variación de k con la dirección de vibración es tan marcada,

que podemos construir láminas delgadas por las que, al pasar el haz luminoso, se absorba aquella luz cuyo vector \vec{E} sea perpendicular a la dirección de menor coeficiente de extinción., dejando pasar sólo aquella luz cuyo vector \vec{E} vibre paralelamente a esta dirección. Obteniendo así a la salida de la placa, luz linealmente polarizada.

También pueden fabricarse láminas polarizadoras ahogando ciertas moléculas de cadena larga en plástico flexible, y después estirando éste hasta que las moléculas de cadena larga queden alineadas paralelamente entre sí. Usualmente estas láminas no exceden las siguientes dimensiones: 0.60 m. de ancho por 30.5 m. de largo. Estos dispositivos permiten únicamente el paso de aquellas componentes de la onda electromagnética cuyos vectores \vec{E} vibran en la dirección en las que están alineadas las moléculas de cadena larga, por lo que la luz emergente estará linealmente polarizada.

I.7.- TEORIA SOBRE REFLEXION DE LA LUZ AL INCIDIR EN UNA FRONTERA OPTICA CUBIERTA POR UNA PELICULA DELGADA.-

I.7.1.- INTRODUCCION.-

Consideremos un rayo de luz que viaja por un medio de índice de refracción \hat{n}_1 y que pasa a un medio de índice de refracción \hat{n}_2 , para después pasar a otro medio de índice de refracción \hat{n}_3 , y supongamos principalmente 3 características de los medios que constituyen las fronteras ópticas que atraviesa la luz:

- a) Los medios son isotrópicos, homogéneos y lineales.
- b) Las fronteras ópticas constituidas por tales medios, son lineales.
- c) El medio de índice \hat{n}_2 (véase figura 39) tiene un espesor d comprendido entre 1 \AA y 10^4 \AA , formando, lo que se denomina como una película delgada.

Cada vez que el rayo de luz incide en una de las fronteras ópticas del sistema, parte de la luz será reflejada y parte transmitida. Los rayos reflejados y transmitidos, a su vez, al incidir de nuevo en alguna de las fronteras ópticas, serán parcialmente reflejados y transmitidos. Cada una de estas múltiples reflexiones y transmisiones de luz obedece la teoría desarrollada en la sección I.3 de este trabajo. El conjunto de reflexiones y transmisiones múltiples es mostrado parcialmente en la figura 39, donde se ilustra el hecho de que el rayo total reflejado (representado por $\vec{E}_{r,tot}$) dentro del medio de índice de refracción n_1 , es la suma de los rayos I, II, III, IV, etc., representados respectivamente por $\vec{E}_{r,I}$, $\vec{E}_{r,II}$, $\vec{E}_{r,III}$, $\vec{E}_{r,IV}$, etc. Así, la siguiente expresión es válida:

$$\vec{E}_{r,tot} = \vec{E}_{r,I} + \vec{E}_{r,II} + \vec{E}_{r,III} + \dots \quad \dots(212)$$

Si la ec. (212) es expresada en componentes π y σ , obtenemos las siguientes dos relaciones:

$$\vec{E}_{r,tot}^{\pi} = \vec{E}_{r,I}^{\pi} + \vec{E}_{r,II}^{\pi} + \vec{E}_{r,III}^{\pi} + \dots \quad \dots(213)$$

$$\vec{E}_{r,tot}^{\sigma} = \vec{E}_{r,I}^{\sigma} + \vec{E}_{r,II}^{\sigma} + \vec{E}_{r,III}^{\sigma} + \dots \quad \dots(214)$$

Por definición (ecs. (110) y (117)), los Coefs. de Fresnel de reflexión para este caso, son:

$$\rho_{tot}^{\pi} = \vec{E}_{r,tot}^{\pi} / \vec{E}_i^{\pi} \quad \dots(215)$$

$$\rho_{tot}^{\sigma} = \vec{E}_{r,tot}^{\sigma} / \vec{E}_i^{\sigma} \quad \dots(216)$$

Substituyendo las ecs. (213) y (214) en las ecs. (215) y (216), respectivamente, obtenemos las siguientes dos igualdades:

$$\rho_{\text{tot}}^{\pi} = \frac{\vec{E}_{r,I}^{\pi}}{E_i^{\pi}} + \frac{\vec{E}_{r,II}^{\pi}}{E_i^{\pi}} + \frac{\vec{E}_{r,III}^{\pi}}{E_i^{\pi}} + \dots \quad \dots(217)$$

$$\rho_{\text{tot}}^{\sigma} = \frac{\vec{E}_{r,I}^{\sigma}}{E_i^{\sigma}} + \frac{\vec{E}_{r,II}^{\sigma}}{E_i^{\sigma}} + \frac{\vec{E}_{r,III}^{\sigma}}{E_i^{\sigma}} + \dots \quad \dots(218)$$

Analizaremos estas dos expresiones últimas en seguida.

I.7.2.- DESARROLLO TEORICO.-

Utilizaremos una nomenclatura especial para nombrar y distinguir cada uno de los vectores eléctricos que representan a los rayos luminosos mostrados en la figura 39. El símbolo:

$$\vec{E}_{h(j,k)l}^{\nu}$$

representa un vector eléctrico de polarización ν (ν igual a π ó σ) que ha sido h (h igual a r , de reflejado, o a t , de transmitido) por la frontera óptica formada por los medios j y k ($j=1,2$ ó 3 , y $k=1,2$ ó 3), por l vez ($l=1,2,3,\dots$). En la figura 40 se muestran los distintos rayos luminosos identificados utilizando esta nomenclatura. También denotaremos así:

$$\rho^{\nu}(j,k)l$$

$$\tau^{\nu}(j,k)l$$

a los Coefs. de Fresnel de reflexión o transmisión, respectivamente, de luz ν que ha sido reflejada o transmitida por la frontera óptica formada por los medios j y k , por l vez. Observando la figura 40 y utilizando las definiciones de los Coefs. de Fresnel, podemos establecer las siguientes relaciones entre vectores eléctricos:

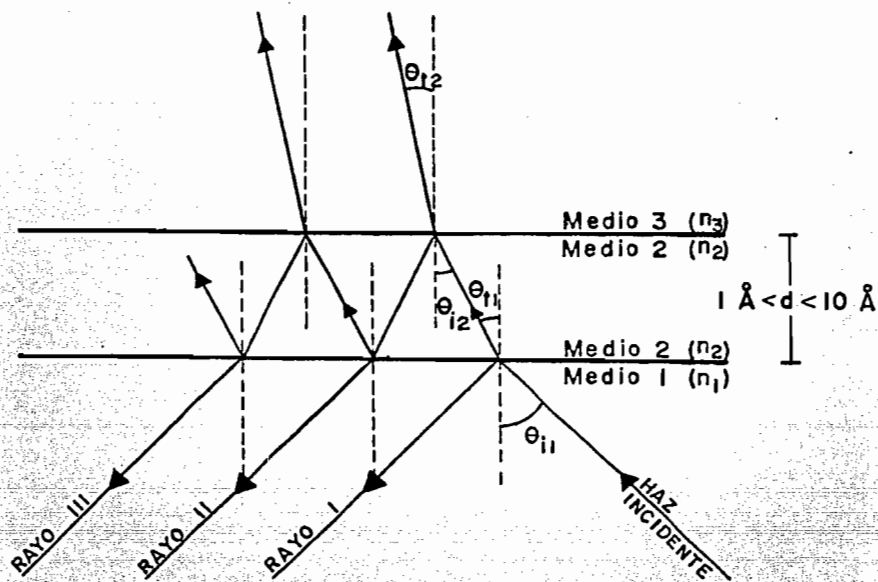


FIG. 39

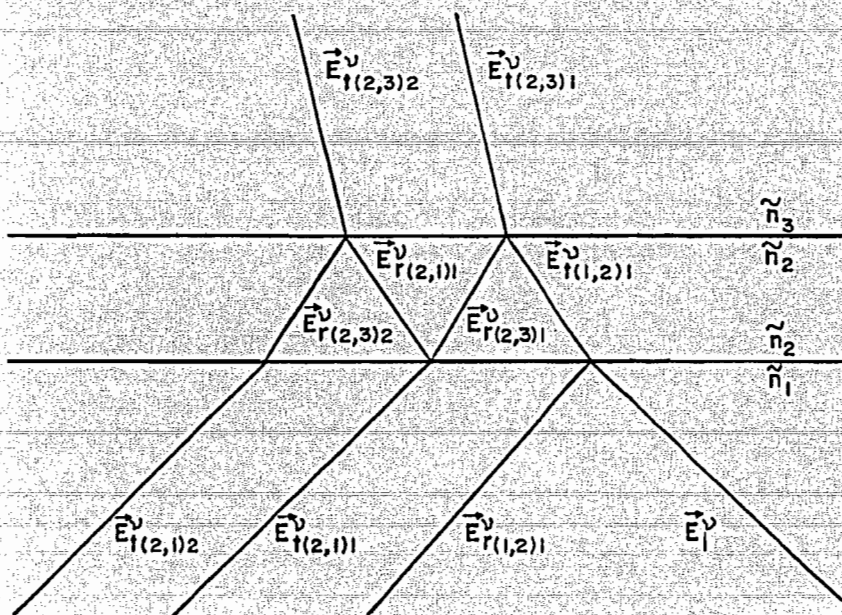


FIG. 40

$$\vec{E}_{r(1,2)1}^v = \rho_{(1,2)1}^v \vec{E}_i^v \quad \dots(219)$$

$$\vec{E}_{t(1,2)1}^v = \tau_{(1,2)1}^v \vec{E}_i^v \quad \dots(220)$$

$$\vec{E}_{t(2,3)1}^v = \tau_{(2,3)1}^v \vec{E}_{t(1,2)1}^v \quad \dots(221)$$

$$\vec{E}_{r(2,3)1}^v = \rho_{(2,3)1}^v \vec{E}_{t(1,2)1}^v \quad \dots(222)$$

$$\vec{E}_{t(2,1)1}^v = \tau_{(2,1)1}^v \vec{E}_{r(2,3)1}^v \quad \dots(223)$$

$$\vec{E}_{r(2,1)1}^v = \rho_{(2,1)1}^v \vec{E}_{r(2,3)1}^v \quad \dots(224)$$

$$\vec{E}_{t(2,3)2}^v = \tau_{(2,3)2}^v \vec{E}_{r(2,1)1}^v \quad \dots(225)$$

$$\vec{E}_{r(2,3)2}^v = \rho_{(2,3)2}^v \vec{E}_{r(2,1)1}^v \quad \dots(226)$$

$$\vec{E}_{t(2,1)2}^v = \tau_{(2,1)2}^v \vec{E}_{r(2,3)2}^v \quad \dots(227)$$

Substituyendo las ecs. (220) y (222) en la ec. (223), obtenemos:

$$\vec{E}_{t(2,1)1}^v = \tau_{(2,1)1}^v \rho_{(2,3)1}^v \tau_{(1,2)1}^v \vec{E}_i^v \quad \dots(228)$$

Y substituyendo las ecs. (220), (222), (224) y (226) en la ec. (227), obtenemos:

$$\vec{E}_{t(2,1)2}^v = \tau_{(2,1)2}^v \rho_{(2,3)2}^v \rho_{(2,1)1}^v \rho_{(2,3)1}^v \tau_{(1,2)1}^v \vec{E}_i^v \quad \dots(229)$$

Antes de proseguir desarrollando las ecuaciones, haremos algunas consideraciones que nos permitirán hacer simplificaciones en sus factores. Estas consideraciones son:

- a) Los Coefs. de Fresnel de reflexión dependen sólo (según las ecs. (124) y (126)) del ángulo de incidencia y de las constantes ópticas de los medios que forman la frontera óptica, por lo que:

$$\rho_{(2,3)1}^v = \rho_{(2,3)2}^v = \rho_{(2,3)3}^v = \dots = \rho_{(2,3)N}^v \quad \dots(230)$$

- b) El Coef. de Fresnel de reflexión para luz incidente del medio j al medio k es el negativo del Coef. de Fresnel de reflexión para luz incidente del medio k al medio j , como puede verificarse en las ecs. (124) y (126) intercambiando θ_i por θ_t . O sea:

$$\rho_{(j,k)1}^v = -\rho_{(k,j)1}^v \quad \dots(231)$$

- c) Se puede verificar, utilizando las ecs. (124) hasta (127), que la siguiente relación es válida:

$$\tau_{(2,1)1}^v \tau_{(1,2)1}^v = 1 - \rho_{(1,2)1}^v \quad \dots(232)$$

Introduciendo las tres simplificaciones anteriores en las ecs. (219), (228) y (229), llegamos a:

$$\vec{E}_{r(1,2)1}^v = \rho_{(1,2)1}^v \vec{E}_i^v \quad \dots(233)$$

$$\vec{E}_{t(2,1)1}^v = \{1 - (\rho_{(1,2)1}^v)^2\} \rho_{(2,3)1}^v \vec{E}_i^v \quad \dots(234)$$

$$\vec{E}_{t(2,1)2}^v = -\{1 - (\rho_{(1,2)1}^v)^2\} \rho_{(1,2)1}^v (\rho_{(2,3)2}^v)^2 \vec{E}_i^v \quad \dots(235)$$

Los vectores de los miembros izquierdos de estas ecuaciones son los primeros términos de las sumas mostradas en las ecs. (213) y (214), las cuales representan las componentes π y σ , respectivamente, del vector \vec{E} del rayo total reflejado. En estas ecuaciones se toman en cuenta solamente los cambios de fase y amplitud, debidos a reflexiones en las distintas fronteras ópticas, pero existe también un desfaseamiento entre las ondas debido a la diferencia de camino óptico que recorren unas con respecto a otras. Calcularemos este desfaseamiento, que llamaremos por comodidad -2δ , primero para el rayo $\vec{E}_{t(2,1)1}^v$ con respecto al rayo $\vec{E}_{r(1,2)1}^v$ con ayuda de la figura 41, en donde podemos ver que la diferencia de camino geométrico (D.C.G.) entre ambos rayos es:

$$D.C.G. = CD + DA - BC$$

...(236)

pero en términos de los ángulos de incidencia y transmisión, y del espesor d del medio de índice \tilde{n}_2 , utilizando relaciones trigonométricas conocidas, ésta diferencia de camino geométrico se convierte en:

$$D.C.G. = 2d \left\{ \frac{1}{\cos \theta_{t1}} - \frac{\sin \theta_{t1}}{\cos \theta_{t1}} \sin \theta_{i1} \right\} \quad \dots(237)$$

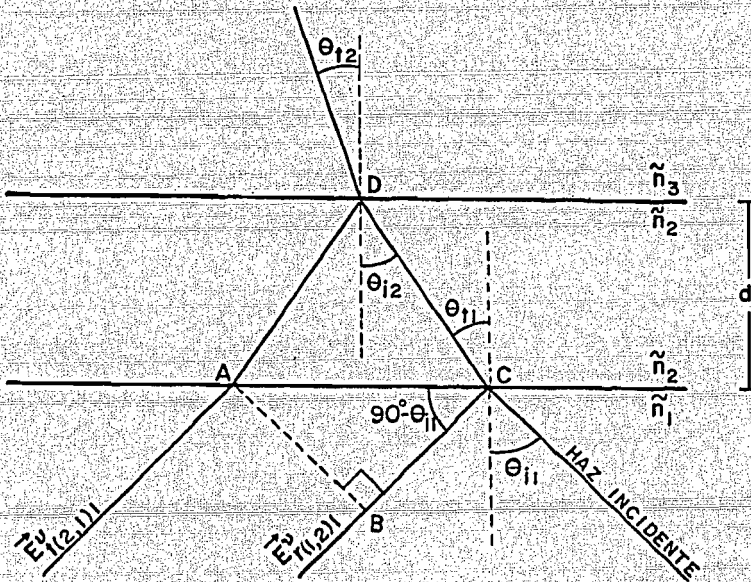


FIG. 41

dividiendo, en la última ec., el minuendo entre la longitud de onda de la luz en el medio 2 (λ_2) y el sustraendo entre la longitud de onda de la luz en el medio 1 (λ_1), obtenemos el número de ondas que el rayo de vector $\vec{E}_{t(2,1)}^v$ está desfasado del rayo de vector $\vec{E}_{r(1,2)}^v$, y multiplicando toda la ec. por 360; obtenemos el desfase buscado (-2δ) en grados, el cual es:

$$-2\delta = -\frac{2d(360^\circ)}{\cos \theta_{t1}} \left\{ \frac{1}{\lambda_2} - \text{sen } \theta_{t1} \text{ sen } \theta_{i1} \right\} \quad \dots(238)$$

pero sabemos que si λ_0 es la longitud de onda de la luz en el vacío, entonces:

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{\tilde{n}_2} \quad \text{y} \quad \lambda_1 = \frac{\lambda_0}{\tilde{n}_1} \quad \dots(239)$$

por lo que substituyendo las ecs. (239) y la Ley de Snell (ec. (95)), la ec. (238) se transforma en:

$$-2\delta = -\frac{2d(360^\circ)}{\lambda_0} (\tilde{n}_2^2 - \tilde{n}_1^2 \text{sen}^2 \theta_{i1})^{1/2} \quad \dots(240)$$

La ec. (240) nos da el desfaseamiento (-2δ), en grados, que sufre el rayo de vector $\vec{E}_{t(2,1)1}^v$ con respecto al rayo de vector $\vec{E}_{r(2,1)1}^v$, al atravesar un espesor $2d$ del medio de índice de refracción \tilde{n}_2 . Para el rayo de vector $\vec{E}_{t(2,1)2}^v$, el desfaseamiento con respecto al rayo de vector $\vec{E}_{r(1,2)1}^v$ será de dos veces el anterior, o sea de -4δ , ya que recorre el doble del espesor, del medio de índice \tilde{n}_2 , que el rayo de vector $\vec{E}_{t(2,1)1}^v$. En general, el desfaseamiento entre los rayos de vectores $\vec{E}_{t(2,1)N}^v$ y $\vec{E}_{r(2,1)2}^v$ es $-2(N-1)\delta$. Así, si en las ecs. (233), (234) y (235) incluimos los desfaseamientos debidos a diferencias de caminos ópticos, respectivos, obtenemos las siguientes tres ecuaciones:

$$\vec{E}_{r,I}^v = \vec{E}_{r(1,2)1}^v e^{i(0)} = \rho_{(1,2)1}^v \vec{E}_i^v \quad \dots(241)$$

$$\vec{E}_{r,II}^v = \vec{E}_{t(2,1)1}^v e^{-i2\delta} = \{1 - (\rho_{(1,2)1}^v)^2\} \rho_{(2,3)1}^v \vec{E}_i^v e^{-i2\delta} \quad \dots(242)$$

$$\vec{E}_{r,III}^v = \vec{E}_{t(2,1)2}^v e^{-i4\delta} = -\{1 - (\rho_{(1,2)1}^v)^2\} \rho_{(1,2)1}^v (\rho_{(2,3)2}^v)^2 \vec{E}_i^v e^{-i4\delta} \quad \dots(243)$$

Substituyendo las tres últimas ecs. en el par de ecs. (217) y (218), y quitando los sub-índices 1 debido a la simplificación expresada en la ec. (230), obtenemos:

$$\rho_{\text{tot}}^{\nu} = \rho_{(1,2)}^{\nu} + [1 - (\rho_{(1,2)}^{\nu})^2] \rho_{(2,3)}^{\nu} e^{-i2\delta} - [1 - (\rho_{(1,2)}^{\nu})^2] \rho_{(1,2)}^{\nu} (\rho_{(2,3)}^{\nu})^2 E_i^{\nu} e^{-i4\delta} + \dots \quad \dots(244)$$

El miembro derecho de la ec. (244) es una serie, cuyo límite cuando el número de rayos reflejados (N) es muy grande, es el siguiente:

$$\rho_{\text{tot}}^{\nu} = (\rho_{(1,2)}^{\nu} + \rho_{(2,3)}^{\nu} e^{-i2\delta}) / (1 + \rho_{(1,2)}^{\nu} \rho_{(2,3)}^{\nu} e^{-i2\delta}) \quad \dots(245)$$

Tomando la razón de los coeficientes ρ_{tot}^{π} entre $\rho_{\text{tot}}^{\sigma}$, obtenemos una ec. análoga a la ec. (163), y es:

$$\text{tg } \psi e^{i\psi} = \left(\frac{\rho_{(1,2)}^{\pi} + \rho_{(2,3)}^{\pi} e^{-i2\delta}}{1 + \rho_{(1,2)}^{\pi} \rho_{(2,3)}^{\pi} e^{-i2\delta}} \right) \left(\frac{1 + \rho_{(1,2)}^{\sigma} \rho_{(2,3)}^{\sigma} e^{-i2\delta}}{\rho_{(1,2)}^{\sigma} + \rho_{(2,3)}^{\sigma} e^{-i2\delta}} \right) \quad \dots(246)$$

I.7.3.- LA ECUACION FUNDAMENTAL DE LA ELIPSOMETRIA.-

La ec. recién deducida ((246)), es llamada "ecuación fundamental de la elipsometría", donde los Coefs. de Fresnel, por las ecs. (124) y (126), son:

$$\rho_{(1,2)}^{\pi} = \frac{\tilde{n}_2 \cos \theta_{i1} - \tilde{n}_1 \cos \theta_{t1}}{\tilde{n}_2 \cos \theta_{i1} + \tilde{n}_1 \cos \theta_{t1}} \quad \dots(247)$$

$$\rho_{(2,3)}^{\pi} = \frac{\tilde{n}_3 \cos \theta_{i2} - \tilde{n}_2 \cos \theta_{t2}}{\tilde{n}_3 \cos \theta_{i2} + \tilde{n}_2 \cos \theta_{t2}} \quad \dots(248)$$

$$\rho_{(1,2)}^{\sigma} = \frac{\tilde{n}_1 \cos \theta_{i1} - \tilde{n}_2 \cos \theta_{t1}}{\tilde{n}_1 \cos \theta_{i1} + \tilde{n}_2 \cos \theta_{t1}} \quad \dots(249)$$

$$\rho_{(2,3)}^{\sigma} = \frac{\tilde{n}_2 \cos \theta_{i2} - \tilde{n}_3 \cos \theta_{t2}}{\tilde{n}_2 \cos \theta_{i2} + \tilde{n}_3 \cos \theta_{t2}} \quad \dots(250)$$

Además, ayudados por la figura 41 y la Ley de Snell (ec. (95)), podemos obte-

ner las siguientes relaciones:

$$\cos \theta_{t1} = \left(1 - \frac{\tilde{n}_1^2}{\tilde{n}_2^2} \sin^2 \theta_{i1} \right)^{1/2} \quad \dots(251)$$

$$\cos \theta_{i2} = \cos \theta_{t1} \quad \dots(252)$$

$$\cos \theta_{t2} = \left(1 - \frac{\tilde{n}_1^2}{\tilde{n}_3^2} \sin^2 \theta_{i1} \right)^{1/2} \quad \dots(253)$$

Substituyendo las ecs. (247) hasta (253) y la ec. (248) en la ec. (240), obtenemos la forma explícita de la "Ecuación Fundamental de la Elipsometría", la cual nos relaciona los ángulos elipsométricos Δ y ψ con: ángulo de incidencia (θ_{i1}) de las que se propaga del medio 1 al medio 2, índices de refracción de los 3 medios que forman el sistema (\tilde{n}_1 , \tilde{n}_2 y \tilde{n}_3), longitud de onda en el vacío (λ_0) de la luz usada, y espesor (d) del medio 2 o sea, espesor de la película delgada. Así, la Ecuación Fundamental de la Elipsometría es la ecuación mostrada en la página siguiente, con el número (254).

I.7.4.- PROCESO COMPUTACIONAL PARA OBTENER EL INDICE DE REFRACCION, EL COEFICIENTE DE EXTINCION Y EL ESPESOR DE UNA PELICULA DELGADA.-

En esta sección estudiaremos como calcular, resolviendo la Ecuación Fundamental de la Elipsometría, el coeficiente de extinción k_2 , el índice de refracción n_2 y el espesor d de una película delgada depositada o creada por algún proceso, en la frontera óptica constituida por dos medios, uno llamado sustrato y otro, medio ambiente. El índice de refracción (n_3) y el coeficiente de extinción (k_3) del sustrato se suponen conocidos ya que pueden medirse por el método elipsométrico descrito en la sección que trata sobre re-

$$\operatorname{tg} \psi e^{i\Lambda} = \left(\frac{\rho^{\Pi}(1,2) + \rho^{\Pi}(2,3) e^{-i2\delta}}{1 + \rho^{\Pi}(1,2)\rho^{\Pi}(2,3) e^{-i2\delta}} \right) \left(\frac{1 + \rho^{\sigma}(1,2)\rho^{\sigma}(2,3) e^{-i2\delta}}{\rho^{\sigma}(1,2) + \rho^{\sigma}(2,3) e^{-i2\delta}} \right)$$

$$= \left\{ \frac{\tilde{n}_2 \cos \theta_{i1} - \tilde{n}_1(A)}{\tilde{n}_2 \cos \theta_{i1} + \tilde{n}_1(A)} + \frac{\tilde{n}_3(A) - \tilde{n}_2(B)}{\tilde{n}_3(A) + \tilde{n}_2(B)} e^{-i2d(360^\circ)(\tilde{n}_2^2 - \tilde{n}_1^2 \sin^2 \theta_{i1})^{1/2} / \lambda_0} \right\}$$

$$1 + \left[\frac{\tilde{n}_2 \cos \theta_{i1} - \tilde{n}_1(A)}{\tilde{n}_2 \cos \theta_{i1} + \tilde{n}_1(A)} \right] \left[\frac{\tilde{n}_3(A) - \tilde{n}_2(B)}{\tilde{n}_3(A) + \tilde{n}_2(B)} \right] e^{-i2d(360^\circ)(\tilde{n}_2^2 - \tilde{n}_1^2 \sin^2 \theta_{i1})^{1/2} / \lambda_0}$$

$$\left\{ 1 + \left[\frac{\tilde{n}_1 \cos \theta_{i1} - \tilde{n}_2(A)}{\tilde{n}_1 \cos \theta_{i1} + \tilde{n}_2(A)} \right] \left[\frac{\tilde{n}_2(A) - \tilde{n}_3(B)}{\tilde{n}_2(A) + \tilde{n}_3(B)} \right] e^{-i2d(360^\circ)(\tilde{n}_2^2 - \tilde{n}_1^2 \sin^2 \theta_{i1})^{1/2} / \lambda_0} \right\}$$

$$+ \frac{\tilde{n}_1 \cos \theta_{i1} - \tilde{n}_2(A)}{\tilde{n}_1 \cos \theta_{i1} + \tilde{n}_2(A)} + \frac{\tilde{n}_2(A) - \tilde{n}_3(B)}{\tilde{n}_2(A) + \tilde{n}_3(B)} e^{-i2d(360^\circ)(\tilde{n}_2^2 - \tilde{n}_1^2 \sin^2 \theta_{i1})^{1/2} / \lambda_0}$$

....(254)

Donde:

$$A = \left(1 - \frac{\tilde{n}_1^2}{\tilde{n}_3^2} \sin^2 \theta_{i1} \right)^{1/2}$$

$$B = \left(1 - \frac{\tilde{n}_1^2}{\tilde{n}_2^2} \sin^2 \theta_{i1} \right)^{1/2}$$

flexión de la luz en una frontera óptica. El índice de refracción del medio ambiente (n_1), así como su coeficiente de extinción (k_1), se suponen también conocidos, susceptibles por diversos métodos ópticos. El ángulo de incidencia (θ_{i1}) de la luz al incidir sobre el sistema sustrato-película es también conocido, medible con un sistema de vernier angular que describiremos en el capítulo siguiente. Y la longitud de onda de la luz usada (λ_0), por último, es también conocida, medible por un sistema de espejos y rejilla de difracción, calibrado y conocido como monocromador, el cual también describiremos en el capítulo siguiente. Por último las variables Δ y ψ son medidas por una técnica elipsométrica especial que desarrollaremos en los capítulos posteriores.

El problema pues, es resolver la Ec. Fundamental de la Elipsometría para n_2 , k_2 y d , como incógnitas, y Δ , ψ , θ_{i1} , n_1 , k_1 , n_3 , k_3 y λ_0 como datos, experimentales o no, conocidos. Nótese que la Ec. Fundamental de la Elipsometría es una ecuación compleja, por lo que representa dos ecuaciones reales con tres incógnitas (n_2 , k_2 y d), y su resolución para estas incógnitas nos dará una infinidad de soluciones. Nosotros escogeremos, de este conjunto infinito de soluciones posibles, solo un elemento (una triada de valores n_2 , k_2 y d) en base a criterios físicos, apoyados en el siguiente análisis matemático de la Ec. Fundamental de la Elipsometría.

Efectuando el producto indicado en el segundo miembro de la ec. (246), y reacomodando convenientemente los términos y factores de esta ecuación, llegamos a:

$$C_1 (e^{-i2\delta})^2 + C_2 e^{-i2\delta} + C_3 = 0 \quad \dots (255)$$

donde:

$$C_1 = \text{tg } \psi e^{i\Delta} \rho_{(2,3)}^\sigma \rho_{(1,2)}^\pi \rho_{(2,3)}^\pi - \rho_{(2,3)}^\pi \rho_{(1,2)}^\sigma \rho_{(2,3)}^\sigma$$

$$C_2 = \text{tg } \psi e^{i\Delta} (\rho_{(1,2)}^\sigma \rho_{(1,2)}^\pi \rho_{(2,3)}^\pi + \rho_{(2,3)}^\sigma) - (\rho_{(1,2)}^\pi \rho_{(1,2)}^\sigma \rho_{(2,3)}^\sigma + \rho_{(2,3)}^\pi)$$

$$C_3 = \text{tg } \psi e^{i\Delta} \rho_{(1,2)}^\sigma - \rho_{(1,2)}^\pi$$

... (256)

La ec. (225) es una ec. de segundo grado que puede resolverse haciendo el siguiente cambio de variable:

$$m = e^{-2\lambda\delta} \quad \dots(257)$$

Así pues, resolviendo para m , obtenemos dos valores, que son, por fórmula general, los siguientes:

$$m_1 = \frac{-C_2 + (C_2^2 - 4C_1C_3)^{1/2}}{2C_1} \quad \dots(258)$$

$$m_2 = \frac{-C_2 - (C_2^2 - 4C_1C_3)^{1/2}}{2C_1} \quad \dots(259)$$

Despejando de la ec. (257), obtenemos:

$$\delta = \frac{\ln m}{- \lambda^2} \quad \dots(260)$$

Substituyendo las ecs. (258) y (259) en la ec. (260) obtenemos los siguientes dos valores para :

$$\delta_1 = \frac{-\ln \left\{ \frac{-C_2 + (C_2^2 - 4C_1C_3)^{1/2}}{2C_1} \right\}}{\lambda^2} \quad \dots(261)$$

$$\delta_2 = \frac{-\ln \left\{ \frac{-C_2 - (C_2^2 - 4C_1C_3)^{1/2}}{2C_1} \right\}}{\lambda^2} \quad \dots(262)$$

los cuales, al ser substituidos en las ec. (240) nos permiten obtener dos expresiones para el espesor d , las cuales son:

$$d_1 = \frac{-\lambda_0 \ln\left\{\frac{-C_2 + (C_2^2 - 4C_1C_3)^{1/2}}{2C_1}\right\}}{(360^\circ)(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_{i1})^{1/2}} \quad \dots(263)$$

$$d_2 = \frac{-\lambda_0 \ln\left\{\frac{-C_2 - (C_2^2 - 4C_1C_3)^{1/2}}{2C_1}\right\}}{(360^\circ)(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_{i1})^{1/2}} \quad \dots(264)$$

Hay que hacer notar que las ecs. anteriores nos permiten llegar a dos valores para el espesor d (d_1 y d_2) para cada juego de valores n_1 , k_1 , n_3 , k_3 , θ_{i1} , λ_0 , Δ y ψ , conocidos, y valores supuestos para n_2 y k_2 . Pero, el conjunto de posibles valores supuestos para n_2 y k_2 es infinito y continuo, por lo que al suponerlos, las ecs. (263) y (264) nos dan un número infinito de valores para el espesor d . Sin embargo, podemos acotar y hacer discreto el intervalo de posibles valores de n_2 y k_2 , en base a conocimientos previos del comportamiento óptico de ciertos materiales; los límites de cada intervalo, así como sus sub-intervalos de discreción, variarán para cada experimento y muestra. Haciendo ésto obtendremos un conjunto finito de valores para d (dados por las ecs. (263) y (264)), la cardinalidad de este conjunto dependerá del intervalo acotado para posibles valores de n_2 (y del correspondiente intervalo acotado para k_2) y de los valores posibles (en número) que tome n_2 dentro de este intervalo (así como del número de valores que tome k_2 dentro de su intervalo acotado). Así pues, en general, obtendremos muchos valores para d , los cuales serán complejos. ¿Cuál de todos ellos representa el espesor real de la película delgada? Bueno, sabemos que el espesor es una magnitud física a la que se le puede asociar un número real, por lo que de todos los valores de d anteriores, escogemos aquellos que tienen su parte imaginaria más pequeña (el significado de pequeñez, o sea, el

orden de magnitud máximo para la parte imaginaria, arriba del cual los valores de d son deshechados, se establece en cada experimento según la incertidumbre de los valores medidos). Supongamos, que los valores de d escogidos de tal forma, pertenecen a un conjunto de cardinalidad p , así:

$$\{d_1, d_2, d_3, \dots, d_p\} \quad \dots(265)$$

Regresamos a la pregunta ¿Cuál de todos estos valores para d representa el espesor real de la película delgada? Aquí, introducimos otro criterio netamente físico: si efectuamos otro experimento similar con la misma muestra, la misma luz analizadora, pero con un arreglo en el cual el ángulo de incidencia es distinto al anterior, digamos θ'_{i1} , entonces obtendremos unas nuevas medidas de los ángulos elipsométricos, digamos Δ' y ψ' ; y siguiendo el mismo proceso anterior obtenemos un conjunto de valores posibles para d , de cardinalidad q , así:

$$\{d'_1, d'_2, d'_3, \dots, d'_q\} \quad \dots(266)$$

Bien, por suposición de que el sistema óptico analizado es el mismo en ambos experimentos, el espesor d de la película delgada no ha cambiado, por lo que el valor del espesor real de la película será aquel valor que pertenezca a la vez al conjunto de cardinalidad p y al de cardinalidad q . Así, comparando ambos conjuntos podemos determinar el espesor de la película y también los valores de n_2 y k_2 , de los cuales proviene. Todo esto es ejecutado, utilizando métodos numéricos, por una computadora Burroughs B-7700, según el programa No. 2, elaborado en lenguaje Fortran, que se muestra a continuación, en la página siguiente.

FILE 6=T,UNIT=PRINTER,RECORD=22
 FILE 3=LÉ,UNIT=PEMOTE

SRSEET FREE

ESTE PROGRAMA CALCULA NUMERICAMENTE EL INDICE DE REFRACCION (n_2), EL COEFICIENTE DE EXTINCION (k_2) Y EL ESPESOR (d) DE UNA PELICULA DELGADA DEPOSITADA SOBRE UN SUBSTRATO E IMPRESA EN UN MEDIO, AMBOS DE PROPIEDADES OPTICAS COGNOCIDAS.

SE DECLARARAN VARIABLES Y APREGLOS COMUNES A LA SUBROUTINA Y AL PROGRAMA. LA SUBROUTINA SIRVE PARA LECTER EN EL APREGLO LOS RESULTADOS AUXILIARES, COMPARARLOS, Y LISTAR LOS RESULTADOS FINALES. I Y K SON CONTADORES QUE INDICAN EL NUMERO DE ELEMENTOS EN LOS APREGLOS.

COMMON I,K,TABC1,TABC2,TABD1,TABD2,CPI

RESERVAMOS MEMORIA COMPLEJA PARA CADA UNO DE LOS CUATRO APREGLOS.

COMPLEX TABC1(500),TABC2(500),TABD1(500),TABD2(500)

RESERVAMOS MEMORIA REAL PARA CADA UNO DE LOS TRES APREGLOS QUE GUARDARAN LOS DOS JUEGOS DE VALORES PARA TETA, DELTA Y PSI.

DIMENSION DELTA(2),PSI(2),TETA(2)

DECLARAMOS COMO VARIABLES REALES AL INDICE DE REFRACCION DE LA PELICULA (n_2), LOS LIMITES DEL INTERVALO EN QUE SE VARIARA n_2 (n_{2I} Y n_{2F}), EL COEFICIENTE DE EXTINCION DE LA PELICULA (k_2) Y SUS LIMITES DE VARIACION (k_{2I} Y k_{2F}).

REAL $n_2, n_{2I}, n_{2F}, k_2, k_{2I}, k_{2F}$

DECLARAMOS COMO VARIABLES COMPLEJAS AL INDICE DE REFRACCION COMPLEJO DEL MEDIO AMBIENTE ($CN1$), AL INDICE DE REFRACCION COMPLEJO DE LA PELICULA ($CN2$), LAS VARIABLES AUXILIARES $A, B, AP, BP, EX, C1, C2, C3$; LOS COEFICIENTES DE FRESNEL $R012PI, R023PI, R012SI$ Y $R023SI$; A LAS VARIABLES INOCAS D Y C ; LOS ESPESORES CALCULADOS NUMERICAMENTE $D1$ Y $D2$; A LOS ESPESORES CUYAS PARTES IMAGINARIAS SON NEGATIVAS QUE LOS LIMITES MAXIMOS ($P11$ Y $P12$); $D1B$ Y $D2B$; AL COEFICIENTE DE REFRACCION COMPLEJO DEL SUBSTRATO ($CN3$); Y A LOS CORRESPONDIENTES VALORES DEL INDICE DE REFRACCION DE LA PELICULA ($C1B$ Y $C2B$) PARA LOS ESPESORES $C1B$ Y $C2B$.

COMPLEX $C, CN1, CN2, A, B, AP, BP, EX, R012PI, R023PI, R012SI, R023SI$
 COMPLEX $C, C1, C2, C3, D1, D2, P11, P12, D1B, D2B, CN3, C1B, C2B$

A CONTINUACION SE LEEN LOS DATOS EL LITRADO PARA LAS CONDICIONES CORRESPONDIENTES A DOS CONJUNTOS DE VALORES DELTA (DELTA 1 Y 2), PSI (PSI 1 Y 2) Y TETA (TETA 1 Y 2):
 DELTA 1 (DELTA 1 Y 2), PSI 1 (PSI 1 Y 2) Y TETA 1 (TETA 1 Y 2):
 DELTA 2 (DELTA 1 Y 2), PSI 2 (PSI 1 Y 2) Y TETA 2 (TETA 1 Y 2):
 DELTA 1 Y TETA 2 (DELTA 1 Y 2) Y TETA 1 (TETA 1 Y 2):
 DELTA 2 Y TETA 2 (DELTA 1 Y 2) Y TETA 2 (TETA 1 Y 2):
 DELTA 1 Y TETA 1 (DELTA 1 Y 2) Y TETA 1 (TETA 1 Y 2):
 DELTA 2 Y TETA 1 (DELTA 1 Y 2) Y TETA 1 (TETA 1 Y 2):
 DELTA 1 Y TETA 2 (DELTA 1 Y 2) Y TETA 2 (TETA 1 Y 2):
 DELTA 2 Y TETA 2 (DELTA 1 Y 2) Y TETA 2 (TETA 1 Y 2):

 A PARTIR DE

ESTA PAGINA

FALLA
DE
ORIGEN

(continuación)

C UZF1 (LIM DE VARIACION DE F1, CORR 1); F21 Y UZF2 (LIM DE VARIACION DE F2, CORR 2); E21 Y E22 (PASOS DE HARRISO DE TALES INTERVALOS, CORR 1); F21 Y PE21 (PASOS DE HARRISO DE TALES INTERVALOS, CORR 2); Y EL IND DE REFRACC COMPLEJO DEL SUBSTRATO PARA CORR 1 Y 2: CN31 Y CN32.

```

PI=3.14159
WRITE(3,1000)
READ /,TETA(1),TETA(2),PSI(1),PSI(2),DELTA(1),DELTA(2)
PRINT 1004,TETA(1),TETA(2),PSI(1),PSI(2),DELTA(1),DELTA(2)
WRITE(3,1001)
READ /,ALAMDA,CN1,CN3,PI1,PI2,CPD
PRINT 1005,ALAMDA,ALAMDA,CN1,CN1,CN3,CN3,PI1,PI2,CPD
WRITE(3,1002)
READ /,N21,N2F,PH2,E21,E2F,PE2
PRINT 1006,N21,N21,N2F,N2F,PH2,PH2,E21,E21,E2F,E2F,PE2,PE2

```

C SE INICIA EL CICLO QUE CORREPA DOS VECES EL PROGRAMA, UNA VEZ PARA CADA JUEGO DE DATOS.

DO 10 J=1,2

C TRANSFORMACION DE ANGULOS A RADIANES.

```

TETA(J)=TETA(J)*PI/180. ; PSI(J)=PSI(J)*PI/180.
DELTA(J)=DELTA(J)*PI/180.

```

C AQUI COMIENZA EL PROCESO NUMERICO. SE INICIAN LOS CICLOS PARA RECORDER LOS VALORES DE F2 Y E2, SECCION LOS INTERVALOS Y PASOS CORRESPONDIENTES.

```

DO 11 I2=UZF1,UZF2,PI2
DO 11 E2=E21,E2F,PE2

```

C SE ACHAPAN LAS VARIABLES AUXILIARES, LOS COEFICIENTES DE FRESNEL, EL COMPLEJOS N Y LOS COEFICIENTES DE LA ECUACION CUADRATICA.

```

CN2=CN1*Y(C2,F2) ; A=C2-COS(TETA(J)) ; AP=CN1*COS(TETA(J))
B=CSQRT(1-(CN1/CN2)*B1*(TETA(J))^*2)
R=COSRT(1-(CN1/CN2)*B1*(TETA(J))^*2)
C=TAN(PSI(J))*C*EXP((C-1)*DELTA(J))
EX=CSQRT(CN2*CN2-CN1*CN1*SIN(TETA(J))^*2)
FX=ALAMDA/(-4*PI*(0,1)*EX)

```

```

R012PI=(A-CN1*B)/(A+CN1*B)
R023PI=(CN3*P-CN2*RD)/(CN3*P+CN2*RD)
R012SI=(A-CN2*B)/(A+CN2*B)
R023SI=(CN2*P-CN3*RD)/(CN2*P+CN3*RD)
C1=C+R023SI*R012PI+R023PI-R023PI+R012SI*R023SI
C2=C+(R012SI+R012PI+R023PI+R023SI)-(R012PI+R012CI+R023SI+R023PI)
C3=C+R012SI-R012PI

```

C SE ACHAPAN LAS DOS SOLUCIONES DE LA ECUACION CUADRATICA.

```

D1=EX*CLG((-C2+CSQRT(C2+C2-4*C1*C3))/(2*C1))
D2=EX*CLG((-C2-CSQRT(C2+C2-4*C1*C3))/(2*C1))

```

(continuación)

SE COMPARAN LAS PARTES IMAGINARIAS DE LOS ESPESORES ORIENTADOS CON EL VALOR MAXIMO DADO COMO DATO DE ENTRADA, LOS ESPESORES BUENOS LOS GUARDA EN D1R Y D2R, Y SUS CORRESPONDIENTES VALORES DEL INDICE DE REFRACCION COMPLEJO CN2 LOS GUARDA EN UN SOLO ARREGLO CN2R.

IF(PI1.LT.ABS(AIMAG(D1))) GO TO 5
D1R=D1 ; CN2R=CN2

SE LLAMA A LA SUBROUTINA QUE FORMA LOS ARREGLOS TABC1 Y TABD1

CALL TABLA(C1R,D1R,J)
IF(PI2.LT.ABS(AIMAG(D2))) GO TO 10
D2R=D2 ; CN2R=CN2

SE LLAMA A LA SUBROUTINA QUE FORMA LOS ARREGLOS TABC2 Y TABD2

CALL TABLA(C2R,D2R,J)

CERRAMOS LOS TRES CICLOS INICIADOS.

CONTINUE

INMEDIATAMENTE LLAMAMOS A LA SUBROUTINA PARA QUE IMPRIMA LOS ARREGLOS FORMADOS.

CALL TABLA(C2R,D2R,J)

ESCRIBO CON LOS FORMATOS PARA LA LECTURA DE DATOS

1001 FORMAT(" DAME TOTAL, TETA2, DS11, DS12, DELTA1, DELTA2 ")
1002 FORMAT(" DAME LAMBDA, LOS COMPLEJOS I1, I3, LOS VALORES MAXIMOS "/
" PARA D1, D2 Y LA CRT, PARA LA DIFERENCIA")
1003 FORMAT(" DAME LOS LIMITES DE LOS TITULOS Y LOS PASOS PARA "/
" EL INDICE DE REFRACCION Y EL COEFICIENTE DE EXTINCION")

1004 FORMAT(" PARA LA CORRECTA"15X"PARA LA CORRECTA"2//

*" TETA(1)"F8.2,15X" TETA(2)"F8.2//

*" DS1(1)"F8.2,15X" DS1(2)"F8.2//

*" DELTA(1)"F8.2,15X" DELTA(2)"F8.2//

1005 FORMAT(" LAMBDA"15X" LAMBDA"2//

*" I1"15X" I1"2//

*" I3"15X" I3"2//

*" CRT"15X" CRT"2//

*" DIFERENCIA"15X" DIFERENCIA"2//

1006 FORMAT(" D1"15X" D1"2//

*" D2"15X" D2"2//

*" CN2"15X" CN2"2//

*" CN2R"15X" CN2R"2//

*" D1R"15X" D1R"2//

*" D2R"15X" D2R"2//

*" CN2R"15X" CN2R"2//

*" D1R"15X" D1R"2//

*" D2R"15X" D2R"2//

*" CN2R"15X" CN2R"2//

*" D1R"15X" D1R"2//

*" D2R"15X" D2R"2//

*" CN2R"15X" CN2R"2//

TERMINA EL PROGRAMA.

END

(continuación)

A CONTINUACION SE DETALLA EL CUERPO DE LA SUBROUTINA EMPLEADA EN EL PROGRAMA.
 J ES UN INDICE DE VALORES : 1 CUANDO SE TRATA DE LA CORR 1, 2 CUANDO SE TRATA DE LA CORR 2, 3 CUANDO SE TRATA DE IMPRIMIR RESULTADOS

```
SUBROUTINE TABLA(C,D,J)
  COMPLEX C,D,TABC1(500),TABC2(500),TABD1(500),TABD2(500)
  COMMON I,K,TABC1,TABC2,TABD1,TABD2,CPD
```

SEGUIII EL VALOR DE J SE ACCESA A LA ETIQUETA 1, 2 O 3.

```
GO TO(1,2,3)J
1 I=I+1
  TABC1(I)=C ; TABD1(I)=D ; GO TO 20
2 K=K+1
  TABC2(K)=C ; TABD2(K)=D ; GO TO 20
```

SE ABREN LOS CICLOS QUE COMPARARAN CADA UNO DE LAS PARTES REALES DE LOS ESPESORES GUARDADOS EN LA TABLA 1 CON TODAS LAS PARTES IMAGINARIAS DE LOS ESPESORES GUARDADOS EN LA TABLA 2.

```
3 DO 10 L=1,I
  DO 10 M=1,K
  5 SET SUPPS
    P1=TABD1(L) ; R2=TABC2(M)
```

SE COMPARA RESTANDO, ESTOS VALORES Y SI SU DIFERENCIA, EN VALOR

ABSOLUTO, ES MEJOR QUE UNA MAGNITUD DADA COMO DATO DE ENTRADA, SE IMPRIMEN LOS DOS VALORES COMPARADOS.

```
IF(ABS(P1-R2).GT.CPD) GO TO 10
PRINT 1000,TABC1(L),TABC2(M),TABD1(L),TABD2(M)
```

SE CIERRA EL CICLO DE COMPARACION E IMPRESION.

CONTINUE

SE INDICA EL FORMATO DE SALIDA.

```
PRINT 1000,"TABLA DE LOS VALORES DE LA CORR. 1",("F10.4","F10.4",
  "TABLA DE LOS VALORES DE LA CORR. 2",("F10.4","F10.4") RESPECTI")
```

TERMINA LA SUBROUTINA.

END

C A P I T U L O I I

EL ELIPSOMETRO CON SUS COMPONENTES

Y LOS SISTEMAS DE PRODUCCION Y DETECCION DE LUZ .

II.- EL ELIPSOMETRO CON SUS COMPONENTES Y LOS SISTEMAS DE PRODUCCION Y DETECCION DE LUZ.

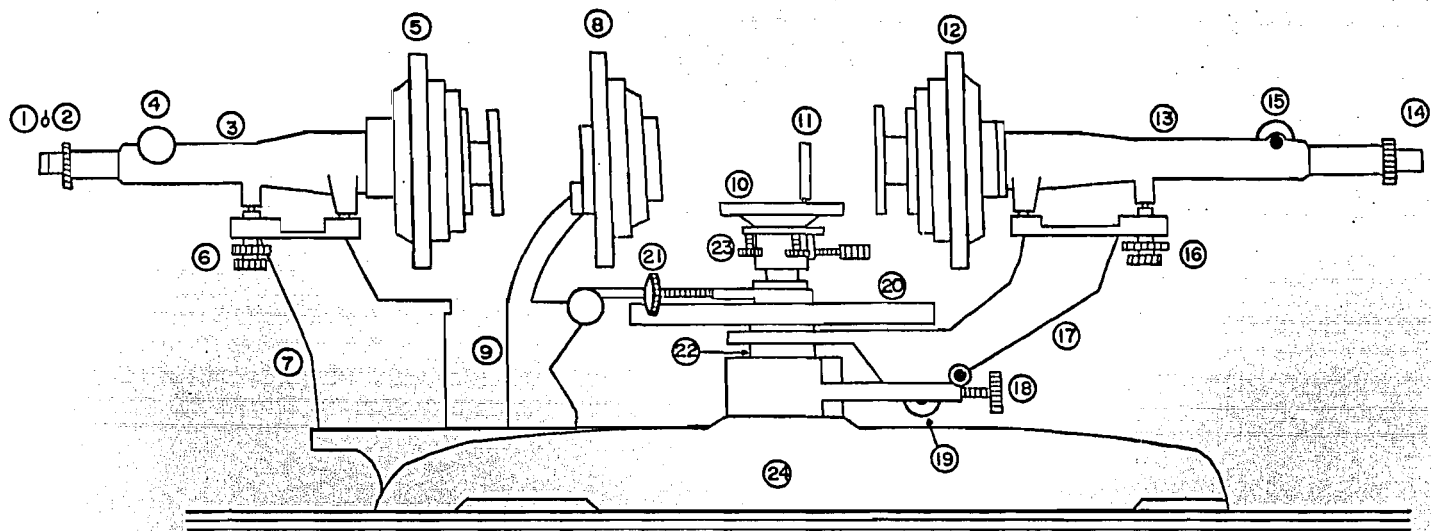
II.1.- INTRODUCCION.

En este capítulo centraremos nuestra atención en la descripción detallada, principalmente, de los componentes y accesorios del elipsómetro con que cuenta el Laboratorio de Elipsometría, Depto. de Estado Sólido del Instituto de Física de la Universidad Nacional Autónoma de México. Incluiremos también la descripción de otros dispositivos sin los cuales el elipsómetro no cumple su cometido de manera óptima, como lo son ciertas fuentes luminosas y ciertos sistemas de fotometría y monocromía.

Comenzaremos con una descripción general del elipsómetro, para proseguir con un detenimiento especial en cada uno de sus componentes y terminar con la atención enfocada en las fuentes luminosas, sistemas de monocromía y fotometría.

II.2.- DESCRIPCION GENERAL DEL ELIPSOMETRO.

El elipsómetro a estudiar fue construido por Gaertner Scientific Corporation en Chicago, Ill., USA, y es el llamado modelo horizontal L119; es mostrado en la foto No. 1 y esquemáticamente en la fig. 42.



ELIPSOMETRO

Horizontal

Gaertner L 119

FIG. No. 42

Este elipsómetro, como lo muestra la fig. 42, consta principalmente de los siguientes elementos:

- 1) Un diafragma Iris de abertura variable (1) que puede ser montado en el colimador (3).
- 2) Un diafragma de abertura fija (2) que puede ser montado en el colimador (3).
- 3) Un tubo colimador (3) de 25 cm. de largo con una entrada de 2.84 cm. de diámetro en su parte ocular para acoplar en ella ó bien el diafragma Iris (1), ó bien el diafragma fijo (2).
- 4) Un sistema de cremallera, consistente de una barra dentada y un piñón, que convierte el movimiento circular manual del piñón (4) en un movimiento rectilíneo telescópico del colimador, para propósitos de afocamiento.
- 5) Un sistema de polarización lineal (5) llamado sistema polarizador, que detallaremos ampliamente en la sección II.3 de este capítulo, montado en el objetivo del tubo colimador (3).
- 6) Tornillo nivelador con seguro (6) que desplaza verticalmente al tubo colimador (3) por su parte ocular.
- 7) Soporte metálico (7) para el tubo colimador, que descansa en la base del elipsómetro.
- 8) Sistema de polarización variable (8) llamado sistema compensador, descrito ampliamente en la sección II.4, montado en un soporte metálico (9).

- 9) Soporte metálico (9) para el sistema compensador, que descansa en la base del elipsómetro.
- 10) Mesa portamuestras horizontal redonda de aproximadamente 7 cm. de diámetro (10) que puede rotar con respecto a un eje que coincide con el eje mecánico del telescopio, y que soporta el posicionador (11) de la muestra, el cual, junto con esta mesa portamuestras será descrito más ampliamente en la sección II.5.
- 11) Posicionador de la muestra, descrito en la sección II.5.
- 12) Sistema de polarización lineal (12) llamado sistema analizador, descrito detalladamente en la sección II.3, montado en el objetivo del telescopio (13).
- 13) Tubo telescópico de 25.0 cm. de largo (13) con una entrada de 2.84 cm. de diámetro en su parte ocular, para acoplar en ella un lente ocular (14) ó bien el fotomultiplicador Gaertner (descrito en la sección II.7).
- 14) Un lente ocular el cual tiene una cruz reticular para efectos de centrado de imagen (14).
- 15) Sistema de cremallera (15) similar al sistema (4) pero acoplado al telescopio (13).

- 16) Tornillo nivelador con seguro (16) que desplaza verticalmente al tubo telescopio, por su parte ocular.
- 17) Brazo metálico (17) que soporta el tubo telescopio (13), permitiéndole girar con respecto al eje mecánico (22) del elipsómetro, de forma independiente al giro que con respecto al mismo eje puede llevar a cabo la mesa portamuestras (10).
- 18) Tornillo fijador (18). Fija la posición angular del brazo metálico (17), que soporta al telescopio (13), una vez que se ha colocado en la posición deseada.
- 19) Tornillo de precisión (19). Sirve para ajustes finos de la posición angular del telescopio (13), de funcionamiento manual.
- 20) Transportador (20) con precisión de 20" de arco que registra la posición angular del telescopio, al girar acoplado al brazo metálico (17). Consta de dos círculos calibrados y dos verniers diametralmente opuestos (AyB) para efectuar lecturas angulares evitando los errores de excentricidad. Cada vernier puede ser leído con la ayuda de un lente de aumento arreglado de tal forma que minimiza el error de paralaje en las lecturas. En

este trabajo, todas las lecturas fueron tomadas en el vernier B, el cual se encuentra en la superficie del transportador, del lado izquierdo, cuando vemos el elipsómetro longitudinalmente en dirección colimador-telescopio. Este transportador es independiente, en su giro, al giro de la mesa portamuestras (10).

- 21) Tornillo de fijación (21). Cuando el tornillo está apretado acopla el movimiento angular del telescopio al movimiento angular del transportador (20), permitiendo medir posiciones angulares del telescopio. Cuando se encuentra flojo, el telescopio y el transportador giran independientes, con respecto al mismo eje mecánico del elipsómetro.
- 22) Eje mecánico del elipsómetro (22), con respecto al cual giran: la mesa portamuestras (10), el transportador (20) y el brazo que sostiene al telescopio (17).
- 23) Tornillos de nivelación (23). Nivelan la superficie circular horizontal de la mesa portamuestras. Su funcionamiento es descrito detalladamente en la sección II.5

- 24) Base del elipsómetro (24) de gran estabilidad, que permite mantener sin dificultad un arreglo particular de los componentes del elipsómetro.

En el Laboratorio de Elipsometría, el aparato se encuentra colocado sobre una plancha de acero inoxidable de superficie rectificada, la cual está sobre una mesa de granito que es posible nivelar por medio de un sistema de cuatro tornillos niveladores en cada una de las patas. Los alrededores de esta mesa, ó sea, las paredes del laboratorio, las ventanas, puertas, plafones, etc. así como los instrumentos que forman los sistemas de fotometría y fuentes luminosas, han sido acondicionados para no permitir la entrada de luz extraña al laboratorio, en un caso, ó no emitir luz que perturbe las medidas luminosas, en otro caso.

En la foto No. 2 pueden verse los accesorios del Elipsómetro, los cuales son: lente ocular con cruz reticular (1), compensador Babinet-Soleil (2), el cual será descrito ampliamente en la sección II.4, diafragma de abertura fija (5), placa de un cuarto de onda para $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ (4), descrita también en la sección II.4, y un diafragma Iris de abertura variable (3), con control manual de abertura.

Pasaremos ahora a dar una descripción detallada de partes ópticas (sistema polarizador, sistema analizador y sistema de compensación) y mecánicas (sistema portamuestras) importantes del elipsómetro; así como de los sistemas de monocromía, fotometría y fuentes luminosas.

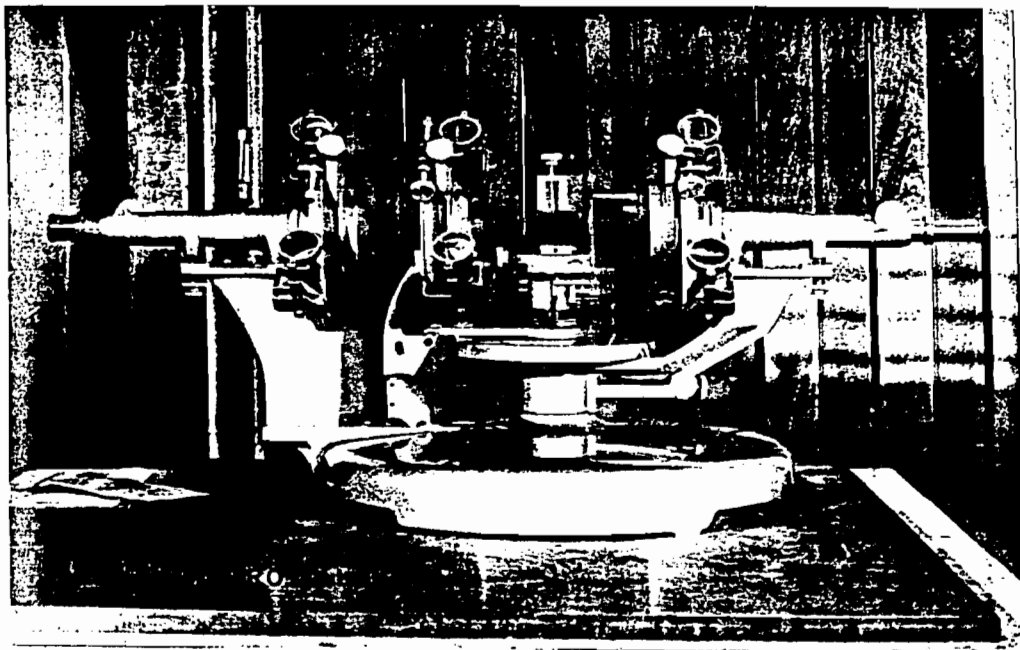


FOTO No. 1

ACCESORIOS

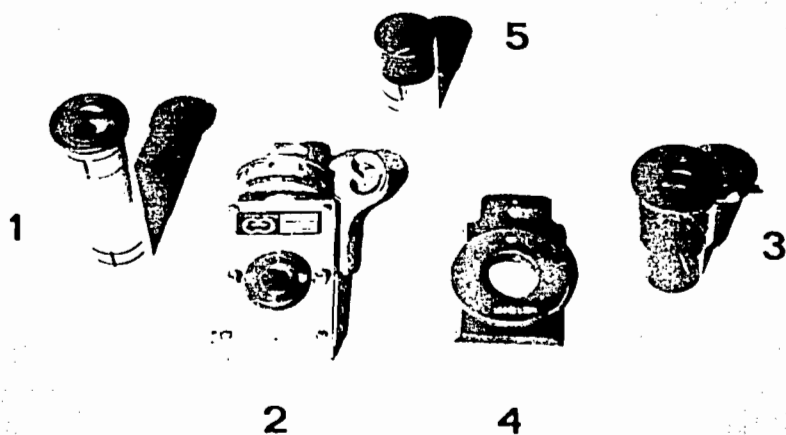


FOTO No. 2

II.3.- SISTEMAS POLARIZADOR Y ANALIZADOR.

El sistema polarizador del elipsómetro se encuentra en el extremo del tubo colimador que es más cercano al portamuestras (véase la foto No. 1 y la fig. 42). Su función es polarizar linealmente a la luz que entra al elipsómetro por el extremo ocular del tubo colimador y medir, con respecto al plano de incidencia (ya definido) la inclinación en grados de su dirección de polarización, con precisión de una centésima de grado. Este sistema consta principalmente (véase foto No. 3) de los siguientes dispositivos:

A) Disco metálico (1) de 6.5 Plg. de diámetro adherido por su parte central al tubo colimador (2) y con una escala-vernier circular que permite hacer mediciones angulares con precisión de 0.01 grado. Este círculo gira con respecto al eje óptico del tubo colimador (y que pasa por su centro) un intervalo angular de 360° ; su movimiento se efectúa manualmente ó mecánicamente por medio del tornillo de precisión (3) que se encuentra colocado tangente al círculo.

B) Disco metálico de aproximadamente 3 Plg. de diámetro (4) que gira, aplicando manualmente la torca suficiente, independientemente del disco metálico (1) pero con respecto al mismo eje de rotación; en este disco se encuentra ensamblado un prisma de Glann-Thompson.

C) Prisma de Glan -Thompson (5) que se encarga de polarizar linealmente a la luz que lo atraviece (véase también 5 en la foto No. 3). Los principios físicos de su funcionamiento se explicaron en la sección I.6.3.2. Este prisma mide 1.4 cm. de longitud y se encuentra ensamblado en el centro del disco de 3 Plg. (4) y alineado con el eje óptico del tubo colimador. Este prisma gira en forma conjunta con el disco (4) y con el disco metálico (1), cambiando el ángulo que forman la dirección de polarización de la luz, que lo atravieza, con el plano de incidencia.

D) Tornillo de fijación (6). Este tornillo fija, cuando está apretado, la posición angular del disco metálico (1) y por consiguiente, la posición angular del prisma Glan -Thompson, permitiendo entonces hacer ajustes finos con el tornillo de precisión (3). Cuando el tornillo (6) está flojo podemos variar la posición angular del disco (1) sólo manualmente.

E) Tornillo de Precisión (3), colocado de forma tangente al círculo metálico (1), permite hacer ajustes finos de la posición angular de este disco. Sólo funciona cuando el tornillo de fijación (6) se encuentra apretado.

F) Lentes de aumento ó lupas (7), las cuales junto con los espejos (8) nos permiten hacer, cómoda y fácilmente, lecturas en los verniers circulares colocados en posiciones diametralmente opuestas del círculo metálico (1), con precisión de una centésima de grado.

El sistema analizador es idéntico al sistema polarizador, recién descrito, sólo que se encuentra en el extremo más cercano al portamuestras del tubo telescópico (véase foto No. 1 y fig. 42), su función es polarizar linealmente a la luz reflejada por la muestra ó bien, analizar dicha luz, midiendo su ángulo de polarización (ángulo de vibración, del vector \vec{E} de la luz, con respecto al plano de incidencia). El sistema analizador, completo, puede girar con respecto al eje mecánico del elipsómetro (22 en la fig. 42) ya que el tubo telescópico, al que está adherido, así lo hace.

La calibración de los sistemas polarizador y analizador será desarrollada en el capítulo siguiente (III), y ciertas características particulares en su funcionamiento serán encontradas ó deducidas en base al trabajo experimental desarrollado con el elipsómetro (en los 2 últimos capítulos).

II.4 SISTEMA COMPENSADOR.

El sistema compensador se encuentra en el extremo superior del soporte metálico (9, en el esquema de la fig. 42) que descansa en la base del elipsómetro, y se muestra completo en la foto No. 4. Su función general en el aparato es transformar la luz linealmente polarizada, proveniente del sistema polarizador, en luz con un modo de polarización conocido y controlable.

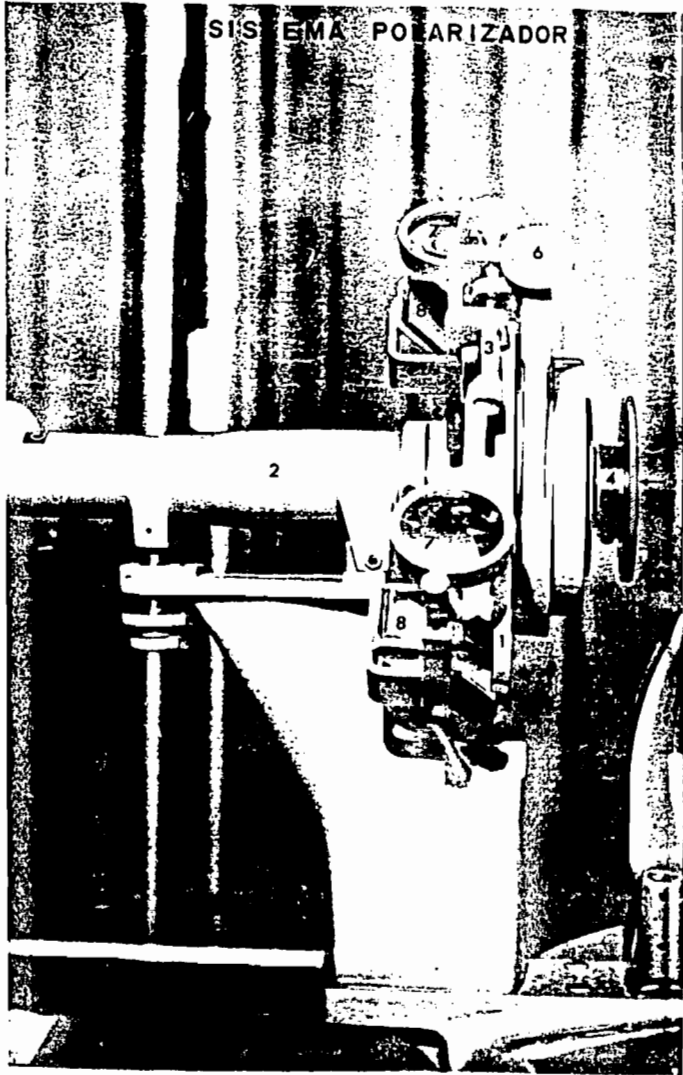


FOTO No. 3

Este sistema consta de un disco metálico (1, en foto No. 4) de 6.5 Plg. de diámetro, similar al disco del sistema polarizador, con una escala - vernier circular que permite hacer mediciones angulares con precisión de una centésima de grado; está provisto también de un tornillo de fijación (2), de un tornillo de precisión (3) y un sistema de lentes de aumento (4) y espejos (5) que permiten leer con facilidad la escala de los verniers colocados en posiciones diametralmente opuestas en el disco metálico. En el centro de este disco se encuentra ensamblada una montura especial llamada "cola de paloma" (6), cuya función es sostener una placa de un cuarto de longitud de onda para 5461 \AA , o bien un compensador Babinet-Soleil (7). El funcionamiento teórico y la construcción de estos dos últimos dispositivos fueron explicados en el capítulo I de este trabajo, sin embargo, en seguida enunciaremos algunas características particulares de los dispositivos empleados en el Laboratorio de Elipsometría ya citado.

a) Placa de un cuarto de longitud de onda.

Este accesorio se muestra en la foto No. 2 con el número (4). La placa de un cuarto de longitud de onda está construida de mica y desfasa un cuarto de longitud de onda a las ondas que vibran a lo largo del eje rápido de la placa, con respecto a las que vibran perpendicularmente a éste eje, según la teoría de su funcionamiento estudiada en el Cap. I. Cumple esta función cuando la luz que la atraviesa tiene una longitud de onda de $5461 \text{ \AA} \pm 5\%$. La dirección del eje rápido de la pla-

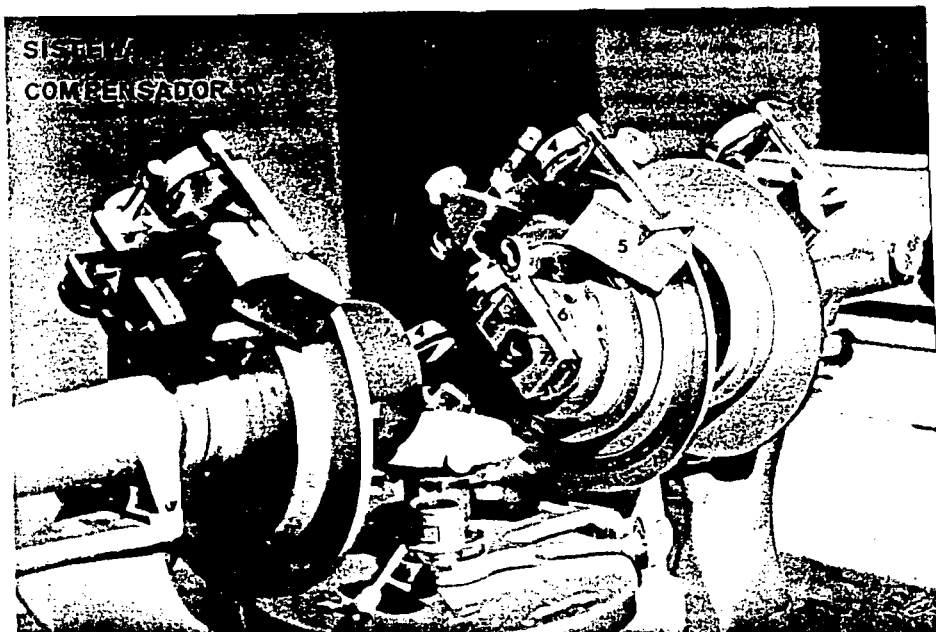


FOTO No. 4

ca se indica por una letra F grabada en una placa anular que constituye la ventana por la que la luz atravieza el dispositivo. La placa de mica se encuentra cubierta por vidrios de baja reflexión (para evitar reflexiones múltiples) y está montada en una placa anular giratoria (manualmente), la cual, a su vez, se encuentra montada en una placa de fierro en cuyas orillas se ha manufacturado un riel cola de paloma, por medio del cual, todo el dispositivo puede deslizarse en la montura especial que se encuentra en la parte central del disco metálico (1, foto no.4) del sistema compensador. La posición del eje rápido de la placa,

con respecto al plano de incidencia, puede variarse por medio del disco metálico, ó bien, utilizando el tornillo de precisión (3, Foto No. 4) y el tornillo de fijación (2).

b) Compensador Babinet-Soleil (L135W).

Este dispositivo se muestra en la foto No. 2 con el No. (2). La parte interna de este dispositivo consta de 3 prismas de cuarzo con sus ejes ópticos arreglados según la fig. 38, y la teoría de su funcionamiento se trató en la sección I.6.3.3, de este trabajo. Uno de los prismas en forma de cuña está montado en un soporte conectado con un mecanismo que le permite desplazarse, variando así el espesor del prisma compuesto y por lo tanto (ec. 211) variando la diferencia de fase entre las ondas e y o . El mecanismo incluye un tamborcillo metálico (cilíndrico) en cuya superficie cilíndrica tiene grabado una escala de 100 divisiones, cada división indica una centésima de vuelta del tamborcillo. El compensador está provisto también de un contador de vueltas completas del tamborcillo y de un riel "cola de paloma" que le permite ser acoplado al círculo metálico (1, foto No. 4). Este disco metálico permite variar el ángulo entre el eje rápido del compensador y el plano de incidencia del elipsómetro. Calibrando este compensador para distintas longitudes de onda (en un rango de 3600 \AA hasta 20000 \AA), podemos producir desfases entre las ondas e y o desde 0° hasta 360° de forma continua, con una precisión de $\pm 1^\circ$ en el intervalo de luz visible (4000 \AA a 7000 \AA). Ciertas características particulares del compensador B-S usado en este trabajo serán señaladas

durante el reporte del trabajo experimental efectuado con él, en los dos últimos capítulos de este estudio.

II.5.- SISTEMA PORTAMUESTRAS.

El sistema portamuestras del elipsómetro, como su nombre lo indica sirve para alojar la muestra en estudio y manejarla con facilidad. Este sistema se encuentra en el centro del elipsómetro, acoplado al eje mecánico (22, en fig. 42), como lo muestra la Foto No. 5. Consta principalmente de dos secciones: mesa portamuestras y posicionador.

a) Mesa portamuestras.

Esta sección del sistema portamuestras, se encuentra montada en el extremo superior del eje mecánico del elipsómetro, y puede girar con respecto a él, por medio de la palanca T_4 , (véase Foto No. 6), la cual se atornilla en una columna lateral del cilindro que embona con el eje mecánico; su giro es independiente del giro del tubo telescópico (13, fig. 42) y del transportador (20, fig. 42) que registra la posición angular del tubo telescópico, con respecto al tubo colimador, y se efectúa manualmente. Se han construido tres palancas T_4 de distintos largos según sea el control requerido en los giros de la mesa portamuestras, las longitudes son: 3 cm, 15 cm y 20 cm. La superficie de la mesa portamuestras es circular, con un diámetro de 6.5 cm, y puede nivelarse con la ayuda de los tornillos niveladores T_1 , T_2 y T_3 (véase Foto No. 6), manualmente.

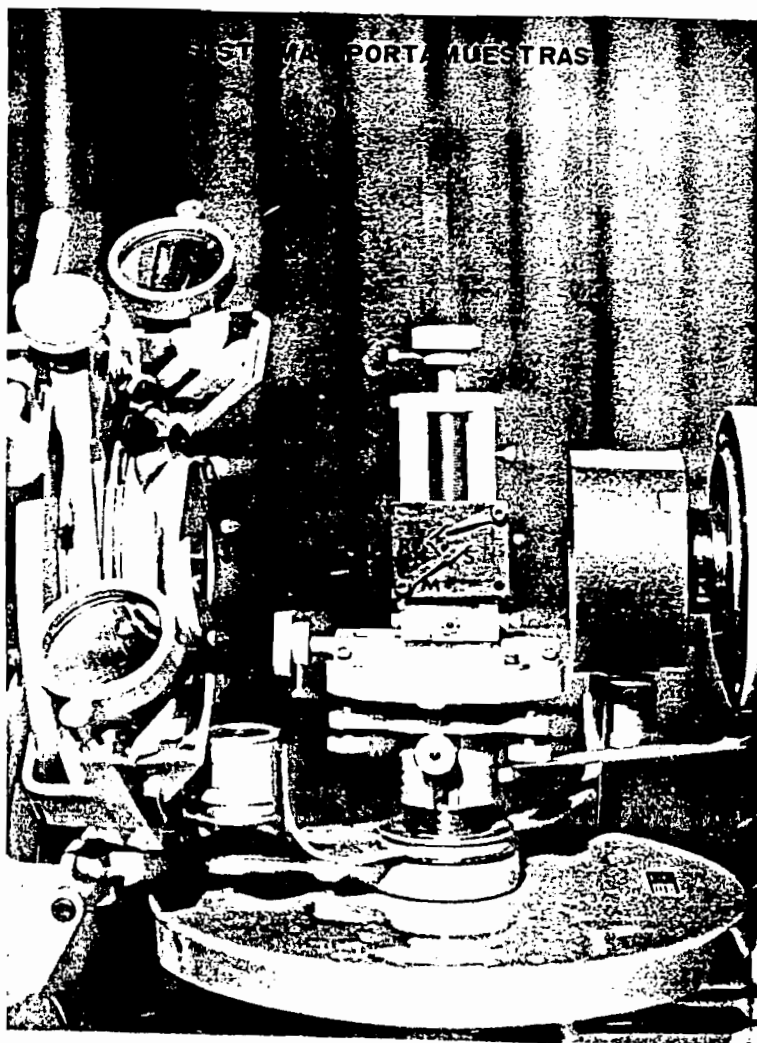


FOTO No. 5

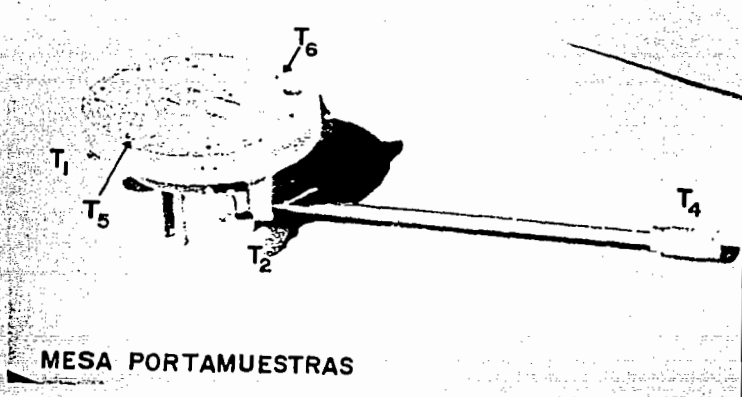


FOTO No. 6

Sobre esta mesa portamuestras se monta el posicionador, a describir en seguida, utilizando los agujeros T_5 y T_6 colocados en su superficie en posiciones diametralmente opuestas.

b) Posicionador.

Este dispositivo se muestra en la Foto No. 7 y va montado directamente sobre la mesa portamuestras, que es nivelable. Su función es colocar a la muestra por analizar en cualquier región del espacio contenido en un paralelepípedo de $6\text{cm} \times 6\text{cm} \times 6\text{cm}$ que se colocara sobre la mesa portamuestras elevado 2cm de su superficie. Esto se logra con un sistema de 3 cremalleras, una para cada dimensión espacial, manejadas por los tornillos T_1 .

T_2 y T_3 de la Foto No. 7. La muestra por analizar (S, Foto 5) se coloca contra un respaldo pintado de negro (R, Foto No. 5), para evitar reflexiones extrañas, sujeta a él con dos manecillas metálicas negras (M, Foto 5) ajustables con tornillos de cabeza Allen.

El sistema portamuestras completo, mesa portamuestras y posicionador, se muestra montado en el elipsómetro en la Foto No. 5, y en él se encuentra también una muestra lista para ser analizada, la cual tiene posibilidad de girar con respecto al eje mecánico del elipsómetro (debido al giro de la mesa portamuestras), de inclinarse en cualquier dirección (gracias a los tornillos niveladores T_1 , T_2 y T_3 de la Foto No. 6), y de desplazarse en cualquier dirección (con ayuda del posicionador).

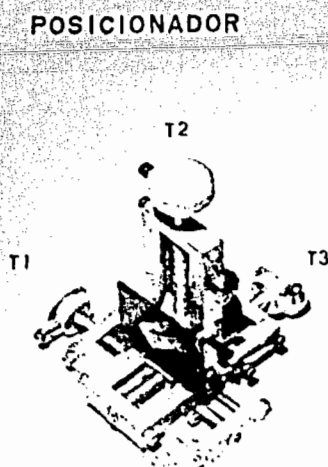


FOTO No. 7

II.6.- FUENTES DE LUZ.

El trabajo experimental elipsométrico requiere de luz monocromática, por lo que se han escogido fuentes de luz y sistemas de monocromía apropiados. Las fuentes son: una lámpara Láser de helio-neón, una lámpara de arco con gas de mercurio, y una lámpara de filamento de 120 V y 300 Watts de Luz Blanca; las cuales, describiremos en seguida.

a) Lámpara Láser: Esta lámpara es el modelo 155 de Helio-Neón, fabricado por Spectra Physics en California, E.U.; con un tiempo promedio de funcionamiento óptimo de 10000 hrs. y fuente de poder interconstruida. Emite luz polarizada al azar con longitud de onda de 6328 \AA (roja, en el visible), sus especificaciones de funcionamiento son:

Temperatura de Operación: 10°C a 40°C

Potencia de Salida: 0.5 mW

Diámetro transversal del haz 1.0 mm

Divergencia del haz 1.0 miliradianes

Debido a la poca divergencia del haz, ésta lámpara se usa, no sólo para análisis de muestras por el método elipsométrico, sino también para propósitos de alineación del aparato, según estudiaremos en el capítulo siguiente.

b) Lámpara de Mercurio.

Es una lámpara de arco provista de un bulbo con gas de mercurio, una caja metálica negra que lo contiene, y un sis-

tema de rendija y pantallas negras que colima el haz de salida. La luz emitida no es monocromática, sino multicromática, las longitudes de onda de la emisión luminosa, son: 2536.52, 3125.66, 3131.55, 3131.83, 3650.15, 3663.28, 4046.56, 4358.35, 5460.74, 5769.59 y 5790.65 Å; por lo que es necesario, para su utilización disponer de un sistema monocromador que se use en combinación con esta lámpara, el cual, será descrito en la sección siguiente.

- c) Foco de Filamento de Tungsteno de 300 Watts con emisión de Luz Blanca.

II.7.- SISTEMA DE MONOCROMIA.

El sistema de monocromía consta principalmente de un conjunto de espejos planos, esféricos, una rejilla de difracción por reflexión, rendijas de salida y entrada, una caja metálica que contiene al sistema y un mecanismo calibrado que indica la longitud de onda de la luz que emerge del sistema. Esquemáticamente se muestra en la fig. 43.

Este sistema, básicamente es un monocromador marca Jarrel-A_{SH} 82-405, excepto que sus dos espejos planos fueron recubiertos en el Instituto de Física para aumentar su reflectividad, ya que la luz pierde intensidad al interactuar con los elementos ópticos, ya enunciados, que forman el monocromador; el recubrimiento se hizo evaporando sobre ellos una combinación

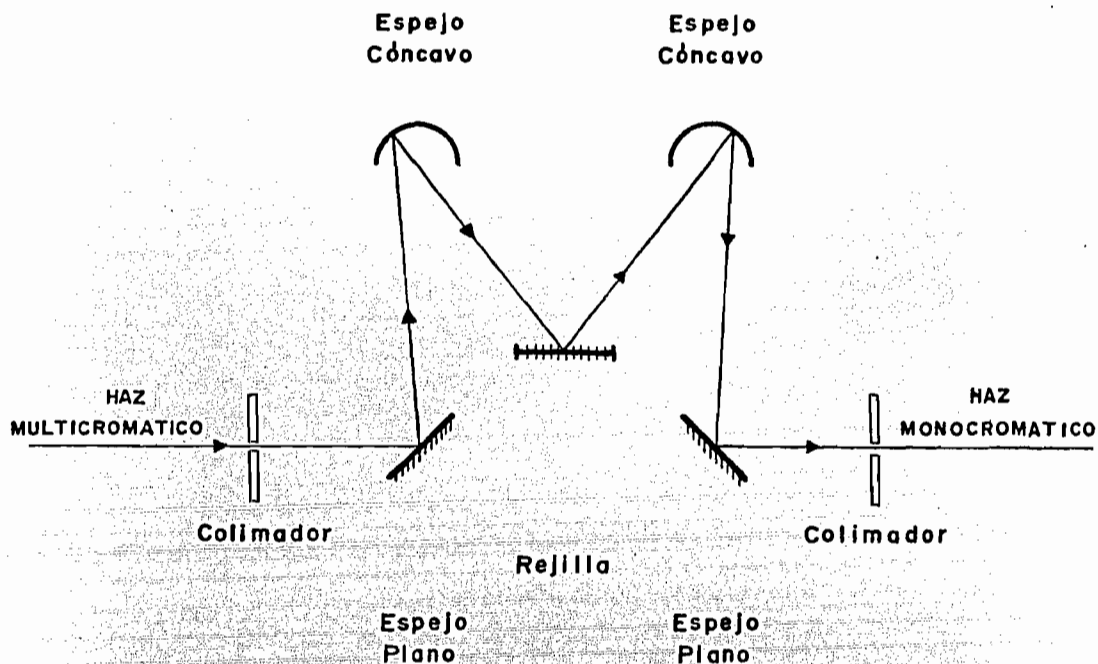


FIG. No. 43

de Plata y Bióxido de Titanio, el cual aumenta en 4% la reflectividad de la plata.

La calibración del monocromador se efectuó utilizando la luz de la lámpara Láser de Helio - Neón, de tal forma que cuando el medidor marcó $633 \text{ m}\mu$ (ya que tiene una precisión en sus lecturas de $1 \text{ m}\mu$), el haz Láser, que había entrado al sistema por una de sus rejillas, emergió por la otra.

Este sistema se coloca entre la lámpara de mercurio ó lámpara utilizada, y el diafragma Iris (ya descritos), del tubo colimador del elipsómetro, y su función es aislar una de las líneas de emisión de la lámpara, enumeradas en la sección ante-

rior, para que la luz que entre al elipsómetro sea monocromática.

II.8.-SISTEMAS DE FOTOMETRIA.

El Laboratorio de Elipsometria cuenta con dos sistemas de detección y medición de intensidad luminosa del haz que emerge del elipsómetro a través de su tubo telescópico. Cada uno de ellos será descrito enseguida:

A) Sistema Fotomultiplicador con Picoamperímetro.

Consta de un tubo fotomultiplicador marca RCA 1P21 con funcionamiento óptimo para luz de longitud de onda comprendida en el intervalo de 4000 Å hasta 6000 Å y se encuentra contenido por una armadura que, por su forma, es fácilmente ensamblable a la parte ocular del tubo telescópico del elipsómetro, en lugar del lente ocular. Este fotomultiplicador es alimentado por una fuente Fluke 415 - B que le proporciona - 8000 V. d. c. La fotocorriente producida en el tubo por la incidencia de luz, puede ser registrada y medida con un picoamperímetro de gran velocidad marca Keithley, modelo 417, el cual mide corrientes en 18 rangos, desde 10^{-13} Amp. hasta 3×10^{-5} Amp. de escala completa. Para el rango de 10^{-2} Amp. el tiempo de respuesta del instrumento es de 30 milisegundos. La precisión de escala completa es del 2% para los rangos que van desde 3×10^{-5} Amp. hasta 10^{-8} Amp., para los demás rangos es de 3% de escala completa. Además del control de rangos posee en su tablero frontal

los siguientes dispositivos manuales: a) un circuito de corriente de anulación que permite observar pequeñas variaciones en la corriente, del orden del 1% para cada uno de los rangos utilizados, b) control de amortiguamiento en el sistema mecánico de la aguja indicadora, que puede cambiar el tiempo de respuesta hasta un máximo de tres segundos, evitando así variaciones bruscas de la aguja debidas a ruidos eléctricos externos al aparato; y c) un switch que permite colocar en cero la aguja indicadora cuando no hay corriente en la entrada del picoamperímetro sin perturbar el circuito con que se trabaja.

El diagrama de conexiones entre la fuente de voltaje, el foto-multiplicador y el picoamperímetro se muestra en la fig. 44, a continuación:

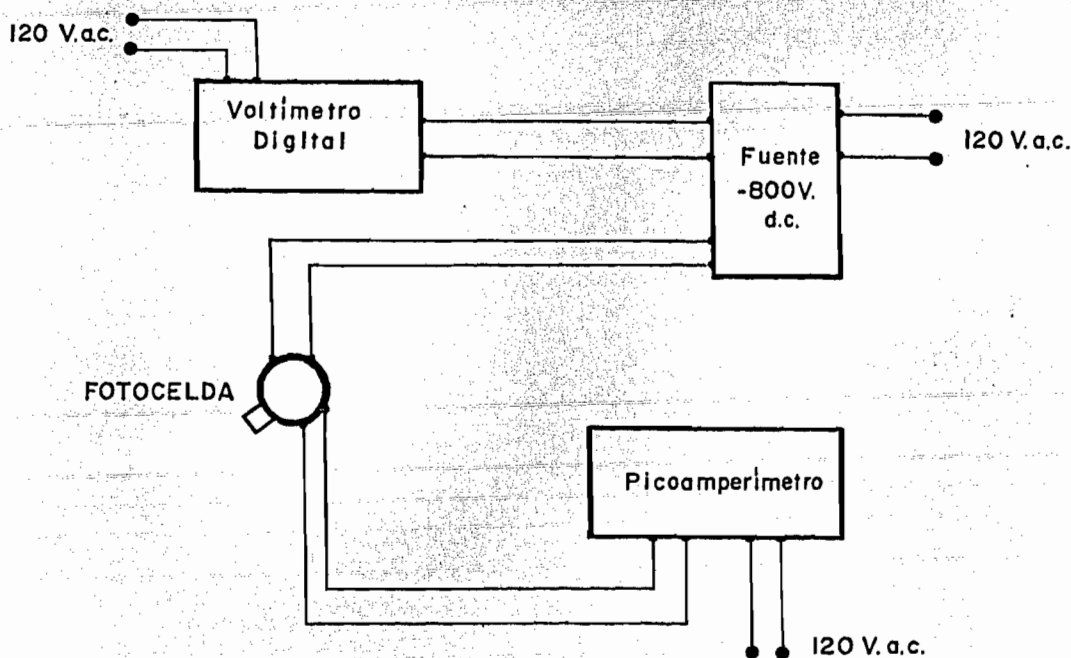


FOTO No. 14

B) Fotómetro con Campo Óptico Angular Variable.

Este fotómetro es marca Spectra-Pritchard, modelo 1980 A y mide directamente la luminosidad de un objeto en unidades de candela /m². Consiste de dos partes conectadas por un cable de 3m. de longitud, cabeza óptica y consola de controles.

La cabeza óptica se muestra en la Foto No. 8 y consta principalmente de las siguientes partes:

- a) Lente objetivo, el cual forma la imágen en el "espejo de aperturas" Pritchard. Este lente es de alta resolución y afoca desde aproximadamente 1 m. hasta infinito.
- b) Espejo de Aperturas Pritchard, el cual sirve para seleccionar el campo óptico angular en el que se va a medir la luminosidad del objeto, ó sea, la región del objeto que se tomará en cuenta en la medida. Es un espejo metálico con 5 aperturas (3°, 1°, 20', 6' y 2') y es una de las características que hacen de este fotómetro más útil que el sistema fotomultiplicador descrito en el inciso A de esta sección. La luz a medir pasa por la apertura seleccionada e incide en un disco con diferentes filtros.

- c) **Discos con Filtros.** Son dos discos que posibilitan, al ser girados, escoger el filtro adecuado por el que pasará la luz antes de incidir en el tubo fotomultiplicador. El primer disco contiene 4 filtros neutrales de diferentes densidades, 2 filtros polarizadores y 1 posición en la cual la luz pasa libremente. El segundo disco contiene 1 filtro rojo, 1 filtro azul, 1 fuente de calibración interna, 1 filtro "fotópico" y 2 lugares vacíos para posibles filtros opcionales.
- d) **Tubo Fotomultiplicador.** La luz incide, después de atravesar los filtros elegidos, en el tubo fotomultiplicador (Spectra-Pritchard S-20) de alta estabilidad y reproductividad, con condiciones de operación óptimas para la luz visible.
- e) **Sistema visor de amplificación variable,** que permite al operador localizar el blanco con poca amplificación y afocarlo en detalle con alta amplificación (6:1).

La consola de control de este sistema elimina casi totalmente, en las mediciones, la posibilidad de equivocaciones humanas, por los siguientes subsistemas que contiene.

- a) Auto Comparador.- Es una computadora interconstruida que calcula automáticamente la lectura correcta para todas las posibles combinaciones de filtros, aperturas y posiciones, auto calibrando el sistema.
- b) Auto Rango.- Este control cambia automáticamente la sensibilidad eléctrica para proveer una lectura óptima en 4 rangos.
- c) Auto Zero.- Este control ajusta automáticamente la lectura de cero cuando no percibe señal luminosa externa.
- d) Pantalla de Lectura.- Consta de dos secciones, una pantalla grande digital (roja) que marca unidades desde 0.00 hasta 19.99; otra pantalla digital chica a la derecha de la grande que indica un factor en potencias de diez por el que hay que multiplicar la lectura en la 1a. pantalla. El rango de lecturas es de 0.00×10^{-7} hasta 19.99×10^8 candelas /m² donde $1 \text{ candela/m}^2 = 1 \text{ lumen/stereorad m}^2$.

FOTOMETRO (campo óptico variable)

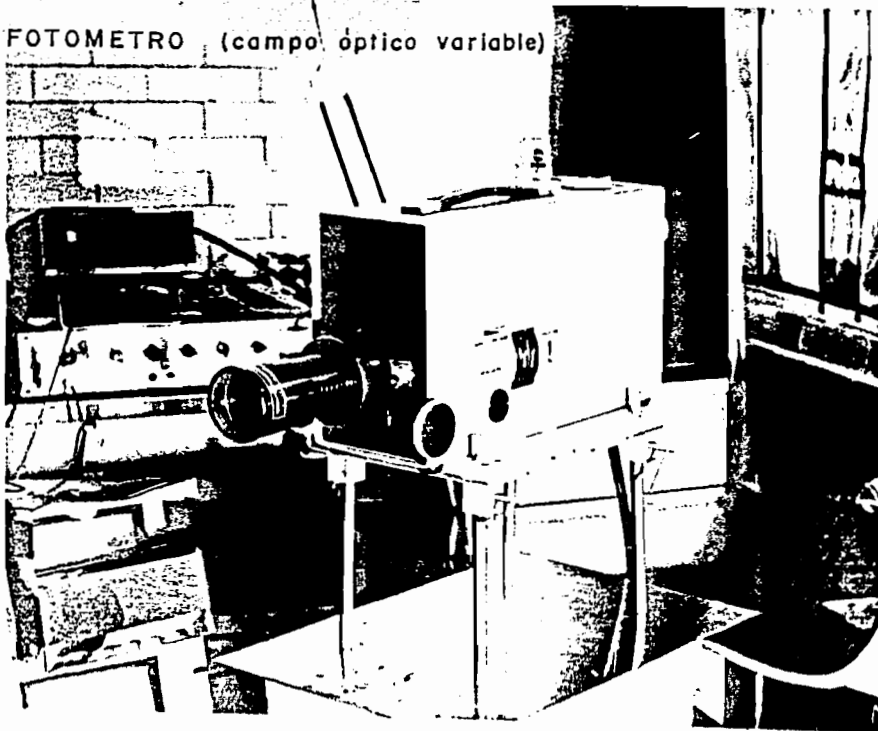


FOTO No. 8

CAPITULO III

CALIBRACION DEL ELIPSOMETRO.

III.- CALIBRACION DEL ELIPSOMETRO.

III.1.- ALINEACION Y CALIBRACION DEL ESPECTROMETRO.

El espectrómetro del elipsómetro consta del tubo colimador (3, fig. 42), el tubo telescópico (13, fig. 42) y el transportador con precisión de 20" de arco (20, fig. 42) que sirve para medir ángulos de incidencia de la luz que interacciona con la muestra por analizar; se dice que este sistema está alineado y calibrado cuando: el telescopio y el colimador tienen sus ejes ópticos en el mismo plano, y el transportador marca 180° cuando éstos son colineales. Para lograr estos requerimientos no se siguió el método descrito en el manual del Elipsómetro, por carecer de algunos accesorios ópticos ahí citados; en cambio se desarrolló el método siguiente.

a) Se coloca la lámpara láser (descrita en el capítulo anterior) sobre dos soportes en un riel (véase foto No. 9). Con ayuda de un nivel de burbuja y el sistema de altura variable de los soportes se logra que el haz láser sea paralelo a la horizontal del lugar y a la altura del eje óptico del colimador, de tal forma que el haz entre por la parte del objetivo del colimador (véase fig. 42), ó sea, por el sistema polarizador, atravesando el prisma de Glan-Thompson, y salga por su parte ocular.

b) Se hace coincidir el eje óptico del colimador con la dirección del haz láser utilizando el diafragma Iris (3 Foto 2) montado en la parte ocular del colimador, y una pantalla; de

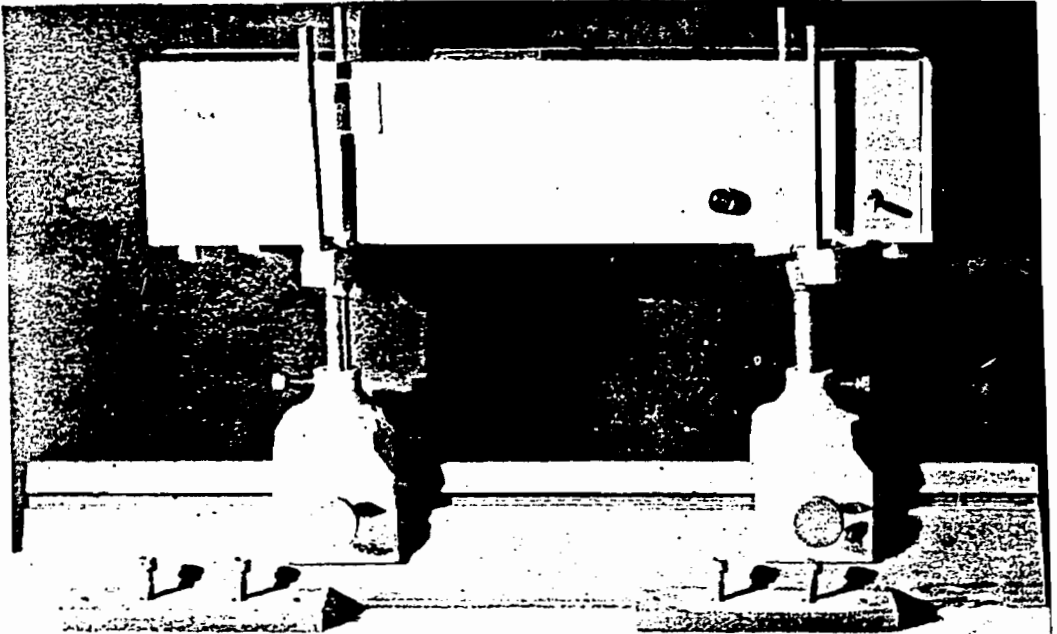


FOTO No. 9

la siguiente manera. Cuando el diafragma Iris está totalmente abierto, el haz atraviesa el tubo colimador e incide en una pantalla (colocada aproximadamente a 2 m. del tubo colimador) donde puede marcarse su posición de incidencia (por ejemplo con una cruz). Enseguida se cierra manual y lentamente el diafragma Iris, hasta que la imagen puntual del haz en la pantalla se distorsiona, perdiendo su forma puntual, e indicando que el haz interaccionó con el filo del diafragma. Manteniendo el diafragma con tal abertura y con ayuda del tornillo nivelador (6, véase fig. 42) se mueve verticalmente el colimador (y horizontalmente el cañón láser de ser necesario) hasta que la

imágen del haz en la pantalla recobra su forma puntual, indicando que el haz ya no choca con el diafragma. En seguida se repite el proceso, cerrando un poco más el diafragma hasta que el haz choca con él y corrigiendo las posiciones del colimador (verticalmente) y del Láser (horizontalmente) hasta lograr de nuevo el paso libre del haz por el diafragma. Este mismo proceso se repite hasta que el haz pasa libremente por el diafragma en su mínima abertura (~ 1 mm de diámetro).

d) Se procede a alinear el eje óptico del telescopio con el eje óptico del colimador. Sin cambiar el arreglo anterior se gira el telescopio con respecto al eje mecánico del elipsómetro (22, fig. 42) hasta colocarlo entre la lámpara láser y el sistema polarizador del colimador, de tal forma que el haz entre por la parte ocular del telescopio, y salga por su parte del objetivo (sistema analizador con No. 11 en la fig. 42), atravesando después el colimador con diafragma en mínima abertura e incidiendo en la pantalla. Se observó que ahora el haz sí choca con el diafragma, distorsionándose su imágen puntual en la pantalla. Esto se explica por la refracción sufrida por la luz en el prisma de Glan-Thompson del telescopio cuando el ángulo de incidencia es distinto de 0° , ya que cuando es 0° , dicho prisma está diseñado para no desplazar paralelamente los haces que lo atraviezan. Para evitar este efecto se coloca en la parte ocular del telescopio, un diafragma de abertura fija (5, Foto 2) con orificio de aproximadamente 1 mm. de diámetro

y se obliga a que el haz penetre al telescopio por este orificio, ayudados por los tornillos 18 y 19 (fig. 42) para movimientos horizontales del telescopio, y el tornillo 16 (fig. 42) para movimientos verticales. Cuando se logra esto último, puede notarse que el haz incide en la pantalla en la misma posición que antes de atravesar el telescopio (marcada previamente en la pantalla). Así, quedan alineados ópticamente el telescopio y el colimador, y su eje óptico común coincide con el haz láser.

d) Con el arreglo anterior hemos logrado que el colimador y el telescopio sean colineales; en tal posición de ambos, el transportador (20, fig. 42) se calibra girando manualmente uno de sus discos graduados hasta que la lectura en sus verniers sea de 0° (para el vernier A, que está a la izquierda del transportador cuando se ve en la dirección telescopio-colimador) y de 180° (para el vernier B, a la derecha del transp. cuando se ve en la dirección telescopio-colimador). Una vez logrado ésto, fijamos al transportador en esta posición con ayuda del tornillo 21 (fig. 42), quedando acoplado su movimiento al movimiento angular del telescopio, y listo para medir sus posiciones angulares con respecto al colimador.

La calibración del transportador, por este método, se logra con una precisión que corresponde al límite de resolución de sus verniers: $20''$ de arco.

III.2 ALINEACION DE LA MUESTRA.

Una vez que la muestra por analizar se ha colocado en el respaldo (R en Foto No. 5) del posicionador por medio de las manecillas (M en Foto 5) ajustables, y el posicionador se ha montado en la mesa portamuestras (Foto No. 6) acoplada al eje mecánico 22 (fig. 42) del elipsómetro, diremos que está alineada cuando: la superficies reflectora de la muestra sea tangente al eje óptico del elipsómetro y perpendicular al plano definido por el colimador y el telescopio para cualquier posición angular de este último.

Para cumplir estos requisitos se procede como sigue. Una vez alineado y calibrado el espectrómetro, se coloca el telescopio a 180° (medidos con el vernier B del transportador) del colimador, ó sea, ambos co-lineales. Se dispone la lámpara láser de tal forma que el haz penetre por el orificio del diafragma Iris montado en el ocular del colimador, atraviesa el polarizador, el analizador y salga del elipsómetro por el orificio del diafragma fijo montado en el ocular del telescopio. Con ésto, el haz Láser es colineal al eje óptico del elipsómetro, y con ayuda de cierta oscuridad en el Laboratorio y un medio reflector de luz en la trayectoria del haz (humo de cigarrillo, por ejemplo) podemos ver tal trayectoria y por lo tanto lograr, utilizando los tornillos T_1 , T_2 y T_3 del posicionador, que la superficie reflectora de la muestra roce al haz láser, ó sea, que sea tangente al eje óptico del elipsómetro.

Para asegurar que la superficie reflectora sea perpendicular al plano telescopio-colimador, se gira el telescopio un ángulo arbitrario, por ejemplo 80° , a partir de su posición anterior y se fija en tal posición con ayuda del tornillo 18 (fig. 42); en seguida, se gira la mesa portamuestras (y con ella el posicionador y la muestra) hasta que el haz reflejado por la muestra penetra al telescopio por el prisma de Glan-Thompson, se intercambia el diafragma fijo por el lente ocular con cruz reticular (1, Foto 2) en la parte ocular del telescopio, y se obliga a que el haz salga del telescopio por el centro de la cruz reticular, utilizando los tornillos niveladores T_1 , T_2 y T_3 (Foto No. 6) de la mesa portamuestras. Una vez logrado ésto, la mesa portamuestras es paralela al plano telescopio colimador, ó sea, la superficie reflectora de la muestra es perpendicular a dicho plano. Es conveniente en seguida, regresar el telescopio a su posición original (colineal al colimador) para re-alinear la muestra y lograr que el haz láser sea tangente a su superficie reflectora, en caso de haberse desalineado con el movimiento de los tornillos niveladores T_1 , T_2 y T_3 (Foto No. 6).

Por este método, la alineación de la muestra requiere de un haz láser con intensidad tal que sea visible por el método ya explicado (obscuridad y humo), por lo que dicho haz debe interaccionar con el menor número posible de elementos ópticos materiales ó bien ser muy intenso. La alineación de la muestra

se logra con una precisión de la mitad del diámetro de la sección transversal del haz láser, ó sea de 0.5 mm.

Para evitar reflexiones multiples del haz láser por la cara interna (cercana al respaldo del posicionador) de la muestra, se ahuma dicha cara cuando con ésto no perturba el sistema óptico a analizar. En el caso de cristales irradiados no puede hacerse ésto, ya que al elevar la temperatura de la muestra ó iluminarla (al ahumarla con una flama) se pierden ciertas características al destruirse los centros de color creados por irradiación de la muestra con Rayos X. El proceso de creación y destrucción de centros de color (en especial de centros F) se estudiará en el capítulo VI de este trabajo.

III.3.- CALIBRACION DEL SISTEMA POLARIZADOR.

III.3.1 INTRODUCCION.

Se considera al sistema polarizador (descrito en la sección II.3) calibrado cuando: al colocar el prisma de Glan-Thompson (5, Foto 3) en una posición angular tal, que la dirección de vibración de E, de la luz que emerge de él, es paralela al plano de incidencia (determinado por las direcciones de los rayos incidente y reflejado a y por la muestra) podemos leer con ayuda de uno de sus verniers (vernier superior) en la escala del disco graduado (1, Foto 3) la cantidad de $0.00^{\circ} \pm 0.005^{\circ}$.

Este requisito puede lograrse si colocamos como muestra reflectora, en la mesa portamuestras, un dieléctrico de índice de refracción conocido; ya que sabemos (según la teoría de reflexión de la luz en una frontera óptica formada por dos dieléctricos, estudiada en el Cap. I) que cuando el ángulo de incidencia de la luz sobre la muestra es igual al ángulo de Brewster (el cual se conoce por medio de la ecuación(144) si conocemos el índice de refracción de la muestra y del aire), entonces la luz reflejada es luz σ (luz linealmente polarizada con dirección de vibración perpendicular al plano de incidencia), en tanto que la luz π es totalmente transmitida. De tal forma que si la luz incidente, al ángulo de Brewster, sólo tiene componente π , entonces no habrá luz reflejada por la muestra. Toda será transmitida. Así, variando la posición angular del prisma de Glan-Thompson por medio del disco metálico 4 (Foto No. 3) y detectando la luz reflejada por la muestra, al ángulo de Brewster, podemos determinar el momento en que la dirección de polarización del prisma es paralela al plano de incidencia, al determinar un mínimo de intensidad de luz reflejada. En esta posición del prisma de Glan-Thompson, se mueve libremente la escala circular para que la lectura sea de 0.00° , quedando calibrado el polarizador.

Así pues, un elemento material imprescindible para la calibración del sistema polarizador es una muestra dieléctrica de índice de refracción conocido, por lo que a continuación se detallará la construcción de tal muestra, llamada Prisma Patrón.

III.3.2 CONSTRUCCION DEL PRISMA PATRON.

Se consiguió, para la fabricación del prisma patrón, en el taller de óptica del INAOE (en Tonanzintla, Puebla), un trozo irregular de vidrio "Flint", fabricado por Schott Optical Glass Inc. con No. de catálogo SF 15, al cual se le ha medido el índice de refracción para 5 longitudes de onda distintas con precisión hasta las cienmilésimas, estas mediciones son:

λ (Å)	Índice de refracción
4358	1.72965
4861	1.771571
5461	1.70469
5876	1.69919
6563	1.69245

Como nuestra calibración del sistema polarizador se efectuó con luz láser (descrito en la sección II.6) de 6328 Å, se obtuvo el índice de refracción correspondiente por medio de un polinomio de interpolación (dado en el manual de Schott) que es:

$$n^2 = A_0 + A_1 \lambda^2 + A_2 \lambda^{-2} + A_3 \lambda^{-4} + A_4 \lambda^{-6} + A_5 \lambda^{-8}$$

con λ en micras (en nuestro caso: $\lambda = 0.6328 \mu$) y donde:

$$A_0 = 2.7898291$$

$$A_1 = 1.0260526 \times 10^{-2}$$

$$A_2 = 2.9707118 \times 10^{-2}$$

$$A_3 = 1.9137570 \times 10^{-3}$$

$$A_4 = 1.246826 \times 10^{-4}$$

$$A_5 = 1.5187223 \times 10^{-5}$$

encontrando que para $\lambda = 6328\text{\AA}$, el índice de refracción es:

$$n = 1.69425 \pm 0.00009$$

Así, si tomamos el índice de refracción del aire igual a la unidad, aplicando la ecuación (144) obtenemos que el ángulo de Brewster para este vidrio es:

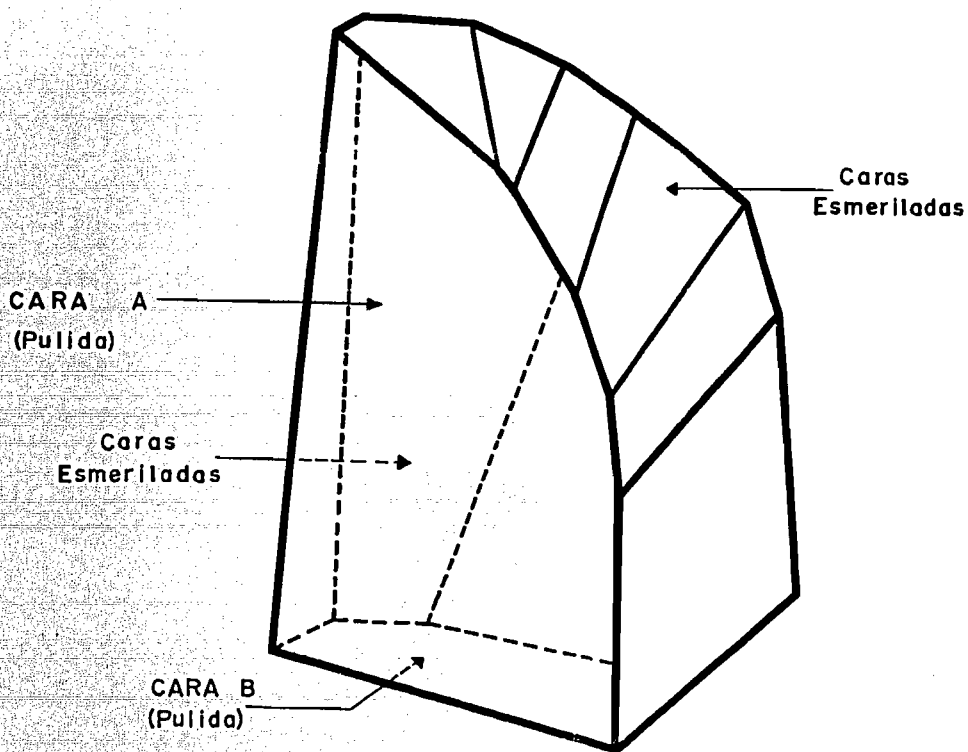
$$\theta_B = 59^\circ 26' 58'' \pm 6''$$

donde la incertidumbre es debida al proceso de interpolación llevado a cabo.

Este trozo de vidrio fue esmerilado y pulido en el taller de óptica del Instituto de Astronomía de la UNAM, hasta lograr un prisma cuya forma es mostrada en la fig. 45. El proceso de esmerilado y pulido fue el siguiente:

- 1) El trozo irregular de vidrio es esmerilado por el giro de una superficie circular de acero, utilizando abrasivo No. 180 (carburo de silicio), el cual sirve para darle al bloque una forma geométrica determinada (véase fig. 45).
- 2) Una vez dada la forma geométrica definida se utilizaron dos abrasivos más finos para pulir mejor las caras A y B del prisma, las cuales se hicieron aproximadamente perpendiculares utilizando como comparador una escuadra metálica. El primer abrasivo

fino utilizado fue el No. 302, y el segundo fue el No. 303.



PRISMA PATRON

FIGURA 45

- 3) Después las caras A y B se pulieron con óxido de hierro, utilizando una herramienta de acero cubierta con paño de algodón.

- 4) Finalmente, las caras A y B se pulieron finamente con una arcilla llamada Barnecita y una herramienta de acero cubierta con chapopote.

Así, las caras A y B del prisma patrón quedaron finamente pulidas, y todas las demás, esmeriladas; estando en posibilidad de calibrar el sistema polarizador con una de las caras pulidas utilizada como cara reflectora, lo cual se explica a continuación.

III.3.3 CALIBRACION DEL POLARIZADOR

Se montó el prisma patrón en la mesa portamuestras del elipsómetro (véase Foto No. 6), sin utilizar el posicionador debido a la forma del prisma, y se alineó la cara A (véase fig. 45) del prisma con el eje óptico del elipsómetro, según el método descrito en la sección III.2; se colocó el telescopio a un ángulo del colimador que es el doble del ángulo de Brewster, característico, de este prisma patrón para detectar el haz reflejado por la muestra cuando este incide sobre ella al ángulo de Brewster. El ángulo de Brewster para este prisma es, según el cálculo hecho en la sección III.3.1: $\theta_B = 59^\circ 26' 58'' \pm 6''$. Por lo que el doble es: $2\theta_B = 118^\circ 53' 56'' \pm 12''$; pero debido a la precisión de la escala del transportador del espectrómetro, que es de $\pm 10''$, se colocó el telescopio a un ángulo de $118^\circ 54' 00'' \pm 10''$ del colimador, leído en el vernier B. En seguida se giró manualmente la mesa portamuestras, utilizando la palanca

T_4 (véase Foto No. 6), y con ella la muestra (prisma patrón) hasta que el rayo reflejado por ella penetró al telescopio y salió por su ocular por el centro de la cruz reticular. Una vez logrado tal arreglo geométrico se colocó la escala del polarizador en 0° , según lectura hecha con su vernier superior, y se giró manualmente el prisma de Glan - Thompson por medio del disco 4 (Foto 3), sin mover el disco graduado 1 (Foto 3) hasta que se detectó un mínimo (ya que nunca se anuló totalmente debido a varios factores, principalmente: superficie del prisma patrón no-ópticamente pulida, superficie de tal prisma no-ópticamente limpia, y errores en alineación de la muestra y medición del ángulo de Brewster en que se colocó el telescopio) de intensidad luminosa reflejada por la muestra patrón, indicando ésto que la luz incidente en la cara reflectora del prisma estaba polarizada linealmente con su vector \vec{E} vibrando paralelamente al plano de incidencia, siendo totalmente transmitida por el prisma patrón. Así, se logró que cuando la escala del polarizador marque 0° el plano de polarización sea paralelo al plano de incidencia, quedando calibrado el sistema polarizador.

III.4 CALIBRACION DEL SISTEMA ANALIZADOR.

El sistema analizador (descrito en la sección II.3) está calibrado si la lectura en su escala angular efectuada en el vernier superior, es de 90.00° , cuando la dirección de polarización de su prisma de Glan-Thompson es perpendicular al plano de incidencia.

Para lograr este requisito, se desmontó el prisma patrón de la mesa portamuestras y se dispusieron colineales el telescopio y el colimador (marcando 180° el transportador del espectrómetro), en seguida se colocó la escala del polarizador (ya calibrado) en 0° y la escala del analizador en 90° . Se encendió la lámpara láser (ya alineada con el eje óptico del elipsómetro) y se hizo pasar su luz por el elipsómetro, polarizándose linealmente y en dirección paralela al plano de incidencia al pasar por el sistema polarizador, por lo que girando manualmente el prisma de Glan-Thompson del analizador (sin mover su escala) este haz se extinguirá (ó tendrá un mínimo de intensidad) cuando su dirección de polarización sea perpendicular a la dirección de polarización del sistema polarizador (Ley de Malus, ecuación(197)) ; así, una vez encontrada la posición de prisma analizador para la cual la luz transmitida es mínima (utilizando el fotodetector Gaertner y el picoamperímetro Keithely), se fija el prisma en tal posición, en la cual su escala angular, por arreglo original, marca $90^\circ \pm 0.005^\circ$, quedando así calibrado el sistema analizador con precisión de $\pm 0.05^\circ$, debida a la determinación electrónica del mínimo luminoso.

III.5 .- CALIBRACION DEL SISTEMA COMPENSADOR

III.5.1 INTRODUCCION

El sistema compensador fue descrito en la sección II.4, donde se vió que sus elementos principales son una placa de un

cuarto de longitud de onda (para luz de 5461 \AA) y un compensador Babinet Soleil (para luz en el espectro visible), ambos siendo dispositivos de polarización por desfaseamiento. A continuación describiremos la calibración que se hizo de la placa de un cuarto de longitud de onda, del compensador B-S para luz de 5461 \AA y del compensador B-S para luz de 6328 \AA .

III.5.2 CALIBRACION DE LA PLACA DE UN CUARTO DE LONGITUD DE ONDA.

La placa de un cuarto de onda para luz de 5461 \AA fue descrita en la sección II.4 y los principios de su funcionamiento fueron estudiados en el capítulo I, de este trabajo; ahora dirigimos nuestra atención a la técnica de su calibración.

La placa de un cuarto de longitud de onda estará calibrada cuando su eje rápido (eje óptico, en este caso, por ser la calcita un material birrefringente negativo) forme un ángulo de 45° con el plano de incidencia (ya definido) y entonces leámos en su disco graduado con ayuda del vernier inferior, la lectura: $45.00^\circ \pm 0.005^\circ$. O sea, estará calibrado cuando el disco graduado del sistema compensador nos proporcione lecturas, con ayuda de su vernier inferior, que correspondan a los ángulos entre el eje rápido de la placa de un cuarto de onda, y el plano de incidencia.

Para cumplir este requisito, se alinea primero la lámpara láser (ya que la longitud de onda usada no es importante para

esta calibración) para que su haz sea colineal al eje óptico del elipsómetro, se coloca el polarizador (utilizando su disco graduado) con su dirección de polarización a un ángulo de 45° del plano de incidencia, y el analizador (utilizando su disco graduado) con su dirección de polarización a un ángulo de 135° de tal plano, anulando así el haz láser que emerge por el ocular del telescopio (ya que las direcciones de polarización de los sistemas polarizador y analizador se encuentran a 90°). En seguida se gira el disco graduado del sistema compensador hasta que en su vernier inferior se lea $45.00^\circ \pm 0.005^\circ$, montándose entonces la placa de un cuarto de longitud de onda en su lugar especial (6, Foto 4) de este disco graduado, polarizando elípticamente la luz láser que incide sobre ella linealmente polarizada, por no estar su dirección de vibración paralela al eje rápido de la placa (recuérdese la teoría sobre la interacción de la luz con materiales birrefringentes tratada en el Cap. I) y emergiendo así por el telescopio la luz láser nuevamente. Ahora se gira lentamente el disco anular en el que se encuentra montada la placa de un cuarto de onda, hasta que un mínimo de intensidad luminosa se detecta de nuevo en el telescopio, indicando que la dirección de vibración de la luz incidente sobre la placa y el eje rápido de ésta son paralelos, pero como tal dirección de vibración es de 45° con respecto al plano de incidencia (por arreglo original del polarizador) entonces el eje rápido de la placa también está 45° del plano de incidencia. Una vez logrado lo anterior se fija rígidamente (con algún pegamento) la placa anular a la montura de fierro, logrando así, que las

lecturas del vernier inferior del disco del sistema compensador sean los ángulos entre el eje rápido de la placa y el plano de incidencia, quedando calibrada la placa de un cuarto de longitud de onda.

III.5.3 CALIBRACION DEL COMPENSADOR BABINET SOLEIL PARA LA LUZ DE 6328 $\overset{\circ}{\text{Å}}$.

El compensador Babinet-Soleil fue descrito en la sección II.4 y los principios teóricos de su funcionamiento se estudiaron en el Capítulo I de este trabajo. Describiremos ahora la técnica usada para su calibración.

Este compensador estará calibrado, para luz de 6328 $\overset{\circ}{\text{Å}}$, cuando se conozca cuántas vueltas de su tamborcillo (véase Foto No. 2) son necesarias para desfasar 360° la onda e con respecto a la onda o de la luz que lo atravieza. Para lograr este requisito, primero se colocó la escala del disco graduado del espectrómetro en 180° (telescopio y colimador colineales), y el compensador Babinet - Soleil en su sitio especial (véase Foto No. 4). Ahora, con respecto al plano de incidencia, se colocan: el polarizador a 0°, el eje rápido del compensador a 45° y el analizador a 90° ; además el contador de vueltas de compensador en 0.00 ± 0.005 vueltas. Con el arreglo anterior, la luz incide en el compensador linealmente polarizada con dirección de vibración contenida en el plano de incidencia, ahora, la luz emergente del compensador conservará este estado de polarización sólo cuando el desfaseamiento producido entre sus componentes e y o sea de 0° ó 360° (ver teoría sobre el compensador

B-S, en el Cap. I), anulándose entonces la luz al atravesar el sistema analizador. Así pues, se enciende la lámpara láser (una vez alineada con el eje óptico del elipsómetro) y se gira manualmente el tamborcillo del compensador hasta que visualmente se aprecia extinción ó minimización luminosa al mirar por el ocular del telescopio, indicando que el compensador ha producido un desfase de 0° ó 360° entre las ondas e y o del haz láser. Una vez lograda la la. extinción, se apunta la lectura que representa el No. de vueltas del tamborcillo, y se prosigue girando éste hasta lograr otra extinción luminosa para cierto No. de vueltas del tamborcillo a partir de la la. extinción. Este proceso se repite para varias extinciones, hasta agotar la posibilidad mecánica de movimiento del tamborcillo. En esta calibración, los mínimos luminosos se determinaron visualmente por 3 personas distintas, dando en general, lecturas en la esc. del tamborcillo diferentes. Para la determinación de los mínimos luminosos no se utilizaron los sistemas electrónicos de foto-detección (descritos en la sección II.8), ya que la variación al azar en el modo de polarización de la luz proveniente de la fuente, introduce cambios en la in tensidad de la luz detectada, cuya azarocidad no permite la de terminación de mínimos. Las medidas así hechas se muestran en la tabla No. I, en la página siguiente. Entre una extinción y otra, consecutiva, se ha girado el tamborcillo un No. de vueltas que equivale a un desfase de 360° entre las componentes e y o . Este No. de vueltas se calcula con la diferencia de los promedios dados en la Tabla I, y se muestran en la Tabla II.

TABLA I

	1a. Extinc.	2a. Extinc.	3a. Extinc.	4a. Extinc.	5a. Extinc.	6a. Extinc.	7a. Extinc.
1a. Medida (vueltas $\pm .005$)	1.510	7.670	13.840	20.010	26.180	32.350	38.530
2a. Medida (vueltas $\pm .005$)	1.505	7.670	13.840	20.005	26.180	32.350	38.520
3a. Medida (vueltas $\pm .005$)	1.505	7.665	13.840	20.010	26.180	32.355	38.520
PROMEDIOS (vueltas $\pm .005$)	1.507	7.668	13.840	20.008	26.180	32.352	38.523

*La tercera cifra después del punto ha sido estimada. La incertidumbre debida a juicio es igual a la incertidumbre debida a mínima división de escala ($\pm .005$ vueltas).

TABLA II

DIFERENCIAS DE PROMEDIOS EN VUELTAS PARA EXTINGCIONES CONSECUTIVAS

2a. - 1a.	3a. - 2a.	4a. - 3a.	5a. - 4a.	6a. - 5a.	7a. - 6a.
6.16 $\pm .01$ vueltas	6.17 $\pm .01$ vueltas	6.17 $\pm .01$ vueltas	6.17 $\pm .01$ vueltas	6.17 $\pm .01$ vueltas	6.17 $\pm .01$ vueltas

Finalmente, promediando estas últimas diferencias, obtenemos que para llegar a una extinción, a partir de otra, hay que girar el tamborcillo $6.17 \pm .01$ vueltas. O sea, que 360° de desfaseamiento entre las ondas e y o , equivalen al siguiente número de vueltas del tamborcillo:

$$6.17 \pm .01 \text{ vueltas.}$$

Quedando así, calibrado el compensador Babinet-Soleil para luz cuya longitud de onda es de 6328 \AA .

III.5.4.- CALIBRACION DEL COMPENSADOR BABINET SOLEIL PARA LUZ DE 5461 \AA .-

La calibración del compensador B-S para luz de 5461 \AA es similar a la efectuada para 6328 \AA , en la sección anterior, en cuanto a las posiciones de los elementos que constituyen el elipsómetro y los principios usados, excepto que ahora usamos una lámpara de arco de mercurio (descrita en la sec. II.6) como fuente luminosa, y un monocromador (descrito en la sec. II.7), para aislar la luz de 5461 \AA .

En esta ocasión la determinación de los mínimos luminosos, al girar manulamente el tamborcillo del compensador, no se efectuó visualmente por varias personas, sino que se utilizó el fotomultiplicador Gaertner y el picoamperímetro Keithley (descritos en la sec. II.8), haciendo 4 series de medidas; cada serie comprende las medidas correspondientes a las extinciones posibles desde una lectura de 0.00 vueltas hasta 40.0 vueltas del tamborcillo, que es donde se agota su posibilidad mecánica de giro. Las medidas efectuadas en las escalas del tamborcillo y del picoamperímetro para mínimos luminosos se muestran en la tabla III, a continuación:

TABLA III

	1a Extinc.	2a. Extinc.	3a. Extinc.	4a. Extinc.	5a. Extinc.	6a. Extinc.	7a. Extinc.	8a. Extinc.
1a. Serie								
Vueltas*	2.365	7.620	12.830	18.110	23.360	28.580	33.870	39.170
Corrientes**	0.105	0.090	0.105	0.105	0.100	0.105	0.110	0.110
2a. Serie								
Vueltas*	2.380	7.590	12.850	18.120	23.375	28.580	33.900	39.130
Corrientes**	0.110	0.095	0.105	0.110	0.100	0.105	0.110	0.110
3a. Serie								
Vueltas*	2.365	7.610	12.810	18.080	23.380	28.580	33.850	39.130
Corrientes**	0.105	0.095	0.105	0.110	0.100	0.105	0.110	0.110
4a. Serie								
Vueltas*	2.370	7.620	12.860	18.080	23.370	28.580	33.890	39.120
Corrientes**	0.105	0.090	0.105	0.110	0.100	0.105	0.110	0.110

* La última cifra es estimada. La incertidumbre debida a mínima división de escala es de ± 0.005 vueltas. La incertidumbre de juicio, debida a la determinación de los mínimos luminosos con el picoamperímetro es de ± 0.01 vueltas.

** Estas cifras deben de multiplicarse por un factor de 10^{-8} Amp. La escala utilizada es de valor máximo 0.3×10^{-8} Amp. La incertidumbre debida a mínima división de escala es de $\pm 0.0025 \times 10^{-8}$ Amp.

El No. de vueltas entre dos extinciones consecutivas se obtiene calculando las diferencias entre dos mediciones (de la tabla III) consecutivas, estas diferencias para las cuatro series de medidas y sus promedios para cada serie se muestran en la tabla IV, en la página siguiente.

Finalmente, promediando los promedios de la Tabla IV, concluimos que para obtener un mínimo luminoso, a partir de otro consecutivo, hay que girar 5.25 ± 0.02 vueltas el tamborcillo del compensador. Así, llegamos a que 360° de desfase entre las ondas e y o equivalen al siguiente No. de vueltas del tamborcillo:

$$5.25 \pm 0.02 \text{ vueltas}$$

Quedando calibrado el compensador Babinet-Soleil para luz de 5461 \AA de longitud de onda.

Hay que hacer notar, en cuanto a la calibración del compensador B-S, que se logró mayor precisión cuando la estimación de mínimos luminosos se efectuó visualmente, que cuando se hizo electrónicamente (como lo evidencia la comparación de los resultados obtenidos en las calibraciones inmediatas anteriores). Esta ventaja del ojo humano sobre los detectores electrónicos, en estas experiencias, es debida principalmente a dos razones, que son:

- a) En la calibración del compensador para luz de 6328 \AA , efectuada por estimación visual, la intensidad luminosa de la luz roja disminuía hasta no percibirse visualmente, sin embargo, permanecía en su lugar una luz azul tenue, la cual no se extinguió para ninguna posición del tamborcillo del compensador, llegando a

TABLA IV

	2a.-1a. (Vueltas)	3a.-2a. (Vueltas)	4a.-3a. (Vueltas)	5a.-4a. (Vueltas)	6a.-5a. (Vueltas)	7a.-6a. (Vueltas)	8a.-7a. (Vueltas)	PROMEDIOS (Vueltas)
1a. Serie	5.26	5.21	5.28	5.25	5.22	5.29	5.30	5.26 ±.01
2a. Serie	5.21	5.26	5.27	5.25	5.21	5.32	5.23	5.25 ±.01
3a. Serie	5.25	5.20	5.27	5.30	5.20	5.27	5.28	5.25 ±.01
4a. Serie	5.25	5.24	5.22	5.29	5.21	5.31	5.23	5.25 ±.01

* La incertidumbre en los valores anotados es de ±0.02 vueltas, tomando en cuenta la propagación de incertidumbres a partir de la Tabla III.

ser a lo más, cubierta o no evidente por la luz roja mucho más intensa que se produce al girar el tamborcillo alejándonos del mínimo luminoso. Así, la estimación visual de los mínimos luminosos se basó en el criterio de los cambios de color (rojo por azul). Con esta observación se concluye también que la lámpara láser emite luz azul de poca intensidad (o sea que el láser de He-Ne no es estrictamente monocromático).

- b) El ojo humano es muy sensible a cambios en intensidades luminosas cuando las intensidades comparadas están dentro del rango utilizado en esta calibración. Sin embargo para comparación de intensidades menores es mejor el detector electrónico, como nos daremos cuenta en los capítulos V y VI de este trabajo.

CAPITULO IV

INTERACCION DE LA LUZ CON EL ELIPSOMETRO Y
PRINCIPIOS DE MEDIDAS ELIPSOMETRICAS.

CAPITULO IV

INTERACCION DE LA LUZ CON EL ELIPSOMETRO Y
PRINCIPIOS DE MEDIDAS ELIPSOMETRICAS.-

IV.1.- INTRODUCCION.-

Este capítulo es uno de los más importantes de este trabajo, ya que estudiaremos el comportamiento de la luz al interactuar sucesivamente con cada uno de los sistemas ópticos que conforman al elipsómetro, incluyendo su interacción con la muestra reflectora por analizar, apoyados en el contenido de los tres capítulos anteriores. La comprensión de todas estas interacciones de la luz con la materia nos permitirá establecer un método y desarrollar una técnica para medir los ya definidos ángulos elipsométricos Δ y ψ , los cuales posibilitarán el cálculo de ciertas características y propiedades de los sistemas reflectores materiales usados como muestras, cumpliendo así con el objetivo de todo experimento elipsométrico.

Los sistemas reflectores por analizar y sus características por conocer, en este trabajo, serán de dos tipos:

A) Sistema reflector: Superficie constituida por la frontera óptica entre dos medios, uno, el medio ambiente (aire) y otro, la muestra por analizar.

Datos conocidos: Índice de refracción del medio ambiente (\tilde{n}_1) para la longitud de onda de la luz utilizada.

Cantidades medidas: Angulo de incidencia de la luz con el sistema reflector (θ_i), ángulos elipsométricos Δ y ψ .

Características por conocer: Índice de refracción complejo (\tilde{n}_2) de la muestra. Obtenido por medio de las ecs. (171) y (172), utilizan-

do el método computacional descrito en la sección I.3.8.

B) Sistema reflector: superficies constituidas por las fronteras ópticas entre tres medios, uno, el medio ambiente (aire), otro, película delgada depositada o creada sobre el tercer medio, llamado sustrato.

Datos conocidos: Índice de refracción del medio ambiente (\bar{n}_1), índice de refracción del sustrato (\bar{n}_3), longitud de onda en el vacío de la luz utilizada (λ_0).

Cantidades medidas: Angulo de incidencia (θ_{i1}) de la luz con el sistema reflector, ángulos elipsométricos Δ y ψ . Estos valores se miden para dos ángulos de incidencia distintos, según se vió cuando se desarrolló la teoría para resolver la Ec. Fundamental de la Elipsometría.

Características por conocer: Índice de refracción de la película delgada (\bar{n}_2) y su espesor (d). Estos valores se obtienen utilizando la Ec. Fundamental de la Elipsometría (ec. (254)) y el método computacional descrito en la sección I.7.4.

IV.2.- PRINCIPIOS GENERALES DE MEDICIONES ELIPSOMETRICAS.-

El arreglo experimental para efectuar mediciones elipsométricas (mediciones de Δ y ψ) se muestra esquemáticamente en la figura 46, donde pue-

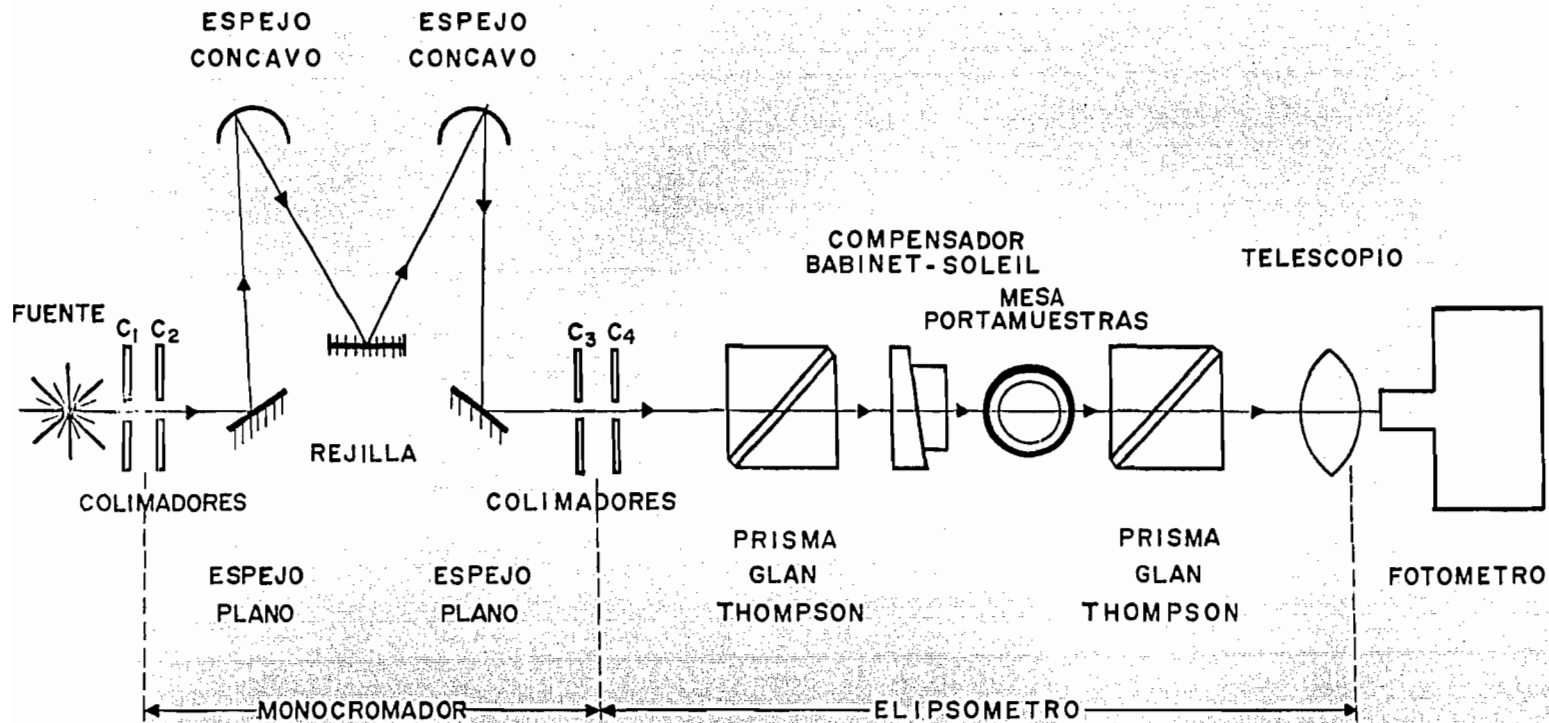


FIG. 46

de verse que una vez que la luz ha sido monocromada pasa por el colimador del elipsómetro y atraviesa el sistema polarizador, emergiendo de él linealmente polarizada. Después atraviesa el sistema compensador provisto del prisma Babinet-Soleil arreglado para actuar como placa de un cuarto de longitud de onda (no se usará una placa de un cuarto de longitud de onda por exhibir ésta el fenómeno llamado pleocroísmo, o sea, la placa de mica tiene un coeficiente de extinción para oscilaciones eléctricas en la dirección de su eje rápido que es distinto al correspondiente a oscilaciones eléctricas a lo largo de su eje lento), el cual convierte la luz linealmente polarizada incidente en luz con un modo de polarización que depende de la posición relativa entre su eje rápido y la dirección de polarización del prisma de Glan-Thompson del sistema polarizador (dependencia estudiada en el capítulo I). Esta luz incide en el sistema reflector (muestra por analizar) y al reflejarse sufre un cambio de fase Δ y un cambio en la relación entre las amplitudes de sus componentes dado por ψ (según sus definiciones). Finalmente esta luz con su nuevo modo de polarización incide en el sistema analizador, el cual nos permitirá conocer el modo de polarización de esta luz, sólo cuando se encuentre linealmente polarizada, ya que entonces la podrá extinguir cuando su dirección de vibración eléctrica sea perpendicular a la dirección de polarización del prisma Glan-Thompson del sistema analizador, indicándonos tal dirección de vibración. En cualquier otro caso el sistema, analizador sólo nos indicará que la luz está elípticamente polarizada, pudiéndonos indicar su azimut pero no su elipticidad. Es por esto, que para usar óptimamente el analizador debe incidir sobre él luz linealmente polarizada, por lo que exigiremos en nuestra experimentación que la luz reflejada por la muestra esté linealmente polarizada. Además sabemos (por la función del sistema polarizador), que la luz que incide en el compensador B - S también está linealmente polarizada.

Para que estas dos exigencias se cumplan simultáneamente debe suceder que el cambio en el estado de polarización de la luz al cruzar el compensador B-S se compense con el cambio en el estado de polarización sufrido por la luz al reflejarse en la muestra. El primero de estos cambios depende de la posición relativa, como ya se indicó, entre el eje rápido del compensador B-S y la dirección de polarización del prisma de Glan-Thompson del sistema polarizador. En los experimentos llevados a cabo se mantuvo fija la posición del eje rápido del compensador, por lo que se logran diferentes cambios de polarización de la luz que lo atraviezan, con sólo variar la dirección de polarización del prisma Glan-Thompson del sistema polarizador. Estas posiciones fijas del eje rápido del compensador se escogieron de tal forma que se simplificarán los cálculos y se cuantificarán una vez que definamos la posición azimutal de este dispositivo. Así, el cambio en el estado de polarización sufrido por la luz al cruzar el compensador B-S esta en función de dos cantidades por definir: posición azimutal (P) del polarizador y posición azimutal (Q) del compensador. Cuando estas dos posiciones son tales que compensan el cambio de polarización de la luz al reflejarse, le llamaremos posiciones azimutales de minimización P_0 y Q_0 , y a la posición azimutal (A) del analizador en la que es posible anular la luz que ha sido reflejada por la muestra (linealmente polarizada cuando $P = P_0$ y $Q = Q_0$) le llamaremos A_0 . La sección siguiente se encarga de definir formalmente estas posiciones azimutales A, Q, P, A_0 , Q_0 y P_0 ; demostrando que es posible obtener valores de Δ y ψ a partir de los valores de P_0 , Q_0 y A_0 .

IV.3.- INTERACCION LUMINOSA CON LOS SISTEMAS OPTICOS DEL ELIPSOMETRO.-

IV.3.1.- DEFINICIONES.-

Las posiciones azimutales del polarizador, compensador y analizador

(P, Q y A, respectivamente) se definen de la siguiente forma:

- A) P es el ángulo entre la dirección de polarización del prisma de Glan-Thompson del sistema polarizador y el plano de incidencia. Su valor se lee en el vernier superior del sistema polarizador.
- B) Q es el ángulo entre la dirección del eje rápido del compensador B-S del sistema compensador y el plano de incidencia. Tomará un valor fijo para cada uno de los cuatro cuadrantes trigonométricos, para tener control sobre la polarización de la luz que lo cruza con sólo variar P. Estos valores fijos son, para facilitar los cálculos posteriores: 45° , 135° , 225° y 315° ; leídos en el vernier del sistema compensador.
- C) A es el ángulo entre la dirección de polarización del prisma de Glan-Thompson del sistema analizador y el plano de incidencia, leído en el vernier superior del sistema analizador.

Todos los ángulos anteriores se miden con respecto a un sistema de referencia ortogonal derecho, con el eje Z en dirección de propagación de la luz y el eje X en el plano de incidencia, como lo muestra la figura 47; las medidas angulares se efectúan en sentido positivo a partir del sentido positivo del eje X, cuando el sistema se mida en dirección y sentido de -Z.

En base a las definiciones anteriores podemos pasar a definir las posiciones azimutales de minimización (P_0 , Q_0 y A_0) de la siguiente forma: P_0 y Q_0 son las posiciones del polarizador y del compensador, respectivamente, para los cuales la luz reflejada por la muestra se encuentra linealmente polarizada; por otro lado, A_0 es la posición azimutal del analizador en que se logra anular la luz linealmente polarizada que ha sido reflejada por la muestra.

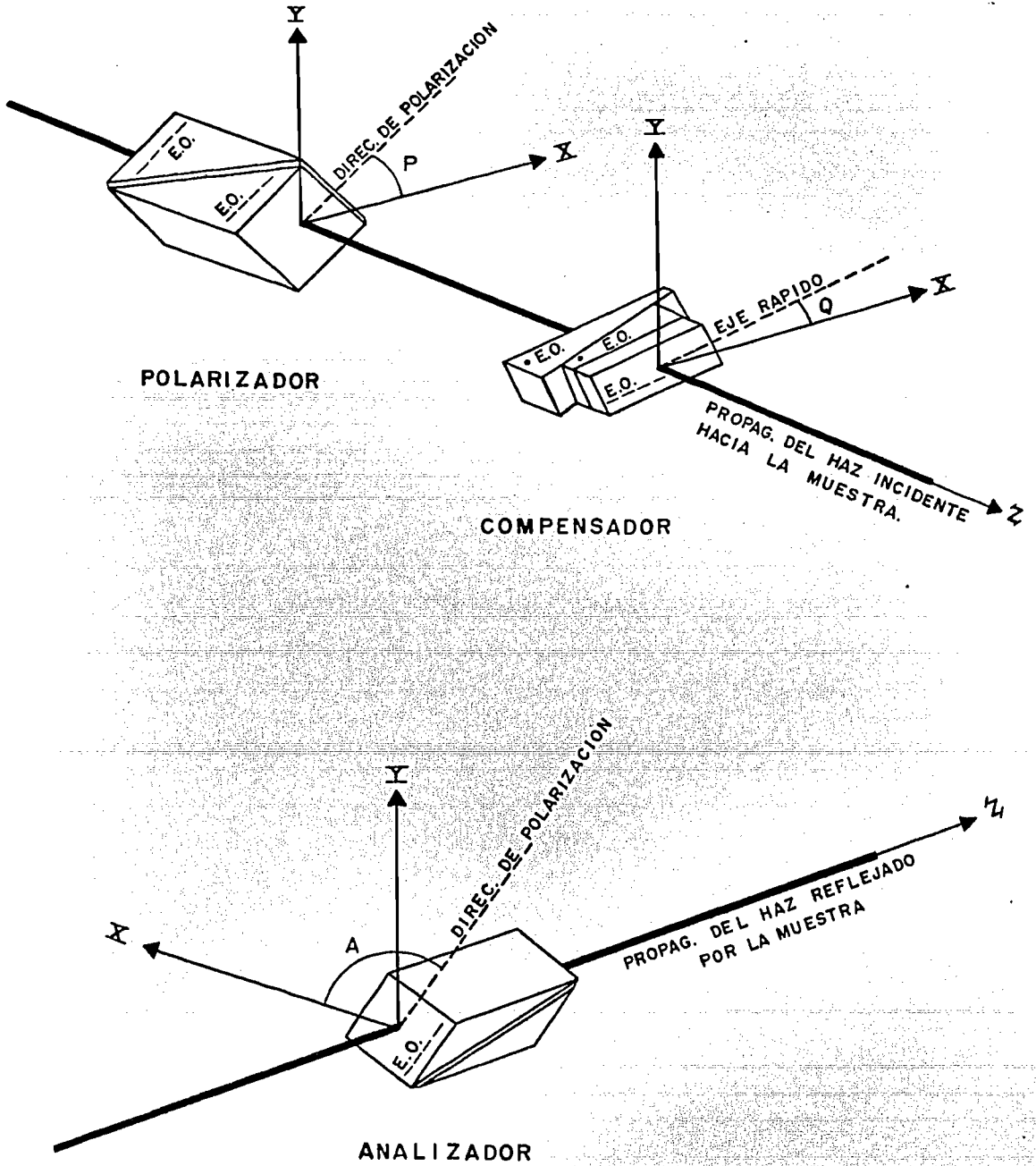


FIG. 47

IV.3.2.- INTERACCION CON EL SISTEMA POLARIZADOR.-

La luz que es emitida por la fuente (ver figura 46) y después de haber atravesado el sistema monocromador, puede expresarse por un vector eléctrico complejo, que según la ec. (38), es:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)} \quad \dots(267)$$

donde el vector de componentes complejas \vec{E}_0 esta dado por las ecs. (40) y (42). Esta luz incide en el prisma de Glan-Thompson del sistema polarizador, después de cruzar el colimador C_4 al entrar al elipsómetro, emergiendo de él linealmente polarizada (según el estudio hecho en el capítulo I), lo que significa que la diferencia de fases entre las componentes X y Y del vector eléctrico es, según la ec.(70), 0 ó π . Así, substituyendo la ec. (70) en las ecs. (40) y (42), y éstas en las ec. (267), concluimos que la luz después de pasar por el polarizador puede representarse por un vector eléctrico (\vec{E}_p), que es:

$$\vec{E}_p = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz + \phi_x)} \quad \dots(268)$$

donde \vec{E}_0 está dado por las ec. (40) y (42) con $\phi_y = \phi_x$ ó $\phi_y = \pi + \phi_x$. Esta luz linealmente polarizada incidirá en el sistema compensador como veremos en seguida.

IV.3.3.- INTERACCION CON EL SISTEMA COMPENSADOR.-

La interacción de la luz linealmente polarizada, representada por el vector eléctrico de la ec. (268), con el compensador B-S del sistema compensador, producirá cambios de polarización de esta luz que dependerán de dos características:

- a) Orientación relativa entre la dirección de vibración del vector eléctrico de la luz incidente (cuantificada por la cantidad, ya

definida, P) y la dirección del eje rápido del compensador (o sea, la posición azimutal Q).

- b) Desfasamiento producido por el compensador entre el vector eléctrico de la luz, vibrando en dirección del eje rápido del compensador (componente f), y el vector eléctrico vibrando en dirección del eje lento del compensador (componente s).

Por lo que conviene expresar al vector eléctrico de la luz incidente (ec.(268)) al sistema compensador, en componentes a lo largo del eje rápido ($\vec{E}_{p,f}$) y a lo largo del eje lento ($\vec{E}_{p,s}$). Así:

$$\vec{E}_{p,f} = F(P,Q) e^{i(\omega t - kz + \phi_x)} \quad \dots(269)$$

$$\vec{E}_{p,s} = S(P,Q) e^{i(\omega t - kz + \phi_x)} \quad \dots(270)$$

donde F (P,Q) y S (P,Q) son funciones de las posiciones azimutales del polarizador y del compensador, que representan las componentes a lo largo de las direcciones f y s, respectivamente, del vector \vec{E}_0 de la ec. (268). Los valores de estas funciones pueden obtenerse fácilmente observando la figura 48, donde están indicadas las direcciones del eje rápido (f), del eje lento (s), las posiciones azimutales del polarizador y del compensador, y el vector \vec{E}_0 de la luz incidente, todo esto dentro del marco de referencia ya definido para las distintas combinaciones, en los cuatro cuadrantes, entre las posiciones azimutales escogidas del compensador (Q=45°, 135°, 225° y 315°) y las posiciones azimutales arbitrarias posibles del polarizador; estos valores de F (P,Q) y S (P,Q) se muestran clasificados en la tabla V, a continuación:

TABLA V

INTERVALO DE P	Q = 45°	Q = 315°	Q = 135°	Q = 225°
0° ≤ P < 45°	F= E ₀ cos (Q-P)	F= E ₀ cos (Q-P)	F= - E ₀ cos (Q-P)	F= - E ₀ cos (Q-P)
	S= E ₀ sen (Q-P)	S= - E ₀ sen (Q-P)	S= E ₀ sen (Q-P)	S= - E ₀ sen (Q-P)
45° ≤ P < 90°	F= E ₀ cos (Q-P)	F= - E ₀ cos (Q-P)	F= E ₀ cos (Q-P)	F= - E ₀ cos (Q-P)
	S= - E ₀ sen (Q-P)	S= - E ₀ sen (Q-P)	S= E ₀ sen (Q-P)	S= E ₀ sen (Q-P)
90° ≤ P < 135°	F= E ₀ cos (Q-P)	F= - E ₀ cos (Q-P)	F= E ₀ cos (Q-P)	F= - E ₀ cos (Q-P)
	S= - E ₀ sen (Q-P)	S= - E ₀ sen (Q-P)	S= E ₀ sen (Q-P)	S= E ₀ sen (Q-P)
135° ≤ P < 180°	F= - E ₀ cos (Q-P)	F= - E ₀ cos (Q-P)	F= E ₀ cos (Q-P)	F= E ₀ cos (Q-P)
	S= - E ₀ sen (Q-P)	S= E ₀ sen (Q-P)	S= - E ₀ sen (Q-P)	S= E ₀ sen (Q-P)
180° ≤ P < 225°	F= - E ₀ cos (Q-P)	F= - E ₀ cos (Q-P)	F= E ₀ cos (Q-P)	F= E ₀ cos (Q-P)
	S= - E ₀ sen (Q-P)	S= E ₀ sen (Q-P)	S= - E ₀ sen (Q-P)	S= E ₀ sen (Q-P)
225° ≤ P < 270°	F= - E ₀ cos (Q-P)	F= E ₀ cos (Q-P)	F= - E ₀ cos (Q-P)	F= E ₀ cos (Q-P)
	S= E ₀ sen (Q-P)	S= E ₀ sen (Q-P)	S= - E ₀ sen (Q-P)	S= - E ₀ sen (Q-P)
270° ≤ P < 315°	F= - E ₀ cos (Q-P)	F= E ₀ cos (Q-P)	F= - E ₀ cos (Q-P)	F= E ₀ cos (Q-P)
	S= E ₀ sen (Q-P)	S= E ₀ sen (Q-P)	S= - E ₀ sen (Q-P)	S= - E ₀ sen (Q-P)
315° ≤ P < 360°	F= E ₀ cos (Q-P)	F= E ₀ cos (Q-P)	F= - E ₀ cos (Q-P)	F= - E ₀ cos (Q-P)
	S= E ₀ sen (Q-P)	S= - E ₀ sen (Q-P)	S= E ₀ sen (Q-P)	S= - E ₀ sen (Q-P)

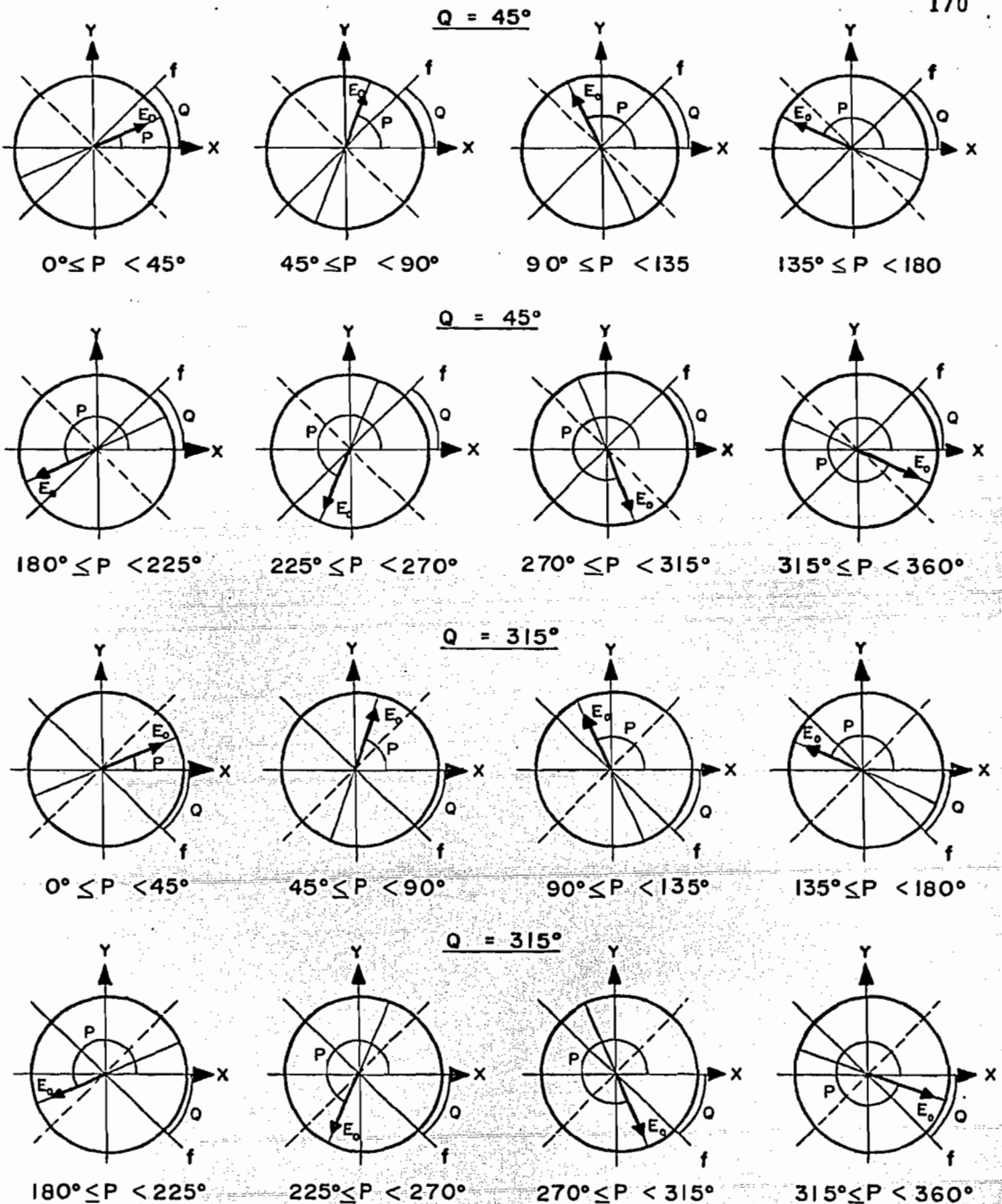


FIGURA 48

(Continúa en la siguiente página)

Se muestran las posibles orientaciones angulares (P) que pueden tomar el plano de polarización de la luz que ha pasado por el polarizador, para cuatro distintas orientaciones angulares con el eje rápido f del compensador.

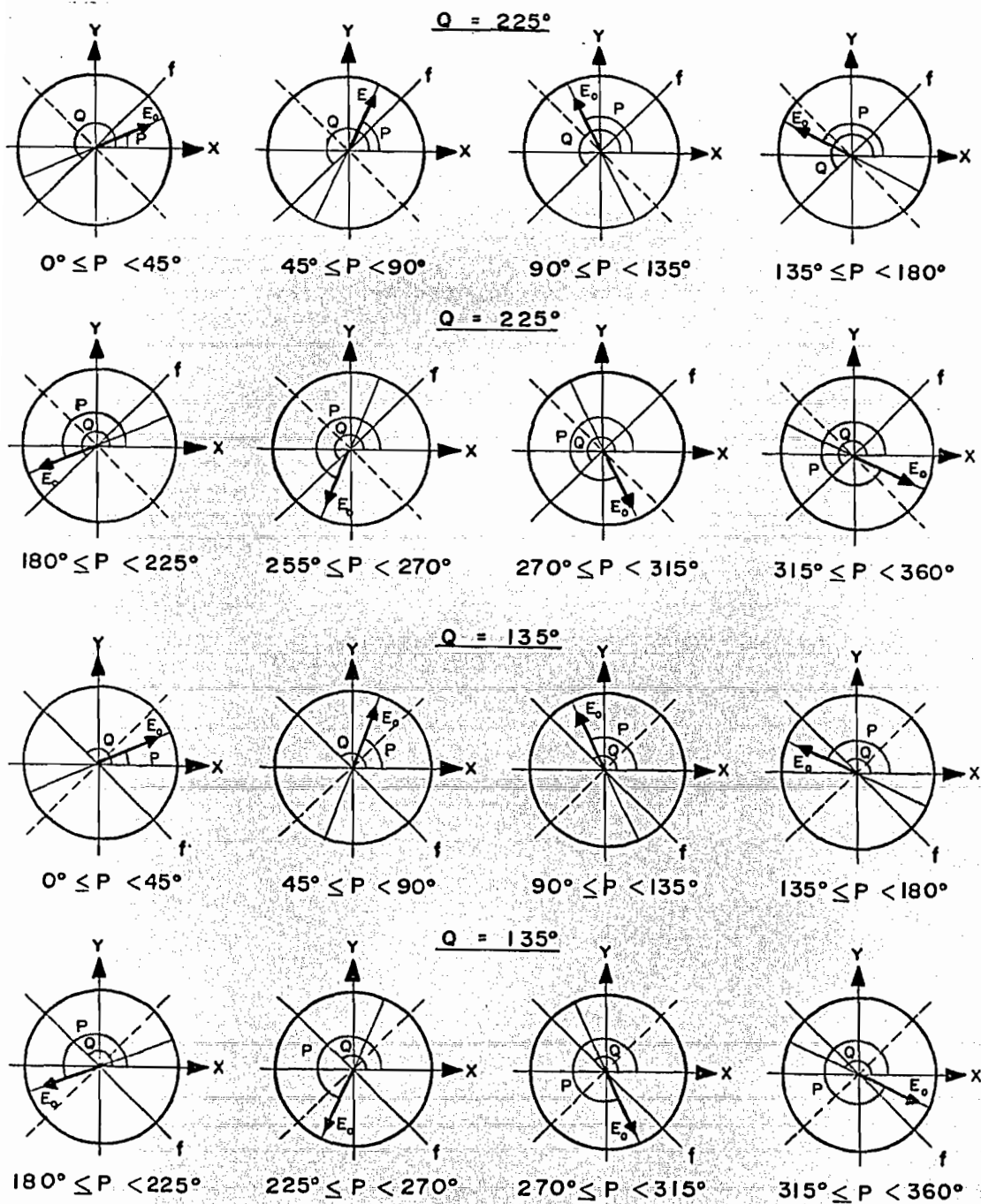


FIGURA 48
(Continuación)

Observando la tabla V, nos damos cuenta que hay intervalos distintos de la posición azimutal P en los que las funciones $F(P,Q)$ y $S(P,Q)$ toman el mismo valor, por lo que podemos unir éstos intervalos y simplificar la tabla V, como se muestra en la tabla VI.

Una vez que el haz luminoso atraviesa el prisma Babinet-Soleil, del sistema compensador, puede representarse por un vector eléctrico complejo ($\tilde{E}_{p,c}$), que expresado en componentes a lo largo del eje rápido ($\tilde{E}_{p,c,f}$) y del eje lento ($\tilde{E}_{p,c,s}$) según la teoría de la interacción de la luz con materiales birrefringentes vista en el capítulo I, es:

$$\tilde{E}_{p,c,f} = F(P,Q) e^{i(\omega t - kz + \phi_x + \phi_f)} \quad \dots(271)$$

$$\tilde{E}_{p,c,s} = S(P,Q) e^{i(\omega t - kz + \phi_x + \phi_s)} \quad \dots(272)$$

donde $F(P,Q)$ y $S(P,Q)$ son las mismas funciones que en las ecs. (269) y (270); ϕ_f y ϕ_s son los desfases sufridos por la componente f y la componente s , respectivamente, al cruzar el compensador B-S. En nuestros experimentos (descritos en los dos últimos capítulos) el compensador B-S se usó como si fuera una placa de un cuarto de onda por ser un dispositivo hecho de cuarzo, el cual es no-dicroico, por lo que la cantidad $\phi_f - \phi_s$ tomará el valor $\pm 90^\circ$. La calibración del compensador B-S que nos permite utilizarlo como placa de un cuarto de onda, para las longitudes de onda usadas en los experimentos, se describió en las secciones III 5.3 y III 5.4. Así, en nuestro caso:

$$\phi_f - \phi_s = \pm 90^\circ \quad \dots(273)$$

Las ecs. (271) y (272) representan al vector eléctrico de la luz que emerge del sistema compensador, la cual, en general estará elípticamente polarizada, con un modo de polarización que dependerá de los valores de P , Q y $\phi_f - \phi_s$. Esta luz es la que incide sobre el sistema reflec-

TABLA VI

INTERVALO DE P	Q = 45°	Q = 315°	Q = 135°	Q = 225°
$315^\circ \leq P < 45^\circ$	$F = \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$	$F = \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = - \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$	$F = - \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$	$F = - \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = - \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$
$45^\circ \leq P < 135^\circ$	$F = \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = - \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$	$F = - \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = - \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$	$F = \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$	$F = - \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$
$135^\circ \leq P < 225^\circ$	$F = - \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = - \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$	$F = - \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$	$F = \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = - \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$	$F = \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$
$225^\circ \leq P < 315^\circ$	$F = - \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$	$F = \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$	$F = - \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = - \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$	$F = \vec{E}_0 \cos (Q-P)$ $S = - \vec{E}_0 \operatorname{sen} (Q-P)$

tor ó muestra, por analizar; ésta interacción será tratada en seguida.

IV.3.4. INTERACCION CON LA MUESTRA REFLECTORA.-

IV.3.4.1.- Luz Incidente.-

Durante el proceso de reflexión, la luz sufre cambios en su modo de polarización que son fácilmente analizables, según se estudió en el capítulo I, si expresamos el vector eléctrico que la representa en componentes π y σ (ya definidas), por lo que para analizar la interacción de la luz con la muestra reflectora, descompondremos el vector $\vec{E}_{p,c}$ de la luz incidente (dado por las ec. (271) y (272)) en un vector unidimensional paralelo al plano de incidencia ($\vec{E}_{p,c,\pi}$) y otro perpendicular a dicho plano ($\vec{E}_{p,c,\sigma}$). Para lograr ésto, debemos proyectar sobre las direcciones π y σ (las cuales coinciden con las direcciones de los ejes cartesianos X y Y, respectivamente) las componentes f y s de la luz incidente, las cuales se muestran en la fig. 49 para cualquiera de los intervalos de P y valores de Q dados en la tabla VI. Analizando la fig. 49 y recordando los valores de Q permitidos ($45^\circ, 135^\circ, 225^\circ$ y 315°) debido a la colocación experimental del compensador B-S, podemos obtener las ecuaciones de las componentes π ($E_{p,c,\pi}$) y σ ($E_{p,c,\sigma}$) de la luz que incide de la muestra reflectora, a partir de las componentes f y s de dicha luz. Estas ecuaciones son válidas para valores de P en todo su dominio ($0 \leq P < 360^\circ$) y valores de Q permitidos ($45^\circ, 135^\circ, 225^\circ$ y 315°) y son:

$$\vec{E}_{p,c,\pi} = |\vec{E}_0| e^{i(\omega t - kz + \phi_x)} \{ \cos(Q-P) \cos Q e^{i\phi_f} + \sin(Q-P) \sin Q e^{i\phi_s} \} \quad \dots(274)$$

$$\vec{E}_{p,c,\sigma} = |\vec{E}_0| e^{i(\omega t - kz + \phi_x)} \{ \cos(Q-P) \sin Q e^{i\phi_f} - \sin(Q-P) \cos Q e^{i\phi_s} \} \quad \dots(275)$$

Dividiendo la ec. (274) entre la ec. (275), obtenemos:

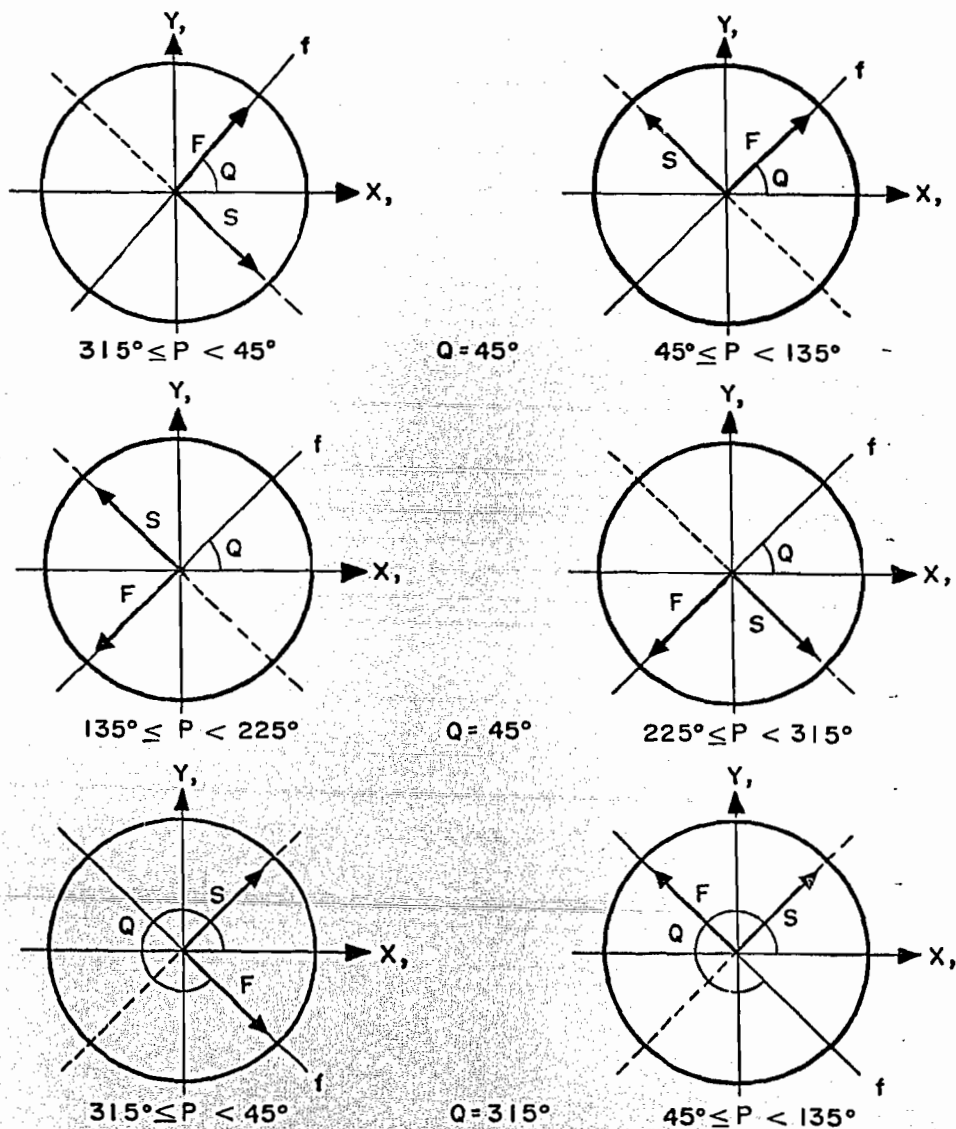
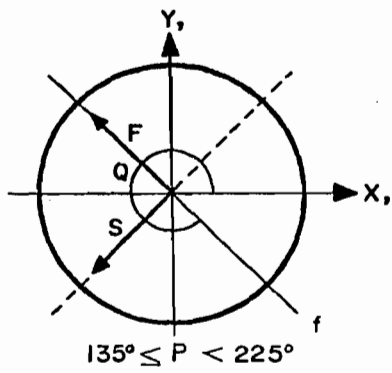


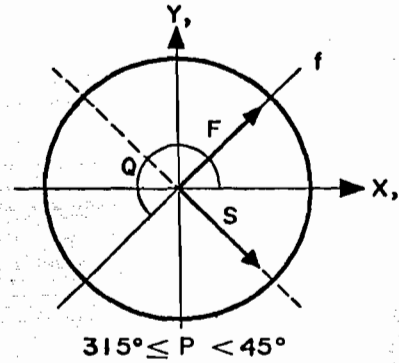
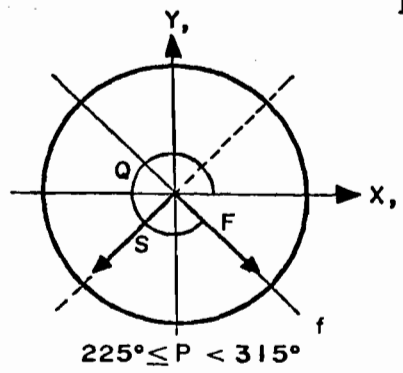
FIGURA 49

(Continúa en la página siguiente)

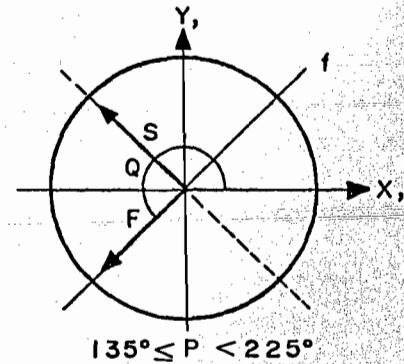
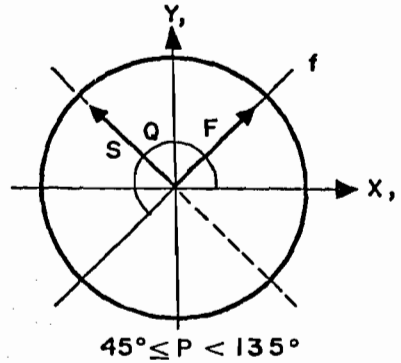
En ésta figura se muestran las componentes vectoriales F y S de la luz que incide sobre la muestra reflectora para distintos ángulos P y distintos valores de Q; se muestran también los ejes cartesianos X y Y, que coinciden con las direcciones π y σ a lo largo de las cuales descompondremos el vector eléctrico de la luz, estas componentes $E_{p,c,\pi}$ y $E_{p,c,\sigma}$ pueden obtenerse por relaciones trigonométricas observando esta figura, y se dan en las eqs. (274) y (275).



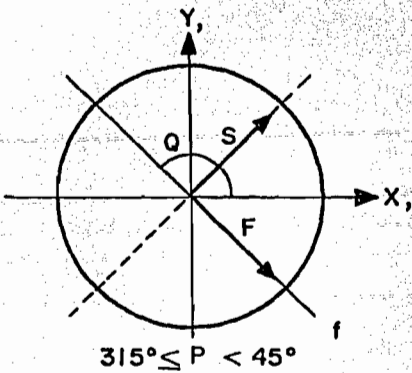
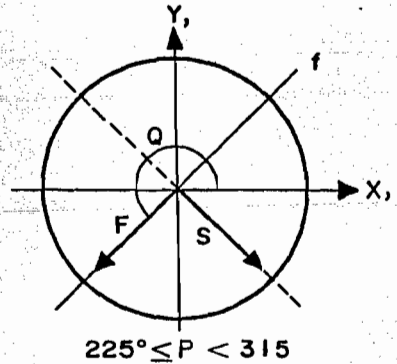
$Q = 315^\circ$



$Q = 225^\circ$



$Q = 225^\circ$



$Q = 135^\circ$

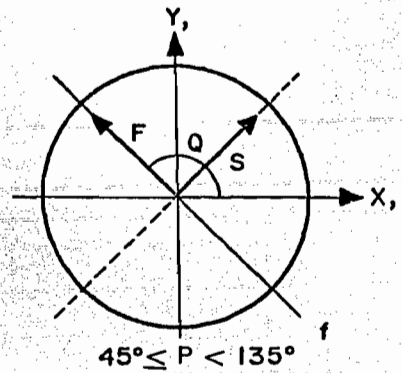


FIGURA 49
(Continuación)

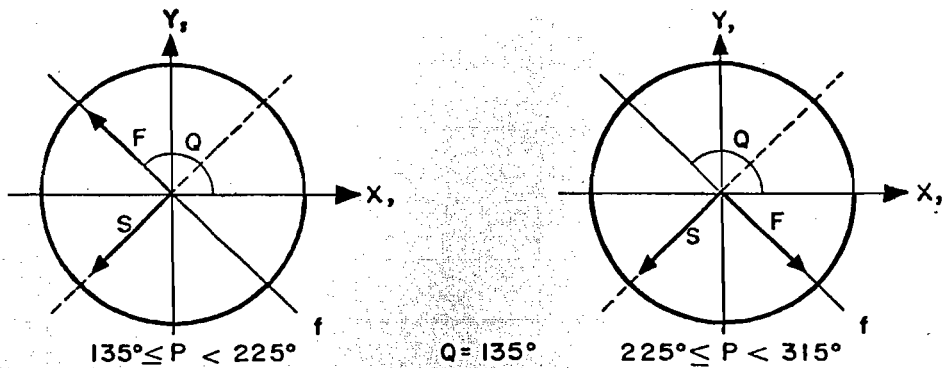


FIGURA 49

(Continuación)

$$\frac{\tilde{E}_{p,c,\pi}}{\tilde{E}_{p,c,\sigma}} = \frac{\cos(Q-P) \cos Q e^{i\phi_f} + \sin(Q-P) \sin Q e^{i\phi_s}}{\cos(Q-P) \sin Q e^{i\phi_f} - \sin(Q-P) \cos Q e^{i\phi_s}} \quad \dots(276)$$

El primer miembro de la igualdad anterior es un número complejo y puede expresarse como el producto de su módulo por la exponencial compleja de su argumento, así:

$$\frac{\tilde{E}_{p,c,\pi}}{\tilde{E}_{p,c,\sigma}} = \frac{|\tilde{E}_{p,c,\pi}|}{|\tilde{E}_{p,c,\sigma}|} \frac{e^{i\phi_i^\pi}}{e^{i\phi_i^\sigma}} = \frac{|\tilde{E}_{p,c,\pi}|}{|\tilde{E}_{p,c,\sigma}|} e^{i(\phi_i^\pi - \phi_i^\sigma)} \quad \dots(277)$$

donde ϕ_i^π y ϕ_i^σ son las fases de las componentes π y σ incidentes sobre la muestra reflectora. Substituyendo la ec. (277) en la ec. (276), dividiendo numerador y denominador del segundo miembro de la igualdad entre $\sin(Q-P) \cos Q e^{i\phi_s}$, substituyendo entonces el valor de $\phi_f - \phi_s$ dado

por la ec. (273) por usar el compensador como placa de un cuarto de onda y expresando la exponencial de $\phi_f - \phi_s$ en términos de senos y cosenos, obtenemos:

$$\frac{|\tilde{E}_{p,c,\pi}|}{|\tilde{E}_{p,c,\sigma}|} e^{i(\phi_i^\pi - \phi_i^\sigma)} = \frac{i \operatorname{ctg}(Q-P) + \operatorname{tg} Q}{i \operatorname{ctg}(Q-P) \operatorname{tg} Q - 1} \dots(278)$$

efectuando la división indicada en el segundo miembro de la última igualdad substituyendo en ella los siguientes valores de tangente de Q:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} Q &= 1 & \text{si } Q &= 45^\circ \text{ ó } 225^\circ \\ \operatorname{tg} Q &= -1 & \text{si } Q &= 135^\circ \text{ ó } 315^\circ \end{aligned} \dots(279)$$

y utilizando las siguientes relaciones trigonométricas:

$$\begin{aligned} 1 + \operatorname{ctg}^2(Q-P) &= \{\operatorname{sen}^2(Q-P)\}^{-1} \\ \pm \operatorname{sen}^2(Q-P) \pm \cos^2(Q-P) &= \pm \cos 2(Q-P) \\ 2 \cos(Q-P) \operatorname{sen}(Q-P) &= \operatorname{sen} 2(Q-P) \end{aligned}$$

obtenemos:

$$\frac{|\tilde{E}_{p,c,\pi}|}{|\tilde{E}_{p,c,\sigma}|} e^{i(\phi_i^\pi - \phi_i^\sigma)} = \pm \cos 2(Q-P) - i \operatorname{sen} 2(Q-P) \dots(280)$$

con signo superior cuando $Q=45^\circ$ ó 225° ; e inferior cuando $Q = 135^\circ$ ó 315° .

Renombrando a la diferencia de fases entre la onda π y la onda σ y a la relación entre sus amplitudes, de la luz incidente sobre la muestra reflectora, así:

$$\frac{|\tilde{E}_{p,c,\pi}|}{|\tilde{E}_{p,c,\sigma}|} = \operatorname{tg} L \dots(281)$$

$$\phi_i^\pi - \phi_i^\sigma = \Delta_E \quad \dots(282)$$

podemos expresar la ec. (280) como sigue:

$$\text{tg } L e^{i\Delta_E} = \pm \cos 2(Q-P) - i \text{sen } 2(Q-P) \quad \dots(283)$$

separando parte real de parte imaginaria en la última igualdad, obtenemos 2 ecuaciones:

$$\text{tg } L \cos \Delta_E = \pm \cos 2(Q-P) \quad \dots(284)$$

$$\text{tg } L \text{sen } \Delta_E = - \text{sen } 2(Q-P) \quad \dots(285)$$

despejando tg L de la ec. (285) y substituyendo en la ec. (284) y recordando que:

$$\mp \text{ctg } 2(Q-P) = \text{ctg } \{\mp 2(Q-P)\}$$

obtenemos:

$$\text{ctg } \Delta_E = \text{ctg } \{\mp 2(Q-P)\} \quad \dots(286)$$

Tomando en cuenta el período de la función ctg (180°), de la ec. (286) podemos obtener la relación entre los argumentos de las funciones, la cual es:

$$\Delta_E + n(180^\circ) = \mp 2(Q-P) + n'(180^\circ) \quad \dots(287)$$

donde n y n' son enteros. Despejando Δ_E de la ec. (287) obtenemos:

$$\Delta_E = \mp 2(Q-P) + (n'-n) 180^\circ \quad \dots(288)$$

con signo superior para $Q = 45^\circ$ ó 225° , e inferior para $Q = 135^\circ$ ó 315° . Esta ecuación (288) cuantifica la diferencia de fase Δ_E entre las componentes π y σ del haz que incide sobre la muestra reflectora, después de que éste ha pasado por un polarizador de

posición azimutal P y un compensador B-S, usado como placa de un cuarto de onda, con posición azimutal Q ($Q=45^\circ, 135^\circ, 225^\circ$ ó 315°).

Substituyendo ec. (288) en la ec. (284) y despejando $\text{tg } L$, obtenemos:

$$\text{tg } L = \frac{\pm \cos 2(Q-P)}{\cos \left\{ \frac{1}{2} 2(Q-P) + (n'-n) 180^\circ \right\}} \quad \dots (289)$$

la diferencia $n' - n$ en la ec. (289) puede ser par ó impar, puede demostrarse que eun uno ú otro caso se llega a resultados equivalentes, por lo que tomaremos $n' - n$ par. Haciéndolo, la ec. (289) se reduce a la siguiente relación:

$$\text{tg } L = \pm 1 \quad \dots (290)$$

con signo superior para $Q=45^\circ$ ó 225° , e inferior para $Q=135^\circ$ ó 315° .

Las ecs. (288) y (290) caracterizan a la luz que incide sobre la muestra reflectora y serán utilizadas para obtener las relaciones entre las posiciones azimutales de minimización (ya definidas) y el valor de Δ y ψ (ya definidos).

IV.3.4.2.- Relación entre el valor de Δ y las posiciones azimutales de minimización del polarizador.-

El principio general para efectuar mediciones elipsométricas, discutido en la sección IV.2, establece que para una posición azimutal del compensador Q permitida y un cierto ángulo de incidencia θ_i , la posición azimutal del polarizador debe ser tal que la luz reflejada por la muestra se encuentre linealmente polarizada. Las posiciones azimutales del compensador y

del polarizador en las que el principio anterior se cumple les llamamos (ver secc. IV.3.1) posiciones azimutales de minimización y se denotaron por Q_0 y P_0 , respectivamente. Esta sección se encarga de deducir el número de valores que pueden tomar Q_0 y P_0 , y de encontrar la relación entre estos valores y el valor del ángulo elipsométrico Δ .

Otra forma de enunciar el principio general para mediciones elipsométricas es: el desfaseamiento Δ_E (ec. (288)) producido en las componentes de la luz al cruzar el polarizador y el compensador debe compensar al desfaseamiento Δ (ec. (158)) producido en la reflexión.

Este principio se cumple en dos ocasiones: cuando Δ_E es el inverso aditivo de Δ y cuando $\Delta_E - 180^\circ$ es el inverso aditivo de Δ . En ecuaciones, se cumple cuando:

$$\Delta_E = -\Delta \quad \dots(291)$$

$$\Delta_E = -\Delta + 180^\circ \quad \dots(292)$$

Así, para un valor permitido de Q (45° , 135° , 225° ó 315°) habrá dos posiciones azimutales del polarizador, diferenciando 180° una de la otra, que satisfagan cada una de las dos condiciones anteriores (ecs. (291) y (292)); ó sea, habrá 4 posiciones azimutales de minimización del polarizador para cada valor permitido de Q , que nos lleven a la luz linealmente polarizada bajo la reflexión por la muestra. Como los valores de Q permitidos son cuatro, tendremos entonces 16 valores posibles para P_0 , los cuales los caracterizaremos con las letras A, B y C utilizadas como subíndices según la siguiente nomenclatura:

$$P_0 = P_{A,B,C} \quad \dots(293)$$

donde:

A = 1 ó 2, si P satisface la ec. (291) ó la ec. (292), respectivamente.

B = 1 ó 2, siendo $P_{A,1,C} = P_{A,2,C} - 180^\circ$, ya que al girar 180° el polarizador a partir de una posición azimutal de minimización, llegamos a otra posición de minimización.

C = 1, 2, 3 ó 4, si Q vale 45° , 135° , 225° ó 315° , respectivamente.

Substituyendo la ec. (288) en las condiciones expresadas por las ecs. (291) y (292), y tomando en cuenta la nomenclatura anterior con los distintos valores de Q, obtenemos 16 valores del ángulo elipsométrico Δ , los cuales teóricamente para elementos ópticos ideales deben de coincidir, sin embargo bajo el trabajo experimental real no coinciden, como nos daremos cuenta en los dos últimos capítulos de éste trabajo, por lo que éstos 16 valores experimentales distintos nos servirán para manejar una estadística de valores de Δ . Estos 16 valores de Δ , son:

$$\Delta_1 = 2(45^\circ - P_{111}) - (n' - n)_1 180^\circ$$

$$\Delta_2 = 2(45^\circ - P_{121}) - (n' - n)_2 180^\circ$$

$$\Delta_3 = 2(45^\circ - P_{211}) - (n' - n)_3 180^\circ + 180^\circ$$

$$\Delta_4 = 2(45^\circ - P_{221}) - (n' - n)_4 180^\circ + 180^\circ$$

$$\Delta_5 = -2(135^\circ - P_{112}) - (n' - n)_5 180^\circ$$

$$\Delta_6 = -2(135^\circ - P_{122}) - (n' - n)_6 180^\circ$$

$$\begin{aligned}
\Delta_7 &= -2(135^\circ - P_{212}) - (n' - n)_7 180^\circ + 180^\circ \\
\Delta_8 &= -2(135^\circ - P_{222}) - (n' - n)_8 180^\circ + 180^\circ \\
\Delta_9 &= 2(225^\circ - P_{113}) - (n' - n)_9 180^\circ \\
\Delta_{10} &= 2(225^\circ - P_{123}) - (n' - n)_{10} 180^\circ \\
\Delta_{11} &= 2(225^\circ - P_{213}) - (n' - n)_{11} 180^\circ + 180^\circ \\
\Delta_{12} &= 2(225^\circ - P_{223}) - (n' - n)_{12} 180^\circ + 180^\circ \quad \dots(294) \\
\Delta_{13} &= -2(315^\circ - P_{114}) - (n' - n)_{13} 180^\circ \\
\Delta_{14} &= -2(315^\circ - P_{124}) - (n' - n)_{14} 180^\circ \\
\Delta_{15} &= -2(315^\circ - P_{214}) - (n' - n)_{15} 180^\circ + 180^\circ \\
\Delta_{16} &= -2(315^\circ - P_{224}) - (n' - n)_{16} 180^\circ + 180^\circ
\end{aligned}$$

donde $(n' - n)_i$ es un número par como se acordó anteriormente.

Hemos encontrado pues, las relaciones entre las posibles posiciones azimutales de minimización (16) del polarizador, para cuatro valores fijos de Q (45° , 135° , 225° y 315°), y 16 valores del ángulo elipsométrico Δ , el cual es obtenido con un valor único, aplicando cierta estadística sobre los anteriores.

IV.3.5.- INTERACCION CON EL SISTEMA ANALIZADOR Y EL SISTEMA FOTODETECTOR.-

IV.3.5.1.- Luz Incidente.-

La magnitud del vector eléctrico de la componente π ó σ después de pasar por el polarizador y el compensador, es igual a la magnitud del vector eléctrico de la componente π (E_{0i}^π) ó σ (E_{0i}^σ), de la luz que incide sobre la muestra reflectora, por lo que la ec. (281) puede escribirse así:

$$\operatorname{tg} L = E_{0i}^\pi / E_{0i}^\sigma \quad \dots(295)$$

Substituyendo ésta ecuación en la definición de ψ (ec. (159)),

obtenemos:

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{ctg} L \frac{E_{or}^{\pi}}{E_{or}^{\sigma}} \quad \dots(296)$$

pero por ec. (290), la ec. (296) se convierte en:

$$\operatorname{tg} \psi = \pm \frac{E_{or}^{\pi}}{E_{or}^{\sigma}} \quad \dots(297)$$

con signo superior para $Q = 45^{\circ}$ ó 225° , e inferior para $Q = 135^{\circ}$ ó 315° . Así, pues, según la ec. (297), la luz reflejada por la muestra, con modo de polarización lineal (ya que $Q = Q_0$ y $P = P_0$), y que es la luz incidente en el sistema analizador, tiene una relación de amplitudes entre sus componentes π y σ que es directamente la tangente (o menos la tangente, dependiendo del valor de Q) del ángulo elipsométrico ψ . Así que midiendo ésta relación entre amplitudes podemos conocer el valor de ψ , de lo cual nos ocuparemos en seguida.

IV.3.5.2.- Relación entre el Valor de ψ y las Posiciones Azimutales de Minimización del Analizador.-

Cuando la luz incidente al sistema analizador está linealmente polarizada (ó sea, cuando $P = P_0$ y $Q = Q_0$), podemos lograr que esta luz no atraviese el sistema analizador, colocando la dirección de polarización de tal sistema perpendicular a la dirección de vibración de la luz incidente. O sea, el sistema fotodetector (colocado después del sistema analizador según la figura 46) marcará un mínimo de intensidad luminosa cuando la posición azimutal del analizador (A) sea una posición de minimización ($A = A_0$), por definición. Obtendremos ahora,

una relación entre las posiciones de minimización del analizador y la razón entre las amplitudes de las componentes π y σ de la luz incidente al sistema analizador, notando primero que, para una cierta dirección de vibración de luz linealmente polarizada incidente, habrá dos posibles posiciones azimutales del analizador (diferiendo por 180°) en las que el fotodetector marcará un mínimo luminoso o sea, dos valores de A_0 . Como hay (según la sección anterior) 16 valores de P_0 para cuatro valores de Q_0 , habrá 32 valores de A_0 , o sea 32 valores posibles de A para los cuales la luz reflejada al cruzar el analizador se minimizará. Cada uno de estos 32 valores de A , puede encontrarse en el I, II, III, ó IV cuadrante trigonométrico, denotándose respectivamente por A_I , A_{II} , A_{III} ó A_{IV} . Analizando la figura 50, podemos encontrar las relaciones entre estos ángulos y la razón E_{or}^π/E_{or}^σ , las cuales son:

$$\frac{E_{or}^\pi}{E_{or}^\sigma} = \operatorname{tg} A_I \quad \text{para} \quad 0^\circ < A_0 < 90^\circ$$

$$\frac{E_{or}^\pi}{E_{or}^\sigma} = \operatorname{tg} (-180^\circ + A_{III}) \quad \text{para} \quad 180^\circ < A_0 < 270^\circ$$

...(298)

$$\frac{E_{or}^\pi}{E_{or}^\sigma} = \operatorname{tg} (180^\circ - A_{II}) \quad \text{para} \quad 90^\circ < A_0 < 180^\circ$$

$$\frac{E_{or}^\pi}{E_{or}^\sigma} = \operatorname{tg} (360^\circ - A_{IV}) \quad \text{para} \quad 270^\circ < A_0 < 360^\circ$$

Substituyendo estos valores en la ec. (297), obtenemos:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \psi &= \operatorname{tg} (\pm A_I) \\
 \operatorname{tg} \psi &= \operatorname{tg} \{\pm(A_{III} - 180^\circ)\} \\
 \operatorname{tg} \psi &= \operatorname{tg} \{\pm(180^\circ - A_{II})\} \\
 \operatorname{tg} \psi &= \operatorname{tg} \{\pm(360^\circ - A_{IV})\}
 \end{aligned}
 \quad \dots(299)$$

con la convención establecida para los signos según el valor de Q. De las ecs. (299), podemos obtener relaciones entre los argumentos de las funciones, las cuales son:

$$\begin{aligned}
 \psi_1 &= \pm A_I + (m' - m)_1 180^\circ \\
 \psi_2 &= \pm (A_{III} - 180^\circ) + (m' - m)_2 180^\circ \\
 \psi_3 &= \pm (180^\circ - A_{II}) + (m' - m)_3 180^\circ \\
 \psi_4 &= \pm (360^\circ - A_{IV}) + (m' - m)_4 180^\circ
 \end{aligned}
 \quad \dots(300)$$

donde $(m' - m)_i$ son valores enteros.

Los 32 valores de A_0 , los caracterizaremos con las letras D, E, F, G y H, utilizadas como subíndices, según la siguiente nomenclatura:

$$A_0 = A_{D, E, F, G, H} \quad \dots(301)$$

donde:

D = I, II, III ó IV, dependiendo del cuadrante trigonométrico donde se encuentre A_0 .

E = 1 ó 2 si A_0 corresponde a $P_0 = P_{1BC}$ ó

$P_0 = P_{2BC}$, respectivamente.

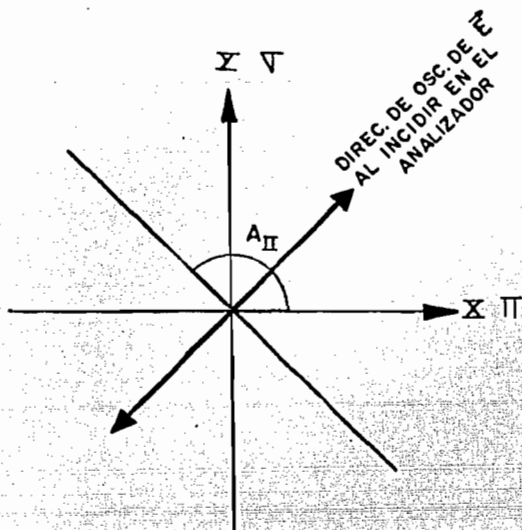
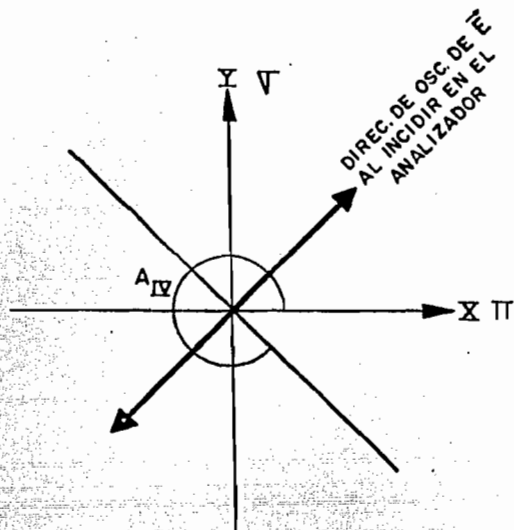
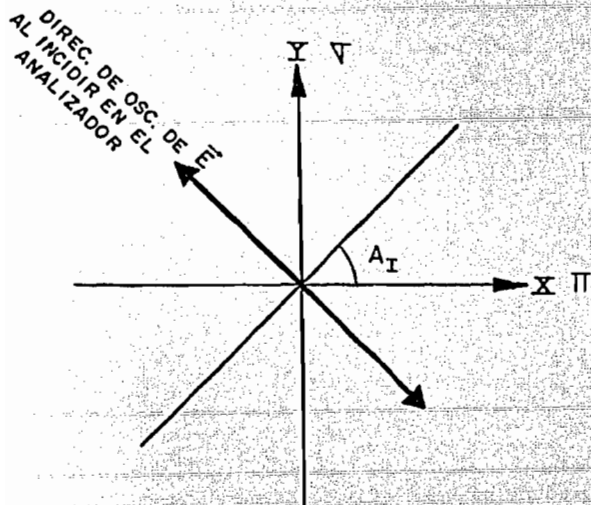
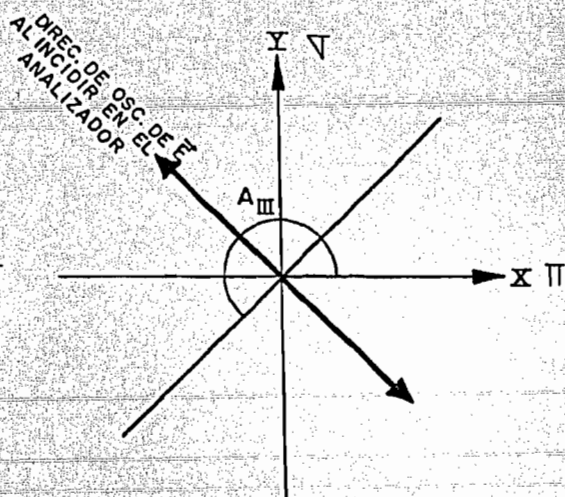
1a. Posición de minimización A_{II} 2a. Posición de minimización A_{IV} 1a. Posición de minimización A_I 2a. Posición de minimización A_{III}

FIGURA 50

$$F = 1 \text{ ó } 2$$

si A_0 corresponde a $P_0 = P_{A1C}$ ó

$P_0 = P_{A2C}$, respectivamente.

$$G = 1, 2, 3 \text{ ó } 4$$

si $Q = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ \text{ ó } 315^\circ$, respectivamente.

$$H = 1 \text{ ó } 2$$

siendo $A_{DEFG1} = A_{DEFG2} - 180^\circ$, ya que al girar 180° el analizador a partir de una posición de minimización, obtenemos otra posición de minimización.

Para poder asignar un valor a la letra E, de la nomenclatura anterior, necesitamos conocer cuándo el valor de A_0 corresponde a un valor de $P_0 = P_{1BC}$ ó bien, a un valor $P_0 = P_{2BC}$. Para salvar esta dificultad establecemos la siguiente convención:

- a) Para $Q = 45^\circ \text{ ó } 225^\circ$. Cuando A_0 este en el I ó III cuadrante le corresponde un valor $P_0 = P_{2BC}$. Cuando A_0 este en el II ó IV cuadrante le corresponde un valor $P_0 = P_{1BC}$.
- b) Para $Q = 135^\circ \text{ ó } 315^\circ$. Cuando A_0 este en el I ó III cuadrante le corresponde un valor $P_0 = P_{1BC}$. Cuando A_0 este en el II ó IV cuadrante le corresponde un valor $P_0 = P_{2BC}$.

Con ayuda de la nomenclatura y las convenciones anteriores podemos convertir las ecs. (200) en 32 relaciones, cada una de las cuales nos da un valor, teóricamente igual pero experimentalmente no igual, para ψ . Estas relaciones son:

$$\psi_1 = (180^\circ - A_{II1111}) + (m' - m)_1 180^\circ$$

$$\psi_2 = (360^\circ - A_{IV1112}) + (m' - m)_2 180^\circ$$

$$\psi_3 = (180^\circ - A_{II1211}) + (m' - m)_3 180^\circ$$

$$\psi_4 = (360^\circ - A_{IV1212}) + (m' - m)_4 180^\circ$$

$$\psi_5 = (A_{I2111}) + (m' - m)_5 180^\circ$$

$$\psi_6 = (A_{III2112} - 180^\circ) + (m' - m)_6 180^\circ$$

$$\psi_7 = (A_{I2111}) + (m' - m)_7 180^\circ$$

$$\psi_8 = (A_{III2212} - 180^\circ) + (m' - m)_8 180^\circ$$

$$\psi_9 = -(180^\circ - A_{II1121}) + (m' - m)_9 180^\circ$$

$$\psi_{10} = (360^\circ - A_{III11122}) + (m' - m)_{10} 180^\circ$$

$$\psi_{11} = -(180^\circ - A_{II1221}) + (m' - m)_{11} 180^\circ$$

$$\psi_{12} = -(360^\circ - A_{III11222}) + (m' - m)_{12} 180^\circ$$

$$\psi_{13} = -A_{II2121} + (m' - m)_{13} 180^\circ$$

$$\psi_{14} = -(A_{IV2122} - 180^\circ) + (m' - m)_{14} 180^\circ$$

$$\psi_{15} = -A_{II2221} + (m' - m)_{15} 180^\circ$$

$$\psi_{16} = -(A_{IV2222} - 180^\circ) + (m' - m)_{16} 180^\circ$$

$$\psi_{17} = (180^\circ - A_{II11131}) + (m' - m)_{17} 180^\circ$$

$$\psi_{18} = (360^\circ - A_{IV11132}) + (m' - m)_{18} 180^\circ$$

$$\psi_{19} = (180^\circ - A_{II11231}) + (m' - m)_{19} 180^\circ$$

$$\psi_{20} = (360^\circ - A_{IV1232}) + (m' - m)_{20} 180^\circ$$

... (302)
(continúan en
la pag. sig.)

$$\begin{aligned}
\psi_{21} &= A_{I2131} + (m' - m)_{21} 180^\circ \\
\psi_{22} &= (A_{III2132} - 180^\circ) + (m' - m)_{22} 180^\circ \\
\psi_{23} &= A_{I2231} + (m' - m)_{23} 180^\circ \\
\psi_{24} &= (A_{III2232} - 180^\circ) + (m' - m)_{24} 180^\circ \\
\psi_{25} &= -(180^\circ - A_{I1141}) + (m' - m)_{25} 180^\circ \\
\psi_{26} &= -(360^\circ - A_{III1142}) + (m' - m)_{26} 180^\circ \\
\psi_{27} &= -(180^\circ - A_{I1241}) + (m' - m)_{27} 180^\circ \\
\psi_{28} &= -(360^\circ - A_{III1242}) + (m' - m)_{28} 180^\circ \\
\psi_{29} &= -A_{I12141} + (m' - m)_{29} 180^\circ \\
\psi_{30} &= -(A_{IV2142} - 180^\circ) + (m' - m)_{30} 180^\circ \\
\psi_{31} &= -A_{I12241} + (m' - m)_{31} 180^\circ \\
\psi_{32} &= -(A_{IV2242} - 180^\circ) + (m' - m)_{32} 180^\circ
\end{aligned} \tag{302}$$

donde $(m' - m)_i$ es un número entero con la condición de que ψ_i debe ser mayor o igual que 0° y menor ó igual que 90° (por definición de ψ).

Teóricamente, para elementos ópticos ideales, los 32 valores de ψ_i anteriores deben coincidir, sin embargo, experimentalmente no son iguales, como nos daremos cuenta en los dos últimos capítulos de este trabajo. Las 32 ecs. (302), entonces nos servirán para efectuar una estadística sobre los valores de ψ_i encontrados y asignarle un valor único al ángulo elipsométrico ψ .

FIN DEL TOMO I



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVANZA

FACULTAD DE CIENCIAS

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

1 9 7 9

ESTE TRABAJO
CONSTA DE DOS TOMOS

T O M O I I

C A P I T U L O V

MEDIDAS EXPERIMENTALES DEL INDICE DE REFRACCION
DE MATERIALES (NaCl, KCl, LiF y Cu).

V.- MEDIDAS EXPERIMENTALES DEL INDICE DE REFRACCION DE MATERIALES (NaCl, KCl, LiF y Cu).

V.I.- INTRODUCCION.

En este capítulo se describen los experimentos efectuados para obtener la medida de los índices de refracción de ciertos materiales, los cuales son: cobre puro (Cu) y cristales de NaCl con 0.5% de Mn^{++} , KCl puro y LiF puro: El índice de refracción de los cristales de NaCl con 0.5% de Mn^{++} , y KCl puro se midió indirectamente utilizando el llamado método de Brewster, el cual consiste en suponer que los medios son dieléctricos (ó sea, con un coeficiente de extinción nulo) y entonces, encontrar la posición de la muestra en que la luz analizadora incide con un ángulo igual al ángulo de Brewster (definido en el Capítulo I), medir el valor de este ángulo y calcular, utilizando la Ley de Brewster (ec. 144) el índice de refracción de tal muestra. La técnica desarrollada para efectuar mediciones por este método se exhibe detalladamente en la descripción del experimento llevado a cabo para cada una de las dos muestras. Por otro lado, el índice de refracción del LiF y del Cu se midió indirectamente utilizando el método elipsométrico (cuyos principios se establecieron en el Capítulo IV), en el cual no se hace suposición alguna sobre las propiedades ópticas de la muestra (con excepción de su isotropía), considerándose en general, un material no-dieléctrico, ó sea, el valor del coeficiente de extinción no se supone nulo para poder aplicar este método, el cual,

junto con la técnica desarrollada para llevarlo a cabo, se describe con detalle en el desarrollo experimental efectuado para cada una de las dos muestras enunciadas. También, en particular, se tratará de determinar cuál de los dos métodos desarrollados (de Brewster o elipsométrico) es el óptimo para medir índices de refracción de materiales dieléctricos. Finalmente se hace una comparación entre ambos métodos y técnicas, en base a los resultados obtenidos y a sus precisiones.

Durante el desarrollo de este capítulo se harán notar también, ciertas características y comportamientos de los componentes ópticos del elipsómetro al interaccionar con la luz, tomando en cuenta el carácter material no-ideal de estos componentes. Estas características, incluyendo aquellas que se derivan del comportamiento de las fuentes luminosas y los sistemas fotodetectores utilizados, surgen, haciéndose evidentes, durante el desarrollo del trabajo experimental, por lo que se ha reservado su descripción hasta este capítulo y el siguiente.

Trataremos primero, aquellas experiencias experimentales en las que se utiliza el método de Brewster, con sus conclusiones correspondientes, incluyendo análisis de errores, para después describir los experimentos en los que se aplica el método elipsométrico, haciendo análisis de errores, resaltando características de comportamiento de los sistemas ópticos del elipsómetro, y obteniendo conclusiones. Finalmente se comparan ambos métodos, en base a resultados, y se obtienen las conclusiones generales correspondientes.

V.2.- APLICACIONES DEL METODO DE BREWSTER.-

V.2.1.- OBTENCION DEL INDICE DE REFRACCION DE UN CRISTAL DE NaCl con 0.2% de Mn⁺⁺ COMO IMPUREZAS.

V.2.1.1 OBJETIVOS.

Medir experimentalmente el índice de refracción de un cristal de NaCl crecido con 0.2% de Mn⁺⁺ como impurezas, utilizando el elipsómetro y aplicando el método de Brewster; y desarrollar una técnica de manejo del elipsómetro para experimentos de este tipo.

V.2.1.2 SUPOSICIONES.

Las suposiciones de trabajo, se enlistan en seguida:

- a) El cristal de NaCl + 0.2% Mn⁺⁺ es un dieléctrico (su coeficiente de extinción es nulo).
- b) La frontera óptica constituida por el cristal y el aire es una superficie plana.
- c) Tal frontera óptica está limpia, es decir, entre el aire y el cristal no existe un medio extraño, de índice de refracción distinto al de los anteriores.
- d) El cristal es homogéneo e isotrópico.
- e) La luz usada es monocromática.

V.2.1.3 FACTORES DE OPTIMIZACION.

Se consideran como factores de optimización aquellos preparativos y modificaciones efectuadas en los elementos que intervienen en este experimento, y que lo convierten en un experimento que cumple de manera óptima, de acuerdo con nuestras

posibilidades, el objetivo planteado.

Tales factores de optimización han sido ideados como producto de necesidades y problemas surgidos durante la práctica experimental previa, y preparatoria, al experimento aquí descrito, por lo que pueden considerarse como conclusiones experimentales que nos permiten manejar de manera óptima el elipsómetro. Estos factores junto con las necesidades de las que han surgido se enuncian a continuación:

a) Uso de la lámpara láser para propósitos de alineación de la muestra (según la sección III.2) por su alta intensidad, que permite apreciar la posición del eje óptico del elipsómetro con relación a la superficie reflectora de la muestra, según el método descrito en la sección III.2.

b) Uso de la lámpara de mercurio como fuente de luz analizadora de la muestra, basándonos en sus cambios de intensidad al ser reflejada a diferentes ángulos de incidencia, por tener variaciones propias en su intensidad menores que las que posee el haz láser, ya que en este haz se observa gran variación en su intensidad luminosa al medirla con el fotómetro Pritchard (descrito en el capítulo II), conforme el tiempo transcurre. Esta variación puede ser debida a dos causas:

1) El haz láser al salir de la lámpara es-

tá polarizada al azar, por lo que después de

pasar por el sistema polarizador de el Elip sómetro, de intensidad detectada con el fotómetro puede variar al azar.

- 2) Variaciones en el voltaje de entrada que alimenta a la lámpara láser, son amplificadas en el transformador de alto voltaje de la lámpara, haciéndose muy evidentes en la intensidad del haz.

La última causa es probablemente la indicada para explicar las variaciones en intensidad, ya que se observa cierta periodicidad en ellas.

- c) Se pintaron de negro las manecillas metálicas (M, foto 5) que sujetan a la muestra, así como el respaldo (R, Foto 5) del posicionador para evitar reflexiones que provengan de superficies que no sean la cara reflectora de la muestra.
- d) Se construyeron palancas para mover el portamuestras, más largas que la original (3.5 cm.), de tal forma que podamos controlar giros de la mesa del orden de 10' de arco. La más larga construída es de 14 cm.
- e) El cristal utilizado como muestra se cliba un poco de tiempo antes de su montaje en la mesa portamuestras, para evitar acumulación de alguna sustancia, extraña al cristal, en la superficie que se utiliza como cara reflectora. Por este

motivo, también, se maneja el cristal una vez clibado solo con pinzas, sujetándolo sin tocar la cara reflectora.

- f) Se utiliza el fotodetector Gaertner, en vez del fotómetro Pritchard, por su gran ventaja de movilidad al ser montado en la parte ocular del telescopio, al medir intensidades de luz reflejada.

Este fotodetector y el picoamperímetro Keithley, fueron descritos en la sección II.8.

- g) Se modificó el telescopio del elipsómetro, adicionando una pantalla negra, en la sección analizadora, que no permite la entrada de luz que provenga de direcciones que no sean la del posicionador. Esta pantalla puede verse en la Foto No. 5.

- h) Se aisló de luz externa el laboratorio de elipsometría sellando puertas y ventanas con papel aluminio reflector por fuera, y papel negro absorbente por dentro.

V.2.1.4 DESARROLLO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES.

La muestra por analizar se obtuvo de un monocristal de $\text{NaCl} + 0.2\% \text{Mn}^{2+}$, crecido en el Instituto de Física, clibando una placa de aproximadamente las siguientes dimensiones: 1 mm x 4mm x 11mm. Se escogió la cara reflectora como aquella que presentaba menor número de escalones de clibaje y mayor área.

Se montó en el sistema portamuestras (descrito en la sección II.5), y se alineó, utilizando luz láser, al eje óptico del elipsómetro según el método descrito en la sección III.3. Una vez alineada la muestra, la lámpara láser se sustituyó por la lámpara de mercurio alineándose al eje óptico del elipsómetro, ayudados por la sombra que el cristal proyecta en el ocular reticulado del telescopio, cuando este se encuentra colineal al colimador. Antes de entrar al elipsómetro, la luz de mercurio es monocromada (el monocromador es descrito en la sección II.7), de tal forma que la luz incidente en la muestra tiene longitud de onda de 5461 \AA .

Ahora, se coloca el polarizador (descrito en la sección II.3 y calibrado en la sección III.3) con posición azimutal $P=0^\circ$, en el sistema compensador (descrito en la sección II.4) no se monta elemento óptico alguno, pasando la luz libremente por él, de tal forma que la luz incidente en la muestra se encuentra linealmente polarizada en el plano de incidencia, por lo que, según la teoría electromagnética (capítulo I) existe un ángulo de incidencia (ángulo de Brewster) en el que no habrá haz reflejado por la muestra. Se movió entonces la mesa portamuestras y se varió el ángulo telescopio-colimador (igual a 2 veces el ángulo de incidencia), girando manualmente el telescopio, con el sistema analizador en posición azimutal $A=0^\circ$ (para dejar pasar la luz vibrando en el plano de incidencia que fuera reflejada por la muestra), hasta que se determinó visualmente el intervalo angular telescopio-colimador dentro del cual la luz refle-

jada se minimiza. Los límites de este intervalo medidos con el transportador del espectrómetro (descrito en la sección II.2 y calibrado en la sección III.1) son:

$$112^{\circ} \pm 1^{\circ} \text{ y } 115^{\circ} \pm 1^{\circ}$$

la incertidumbre de 1° es debida a que se estiman 2 posiciones del telescopio a ambos lados de la posición donde se encuentra el mínimo luminoso. Para acortar este intervalo se coloca sucesivamente el telescopio de tal forma que el ángulo T-C (telescopio-colimador) tome valores de cada grado dentro del intervalo anterior, para cada una de estas posiciones del telescopio se gira (utilizando la palanca T_4) la mesa portamuestras hasta que el sistema fotodetector marca un máximo de corriente (en el picoamperímetro Keithley), indicando que el haz reflejado es colineal al eje óptico del telescopio. Se comparan estos máximos para cada posición del telescopio, determinándose el nuevo intervalo angular en el que se encuentran los máximos que son mínimos con respecto a los demás, o sea, el intervalo angular en el que la luz reflejada tiene intensidad mínima. Las medidas obtenidas para distintos valores del ángulo T-C, junto con el valor máximo de la escala utilizada en el picoamperímetro, se muestran en la tabla VII a continuación, en la página siguiente.

Ahora tomaremos medidas de corriente, siguiendo el método descrito, pero para valores del ángulo T-C cada $20'$ de arco dentro del intervalo anterior, las cuales se muestran en la tabla VIII, en la página siguiente.

TABLA VII*

ANGULO COLIMADOR-TELESCOPIO (\pm 10")	CORRIENTE (Amperes)	ESCALA UTILIZADA (VALOR MAXIMO) (Amperes)
112° 00' 00"	$0.34 \times 10^{-8} \pm .01 \times 10^{-8}$	1×10^{-8}
113° 00' 00"	$2.90 \times 10^{-9} \pm .025 \times 10^{-9}$	3×10^{-9}
114° 00' 00"	2.95×10^{-9}	"
115° 00' 00"	$0.35 \times 10^{-8} \pm .01 \times 10^{-8}$	1×10^{-8}

* Las incertidumbres anotadas son debidas a las precisiones de los aparatos utilizados.

TABLA VIII*

ANGULO COLIMADOR-TELESCOPIO (\pm 10")	CORRIENTE (Amperes)	ESCALA UTILIZADA (VALOR MAXIMO) (Amperes)
112° 00' 00"	$0.38 \times 10^{-8} \pm .01 \times 10^{-8}$	1×10^{-8}
112° 20' 00"	0.36 "	"
112° 40' 00"	0.34 "	"
113° 00' 00"	" "	"
113° 20' 00"	" "	"
113° 40' 00"	0.32 "	"
114° 00' 00"	0.33 "	"
114° 20' 00"	" "	"
114° 40' 00"	0.34 "	"
115° 00' 00"	0.35 "	"

* Las incertidumbres anotadas son debidas a las precisiones de los aparatos utilizados.

Examinando la tabla VIII nos damos cuenta que el ángulo T-C, en el que la luz reflejada tiene un mínimo de intensidad, está contenido en el siguiente intervalo angular:

$$113^{\circ} 20' 00'' \pm 10'' \text{ y } 114^{\circ} 40' 00'' \pm 10''$$

Por lo que haremos medidas, según el método descrito, cada 10' dentro de este intervalo, pero utilizando ahora la corriente de anulación del picoamperímetro, para detectar variaciones en la corriente del orden de 10^{-11} Amp. Los datos obtenidos se muestran en la tabla IX, en la siguiente página.

Examinando la tabla IX vemos que el ángulo T-C, en el que la intensidad de la luz reflejada es mínima, está contenido en un intervalo angular que tiene los siguientes límites:

$$113^{\circ} 30' 00'' \pm 10'' \text{ y } 114^{\circ} 10' 00'' \pm 10''$$

Por lo tanto, el ángulo de Brewster característico de la muestra se encuentra contenido en el siguiente intervalo angular:

$$56^{\circ} 45' 00'' \pm 10'' \text{ y } 57^{\circ} 05' 00'' \pm 10''$$

O sea, que con seguridad se encuentra el ángulo de Brewster de la muestra cristalina dentro de un intervalo angular centrado en el valor medio de los límites recién calculados, acotado por tales límites. O sea:

$$\theta_B = 56^{\circ} 55' \pm 10' \quad \dots(303)$$

TABLA IX*

ANGULO COLIMADOR-TELESCOPIO ($\pm 10''$)	CORRIENTE (Amperes)	ESCALA UTILIZADA (VALOR MAXIMO) (Amperes)
113° 20' 00"	$0.32 \times 10^{-9} \pm .02 \times 10^{-9} **$	0.3×10^{-8}
113° 30' 00"	0.26 "	"
113° 40' 00"	0.25 "	"
113° 50' 00"	" "	"
114° 00' 00"	" "	"
114° 10' 00"	0.26 "	"
114° 20' 00"	0.28 "	"
114° 30' 00"	0.33 "	"
114° 40' 00"	0.40 "	"

* El valor máximo de la escala utilizada es de 1×10^{-9} Amp.

** Esta incertidumbre es debida a la oscilación de la aguja indicadora. La precisión de la escala es de 0.02×10^{-9} Amp

Aplicando la Ley de Brewster (ec. (144)) obtenemos que el índice de refracción de un cristal de NaCl + 0.5% Mn⁺⁺ con seguridad se encuentra en un intervalo que puede ser expresado así:

$$n = 1.535 \pm 0.010 \quad \dots(304)$$

con lo cual se ha cumplido con el propósito principal de este experimento.

V.2.1.5. CONCLUSIONES.-

- a) El índice de refracción para luz de 5461 Å de longitud de onda, de un cristal de NaCl crecido con 0.5% de Mn⁺⁺ como impurezas, medido experimentalmente por el método de Brewster, es:

$$n = 1.535 \pm 0.010$$

- b) El método de Brewster sirve para medir índices de refracción de dieléctricos del tipo analizado en este experimento, con una precisión de 1 centésima. O sea, con una incertidumbre de 0.65% del valor obtenido.

V.2.2.- OBTENCION DEL INDICE DE REFRACCION DE UN CRISTAL DE KCl.-

V.2.2.1. OBJETIVOS.-

Medir experimentalmente el índice de refracción de un monocristal de KCl, utilizando el elipsómetro y aplicando el método de Brewster.

V.2.2.2. SUPOSICIONES Y FACTORES DE OPTIMIZACION

Las suposiciones de trabajo, así como los factores de optimización tomados en cuenta para realizar este experimento,

son similares a los enunciados en las secciones V.2.1.2 y V.2.1.3, con la diferencia de que son referidas al cristal de KCl, por lo que no se redunda en ellas en esta sección.

V.2.2.3 DESARROLLO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES.

La muestra por analizar se obtuvo de un monocristal de KCl puro, crecido en el Instituto de Física, clibando una placa de aproximadamente 2mm x 8mm x 12mm. Como cara reflectora se escogió la cara de este cristal que no presentaba escalones de clibaje. Se montó en el sistema portamuestras (descrito en la sección II.5) y se alineó, con luz láser, al eje óptico del elipsómetro, según el método descrito en la sección III.2. Una vez alineada la muestra la lámpara láser es substituida por la lámpara de mercurio, cuyo haz una vez que ha pasado por el monocromador (descrito en la sección II.7) es alineado al eje óptico del elipsómetro con ayuda de la sombra que el cristal proyecta en el ocular del telescopio, cuando el ángulo T-C es de 180° . En seguida se sigue el mismo proceso descrito en el experimento anterior para determinar el intervalo angular T-C dentro del cual la luz reflejada por la muestra presenta un mínimo de intensidad. Los límites de este intervalo, medidos con el transportador del espectrómetro (descrito en la sección II.2 y calibrado en la sección III.1) son:

$$106^\circ \pm 1^\circ \text{ y } 116^\circ \pm 1^\circ$$

la incertidumbre de $\pm 1^\circ$ es debida a que se estiman visualmente dos posiciones del telescopio que corresponden a intensidades iguales a ambos lados de la posición donde se encuentra el

mínimo luminoso, la cual, se trata de determinar.

En seguida se coloca el telescopio, al cual se le ha montado el fotodetector Gaertner, descrito en la sección II.8, en posiciones que recorran de grado en grado el intervalo angular T-C. determinado visualmente. Para cada una de estas dos posiciones se hace penetrar el haz reflejado al telescopio, colineal a su eje óptico, según el método descrito en la sección V.2.1 y se toma la medida de fotocorriente, con el picoamperímetro, la cual nos indica la intensidad del haz reflejado. Estas medidas se muestran en la tabla X.(pag. sig.).

Examinando la tabla X, vemos que el ángulo T-C en el cual la luz reflejada tiene un mínimo de intensidad debe estar contenido en el siguiente intervalo:

$$\text{de } 111^{\circ} 00' 00'' \pm a \text{ a } 114^{\circ} 00' 00'' \pm 10''$$

por lo que en seguida se tomaron medidas cada 20' de arco dentro de este intervalo, las cuales se muestran en la tabla XI, junto con la corriente de anulación empleada para poder detectar variaciones de corriente del orden de 10^{-11} Amp.

Examinando la tabla XI podemos decir que el intervalo angular T-C, en el que se encuentra el ángulo T-C para el cual hay un mínimo de intensidad luminosa reflejado, es:

$$\text{de } 112^{\circ} 20' 00'' \pm 10'' \text{ a } 113^{\circ} 00' 00'' \pm 10''$$

Acortaremos más este intervalo tomando ahora medidas cada 10' dentro de sus límites, utilizando también la corriente de anulación del picoamperímetro. Las medidas tomadas se encuentran expuestas en la tabla XII, en la cual se indican incertidumbres en la corriente debidas a oscilación de la aguja indicadora, utilizando una corriente de anulación de 0.15×10^{-8} Amp. a continuación:

TABLA X*

ANGULO COLIMADOR-TELESCOPIO ($\pm 10''$)	CORRIENTE (Amperes)	ESCALA UTILIZADA (VALOR MAXIMO) (Amperes)
106° 00' 00"	$0.54 \times 10^{-8} \pm .01 \times 10^{-8}$	1×10^{-9}
107° 00' 00"	0.44 "	"
108° 00' 00"	0.36 "	"
109° 00' 00"	0.29 "	"
110° 00' 00"	$0.240 \times 10^{-8} \pm .0025 \times 10^{-8}$	$.3 \times 10^{-8}$
111° 00' 00"	0.200 "	"
112° 00' 00"	0.175 "	"
113° 00' 00"	" "	"
114° 00' 00"	0.190 "	"
115° 00' 00"	0.230 "	"
116° 00' 00"	0.285 "	"

* Las incertidumbres anotadas corresponden a las precisiones de las escalas de los aparatos utilizados.

TABLA XI*

ANGULO COLIMADOR-TELESCOPIO ($\pm 10''$)	CORRIENTE (Amperes)		ESCALA UTILIZADA (VALOR MAXIMO) (Amperes)
111° 00' 00"	$0.200 \times 10^{-8+}$	$.0025 \times 10^{-8}$	0.3×10^{-8}
111° 20' 00"	$0.88 \times 10^{-9+}$	$.01 \times 10^{-9}$	$1.0 \times 10^{-9} **$
111° 40' 00"	0.79	"	"
112° 00' 00"	0.73	"	"
112° 20' 00"	0.70	"	"
112° 40' 00"	0.69	"	"
113° 00' 00"	0.70	"	"
113° 20' 00"	0.75	"	"
113° 40' 00"	0.79	"	"
114° 00' 00"	0.88	"	"

* Las incertidumbres anotadas son debidas a las precisiones de las escalas utilizadas.

** Para esta medida de corriente y todas las siguientes se utilizó una corriente de anulaci3n de aproximadamente 0.1×10^{-8} Amp.

TABLA X*

ANGULO COLIMADOR-TELESCOPIO ($\pm 10''$)	CORRIENTE (Amperes)		ESCALA UTILIZADA (VALOR MAXIMO) (Amperes)
112° 20' 00"	$0.185 \times 10^{-9} \pm$	$.005 \times 10^{-9}$	$0.3 \times 10^{-9} \dots$
112° 30' 00"	0.175	"	"
112° 40' 00"	0.180	"	"
112° 50' 00"	0.185	"	"
113° 00' 00"	0.200	"	"

* Las incertidumbres se indican en el texto.

Observando la Tabla XII, nos damos cuenta que el ángulo T-C buscado se encuentra comprendido en el siguiente intervalo angular:

$$\text{de } 112^{\circ} 20' 00'' \pm 10'' \text{ a } 112^{\circ} 50' 00'' \pm 10''$$

No se siguieron tomando medidas cada 5' dentro del intervalo anterior por dos razones, una, el control que se tiene sobre los giros de la mesa portamuestras utilizando manualmente la palanca T_4 es limitado, no pudiendo girarla por este método ángulos más pequeños que los anteriores; dos, si se utilizan en el picoamperímetro, escalas de mayor precisión, es imposible tomar medidas debido a la gran oscilación de la aguja indicadora por ruidos eléctricos extraños a la señal por medir. Así nos limitamos a afirmar que el ángulo de Brewstley del KCl para luz de 5461 \AA , se encuentra dentro de un intervalo centrado en el valor medio de las mitades de los límites recién calculados (ya que el ángulo de incidencia es un medio del ángulo T-C) y acotado por dichos límites. O sea:

$$\theta_B = 56^{\circ} 17' \pm 08''$$

Aplicando la Ley de Brewster (véase la ec. (144)) obtenemos que el índice de refracción de un cristal de KCl, para luz de 5461 \AA con seguridad se encuentra en un intervalo de valores relacionado al intervalo angular anterior por la Ley de Brewster, o sea, el índice de refracción es:

$$n = 1.498 \pm 8 \times 10^{-3} \quad \dots(305)$$

En el cálculo anterior se tomó el índice de refracción del aire como: 1.0002773.

V.2.2.4 CONCLUSIONES.

- a) El índice de refracción, para luz de 5461 Å de longitud de onda, de un cristal de KCl puro, medido experimentalmente por el método de Brewster es:

$$n = 1.498 \pm 8 \times 10^{-3}$$

- b) El método de Brewster, al medir índices de refracción de dieléctricos del tipo del KCl, nos da una precisión de 8 milésimas, o sea, una incertidumbre de 0.53% del valor obtenido.

V.3 APLICACIONES DEL METODO ELIPSOMETRICO.

V.3.1 OBTENCION DEL INDICE DE REFRACCION DE UN CRISTAL DE LiF.

V.3.1.1 OBJETIVOS.

En este experimento se contará con dos objetivos principales, 1, la obtención del índice de refracción complejo de un cristal de LiF utilizando el método elipsométrico; otro, obtener un conocimiento más completo, que el provisto por la teoría, sobre el comportamiento de los elementos ópticos del elipsómetro, en base a mediciones que reflejarán su constitución material real (no ideal) , o sea, conocer el comportamiento no ideal de los elementos ópticos del elipsómetro.

V.3.1.2 SUPOSICIONES.

Las suposiciones de este experimento coinciden con aquellas enumeradas para los dos experimentos anteriores, en los que se aplicó el método de Brewster (seccs. V.2.1.2 y V.2.2.2), con excepción de que ahora, al aplicar el método elipsométrico, no es necesario suponer que la muestra es un dieléctrico, ya que en principio este método permite analizar muestras de cualquier tipo, con tal de que exista haz reflejado por ellas. Sin embargo, como veremos en el desarrollo de este experimento, las sensibilidades limitadas de los instrumentos utilizados, nos obligarán a suponer el carácter dieléctrico de la muestra para poder obtener las posiciones de extinción del polarizador.

V.3.1.3 FACTORES DE OPTIMIZACION.

Además de los factores de optimización enunciados en la sección V.2.1.3, para la realización de este experimento se tomó en cuenta el siguiente: en vez de una placa de un cuarto de longitud de onda (de micra), descrita en la sección II.4, como elemento compensador, se utilizó el prisma compensador Babinet-Soleil (descrito en la secc. II.4) de cuarzo, ajustado para desfasar un cuarto de longitud de onda las componentes f y s de la luz que lo atravieza, lo cual puede lograrse una vez que dicho compensador ha sido calibrado (proceso descrito en la secc. III,5.4) para la longitud de onda de la luz usada. Esta lección se debe a que la mica, además de desfasar 90° la onda e de la onda o , cambia en forma

distinta las intensidades de estas ondas, ya que la mica es un material dicroico (fenómeno explicado en el capítulo I), y esta característica no fue tomada en cuenta en el desarrollo del cuerpo teórico de la interacción de la luz con el elipsómetro (Cap. IV), donde se consideró que la luz cruzaba una placa de un cuarto de longitud de onda ideal (no dicroica); en cambio, el cuarzo no presenta dicroísmo, por lo que el uso del compensador Babinet-Soleil como placa de un cuarto de longitud de onda nos permite utilizar la teoría desarrollada en el Cap. IV para la comprensión de los fenómenos observados en este experimento, la cual es más sencilla que la teoría correspondiente a la interacción de la luz con compensadores de fase no ideales (dicroicos).

V.3.1.4 DESARROLLO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES.

La muestra por analizar de un monocristal de LiF (crecido en Inglaterra), clivando una placa de aproximadamente 1.5mm. X 10mm X 10mm y escogiendo como cara reflectora aquella cara de la placa que no presenta escalones de clivaje. Se montó en el sistema portamuestras (descrito en la secc. II.5) y se alineó con el haz láser, al eje óptico del elipsómetro, según el método descrito en la secc. III.2. Una vez que la muestra se encuentra alineada, se sustituye la lámpara láser por la lámpara de mercurio y el sistema monocromador, para utilizar luz de 5461 Å de longitud de onda como luz analizadora, por las razones expuestas en la secc. V.2.1.3.

En seguida se acopla el compensador Babinet-Soleil (descrito en la secc. II.4) al disco metálico (Foto No. 4) del sistema compensador, dándole una posición asimutal Q (ya definida) de 45° , leída en el vernier inferior del sistema compensador. Ahora se ajusta el compensador B-S a que actúe como una placa de un cuarto de longitud de onda, para luz de 5461 \AA , de la siguiente forma: en la calibración, para esta luz, del compensador B-S efectuada en la secc. III.5.4, se concluyó que 5.25 ± 0.02 vueltas del tamborcillo graduado del compensador equivalen a 360° de desfaseamiento entre las ondas e y o , por lo que entonces 1.31 ± 0.01 vueltas del tamborcillo equivaldrán a 90° del desfaseamiento entre estas ondas, así, girando 1.31 vueltas el tamborcillo a partir de una posición en la que el compensador desfasa 0° la onda e de la onda o (por ejemplo, la posición correspondiente a la lectura en el contador de vueltas, de 2.37, según la tabla III) obtenemos un compensador B-S que se comporta como una placa de un cuarto de longitud de onda; para lograr ésto el tamborcillo se giró manualmente hasta que en el contador de vueltas se leyó 3.68 ($1.31 \pm .01 + 2.37 \pm .01$) vueltas, quedando ajustado el compensador a comportarse como una placa de un cuarto de longitud de onda, con incertidumbre en el desfaseamiento, de 1.4° .

Ahora se escogió el ángulo de incidencia que en principio puede ser cualquiera, de la siguiente forma: se gira la mesa portamuestras (y con ella la muestra) manualmente utilizando la palanca T_4 hasta que visualmente se considera que

el ángulo de incidencia es, digamos, 45° , entonces se procede a medir este ángulo, utilizando el telescopio y el fotodetector Gaertner acoplado a él, girándolo hasta que en el picoamperímetro Keithley se detecta un máximo de fotocorriente, indicando que el haz reflejado ha penetrado colineal al telescopio, en esta posición, se toman dos lecturas del ángulo T-C ($\theta_{T.C.<}$ y $\theta_{T.C.>}$), que corresponden a los límites del intervalo angular T-C para el que la lectura en el picoamperímetro es la misma e igual al máximo localizado, entonces el telescopio se coloca en una posición que corresponde a un ángulo T-C que es el promedio de las dos lecturas anteriores ($\theta_{T.C. \text{ prom.}}$) y se le asocia una incertidumbre igual a las incertidumbres con que se determinaron $\theta_{T.C.<}$ y $\theta_{T.C.>}$. Así, se determinó el ángulo telescopio-colimador para el cual el haz reflejado penetra colineal al telescopio, es:

$$\theta_{T.C. \text{ prom.}} = 120^\circ 07' \pm 04'$$

O sea, el ángulo de incidencia para este experimento, es:

$$\theta_i = 60^\circ 03' \pm 02'$$

Una vez determinado y medido el ángulo de incidencia se procede, según el principio general de mediciones elipsométricas (Cap. IV), a encontrar los valores de las posiciones azimutales de minimización del polarizador (P_0) y del analizador (A_0). Primero se buscan los valores de P_0 , tomando en cuenta que, por definición $P = P_0$ cuando la luz reflejada está

linealmente polarizada y entonces puede ser minimizada la luz que llega al fotodetector utilizando el analizador. Así, P_0 será aquel o aquellos valores de P para los que se logra un mínimo luminoso (medido con el picoamperímetro del fotodetector) al variar la posición azimutal (A) del analizador, que a su vez es un mínimo (llamado mínimo minimorum) con respecto a todos los demás mínimos logrados al variar A para cada una de todas las restantes posiciones posibles del polarizador. Los valores de P_0 pueden determinarse pues, haciendo una gráfica de mínimos luminosos logrados al variar A , contra distintas posiciones de P . Esta gráfica puede hacerse efectuando mediciones de fotocorrientes correspondientes a estos mínimos luminosos y de los valores de P en que éstos se producen; estas medidas se muestran, para valores de P de 5° en 5° dentro del intervalo angular de 360° ; en la Tabla XIII, a continuación:

TABLA XIII *

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp.)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp.)
0°	$0.78 \times 10^{-9} \pm .01 \times 10^{-9}$	40°	$0.78 \times 10^{-9} \pm .01 \times 10^{-9}$
5°	" "	45°	" "
10°	" "	50°	" "
15°	0.79 "	55°	0.80 "
20°	" "	60°	0.83 "
25°	" "	65°	0.88 "
30°	" "	70°	0.93 "
35°	0.78 "	75°	0.98 "

(Continúa en la Página Sig.)

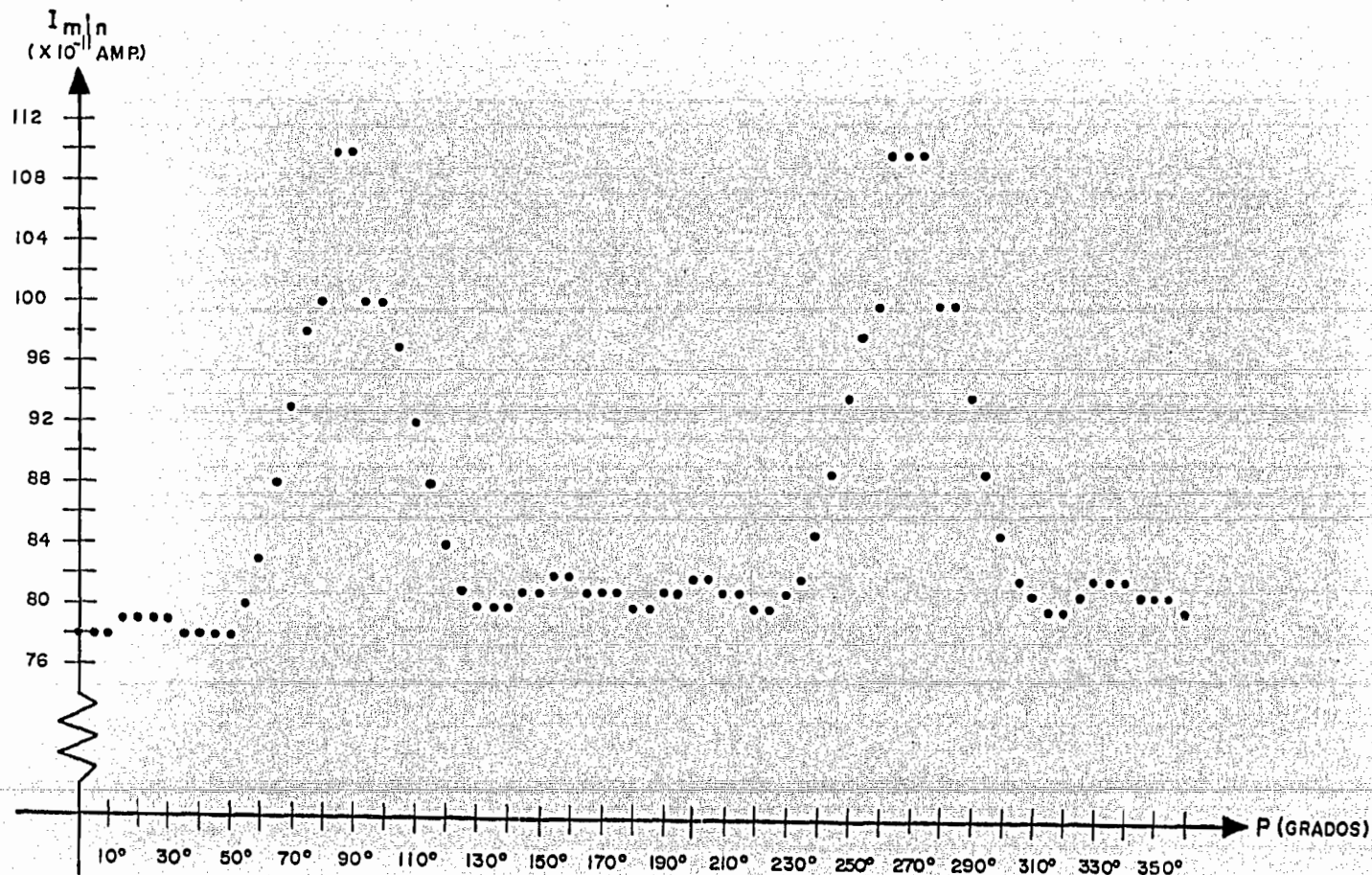
TABLA XIII*
(Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp.)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp.)
80°	$0.10 \times 10^{-8} \pm .01 \times 10^{-8}$	230°	$0.81 \times 10^{-9} \pm .01 \times 10^{-9}$
85°	0.11 "	235°	0.82 "
90°	" "	240°	0.85 "
95°	0.10 "	245°	0.89 "
100°	" "	250°	0.94 "
105°	$0.97 \times 10^{-9} \pm .01 \times 10^{-9}$	255°	0.98 "
110°	0.92 "	260°	$0.10 \times 10^{-8} \pm .01 \times 10^{-8}$
115°	0.88 "	265°	0.11 "
120°	0.84 "	270°	" "
125°	0.81 "	275°	" "
130°	0.80 "	280°	0.10 "
135°	" "	285°	" "
140°	" "	290°	$0.94 \times 10^{-9} \pm .01 \times 10^{-9}$
145°	0.81 "	295°	0.89 "
150°	" "	300°	0.85 "
155°	0.82 "	305°	0.82 "
160°	" "	310°	0.81 "
165°	0.81 "	315°	0.80 "
170°	" "	320°	" "
175°	" "	325°	0.81 "
180°	0.80 "	330°	0.82 "
185°	" "	335°	" "
190°	0.81 "	340°	" "
195°	" "	345°	0.81 "
200°	0.82 "	350°	" "
205°	" "	355°	" "
210°	0.81 "	360°	0.80 "
215°	" "		
220°	0.80 "		
225°	" "		

*La incertidumbre anotada para valores angulares es debida a la precisión de los verniers utilizados.

Con los datos de la tabla XIII, anterior, podemos construir una gráfica de valores de P contra el mínimo de fotocorriente ($I_{\text{mín}}$) lograda para cada uno de estos valores al variar A , esta gráfica se muestra en la siguiente página con el núm. 1. Observando la gráfica núm. 1, podemos hacer notar tres hechos importantes, los cuales, con sus posibles causas e implicaciones, son:

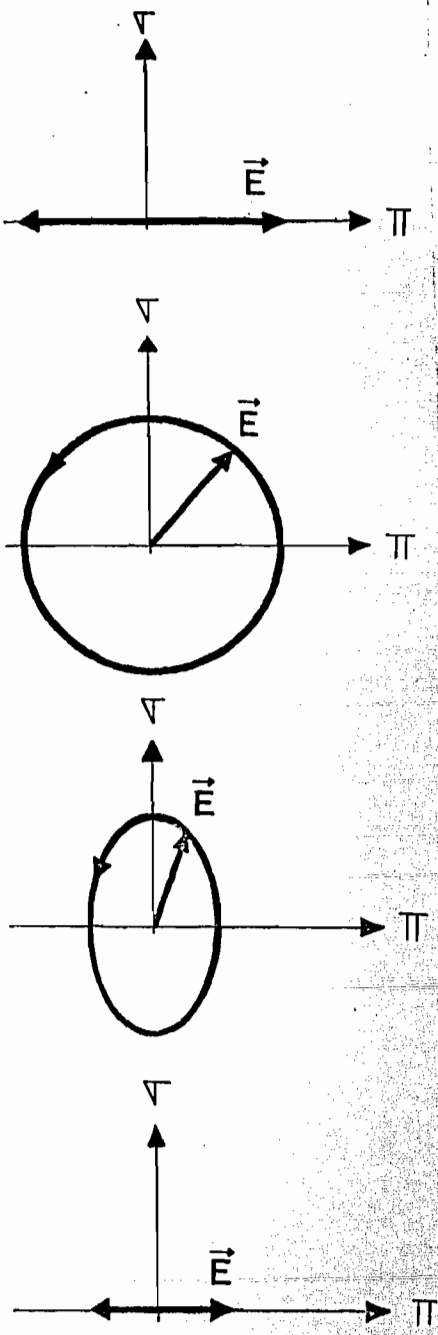
- a) Los puntos aparecen cíclicamente en la gráfica, con período de aproximadamente 180° , lo cual nos indica que el prisma de Glan - Thompson del sistema polarizador se comporta como una lámina polaroid, o sea que tiene una dirección de polarización con ambos sentidos equivalentes.
- b) Aparecen dos mínimos de fotocorriente cuando $P = 90^\circ$ y 270° , que son máximos con respecto a todos los demás. Enseguida se verá si estos mínimos son predichos por la teoría, al analizar bajo la luz de ésta, las interacciones luminosas que se llevan a cabo cuando $P = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ y 270° :
 - i) $P = 0^\circ$. La luz emerge del polarizados linealmente polarizada en el plano de incidencia (véase la fig. 51.a), incide en el compensador vibrando a 45° del eje rápido por lo que las componentes E_f y E_s son de igual magnitud y se desfasan 90° entre sí al atravesar el compensador, emergiendo luz circu-



GRAFICA No. 1

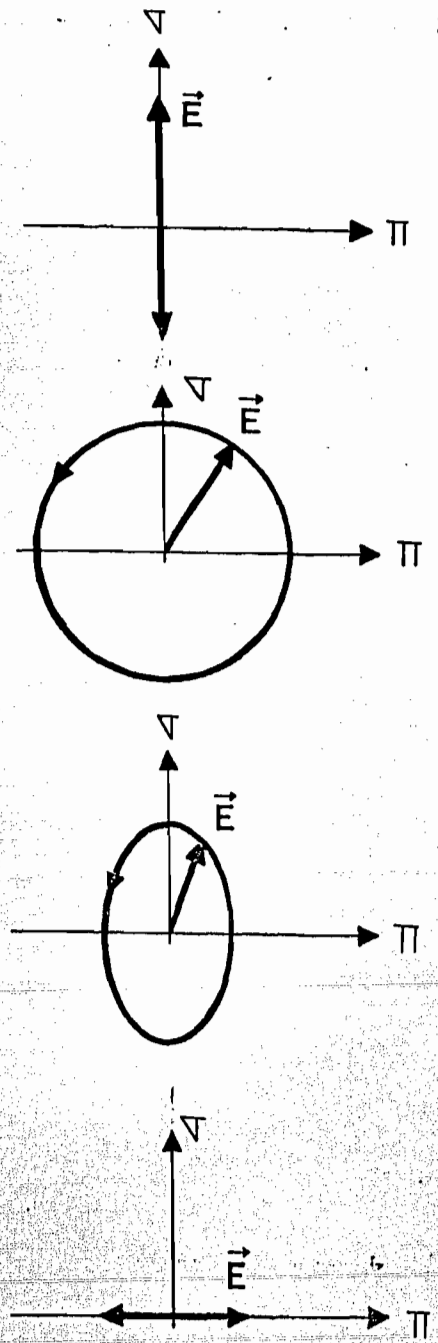
larmente polarizada (véase fig. 51.b), la cual incide, a su vez, sobre la muestra con ángulo de incidencia mayor que el ángulo de Brewster, pero sólo ligeramente mayor, por lo que E_{π} es casi toda transmitida y la que no lo es se refleja desfasada 180° ; E_{σ} es parcialmente reflejada, desfasada 180° . Así el haz reflejado está elípticamente polarizado con gran eliticidad y eje mayor de su elipse perpendicular al plano de incidencia (véase figura 51.c). Esta luz incide en el analizador, el cual minimiza la luz transmitida cuando su dirección de polarización es perpendicular al eje mayor de la elipse, dejando pasar luz linealmente polarizada de amplitud pequeña (igual a la magnitud del eje menor de la elipse de la luz reflejada por la muestra) que es detectada por el sistema fotodetector (véase la fig. 51.d).

ii) $P = 90^{\circ}$. La luz emerge del polarizador linealmente polarizada con dirección de vibración perpendicular al plano de incidencia (véase fig. 52.a), incide en el compensador vibrando a 45° del eje rápido por lo que las componentes E_f y E_s son de igual magnitud y se desfasan 90° entre sí al atravesar el



P = 0°, 180°

FIGURA 51



P = 90°, 270°

FIGURA 52

compensador, emergiendo circularmente polarizada (véase fig. 52.b), la cual incide sobre la muestra a un ángulo de incidencia ligeramente mayor que el ángulo de Brewster, por lo que E_{π} se refleja con poca intensidad y desfasada 180° . E_{σ} es parcialmente reflejada (con intensidad mayor que E_{π}) y desfasada 180° . Así como el haz reflejado está elípticamente polarizado con gran elipticidad y eje mayor perpendicular al plano de incidencia (véase fig. 52.c). Esta luz incide en el analizador, el cual minimiza la luz transmitida cuando su dirección de polarización es perpendicular al eje mayor de la elipse, incidiendo entonces esta luz de intensidad mínima (véase fig. 52.b) en el sistema fotodetector.

- iii) $P = 180^{\circ}$. Este es el mismo caso que cuando $P = 0^{\circ}$, según la conclusión a) de la gráfica 1, que dice que el polarizador se comporta como una lámina polaroid con direcciones de sentidos equivalentes.
- iv) $P = 270^{\circ}$. Este es el mismo caso que cuando $P = 90^{\circ}$, por las razones anteriores.

Con este análisis, ayudados por las figs. 51 y 52, nos damos cuenta que la teoría predice que la intensidad mínima de luz foto-detectada al variar la posición del analizador debe ser la misma para $P = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ y 270° , lo cual no concuerda con los resultados experimentales mostrados en la gráfica núm. 1, donde se observa que los mínimos logrados para $P = 90^\circ$ y 270° son mayores que los logrados para $P = 0^\circ$ y 180° . La teoría no concuerda, aparentemente, con el experimento. Sin embargo esta no concordancia puede desaparecer si demostramos experimentalmente que la siguiente hipótesis es válida:

los espejos que constituyen el sistema monocromador tienen superficies reflectoras perpendiculares al plano de incidencia, por lo que la luz al atravesar el sistema monocromador se polariza de tal forma que la intensidad de su componente de campo eléctrico que vibra en la dirección σ es mayor que la intensidad de su componente de campo eléctrico que vibra en la dirección Π .

Para demostrar la validez de esta hipótesis, se hizo incidir la luz proveniente del mono-

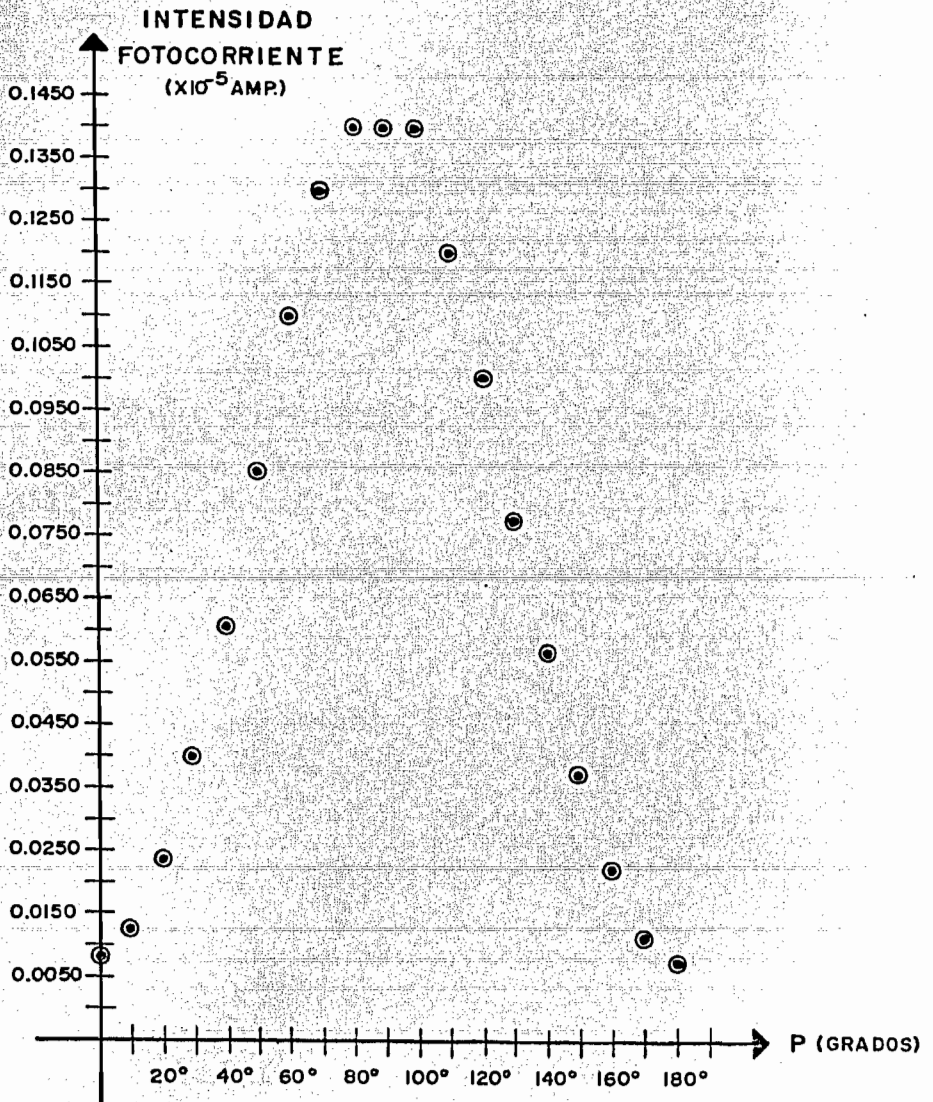
cromador en el sistema polarizador el elipsómetro y la luz emergente de éste, en el fotodetector Gaertner. En seguida se tomaron medidas de fotocorriente para distintas posiciones azimutales (P) del polarizador, las cuales se muestran en la siguiente tabla XIV:

TABLA XIV*

P ($\pm 0.005^\circ$)	INTENSIDAD FOTOCORRIENTE (Amp)
0°	$0.86 \times 10^{-7} \pm 0.01 \times 10^{-7}$
10°	$0.13 \times 10^{-6} \pm 0.01 \times 10^{-6}$
20°	0.24 " " "
30°	0.40 " " "
40°	0.61 " " "
50°	0.85 " " "
60°	$0.11 \times 10^{-5} \pm 0.01 \times 10^{-5}$
70°	0.13 " " "
80°	0.14 " " "
90°	" " " "
100°	" " " "
110°	0.12 " " "
120°	0.10 " " "
130°	$0.78 \times 10^{-6} \pm 0.01 \times 10^{-6}$
140°	0.57 " " "
150°	0.38 " " "
160°	0.23 " " "
170°	0.12 " " "
180°	$0.84 \times 10^{-7} \pm 0.01 \times 10^{-7}$

* Las incertidumbres anotadas son debidas a las precisiones de las escalas utilizadas.

Con los datos de la Tabla XIV, anterior, podemos graficar posiciones del polarizador contra intensidades de fotocorriente; esta gráfica se muestra a continuación con el núm. 2:



GRAFICA No. 2

La gráfica anterior nos muestra que la intensidad de la luz σ que emerge del sistema monocromador es mayor que la de la luz π que emerge de este mismo sistema (por un factor de aproximadamente 30), comprobando así la validéz de nuestra hipótesis, y por lo tanto explicando teóricamente la aparición en la gráfica núm. 1 de dos mínimos de fotocorriente cuando $P = 90^\circ$ y 270° , que son máximos con respecto a todos los demás mínimos; ya que entonces el eje menor de la elipse de la fig. 52.c es mayor que el eje menor de la elipse de la fig. 51.c, o sea, la intensidad de la luz que cruza en analizador cuando éste está en posición de minimización es mayor para $P = 0^\circ$ y 180° . Explicándose así teóricamente lo observado experimentalmente.

- c) Se observan en la gráfica núm. 1, 6 valores de P (0° , 45° , 135° , 180° , 225° y 315° aprox.) para los cuales los mínimos logrados de fotocorriente son iguales (de acuerdo con la resolución del fotodetector utilizado, que nos permite diferenciar cambios en fotocorrientes de 1×10^{-11} Amp.) . Entre estos 6 valores de P debemos discernir cuáles son los que corresponden realmente a mínimos minimorum de intensidad luminosa, o sea, cuáles son posiciones azimutales de minimización

del polarizador, y por otro lado, cuáles no lo son, pero que parecen serlo debido a la resolución del fotodetector. Para lograr ésto, recurrimos a las predicciones de la teoría, suponiendo que la muestra (LiF) es un dieléctrico. O sea, nos interesa saber qué valores predice la teoría para las posiciones azimutales de minimización del polarizador cuando la muestra es dieléctrica y las componentes ópticas del elipsómetro están dispuestas como en el actual arreglo experimental. Así pues, ¿cuándo la luz reflejada por un dieléctrico está linealmente polarizada? La respuesta es: siempre que la luz incidente esté linealmente polarizada, o bien, que no lo esté, pero el ángulo de incidencia sea igual al ángulo de Brewster. Pero en nuestro arreglo experimental el ángulo de incidencia ($\theta_i = 60^\circ 03' \pm 02'$) no es igual al ángulo de Brewster del LiF ($\theta_B = 54^\circ 20'$). O sea, que la luz reflejada está linealmente polarizada cuando la luz incidente también lo está, o lo que es igual, cuando la luz que emerge del compensador está linealmente polarizada. Así, ¿cuándo un compensador Babinet-Soleil usado como placa de un cuarto de longitud de onda, con su eje rápido a 45° del plano de incidencia, sirve para polarizar, linealmente la luz que lo atravieza? La respuesta es: siempre que

la luz incidente esté linealmente polarizada con dirección de vibración paralela o perpendicular al eje rápido del compensador, o bien, que la luz incidente esté circularmente polarizada.

Pero en nuestro arreglo experimental, la luz incidente al compensador está linealmente polarizada ya que ha cruzado el sistema polarizador, por lo que la luz emergente del compensador está linealmente polarizada solo cuando la luz incidente a él, linealmente polarizada, vibra paralela o perpendicularmente a su eje rápido; o sea, cuando la posición azimutal del polarizador vale 45° , 135° , 225° y 315° . Resumiendo, según la teoría, los valores de las posiciones azimutales de minimización del polarizador, cuando la muestra es dieléctrica, son: 45° , 135° , 225° y 315° .

En base a lo anterior, podemos decir que, de las 6 posiciones azimutales aparentes de minimización obtenidas experimentalmente (gráfica núm. 1) sólo aquellas cercanas a 45° , 135° , 225° y 315° son posiciones azimutales de minimización del polarizador y las dos restantes no lo son aunque la resolución del fotodetector utilizado no nos permita diferenciarlas de las auténticas posiciones de minimización (mínimos minimorum). Ahora bien, ¿qué tan cercanos a los valores predichos por la teoría

(45°, 135°, 225° y 315°) se encuentran los valores de las posiciones azimutales de minimización del polarizador, según sus determinaciones experimentales? Para contestar esta pregunta se midieron intensidades mínimas de fotocorriente al variar la posición del analizador, para diferentes posiciones del analizador dentro de los intervalos de interés. Los datos medidos para posiciones de P de grado en grado desde P = 24° hasta P = 58° se muestran en la siguiente tabla XV:

TABLA XV

P*	I _{mín} **	P*	I _{mín} **
(± 0.005°)	(Amp)	(± 0.005°)	(Amp)
24°	0.725X10 ⁻⁹ ± 0.005X10 ⁻⁹	34°	0.720X10 ⁻⁹ ± 0.005X10 ⁻⁹
25°	" "	35°	" "
26°	" "	36°	" "
27°	" "	37°	" "
28°	" "	38°	" "
29°	" "	39°	0.715X10 ⁻⁹
30°	" "	40°	" "
31°	" "	41°	" "
32°	0.720X10 ⁻⁹	42°	0.710 "
33°	" "	43°	" "

(Continúa en la Página Sig.)

TABLA XV
(Continuación)

p^* ($\pm 0.005^\circ$)	I_{\min}^{**} (Amp)	p^* ($\pm 0.005^\circ$)	I_{\min}^{**} (Amp)
44°	$0.710 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$	52°	$0.730 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$
45°	" "	53°	0.735 " "
46°	0.715 " "	54°	0.740 " "
47°	0.720 " "	55°	0.745 " "
48°	" "	56°	0.755 " "
49°	0.725 " "	57°	0.760 " "
50°	" "	58°	0.770 " "
51°	0.730 " "		

* La incertidumbre anotada es debida a la mitad de la mínima división de la escala del vernier del polarizador.

** La tercera cifra después del punto ha sido estimada, la mínima división de escala es de 0.02×10^{-9} , sin embargo se logró subdividir entre 2 con una escala auxiliar para dar una precisión de 0.01×10^{-9} Amp.

Los valores medidos para posiciones de P , de grado en grado desde $P = 122^\circ$ hasta $P = 164^\circ$ se muestra en la siguiente Tabla XVI:

TABLA XVI

p^* ($\pm 0.005^\circ$)	I_{\min}^{**} (Amp)	p^* ($\pm 0.005^\circ$)	I_{\min}^{**} (Amp)
122°	$0.740 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$	130°	$0.715 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$
124°	0.730 " "	131°	0.710 " "
126°	0.725 " "	132°	" " "
128°	0.720 " "	133°	" " "

(Continúa en la Pag. Sig.)

TABLA XVI
(Continuación)

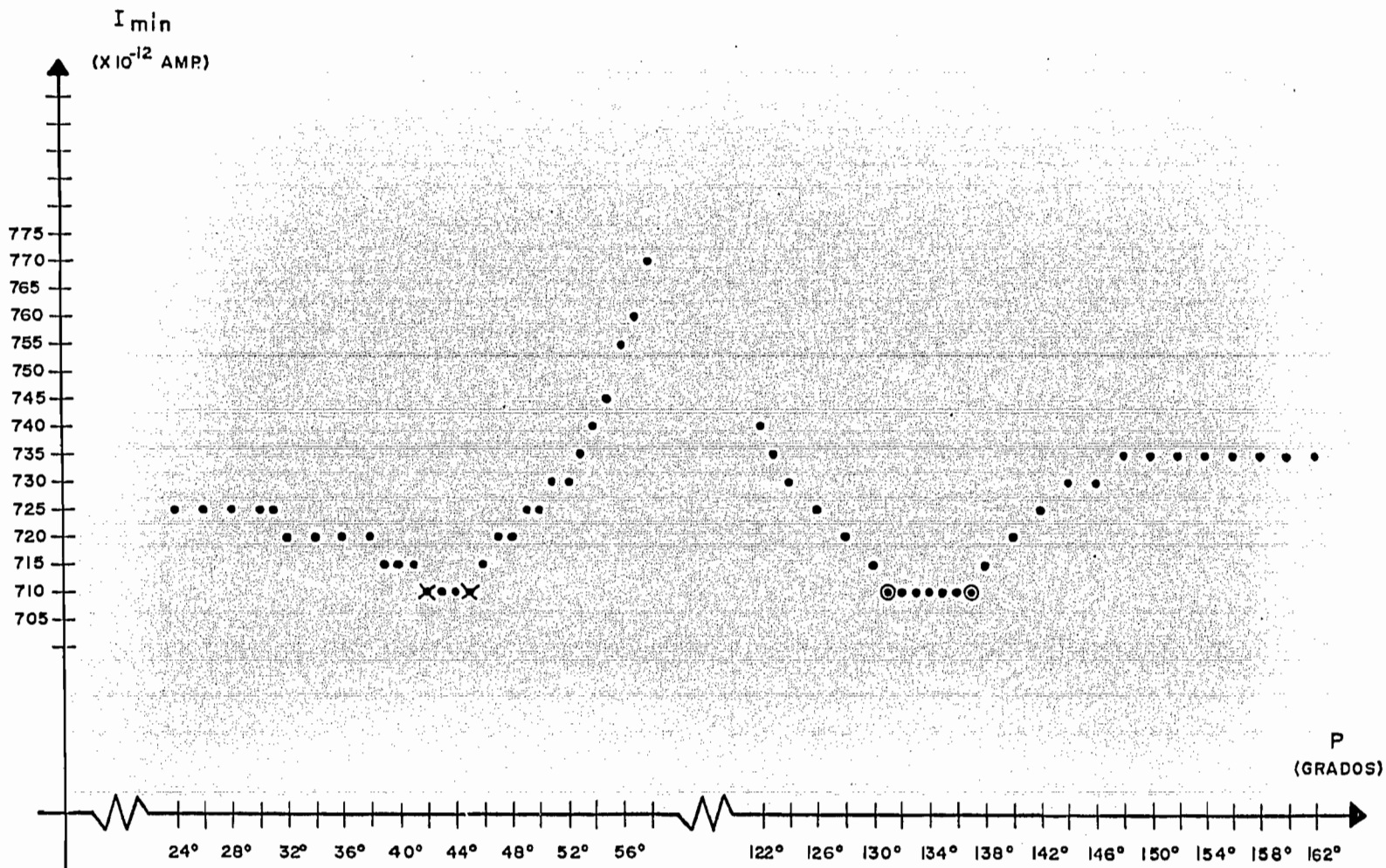
P*	I _{mín} **	P*	I _{mín} **
(± 0.005°)	(Amp)	(± 0.005°)	(Amp)
134°	0.710X10 ⁻⁹ ± 0.005X10 ⁻⁹	148°	0.735X10 ⁻⁹ ± 0.005X10 ⁻⁹
135°	" "	150°	" "
136°	" "	152°	" "
137°	" "	154°	" "
138°	0.715 "	156°	" "
140°	0.720 "	158°	" "
142°	0.725 "	160°	" "
144°	0.730 "	162°	" "
146°	" "	164°	0.730 "

* ** Mismas incertidumbres y causas que en la Tabla anterior.

Con los valores anotados en las Tablas XV y XVI podemos construir una gráfica de I_{mín} contra P, la cual se muestra en la siguiente página con el núm. 3.

La gráfica núm. 3 nos muestra entre otras cosas las siguientes:

- a) En las regiones de interés alrededor de las posiciones azimutales de minimización del polarizador, la relación entre intensidades mínimas y valores de P está representada por una curva asimétrica con respecto a tales posiciones de minimización; esta asimetría es debida, como se concluyó en el



GRAFICA No. 3

análisis de la gráfica No. 2, a la polarización que la luz sufre al cruzar por el sistema monocromador.

- b) No se observan cambios de intensidad mínima para valores de P comprendidos en dos intervalos: de P igual a $42^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$ hasta P igual a $45^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$ (puntos con cruz), y de P igual a $131^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$ hasta P igual a $137^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$ (puntos con círculo). Esto es debido a que los cambios de intensidad dentro de estos intervalos son menores que la resolución del sistema fotodetector (1×10^{-11} A).
- c) Existen dos posiciones azimutales de minimización del polarizador, una (P_1) comprendida dentro de un intervalo limitado por $42^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$ y $45^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$, y otra (P_2), comprendida dentro de un intervalo con los siguientes límites: $131^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$ y $137^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$. Donde las incertidumbres de medio grado son debidas a que las mediciones de fotocorrientes se efectuaron de grado en grado dentro de las regiones de interés para los valores de P .

Para precisar aún más los valores de las posiciones azimutales de minimización P_1 y P_2 , fijemos nuestra atención en los valores de P dentro de las regiones donde la resolu-

ción del aparato es insuficiente para detectar cambios de intensidades luminosas, y supongamos que en estas regiones la relación entre intensidades mínimas y los valores de P es tal que le corresponde una curva parabólica al ser graficada, como lo muestra la fig. 53. Adoptando este modelo parabólico para la relación entre valores de P y valores de intensidades mínimas de fotocorriente correspondientes, obtenemos que la intensidad mínima de fotocorrientes que a su vez es un mínimo con relación a todas las demás intensidades mínimas, ó sea, el mínimo minimorum, corresponde a un valor de P que está a la mitad del intervalo angular donde se supone el modelo parabólico, y este valor es el de la posición azimutal de minimización (P_1 ó P_2), con incertidumbre igual a la incertidumbre de los valores que limitan tal intervalo ($P_<$ y $P_>$).

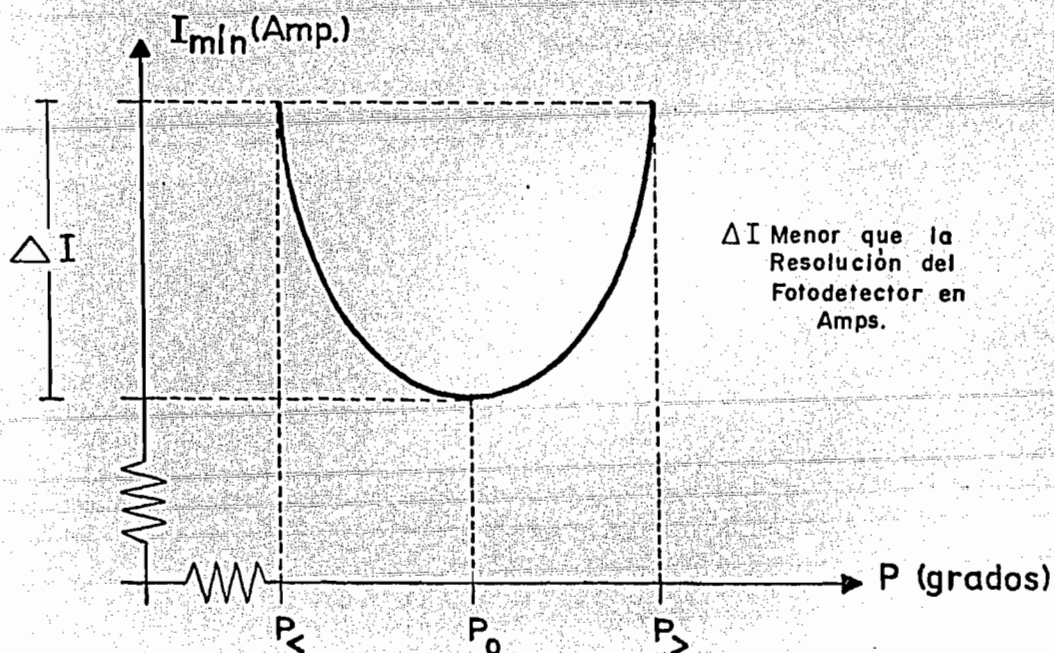


FIGURA 53

Así según el modelo parabólico anterior, la gráfica No. 3, nos indica la existencia de dos valores de P_0 , los cuales son:

$$P_1 = \frac{42.0^\circ \pm 0.5^\circ + 45.0^\circ \pm 0.5^\circ}{2}$$

$$P_2 = \frac{131.0^\circ \pm 0.5^\circ + 137.0^\circ \pm 0.5^\circ}{2}$$

ó sea: $P_1 = 43.5^\circ \pm 0.5^\circ \dots (305)$

$$P_2 = 134.0^\circ \pm 0.5^\circ \dots (306)$$

Debido a la periodicidad mostrada por la gráfica No.1 sabemos que existen otros dos valores de P_0 (P_3 y P_4) que son:

$$P_3 = P_1 + 180^\circ$$

$$P_4 = P_2 + 180^\circ$$

ó sea: $P_3 = 223.5^\circ \pm 0.5^\circ \dots (307)$

$$P_4 = 314.0^\circ \pm 0.5^\circ \dots (308)$$

Ahora bien, si giramos el compensador 180° a partir de $Q = 45^\circ$, obtenemos $Q = 225^\circ$, y no hemos variado el arreglo óptico anterior ya que el eje rápido del compensador representa una dirección en la que ambos sentidos son equivalentes. Por lo que para $Q = 225^\circ$, los valores de P_0 (P_5, P_6, P_7 y P_8) son:

$$P_5 = P_1 = 43.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(309)$$

$$P_6 = P_2 = 134.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(310)$$

$$P_7 = P_3 = 223.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(311)$$

$$P_8 = P_4 = 314.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(312)$$

Hemos obtenido hasta el momento 8 valores de P_0 , los cuales corresponden cuatro al valor $Q = 45^\circ$ y cuatro a $Q = 225^\circ$. Enseguida obtendremos los valores de P_0 correspondientes a $Q = 135^\circ$ y $Q = 315^\circ$. Para lograrlo, se coloca el compensador B-S con su eje rápido a 135° del plano de incidencia ($Q = 135^\circ$), conservando el mismo ángulo de incidencia anterior y se procede a medir mínimos de intensidad de fotocorriente al variar A, para posiciones del polarizador cada 5° dentro del intervalo angular de 360° . Las mediciones efectuadas se muestran en la Tabla XVII, a continuación:

TABLA XVII*

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)	P (± 0.005)	I_{mfn} (Amp)
0°	$0.78 \times 10^{-9} \pm .01 \times 10^{-9}$	185°	$0.78 \times 10^{-9} \pm .01 \times 10^{-9}$
5°	" "	190°	0.79 " "
10°	0.79 " "	195°	" " "
15°	0.80 " "	200°	0.80 " "
20°	" " "	205°	" " "
25°	" " "	210°	" " "
30°	" " "	215°	0.79 " "
35°	0.79 " "	220°	" " "
40°	0.78 " "	225	0.78 " "
45°	" " "	230°	" " "
50°	" " "	235°	0.80 " "
55°	0.81 " "	240°	0.84 " "
60°	0.84 " "	245°	0.89 " "
65°	0.89 " "	250°	0.94 " "
70°	0.95 " "	255°	$0.10 \times 10^{-8} \pm .01 \times 10^{-8}$
75°	$0.10 \times 10^{-8} \pm .01 \times 10^{-8}$	260°	" " "
80°	0.11 " "	265°	0.11 " "
85°	" " "	270°	" " "
90°	" " "	275°	" " "
95°	" " "	280°	" " "
100°	" " "	285°	0.10 " "
105°	0.10 " "	290°	$0.94 \times 10^{-9} \pm .01 \times 10^{-9}$
110°	$0.94 \times 10^{-9} \pm .01 \times 10^{-9}$	295°	0.88 " "
115°	0.89 " "	300°	0.84 " "
120°	0.84 " "	305°	0.80 " "
125°	0.80 " "	310°	0.78 " "
130°	0.78 " "	315°	" " "

(Continúa en la Pág. Sig.)

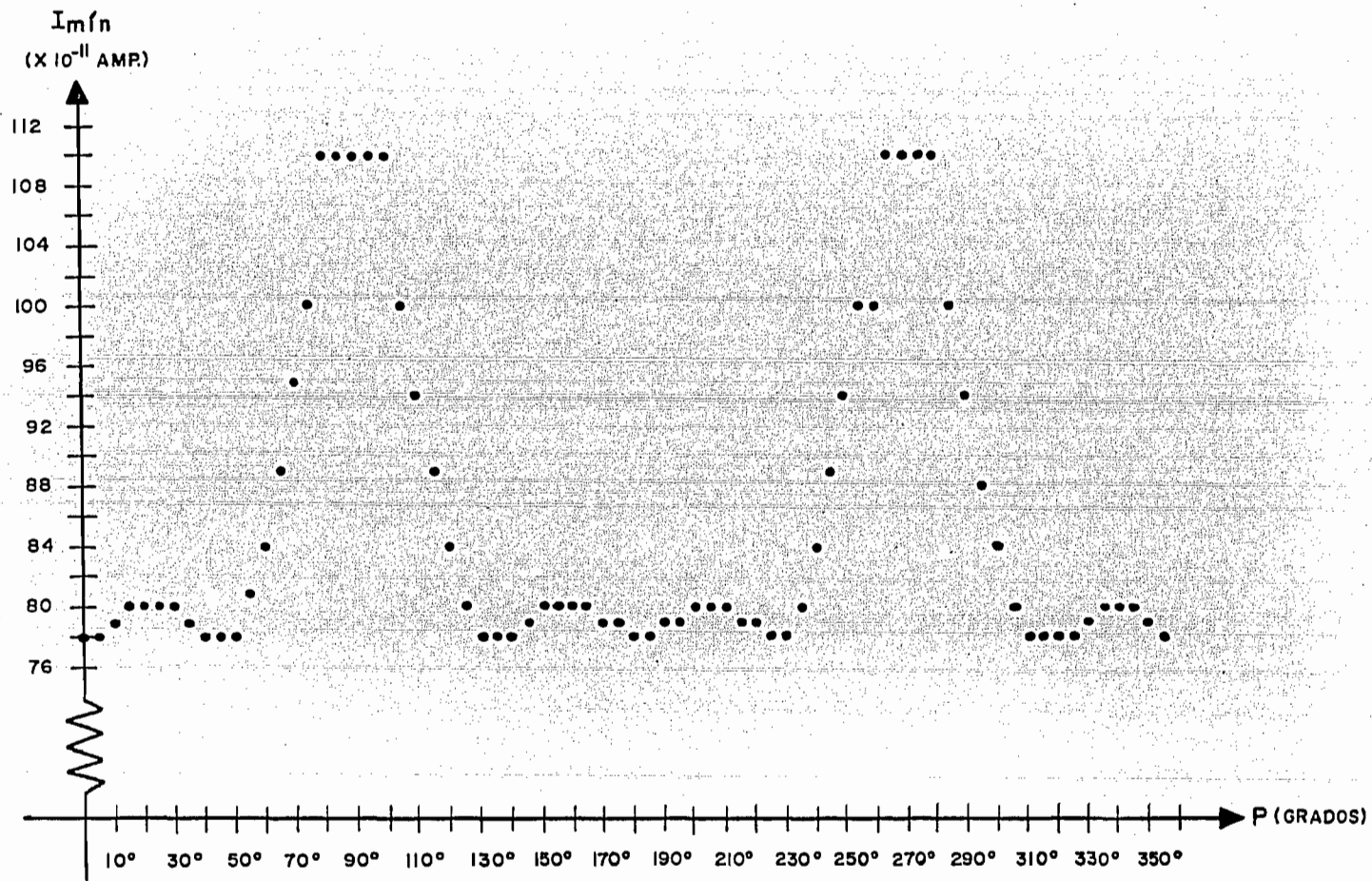
TABLA XVII*
(Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)
135°	$0.78 \times 10^{-9} \pm .01 \times 10^{-9}$	320°	$0.78 \times 10^{-9} \pm .01 \times 10^{-9}$
140°	" "	325°	" "
145°	0.79 "	330°	0.79 "
150°	0.80 "	335°	0.80 "
155°	" "	340°	" "
160°	" "	345°	" "
165°	" "	350°	0.79 "
170°	0.79 "	355°	0.78 "
175°	" "	360°	" "
180°	0.78 "		

* La incertidumbre anotada para valores angulares es debida a la precisión de los verniers utilizados.

Con los datos de la tabla XVII, anterior, podemos construir una gráfica de $I_{\text{mín}}$ contra valores de P, la cual se muestra en la gráfica 4, en la siguiente página.

Analizando la gráfica núm. 4, se observa que las conclusiones a las que se llegó a partir del análisis de la gráfica núm. 1, también son conclusiones derivables de un análisis de la gráfica núm. 4, por lo que no se escribirán de nuevo. Puesto que las posiciones azimutales de minimización se encuentran cercanas a los valores de 45° , 135° , 225° y 315° , según el análisis efectuado para la gráfica núm. 1, ahora veremos para



GRAFICA No. 4

la gráfica núm. 4, que tan cercanas a estos valores se encuentran tales posiciones azimutales de minimización; para lo cual, primero, se midieron las intensidades mínimas de fotocorriente al variar la posición del analizador para valores de P de grado en grado desde $P = 22^\circ$ hasta $P = 60^\circ$ y estas medidas se anotan en la siguiente tabla XVIII:

TABLA XVIII ($Q = 135^\circ$)

P^* ($\pm 0.005^\circ$)	I_{\min}^{**} (Amp)	P^* ($\pm 0.005^\circ$)	I_{\min}^{**} (Amp)
22°	$0.725 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$	43°	$0.705 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$
24°	" "	44°	" "
26°	0.720×10^{-9}	45°	" "
28°	" "	46°	" "
30°	" "	47°	" "
32°	" "	48°	" "
34°	0.715×10^{-9}	49°	" "
36°	0.710×10^{-9}	50°	0.710×10^{-9}
38°	" "	52°	0.715×10^{-9}
39°	0.705×10^{-9}	54°	0.725×10^{-9}
40°	" "	56°	0.735×10^{-9}
41°	" "	58°	0.750×10^{-9}
42°	" "	60°	0.765×10^{-9}

* Incertidumbre de la la mitad de la mínima división de escala.

** La 3a. cifra después del punto es estimada, la mínima división de escala es de 0.02×10^{-9} , sin embargo se logró subdividir entre 2 con una escala auxiliar para dar una precisión de 0.01×10^{-9} Amp.

Los valores medidos de $I_{\text{mín}}$, para posiciones de P, de grado en grado, desde $P = 122^\circ$ hasta $P = 160^\circ$ se muestran en la siguiente tabla XIX:

TABLA XIX ($Q = 135^\circ$)

P^* ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}^{**}$ (Amp)	P^* ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}^{**}$ (Amp)
122°	$0.740 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$	139°	$0.695 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$
124°	0.730 "	140°	" "
126°	0.715 "	141°	" "
128°	0.710 "	142°	0.700 "
130°	0.700 "	144°	" "
132°	0.695 "	146°	0.705 "
133°	" "	148°	" "
134°	" "	150°	0.710 "
135°	" "	152°	" "
136°	" "	154°	" "
137°	" "	156°	0.715 "
138°	" "	158°	" "
		160°	0.710 "

* ** Mismas incertidumbres que las marcadas en la tabla anterior.

Con los valores anotados en las tablas XVIII y XIX, podemos construir la gráfica No. 5, mostrada en la página siguiente, donde se observa que existe una posición azimutal de minimización del polarizador entre $P = 39.0^\circ$ y $P = 49.0^\circ$ (puntos marcados con cruz en la gráfica), y otra, entre $P = 132^\circ$ y $P = 141^\circ$ (puntos marcados con círculo en la gráfica). Las incertidumbres de los cuatro valores anteriores para los límites de los intervalos angulares son de $\pm 0.5^\circ$; debido a que las medidas de I_{\min} se efectuaron de grado en grado dentro de los intervalos de interés de P . Ahora bien, suponiendo válido el modelo parabólico descrito en el análisis de la gráfica No. 3 (fig. 53), podemos obtener otros dos valores de P_0 (P_9 y P_{10}), los cuales son:

$$P_9 = \frac{39.0^\circ \pm 0.5^\circ + 49.0^\circ \pm 0.5^\circ}{2}$$

$$P_{10} = \frac{132.0^\circ \pm 0.5^\circ + 141.0^\circ \pm 0.5^\circ}{2}$$

ó sea:

$$P_9 = 44.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(313)$$

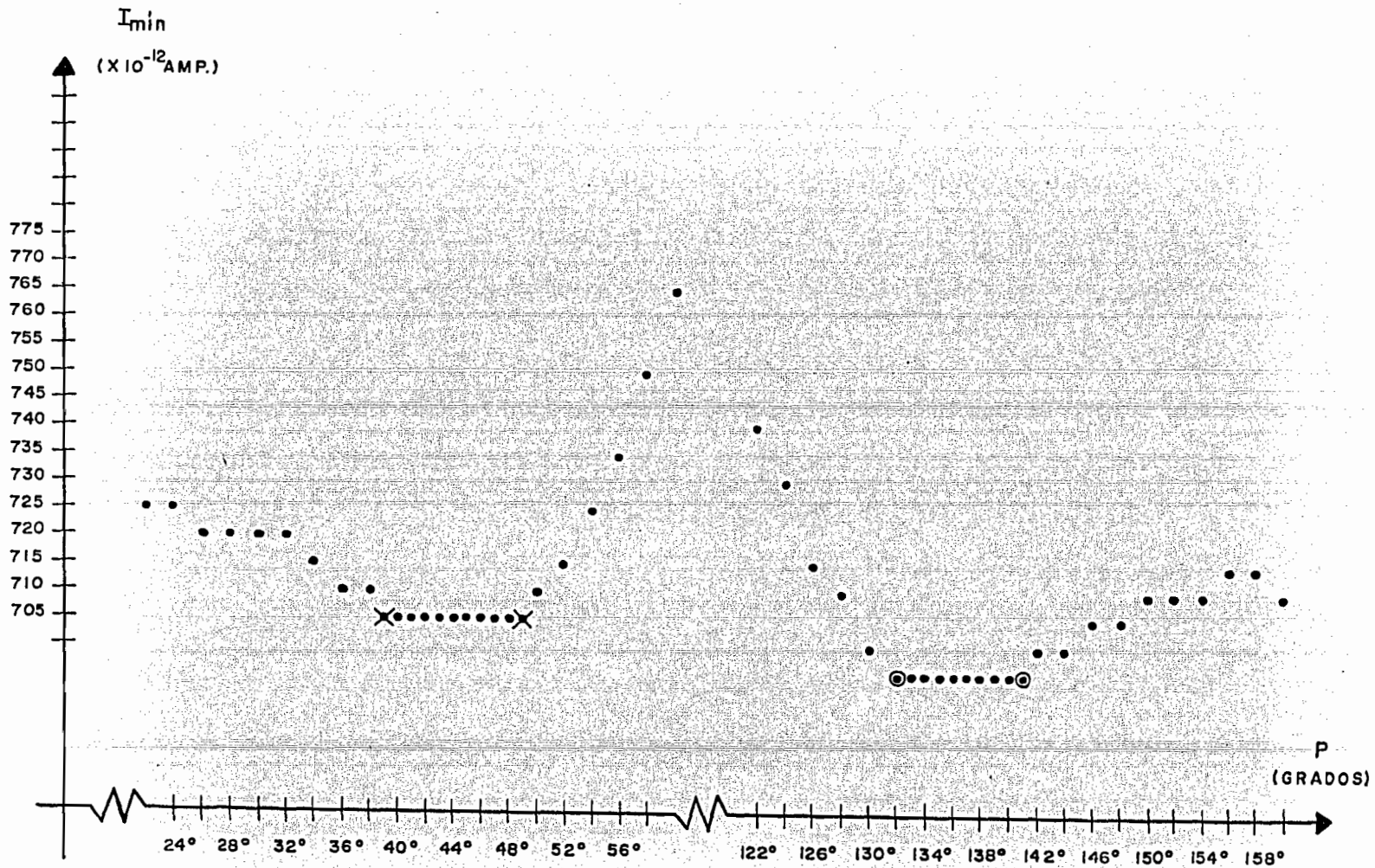
$$P_{10} = 136.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(314)$$

Debido a la periodicidad mostrada por la gráfica No. 4, sabemos que existen otros dos valores de P_0 (P_{11} y P_{12}), que son:

$$P_{11} = P_9 + 180^\circ = 224.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(315)$$

$$P_{12} = P_{10} + 180^\circ = 316.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(316)$$

Los cuatro valores anteriores de P_0 ($P_9, P_{10}, P_{11}, P_{12}$) fueron obtenidos con un valor $Q = 135^\circ$; pero si giramos 180° el compensador B-S, o sea, colocamos $Q = 135^\circ$; el arreglo óptico



GRAFICA No. 5

experimental no se altera, por lo que para este nuevo valor de Q , tendremos otros 4 valores de P_0 (P_{13}, P_{14}, P_{15} y P_{16}), que son:

$$P_{13} = P_9 = 44.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(317)$$

$$P_{14} = P_{10} = 136.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(318)$$

$$P_{15} = P_{11} = 224.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(319)$$

$$P_{16} = P_{12} = 316.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(320)$$

Así pues, las expresiones dadas por las ecs. (305) hasta (320) nos dan 16 valores de P_0 , o sea, 16 posiciones azimutales de minimización del polarizador, para cada una de las cuales debe haber 2 posiciones azimutales de minimización del analizador, ya que cuando $P = P_0$, la luz reflejada por la muestra está linealmente polarizada y puede ser anulada por dos posiciones azimutales del analizador antes de llegar al fotodetector; por lo que habrá 32 valores posibles de A_0 . Así, sin variar el ángulo de incidencia inicial, se fue colocando el polarizador en posiciones azimutales de minimización sucesivamente, y el analizador en sus posiciones azimutales correspondientes, midiéndose para cada una de estas posiciones del polarizador, los 2 valores de A en los cuales el analizador se encuentra en posición azimutal de minimización, o sea, los valores de A_0 . Cada A_0 será el promedio (asumiendo de nuevo el modelo parabólico para la relación entre la intensidad de fotocorriente y la posición azimutal del analizador, cerca del mínimo luminoso) de 2 valores de A ($A_{<} y A_{>}$) medidos a los lados del mínimo luminoso

para los cuales la intensidad de fotocorriente es la mínima medible según la resolución de nuestro fotodetector, e igual para ambos valores de A . Los valores medidos de $A_{<}$, $A_{>}$ y A_0 para cada uno de los valores de P_0 , junto con la intensidad de corriente mínima detectada, se muestran en la XX, en la sig. página. Las incertidumbres ahí anotadas para los valores de $A_{<}$ y $A_{>}$, corresponden al tamaño del intervalo angular para el cual la intensidad de fotocorriente es igual, según la resolución de nuestro fotodetector. Las incertidumbres anotadas para los valores de A_0 corresponden al valor absoluto máximo de las siguientes diferencias: el valor A_0 anotado en la Tabla XX menos el valor de A_0 que corresponde a $P_0 + 0.5^\circ (A_{0+})$, y el valor A_0 anotado en la Tabla XX menos el valor de A_0 que corresponde a $P_0 - 0.5^\circ (A_{0-})$. Estas incertidumbres se determinaron midiendo los valores de A_0 para $P_0 + 0.5^\circ$ y $P_0 - 0.5^\circ$, los cuales se muestran en la Tabla XXI, para $Q = 45^\circ$ donde se aprecia que la mayor incertidumbre para los valores de A_0 es de 0.5° .

Renombrando los valores de P_0 y A_0 anotados en la Tabla XX, según la nomenclatura y convenciones adoptadas en el capítulo IV (expresadas en las ecs. (293) y (301)) y utilizando las ecs. (294) y (302), podemos calcular 32 valores para ψ y sus correspondientes valores para Δ , los cuales se muestran en las Tablas XXII y XXIII, en las páginas siguientes.

TABLA XX

i	$P_0 = P_i$	$A_{i<}$	$A_{i>}$	$A_0 = A_i$	C. Picoamp.*
1	43.5°± 0.5°	169.8°± 0.4°	171.7°± 0.4°	170.7°± 0.5°	0.70 X 10 ⁻⁹
2	" "	350.1°	351.9°	351.0°	" "
3	223.5°	349.4°	352.4°	350.9°	0.71 "
4	" "	169.3°	171.3°	170.3°	" "
5	134.0°	187.4°	189.8°	188.6°	0.72 "
6	" "	7.8°	9.0°	8.4°	" "
7	314.0°	6.8°	10.0°	8.4°	" "
8	" "	187.3°	189.7°	188.5°	" "
9	44.0°	169.1°	172.4°	170.7°	0.71 "
10	" "	348.9°	352.5°	350.7°	" "
11	224.0	349.2°	352.6°	350.9°	" "
12	" "	169.4°	172.0°	170.7°	" "
13	136.5°	186.8°	189.9°	188.3°	" "
14	" "	6.9°	9.4°	8.1°	0.70 "
15	316.5°	6.6°	10.1°	8.3°	" "
16	" "	187.0°	189.2°	188.1°	" "
17	43.5°	169.9°	171.8°	170.9°	" "
18	" "	350.1°	352.4°	351.3°	" "
19	223.5°	349.6°	352.0°	350.8°	" "
20	" "	169.7°	171.7°	170.7°	" "

(Continúa en la Pag. Sig.)

TABLA XX (Continuación)

i	$P_0 = P_i$	$A_{i<}$	$A_{i>}$	$A_0 = A_1$	C. Picoamp.*
21	$134.0^\circ \pm 0.5^\circ$	$187.1^\circ \pm 0.4^\circ$	$189.4^\circ \pm 0.4^\circ$	$188.3^\circ \pm 0.5^\circ$	0.70×10^{-9}
22	" "	7.1° "	9.6° "	8.4° "	" "
23	314.0° "	6.9° "	9.2° "	8.1° "	" "
24	" "	187.1° "	189.6° "	188.3° "	" "
25	44.0° "	170.5° "	171.4° "	170.9° "	" "
26	" "	349.9° "	351.2° "	350.5° "	" "
27	224.0° "	349.8° "	352.3° "	351.1° "	" "
28	" "	169.4° "	171.8° "	170.6° "	" "
29	136.5° "	187.2° "	189.6° "	188.4° "	" "
30	" "	7.1° "	9.6° "	8.3° "	" "
31	316.5° "	6.5° "	9.9° "	8.2° "	" "
32	" "	166.2° "	190.0° "	188.1° "	" "

* Las unidades son amperes. El valor máximo de la escala utilizada en el picoamperímetro fue en todas las medidas de 1×10^{-9} amperes.

Las incertidumbres anotadas para los valores angulares tienen causas anotadas y explicadas en el texto.

TABLA XXI (Q=45°)

P_o ($\pm 0.5^\circ$)	$P_o + 0.5^\circ$ ($\pm 0.5^\circ$)	A_{o+} ($\pm 0.4^\circ$)	$ A_o - A_{o+} $	$P_o - 0.5^\circ$ ($\pm 0.5^\circ$)	A_{o-} ($\pm 0.4^\circ$)	$ A_o - A_{o-} $
43.5°	44.0°	170.4°	0.3°	43.0°	170.8°	0.1°
223.5°	224.0°	170.8°	0.5°	223.0°	170.7°	0.4°
134.0°	134.5°	188.2°	0.4°	133.5°	188.1°	0.5°
314.0°	314.5°	188.4°	0.1°	313.5°	188.3°	0.2°

TABLA XXII

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	P_o	P_{ABC}	($n'-n$) de las ecs. (294)	Δ_i
P ₁	43.5° ^{±0.5°}	P ₁₁₁	0	3.0° ^{±1.0°}
P ₂	"	"	"	" "
P ₃	223.5°	P ₁₂₁	-2	3.0° "
P ₄	"	"	"	" "
P ₅	134.0°	P ₂₁₁	0	2.0° "
P ₆	"	"	"	" "
P ₇	314.0°	P ₂₂₁	-2	" "
P ₈	"	"	"	" "
P ₉	44.0°	P ₂₁₂	0	-2.0° "
P ₁₀	"	"	"	" "
P ₁₁	224.0°	P ₂₂₂	2	" "
P ₁₂	"	"	"	" "
P ₁₃	136.5°	P ₁₁₂	0	3.0° "
P ₁₄	"	"	"	" "

(Continúa en la Pag. Sig.)

TABLA XXII (Continuación)

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	P_0	P_{ABC}	($n' - n$) de las ecs. (294)	Δ_i
P ₁₅	315.5° ± 0.05°	P ₁₂₂	2	3.0° ± 1.0°
P ₁₆	"	"	"	" "
P ₁₇	43.5°	P ₁₁₃	2	" "
P ₁₈	"	"	"	" "
P ₁₉	223.5°	P ₁₂₃	0	" "
P ₂₀	"	"	"	" "
P ₂₁	134.0°	P ₂₁₃	2	2.0° "
P ₂₂	"	"	"	" "
P ₂₃	314.0°	P ₂₂₃	0	" "
P ₂₄	"	"	"	" "
P ₂₅	44.0°	P ₂₁₄	-2	-2.0° "
P ₂₆	"	"	"	" "
P ₂₇	224.0°	P ₂₂₄	0	" "
P ₂₈	"	"	"	" "
P ₂₉	136.5°	P ₁₁₄	-2	3.0° "
P ₃₀	"	"	"	" "
P ₃₁	316.5°	P ₁₂₄	0	" "
P ₃₂	"	"	"	" "

TABLA XXIII

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	A_0	A_{DEFGH}	(m'-m) de las ecs. (302)	ψ_j
A ₁	170.7° ^{+0.5°}	A _{III1111}	0	9.3° ^{+0.5°}
A ₂	351.0° "	A _{IV1112}	0	9.0° "
A ₃	350.9° "	A _{IV1212}	0	9.1° "
A ₄	170.3° "	A _{III1211}	0	9.7° "
A ₅	188.6° "	A _{III2112}	0	8.6° "
A ₆	8.4° "	A _{I2111}	0	8.4° "
A ₇	" "	A _{I2211}	0	" "
A ₈	188.5° "	A _{III2212}	0	8.5° "
A ₉	170.7° "	A _{II2121}	1	9.3° "
A ₁₀	350.7° "	A _{IV2122}	1	9.3° "
A ₁₁	350.9° "	A _{IV2222}	1	9.1° "
A ₁₂	170.7° "	A _{II2221}	1	9.3° "
A ₁₃	188.3° "	A _{III1122}	1	8.3° "
A ₁₄	8.1° "	A _{I1121}	1	8.1° "
A ₁₅	8.3° "	A _{I1221}	1	8.3° "
A ₁₆	188.1° "	A _{III1222}	1	8.1° "
A ₁₇	170.9° "	A _{II1131}	0	9.1° "
A ₁₈	351.3° "	A _{IV1132}	0	8.7° "
A ₁₉	350.8° "	A _{IV1232}	0	9.2° "
A ₂₀	170.7° "	A _{II1231}	0	9.3° "
A ₂₁	188.3° "	A _{III12132}	0	8.3° "

(Continúa en la Pag. Sig.)

TABLA XXIII (Continuación)

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	A_0	A_{DEFGH}	(m'-m) de las ecs. (302)	ψ_i
A ₂₂	8.3° ^{±0.5°}	A _{I2131}	0	8.3° ^{±0.5°}
A ₂₃	8.1° "	A _{I2231}	0	8.1° "
A ₂₄	188.3° "	A _{III2232}	0	8.3° "
A ₂₅	170.9° "	A _{II2141}	1	9.1° "
A ₂₆	350.5° "	A _{IV2142}	1	9.5° "
A ₂₇	351.1° "	A _{IV2242}	1	8.9° "
A ₂₈	170.6° "	A _{II2241}	1	9.4° "
A ₂₉	188.4° "	A _{III1142}	1	8.4° "
A ₃₀	8.3° "	A _{I1141}	1	8.3° "
A ₃₁	8.2° "	A _{I1241}	1	8.2° "
A ₃₂	188.1° "	A _{III1242}	1	8.1° "

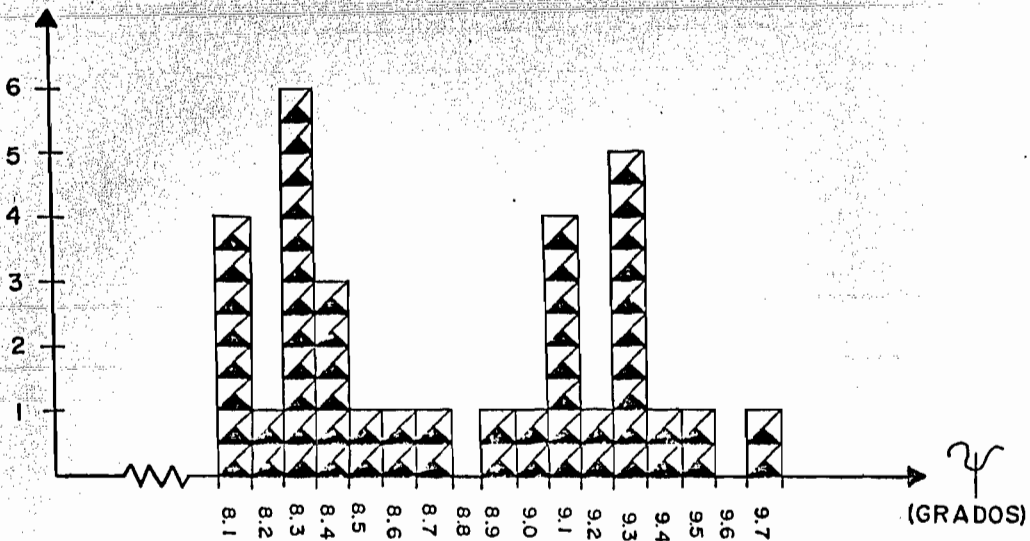
Con las incertidumbres que hemos ido asignando a las medidas experimentales, hasta culminar con las anotadas para los valores de Δ y ψ , mostrados en las 2 tablas últimas anteriores, hemos cubierto lo referente al análisis de errores experimentales sistemáticos. El análisis de errores estocásticos será tomado en cuenta al aplicar estadística sobre los valores de ψ mostrados en la tabla XXIII. Para ésto, primero construimos una tabla de frecuencias de aparición de los valores de ψ , la cual se muestra a continuación:

TABLA XXIV

VALOR DE ($\pm 0.5^\circ$)	FREC. DE APARICION	VALOR DE ($\pm 0.5^\circ$)	FREC. DE APARICION
8.1°	4	9.0°	1
8.2°	1	9.1°	4
8.3°	6	9.2°	1
8.4°	3	9.3°	5
8.5°	1	9.4°	1
8.6°	1	9.5°	1
8.7°	1	9.6°	0
8.8°	0	9.7°	1
8.9°	1		

Con la tabla de frecuencias anterior podemos construir el histograma que se muestra a continuación:

FRECUCIA



GRAFICA No. 6

Debido a las características del histograma anterior, no es posible aplicar ninguna de las funciones de distribución estadística conocidas, para el análisis estadístico de los valores de ψ , por lo que no podemos asignar un modelo de comportamiento a la aparición de los valores de ψ dentro del intervalo que va desde $8.1^\circ \pm 0.5^\circ$ hasta $9.7^\circ \pm 0.5^\circ$, estando así imposibilitados de obtener una incertidumbre debida a errores estocásticos para el valor de ψ . Así, el valor de ψ correcto será el promedio aritmético de los valores ψ que tienen una frecuencia de aparición mayor que 6, los cuales según el histograma anterior son: 8.1° , 8.3° , 9.1° , y 9.3° . O sea:

$$\psi = 8.7^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(321)$$

Y promediando los valores de Δ mostrados en la tabla XXII, obtenemos:

$$\Delta = 1.5^\circ \pm 1.0^\circ \quad \dots(322)$$

Obtenidos estos valores, podemos aplicar el programa computacional núm. 1 (capítulo 1) para encontrar el índice de refracción complejo del LiF. Los datos de entrada y los resultados computados, según el formato de salida del programa citado, se muestran en la pág. sig.:

DATOS DE ENTRADA
 PSI (GRAD DEC): 8.7
 DELTA (GRAD DEC): 1.5
 T: GRAD- 60
 MIN- 3
 SEG- 0
 N1: 1.0002773

RESULTADOS AUXILIARES

M1= 5.08774E-05
 N2=-1.972238115

RESULTADOS MATEMATICOS

(K5= 7.13284E-03 , K6=-7.13284E-03)-----
 (K7= I= 1.404363954 , K8= I*-1.404363954)-----
 (N5= 1.404364167 , N6=-1.404364167)-----
 (N7= 7.13284E-03 , N8=-7.13284E-03)-----

RESULTADOS FISICOS

LA PAREJA DE VALORES DE N2 Y K2 CON IGUAL SUBINDICE, DE LAS ANTERIORES, FISICAMENTE ADMISIBLE ES AQUELLA CUYOS VALORES SON REALES, POSITIVOS Y CON UN NUMERO DE CIFRAS SIGNIFICATIVAS APROPIADAS PARA CADA EXPERIMENTO Y CALCULO.

Calculando las incertidumbres correspondientes a los resultados obtenidos para el índice de refracción (n_2) y el coeficiente de extinción (κ_2), según las incertidumbres individuales de ψ , Δ y θ_j , obtenemos:

$$n_2 = 1.40 \pm 0.02$$

$$\kappa_2 = 7 \times 10^{-3} \pm 5 \times 10^{-3}$$

O sea, el resultado físico correcto es:

$$n_2 = 1.40 \pm 0.02 \quad \dots(323)$$

$$\kappa_2 < 1.2 \times 10^{-2} \quad \dots(324)$$

Cumpliendo así con el objetivo principal de este experimento .

V.3.1.5.- CONCLUSIONES

- a) El índice de refracción (n) y el coeficiente de extinción (κ), para luz de 5461 Å de longitud de onda de un cristal de LiF, medidos experimentalmente por el método elipsométrico, son:

$$n = 1.40 \pm 0.02$$

$$0 < \kappa < 1.2 \times 10^{-2}$$

- b) El método elipsométrico nos permite medir índices de refracción complejos, para materiales del tipo del LiF, con una precisión en su parte real de dos centésimas, o sea, incertidumbre de 1.4% del valor obtenido; y nos permite determinar valores de coeficiente de extinción hasta un orden de 1.2×10^{-2} .
- c) Los ángulos de incidencia, medidos por el método aquí descrito pueden determinarse con una precisión de 2' de arco.
- d) Las variables elipsométricas Δ y ψ pueden determinarse, para este tipo de materiales, con pre

cisiones de 1.0° y 0.5° , respectivamente.

- e) El prisma de Glan-Thompson del sistema polarizador (y por lo tanto también el del sistema analizador, ya que son idénticos) se comporta experimentalmente como una lámina polaroid, en cuanto a que tiene una dirección de polarización con ambos sentidos equivalentes, como lo muestra la aparición periódica (aprox. 180°) de mínimos luminosos en las gráficas 1 y 4.
- f) La luz de la lámpara de mercurio (polarizada al azar al ser emitida), que entra al elipsómetro después de pasar por el sistema monocromador, tiene intensidad mayor cuando su dirección de vibración es perpendicular al plano de incidencia, que cuando es paralela a este plano, debido a los procesos de reflexión que sufre dentro del sistema monocromador, donde los espejos planos son perpendiculares al plano de incidencia, reflejando más luz σ que luz π . Esta conclusión se deriva del análisis de mínimos luminosos que son máximos con respecto a todos los demás en las gráficas 1 y 4, y se comprueba por medio de la gráfica no. 2.
- g) La resolución del sistema fotodetector utilizado (1×10^{-11} Amp) no nos permite diferenciar de entre

mínimos luminosos, aquellos que corresponden a posiciones azimutales de minimización del polarizador y aquellos que no corresponden a tales posiciones, cuando la diferencia entre éstos es menor que 1×10^{-11} Amp. Teniendo entonces que introducir suposiciones extras sobre el carácter dieléctrico o no dieléctrico del material bajo análisis, para determinar las posiciones azimutales de minimización del polarizador (valores de P_0), como fue hecho al analizar las gráficas 1 y 4.

- h) El modelo parabólico supuesto para la relación entre valores de P y los mínimos de intensidad de fotocorriente logrados al variar A para cada uno de estos valores de P , por abajo de la resolución del fotodetector, no es válido en valores de P que se alejan del mínimo luminoso una cantidad tal que las mediciones de fotocorriente son mayores que la mínima medible. Como puede verse en las gráficas 3 y 5, donse se observa la forma no parabólica de las curvas.
- i) No se puede asignar un modelo de comportamiento estadístico para los valores de ψ y Δ , debido a errores estocásticos, como lo muestra el histograma de la gráfica núm. 6.
- j) De los datos mostrados en las tablas XXI y XXII, podemos obtener promedios de los valores de Δ

y ψ correspondientes, por una parte a $Q = 45^\circ$ y $Q = 135^\circ$; y por otra parte a $Q = 225^\circ$ y $Q = 315^\circ$, los cuales se muestran en la siguiente Tabla XXV :

TABLA XXV

$Q (\pm 0.005^\circ)$	Δ (PROMEDIO)	ψ (PROMEDIO)
45° y 135°	$1.5^\circ \pm 1.0^\circ$	$8.8^\circ \pm 0.5^\circ$
225° y 315°	$1.5^\circ \pm 1.0^\circ$	$8.7^\circ \pm 0.5^\circ$

En la tabla anterior se muestra que los valores promedio de Δ y ψ cuando $Q = 45^\circ$ y 135° ; son prácticamente iguales a los promedios de Δ y ψ cuando $Q = 225^\circ$ y 315° , mostrando así la equivalencia de los dos sentidos de la dirección que constituye el eje rápido del compensador Babinet-Soleil. O sea, realizar medidas de Δ y ψ para cuatro posiciones del compensador ($Q = 45^\circ$, 135° , 225° y 315°) es redundante (ya que ni siquiera se mejora la estadística de los resultados por carecer de una función estadística apropiada como se concluyó en esta sección), bastando entonces, realizar medidas para dos posiciones del compensador ($Q = 45^\circ$ y $Q = 135^\circ$, por ejemplo) para valorar los ángulos elipsométricos Δ y ψ . Así se hará de ahora en adelante.

V. 3. 2.- OBTENCION DEL INDICE DE REFRACCION Y DEL COEFICIENTE DE EXTINCION DEL COBRE (Cu).-

V. 3. 2.1.- OBJETIVOS.-

El propósito principal de este experimento es la obtención, utilizando el método elipsométrico, del índice de refracción (n_2) y del coeficiente de extinción (κ_2) del cobre. Los objetivos secundarios son, primero, reafirmar los conocimientos empíricos en cuanto al comportamiento óptico de los sistemas componentes del elipsómetro, adquiridos en el desarrollo de los experimentos adquiridos con anterioridad; segundo, la práctica y la experiencia necesarias para un hábil y confiable manejo del elipsómetro para la obtención de constantes ópticas de materiales, principalmente; y tercero, hacer ver los alcances del método elipsométrico cuando se analizan materiales que no son dieléctricos, como lo es el cobre.

V. 3. 2. 2.- SUPOSICIONES.-

Las suposiciones en cuanto a las características y comportamientos de los elementos que intervienen en este experimento coinciden con aquellas enunciadas en la sección V.2.1.2, con la excepción de que ahora no es necesario suponer un carácter dieléctrico de la muestra por analizar con el método elipsométrico, como veremos durante el desarrollo de esta sección experimental.

V. 3. 2. 3.- FACTORES DE OPTIMIZACION.-

Para la realización de este experimento se tomaron en cuenta, previamente, los factores de optimización, expuestos en las secciones V.2.1.3 y V.3.1.3, por lo que no se enunciarán de nuevo en esta sección. Además de éstos, se pulió con varios abrasivos la muestra de cobre por analizar, poco antes del experimento, para evitar lo más posible la acumulación de alguna capa de material extraño al cobre en la superficie reflectora, que pudiera alterar la medida de las constantes ópticas del material que constituye esta superficie.

V. 3. 2. 4.- DESARROLLO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES.-

La muestra por analizar es una placa circular de cobre puro de aproximadamente 1.6 cm. de diámetro por 0.2 cm. de espesor, preparada y pulida especialmente para su análisis en el elipsómetro. Esta placa circular se monta en el sistema portamuestras (descrito en la secc. II.5) y se alinea al eje óptico del elipsómetro utilizando luz láser según el método mostrado en la sección III.2; una vez alineada la muestra se substituye la lámpara láser por la lámpara de mercurio y el sistema monocromador (descritos en las seccs. II.6 y II.7), para utilizar, por las razones expuestas en la secc. V.2.1.3, luz de 5461 Å como luz analizadora.

En seguida se acopla el compensador B-S (descrito en la secc. II.4) al disco metálico del sistema compensador,

y se ajusta este compensador B-S a que actúe como placa de un cuarto de longitud de onda para luz de 5461 \AA , por el mismo método seguido en la secc. V.3.1.4 y según la calibración hecha en la secc. III.5.4; en seguida se gira el compensador hasta que su posición azimutal Q sea de $45^\circ \pm 0.005^\circ$ (leído este valor en el vernier inferior del sistema compensador), ya que con este valor de Q , el análisis teórico de las interacciones luminosas en el elipsómetro se simplifica bastante, como se hizo evidente en el capítulo IV.

Ahora se escoge un cierto ángulo de incidencia de la luz sobre la superficie reflectora, de la siguiente forma: se gira manualmente la mesa portamuestras (por medio de la palanca T_4) hasta que se considere visualmente un ángulo de incidencia cercano a, digamos 50° (aunque en principio puede ser cualquier valor), y entonces se procede a medir dicho ángulo girando el telescopio, acoplado a él el fotodetector Gaertner, manualmente, hasta que el picoamperímetro Keithley detecta un máximo de fotocorriente, indicando que el haz reflejado por la muestra ha penetrado en el telescopio, se fija éste en tal posición. Ahora, variando ligeramente esta posición del telescopio, se toman dos lecturas del ángulo telescopio-colimador ($\theta_{T-C<}$ y $\theta_{T-C>}$), las cuales corresponden a los límites del intervalo angular telescopio-colimador para el que la lectura de fotocorriente en el picoamperímetro es la misma e igual al máximo localizado, entonces el telescopio se coloca en una posición que corresponde a un ángulo telescopio-colimador que es

el promedio de las dos lecturas angulares anteriores ($\theta_{T-C.Prom}$), y se le asocia una incertidumbre igual a la incertidumbre con que se determinaron los ángulos $\theta_{T-C<}$ y $\theta_{T-C>}$. El ángulo de incidencia (θ_i) es la mitad de este ángulo promedio. Las medidas efectuadas y el ángulo de incidencia calculado, se muestran en la Tabla XXVI, a continuación:

TABLA XXVI

$\theta_{T-C<}$ *	$\theta_{T-C>}$ *	$\theta_{T-C.PROM.}$
$121^{\circ}46' \pm 07^{\circ}$	$122^{\circ}46' \pm 07'$	$122^{\circ}16' \pm 07'$
CORRIENTE PICOAMPERIMETRO (Amp.)	VALOR MAXIMO DE ESC. UTILIZADA (Amp.)	θ_i ($\theta_{T-C.PROM}/2$)
$0.24 \times 10^{-7} \pm 0.01 \times 10^{-7}$	1×10^{-7}	$61^{\circ}08' \pm 04'$

*La incertidumbre es la mitad del intervalo cercano a T-C en el cual no se detecta cambio en la fotocorriente.

**La incertidumbre es debida a la precisión de la escala utilizada en el picoamperímetro.

Entonces, según la tabla anterior, el ángulo de incidencia medido para este experimento es:

$$\theta_i = 61^{\circ} 08' \pm 04'$$

Ahora se procede, según el principio general de mediciones elipsométricas (Cap. IV), a encontrar los valores de las posiciones azimutales de minimización del polarizador (P_0) y del analizador (A_0). Por definición de P_0 , $P = P_0$ cuando la

luz reflejada por la muestra está linealmente polarizada, pudiendo entonces minimizar la luz que llega al sistema fotodetector si se coloca el analizador con su dirección de polarización perpendicular a la dirección de vibración de la luz reflejada, por lo que podremos encontrar los valores de P_0 si hacemos mediciones de mínimos de fotocorriente (correspondientes a mínimos de intensidad luminosa), al variar A , para distintos valores de P , y entonces, los valores de P_0 serán aquellos valores de P para los cuales el mínimo de fotocorriente logrado es mínimo con respecto a todos los demás mínimos de fotocorriente logrados con todos los demás valores de P . Estas mediciones (fotocorrientes mínimas $I_{\text{mín}}$), para valores de P cada 5° a partir de $P = 0^\circ$ hasta $P = 180^\circ$, se muestran en la Tabla XXVII, a continuación:

TABLA XXVII

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp.)
0°	$0.85 \times 10^{-9} \pm 0.01 \times 10^{-9}$
5°	0.86 " "
10°	0.93 " "
15°	$0.11 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
20°	0.12 " "
25°	0.20 " "
30°	0.28 " "
35°	0.39 " "

(Continúa en la Página Sig.)

TABLA XXVII (Continuación)

ρ ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp.)
40°	$0.53 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
45°	0.61 " "
50°	0.63 " "
55°	0.60 " "
60°	0.52 " "
65°	0.51 " "
70°	0.30 " "
75°	0.21 " "
80°	0.14 " "
85°	0.10 " "
90°	0.10 " "
95°	0.14 " "
100°	0.22 " "
105°	0.32 " "
110°	0.44 " "
115°	0.56 " "
120°	0.67 " "
125°	0.74 " "
130°	0.74 " "
135°	0.63 " "
140°	0.47 " "

(Continúa en la Pag. Sig.)

TABLA XXVII (Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{\min} (Amp.)
145°	$0.33 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
150°	0.23 " "
155°	0.16 " "
160°	0.12 " "
165°	$0.98 \times 10^{-9} \pm 0.01 \times 10^{-9}$
170°	0.88 " "
175°	0.85 " "
180°	0.85 " "
185°	0.87 " "
190°	0.94 " "
195°	$0.11 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
200°	0.14 " "

Observando la tabla anterior podemos darnos cuenta que las posiciones de minimización del polarizador, están comprendidas en dos intervalos angulares, uno de 80° hasta 95° y otro de 170° hasta 185° ; a continuación se toman medidas de I_{\min} para valores de P de grado en grado dentro de estos intervalos, y se muestran en las tablas XXVIII y XXIX, en seguida:

TABLA XXVIII

P^* ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}^{**}$ (Amp)	P^* ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}^{**}$ (Amp)
80°	$0.140 \times 10^{-8} \pm 0.005 \times 10^{-8}$	88°	$0.960 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$
81°	0.125 " "	89°	0.980 " "
82°	0.120 " "	90°	$0.105 \times 10^{-8} \pm 0.005 \times 10^{-8}$
83°	0.110 " "	91°	0.110 " "
84°	0.105 " "	92°	0.115 " "
85°	0.100 " "	93°	0.120 " "
86°	$0.980 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$	94°	0.130 " "
87°	0.960 " "	95°	0.140 " "

* Incertidumbre debida a la precisión de la escala utilizada.

** La tercera cifra después del punto ha sido estimada, la mínima división de escala es de 0.02×10^{-8} , sin embargo se logró subdividir entre 2 con una escala auxiliar para dar una precisión de 0.01×10^{-8} ó 10^{-9} , según corresponda.

TABLA XXIX

P^* ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}^*$ (Amp)	P^* ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}^*$ (Amp)
170°	$0.860 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$	178°	$0.835 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$
171°	0.855 " "	179°	" " "
172°	0.845 " "	180°	" " "
173°	0.840 " "	181°	" " "
174°	" " "	182°	0.840 " "
175°	0.835 " "	183°	" " "
176°	" " "	184°	0.845 " "
177°	" " "	185°	0.850 " "

* Las incertidumbres anotadas tienen causas similares a las apuntadas en la tabla anterior.

La tabla XXVIII nos indica que el valor de P_0 (P_1) buscado está entre $86.0^\circ \pm 0.5^\circ$ y $89.0^\circ \pm 0.5^\circ$, donde las incertidumbres de 0.5° son debidas a que se tomaron medidas de I_{\min} de grado en grado. Y la tabla XXIX nos indica que otro valor de P_0 (P_2) está entre $174.0^\circ \pm 0.5^\circ$ y $182.0^\circ \pm 0.5^\circ$. Por lo que si adoptamos el modelo parabólico descrito en la sección V.3.1.4. para la relación entre I_{\min} y P cerca de los mínimos de fotocorriente, obtenemos dos valores de P_0 (P_1 y P_2), los cuales son:

$$P_1 = 87.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(325)$$

$$P_2 = 178.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(326)$$

Debido a que los prismas de Glan-Thompson se comportan como láminas polaroid en cuanto a que tienen una dirección de polarización con sentidos equivalentes (según se concluyó en el experimento descrito en la sección V.3.1), sabemos que existen otros dos valores de P_0 (P_3 y P_4), los cuales son:

$$P_3 = P_1 + 180^\circ = 267.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(327)$$

$$P_4 = P_2 + 180^\circ = 358.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(328)$$

Sabemos también (fue una de las conclusiones a las que se llegó en la secc. V.3.1) que el eje rápido del compensador es una dirección con ambos sentidos equivalentes, por lo que girar 180° el compensador a partir de 45° , no altera el arreglo óptico, por lo que para $Q = 225^\circ$, obtenemos otros 4 valores de P_0 (P_5, P_6, P_7 y P_8), los cuales son:

$$P_5 = P_1 = 87.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(329)$$

$$P_6 = P_2 = 178.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(330)$$

$$P_7 = P_3 = 267.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(331)$$

$$P_8 = P_4 = 358.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(332)$$

Ahora obtendremos los valores de P_0 correspondientes a $Q = 135^\circ$ y $Q = 315^\circ$; para lograrlo, se coloca el eje rápido del compensador B-S a 135° del plano de incidencia, sin variar el ángulo de incidencia anterior, y se procede a medir valores de $I_{mín}$, al variar A, para valores de P de 5° en 5° a partir de $P = 0^\circ$ hasta $P = 180^\circ$. Las mediciones efectuadas se muestran en la tabla XXX a continuación:

TABLA XXX

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp.)
0°	$0.82 \times 10^{-9} \pm 0.01 \times 10^{-9}$
5°	0.83 " "
10°	0.86 " "

(Continúa en la Pag. Sig.)

TABLA XXX (Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp.)
15°	$0.96 \times 10^{-9} \pm 0.01 \times 10^{-9}$
20°	$0.12 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
25°	0.17 " "
30°	0.24 " "
35°	0.36 " "
40°	0.51 " "
45°	0.68 " "
50°	0.78 " "
55°	0.77 " "
60°	0.68 " "
65°	0.56 " "
70°	0.44 " "
75°	0.32 " "
80°	0.22 " "
85°	0.14 " "
90°	0.10 " "
95°	0.10 " "
100°	0.15 " "
105°	0.22 " "
110°	0.32 " "
115°	0.44 " "
120°	0.54 " "
125°	0.62 " "
130°	0.66 " "
135°	0.83 " "
140°	0.54 " "
145°	0.40 " "

(Continúa en la Pag. Sig.)

TABLA XXX (Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp.)
150°	$0.28 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
155°	0.20 " "
160°	0.14 " "
165°	0.11 " "
170°	$0.90 \times 10^{-9} \pm 0.01 \times 10^{-9}$
175°	0.84 " "
180°	0.82 " "

Observando la tabla XXX anterior, nos damos cuenta que las posiciones de minimización del polarizador están comprendidas en dos intervalos angulares, uno desde 85° hasta 100° , y otro desde 175° hasta 190° , por lo que a continuación para acortar estos intervalos, se toman medidas de $I_{\text{mín}}$ para valores de P de grado en grado dentro de estos intervalos. Tales medidas se muestran en las tablas XXXI y XXXII:

TABLA XXXI *

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp.)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp.)
85°	$0.140 \times 10^{-8} \pm 0.005^\circ \times 10^{-8}$	93°	$0.980 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$
86°	0.130 " "	94°	$0.100 \times 10^{-8} \pm 0.005 \times 10^{-8}$

(Continúa en la Pag. Sig.)

TABLA XXXI*(Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp.)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp.)
87°	$0.120 \times 10^{-8} \pm 0.005 \times 10^{-8}$	95°	$0.105 \times 10^{-8} \pm 0.005 \times 10^{-8}$
88°	0.110 "	96°	0.110 "
89°	0.105 "	97°	0.120 "
90°	0.100 "	98°	0.130 "
91°	$0.980 \times 10^{-9} \pm 0.005 \times 10^{-9}$	99°	0.140 "
92°	0.970 "	100°	0.150 "

* Las incertidumbres tienen causas similares a las anotadas en las tablas XXVIII y XXIX.

TABLA XXXII*

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp.)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp.)
175°	$0.83 \times 10^{-9} \pm 0.01 \times 10^{-9}$	183°	$0.80 \times 10^{-9} \pm 0.01 \times 10^{-9}$
176°	0.82 "	184°	" "
177°	" "	185°	0.81 "
178°	0.81 "	186°	" "
179°	" "	187°	0.82 "
180°	" "	188°	0.83 "
181°	0.80 "	189°	" "
182°	" "	190°	0.84 "

* Las incertidumbres anotadas son debidas a las precisiones de las escalas utilizadas.

La tabla XXXI nos dice que uno de los valores buscados de P_0 (P_9) está entre $91.0^\circ \pm 0.5^\circ$ y $93.0^\circ \pm 0.5^\circ$, donde las incertidumbres anteriores son debidas a que las mediciones de $I_{\text{mín}}$ se tomaron para posiciones del polarizador de grado en grado dentro del intervalo de interés; y la tabla XXXII nos dice que otro de los valores de P_0 (P_{10}) está entre $180.0^\circ \pm 0.5^\circ$ y $185.0^\circ \pm 0.5^\circ$, por lo que si adoptamos el modelo parabólico descrito en la secc. V.3.1.4, para la relación entre $I_{\text{mín}}$ y P , cuando P está cerca de un valor de P_0 , obtenemos que P_9 y P_{10} , son:

$$P_9 = 92.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(333)$$

$$P_{10} = 182.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(334)$$

Debido a que los prismas de Glan-Thompson tienen su dirección de polarización con ambos sentidos equivalentes (según se concluyó en la secc. V.3.1), sabemos que existen otros dos valores de P_0 (P_{11} y P_{12}), que son:

$$P_{11} = P_9 + 180^\circ = 272.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(335)$$

$$P_{12} = P_{10} + 180^\circ = 2.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(336)$$

Sabemos también (conclusión de la secc. V.3.1) que el eje rápido del compensador es una dirección con ambos sentidos equivalentes, por lo que girar 180° a partir de 135° a éste,

no altera el arreglo óptico, por lo que para $Q=315^\circ$, obtenemos otros cuatro valores de P_0 (P_{13} , P_{14} , P_{15} y P_{16}) los cuales son:

$$P_{13} = P_9 = 92.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(337)$$

$$P_{14} = P_{10} = 182.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(338)$$

$$P_{15} = P_{11} = 272.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(339)$$

$$P_{16} = P_{12} = 2.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(340)$$

Así pues, las ecs.(325)hasta(340) nos dan 16 valores de P_0 , 4 para $Q = 45^\circ$, 4 para $Q = 135^\circ$, 4 para $Q = 225^\circ$ y 4 para $Q = 315^\circ$; y en principio para cada uno de estos valores de P_0 deben haber dos valores de A_0 , sin embargo basta (como se concluyó en las secc. V.3.1) tomar en cuenta los 8 valores de P_0 correspondientes a $Q = 45^\circ$ y $Q = 135^\circ$, por lo que, sin variar el ángulo de incidencia inicial, se coloca el polarizador en cada uno de estos 8 valores de P_0 con el compensador en su correspondiente posición, y se determinan para cada uno de los valores de P_0 2 valores de A_0 , girando manualmente el analizador.

Cada A_0 será el promedio (asumiendo de nuevo el modelo parabólico para la relación entre la intensidad de fotocorriente y la posición azimutal del analizador cerca de A_0) de dos valores de A ($A_<$ y $A_>$) medidos a los lados del mínimo luminoso, para los cuales la intensidad de fotocorriente es la mínima medible, según la resolución de nuestro foco detector, e igual para ambos valores de A . Los valores medidos de $A_<$, $A_>$ y A_0 para c/uno de los valores de P_0 , junto con la intensidad de corriente mínima detectada, se muestran en la tab. XXXIII, en seguida:

TABLA XXXIII*

i	$P_0 = P_i$ ($\pm 0.5^\circ$)	Q	$A_{i<}$	$A_{i>}$	$A_i = A_0$	Corr. Picoamp. (Amp.)
1	87.5°	45°	223.8° $\pm 0.2^\circ$	226.9° $\pm 0.2^\circ$	225.3° $\pm 0.2^\circ$	0.90X10 ⁻⁹ ± 0.01 X10 ⁻⁹
2	"	"	43.1°	47.1°	45.1°	" " "
3	267.5°	"	43.7°	46.5°	"	" " "
4	"	"	224.1°	226.1°	225.1°	" " "
5	178.0°	"	142.0° $\pm 0.5^\circ$	151.3° $\pm 0.5^\circ$	146.7° $\pm 0.5^\circ$	0.78 " "
6	"	"	323.2°	330.9°	327.1°	" " "
7	358.0°	"	322.4°	332.0°	327.2°	" " "
8	"	"	141.7°	152.0	146.9°	" " "
9	92.0°	135°	134.5° $\pm 0.2^\circ$	137.0° $\pm 0.2^\circ$	135.7° $\pm 0.2^\circ$	0.94 " "
10	"	"	314.8°	316.8	315.8°	" " "
11	272.0°	"	314.3°	317.1	315.7°	" " "
12	"	"	134.1°	137.3°	135.7°	" " "
13	182.5°	"	206.8° $\pm 0.6^\circ$	219.4° $\pm 0.6^\circ$	213.1° $\pm 0.5^\circ$	0.80 " "
14	"	"	26.8°	39.6°	33.2°	" " "
15	2.5°	"	26.7°	40.2°	33.5°	" " "
16	"	"	206.0°	220.5°	213.3°	" " "

* Las incertidumbres en los valores de $A_{i<}$, $A_{i>}$ y $A_i = A_0$, son debidas a las causas anotadas para las correspondientes incertidumbres de la tabla XX.

Renombrando los valores de P_0 y A_0 anotados en la tabla XXXIII, anterior; según la nomenclatura y convenciones expresadas en el capítulo IV (Ecs. (293) y (301)) y utilizando las ecs. (294) y (302), podemos calcular 16 valores para ψ y 16 valores para Δ , los cuales se muestran en las tablas XXXIV y XXXV, a continuación:

TABLA XXXIV

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	P_0	P_{ABC} ($n' - n$) de las ecs. (294)	Δ_i^*
P_1	$87.5^\circ \pm 0.5^\circ$	P_{211} 0	$95.0^\circ \pm 1.0^\circ$
P_2	" "	" "	" "
P_3	267.5	P_{221} -2	" "
P_4	" "	" "	" "
P_5	178.0°	P_{111} "	94.0° "
P_6	" "	" "	" "
P_7	358.0°	P_{121} -4	" "
P_8	" "	" "	" "
P_9	92.0°	P_{212} 0	" "
P_{10}	" "	" "	" "
P_{11}	272.0°	P_{222} 2	" "

(Continúa en la Pag. Sig.)

TABLA XXXIV (Continuación)

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	P_o	P_{ABC}	$(n' - n)$ de las eccs. (294)	Δ_i^*
P ₁₂	272.0° ± 0.5°	P ₂₂₂	2	94.0° ± 1.0°
P ₁₃	182.5° "	P ₁₁₂	0	95.0° "
P ₁₄	" "	"	"	" "
P ₁₅	2.5° "	P ₁₂₂	-2	95.0° "
P ₁₆	" "	"	"	" "

* Las incertidumbres anotadas para los valores de Δ son debidas a la propagación de las incertidumbres a partir de los valores de P, bajo las operaciones matemáticas.

TABLA XXXV

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	A_o	A_{DEFGH}	$(m' - m)$ de las eccs. (302)	ψ_i^*
A ₁	225.3° ± 0.2°	A _{III2112}	0	45.3° ± 0.2°
A ₂	45.1° "	A _{I2111}	"	45.1° "
A ₃	" "	A _{I2211}	"	" "
A ₄	225.1° "	A _{III2212}	"	" "
A ₅	146.7° ± 0.5°	A _{III1111}	"	33.3° ± 0.5°
A ₆	327.1° "	A _{IV1112}	"	32.9° "
A ₇	327.2° "	A _{IV1212}	"	32.8° "
A ₈	146.9° "	A _{III2111}	"	33.1° "

(Continúa en la Pag. Sig.)

TABLA XXXV (Continuación)

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	A_0	A_{DEFGH}	(m' - m) de las ecs.(302)	ψ_i^*
A_9	$135.7^\circ \pm 0.2^\circ$	A_{II2121}	1	$44.3^\circ \pm 0.2^\circ$
A_{10}	315.8°	A_{IV2122}	"	44.2°
A_{11}	315.7°	A_{IV2222}	"	44.3°
A_{12}	135.7°	A_{II2221}	"	"
A_{13}	$213.1^\circ \pm 0.5^\circ$	$A_{III1122}$	"	$33.1^\circ \pm 0.5^\circ$
A_{14}	33.2°	A_{I1121}	"	33.2°
A_{15}	33.5°	A_{I1221}	"	33.5°
A_{16}	213.3°	$A_{III1222}$	"	33.3°

* Las incertidumbres para ψ son debidas a la propagación de las incertidumbres a partir de A_0 bajo las operaciones matemáticas.

Los valores de ψ y Δ correctos para el cálculo de n_2 y κ_2 del cobre serán los promedios aritméticos (según se concluyó en la secc. V.3.1.5) de los valores para ψ_i y Δ_i que se muestran en las dos tablas últimas anteriores, por lo que:

$$\Delta = 94.5^\circ \pm 1.0^\circ \quad \dots(341)$$

$$\psi = 38.9^\circ \pm 0.4^\circ \quad \dots(342)$$

Obtenidos los valores anteriores, podemos utilizar el programa computacional No. 1 para encontrar el índice de refracción complejo del cobre analizado. Los datos de entrada y los resultados computados, según el formato de salida del programa utilizado, son:

```

          DATOS DE ENTRADA
PSI (GRAD DEC):      38.9
DELTA (GRAD DEC):   94.5
T:      GRAD-       61
          MTN-       8
          SEG-       0
N1:      1.0002773

```

RESULTADOS AUXILIARES

```

M1= 2.090506669
M2=-0.177936189

```

RESULTADOS MATEMATICOS

```

(K5= 1.445858454 , K6=-1.445858454 )-----
(K7= I* 0.421824832 , K8= I*-0.421824832 )-----
(N5= 0.421824832 , N6=-0.421824832 )-----
(N7= 1.445858454 , N8=-1.445858454 )-----

```

RESULTADOS FISICOS

LA PAREJA DE VALORES DE n_2 Y κ_2 CON IGUAL SUBINDICE, DE LOS ANTERIORES, FISICAMENTE ADMISIBLE ES AQUELLA CUYOS VALORES SON REALES, POSITIVOS Y CON UN NUMERO DE CIFRAS SIGNIFICATIVAS APROPIADAS PARA CADA EXPERIMENTO Y CALCULO.

Calculando las incertidumbres correspondientes a los resultados anteriores, según las incertidumbres individuales de ψ , Δ y θ_i , obtenemos valores físicamente admisibles para el índice de refracción (n_2) y el coeficiente de extinción (κ_2) del cobre, los cuales son:

$$n_2 = 0.42 \pm 0.03 \quad \dots(343)$$

$$\kappa_2 = 1.45 \pm 0.04 \quad \dots(344)$$

Cumpliendo así con el objetivo principal de este experimento.

V. 3. 2. 5.- CONCLUSIONES.-

- a) El índice de refracción (n_2) y el coeficiente de extinción (κ_2), para luz de 5461 Å de longitud de onda, del cobre, medidos experimentalmente por el método elipsométrico, tienen valores numéricos dados en las ecuaciones (343) y (344).
- b) El método elipsométrico nos permite medir índices de refracción complejos, para materiales no-dieléctricos del tipo del cobre, con una precisión, en su parte real de tres centésimas, y en su parte imaginaria de cuatro centésimas.
- c) Las variables elipsométricas Δ y ψ pueden determinarse, para este tipo de materiales y con el equipo descrito utilizado, con precisiones de 1.0° y 0.4°, respectivamente.

V. 4.- CONCLUSIONES GENERALES.-

El trabajo experimental descrito con detalle a lo largo de este capítulo, junto con las conclusiones particulares a las que se llegó en cada uno de los experimentos desarrollados, nos ha permitido desarrollar una técnica de medición, utilizando los elementos y dispositivos que actualmente posee el Laboratorio de Elipsometría, que a su vez posibilita, por un lado, la aplicación del método de Brewster para determinar índices de refracción de materiales dieléctricos, y por otro lado, la aplicación del método elipsométrico para medir los ángulos Δ y ψ , y determinar índices de refracción reales ó complejos de materiales reflectores, o bien, determinar índices de refracción complejos y espesores de películas delgadas; cumpliendo así con uno de los objetivos principales de este trabajo.

En base a los resultados obtenidos en cada uno de los experimentos recién descritos, y bajo su relativa comparación, podemos concluir que, cuando se trate de medir índices de refracción de materiales dieléctricos, debe utilizarse el método de Brewster con preferencia al método elipsométrico, por dos razones principales: una, el método de Brewster permite obtener tales medidas con una precisión que es el doble de la precisión lograda con el método elipsométrico, y otra, el tiempo ocupado en relizar tales mediciones, por el método elipsométrico, es aprox. cuatro veces mayor que el ocupado en realizar las por el método de Brewster.

CAPITULO VI

ANALISIS DE CRISTALES IONICOS IRRADIADOS
CON RAYOS X.

VI.- ANALISIS DE CRISTALES IONICOS IRRADIADOS CON RAYOS X.

VI.I.- INTRODUCCION.

El objetivo principal de este capítulo es demostrar, en primer lugar, que las propiedades ópticas de un cristal que ha sido irradiado con rayos X, sufren un cambio con respecto a aquellas del mismo cristal no irradiado, cambio que es detectable y medible con el elipsómetro. En segundo lugar, que es posible medir por el método elipsométrico, utilizando la técnica desarrollada en los experimentos descritos en el capítulo V, la teoría expuesta en los cuatro primeros capítulos, y bajo ciertas suposiciones en cuanto a la interacción rayos X-cristal, el espesor de la región cristalina donde la radiación X ha formado las imperfecciones denominadas Centros F (por definir en la sección siguiente).

Así pues, se tratará de determinar si es posible aplicar la técnica y el método elipsométrico desarrollado en este trabajo para contestar a la siguiente pregunta: ¿hasta qué profundidad, dentro de un cristal halogeno alcalino, los rayos X pueden producir Centros F en densidad suficiente como para que las propiedades ópticas del cristal en esas regiones sufran un cambio detectable con el elipsómetro? Si esta pregunta es contestable, experimentalmente, por los métodos ópticos, manejados a lo largo de este trabajo, se habrá logrado establecer un puente, una relación experimental interdisciplinaria, entre el método elipsométrico, que nos permite estudiar las propiedades

ópticas de la superficie de los sólidos reflectores y los espesores de películas delgadas, la rama del Estado Sólido que estudia los daños que la radiación produce en cristales halogenos alcalinos al ser expuesto a ella, y los estudios y técnicas de absorción óptica para el estudio de Centros F; se habrá pues, contribuido con el método elipsométrico, como herramienta de medida, al estudio de la producción de Centros F por irradiación con rayos X.

Para lograr todo ésto, en la primera sección de este capítulo, se darán los elementos y definiciones usuales en el estudio de la producción de Centros F por radiación, revisando someramente las relaciones empíricas encontradas que son de importancia para nuestros objetivos, ya planteados. En la segunda sección, ya dentro de la parte experimental, se aplica el método de Brewster para medir el índice de refracción de un cristal de KCl irradiado con rayos X durante cierto tiempo, intentando demostrar, que la radiación produce cambios en las propiedades ópticas del KCl, que a su vez causan una variación en el valor de su índice de refracción, la cual es detectable con la resolución del elipsómetro. En esta sección nos daremos cuenta, además, de la necesidad de escoger la luz analizadora adecuada a cada muestra irradiada, para su análisis elipsométrico. También se plantea la posibilidad de utilizar las técnicas elipsométricas para el estudio del proceso de decoloramiento por irradiación del cristal coloreado con luz F. En la tercera y última sección, primero se describe el proceso de

elección de la luz analizadora adecuada a muestras de LiF irradiadas con rayos X, para su análisis elipsométrico, incluyendo la medición de concentraciones de centros F, por absorción óptica, antes y después de ser expuesta la muestra irradiada por un tiempo razonable a la luz analizadora. En seguida, se procede, a medir el espesor de las capas de Centros F creadas en dos cristales de LiF, expuestos a la radiación X por tiempos distintos; para ésto se hace una aplicación directa, después de ciertas suposiciones en cuanto a los elementos y procesos que intervienen en las interacciones rayos X - cristal y luz analizadora - cristal, del método elipsométrico y de las técnicas de medición para la aplicación de este método desarrolladas en los capítulos precedentes. Finalmente, en base a los resultados obtenidos se elaboran las conclusiones correspondientes.

Este último capítulo sirve también para mostrar, ejemplificada, la sistematicidad con que deben realizarse las medidas elipsométricas en el caso particular de nuestro Laboratorio de Elipsometría, ya que en sus secciones experimentales se tomarán en cuenta, incorporadas ya al método y la técnica utilizadas, las conclusiones experimentales y las experiencias obtenidas y acumuladas a lo largo de los cinco capítulos anteriores a éste.

VI.2 TEORIA SOBRE CENTROS F EN CRISTALES HALOGENOS ALCALINOS.

VI.2.1 IMPERFECCIONES DE SCHOTTKY Y FRENKEL EN ENREJADOS CRISTALINOS.

Los cristales halogenos alcalinos son estructuras iónicas periódicas, de átomos monovalentes. El punto de interés, para los objetivos planteados, es el hecho de que estos cristales no son perfectos, o sea, existen imperfecciones en su estructura periódica, que permiten la estabilidad termodinámica del cristal. Esta aseveración se respalda en consideraciones teóricas, las cuales, a su vez, permiten cuantificar el número de imperfecciones presentes de modo natural en una red cristalina bajo ciertas condiciones termodinámicas.

Consideremos una red cristalina perfecta que consta de N átomos similares y se encuentra a una temperatura T . Denotemos la energía libre (energía interna menos el producto de la temperatura por la entropía) de este cristal perfecto así: $F_p(T)$. Ahora, supongamos, que de alguna manera, creamos un número n de defectos en el cristal, los cuales, podrán ser de dos tipos: vacancias (ausencia de iones en los sitios que les corresponden según la periodicidad del arreglo cristalino) y átomos intersticiales (iones que han emigrado desde su posición natural en el enrejado cristalino hasta colocarse en sitios que están entre las posiciones de los demás átomos que forman tal enrejado, dejando en su lugar una vacancia).

Supongamos que de m defectos, n son vacancias (defectos de Schottky) y n' son átomos intersticiales (defectos de Frenkel), con tal que $n' + n = m$. Analizemos primero la existencia de vacancias.

Supongamos que la energía necesaria para crear una vacancia en el enrejado perfecto es ϕ_v , y para simplificar el razonamiento asumamos que ϕ_v no depende del No. de vacancias creadas (n) y que no se crean vacancias vecinas, por lo que la energía del cristal imperfecto con n vacancias será:

$$F(n,T) = F_p(T) + n \phi_v \quad \dots(345)$$

Ahora, podemos asociarle al cristal imperfecto una entropía configuracional S_c (en el cristal perfecto $S_c = 0$)*, la cual, puede demostrarse que es:

$$S_c = K \log \left\{ \frac{(N+n)!}{N!n!} \right\} \quad \dots(346)$$

donde K es la constante de Boltzman.

Agregando la energía, debida a la anterior entropía configuracional, a la energía libre del cristal imperfecto, obtenemos:

$$F(n,T) = F_p(T) + n \phi_v - K T \log \frac{(N+n)!}{N!n!} \quad \dots(347)$$

* ver A.J. Dekker
Solid State Physics
The Macmillan Press L.T.D.
1975. Great Britain

La creación de vacancias incrementa la entropía térmica (S_T) del cristal, este incremento ΔS_T por vacancia creada, según el modelo de Einstein para los sólidos puede demostrarse* que es :

$$\Delta S_T = 3xK \log (v / v') \quad \dots(348)$$

donde:

- x es el número de átomos que rodea una vacancia.
- v es la frecuencia de oscilación de los 3 N osciladores armónicos que constituyen a un cristal perfecto (según el modelo de Einstein).
- v' es la frecuencia de oscilación de los átomos que rodean a la vacancia.

Así, aumentando la energía correspondiente al cambio de entropía térmica, a la energía libre del cristal imperfecto, obtenemos:

$$F(n,T) = F_p(T) + n \phi_v - KT \log \frac{(N+n)!}{N! n!} - nT\{3xK \log(v/v')\} \quad \dots(349)$$

Ahora bien, de acuerdo a la termodinámica, el equilibrio de un sólido para cierta temperatura T y presión externa despreciable, se logra cuando la energía libre F tiene un mínimo. O sea, cuando el número de vacancias (n) sea tal que F (n,T) sea un mínimo. ¿Cuál es este número n?. Podemos

* Ver referencia anterior.

obtenerlo aplicando a $F(n,T)$, la sig. condición:

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial n} \right\}_{T=\text{cte}} = 0 \quad \dots (350)$$

Substituyendo $F(n,T)$ de la ec. (349) en la condición (350) y suponiendo que $n \ll N$, obtenemos:

$$\frac{n}{N} = \left(\frac{v}{v'} \right)^3 e^{-\phi_v/KT} \quad \dots (351)$$

O sea, el No. de vacancias presentes en un cristal de $N-n$ átomos, en equilibrio termodinámico a la temperatura T , es:

$$n = N \left(\frac{v}{v'} \right)^3 e^{-\phi_v/KT} \quad \dots (352)$$

v es mayor que v' ya que los átomos adyacentes a una vacancia vibran respondiendo a fuerzas restaurativas menos intensas, al menos en la dirección átomo vibrante-vacancia, que cuando la vacancia vecina no existe, por lo que podemos darnos cuenta que el cambio en entropía térmica (ΔS_T) favorece la creación de vacancias. Para llegar a la ecuación (352), hemos supuesto que la energía necesaria para crear una vacancia no depende de la temperatura del cristal.

De forma similar al desarrollo anterior se puede hacer ver (es un desarrollo expuesto en varias de las referencias finales) que el número de defectos de Frenkel (n') presentes en un cristal real en equilibrio termodinámico, a la temperatura T , es:

$$n' = (NN_i)^{1/2} \cdot e^{\Delta S_T/2K} \cdot e^{-\phi_F/2KT} \dots (353)$$

para $n' \ll N$

donde N_i es el No. de posibles posiciones intersticiales, ΔS_T es el cambio en entropía térmica por cada defecto Frenkel y ϕ_F es la energía necesaria para formar un defecto Frenkel.

Así, el No. (m) de imperfecciones presentes en un cristal en equilibrio termodinámico en temperatura T , estará dado por la suma de n y n' , dados en las ecs. (352) y (353), respectivamente.

VI.2.2 CENTROS Y BANDAS F.

La mayoría de los cristales halógenos alcalinos son transparentes al espectro electromagnético visible y longitudes de onda cercanas a él; para luz hacia el lado infrarrojo de este espectro, se muestran absorbentes ya que para estas frecuencias los iones negativos y positivos vibran fuera de fase, y para luz hacia el lado ultravioleta, la absorción aparece debida a que se efectúan transiciones entre los niveles energéticos de los componentes del sistema y a la creación de excitones. Sin embargo se ha observado experimentalmente que bajo ciertos tratamientos del cristal, éste se comporta absorbente para una cierta luz dentro del intervalo electromagnético para el cual, antes del tratamiento, era transparente. Es decir,

aparecen bandas de absorción, o sea, intervalos de longitudes de onda para los cuales el cristal es absorbente, por lo que después del tratamiento especial el cristal adquiere coloración, por ejemplo el NaCl se vuelve café-amarillo, el LiF se vuelve rosa claro, el KCl violeta, etc. Los tratamientos por los cuales estos cristales se colorean (adquieren bandas de absorción) son de varios tipos:

- a) Irradiación con Rayos X
- b) " " " γ
- c) " " " β
- d) " " " α
- e) Inyección de electrones

La creación de las bandas de absorción en un cristal, por los métodos anteriores, es debida a imperfecciones creadas en el cristal, llamadas Centros F (de Farben, en Alemán), las cuales consisten de electrones atrapados (por fuerzas coulombianas) en vacancias de iones negativos (o sea vacancias positivas). Estas imperfecciones absorben (cambiando de estado energético) la energía electromagnética de luz con cierta longitud de onda, la cual atravesaría el cristal sin ser absorbida por él en ausencia de tales Centros F; las longitudes de onda de esta luz, constituyen las bandas de absorción de Centros F, llamadas bandas F. El proceso de creación de Centros F, será descrito más adelante.

Estas bandas F pueden hacerse evidentes por la coloración particular que cada cristal adquiere cuando se han formado

en el Centros F, y puede conocerse la colocación de la banda F en el espectro electromagnético para cierto cristal, si efectuamos mediciones de absorción óptica para distintas longitudes de onda, y construimos una gráfica con estas mediciones. Como ejemplo, mostramos la banda F para KBr a distintas temperaturas en la figura 54, siguiente:

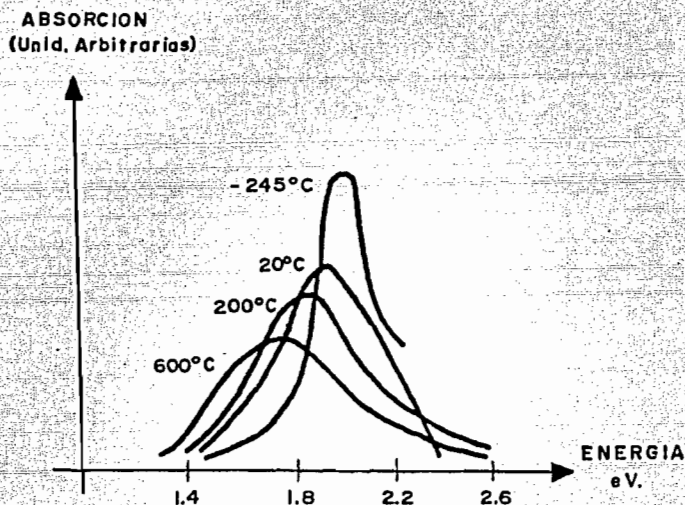


FIGURA 54

En las curvas de la gráfica mostrada en la figura 54, puede notarse, que para una temperatura dada hay una cierta longitud de onda (λ_m) en la que la absorción es máxima, y otras dos longitudes de onda (λ_r y λ_v) a ambos lados de λ_m , a las que les corresponde una absorción de la mitad del valor máximo. Nótese que conforme la temperatura aumenta, λ_m tiende a valores mayores (de menor energía) y el ancho de la curva (o sea, $\lambda_r - \lambda_v$) aumenta. Los valores de λ_m , para distintos cristales halógenos alcalinos a temperatura ambiente se muestran en la figura 55, a continuación.

	F	Cl	Br	I
L_i	250m μ (4.96 eV)	385m μ (3.22 eV)		
Na	340m μ (3.65 eV)	465m μ (2.67 eV)	540m μ (2.30 eV)	588m μ (2.11 eV)
K	455m μ (2.72 eV)	563m μ (2.20 eV)	630m μ (1.97 eV)	685m μ (1.81 eV)
Rb		624m μ (1.98 eV)	720m μ (1.72 eV)	775m μ (1.60 eV)
Cs		603m μ (2.06 eV)	675m μ (1.84 eV)	785m μ (1.58 eV)

FIGURA 55

Una relación entre la absorción medida y la concentración de Centros F fue encontrada fenomenológicamente por A. Smákula, y es de gran importancia para el estudio de Centros F. Su derivación formal puede encontrarse en: Jordán J. Markham "F Centers in Alkali - Halides" Solid State Physics, suplemento 8. Esta relación puede expresarse con la siguiente ecuación:

$$N_F = \frac{0.87 \times 10^{17}}{f} \frac{n}{(n^2 + 2)^2} \alpha W \dots (354)$$

donde:

n es el índice de refracción (real) del cristal.

α es el coeficiente de absorción de Centros F y está dado por:

$$\alpha = \frac{\overline{OD}}{d \log e} \quad (\text{cm.}^{-1}) \quad \dots(355)$$

\overline{OD} es la altura máxima de la curva, que representa la banda de absorción a partir del fondo promedio, en una gráfica de absorción óptica contra longitud de onda o energía de la luz.

W es el ancho de la curva (medido en eV) a la mitad de su altura máxima. Sea:

$$W = E_r - E_v = \frac{hc}{\lambda_r} - \frac{hc}{\lambda_v} \quad \dots(356)$$

con λ_r y λ_v , ya definidas, en nm.

f es la magnitud del oscilador, definido, en el lenguaje de la mecánica cuántica, así:

$$f = \frac{8\pi^2}{3h} \nu_m |\langle \psi_2 | \vec{r} | \psi_1 \rangle|^2 \quad \dots(357)$$

donde:

ψ_2, ψ_1 son las funciones de onda que representan al electrón ligado a la vacancia, que ha pasado del estado energético 1 al estado energético 2 (más excitado).

ν es la frecuencia de la luz que incide en los Centros F.

\vec{r} es el vector de posición del electrón atrapado en la vacancia.

N_F es el número de centros F por cm^3 .

d es el espesor que atravesó la luz dentro del cristal, excitando Centros F.

Sustituyendo las ecs. (355) y (356) en la ec. (354), obtenemos otra expresión para la ecuación de Smákula, la cual es:

$$N_F = \frac{0.87 \times 10^{17}}{f} \frac{n}{(n^2 + 2)^2} \frac{\overline{CD}}{d \log e} \left(\frac{1}{\lambda_r} - \frac{1}{\lambda_v} \right) hc \dots (358)$$

VI.2.3 PRODUCCION DE CENTROS F POR IRRADIACION CON RAYOS X.

Nos interesa en especial la producción de Centros F en cristales halógenos - alcalinos cuando éstos son expuestos a radiación X, por lo que de todos los tratamientos que producen Centros F, enunciados en la sección anterior, enfocaremos nuestra atención en la irradiación con rayos X. Esto es así, por la estrecha relación que este tópicó tiene con el trabajo experimental llevado a cabo y por describir en este capítulo.

Al irradiar con rayos X un cristal halógeno - alcalino durante cierto tiempo, éste adquiere una coloración, característica de cada cristal, indicando la creación de Centros F, o sea, provocando la aparición de una banda F de absorción. El valor de λ_m puede determinarse construyendo una gráfica como la que se muestra en la figura 54, y a través de la fórmula de Smákula (ec. (358)) y el conocimiento de la magnitud del oscilador f , podemos calcular la densidad de Centros F creados durante la irradiación. Así, podemos construir gráficas, una para cada cristal, de tiempo de irradiación contra densidad de Centros F creados durante tal irradiación. Cuando los rayos X son de baja intensidad y se irradian a temperatura ambiente, la densidad de Centros F crece conforme el tiempo de irradiación aumenta, hasta que después de cierto tiempo la curva alcanza un valor de saturación de densidad de Centros F. Cuando los

rayos X son de alta intensidad, este valor de saturación es alcanzado (en un tiempo menor al anterior) y superado, sobreponiéndose una recta a la anterior curva de saturación, indicando ésto por ejemplo que hay una segunda etapa de coloración.

Para explicar las anteriores curvas empíricas se ha propuesto que los rayos X al interaccionar con el enrejado cristalino iónico, pueden actuar de dos formas, dependiendo de su energía, las cuales son:

- a) Pueden excitar electrones de valencia de los átomos del cristal y liberarlos, recorriendo éstos trayectorias al azar dentro del enrejado cristalino, hasta que son atrapados por alguna vacancia de ión negativo (por atracción coulombiana), naturalmente presente en el cristal, formando así Centros F.
- b) Pueden colisionar con los iones mismos del cristal y, su energía es suficiente, intercambiar un momento lineal tal con el ión, que éste quede fuera de su lugar original en la red cristalina, creando así una vacancia. Para el estudio de este tipo de interacción, puede tratarse el cristal como una colección de iones aislados y aplicar las leyes de la conservación de la energía mecánica y del momento lineal. Hablaremos de rayos X "duros" cuando su energía sea tal que en una

colisión de frente con un ión este adquiera una energía de 25 eV.; si el ión es Cl^- , por ejemplo, los rayos X duros serán aquellos de energías mayores a 645 KeV. Los rayos X "blandos" serán aquellos que en una colisión de frente con un ión, éste adquiera una energía menor de 25 eV.

Los dos tipos anteriores de interacción rayos X - cristal, pueden explicar las características de las curvas en gráficas empíricas de densidad de Centros F contra tiempo de irradiación, así: cuando la intensidad de los rayos X es pequeña, los Centros F que se forman son debidos a que los electrones liberados por tal radiación, son atrapados por vacancias presentes de modo natural en el cristal. Cuando estas vacancias se agotan, la densidad de Centros F después de un cierto tiempo alcanza su valor de saturación. Sin embargo, cuando la energía total de los rayos X es mayor, los rayos X duros producen nuevas vacancias que pueden ser llenadas por electrones liberados de sus átomos, explicándose así la segunda etapa de coloración observada.

Además de la coloración, o sea, la aparición de bandas F la creación de Centros F en halógenos alcalinos causa diversos efectos, que por el presente, no son de interés para los objetivos de este trabajo. Algunos de ellos son: el cristal pasa de ser diamagnético a ser paramagnético, aparece un espectro electromagnético de emisión al ser estimulado con luz dentro de su banda F, etc.

VI.2.4.- DECOLORACION DE UN CRISTAL COLOREADO POR IRRADIACION CON LUZ F.

Todo un conjunto de fenómenos ocurren cuando se expone un cristal coloreado (con Centros F) a la luz que pertenezca a la banda F. Los efectos dependen de la temperatura y del tiempo de exposición. Cuando se exponen a la temperatura ambiente, se produce toda una serie de bandas de absorción nuevas, llamada Serie de Molnar-Petroff, hacia el lado infrarojo de la banda F, mientras que esta banda se vuelve menos absorbente, o sea, el cristal a simple vista, pierde su coloración. La serie de Molnar-Petroff consta de varias bandas de absorción, cuyas m dependen del halógeno alcalino en particular. Hasta el momento, todo parece indicar que estas bandas de absorción son originadas por electrones (liberados de los Centros F por energía luminosa y térmica) atrapados en distintas imperfecciones del cristal; el estudio de estas bandas es un tema de actualidad.

Cuando se expone el cristal coloreado a luz con longitud de onda dentro de su banda F, a bajas temperaturas, se forma sólo una nueva banda de absorción, llamada banda F', mientras que la banda F se vuelve menos absorbente. La banda F' se forma hacia la región infraroja de la banda F y es muy ancha. Una vez formada esta banda F', si se expone el cristal a luz F', la banda F' desaparece y se reconstituye la banda F. La banda F' es debida a las imperfecciones llamadas Centros F', los cuales se forman, a partir de los Centros F, de la siguiente manera:

La energía luminosa de la luz F, libera al electrón del Centro F, siendo entonces atrapado por otro Centro F, el cual ahora es una vacancia que ha atrapado a dos electrones, y se le llama Centro F'. Así, dos Centros F son destruidos y un Centro F' es creado, con un sólo fotón absorbido. De forma inversa, si un electrón es liberado de un Centro F' con luz F', dos Centros F son formados, uno por ionización, y otro por atrapamiento electrónico de otra vacancia de ión negativo.

La temperatura de transición exacta para que se forme, irradiando un cristal coloreado con luz F, en un caso la banda F' o en otro caso la serie de bandas de Molnar-Petroff, no se conoce; pero en uno u otro caso el resultado es un apreciable decoloramiento del cristal (no totalmente), o sea una disminución en la densidad de Centros F.

VI.3.- MEDIDA DEL INDICE DE REFRACCION DE UN CRISTAL DE KCl IRRADIADO CON RAYOS X.

VI.3.1.-OBJETIVOS.

El objetivo principal de este experimento es determinar si el índice de refracción de un cristal dieléctrico sufre un cambio de valor al ser irradiado con Rayos X, con respecto a su valor antes de ser irradiado, que sea detectable por medio del elipsómetro utilizando el método de Brewster. Así pues, el objetivo inmediato es medir el índice de refracción de un cristal de KCl irradiado durante cierto tiempo con Rayos X y comparar el valor medido con el valor para el índice de refracción medido experimentalmente (en el Cap. V) para el mismo cristal sin irradiar.

VI.3.2.- SUPOSICIONES.

Las suposiciones de trabajo se enlistan en seguida:

- a) El cristal de KCl irradiado con Rayos X es un dieléctrico (su coeficiente de extinción es nulo).
- b) La frontera óptica constituida por el cristal y el aire es una superficie plana.
- c) Tal frontera óptica está limpia, es decir, entre el aire y el cristal no existe un medio extraño, de índice de refracción distinto al de sus constituyentes.

- d) El cristal es homogéneo e isotrópico.
- e) La radiación X ha afectado de manera uniforme la superficie del cristal, que constituye la frontera óptica por analizar.
- f) La luz usada, para las medidas elipsométricas, es monocromática.

VI.3.3.- DESARROLLO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES.-

La muestra por analizar se obtuvo de un monocristal de KCl, crecido en el Instituto de Física, clavando una placa de aproximadamente 1.2 cm. X 0.8 cm. X 0.2 cm. Esta placa se expuso durante dos minutos a radiación X, sin filtrar, proveniente de un tubo productor de Rayos X, con blanco de Tungsteno, y con las siguientes condiciones de operación: 10 mA. y 34 KV.

En seguida se protegió de la luz para evitar que luz F destruyera los centros de color creados durante la irradiación. Se montó en el sistema portamuestras (descrito en la secc. II.5) y se alineó, utilizando luz láser, al eje óptico del elipsómetro según el método descrito en la secc. III.3. Una vez alineada la muestra, la luz láser se substituyó por luz monocromática (5461 \AA) proveniente de una lámpara de mercurio (descrita, junto con el monocromador utilizado, en el Capítulo II).

Ahora, se coloca el polarizador con valor de su posición azimutal $P = 0^\circ$, en el sistema compensador no se monta elemento óptico alguno, pasando la luz libremente por él, de tal forma que la luz incidente en la muestra, se encuentra linealmente polarizada en el plano de incidencia, según la Teoría

Electromagnética (Cap. I), existe un ángulo de incidencia (de Brewster) en el que el haz reflejado, por la muestra, se extinguirá. Se movió entonces la mesa portamuestras y se varió el ángulo T-C, girando manualmente el telescopio, con el analizador en posición azimutal $A=0^\circ$ (para dejar pasar la luz reflejada por la muestra), hasta que visualmente se determinó el intervalo angular T-C dentro del cual la luz reflejada, por la muestra, se minimiza. Los límites de este intervalo, medidos en el transportador del espectrómetro son:

$$110^\circ \pm 1^\circ \text{ y } 116^\circ \pm 1^\circ$$

La incertidumbre de 1° es debida a que se estiman visualmente dos posiciones del telescopio, a ambos lados de la posición donde se encuentra el mínimo luminoso, para las cuales la intensidad luminosa es la misma. Para acortar este intervalo, se toman medidas de intensidad luminosa (con el fotodetector Gaertner y el picoamperímetro (Keithley), de grado en grado, dentro del intervalo anterior, según la técnica descrita en la secc. V.2.1.4. Las medidas efectuadas se muestran en la Tabla XXXVI, a continuación:

TABLA XXXVI

ANGULO COLIMADOR-TELESCOPIO ($\pm 10''$)	CORRIENTE PICOAMPERIMETRO (Amp)	VALOR MAX. ESC. UTILIZADA (Amp)
110° 00' 00"	$.63 \times 10^{-8} \pm .01 \times 10^{-8}^*$	1×10^{-8}
111° 00' 00"	.43 " " "	" "
112° 00' 00"	.36 " " "	" "
113° 00' 00"	$.30 \times 10^{-8} \pm .01 \times 10^{-8}$	1×10^{-8}
114° 00' 00"	.29 " " "	" "
115° 00' 00"	.34 " " "	" "
116° 00' 00"	.43 " " "	" "

* Incertidumbre debida a la mitad de mínima división de escala ($.02 \times 10^{-8}$).

Según la tabla anterior, nos damos cuenta que el ángulo T-C, en el que la luz reflejada tiene un mínimo de intensidad, está contenido en el sig. intervalo angular:

DE $113^\circ 00' 00'' \pm 10''$ A $115^\circ 00' 00'' \pm 10''$

Ahora tomaremos medidas dentro de este intervalo cada 20' de arco; los valores medidos se muestran en la sig. Tabla XXXVII:

TABLA XXXVII

ANGULO COLIMADOR-TELESCOPIO ($\pm 10''$)	CORRIENTE (Amperes)*	ESCALA UTILIZADA (VALOR MAXIMO) (Amperes)**
113° 00' 00"	$0.96 \times 10^{-9} \pm 0.01 \times 10^{-9}$	1×10^{-9}
113° 20' 00"	0.89 "	" "
113° 40' 00"	0.88 "	" "
114° 00' 00"	0.92 "	" "
114° 20' 00"	0.97 "	" "
114° 40' 00"	$1.1 \times 10^{-9} \pm 0.05 \times 10^{-9}$	3×10^{-9}
115° 00' 00"	1.3 "	" "

* La incertidumbre anotada es debida a la mitad de la mínima división de la escala utilizada.

** Se utilizó una corriente de anulación de aproximadamente 0.2×10^{-8} Amp.

En la tabla anterior vemos que el intervalo angular en el que se encuentra el ángulo T-C, de interés, es:

de $113^{\circ} 20' 00'' \pm 10''$ a $114^{\circ} 00' 00'' \pm 10''$

Por lo que en seguida tomaremos medidas cada diez minutos de arco, dentro del intervalo angular anterior; éstas se muestran en la siguiente tabla XXXVIII:

TABLA XXXVIII

ANGULO COLIMADOR-TELESCOPIO ($\pm 10''$)	CORRIENTE (Amperes)*	ESCALA UTILIZADA (VALOR MAXIMO) (Amperes)**
113° 20' 00"	$0.12 \times 10^{-9} \pm 0.01 \times 10^{-9}$	0.3×10^{-9}
113° 30' 00"	0.14 "	"
113° 40' 00"	0.21 "	"
113° 50' 00"	0.24 "	"
114° 00' 00"	0.27 "	"

* La incertidumbre anotada es debida a la oscilación de la aguja indicadora. La incertidumbre de mínima división de escala es de 0.0025×10^{-9} Amp.

** Se utilizó una corriente de anulación de aproximadamente 0.27×10^{-9} Amp.

Comparando la Tabla XXXVIII con la Tabla XXXVII, podemos darnos cuenta que en la última serie de mediciones, el ángulo en el cual se presenta el mínimo luminoso, se ha desplazado hasta el extremo del intervalo angular donde se tomaron las medidas. La comparación de las dos últimas tablas indica que algún parametro, supuestamente constante, está variando. Se suspendió el experimento. Al desmontar de la mesa portamuestras el cristal irradiado, bajo análisis se observó visualmente que había perdido totalmente su coloración, adquirida al irradiarlo con rayos X, por lo que el problema es: ¿Hasta qué instante durante el experimento se trabajó con un cristal sin color? ¿Porqué perdió el color?. La segunda

pregunta la contestaremos más adelante; con respecto a la primera pregunta podemos decir que el cristal bajo análisis conservó su coloración aún durante las medidas demostradas en la tabla XXXVII, ya que ésta tabla no muestra incongruencias con respecto a la tabla XXXVI, como las muestra la tabla XXXVIII con respecto a la tabla XXXVII. Suponiendo lo anterior, la tabla XXXVII nos indica que el ángulo de Brewster del cristal irradiado está entre los siguientes límites:

$$56^{\circ} 40' 00'' \pm 10'' \text{ y } 57^{\circ} 00' 00'' \pm 10''$$

O sea, que con seguridad el ángulo de Brewster del cristal irradiado, se encuentra dentro de un intervalo angular centrado en el valor medio de los límites recién calculados, acotado por tales límites. Lo cual, puede expresarse así:

$$\theta_B = 56^{\circ} 50' \pm 10' \quad \dots(359)$$

Comparando este resultado con el ángulo de Brewster obtenido experimentalmente para el KCl sin irradiar, el cual (según los resultados experimentales de la Secc. V.2.2.3) es:

$$\theta_{B_{\text{sin-irr}}} = 56^{\circ} 17' \pm 08'$$

nos damos cuenta que sí es posible detectar diferencias en el índice de refracción de cristales irradiados con respecto a cristales no irradiados. En este caso, la diferencia mínima es de 30' en el ángulo de Brewster, lo que corresponde a aproximadamente 5 centésimas en el valor del índice de refracción.

Con este análisis se ha cumplido el objetivo principal de este experimento.

Por otro lado el hecho de que el cristal haya perdido su coloración durante su análisis, nos indica la necesidad de utilizar luz analizadora cuya longitud de onda esté lo más lejos posible de la banda F del cristal, para no provocar un de coloramiento (según la teoría vista en la sección VI.2), y poder hacer mediciones durante las cuales permanezca constante la densidad de centros F.

VI.3.4.-CONCLUSIONES.

- a) El índice de refracción de un cristal de KCl, irradiado durante 2 minutos con rayos X provenientes de un tubo con blanco de Tungsteno, sin filtrar, bajo condiciones de operación de 10 mA y 34KV., es:

$$n = \text{tg} (56^{\circ} 50' \pm 10')$$

- b) Comparando este índice de refracción con el medido por el mismo método y para el mismo cristal, pero no irradiado con Rayos X, concluimos que sí es posible encontrar diferencias entre los valores de ambos índices, con la resolución del elipsómetro, utilizando la técnica de mediciones desarrollada en este trabajo para ser usada en el método de Brewster. En el caso parti-

cular aquí tratado (KCl) la diferencia detectada entre ambos índices es, de al menos, cinco centésimas.

- c) El desplazamiento sufrido por el valor angular correspondiente a intensidad mínima de luz reflejada por la muestra, conforme pasa el tiempo de experimentación, y que es evidente al comparar las tablas XXXVII y XXXVIII, nos sugiere la utilización posible del elipsómetro y del método de Brewster para hacer estudios de decoloramiento de cristales (rapidez del proceso, por ejemplo) al ser iluminados con ciertas longitudes de onda.
- d) La luz utilizada para hacer mediciones de constantes ópticas de cristales irradiados, debe de ser de una longitud de onda lo más alejada posible del valor central λ_m (ver secc. VI.2) si se desea que la densidad de centros F, creados por irradiación en el cristal, permanezca constante durante el tiempo que dura el proceso de medición.

VI.4 MODELO PARA LA MEDICION POR ELIPSOMETRIA DE LA PROFUNDIDAD DE COLORACION EN CRISTALES DE LiF IRRADIADOS CON RAYOS X.

VI.4.1 OBJETIVOS.

En este experimento tenemos varios objetivos principales, los cuales son:

- a) Demostrar experimentalmente que por el método elipsométrico, bajo ciertas suposiciones sobre las características de los elementos que intervienen, es posible medir valores que corresponden a espesores de capas de centros de color(F) creados en un cristal por irradiación con Rayos X.
- b) Elaborar un método que nos permita, bajo mediciones de absorción óptica, decidir cuál debe ser la región del espectro electromagnético a la cual debe pertenecer la luz analizadora, para poder hacer mediciones sin decolorar el cristal irradiado.
- c) Hacer ver la utilidad de la elipsometría, como herramienta de medición, para el estudio de los sólidos en general, y para el estudio de centros F en cristales iónicos, en particular.

VI.4.2.- INTRODUCCION.

Cuando un cristal halógeno alcalino es expuesto a radiación X, adquiere, según se trató en la sección VI.2, un color

característico de cada cristal, el cual es debido a la producción de Centros F dentro del cristal. La teoría sobre los mecanismos y procesos de producción de Centros F fué estudiada en la secc. VI.2, por lo que no se redunda en ella en ésta sección. Se ha observado que la coloración adquirida por el cristal no se presenta de manera uniforme en todo su volúmen, sino que existe una zona de gran coloración (mayor intensidad en el color) y otra zona donde la coloración es menor. La zona de gran coloración se localiza en la cara cristalina que ha sido expuesta directamente al haz X, abarcando desde su superficie hasta cierta profundidad dentro del cuerpo del cristal. En realidad, no existe un límite abrupto ó frontera que marque la separación entre las dos zonas enunciadas, sin embargo para la realización de este experimento supondremos que tal frontera abrupta existe, ó sea que hay una discontinuidad de constantes ópticas entre una región y otra. Esta suposición nos permitirá aplicar la teoría elipsométrica para mediciones de espesores de películas delgadas (desarrollada en el Cap. I), para encontrar experimentalmente la distancia entre la superficie y la frontera óptica supuesta para la región intensamente coloreada. O sea, supondremos que la región intensamente coloreada presenta las características de una película delgada depositada sobre un substrato, aunque aquella no haya sido depositada, sino creada en el cristal mismo. Supuesto ésto, mediremos elipsométricamente los espesores correspondientes a zonas intensamente coloreadas en cristales de la misma naturaleza, pero expuestos distintos

tiempos a la irradiación, tratando de encontrar diferencias entre tales espesores.

Por otro lado, tomando en cuenta las conclusiones del experimento anterior (secc. VI.3), sabemos que si se ilumina el cristal irradiado, para realizar las mediciones elipsométricas, con luz cuya longitud de onda sea cercana al valor λ_m de su banda F, entonces hay destrucción de centros F (decoloramiento), por lo que surge la necesidad de determinar la luz, adecuada a cada cristal, que no perturbe al cristal irradiado mientras se efectúen las mediciones. O sea, usar una luz analizadora que no destruya centros F durante las mediciones elipsométricas, en otras palabras, que su longitud de onda se encuentre lo más lejos posible, en el espectro óptico, del valor λ_m característico del cristal usado. Esta determinación se hará en base a mediciones de absorción óptica, como se muestra en la siguiente sección.

Por último, cabe señalar, que el método elipsométrico y las técnicas de medición utilizadas, se aplicarán, en este último experimento, tomando en cuenta todas las contribuciones que a ellas se han hecho en todo el trabajo experimental y teórico anterior, por lo que el presente capítulo, además de lo señalado anteriormente, es un ejemplo de aplicación de las técnicas y métodos desarrollados para la utilización del elisómetro.

VI.4.3.- SELECCION DE LA LONGITUD DE ONDA ADECUADA PARA MEDICIONES ELIPSOMETRICAS EN CRISTALES DE LiF IRRADIADOS.

El objetivo es utilizar como luz analizadora, en mediciones elipsométricas de cristales coloreados, una luz que destruya el menor No. posible de Centros F. En la figura 55 podemos ver que el valor de λ_m , para LiF, es 2500Å, por lo que debemos utilizar luz analizadora de longitud de onda lo más alejada posible de tal valor. Se decidió usar luz de mercurio monocromática de 5461Å y se procedió a encontrar el porcentaje de Centros F que esta luz destruye en cristales de LiF, para saber si la luz seleccionada era la correcta. Para esto, se hizo lo siguiente:

- a) Se irradió un cristal de LiF durante 12 min con Rayos X (no filtrados, provenientes de un tubo con blanco de tungsteno y con condiciones de operación: 12 mA y 36KV).
- b) Se tomó una gráfica de absorción óptica del cristal irradiado, utilizando el espectrofotómetro marca Perkin Elmer-Coleman EPS - 3T, del propio Instituto de Física. Este aparato grafica $\log. I_0/I$ contra λ , donde I_0 es la intensidad de la luz que incide en la muestra e I es la intensidad de la luz que emerge de la muestra, y λ es la longitud de onda. La curva obtenida se muestra con la letra A en la gráfica No. 7.

- c) El mismo cristal irradiado se iluminó durante 2 hrs. aprox., con luz monocromática de $5461\overset{\circ}{\text{Å}}$ (2 hrs. es aprox. la mitad del tiempo ocupado en llevar a cabo una serie de mediciones elipsométricas cuando se tratan de determinar espesor y constantes ópticas de una película delgada).
- d) Después del proceso de iluminación anterior, se volvió a tomar una gráfica de absorción óptica del cristal con el espectrofotómetro ya utilizado. La curva obtenida se muestra con la letra D en la gráfica No. 7.
- e) Sobre las curvas A y D de la gráfica No. 6 podemos hacer mediciones de ciertos parámetros (λ_r , λ_v , y \overline{OD}) que intervienen en la fórmula de Smácula (ec. 358)). Estas mediciones son:

$$\overline{OD}_A = 1.130_{\underline{\quad}} \pm 0.004 \text{ Unid. Arb.}$$

$$\overline{OD}_D = 1.106_{\underline{\quad}} \pm 0.004 \quad " \quad "$$

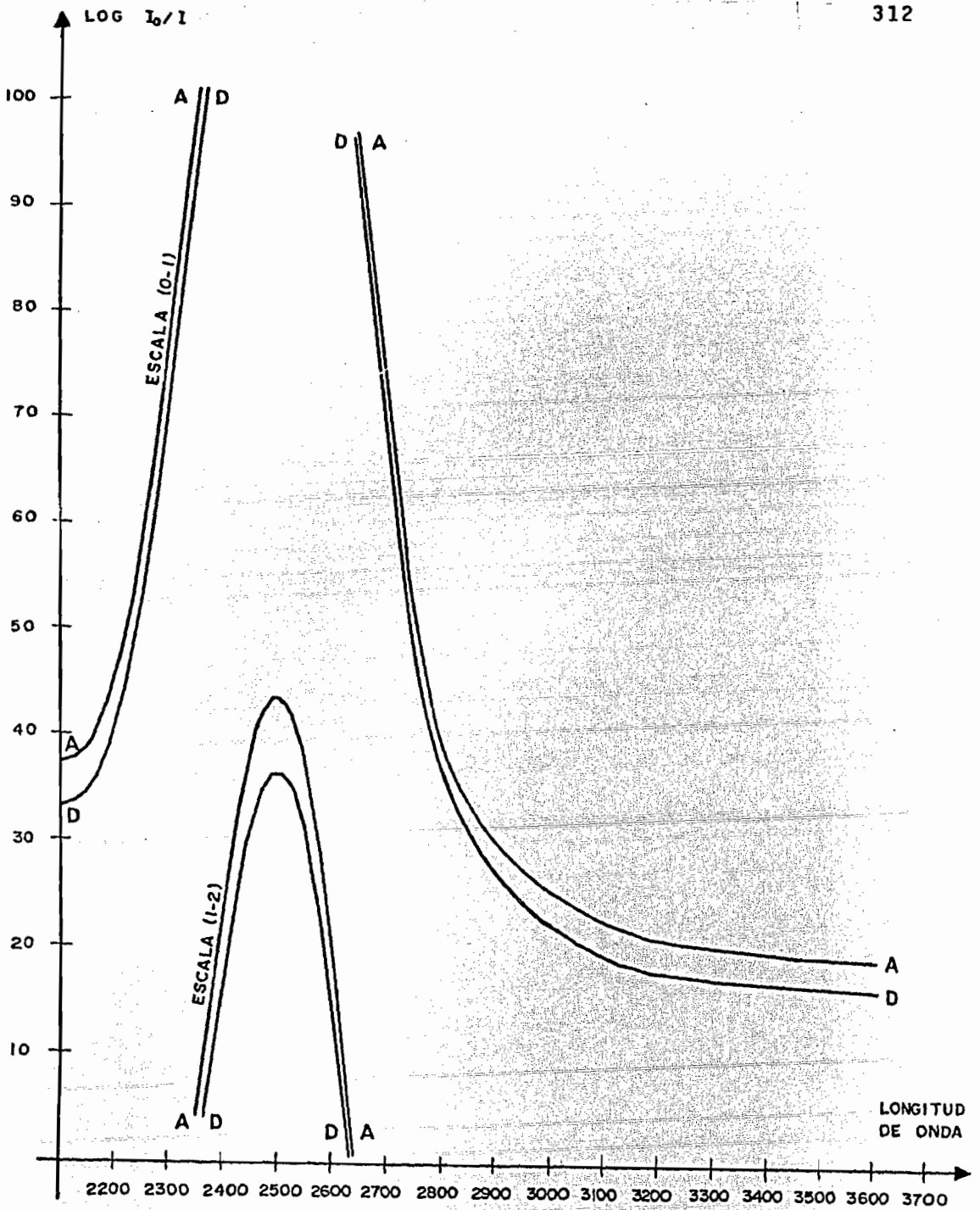
$$\lambda_{vA} = 232 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$$

$$\lambda_{rA} = 267 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$$

$$\lambda_{vD} = 233 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$$

$$\lambda_{rD} = 268 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$$

Donde una barra abajo de la cifra indica que tal cifra ha sido estimada, \overline{OD}_A y \overline{OD}_D se midieron en unidades arbitrarias (iguales para ambas medidas) y los subíndices A y D se refieren a las



GRAFICA No. 7

curvas A y D de la gráfica No. 6.

- f) Substituímos los valores anteriores y las suposiciones de que $n_A = n_D$, $d_A = d_D$ y $f_A = f_D$; en la ec. (358) que representa la fórmula de Smákula, y obtenemos dos ecuaciones:

$$N_{fA} = \frac{0.87 \times 10^{17} \text{ nhc}}{f d \log e (n^2 + 2)^2} (0.63 \times 10^{-3} \pm 0.05 \times 10^{-3})$$

$$N_{fD} = \frac{0.87 \times 10^{17} \text{ nhc}}{f d \log e (n^2 + 2)^2} (0.62 \times 10^{-3} \pm 0.05 \times 10^{-3})$$

Dividiendo N_{fD} entre N_{fA} , obtenemos:

$$N_{fD} / N_{fA} = 0.98 \pm 0.1 \quad \dots (360)$$

O sea, concluimos que al iluminar el cristal de LiF, irradiado, con luz de 5461 \AA durante dos horas, hubo una conservación de Centros F de:

$$98\% \pm 10\%$$

Por lo que la luz de 5461 \AA sí puede usarse como luz analizadora, en medidas elipsométricas, de cristales irradiados con rayos X, por que prácticamente no destruye Centros F.

Así se ha mostrado el proceso que nos permite seleccionar la luz analizadora adecuada para mediciones elipsométricas, sin perturbación de la muestra, cuando ésta es un cristal coloreado.

VI.4.4.- SUPOSICIONES

Las suposiciones de trabajo se enlistan en seguida:

- a) Existe una frontera óptica abrupta entre la zona intensamente coloreada (con gran densidad de Centros F) y el resto del cristal levemente coloreado.
- b) Tal frontera óptica así como la frontera óptica constituida por la región intensamente coloreada y el aire, son superficies planas y están limpias, es decir, no existen tales fronteras ópticas algún medio extraño de índice de refracción distinto al de sus constituyentes.
- c) La región intensamente coloreada (cuyo espesor se medirá) es homogénea e isotrópica, y con densidad uniforme de Centros F.
- d) La región levemente coloreada tiene un índice de refracción igual a aquel obtenido (secc. V.3.1.5, ecs.(323) y (324)) para el cristal sin irradiar. O sea, la densidad de Centros F creados en esta región es tan baja que no afecta las constantes ópticas del material.

- e). La densidad de Centros F en la región intensamente coloreada no varía durante el tiempo que duran las mediciones.
- f) La luz analizadora es monocromática.

VI.4.5.- DESARROLLO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES.

Las muestras por analizar se obtuvieron de un monocristal de LiF (crecido en Inglaterra) clivando placas de aprox. 1.5 mm X 10mm X 10mm. A dos de estas placas (aquellas dos que presentaban caras con menor número de escalones de clivaje) se les expuso a radiación X, no filtrada, proveniente de un tubo con blanco de tungsteno y en condiciones de operación de 14 mA y 36 KV. El tiempo de exposición fue distinto para cada una de las dos muestras escogidas, para una fue de 4 min (muestra 1) y para la otra de 1 min (muestra 2). En ambas muestras, la cara expuesta directamente al haz X fue marcada con una señal para que sea esta cara la que actúe como sistema reflector al ser montadas las muestras en el elipsómetro. Para cada una de estas muestras, después de su montaje en la mesa portamuestras del elipsómetro, se medirán los ángulos elipsométricos Δ y ψ para dos ángulos de incidencia (θ_{i1} y θ_{i2}), medidos con el espectrómetro del elipsómetro; la razón para efectuar medidas elipsométricas (Δ y ψ) a dos ángulos de incidencia distintos para cada muestra, fue expuesta en el capítulo I, cuando se analizó el proceso de solución de la Ecuación Fundamental de la Elipsometría (ec. (254)) para n , κ , y d , de una película delgada (en este caso, región de coloración intensa) deposi

tada en un sustrato de índice de refracción completo conocido (en este caso, el sustrato es la región de coloración tenue del Lif irradiado, y su índice de refracción es el medido durante el experimento reportado en la secc. V.3.1).

Antes de reportar las mediciones, cabe aquí anotar 3 hechos u observaciones, importantes:

- 1) Se decidió sustituir como fuente de luz analizadora a la lámpara de mercurio con monocromador, por un foco incandescente de 300 watts con monocromador (para dar luz de 5461 \AA de longitud de onda) ya que se observó en pruebas preliminares al experimento aquí reportado, que el aumento de intensidad luminosa, favorece la precisión de las medidas. Tanto la lámpara de mercurio, como el foco incandescente y el monocromador han sido descritos detalladamente en el Capítulo I.
- 2) Los ángulos de incidencia se escogen cercanos en general, al ángulo principal de incidencia (θ_i), ya que en esta región angular las variaciones de Δ y ψ son máximas, como puede verse en las figuras 17 y 18 del Capítulo I.
- 3) Las técnicas de medición de los ángulos θ_i , P y A , así como los métodos de manejo del elipsómetro y sus componentes, han sido expuestos reiteradamente en los diversos experimentos que hemos reportado en este trabajo; por lo que en el siguiente reporte experimental no redundaremos en ellos, ni tampoco en las causas de las incertidumbres

anotadas en las tablas de medidas, por ser similares a las ya anotadas en tablas anteriores.

Primero reportaremos las mediciones efectuadas en la muestra 1, una vez colocada y alineada (por la técnica ya descrita) en la mesa portamuestras. El primer ángulo de incidencia θ_1 , se determinó con las medidas mostradas en la siguiente tabla XXXIX:

TABLA XXXIX

Angulo T.C. _{<}	Angulo T.C. _{>}	Angulo T.C. prom.
115° 46' ± 1'	116° 01' ± 1'	115° 54' ± 1'
CORRIENTE	VALOR MAXIMO	$\theta_1 = \text{ángulo T.C.}/2$
PICOAMPERIMETRO	DE ESCALA	
$0.88 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$ Amp.	1×10^{-8} Amp.	57° 57' 00" ± 30"

Así el primer ángulo de incidencia para la muestra 1 fue:

$$57^\circ 57' 00'' \pm 30'' \quad \dots(361)$$

se colocó el arreglo óptico al ángulo de incidencia anterior y se tomaron medidas de los mínimos de fotocorriente logrados al variar A para distintos valores de P, cada 5° a partir de 0° hasta 180°, con Q = 45°. Estas medidas se muestran en la siguiente Tabla XL:

TABLA XL

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)
0°	$0.15 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$	95°	$0.81 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
5°	" "	100°	0.73 " "
10°	0.16 " "	105°	0.62 " "
15°	" "	110°	0.48 " "
20°	0.17 " "	115°	0.36 " "
25°	0.16 " "	120°	0.25 " "
30°	" "	125°	0.18 " "
35°	0.15 " "	130°	0.15 " "
40°	0.14 " "	135°	0.14 " "
45°	" "	140°	" " "
50°	" "	145°	0.15 " "
55°	0.18 " "	150°	0.16 " "
60°	0.25 " "	155°	0.17 " "
65°	0.35 " "	160°	" " "
70°	0.47 " "	165°	0.16 " "
75°	0.61 " "	170°	0.15 " "
80°	0.72 " "	175°	" " "
85°	0.81 " "	180°	" " "
90°	0.83 " "		

Podemos notar analizando la Tabla anterior que los mínimos luminosos de interés (minimorums) están comprendidos dentro de los siguientes intervalos angulares: de 30° hasta 55°,

y de 130° hasta 145°; por lo que ahora tomaremos medidas de grado en grado dentro de estos intervalos. Estas medidas se muestran en las tablas XLI y XLII, a continuación:

TABLA XLI

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)
30°	$0.160 \times 10^{-8} \pm .005 \times 10^{-8}$	43°	$0.130 \times 10^{-8} \pm .005 \times 10^{-8}$
31°	" "	44°	" "
32°	0.155 "	45°	" "
33°	" "	46°	" "
34°	0.150 "	47°	0.135 "
35°	" "	48°	0.140 "
36°	" "	49°	" "
37°	0.145 "	50°	0.145 "
38°	0.140 "	51°	0.150 "
39°	0.135 "	52°	" "
40°	" "	53°	0.160 "
41°	" "	54°	0.170 "
42°	0.130 "	55°	0.185 "

TABLA XLII

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)
130°	$0.140 \times 10^{-8} \pm .005 \times 10^{-8}$	133°	$0.140 \times 10^{-8} \pm 0.005 \times 10^{-8}$
131°	" "	134°	0.135 "
132°	" "	135°	0.130 "

(Continúa en la Pág. Sig.)

TABLA XLII
(continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)
136°	$0.130 \times 10^{-8} \pm 0.005 \times 10^{-8}$	141°	$0.140 \times 10^{-8} \pm .005 \times 10^{-8}$
137°	" "	142°	0.145 " "
138°	0.135 " "	143°	" " "
139°	" " "	144°	0.150 " "
140°	0.140 " "	145°	" " "

Observando las dos tablas anteriores nos damos cuenta que dos de los valores buscados de P_0 (P_1 y P_2), suponiendo el modelo parabólico ya explicado para la relación entre P e $I_{\text{mín}}$ en regiones cercanas al mínimo luminoso, obtenemos:

$$P_1 = 44.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots (362)$$

$$P_2 = 136.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots (363)$$

Ahora tomaremos medidas de los mínimos de fotocorriente logrados al variar los valores de A para distintos valores de P , de 5° en 5° , desde $P = 0^\circ$ hasta $P = 180^\circ$, para $Q = 135^\circ$. Estas medidas se muestran en la siguiente tabla XLIII:

TABLA XLIII

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{\min} (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{\min} (Amp)
0°	$0.21 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$	95°	$0.16 \times 10^{-7} \pm 0.01 \times 10^{-7}$
5°	" "	100°	0.15 " "
10°	0.22 " "	105°	0.12 " "
15°	0.23 " "	110°	$0.88 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
20°	0.24 " "	115°	0.62 " "
25°	0.22 " "	120°	0.41 " "
30°	0.20 " "	125°	0.25 " "
35°	0.18 " "	130°	0.17 " "
40°	0.15 " "	135°	0.14 " "
45°	0.14 " "	140°	0.15 " "
50°	0.17 " "	145°	0.18 " "
55°	0.26 " "	150°	0.20 " "
60°	0.42 " "	155°	0.22 " "
65°	0.65 " "	160°	0.24 " "
70°	0.90 " "	165°	0.23 " "
75°	$0.12 \times 10^{-7} \pm 0.001 \times 10^{-7}$	170°	0.22 " "
80°	0.15 " "	175°	0.21 " "
85°	0.16 " "	180°	" " "
90°	0.16 " "		

Analizando la Tabla anterior, nos damos cuenta que los mínimos luminosos de interés están comprendidos dentro de los siguientes intervalos angulares: de 40° a 50° , y de 130° a

140° ; por lo que las medidas tomadas de grado en grado dentro de estos intervalos se muestran en las tablas XLIV y XLV, a continuación:

TABLA XLIV

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)
40°	$0.140 \times 10^{-8} \pm 0.005 \times 10^{-8}$	46°	$0.135 \times 10^{-8} \pm 0.005 \times 10^{-8}$
41°	" "	47°	0.140 " "
42°	0.135 " "	48°	0.150 " "
43°	" "	49°	0.155 " "
44°	0.130 " "	50	0.165 " "
45°	" "		

TABLA XLV

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)
130°	$0.165 \times 10^{-8} \pm 0.005 \times 10^{-8}$	136°	$0.135 \times 10^{-8} \pm 0.005 \times 10^{-8}$
131°	0.160 " "	137°	" " " "
132°	0.150 " "	138°	0.140 " "
133°	0.145 " "	139°	" " " "
134°	0.140 " "	140°	0.145 " "
135°	0.135 " "		

Observando las dos Tablas anteriores, nos damos cuenta que otros dos de los valores de P_0 (P_3 y P_4), buscados, están comprendidos respectivamente dentro de los siguientes intervalos:

$$\text{de } 43.0^{\circ} \pm 0.5^{\circ} \text{ a } 46.0^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$$

$$\text{de } 134.0^{\circ} \pm 0.5^{\circ} \text{ a } 138.0^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$$

Por lo que suponiendo válido el modelo parabólico para la relación entre los valores de $I_{\text{mín}}$ y P , cerca del mínimo luminoso, obtenemos dos valores de P_0 (P_3 y P_4), los cuales son:

$$P_3 = 44.5^{\circ} \pm 0.5^{\circ} \quad \dots(364)$$

$$P_4 = 136.0^{\circ} \pm 0.5^{\circ} \quad \dots(365)$$

Ahora bien, de conclusiones obtenidas en los experimentos precedentes, sabemos que los prismas de Glan-Thompson tienen direcciones de polarización con ambos sentidos equivalentes, por lo que a partir de los valores de P_0 (P_1 , P_2 , P_3 y P_4) encontrados, podemos obtener, sumando 180° a los anteriores, otros cuatro valores de P_0 . Para cada uno de estos ocho valores de P_0 , podemos medir dos valores para A_0 , promediando valores medidos de $A_{<}$ y $A_{>}$. Estas mediciones se muestran en la siguiente Tabla XLVI:

TABLA XLVI

i	P_i ($\pm 0.5^\circ$)	$A_{i<}$	$A_{i>}$	A_i	CORRIENTE PICOAMPERIMETRO
1	44.0°	172.8° $\pm 0.1^\circ$	175.3° $\pm 0.1^\circ$	174.1° $\pm 0.1^\circ$	0.14X10 ⁻⁸ ± 0.01 X10 ⁻⁸
2	"	352.8	355.4°	354.1°	"
3	224.0°	353.1	355.2°	"	"
4	"	173.1	175.3°	174.2°	"
5	136.0°	184.4	186.6°	185.5	"
6	"	4.7°	6.5°	5.6	"
7	316.0°	"	"	"	"
8	"	184.5°	186.5°	185.5°	"
9	44.5°	173.3°	174.7°	174.0°	"
10	"	353.6°	354.5°	354.1°	"
11	224.5°	353.6°	354.4°	354.0°	"
12	"	173.6°	174.5°	174.1°	"
13	136.0°	185.5°	186.1°	185.8°	"
14	"	5.3°	6.2°	5.7°	"
15	316.0°	5.2°	"	"	"
16	"	185.2°	186.3°	185.7°	"

Renombrando los valores de P_0 y A_0 , expuestos en la Tabla XLVI, según la nomenclatura y convenciones adoptadas en el Cap. IV (expresadas en las eccs. (293) y (301)) y utilizando las eccs. (294) y (302), podemos calcular 16 pares de valores de Δ y ψ , los cuales se muestran en las Tablas XLVII y XLVIII, a continuación:

TABLA XLVII

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	P_0	P_{ABC}	$(n'-n)$ de las ecs. (294)	Δ_i^*
P ₁	44.0° ^{+0.5°}	P ₁₁₁	0	2.0° ^{+1.0°}
P ₂	" "	"	"	"
P ₃	224.0° "	P ₁₂₁	-2	"
P ₄	" "	"	"	"
P ₅	136.0° "	P ₂₁₁	0	-2.0° ^{+1.0°}
P ₆	" "	"	"	"
P ₇	316.0° "	P ₂₂₁	-2	"
P ₈	" "	"	"	"
P ₉	44.5° "	P ₂₁₂	0	-1.0° ^{+1.0°}
P ₁₀	" "	"	"	"
P ₁₁	224.5° "	P ₂₂₂	2	"
P ₁₂	" "	"	"	"
P ₁₃	136.0° "	P ₁₁₂	0	2.0° ^{+1.0°}
P ₁₄	" "	"	"	"
P ₁₅	316.0° "	P ₁₂₂	2	"
P ₁₆	" "	"	"	"

* Las incertidumbres en valores de Δ_i se deben a la propagación de incertidumbres a partir de los valores de P_0 .

TABLA XLVIII

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	A_0	A_{DEFGH}	(m'-m) de las ecs. (302)	ψ_i^*
A_1	$174.1^\circ \pm 0.1^\circ$	$A_{III1111}$	0	$5.9^\circ \pm 0.1^\circ$
A_2	354.1°	A_{IV1112}	"	" "
A_3	" "	A_{IV1212}	"	" "
A_4	174.2°	A_{II1211}	"	5.8° "
A_5	185.5°	$A_{III2112}$	"	5.5° "
A_6	5.6°	A_{I2111}	"	5.6° "
A_7	" "	A_{I2211}	"	" "
A_8	185.5°	$A_{III2212}$	"	5.5° "
A_9	174.0°	A_{II2121}	1	6.0° "
A_{10}	354.1°	A_{IV2122}	"	5.0° "
A_{11}	354.0°	A_{IV2222}	"	6.0° "
A_{12}	174.1°	A_{II2221}	"	5.9° "
A_{13}	185.8°	$A_{III1122}$	"	5.8° "
A_{14}	5.7°	A_{II1121}	"	5.7° "
A_{15}	" "	A_{II221}	"	" "
A_{16}	185.7°	$A_{III1222}$	"	" "

* Las incertidumbres en valores ψ_i se deben a la propagación de incertidumbres a partir de los valores de A_0 .

Promediando los valores de Δ_i y ψ_i , mostrados en las dos últimas Tablas, obtenemos dos únicos valores de los ángulos elipsométricos, para la muestra 1 y para el primer ángulo de incidencia, los cuales son:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 0.5^\circ \pm 1.0^\circ \\ \psi_1 &= 5.8^\circ \pm 0.1^\circ \end{aligned} \quad \dots(366)$$

Ahora tomaremos medidas similares a las anteriores, para la muestra 1, pero a un segundo ángulo de incidencia, el cual se determina con los datos medidos, mostrados en la siguiente Tabla XLIX :

TABLA XLIX

Angulo T.C. <	Angulo T.C. >	Angulo T.C. prom.
98° 36' 40" ± 40"	98° 53' 40" ± 40"	98° 45' 10" ± 40"
CORRIENTE PICOAMPERIMETRO	VALOR MAXIMO DE ESCALA	$\theta_i = \text{Angulo T.C.} / 2$
$0.190 \times 10^{-7} \pm 0.0025 \times 10^{-7}$ Amp.	0.3×10^{-7}	49° 22' 35" ± 20"

Se coloca el telescopio con respecto al colimador, al ángulo T.C. prom. anterior, y se toman medidas de mínimos de fotocorriente logrados al variar A para distintos valores de P, de 5 en 5° a partir de P=0° hasta P=180°, con Q=45°; estas medidas se muestran en la siguiente Tabla L:

TABLA L

P (±0.005°)	I_{mfn} (Amp)	P (±0.005°)	I_{mfn} (Amp)
0°	$0.14 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$	30°	$0.16 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
5°	0.15 "	35°	0.13 "
10°	0.16 "	40°	0.10 "
15°	0.17 "	45°	$0.92 \times 10^{-9} \pm 0.01 \times 10^{-9}$
20°	0.18 "	50°	$0.13 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
25°	0.17 "	55°	0.22 "

(Continúa en la Pag. Sig.)

TABLA L
(Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{\min} (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{\min} (Amp)
60°	$0.38 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$	125°	$0.20 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
65°	0.62 "	130°	0.12 "
70°	0.90 "	135°	$0.91 \times 10^{-9} \pm 0.01 \times 10^{-9}$
75°	$0.12 \times 10^{-7} \pm 0.01 \times 10^{-7}$	140°	$0.11 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
80°	0.14 "	145°	0.14 "
85°	0.16 "	150°	0.16 "
90°	0.17 "	155°	0.18 "
95°	0.16 "	160°	" "
100°	0.14 "	165°	0.17 "
105°	0.11 "	170°	0.16 "
110°	$0.83 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$	175°	0.15 "
115°	0.56 "	180°	0.14 "
120°	0.34 "		

La Tabla anterior nos muestra que los mínimos luminosos de interés están dentro de los siguientes intervalos: de 40° a 50° , y de 130° a 140° ; por lo que en seguida se muestran en las Tablas LI y LII, las medidas efectuadas de grado en grado dentro de los intervalos anteriores:

TABLA LI*

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{m\acute{i}n}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{m\acute{i}n}$ (Amp)
40°	$0.1000 \times 10^{-8} \pm 0.0012 \times 10^{-8}$	46°	$0.0950 \times 10^{-8} \pm 0.0012 \times 10^{-8}$
41°	0.0950 "	47°	0.1000 "
42°	0.0925 "	48°	0.1050 "
43°	0.0900 "	49°	0.1150 "
44°	" "	50°	0.1250 "
45°	" "		" "

* Las medidas de fotocorriente mostradas, se leyeron en una escala auxiliar con precisión de 0.0025×10^{-8} Amp.

TABLA LII*

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{m\acute{i}n}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{m\acute{i}n}$ (Amp)
130°	$0.1150 \times 10^{-8} \pm 0.0012 \times 10^{-8}$	136°	$0.0925 \times 10^{-8} \pm 0.0012 \times 10^{-8}$
131°	0.1050 "	137°	0.0950 "
132°	0.1000 "	138°	0.0975 "
133°	0.0950 "	139°	0.1000 "
134°	0.0925 "	140°	0.1075 "
135°	" "		" "

* Las medidas de fotocorriente mostradas, se leyeron en una escala auxiliar con precisión de 0.0025×10^{-8} Amp.

Observando las dos tablas anteriores, concluimos, tomando en cuenta el modelo parabólico ya explicado, que dos de los valores de P_0 (P_1 y P_2) buscados, son:

$$P_1 = 44.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(367)$$

$$P_2 = 135.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(368)$$

Ahora tomaremos medidas de los mínimos de fotocorriente logrados al variar A, para distintos valores de P, de 5° en 5°, desde P = 0° hasta P = 180°, para Q = 135°. Estas mediciones se muestran en la siguiente Tabla LIII:

TABLA LIII

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)
0°	$0.24 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$	75°	$0.18 \times 10^{-7} \pm 0.01 \times 10^{-7}$
5°	0.25 "	80°	0.21 "
10°	0.27 "	85°	0.24 "
15°	0.30 "	90°	0.25 "
20°	" "	95°	0.24 "
25°	0.29 "	100°	0.21 "
30°	0.25 "	105°	0.17 "
35°	0.19 "	110°	0.13 "
40°	0.13 "	115°	$0.88 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
45°	0.10 "	120°	0.53 "
50°	0.12 "	125°	0.28 "
55°	0.28 "	130°	0.15 "
60°	0.52 "	135°	0.10 "
65°	0.88 "	140°	0.12 "
70°	$0.13 \times 10^{-7} \pm 0.01 \times 10^{-7}$	145°	0.18 "

(Continúa en la Pág. Sig.).

TABLA LIII
(Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)
150°	$0.24 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$	170°	$0.26 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
155°	0.28 "	175°	0.25 "
160°	0.29 "	180°	0.24 "
165°	0.28 "		

La Tabla anterior nos muestra que los mínimos luminosos de interés están contenidos dentro de los siguientes intervalos: de 40° a 50° y de 130° a 140°, por lo que en seguida se muestran, en las Tablas LIV y LV, medidas de grado en grado dentro de estos intervalos:

TABLA LIV*

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)
40°	$0.1250 \times 10^{-8} \pm 0.0012 \times 10^{-8}$	46°	$0.1000 \times 10^{-8} \pm 0.0012 \times 10^{-8}$
41°	0.1175 "	47°	0.1050 "
42°	0.1100 "	48°	0.1125 "
43°	0.1050 "	49°	0.1200 "
44°	0.1025 "	50°	0.1325 "
45°	0.1000 "		

* Las medidas de fotocorriente mostradas, se leyeron en una escala auxiliar con precisión de 0.0025×10^{-8} Amp.

TABLA LV*

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{m\acute{i}n}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{m\acute{i}n}$ (Amp)
130°	$0.1400 \times 10^{-8} \pm 0.0012 \times 10^{-8}$	136°	$0.1000 \times 10^{-8} \pm 0.0012 \times 10^{-8}$
131°	0.1250 "	137°	0.1050 "
132°	0.1150 "	138°	0.1075 "
133°	0.1075 "	139°	0.1150 "
134°	0.1025 "	140°	0.1225 "
135°	0.1000 "		

* Las medidas de fotocorriente mostradas, se leyeron en una escala auxiliar con precisi3n de 0.0025×10^{-8} Amp.

Las dos 3ltimas tablas, nos indican, tomando en cuenta el modelo parab3lico ya conocido, que otros dos de los valores buscados de P_0 (P_3 y P_4), son:

$$P_3 = 45.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(369)$$

$$P_4 = 135.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(370)$$

De conclusiones obtenidas en nuestros experimentos anteriores, sabemos que los prismas de Glan-Thompson tienen direcciones de polarizaci3n con sentidos equivalentes, por lo que a partir de los 4 valores de P_0 (P_1, P_2, P_3 y P_4) reci3n obtenidos, podemos obtener sum3ndoles 180° otros 4 valores de P_0 (P_5, P_6, P_7 y P_8). Para cada uno de estos 8 valores, podemos medir 2 valores

de A_0 . Estas mediciones, junto con las de los valores $A_<$ y $A_>$, auxiliares, se muestran en la sig. Tabla LVI:

TABLA LVI

i	P_i ($\pm 0.5^\circ$)	$A_{i<}$	$A_{i>}$	A_i	CORRIENTE PICOAMPERIMETRO
1	44.0°	7.5° \pm 0.1°	8.4° \pm 0.1°	7.9° \pm 0.1°	0.090X10 ⁻⁸ \pm .0025X10 ⁻⁸
2	"	187.5° "	188.4° "	187.9° "	" "
3	224.0°	" "	188.5° "	188.0° "	" "
4	"	7.8° "	8.3° "	8.1° "	" "
5	135.0°	351.3° "	352.6° "	351.9° "	0.095X10 ⁻⁸
6	"	171.5° "	172.3° "	171.9° "	" "
7	315.0°	171.5° "	172.4° "	" "	" "
8	"	351.2° "	352.6° "	351.9° "	" "
9	45.5°	7.9° "	8.4° "	8.1° "	0.100X10 ⁻⁸
10	"	187.7° "	188.6° "	188.1° "	" "
11	225.5°	187.6° "	" "	" "	" "
12	"	7.9° "	8.5° "	8.2° "	" "
13	135.5°	351.6° "	352.1° "	351.9° "	" "
14	"	171.5° "	172.3° "	171.9° "	" "
15	315.5°	" "	172.4° "	" "	" "
16	"	351.8° "	352.3° "	352.1° "	" "

Renombrando los valores de P_0 y A_0 anotados en la Tabla anterior, según la nomenclatura y convenciones anotadas en el Cap. IV (expresadas en las ecs. (293) y(301)) y utilizando las ecs.(294) y (302), podemos calcular 16 pares de valores de Δ y ψ , los cuales se muestran en las Tablas LVII y LVIII, a continuación:

TABLA LVII

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	P_o	P_{ABC}	(n'-n) de las ecs. (294)	Δ_i^*
P ₁	44.0° ± 0.5°	P ₂₂₁	1	2.0° ± 1.0°
P ₂	"	"	"	"
P ₃	224.0°	P ₂₁₁	-1	"
P ₄	"	"	"	"
P ₅	135.0°	P ₁₂₁	"	0.0°
P ₆	"	"	"	"
P ₇	315.0°	P ₁₁₁	-3	"
P ₈	"	"	"	"
P ₉	45.5°	P ₁₂₂	-1	1.0°
P ₁₀	"	"	"	"
P ₁₁	225.5°	P ₁₁₂	1	"
P ₁₂	"	"	"	"
P ₁₃	135.5°	P ₂₂₂	"	"
P ₁₄	"	"	"	"
P ₁₅	315.5°	P ₂₁₂	3	"
P ₁₆	P	"	"	"

* Incertidumbres debidas a propagación de errores desde Tabla LVI.

TABLA LVIII

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	A_o	A_{DEFGH}	(m'-m) de las ecs. (302)	ψ_i^*
A ₁	7.9 ± 0.1°	A _{I2211}	0	7.9° ± 0.1°
A ₂	187.9	A _{III2212}	"	"
A ₃	188.0	A _{III2112}	"	8.0°
A ₄	8.1°	A _{I2111}	"	8.1°
A ₅	351.9°	A _{IV1212}	"	"

(Continúa en la Pág. Sig.)

TABLA LVIII
(Continuación.)

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	A_0	A_{DEFGH}	(m'-m) de las ecs. (302)	ψ_i^*
A ₆	171.9° ± 0.1°	A _{III1211}	0	8.1° ± 0.1°
A ₇	" "	A _{III1111}	"	" "
A ₈	351.9°	A _{IV1112}	"	" "
A ₉	8.1°	A _{II1221}	1	" "
A ₁₀	188.1°	A _{III1222}	"	" "
A ₁₁	" "	A _{III1122}	"	" "
A ₁₂	8.2°	A _{II1121}	"	8.2°
A ₁₃	351.9°	A _{IV2222}	"	8.1°
A ₁₄	171.9°	A _{II2221}	"	" "
A ₁₅	" "	A _{II2121}	"	" "
A ₁₆	352.1°	A _{IV2122}	"	7.9°

* Las incertidumbres aquí anotadas son debidas a la propagación de errores a partir de los valores de A_0 .

Promediando los valores de Δ_i y ψ_i mostrados en las dos últimas tablas, obtenemos dos únicos valores de los ángulos elipsométricos, para la muestra 1, para un segundo ángulo de incidencia, los cuales son:

$$\begin{aligned}\Delta_2 &= 1.0^\circ \pm 1.0^\circ \\ \psi_2 &= 8.1^\circ \pm 0.1^\circ\end{aligned}\quad \dots(371)$$

Así, hemos terminado, para dos ángulos de incidencia, de hacer medidas elipsométricas para la muestra 1 (irradiada durante 4 min.). Estas medidas elipsométricas, mostradas en las ecs. (366) y (371), junto con los valores medidos de los ángulos de incidencia a los cuales se hicieron las medidas (θ_1 y θ_2) y los valores medidos en la secc. V.3.1. para las cons-

tantes ópticas del LiF no irradiado (actuando como sustrato en este experimento), se introducen como datos de entrada en el Programa Computacional No. 2, expuesto y explicado detalladamente en el Cap. I. Los resultados calculados, después de correr tal programa, se muestran, según su formato de salida, en seguida:

DATOS DE ENTRADA

PARA LA CORRIDA 1			PARA LA CORRIDA 2		
TETA(1)	57.95		TETA(2)	49.38	
PSI(1)	5.80		PSI(2)	8.10	
DELTA(1)	0.50		DELTA(2)	1.00	
LAMDA	5461.00		LAMDA	5461.00	
N1	1.00	0.00	n1	1.00	0.00
N3	1.40	0.01	N3	1.40	0.01
COTA D1	0.50		COTA D2	0.50	
COTA PARA LA DIFERENCIA ENTRE LAS DES			COTA DES		
				40.00	

PARAMETROS PARA EL METODO NUMERICO DE SOLUCION

N2I	1.00	N2I	1.00
N2F	2.00	N2F	2.00
N2H	0.01	N2H	0.01
E2I	0.00	E2I	0.00
E2F	0.50	E2F	0.50
PE2	0.01	PE2	0.01

RESULTADOS MATEMATICOS PARA EL INDICE DE REFRACCION Y EL COEFICIENTE DE EXTINCCION DEL CRISTAL COLOREADO LiF.

EN LOS PUNTOS (1.3700, 0.0301) (1.4600, 0.4901)

RESULTADOS MATEMATICOS PARA LOS ESPESORES COMPLEJOS DE LAS REGIONES COLOREADAS EN LiF.

LAS DES VALEN (128.1729, 0.4514) (160.6824, -0.4885) RESPECTI

Ahora bien, bajo el criterio físico de que el valor correcto para el espesor de la capa intensamente coloreada

da es una cantidad real (con parte imaginaria nula), ya que es una distancia, escogemos de los dos posibles resultados matemáticos, aquel cuyo valor del espesor d tiene parte imaginaria más pequeña, y lo mostramos, junto con los valores correspondientes para el índice de refracción (n) y el coeficiente de extinción (κ) de la capa intensamente coloreada, en seguida:

$$d = 1.3 \times 10^2 \text{ \AA} \quad \dots(372)$$

$$n = 1.37$$

$$\kappa = 3 \times 10^{-2}$$

Una vez obtenidos los valores anteriores nos avocamos a obtener valores similares para la muestra 2 (irradiada por aproximadamente 1 min.). Para lograr ésto, mediremos los correspondientes ángulos elipsométricos Δ y ψ para dos ángulos de incidencia distintos, una vez montada y alineada la muestra (por los procesos ya descritos) en el elipsómetro. El primer ángulo de incidencia se determinó, según el proceso ya conocido, y los datos medidos se muestran en la Tabla LIX, a continuación:

TABLA LIX

Angulo T.C. \angle	Angulo T.C. γ	Angulo T.C. prom.
$117^{\circ}06' 40'' \pm 40''$	$116^{\circ}51' 40'' \pm 40''$	$116^{\circ}59' 10'' \pm 40''$
CORRIENTE PICOAMPERIMETRO	VALOR MAXIMO DE ESCALA	$\theta_i = \text{Angulo T.C. prom}/2$
$0.42 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8} \text{ Amp}$	$1 \times 10^{-8} \text{ Amp.}$	$58^{\circ}29' 35'' \pm 20''$

Se dispuso el arreglo al ángulo de incidencia anterior y se tomaron medidas de los mínimos de fotocorriente logrados al variar A, para distintas posiciones de P, de 5° en 5°, a partir de cero, con Q=45°. Las medidas efectuadas se muestran en la tabla LX, a continuación:

TABLA LX

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)
0°	$0.23 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
5°	0.25 " "
10°	0.28 " "
15°	0.31 " "
20°	0.33 " "
25°	0.31 " "
30°	0.27 " "
35°	0.20 " "
40°	0.13 " "
45°	0.11 " "
50°	0.17 " "
55°	0.39 " "
60°	0.77 " "
65°	$0.13 \times 10^{-7} \pm 0.01 \times 10^{-7}$
70°	0.20 " "

(Continúa en la Pág. Sig.).

TABLA LX

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{\min} (Amp)
75°	$0.26 \times 10^{-7} \pm 0.01 \times 10^{-7}$
80°	0.33 " "
85°	0.37 " "
90°	0.38 " "
95°	0.36 " "
100°	0.32 " "
105°	0.26 " "
110°	0.19 " "
115°	0.12 " "
120°	$0.70 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
125°	0.35 " "
130°	0.17 " "
135°	0.11 " "
140°	0.14 " "
145°	0.22 " "
150°	0.28 " "
155°	0.32 " "
160°	0.33 " "
165°	0.31 " "
170°	0.27 " "
175°	0.24 " "
180°	0.23 " "

La Tabla anterior nos indica que los mínimos luminosos de interés están dentro de los siguientes intervalos angulares: de 40° a 50° , y de 130° a 140° , por lo que en seguida se muestran, en las Tablas LXI y LXII, las medidas de fotocorriente efectuadas de grado en grado, dentro de los intervalos anteriores:

TABLA LXI*

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)
40°	0.1375×10^{-8}	46°	0.1150×10^{-8}
41°	" "	47°	" "
42°	" "	49°	" "
43°	" "	49°	" "
44°	" "	50°	" "
45°	" "		

* Las medidas de fotocorriente se tomaron en una escala auxiliar con precisión de 0.0025×10^{-8} Amp.

TABLA LXII *

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)
130°	0.1625×10^{-8}	136°	0.1125×10^{-8}
131°	" "	137°	" "
132°	" "	138°	" "

(Continúa en la Pág. Sig.).

TABLA LXII *

(continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)
133°	$0.1175 \times 10^{-8+}$	136°	$0.1325 \times 10^{-8+}$
134°	" "	140°	" "
135°	" "		

* Las medidas de fotocorriente se tomaron en una esc. auxiliar con precisión de 0.0025×10^{-8} Amp.

Analizando las dos últimas tablas, nos damos cuenta que dos de los valores de P_0 (P_1 y P_2) buscados, aplicando el modelo parabólico ya conocido, son:

$$P_1 = 44.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots (373)$$

$$P_2 = 135.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots (374)$$

Ahora, en la siguiente Tabla LXIII, se muestran las medidas efectuadas para fotocorrientes mínimas logradas al variar A, para posiciones de P, de 5° en 5° , desde $P = 0$ hasta $P = 180^\circ$, para $Q = 135^\circ$:

TABLA LXIII

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)
0°	$0.29 \times 10^{-8+}$
5°	" "

(Continúa en la Pág. Sig.).

TABLA LXIII
(Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	I mín (Amp)	
10°	0.29X10 ⁻⁸ ₋	0.01X10 ⁻⁸ ₊
15°	0.40 "	"
20°	0.44 "	"
25°	" "	"
30°	0.41 "	"
35°	0.35 "	"
40°	0.30X10 ⁻⁸ ₋	0.01X10 ⁻⁸ ₊
45°	0.29 "	"
50°	0.39 "	"
55°	0.65 "	"
60°	0.11X10 ⁻⁷ ₋	0.01X10 ⁻⁷ ₊
65°	0.17 "	"
70°	0.23 "	"
75°	0.30 "	"
80°	0.36 "	"
85°	0.41 "	"
90°	0.43 "	"
95°	0.41 "	"
100°	0.36 "	"
105°	0.30 "	"

(Continúa en la Pág. Sig.).

TABLA LXIII
(Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)
110°	$0.23 \times 10^{-7} \pm 0.01 \times 10^{-7}$
115°	0.16 " "
120°	0.11 " "
125°	$0.63 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
130°	0.38 " "
135°	0.29 " "
140°	0.28 " "
145°	0.33 " "
150°	0.38 " "
155°	0.41 " "
160°	" " "
165°	0.37 " "
170°	0.30 " "
175°	0.30 " "
180°	0.29 " "

La Tabla anterior muestra que los mínimos de interés están contenidos dentro de los sig. intervalos: de 40° a 50° , y de 130° a 145° , por lo que a continuación se muestran las medidas efectuadas, de grado en grado dentro de estos intervalos:

TABLA LXIV*

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)
40°	0.300×10^{-8}	46°	0.300×10^{-8}
41°	0.290 "	47°	0.330 "
42°	0.285 "	48°	0.345 "
43°	" "	49°	0.370 "
44°	0.290 "	50°	0.40 "
45°	0.300 "		

* Las medidas en el picoamperímetro se efectuaron con una escala auxiliar con precisión de 0.0025×10^{-8} Amp.

TABLA LXV*

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{mín}$ (Amp)
130°	0.400×10^{-8}	138°	0.290×10^{-8}
131°	0.370 "	139°	" "
132°	0.340 "	140°	0.295 "
133°	0.325 "	141°	0.300 "
134°	0.310 "	142°	0.310 "
135°	0.300 "	143°	0.320 "
136°	0.290 "	144°	0.330 "
137°	0.290 "	145°	0.345 "

* Las medidas en el picoamperímetro se efectuaron con una escala auxiliar con precisión de 0.0025×10^{-8} Amp.

Las dos últimas Tablas nos indican que otros 2 valores de P_0 (P_3 y P_4), tomando en cuenta el modelo parabólico ya conocido son:

$$P_3 = 42.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(375)$$

$$P_4 = 137.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots(376)$$

Por las conclusiones obtenidas en nuestros experimentos anterioremente descritos, sabemos que los prismas polarizadores, de nuestro elipsómetro, tienen direcciones de polarización con sentidos equivalentes, por lo que a partir de los 4 recién obtenidos valores de P_0 (P_1 , P_2 , P_3 y P_4) podemos obtener sumándoles 180° , otros 4 valores de P_0 (P_5 , P_6 , P_7 y P_8). Para cada uno de estos 8 valores, podemos medir dos valores de A_0 . Estas mediciones, junto con las de los valores $A_{<}$ y $A_{>}$ auxiliares, se muestran en la sig. Tabla LXVI:

TABLA LXVI

i	P_i ($\pm 0.5^\circ$)	$A_{i<}$	$A_{i>}$	A_i	CORRIENTE PICOAMPERIMETRO
1	44.5°	$172.3^\circ \pm .1^\circ$	$173.3^\circ \pm .1^\circ$	$172.8^\circ \pm .1^\circ$	$.12 \times 10^{-8} \pm .01 \times 10^{-8}$
2	"	322.5° "	353.2° "	352.9° "	" "
3	224.5°	352.4° "	353.3° "	" "	" "
4	"	172.3° "	173.4° "	172.9° "	" "
5	135.0°	186.2° "	187.3° "	186.7° "	" "
6	"	6.3° "	7.2° "	6.7° "	" "
7	315.0°	" "	7.3° "	6.8° "	" "

(Continúa en la Pág. Sig.).

TABLA LXVI
(Continuación)

i	P_i ($\pm 0.5^\circ$)	$A_{i<}$	$A_{i>}$	A_i	CORRIENTE PICOAMPERIMETRO	
8	315.0°	$186.2^\circ \pm .1$	$187.4^\circ \pm .1$	$186.8^\circ \pm .1^\circ$	0.12×10^{-8}	0.01×10^{-8}
9	42.5°	172.2°	173.5°	172.9°	0.30	"
10	"	352.7°	353.2°	352.9°	0.32	"
11	222.5°	352.4°	353.5°	"	"	"
12	"	172.2°	173.7°	172.9°	0.30	"
13	137.5°	186.3°	187.0°	186.7°	0.28	"
14	"	6.1°	7.3°	6.7°	0.30	"
15	317.5°	6.0°	7.4°	"	"	"
16	"	186.2°	187.2°	186.7°	0.28	"

Renombrando los valores de P_0 y A_0 , anotados en la Tabla anterior, según la nomenclatura y convenciones adoptadas en el Cap. IV (expresadas en las ecs. (293) y (301)) y utilizando las ecs. (294) y (302), podemos calcular 16 pares de valores de Δ y ψ , los cuales se muestran en las Tablas a continuación:

TABLA LXVII

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	P_0	P_{ABC}	$(n' - n)$ de las ecs. (294)	Δ_i^*
P_1	$44.5^\circ \pm 0.5^\circ$	P_{111}	0	$1.0^\circ \pm 1.0^\circ$
P_2	"	"	"	"
P_3	224.5°	P_{121}	-2	"
P_4	"	"	"	"

(Continúa en la Pág. Sig.).

TABLA LXVII
(Continuación)

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	P_0	P_{ABC}	(n'-n) de las ecs. (294)	Δ_i^*
P ₅	135.0° ^{±0.5°}	P ₂₁₁	0	0.0° ^{±1.0°}
P ₆	" "	"	"	" "
P ₇	315.0° "	P ₂₂₁	-2	" "
P ₈	" "	"	"	" "
P ₉	42.5° "	P ₂₁₂	0	-5.0° "
P ₁₀	" "	"	"	" "
P ₁₁	222.5° "	P ₂₂₂	2	" "
P ₁₂	" "	"	"	" "
P ₁₃	137.5° "	P ₁₁₂	0	5.0° "
P ₁₄	" "	"	"	" "
P ₁₅	317.5° "	P ₁₂₂	2	" "
P ₁₆	" "	"	"	" "

* Las incertidumbres anotadas son debidas a la propagación de errores a partir de los valores de P_0 .

TABLA LXVIII

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	A_0	A_{DEFGH}	(m'-m) de las ecs. (302)	ψ_i^*
A ₁	172.8° ^{±0.1°}	A _{III1111}	0	7.2° ^{±0.1°}
A ₂	352.9° "	A _{IV11112}	"	7.1° "
A ₃	" "	A _{IV1212}	"	" "
A ₄	172.9° "	A _{III211}	"	" "
A ₅	186.7° "	A _{III2112}	"	6.7° "
A ₆	6.7° "	A _{I2111}	"	" "
A ₇	6.8° "	A _{I2211}	"	6.8° "
A ₈	186.8° "	A _{III2212}	"	" "
A ₉	172.9° "	A _{II2121}	1	7.1° "

(Continúa en la Pág. Sig.).

TABLA LXVIII
(Continuación)

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	A_0	A_{DEFGH}	(m'-m) de las ecs. (302)	ψ_i^*
A ₁₀	352.9° ^{+0.1°}	A _{IV2122}	1	7.1° ^{+0.1°}
A ₁₁	" "	A _{IV2222}	"	" "
A ₁₂	172.9° "	A _{II2221}	"	" "
A ₁₃	186.7° "	A _{III1122}	"	6.7° "
A ₁₄	6.7° "	A _{II1121}	"	" "
A ₁₅	" "	A _{II221}	"	" "
A ₁₆	186.7° "	A _{III1222}	"	" "

* Las incertidumbres anotadas son debidas a la propagación de errores a partir de los valores de P_0 .

Promediando los valores de Δ_i y ψ_i , mostrados en las dos últimas Tablas, obtenemos dos únicos valores para estos ángulos elipsométricos, para la muestra 2, para un primer ángulo de incidencia, los cuales son:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 0.5^\circ \pm 1.0^\circ \\ \psi_1 &= 6.9^\circ \pm 0.1^\circ \end{aligned} \quad \dots(377)$$

Ahora tomaremos medidas similares a las anteriores, para la muestra 2, pero a un segundo ángulo de incidencia, el cual se determina con los datos medidos que se muestran en la siguiente Tabla LXIX:

TABLA LXIX

Angulo T.C.	Angulo T.C.	Angulo T.C. prom.
104° 58' 20" ± 40"	105° 10' 40" ± 40"	105° 04' 30" ± 40"
CORRIENTE	VALOR MAXIMO	i = ángulo T.C. prom./2
PICOAMPERIMETRO	DE ESCALA	52° 32' 15" ±
0.32X10 ⁻⁷ ± 0.01X10 ⁻⁷ Amp	1X10 ⁻⁷ Amp.	52° 32' 15" ± 20"

Se dispuso el arreglo óptico al ángulo de incidencia anterior y se tomaron medidas de mínimos de fotocorriente logrados al variar A, para valores de P, de 5° en 5°, a partir de P=0° hasta P=180°, con Q=45°, estas medidas se muestran en la sig. Tabla LXX:

TABLA LXX

P (±0.005°)	I _{mín} (Amp)
0°	0.110X10 ⁻³ ± 0.0025X10 ⁻⁸
5°	0.110 " " "
10°	0.115 " " "
15°	0.120 " " "
20°	0.125 " " "
25°	" " " "
30°	0.120 " " "
35°	0.110 " " "
40°	0.105 " " "
45°	" " " "
50°	0.120 " " "

(Continúa en la Pág. Sig.)

TABLA LXX
(Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)	
55°	$0.160 \times 10^{-3} \pm$	0.0025×10^{-8}
60°	0.225 "	" "
65°	$0.32 \times 10^{-8} \pm$	0.01×10^{-8}
70°	0.44 "	" "
75°	0.55 "	" "
80°	0.65 "	" "
85°	0.72 "	" "
90°	0.74 "	" "
95°	0.71 "	" "
100°	0.64 "	" "
105°	0.54 "	" "
110°	0.42 "	" "
115°	0.31 "	" "
120°	$0.215 \times 10^{-8} \pm$	0.0025×10^{-8}
125°	0.155 "	" "
130°	0.120 "	" "
135°	0.105 "	" "
140°	0.110 "	" "
145°	0.115 "	" "
150°	0.125 "	" "
155°	0.130 "	" "
160°	0.130 "	" "

(Continúa en la Pág. Sig.).

TABLA LXX
(Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)
165°	$0.125 \times 10^{-8} \pm 0.0025 \times 10^{-8}$
170°	0.115 " " "
175°	0.110 " " "
180°	0.110 " " "

La Tabla anterior nos indica que los mínimos luminosos de interés están contenidos en los siguientes intervalos angulares: de 35° a 50°, y de 130° a 140°, por lo que en seguida se muestran, en las Tablas LXXI y LXXII, las medidas de fotocorriente efectuadas de grado en grado, dentro de los intervalos anteriores:

TABLA LXXI*

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)
35°	0.1150×10^{-8}	43°	$.1050 \times 10^{-8} \pm .0012 \times 10^{-8}$
36°	0.1125 "	44°	" " "
37°	" "	45°	.1075 " "
38°	0.1100 "	46°	.1100 " "
39°	" "	47°	.1125 " "
40°	0.1075 "	48°	.1150 " "
41°	" "	49°	.1175 " "
42°	0.1050 "	50°	.1225 " "

* En el picoamperímetro se usó una escala auxiliar con precisión de 0.0025×10^{-8} Amp.

TABLA LXXII*

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)
130°	$0.1200 \times 10^{-8} \pm 0.0012 \times 10^{-8}$	136°	$0.1050 \times 10^{-8} \pm 0.0012 \times 10^{-8}$
131°	0.1150 "	137°	" "
132°	0.1125 "	138°	0.1075 "
133°	0.1100 "	139°	" "
134°	0.1075 "	140°	0.1100 "
135°	" "		

* En el picoamperímetro se usó una escala auxiliar con precisión de 0.0025×10^{-8} Amp.

Analizando las dos últimas Tablas y tomando en cuenta el ya conocido modelo parabólico, obtenemos dos de los valores de P_0 (P_1 y P_2), buscados, los cuales son:

$$P_1 = 43.0^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots (378)$$

$$P_2 = 136.5^\circ \pm 0.5^\circ \quad \dots (379)$$

Ahora se anotan las medidas efectuadas, de los mínimos de fotocorriente logrados al variar A, para distintos valores de P, de 5° en 5° desde $P = 0^\circ$ hasta $P = 180^\circ$, para $Q = 135^\circ$, en la siguiente Tabla LXXIII:

TABLA LXXIII

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)
0°	$0.100 \times 10^{-8} \pm 0.0025 \times 10^{-8}$	90°	$0.66 \times 10^{-8} \pm 0.01 \times 10^{-8}$
5°	" "	95°	0.63 " "
10°	" "	100°	0.56 " "

(Continúa en la Pág. Sig.).

TABLA LXXIII
(Continuación)

P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	$I_{\text{mín}}$ (Amp)
15°	0.105×10^{-8}	105°	0.43×10^{-8}
20°	0.110 "	110°	0.36 "
25°	" "	115°	0.260 "
30°	" "	120°	0.185 "
35°	0.105 "	125°	0.140 "
40°	0.100 "	130°	0.110 "
45°	" "	135°	0.100 "
50°	0.110 "	140°	0.100 "
55°	0.140 "	145°	0.105 "
60°	0.175 "	150°	0.110 "
65°	0.260 "	155°	0.115 "
70°	0.36 "	160°	0.110 "
75°	0.47 "	165°	0.105 "
80°	0.56 "	170°	" "
85°	0.63 "	175°	0.100 "
		180°	" "

La Tabla anterior nos muestra que los mínimos luminosos buscados están dentro de los siguientes intervalos: de 35° a 50° , y de 130° a 145° . Por lo que a continuación efectuaremos medidas similares a las anteriores, pero de grado en grado dentro de los intervalos citados. Estas medidas se muestran en las Tablas LXXIV y LXXV, a continuación:

TABLA LXXIV*

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)
35°	0.1000×10^{-8}	43°	0.0950×10^{-8}
36°	0.0975	44°	"
37°	"	45°	"
38°	0.0950	46°	"
39°	"	47°	0.0975
40°	"	48°	0.1000
41°	"	49°	0.1025
42°	"	50°	0.1050

* Se utilizó en el picoamperímetro una escala auxiliar con precisión de 0.0025×10^{-8} Amp.

TABLA LXXV*

P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)	P ($\pm 0.005^\circ$)	I_{mfn} (Amp)
130°	0.1050×10^{-8}	138°	0.0950×10^{-8}
131°	0.1025	139°	"
132°	0.1000	140°	"
133°	0.0975	141°	"
134°	0.0950	142°	"
135°	"	143°	0.0975
136°	"	144°	"
137°	"	145°	0.1000

* En el picoamperímetro se utilizó una escala auxiliar con precisión de 0.0025×10^{-8} Amp.

Las dos últimas tablas indican, tomando en cuenta el modelo parabólico ya explicado, que otros dos de los valores buscados de P_0 (P_3 y P_4), son:

$$P_3 = 42.0^{\circ} \pm 0.5^{\circ} \quad \dots(380)$$

$$P_4 = 138.0^{\circ} \pm 0.5^{\circ} \quad \dots(381)$$

Debido a que los prismas de Glan-Thompson tienen direcciones de polarización con sentidos equivalentes, según se dedujo experimentalmente en las secciones anteriores, a partir de los 4 valores de P_0 (P_1 , P_2 , P_3 y P_4) encontrados, podemos obtener, sumándoles 180° otros 4 valores de P_0 (P_5 , P_6 , P_7 y P_8). Para cada uno de estos 8 valores de P_0 , podemos medir dos valores de A_0 , los cuales, junto con las medidas auxiliares $A_{<}$ y $A_{>}$, se muestran en la siguiente Tabla LXXVI :

TABLA LXXVI

i	P_i ($\pm 0.5^{\circ}$)	$A_{i<}$	$A_{i>}$	A_i	CORRIENTE PICOAMPERIMETRO
1	43.0°	182.4° \pm 0.1°	183.0° \pm 0.1°	182.7° \pm 0.1°	.150X10 ⁻⁸ \pm 2.5X10 ⁻⁵
2	"	2.6°	2.9°	2.7°	"
3	223.0°	2.4°	3.2°	2.8°	"
4	"	176.7°	177.0°	182.7°	"
5	136.5°	356.6°	357.1°	356.9°	"
6	"	176.4°	177.3°	176.9°	"
7	316.5°	176.7°	177.1°	"	"
8	"	356.6°	357.2°	356.9°	"
9	42.0°	182.3°	182.9°	182.6°	"
10	"	3.0°	2.2°	2.6°	"
11	222.0°	"	2.3°	2.7°	"

(Continúa en la Pág. Sig.)

TABLA LXXVI

(Continuación.)

i	P_i ($\pm 0.5^\circ$)	$A_{i<}$	$A_{i>}$	A_i	CORRIENTE PICOAMPERIMETRO
12	222.0°	182.5° $\pm 0.1^\circ$	182.8° $\pm 0.1^\circ$	182.7° $\pm 0.1^\circ$	$150 \times 10^{-8} \pm 2.5 \times 10^{-5}$
13	138.0°	176.8° "	177.1° "	176.9° "	" "
14	"	356.6° "	357.4° "	357.0° "	" "
15	318.8°	" "	" "	" "	" "
16	"	176.8° "	177.3° "	177.1° "	" "

Renombrando los valores de P_0 y A_0 , anotados en la tabla anterior, según la nomenclatura y convenciones adoptadas en el Capítulo IV (expresadas en las ecs. (293) y (301)) y utilizando las ecs. (294) y (302), podemos calcular 16 pares de valores de Δ y ψ , los cuales se muestran en las siguientes dos tablas:

TABLA LXXVII

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	P_0	P_{ABC}	($n'-n$) de las ecs. (294)	Δ_i^*
P_1	43.0° $\pm 0.5^\circ$	P_{211}	1	4.0° $\pm 1.0^\circ$
P_2	" "	" "	" "	" "
P_3	223.0° "	P_{221}	-1	" "
P_4	" "	" "	" "	" "
P_5	136.5° "	P_{111}	" "	3.0° "
P_6	" "	" "	" "	" "
P_7	316.5° "	P_{121}	-3	-3.0° "
P_8	" "	" "	" "	" "

(Continúa en la Pág. Sig.)

TABLA LXXVII

(Continuación)

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	P_0	P_{ABC}	$(n'-n)$ de las ecs. (294)	Δ_i^*
P_9	$42.0^\circ \pm 0.5^\circ$	P_{112}	-1	$-6.0^\circ \pm 1.0^\circ$
P_{10}	" "	"	"	" "
P_{11}	222.0° "	P_{122}	1	" "
P_{12}	" "	"	"	" "
P_{13}	138.0° "	P_{212}	"	6.0° "
P_{14}	" "	"	"	" "
P_{15}	318.0° "	P_{222}	3	" "
P_{16}	" "	"	"	" "

*Las incertidumbres anotadas se deben a la propagación de errores a partir de los valores de P_0 .

TABLA LXXVIII

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	A_0	A_{DEFGH}	$(m'-m)$ de las ecs. (302)	ψ_i^*
A_1	$182.7^\circ \pm 0.1^\circ$	$A_{III2112}$	0	$2.7^\circ \pm 0.1^\circ$
A_2	2.7° "	A_{I2111}	"	" "
A_3	2.8° "	A_{I2211}	"	2.8° "
A_4	182.7° "	$A_{III2212}$	"	2.7° "
A_5	356.9° "	A_{IV1112}	"	3.1° "
A_6	176.9° "	$A_{III1111}$	"	" "
A_7	" "	A_{II1211}	"	" "

(Continúa en la Pág. Sig.)

TABLA LXXVIII

(Continuación)

NOMENCLATURA EXPERIMENTAL	A_0	A_{DEFGH}	(m'-m) de las ecs. (302)	ψ_i^*
A_8	$356.9^\circ \pm 0.1^\circ$	A_{IV1212}	0	$3.1^\circ \pm 0.1^\circ$
A_9	182.6° "	$A_{III1122}$	1	2.6 "
A_{10}	2.6° "	A_{I1121}	"	" "
A_{11}	2.7° "	A_{I1221}	"	2.7° "
A_{12}	182.7° "	$A_{III1222}$	"	" "
A_{13}	176.9° "	A_{II2121}	"	3.1° "
A_{14}	357.0° "	A_{IV2122}	"	3.0° "
A_{15}	" "	A_{IV2222}	"	" "
A_{16}	177.1° "	A_{II2221}	"	2.9° "

* Incertidumbres debidas a la propagación de errores a partir de valores de P_0 .

Promediando los valores de Δ_i y ψ_i mostrados en las dos últimas tablas, obtenemos dos únicos valores de estos dos ángulos elipsométricos, para la muestra 2, para un segundo ángulo de incidencia, los cuales son:

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= 4.0^\circ \pm 1.0^\circ \\ \psi_2 &= 2.9^\circ \pm 0.1^\circ \end{aligned} \quad \dots (382)$$

Así, hemos terminado, para dos ángulos de incidencia, de hacer medidas elipsométricas para la muestra 2 (irradiada durante 1 minuto). Estas medidas elipsométricas, mostradas en las ecs. (377) y (382), junto con los valores medidos de los dos ángulos de incidencia a los que se efectuaron (θ_1 y θ_2) y

los valores medidos en la Secc. V.3.1 para las constantes ópticas del LiF no irradiado (actuando como sustrato en este experimento, bajo las suposiciones ya anotadas), se introducen como datos de entrada en el Programa Computacional No. 2, expuesto y explicado detalladamente en el Cap. I. Los resultados calculados después de correr tal programa, se muestran, según su formato de salida, en la siguiente página.

Ahora bien, bajo el criterio físico de que el valor correcto para el espesor de la región cristalina intensamente coloreada, o sea con gran densidad de centros F, es una cantidad real (con parte imaginaria nula), ya que es una distancia, escogemos de los posibles resultados matemáticos anteriores obtenidos computacionalmente, aquel cuyo valor del espesor d tiene parte imaginaria más pequeña, y lo mostramos, junto con los valores correspondientes para el índice de refracción n y el coeficiente de extinción κ , de la región intensamente coloreada, a continuación:

$$d = 8.1 \times 10^1 \text{ \AA} \quad \dots(383)$$

$$n = 1.51$$

$$\kappa = 4.7 \times 10^{-1}$$

Así pues, hemos obtenido valores para los espesores de las regiones cristalinas (LiF) que han sido coloreadas intensamente al ser irradiadas, cada una durante tiempos distintos (aproximadamente 1 y 4 minutos), con Rayos X. Resumiendo, escribimos:

DATOS DE ENTRADA

PARA LA CORRIDA 1		PARA LA CORRIDA 2	
TETA(1)	58.49	TETA(2)	52.54
PSI(1)	6.90	PSI(2)	2.90
DELTA(1)	0.50	DELTA(2)	4.00
LAMDA	5461.00	LAMDA	5461.00
N1	1.00 0.00	N1	1.00 0.00
N3	1.40 0.01	N3	1.40 0.01
COTA D1	0.50	COTA D2	0.50
COTA PARA LA DIFERENCIA ENTRE LAS DES		40.00	

PARAMETROS PARA EL METODO NUMERICO DE SOLUCION

N2I	1.00	N2I	1.00
N2F	2.00	N2F	2.00
F2I	0.01	F2I	0.01
F2F	0.00	F2F	0.00
FEI	0.50	FEI	0.50
FEF	0.01	FEF	0.01

RESULTADOS MATEMATICOS PARA EL INDICE DE REFRACCION Y EL COEFICIENTE DE EXTINCCION DEL CRISTAL COLOREADO

EN LOS PUNTOS (1.36000	0.10010	1.47000	0.39010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.10010	1.48000	0.41010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.10010	1.49000	0.43010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.10010	1.50000	0.45010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.10010	1.51000	0.47010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.10010	1.52000	0.49010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.11010	1.48000	0.41010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.11010	1.49000	0.43010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.11010	1.50000	0.45010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.11010	1.51000	0.47010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.11010	1.52000	0.49010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.16010	1.51000	0.47010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.16010	1.52000	0.49010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.17010	1.52000	0.49010
EN LOS PUNTOS (1.36000	0.18010	1.52000	0.49010

RESULTADOS MATEMATICOS PARA LOS ESPESORES COMPLEJOS DE LAS REGIONES COLOREADAS EN LIF.

	d _{re}	d _{im}	d _{re}	d _{im}	
LAS DES VALEN (71.96887	-0.21033	106.82263	0.47722	REFLECTI
LAS DES VALEN (71.96887	-0.21033	99.43222	0.31977	REFLECTI
LAS DES VALEN (71.96887	-0.21033	92.78022	0.18588	REFLECTI
LAS DES VALEN (71.96887	-0.21033	86.82550	0.07229	REFLECTI
LAS DES VALEN (71.96887	-0.21033	81.47080	-0.02177	REFLECTI
LAS DES VALEN (65.43556	0.42206	76.63880	-0.10077	REFLECTI
LAS DES VALEN (65.43556	0.42206	99.43222	0.31977	REFLECTI
LAS DES VALEN (65.43556	0.42206	92.78022	0.18588	REFLECTI
LAS DES VALEN (65.43556	0.42206	86.82550	0.07229	REFLECTI
LAS DES VALEN (65.43556	0.42206	81.47080	-0.02177	REFLECTI
LAS DES VALEN (43.91477	0.39111	76.63880	-0.10077	REFLECTI
LAS DES VALEN (43.91477	0.39111	81.47080	0.02177	REFLECTI
LAS DES VALEN (41.61422	0.18775	76.63880	-0.10077	REFLECTI
LAS DES VALEN (38.41433	-0.02225	76.63880	-0.10077	REFLECTI

Para un tiempo de irradiación de 1 minuto, bajo las condiciones ya especificadas, el espesor medido (ec.(383)) para la capa densa en Centros de Color (F), es del orden de:

$$8.1 \times 10^1 \text{ \AA}$$

Para un tiempo de irradiación de 4 minutos, bajo las mismas condiciones que en el caso anterior, el espesor medido (ec. (372)), para la capa densa en Centros de Color (F), es del orden de:

$$1.3 \times 10^2 \text{ \AA}$$

Pudiéndonos entonces darnos cuenta que el espesor de la capa intensamente coloreada varía, en especial aumenta, al aumentar el tiempo de irradiación del cristal con Rayos X, y dándonos cuenta también que es posible por el método elipsométrico medir espesores de regiones cristalinas en las cuales han sido creados Centros F, utilizando radiación X. Por lo que hemos cumplido con el objetivo principal de este experimento.

VI. 4. 6.- CONCLUSIONES.-

Las conclusiones principales, derivables de este último experimento en particular, son:

- a) Es posible utilizar el método elipsométrico, junto con las técnicas de medición y manejo del elipsómetro, desarrolladas en este trabajo, para determinar espesores de regiones cristalinas co

loreadas, o sea con una densidad (supuesta constante y uniforme) de Centros F no nula, creadas en cristales halógenos alcalinos, por exposición de éstos a Rayos X.

- b) Los espesores, medidos experimentalmente, de las capas intensamente coloreadas creadas en LiF con radiación X (bajo condiciones de operación ya indicadas) proveniente de un Tubo de Tungsteno, son:

Tiempo de Irradiación	Orden del Espesor (=)
1 min.	$8.1 \times 10^1 \text{ \AA}$
4 min.	$1.3 \times 10^2 \text{ \AA}$

- c) Es posible, utilizando técnicas de absorción óptica (véase la Secc. VI.4.3), determinar la longitud de onda de la luz que debe usarse como luz analizadora, cuando se aplique la técnica elipsométrica a medir espesores e índices de refracción complejos de regiones con densidad no nula de Centros de Color (F); de tal forma que la luz analizadora no perturbe la región bajo análisis, por decoloramiento (destrucción de Centros F).
- d) Se ha establecido un puente entre diversas disciplinas científicas que se encargan del estudio de los sólidos. Estas disciplinas son:

- i) Elipsometría, como método y técnica de medida de constantes ópticas de su per fici es de sólidos, y de constantes ópticas y espesores de regiones delgadas depositadas ó creadas en las superficies de sólidos.
- ii) Rayos X, en cuanto a las modificaciones que esta radiación produce en los sólidos cristalinos que son expuestos a ella. En especial, en cuanto al estudio de Centros F en halógenos alcalinos.
- iii) Espectrofotometría, en especial en cuanto a la creación y destrucción de Bandas de Absorción en sólidos cristalinos, expuestos a radiación electromagnética (en este trabajo, creación por Rayos X, y destrucción por luz visible).

VI. 5.- IDEAS SOBRE INVESTIGACIONES FUTURAS.-

Las variaciones observadas en los índices de refracción y coeficientes de extinción de muestras de LiF, no irradiadas e irradiadas durante 1 y 4 minutos, no es monotónica (como puede inferirse de los valores de n y κ mostrados en las ecs. (323), (324), (372) y (383)), o sea, su variación no es siempre creciente o decreciente, al menos en los tres puntos experimentales obtenidos. Este hecho, debemos decirlo, no se espe

raba. Por lo que una investigación próxima será aplicada no sólo a los espesores de regiones coloreadas, sino también a los índices de refracción y coeficientes de extinción de estas regiones, efectuando experimentalmente mediciones de estas tres cantidades para distintas dosis de Rayos X dentro de intervalos por establecer. Esto se hará para conjuntos de cristales, luces analizadoras y condiciones distintas.

Una vez logrado el anterior objetivo, tal vez sea posible encontrar una función explícita que nos dé, medido el espesor de regiones con gran densidad de Centros F, la dosis de la radiación empleada para crearlos; y así, utilizar la elipsometría como técnica y método de medición de dosis de radiación.

Por otro lado, la elipsometría se aplicará no sólo al estudio de Centros F, sino también al estudio de la creación y destrucción de otros tipos de Centros, como por ejemplo aquéllos que originan las Bandas de Absorción: F', Z, de Molnar-Petroff, etc.

Por último, una posibilidad importante para la elipsometría es, como se hizo evidente en las conclusiones mostradas en la Secc. VI. 3. 4, estudiar el proceso de decoloración de cristales conforme pasa el tiempo, cuando son expuestos a luces cuyas longitudes de onda son cercanas a sus correspondientes Bandas de Absorción. Estamos seguros que al llevar a cabo todos los proyectos recién enunciados surgirán nuevas interrogantes sobre las relaciones entre las magnitudes físicas involucradas, en general, en los procesos de interacción de ondas electromagnéticas con el estado sólido de la materia.

B I B L I O G R A F I A .

- 1) W. A. Wooster
"EXPERIMENTAL CRYSTAL PHYSICS"
Oxford University Press. 1957
- 2) Jenkins & White
"FUNDAMENTALS OF OPTICS"
International Student Edition, 3a. Ed., 1957
- 3) Leonid V. Azároff
"INTRODUCTION TO SOLIDS"
Mc. Graw Hill Book Company Inc. 1960
- 4) Reitz - Milford
"FUNDAMENTOS DE LA TEORIA ELECTROMAGNETICA"
UTEHA, 1a. Ed., 1a. reimpression. 1972
- 5) Jordan J. Markham
"F - CENTERS IN ALKALI HALIDES"
Solid State Physics, Supplement 8.
Academic Press. 1966.
- 6) A. Joannsen
"MANUAL OF PETROGRAPHIC METHODS"
Mc. Graw Hill Book Company Inc., 2a. Ed., 1918
- 7) Edmund Whittaker
"HISTORY OF THE THEORIES OF AETHER AND ELECTRICITY"
Thomas Nelson & Sons Ltd. 1951
- 8) Emerson M. Pugh & E. W. Pugh
"PRINCIPLES OF ELECTRICITY AND MAGNETISM"
Addison Wesley Publishing Co. 1960

- 9) John David Jackson
"CLASSICAL ELECTRODYNAMICS"
John Wiley & Sons., Inc. 1962.
- 10) Bruno Rossi
"OPTICS"
Addison Wesley Publishin Co. 1957.
- 11) Jurgen R. Meyer-Arendt
"INTRODUCTION TO CLASSICAL AND MODERN OPTICS"
Prentice Hall, Inc. 1972.
- 12) Miles V. Klein
"OPTICS"
John Wiley & Sons., Inc. 1970.
- 13) Nathaniel H. Frank
"INTRODUCTION TO ELECTRICITY AND OPTICS"
Mc. Graw Hill Book Company Inc., 2a. Ed. 1950.
- 14) H. Poincaré
"THEORIE MATHEMATIQUE DE LA LUMIERE"
Polarize Light, Bechmark Papers in Optics. Vol. I
Paper 11
Dowden, Huthinson & Ross, Inc. 1975.
- 15) C. L. Andrews
"OPTICS OF THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM"
Prentice Hall, Inc. 1960.
- 16) W. H. Bragg & W. L. Bragg
"THE CRYSTALLINE STATE"
G. Bell & Sons LTD. 1949.
- 17) John P. Mc. Kelvey
"SOLID STATE AND SEMICONDUCTOR PHYSICS"
Harper & Row Publishers. 1966

- 18) E. C. Jordan y K. G. Balmain
"ONDAS ELECTROMAGNETICAS Y SISTEMAS RADIANTES"
Ed. Paraninfo. 1968.
- 19) José Pernas Guarneros
"DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN SISTEMA DE ULTRA-ALTO
VACIO PARA ESTUDIOS DE ELIPSOMETRIA"
Tesis Profesional. 1977.
- 20) "THIRD INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELLIPSOMETRY"
Extended Extracts, September, 1975.
- 21) R. J. Archer
"ELLIPSOMETRY"
Gaertner Scientific Corporation. 1968
- 22) "OPTICAL INSTRUMENTS"
Research Industrial and Educational
Gaertner Scientific Corporation.
- 23) L. Landau
"ELECTRODYNAMICS OF CONTINUOUS MEDIUM"
Consultado en la Bibl. del Inst. de Fís.
- 24) Richard P. Feynman
"THE FEYNMAN LECTURES ON PHYSICS" Vol. II.
Addison Wesley Publishing Co. 1964.
- 25) B. D. Cullity
"ELEMENTS OF X RAY DIFFRACTION"
Addison Wesley Publishing Co. 3a. Ed. 1967
- 26) J. W. Mellor
"HIGHER MATHEMATICS"
Dover Publications. 1946
- 27) A. Anfossi
"TRIGONOMETRIA RECTILINEA"
Ed. Progreso. 1947.

- 28) J. Peters
"SEVEN PLACE VALUES OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS"
D. Van Nostrand Co., Inc. 1942

ARTICULOS :

- 29) L. R. Ingersoll, J. G. Winans & E. H. Krause
"THE POLARIZING CHARACTERISTICS OF POLAROID PLATES
FOR WAVE-LENGTHS 4000 Å TO 20000 Å"
J. Opt. Soc. Am. 26, 233 (1936).
- 30) R. W. Ditchburn
"SOME NEW FORMULAS FOR DETERMINING THE OPTICAL CON-
STANTS FOR MEASUREMENTS ON REFLECTED LIGHT"
J. Opt. Soc. Am. 45, 743 (1955).
- 31) R. J. Archer and C. V. Shank
"ELLIPSOMETRY WITH NON-IDEAL COMPENSATORS"
J. Opt. Soc. Am. 57, 191 (1967).
- 32) H. E. Ives and H. B. Briggs
"THE OPTICAL CONSTANTS OF POTASSIUM"
J. Opt. Soc. Am. 26, 238 (1936).
- 33) Samuel S. So and K. Vedam
"GENERALIZED ELLIPSOMETRIC METHOD FOR THE ABSORBING
SUBSTRATE COVERED WITH A TRANSPARENT FILM SYSTEM. OP-
TICAL CONSTANTS OF SILICON AT 3655 Å"
J. Opt. Soc. Am. 62, 16 (1972).
- 34) R. J. Archer
"DETERMINATION OF THE PROPERTIES OF FILMS ON SILICON
BY THE METHOD OF ELLIPSOMETRY"
J. Opt. Soc. Am. 52, 970 (1962).

- 35) F. L. McCrackin, Elio Passaglia, R. H. Stromberg
and H. L. Steinberg
"MEASUREMENTS OF THE THICKNESS AND REFRACTIVE INDEX
OF VERY THIN FILMS AND THE OPTICAL PROPERTIES OF
SURFACES BY ELLIPSOMETRY"
J. Res. Natl. Bur. Std. 67A, 363 (1963).
- 36) A. B. Winterbottom
"OPTICAL METHODS OF STUDYING FILMS ON REFLECTING
BASES DEPENDING ON POLARIZATION AND INTERFERENCE
PHENOMENA"
Trans. Faraday Soc. 42, 487 (1946).
- 37) Frederick Seitz
"COLOR CENTERS IN ALKALI HALIDE CRYSTALS"
Rev. of Modern Physics, 18, 384 (1946)

F I N .