

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE CIENCIAS

UN MODELO DE CONTROL DE INVENTARIOS
PARA LA RESOLUCION DE UN PROBLEMA
DE ALMACENAMIENTO DE SEMILLAS
EN EL SECTOR PUBLICO

TESIS QUE PARA OBTENER EL TITULO DE ACTUARIO PRESENTA
LEOVIGILDO L. LOPEZ GARCIA
1982



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C O N T E N I D O

INTRODUCCION

CAPITULO I

EL PROBLEMA DE ALMACENAMIENTO DE SEMILLA

I.1 Antecedentes

I.2 Objetivos

CAPITULO II

EL MODELO DE CONTROL DE INVENTARIOS PROPUESTO

II.1 Presentación

II.2 Hipótesis y Notación

II.3 Formulación

II.4 Resolución

II.4.1 Método de cálculo de la solución óptima

II.4.2 Método de búsqueda del punto de reorden

II.5 Programa en lenguaje FORTRAN IV usado para el cálculo de la solución óptima

CAPITULO III

DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DEL MODELO

III.1 El costo unitario de ordenar

III.2 El costo unitario de almacenamiento

III.3 El costo unitario de carencia

CAPITULO IV

DETERMINACION DE LAS FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD UTILIZADAS

IV.1 La distribución del tiempo de envío

IV.1.1 Esquema de muestreo estadístico realizado

IV.1.2 Pruebas estadísticas realizadas

a) La prueba Ji- cuadrada

b) La prueba Kolmogorov-Smirnov

IV.2 La distribución condicional de la demanda durante
el tiempo de envío

CAPITULO V

CONCLUSIONES

APENDICE A LA PRUEBA χ^2 -CUADRADA

APENDICE B LA PRUEBA KOLMOGOROV-SMIRNOV

REFERENCIAS

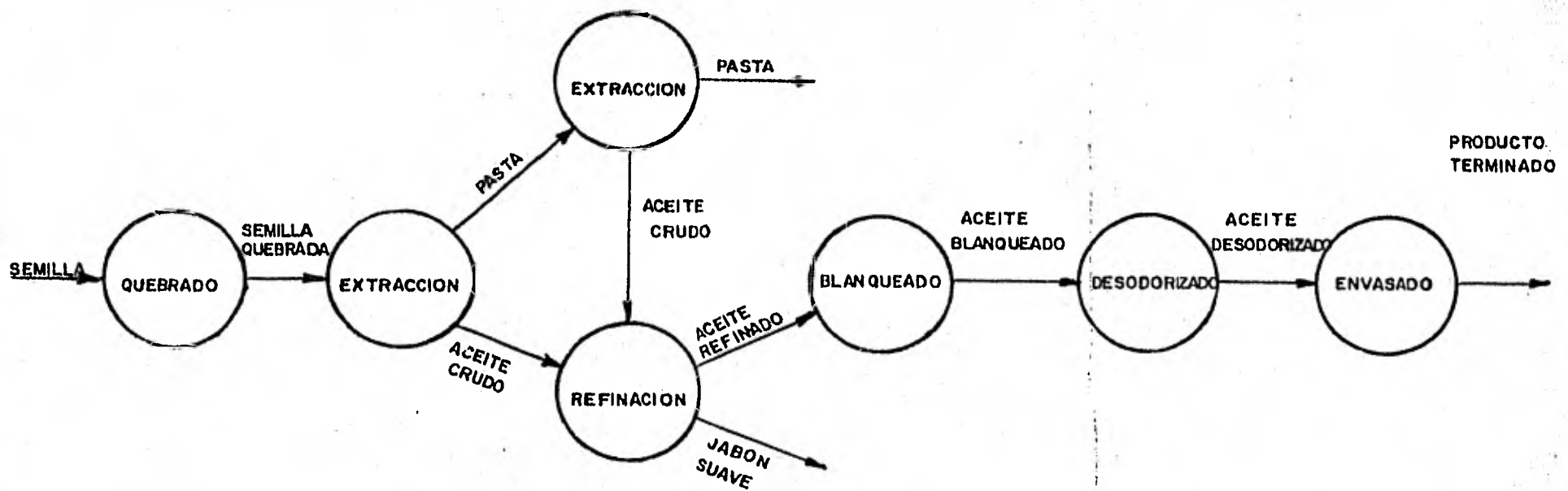
INTRODUCCION

En el presente trabajo presentamos un modelo y proponemos un sistema para control de inventarios de semillas oleaginosas que bajo ciertas circunstancias, que describiremos más adelante, es aplicable en la planta de Tultitlán de la Empresa Paraestatal denominada Industrias Conasupo, S.A. (ICONSA), filial de la Compañía Nacional de Subsistencias Populares (CONASUPO).

ICONSA produce harinas, pastas, alimentos balanceados para animales, aceites y mantecas comestibles. Es la producción de aceites en la planta de Tultitlán la actividad a la cual enfocamos nuestra atención.

Para obtener el aceite comestible listo para su distribución se siguen varios procesos dentro de la planta citada que se muestran a grandes rasgos en la gráfica 1.

Actualmente la empresa se enfrenta a grandes problemas debidos al sistema de aprovisionamiento de semillas oleaginosas en las bodegas de la planta (primera etapa del proceso productivo). Los problemas principales son el exceso y la falta de semilla en las bodegas de la planta.



Gráfica 1 Proceso productivo de aceite.

Los problemas que puede causar el exceso de semillas son, por ejemplo, la existencia de una merma excesiva con su costo correspondiente; pagos extras a transportistas ocasionados por no descargar la semilla cuando las bodegas no cuentan con espacio para almacenarlo, un alto costo de inversión, es decir, un costo que se encuentra representado por la utilidad que se deja de obtener al tener el dinero invertido en la semilla, en vez de invertirlo en otras actividades que sí produzcan utilidades, etc.

Por otro lado, la falta de semilla en la planta ocasiona un paro en la producción de aceite, que bien puede durar sólo algunos días ó, en caso extremo, varios meses, como ocurrió de junio a septiembre de 1980, incurriendo así en un costo debido a la pérdida potencial de ingresos, que depende de la cantidad faltante. Además

de esta pérdida potencial se incurre en un costo de reinicio del proceso, es decir, un costo ocasionado por volver a poner a funcionar toda la línea de producción.

ICONSA ve la necesidad de establecer un sistema de aprovisionamiento que ayude a reducir los costos en el almacén. Gracias a las modernas técnicas de Optimización Matemática, Estadística Matemática, Análisis Numérico y Computación, podemos proponer un sistema que ayude a mejorar el sistema de aprovisionamiento de la semilla y a disminuir los problemas existentes.

En especial es la teoría de Control de Inventarios la que nos permite proponer políticas de almacenamiento. Por Control de Inventarios se entiende generalmente el uso de modelos matemáticos para obtener reglas de operación de sistemas de inventarios. Con esta teoría podemos dar respuesta adecuada a dos preguntas fundamentales que surgen al tratar con inventarios de algún bien físico y al responderlas estamos determinando la política de almacenamiento a seguir; estas preguntas son: ¿Cuándo reprovisionar el inventario? y ¿Cuánto ordenar para ello?.

Para poder dar respuesta a las dos preguntas tuvimos que hacer uso, además, de otro tipo de técnicas, como técnicas estadísticas para la determinación de funciones de densidad de probabili-

dad utilizadas en el modelo, de métodos numéricos para encontrar la solución óptima mediante procesos iterativos y de la Informática en general, ya que la computadora es una herramienta poderosa que se hace necesaria cuando tratamos con problemas cuya resolución requiere de métodos que involucran cálculos complejos y de una determinada precisión.

En el capítulo I de este trabajo exponemos los antecedentes del problema y los objetivos que pretendemos alcanzar al implantar un sistema de control de inventarios.

En el capítulo II se plantea un modelo con dos alternativas, el método para su resolución, los algoritmos usados y una corrida de un programa en lenguaje FORTRAN IV, que proporciona la solución óptima con la precisión que se desee.

El capítulo III es una descripción un tanto detallada del análisis realizado para obtener los costos unitarios relevantes del modelo.

En el capítulo IV se presentan los esquemas de muestreo y las pruebas estadísticas realizadas para determinar la función de densidad de probabilidad del tiempo que tardan los proveedores en satisfacer las órdenes de semilla solicitadas por la planta, es de-

cir, del tiempo de envío y se trata acerca de la función de densidad de probabilidad condicional de la demanda de semilla que tienen las bodegas de la planta durante el tiempo de envío de las órdenes y de los problemas que se presentaron para su determinación.

En el capítulo V se presentan las conclusiones obtenidas y algunos comentarios.

Finalmente, se incluyen dos apéndices donde se presentan las pruebas estadísticas que se realizan en el capítulo IV y las referencias bibliográficas mencionadas a lo largo de este trabajo.

CAPITULO I

EL PROBLEMA DE ALMACENAMIENTO DE SEMILLAS

En este capítulo, en el párrafo I.1, presentamos los antecedentes de los problemas que llevaron a pensar en la necesidad de usar un modelo para control de inventarios de semillas oleaginosas y los problemas que se presentan con el actual sistema. En el párrafo I.2 presentamos los objetivos que pretendemos alcanzar al implantar el sistema que propondremos en el capítulo II.

I.1 Antecedentes

Como ya lo esbozamos, el interés fundamental de este trabajo radica en la parte inicial del proceso de producción del aceite comestible en la planta de Tultitlán de ICONSA, esto es, en el almacenamiento de las semillas oleaginosas utilizadas en la producción del aceite comestible. Se usan indistintamente tres tipos de semillas en el citado proceso que son: Soya, Cártamo y Girasol.

La compra de la semilla se puede hacer a mercado libre, es decir, directamente a los productores, ó a CONASUPO.

Cuando la semilla se compra a mercado libre se tiene que -

comprar durante la época de cosecha (aproximadamente de junio a -- agosto) todo lo que se planea moler en un año, se almacena en bodegas ajenas a la empresa, de donde se envía a las bodegas de la planta "tan pronto como se pueda" para tratar de pagar la menor cantidad posible por concepto de almacenamiento. Debido a la carencia de transporte, las cantidades y la frecuencia con que se envía semilla a las bodegas de la planta están sujetas a la disponibilidad del -- mismo en las bodegas ajenas, provocando con esto algunos problemas graves.

Primero, las bodegas de la planta se pueden encontrar vacías o casi vacías, provocando un paro en la producción y, por lo -- tanto, un costo representado por la pérdida potencial de ingresos -- (en 1980 se paró la producción durante cuatro meses, lo cual indica que se dejaron de producir alrededor de 29 millones de litros de -- aceite).

Segundo, cuando existe escasez de transporte, la semilla tiene que permanecer almacenada en las bodegas alquiladas, y en oca -- siones pueden pasar varios meses antes de que ésta se pueda mover, incurriendo de esta manera en costos de almacenamiento que crecen -- considerablemente. Para darnos una idea de la cantidad que se pagó por almacenamiento en 1979, diremos que el plan de compra de semi -- llas oleaginosas para ese año fué de 110,000 a 120,000 toneladas y

toda se compró a mercado libre. Las últimas cantidades de esta compra que se recibieron en la planta fueron en enero de 1980 y el almacenamiento se pagó a \$ 14.71 por tonelada al mes.

La deuda con las bodegas ajenas debidas a almacenamiento ascendió a varios millones de pesos.

Tercero, cuando no se tiene problemas con el medio de transporte y éste es abundante, puede ocurrir que llegue mucha semilla a la planta y que en un momento dado ya no se cuente con espacio disponible en sus bodegas para poder almacenarla, provocando con esto que los vehículos de transporte tengan que permanecer parados en la planta, incurriendo así en costos que marcan los transportistas.

Cuarto, cuando las bodegas de la planta se encuentran saturadas de semilla, debido a la frecuente llegada de ésta, ocurre un fenómeno de combustión con la semilla, debida a la fuerte fricción entre cada una de ellas, ocasionando un costo debido a la merma que puede resultar muy elevado.

Cuando la semilla se compra a CONASUPO se firma un contrato de compra-venta, en donde ICONSA expone sus necesidades de semilla durante la vigencia del contrato (un año, regularmente) y CONASUPO marca fechas tentativas de entrega de la semilla. CONASUPO-

se compromete a entregarla en las plantas indicadas por ICONSA. -- Después de firmado el contrato, ICONSA tiene que solicitar un reaprovisionamiento de semilla a CONASUPO por medio de una orden que se envía a ésta. Después de esto, CONASUPO marca un cierto lapso para entregar la semilla en la planta (fecha que depende de la disponibilidad de transporte, y que, por lo tanto, no siempre se cumple). Al llegar la semilla a la planta se elabora una forma de control, en la que se registra la cantidad que llega a la planta, la fecha de entrega (fecha de llegada) y la fecha en que ésta se embarcó en su lugar de origen.

Aún cuando parece que la situación al comprar a CONASUPO cambia favorablemente para ICONSA, no dejan de existir los problemas señalados anteriormente (excepto el segundo, porque ICONSA ya no paga almacenamiento directamente a los dueños de las bodegas), aunque dichos problemas disminuyen notoriamente. En este caso los problemas no son causados únicamente por el transporte, sino también porque los reaprovisionamientos se piden en cantidades y fechas que no siempre resultan adecuadas.

I.2 Objetivos

Los objetivos que pretendemos alcanzar al implantar un sistema para control de inventarios son varios, algunos de ellos son consecuencia de otros.

Primero: Disminuir los costos en que se incurre actualmente al controlar las existencias de semilla en la planta. Esto se hace minimizando una función que involucra tres tipos de costos: costo de almacenamiento, costo de carencia de semilla y costo de elaborar una orden, que se definirán en el capítulo III.

Segundo: Cuidar que la planta no sufra escasez durante períodos prolongados. Esto se contempla indirectamente en la función objetivo.

Tercero: Cuidar que las bodegas de la planta no se encuentren saturadas de semilla. Este también es una consecuencia del primero, ya que de existir dicha saturación el costo de almacenamiento provocaría un fuerte incremento en el valor de la función objetivo.

Cuarto: Elaborar un plan adecuado de compra de la materia prima. Esto viene dado en parte por la solución obtenida y en parte por las condiciones necesarias para la implantación del sistema.

Quinto: Mejorar los planes de producción, ya que estos - son la base del sistema y actualmente se modifican varias veces durante el año (en 1979 y 1980 se modificaron los originales por lo menos dos veces).

Además de que se pretende la consecución de estos objetivos, al establecer el sistema se va a obtener información útil, -- por ejemplo respecto a costos, como el costo de almacenamiento en la planta.

CAPITULO II

EL MODELO DE CONTROL DE INVENTARIOS PROPUESTO

En este capítulo describiremos el modelo propuesto para el control de inventarios de semillas oleaginosas, el método usado para su resolución y los algoritmos empleados en ella. En II.1 hacemos la presentación del modelo, es decir indicamos sus características y su forma de operar. En el inciso II.2 presentamos las condiciones de operación del modelo y la notación que emplearemos durante su formulación y resolución. En la sección II.3 desarrollamos la formulación del modelo y consideramos dos casos, obteniendo una expresión del costo total del inventario en cada uno de ellos. En el inciso II.4 presentamos un método heurístico para la resolución del problema generado por el modelo, un breve análisis sobre condiciones de existencia y unicidad de solución ^{1/} y describiremos dos algoritmos empleados en la resolución y, finalmente, en el inciso II.5, presentamos un listado del programa de computadora utilizado para obtener la solución óptima del problema generado y una corrida del mismo.

II.1 Presentación del modelo.

El modelo que proponemos es un modelo estocástico, ya que no se conoce con precisión ni el tiempo que tarda en ser entrega-

1/ Ver referencia [1], capítulo 4.

do a la planta un cierto pedido de semilla hecho a los proveedores, ni la cantidad que se demandará cada día a la bodega de la planta. Sin embargo estas variables se pueden describir en términos probabilísticos. Debido a la presencia de aleatoriedad en las demandas y en los tiempos, no es posible predecir exactamente la cantidad de semilla que se tendrá en inventario en un momento dado, es decir, el nivel de inventario es también una variable aleatoria.

Existen algunos modelos que consideran la aleatoriedad mencionada. El modelo que proponemos es conocido como el modelo de "lote económico-punto de reorden" y es tal que cuando el nivel de inventario (en la siguiente sección se darán algunas definiciones referentes a niveles de inventario) alcanza un punto determinado, llamado punto de reorden y denotado con r , se ordena una cantidad de semilla siempre igual, llamada lote económico y denotada con Q . La función del punto de reorden es satisfacer la demanda que tenga la bodega mientras la orden es entregada, es decir, mientras la cantidad Q se incorpora al inventario.

A este modelo de inventarios también se le conoce como modelo (Q,r) ó política $\langle Q,r \rangle$ y pertenece al grupo de los llamados modelos de revisión continua, ya que se debe tener conocimiento del momento en que el inventario llega al punto de reorden. Una forma de aproximar la revisión continua es llevar registros diarios del

nivel del inventario. Para el caso particular que estamos tratando existen, dentro de la planta, registros del nivel de inventario -- diario, así como de la cantidad demandada cada día a la bodega de semilla.

Cabe hacer la observación de que, en nuestro caso, la cantidad Q no se ordena en el preciso momento en que el nivel del inventario alcanza el punto de reorden, ya que la empresa carece de aparatos de medición precisos para saberlo; lo que se puede conocer es, con ayuda de los registros diarios mencionados, el día en que el nivel del inventario está tan cerca del punto de reorden -- que es seguro ó casi seguro que al siguiente día éste se alcance, por lo tanto, la orden se solicitará cuando el nivel del inventario esté en una vecindad cercana del punto de reorden.

Dada la aleatoriedad en el tiempo de entrega de los pedidos y en la demanda, se corre el riesgo de que la bodega de la --- planta quede sin existencias (esto sucederá cuando la cantidad demandada durante ese tiempo sea mayor que el punto de reorden). Si esto ocurre diremos que existen carencias y se pueden presentar -- dos casos. En el primero se admiten retrasos para satisfacer la demanda que ocurra, es decir, la demanda que tenga la bodega durante el tiempo de carencia de semilla se acumula para ser satisfecha -- cuando el pedido se incorpora al inventario. A este caso le llamaremos retraso de ventas.

En el segundo caso, al que llamaremos pérdida de ventas, - la demanda que ocurra durante el tiempo de carencia queda sin ser - satisfecha y por lo tanto no se obtendrán los beneficios que se --- iban a obtener al satisfacerla.

En cualquiera de los casos se incurre en un costo variable, el costo de carencia por unidad, que será diferente para cada caso. Existen otros dos tipos de costos contemplados en el modelo, el costo de almacenamiento por tonelada de semilla y el costo en que se - incurre cada vez que se ordena un pedido a los proveedores, al cual llamaremos costo de ordenar, que junto con los otros dos costos unitarios y las expresiones que presentaremos en la sección II.3 servirán para generar una función, $CT(r,Q)$, que proporciona el costo total anual del inventario. El criterio que se utilizará para determinar la política óptima es la minimización de la función $CT(r,Q)$.

II.2 Hipótesis y Notación

a) Notación

- La cantidad a ordenar cada vez se denota con Q y es constante.
- El tiempo de entrega de una orden es el tiempo que transcurre desde que se detecta que el inventario llega al -- punto de reorden, hasta que la orden se incorpora al inventario.

- Llamaremos ventas pendientes a la cantidad de semilla de mandada durante el tiempo de carencia.
- El tiempo de carencia es el tiempo que transcurre desde que el inventario físico toma el valor cero hasta que -- una orden se incorpora al inventario.
- El inventario neto es igual al inventario físico (la can tidad física de semilla que se tiene en las bodegas) me- nos las ventas pendientes (esta definición es válida só- lo para el caso retraso de ventas).
- La posición del inventario es igual al inventario físico menos las ventas pendientes más la cantidad ordenada pen diente, es decir, es igual al inventario neto más Q .
- Un ciclo es el intervalo de tiempo que transcurre entre dos incorporaciones consecutivas de órdenes al inventa - rio.
- La función de densidad de probabilidad de la variable a- leatoria tiempo de entrega, t , es conocida y se denota - con $h(t)$, $t > 0$.
- $g(x|t)$ es la función de densidad de probabilidad, condi- cional, de la demanda x durante el tiempo de envío t , $x > 0$.
- $f(x)$ es la función de densidad de probabilidad, marginal, de la demanda x , donde

$$f(x) = \int_0^{\infty} g(x|t) \cdot h(t) dt$$

- El nivel de seguridad, denotado con s , se define, para el caso retraso de ventas, como el inventario neto esperado al momento de la incorporación de una orden al inventario, ó como el inventario físico esperado al momento de la incorporación de una orden al inventario, para el caso pérdida de ventas. (Nótese que $s \geq 0$ para el caso pérdida de ventas y que no tiene restricción para el caso retraso de ventas).
- La demanda de semilla que tendrá la bodega de la planta durante el período de estudio es D .
- El costo unitario de la semilla lo denotamos con C y es independiente de Q y r .
- El costo de carencia unitario por ciclo es C_c .
- El costo de almacenamiento anual unitario es C_a .
- El costo que se incurre al solicitar una orden a los proveedores es C_o .

b) Hipótesis 1/

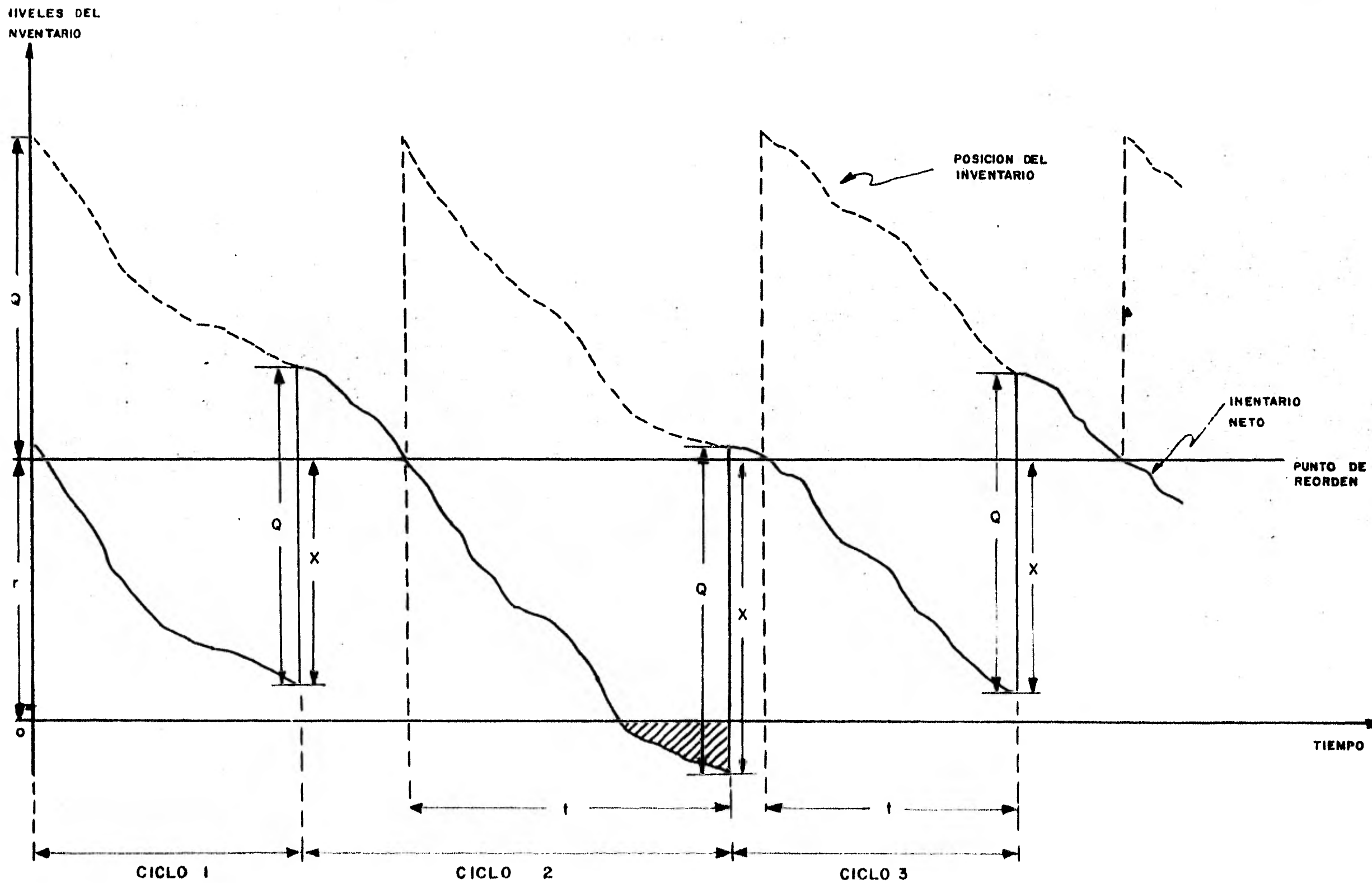
- Se considera un período de estudio de tamaño igual a un año.
- El punto de reorden, r , es mayor que cero.
- Nunca hay más de una orden pendiente, es decir, cuando el inventario neto ó la posición del inventario llegan al punto de reorden (ver gráficas II.1 y II.2) no exis -

ten órdenes pendientes.

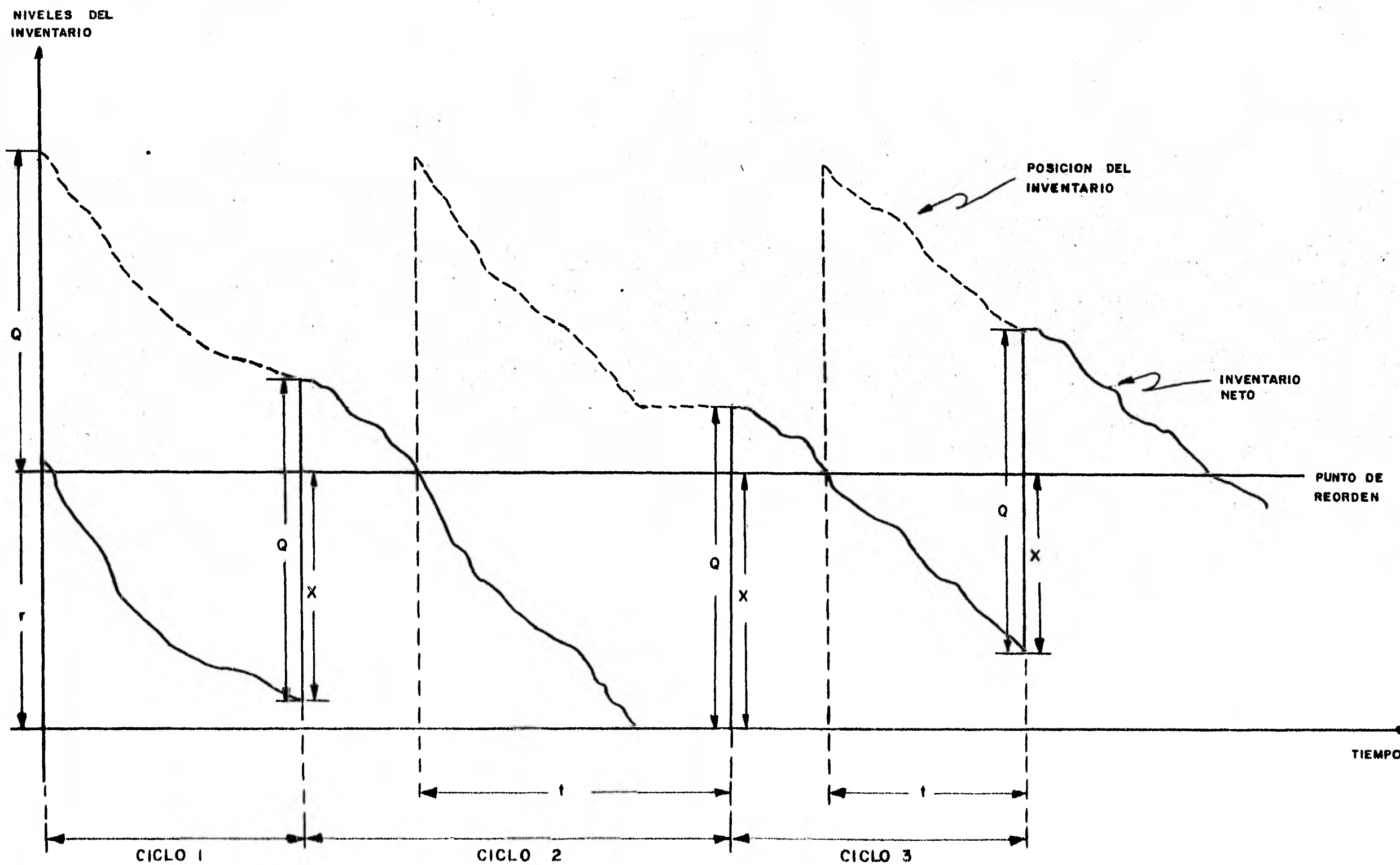
- Continuamente se revisa el inventario.
- La posición del inventario al iniciar el período de estudio es $r + Q$.
- El costo de carencia total no depende del tiempo de carencia, sino de la cantidad de carencia esperada por ciclo y del número de ciclos al año (esto es una aproximación en el modelo).
- El costo total de almacenamiento es el costo unitario C_a por el inventario neto promedio al año.
- El costo total de ordenar es el costo unitario C_o por el número de órdenes esperadas al año.

Las gráficas II.1 y II.2 muestran el comportamiento del inventario para los casos retraso de ventas y pérdida de ventas, respectivamente.

La hipótesis más fuerte que se está haciendo es que nunca hay más de una orden pendiente. En otras palabras, esto significa -- que la posición del inventario y el inventario neto son iguales desde el momento en que la orden se incorpora al inventario hasta que se alcanza el punto de reorden. Entonces podemos medir el punto de reorden con el inventario físico ó con el inventario neto ó con la posición del inventario. Esta hipótesis es equivalente a pedir que el inventario neto, después de incorporar una orden al inventario -- sea mayor que el punto de reorden.



GRAFICA II. 1 REPRESENTACION GRAFICA DEL MODELO PARA EL CASO RETRASO DE VENTAS. (LA LINEA EXTREMA DERECHA DE LA PARTE SOMBREADA REPRESENTA LAS VENTAS PENDIENTES)



GRAFICA II. 2. REPRESENTACION GRAFICA PARA EL CASO PERDIDA DE VENTAS. (EL TIEMPO DONDE EL INVENTARIO NETO ES CERO ES EL TIEMPO DURANTE EL CUAL SE PIERDEN VENTAS).

II.3 Formulación.

En seguida determinaremos las expresiones de los costos totales anuales promedio para los casos retraso de ventas y pérdida de ventas. Estas sólo difieren en la forma de determinar el costo de almacenamiento y esto se debe a que el nivel de seguridad en cada caso es diferente.

Como podemos observar al comparar las figuras II.1 y II.2, el inventario promedio por ciclo en el caso pérdida de ventas es mayor ó igual que el inventario promedio por ciclo en el caso retraso de ventas. Esto se debe a que en un momento puede haber carencia de semilla en el inventario y, para el caso retraso de ventas, al momento de incorporarse una orden al inventario, $s < 0$, primero se satisfacen las ventas pendientes y una vez hecho esto el inventario neto es menor que Q ; en cambio, en el caso pérdida de ventas, el inventario físico un momento antes de incorporar la orden al inventario es cero, y al incorporarla el inventario neto sube hasta Q , ocasionando con esto que la cantidad promedio almacenada por ciclo sea mayor en este último caso.

Como la demanda anual de semillas oleaginosas es D toneladas y cada orden que se solicita a los proveedores es Q toneladas, el cociente

$$\frac{D}{Q}$$

(II.1)

representa el número aproximado de órdenes existentes al año, entonces un costo aproximado anual de colocar órdenes es

$$CTO = CO \cdot \frac{D}{Q} \quad (II.2)$$

Para el caso retraso de ventas, como el inventario neto al final de un ciclo, es decir, un momento antes de incorporar la orden al inventario, es s y es $Q + s$ un instante después de incorporarla, es decir, al principio del siguiente ciclo, el inventario neto promedio, por ciclo y por tanto por año, es

$$\frac{Q}{2} + s \quad (II.3)$$

y el costo promedio por año por mantener estas toneladas en inventario es

$$CTA = Ca \left(\frac{Q}{2} + s \right) \quad (II.4)$$

Para calcular el nivel de seguridad para el caso retraso de ventas haremos el siguiente análisis:

Si una orden requiere de un tiempo t para ser entregada y si durante ese tiempo se demandan x toneladas de semilla, el inventario neto al momento de incorporarla, denotado con $IN(x,r)$, será

$$IN(x,r) = r - x \quad (II.5)$$

que también es una variable aleatoria. Por el teorema 2 del capítulo 7 de [3], el valor esperado del inventario neto, para una t dada es

$$\int_0^{\infty} IN(x,r) \cdot g(x|t) dx \quad (II.6)$$

Como $h(t)$ es la distribución del tiempo de envío de una orden, el valor esperado de $IN(x,r)$ al momento de recibir una orden, - promediado sobre x y t , es decir, el nivel de seguridad, es

$$s = \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} IN(x,r) \cdot g(x|t) dx \right] \cdot h(t) dt = \int_0^{\infty} IN(x,r) \cdot f(x) dx \quad (II.7)$$

donde

$$f(x) = \int_0^{\infty} g(x|t) \cdot h(t) dt \quad (II.8)$$

es la distribución marginal de la demanda durante el tiempo de envío.

Entonces

$$s = \int_0^{\infty} (r-x) \cdot f(x) dx = r - E(x) \quad (II.9)$$

donde

$$E(x) = \int_0^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

Por (II.4) y (II.9), el costo promedio al año de mantener --
 $Q/2 + s$ toneladas de semilla en inventario es

$$CTA = Ca \left(\frac{Q}{2} + r - E(x) \right) \quad (II.10)$$

Por otro lado, la cantidad de carencia esperada al año es la cantidad de carencia esperada por ciclo por el número promedio de ci cios al año. La cantidad de carencia real por ciclo es:

$$c(x, r) = \begin{cases} x-r & \text{si } x \geq r \\ 0 & \text{si } x < r \end{cases} \quad (II.11)$$

donde x es la demanda durante el tiempo de envío. Entonces, la cantidad de carencia esperada por ciclo es:

$$\bar{c}(r) = \int_0^{\infty} c(x, r) \cdot f(x) dx$$

de donde

$$\bar{c}(r) = \int_r^{\infty} (x-r) \cdot f(x) dx \quad (II.12)$$

y por (II.1), el costo anual esperado debido a carencia es:

$$CTC = Cc \cdot \bar{c}(r) \cdot \frac{D}{Q} \quad (II.13)$$

Finalmente, por (II.2), (II.10) y (II.13), el costo total anual esperado del inventario, para el caso retraso de ventas, es --
tá dado por

$$CT(r,Q) = C_o \cdot \frac{D}{Q} + C_a \left(\frac{Q}{2} + r - E(x) \right) + C_c \cdot \bar{c}(r) \cdot \frac{D}{Q} \quad (II.14)$$

Como mencionamos antes, la expresión del costo total promedio anual, para el caso pérdida de ventas varía únicamente en la --
forma de calcular el nivel de seguridad (esto se puede notar al com--
parar las gráficas II.1 y II.2). Para el caso pérdida de ventas, la
ecuación (II.3) sigue teniendo validez, sólo que el nivel de seguri--
dad s se determina en términos del inventario físico, y éste será:

$$IF(x,r) = \begin{cases} r - x & \text{si } x \leq r \\ 0 & \text{si } x > r \end{cases}$$

(nótese que para el caso retraso de ventas el nivel de seguridad --
puede ser menor que cero).

Nuevamente, por el teorema citado en [3], la cantidad espe--
rada de inventario físico al momento de incorporar una orden (nivel
de seguridad) es:

$$s = \int_0^{\infty} IF(x,r) \cdot f(x) dx = \int_0^r (r - x) \cdot f(x) dx \quad (II.7')$$

donde, como antes, $f(x)$ representa la distribución marginal de la demanda durante el tiempo de envío. Entonces

$$s = \int_0^{\infty} (r-x) \cdot f(x) dx - \int_r^{\infty} (r-x) \cdot f(x) dx$$

$$= r - E(x) + \int_r^{\infty} (x-r) \cdot f(x) dx$$

$$\therefore s = r - E(x) + \bar{c}(r) \quad (\text{II.9'})$$

donde $\bar{c}(r)$ está definida por la ecuación (II.12). Entonces, como el costo anual de llevar inventario está dado por (II.4), éste se representa como

$$\text{CTA} = C_a \left[\frac{Q}{2} + r - E(x) + \bar{c}(r) \right] \quad (\text{II.10'})$$

La ecuación (II.2) sigue siendo válida para este caso y la ecuación (II.12) representa ahora la cantidad promedio de ventas -- perdidas por ciclo, entonces (II.13) representa el costo anual esperado por carencia. Finalmente, por (II.2), (II.10') y (II.13), el costo total anual esperado para el caso pérdida de ventas está dado por

$$CT(r, Q) = C_0 \frac{D}{Q} + C_a \left(\frac{Q}{2} + r - E(x) + \bar{c}(r) \right) + C_c \cdot \bar{c}(r) \cdot \frac{D}{Q},$$

es decir

$$CT(r, Q) = C_0 \cdot \frac{D}{Q} + C_a \left(\frac{Q}{2} + r - E(x) \right) + \left(C_a + C_c \cdot \frac{D}{Q} \right) \cdot \bar{c}(r) \quad (\text{II.14'})$$

II.4 Resolución

En esta sección determinaremos los valores óptimos de Q y r que minimizan $CT(r, Q)$ para los dos casos descritos en la sección anterior. Para hacer posible esta determinación, hacemos uso de dos algoritmos que describiremos en las secciones II.4.1 y II.4.2, el primer algoritmo es una heurística tomada de [1] y el segundo es una -- búsqueda de Fibonacci necesaria en el primer algoritmo. Presentamos también una descripción gráfica de los algoritmos, que nos ayudarán a entenderlos.

Para determinar los valores óptimos de Q y r , derivaremos parcialmente las expresiones (II.14) y (II.14') con respecto a Q y con respecto a r y tomaremos en cuenta que las dos funciones $CT(r, Q)$ son convexas.^{1/}

Sean Q^* y r^* los valores de Q y r , respectivamente que minimizan $CT(r, Q)$, es decir

$$CT(r^*, Q^*) \leq CT(r, Q) \quad \forall r, Q$$

si r^* y Q^* son tales que $0 < Q^* < \infty$ y $0 < r^* < \infty$, entonces deben satisfacer las ecuaciones

^{1/} La prueba detallada se desarrolla en los ejercicios 4.5 a 4.8 de [1]

$$\frac{\partial CT(r, Q)}{\partial Q} = 0 \quad (II.15)$$

y

$$\frac{\partial CT(r, Q)}{\partial r} = 0 \quad (II.16)$$

Derivando parcialmente (II.14) con respecto a Q:

$$\frac{\partial CT(r, Q)}{\partial Q} = -\frac{C_o \cdot D}{Q^2} + \frac{C_a}{2} - \frac{C_c \cdot D}{Q^2} \bar{c}(r) \quad (II.17)$$

y como

$$\bar{c}(r) = \int_r^{\infty} (x-r) \cdot f(x) dx$$

entonces

$$\bar{c}(r) = \int_r^{\infty} x f(x) dx - r [1 - F(r)]$$

donde

$$F(r) = P(X \leq r)$$

al tomar la derivada de (II.14) con respecto a r:

$$\frac{\partial CT(r, Q)}{\partial r} = C_a + C_c \frac{D}{Q} [-r \cdot f(r) - r(-f(r)) - (1-F(r))]$$

$$\frac{\partial CT(r, Q)}{\partial r} = C_a - C_c \frac{D}{Q} \cdot \int_r^{\infty} f(x) dx \quad (II.18)$$

de (II.15), (II.16), (II.17) y (II.18), se llega a obtener las siguientes expresiones

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D [C_0 + C_c \cdot \bar{c}(r^*)]}{C_a}} \quad (\text{II.19})$$

$$y \quad \int_{r^*}^{\infty} f(x) dx = \frac{Q^* \cdot C_a}{C_c \cdot D} \quad (\text{II.20})$$

En forma análoga, derivando (II.14') con respecto a Q y con respecto a r se obtienen, para el caso pérdida de ventas:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D [C_0 + C_c \cdot \bar{c}(r^*)]}{C_a}} \quad (\text{II.19}')$$

$$y \quad \int_{r^*}^{\infty} f(x) dx = \frac{Q^* \cdot C_a}{C_c \cdot D + Q^* \cdot C_a} \quad (\text{II.20}')$$

Como se puede observar, en (II.20) es necesario que

$$\frac{Q \cdot C_a}{C_c \cdot D} \leq 1$$

para que tenga sentido dicha expresión. También se puede notar que no es fácil dar una solución explícita a los sistemas de ecuaciones (II.19) y (II.20) ó (II.19') y (II.20') y, por lo tanto, usaremos un procedimiento numérico para resolverlos. Antes de describirlo haremos la siguiente observación:

$$\text{Como} \quad \bar{c}(r) = \int_r^{\infty} (x - r) \cdot f(x) dx, \quad x \geq r$$

entonces

$$\bar{c}(r) \geq 0$$

por lo tanto

$$Q^* \geq Q_w \quad (\text{II.21})$$

donde Q_w es la llamada "Q de Wilson" que se usa en modelos deterministas y se calcula con

$$Q_w = \sqrt{\frac{2C_o D}{C_a}} \quad (\text{II.22})$$

Presentaremos gráficamente el procedimiento numérico a utilizar y al mismo tiempo dicho esquema gráfico servirá como prueba de convergencia del procedimiento ^{1/}. El análisis se hará para el caso retraso de ventas, pero es aplicable a los dos casos tratados.

Para presentar el esquema es necesario trazar las curvas -- descritas por los sistemas (II.19) y (II.20) ó (II.19') y (II.20') -- en un plano Qr . Para hacer esto se analizarán dichas expresiones:

Si en la expresión (II.19) $r = 0$ se tiene que

$$\bar{c}(0) = \int_0^{\infty} x F(x) dx = E(x)$$

^{1/} Tomado también de [1]

entonces

$$Q = Q_M = \sqrt{\frac{2D [C_0 + C_c E(x)]}{C_a}} \quad (\text{II.23})$$

y cuando $r \rightarrow \infty$, $Q \rightarrow Q_w$.

Al tomar la derivada de Q con respecto a r se obtiene

$$\frac{dQ}{dr} = - \frac{D \cdot C_c \cdot \int_r^\infty f(x) dx}{\sqrt{2D C_a [C_0 + C_c \cdot \bar{c}(r)]}} < 0, \quad r \in (0, \infty)$$

Si en (II.20) $Q \rightarrow 0$ entonces $r \rightarrow \infty$ y cuando $Q = C_c \cdot D / C_a$ se tiene que

$$\int_r^\infty f(x) dx = 1$$

es decir, $r=0$. Al derivar a Q con respecto a r en (II.20) se obtiene

$$\frac{dQ}{dr} = - \frac{C_c \cdot D}{C_a} \cdot f(r)$$

de donde nuevamente

$$\frac{dQ}{dr} < 0, \quad r \in (0, \infty)$$

Además por (II.22) y (II.23) se cumple que

$$Q_w < Q_M$$

Debe hacerse notar que si

$$\frac{C_c \cdot D}{C_a} \geq Q_M$$

siempre existe solución al sistema (II.19) y (II.20) y esto se sigue debido a que $CT(Q,r)$ es convexa. En la gráfica II.3 se presenta el procedimiento numérico a seguir:

Si $Q_M > C_c \cdot D / C_a$ entonces el sistema formado por (II.19) y (II.20) no tiene solución. Gráficamente esto indicaría que sus correspondientes curvas asociadas no tienen punto en común.^{1/}

En el caso pérdida de ventas siempre existe solución única al sistema formado por (II.19') y (II.20'), ya que (II.20') es asintótica a la recta $r = 0$ y esto asegura que tienen un punto en común sus correspondientes curvas asociadas.

En la gráfica II.3 también mostramos el procedimiento numérico que resuelve los sistemas de ecuaciones nombrados y lo explicamos a continuación. Tomamos como valor inicial de Q la Q de Wilson, es decir, $Q_1 = Q_w$. Se substituye este valor en (II.20) ó (II.20'), según sea el caso, para encontrar el primer valor de r , (r_1), es decir estamos en el punto A. Con ese valor r_1 vamos al punto B substituyen-

1/ Es conveniente revisar los ejercicios 4.5 a 4.8 de [1]

do r en (II.19) para encontrar Q_2 . El valor de Q_2 se substituye en (II.20) ó (II.20') para encontrar r_2 (nos movemos hacia el punto C), etc. Continuando con este procedimiento nos vamos desplazando hacia los puntos D,E,F,... hasta aproximarnos al punto (r^*,Q^*) tanto como queramos (el procedimiento se da por terminado cuando dos valores consecutivos de cualquiera de las variables Q ó r ó de la función objetivo $CT(r,Q)$ varían en menos de una pequeña cantidad, ϵ , fijada de antemano).

Como podemos observar, en este procedimiento, al cual haremos referencia con el nombre de "Procedimiento Principal", se requiere el uso de otros dos métodos numéricos, uno para obtener el valor de r_i en la i -ésima iteración, a partir del valor Q_i , $i=1,2,\dots$, al que llamaremos "Búsqueda de r " y otro para obtener el valor de las integrales requeridas, al que nos referiremos con el nombre de "Procedimiento Integral". A continuación, describiremos en forma de algoritmos el procedimiento principal y la búsqueda de r .

II.4.1 Método de cálculo de la solución óptima.

En esta sección detallaremos el procedimiento principal, que nos permitirá encontrar los valores óptimos de Q y r que hacen que el valor de la función $CT(r,Q)$ sea mínima, sujeta a una precisión ϵ , --- éste es un procedimiento heurístico tomado de [1] y a continuación lo describiremos:

Procedimiento principal.

$$(0) \text{ Hacer } i = 0, \quad r_i = 0, \quad \bar{c}(r_i) = 0$$

$$(1) \text{ hacer } i = i + 1$$

$$Q_i = \left[\frac{2D(C_0 - C_c \cdot \bar{c}(r_{i-1}))}{Ca} \right]^{\frac{1}{2}}$$

(2) Determinar el valor r_i (con el procedimiento búsqueda de r) tal que

$$\int_{r_i}^{\infty} f(x) dx = \frac{Ca \cdot Q_i}{C_c \cdot D}$$

y a partir de él calcular

$$\bar{c}(r_i) = \int_{r_i}^{\infty} (x - r_i) f(x) dx$$

$$(3) \text{ — Si } |r_i - r_{i-1}| > \epsilon \quad \text{ir a (1)}$$

$$\text{— Si } |r_i - r_{i-1}| \leq \epsilon \quad \text{ir a (4)}$$

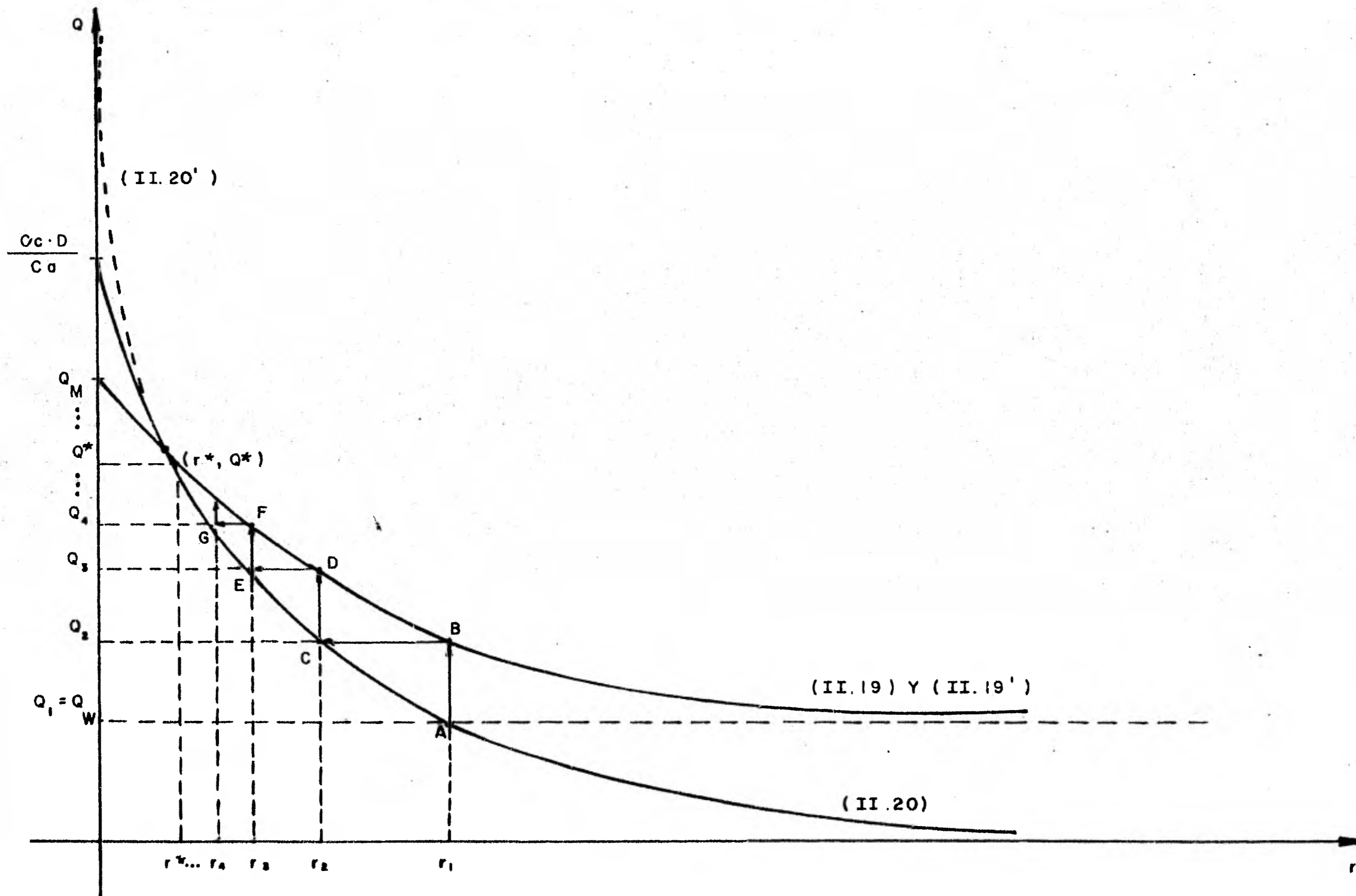
$$(4) \quad Q^* = Q_i$$

$$r^* = r_i$$

$$\bar{c}(r^*) = \int_{r^*}^{\infty} (x - r^*) f(x) dx$$

$$CT(r^*, Q^*) = C_0 \cdot D / Q^* + C_c \cdot \bar{c}(r^*) \cdot D / Q^* + Ca(Q^*/2 + r^* - E(x))$$

$$(4) \text{ Alto}$$



GRAFICA II. 3 REPRESENTACION GRAFICA DEL PROCEDIMIENTO NUMERICO PRINCIPAL

Como podemos notar en el paso (2) es necesario determinar el valor de r tal que la integral indicada, con límite inferior igual a r , toma el valor dado por $Ca \cdot Q_i / (Cc \cdot D)$. Para lograrlo haremos uso del procedimiento búsqueda de r descrito en II.4.2, que consiste en acotar el valor de r en un intervalo, el cual reduciremos tanto como queramos utilizando el método búsqueda de Fibonacci.

II.4.2 Método de búsqueda del punto de reorden.

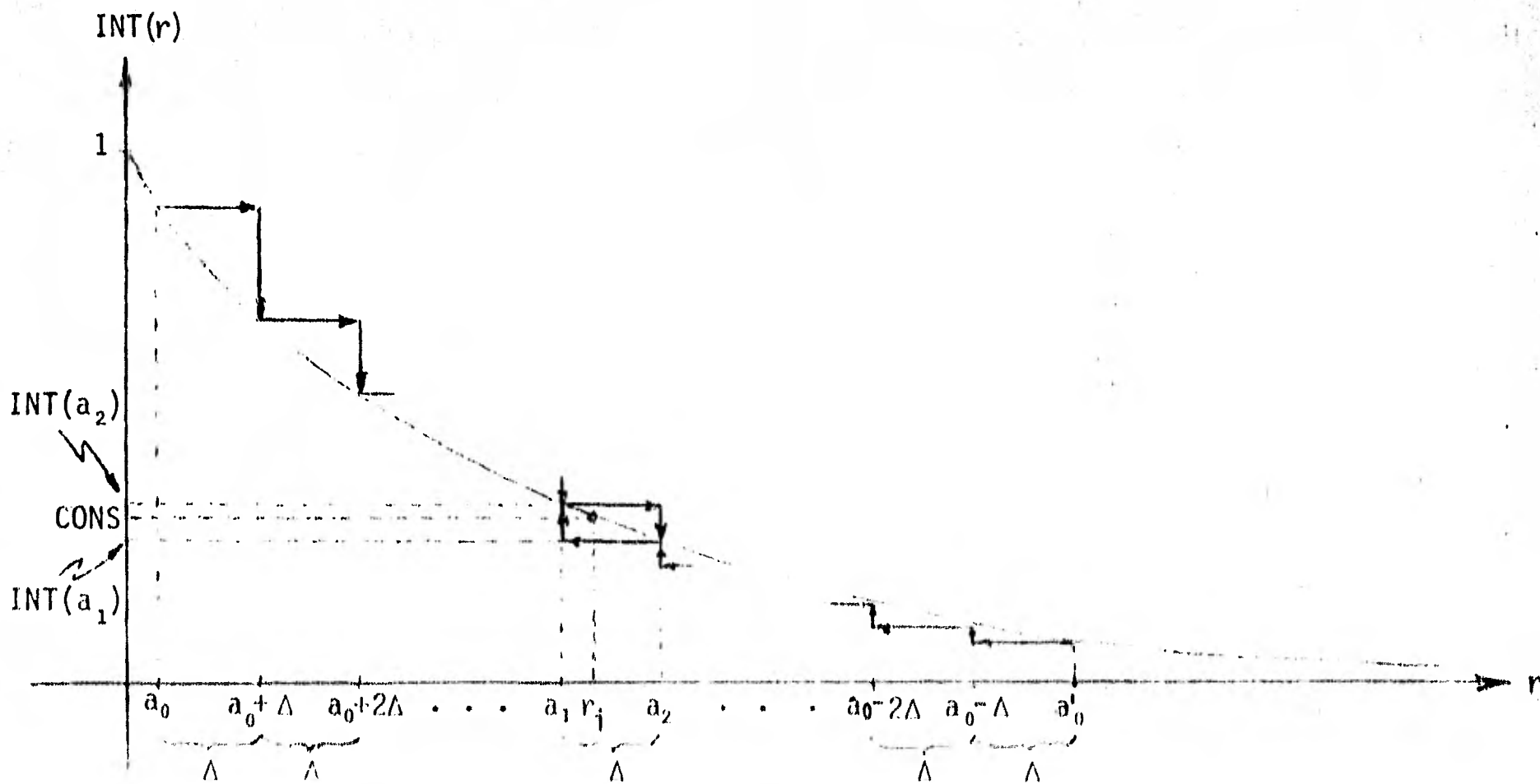
En la primera parte de este procedimiento acotaremos el valor de r en un intervalo de longitud $\Delta > 0$, el cual se reducirá tanto como se desee en la segunda parte, haciendo uso del método de Fibonacci para búsqueda.

En la primera parte (acotar el valor de r en el intervalo mencionado) se propone un valor inicial arbitrario, denotado con a_0 , que se irá incrementando ó decrementando, según el valor de la integral $\int_{a_0}^{\infty} f(x) dx$ sea mayor ó menor que la constante -----
 $CONS = Ca \cdot Q_i / (Cc \cdot D)$, respectivamente, en una cantidad Δ en cada iteración.

Una iteración consiste de un incremento en el valor de a_0 y una pregunta referente al valor relativo de la integral con respecto a la constante $CONS$. Si el valor de la integral es mayor que

CONS, se incrementará el valor de a_0 en la cantidad Δ hasta que el valor de la integral sea menor ó igual que esa constante. Contrariamente a esto, si el valor de la integral es menor que CONS, el valor de a_0 se decrementará en la misma cantidad Δ hasta que el valor de la integral sea mayor ó igual que la constante CONS.

El hecho de que la función $INT(r) = \int_r^{\infty} f(x)dx$ es monótona no creciente permite asegurar que el valor de r se puede acotar, mediante este procedimiento, en un intervalo de longitud Δ . En la gráfica II.4 se puede observar la forma que tiene la función $INT(r)$ y la primera parte de este procedimiento.



Gráfica II.4 Primera parte del procedimiento Búsqueda de r .

La segunda parte del procedimiento "Búsqueda de r" consiste en reducir el intervalo obtenido en la primera parte utilizando búsqueda de Fibonacci.^{1/} El procedimiento se da por terminado cuando la longitud del intervalo sea tan pequeña como se quiera. A partir de la precisión deseada se determina el número de iteraciones a realizar. Una iteración en esta parte consiste en una reducción del intervalo.

En el método de Fibonacci hacemos uso de los números de Fibonacci, definidos como

$$F_0 = 0, F_1 = 1 \text{ y } F_k = F_{k-2} + F_{k-1} \text{ para } k \geq 2 \quad (\text{II.24})$$

Si el intervalo de longitud Δ es (I_j, D_j) , una reducción se obtiene a partir de los dos siguientes números:

$$x_j^1 = I_j + \frac{F_{n-j}}{F_{n+2-j}} (D_j - I_j)$$

$$x_j^2 = I_j + \frac{F_{n+1-j}}{F_{n+2-j}} (D_j - I_j)$$

donde n se determina a partir del error admitido, es decir, si $\Delta = 100$ (toneladas) y nosotros queremos que el valor de r_j se encuentre en un intervalo de longitud igual a 10 (toneladas), es decir, 10% del intervalo original, entonces, el número de iteraciones re-

1/ En esta parte adaptamos e implementamos un método de Fibonacci presentado en el capítulo 8 de [4]

querido es 6, ya que $F_6=8$, $F_{6+1}=13$ y $1/8 > 1/10 > 1/13$. Explicando un poco más esto, diremos que después de n evaluaciones de la función $INT(r)$ la longitud del intervalo que contiene a r_i está dada por

$$D_n - I_n = \frac{(D_1 - I_1)}{F_{n+1}} + \delta$$

(con $\delta > 0$), de donde

$$\frac{D_n - I_n}{D_1 - I_1} \approx \frac{1}{F_{n+1}}$$

es decir, la longitud del n -ésimo intervalo es aproximadamente igual a $1/F_{n+1}$ veces la longitud del intervalo inicial. Cabe hacer notar que si se hacen n evaluaciones de la función $INT(x)$, se harán $n-1$ -- reducciones del intervalo y por lo tanto se obtendrán $n-1$ iteraciones.

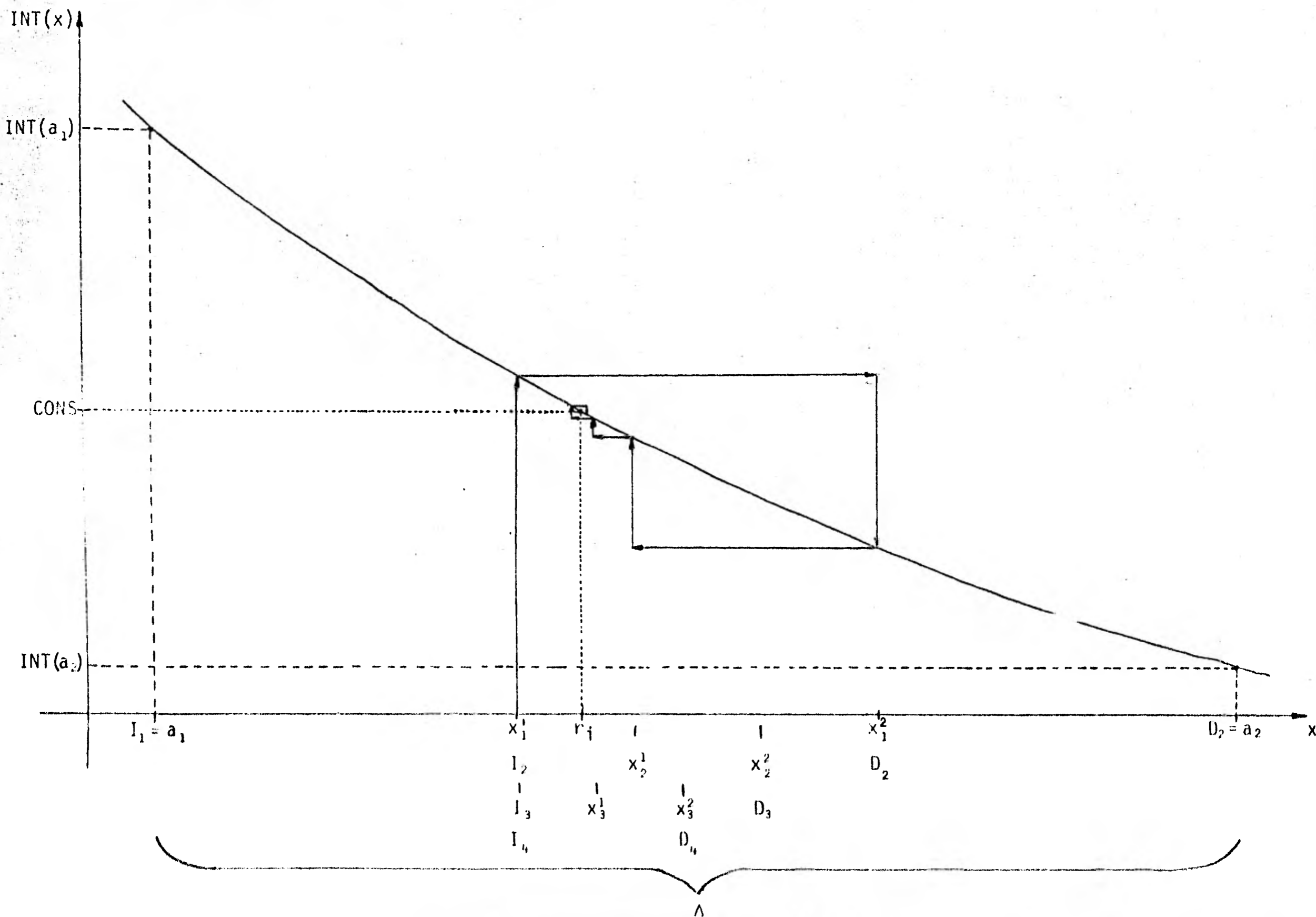
A continuación describimos el algoritmo. La primera parte -- comprende hasta el paso (2) y a partir del paso (3) se describe la -- búsqueda de Fibonacci. En la gráfica II.5 presentamos esta segunda parte.

Procedimiento: Búsqueda de r .

$$(0) \quad a = a_0, \quad \text{CONS} = \frac{Ca \cdot Qi}{Cc \cdot D}$$

(1) Calcular

$$INI(a) = \int_a^{\infty} f(x) dx$$



Gráfica II.5 Segunda parte del procedimiento "Búsqueda de r".

$$(2) \text{ Si } \text{INT}(a) = \text{CONS} , \quad r_j = a , \quad \text{ir } a \quad (10)$$

$$- \text{ Si } \text{INT}(a) > \text{CONS} \text{ e } \text{INT}(a-\Delta) > \text{CONS} , \quad a = a + \Delta , \quad \text{ir } a \quad (1)$$

$$- \text{ Si } \text{INT}(a) < \text{CONS} \text{ e } \text{INT}(a-\Delta) > \text{CONS} , \quad \text{ir } a \quad (3)$$

$$- \text{ Si } \text{INT}(a) < \text{CONS} \text{ e } \text{INT}(a+\Delta) < \text{CONS} , \quad a = a - \Delta , \quad \text{ir } a \quad (1)$$

$$- \text{ Si } \text{INT}(a) > \text{CONS} \text{ e } \text{INT}(a+\Delta) < \text{CONS} , \quad \text{ir } a \quad (3')$$

$$(3) \quad j = 1$$

$$I_j = a - \Delta$$

$$D_j = a , \quad \text{ir } a \quad (4)$$

$$(3') \quad j = 1$$

$$I_j = a$$

$$D_j = a + \Delta , \quad \text{ir } a \quad (4)$$

$$(4) \quad x_j^1 = I_j + \frac{F_{n-j}}{F_{n+2-j}} (D_j - I_j)$$

$$x_j^2 = I_j + \frac{F_{n+1-j}}{F_{n+2-j}} (D_j - I_j)$$

$$- \text{ Si } j = n-1 , \quad r_j = x_j^1 , \quad \text{ir } a \quad (10)$$

$$- \text{ Si no, } \quad \text{ir } a \quad (5)$$

$$(5) - \text{ Si } \text{INT}(x_j^1) = \text{CONS} , \quad r_j = x_j^1 , \quad \text{ir } a \quad (10)$$

- Si $\text{INT}(x_j^1) > \text{CONS}$, ir a (7)

- Si $\text{INT}(x_j^1) < \text{CONS}$, ir a (6)

(6) $j = j+1$

$$I_j = I_{j-1}$$

$$D_j = x_{j-1}^1 , \text{ ir a (4)}$$

(7) - Si $\text{INT}(x_j^2) = \text{CONS}$, $r_i = x_j$, ir a (10)

- Si $\text{INT}(x_j^2) > \text{CONS}$, ir a (8)

- Si $\text{INT}(x_j^2) < \text{CONS}$, ir a (9)

(8) $j = j+1$

$$I_j = x_{j-1}^2$$

$$D_j = D_{j-1} , \text{ ir a (4)}$$

(9) $j = j+1$

$$I_j = x_{j-1}^1$$

$$D_j = x_{j-1}^2 , \text{ ir a (4)}$$

(10) Alto

Tanto en el procedimiento principal como en la búsqueda de r evaluaremos numéricamente cada una de las integrales necesarias. En general, las integrales que se resuelven son de los tipos

$$\int_r^{\infty} f(x) dx \quad \text{ó} \quad \int_r^{\infty} (x-r) f(x) dx$$

pero, como es fácil calcularlas numéricamente de cero a r , entonces haremos uso de las relaciones

$$\int_r^{\infty} f(x) dx = 1 - \int_0^r f(x) dx \quad (\text{II.25})$$

$$\text{y} \quad \int_r^{\infty} (x-r) f(x) dx = E(x) - r - \int_0^r (x-r) f(x) dx \quad (\text{II.26})$$

ya que x toma valores mayores ó iguales a cero y $f(x)$ es una función de densidad de probabilidad. Evaluaremos estas integrales utilizando el conocido método Simpson modificado (ver capítulo 5 de [5]).

II. 5 Programa en lenguaje FORTRAN IV usado en la búsqueda de la solución óptima.

En esta sección presentaremos un diagrama que explica, de manera muy general, el procedimiento a seguir para obtener la solución óptima del problema generado por el modelo de inventarios que propone

mos, el programa para computadora utilizado y una corrida del mismo. También explicamos los cambios que se deben hacer al programa debidos tanto a la adaptación en otra máquina como a la función de densidad de probabilidad, $f(x)$, a utilizar.

El programa para computadora se elaboró en lenguaje FORTRAN IV y tiene el nombre POLITICAQR. Los cambios mencionados que se deben realizar son los siguientes:

- 1.- Apertura de archivos de lectura y/o escritura.
- 2.- Clausura de archivos de lectura y/o escritura.
- 3.- Función $f(x)$ y los cambios que ésta ocasione.

Los datos que alimentan al programa son, en el orden requerido:

ESP=1 si se conoce el valor de la esperanza $E(x)$

=0 si se desconoce

BACKOR=1 si el modelo admite retraso de ventas.

=0 si el modelo admite pérdida de ventas.

A: límite inferior de la integral con que se calcula ESPER.

B: límite superior de la integral con que se calcula ESPER.

N1: número de subintervalos del intervalo $[A,B]$ deseados en el cálculo de ESPER.

(los últimos tres datos son necesarios en caso de que se desconozca el valor de ESPER).

- ESPER: valor de la esperanza $E(x)$.
- C0: costo de elaborar una orden.
- CA: costo unitario anual de mantener una tonelada de se milla en inventario.
- Cc: costo unitario de carencia por ciclo.
- D: demanda anual esperada.
- EPSIL: valor que determina la precisión deseada en la aproximación a la solución óptima.
- N2: número de subintervalos deseados del intervalo $(A1, A2)$ en la primera parte del procedimiento "Búsqueda de r"
- DELTA: longitud deseada del intervalo $(A1, A2)$.
- N3: número deseado de subintervalos del intervalo $(A1, A2)$ en la aproximación de r con un error ET.
- ET: error admitido en la aproximación de r en la segunda parte del procedimiento "Búsqueda de r".
- N4: número de subintervalos deseados en la integral que determina el valor de $\bar{c}(r)$.
- NAUX: cantidad inicial de números de Fibonacci a calcular para determinar el número de iteraciones a realizar en el procedimiento principal.

Los resultados que se presentan son:

- Q*: valor óptimo del lote económico.
- r*: valor óptimo del punto de reorden.

$\bar{c}(r^*)$: nivel de seguridad esperado ó cantidad de carencia esperada por ciclo.

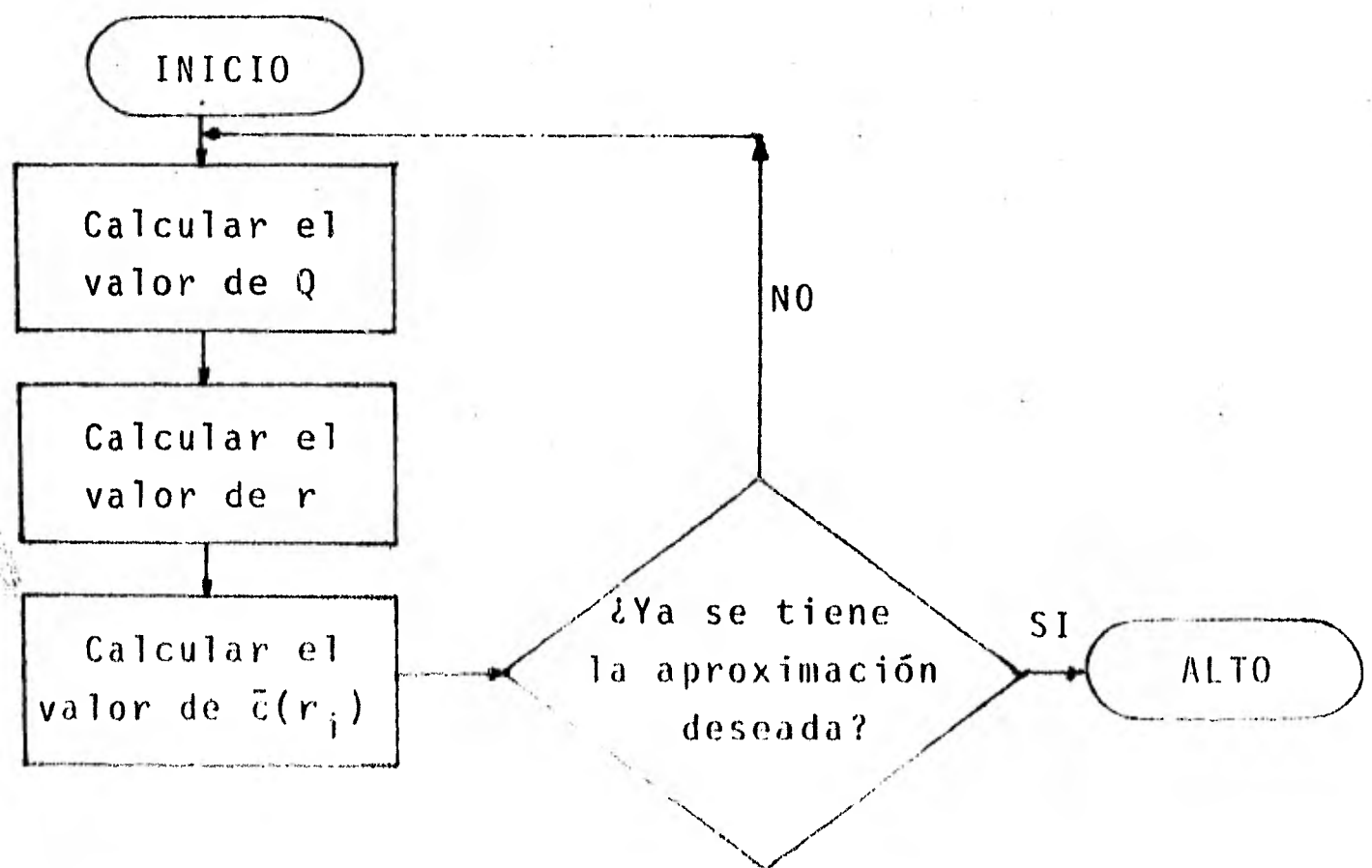
CTA: costo anual promedio debido a almacenamiento de se milla.

CTC: costo anual promedio debido a carencia de semilla.

CTO: costo anual promedio debido a elaboración de órdenes.

$CT(r^*, Q^*)$: costo total del inventario.

El procedimiento general es el siguiente:



Gráfica II.6 Diagrama del procedimiento principal.

El cálculo de Q en POLITICAQR se hace en la instrucción etiquetada con el número 41, el cálculo de r en la instrucción etiquetada con el número 42, el cálculo de $\bar{c}(r_i)$ en la instrucción etiquetada con el número 43 y la comparación para el criterio de terminación en la etiqueta 44.

Debido a que no pudimos determinar la función de densidad - de probabilidad, condicional, de la demanda durante el tiempo de envío, $g(x|t)$, necesaria para determinar la función $f(x)$ (las causas - las citaremos en el capítulo IV), para probar el funcionamiento del programa POLITICAQR tomamos el ejemplo 12.4-1 de [2], donde

$$f(x) = \frac{1}{100}, \quad 0 \leq x \leq 100$$

$$C_0 = 100$$

$$C_a = 2$$

$$C_c = 10$$

$$D = 1000$$

Los resultados que muestran en [2] son:

$$r^* = 93.61$$

$$Q^* = 319.4$$

$$CT_0 = 313.09$$

$$CT_A = 406.62$$

$$CT_C = 6.39$$

$$CT(r^*, Q^*) = 726.1$$

y se obtuvieron en 3 iteraciones con diferencia entre los dos últimos valores de Q igual a 0.00134. Los resultados que obtuvimos con el programa POLITICAQR, con el mismo error $\epsilon = 0.00134$ se lograron también - en 3 iteraciones y son:

$$\begin{aligned}r^* &= 93.6113 \\Q^* &= 319.4401 \\CTO &= 313.0477 \\CTA &= 406.6627 \\CTC &= 6.3965 \\CT(r^*, Q^*) &= 726.1068\end{aligned}$$

A continuación mostramos el programa utilizado y una corrida que muestra estos resultados.

P R O G R A M A P O L I T I C A Q R .

EN ESTE PROGRAMA SE OBTIENEN LOS VALORES OPTIMOS DE Q Y R QUE HACEN MINIMA A LA FUNCION $CT(R, Q)$ EN UN MODELO DE INVENTARIOS DONDE SE SIGUE LA POLITICA (Q, R) Y SE CONTEMPLAN LOS CASOS DE RETRASO DE VENTAS Y PERDIDA DE VENTAS. SE UTILIZA LA SIGUIENTE NOTACION:

A: LIMITE INFERIOR DE LA INTEGRAL QUE DETERMINA A ESPER.
 B: LIMITE SUPERIOR DE LA INTEGRAL QUE DETERMINA A ESPER.
 BACKOS=1 SI EL MODELO ADMITE RETRASO DE VENTAS
 #0 SI EL MODELO ES DE PERDIDA DE VENTAS
 CA: COSTO ANUAL DE MANTENER UN ARTICULO EN INVENTARIO.
 CC: COSTO DE CARENCIA DE UNA UNIDAD POR CICLO.
 CD: COSTO DE ORDENAR
 CTA: COSTO PROMEDIO ANUAL DEBIDO A ALMACENAMIENTO.
 CTC: COSTO PROMEDIO ANUAL DEBIDO A CARENCIA.
 CTD: COSTO PROMEDIO ANUAL DEBIDO A ELABORACION DE ORDENES.
 CT: COSTO TOTAL DEL SISTEMA.
 D: DEMANDA ANUAL ESPERADA.
 DE(J): VALOR DEL LIMITE SUPERIOR DEL INTERVALO QUE RESULTA DE LA J-ESIMA REDUCCION DEL INTERVALO $(A1, A2)$.
 DELTA: LONGITUD DEL INTERVALO $(A1, A2)$ QUE ACOTA A R EN LA PRIMERA PARTE DEL PROCEDIMIENTO "BUSQUEDA DE R".
 ESP=1 SE CONOCE EL VALOR DE LA ESPERANZA DE LA DEMANDA DURANTE EL TIEMPO DE ENVIO.
 #0 NO SE CONOCE EL VALOR DE LA ESPERANZA.
 ESPER: VALOR DE LA ESPERANZA.
 EPSIL: ERROR QUE DETERMINA CUANDO YA SE LLEGO A LA SOLUCION OPTIMA.
 ET: ERROR ADMITIDO EN LA APROXIMACION DE R EN LA SEGUNDA PARTE DEL PROCEDIMIENTO "BUSQUEDA DE R".
 F(X): FUNCION DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD DE LA DEMANDA X DURANTE EL TIEMPO DE ENVIO.
 FIS(J): J-ESIMO NUMERO DE FIBONACCI.
 I(J): VALOR DEL LIMITE INFERIOR DEL INTERVALO QUE RESULTA DE LA J-ESIMA REDUCCION DEL INTERVALO $(A1, A2)$.
 N1: NUMERO DE SUBINTERVALOS QUE SE DESEAN EN LA INTEGRAL QUE DETERMINA A ESPER.
 N2: NUMERO DE SUBINTERVALOS ELEGIDOS PARA LA INTEGRAL A RESOLVER PARA ACOTAR EL VALOR DE R EN CADA ITERACION.
 N3: NUMERO DE SUBINTERVALOS DEL INTERVALO $(O, B1)$ EN LA APROXIMACION DE R CON UN ERROR EPSIL.
 N4: NUMERO DE SUBINTERVALOS DESEADOS EN LA INTEGRAL QUE DETERMINA EL VALOR DE S EN CADA ITERACION.
 NAUX: CANTIDAD INICIAL DE NUMEROS DE FIBONACCI A CALCULAR PARA DETERMINAR EL VALOR DE R.
 N: NUMERO DE ITERACIONES NECESARIAS PARA OBTENER LA PRECISION ET EN LA BUSQUEDA DE R.
 RM: VALOR OPTIMO DE R.

C QI= VALOR QUE TOMA Q CUANDO R=0 EN LA ECUACION DE Q.
 C QM= VALOR QUE TOMA Q CUANDO R=0 EN LA ECUACION DE R, Y:
 C QN: VALOR OPTIMO DE Q.
 C Q(I): VECTOR QUE ALMACENA LOS DIFERENTES VALORES DE Q
 C EN CADA ITERACION I.
 C R(I): VECTOR QUE ALMACENA LOS DIFERENTES VALORES DE
 C R EN CADA ITERACION I.
 C RM: VALOR OPTIMO DE R.
 C SM: VALOR OPTIMO DE S.
 C S(I): VECTOR QUE ALMACENA LOS DIFERENTES VALORES DE S.

C ESTE PROGRAMA ESTA HECHO EN LENGUAJE FORTRAN IV PARA QUE
 C PUEBA SER EJECUTADO EN CUALQUIER COMPUTADORA CON COMPILADOR.
 C FORTRAN, LOS CAMBIOS QUE SE TIENEN QUE HACER SON:

- APERTURA DE ARCHIVOS. EN ESTE PROGRAMA UTILIZAMOS PARA ELLO LA SUBROUTINA OPEN#A.
- CLAUSURA DE ARCHIVOS. AQUI UTILIZAMOS LA SUBROUTINA CLOS#A.
- FUNCION DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD DE LA DEMANDA, F(X).

C EN ESTE PROGRAMA ESTAMOS UTILIZANDO F(X, R) EN LUGAR DE F(X)
 C PARA EFECTOS DE PODER PASAR ESTA FUNCION COMO PARAMETRO

C *****

C DIMENSION Q(100), R(100), S(100)
 C REAL Q, R, CA, CD, D, QI, QM, S, QITER, RITER, CT, CC, SUMA, RM, ESPER
 C INTEGER ITER, ESP, BACKOR, FIB(100), DELTA, AG
 C EXTERNAL F, FS
 C COMMON/BL0KA/CA, CC, D, N2, N3, BACKOR
 C COMMON/BL0KB/DELTA, ET, NAUX, FIB
 C APERTURA DE ARCHIVO DE LECTURA.
 C CALL OPEN#A(1, 'D.POLITICAGR', 12, 1)
 C APERTURA DE ARCHIVO DE ESCRITURA.
 C CALL OPEN#A(2, 'R.POLITICAGR', 12, 2)

C INICIA LECTURA DE DATOS

C WRITE(1, 1000)
 C READ(3, 1100)ESP
 C WRITE(1, 1200)
 C READ(3, 1100)BACKOR
 C IF(ESP .EQ. 1) GO TO 10
 C WRITE(1, 1300)
 C READ(3, 1400)A, B
 C WRITE(1, 1500)
 C READ(3, 1600)N1

C CALCULO DEL VALOR DE ESPER EN CASO DE
 C QUE NI SE CONOSCA SU VALOR.

C CALL ESPEN(A, B, N1, O, O, FS, ESPER)
 C GO TO 30

```

10  WRITE(1,1700)
   READ(5,1800)ESPER
20  ITER=1
   S(ITER)=0.0
   WRITE(1,1800)
   READ(5,2000)CB,CA,CC,D,EPSIL
   WRITE(1,2100)
   READ(5,1800)N2,DELTA
   WRITE(1,2200)
   READ(5,1800)N3
   READ(5,1800)ET
   WRITE(1,2300)
   READ(5,1800)N4
   WRITE(1,2400)
   READ(5,1800)NAUX
C
   WRITE(1,2500)
   READ(1,2500)AO
C
C
   TERMINA LECTURA DE DATOS
C
   WRITE(6,2500)CB,CA,CC,D,EPSIL,ET
   IF(BACKCR)40,40,30
30  Q1=SQRT(2.0*D*(CB+CC*ESPER)/CA)
   QM=CC+D/CA
C
C
   VERIFICACION DE LA CONDICION DE EXISTENCIA.
C
   IF(QM-Q1)110,40,40
40  ITER=ITER+1
C
C
   SI EXISTE SOLUCION UNICA
C
41  Q(ITER)=SQRT(2.0*D*(CB+CC*S(ITER-1))/CA)
   QITER=Q(ITER)
C
C
   CALCULO DEL VALOR DE R EN LA ACTUAL ITERACION.
C
   CALL RUMF18
   CALL CALCON(N)
42  CALL FIEBNA(N,AO,QITER,F,NITER)
   R(ITER)=RITER
C
C
   CALCULO DEL VALOR DE C(R) EN LA ACTUAL ITERACION.
C
43  CALL STPEB(CO,Q,NITER,N4,NITER,FS,SUMA)
   S(ITER)=ESPER-R(ITER)-SUMA
44  IF(ABS(R(ITER-1)-R(ITER))-EPSIL)50,50,40
50  GM=Q(ITER)
   RM=R(ITER)
   SM=S(ITER)
C
C
   COSTO PROMEDIO ALFAM DE ELABORAR ORDENES.

```



```

      CTO = CO + D / QM
C
C
C COSTO PROMEDIO ANUAL DE CARENCIA.
      CTC = CO + SK + D / QM
C
      IF(BACKGR)60, 60, 70
60  WRITE(6, 2600)
C
C COSTO PROMEDIO ANUAL DE ALMACENAMIENTO, CASO RETRASO DE VENTAS.
      CTA = CA + ( EM + QM / 2. + RM - ESPER )
      GO TO 80
70  WRITE(6, 2700)
C
C COSTO PROMEDIO ANUAL DE ALMACENAMIENTO, CASO PERDIDA DE VENTAS.
      CTA = CA + ( QM / 2. + RM - ESPER )
80  CONTINUE
C
C COSTO PROMEDIO TOTAL ANUAL DEL INVENTARIO.
      CT = CTO + CTA + CTC
C
      WRITE(6, 2800)
      DO 90 J=2, ITER
      J1 = J - 1
      WRITE(6, 2900) J1, Q(J), R(J), S(J)
90  CONTINUE
      WRITE(6, 3000) QM, RM, CTO, CTA, CTC, CT
      GO TO 100
110  WRITE(6, 3100)
C
1000  FORMAT(//, EX, 'SI SE CONOCE UNA EXPRESION PARA CALCULAR EL VALOR',
1100  1//, EX, 'DE LA ESPERANZA DE LA FUNCION F((X) TECLEAR EL NUMERO UNO,'
1200  2//, EX, 'SI NO. TECLEAR EL NUMERO CERO PARA QUE SE CALCULE')
1300  FORMAT(I1)
1400  FORMAT(//, EX, 'SI EL MODELO ACEPTA RETRASO DE VENTAS TECLEAR EL NU
1500  1//, EX, 'SI NO, TECLEAR 0')
1600  FORMAT(//, EX, 'SE VA A CALCULAR LA ESPERANZA DE F(X), DAME',
1700  1//, EX, 'LOS VALORES DE LOS LIMITE DE INTEGRACION (F6.2)')
1800  FORMAT(F6.2)
1900  FORMAT(//, EX, 'CUANTOS SUBINTERVALOS QUIERES PARA CALCULAR LA ES',
2000  1//, EX, 'PERANZA ??? QUE SEA PAR (18)')
2100  FORMAT(I3)
2200  FORMAT(//, EX, 'DAME EL VALOR DE LA ESPERANZA DE X (F10.6)')
2300  FORMAT(F10.6)
2400  FORMAT(//, EX, 'DAME LOS VALORES DE CO, CA, CC, M, EPSIL', //, EX,
2500  1//, EX, 'CON CASO F12.6 PARA TODOS LOS PARAMETROS')
2600  FORMAT(F12.6)
2700  FORMAT(//, EX, 'PARA ACOTAR EL VALOR DE R EN UN INTERVALO (A1, A2)',
2800  1//, EX, 'LONGITUD DELTA, CUANTOS SUBINTERVALOS QUIERES',
2900  2//, EX, 'Y QUE LONGITUD (13) ???')

```

```

2300  FORMAT(//,3X, 'PARA APROXIMAR EL VALOR DE R TANTO COMO SE QUIERA',
1//,3X, '(CON UN ERROR ET) DAME EL NUMERO DE SUBINTERVALOS',//,
23X, ' QUE QUIERAS (PAR IS) Y EL ERROR QUE ADMITES EN TONELADAS (FIG
3.8)')
2300  FORMAT(F10.7)
2400  FORMAT(//,3X, 'PARA CALCULAR EL VALOR DE C(R) EN CADA ',//,
13X, 'ITERACION, CUANTOS SUBINTERVALOS QUIERES (PAR IS) ???')
2450  FORMAT(//,3X, 'DAME UN VALOR AUXILIAR PARA LA CANTIDAD DE ',
1'NUMEROS',//,3X, 'DE FIBONACCI A CALCULAR (IS)')
2500  FORMAT(//,3X, '*** R E S U L T A D O S   D E   L A   P O L I',
1'Y   I   C   A   C   I   O   N   ***',//,3X, 'LOS PARAMETROS USADOS SON LOS ',
2'SIGUIENTES: ',//,6X, 'CO =',D20.8,/,6X, 'CA =',D20.8,/,6X, 'CC =',
3D20.8,/,7X, 'D =',D20.8,/,3X, 'EPSIL =',D20.8,/,6X, 'ET =',D20.8)
2500  FORMAT(//,3X, 'CASO: PERDIDA DE VENTAS',//,3X, '(C(R) REPRESENTA',
1' EL NIVEL DE SEGURIDAD)')
2700  FORMAT(//,3X, 'CASO: RETRASO DE VENTAS',//,3X, '(C(R) REPRESENTA',
1' LA CANTIDAD DE CARENCIA ESPERADA POR CICLO)')
2800  FORMAT(//,3X, 'RESULTADO POR ITERACION: ',//,3X,55(' '),
1/,3X, ': ',3X, ': ',15X, ': ',15X, ': ',15X, ': ',//,3X,
2' ITER:      0      :      R      :      C(R)      : ',
3/,3X, ': ',3X, ': ',15X, ': ',15X, ': ',15X, ': ',//,3X,55(' '))
2800  FORMAT(3X, ': ',5X, ': ',15X, ': ',15X, ': ',15X, ': ',//,3X,
1' : ',13,2X, ': ',3(F12.6,3X, ': '),/,3X, ': ',5X, ': ',15X, ': ',
215X, ': ',15X, ': ',//,3X,55(' '))
3000  FORMAT(//,5X, 'LOS NIVELES OPTIMOS PARA EL CONTROL DE INVENTARIOS
1 SON: ',//,32X, 'G =',F12.4,/,32X, 'R =',F12.4,///,5X, 'CON LOS ',
2'SIGUIENTES COSTOS PROMEDIOS ANUALES: ',///,5X, 'ELABORACION DE ',
3'ORDENES      CTO =',F12.4,/,13X, 'ALMACENAMIENTO      CTA =',F12.4,
4//,15X, 'CARENCIA      CTC =',F12.4,///,22X, 'TOTAL      CT =',F12.4)
3100  FORMAT(//,5X, 'NO HAY SOLUCION UNICA')
3200  FORMAT(//,5X, 'DAME EL VALOR DE AO PARA LA BUSQUEDA DE FIBONACCI',
1' (IS)',//)
3300  FORMAT(13)
120  CONTINUE
C      CIERRE DE ARCHIVOS DE LECTURA Y ESCRITURA.
      CALL CLOSE#A(1)
      CALL CLOSE#A(2)
      STOP
      END
C
C
C      *****
REAL FUNCTION F(X,R)
      F = 1. / 100.
      RETURN
      END
C
C
C      *****
REAL FUNCTION FS(X,R)
      REAL X,R
      FS = (X+R) * F(X,R)
      RETURN

```

END

SUBROUTINE FIBOMA(N, A, QITER, F, RITER)

PROCESAMIENTO: BUSQUEDA DE R.

AGUI SE CALCULA EL VALOR DE R EN CADA ITERACION, HACIENDO ESTO EN DOS PARTES. EN LA PRIMERA SE ACOTA SU VALOR EN UN INTERVALO DE LONGITUD DELTA Y EN EL SEGUNDO SE REDUCE CON UN ERROR ET. EN LA PRIMERA PARTE PROPONEMOS UN VALOR AO ARBITRARIO AL QUE INCREMENTAREMOS O DECREMENTAREMOS EN UNA CANTIDAD DELTA, SEGUN SI INT(R) ES MAYOR O MENOR QUE CONS.

INICIA LA PRIMERA PARTE.

DIMENSION X1(100), X2(100)
 REAL QITER, RITER, CONS, X1, LIMSUP
 REAL XG, SUMA, CA, CC, D, LOINT, I(100), DE(100)
 INTEGER BACKOR, FIS(100), DELTA, A
 COMMON/BLOCKA/CA, CC, D, N2, N3, BACKOR
 COMMON/BLOCKB/DELTA, ET, NAUX, FIS
 IF (BACKOR) 10, 10, 20

10 CONS = CA * QITER / (CC * D + CA * QITER)

GO TO 30

20 CONS = CA * QITER / (CC * D)

30 CONTINUE

LIMSUP = A

CALL SIMPEN(O, O, LIMSUP, N2, O, O, F, SUMA)

IF (1.0 - SUMA - CONS) 36, 35, 37

35 RITER = A

GO TO 150

36 CONTINUE

A = A - DELTA

LIMSUP = A

CALL SIMPEN(O, O, LIMSUP, N2, O, O, F, SUMA)

IF (1.0 - SUMA) .LT. CONS) GO TO 36

GO TO 36

37 CONTINUE

A = A + DELTA

LIMSUP = A

CALL SIMPEN(O, O, LIMSUP, N2, O, O, F, SUMA)

IF (1.0 - SUMA) .GT. CONS) GO TO 37

FIN DE LA PRIMERA PARTE.

INICIA LA SEGUNDA PARTE.

45 J = 1

I(J) = A - DELTA

DE(J) = A

GO TO 50

```

45 J = 1
   I(J) = A
   DE(J) = A + DELTA
50 LGINT = DE(J) - I(J)
   X1(J) = I(J) + FIB(N-1-J) * LGINT / FIB(N-1+2-J)
   X2(J) = I(J) + FIB(N-1+1-J) * LGINT / FIB(N-1+2-J)
   IF( J .LT. (N-1) ) GO TO 60
   RIVER = X1(J-1)
   GO TO 150
60 LINSUP = X1(J)
   CALL SIMPEN(O. O, LINSUP, N3, O. O, F, SUMA)
   IF( 1.0 - SUMA - CONS )80,70,90
70 RIVER = X1(J)
   GO TO 150
80 J = J + 1
   I(J) = I(J-1)
   DE(J) = X1(J-1)
   GO TO 50
90 LINSUP = X2(J)
   CALL SIMPEN(O. O, LINSUP, N3, O. O, F, SUMA)
   IF( 1.0 - SUMA - CONS )120,100,110
100 RIVER = X2(J)
   GO TO 150
110 J = J + 1
   I(J) = X2(J-1)
   DE(J) = DE(J-1)
   GO TO 50
120 J = J + 1
   I(J) = X1(J-1)
   DE(J) = X2(J-1)
   GO TO 40
150 CONTINUE
   RETURN
   END

```

```

*****

```

```

SUBROUTINE CALCUR(N)

```

```

EN ESTA SUBROUTINA SE CALCULA EL VALOR DE N, QUE DETERMINA
EL NUMERO DE REDUCCIONES DEL INTERVALO DE LONGITUD DELTA
QUE SON NECESARIAS PARA APROXIMAR EL VALOR DE R CON UN
ERROR EN LA ACTUAL ITERACION.

```

```

   INTEGER FIB(100), DELTA
   COMMON/ELCKB/DELTA, ET, NAUX, FIB
30 IF( ET .GE. DELTA ) GO TO 20
   CYE1 = ET / DELTA
   I = 1
10 I = I + 1
   IF( I .LE. NAUX ) GO TO 15
   WRITE(1,100)NAUX
   READ(1,110)NAUX

```

```

CALL NUMFIB
I = I - 1
GO TO 10
15 CTE2 = 1.0 / FIB(I)
IF( CTE1 .LE. CTE2 ) GO TO 10
N = I - 1
GO TO 100
20 CONTINUE
WRITE(1,1000)ET, DELTA
READ(1,1100)ET, DELTA
GO TO 20
1000 FORMAT(/,10X, '*** ERROR EN LOS VALORES DE ET Y DELTA ***',
1/1,10X, 'ET DEBE SER MENOR QUE DELTA, SUS ACTUALES VALORES SON : ',
2/1,10X, 'ET = ',F11.5, /,15X, 'DELTA = ',F11.5, /,10X,
3'DARLES NUEVOS VALORES ( UNO POR RENGLON ) CON CAMPO F11.5')
1100 FORMAT(F11.5)
1200 FORMAT(/,10X, 'DAR UN NUMERO MAYOR DE ',I3, ' A NAUX (I3)')
1300 FORMAT(I3)
100 CONTINUE
RETURN
END

```

```

*****

```

```

SUBROUTINE NUMFIB

```

```

EN ESTA SUBROUTINA SE CALCULAN LOS NUMEROS DE FIBONACCI.

```

```

INTEGER FIB(100), DELTA
COMMON/BLK2B/DELTA, ET, NAUX, FIB
FIB(1) = 0
FIB(2) = 1
N = NAUX + 2
DO 10 K = 3, N
    FIB(K) = FIB(K-1) + FIB(K-2)
10 CONTINUE
RETURN
END

```

```

*****

```

```

SUBROUTINE SIGENCA, B, M, R, FOR, DTSIM)

```

```

PROCEDIMIENTO INTEGRAL.

```

```

EL INTEGRADOR UTILIZADO ES EL EIMPSOM MODIFICADO.
SE REQUIERE QUE EL NUMERO DE SUBINTERVALOS DEL
INTERVALO (A, B) SEA PAR, O BIEN, QUE EL NUMERO
DE PUNTOS X0, X1, ..., XN QUE DIVIDE A DICHO IN-
TERVALO DE INTEGRACION SEA IMPAR.

```

```

INTEGER I, J, M
REAL A, B, H, XI, XJ, R

```

```
REAL SUMA1, SUMA2, INTSIN
H = (B - A) / N
SUMA1 = 0.0
N1 = N - 1
DO 100 I=1, N1
XI = A + I * H
100 SUMA1 = SUMA1 + FUN(XI, R)
SUMA2 = 0.0
DO 200 J=3, N1
XI = A + (J + 0.5) * H
200 SUMA2 = SUMA2 + FUN(XJ, R)
INTSIN = H * (FUN(A, R) + FUN(B, R) + 2. * SUMA1 + 4. * SUMA2) / 6.
RETURN
END
```

*** RESULTADOS DE LA POLITICA (G, R) ***

LOS PARAMETROS USADOS SON LOS SIGUIENTES:

CD = 0.10000000D 03
 CA = 0.20000000D 01
 CC = 0.10000000D 02
 D = 0.10000000D 04
 EPSIL = 0.13400000D-02
 ET = 0.99999997D-05

CASO: RETRASO DE VENTAS

(C(R) REPRESENTA LA CANTIDAD DE CARENCIA ESPERADA POR CICLO)

RESULTADOS POR ITERACION:

ITER:	Q	R	C(R)
1	316.227722	93.675552	0.200249
2	319.378235	93.612534	0.204201
3	319.440125	93.611298	0.204330

LOS NIVELES OPTIMOS PARA EL CONTROL DE INVENTARIOS SON:

Q = 319.4401

R = 93.6113

CON LOS SIGUIENTES COSTOS PROMEDIOS ANUALES:

ELABORACION DE ORDENES CTO = 313.0477

ALMACENAMIENTO CTA = 406.6627

CARENCIA CTC = 6.3945

TOTAL CT = 726.1068

CAPITULO III

DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DEL MODELO

En este capítulo determinaremos los tres costos unitarios empleados en (II.14) y (II.14'), el costo unitario de ordenar, el costo unitario de almacenamiento y el costo unitario de carencia. Debido a la escasez de información adecuada, tuvimos que hacer una serie de aproximaciones que nos impidieron estimar estos costos -- con una buena precisión.

En la sección III.1 determinaremos el costo en que se incurre al elaborar una orden de semilla para los casos: compra de semilla a CONASUPO y compra de semilla a mercado libre.

En la sección III.2 estimaremos el costo de mantener una tonelada de semilla en inventario durante un año, también para los dos casos de compra de semilla.

En la sección III.3 calcularemos el costo unitario en que se incurre por no tener existencias de semilla cuando se demanda al almacén. Este costo unitario es independiente de la opción de compra, pero si depende del caso permitido: retraso de ventas ó pérdida de ventas.

III.1 El costo unitario de ordenar.

Este costo es el que se ocasiona cada vez que se solicita una orden de semilla a los proveedores. Aquí se representan algunos costos como son la actualización de registros, costos por procesar una orden en los diferentes departamentos de la empresa, que debe incluir costos de papelería, porteo, sueldos y teléfono. Aquí también se consideran unos costos variables, que dependen de la cantidad ordenada, como son costos de recepción, en donde se debe incluir un costo de análisis de calidad de la semilla, un costo de descarga de la semilla, la papelería necesaria en esta parte. También aquí se debe incluir el costo de transporte cuando la compra de semilla se hace a mercado libre. En algunos casos también se considera el costo de los artículos como parte del costo de ordenar, pero en nuestro caso, veremos que no es necesario incluirlo.

Los costos enunciados se pueden dividir en costos constantes, es decir, que no dependen de la cantidad ordenada y costos variables, que dependen de la cantidad ordenada. Los costos constantes incluyen papelería, porteo, teléfono y sueldos y los costos variables incluyen análisis de calidad, descarga, una parte de papelería y según sea el caso, transporte.

Como el modelo que proponemos supone que el costo de ordenar

es independiente del tamaño de la orden, determinaremos el costo variable por tonelada y lo sumaremos al costo unitario de la semilla. En el departamento de Contabilidad de Costos de ICONSA manejan el término "costo estándar de la semilla", que representa el costo unitario de la semilla puesto en la planta. Cuando la compra se hace a CONASUPO, se compra a un precio estándar, es decir, CONASUPO entrega la semilla en la planta. Cuando la compra se hace a mercado libre, para obtener el costo estándar es necesario agregar al precio de garantía de la semilla el costo unitario de transporte y el costo unitario de almacenamiento fuera de la planta (en la sección --- III.2.1 determinaremos este último costo). Si al costo estándar le agregamos la parte variable del costo unitario de ordenar obtendremos el costo unitario de la semilla puesta en el inventario, es decir, lista para salir a producción cuando se requiera.

Como mencionamos en el capítulo I, se usan indistintamente tres tipos de semillas oleaginosas: Soya, Cártamo y Girasol. Como no se diferencia su uso y su costo unitario es diferente, obtendremos un costo unitario promedio, ponderado de acuerdo a la cantidad que se compre de cada tipo y trabajaremos con él.

Sean CST, CCT y CGT los costos unitarios estándar para la semilla de Soya, Cártamo y Girasol, respectivamente; TAS, TAC y TAG las toneladas anuales de semilla de Soya, Cártamo y Girasol, res

pectivamente, que se planea moler; $D = TAS + TAC + TAG$ la demanda anual esperada de semilla, entonces

$$CPS = \frac{CST \times TAS + CCT \times TAC + CGT \times TAG}{D} \quad (III.1)$$

es el costo promedio estándar que utilizamos por tonelada de semilla.

Si denotamos con Co la parte constante del costo unitario de ordenar, con Cv la parte variable por tonelada del mismo costo y con C el costo promedio de la semilla puesta en la bodega de la planta, es decir, en el inventario, entonces $C = CPS + Cv$ y el costo incurrido por una orden de Q toneladas será

$$Co + C \times Q$$

por la expresión (II.1), el costo anual de ordenar será

$$Co \frac{D}{Q} + C \times D$$

Como $C \times D$ es constante y el mínimo de la suma de una constante y una función es igual a la suma de la constante y el mínimo de la función, entonces no consideraremos el costo de la semilla en la función a minimizar. Por lo tanto, el costo unitario de ordenar lo notaremos sólo con Co .

En la sección III.1.1 calcularemos la parte variable del costo de ordenar, Cv , y en la sección III.1.2 describiremos los procedi-

mientos que definen la parte constante C_0 , para las dos opciones -- existentes en la compra de semilla: compra a CONASUPO y compra a -- mercado libre.

III.1.1 La parte variable.

En esta sección calcularemos la parte variable del costo unitario de ordenar, que será agregada al costo estándar de la semilla y, para la opción compra a mercado libre, estimaremos el costo de transporte por tonelada.

a) El costo de transporte

Esta parte variable es aplicable al costo unitario de la semilla sólo cuando se hace la compra a mercado libre, ya que en este caso ICONSA paga el transporte. Cuando la compra se hace a CONASUPO, el costo que se paga por tonelada ya incluye el costo de transporte hasta la planta.

El costo de transportar una tonelada de semilla, en camión - ó en tren, desde una población hasta la planta de Tultitlán, depende de la distancia existente entre los dos puntos. Como existen diversas poblaciones de donde envían semilla a la planta y cada una envía diferentes cantidades, determinaremos un costo promedio, ponderado de -

acuerdo a las cantidades enviadas por cada población. Para ello utilizaremos información de 1979 y 1980 proporcionada por la planta y por el departamento de Compra de Materia Prima, referente a cantidades enviadas de diferentes estados y tarifas de ferrocarril por tonelada. En esta información no se especifican las cantidades que se envían en camión ó en ferrocarril. Debido a esto, aproximaremos el costo de acuerdo a porcentajes de utilización de camión y ferrocarril para 1979, proporcionadas en el departamento de Tráfico y Embarques de la planta.

Para calcular la tarifa de transporte en camión por tonelada, en el departamento de Compra de Materia Prima utilizan la siguiente expresión:

$$T = F + V \cdot d \quad (III.2)$$

donde

T: tarifa por tonelada

F: costo fijo

V: costo variable

d: distancia

Existen diferentes clases según lo que se desea transportar. En la tabla III.1 presentamos los costos fijos y variables correspondientes a cada clase vigentes para 1980 (tomados del diario oficial).

TABLA III.1 Costos fijos y variables por clase y por tonelada.

Clase	Costo fijo por tonelada (\$/ton.)	Costo variable por tonelada (\$/ton.x Km)
1a.	126.15	0.76
2a.	126.15	0.59
3a.	126.15	0.43
4a.	126.15	0.38
5a.	126.15	0.35

Las semillas oleaginosas las clasifican en la 5a. clase.

Para determinar el costo promedio de transporte por tonelada, supongámos que existen n poblaciones que envían semilla a la planta. Sean d_i y NT_i la distancia en kilómetros de la población i a la planta y el número de toneladas que envía la misma población a la planta, respectivamente, $i = \overline{1, n}$, entonces el costo promedio de transportar una tonelada de semilla de la población i a la planta se determina a partir de la expresión:

$$CT_i = PUF \times CTF_i + PUC \times CTC_i \quad (III.3)$$

donde CTF_i y CTC_i son los costos de transporte por toneladas en furgón y camión, respectivamente, de la población i a la planta, mostrados en la tabla III.2 y PUF y PUC son los porcentajes de utilización de furgón y camión, respectivamente, para el transporte de se-

TABLA III.2 Costos de transporte por tonelada de diversas poblaciones a la planta.

Población	d_i (Kms.)	CTF_i (\$/ton.)	$CTC_i \frac{1/}{}$ (\$/ton.)	P_i	$CT_i \frac{2/}{}$ (\$/ton.)
Bamboá, Sin.	1547	413.10	667.60	0.034	500.65
La Cruz, Sin.	1278	356.80	573.45	0.021	431.33
Flores, Sin.	928	379.30	450.95	0.012	403.95
Obispo, Sin.	1329	368.05	591.30	0.010	444.85
Vitaruto, Sin.	1426	363.75	625.25	0.028	453.71
Guamuchil, Sin.	1509	401.85	654.30	0.188	488.69
Mochis, Sin.	1651	431.60	704.00	0.019	525.31
Naranjo, Sin.	1564	420.15	673.55	0.014	507.32
Fonseca, Sin.	1550	413.10	668.65	0.091	501.01
El Mante, Tams.	625	271.10	344.90	0.260	296.49
González, Tams.	700	272.20	371.15	0.111	306.24
Manuel, Tams.	689	272.20	367.30	0.083	304.91
Cuauhtémoc, Tams.	650	272.20	353.65	0.053	300.22
Cruz, Tams.	637	271.10	349.10	0.045	297.93
Victoria, Tams.	671	272.20	361.00	0.016	302.75
Ramírez, Tams.	663	272.20	358.20	0.011	301.78
Rosita, Tams.	642	271.10	350.85	0.001	298.53
Acaponeta, Nay.	940	379.30	455.15	0.002	405.39
Ebano, S.L.P.	514	244.25	306.05	0.002	265.51

1/ Calculado con la expresión III.2

milla durante 1979, proporcionados en el departamento de Tráfico y-Embarques de la planta.

Finalmente, el costo promedio ponderado de transporte por tonelada se puede determinar mediante la expresión

$$CTP = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \times CT_i}{D} \quad (III.4)$$

donde

$$P_i = \frac{NT_i}{D} \quad y \quad D = \sum_{i=1}^n NT_i, \quad \text{por lo tanto}$$

$$CTP = 378.14$$

b) El costo de descarga

Cada vez que llega semilla a la planta se incurre en un costo de descarga de la misma, causado por la energía eléctrica y la mano de obra necesarias para ello. Para la estimación de esta componente de la parte variable del costo unitario de ordenar, es necesario tener conocimiento de algunos costos unitarios (por tonelada), ya -- que se desconoce esta componente. Los costos referidos son:

- Costo de descarga debido a energía eléctrica (CDEE)
- Costo por consumo de un kilowatt-hora (CKWH)
- Tiempo de descarga de una tonelada de semilla para furgones y camiones (TDF y TDC)

- Kilowatts instalados en la bodega, ocupados para la descarga de semilla de furgones y camiones (KWF y KWC)
- Porcentaje de utilización de furgones y camiones (PUF y PUC)
- Costo por desembarque debido a mano de obra (CDMO)
 - Sueldo por hora a los descargadores (SHD)
 - Número de personas empleadas en la descarga (NPD)

En el departamento de Contabilidad de Costos dieron el dato CKWH = \$0.92 y la información restante en diferentes departamentos de la planta.

Para determinar tiempos promedio de descarga para furgones y camiones, los encargados del departamento de Producción tomaron muestras, obteniendo un promedio de 40.5 toneladas de semilla por hora para furgones y 45 toneladas por hora para camiones. Según esto, los tiempos de descarga por tonelada de semilla son

TDF = 0.02469 hrs. y TDC = 0.02222 hrs.

También se proporcionaron datos sobre las cargas instaladas en las bodegas de la planta para el sistema de recepción de semilla tanto para furgones como para camiones, éstos se muestran en la tabla III.3.

TABLA III.3 Relación de carga instalada para el sistema de recepción de semilla a través de furgones y camiones

Descripción del tipo de motor	Utilización (Furgón y/o Camión)	K W ^{1/}
Motor No.1, transportador gusano sur	Furgón y Camión	35.3958
Motor No.2, transportador gusano norte	Furgón y Camión	35.3958
Motor No.3, elevador de canjilones	Furgón y Camión	14.1583
Motor No.4, transportador gusano subterráneo	Furgón y Camión	9.6277
Motor No.5, transportador gusano	Camión	9.2029
Motor No.6, transportador gusano subterráneo tolva	Camión	9.2029
Motor No.7, transportador gusano de descarga	Furgón	9.6277
Motor No.8, pala descargadora	Furgón	9.6277
Motor para la bomba de la rampa No. 1	Camión	21.5206
Motor para la bomba de la rampa No. 2	Camión	21.5206
Motor para ventilador (4)	Ventilación	62.1283

1/ Con un factor de potencia del 95%

Para la descarga de semilla de furgones no se utiliza el motor número uno y para camión no se utiliza ni éste ni el motor - de la bomba de rampa número dos, entonces

$$KWF = 78.4372 \text{ Kw} \quad \text{y} \quad KWC = 99.1082 \text{ Kw}$$

cuyos costos de utilización por hora son

$$CKWH \times KWF \text{ \$/hr.} \quad \text{y} \quad CKWH \times KWC \text{ \$/hr.}$$

y como se conocen los tiempos promedio de descarga de una tonelada - de semilla, los costos por desembarcar dicha tonelada son, para cada caso:

$$TDF \times CKWH \times KWF \quad \text{para furgón y}$$

$$TDC \times CKWH \times KWC \quad \text{para camión}$$

pero como los furgones y camiones se utilizarán en ciertos porcentajes, un costo promedio de descarga, debido a energía eléctrica está dado por la expresión:

$$CDEE = CKWH \times (PUF \times TDF \times KWF + PUC \times TDC \times KWC)$$

que nos da el valor

$$CDEE = \$1.8657$$

El costo de descarga por tonelada debido a mano de obra se puede determinar en base a los sueldos y número de personas empleadas en las descarga para furgón y para camión. Según los datos, se

utilizan dos personas para descarga de furgón y una para descarga de camión cuyo sueldo por hora es de \$20.375 (principios de 1980), entonces, el costo de descarga de la semilla por tonelada, debido a mano de obra es

$$\text{CDMO} = \text{SHD} \times (\text{PUF} \times \text{TDF} + 2 \times \text{PUC} \times \text{TDC})$$

es decir

$$\text{CDMO} = \$0.641$$

finalmente el costo total de descarga por tonelada está dado por

$$\text{CD} = \text{CDEE} + \text{CDMO}$$

y es

$$\text{CD} = \$2.5067$$

c) El costo debido al análisis de calidad

Cada vez que se recibe semilla en la planta de Tultitlán se hace un análisis de calidad para comprobar si esta reúne los requisitos establecidos en el contrato de compra-venta. Para hacer el análisis se toman algunas muestras de semilla extraídas del furgón o camión. Para la determinación del costo se requieren los siguientes datos:

- Costo del muestreo (CMUES)
- Sueldo por hora al muestreador (SHMUES)

- Tiempo aproximado que tardan en tomar la muestra en horas (TM)
- Costo del análisis (CAN)
- Sueldo promedio por hora a analistas y auxiliares (SHAN)
- Tiempo de análisis (TAN)

Según información recabada, el sueldo por hora a muestreadores es de \$20.375 y el tiempo promedio en que se realizan los muestreos es de 15 minutos, entonces, el costo de un muestreo se encuentra mediante la expresión:

$$CMUES = SHMUES \times TTM$$

El sueldo promedio por hora a analistas y auxiliares es --- \$21.85 y el análisis de cada muestra se hace en 15 minutos, entonces

$$CAN = SHAN \times TAN$$

El costo del análisis de cada muestra está dado por la suma

$$CMUES + CAN = \$10.5563$$

Si las capacidades promedio de carga para furgones y caniones CPF = 51.57 CPC = 14.34, respectivamente, (cantidades proporcionadas en el departamento de Control de Producción de la planta), un

costo promedio por tonelada debido al análisis de calidad está dado por

$$CAC = \frac{CMUES + CAN}{PUF \times CPF + PUC \times CPC}$$

y es, en nuestro caso

$$CAC = \$0.2724$$

Se hace este cociente para obtener el costo por tonelada - debido a que se toma una muestra de semilla y se analiza por cada - camión ó furgón que llegue a la planta y entonces se debe obtener - una capacidad promedio de acuerdo a los promedios de utilización de cada tipo de transporte.

d) El costo de papelería.

Al igual que en el análisis de calidad, cada vez que llega un furgón ó camión a la planta, se elaboran ciertas formas de recepción y se utilizan tickets de control, esto hace que se incurra en un costo variable de papelería y mano de obra (de las personas que llenan las formas y los tickets). Para determinar este costo por tonelada es necesario conocer

- Costo unitario de las formas (CF)
- Costo por llenar una forma:
 - Sueldo promedio por hora de las personas que la llenan en el departamento de Control de Producción. (SPHCP)

- Tiempo que tardan en llenarlas en el departamento de Control de Producción (TLLCP)
- Sueldo promedio por hora de las personas que la llenan en el departamento de Control de Calidad (SHCC)
- Tiempo que tardan en llenarlas en el departamento de Control de Calidad (TLLCC)
- Costo unitario de los tickets (CTI)

Para el departamento de Control de Producción de la planta se sabe que

$$\text{SPHCP} = \$50.00 \quad \text{y} \quad \text{TLLCP} = 0.25 \text{ hrs.}$$

para el departamento de Control de Calidad

$$\text{SPHCC} = \$27.10 \quad \text{y} \quad \text{TLLCC} = 0.25 \text{ hrs.}$$

además

$$\text{CF} = 3.14 \quad \text{y} \quad \text{CTI} = 0.32$$

entonces, el costo debido a papelería por tonelada está dado por

$$\text{CVP} = \frac{\text{SPHCP} \times \text{TLLCP} + \text{SPHCC} \times \text{TLLCC} + \text{CF} + \text{CTI}}{\text{PUF} \times \text{CPF} + \text{PUC} \times \text{CPC}}$$

y es

$$\text{CVP} = \$0.5856$$

Entonces, la parte variable del costo unitario de ordenar se obtiene con la suma

$$C_v = CD + CAC + CVP \quad (\text{III.5})$$

la cual, según nuestros datos es

$$C_v = \$3.3647$$

y este costo agregado al costo estándar de la semilla nos da el costo unitario de la semilla puesta en la bodega de la planta, es decir,

$$C = CPS + C_v \quad (\text{III.6})$$

III.1.2 La parte constante

Esta parte constante es la que usaremos como costo unitario de ordenar. Es preciso distinguir esta parte del costo para -- las dos opciones de compra de semilla: compra a CONASUPO y compra a mercado libre, ya que debido a las diferencias que existen en estos procedimientos, los costos respectivos son diferentes. A continuación describiremos los procedimientos que se siguen para la compra de semilla.

a) Compra a CONASUPO

- (1) El departamento de Compra de Materias Primas de ICONSA consulta a CONASUPO la posibilidad de satisfacer re -- querimientos de semilla.

- (2) CONASUPO responde afirmativamente al departamento --
Compra de Materias Primas.
- (3) Este departamento envía solicitud de venta en original y copias 1 y 2 a CONASUPO, junto con original y copias 2,3,4 y 5 de carta de compra y original y copias 1,2 y 4 de pagaré. Las copias 3 de solicitud de venta, 1 carta de compra y 3 de pagaré las envía al departamento de Tesorería. También envía información por escrito de la compra realizada y posibles fechas de entrega a los departamentos de Tráfico y Embarques y Control de Producción de la planta.
- (4) El departamento de Tesorería informa de la documentación recibida al departamento de Contabilidad.
- (5) CONASUPO analiza la carta de compra:
 - Si acepta las condiciones de compra elabora orden de entrega y la envía al departamento de Compra de Materia Prima y entrega la semilla en lugares y fechas acordados. La semilla va amparada con un talón de embarque ó comprobante de transporte.
 - Si no acepta las condiciones envía modificaciones al departamento de Compra de Materia Prima.
- (6) El departamento de Compra de Materia Prima informa sobre las compras de semilla a la Secretaría de Programación y Presupuesto. Si existen modificaciones a la

carta de compra debidas a cambios en el precio de la semilla ó forma de pago, avisa al departamento de Tesorería; si los cambios son en tiempos de entrega, - envía original de memorando al departamento Control de Producción de la planta, copia 1 al departamento de Tesorería y copia 2 a Tráfico y Embarques de la - planta.

- (7) Cuando llega la semilla a la planta, el departamento de Tráfico y Embarques avisa al departamento Control de Producción y éste informa al departamento de Control de Calidad de la planta.
- (8) El departamento de Control de Calidad toma muestras de la semilla y la analiza e informa de los resultados al departamento de Control de Producción.
- (9) Si los resultados no son satisfactorios se informa a los departamentos Compra de Materia Prima y Tráfico y Embarques para que se adopten las medidas pertinentes. Si los resultados son satisfactorios elabora orden de entrada al almacén e informe de la semilla recibida, enviando original de la orden al departamento de Procesamiento de Datos, copia 2 a la Superin--tendencia correspondiente y guarda copia 1 para control interno. Envía original del informe al departamento de Tesorería, copia 1 a Tráfico y Embarques, -

copia 2 a Compra de Materia Prima y conserva copia 3 para control interno.

- (10) El departamento de Tesorería verifica y compara las especificaciones. Si no hay diferencias observa que se realice liquidación correcta y comprueba saldos.

b) Compra a mercado libre

- (1) El departamento Compra de Materia Prima de ICONSA - consulta a CONASUPO la posibilidad de satisfacer requerimientos de semilla.
- (2) CONASUPO responde negativamente al departamento Compra de Materia Prima.
- (3) Compra de Materia Prima pide aprobación a la Gerencia de Producción para hacer compras a mercado libre.
- (4) La Gerencia de Producción expone la petición de compra a la Gerencia General.
- (5) La Gerencia General acepta y avisa a la Gerencia de Producción.
- (6) La Gerencia de Producción informa aceptación de compra a mercado libre.
- (7) Compra de Materia Prima realiza trámites de compra. Elabora pedido ó contrato y envía original al intermediario ó productor, da copia 1 a comprador de ICONSA,

copia 2 a Tesorería, copia 3 a Contabilidad, copia 4 a Tráfico y Embarques en la planta, copia 5 a Gerencia de la planta y copia 6 la conserva para control interno.

- (8) El intermediario ó productor, entrega la semila en el lugar establecido. Elabora factura.
- (9) El comprador de ICONSA solicita autorización a la Gerencia de Producción sobre contrato de compra. Elabora relación de la materia prima que envía a la planta, envía original al departamento de Control de Producción de la planta, copia 1 a la Contraloría de la planta, copia 2 a Tráfico y Embarques en la planta, copia 3 a Compra de Materia Prima y conserva la copia 4.
- (10) La Gerencia de Producción estudia contrato de compra y da respuesta al comprador de ICONSA.
- (11) El comprador de ICONSA envía documentación comprobatoria a Tesorería.
- (12) Tesorería envía originales de documentación comprobatoria a Contabilidad.
- (13) Contabilidad envía originales de documentación comprobatoria a la Gerencia de la planta.
- (14) Tesorería, al revisar el contrato de compra, según la forma de pago:

- Si es por orden de pago realiza los trámites necesarios con el banco.
- Si es con carta de crédito elabora y envía solicitud de crédito comercial al banco.

(15) El banco, si así se estipula, remite al documentación original como comprobante de pago al departamento de Tesorería.

(16) Tesorería envía documentación original a Contabilidad.

El procedimiento completo se realiza una sola vez, al iniciar la compra, pero algunos pasos se realizan al elaborar las órdenes. En el departamento de Contabilidad de Costos estimaron un costo unitario promedio de ordenar de \$840.00 para el caso de compra a CONASUPO y de \$1,420.00 para compra a mercado libre.

Cabe hacer la aclaración que el costo en el segundo caso es mayor debido a que se comisiona a una persona para que realice la -- compra directa a los productores y se cubren sus gastos mientras realiza la operación.

Entonces

Co = \$840.00

cuando la compra de semilla se hace a CONASUPO, y

Co = \$1,420.00

cuando la compra se hace a mercado libre.

III.2 El costo unitario de almacenamiento.

En este costo se deben representar aquellos costos que se originan por mantener una tonelada almacenada, ya sea en la bodega de la planta de ICONSA ó en alguna bodega ajena. También aquí es preciso diferenciar el caso de compra de semilla a CONASUPO y a -- mercado libre, ya que en el primer caso el costo de almacenamiento fuera de la planta va incluido en el precio de la semilla y sólo se incurrirá en un costo por este concepto dentro de la planta, y en el segundo caso, se genera este costo dentro y fuera de la planta.

Si para el caso de compra de semilla a mercado libre determinamos el costo unitario de almacenamiento fuera de la planta y, junto con el costo unitario de transporte determinado en la sección anterior, lo agregamos al precio de garantía, obtendremos el costo unitario estándar y entonces ya se puede dar el mismo tratamiento a los dos casos para determinar el costo de almacenamiento unitario dentro de la planta. Esta parte la estimaremos en la sección III.2.1.

Las componentes que consideramos del costo unitario de almacenamiento dentro de la planta son: costo unitario de seguro dentro de la planta, costo unitario de merma, costo de operación en la bodega de la planta como energía eléctrica y mano de obra y, final-

mente, un costo muy importante que no aparece en los estados de -- cuenta de la empresa, el costo de oportunidad, que representa la ganancia que se deja de obtener para cada peso invertido en la semilla almacenada y que está dado por la máxima tasa de rendimiento que la empresa puede obtener de inversiones alternativas.

Como una aproximación, supondremos que todas estas componentes del costo buscado son directamente proporcionales al inventario físico y al tiempo. Esto no es del todo cierto, ya que el -- costo de operación en la bodega varía en forma un tanto diferente.

En la sección III.2.2 a III.2.5 determinaremos estos costos componentes para que, sumados, nos den el costo unitario de almacenamiento al año y podamos hacer uso de las expresiones (II.10) y (II.10').

III.2.1 El costo unitario de almacenamiento fuera de la planta.

Aquí presentaremos una estimación del costo unitario de almacenamiento, que puede parecer muy burda, pero que, dada la nula -- información al respecto, puede servir al menos para darnos una idea de la magnitud del costo. Esta estimación la hicimos tomando como -- base la información de 1979 a la que pudimos tener acceso.

El plan de compra de semilla fué de 110,000 a 120,000 toneladas y la cantidad que se pagó por almacenamiento en bodegas ajenas fué cercano a 6.2 millones de pesos. Si el costo de almacenamiento por tonelada fué \$14.71 mensual, esto implicaría que el tiempo promedio de almacenamiento fluctuó entre 3.5 y 3.8 meses. Esto hace que el costo unitario de almacenamiento fuera de ICONSA, CAF, varíe entre \$51.50 y \$55.90 al año.

Como decíamos en párrafos anteriores, este costo unitario más el costo unitario de transporte, determinado en la sección III.1, agregados al precio de garantía que se paga por la semilla nos da su costo estándar. Entonces, la cantidad que tenemos que agregar al precio de garantía es

CTP + CAF

que varía entre \$429.64 y \$434.04. Por lo tanto, si denotamos con PGS, PGC y PGG los precios unitarios de garantía para semilla de Soya, Cártamo y Girasol, respectivamente, sus costos estándar correspondientes serán:

$$CST = PGS + CTP + CAF \quad (III.12)$$

$$CCT = PGC + CTP + CAF \quad (III.13)$$

$$CGT = PGG + CTP + CAF \quad (III.14)$$

III.2.2 El costo unitario del seguro en almacenamiento.

ICONSA tiene contratado con la compañía "Aseguradora Mexicana" un seguro contra incendio llamado "Por declaración", en donde la prima se paga de acuerdo a las existencias mensuales que se tienen en inventario. Esas existencias las clasifican en cuatro diferentes grupos, según su clase (materia prima ó producto terminado) y las condiciones de almacenamiento (en bodegas ó al aire libre). El grupo correspondiente en nuestro caso es "materia prima en bodega" y se paga una cuota anual de 1.028%. La prima devengada que se paga por mantener determinada cantidad durante un cierto número de días al año se encuentra a partir de la expresión

$$PD = \frac{BASE \times CUOTA \times NDIAS}{365} \quad (III.15)$$

donde

PD: prima devengada

BASE: la cantidad de dinero a la cual se le aplica la cuota mencionada, y es el mínimo entre la responsabilidad máxima y el monto de la cantidad declarada.

NDIAS: número de días que la mercancía declarada permanece almacenada (en nuestro caso serán 365 días).

CUOTA: 1.028 %

Lo que paga la compañía es una prima neta, que a partir del

primero de enero de 1980 se calcula como

$$PN = PD + \text{DERPOL} - \text{COMIS} + \text{IVA}$$

donde

DERPOL: representa el pago que se debe hacer por derechos de póliza y se determina de acuerdo a una tabla de rangos de responsabilidades máximas. La responsabilidad máxima es 173.5 millones de pesos, la cual hace que el derecho de póliza sea \$250.00,

COMIS: representa la comisión que se le pagaría al agente; como ICONSA trabaja sin agente, esa parte se bonifica (30% de la prima devengada),

IVA: es el impuesto al valor agragado (10% de la suma $PD + \text{DERPOL} - \text{COMIS}$),

entonces

$$PN = PD = 250 - (0.30) \times PD \times 1.1$$

es decir

$$PN = 0.77 \times PD + 275$$

Como es preciso encontrar un valor para la prima neta anual por tonelada, se encontrará un valor aproximado para la prima devengada anual por tonelada y para el derecho de póliza por tonelada.

Para hacer ésto, se tomará como base para la prima devengada el costo estándar promedio de la semilla, CTP. Entonces la prima devengada por tonelada es

$$PDTON = CPS \times 0.01028 \quad (III.16)$$

y una aproximación al derecho de póliza por tonelada se encuentra mediante la expresión

$$DERPTO = \frac{DERPOL}{RM/CPS}$$

que es equivalente a

$$DERPTO = \frac{DERPOL}{RM} \times CPS \quad (III.17)$$

donde RM es la responsabilidad máxima. Finalmente, la prima neta anual por tonelada será

$$PNT = 0.77 \times PDTON + 1.10 \times DERPTO$$

Expresada de otra manera tenemos

$$PNT = 0.007917 \times CPS \quad (III.18)$$

III.2.3 El costo unitario de la merma.

Este costo representa la pérdida que sufre la empresa por el daño de cualquier tipo que pueda sufrir la semilla mientras se encuentra almacenada. En nuestro caso, la semilla sufre un proceso de combustión debido a la presión ejercida por ella misma y al calor existente en la bodega que la contiene.

En el departamento de Control de Producción de la planta, basándose en la experiencia adquirida, proporcionaron el dato de 0.1 % de merma mensual, lo cual significa que la merma anual por tonelada es

$$\text{CMT} = 0.012 \times \text{CPS} \quad (\text{III.19})$$

III.2.4 El costo unitario debido a operación en la bodega.

Para evitar una mayor merma debida a la combustión de la semilla, se trata de evitar altas temperaturas dentro de la bodega donde ésta se almacena y constante presión entre la propia semilla. Para lograrlo utilizan dos procedimientos: ventilación de la bodega y recirculación de la semilla cada determinado tiempo. Estos dos mecanismos producen costos a la empresa, debidos a la energía eléctrica y a la mano de obra utilizadas.

La parte correspondiente a ventilación no la consideraremos por ser constante, ya que, según información proporcionada en el departamento de Control de Producción de la planta, se estima que en promedio los ventiladores se utilizan 12 horas al día durante todo el año, es decir el costo asociado a esta parte es el costo de operar los ventiladores durante 4380 horas al año, lo cual no depende de la cantidad de semilla que se encuentre almacenada.

En el departamento de Control de Producción de la planta tomaron tiempos de recirculación de la semilla y esto permitió obtener un promedio de 260 toneladas en 12 horas, utilizando para ello 4 motores, dos con una carga de 14,1583 kilowatts-hora cada uno y dos con 35.3958 kilowatts-hora cada uno, y doce personas turnándose de cuatro en cuatro en intervalos de 3 horas, cuyo sueldo a principios de 1980 era \$20.375.

Si denotamos con KWR los kilowatts instalados para la recirculación de la semilla y con TRT el tiempo de recirculación de una tonelada de semilla, la parte del costo por recircular una tonelada una vez, debido al uso de energía eléctrica lo da la expresión

$$CKWH \times KWR \times TRT$$

La recirculación se realiza regularmente cada mes, entonces, el costo anual debido a energía eléctrica, por recircular una-

tonelada de semilla, está dado por

$$CREE = CKWH \times KWR \times TRT \times 12 \quad (III.20)$$

es decir,

$$CREE = \$50.4994$$

(CKWH la definimos en la sección III.1.1)

Si en doce horas se recirculan 260 toneladas y se ocupan - mano de obra de doce personas durante tres horas cada una, es decir, 36 horas-hombre por 260 toneladas, entonces, se ocupan 36/260 horas-hombre por recircular una tonelada de semilla una vez, entonces, el costo anual debido a mano de obra, por recircular una tonelada de - semilla está dado por

$$CRMO = 20.375 \times 36 \times 12/260 = \$33.8538$$

Finalmente, el costo unitario debido a operación en la bodega lo encontramos con la expresión

$$COB = CREE + CRMO \quad (III.21)$$

y es

$$COB = \$84.3532$$

III.2.5 El costo de oportunidad

Este costo representa la ganancia que se deja de obtener - por cada peso invertido en la semilla almacenada, considerando que ese peso puede redituar utilidades si se invierte en otra actividad. Esta utilidad está representada por la máxima tasa de rendimiento -- que la empresa puede obtener de inversiones alternativas. Como este dato no aparece en los estados de cuenta de la empresa se consultó en los departamentos de Contabilidad y Tesorería de ICONSA, donde - proporcionaron una tasa de rendimiento anual, i , del 17% (principios de 1980), entonces, el costo unitario de oportunidad, anual, está -- dado por

$$CUO = i \times CPS \quad (III.22)$$

Por (III.15), (III.16), (III.18) y (III.19), el costo unitario de almacenamiento está dado por la expresión

$$CA = PNT + CMT + COB + CUO \quad (III.23)$$

haciendo la suma indicada obtenemos

$$CA = 0.1899 \times CPS + 84.3532$$

Según los precios y los porcentajes de uso para cada tipo de semilla durante 1979, el costo promedio por tonelada de semilla

fué

CPS = \$6,317.75

entonces

CA = \$1,284.94

III.3 El costo unitario de carencia

Este costo se origina cuando se demanda semilla al inventario y éste carece de ella. Regularmente es necesario distinguir este costo para los casos retraso de ventas y pérdida de ventas.

En el caso pérdida de ventas es necesario considerar costos como: pérdida potencial de las ganancias que se obtendrían al realizar las ventas demandadas, pérdida de buena fé de parte de los clientes, es decir, pérdida de futuras compras debido a pérdida de clientes, costo por reiniciar la línea de producción, entre otros.

En el caso retraso de ventas se dejan de considerar los -- costos ocasionados por la pérdida potencial de ganancias y por la pérdida de buena fé, pero se considera un costo ocasionado por con seguir el producto demandado, que puede ser la diferencia entre el costo original de la semilla y el "costo de urgencia" de la misma.

Nuestro caso de estudio es un tanto especial porque ICONSA sólo distribuye sus productos a organismos públicos como DICONSA, IMEPCSA, etc. y a empleados de empresas gubernamentales. Esto nos permite pensar en considerar solamente el caso retraso de ventas, ya que aquí no se presenta la pérdida de buena fé. Sin embargo, como uno de los objetivos de ICONSA es coadyuvar a que los consumido

res obtengan productos a bajos precios y esto no lo lograría cuando carece de materia prima, es necesario representar esta "no ayuda" con algún costo. El costo que encontramos conveniente fué la pérdida potencial de las ganancias que se obtendrían de los productos y subproductos resultantes durante el proceso de producción del aceite. Además de éste costo, consideraremos solamente los costos fijos de producción, ya que no existen datos para determinar el costo de reinicio de la línea de producción y el "costo de urgencia" de la semilla.

Estimaremos el costo promedio asociado a cada tonelada de semilla demandada y no satisfecha, para que al multiplicarlo por la cantidad de carencia esperada por ciclo nos de el costo anual debido a carencia de semilla.

En la sección III.1 determinaremos el costo debido a la pérdida potencial de ingresos, que lo representaremos con la utilidad bruta de todos los productos y subproductos que resulten en el proceso de una tonelada de semilla y en la sección III.3.2 determinaremos el costo fijo de producción por tonelada.

III.3.1 Utilidad bruta por tonelada

Para determinarla, seguiremos paso a paso el proceso de producción del aceite para los tres tipos de semilla utilizados.

Nos ayudaremos de las gráficas III.1, III.2 y III.3, que muestran dicho proceso para Soya, Cártamo y Girasol, respectivamente.

Los productos que pueden proporcionar alguna utilidad son pasta molida y jabón suave y los productos son los aceites terminados de cada tipo. Para poder determinar la utilidad bruta que produce una tonelada, es necesario conocer los siguientes datos:

- (a) factor de rendimiento,
- (b) costo variable de producción,
- (c) costo fijo de producción y
- (d) costo de producción estándar

en todos los pasos del proceso productivo, para cada tipo de semilla. Estos datos los mostramos en las tablas III.4, III.5 y III.6 para Soya, Cártamo y Girasol, respectivamente. Además, requerimos conocer los precios de venta de los productos y subproductos susceptibles de venderse y los porcentajes de producción de cada tipo de aceite, ya que la utilidad bruta la obtenemos a partir de la siguiente expresión:

$$\text{Utilidad bruta} = \text{Precio de Venta} - \text{Costo de Producción Estándar}$$

Cabe hacer la aclaración de que a partir de 1979 había ordenes de producir sólo aceite Alianza. Este es una mezcla de los tres tipos de aceite que aquí tratamos. Los porcentajes que se usaron --

para ese año fueron 58.80 para Soya, 8.23 para Cártamo y 32.97 - para Girasol.

En base a los datos de las tablas mencionadas y siguiendo el proceso productivo del aceite terminado para cada tipo de semilla, determinaremos la cantidad de aceite, pasta molida y jabón -- suave que se obtiene por tonelada de semilla que se muele, para obtener su respectiva utilidad bruta y así determinar la utilidad -- bruta por tonelada de semilla.

Como podemos observar en las gráficas III.2 y III.3, el proceso productivo es idéntico para la semilla de Cártamo y la de Girasol, debido a ésto detallaremos el seguimiento del proceso de la semilla de Soya y de Cártamo solamente.

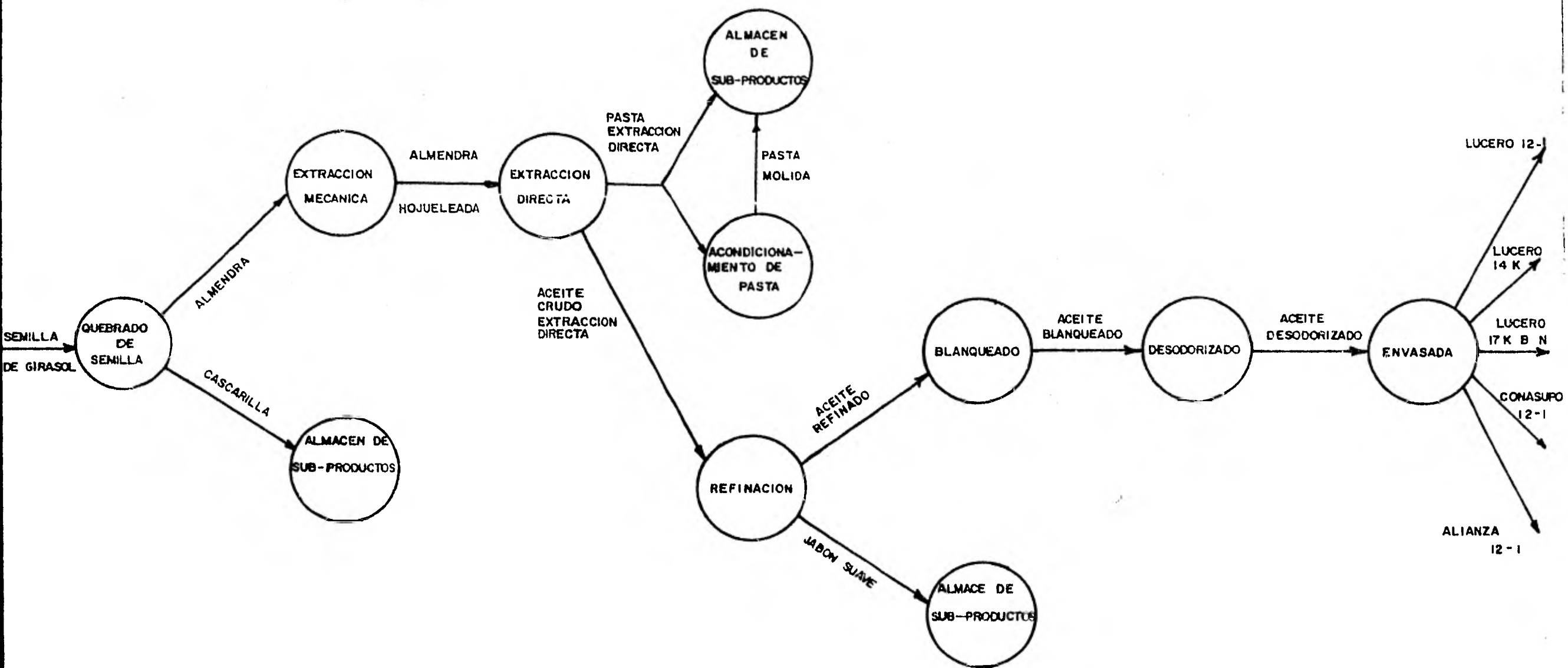
a) Proceso productivo del aceite de Soya

Si llevamos una tonelada neta de semilla al centro llamado preparación de semilla obtendremos

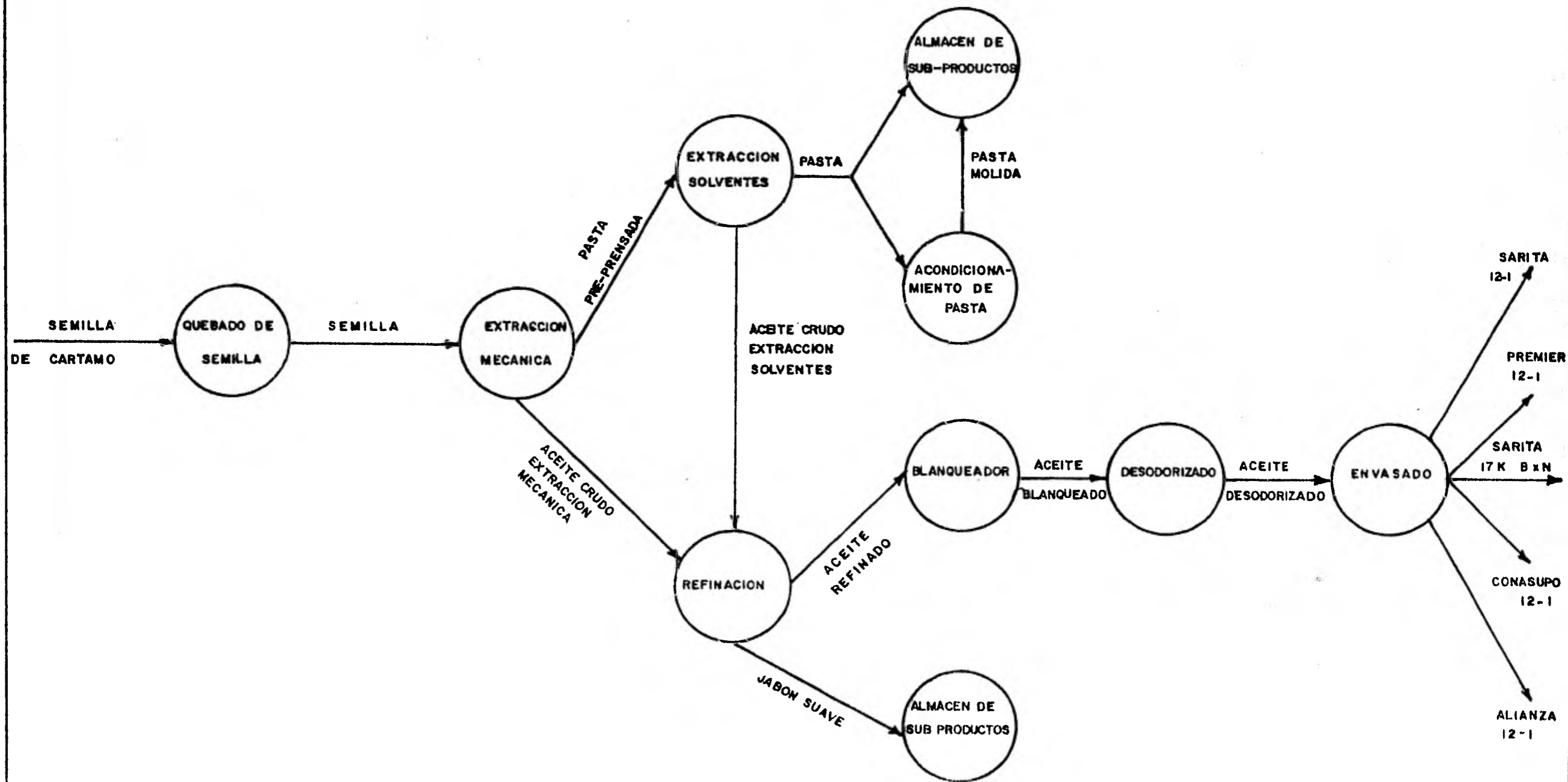
$$\frac{1000}{FR(1)} = CP(1) \text{ Kg. de almendra de Soya}$$

$$\frac{1000}{FR(2)} = CP(2) \text{ Kg. de cascarilla}$$

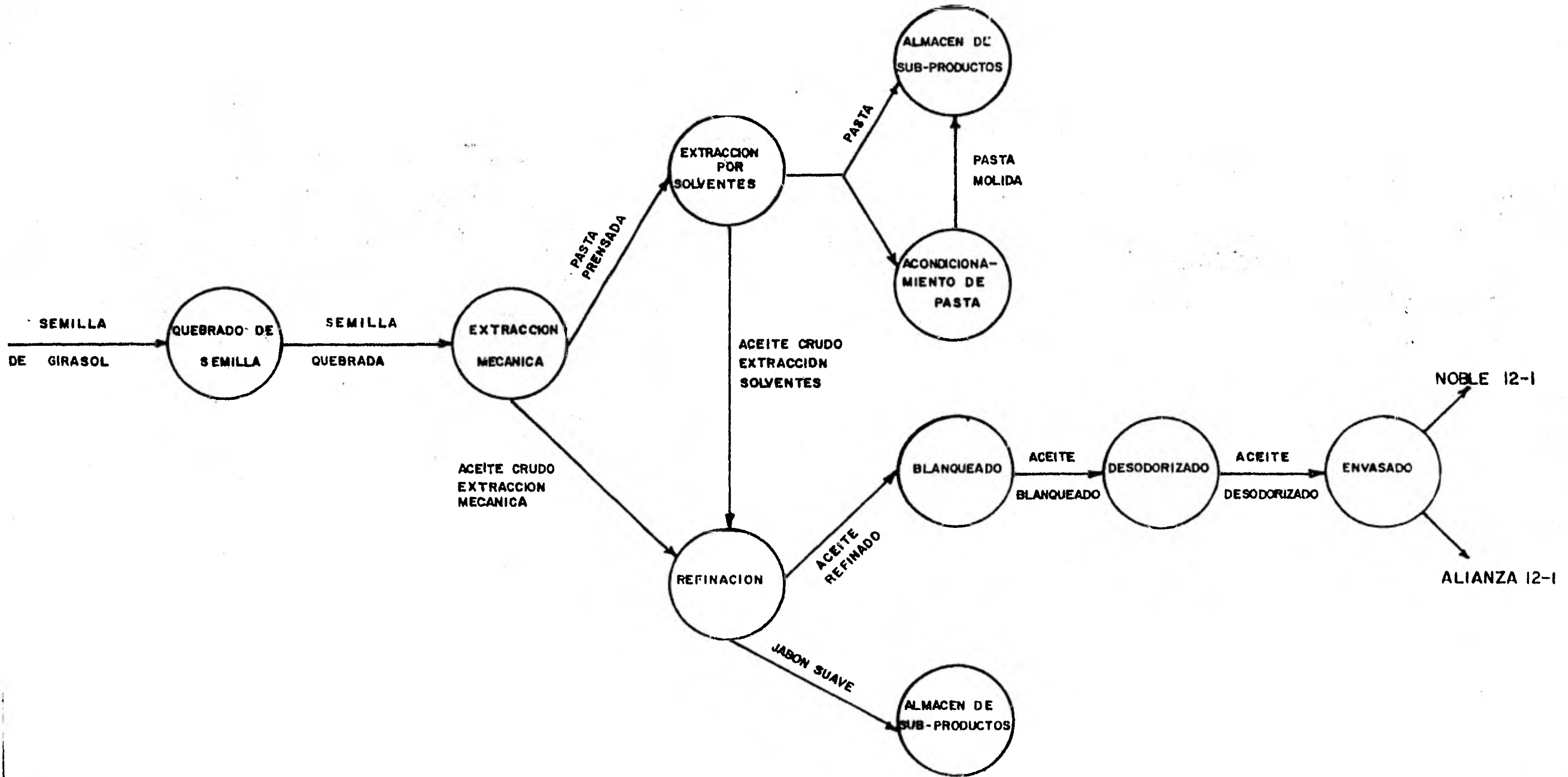
Al llevar la almendra de Soya al centro de extracción me-



GRAFICA III. 1 PROCESO PRODUCTIVO DEL ACEITE DE SOYA



GRAFICA III. 2 PROCESO PRODUCTIVO DEL ACEITE DE CARTAMO



GRAFICA III.3 PROCESO PRODUCTIVO DEL ACEITE DE GIRASOL

cánica se producen:

$$\frac{CP(1)}{FR(3)} = CP(3) \quad \text{Kg. de almendra hojueleada}$$

la almendra hojueleada se lleva al centro de extracción directa y se obtienen

$$\frac{CP(3)}{FR(4)} = CP(4) \quad \text{Kg. de aceite crudo}$$

y

$$\frac{CP(3)}{FR(5)} = CP(5) \quad \text{Kg. de pasta de Soya}$$

La pasta se lleva al centro de acondicionamiento de pasta para obtener:

$$\frac{CP(5)}{FR(6)} = CP(6) \quad \text{Kg. de pasta molida}$$

los CP(4) Kg. de aceite crudo obtenidos van al centro de refinación y se obtienen

$$\frac{CP(4)}{FR(7)} = CP(7) \quad \text{Kg. de aceite refinado}$$

y

$$\frac{CP(4)}{FR(8)} = CP(8) \quad \text{Kg. de jabón suave.}$$

Del aceite refinado se obtienen

$$\frac{CP(8)}{FR(9)} = CP(9) \quad \text{Kg. de aceite blanqueado}$$

cuando pasa por el centro de blanqueo y éste, al pasar por el centro de desodorización produce

$$\frac{CP(9)}{FR(10)} = CP(10) \quad \text{Kg. de aceite desodorizado.}$$

Finalmente, cuando el aceite desodorizado se lleva al centro de envasado se puede obtener aceite terminado de Soya en cuatro presentaciones y/o aceite Alianza (en un porcentaje de 58.8, según información proporcionada en el departamento de Costos).

- P1 x CP(11) Cajas de aceite Lucero 12-1
- P2 x CP(12) Latas de aceite Lucero 14-K
- P3 x CP(13) Latas de aceite Lucero 17-K B x N
- P4 x CP(14) Cajas de aceite CONASUP0 12-1
- P5 x CP(10) Kg. de aceite desodorizado de Soya para el aceite Alianza

donde

$$CP(i) = \frac{CP(10)}{FR(i)}, \quad i = 11, 12, 13, 14$$

es el número de unidades (cajas ó latas) de aceite terminado de --

Soya por tonelada si únicamente se produjera el tipo i, P1, P2, - P3, P4 y P5 son los porcentajes de producción destinados al aceite Lucero 12-1, Lucero 14 K, Lucero 14 K B x N, CONASUPO 12-1 y Alianza 12-1, respectivamente, con

$$\sum_{j=1}^5 P_j = 1$$

Si en 1979 se produjo sólo aceite Alianza 12-1, entonces $P_5 = 100\%$ y, por lo tanto, $CP(10) = 192.777417$ Kg.

b) Proceso productivo del aceite de Cártamo

Una tonelada de semilla en el centro de costos de preparación de semilla produce:

$$\frac{1000}{FR(5)} = CP(15) \quad \text{Kg. de semilla quebrada}$$

al llevar la semilla quebrada al centro de extracción mecánica se producen

$$\frac{CP(15)}{FR(17)} = CP(17) \quad \text{Kg. de aceite crudo}$$

y

$$\frac{CP(15)}{FR(16)} = CP(16) \quad \text{Kg. de pasta pre-prensada,}$$

que al pasar por el centro de extracción por solventes producen

$$\frac{CP(16)}{FR(20)} = CP(20) \quad \text{Kg. de aceite crudo}$$

y

$$\frac{CP(16)}{FR(18)} = CP(18) \quad \text{Kg. de pasta}$$

la pasta pasa por el centro de costos de acondicionamiento de pasta y se obtienen

$$\frac{CP(18)}{FR(19)} = CP(19) \quad \text{Kg. de pasta molida.}$$

El aceite crudo obtenido por extracción mecánica más el aceite crudo obtenido por extracción por solventes da un total de - CP(17) + CP(20) Kg. que al pasar por el centro de refinación dan un total de:

$$\frac{CP(17) + CP(20)}{FR(21)} = CP(21) \quad \text{Kg. de aceite refinado}$$

y

$$\frac{CP(17) + CP(20)}{FR(22)} = CP(22) \quad \text{Kg. de jabón suave.}$$

Al entrar el aceite refinado al centro de blanqueo, se obtiene un total de:

$$\frac{CP(22)}{FR(23)} = CP(23) \quad \text{Kg. de aceite blanqueado}$$

cuando el aceite blanqueado pasa al centro de desodorización se obtienen

$$\frac{CP(23)}{FR(24)} = CP(24) \quad \text{Kg. de aceite desodorizado.}$$

Y finalmente, cuando va al centro de envasado, se obtiene el aceite terminado, también en cuatro presentaciones y/o aceite - Alianza (con un porcentaje de 8.23, de cártamo) en las siguientes cantidades:

P6 x CP(25) Cajas de aceite Sarita 12-1
 P7 x CP(26) Cajas de aceite CONASUPO 12-1
 P8 x CP(27) Cajas de aceite Premier 12-1
 P9 x CP(28) Latas de aceite Sarita 17-K B x N
 P10 x CP(24) Kg. de aceite desodorizado de Cártamo para
 el aceite Alianza

donde

$$CP(i) = \frac{CP(24)}{FR(i)}, \quad i = 25, 26, 27, 28$$

es el número de unidades (cajas ó latas) de aceite terminado de -
Cártamo por tonelada si sólo se produjera el tipo i, P6, P7, P8, P9
y P10 son los porcentajes de producción destinados al aceite Luce
ro 12-1, Lucero 14 K B x N, CONASUPO 12 x 1 y Alianza 12-1, res-
pectivamente con

$$\sum_{j=6}^{10} P_j = 1$$

Para 1979 P10 = 100% y, por lo tanto, CP(24) = 365.524111-
Kg.

Análogamente, para eceite de girasol se producirán:

P11 x CP(39) Cajas de aceite Noble 12-1 y

P12 x CP(38) Kg. de aceite desodorizado de Girasol para
el aceite Alianza 12-1 (con un porcentaje-
de 32.97, de Girasol),

donde

$$CP(39) = \frac{CP(38)}{FR(39)}$$

es el número de cajas de aceite terminado de Girasol por tonelada -
si sólo se produjera el producto 39, P11 y P12 son los porcentajes
de producción destinados al aceite Noble 12-1 y Alianza 12-1, res--

pectivamente, con

$$P11 + P12 = 1$$

Como sólo se produjo aceite Alianza en 1979, $P12 = 100\%$ y, por lo tanto

$$CP(38) = 413.728365$$

además

$$CP(41) = \frac{CP(40)}{FR(41)},$$

donde $CP(40)$ lo calculamos de la siguiente manera: con los datos - obtenidos antes, podemos determinar los factores de conversión de - toneladas de semilla a toneladas de aceite blanqueado de Soya (FBS), Cártamo (FBC) y Girasol (FBG).

Estos factores multiplicados por el número de toneladas de semilla de cada tipo proporcionan el número de toneladas de aceite blanqueado de cada tipo de semilla, donde:

$$FTSTBS = CP(9) / 1000 = 0.193162972$$

$$FTSTBC = CP(10) / 1000 = 0.366255159$$

$$FTSTBG = CP(37) / 1000 = 0.413811111$$

entonces, un factor de conversión promedio, ponderado, de toneladas

de semilla mixta a toneladas de aceite blanqueado mixto en los porcentajes W1, W2 y W3 para Soya, Cártamo y Girasol, respectivamente, está dado por

$$FBM = W1 \times FBS + W2 \times FBC + W3 \times FBG \quad (III.24)$$

y es $FBM + 0.28015613$ para los porcentajes $W1 = 58.8\%$, $W2 = 8.23\%$ y $W3 = 32.97\%$, de donde $FBM \times 1000$ es el número de kilos de aceite -- blanqueado mixto que se obtiene de una tonelada mixta de semilla -- (según los porcentajes indicados) y, por lo tanto:

$$CP(40) = \frac{280.15613}{FR(40)}$$

es decir,

$$CP(40) = 279.596993$$

Entonces,

$$CP(41) = 25.519982$$

En los siguientes párrafos determinaremos las otras seis cantidades no presentadas en la tabla III.6.

El costo de producción estándar (CPE) está formado por la

TABLA III.4 Datos relacionados con costo de producción y cantidad producida para aceite terminado de Soya

INDICE	P R O D U C T O	PRODUCTO UTILIZADO COMO MATERIA PRIMA (SOYA)	FACTOR DE RENDIMIENTO MATERIA PRIMA (FR)	CANTIDAD PRODUCIDA DEL PRODUCTO (CP)	COSTO UNITARIO DE PRODUCCION		COSTO UNITARIO DE PRODUCCION ESTANDAR (CPE)
					VARIABLE (CVP)	FIJO (CFP)	
1	Almendra de Soya	Semilla de Soya	1.0411	960.522524	6.716877	0.052017	6.768894
2	Cascarilla de Soya a granel	Semilla de Soya	32.3792	30.884024	1.409079	0.009785	1.418864
3	Almendra hojueleada de Soya	Almendra de Soya	1.0005	960.042503	6.742838	0.127229	6.870067
4	Aceite crudo de Soya (ext. directa)	Almendra hojueleada Soya	4.7571	201.913461	12.435810	0.450045	12.885855
5	Pasta de Soya (ext. directa)	Almendra hojueleada Soya	1.2662	758.207631	5.276298	0.182670	5.458968
6	Pasta molida de Soya	Pasta de Soya (ext. directa)	1.0000	758.207631	4.814409	0.269793	5.084202
7	Aceite refinado de Soya	Aceite crudo de Soya	1.0436	193.477628	12.886929	0.711093	13.598022
8	Jabón suave de Soya	Aceite crudo de Soya	33.4672	6.033175	4.550300	0.244383	4.794683
9	Aceite blanqueado de Soya	Aceite refinado de Soya	1.0016	193.162970	12.917553	0.614423	13.531976
10	Aceite desodorizado de Soya	Aceite blanqueado de Soya	1.0020	192.777417	13.011875	0.953069	13.964944
11	Aceite Lucero 12-1	Aceite desodorizado de Soya	10.9560	17.595602	177.016521	13.629977	190.646498
12	Aceite Lucero 14-K	Aceite desodorizado de Soya	12.8300	15.025520	196.986106	15.990697	212.976803
13	Aceite Lucero 17-K BxN	Aceite desodorizado de Soya	15.5210	12.420425	232.180674	18.646712	250.827386
14	Aceite CONASUPO 12-1	Aceite desodorizado de Soya	10.9560	17.595602	177.016521	13.629977	190.646498

TABLA III.5 Datos relacionados con costo de producción y cantidad producida para aceite terminado de Cártamo

INDICE	P R O D U C T O	PRODUCTO UTILIZADO COMO MATERIA PRIMA (CARTAMO)	FACTOR DE RENDIMIENTO MATERIA PRIMA (FR)	CANTIDAD PRODUCIDA DEL PRODUCTO (CP)	COSTO UNITARIO DE PRODUCCION		COSTO UNITARIO DE PRODUCCION ESTANDAR (CPE)
					VARIABLE (CVP)	FIJO (CFP)	
15	Semilla quebrada de Cártamo	Semilla de Cártamo	1.0054	994.629003	6.913612	0.044938	6.958550
16	Pasta pre-prensada de Cártamo	Semilla quebrada de Cártamo	1.0077	766.455269	4.400216	0.067612	4.468028
17	Aceite crudo de Cártamo (ext. mecánica)	Semilla quebrada de Cártamo	4.3774	227.219126	15.610218	0.240570	15.850789
18	Pasta de Cártamo	Pasta pre-prensada Cártamo	1.2463	614.984570	1.664139	0.091267	1.749397
19	Pasta molida de Cártamo	Pasta de Cártamo	1.0000	614.984570	1.532472	0.250194	1.782666
20	Aceite crudo de cártamo (ext. solventes)	Pasta pre-prensada Cártamo	5.0597	151.482354	15.839400	0.824901	16.664301
21	Aceite refinado de Cártamo	Aceite crudo de Cártamo	1.0323	366.852155	16.123967	0.730643	16.854610
22	Jabón suave de Cártamo	Aceite crudo de Cártamo	43.3311	8.739715	5.114389	0.231758	5.346147
23	Aceite blanqueado de Cártamo	Aceite refinado de Cártamo	1.0016	366.255159	16.165877	0.833605	16.999482
24	Aceite desodorizado de Cártamo	Aceite blanqueado de Cártamo	1.0020	365.524111	16.266960	1.001510	17.268470
25	Aceite Sarita 12-1	Aceite desodorizado de Cártamo	10.9560	33.362916	196.515412	15.153405	211.668817
26	Aceite CONASUPO 12-1	Aceite desodorizado de Cártamo	10.9560	33.362916	196.515412	15.153405	211.668817
27	Aceite Premier 12-1	Aceite desodorizado de Cártamo	10.9560	33.362916	196.515412	13.766907	210.282310
28	Aceite Sarita 17-K BxN	Aceite desodorizado de Cártamo	15.5210	23.550294	282.950866	22.682765	305.633631

TABLA III.6 Datos relacionados con costo de producción y cantidad producida para aceite terminado de Girasol

INDICE	P R O D U C T O	PRODUCTO UTILIZADO COMO MATERIA PRIMA (GIRASOL)	FACTOR DE RENDIMIENTO MATERIA PRIMA (FR)	CANTIDAD PRODUCIDA DEL PRODUCTO (CP)	COSTO UNITARIO DE PRODUCCION		COSTO UNITARIO DE PRODUCCION ESTANDAR (CPE)
					VARIABLE (CVP)	FIJO (CFP)	
29	Semilla quebrada de Girasol	Semilla de Girasol	1.0057	994.332306	7.212291	0.049671	7.261962
30	Pasta pre-prensada de Girasol	Semilla quebrada de Girasol	1.2796	777.064947	5.371629	0.087736	5.459365
31	Aceite crudo de Girasol (ext. mecánica)	Semilla quebrada de Girasol	4.6000	216.159197	14.069667	0.229804	14.299471
32	Pasta de Girasol	Pasta pre-prensada Girasol	1.3854	560.895732	2.089820	0.090651	2.180471
33	Pasta molida de Girasol	Pasta de Girasol	1.0000	560.895732	1.781120	0.324015	2.105135
34	Aceite crudo de Girasol (ext. solventes)	Pasta pre-prensada de Girasol	3.5949	216.157597	14.210980	0.693780	14.904760
35	Aceite refinado de Girasol	Aceite crudo de Girasol	1.0430	414.485623	14.645309	0.723663	15.368992
36	Jabón suave de Girasol	Aceite crudo de Girasol	33.85951	12.241336	4.656643	0.230113	4.886956
37	Aceite blanqueado de Girasol	Aceite refinado de Girasol	1.00163	413.811111	14.684900	0.826834	15.511734
38	Aceite desodorizado de Girasol	Aceite blanqueado de Girasol	1.0020	413.728365	14.782766	0.099452	15.77291
39	Aceite Noble 12-1	Aceite desodorizado de Girasol	10.9560	37.762720	196.389640	51.153405	211.543045
40	Aceite desodorizado (mezcla)	Aceite blanqueado de Soya (Contamo Girasol)	1.0020	CP (40)	CVP (40)	CFP (40)	CPE (40)
41	Aceite Alianza 12-1	Aceite desodorizado (mezcla)	10.9560	CP (41)	CVP (41)	CFP (41)	CPE (41)

suma del costo fijo de producción (CFP), el cual a su vez está formado por la suma de un costo fijo arrastrado y un costo fijo propio.

En la tabla II.7 mostramos la forma de obtener el costo variable de producción de la mezcla de aceite desodorizado con los porcentajes usados en 1979.

TABLA III.7 Costo variable de producción de aceite desodorizado (mezcla)

Elemento	Consumo Aplicable	Valor Unitario	Costo Variable Estándar
Acido Cítrico	0.000040000	29.700000	0.001188
Diesel	0.007515000	0.766700	0.005762
Antioxidante	0.000200400	115.830000	0.023212
Agua	0.003587160	2.150000	0.007712
Energía Eléctrica	0.037673196	0.730000	0.027501
Vapor	0.000352102	8.830000	0.003100
Suma Parcial			0.068475
Aceite blanqueado de Soya	0.588000000	12.917553	7.595521
Aceite blanqueado de Cártamo	0.082300000	16.165877	1.330452
Aceite blanqueado de Girasol	0.329700000	14.684900	4.841612
CVP(40)			13.836060

El costo fijo de producción para la mezcla de aceite desodorizado lo obtenemos de la siguiente manera:

Costo fijo arrastrado(40) =

$$CFP(9) \times 0.5888 + CFP(23) \times 0.08223 + CFP(37) \times 0.3297 = 0.82011$$

El departamento de Costos proporcionó el siguiente costo fijo propio de la mezcla del aceite blanqueado:

Costo fijo propio(40) = 0.166037

entonces

$$CFP(40) = \text{Costo fijo arrastrado}(40) + \text{Costo fijo propio}(40)$$

por lo tanto:

$$CFP(40) = 0.986147$$

y como

$$CPE(40) = CVP(40) + CFP(40)$$

entonces

$$CPE(40) = 14.822207$$

En general tendremos:

$$CVP(40) = \text{suma parcial} + W1 \times 12.917553 + W2 \times 16.165877 + W3 \times 14.6849$$

$$CFP(40) = \text{costo fijo propio}(40) + W1 \times CFP(9) + W2 \times CFP(23) + W3 \times CFP(37)$$

y

$$CPE(40) = CVP(40) + CFP(40)$$

En la tabla III.8 mostramos la forma de calcular el costo variable de producción de una caja de aceite Alianza de doce botellas de un litro.

TABLA III.8 Costo variable de producción de aceite Alianza 12-1 lts.

E l e m e n t o	Consumo Aplicable	Valor Unitario	Costo Variable Estándar
Cartucho	0.00052151	52.800000	0.027535
Energía Eléctrica	0.05148663	0.730000	0.037585
Tapón para botella	12.17792268	0.220000	2.679143
Botella	12.15590112	1.908000	23.193459
Pegamento	0.00550539	39.860500	0.219447
Caja	1.01499994	5.936000	6.025039
Etiqueta para botella	12.29904126	0.068810	0.846297
Aceite desodorizado (mezcla)	11.01078000	14.152939	155.834897

El costo fijo de la producción es calculado como a continuación indicamos:

$$\text{Costo arrastrado}(41) = \text{CFP}(40) \times 11.01078 = 10.85915$$

$$\text{Costo fijo propio}(41) = 4.202909$$

$$\text{CFP}(41) = 15.062059$$

$$\text{CPE}(41) = \text{CVP}(41) + \text{CFP}(41) = 203.92546$$

En general el valor unitario del aceite desodorizado (mezcla) a usar en la tabla III.8 es el CVP(40).

Una vez obtenidos los costos de producción estándar necesarios, procedemos a determinar las utilidades brutas unitarias mediante la expresión:

$$\text{UB}(i) = \text{PV}(i) - \text{CPE}(i) \quad (\text{III.25})$$

$$i = 6, 8, 11, 12, 13, 14, 19, 22, 25, 26, 27, 28, 33, 36, 39 \text{ y } 41.$$

En la tabla III.9 mostramos estas utilidades. Las unidades de los productos mostrados ahí son kilogramos para pasta molida y jabón suave y cajas y latas para aceite, según lo indica el nombre.

Según las utilidades presentadas en esta tabla, las utilidades brutas para cada producto por tonelada de semilla son:

$$\text{UBPMS} = \text{CP}(6) \times \text{UB}(6) = 997.87706$$

para pasta molida de Soya;

TABLA III.9 Utilidad bruta por producto

i	A r t i c u l o	CPE (i)*	PV (i)	UB (i)
6	Pasta molida de Soya	5.1039	6.42 (3)	1.3161
8	Jabón suave de Soya	4.7947	7.70 (3)	2.9053
11	Aceite Lucero Soya 12-1	190.6465	257.64 (1)	66.9935
12	Aceite Lucero Soya 14-K	212.9768	292.20 (3)	79.2231
13	Aceite Lucero Soya 17-K B x N	250.8274	339.00 (2)	88.1726
14	Aceite CONASUPO Soya 12-1	190.6465	290.86 (1)	100.2135
19	Pasta molida de Cártamo	1.7827	2.00 (3)	0.2173
22	Jabón suave de Cártamo	5.3461	7.70 (3)	2.3538
25	Aceite Sarita Cártamo 12-1	211.6688	295.82 (1)	84.1511
26	Aceite CONASUPO Cártamo 12-1	211.6688	295.82 (1)	84.1611
27	Aceite Premier Cártamo 12-1	210.2823	295.82 (1)	85.5377
28	Aceite Sarita Cártamo 17-K B x N	305.6336	403.75 (3)	98.1163
33	Pasta molida de Girasol	2.1051	3.60 (3)	1.4948
36	Jabón suave de Girasol	4.8870	7.70 (3)	2.8130
39	Aceite Noble Girasol 12-1	211.5430	295.83 (1)	84.2869
41	Aceite Alianza 12-1	203.9255	243.72 (2)	39.7945

(*) Correspondiente a 1979

(1) Presupuestado para 1979

(2) Presupuestado para 1980

(3) Real para 1980

$$UBJSS = CP(8) \times UB(8) = 17.52818$$

para jabón suave de Soya;

$$UBALS 12 = P1 \times CP(11) \times UB(11) = P1 \times 1178.7909$$

para aceite Lucero Soya 12-1

$$UBALS 14 = P2 \times CP(12) \times UB(12) = P2 \times 1190.3697$$

para aceite Lucero Soya 14-K;

$$UBALS 17 = P3 \times CP(13) \times UB(13) = P3 \times 1095.1411$$

para aceite Lucero Soya 17-K B x N

$$UBACS = P4 \times CP(14) \times UB(14) = P4 \times 1763.3168$$

para aceite CONASUPO Soya;

$$UBPMC = CP(19) \times UB(19) = 133.63614$$

para pasta molida de Cártamo;

$$UBJSC = CP(22) \times UB(22) = 20.572415$$

para jabón suave de Cártamo;

$$UBASC 12 = P6 \times CP(25) \times UB(25) = P6 \times 2807.5294$$

para aceite Sarita Cártamo 12-1;

$$UBACC = P7 \times CP(26) \times UB(26) = P7 \times 2807.5294$$

para aceite CONASUPO Cártamo;

$$UBAPC = P8 \times CP(27) \times UB(27) = P8 \times 2853.787$$

para aceite Premier Cártamo;

$$UBASC\ 17 = P9 \times CP(28) \times UB(28) = P9 \times 2310.67$$

para aceite Sarita Cártamo 17-K B x N;

$$UBPMG = CP(33) \times UB(33) = 838.48302$$

para pasta molida de Girasol;

$$UBJSG = CP(36) \times UB(36) = 34.434878$$

para jabón suave de Girasol;

$$UBANG = P11 \times CP(39) \times UB(39) = P11 \times 3182.9063$$

para aceite Noble Girasol;

$$UBAA = CP(41) \times UB(41) = 1015.5549$$

para aceite Alianza (mezcla).

Cabe hacer la aclaración que la utilidad UBAA es por tonelada mixta de semilla, con ciertos porcentajes para cada tipo de semilla.

Como en el departamento de Producción se elaboran los planes anuales de producción para cada tipo de aceite, determinaremos la utilidad bruta promedio que se obtiene por tonelada de semilla.

Si dichos planes marcan las cantidades siguientes:

CAST1 Unidades de aceite Lucero 12-1 de Soya

CAST2 Unidades de aceite Lucero 14-K de Soya

- CAST3 Unidades de aceite Lucero 17-K B x N de Soya
 CAST4 Unidades de aceite CONASUPO 12-1 de Soya .
 CACT1 Unidades de aceite Sarita 12-1 ce Cártamo
 CACT2 Unidades de aceite CONASUPO 12-1 de Cártamo
 CACT3 Unidades de aceite Premier 12-1 de Cártamo
 CACT4 Unidades de aceite Sarita 17-K B x N de Cártamo
 CAGT Unidades de aceite Noble 12-1 de Girasol
 CAA Unidades de aceite Alianza 12-1 de los tres tipos,
 con porcentajes W1, W2 y W3 de Soya, Cártamo y Gi-
 rasol, respectivamente,

como una cantidad que sirve como factor de conversión de toneladas de semilla a unidades de producto terminado es lo que en las tablas III.4, III.5 y III.6 denotamos con $CP(i)$, entonces para producir x unidades del artículo i se requieren:

$$\frac{x}{CP(i)} \quad (III.26)$$

toneladas de semilla (del tipo respectivo).

Entonces para cumplir con los planes de producción elaborados, son necesarias las siguientes cantidades de cada tipo de semilla por tipo de producto:

$$TAS = \frac{CAST1}{CP(11)} + \frac{CAST2}{CP(12)} + \frac{CAST3}{CP(13)} + \frac{CAST4}{CP(14)} + W1 \times \frac{CAA}{CP(41)} \quad (III.27)$$

toneladas al año de semilla de Soya,

$$TAC = \frac{CACT1}{CP(25)} + \frac{CACT2}{CP(26)} + \frac{CACT3}{CP(27)} + \frac{CACT4}{CP(28)} + W2 \times \frac{CAA}{CP(41)} \quad (III.28)$$

toneladas al año de semilla de Cártamo y,

$$TAG = \frac{CAGT1}{CP(39)} + W3 \times \frac{CAA}{CP(41)} \quad (III.29)$$

toneladas al año de semilla de Girasol.

Es necesario hacer notar que se debe cumplir la siguiente triple igualdad:

$$TAS \times P5 \times CP(41)/W1 = TAC \times P10 \times CP(41)/W2 = TAG \times P12 \times CP(41)/W3 \quad (III.30)$$

que indica que se produce el mismo número de cajas de aceite Alianza, para cada tipo de aceite, es decir, no se destina aceite de algún tipo para el aceite Alianza en mayor ó menor cantidad que otro (de no darse esta igualdad se estaría desperdiciando aceite de algún tipo).

La utilidad bruta esperada por tonelada de semilla sin -- considerar aceite Alianza, es:

$$UBTS = UBPMS + UBJSS + UBALS12 + UBALS14 + UBALS17 + UBACS \quad (III.31)$$

para Soya;

$$UBTC = UBPMC + UBJSC + UBASC12 + UBAPC + UBASC17 \quad (III.32)$$

para cártamo, y

$$UBTG = UBPMG + UBJSG + UBANG \quad (III.33)$$

Si sólo se produce aceite Alianza con los porcentajes de 1979 para los 3 tipos de semilla, entonces, la utilidad bruta por mixta de semilla es

$$UBTM = W1 \times (UBPMS+UBJSS) + W2 (UBPMC + UBJSC) + W3 (UBPMG + UBJSG) + UBAA \quad (III.34)$$

es decir

$$UBTM = 1913.11$$

por lo tanto, para 1979

$$UBT = 1913.11$$

Si no existiera la orden de producir sólo aceite Alianza, una utilidad bruta promedio, ponderada de acuerdo al uso de semilla para cada tipo, estaría dada por la expresión

$$UBT = \frac{TAS}{D} \times UBTS + \frac{TAC}{D} \times UBTC + \frac{TAG}{D} \times UBTG + (P5+P10+P12) \times UBAA \quad (III.35)$$

donde $D = TAS + TAC + TAG$

III.3.2 El costo fijo de producción por tonelada

Esta componente del costo de carencia representa los costos fijos en que se incurre en la planta por la producción de aceite terminado. Estos costos los presentamos en la tabla III.10, de los cuales debemos tomar sólo los correspondientes a los productos terminados, entonces, las expresiones que nos dan los costos fijos por tonelada de semilla, para cada tipo, son:

$$PCFS = P1 \times K(11) + P2 \times K(12) + P3 \times K(13) + P4 \times K(14) + P5 \times K(41) \times W1$$

(III.36)

para Soya,

$$PCFC = P6 \times K(25) + P7 \times K(26) + P8 \times K(27) + P9 \times K(28) + P10 \times K(41) \times W2$$

(III.37)

para Cártamo, y

$$PCFG = P11 \times K(39) + P12 \times K(41) \times W3$$

(III.38)

donde $K(j) = CP(j) \times CFP(j)$, $j \in J$

y $J = \{11, 12, 13, 14, 25, 26, 27, 28, 39, 41\}$

Como en la sección anterior, podemos obtener un costo promedio ponderado de la pérdida debido a costos fijos de producción a partir de la siguiente expresión:

TABLA III.10 Costos fijos de producción unitarios por tipo de semilla

INDICE	PRODUCTO	Costo Fijo propio de Producción (CFPP)	Costo Fijo Arrastrado de Producción (CFAP)	Costo Fijo de Producción (CFP)
1	Almendra de Soya	0.0520	0.0000	0.0520
2	Cascarilla de Soya a granel	0.0098	0.0000	0.0098
3	Almendra hojueada de Soya	0.0752	0.0520	0.1272
4	Aceite crudo de Soya (extracción directa)	0.2167	0.2333	0.4500
5	Pasta de Soya (extracción directa)	0.0837	0.0990	0.1827
6	Pasta molida de Soya	0.1071	0.1662	0.2734
7	Aceite refinado de Soya	0.2466	0.4647	0.7113
8	Jabón suave de Soya	0.0847	0.1597	0.2444
9	Aceite blanqueado de Soya	0.1020	0.7125	0.8144
10	Aceite desodorizado de Soya	0.1660	0.8161	0.9821
11	Aceite Lucero 12-1	2.8164	10.8136	13.6300
12	Aceite Lucero 14-K	3.3275	12.6632	15.9907
13	Aceite Lucero 17-K B x N	3.3275	15.3192	18.6467
14	Aceite CONASUPO 12-1	2.8164	10.8136	13.6300
15	Semilla quebrada de Cártamo	0.0449	0.0000	0.0449
16	Pasta pre-prensada Cártamo	0.0394	0.0284	0.0678
17	Aceite crudo Cártamo (extracción mecánica)	0.1397	0.1008	0.2406
18	Pasta de Cártamo	0.0560	0.0253	0.0813
19	Pasta molida de Cártamo	0.1689	0.0741	0.2430
20	Aceite crudo Cártamo (extracción solventes)	0.5844	0.2405	0.8249
21	Aceite refinado de Cártamo	0.2447	0.4860	0.7306
22	Jabón suave de Cártamo	0.0776	0.1541	0.2318
23	Aceite blanqueado de Cártamo	0.1020	0.7318	0.8338
24	Aceite desodorizado de Cártamo	0.1660	0.3355	1.0015
25	Aceite Sarita 12-1	4.2029	14.5174	18.7203
26	Aceite CONASUPO 12-1	4.2029	14.5174	18.7203
27	Aceite Premier 12-1	2.8164	10.9505	13.7669
28	Aceite Sarita 17-K B x N	3.3275	17.4327	20.7602
29	Semilla quebrada de Girasol	0.0497	0.0000	0.0497
30	Pasta pre-prensada Girasol	0.0510	0.0368	0.0877
31	Aceite crudo Girasol (extracción mecánica)	0.1335	0.0963	0.2298
32	Pasta de Girasol	0.0577	0.0330	0.0907
33	Pasta molida de Girasol	0.2334	0.0785	0.3119
34	Aceite crudo de Girasol (extracción solventes)	0.4639	0.2298	0.6938
35	Aceite refinado de Girasol	0.2467	0.4770	0.7237
36	Jabón suave de Girasol	0.0784	0.1517	0.2301
37	Aceite blanqueado de Girasol	0.1020	0.7249	0.8268
38	Aceite desodorizado de Girasol	0.1660	0.8285	0.9945
39	Aceite Noble 12-1	4.2029	10.9505	15.1534
40	Aceite desodorizado (mezcla)	0.1660	0.8201	0.9861
41	Aceite Alianza 12-1	4.2029	10.8592	15.0621

$$PCFT = \frac{TAS}{D} \times PCFS + \frac{TAC}{D} \times PCFC + \frac{TAG}{D} \times PCFG \quad (III.39)$$

la cual será usada para denotar este costo componente.

Si se produce sólo aceite Alianza, por una tonelada mixta de semilla en los porcentajes conocidos W1, W2 y W3, para Soya, Cár_utamo y Girasol, respectivamente, la pérdida por costos fijos será:

$$PCTF = CP(41) \times CPF(41) \quad (III.40)$$

es decir

$$PCFT = 384.38$$

Finalmente, el costo de carencia por tonelada de semilla está dado por la expresión

$$Cc = UBT + PCFT \quad (III.41)$$

Para el caso en que sólo se produce aceite Alianza este -- costo es

$$Cc = \$2,297.49$$

Para el caso en que se admiten otros tipos de aceite diferentes al Alianza, tendremos que determinar este costo como la suma de las expresiones (III.35) y (III.39).

CAPITULO IV

DETERMINACION DE LAS FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD UTILIZADAS.

Como se puede ver en el capítulo II de este trabajo, se requiere el uso de dos funciones de densidad de probabilidad, una - referente al tiempo de envío, t , de las órdenes solicitadas a los proveedores y otra relacionada con la demanda de semilla, x , que tiene la bodega de la planta durante dicho tiempo.

En la sección IV.1 detallamos la determinación de la función de densidad de probabilidad del tiempo de envío t , presentando el esquema de muestreo estadístico utilizado y dos pruebas estadísticas realizadas.

En la sección IV.2 planteamos diferentes alternativas para determinar la función de densidad de probabilidad, condicional, de la demanda de semilla x , hecha a la bodega de la planta durante el tiempo de envío de las órdenes de semilla. También mostramos los - problemas que se presentan para su determinación y proponemos la - creación de formas que capten la información requerida en las al - ternativas planteadas.

IV.1 La distribución del tiempo de envío

Cada vez que llega una orden de semilla a la planta, se elabora una forma de control de entrada, en donde se registra, entre otras cosas, la fecha de embarque de la semilla en el lugar de origen y la fecha de recepción en la planta. Por medio de la diferencia entre las dos fechas se obtiene una parte del tiempo de envío. La otra parte es el tiempo que transcurre desde que se alcanza el punto de reorden, señal de que debe solicitarse una orden, - hasta que ésta se embarca en su lugar de origen. No existe información registrada para esta segunda parte, pero la experiencia de la gente encargada de esto nos llevó a suponer un tiempo constante de cuatro días, entonces, el tiempo de envío de una orden, en días, - está dado por la siguiente relación:

$$\text{fecha de recepción} - \text{fecha de embarque} + 4 \quad (\text{IV.1})$$

Para determinar la función de densidad de probabilidad - del tiempo de envío de las órdenes de semilla, denotada con $h(t)$. se realizará un muestreo de las formas de control de entrada de semilla a la planta (descrito en la sección IV.1.1) y después, según lo observado en los datos obtenidos, se propondrá una distribución de probabilidad, la cual será probada con dos métodos diferentes, usando la prueba Ji-cuadrada y la prueba Kolmogorov-Smirnov (esto se hace en el inciso IV.1.2).

IV.1.1 Esquema de muestreo estadístico realizado ^{1/}

El esquema de muestreo estadístico utilizado para determinar la función $h(t)$ fué el muestreo sistemático, debido a la facilidad de su realización y a la conveniencia que presenta con respecto a otros esquemas, ya que basta elegir el primer elemento de la muestra para que ésta quede automáticamente determinada.

Según lo observado en las formas de control de entrada de semillas a la planta, podemos inferir que el orden de los tiempos de envío es aleatorio. Esto quiere decir que el tiempo de envío de una orden dada puede ser menor, igual ó mayor que el tiempo de envío de la anterior orden (o de la siguiente), sin seguir necesariamente un orden creciente, decreciente ó cíclico, en cuanto a dicho tiempo. En este caso el muestreo sistemático es equivalente con el muestreo aleatorio irrestricto (m.a.i.) sin reemplazo y, por lo tanto, se podría hacer uso de las expresiones de este esquema para los estimadores que nos interesan y sus varianzas.

De acuerdo con lo expresado en la sección 9 de [6], si ordenamos la población de acuerdo a los valores de los tiempos de envío, t_1, t_2, \dots, t_n de manera que cambien paulatinamente, en orden creciente

^{1/} Tomado de [6]

de ρ decreciente, el muestreo sistemático produce varianzas de los estimadores menores que con el esquema del m.a.i., debiéndose esto a que la muestra quede más dispersa en la población. En esta situación, por simplicidad, se pueden usar las expresiones indicadas en el m.a.i. como una aproximación, tomando en cuenta que las varianzas serán menores.

En nuestro caso acomodamos la población en orden no decreciente con respecto a los valores t_i y utilizamos las expresiones del m.a.i., que a continuación indicamos:

T_i : Variable aleatoria que mide el tiempo de envío de la i -ésima orden, es decir, mide el tiempo obtenido con la expresión IV.1 .

t_i : Tiempo de envío observado (en la muestra) de la i -ésima orden recibida.

T : Sumas de los tiempos de envío de todas las órdenes recibidas.

N : Número de órdenes recibidas.

\bar{t} : Tiempo de envío promedio.

$$S^2_{\bar{T}} = \frac{\sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2}{N-1} : \text{Varianza poblacional}$$

A nosotros nos interesa estimar el tiempo de envío promedio

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^N T_i}{N}$$

que se estima como

$$\hat{\bar{T}} = \bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} \quad (\text{IV.2})$$

donde n es el tamaño de muestra utilizado. Este es un estimador insesgado de \bar{T} y su varianza es

$$V(\bar{t}) = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{S^2_t}{n} \quad (\text{IV.3})$$

con

$$S^2_t = \frac{\sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2}{N-1} \quad (\text{IV.4})$$

y S^2_t se estima como

$$\hat{S}^2_t = s^2_t = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n-1} \quad (\text{IV.5})$$

entonces, un estimador de la varianza de \bar{t} es

$$\hat{V}(\bar{t}) = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{s_t^2}{n} \quad (\text{IV.6})$$

Haciendo uso del teorema central del límite (ver capítulo 7 de [3]) obtenemos

$$\bar{t} \sim N(\bar{T}, V(\bar{t})) \quad (\text{IV.7})$$

y estimando $V(\bar{t})$ con (IV.6) se obtiene el siguiente intervalo de confianza aproximado para el tiempo de envío promedio, con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$:

$$P\left[\bar{T} - 1.96 \sqrt{\hat{V}(\hat{T})} < \bar{t} < \hat{T} + 1.96 \sqrt{\hat{V}(\hat{T})}\right] = 0.95 \quad (\text{IV.8})$$

Para determinar el tamaño de muestra a utilizar haremos uso de (IV.7) y pediremos que el error de estimación del tiempo de envío promedio no sea mayor de δ días con una cierta probabilidad, es decir, pediremos que

$$P\left[|\bar{t} - \bar{T}| \leq \delta\right] = 1 - \alpha \quad (\text{IV.9})$$

entonces, existe un valor $Z_{\alpha/2}$ tal que

$$P\left[|Z| \leq Z_{\alpha/2}\right] = 1 - \alpha$$

donde $|Z| = \frac{|\bar{t} - \bar{T}|}{[V(\bar{t})]^{\frac{1}{2}}} \sim N(0,1)$ y

$$Z_{\alpha/2} = \frac{\delta}{[V(\bar{t})]^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{IV.10})$$

De acuerdo con la expresión (IV.3) y la última igualdad, obtenemos un valor para n dado por

$$n = \frac{1}{\frac{Z_{\alpha/2}^2 \delta^2}{S_t^2} + \frac{1}{N}} \quad (\text{IV.11})$$

Mediante una muestra piloto estimaremos S_t^2 con (IV.5) y después calcularemos el tamaño de muestra necesario para obtener la máxima desviación δ fijada con una probabilidad de ocurrencia $1-\alpha$, -- usando la expresión (IV.11).

El total de órdenes recibidas durante el tiempo considerado fué 1929 y el tamaño elegido para la muestra piloto fué 10 (aproximadamente el 1% de la población total).

Ordenamos la población de menor a mayor, en cuanto al tiempo de envío y se obtuvieron 10 grupos de 103 elementos cada uno (excep-

to el último, que tuvo 102). Escogimos un número aleatorio mediante el siguiente procedimiento: De unas tablas de números aleatorios - escogimos un elemento, fijando de antemano el criterio de considerar sólo los dos últimos caracteres, de los cuales el de la izquierda indicaría el número de renglón y el de la derecha el número de la columna de otro elemento de la tabla de números aleatorios. Este segundo número lo consideramos elemento de intervalo $[0,1]$ y lo multiplicamos por 103 para hacer equiprobables los elementos de cada grupo obtenido. Así, la muestra obtenida dió los siguientes resultados:

$$\bar{t} = 17.9$$

$$s_t^2 = 47.21$$

de donde

$$\hat{V}(\bar{t}) = 4.675$$

Si en (IV.9) elegimos $\delta=2$ y $\alpha=0.05$ entonces $Z_{\alpha/2} = 1.96$ y el tamaño de muestra resulta ser 44. Formamos 44 grupos de 23 elementos y uno de 17. Se siguió el proceso descrito en el párrafo anterior y la muestra obtenida dió los siguientes resultados:

$$\bar{t} = 18.84$$

$$s_t^2 = 56.68$$

con

$$\hat{V}(\bar{t}) = 1.23$$

un intervalo de confianza obtenido para el tiempo de envío promedio, al 95% es

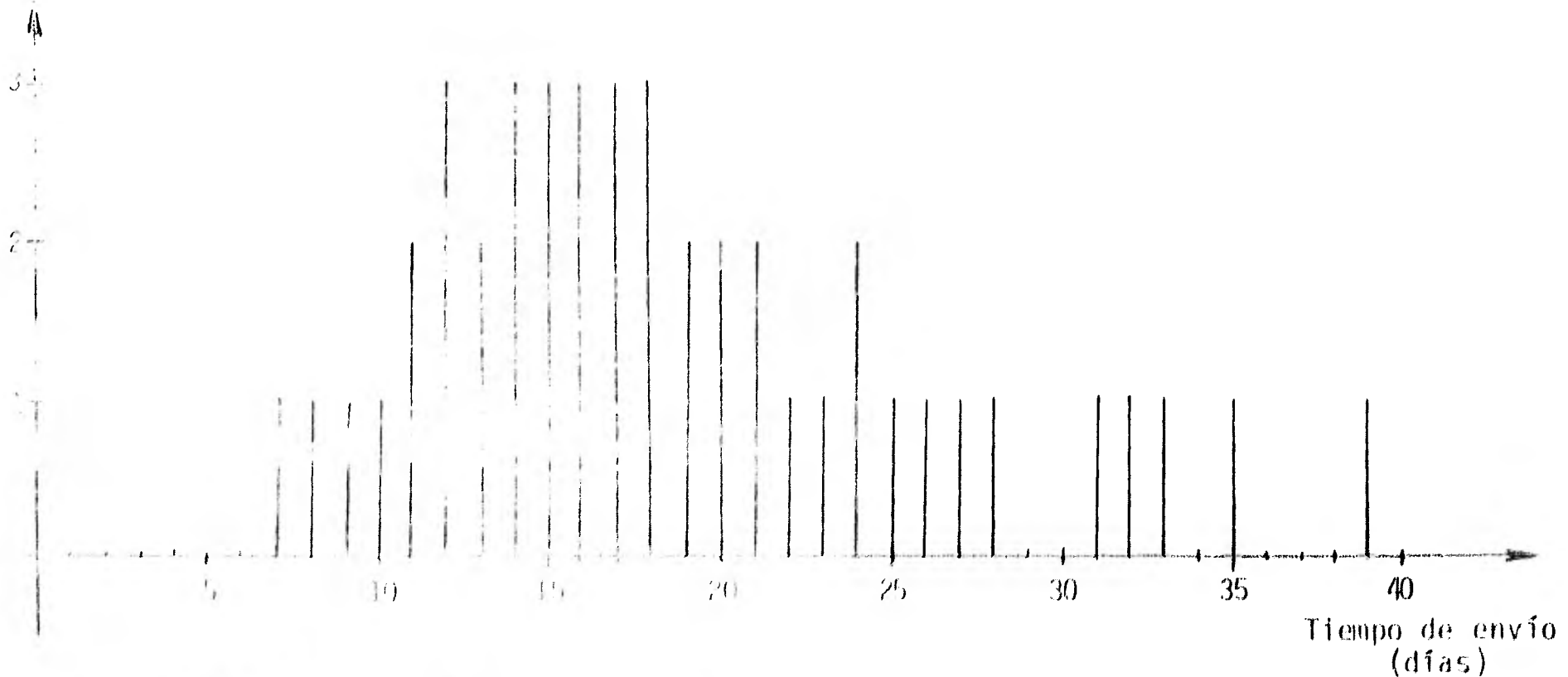
$$16.66 < \bar{T} < 21.01$$

IV.1.2 Pruebas estadísticas realizadas.

En esta sección haremos dos pruebas estadísticas para la distribución de los tiempos de envío según la muestra obtenida anteriormente. Esas pruebas son: la Ji-cuadrada y la Kolmogorov-Smirnov.

En la gráfica IV.1 se muestran las frecuencias de los tiempos de envío resultantes de la muestra obtenida en la sección anterior.

Frecuencias



Gráfica IV.1 - Frecuencias del tiempo de envío de la muestra obtenida.

Debido a la forma de la gráfica IV.1, propusimos la distribución Gamma. Si definimos esta distribución como:

$$\gamma(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \cdot x^{\alpha-1} \cdot e^{-x\beta}, & x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases} \quad (\text{IV.12})$$

para determinar sus parámetros procedemos como a continuación se indica:

la función generatriz de momentos de esa distribución es

$$M_x(t) = \left(\frac{\beta}{\beta - t} \right)^\alpha \quad \text{para} \quad -\infty < t < \infty \quad (\text{IV.13})$$

entonces, derivando (IV.13) dos veces y valuando las derivadas en $t = 0$ se tiene

$$E(x) = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$y \quad \text{Var}(x) = \frac{\alpha}{\beta^2}$$

de donde

$$\alpha = \frac{[E(x)]^2}{\text{Var}(x)} \quad (\text{IV.14})$$

$$y \quad \beta = \frac{E(x)}{\text{Var}(x)} \quad (\text{IV.15})$$

Según la muestra obtenida,

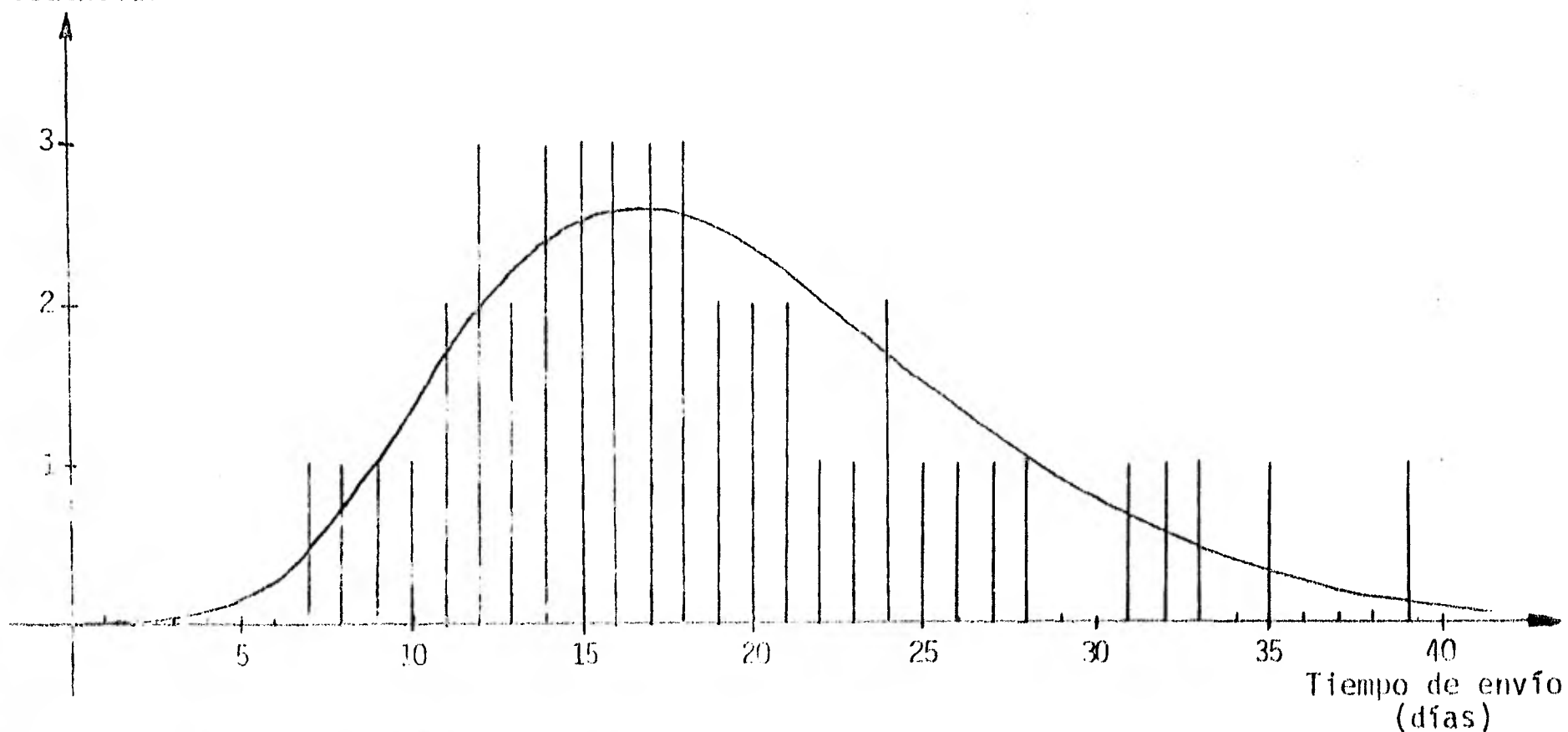
$$\hat{E}(x) = 18.84 \quad \text{y} \quad \hat{V}(x) = 56.68$$

de donde los valores de los parámetros resultan ser

$$\alpha = 6.25 \quad \text{y} \quad \beta = 0.33$$

En la gráfica IV.2 se muestran las frecuencias de los tiempos de envío reales y la distribución Gamma para los parámetros anteriores.

Frecuencias



Gráfica IV.2 - Frecuencias de tiempo de envío y distribución Gamma.

A continuación presentamos las pruebas estadísticas realizadas:

a) La prueba Ji-cuadrada

Esta prueba se describe en el apéndice A.

La hipótesis es la siguiente:

Ho: La población de donde se extrajo la muestra tiene una distribución Gamma con parámetros

$$\alpha = 6.26 \quad \text{y} \quad \beta = 0.33$$

En la tabla IV.1 se muestra un resumen de los resultados obtenidos con esta prueba.

TABLA IV.1 - Algunos resultados básicos de la prueba Ji-cuadrada.

j	I_j	b_j	e_j	$\frac{(b_j - e_j)^2}{e_j}$
1	[0.0, 11.5)	6	6.80	0.09
2	[11.5, 14.5)	8	6.67	0.27
3	[14.5, 17.5)	9	7.40	0.35
4	[17.5, 23.5)	10	12.31	0.43
5	[23.5, 56.0)	11	10.81	0.003

Como se puede observar, $\chi_0^2 = 1.1397$. Si escogemos un nivel de significancia $\alpha = 0.10$ y como $r = 2$, el valor de las tablas es 4.605, entonces

$$\chi_0^2 < C$$

y, por lo tanto, no se rechaza H_0 .

b) La prueba Kolmogorov-Smirnov

El procedimiento de esta prueba se presenta en el apéndice B.

La hipótesis planteada es la misma que la del inciso a.

En la tabla IV.2 presentamos las diferencias entre los valores acumulativos de la distribución teórica (FT) y la observada (FO) para diferentes valores de la variable aleatoria. En ella se puede observar que la máxima diferencia, en el valor absoluto, entre las dos distribuciones es 0.076227 y el valor de las tablas para esta prueba y un nivel de significancia del 10% es $C = 0.183921$, es decir, $D < C$. Por lo tanto no se rechaza la hipótesis nula.

Dado que no rechazamos la hipótesis planteada en ninguna de las dos pruebas, asumiremos que el tiempo de envío sigue una distribución Gamma definida por IV.12 con parámetros $\alpha = 6.26$ y $\beta = 0.33$.

IV.2 La distribución condicional de la demanda durante el tiempo de envío.

En esta sección presentaremos los dos problemas que nos impidieron determinar la función de densidad condicional de la demanda de semilla durante el tiempo de envío de las órdenes. Presentaremos también la sugerencia de un método que, bajo ciertas hipótesis, es útil para determinar la distribución $g(x|t)$. Además sugerimos la creación de un registro de información que ayude a la determinación de la distribución condicional buscada.

Para poder determinar la distribución $g(x|t)$, independientemente del método a usar, es necesario tener información referente a la demanda de semilla que tiene la bodega de la planta cuando --- existe una orden pendiente, para todas y cada una de las órdenes -- existentes durante el período de trabajo.

Actualmente no se cuenta con tal información, lo cual re - presenta un primer impedimento para la determinación de la función $g(x|t)$. La información requerida se puede obtener si se llevan re - gistros de la demanda diaria que tiene la bodega desde el momento - en que se detecta que el inventario físico llega al punto de reor - den hasta que la orden solicitada en ese momento se encuentra dispo - nible en la bodega. Contando con esta información estamos en posibi

lidad de realizar, en caso de que sea necesario, muestreos de algún tipo que nos auxilién en la determinación de la distribución condicional buscada.

El segundo problema al que nos enfrentamos fué el desconocimiento de algún método eficiente para "estimar" una distribución condicional. La literatura especializada no trata el tema lo suficiente para poder derivar algún método que nos sea útil y la mayoría de las veces supone la existencia de la función $g(x|t)$.

El método que proponemos, a pesar de hacer un supuesto --- fuerte, fué el que mejor nos pareció y fué propuesto por el Dr. Ignacio Méndez R., investigador del IIMAS de la UNAM. La hipótesis -- que se hace es que para cualquier valor del tiempo de envío, t_j , -- las funciones de densidad $g_j(x|t_j)$ son del mismo tipo 1/, es decir, ó todas son Binominal, ó todas son Poisson ó todas son Normal, etc. Presentaremos el método suponiendo que las funciones son Poisson:

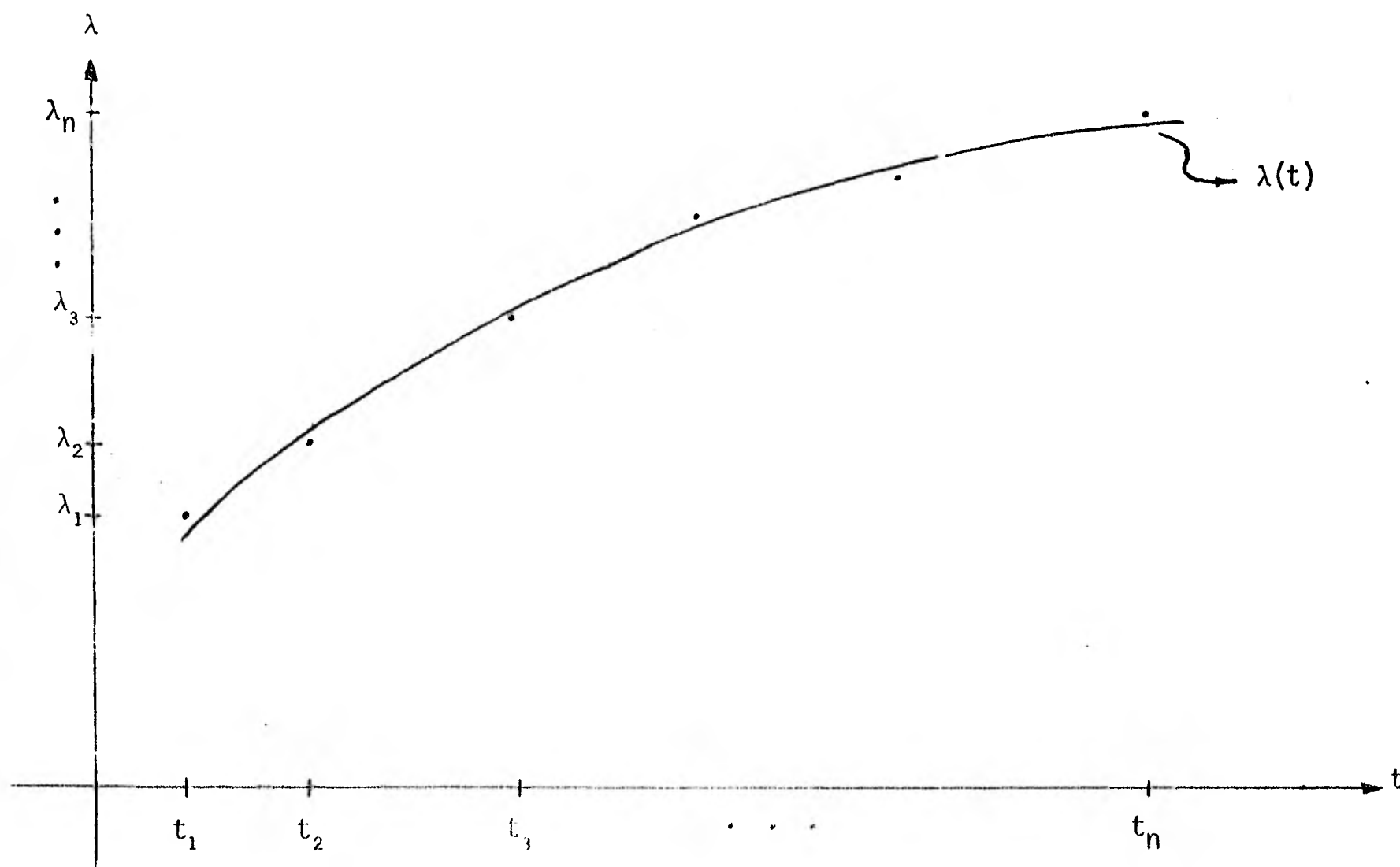
- 1) Determinar una función de densidad de probabilidad de la demanda, $g_j(x|t_j)$, para cada valor t_j del tiempo de envío. Para nuestro ejemplo

$$g_j(x|t_j) = e^{-\lambda_j} \frac{(\lambda_j)^x}{x!}$$

1/ En toda la literatura consultada también lo suponen.

- 2) Ajustar un polinomio, digamos $\lambda(t)$, a todas las parejas (t_i, λ_i) (ver gráfica IV.3) y utilizar la siguiente expresión para la distribución condicional buscada:

$$g(x|t) = e^{-\lambda(t)} \cdot \frac{[\lambda(t)]^x}{x!} \quad (\text{IV.16})$$



Gráfica IV.3 - Ajuste del polinomio $\lambda(t)$ a las parejas de valores (t_i, λ_i) .

Algo equivalente se haría para cada parámetro de distribuciones diferentes de la distribución Poisson.

La hipótesis fuerte de este método es que las distribuciones son del mismo tipo para todos los valores de la variable aleatoria tiempo de envío, pero es menos fuerte que la hipótesis de linealidad $\lambda_n = n \cdot \lambda_1$ que suponen en la mayoría de la literatura ^{1/}.

1/ Ver, por ejemplo, el capítulo 13 de [9].

CAPITULO V

CONCLUSIONES

Como se puede observar a lo largo de este trabajo, las aportaciones del mismo son más prácticas que teóricas, ya que proporcionamos a la empresa ICONSA información que ellos no tienen registrada, sugerimos la creación de formas de control que les permita captar información útil para la ejecución del modelo que proponemos y les sugerimos, además, el uso del modelo mismo.

Uno de los mayores problemas existentes en la práctica es conseguir información adecuada. Algunas veces ésta no existe; otras veces no es suficiente; otras veces intereses personales impiden obtenerla, en fin, conseguir información es difícil. Esto afectó directamente la obtención del objetivo original del presente trabajo, que era probar que se pueden disminuir los costos en que actualmente se incurre debido al sistema de control de inventario de semillas oleaginosas que siguen en la planta de Tultitlán. La prueba se podría hacer comparando los costos que obtuviéramos con este modelo y los costos reales que proporcionara la empresa.

Este objetivo no lo pudimos lograr porque no contamos con la información necesaria para determinar la distribución condicio-

nal de la demanda durante el tiempo de envío, que es fundamental - para obtener resultados.

Esta carencia también ocasionó problemas en la determinación de los costos unitarios involucrados en el modelo, sin embargo, aunque no contamos con la información precisa, sí obtuvimos algo que nos permitió aproximarlos, cosa que no ocurrió en el caso - de la distribución condicional. Las estimaciones no fueron todo lo precisas que deseábamos debido a la serie de aproximaciones que -- fué necesario realizar.

Para hacer posible el objetivo original a que hacemos referencia, es necesario todo un sistema de captación de información que permita desarrollar adecuadamente las técnicas que aquí presentamos.

El modelo, tal como lo presentamos en este trabajo, tiene una serie de suposiciones que significan simplificaciones y que seguramente hacen que su resolución no nos lleve a la solución óptima, pero sí a una solución que resulte una buena aproximación práctica que ayude a mejorar el actual sistema de control de inventario de las semillas oleaginosas y a disminuir sus costos.

Por las particularidades del modelo propuesto y por las características descritas en el capítulo I, referentes a las dos -

opciones existentes para la compra de semilla; compra a mercado libre y compra a CONASUPO, inferimos que el modelo se ajusta más a este último caso. Si a esto agregamos las ventajas que presenta la compra a CONASUPO sobre la compra a mercado libre, no dudamos en proponer la compra a CONASUPO para la mejor aplicación de este modelo.

Estamos concientes de que puede haber otros modelos ó técnicas que resuelvan mejor el problema que aquí tratamos y esto nos motiva a seguir estudiando para tener conocimiento de ellas.

Por otro lado, nos encontramos con un hecho muy importante: no existe en la literatura especializada, al menos hasta donde pudimos percatarnos, un método para ajustar una función de densidad de probabilidad condicional. La solución alternativa que propusimos fué, a pesar de las condiciones requeridas para su uso, la mejor que encontramos. Por lo tanto, queda esto como punto de estudio para las personas interesadas en el tema.

Respecto a la aplicación de las técnicas y modelos de la Investigación de Operaciones, nos hemos dado cuenta de que a pesar de ser un arma poderosa que ayuda a resolver cualquier problema relacionado con optimización en general, no se les ha dado el uso que debiera dárseles, algunas veces por el desconocimiento de su existencia y otras por el alto costo que puede implicar tanto la

creación de información requerida para su utilización como la ejecución de las mismas. A pesar de ello, creo que en un futuro muy cercano, dados los beneficios que ofrecen estas técnicas y modelos, tendrán el uso que merecen.

A P E N D I C E A

LA PRUEBA Ji-CUADRADA

Con el siguiente procedimiento describimos la prueba estadística Ji-cuadrada [7]:

- 1.- Planteamiento de la hipótesis nula.
- 2.- Dividir el intervalo muestral en k subintervalos I_1, I_2, \dots, I_k de tal manera que cada uno contenga al menos 5 valores de la muestra dada x_1, x_2, \dots, x_n . Determinar el número b_j de los valores de la muestra que caen en el subintervalo $I_j, j = \overline{1, k}$. Si un valor de la muestra cae en un punto frontera común a dos intervalos, sumar 0.5 a cada uno de los b_j correspondientes.
- 3.- Usando la función hipotética, calcular la probabilidad p_j de que la variable aleatoria x considerada tome cualquier valor en el intervalo $I_j, j = \overline{1, k}$. Calcular

$$e_j = np_j, \quad j = \overline{1, k}$$

que representa el número de valores de la muestra teóricamente esperados en I_j , si la hipótesis nula es cierta.

- 4.- Calcular la expresión

$$\chi_0^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(b_j - e_j)^2}{e_j}$$

5.- Determinar la solución C de la ecuación

$$P (\chi^2 \leq C) = 1 - \alpha$$

mediante valores de la distribución Ji-cuadrada con $k-1$ grados de libertad y un nivel de significancia fijado de antemano. Si la distribución propuesta tiene r parámetros desconocidos, se usan los estimadores de máxima verosimilitud y la distribución Ji-cuadrada con $k-r-1$ grados de libertad en lugar de $k-1$.

6.- Si $\chi_0^2 \leq C$, no se rechaza la hipótesis nula

Si $\chi_0^2 > C$, se rechaza la hipótesis nula.

A P E N D I C E B

LA PRUEBA KOLMOGOROV-SMIRNOV

La prueba Kolmogorov-Smirnov se utiliza sólo para distribuciones continuas y la hipótesis que se plantea es que cierta función $F(x)$ es la función de distribución de una población a la cual pertenece una cierta muestra x_1, x_2, \dots, x_n .

A continuación describimos la prueba [8]:

- 1.- Plantear la hipótesis nula, es decir, especificar la función acumulativa teórica.
- 2.- Obtener las frecuencias acumuladas observadas, $\bar{F}(x)$, y esperadas $F(x)$.
- 3.- Calcular

$$D = \text{Max}_x | \bar{F}(x) - F(x) |$$

- 4.- Determinar la región de rechazo mediante tablas, donde la región la determina el valor C mediante la ecuación

$$P (A \leq C) = 1 - \alpha$$

- 5.- - Si $D \leq C$ no se rechaza la hipótesis nula
- Si $D > C$ se rechaza la hipótesis nula.

REFERENCIAS.

- [1] HADLEY, G.- WHITIN, T.M.: "Analysis of Inventory Systems". Prentice - Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J. 1963.
- [2] TAHA, H.A.: "Operations Research, an Introduction". Collier Mac Millan Publishers, London. 1976.
- [3] HOEL. P.G, PORT, S.C, STONE, CH.O.: "Itroduction to Probability Theory". Houghton Mifflin, Boston. 1971.
- [4] AVRIEL, M.: "Nonlinear Programming. Analysis and Methods". Prentice - Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J. 1976.
- [5] CONTE, S.D. - DE BOOR, C.: "Análisis Numérico" Mac Graw-Hill. 1974.
- [6] MENDEZ, I.: "Conceptos muy Elementales del Muestreo con -- Enfasis en la Determinación Práctica del Tamaño de Muestra". Comunicaciones técnicas, IIMAS, México. 1976.
- [7] KREYSZIG: "Estadística Matemática". Limusa, México. 1976.
- [8] STEGEL, S.: "Estadística no Paramétrica". Trillas, México- 1976.

- [9] FABRYCKY, W.J., GHARE, P.M., TORGERSEN, P.E.: "Industrial-Operations Research". Prentice - Hall, Inc. Englewood --- Cliffs, N.J.