2 ejemplares
N. 23

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Un Programa para Análisis de Varianza Multivariado

T E S I S

Que para obtener el título de:

ACTUARIO

presenta:

PATRICIA ISABEL ROMERO MARES

México, D. F. 1979

I N D I C E

0.- INTRODUCCION.

En muchas áreas de investigación como en Agronomía, Psicología, Medicina, etc., se plantean problemas en los cuales se realizan más de una medición por cada unidad de observación (caso). Estos problemas llamados de respuesta múltiple son los que se tratan en el presente trabajo.

Debido a que en el Departamento de Probabilidad y Estadística del IIMAS, donde se tienen ya algunos paquetes que realizan análisis estadístico, no se contaba con un programa que calculara Análisis de Varianza Multivariado se pensó entonces en hacer el programa MANOVA que es el tema principal de esta tesis. Este programa realiza pruebas de hipótesis para el modelo I de MANOVA o modelo fijo.

En los capítulos 1-4 se trata en forma simple los conceptos elementales de la Estadística Multivariada con énfasis en Análisis de Varianza enfocado a Diseño de Experimentos. En el capítulo 5 se explica el uso del programa MANOVA implementado en la Burroughs B-6700 de la UNAM, y ejemplos.

En el apéndice 1 se presenta el listado del programa MANOVA. Y en el apéndice 2 se anexan las tablas de Heck de los puntos porcentuales de la distribución de la mayor raíz característica.

1.- EXPERIMENTOS DE RESPUESTA MULTIPLE.

1.1.- Caso Univariado.

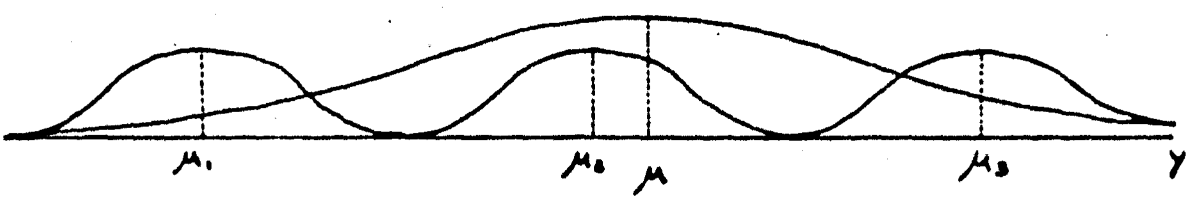
En el caso univariado más sencillo, se tienen un cierto número de observaciones Y_{iJ} extraidas de k poblaciones normales con medias $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$ y varianza común desconocida σ^2.

El modelo lineal para estos casos es

$$Y_{ij} = \mu + \tau_j + e_{ij} \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

donde Y_{iJ} es la i-ésima observación de la J-ésima población, μ es la media general común a todas las observaciones, τ_j es el efecto debido a un tratamiento asociado a la J-ésima población y e_{ij} es un error distribuido normal con media cero y varianza σ^2 para $i=1,\ldots,n$ $J=1,\ldots,k$.

Para k=3, el caso más simple de análisis de varianza es el siguiente:



donde la hipótesis que se trata de probar es la igualdad de medias de las tres poblaciones.

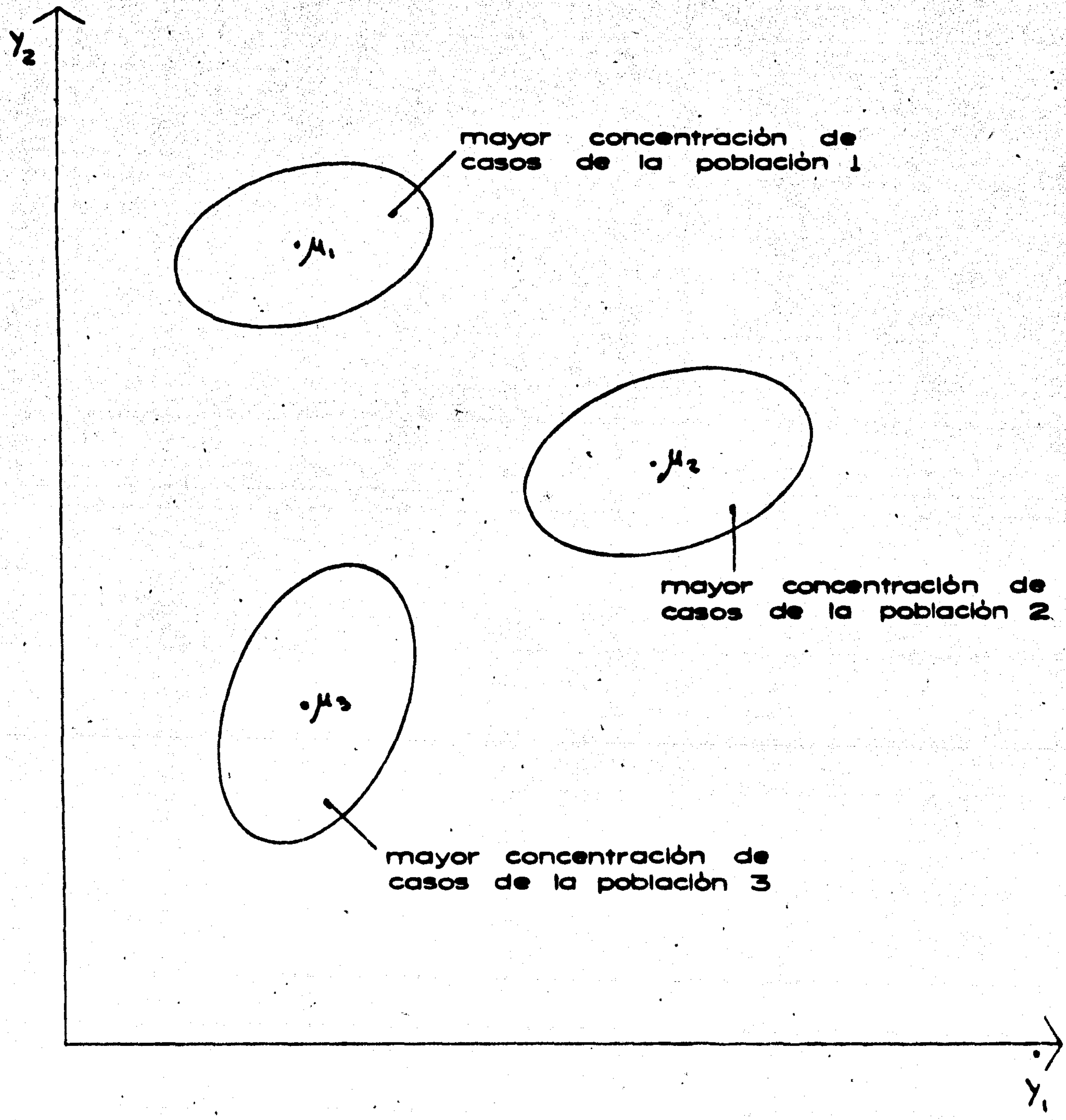
De acuerdo al modelo (1) esta hipótesis se plantea como

$$H_0: \mathcal{C}_1 = \mathcal{C}_2 = \mathcal{C}_3$$

A diferencia del modelo univariado, en el modelo multivariado se tiene un vector de variables dependientes. Este vector de variables dependientes se supone distribuido normal multivariado con matriz de varianza covarianza común a todas las poblaciones.

Igual que en ANOVA, el investigador desea probar la igualdad de los vectores de medias de cada una de las poblaciones en estudio.

Como ejemplo, cuando k=3 y la variable dependiente es bivariada, se tiene:


Y_2
mayor concentración de casos de la población 1
μ_1
μ_2
mayor concentración de casos de la población 2
μ_3
mayor concentración de casos de la población 3
Y_1

1.2.- Experimentos de Respuesta Múltiple.

Un experimento consta de las siguientes partes:

1)Factores. Son aquellos que pueden ser controlados y se supone que son constantes. Por ejemplo métodos de enseñanza.

2)Nivel. Es una modalidad de un factor. Por ejemplo método de enseñanza audiovisual, método de enseñanza con profesor, etc.

3)Tratamiento. Es una combinación especifica de varios factores estudiados a ciertos niveles.

4)Unidad experimental. Es la subdivisión menor a la que se le puede asignar un tratamiento, por ejemplo un estudiante.

5)Respuesta. Es la característica que se mide en la unidad experimental.

En los experimentos de respuesta múltiple cada unidad experimental es estudiada con respecto a más de una respuesta o característica.

En forma general, se supone que las respuestas tienen una distribución que depende de los factores (o combinación de tratamientos) y uno de los propósitos principales del diseño de experimentos es estudiar la naturaleza de esta dependencia.

En cualquier problema, el diseño del experimento determina la regla por la cual los diversos factores son asignados a las unidades experimentales en el problema.

Los diferentes factores son comunmente llamados fuentes de variación en cada una de las respuestas consideradas, considerando también como fuentes de variación algunas interacciones entre factores; las otras posibles fuentes de variación que son desconocidas y presumiblemente menos importantes en su contribución a la variación total constituyen el error.

Cualquier respuesta o factor puede ser clasificado en uno de cuatro tipos:

a)Puramente nominal (colores como negro,roJo)

b) Ordinal (bueno,malo,etc.)

c)Escala Absoluta (número de fallas de algún instrumento en un intervalo de tiempo especificado) .

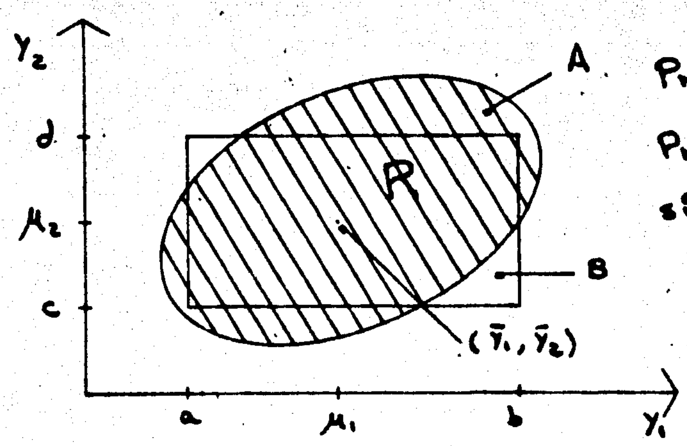
d)Escala de Relación y de Intervalo (viscosidad).

2.- POR QUE DEL USO DE MANOVA.

Se debe hacer notar la necesidad de herramientas propias cuando se trabaja en problemas de respuesta múltiple. A continuación se tratan dos situaciones en las que se observa esta necesidad.

a) Para problemas de una respuesta se cuenta con las técnicas de ANOVA para canalizar e interpretar los datos. Para problemas de respuesta múltiple la práctica usual parece ser analizar los datos con técnicas de ANOVA para cada una de las respuestas separadamente, pero de esta manera se ignoran y se dejan de explotar las correlaciones reales que pueden existir entre las respuestas. Los resultados obtenidos de esta manera no son válidos.

b) Con respecto a la relación que existe entre pruebas de hipótesis e intervalos de confianza, se tiene para el caso bivariado la situación siguiente:



$P_r[\mu_1 \in [a,b]] = 1-\alpha$

$P_r[\mu_2 \in [c,d]] = 1-\alpha$

si fueran independientes Y_1 y Y_2

$P_r[\mu_1 \in [a,b], \mu_2 \in [c,d]] = (1-\alpha)^2$

$P_r[\mu_1, \mu_2 \in R] = 1-\alpha$

Por la correlación existente entre las respuestas Y1 y Y2, la región confidencial conjunta de μ_1 y μ_2 tiene la forma de una elipse.

Si se plantea como hipótesis el lugar en que está el punto (μ_1, μ_2) se pueden tener las siguientes dos situaciones contradictorias:

Si la hipótesis es que (μ_1, μ_2) está en el punto A, con el método multivariado, la hipótesis no se rechaza y con el método univariado se rechaza.

Si la hipótesis es que (μ_1, μ_2) está en el punto B, con el método multivariado, la hipótesis se rechaza y con el método univariado no se rechaza.

Esto señala la necesidad de considerar la distribución conjunta de las mediciones.

3.- INTRODUCCION A LA HIPOTESIS LINEAL GENERAL Y MANOVA.

3.1.- Notación.

n= número total de unidades experimentales.

p= número de respuestas medidas en cada una de las n unidades experimentales.

Se tiene la matriz de observaciones:

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} \dots & y_{2n} \\ \vdots & & \\ y_{p1} & y_{p2} \dots & y_{pn} \end{bmatrix} = [Y_1, Y_2 \dots Y_n]$$

Yi representa el vector columna de p respuestas medidas a la i-ésima unidad experimental.

El modelo I de MANOVA de efectos fijos corresponde a:

$$Y' = A\xi + \varepsilon$$

donde

i) A es la matriz de diseño de n x m, cuyos elementos definen el diseño bajo el cual se obtienen los datos, es decir, describen la forma en que cada tratamiento es asignado a cada unidad experimental. A es de rango r<=m<n.

ii) ξ es una matriz de m x p de parámetros desconocidos, que corresponden a los efectos fijos de los factores considerados.

iii) ε es la matriz de errores de dimensión n x p.

Suposiciones.

1) p<=(n-r), lo que asegura que la matriz de error muestral es casi siempre definida positiva.

2) Y1,...Yn son muestras independientes de $N[E(Y_i), \Sigma]$, donde la matriz de dispersión Σ es común a los n vectores pero desconocida.

3) La matriz de errores ε se supone que es una muestra aleatoria de tamaño n de una población $N[0, \Sigma]$, esto implica que se cumple:

i) Normalidad.

ii) Independencia entre renglones de la matriz $\mathcal{E}$.

iii) Homoscedasticidad. (igualdad de matrices de varianza covarianza para cada renglón de $\mathcal{E}$).

Debido a que la suposición de normalidad no se cumple algunas veces es importante probar esta suposición. Existen criterios para probar normalidad marginal como son:

a)Pruebas de cocientes de verosimilitud asociadas con transformaciones para mejorar la normalidad univariada (Andrews et al. (1973)).

b)Pruebas de asimetría y kurtosis (Pearson & Hartley (1966), Mardia(1970)).

c)Representación gráfica de probabilidades normales (Press (1972)).

Existen tambien criterios para probar Independencia y Homoscedasticidad.

Como la matriz de diseño A es de rango $r\leq m\leq n$ podemos hacer una partición de A en [AI,AD] donde AI es cualquier base de A con dimensiones n x r y AD tiene n renglones y las restantes (m-r) columnas de A. De acuerdo con esta partición se puede hacer otra a la matriz ξ , de parámetros desconocidos, como $\begin{bmatrix} \xi_I \\ \xi_D \end{bmatrix}$ y reescribir el modelo I de MANOVA como

$$Y' = \begin{bmatrix} A_I & A_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_I \\ \xi_D \end{bmatrix} + \varepsilon$$

Generalmente el problema se reparametriza usando, por ejemplo, la restricción de que la suma de todos los efectos de los tratamientos es cero, para así obtener una matriz A de rango completo.

El programa MANOVA supone que la matriz A es de rango completo, por lo que en un capítulo posterior se darán las reglas a seguir para construir esta matriz con esa restricción.

3.2.- Hipótesis Lineal General.

La hipótesis lineal general que realiza el programa MANOVA es:

$$H_0: C\xi M = 0 \quad \text{v.s.} \quad H_1: C\xi M = \eta \qquad \eta \neq 0$$

donde

C es la matriz de hipótesis entre tratamientos, de dimensiones s x m, con rango s<=r<=m<n.

M es la matriz de hipótesis entre respuestas de dimensiones p x u, con rango u<=p. M puede expresar hipótesis tales como que el efecto de un factor es el mismo en todas (o en un subconjunto dado) las p respuestas. O bien, que el efecto de un factor cambia de algun modo lineal al considerar las respuestas.

η es una matriz no nula.

Por ejemplo: se tiene un experimento con tres tratamientos y en cada unidad experimental se han medido dos respuestas

tratamiento	respuesta	
	Y_1	Y_2
τ_1	ξ_{11}	ξ_{12}
τ_2	ξ_{21}	ξ_{22}
τ_3	ξ_{31}	ξ_{32}

donde ξ_{ij} es el efecto del tratamiento τ_i en la respuesta YJ, i=1,2,3 J=1,2.

La hipótesis de no diferencia entre tratamientos para las dos respuestas es:

$$H_0: \begin{bmatrix} \xi_{11} \\ \xi_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{21} \\ \xi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{31} \\ \xi_{32} \end{bmatrix}$$

la cual es verdadera si y solo si

$$\xi_{11} = \xi_{21} = \xi_{31} \quad y \quad \xi_{12} = \xi_{22} = \xi_{32}$$

En notación matricial, esta hipótesis es:

$$H_0: C\xi = O$$

donde

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \qquad \xi = \begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} \\ \xi_{21} & \xi_{22} \\ \xi_{31} & \xi_{32} \end{bmatrix}$$

O es la matriz nula de 2x2 y la matriz M que no aparece es la idéntica de 2x2.

De acuerdo a la partición de A en [AI AD] que determina una partición de ξ en $\begin{bmatrix} \xi_I \\ \xi_D \end{bmatrix}$ podemos hacer una partición de C en la forma [CI CD].

Se definen las matrices SE y SH que son respectivamente la matriz debida al error y la matriz debida a la hipótesis las cuales son calculadas a partir de las observaciones, de la matriz de diseño conocida y de las matrices C y M especificadas, como:

$$S_{E(u \times u)} = M' Y [I_{(n)} - A_1 (A_1' A_1)^{-1} A_1'] Y' M$$

$$S_{H(u \times u)} = M' Y A_1 (A_1' A_1)^{-1} C_1' [C_1 (A_1' A_1)^{-1} C_1']^{-1} C_1 (A_1' A_1)^{-1} A_1' Y' M$$

$I_{(n)}$ denota la matriz idéntica de orden n.

Estas matrices son esencialmente matrices de sumas de cuadrados (elementos diagonales) y sumas de productos (elementos no diagonales).

SH es simétrica, por lo menos semidefinida positiva, de rango k=mín{rango(M),rango(C)}.

SE es simétrica y puesto que u<=p<=(n-r) es definida positiva.

4.- CRITERIOS DE PRUEBA Y COMPARACION.

A diferencia de ANOVA, nos enfrentamos con por lo menos tres criterios alternativos para probar

$$H_0: C \xi M = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1: C \xi M = \eta \qquad \eta \neq 0$$

Los criterios son:

a) $\mathrm{chmax}(S_H S_E^{-1}) / [1 + \mathrm{chmax}(S_H S_E^{-1})]$

b) $\Lambda = |S_E| / |S_H + S_E| = 1 / |S_H S_E^{-1} + I|$

c) $\mathrm{tr}(S_H S_E^{-1})$

donde chmax denota la raíz característica más grande, "| |" significa determinante y "tr" traza (suma de los elementos diagonales).

Los tres criterios son exactamente equivalentes para k=1, ya que en este caso $S_H S_E^{-1}$ tiene solamente una raíz característica diferente de cero, así que la raíz máxima, la suma de las raices y el producto de las raices (diferentes de cero) son todos iguales, pero para valores más grandes de k son diferentes y pueden llevar a diferentes conclusiones. (k=min{rango(M),rango(C)})

4.1.- El Criterio Λ de Wilks.

En un gran número de pruebas de significancia usadas en análisis generales de observaciones de un modelo estadístico lineal se construye a partir de la muestra una estadística u la cual tiene una distribución $\chi^2\sigma^2$ con f2 grados de libertad y una estadística independiente v, la cual se distribuye, en general, como una $\chi^2\sigma^2$ no central con f1 grados de libertad. De estas dos, se construye el cociente F=f2v/f1u que es utilizado para probar la hipótesis de que el parámetro de no centralidad en la distribución de v es cero. La hipótesis nula es rechazada, a un nivel de significancia α, si el valor observado de F excede el punto 100 α % de la distribución F con f2,f1 grados de libertad.

El criterio Λ de Wilks juega el mismo papel en análisis multivariado del que la F juega en análisis univariado. El criterio de Wilks es una generalización del principio de máxima verosimilitud.

Este desarrollo lleva a Wilks a proponer la estadística de prueba:

$$\Lambda = \frac{|S_e|}{|S_H + S_e|} = \frac{1}{|S_H S_e^{-1} + I|}$$

Λ es el recíproco del producto de todas las raices características de $S_H S_E^{-1} + I$. Por este motivo a este criterio se le llama criterio del producto de las raices.

La distribución de Λ se conoce como la distribución $\Lambda(n,p,q)$ de Wilks, donde n,p,q los parámetros de la Λ de Wilks son respectivamente los grados de libertad de $S_H + S_E$, el orden de S_E y S_H y los grados de libertad de S_H. En una tabla de análisis de varianza multivariado se tiene:

Fuente	g. l.	Matriz S.S. y S.P.
Hipótesis H_0	q	S_H
Error	$n-q$	S_E
Total	n	$S_H + S_E$

Λ de Wilks es el cociente de los determinantes de la matriz de error y la matriz total (error + hipótesis).

Cuando la hipótesis lineal general $C \xi M = 0$ es cierta, Bartlett (1938) derivó el siguiente resultado:

$$\chi^2 = -\left[n - \tfrac{1}{2}(p+q+1)\right] \ln \Lambda$$

se distribuye como una χ^2 con pq grados de libertad cuando n tiende a infinito.

Rao (1951) dió la siguiente aproximación:

$$\frac{ms+2\lambda}{2r}\;\frac{1-\Lambda^{1/s}}{\Lambda^{1/s}}$$

tiene una distribución F con 2r y (ms+2) grados de libertad, donde m=n-(p+q+1)/2 y r=pq/2, $\lambda = -(pq-2)/4$, $s=(p^2q^2-4)^{1/2}/(p^2+q^2-5)^{1/2}$.

4.2.- El Criterio de Lawley Hotelling.

El criterio de prueba de Lawley Hotelling es una generalización de la t de Student y consiste en la suma de las raices de $S_H S_E^{-1}$ por eso a este criterio se le llama criterio de la suma de las raices.

$$T_0^2 = t_r(S_H S_E^{-1})$$

La distribución exacta de T_0^2 es complicada pero Anderson (1958), Morrison (1967), Press(1972) demostraron que bajo la hipótesis nula nT_0^2 tiende a una χ^2 con us grados de libertad cuando n es grande.

4.3.- El Criterio de Roy.

El criterio de Roy se conoce como el criterio de la raiz máxima. Se deriva a partir del principio de unión intersección de la siguiente manera, Morrison (1967):

La hipótesis multivariada

$$H_0: C \xi M = 0 \; \ldots\ldots \quad (1)$$

es cierta si y solo si la hipótesis univariada

$$H_0: C \xi M a = 0 \; \ldots\ldots \quad (2)$$

es cierta para todo vector a no nulo de u componentes. La estadística de prueba para cualquiera de estas hipótesis univariadas está dada por:

$$F(a) = \frac{(n-r)\, a' M' Y' A_2 (A_2' A_2)^{-1} C_2' \left[C_2 (A_2' A_2)^{-1} C_2' \right]^{-1} C_2 (A_2' A_2)^{-1} A_2' Y M a}{s\, a' M' Y' \left[I - A_2 (A_2' A_2)^{-1} A_2' \right] Y M a}$$

Para una prueba univariada a nivel β, aceptamos (2) si

$$F(a) \leq F_{\beta;\, s,\, n-r}$$

y aceptamos la hipótesis multivariada (1) a nivel α si

$$\bigcap_{a} \left[F(a) \leq F_{\beta;\, s,\, n-r} \right]$$

para toda a no nula. Esta región de aceptación es equivalente a

$$\max_{a} F(a) \leq F_{\beta;s,n-r}$$

Se demuestra que el valor máximo de F(a) es proporcional a la mayor raíz de

$$|S_H - \lambda S_E| = 0$$

donde SH y SE son las matrices definidas en la sección 3.2.

Sea

k=min{rango(M),rango(C)}

chmax=raíz máxima de $|S_H - \lambda S_E| = 0$

Aceptamos la hipótesis multivariada (1) si

$$A = \frac{chmax}{1+chmax} \leq c(\alpha)$$

donde $c(\alpha)$ es el punto 100 α % de la distribución de la máxima raíz cuando la hipótesis es cierta.

En el apéndice 2 se anexan las tablas de Heck de los puntos porcentuales de la distribución de la máxima raíz característica, donde los parámetros de esta distribución están dados por

s=k definida arriba

m=(|s - u| - 1) / 2

n'=(n - r - u - 1) / 2

4.4.- Criterio F.

El criterio F debe utilizarse solamente cuando k=mín{rango(M),rango(C)} = 1, esto equivale a decir que se trata de un análisis de varianza univariado.

Se calcula la estadística de prueba F a través de la transformación:

$$F = \frac{n'+1}{m+1} \frac{\theta}{1-\theta}$$

cuya distribución es una F con 2m+2 y 2n'+2 grados de libertad, donde

$$n' = \frac{n-r-\mu-1}{2}, \qquad m = \frac{|s-\mu|-1}{2}$$

y Θ es la única raíz positiva de $S_H(S_H+S_E)^{-1}$.

La estadística puede ser calculada también a través de la única raíz no nula

$$c = tr(S_H S_E^{-1})$$

como

$$F = \frac{n'+1}{m+1}\,c$$

con m y n' definidas arriba.

4.5.- Comparaciones de potencia de los criterios de prueba.

Sotres,Mexas y Mendez (1970) realizaron un estudio de la potencia (Pr{rechazar HO ! H1}) de cada una de las estadísticas de Wilks, Lawley Hotelling y Roy, por medio de métodos de simulación de Montecarlo.

Se utilizó el modelo de Análisis de Varianza

$$Y_{ij} = \mu + a_i + e_{ij} \qquad \begin{array}{l} i=1,2,3 \\ j=1,\ldots,n_i \end{array}$$

donde Yij es un vector bivariado.

Se probó la hipótesis HO: Ba = 0 , de que el factor a no es significativo, llegando a las conclusiones siguientes:

i) Cuando ni <= 5 se recomienda utilizar como estadística de prueba para la hipótesis HO: Ba=0, la estadística de Wilks o la estadística de Roy.

ii) No se debe utilizar la estadística de Lawley Hotelling para probar la hipótesis HO: Ba=0 con ni <= 5 debido a que el estimador $\hat{\alpha}_L$ de α_L=Pr {Rechazar HO !

HO} difiere grandemente del valor real de α_L .

Se encontró que para tener aproximadamente una confianza de α_L=95% se debe utilizar una $\alpha_L^{(1)}$=99.5% y para tener α_L=97.5% debemos utilizar una $\alpha_L^{(1)}$=99.9%.

iii) Con un número de repeticiones igual a 25, la prueba de Lawley Hotelling es la que resulta más potente, sigue la de Roy y la de Wilks, aunque la prueba de Lawley Hotelling es la que tiene mayor error tipo I (Pr{Rechazar HO ¦ HO}).

5.- USO DEL PROGRAMA Y EJEMPLOS.

El programa MANOVA realiza pruebas de hipótesis en la forma lineal general, es decir, de la forma

$$H_0: C\xi M = 0 \quad \text{v.s.} \quad H_1: C\xi M = \eta \qquad \eta \neq 0$$

MANOVA es un programa interactivo, por lo que solamente puede ser usado a través de una terminal. Su funcionamiento es por medio de comandos los cuales se explicarán en detalle en el siguiente inciso. Se anexan además las gráficas que explican la forma de escribir los comandos.

5.1.- Funcionamiento.

El usuario debe tener los datos del problema de la siguiente manera:

Los datos deben estar en un archivo en disco en formato libre, la primera parte de este archivo debe contener la matriz de datos Y transpuesta, es decir, debe ser una matriz de n x p (número de observaciones x número de respuestas) seguida de la matriz de diseño que debe ser de rango completo (El usuario debe hacer una reparametriza-ción del problema según su conveniencia y lo que quiera probar). El programa pide el nombre de este archivo de datos.

Los comandos de ejecución son los siguientes, donde las letras subrayadas son el mínimo de caracteres que se deben escribir para identificar cada comando:

a) HIPOTESIS. Significa que se va a empezar un problema completo.

b) DE. Opcional.

c) TRATAMIENTOS. Significa que se va a realizar hipótesis sobre los tratamientos del problema considerando todas las respuestas. En este caso la matriz M es la idéntica de $p \times p$.

d) MIXTA. Significa que se va a realizar hipótesis sobre tratamientos considerando algunas respuestas dependiendo de la matriz M que dé el usuario.

e) CON. Opcional.

f) CRITERIO. Opcional. Sirve también para cambiar el criterio en el problema ó para cambiar la matriz C.

g) ROY. Se utiliza el criterio Roy explicado en el punto 4.3

h) LH. Se utiliza el criterio de Lawley-Hotelling explicado en el punto 4.2

i) WILKS. Se utiliza el criterio de Wilks explicado en el punto 4.1

j) F. Utiliza el criterio F explicado en el punto 4.4.

k) %. Ignora toda la línea que contenga en la primera columna este caracter. Es muy útil para comentar cada una de las hipótesis que se prueben.

l) HIPOTESIS ?. Regresa el tipo de hipótesis que se usó en el último problema.

m) CRITERIO ?. Regresa el último tipo de criterio usado.

n) TERMINA. Para salirse del programa.

o) FIN. Igual que TERMINA.

5.2.- Comentarios.

Deben construirse frases como por ejemplo:

>HIPOTESIS DE TRATAMIENTOS CON CRITERIO ROY

que es equivalente a escribir

>HI TR ROY

Para cambiar la matriz C únicamente se escribe

>CR LH

Esto permite cambiar la matriz C utilizando ahora el criterio de Lawley-Hotelling.

El programa se corre de la siguiente manera:

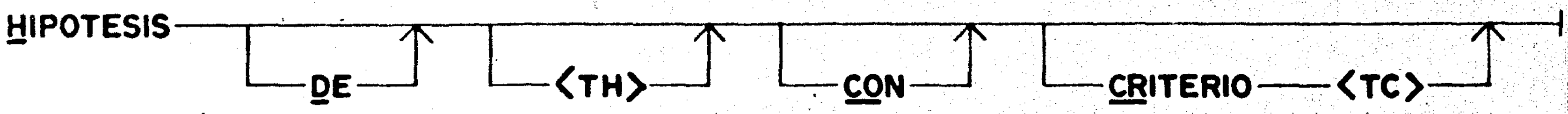
R(IM80)MANOVA

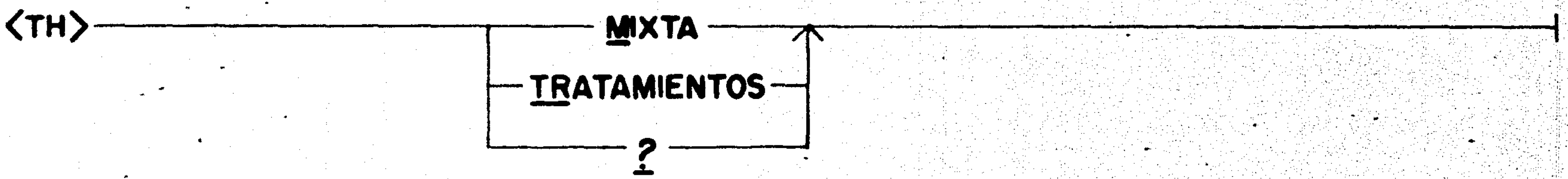
Los resultados salen, por default, por impresora, pero si se quieren por terminal se dá la siguiente instrucción

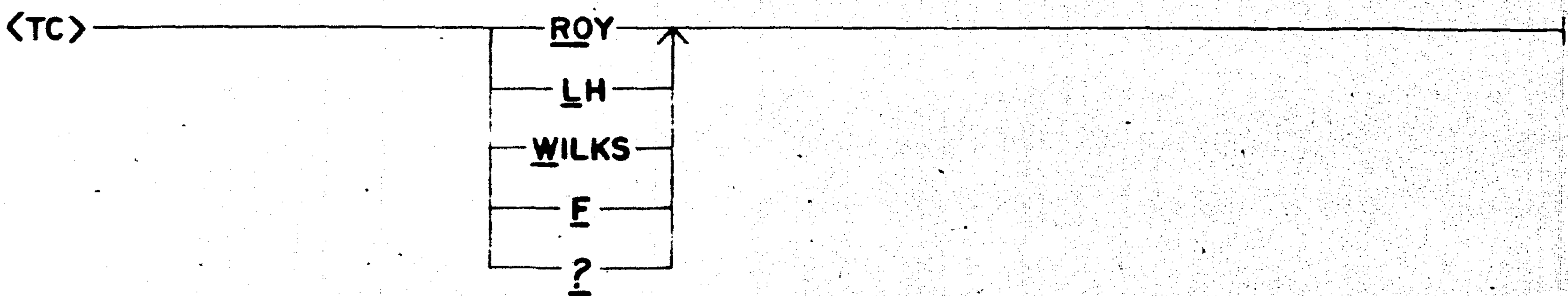
R(IMBO)MANOVA; FILE BYP(REMOTE,MAXRECSIZE=22)

Al empezar y cada vez que el usuario tenga que contestar algo, MANOVA escribe el caracter ">". Cada vez que MANOVA dá un mensaje éste viene precedido por el caracter "*". No es necesario escribir los comandos inmediatamente después del caracter ">" .

Al final del listado de resultados viene una hoja donde aparecen todas las hipótesis y comentarios que el usuario ha hecho. Esto es para verificación del usuario sobre las pruebas de hipótesis realizadas y observar si le faltó alguna.


HIPOTESIS
DE
<TH>
CON
CRITERIO
<TC>


<TH>
MIXTA
TRATAMIENTOS
?


<TC>
ROY
LH
WILKS
F
?

33

CRITERIO —— <TC> ——|

FIN ——|

TERMINA

% —— <COMENTARIO> ——|

5.3.- Matriz de Diseño.

Overall y Spiegel (1969) dan una regla para construir la matriz diseño. Supóngase un diseño con dos criterios de clasificación. Cada individuo pertenece a un nivel de A, un nivel de B y una combinación AB. La matriz de diseño se forma incluyendo a-1 columnas que representan los primeros a-1 niveles de A, b-1 columnas que representan los primeros b-1 niveles de B y (a-1)(b-1) columnas representando las combinaciones de los primeros a-1 niveles de A con los primeros b-1 niveles de B.

La primera columna de la matriz de diseño se llena de 1 que corresponden al efecto de la media general. Se llenan las columnas asociadas con los efectos principales de A y B. Si un individuo pertenece a una de las primeras a-1 categorías de A se le asigna un 1 en esa columna y un cero en cualquier otra columna asociada con A. Si el individuo pertenece a la última categoría de A, se le asigna -1 en todas las a-1 columnas asociadas con el efecto principal A. De modo similar se hace para los individuos pertenecientes a las categorías de B. Las entradas en las columnas de la matriz de diseño asociadas con la interacción AB se obtienen como productos de las entradas en las columnas correspondientes de efectos principales. Por ejemplo, las entradas en la columna encabezada por A1B1 se obtienen multiplicando las entradas correspondientes a las columnas A1 y B1.

Ejemplo:

Se tiene un experimento factorial 2^{7-2}. (Roy, Gnanadesikan & Srivastava 1971). Los 7 factores son denotados por A,B,C,...,G y las 7 respuestas Y1,Y2,Y3,...,Y7. La tabla 1 presenta los datos de este ejemplo.

El interés principal está centrado en las 12 interacciones de primer orden:

AC, AG, BC, BG, CE, CF, CG, DE, DG, EF, EG, FG

Las otras interacciones de primer orden y las interacciones de segundo y de tercer orden se usaron en el cálculo de la matriz de error.

La matriz de diseño constará de 32 renglones que es el número de casos y 20 columnas que son, el efecto de la media general, los 7 factores principales y las 12 interacciones de primer orden consideradas. La primera columna de la matriz de diseño corresponde a unos.

Fijémonos en la columna de tratamientos de la tabla 1.

El primer elemento, (1) corresponde al tratamiento con los 7 factores en su nivel bajo, por lo que se asigna, en la matriz de diseño, -1 a cada columna de efectos principales.

El segundo tratamiento corresponde a la combinación de niveles altos para factores AFG, se asigna en la matriz de diseño 1 en las columnas correspondientes a los efectos principales A, F, G y -1 en todos los demás. Así sucesivamente se asigna 1 en la correspondiente columna de los efectos principales que aparecen en cada tratamiento, y -1 en los demás.

Para las interacciones consideradas, se multiplican las columnas correspondientes de los efectos principales en cada interacción. Por ejemplo: para la interacción AC, se multiplican las columnas correspondientes a A y a C.

De esta manera se construye la matriz de diseño presentada en la tabla 2. Esta matriz es de rango completo, es decir 20.

La matriz C correspondiente a la hipótesis de no efecto del factor A sería:

$$C_{1x20} = [\, 0, 1, 0, \ldots, 0 \,]$$

La hipótesis de no interacción entre los factores A y C sería:

$$C_{1x20} = [\, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, \ldots, 0 \,]$$

TABLA NO. 1

TRAT.	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7
(1)	16.7	6.40	11.50	38.0	53.00	5.40	3.13
AFG	16.2	3.70	11.20	38.0	20.85	5.90	3.46
BFG	16.4	4.20	9.58	35.0	14.50	2.95	1.97
AB	16.9	5.33	11.72	36.0	17.70	5.38	3.03
CG	17.0	4.26	11.79	38.0	10.40	5.22	3.28
ACF	17.0	7.97	10.84	37.0	48.20	5.33	3.20
BCF	17.2	4.20	10.00	37.0	17.00	4.90	3.01
ABCG	16.6	6.70	9.50	36.0	44.80	4.50	2.84
DF	16.2	5.72	9.00	34.5	14.20	3.15	2.03
ADG	16.1	6.71	9.24	38.0	15.21	3.06	2.10
BDG	16.3	6.80	11.50	36.0	21.60	5.70	3.35
ABDF	16.5	4.70	9.50	37.0	21.00	4.20	4.30
CDFG	16.8	6.00	10.60	38.5	39.48	4.70	3.11
ACD	16.3	5.70	9.70	38.0	14.80	4.20	2.18
BCD	17.0	7.20	10.64	38.0	60.70	5.17	3.28
ABCDFG	17.2	8.09	10.71	39.0	37.95	5.66	2.94
EG	16.5	6.40	10.10	37.0	37.50	4.60	2.35
AEF	16.8	6.70	10.70	38.0	45.20	5.20	3.08
BEF	16.5	4.59	7.92	32.0	7.90	2.49	2.08
ABEG	16.6	6.70	11.70	39.0	42.50	6.10	3.28
CE	16.8	4.74	10.55	39.0	18.75	3.84	2.56
ACEFG	17.0	6.78	9.83	37.0	26.30	4.90	2.19

BCEFG	17.6	5.60	10.30	35.0	43.20	4.30	2.76
ABCE	16.5	5.60	8.60	34.0	16.90	3.50	1.89
DEFG	16.5	5.80	9.22	37.0	27.10	3.24	1.96
ADE	16.6	6.17	9.67	37.0	32.00	3.79	2.98
BDE	17.2	7.90	11.60	39.0	51.60	5.80	3.00
ABDEFG	16.5	4.60	10.00	39.0	19.70	5.30	2.40
CDEF	16.8	6.50	10.70	39.0	42.45	5.60	3.40
ACDEG	16.8	8.10	10.60	40.0	66.30	6.20	3.25
BCDEG	16.9	4.58	11.02	40.0	18.75	5.47	3.52
ABCDEF	17.2	7.87	11.24	40.0	36.99	4.77	2.97

TABLA NO. 2

1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1
1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1
1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1
1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1
1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1
1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
1	1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1
1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1

1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1
1	1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1
1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1
1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1

5.4.- Ejemplos.

El siguiente ejemplo fué tomado de Brown y Beerstecher (1951) y modificado por Smith, Gnanadesikan y Hughes (1962). Se clasifican los individuos por el peso del cuerpo en 4 grupos denotados por w1,w2,w3 y w4. Se incluyeron 17 hombres en el estudio, la tabla 3 contiene la transpuesta de la matriz Y de observaciones. Se hicieron 13 medidas de muestras matutinas de orina tomadas de cada uno de los 17 sujetos en el estudio. Para la mayoría de los individuos, las determinaciones fueron hechas en 3 muestras de orina. Sin embargo, hay desequilibrio en los datos ya que hubo individuos para quienes todas las determinaciones estuvieron disponibles en 2 muestras de orina y un individuo para quien todas las determinaciones fueron hechas en una muestra de orina solamente. No existe ninguna dificultad por el hecho de que los datos sean desbalanceados ya que los resultados presentados en el capítulo 3 son completamente generales. Se decidió que 2 de las 13 medidas hechas eran covariables mientras que las 11 restantes eran respuestas.

Covariables:

X1= volumen en ml.

X2= (gravedad específica - 1) x 10^{3}

Respuestas:

Y1= pH

Y2= coeficiente de creatinina

Y3= pigmento de creatinina

Y4= fosfato mg/ml

Y5= calcio mg/ml

Y6= fósforo mg/ml

Y7= creatinina mg/ml

Y8= cloruro mg/ml

Y9= boro mg/ml

Y10= colina mg/ml

Y11= cobre mg/ml

El modelo es:

$$Y' = A\xi + \varepsilon \approx Y^{(t)} = \mu^{(t)} + \omega^{(t)} + \beta_1^{(t)} x_1 + \beta_2^{(t)} x_2 + e^{(t)}$$

La matriz A se reparametrizó de manera que su rango=6=número de columnas de A. Así que la AI del capítulo 3 es la matriz A. En este caso ya no se hace ninguna partición en la matriz de parámetros ξ ni en la matriz de hipótesis entre tratamientos C.

En la tabla 4 se presenta la matriz de diseño A y la matriz de parámetros ξ.

Por el momento se considera que la matriz M es la idéntica de orden 11 y en consecuencia u=p=11, ya que interesan las hipótesis del tipo "entre tratamientos", es decir, hipótesis de igualdad de tratamientos considerando todas las respuestas.

Sea

$$C_\mu = [1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$$

la hipótesis $H_{0\mu}: C_\mu \xi = 0$ es la hipótesis nula de que el efecto de la media general es cero.

Si

$$C_w = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

la hipótesis $H_{0w}: C_w \xi = 0$ es la hipótesis nula de no diferencia entre grupos de peso.

Si

$$C_{\beta_1} = [0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0]$$

la hipótesis $H_{0\beta_1}: C_{\beta_1}\xi = 0$ es la hipótesis nula de que β_1 es cero para toda respuesta y similarmente para $C_{\beta_2} = [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]$

Se anexa el listado de resultados al utilizar el programa MANOVA probando cada una de estas hipótesis con diferentes criterios.

En este mismo ejemplo, si se considera la matriz M como

$$M_{(11\times 1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

la hipótesis $H_0: C_\omega \xi M = 0$ es la hipótesis nula de que para la primera respuesta no hay diferencia significativa en grupos de peso. En este caso ya se trata de un análisis de varianza univariado y las matrices del error y de la hipótesis son números reales.

T A B L A N O . 3

Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11
5.70	4.67	17.60	1.50	0.104	1.50	1.88	5.15	8.40	7.50	0.14
5.50	4.67	13.40	1.65	0.245	1.32	2.24	5.75	4.50	7.10	0.11
6.60	2.70	20.30	0.90	0.097	0.89	1.28	4.35	1.20	2.30	0.10
5.70	3.49	22.30	1.75	0.174	1.50	2.24	7.55	2.75	4.00	0.12
5.60	3.49	20.50	1.40	0.210	1.19	2.00	8.50	3.30	2.00	0.12
6.00	3.49	18.50	1.20	0.275	1.03	1.84	10.25	2.00	2.00	0.12
5.30	4.84	12.10	1.90	0.170	1.87	2.40	5.95	2.60	16.80	0.14
5.40	4.84	12.00	1.65	0.164	1.68	3.00	6.30	2.72	14.50	0.14
5.40	4.84	10.10	2.30	0.275	2.08	2.68	5.45	2.40	0.90	0.20
5.60	4.48	14.70	2.35	0.210	2.55	3.00	3.75	7.00	2.00	0.21
5.60	4.48	14.80	2.35	0.050	1.32	2.84	5.10	4.00	0.40	0.12
5.60	4.48	14.40	2.50	0.143	2.38	2.84	4.05	8.00	3.80	0.18
5.20	3.48	18.10	1.50	0.153	1.20	2.60	9.00	2.35	14.50	0.13
5.20	3.48	19.70	1.65	0.203	1.73	1.88	5.30	2.52	12.50	0.20
5.60	3.48	16.90	1.40	0.074	1.15	1.72	9.85	2.45	8.00	0.07
5.80	2.63	23.70	1.65	0.155	1.58	1.60	3.60	3.75	4.90	0.10
6.00	2.63	19.20	0.90	0.155	0.96	1.20	4.05	3.30	0.20	0.10
5.30	2.63	18.00	1.60	0.129	1.68	2.00	4.40	3.00	3.60	0.18
5.40	4.46	14.80	2.45	0.245	2.15	3.12	7.15	1.81	12.00	0.13
5.60	4.46	15.60	1.65	0.422	1.42	2.56	7.25	1.92	5.20	0.15
5.30	2.80	16.20	1.65	0.063	1.62	2.04	5.30	3.90	10.20	0.12
5.40	2.80	14.10	1.25	0.042	1.62	1.84	3.10	4.10	8.50	0.30

5.50	2.80	17.50	1.05	0.030	1.56	1.48	2.40	2.10	9.60	0.20
5.40	2.57	14.10	2.70	0.194	2.77	2.56	4.25	2.60	6.90	0.17
5.40	2.57	19.10	1.60	0.139	1.59	1.88	5.80	2.30	4.70	0.16
5.20	2.57	22.50	0.85	0.046	1.65	1.20	1.55	1.50	3.50	0.21
5.50	1.26	17.00	0.70	0.094	0.97	1.24	4.55	2.90	1.90	0.12
5.90	1.26	12.50	0.80	0.039	0.80	0.64	2.65	0.72	0.70	0.13
5.60	2.52	21.50	1.80	0.142	1.77	2.60	6.50	2.48	8.30	0.17
5.60	2.52	22.20	1.05	0.080	1.17	1.48	4.85	2.20	9.30	0.14
5.30	2.52	13.00	2.20	0.215	1.85	3.84	8.75	2.40	13.00	0.11
5.60	3.24	13.00	3.55	0.166	3.18	3.48	5.20	3.50	18.30	0.22
5.50	3.24	10.90	3.30	0.111	2.79	3.04	4.75	2.52	10.50	0.21
5.60	3.24	12.00	3.65	0.180	2.40	3.00	5.85	3.00	14.50	0.21
5.40	1.56	22.80	0.55	0.069	1.00	1.14	2.85	2.90	3.30	0.15
5.30	1.56	16.50	2.05	0.222	1.49	2.40	6.55	3.90	6.30	0.11
5.20	1.56	18.40	1.05	0.267	1.17	1.36	6.60	2.00	4.90	0.11
5.80	4.12	12.50	5.90	0.093	3.80	3.84	2.90	3.00	22.50	0.24
5.70	4.12	8.70	4.25	0.147	3.62	5.32	3.00	3.55	19.50	0.20
5.50	4.12	9.40	3.85	0.217	3.36	5.52	3.40	5.20	1.30	0.31
5.40	2.14	15.00	2.45	0.418	2.38	2.40	5.40	1.81	20.00	0.17
5.40	2.14	12.90	1.70	0.323	1.74	2.48	4.45	1.88	1.00	0.15
4.90	2.03	12.10	1.80	0.205	2.00	2.24	4.30	3.70	5.00	0.19
5.00	2.03	13.20	3.65	0.348	1.95	2.12	5.00	1.80	3.00	0.15
4.90	2.03	11.50	2.25	0.320	2.25	3.12	3.40	2.50	5.10	0.18

TABLA NO. 4

1	1	0	0	205	24
1	1	0	0	160	32
1	1	0	0	480	17
1	1	0	0	230	30
1	1	0	0	235	30
1	1	0	0	215	27
1	1	0	0	215	25
1	1	0	0	190	30
1	1	0	0	190	28
1	1	0	0	175	24
1	1	0	0	145	26
1	1	0	0	155	27
1	0	1	0	220	31
1	0	1	0	300	23
1	0	1	0	305	32
1	0	1	0	275	20
1	0	1	0	405	18
1	0	1	0	210	23
1	0	1	0	170	31
1	0	1	0	235	28
1	0	1	0	185	21
1	0	1	0	255	20
1	0	1	0	265	15

$$\xi_{(6\times 11)}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
\mu^1 & \mu^2 & \mu^3 & \mu^4 & \mu^5 & \mu^6 & \mu^7 & \mu^8 & \mu^9 & \mu^{10} & \mu^{11} \\
\omega_1^1 & \omega_1^2 & \omega_1^3 & \omega_1^4 & \omega_1^5 & \omega_1^6 & \omega_1^7 & \omega_1^8 & \omega_1^9 & \omega_1^{10} & \omega_1^{11} \\
\omega_2^1 & \omega_2^2 & \omega_2^3 & \omega_2^4 & \omega_2^5 & \omega_2^6 & \omega_2^7 & \omega_2^8 & \omega_2^9 & \omega_2^{10} & \omega_2^{11} \\
\omega_3^1 & \omega_3^2 & \omega_3^3 & \omega_3^4 & \omega_3^5 & \omega_3^6 & \omega_3^7 & \omega_3^8 & \omega_3^9 & \omega_3^{10} & \omega_3^{11} \\
\beta_1^1 & \beta_1^2 & \beta_1^3 & \beta_1^4 & \beta_1^5 & \beta_1^6 & \beta_1^7 & \beta_1^8 & \beta_1^9 & \beta_1^{10} & \beta_1^{11} \\
\beta_2^1 & \beta_2^2 & \beta_2^3 & \beta_2^4 & \beta_2^5 & \beta_2^6 & \beta_2^7 & \beta_2^8 & \beta_2^9 & \beta_2^{10} & \beta_2^{11}
\end{array}$$

1	0	1	0	305	26
1	0	1	0	440	24
1	0	1	0	430	16
1	0	0	1	350	18
1	0	0	1	475	10
1	0	0	1	195	33
1	0	0	1	375	25
1	0	0	1	160	35
1	0	0	1	240	33
1	0	0	1	205	31
1	0	0	1	270	34
1	0	0	1	475	16
1	0	0	1	430	31
1	0	0	1	490	28
1	-1	-1	-1	105	32
1	-1	-1	-1	115	25
1	-1	-1	-1	97	28
1	-1	-1	-1	325	27
1	-1	-1	-1	310	23
1	-1	-1	-1	245	25
1	-1	-1	-1	170	26
1	-1	-1	-1	220	34

>HIPOTESIS DE TRATAMIENTOS CON CRITERIO ROY

** P R O B L E M A   N U M E R O :   1   **

TITULO DEL PROBLEMA: EJEMPLO TOMADO DE SMITH, GNANADESIKAN AND HUGHES (1962)

NUMERO DE OBSERVACIONES: 45

NUMERO DE RESPUESTAS: 11

NUMERO DE PARAMETROS: 6

NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS: DATOS/MANOVA

MATRIZ DEL ERROR

7.99426	1.56322	3.93607	2.86971	-0.13561	1.04673	1.65640	1.11333	-1.11124	7.41336	-0.04207
1.56322	13.55352	-22.58751	0.76010	-0.13277	5.31040	6.71984	-8.54708	2.00066	47.15798	0.33416
3.93607	-22.53751	386.31157	-23.51947	-0.90818	-20.47890	-25.33083	30.45037	6.37710	-72.99469	-1.33683
2.86971	0.76010	-23.51948	19.10721	-0.49173	11.38519	7.26669	-17.87808	3.31378	46.94420	-0.46161
0.13561	-0.13277	-0.90818	-0.49173	0.24611	-0.28644	-0.19864	1.20172	-0.70371	-4.08300	-0.01933
1.04673	5.31040	-20.47890	11.38519	-0.20644	10.81983	7.59219	-18.54358	6.86054	41.44278	0.58530
1.65640	6.71984	-25.33083	7.26669	-0.19864	7.59219	13.14212	-9.47101	4.82010	19.98503	0.39827
1.11334	-8.54708	30.45037	-17.87808	1.20172	-18.54358	-9.47101	77.68587	-27.23406	-29.03444	-1.43886
1.11124	2.00060	8.37710	3.31378	-0.70371	6.86054	4.82010	-27.23406	76.60544	-34.20661	0.52650
7.41336	47.15798	-72.99469	46.94420	-4.08300	41.44278	19.98503	-29.03444	-34.20661	1130.98922	0.96635
0.04207	0.33416	-1.33683	0.46161	-0.01933	0.58530	0.39827	-1.43886	0.52650	0.96635	0.00215

HIPOTESIS NUMERO: 1

MATRIZ DE HIPOTESIS ENTRE TRATAMIENTOS

1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

MATRIZ DEBIDA A LA HIPOTESIS NUMERO: 1

22.67419	14.36246	42.83551	9.65320	-0.61296	9.58702	10.72726	-12.30302	24.07364	12.38053	1.11822
14.36246	9.09758	27.13320	5.73455	-0.30827	6.07268	6.79494	-7.79307	15.24891	7.84217	0.70831
42.83551	27.13320	80.92374	17.10307	-1.15800	18.11155	20.26506	-23.24254	45.47931	23.38898	2.11251
9.65320	5.73455	17.10307	3.61470	-0.24474	3.82784	4.28311	-4.91227	9.61196	4.94322	0.44648
-0.61296	-0.30827	-1.15800	-0.24474	0.01657	-0.25917	-0.29000	0.33259	-0.65080	-0.33469	-0.03023
9.58702	6.07268	18.11155	3.82784	-0.25917	4.05355	4.53566	-5.20192	10.17873	5.23469	0.47280
10.72726	6.79494	20.26506	4.28311	-0.29000	4.53566	5.07511	-5.82061	11.38934	5.85728	0.52903
-12.30302	-7.79307	-23.24254	-4.91227	0.33259	-5.20192	-5.82061	6.67562	-13.06236	-6.71768	-0.60675
24.07364	15.24891	45.47931	9.61196	-0.65080	10.17873	11.38934	-13.06236	25.55846	13.14466	1.18724
12.38053	7.84217	23.38898	4.94322	-0.33469	5.23469	5.85728	-6.71768	13.14466	6.76020	0.61057
1.11822	0.70831	2.11251	0.44648	-0.03023	0.47280	0.52903	-0.60675	1.18724	0.61057	0.05515

ESTADISTICA DE PRUEBA PARA CRITERIO ROY: 0.91704

GRADOS DE LIBERTAD: S= 1 M= 4.500 N= 13.500

>: LA HIPOTESIS ANTERIOR ES QUE EL EFECTO DE LA MEDIA GENERAL
>: ES CERO PARA TODAS LAS RESPUESTAS.
>: LA SIGUIENTE HIPOTESIS ES DE NO DIFERENCIA ENTRE GRUPOS DE PESO
>CRITERIO WILKS

HIPOTESIS NUMERO: 2

MATRIZ DE HIPOTESIS ENTRE TRATAMIENTOS

0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00

MATRIZ DEBIDA A LA HIPOTESIS NUMERO: 2

0.66570	2.37023	3.38979	-1.76690	-0.07901	-1.40328	-1.15816	2.75114	2.55591	-8.66326	-0.08970
2.37023	14.43055	-30.08655	-10.47750	-0.14504	-7.43213	-7.26164	18.18026	8.68601	-38.50198	-0.46901
3.38979	30.08655	109.12450	-29.97973	-1.64402	-19.37907	-21.12251	52.54571	11.25493	-41.42205	-1.00768
-1.76690	-10.47750	-29.97973	9.48140	0.48178	6.51814	6.55387	-10.12357	-6.38008	22.62450	0.36509
-0.07901	-0.14504	-1.64402	0.48178	0.00460	0.32596	0.31943	-0.71813	-0.29017	-0.26813	0.01168
-1.40328	-7.43213	-19.37907	6.51814	0.32596	4.58674	4.40994	-10.94082	-5.15252	18.02960	0.26305
-1.15816	-7.26164	-21.12251	6.55387	0.31943	4.46994	4.54621	-11.22133	-4.15066	15.13675	0.24991
2.75114	18.18026	52.54571	-10.12357	-0.71813	-10.94082	-11.22133	27.80970	9.80163	-37.45377	-0.61582
2.55591	8.68601	11.25493	-6.38008	-0.29017	-5.15252	-4.15086	9.80163	9.84601	-33.08520	-0.33270
-8.66326	-38.50198	-41.42205	22.62450	-0.26813	18.02960	15.13675	-37.45377	-33.08520	139.98152	1.28945
-0.08970	-0.46901	-1.00768	0.36509	0.01168	0.26305	0.24991	-0.61582	-0.33270	1.28945	0.01609

LAMBDA= 0.07341 ESTADISTICA DE PRUEBA PARA CRITERIO WILKS: 90.10301

GRADOS DE LIBERTAD DE LA JI CUADRADA: 33

JI CUADRADA CON 33 GRADOS DE LIBERTAD= 47.39996 NIVEL DE SIGNIFICANCIA= 0.950

SE RECHAZA LA HIPOTESIS

HIPOTESIS DE QUE EL EFECTO DE LA COVARIABLE X1 ES CERO
ITERIO F

POTESIS NUMERO: 3

TRIZ DE HIPOTESIS ENTRE TRATAMIENTOS

.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00

MATRIZ DEBIDA A LA HIPOTESIS NUMERO: 3

0.00518	-0.17980	0.63128	-0.17461	0.01199	-0.12540	-0.19468	0.18149	-0.25714	-0.48908	-0.00890
-0.17980	6.23814	-21.90272	6.05833	-0.41598	4.35293	6.75438	-6.29684	8.92155	16.96871	0.30885
0.63128	-21.90272	76.90265	-21.27142	1.46056	-15.28357	-23.71532	22.10883	-31.32446	-59.57883	-1.08439
-0.17461	6.05833	-21.27142	5.88371	-0.40399	4.22740	6.55970	-6.11534	8.66440	16.47961	0.29994
0.01199	-0.41598	1.46056	-0.40399	0.02774	-0.29027	-0.45041	0.41990	-0.59492	-1.13154	-0.02060
-0.12540	4.35293	-15.28357	4.22740	-0.29027	3.03744	4.71316	-4.39389	6.22540	11.84065	0.21551
-0.19468	6.75438	-23.71532	6.55970	-0.45041	4.71316	7.31336	-6.81794	9.65987	18.37298	0.33441
0.18149	-6.29684	22.10883	-6.11534	0.41990	-4.39389	-6.81794	6.35609	-9.00550	-17.12838	-0.31175
-0.25714	8.92155	-31.32446	8.66440	-0.59492	6.22540	9.65987	-9.00550	12.75927	24.26801	0.44170
-0.48908	16.96871	-59.57883	16.47961	-1.13154	11.84065	18.37298	-17.12838	24.26801	46.15754	0.84011
-0.00890	0.30685	-1.08439	0.29994	-0.02060	0.21551	0.33441	-0.31175	0.44170	0.84011	0.01529

ESTADISTICA DE PRUEBA F: 2.95050

F CON 11.00 29.00 GRADOS DE LIBERTAD=   2.1379 NIVEL DE SIGNIFICANCIA= 0.950

SE RECHAZA LA HIPOTESIS

HIPOTESIS DE QUE EL EFECTO DE LA COVARIABLE X2 ES CERO
ITERIO LH

OTESIS NUMERO: 4

RIZ DE HIPOTESIS ENTRE TRATAMIENTOS

.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00

MATRIZ DEBIDA A LA HIPOTESIS NUMERO: 4

0.15996	-0.31594	-0.08299	-0.47744	-0.11979	-0.14636	-0.51201	-3.30387	0.60803	-3.71334	0.02861
-0.31594	0.62404	0.16392	0.04303	0.23660	0.28909	1.01131	6.52569	-1.20096	7.33447	-0.05651
-0.08299	0.16392	0.04306	0.24771	0.00215	0.07594	0.26564	1.71413	-0.31546	1.92657	-0.01484
-0.47744	0.04303	0.24771	1.42563	0.35755	0.43680	1.52827	9.86145	-1.81486	11.08366	-0.08540
-0.11979	0.23660	0.00215	0.35755	0.00971	0.10961	0.38348	2.47422	-0.45535	2.78087	-0.02143
-0.14636	0.28909	0.07594	0.43680	0.10961	0.13305	0.46849	3.02305	-0.55635	3.39772	-0.02618
-0.51201	1.01131	0.26564	1.52827	0.38348	0.46849	1.63893	10.57553	-1.94628	11.88624	-0.09159
-3.30387	6.52569	1.71413	9.86145	2.47422	3.02305	10.57553	68.24076	-12.55876	76.69838	-0.59098
0.60803	-1.20096	-0.31546	-1.81486	-0.45535	-0.55635	-1.94628	-12.55876	2.31126	-14.11526	0.10876
-3.71334	7.33447	1.92657	11.08366	2.78087	3.39772	11.88624	76.69838	-14.11526	86.20422	-0.66422
0.02861	-0.05651	-0.01484	-0.08540	-0.02143	-0.02618	-0.09159	-0.59098	0.10876	-0.66422	0.00512

ESTADISTICA DE PRUEBA PARA CRITERIO LH: 124.59533

GRADOS DE LIBERTAD DE LA JI CUADRADA: 11

JI CUADRADA CON 11 GRADOS DE LIBERTAD= 19.6752 NIVEL DE SIGNIFICANCIA= 0.950

SE RECHAZA LA HIPOTESIS

```
>% AHORA USANDO HIPOTESIS MIXTA PARA PROBAR QUE PARA LA PRIMERA
>% RESPUESTA NO HAY DIFERENCIA ENTRE GRUPOS DE PESO
>HIPOTESIS MIXTA CON CRITERIO ROY
```

```
*******************************************    P R O B L E M A   N U M E R O :   2    ***********************************
```

TITULO DEL PROBLEMA: MISMO EJEMPLO CON HIPOTESIS MIXTA

NUMERO DE OBSERVACIONES: 45

NUMERO DE RESPUESTAS: 11

NUMERO DE PARAMETROS: 6

RANGO DE LA MATRIZ DE HIPOTESIS ENTRE RESPUESTAS: 1

NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS: DATOS/MANOVA

MATRIZ DEL ERROR

2.98486

HIPOTESIS NUMERO: 1

MATRIZ DE HIPOTESIS ENTRE TRATAMIENTOS

```
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00
```

MATRIZ DEBIDA A LA HIPOTESIS NUMERO: 1

0.66570

ESTADISTICA DE PRUEBA PARA CRITERIO ROY: 0.18236

GRADOS DE LIBERTAD: S= 1 M= 0.500 N= 13.500

```
>HIPOTESIS DE TRATAMIENTOS CON CRITERIO ROY
>% LA HIPOTESIS ANTERIOR ES QUE EL EFECTO DE LA MEDIA GENERAL
>% ES CERO PARA TODAS LAS RESPUESTAS.
>% LA SIGUIENTE HIPOTESIS ES DE NO DIFERENCIA ENTRE GRUPOS DE PESO
>CRITERIO WILKS
>% HIPOTESIS DE QUE EL EFECTO DE LA COVARIABLE X1 ES CERO
>CRITERIO F
>% HIPOTESIS DE QUE EL EFECTO DE LA COVARIABLE X2 ES CERO
>CRITERIO LH
>% AHORA USANDO HIPOTESIS MIXTA PARA PROBAR QUE PARA LA PRIMERA
>% RESPUESTA NO HAY DIFERENCIA ENTRE GRUPOS DE PESO
>HIPOTESIS MIXTA CON CRITERIO ROY
>FIN
```

A P E N D I C E 1

```
BEGIN
   DEFINE
      MMAX          = 50#,
      LIM           = 99#,
      SALTA         = WRITE(BYP [SKIP 1])#,
      HAZ(I,J,K,L)  = FOR I := J STEP K UNTIL L#,
      CERO(C,M,N)   = HAZ(I,0,1,M-1) DO
                          REPLACE POINTER(C[I,*]) BY 0 FOR
                              (N) WORDS#,
      ESCRIBE(N)    = BEGIN
                          REPLACE MENSAJE BY " " FOR 80;
                          REPLACE MENSAJE BY "*",N;
                          WRITE(BYE,80,MENSAJE);
                      END ESCRIBE#,
      TITUL         = BEGIN
                          EBCDIC ARRAY X[0:131];
                          REPLACE X BY " " FOR 132;
                          ESCRIBE("TITULO DEL PROBLEMA?");
                          REPLACE MENSAJE BY " " FOR 84;
                          PROMPT;
                          READ(HELLO,84,MENSAJE)[EXIT];
                          REPLACE X BY " " FOR 14, "TITULO DEL",
                                " PROBLEMA: ",MENSAJE FOR 84;
                          WRITE(BYP,<4(/)>);
                          WRITE(BYP,132,X);
                          WRITE(BYP [SPACE 2]);
                      END TITUL#;

   FILE
      LOG   (KIND=PRINTER,MAXRECSIZE=132,UNITS=1),
      HELLO (KIND=REMOTE,UNITS=1,MAXRECSIZE=256,FILETYPE=3),
      BYP   (KIND=PRINTER),
      DISCO (KIND=DISK,MAXRECSIZE=14,BLOCKSIZE=420),
      BYE   (KIND=REMOTE,UNITS=1,MAXRECSIZE=80);

   INTEGER
      I,                        %INDICE
      J,                        %INDICE
      M,                        %NO. DE PARAMETROS
      P,                        %NO. DE RESPUESTAS
      S,                        %RENGLONES DE LA MATRIZ G
      U,                        %RENGLONES DE LA MATRIZ M
      Q,                        %GRADOS DE LIBERTAD
      N,                        %NO. DE MUESTRA
      NUM,                      %NO. DE PRUEBAS
      PROBLEM,                  %NO. DE PROBLEMA
      NUMERO;                   %NO. DE HIPOTESIS

   REAL
      TRA,                      %TRAZA
      F,                        %SE DISTRIBUYE COMO F
      CHMAX,                    %EIGENVALOR MAXIMO
      ESTAD,                    %ESTADISTICA DE PRUEBA
      ESTAD1,                   %ESTADISTICA DE PRUEBA LH
      ESTAD2,                   %ESTADISTICA DE PRUEBA WILKS
      LAMBDA,                   %PARA PRUEBA WILKS
      NU1,                      %GRADOS DE LIBERTAD
      ALFA,                     %NIVEL DE SIGNIFICANCIA
```

```
    NU2;                       %GRADOS DE LIBERTAD

POINTER
    PT;                        %ANALIZA COMANDOS DE ENTRADA

EBCDIC ARRAY
    MENSAJE[0:79],             %
    BUFF[0:255],               %
    NOMB[0:13],                %
    NOM,                       %PARA EL NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS
    NOMBRE[0:83];              %PARA EL NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS

ARRAY
    INDICE,                    % PARA IDENTIFICACION DE
    INDICE1[0:1];              % HIPOTESIS Y CRITERIOS

BOOLEAN
    BOO,                       % PARA IDENTIFICACION DE
    BOOL;                      % NUEVO PROBLEMA

DEFINE
    INTERROGACIONV = 0#,       %ESTOS DEFINES REPRESENTAN LOS COMANDOS
    CONV           = 1#,
    CRITERIOSV     = 2#,
    DEV            = 3#,
    EXPLICAV       = 4#,
    FV             = 5#,
    HIPOTESISV     = 6#,
    LNV            = 7#,
    MIXTAV         = 8#,
    RESPUESTASV    = 9#,
    ROYV           = 10#,
    TERMINAV       = 11#,
    TRATAMIENTOSV  = 12#,
    WILKSV         = 13#,
    AAND(X,Y)      = IF X THEN Y ELSE FALSE#,
    OOR(X,Y)       = IF X THEN TRUE ELSE Y#,
    XOR(X,Y)       = REAL( S (BOOLEAN(X) EQV BOOLEAN(Y)))#,
    RNF            = REAL( S FALSE)#,
    MASK(X)        = REAL(BOOLEAN(X) AND BOOLEAN(MSK))#,
    LESS(A,B)      = (IF V1 := (A) IS V2:=(B) THEN FALSE ELSE
                     BOOLEAN(V2.[FIRSTONE(XOR(V1,V2))-1:1]))#,
    BRINCA(X)      = IF SEARCH = X THEN SEARCH#,
    PROMPT         = WRITE(BYE[STOP],<">">)#,
    LASTDF         = #;

LABEL
    AGAIN,
    EXIT;

INTEGER
    SIZEKEYS,          % SIZE(KEYS) - 1
    NCHAR,             % NUMERO DE CARACTERES QUE FALTAN POR ANALIZAR
    COMMAND;           % SE REFIERE AL # QUE IDENTIFICA EL COMANDO

VALUE ARRAY
    KEYS(0,
        "?      ",
        "CON    ",
        "CRITER",
        "DE     ",
```

```
    READ(HELLO,255,BUFF)[EXIT];
    REPLACE X BY ">",BUFF FOR 131;
    WRITE(LOG,132,X);    % LOG DE LA SESION
    WRITE(BYP,132,X);    % SE ESCRIBEN LOS COMANDOS PARA IDENTIFICACION
END READACARD;

REAL PROCEDURE BINSEARCH(OBJ,MSK,AA,MAX);
VALUE OBJ,MSK,MAX; REAL OBJ,MSK,MAX; ARRAY AA[0];
BEGIN
    REAL MIN,T1,T2,V1,V2,K,M;
    OBJ := MASK(OBJ);
    M   := MAX;
    WHILE MAX - MIN > 1 DO
    BEGIN
        T1 := MASK(AA[T2 := (MAX+MIN) DIV 2]);
        IF LESS(OBJ,T1) THEN MAX := T2 ELSE MIN := T2;
    END WHILE;
    K := IF OBJ IS MASK(AA[MIN]) THEN MIN ELSE
         IF OBJ IS MASK(AA[MAX]) THEN MAX ELSE -1;
    WHILE AND((K < M),(MASK(AA[K+1]) IS OBJ)) DO K := * + 1;
    BINSEARCH := K;
END BINSEARCH;

INTEGER PROCEDURE SEARCH;
BEGIN
    TRUTHSET PERMISSIBLES("0123456789" OR "?" OR
              "ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ");
    REAL I,K,MASK,ZIZE;
    ARRAY A[0:0];
    POINTER PA;
    COMMENT
            EL PROCEDURE SEARCH BUSCA EN LA LISTA DE KEYS LA QUE
            MAS SE PAREZCA A LA QUE DA EL USUARIO, REGRESA:
                      -2     : EL COMANDO ES AMBIGUO.
                      -1     : EL COMANDO NO EXISTE.
                      N >= 0 : EL INDICE DEL COMANDO.
            EL ALGORITMO DE BUSQUEDA ES COMO SIGUE, BUSQUESE EN LA
            TABLA EL PRIMER ELEMENTO QUE COINCIDA CON LA CLAVE DADA
            POR EL USUARIO EN EL NUMERO DE CARACTERES DADOS.

            LUEGO CHEQUE EL CASO DE QUE HAYA VARIOS QUE COINCIDAN Y
            REGRESE EL INDICE DEL QUE TENGA MAYOR PRIORIDAD, SI HAY
            MAS DE UNO CON LA MISMA PRIORIDAD, REGRESE -2. SI NO HAY
            NINGUNO QUE COINCIDA REGRESE -1.

            COMO LA TABLA ESTA EN ORDEN ALFABETICO (EBCDIC) SE
            PUEDE USAR BINSEARCH;

    IF PT = "%" THEN GO AGAIN;
    K := -1;
    REPLACE PA := POINTER(A) BY " " FOR 6;
    SCAN PT FOR I:NCHAR WHILE IN PERMISSIBLES;
    ZIZE := MIN(6,NCHAR-I);
    IF ZIZE > 0 THEN    % ELSE NO COMMAND
    BEGIN
        REPLACE PA BY PT FOR ZIZE;
        SCAN PT:PT + (NCHAR - I) FOR NCHAR:I WHILE = " ";
        MASK := 0 & RNF[47 : ZIZE*8];
        K    := BINSEARCH(A[0],MASK,KEYS[*],SIZEKEYS);
                              % NOW K IS THE INDEX OF THE FIRSTONE
        IF K > 0 THEN
```

```
        "EXPLIC",
        "F     ",
        "FIN   ",
        "HIPOTE",
        "LH    ",
        "MIXTA ",
        "RESPUE",
        "ROY   ",
        "TERMIN",
        "TRATAM",
        "WILKS "
        ),
    PRIORITY(0,
        0,       %
        0,       %
        0,       %
        0,       %
        0,       %
        1,       %
        0,       %
        0,       %
        0,       %
        0,       %
        0,       %
        0,       %
        0,       %
        0,       %
        0        %
        ),
    INDEX(0,
        INTERROGACIONV,
        CONV,
        CRITERIOSV,
        DCV,
        EXPLICAV,
        EV,
        TERMINAV,
        HIPOTESISV,
        LHV,
        MIXTAV,
        RESPUESTASV,
        ROYV,
        TERMINAV,
        TRATAMIENTOSV,
        WILKSV
        ),
    MSG0(
        "*TRATAMIENTOS      ",
        "*RESPUESTAS        ",
        "*MIXTA             "
        ),
    MSG1(
        "*ROY  ",
        "*LH   ",
        "*WILKS",
        "*F    "
        ));
PROCEDURE READACARD;
BEGIN
    EBCDIC ARRAY X[0:131];
```

```
        BEGIN
           I := K - 1;
           WHILE REAL( BOOLEAN(KEYS[I]) AND BOOLEAN(MASK) ) IS
                 REAL( BOOLEAN( A[0] )  AND BOOLEAN(MASK) ) DO
                     % ESTO SIEMPRE VA A FALLAR PARA KEYS[0]
              IF PRIORITY[I] = PRIORITY[K] THEN
              BEGIN
                 K := -2;
                 I := 0;
              END
              ELSE
              IF PRIORITY[I] > PRIORITY[K] THEN
              BEGIN
                 K := I;
                 I := * - 1;
              END ELSE I := * - 1;
        END;
     END
     ELSE
        K := -1;
     COMMAND := IF K < 0 THEN K ELSE INDEX[K];
     SEARCH  := COMMAND;
  END SEARCH;

  PROCEDURE EXPLICA;
  BEGIN
     WRITE(BYE,<
           "EXISTEN LOS SIGUIENTES COMANDOS:"/
           "EXPLICA              GENERA ESTE LISTADO"/
           "HIPOTESIS            EMPIEZA UN NUEVO PROBLEMA"/
           "DE                   OPCIONAL"/
           "TRATAMIENTOS         SE REFIERE A QUE LA HIPOTESIS"/
           "                     ES SOBRE LOS TRATAMIENTOS"/
           "MIXTA                SE REFIERE A HIPOTESIS MIXTAS"/
           "CON                  OPCIONAL"/
           "CRITERIO             OPCIONAL"/
           "ROY                  CRITERIO ROY"/
           "LH                   CRITERIO LAWLEY-HOTELLING"/
           "WILKS                CRITERIO WILKS"/
           "F                    CRITERIO F"/
           "%                    PARA COMENTARIOS"/
           "FIN O TERMINA        PARA TERMINAR"/
           "HIPOTESIS ?          ESCRIBE LA ULTIMA FORMA DE"/
           "                     HIPOTESIS QUE SE USO"/
           "CRITERIO ?           ESCRIBE EL ULTIMO TIPO DE"/
           "                     CRITERIO QUE SE USO"//>
           );
  END LXPLICA;

  PROCEDURE HELP(N); VALUE N; INTEGER N;
  BEGIN     %%%%%%% PUEDE DAR INV INDEX SI INDICE1[I] NO ESTA DEFINIDO
     IF INDICE[N] < 0 THEN
     BEGIN
        ESCRIBE("NO DEFINIDO");
        GO AGAIN;
     END;
     CASE N OF
     BEGIN
        0     : WRITE(BYE,18,MSG0[INDICE[0]*3-3]);
        1     : WRITE(BYE, 6,MSG1[INDICE[1]-1]);
        ELSE  : ESCRIBE("ALGO");                     % OJO OJO
```

```
   END CASE;
END HELP;

PROCEDURE CHECA(N); VALUE N; INTEGER N;
BEGIN
   IF INDICE1[N] = 4 THEN
   BEGIN
      HELP(N);
      GO AGAIN;
   END
   ELSE
   IF INDICE[N] <= 0 OR INDICE[N] > 4 THEN
   BEGIN
      CASE N OF
      BEGIN
         0: ESCRIBE("ERROR: HIPOTESIS NO ESPECIFICADA");
         1: ESCRIBE("ERROR: CRITERIO NO ESPECIFICADO");
      END CASE;
      GO AGAIN;
   END;
END CHECA;

PROCEDURE HTXX(A,B,C); VALUE A,B,C; INTEGER A,B,C;
BEGIN
   INDICE[0] := IF COMMAND = A THEN 1
                ELSE
                IF COMMAND = B THEN 2
                ELSE
                IF COMMAND = C THEN 3
                ELSE INDICE[0];
   IF COMMAND = INTERROGACIONV THEN
      INDICE1[0] := 4
   ELSE
   BEGIN
      INDICE1[0] := 0;
      PROBLEM := * + 1;
      WRITE(RYP,<9(/),44("*"),X5,"P R O B L E M A  N U M E R O :",
               I4,X5,44("*"),9(/)>,PROBLEM);
   END;
   CHECA(0);
END HTXX;

PROCEDURE CRXX(A,B,C,D); VALUE A,B,C,D; INTEGER A,B,C,D;
BEGIN
   INDICE[1] := IF COMMAND = A THEN 1
                ELSE
                IF COMMAND = B THEN 2
                ELSE
                IF COMMAND = C THEN 3
                ELSE
                IF COMMAND = D THEN 4
                ELSE
                INDICE[1];
   INDICE1[1] := IF COMMAND = INTERROGACIONV THEN 4
   ELSE 0;
   CHECA(1);
END CRXX;

PROCEDURE SUMA(M,N,A,B,C); VALUE M,N;
INTEGER M,N;
ARRAY A,B,C[0,0];
```

```
BEGIN
   INTEGER I,J;
   M := * - 1;                          %PORQUE EMPIEZAN
   N := * - 1;                          %EN CERO LAS MATRICES
   FOR I  := 0 STEP 1 UNTIL M DO
   FOR J  := 0 STEP 1 UNTIL N DO
   C[I,J] := A[I,J] + B[I,J];
END SUMA;

PROCEDURE RESTA(M,N,A,B,C); VALUE M,N;
INTEGER M,N;
ARRAY A,B,C[0,0];
BEGIN
   INTEGER I,J;
   M := * - 1;
   N := * - 1;
   FOR I  := 0 STEP 1 UNTIL M DO
   FOR J  := 0 STEP 1 UNTIL N DO
   C[I,J] := A[I,J] - B[I,J];
END RESTA;

PROCEDURE MULTIPLICA(M,N,P,A,B,C); VALUE M,N,P;
INTEGER M,N,P;
                          % A ES DE M X N, B DE N X P, C DE M X P
ARRAY A,B,C[0,0];
BEGIN
   INTEGER I,J,K;
   M := * - 1;
   N := * - 1;
   P := * - 1;
   FOR I  := 0 STEP 1 UNTIL M DO
   FOR K  := 0 STEP 1 UNTIL P DO
   FOR J  := 0 STEP 1 UNTIL N DO
   C[I,K] := * + A[I,J] * B[J,K];
END MULTIPLICA;

PROCEDURE TRANSPONE(M,N,A,B); VALUE M,N;
INTEGER M,N;
ARRAY A,B[0,0];
BEGIN
   INTEGER I,J;
   M := * - 1;
   N := * - 1;
   FOR I  := 0 STEP 1 UNTIL N DO
   FOR J  := 0 STEP 1 UNTIL M DO
   B[I,J] := A[J,I];
END TRANSPONE;

PROCEDURE TRANSMULT(M,N,P,A,B); VALUE M,N,P;
INTEGER M,N,P;
ARRAY A,B[0,0];
BEGIN
   ARRAY TEMP[0:N-1,0:M-1];
   TRANSPONE(M,N,A,TEMP);
   CASE P OF
   BEGIN
      MULTIPLICA(M,N,M,A,TEMP,B);     %0
      MULTIPLICA(N,M,N,TEMP,A,B);     %1
   END;
END TRANSMULT;
```

```
   PROCEDURE MULTESC(M,N,A,B,S); VALUE M,N,S;
   INTEGER M,N;
   REAL S;
   ARRAY A,B[0,0];
   BEGIN
      INTEGER I,J;
      M := * - 1;
      N := * - 1;
      FOR I  := 0 STEP 1 UNTIL M DO
      FOR J  := 0 STEP 1 UNTIL N DO
      B[I,J] := S * A[I,J];
   END MULTESC;

 $BEGINSEGMENT
   REAL PROCEDURE DET(A,N); VALUE N; INTEGER N;
   ARRAY A[0,0];
   BEGIN
      REAL PRODUCT,FACTOR;
      LABEL ZEROCHECK,ZERO,RESUME,RETURN;
      ARRAY B[0:N-1,0:N-1];
      INTEGER COUNT,SSIGN,I,J,R,Y;
      N := * - 1;
      SSIGN := PRODUCT := 1;
      FOR I := 0 STEP 1 UNTIL N DO
         REPLACE POINTER(B[I,*]) BY POINTER(A[I,*]) FOR (N + 1) WORDS;
      FOR R := 0 STEP 1 UNTIL N - 1 DO
      BEGIN
         COUNT := R - 1;
ZEROCHECK:
         IF B[R,R] ≠ 0 THEN GO TO RESUME;
         IF COUNT < N THEN
            COUNT := * + 1
         ELSE
            GO TO ZERO;
         FOR Y := R STEP 1 UNTIL N DO
         B[COUNT + 1,Y] := READLOCK(B[COUNT + 1,Y],B[COUNT,Y]);
         SSIGN := -SSIGN;
         GO TO ZEROCHECK;
ZERO:
         DET := 0;
         GO TO RETURN;
RESUME:
         FOR I := R + 1 STEP 1 UNTIL N DO
         BEGIN
            FACTOR := B[I,R] / B[R,R];
            FOR J  := R + 1 STEP 1 UNTIL N DO
            B[I,J] := * - FACTOR * B[R,J];
         END;
      END;
      FOR I := 0 STEP 1 UNTIL N DO
         PRODUCT := * * B[I,I];
      DET := SSIGN * PRODUCT;
RETURN:
   END DET;
 $ENDSEGMENT

   PROCEDURE INVERT(A,N,AI); VALUE N;
   INTEGER N;
   ARRAY A,AI[0,0];
   BEGIN
      INTEGER I,J,K,L;
```

```
   INTEGER IND;
   DOUBLE TEMP;
   LABEL L1,L2;
   DOUBLE ARRAY ATINVERT[0:N - 1,0:2 * N];
   N     := * - 1;
   FOR I := 0 STEP 1 UNTIL N DO  %SE GENERA LA MATRIZ IDENTIDAD
   FOR J := 0 STEP 1 UNTIL 2 * N + 1 DO        %OJO  OJO  OJO
   ATINVERT[I,J] := IF J <= N THEN A[I,J]
                    ELSE
                       REAL(J = (N + 1 + I));
   FOR I := 0 STEP 1 UNTIL N DO
   BEGIN
      J   := L := I;
      IND := 0;
L1:
      IF ATINVERT[L,J] = 0 THEN  %PRUEBA SI ALGUNA COL. ES CERO
      BEGIN
         IND := 1;
         IF L < N THEN
         BEGIN
            L := * + 1;
            GO TO L1;
         END
         ELSE
            GO TO L2;
      END;
      IF IND = 1 THEN
         FOR K := 0 STEP 1 UNTIL 2*N+1 DO
         BEGIN
            TEMP          := ATINVERT[L,K];  %INTERCAMBIO
            ATINVERT[L,K] := ATINVERT[I,K];  %DE
            ATINVERT[I,K] := TEMP;           %RENGLONES
         END;
      FOR K := 2 * N + 1 STEP -1 UNTIL J DO
      ATINVERT[I,K] := * / ATINVERT[I,J];
      FOR L := 0 STEP 1 UNTIL N DO
      IF L ¬= I THEN
         FOR K := 2 * N + 1 STEP -1 UNTIL I DO
         ATINVERT[L,K] := * - ATINVERT[I,K] * ATINVERT[L,I];
   END;
   FOR I   := 0 STEP 1 UNTIL N DO
   FOR J   := 0 STEP 1 UNTIL N DO
   A[I,J] := ATINVERT[I,N + 1 + J];
L2:
 END INVERT;

 REAL PROCEDURE EIGEN(A,N); VALUE N;
 INTEGER N;
 ARRAY A[0,0];
 BEGIN
   ARRAY X,P,XK[0:N-1];
   REAL E,LM,LAMBDA,LAMBDA1;
   INTEGER I,J,K,IND;
   BOOLEAN CONVERGE;

   PROCEDURE MULT(A,X,XK);
   ARRAY A[0,0], X,XK[0];
   BEGIN
      INTEGER I,J;
      FOR I := 0 STEP 1 UNTIL N DO
      FOR J := 0 STEP 1 UNTIL N DO
```

```
      XK[I] := * + A[I,J] * X[J];      %XK = AX
END MULT;

REAL PROCEDURE NORMA(XK);
ARRAY XK[0];
BEGIN
   INTEGER I;
   REAL J;
   FOR I := 0 STEP 1 UNTIL N DO
   J     := * + (ABS(XK[I] ** 2));
   NORMA := SQRT(J);      %NORMA := SUM(SQRT(XK[I]**2))
END NORMA;

REAL PROCEDURE EVALL(A,XK);
ARRAY A[0,0],XK[0];
BEGIN
   ARRAY AUX[0:N];
   MULT(A,XK,AUX);
   EVALL := (NORMA(AUX)) / (NORMA(XK));
END EVALL;

PROCEDURE RADIO(X,XK);
ARRAY X,XK[0];
BEGIN
   INTEGER I;
   FOR I := 0 STEP 1 UNTIL N DO
   IF X[I] ¬= 0 THEN
      R[I] := (XK[I] / X[I]);
END RADIO;

REAL PROCEDURE TETA(X,XK);
ARRAY X,XK[0];
BEGIN
   INTEGER I;
   REAL MG;
   FOR I := 0 STEP 1 UNTIL N DO
   MG    := * + XK[I] * X[I];
   TETA  := MG / (NORMA(X) * NORMA(XK));
END TETA;

PROCEDURE LAMBDAM(A,X,XK,K,LM); VALUE K;
REAL LM;
INTEGER K;
ARRAY A[0,0], X,XK[0];
BEGIN
   INTEGER I;
   REAL J;
   WHILE (IND <= K) AND ¬ CONVERGE DO
   BEGIN
      MULT(A,X,XK);
      RADIO(X,XK);
      J        := NORMA(XK);
      FOR I    := 0 STEP 1 UNTIL N DO
      XK[I]    := * / J;
      LAMBDA1  := TETA(X,XK);
      IF (ABS(LAMBDA1 - 1) < E) OR
         (LAMBDA1 < 0 AND ABS(LAMBDA1 + 1) < E) THEN
      BEGIN
         CONVERGE := TRUE;
         LM       := EVALL(A,XK);
      END
```

```
        ELSE
        FOR I := 0 STEP 1 UNTIL N DO
        BEGIN
           X[I]  := XK[I];
           XK[I] := 0;
        END;
        IND := * + 1;
     END;
   END LAMBDAM;

   N := * - 1;
   REPLACE POINTER(X[*1]) BY 1 FOR (N + 1) WORDS;      %X[I] = 1
   K := 50;                           %NUMERO MAXIMO DE ITERACIONES
   E := 0.00001;                      %RANGO PARA ERROR
   LAMBDAM(A,X,XK,K,LM);
   EIGEN := LM;
END EIGEN;

INTEGER PROCEDURE RANGO(MAT,M,N); VALUE M,N;
INTEGER M,N;
ARRAY MAT[1,1];
BEGIN
   REAL G;
   INTEGER I,J,K,TOPEL,ITOP,INEXT,NEXTEL;
   LABEL NEXTROW,NEXTCOL,CONTINUA,CUT;
   ARRAY A[1:M],ATEMP[1:M,1:N];

   PROCEDURE FINDNEXT;
   BEGIN
      NEXTEL := 0;
      FOR K  := I STEP 1 UNTIL M DO
      IF ((A[K] > NEXTEL) AND (K ≠ ITOP)) THEN
      BEGIN
         NEXTEL := A[K];
         INEXT  := K;
      END;
   END FINDNEXT;

   PROCEDURE SWAPROWS;
   BEGIN
      FOR K := J STEP 1 UNTIL N DO
      BEGIN
         G               := -ATEMP[I,K];
         ATEMP[I,K]      := ATEMP[ITOP,K];
         ATEMP[ITOP,K]   := G;
      END;
      A[I] := A[ITOP];
   END SWAPROWS;

   PROCEDURE REDUCE;
   BEGIN
      G := ATEMP[ITOP,J] / ATEMP[INEXT,J];
      FOR K := J STEP 1 UNTIL N DO
      ATEMP[ITOP,K] := * - G * ATEMP[INEXT,K];
      A[ITOP] := ABS(ATEMP[ITOP,J]);
   END REDUCE;

   FOR I := 1 STEP 1 UNTIL M DO
   FOR J := 1 STEP 1 UNTIL N DO
      ATEMP[I,J] := MAT[I,J];
   I := J := ITOP := 0;
```

```
NEXTROW:
      IF ITOP ¬= I THEN SWAPROWS;
      I := * + 1;
      IF I > M THEN GO OUT;
NEXTCOL:
      J := * + 1;
      IF J > N THEN GO OUT;
      FOR K := I STEP 1 UNTIL M DO
      A[K]  := ABS(ATEMP[K,J]);
      ITOP  := I - 1;
      FINDNEXT;
      IF NEXTEL = 0 THEN GO TO NEXTCOL;
CONTINUA:
      ITOP  := INEXT;
      TOPEL := NEXTEL;
      FINDNEXT;
      IF NEXTEL = 0 THEN GO TO NEXTROW;
      REDUCE;
      GO TO CONTINUA;
OUT:
      RANGO := I - 1;
   END RANGO;

   REAL PROCEDURE TRAZA(A,N); VALUE N; INTEGER N;
   ARRAY A[0,0];
   BEGIN
      INTEGER I;
      REAL J;
      FOR I := 0 STEP 1 UNTIL N-1 DO
      J     := * + A[I,I];
      TRAZA := J;
   END TRAZA;

   REAL PROCEDURE NORMAL(Z1); VALUE Z1;REAL Z1;
   IF Z1 = 0 THEN NORMAL := 0.5
   ELSE
   BEGIN
      REAL TNO,Y1;
      BOOLEAN SNO;
      SNO := Z1 > 0;
      Z1  := ABS(Z1);
      Y1  := 0.5 * Z1 * Z1;
      IF Z1 < 1.28 THEN
      TNO :=   0.5 - Z1 * (0.398942280444 - 0.399703438504 * Y1 / (Y1
             + 5.75885480458 - 29.8213557808 / (Y1 + 2.62433121679
             + 48.6959930692 / (Y1 + 5.92885724438))))
      ELSE
      BEGIN
         Y1  := 0.398942280385*EXP(-Y1);
         TNO := IF Y1 / Z1 = 0 THEN 0
                ELSE
                Y1 / (Z1 - 0.000000038052 + 1.00000615302 / (Z1 +
                0.000398064794 + 1.98615381364 / (Z1 - 0.151679116635
                + 5.29330324926 / (Z1 + 4.8385912808 - 15.1508972451 /
                (Z1 + 0.742380924027 + 30.789933034 /
                (Z1 + 3.99019417011))))));
      END;
      IF SNO THEN
         NORMAL := 1 - TNO
      ELSE
         NORMAL := TNO;
```

```
END NORMAL;

REAL PROCEDURE JICUAD(AREA,F,ERROR);VALUE AREA,F,ERROR;
INTEGER F;
REAL AREA,ERROR;
BEGIN
    REAL MEDIO,INF,SUP,AUX;
    BOOLEAN INDIC,BIGX;

    REAL PROCEDURE CHIPROB(X,F,BIGX);VALUE X,F,BIGX;
    INTEGER F;
    REAL X;
    BOOLEAN BIGX;
    BEGIN
        LABEL WRONG;
        REAL AUXCHI;
        IF X < 0 OR F < 1 THEN GO TO WRONG
        ELSE
        IF F > 40 THEN
            AUXCHI := NORMAL(-SQRT(4.5 * F) *
                      ((X / F) ** (1 / 3) + 2 / (9 * F) - 1))
        ELSE
        BEGIN
            REAL A,Y,S;
            BOOLEAN EVEN;
            A    := 0.5 * X;
            EVEN :=  F MOD 2 = 0;
            IF EVEN OR F > 2 AND ¬ BIGX THEN Y := EXP(-A);
            S := IF EVEN THEN Y ELSE 2 * NORMAL(-SQRT(X));
            IF F > 2 THEN
            BEGIN
                REAL E,C,Z;
                X := 0.5 * (F - 1);
                Z := IF EVEN THEN 1 ELSE 0.5;
                IF BIGX THEN
                BEGIN
                    E := IF EVEN THEN 0 ELSE 0.572364942925;
                    C := LN(A);
                    FOR Z := Z STEP 1 UNTIL X DO
                    BEGIN
                        E := LN(Z) + E;
                        S := EXP(C * Z - A - E) + S;
                    END;
                    AUXCHI := S;
                END
                ELSE
                BEGIN
                    E := IF EVEN THEN 1 ELSE 0.564189583548 / SQRT(A);
                    C := 0;
                    FOR Z := Z STEP 1 UNTIL X DO
                    BEGIN
                        E := E * A / Z;
                        C := C + E;
                    END;
                    AUXCHI := C * Y + S;
                END;
            END
            ELSE
                AUXCHI := S;
        END;
WRONG:
```

```
      CHIPROB := 1 - AUXCHI;
   END CHIPROB;

   INF  := 0;
   SUP  := 84;
   BIGX := FALSE;
   DO
   BEGIN
      MEDIO := INF + (SUP - INF) / 2;
      AUX   := CHIPROB(MEDIO,F,BIGX);
      IF ABS(AUX - AREA) <= ERROR THEN
      BEGIN
         INDIC  := TRUE;
         JICUAD := MEDIO;
      END
      ELSE
      IF AUX > AREA THEN
         SUP := MEDIO
      ELSE
         INF := MEDIO;
   END UNTIL INDIC;
END JICUAD;

REAL PROCEDURE FDIS(AREA,V1,V2,ERROR);
VALUE AREA,V1,V2,ERROR;
INTEGER V1,V2;
REAL AREA,ERROR;
BEGIN
   REAL MEDIO,INF,SUP,AUX;
   BOOLEAN BS;

   REAL PROCEDURE FISHER(V1,V2,X);VALUE V1,V2,X;
   INTEGER V1,V2;
   REAL X;
   BEGIN
      INTEGER A,B,I,J;
      REAL W,Y,Z,D,P;
      A := 2 * (V1 DIV 2) - V1 + 2;
      B := 2 * (V2 DIV 2) - V2 + 2;
      W := X * V1 / V2;
      Z := 1 / (1 + W);
      IF A = 1 THEN
      BEGIN
         IF B = 1 THEN
         BEGIN
            P := SQRT(W);
            Y := 0.3183098862;
            D := Y * Z / P;
            P := 2 * Y * ARCTAN(P);
         END
         ELSE
         BEGIN
            P := SQRT(W * Z);
            D := 0.5 * P * Z / W;
         END;
      END
      ELSE
      IF B = 1 THEN
      BEGIN
         P := SQRT(Z);
         D := 0.5 * Z * P;
```

```
      P := 1 - P;
   END
   ELSE
   BEGIN
      D := Z * Z;
      P := W * Z;
   END;
   Y := 2 * W / Z;
   FOR J := B + 2 STEP 2 UNTIL V2 DO
   BEGIN
      D := (1 + A / (J - 2)) * D * Z;
      P := IF A = 1 THEN P + D * Y / (J - 1)
                    ELSE (P + W) * Z;
   END;
   Y := W * Z;
   Z := 2 / Z;
   B := V2 - 2;
   FOR I := A + 2 STEP 2 UNTIL V1 DO
   BEGIN
      J := I + B;
      D := Y * D * J / (I - 2);
      P := P - Z * D / J;
   END FORI;
   FISHER := P;
END FISHER;
INF := 1;
IF AREA >= 0.7 AND AREA <= 0.995 THEN
   IF AREA <= 0.9 THEN
      SUP := IF V2 = 1 THEN 63.3
                       ELSE 9.43
   ELSE
   IF AREA <= 0.95 THEN
      SUP := IF V2 = 1 THEN 250
                      ELSE 19.5
   ELSE
   IF AREA <= 0.975 THEN
      SUP := IF V2 = 1 THEN 1020
                      ELSE 39.5
   ELSE
   IF AREA <= 0.99 THEN
      SUP := IF V2 = 1 THEN 6370
                      ELSE 99.5
   ELSE
   IF AREA <= .995 THEN
      SUP := IF V2 = 1 THEN 25500
                      ELSE 200;
DO
BEGIN
   MEDIO := INF + (SUP - INF) / 2;
   AUX   := FISHER(V1,V2,MEDIO);
   IF ABS(AUX - AREA) <= ERROR THEN
   BEGIN
      BS   := TRUE;
      FDIS := MEDIO;
   END
   ELSE
   IF AUX > AREA THEN
      SUP := MEDIO
   ELSE
      INF := MEDIO;
END UNTIL BS;
```

```
END FDIS;

PROCEDURE IDENT(A,M); VALUE M; INTEGER M;
ARRAY A[0,0];
BEGIN                   % RECTIFICAR QUE LOS DEMAS ELETOS SEAN = 0
   INTEGER I;
   HAZ(I,0,1,M-1) DO
      A[I,I] := 1;
END IDENT;

PROCEDURE CALCULORESP;
BEGIN
END CALCULORESP;

PROCEDURE CALCULOMIXT(BOO,BOOL); VALUE BOO; BOOLEAN BOO,BOOL;
      % SI BOO ES TRUE HIPOTESIS TRATAMIENTOS
      % SI BOO ES FALSE HIPOTESIS MIXTA
BEGIN
   REAL RAN,F;
   LABEL OTRO;
   FORMAT
      FFORM1(//,55("*"),"SE RECHAZA LA HIPOTESIS",54("*")),
      FFORM2(//,53("*"),"NO SE RECHAZA LA HIPOTESIS",53("*"));
   OWN ARRAY
      YAB          [0:LIM,0:0],
      SE           [0:LIM,0:0],
      SEINV        [0:LIM,0:0],
      B            [0:LIM,0:0],
      E            [0:LIM,0:0],
      EP           [0:LIM,0:0];
   ARRAY
      Y            [0:P - 1,0:M - 1],
      YP           [0:N - 1,0:P - 1],
      A            [0:N - 1,0:M - 1],
      YYP          [0:P - 1,0:M - 1],
      YA           [0:P - 1,0:M - 1],
      APA          [0:M - 1,0:M - 1],
      YAP          [0:M - 1,0:P - 1],
      C            [0:P - 1,0:P - 1],
      YABP         [0:M - 1,0:P - 1],
      SH           [0:U - 1,0:U - 1],
      T            [0:U - 1,0:U - 1],
      APAB         [0:M - 1,0:M - 1],
      G            [0:M - 1,0:M - 1],
      F            [0:P - 1,0:M - 1],
      W            [0:U - 1,0:U - 1],
      RPC          [0:U - 1,0:P - 1],
      RPCR         [0:U - 1,0:U - 1],
      RPYYP        [0:U - 1,0:P - 1],
      C            [0:NMAX,0:0],
      CP           [0:NMAX,0:0],
      CBCPI        [0:NMAX,0:0],
      CPCP         [0:NMAX,0:0],
      L            [0:NMAX,0:0],
      CB           [0:NMAX,0:0],
      FPW          [0:NMAX,0:0],
      A            [0:NMAX,0:0];
   INTEGER I,J;
   IF BOOL THEN ELSE
   BEGIN
      HAZ(I,0,1,P-1) DO
```

```
   RESIZE(YAB[I,*],M);
HAZ(I,0,1,U-1) DO
   RESIZE(SE[I,*],U);
HAZ(I,0,1,U-1) DO
   RESIZE(SEINV[I,*],U);
HAZ(I,0,1,P-1) DO
   RESIZE(R[I,*],U);
HAZ(I,0,1,U-1) DO
   RESIZE(RP[I,*],P);
HAZ(I,0,1,M-1) DO
   RESIZE(B[I,*],M);
NUMERO := 0;
REPLACE NOMB BY " " FOR 132;
ESCRIBE("NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS?");
REPLACE NOM BY " " FOR 84;
PROMPT;
READ(HELLO,84,NOM)[EXIT];
REPLACE NOMB BY " " FOR 14,"NOMBRE DEL ARCHIVO DE ",
                 "DATOS: ",NOM FOR 84;
WRITE(BYP[SPACE 4]);
WRITE(BYP,132,NOMB);
SALTA:
REPLACE NOMBRE BY " " FOR 84;
REPLACE NOMBRE BY NOM UNTIL = " ",".";
REPLACE DISCO.TITLE BY NOMBRE;
IF DISCO.RESIDENT THEN
DISCO.OPEN := TRUE
ELSE
BEGIN
   ESCRIBE("ARCHIVO NO PRESENTE");
   GO AGAIN;
END;
HAZ(I,0,1,N-1) DO
   READ(DISCO,/,YP[I,*]);
HAZ(I,0,1,N-1) DO
   READ(DISCO,/,A[I,*]);
CLOSE(DISCO);
RAN := RANGO(A,N,M);
IF RAN ^= M THEN
BEGIN
   ESCRIBE("LA MATRIZ DISENO ES DE RANGO INCOMPLETO");
   GO AGAIN;
END;
IF BOO THEN IDENT(R,U)
ELSE
BEGIN
   ESCRIBE("DAME LA MATRIZ DE HIPOTESIS ENTRE RESP.");
   WRITE(BYE,<"DE ",I3," X",I3>,P,U);
   HAZ(I,0,1,P-1) DO
   BEGIN
      PROMPT;
      READ(HELLO,/,HAZ(J,0,1,U-1) DO R[I,J])[EXIT];
   END;
END;
                                    % CALCULO DE SE %
TRANSPONE(N,P,YP,Y);                %SE CONSTRUYE Y
MULTIPLICA(P,N,P,Y,YP,YYP);         %YYP=YY'
TRANSPONE(P,U,R,RP);                %RP=R'
MULTIPLICA(U,P,P,RP,YYP,RPYYP);     %RPYYP=R'YY'
MULTIPLICA(U,P,U,RPYYP,R,V);        %V=R'YY'R
MULTIPLICA(P,N,M,Y,A,YA);           %YA=YA
```

```
    TRANSMULT(N,M,1,A,APA);              %APA=A'A
    INVERT(APA,M,B);                     %B=(A'A)**-1
    MULTIPLICA(P,M,M,YA,B,YAB);          %YAB=YA(A'A)**-1
    TRANSPONE(P,M,YA,YAP);               %YAP=(YA)'=A'Y'
    MULTIPLICA(P,M,P,YAB,YAP,D);         %D=YA(A'A)**-1(A'Y'
    MULTIPLICA(U,P,P,RP,D,RPD);          %RPD=R'D
    MULTIPLICA(U,P,U,RPD,R,RPDR);        %RPDR=R'DR
    RESTA(U,U,V,RPDR,SE);                %SE=R'YY'R-R'DR
    WRITE(BYP [SPACE 2], <//X57,"MATRIZ  DEL  ERROR",//>);
    HAZ(I,0,1,U-1) DO
        WRITE(BYP,<12R11.5,//>,HAZ(J,0,1,U-1) DO SE[I,J]);
    SALTA;
    INVERT(SE,U,SEINV);
    BOOL := TRUE;
END BOOL;

NUMERO := * + 1;
ESCRIBE("RANGO DE LA MATRIZ DE HIPOTESIS ENTRE TRAT.");
PROMPT;
READ(HELLO,/,S)[EXIT];
IF S <= 0 THEN GO AGAIN;
HAZ(I,0,1,S-1) DO
    RESIZE(C[I,*],M);
HAZ(I,0,1,M-1) DO
    RESIZE(CP[I,*],S);
HAZ(I,0,1,S-1) DO
    RESIZE(CBCP1[I,*],S);
HAZ(I,0,1,S-1) DO
    RESIZE(CBCP[I,*],S);
HAZ(I,0,1,M-1) DO
    RESIZE(L[I,*],S);
HAZ(I,0,1,S-1) DO
    RESIZE(CB[I,*],M);
HAZ(I,0,1,U-1) DO
    RESIZE(RPW[I,*],P);
HAZ(I,0,1,P-1) DO
    RESIZE(W[I,*],P);
                                                %CALCULO DE SH%
WRITE(BYE,<"*DAME LA MATRIZ C DE",I3," X",I3>,S,M);
HAZ(I,0,1,S-1) DO
BEGIN
    PROMPT;
    READ(HELLO,/,HAZ(J,0,1,M-1) DO C[I,J])[EXIT];
END;
WRITE(BYP,<///"HIPOTESIS NUMERO: ",I3,5(/)>,NUMERO);
WRITE(BYP,<"MATRIZ DE HIPOTESIS ENTRE TRATAMIENTOS"//>);
HAZ(I,0,1,S-1) DO
    WRITE(BYP,<*F5.2>,M,HAZ(J,0,1,M-1) DO C[I,J]);
TRANSPONE(S,M,C,CP);                            %CP=C'
MULTIPLICA(S,M,M,C,B,CB);                       %CB=C(A'A)**-1
MULTIPLICA(S,M,S,CB,CP,CBCP);                   %CBCP=CBC'
INVERT(CBCP,S,CBCP1);                           %CBCP1=(CBC')**-1
MULTIPLICA(M,S,S,CP,CBCP1,L);                   %L=C'(CBC')**-1
MULTIPLICA(M,S,M,L,C,G);                        %G=C'(CBC')**-1
TRANSPONE(P,M,YAB,YABP);                        %YABP=(YAB)'
MULTIPLICA(P,M,M,YAB,G,H);                      %H=YABC'(CBC')-1C
MULTIPLICA(P,M,P,H,YABP,W);                     %W=H(YAB)'
MULTIPLICA(U,P,P,RP,W,RPW);                     %RPW=R'W
MULTIPLICA(U,P,U,RPW,R,SH);                     %SH=R'WR
WRITE(BYP [SPACE 2],<5(/),X48,"MATRIZ DEBIDA A LA "
                   "HIPOTESIS NUMERO: ",I3,//>,NUMERO);
```

```
        HAZ(I,0,1,U-1) DO
           WRITE(BYP,<12R11.5,//>,HAZ(J,0,1,U-1) DO SH[I,J]);
        SALTA;
        MULTIPLICA(U,U,U,SH,SEINV,T);                %T=SH(SE)**-1
OTRO:
        CASE INDICE[1] OF
        BEGIN
           1: BEGIN  % ROY
                 CHMAX := EIGEN(T,U);
                 ESTAD := CHMAX / (1 + CHMAX);
                 WRITE(BYP,<5(/),X5,"ESTADISTICA DE PRUEBA PARA "
                          "CRITERIO ROY: ",R11.5,///>,ESTAD);
                 Q   := MIN(RANGO(R,P,U),RANGO(C,S,H));
                 NU1 := (ABS(RANGO(C,S,F) - RANGO(R,P,Q)) - 1) / 2;
                 NU2 := (N - M - P - 1) / 2;
                 WRITE(BYP,<X5,"GRADOS DE LIBERTAD:",X10,"S= ",I2,
                          X5,"M= ",F6.3,X5,"N= ",F6.3>,Q,NU1,NU2);

                 SALTA;
              END;
           2: BEGIN  % LH
                 INTEGER PS;
                 REAL JI;
                 ARRAY SHPSE[0:U - 1,0:L - 1];
                 MULTIPLICA(U,U,U,SH,SEINV,SHPSE);
                 PS     := P * S;
                 ESTAD1 := N * TRAZA(SHPSE,U);
                 WRITE(BYP,<5(/),X5,"ESTADISTICA DE PRUEBA PARA CRITERI"
                          "O LH: ",R11.5,///
                          X5,"GRADOS DE LIBERTAD DE LA JI CUADRADA"
                          ": ",I4>,ESTAD1,PS);
                 ESCRIBE("NIVEL DE SIGNIFICANCIA?");
                 PROMPT;
                 READ(HELLO,/,ALFA)[EXIT];
                 JI := JICUAD(ALFA,PS,.000001);
                 WRITE(BYP,<//,X5,"JI CUADRADA CON",I4," GRADOS DE LIB"
                          "ERTAD= ",F8.4," NIVEL DE SIGNIFICANCIA= ",
                          F5.3>,PS,JI,ALFA);
                 IF JI < ESTAD1 THEN
                    WRITE(BYP,FFORM1)
                 ELSE
                    WRITE(BYP,FFORM2);
                SALTA;
              END;
           3: BEGIN  % WILKS
                 INTEGER PS;
                 REAL JI;
                 ARRAY SHMSE[0:U - 1,0:U - 1];
                 SUMA(U,U,SH,SE,SHMSE);
                 PS     := P * S;
                 LAMBDA := DET(SE,U) / DET(SHMSE,U);
                 ESTAD2 := (P + 1 - S - 2 * N + 2 * M) / 2 * LN(LAMBDA);
                 WRITE(BYP,<5(/),X5,"LAMBDA= ",R8.5,X10,"ESTADISTICA "
                          "DE PRUEBA PARA CRITERIO WILKS:",R9.5,//>,
                          LAMBDA,ESTAD2);
                 WRITE(BYP,<X5,"GRADOS DE LIBERTAD DE LA JI CUADRADA"
                          ": ",I4>,PS);
                 ESCRIBE("NIVEL DE SIGNIFICANCIA?");
                 PROMPT;
                 READ(HELLO,/,ALFA);
                 JI := JICUAD(ALFA,PS,.000001);
                 WRITE(BYP,<//,X5,"JI CUADRADA CON",I4," GRADOS DE LIBERT"
```

```
                    "AD= ",R10.5," NIVEL DE SIGNIFICANCIA= ",
                    F5.3>,PS,JI,ALFA);
          IF JI < ESTAD2 THEN
             WRITE(BYP,FFORM1)
          ELSE
             WRITE(BYP,FFORM2);
          SALTA;
        END;
     4: BEGIN  % F
          REAL V1,V2,FD;
          Q   := MIN(RANGO(R,P,U),RANGO(C,S,M));
          NU1 := (ABS(RANGO(C,S,M) - RANGO(R,P,U)) - 1) / 2;
          NU2 := (N - M - P - 1) / 2;
          TRA := TRAZA(T,U);
          F   := (NU2 + 1) / (NU1 + 1) * TRA;
          WRITE(BYP,<5(/),X5,"ESTADISTICA DE PRUEBA F: ",R9.5>,F);
          ESCRIBE("NIVEL DE SIGNIFICANCIA?");
          PROMPT;
          READ(HELLO,/,ALFA)[EXIT];
          V1 := 2 * NU1 + 2;
          V2 := 2 * NU2 + 2;
          FD := FDIS(ALFA,V1,V2,.000001);
          WRITE(BYP,<//,X5,"F CON",2F7.2," GRADOS DE LIBERTAD= ",
                    F8.4," NIVEL DE SIGNIFICANCIA= ",F5.3>,
                    V1,V2,FD,ALFA);
           IF F > FD THEN
              WRITE(BYP,FFORM1)
           ELSE
              WRITE(BYP,FFORM2);
           SALTA;
         END;
    ELSE: BEGIN
           ESCRIBE("ERROR, CRITERIO NO ESPECIFICADO");
           ESCRIBE("CRITERIO?");
           PROMPT;
           READACARD;
           SEARCH;
           CRXX(ROYV,LHV,WILKSV,FV);
           GO TO OTRO;
         END;
   END CASE;
END CALCULOMIXT;

PROCEDURE LEE(BOO,BOOL); VALUE BOO; BOOLEAN BOO,BOOL;
BEGIN
   TITL;
   ESCRIBE("DAME NUMERO DE OBSERVACIONES, N");
   PROMPT;
   READ(HELLO,/,N)[EXIT];
   ESCRIBE("DAME NO. DE RESPUESTAS Y NO. DE PARAMETROS");
   PROMPT;
   READ(HELLO,/,P,M)[EXIT];
   IF N <= 0 OR P <= 0 OR M <= 0 THEN GO EXIT;
   WRITE(BYP,<8(/),X14,"NUMERO DE OBSERVACIONES:",I4,4(/),
             X14,"NUMERO DE RESPUESTAS:",I4,4(/),X14,
             "NUMERO DE PARAMETROS:",I4>,N,P,M);
   IF ¬ BOO THEN
   BEGIN
      ESCRIBE("DAME RANGO DE LA MATRIZ DE HIP. ENTRE RESP.");
      PROMPT;
      READ(HELLO,/,U)[EXIT];
```

```
            IF U <= 0 THEN GO EXIT;
            WRITE(BYP,<9(/),X14,"RANGO DE LA MATRIZ DE HIPOTESIS ENTRE ",
                         "RESPUESTAS: ",I5>,U);
         END
         ELSE
            L := P;
            CALCULOMIXT(BOO,BOOL);
      END LEE;

      PROCEDURE DOIT;
      BEGIN
         CASE INDICE[0] OF
         BEGIN
            1: LEE(TRUE,BOOL);
            2: CALCULORESP;
            3: LEE(FALSE,BOOL);
         ELSE: BEGIN
                  ESCRIBE("ERROR, TIPO DE HIPOTESIS NO ESPECIFICADO");
                  GO AGAIN;
               END;
         END CASE;
      END DOIT;

      PROCEDURE DOIT1;
      BEGIN
         CASE INDICE[0] OF
         BEGIN
            1: CALCULOMIXT(TRUE,BOOL);
            2: CALCULORESP;
            3: CALCULOMIXT(FALSE,BOOL);
         END CASE;
      END DOIT1;

      PROCEDURE ENDIT;
      BEGIN
      END ENDIT;

      PROCEDURE INIT;
      BEGIN
         ESCRIBE("EXISTE EL COMANDO EXPLICA");
         INDICE[0]   := INDICE[1] := INDICE1[0] := INDICE1[1] := -1;
         HELLO.OPEN := TRUE;
         SIZEKEYS    := SIZE(KEYS) - 1;
         REPLACE BUFF BY " " FOR 255;
         PROMPT;
      END INIT;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                                M A I N                                   %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
      INIT;
      WHILE TRUE DO
      BEGIN
         READACARD;
         SCAN PT:BUFF FOR NCHAR:254 WHILE = " ";
         IF NCHAR = 0 THEN
            ESCRIBE("COMANDO?")
         ELSE
         BEGIN
            CASE SEARCH OF
            BEGIN
```

```
            CRITERIOSV : BEGIN
                            SEARCH;
                            CRXX(ROYV,LHV,WILKSV,FV);
                            DOIT;
                         END;
            HIPOTESISV : BEGIN
                            BOOL := FALSE;
                            BRINCA(DEF);
                            HIXX(TRATAMIENTOSV,RESPUESTASV,MIXTAV);
                            BRINCA(CONV);
                            IF COMMAND = CRITERIOSV THEN SEARCH;
                            CRXX(ROYV,LHV,WILKSV,FV);
                            DOIT;
                         END;
            TERMINAV   : GO EXIT;
            EXPLICAV   : EXPLICA;
            ELSE       : ESCRIBE("COMANDO DESCONOCIDO.");
         END CASE;
      END;
AGAIN:
      PROMPT;
      REPLACE BUFF BY " " FOR 255;
   END WHILE;
EXIT:
   ENDIT;
END.
```

APENDICE 2

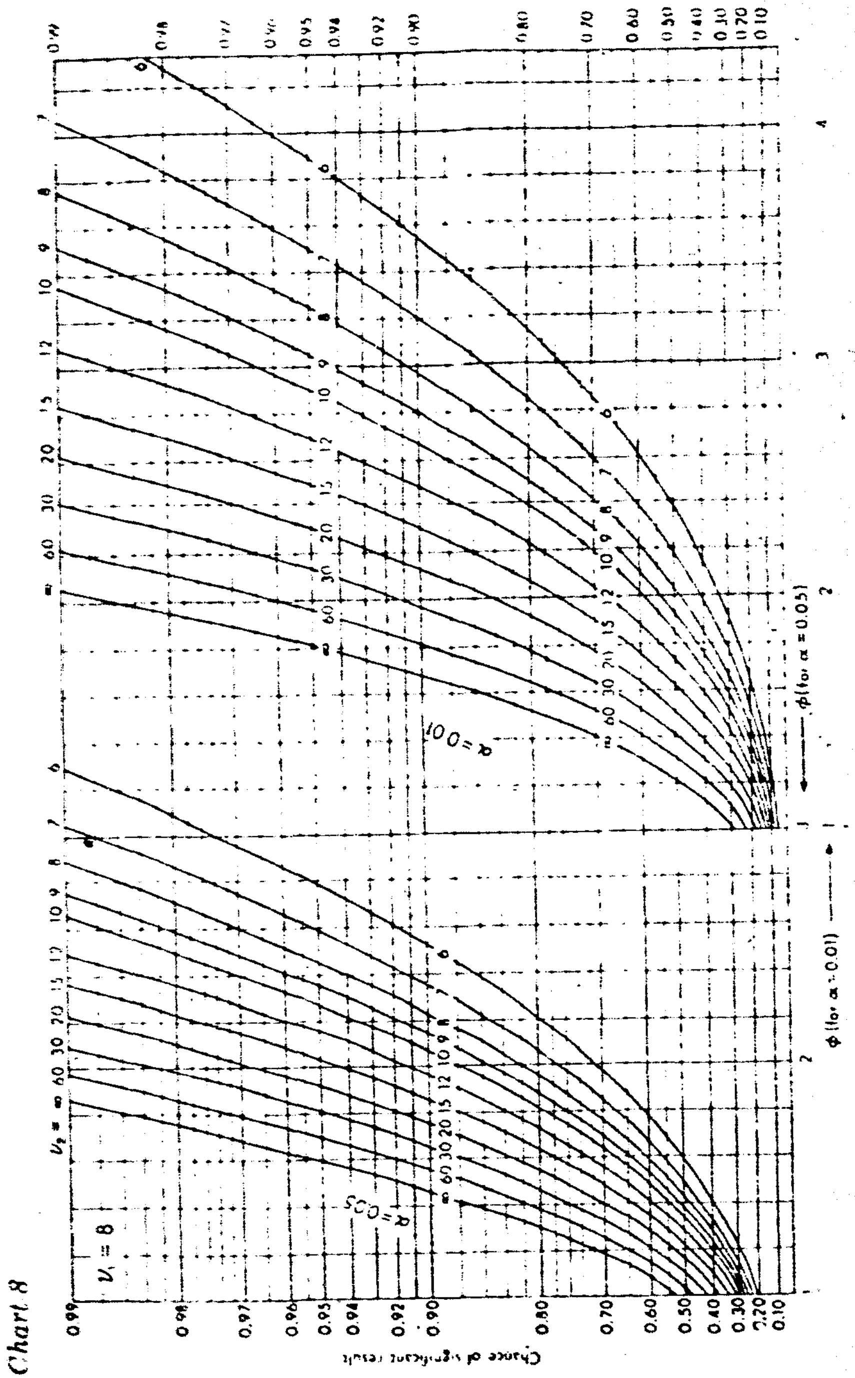
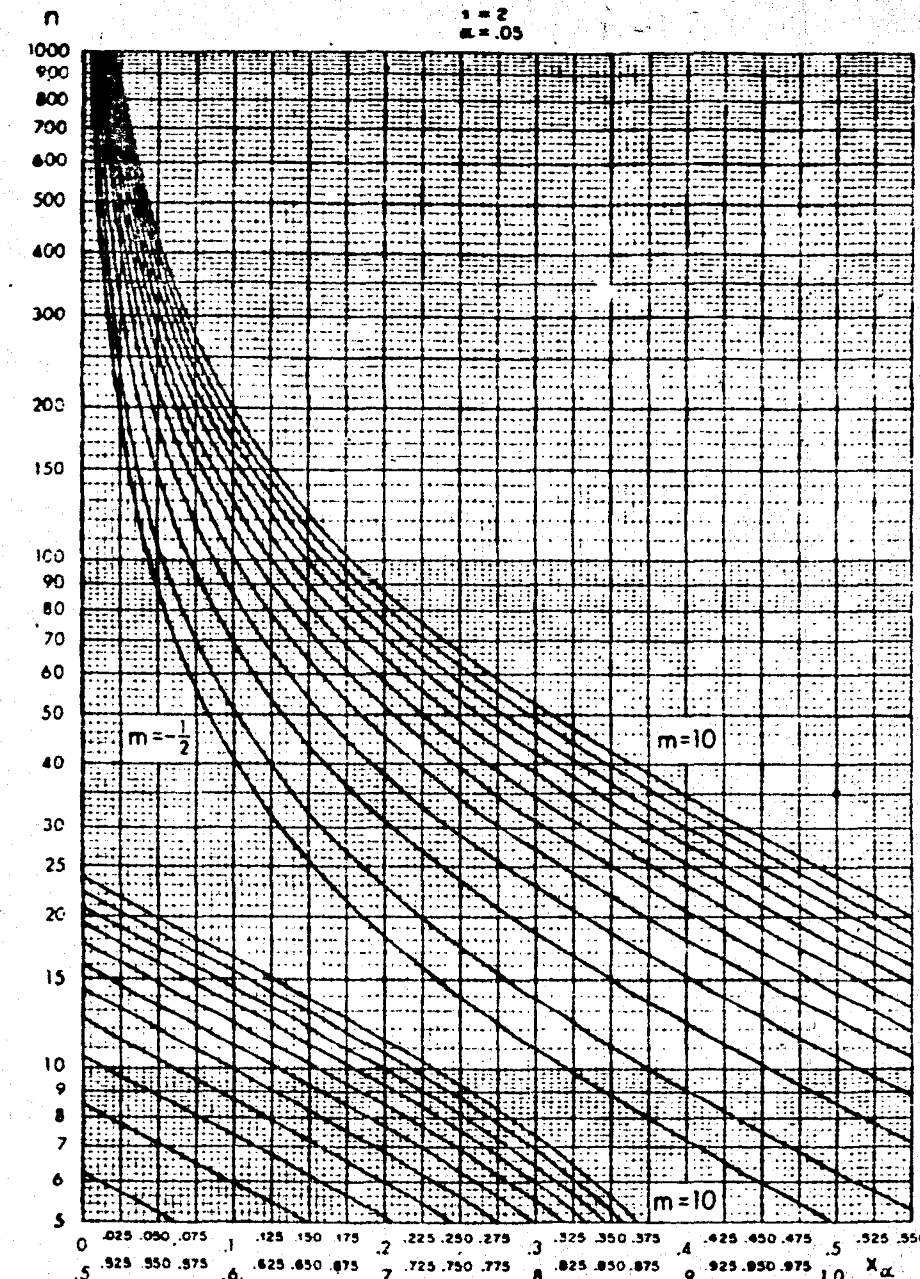


Chart 8

Chart 9



Reprinted from D. L. Heck: Charts of some upper percentage points of the distribution of the largest characteristic root, *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 31 (1960), pp. 625–642, with the permission of the author and the publisher.

Chart 10

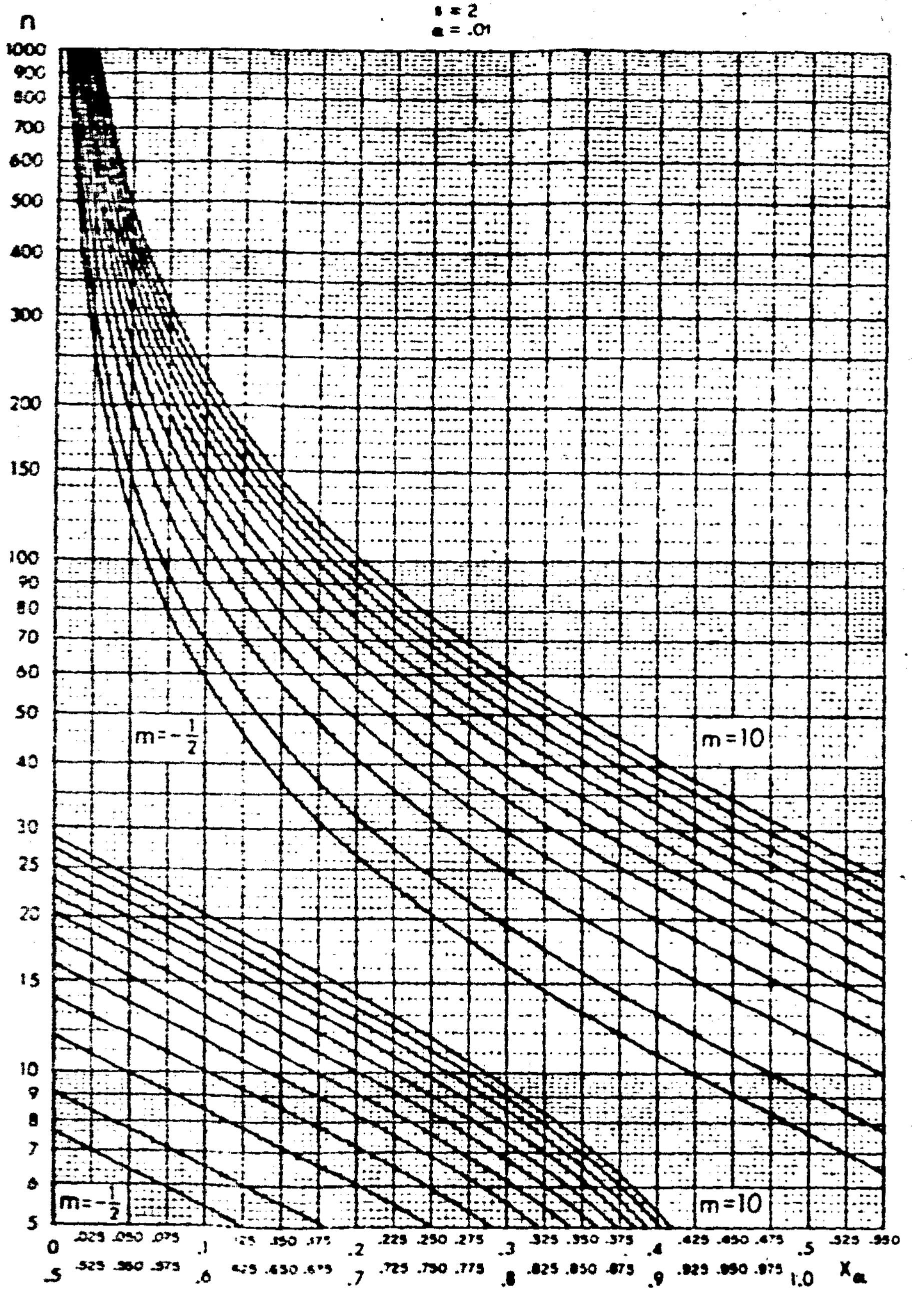


Chart 11

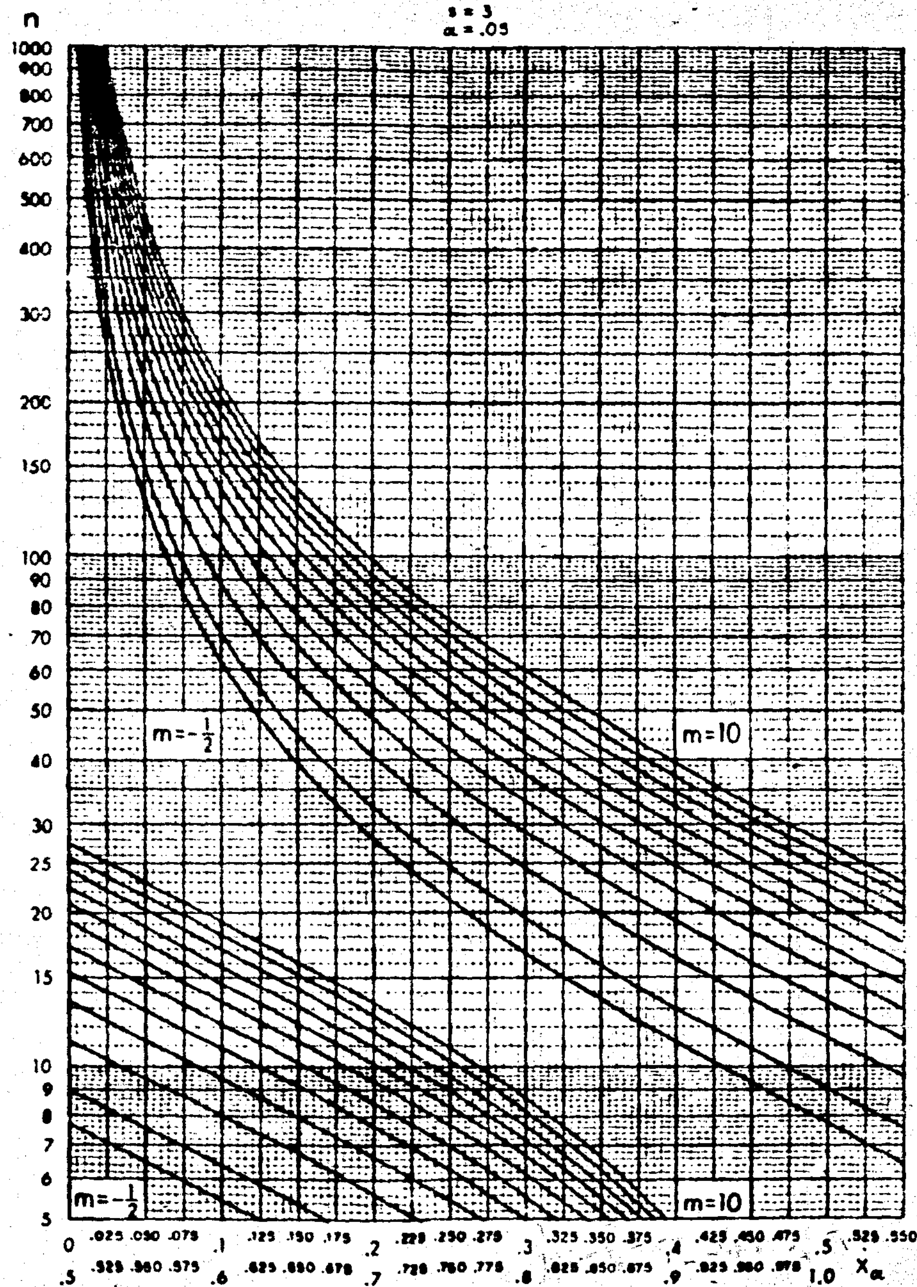


Chart 12

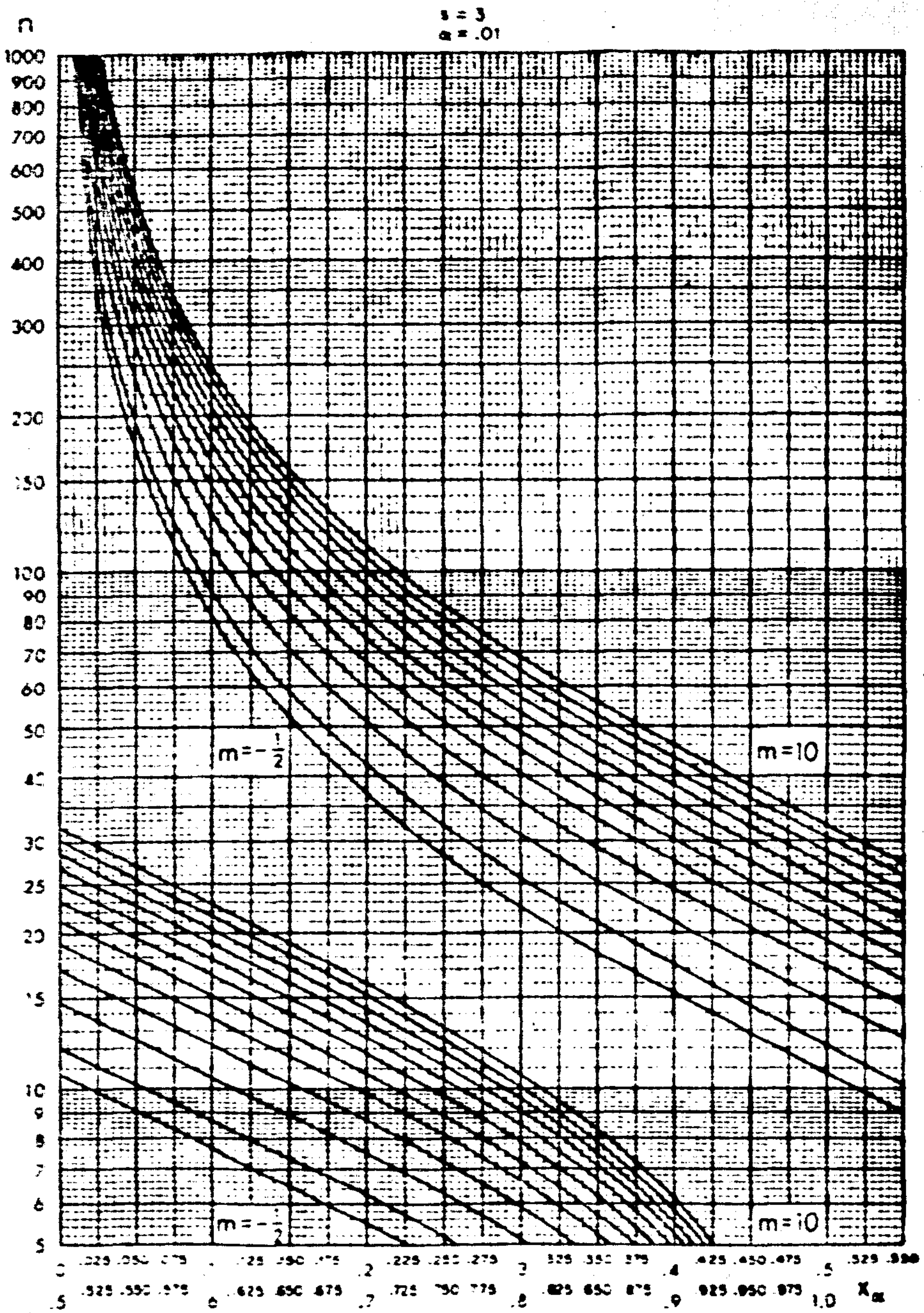


Chart 13

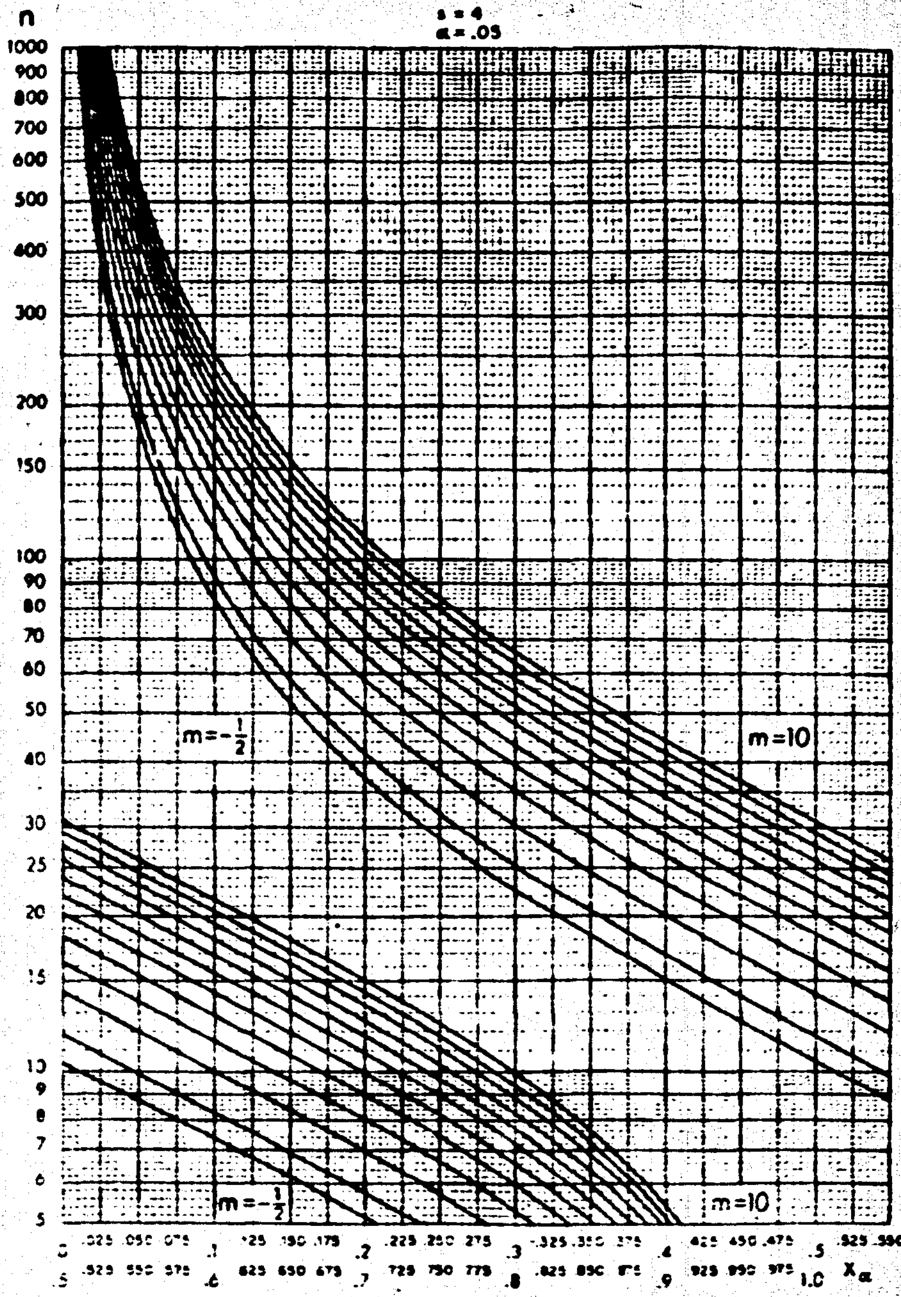


Chart 14

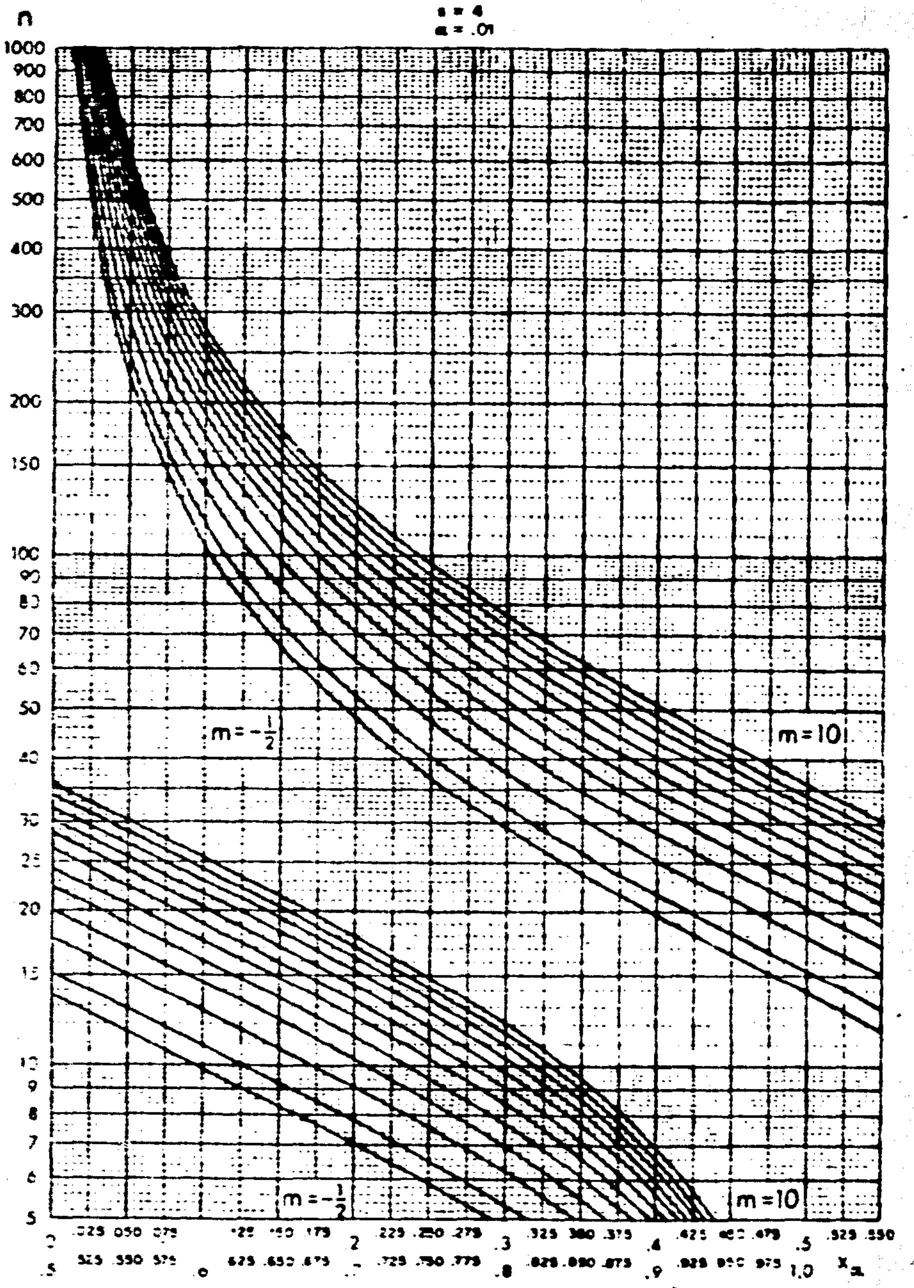


Chart 15

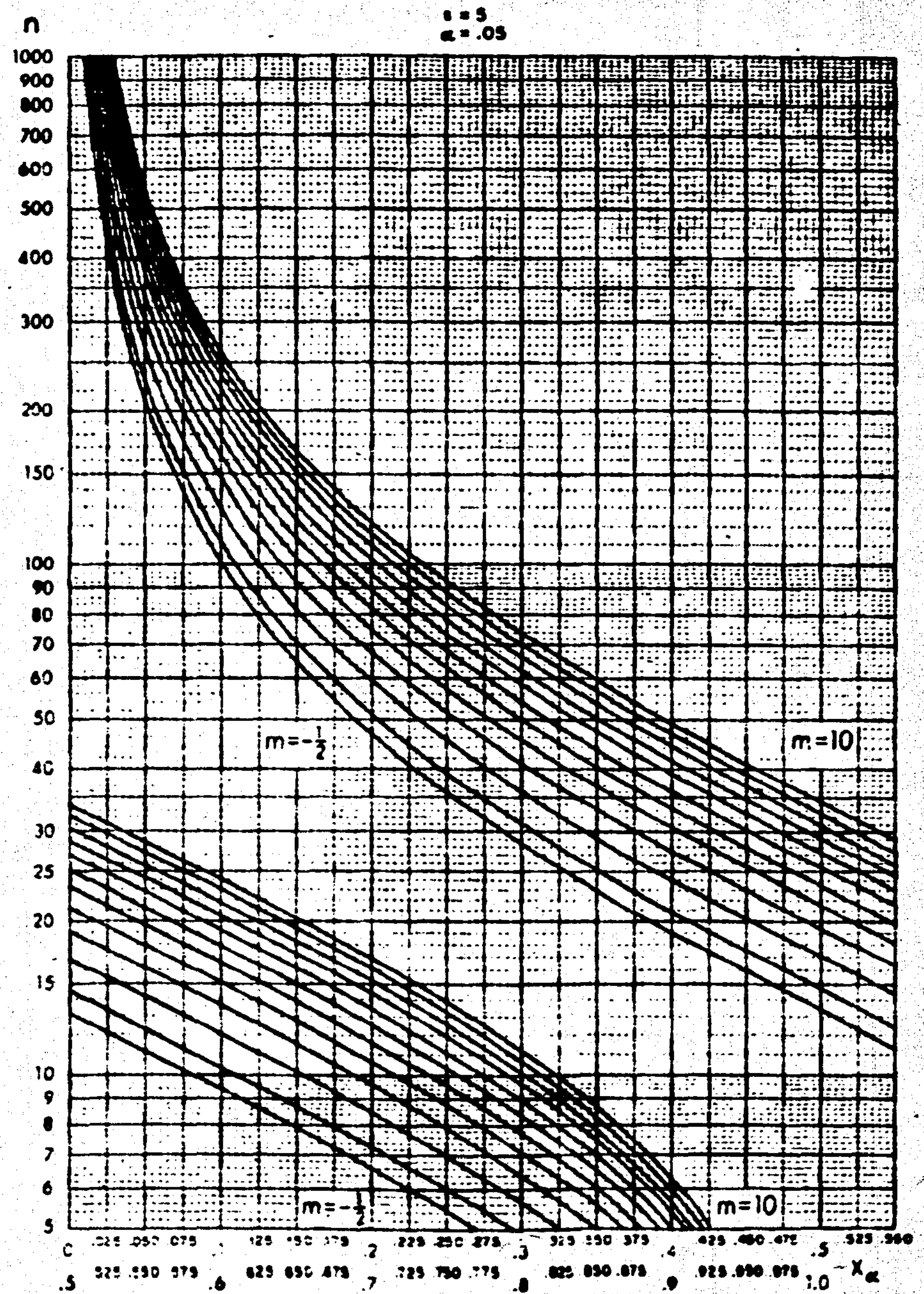


Chart 16

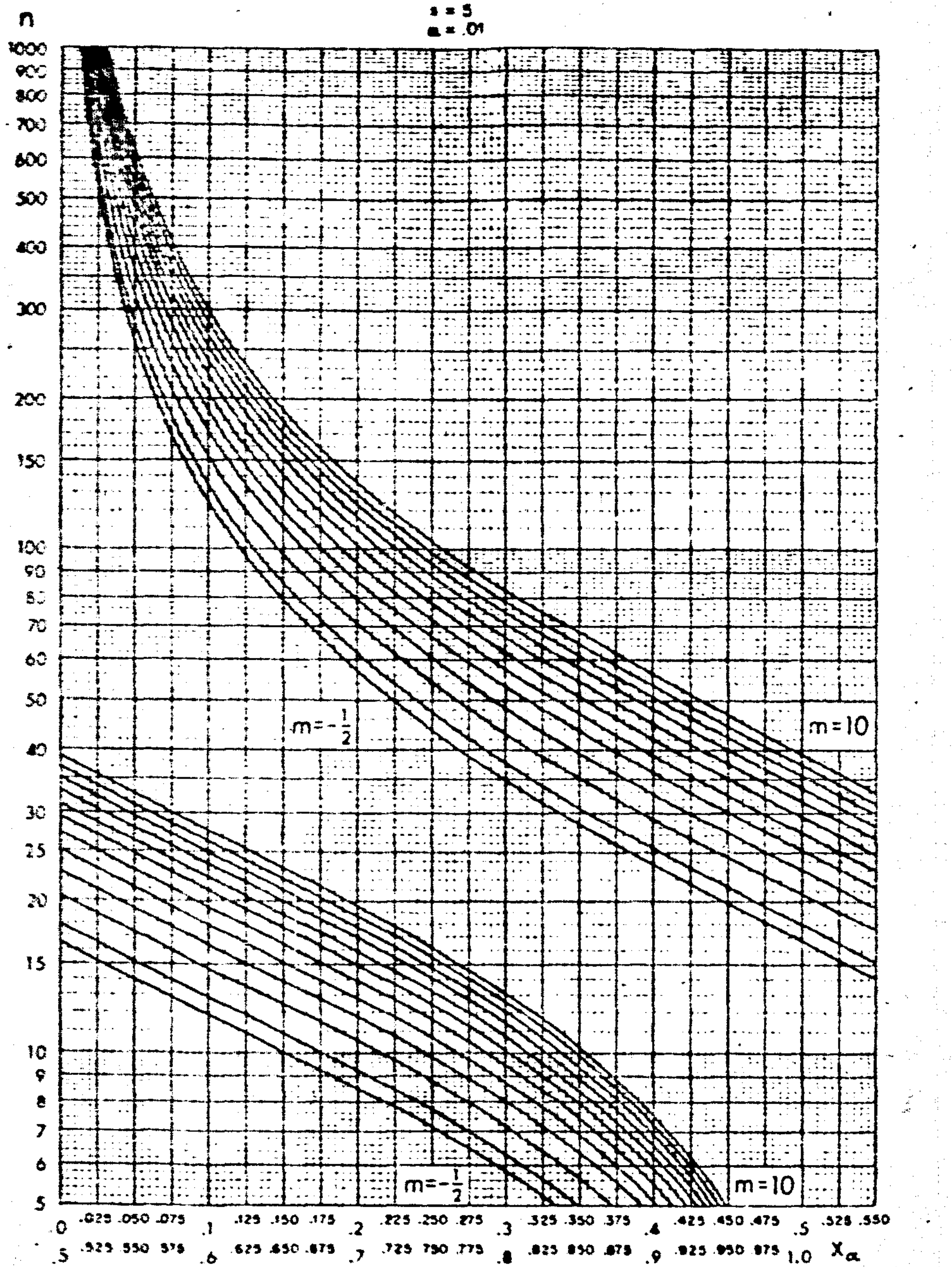


Table 6. **Upper Percentage Points of the Largest Characteristic Root: $s = 6$***

$\alpha = 0.05$

n \ m	0	1	2	3	4
5	0.8246	0.8499	0.8685	0.8830	0.8945
10	0.6552	0.6917	0.7206	0.7442	0.7639
15	0.5371	0.5758	0.6077	0.6346	0.6577
20	0.4535	0.4912	0.5231	0.5505	0.5746
25	0.3918	0.4276	0.4583	0.4852	0.5091
30	0.3447	0.3782	0.4074	0.4332	0.4564
40	0.2775	0.3069	0.3329	0.3563	0.3776
60	0.1995	0.2225	0.2433	0.2624	0.2801
80	0.1556	0.1745	0.1916	0.2075	0.2224
100	0.1275	0.1434	0.1580	0.1716	0.1843
130	0.10036	0.11319	0.12504	0.13615	0.14666
160	0.08272	0.09348	0.10388	0.11284	0.12175
200	0.06702	0.07586	0.08409	0.09186	0.09926
300	0.04545	0.05156	0.05728	0.06281	0.06790
500	0.02765	0.03143	0.03498	0.03835	0.04160
1,000	0.01397	0.01590	0.01772	0.01946	0.02113

$\alpha = 0.01$

n \ m	0	1	2	3	4
5	0.8745	0.8929	0.9065	0.9169	0.9255
10	0.7173	0.7482	0.7724	0.7922	0.8086
15	0.5986	0.6334	0.6619	0.6858	0.7063
20	0.5111	0.5462	0.5757	0.6010	0.6231
25	0.4450	0.4790	0.5081	0.5335	0.5559
30	0.3936	0.4261	0.4542	0.4789	0.5011
40	0.3194	0.3484	0.3739	0.3969	0.4177
60	0.2315	0.2548	0.2757	0.2948	0.3125
80	0.1814	0.2006	0.2181	0.2342	0.2493
100	0.1491	0.1654	0.1803	0.1942	0.2072
130	0.11762	0.13091	0.14314	0.15457	0.16536
160	0.09713	0.10830	0.11901	0.12834	0.13754
200	0.07880	0.08803	0.09659	0.10466	0.11232
300	0.05355	0.05996	0.06594	0.07160	0.07701
500	0.03270	0.03661	0.04034	0.04388	0.04727
1,000	0.01651	0.01855	0.02046	0.02229	0.02405

* Reproduced from K. C. S. Pillai and C. G. Bantegui: On the distribution of the largest of six roots of a matrix in multivariate analysis, *Biometrika*, vol. 46 (1959), pp. 237–240, with the permission of the authors and the editor of *Biometrika*.

B I B L I O G R A F I A

Anderson, T.W. (1958): "An Introduction to Multivariate Statistical Analysis", Wiley and Sons.

Andrews, Gnanadesikan & Warner (1973): "Methods for assessing multivariate normality". Multivariate Analysis III. Academic Press New York.

Bartlett, M.S. (1938): "Further aspects of the theory of multiple regression". Proc. Camb. Phil. Soc. 34:33-40.

Brown, J.D. & Beerstecher, E. (1951): "Metabolic patterns of underweight and overweight individuals". University of Texas, Biochemical Institute Studies IV. Vol. 5109.

Kshirsagar, A.M. (1972): "Multivariate Analysis". Marcel Dekker, Inc. N.Y.

Mardia, K.U. (1970): "Measures of Multivariate skewness and kurtosis with applications". Biometrika. 57:519-530.

Morrison, D.F. (1967): "Multivariate statistical methods". Mc. Graw Hill Book Company, New York.

Overall, J.E. & Spiegel, P.K. (1969): "Concerning Least Squares Analysis of Experimental Data". Psychological Bulletin Vol. 72. 5:311-322.

Pearson, E.S. & Hortley, H.O. (1966): "Biometrika tables for statisticians". Cambridge Univ. Press.

Press, S.J. (1972): "Applied Multivariate Analysis". Holt, Rinehart and Winston Inc. New York.

Rao, C.R. (1951): "An asymptotic expansion of the distribution of Wilks's criterion". Bull. Int. Stat. Inst. 33:177.

Roy, S.N., Gnanadesikan, R. & Srivastava, J.N. (1971): "Analysis and Design of certain Quantitative Multiresponse Experiments". Oxford, Pergamon Press Ltd.

Smith, H., Gnanadesikan, R. & Hughes, J.B. (1962): "Multivariate analysis of variance (MANOVA)". Biometrics, 18:22-41.

Sotres, D.A., Mexas, A.G. & Mendez, R.I. (1970): "Algoritmo para análisis de covarianza multivariado y un estudio mediante simulación de la potencia de las pruebas multivariadas de Lawley, Heck y Wilks". Agrociencia, Serie A, 10:79-90.