UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN FILOSOFÍA
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

EL PAPEL DE LOS MÉTODOS DE INFERENCIA EN LA TOMA DE DECISIONES DENTRO DE CONTEXTOS DE INCERTIDUMBRE

T E S I S
QUE PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE
MAESTRO EN FILOSOFÍA

PRESENTA:

RODRIGO EDUARDO RAMÍREZ FRANCO

TUTOR: DR. CRISTIAN ALEJANDRO GUTIÉRREZ RAMÍREZ (FFyL-UNAM)

CIUDAD UNIVERSITARIA, CIUDAD DE MÉXICO, MÉXICO NOVIEMBRE 2024

UNAM
Universidad Nacional Autónoma de México

Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Universidad Nacional Autónoma de México

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN FILOSOFÍA

PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL
(Graduación con trabajo escrito)

De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito, titulado

El papel de los métodos de inferencia en la toma de decisiones dentro de contextos de incerti

que presenté para obtener el grado de Maestro en Filosofía, es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Programa de Posgrado, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de graduación.

Atentamente

Rodrigo Eduardo Ramirez Franco 41506925-6

(Nombre, firma y número de cuenta de la persona alumna)

DEDICATORIA

Para todas aquellas personas interesadas en el estudio de la lógica

EPIGRAFE

"El cerebro de cada cual es como una pequeña pieza vacía que vamos amueblando con elementos de nuestra elección. Un necio echa mano de cuanto encuentra a su paso, de modo que el conocimiento que pudiera serle útil, o no encuentra cabida o, en el mejor de los casos, se halla tan revuelto con las demás cosas que resulta difícil dar con él. El operario hábil selecciona con sumo cuidado el contenido de este vano disponible que es su cabeza. Sólo de herramientas útiles se compondrá su arsenal, pero estas serán abundantes y estarán en perfecto estado. Constituye un grave error el suponer que las paredes de la pequeña habitación son elásticas o capaces de dilatarse indefinidamente. A partir de cierto punto cada nuevo dato añadido desplaza necesariamente a otro que ya poseíamos Resulta por tanto de inestimable importancia vigilar que los hecho inútiles no arrebaten espacio a los útiles."

- Arthur Conan Doyle, *Estudio en escarlata*-

Agradecimientos

En primera instancia, me gustaría agradecer al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnología (CONAHCYT) por la beca que posibilitó en gran medida tanto mis estudios de posgrado como la redacción de este trabajo de investigación.

Gracias a mis familiares que estuvieron junto a mi durante todo este procesos. A mi madre por todos los días en los cuales madrugó para que yo pudiera desayunar antes de salir, por sus cuidados y por todos los momentos en los cuales me escuchó. A mi padre por todas las ocasiones en las cuales me preguntó por mis planes a futuro, por todos los consejos que medio y por su continua comprensión. A mi perro y a mis gatos por estar conmigo en momentos en los cuales no tenía claridad en mis ideas. A mi pareja, Tenderly, por estar conmigo durante todo este proceso, por su ayuda incondicional y por todas las noches que pasamos leyendo tanto esta tesis como otros trabajos.

Gracias a todos mis amigos. A mis amigos de la licenciatura, Ale, Juan, Alexis y Dany por motivarme a continuar con mis estudios de posgrado y por estar presentes tanto en la transición de licenciatura a maestría como en muchos momentos de mi formación académica. A Raúl, gracias por ser el primer amigo que hice al ingresar a la maestría y por ayudarme en muchísimos momentos académicos y no académicos. Tus comentarios siempre me han sido útiles. A Fer por todos los momentos que hemos tenido en el instituto, en Copilco y en otros lugares. Conversar contigo siempre me pone de buenas. Ambos me demostraron que es posible encontrar amistades valiosas incluso en los momentos más complicados. A Roberto por tu amabilidad, por mostrarme nuevas perspectivas en filosofía política y por todos almuerzos compartidos en sociales y en políticas. A Astrid por darme tanto consejos, por ser una persona muy sincera y directa. A todos los miembros del grupo del Under por todos los memes y los buenos ratos. A Axel hacerme sentir bienvenido en el Aula 3 y por todas las charlas de luchas. A todos y cada uno de los miembros del seminario de tesistas por permitirme presentarles mi trabajo en múltiples ocasiones y por sus comentarios. A Ray por su gran actitud, por su amabilidad y por ser un ejemplo de como debe ser una persona que se dedica a la lógica.

Gracias a todos mis profesores. A mis profesores de licenciatura por motivarme a dar el paso al posgrado. Al Dr. Cristian Gutiérrez por brindarme su voto de confianza al aceptar dirigir mi trabajo de maestría, por asesorarme en una infinidad de ocasiones, y sobre todo por la comprensión que ha tenido conmigo durante todo este proceso. Al Dr. Mario Gómez Torrente por ser el principal responsable de mi formación durante la maestría, por brindarme su apoyo en tantos momentos y por su gran amabilidad. Aprecio infinitamente todo el conocimiento obtenido durante sus clases. A la Dra. Melisa Vivanco por sus excelentes clases, por recordarme algunas razones por las cuales me apasiona el estudio de la lógica y por todos los momentos en los cuales me demostró que existe gente brillante y gentil dentro de la academia. Al Dr. Alfonso Arroyo por permitirme incorporarme a sus clases impartidas en el posgrado de Filosofía de la Ciencia, por brindarme herramientas conceptuales valiosas para el desarrollo de mi trabajo de investigación y por todos sus comentarios que me han ayudado a mejorar como persona y como filósofo. Gracias a la Dra. Atocha Aliseda y al Dr. Axel Barceló por revisar mi trabajo de grado y por brindarme sus comentarios. Sus observaciones no solo me han ayudado a mejorar el presente escrito, si no que también me han abierto nuevas perspectivas para investigaciones posteriores.

Gracias a todo el personal académico y administrativo del Instituto de Investigaciones Filosóficas. A los encargados de la biblioteca Eduardo García Maynez por conservar en buen estado el acervo y por su buena disposición. Al personal de limpieza y mantenimiento por su excelente labor al preservar en óptimo funcionamiento las instalaciones. Al personal de vigilancia por procurar que el instituto sea un lugar seguro. Al Mtro. Alfonso Coronel por su trabajo de difusión y por tenerme en consideración para grabar en múltiples ocasiones cápsulas de divulgación. A la Lic. Ivette Sarmiento por todas las ocasiones en las cuales me ha orientado respecto a las actividades realizadas en el instituto y por su gran trabajo en difusión y comunicación. A la Dra. Aurelia Valero por su

trabajo como secretaria académica y por su labor durante la coordinación del seminario de investigadores. A Astrid y a César por mantener un ambiente plural y respetuoso durante el seminario de estudiantes asociados.

Gracias al general del ring, Gunther, y a Seth “Freaking” Rollins por demostrarme que con disciplina y la motivación adecuada todo es posible.

Índice general

Introducción

Algunos de los temas más relevantes en la sociedad contemporánea son la toma de decisiones y los procesos relacionados con dicha acción. Una de las principales razones de ello es que, al menos en apariencia, no existe ningún ámbito de la vida humana donde no sea necesario decidir entre tal o cual opción en un momento determinado. Si bien es cierto que existen situaciones específicas en las cuales decidir entre una opción u otra no implica consecuencias significativas, no es posible ignorar el hecho de que existen numerosos contextos en los cuales tomar una alternativa en lugar de otra implica considerables consecuencias tanto a nivel individual como colectivo. Las situaciones lúdicas, como los juegos de mesa, son un ejemplo del primer caso. Por otro lado, las investigaciones científicas representan una instancia de lo segundo. A partir de este planteamiento es más sencillo comprender las razones por las cuales es importante que exista un método, o al menos una serie de pautas, que permitan ponderar la información de la cual se dispone con la finalidad de tomar decisiones. Dentro de dicha ponderación se busca formular un plan de acción que facilite la obtención de una serie de resultados.

Los distintos métodos de inferencia pueden ser considerados como herramientas útiles durante el proceso de toma de decisiones. Cada uno de estos es capaz de prestar atención a determinadas características de la información, lo cual les permite llegar a sus respectivas conclusiones. El principal atractivo de la deducción es su capacidad para preservar la verdad. Haciendo uso de diversos esquemas inferenciales se puede llegar a conclusiones verdaderas cuando se parte de premisas del mismo tipo *Cf.* (Cornman, Lehrer, y Pappas, 2006). Por otro lado, la inducción toma como punto de partida una serie de observaciones empíricas con la finalidad de realizar generalizaciones. A partir de la observación de una serie de hechos ubicados en un tiempo y lugar específico, se busca enunciar una conclusión cuya verdad sea probable en otro momento y/o lugar *Cf.* (Hacking, 2001). La abducción tiene como objetivo explicar hechos novedosos o anómalos. Cuando se tiene una conclusión que no es derivable de un conjunto de premisas, el razonamiento abductivo intenta formular una explicación que de cuenta de cómo la conclusión podría ser inferida haciendo uso de la información disponible *Cf.* (Aliseda, 2006). Así mismo, cada método de inferencia tiene a su disposición una serie de recursos formales que le permite determinar cuando una conclusión es derivable.

Debido a las virtudes que posee cada método de inferencia, durante la presente investigación se buscará formular una explicación que conjunte a cada uno de estos con el objetivo de enunciar una serie de pautas que puedan ser utilizadas durante el proceso de toma de decisiones. Para conseguir este objetivo, se realizarán tres divisiones. En el primer capítulo se expondrán las principales características de la deducción, la inducción y la abducción. Así mismo, también se explicará qué son los lenguajes formales y cómo cada proceso inferencial hace uso de ellos. Durante el capítulo número dos se analizarán algunas objeciones que se le puede hacer a cada uno de los métodos expuestos durante el capítulo uno. De igual manera, se brinda una serie de respuestas a dichas objeciones. En el tercer, y último, capítulo se explicará la noción de números relativos planteada por Charles Sanders Peirce. Esta idea será utilizada para explicar una manera en la cual la deducción, la inducción y la aducción podrían ser conjuntadas en un único método de investigación. Para finalizar, se explicará cómo este método podría ser utilizado como herramienta durante el proceso de toma de decisiones.

Si bien es cierto que cada método de inferencia tiene sus respectivas virtudes, resulta importante explicar tanto la forma en la cual cada uno de ellos llega a sus respectivas conclusiones como algunas de las objeciones a las cuales se enfrentan. El objetivo de la deducción es preservar la verdad de las premisas a la conclusión. Tal preservación se hace a partir de la formulación de argumentos válidos. Cuando un argumento es válido, no se puede dar el caso en el cual se tenga una conclusión falsa si las premisas de las cuales se parten son verdaderas *Cf.* (Pritchard, 2013). Para determinar la validez de un argumento se pueden utilizar recursos como las reglas de inferencia o equivalencia de los distintos sistemas deductivos. Si bien es cierto que a partir de esquemas deductivamente válidos es posible preservar la verdad de las premisas en la conclusión, eso no implica que todas las conclusiones derivadas deductivamente sean verdaderas. Es posible deducir consecuencias falsas haciendo uso de las distintas reglas de inferencia y equivalencia si solamente se atiende a la validez. Si se presentara este escenario, la deducción se vería afectada por las objeciones que se le hacen a las teorías combinatorias en matemáticas. La principal objeción que se le hace a estas teorías es que no cuentan con una semántica homogénea con respecto a otras áreas *Cf.* (Benacerraf, 1973).

En el caso de la inducción, esta puede ser definida como un razonamiento de tipo ampliativo. Esto último significa que la conclusión no se encuentra contenida dentro de las premisas. Cuando se hace uso de la inducción se busca determinar la probabilidad de un evento en función de un espacio de probabilidades *Cf.* (Zabell, 2009). Uno de los elementos del espacio de probabilidades es el espacio muestral, el cual puede ser entendido como el conjunto de todas las posibles combinaciones de eventos relevantes. En función de este último se determinan las probabilidades de cada evento, las cuales pueden ser categoriales o condicionadas. La probabilidad de un evento A es categorial si es independiente la probabilidad de un evento B. Es condicionada en el caso opuesto *Cf.* (Hacking, 2001). Uno de los problemas a los cuales se enfrentan los razonamientos inductivos, es que estos presuponen que existe algún tipo de uniformidad entre hechos pasados y futuros *Cf.* (Pritchard, 2013). Si bien esta relación parece ser intuitiva, a la hora de querer explicarla de manera exhaustiva parece ser el caso de que se encuentra justificada a partir de inducciones. Aceptar esto último resulta problemático en tanto que se caería en un argumento circular.

Por su parte, la abducción puede ser entendida como un proceso en el cual se formulan una serie de explicaciones a partir de un conjunto de hechos sorprendentes. Un problema abductivo es definido como un par ordenado $< \Theta, \varphi >$, en el cual Θ representa un conjunto de proposiciones o de creencias[1], mientras que φ es un hecho anómalo que debe ser explicado *Cf.* (Soler Toscano, 2012). Para poder explicar como a partir de Θ

[1]A lo largo del presente escrito se usarán los términos “proposiciones” y “creencias” de manera indistinta, a menos que en algún momento específico se señale lo contrario. Si bien es cierto que, dentro de determinados contextos, estos términos tienen significados diferentes, para el presente escrito serán utilizados como sinónimos.

podría ser derivado φ se formula una hipótesis abductiva α cuyo objetivo es vincular el conjunto de creencias contenidas en Θ con el hecho sorprendente φ. Usualmente cuando se formula una explicación abductiva α, se busca que esta sea consistente con el conjunto de proposiciones contenido en Θ y sea explicativa. Esto último puede ser entendido en términos formales como $\alpha \nvDash \varphi$. Si bien es cierto que este criterio puede ser utilizado para acotar el número de explicaciones abductivas aceptables, existen una gran cantidad de casos en los cuales este no es suficiente para determinar cuál es la mejor solución. La razón de ello es que dado un problema abductivo $< \Theta, \varphi >$ es posible que existan múltiples soluciones α consistentes que no impliquen a φ.

A pesar de lo mencionado anteriormente, los tres métodos de inferencia comparten un problema aún mayor. Dicho problema yace en que es muy complicado encontrar casos en los cuales la información se adecue totalmente a un único modelo inferencial. En condiciones ideales los datos se encuentran dispuestos de tal forma que, en la mayoría de los casos, es posible garantizar que se llegará a la conclusión solicitada a partir de una serie finita de pasos. Tal situación rara vez se presenta cuando se trabaja en contextos concretos. Una posible solución a este problema es el entrelazamiento de los tres métodos en un único proceso de investigación. Si se quiere explicar un hecho, se parte del supuesto de que existe una anomalía. Debido a ello, la abducción puede ser considerada como el primer paso dentro de este proceso de investigación. Una vez que se haya formulado una hipótesis abductiva, se procedería a inferir las consecuencias que esta tendría en caso de ser verdadera. Finalmente, se cotejaría hasta que punto la hipótesis encaja con otras observaciones *Cf.* (Fernández de Barrena, 2003). De esta manera, se sugeriría que el segundo paso dentro de este proceso es la deducción, mientras que el paso final sería la inducción.

Para expresar formalmente el nexo entre los tres métodos de inferencia, se puede hacer uso del concepto de números de relativos de Peirce. En términos generales, los números relativos son definidos como un fracción en la cual el numerador es el número de ocasiones en las cuales tanto un conjunto de premisas es consistente y una proposición es verdadera, mientras que el denominador son las ocasiones en las cuales solo la proposición es verdadera *Cf.* (Peirce, 2012b). En un primer momento, este concepto puede ser utilizado para determinar la probabilidad de que una proposición φ sea consecuencia de un conjunto Θ. No obstante, esa no es su única aplicación. Dado un problema abductivo, es posible utilizar los números relativos para determinar la probabilidad de cada una de las posibles soluciones. De esta manera, sería posible formular un criterio que permita seleccionar una hipótesis α entre todas aquellas que cumplan con el requisito de ser consistente con Θ y tener poder explicativo.

Si bien es cierto que los números relativos pueden ser utilizados durante el proceso de selección de hipótesis, resulta importante determinar cómo estos pueden ser partícipes del proceso de toma de decisiones. El proceso de toma de decisiones puede ser definido como una situación en la cual un sujeto pondera un conjunto de estados del mundo para realizar un acción y obtener un resultado *Cf.* (Bermúdez, 2009). A partir de un proceso de traducción es posible interpretar dichos estados del mundo a partir de un conjunto de proposiciones *Cf.* (Floridi, 2011). Al considerar al conjunto de estados como una serie de proposiciones, es posible analizar a las situaciones y a los procesos de toma de decisiones con las mismas herramientas formales con las que se tratan a los argumentos. De esta manera, el cúmulo de estados del mundo inicial puede ser considerado como un conjunto de proposiciones, mientras que un objetivo sería pensado como una posible conclusión. En este sentido, los números relativos pueden ser utilizados para determinar la probabilidad de que un objetivo sea satisfecho a partir de un plan de acción.

Capítulo 1

Descripción de los métodos de inferencia

Gran parte del conocimiento humano es obtenido o bien de manera empírica, o bien a partir de la reflexión. Dicha reflexión puede ser de diversos tipos, entre los que se encuentran la introspección, el análisis conceptual, y las demostraciones tanto lógicas como matemáticas. Los métodos de inferencia pertenecen a estas últimas *Cf.* (Pritchard, 2013). En términos generales, los métodos de inferencia pueden comprenderse como procesos en los cuales se parte de un conjunto de premisas iniciales[1] y se busca llegar a una conclusión. Estos pueden ser interpretados al menos desde tres enfoques: el psicológico, el epistemológico y el lógico. Una inferencia psicológica puede entenderse como la consideración o extracción de consecuencias, las cuales no están limitadas a ser consecuencias lógicas. Este tipo de inferencias tiene en consideración derivaciones discursivas como pueden ser las implicaturas convencionales o las conversacionales. Las inferencias de tipo epistemológico se caracterizan por ser un proceso discursivo en el cual un agente pasa de un conjunto de creencias y/o conocimientos a otra creencia o presunto conocimiento. Dicho paso usualmente obedece a un propósito y se encuentra adscrito a un marco de

[1] Si bien es cierto que las verdades lógicas pueden ser demostradas sin la necesidad de partir de ninguna premisa en particular, dicha situación no será abordada durante la presente investigación. La razón de ello es que se está partiendo del supuesto de que durante los distintos procesos de toma de decisiones, siempre se parte de un conjunto de proposiciones. Estas últimas pueden ser obtenidas de manera a priori o empíricamente.

creencias y presuposiciones más o menos consistentes, el cual es susceptible de ser expresado en términos de proposiciones. Esto último implica que las inferencias epistémicas pueden ser consideradas, al menos de manera parcial, como argumentos, los cuales pueden ser calificados como deductivos, inductivos o abductivos. Finalmente, las inferencias lógicas son relaciones semánticas que se dan entre proposiciones independientemente de que exista un agente que las emplee o las reconozca. Usualmente, durante las inferencias lógicas, la transición consecutiva entre proposiciones se realiza haciendo uso de distintos métodos sintácticos y semánticos, los cuales en muchos casos también pueden ser utilizados durante los procesos de inferencia psicológico y epistémico *Cf.* (Vega, 2016b). Las inferencias lógicas se enfocan en la preservación de verdad independientemente de las consideraciones psicológicas o epistémicas.

1.1. Algunas observaciones sobre lenguajes formales

Para poder utilizar los métodos sintácticos y semánticos propios de los diversos tipos de inferencia, resulta útil valerse de recursos como los distintos lenguajes formales. Dependiendo de las necesidades que se tengan, se puede hacer uso de uno u otro. En este sentido, los distintos tipos de lenguaje pueden ser pensados como una serie de herramientas de análisis transformacional. El análisis transformacional es un método que permite estudiar un fenómeno que se encuentra comúnmente asociado a un marco conceptual o lingüístico haciendo uso de herramientas de un segundo marco. Para realizar dicha tarea, se establece una traducción o representación del fenómeno original en un segundo marco conceptual *Cf.* (Gutiérrez Ramírez, s.f.). Dentro del ámbito de la toma de decisiones, se consideraría al conjunto de proposiciones expresadas en lenguaje natural como los fenómenos pertenecientes al primer marco, mientras que el conjunto de expresiones formalizadas constituirían la representación concerniente al segundo marco. De esta manera, se busca utilizar las herramientas propias de los lenguajes formales para analizar de manera más eficiente los fenómenos expresados en lenguaje natural.

Si se parte de la idea anterior, resulta factible afirmar que a partir del uso de determinados marcos conceptuales es más sencillo analizar ciertos fenómenos. Así mismo, también se puede asegurar que si un marco particular no es adecuado para ciertos objetivos, se puede optar por utilizar algún otro. Esta idea puede ser extendida al uso de sistemas y lenguajes formales. Cada uno de estos puede ser considerado como una construcción convencional cuyo objetivo es dar cuenta de ciertos esquemas lógicos subyacentes al lenguaje natural *Cf.* (López Falguera y Martínez Vidal, 1999). De esta manera, si se da el caso en el cual se requiera un lenguaje económico en lo que respecta a la relación entre cantidad de información y de símbolos, es útil valerse de la formalización correspondiente a la lógica proposicional. Si es necesario distinguir entre individuos, relaciones y propiedades, la lógica de predicados resulta ser una alternativa útil. Si se necesita determinar la probabilidad de que un suceso B se siga de un suceso A, la notación probabilística será de gran ayuda. Por su parte, la lógica epistémica resulta práctica cuando se quiere tomar en cuenta los estados de conocimiento y/o de creencias de uno o varios agentes[2].

Si bien es cierto que, bajo ciertas condiciones, es habitual pensar que existe una relación casi exclusiva entre lenguajes formales y procesos deductivos, eso último no es el caso. No existe ninguna restricción que impida formalizar la información concerniente a inferencias de tipo inductivo o abductivo. De igual manera, no existe nada que obligue a las inferencias deductivas a adoptar un lenguaje formal en particular. Incluso es posible afirmar que si bien por un lado, cada sistema formal contiene símbolos propios, también existen puntos de intersección entre los distintos lenguajes formales. A pesar de esto último, resulta importante recalcar que cada lenguaje formal tiene una sintaxis propia; y en múltiples ocasiones la representación formal de una oración guarda una conexión con algunas inferencias que pueden ser realizadas. Un ejemplo de ello es la introducción de cuantificadores y operadores modales. Cada uno de ellos es capaz de formalizar ciertas oraciones del lenguaje natural, para posteriormente analizar las relaciones lógicas de cada una haciendo uso de sus respectivos sistemas formales *Cf.* (López Falguera y Martínez Vidal, 1999). En el caso de los cuantificadores, estos permiten analizar las relaciones entre individuos y predicados. Los operadores facilitan analizar relaciones de necesidad y posibilidad.

El lenguaje formal más simple de los mencionados anteriormente es el de la lógica pro-

[2]Los lenguajes formales no se limitan a los aquí mencionados. Solamente se están tomando estos en cuenta debido a que se consideran los más relevantes para los objetivos de la presente investigación. Dependiendo de los objetivos que se persigan es posible hacer uso de otro tipo de lenguajes. Ejemplos de esto último son los distintos lenguajes de programación o las formalizaciones concernientes a otras lógicas como lo pueden ser la lógica deóntica o las lógicas de orden superior.

posicional. A pesar de que este lenguaje es económico en lo que respecta a simbología, brinda una gran cantidad de nociones y elementos que son retomados por lenguajes más sofisticados. El lenguaje de la lógica proposicional, al igual que el resto de los lenguajes formales, posee reglas de formación muy precisas, y generalmente tiene en cuenta tres elementos: 1) alfabeto, 2) especificación de reglas de formación, 3) indicaciones de las traducciones permisibles entre lenguaje natural y formal *Cf.* (Enderton, 2021). El alfabeto son los símbolos utilizados para representar un conjunto de proposiciones. Existen tres tipos de símbolos: los símbolos de agrupación, las variables proposicionales y las conectivas. Los símbolos de agrupación son los paréntesis, corchetes y llaves[3]. Las variables proposicionales son todos aquellos símbolos mediante los cuales se representa una proposición. Usualmente dichos símbolos son letras minúsculas del alfabeto arábigo, aunque no necesariamente se limita a estas. Es posible utilizar cualquier grafía[4] para representar una proposición siempre y cuando se especifique su significado. Las conectivas son los símbolos mediante los cuales se relacionan las proposiciones. Si bien es cierto que existe un gran número de estas, dentro de la lógica proposicional se toman en cuenta principalmente cinco: "$\neg$", "$\wedge$", "$\vee$", "$\supset$", "$\equiv$"; las cuales significan negación, conjunción, disyunción, implicación material y bicondicional material respectivamente[5].

Las reglas de formación, también conocidas como gramática, señalan cuales sucesiones finitas de símbolos pueden ser consideradas como fórmulas y cuáles no. En otras palabras, las reglas de formación dictan la forma correcta en la cual deben relacionarse los símbolos de agrupación, las variables y las conectivas. Si un conjunto de símbolos no cumple con lo estipulado por dichas reglas, tal conjunto no es considerado como una fórmula dentro del sistema *Cf.* (López Falguera y Martínez Vidal, 1999). Las variables proposicionales también pueden ser entendidas como proposiciones atómicas, las cuales representan el tipo de fórmulas más sencillas que pueden formarse. Es posible combinar estas últimas

[3]Los símbolos de agrupación no tienen ningún tipo de jerarquía y pueden ser utilizados de manera indistinta siempre y cuando el símbolo de apertura y el símbolo de cierre sean del mismo tipo. Usualmente los símbolos más utilizados son los paréntesis.

[4]Cuando se afirma que es posible usar cualquier símbolo para representar una proposición se asume que los símbolos de agrupación y las conectivas quedan excluidas de los símbolos disponibles. Aunque no exista una regla que impida utilizar signos de agrupación y conectivas para representar proposiciones, ese tipo de representaciones son inconvenientes en términos pragmáticos.

[5]Existen otras notaciones para las conectivas, pero por cuestiones de convención se usarán las antes mencionadas.

haciendo uso de las conectivas correspondientes. De esta manera, si se da el caso en el cual se tenga una proposición atómica p y una q, en donde p significa "el crupier tiene un diez" y donde q significa "el crupier tiene una carta oculta", estas pueden agruparse para crear fórmulas más complejas. Ejemplo de ello es $p \wedge q$, $p \vee q$, $p \supset q$, etc. En este caso, los significados de dichas fórmulas serían "el crupier tiene un diez y una carta oculta", "el crupier tiene un diez o una carta oculta" y "si el crupier tiene un diez, entonces tiene una carta oculta" respectivamente. A este tipo de fórmulas se les conoce como fórmulas moleculares.

Cuando se trabaja con tres o más proposiciones, se hace uso de signos de agrupación para formar pares ordenados. Un par ordenado es un par de fórmulas atómicas o moleculares unidas por una conectiva. Los signos de agrupación son utilizados para delimitar el alcance de las conectivas, y así evitar cualquier tipo de ambigüedad [6] o confusión *Cf.* (López Falguera y Martínez Vidal, 1999). Por ejemplo, si se tiene una proposición r, la cual significa "el crupier revisará la carta oculta", se pueden formar expresiones como $(p \wedge q) \supset r$, la cual significa "Si el crupier tiene un diez y una carta oculta, revisará la carta oculta". En este caso, los paréntesis indican que $\supset$ es la conectiva principal, y que su alcance es $(p \wedge q)$ y r. El caso de la negación es especial, debido a que esta conectiva no establece una relación entre dos variables proposicionales. Esta conectiva señala que algo no es el caso. Una expresión como $\neg r$ se leería como "el crupier no revisará la carta oculta". Atendiendo a las reglas de formación es posible discernir entre conjuntos de símbolos como los ya mencionados y otras agrupaciones de símbolos como $(\equiv)\ p\neg q$[7], los cuales no son fórmulas bien formadas y por ende no son significativas dentro de este tipo de lenguajes.

Las especificaciones respecto a las traducciones permisibles entre lenguaje natural y formal son el proceso mediante el cual se le asigna un significado a los símbolos contenidos en las fórmulas. Así mismo, pueden entenderse como el móvil principal de la formalización.

[6] El uso de símbolos de agrupación permite que solamente exista una forma de entender cada fórmula. Si se careciera de estos símbolos, se correría el riesgo de que una misma fórmula pueda ser interpretada de múltiples maneras. Aún en los casos donde no se tienen signos de agrupación, existen una serie de convenciones respecto al alcance de las conectivas. Ejemplo de ello es que $\wedge, \vee, \supset, \equiv$ tienen un mayor alcance que $\neg$. De este modo, si se tiene una expresión como $\neg p \wedge q$, esta se leería como no p y q.

[7] La notación puede variar dependiendo del lenguaje formal que se esté utilizando. Fórmulas como las del ejemplo podrían ser consideradas como fórmulas bien formadas dentro de otros lenguajes formales.

Si bien es cierto que es posible manipular una gran cantidad de fórmulas ignorando completamente el significado de estas, dicha acción podría considerarse como un sinsentido *Cf.* (Enderton, 2021). La razón de ello es que, si las fórmulas carecen de significado, no se podría afirmar que existe una diferencia significativa entre las fórmulas bien formadas y los conjuntos arbitrarios de símbolos. En el caso de la lógica proposicional, los signos de agrupación y las conectivas tienen el mismo significado en todas las ocasiones. Por su parte, el significado de las variables proposicionales está determinado por las oraciones que se estén traduciendo. Dichas oraciones deben ser afirmativas o negativas. Esto último implica que se dejan de lado expresiones interrogativas, exclamativas o de algún otro tipo. Así mismo, tampoco se toman en cuenta oraciones que no sean significativas en lenguaje natural. Dentro de la lógica proposicional se puede afirmar que, al menos en una gran cantidad de casos [8], existe una relación de equinumerosidad entre proposiciones del lenguaje natural y del formal. Dicho en otras palabras, existe una relación uno a uno entre las proposiciones aceptadas en lenguaje natural y las que conforman el lenguaje formal. De esta manera, expresiones como "el crupier tiene un diez" son representadas únicamente con una variable proposicional, la cual en este caso puede ser "p" [9].

Si bien es cierto que el lenguaje de la lógica proposicional ya toma en cuenta una cantidad considerable de elementos importantes para los procesos de inferencia, no es posible ignorar que debido a que este es muy simple, no es capaz de captar una gran cantidad de sutilezas presentes en las expresiones del lenguaje natural. Cuando se traduce del lenguaje natural al lenguaje formal de la lógica proposicional, expresiones como: "el crupier tiene un diez de diamantes", "el crupier tiene un ocho de tréboles" o "todas las cartas restantes en el mazo son mayores a seis", son traducidas de maneras muy similares. A cada expresión se le asignaría una variable proposicional, las cuales podrían ser "p", "q" y

[8] Si se toman en cuenta nociones como los procesos psicológicos de deducción, dicha relación no siempre está presente. En los procesos de inferencia de este tipo se puede tanto dar el caso en el cual un conjunto de oraciones en lenguaje natural sea traducido como sola una proposición en lenguaje formal como el caso en el cual una sola afirmación en lenguaje natural implique múltiples proposiciones en lenguaje formal. Dicha situación se da por elementos como las implicaturas contextuales y las implicaturas conversacionales.

[9] Las expresiones del lenguaje natural que son formalizadas pueden ser representadas con múltiples variables proposicionales. Cuando se afirma que existe una relación de equinumerosidad entre expresiones aceptadas en lenguaje natural y expresiones de lenguaje formal, se está haciendo referencia a que una oración en lenguaje natural tiene una única expresión cada vez que es formalizada. De esta manera no se admite que una expresión como "El crupier tiene un diez" sea formalizada como A y al mismo tiempo como B. De darse dicha situación, se debe establecer que $A = B$.

"r" respectivamente. Este tipo de traducciones deja de lado tanto diferencias cualitativas como cuantitativas. Ejemplo del primer caso puede ser la diferencia entre "ser un ocho de tréboles" y "ser un diez de corazones". Un ejemplo del segundo caso es la diferencia entre un objeto, varios o la totalidad de estos. Si bien en un primer momento se podría pensar que esta situación simplemente afecta a la forma en como son traducidas las expresiones del lenguaje natural, ese no es el caso. Las limitaciones del lenguaje de la lógica proposicional implican, en algunos casos que, argumentos válidos sean considerados como inválidos *Cf.* (López Falguera y Martínez Vidal, 1999).

Debido a la simpleza presente en el lenguaje de la lógica proposicional es fácil reconocer que existen una gran cantidad de expresiones, y por ende también de inferencias, que no pueden ser analizadas de manera adecuada haciendo uso exclusivo de este sistema formal. Para subsanar dicha situación, el lenguaje de la lógica cuantificacional, también llamada a veces lógica de predicados o de primer orden, busca distinguir entre objetos, relaciones y propiedades. El lenguaje de la lógica de primer orden retoma las tres características mencionadas de la lógica proposicional: 1) alfabeto, 2) reglas de formación, 3) traducciones permisibles. En lo que respecta a las traducciones permisibles, no existe una diferencia sustancial en comparación a las traducciones de la lógica proposicional [10], en tanto que este sistema tampoco es capaz de formalizar expresiones exclamativas, interrogativas o similares. No obstante, a partir de la conjunción entre una simbología más extensa y sus respectivas reglas de formación, la lógica de primer orden es capaz de realizar distinciones cuantitativas y cualitativas más precisas. Mientras que en el lenguaje de la lógica proposicional, la unidad mínima de análisis es la proposición; en el caso de la lógica cuantificacional de primer orden existen símbolos que nos permiten distinguir entre objetos, propiedades y relaciones, lo que permite realizar un análisis más detallado.

Algunas de las diferencias más notables entre la lógica proposicional y la lógica de predicados están relacionadas con su alfabeto. Si bien es cierto que la lógica de primer orden retoma elementos como los signos de agrupación y las conectivas, es importante señalar

[10] Cuando se afirma que no existe una diferencia notable respecto a las traducciones permisibles, se está afirmando que haciendo uso de la lógica de primer orden tampoco es posible formalizar expresiones interrogativas, exclamativas o carentes de sentido en el lenguaje natural. Si bien es cierto que la lógica de predicados es capaz de expresar de mejor manera ciertas proposiciones, en comparación con la lógica proposicional, esta no es capaz de formalizar un mayor número de enunciados.

la inclusión de variables, constantes y cuantificadores. Las primeras letras minúsculas del alfabeto arábigo son utilizadas como constantes, es decir elementos fijos del dominio. Las últimas letras de este mismo alfabeto representan variables. Una letra mayúscula seguida por una variable o una constante representa un predicado *Cf.*(Bustamante, 2011). Si se da el caso en el cual se presenten dos o más letras minúsculas, las cuales representan variables o constantes, después de una letra mayúscula, se está representando una relación. Así mismo, los cuantificadores de "todos" y de "algunos" son utilizados para denotar el alcance de una afirmación y se simbolizan como "$\forall$" y "$\exists$" respectivamente. De manera adicional, en algunos casos también se hace uso de los símbolos mayor que, menor que, e igual. Estos últimos son representados de la misma manera que en matemáticas, es decir con los símbolos "$>$", "$<$", "$=$". Haciendo uso de estos elementos es posible representar de mejor manera diversas oraciones que serían traducidas de manera muy simple en el lenguaje de la lógica proposicional. Por ejemplo, la oración "El crupier tiene un ocho de tréboles" podría ser traducida como $\exists x((Ox \wedge Tx) \wedge Pdx)$ en donde "x" representa una variable, "d" la constante de ser el crupier, "O" el predicado ser un ocho, "T" el predicado ser un trébol, y "Pdx" la relación de que el crupier tiene a x. En el caso de los paréntesis, estos son utilizados para señalar el alcance del cuantificador.

Si bien es cierto que con la ayuda de la lógica de predicados es posible formalizar de manera exhaustiva una gran cantidad de expresiones, es necesario admitir que este tipo de formalizaciones también tiene sus respectivos límites. Un ejemplo de ello, es que haciendo uso de manera exclusiva de la lógica proposicional y cuantificacional, no es posible formalizar de manera adecuada, ni posteriormente realizar inferencias, de estados de creencias. Para analizar este tipo de situaciones es necesario valerse de las herramientas brindadas por la lógica epistémica. No obstante, para comprender esta última, resulta útil primero tener algunas nociones concernientes a la lógica modal. De manera general, la semántica de la lógica modal puede entenderse como una teoría del significado en la cual se analizan expresiones modales tales como: "es necesario" o "es posible". Para representar este tipo de expresiones, la lógica modal hace uso de los símbolos "$\Box$" y "$\Diamond$", los cuales representan necesidad y posibilidad respectivamente *Cf.* (Borghini, 2016). De esta manera expresiones como "Si el crupier tiene un diez y una carta oculta, es necesario que revise la carta oculta” se podrían traducir de la siguiente manera: $(P \wedge Q) \supset \Box R$. A partir de la introducción de los operadores modales, es posible introducir los operadores de conocimiento y de creencia, los cuales se simbolizarán como “K” y “B” respectivamente. De este modo, expresiones como “Bap” hacen referencia a la creencia de un individuo y pueden leerse como “a tiene la creencia de que p”[11] *Cf.* (Garson, 2013).

Por otra parte, la lógica inductiva no es ajena al uso de lenguajes formales. Los sistemas formales inductivos representan a las proposiciones [12] mediante letras mayúsculas y hacen uso de terminología propia de la teoría de conjuntos *Cf.* (Hacking, 2001). En lugar de utilizar los símbolos “$\wedge$”, “$\vee$” y “$\neg$”, las formalizaciones inductivas utilizan los símbolos “$\cap$”, “$\cup$” y “^{c}”, los cuales significan intersección, unión y complemento respectivamente. Si bien estos símbolos tienen sus propios significados, en lenguaje natural es común que se traduzcan de la misma manera que sus homólogos deductivos. Así mismo, la probabilidad de una proposición se representa como $Pr(A)$ cuando se hace referencia a probabilidades categoriales, y como $\Pr\,(A \mid B)$ cuando se hace referencia a probabilidades condicionadas. El lenguaje probabilístico es utilizado para dar cuenta de los sucesos que no pueden ser representados de menara adecuada por los sistemas deductivos.

En adición a la simbología presentada anteriormente resulta conveniente también tener en consideración ciertas nociones relacionadas con la simbolización de esquemas de fórmulas y de conjuntos. Los esquemas de fórmulas son abstracciones de cualquier tipo de fórmula que se encuentre afirmada o negada. Estos son representados con las letras minúsculas del alfabeto griego. De esta manera se tiene que fórmulas como $p \supset q$, $\forall x(Px \supset Qx)$, $\Box p \equiv \Diamond q$, $A \cup B^c$ pueden ser representadas mediante símbolos como α, β, γ, θ. Por otro lado, los conjuntos son representados haciendo uso de las letras mayúsculas del alfabeto griego tales como A, B, Γ, Θ *Cf.* (Soler Toscano, 2012). Atendiendo a esto, se afirmaría que simbolizaciones como $\alpha \in \Gamma$ significan que el esquema proposicional α se encuentra

[11] Si bien en un primer momento parecería ser el caso que las proposiciones de la lógica epistémica pueden ser analizadas haciendo uso exclusivo de los elementos de la lógica de primer orden, es importante señalar que, durante los procesos de inferencia, la lógica epistémica necesita de diversas nociones de la lógica modal.

[12] Algunos libros de lógica inductiva explican la probabilidad en términos de proposiciones, mientras que otros hacen referencia a eventos. Esto tiene como consecuencia que existan dos vocabularios. No obstante, estos usualmente son interdefinibles. Debido a esto último, durante el presente trabajo se utilizarán los términos de manera indistinta, aunque se procurará utilizar el vocabulario que haga referencia a proposiciones.

contenido en Γ. De modo similar, $A \subset \Gamma$ significaría que A es un subconjunto, o se encuentra contenido en, Γ[13].

1.2. Inferencias deductivas

La deducción es un proceso mediante el cual se intenta determinar si una conclusión se sigue de un conjunto específico de premisas. Usualmente la conjunción entre premisas y conclusión es denominada como argumento *Cf.* (Cornman y cols., 2006). Mediante el uso de argumentos deductivos correctamente estructurados se busca obtener conclusiones de manera válida. El que un argumento sea considerado como válido significa que; si se da el caso en el cual las premisas de las cuales se parte son verdaderas, la conclusión a la cual se busca llegar también puede tener dicha característica. Una conclusión verdadera es obtenida de manera válida siempre y cuando esta sea derivable de un conjunto de premisas. Dicho en otras palabras, no es posible que un argumento válido parta de premisas verdaderas y llegue a una conclusión falsa *Cf.* (Pritchard, 2013). Teniendo en cuenta esta idea, se puede pensar a los argumentos deductivos como preservadores de verdad.

Al considerar a los argumentos deductivos como preservadores de verdad, es importante señalar que: 1) el uso de argumentos deductivos válidos no garantiza la verdad de las conclusiones derivadas, aún cuando el proceso inferencial se apegue a una serie de esquemas considerados como válidos, 2) los argumentos deductivamente válidos no son capaces de brindar por sí mismos una serie de condiciones necesarias o suficientes que determinen si las premisas o la conclusión son verdaderas o falsas. Una de las razones de ello es que la noción de consecuencia lógica es una relación formal. Esto último significa que si una oración cualquiera es consecuencia de un conjunto de premisas, en cualquier otro argumento que tenga la misma forma, la conclusión también será una consecuencia lógica de sus respectivas premisas *Cf.* (Gómez Torrente, 2000). La relación de consecuencia lógica atiende a la forma de los argumentos y no al contenido de las premisas. De este modo se puede afirmar que las conclusiones inferidas de manera válida no son necesariamente

[13] La inclusión de todas estas notaciones obedecen a fines pragmáticos y han sido expuestas con la finalidad de que el lector se familiarice con ellas, pues son la que se utilizarán a lo largo del presente escrito. No obstante, existen otro tipo de notaciones formales, las cuales podrían ser utilizadas en otros contextos.

verdaderas, se puede dar el caso en el cual sean falsas. Si se quiere obtener conclusiones verdaderas haciendo uso de procesos deductivos válidos, resulta sumamente importante partir de premisas verdaderas.

Los argumentos deductivos tienen otras características además de la validez. Una de dichas características es la solidez. Un argumento es considerado como sólido cuando es válido y se tiene certeza de la verdad de las premisas de las cuáles se parte *Cf.*(Cornman y cols., 2006). A partir de esta definición es más sencillo comprender la diferencia entre verdad, validez y solidez. La verdad es una característica que pueden tener las premisas y la conclusión. Si se tienen premisas verdaderas y se realizan deducciones válidas, la verdad de las premisas será preservada en la conclusión. Debido a ello, la validez puede ser considerada como una característica hipotética o condicionada. Así mismo, se puede afirmar que mediante un conjunto de procesos deductivos válidos se extraen conclusiones a partir de una serie de premisas. En tanto que la validez de un argumento no implica su verdad, es factible que existan argumentos válidos cuyas conclusiones sean falsas. Dentro de un esquema deductivo, la única manera en la cual se puede tener argumentos sólidos es infiriendo conclusiones de manera válida utilizando exclusivamente premisas de las cuales se tenga certeza respecto de su verdad *Cf.* (Corcoran, 2016).

Existen diversos métodos sintácticos y semánticos mediante los cuales se puede determinar si un argumento es válido. Uno de ellos es el método de deducción natural mediante el cual se busca obtener una serie de conclusiones a partir un conjunto de premisas haciendo uso de una serie de reglas de inferencia y equivalencia *Cf.* (Bustamante, 2011). Ambos tipos de reglas pueden ser comprendidos como esquemas inferenciales válidos cuya aplicación permite llegar a conclusiones que, al menos en un primer momento, no son autoevidentes. El tránsito de premisas a conclusiones haciendo uso de reglas de inferencia y equivalencia es posible debido a la forma en la cual están expresados los argumentos, y no al contenido de las premisas[14]. Si bien es cierto que este tipo de esquemas no son capaces de garantizar la verdad de las conclusiones, en tanto que su estatus se limita a la validez, es importante

[14] Al diferenciar entre forma y contenido, se afirma que un argumento es válido en función de su forma. Esto último no implica que una conclusión derivada válidamente sea necesariamente verdadera. La razón de ello es que la forma de un argumento, no guarda una relación con el contenido de las premisas. Las premisas de un argumento válido pueden contener información falsa, e incluso completamente absurda.

señalar que su origen y desarrollo se encuentra fuertemente vinculado con la observación y revisión de informes de actividades concretas en las cuales estas reglas pueden tener cabida *Cf.* (Corcoran, 2016). Esto último implica que las distintas reglas de inferencia y equivalencia pueden ser pensadas y utilizadas como herramientas de investigación en múltiples contextos.

Para poder hacer uso de manera adecuada de los múltiples esquemas deductivos que son considerados como válidos es importante tener en cuenta tanto la estructura de las distintas reglas de inferencia y equivalencia, como las condiciones semánticas que determinan los valores de verdad de las distintas proposiciones. Así mismo, también resulta útil comprender que cada conectiva en particular puede ser definida haciendo uso de otras conectivas. Esto último se hace atendiendo a las condiciones bajo las cuales cada una de estas es verdadera *Cf.* (Enderton, 2021). Al igual que en el caso de los lenguajes formales, la lógica proposicional es sumamente simple tanto en las condiciones bajo las cuales sus proposiciones son verdaderas, como en la cantidad de reglas de inferencia de las cuales dispone. De igual manera, las reglas de la lógica proposicional también son utilizadas por todas aquellas lógicas que sean un extensión[15] de la lógica clásica. Por otro lado, es necesario introducir condiciones de verdad y reglas de inferencia adicionales para los cuantificadores y para los operadores modales[16]. Ello se debe a que, a diferencia de las distintas conectivas, ninguno de estos puede ser definido en términos booleanos; y por ende no pueden ser interdefinidos haciendo uso ni de las conectivas anteriormente mencionadas, ni por la conjunción de las mismas.

Las fórmulas más comunes[17] de la lógica proposicional son verdaderas en los siguientes casos, y son falsas en todas las demás ocasiones:

[15] Dados dos sistemas lógicos, los cuales pueden ser denominados como A y B; se afirma que B es una extensión de A sí solo si toda aquella fórmula que sea derivable en A también lo es en B, pero no viceversa.

[16] Al igual que en el caso de la lógica proposicional, las reglas utilizadas para realizar inferencias haciendo uso de cuantificadores y operadores modales solamente son capaces de preservar la verdad, no de generarla.

[17] A lo largo de la presente investigación solamente se está tomando en cuenta a las cinco conectivas más comunes. La razón de ello es que existe una cantidad infinita de conectivas, lo cual haría complicada su manipulación. En el caso de las conectivas binarias, estas se acotan a dieciséis. Si bien este número puede ser considerado como más manejable, en términos pragmáticos resulta más conveniente tener en consideración solamente las cinco que son utilizadas con más frecuencia.

$\upsilon(\neg A) = V$ sii $\upsilon(A) = F$

$\upsilon(A \wedge B) = V$ sii $\upsilon(A) = \mathrm{V}$ y $\upsilon(B) = V$

$\upsilon(A \vee B) = V$ sii $\upsilon(A) = V$ o $\upsilon(B) = V$

$\upsilon(A \supset B) = V$ sii $\upsilon(A) = F$ o $\upsilon(B) = V$

$\upsilon(A \equiv B) = V$ sii $\upsilon(A) = \upsilon(B)$

En lo que respecta a las reglas de inferencia y equivalencia, resulta admisible afirmar qué; si bien no existe un número definido de reglas de las cuales pueda disponer un sistema en particular, las reglas de la lógica proposicional pueden ser reducidas a las siguientes. Así mismo, los esquemas inferenciales no mencionados en la siguiente lista pueden ser inferidos haciendo uso tanto de aquellos esquemas que si se encuentran presentes, como de las equivalencias entre conectivas.

Hipótesis: Es posible formular una nueva hipótesis "φ" en cualquier momento siempre y cuando se abra una nueva subprueba por cada hipótesis.

1	$\vert\ \varphi$	Hipótesis

Modus Ponens: Cuando se tiene un condicional, y se da el caso en el cual también se afirme[18] el antecedente, se puede inferir el consecuente.

1	$\varphi \supset \psi$	Premisa
2	φ	Premisa
3	ψ	M.P. 1-2

Demostración condicional: Dada una subprueba, es posible condicionalizar la conclusión de dicha subprueba a la hipótesis. La proposición resultante será colocada fuera de la subprueba.

[18] La expresión afirmar el antecedente no tiene ninguna relación con la ausencia de negaciones formales. Es posible que un antecedente se encuentre afirmado aún cuando la fórmula correspondiente sea afectada por una negación.

1	φ	Hipótesis
2	.	
3	.	
4	.	
n	ψ	
n+1	$\varphi \supset \psi$	Demostración condicional 1-n

Doble negación: Dado $\neg\neg\varphi$, se puede inferir φ. Ambas formulas deben estar presentes dentro de la misma subprueba. De igual manera, si se tiene φ, es posible inferir $\neg\neg\varphi$

1	$\neg\neg\varphi$	Premisa
2	φ	Doble negación 1

Reiteración: Permite copiar una fórmula dentro de una subprueba.

1	$\varphi \supset \psi$	Premisa
2	φ	Hipótesis
3	$\varphi \supset \psi$	Reiteración 1

Por su parte, la lógica cuantificacional retoma la semántica de la lógica proposicional. Esto último implica que la negación, la conjunción, la disyunción, la implicación y el bicondicional son verdaderas en los mismos casos *Cf.* (López Falguera y Martínez Vidal, 1999). Adicionalmente a ello, se introducen los cuantificadores $\exists x$ y $\forall x$, cuya semántica es la siguiente:

$\upsilon\ \exists x(Px) = 1$ sii para al menos un elemento α del domino P se cumple que $\upsilon\ (P\alpha) = 1$.

$\upsilon\ \forall x(Px) = 1$ sii para todo elemento α del dominio P se cumple que $\upsilon\ (P\alpha) = 1$.

$\upsilon\ \neg\exists x(Px) = 1$ sii para todo elemento α del dominio P se cumple que $\upsilon\ (P\alpha) = 0$.

$\upsilon\ \neg\forall x(Px) = 1$ sii para al menos un elemento α del dominio P se cumple que $\upsilon\ (P\alpha) = 0$.

En lo que respecta a las reglas de inferencia y equivalencia, las reglas de la lógica proposicional también son válidas. Adicionalmente se hace uso de reglas para introducir y eliminar los cuantificadores.

Eliminación del universal: Si se tiene una fórmula de tipo $\forall x(Px)$, se puede sustituir a x por cualquier constante de individuo, y eliminar al $\forall x$. La constante que sustituya a x debe ser la misma en todos los casos[19].

1	$\forall x(Px)$	Premisa
2	Pa	Eliminación del universal 1

Eliminación del existencial: Si se tiene una fórmula de tipo $\exists x(Px)$, se abre una subpreuba, lo cual permite sustituir a x por una constante de individuo y eliminar al $\exists x$. La constante utilizada para sustituir a x no debe aparecer en ninguna línea anterior. Así mismo, dicha contante, no puede estar presente dentro de la conclusión. La constante que sustituye a x debe ser la misma en todos los casos.

1	Qa	Premisa
2	$\exists x P(x)$	Premisa
3	$\quad\vert\; Pb$	Eliminación del existencial 2
4	$\quad\vert\; .$	
5	$\quad\vert\; .$	
6	$\quad\vert\; .$	
n	$\quad\vert\; \varphi$	
n+1	φ	

Introducción del universal: A partir de una fórmula de tipo Pa, se puede sustituir a a por x y añadir el $\forall x$ siempre y cuando Pa haya sido derivada haciendo uso exclusivo de proposiciones universales. Así mismo a no puede ser ni contener ninguna variable o constante que aparezca en las premisas iniciales o en alguna subprueba abierta anteriormente.

[19]Cuando se está afirmando que la constante que sustituya a x debe ser la misma en todos los casos, se está señalando que no es posible que en una fórmula como $\forall x(Px \supset Qx)$ se sustituya la primer x por una constante cualquiera y la segunda por otra diferentemente a la primera. Dicho en otras palabras, no es posible pasar de $\forall x(Px \supset Qx)$ a $Pa \supset Qb$.

1	$\forall x(Px \supset Qx)$	Premisa
2	$\forall x(Px)$	Premisa
3	.	
4	.	
5	.	
n	Qa	
n+1	$\forall x(Qx)$	Introducción del universal n

Introducción del existencial: A partir de una fórmula de tipo Pa, se puede sustituir a a por x y añadir el $\exists x$

1	Pa	Premisa
2	$\exists x(Px)$	Introducción del existencial 1

Al tener en cuenta que la validez de un argumento está determinada en función de su forma, se puede afirmar que; todos aquellos argumentos que tengan la misma forma que las distintas reglas de inferencia o equivalencia también serán válidos *Cf.* (Cornman y cols., 2006). Así mismo, debido a que la validez es capaz de preservar la verdad de las premisas, también se puede sostener que las conclusiones derivadas de manera válida pueden ser utilizadas como nuevas premisas con el objetivo de realizar otras deducciones. La conjunción de estas dos situaciones posibilita en primera instancia la identificación de nuevos argumentos cuyas formas puedan ser consideradas como válidas. En tanto que la forma de estos nuevos argumentos permiten la preservación de verdad, estos pueden ser considerados como nuevas reglas de inferencia o equivalencia según sea el caso. A partir de ello es posible ampliar los esquemas inferenciales de los cuales se puede hacer uso. En todas las ocasiones en las cuales una conclusión haya sido derivada haciendo uso de un conjunto de esquemas inferenciales válidos, se puede esperar que se haya preservado la verdad de las premisas.

1.3. Inferencias inductivas

Si bien es cierto que las inferencias deductivas tienen una gran cantidad de virtudes, es importante tener en cuenta que estas también tienen limitaciones considerables. Cuando se infiere de manera deductiva, las reglas de inferencia y equivalencia ayudan a preservar la verdad. Dicha cualidad hace que este tipo de inferencias puedan ser consideradas como seguras. La preservación de verdad implica que es imposible obtener conclusiones falsas cuando se parte de premisas verdaderas y se tienen argumentos válidos. No obstante, existen muchos escenarios en los cuales no es posible llegar a una conclusión, de manera deductiva, a partir de una serie de premisas dadas. Esto último se presenta cuando las conclusiones no están contenidas dentro de las premisas[20], lo cual a su vez implica que no es posible pasar del antecedente al consecuente mediante una serie de procesos sintácticos o semánticos. En estos casos es posible hacer uso de inferencias inductivas. A diferencia de la deducción, la inducción puede ser considerada como riesgosa. El riesgo de este tipo de razonamientos recae en que es posible obtener conclusiones falsas aun cuando se considere que las premisas de las cuales se parte son verdaderas *Cf.* (Hacking, 2001). Cuando se hace uso de la inducción, la conclusión no se encuentra contenida dentro de las premisas; en lugar de ello, estas últimas son consideradas como evidencia favorable.

Si se toma como punto de partida el hecho de que los razonamientos inductivos son riesgosos en tanto que no son capaces de preservar la verdad de las premisas, vale la pena preguntarse si existen razones por las cuales estos deban ser tomados en cuenta. La respuesta a dicha pregunta es que sí existen tales razones. Una gran parte del conocimiento humano es obtenido, y justificado, de manera inductiva. Algunos ejemplos de ello son múltiples enunciados de la ciencia empírica, las proposiciones que hacen referencia a otras épocas y lugares, e incluso es factible afirmar que muchas de las creencias obtenidas de manera testimonial están justificadas en última instancia de manera inductiva *Cf.* (Cornman y cols., 2006). Las inferencias inductivas tienen un carácter ampliativo y son realizadas de manera pragmática. Tener un carácter ampliativo puede comprenderse como la capacidad de introducir información que no está contenida en las premisas de las cuales

[20]Cuando se afirma que la conclusión no se encuentra contenida dentro de las premisas, se sostiene que ninguna de las asignaciones de valores de verdad que hacen consistentes a las premisas es capaz de hacer que la conclusión sea verdadera.

se parte. Tomando todo esto en cuenta, resulta admisible sostener que las inducciones son realizadas por agentes cognitivos en un contexto determinado *Cf.* (Vega, 2016a). Dichos agentes buscan acceder a nueva información que no podría ser derivada mediante el uso exclusivo de argumentos deductivamente validos.

Los argumentos inductivos cumplen con una serie de características que permiten identificarlos: 1) las conclusiones no están implicadas deductivamente en las premisas, 2) la verdad o la falsedad de las conclusiones es entendida como más o menos probable en función de la evidencia disponible, 3) las premisas brindan información suficiente para considerar a las conclusiones como aceptables, 4) las razones por las cuales se acepta una conclusión deben ser mayores a las razones por las cuales se aceptaría su negación o alguna de sus alternativas *Cf.* (Vega, 2016a). Al igual que los argumentos deductivos, los argumentos inductivos también pueden ser sólidos. En el caso de la inducción, la solidez está determinada a partir de la verdad de las premisas y de la eficiencia inductiva. La eficiencia inductiva se presenta cuando la evidencia disponible es verdadera y es razonable aceptar la conclusión formulada a partir de dicha evidencia *Cf.* (Cornman y cols., 2006). En tanto que la conclusión es pensada como más o menos probable, no es aceptada de manera inamovible; en lugar de ello tiende a ser concebida como una hipótesis o una posibilidad. Esto último implica que puede darse el caso en el cual la conclusión, en última instancia, resulte ser falsa.

Si bien por un lado es posible sostener que todos los argumentos inductivos comparten las características anteriormente mencionadas, también es verdad que existen tipos de inducciones que poseen algunos rasgos que no comparten con sus congéneres. Dos de los razonamientos inductivos más populares son: 1) inducción por enumeración, 2) inducción estadística. En la inducción por enumeración se busca inferir una regla, la cual posteriormente podría ser considerada como universal, a partir de la identificación de una serie de patrones o regularidades *Cf.* (Bustamante, 2011). Por otro lado, la inducción estadística parte de una serie de hipótesis formuladas a partir de la evidencia empírica. Dichas hipótesis están expresadas como una serie de enunciados que afirman que existe una relación entre un conjunto de eventos A y un conjunto de eventos B *Cf.*(Cornman y cols., 2006). Estas oraciones están comúnmente expresadas a partir de porcentajes. De este modo, dentro de la inducción estadística se suele afirmar que un $x\,\%$ de eventos A también son B. Si bien es cierto que el concepto de inducción es frecuentemente asociado a la inducción por enumeración, la inducción estadística brinda una mayor cantidad de herramientas formales. Esto último le permite realizar inferencias más precisas, en tanto que estas últimas pueden ser analizadas de manera cuantitativa.

Cuando se realizan inducciones estadísticas se hace uso de expresiones propias del lenguaje de la probabilidad. Al hablar de probabilidades, estas pueden ser expresadas haciendo uso de dos tipos de lenguaje: la probabilidad respecto a proposiciones o respecto a eventos. Cuando se habla de probabilidad de proposiciones se hace referencia a la probabilidad de que una oración P sea verdadera. En el caso de la probabilidad de eventos se está hablando de la probabilidad de que un evento A suceda *Cf.*(Hacking, 2001). A partir de ello se puede afirmar que las proposiciones pueden ser verdaderas o falsas, mientras que los eventos pueden, o no, ocurrir. Si bien en un primer momento se podría pensar que ambos lenguajes hacen referencia a objetos distintos, estos pueden ser mutuamente traducidos[21]. Así mismo, los eventos o las proposiciones pueden ser simples o compuestos, mientras que sus probabilidades pueden ser categoriales o condicionadas. La distinción entre simple y compuesto puede ser entendida de manera similar a la distinción entre fórmulas atómicas y moleculares. De esta manera un evento simple puede ser representado por A, mientras que $A \cup B$, $A \cap B$, A^C son representaciones de eventos compuestos. La probabilidad de una evento A es categorial cuando se da el caso en el cual esta no es afectada por la probabilidad de un evento B, mientras que se encuentra condicionada en el caso opuesto[22].

[21]Ambos lenguajes pueden ser mutuamente traducidos debido a que se está suponiendo que existe una correspondencia uno a uno entre los eventos y las proposiciones que describen a estos. Las proposiciones pueden ser interpretadas como subconjuntos de un espacio muestral de tal manera que sea posible realizar una traducción entre ambos lenguajes. Debido a que ambos lenguajes pueden ser mutuamente traducidos, durante la presente investigación se utilizarán los términos eventos y proposiciones de manera indistinta cuando se hable de probabilidad.

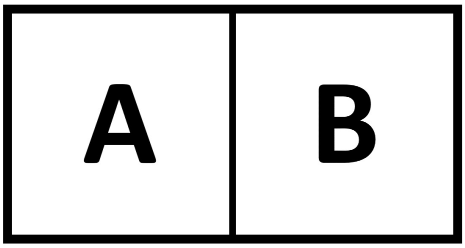
[22]Existe un debate respecto a la idea de probabilidad categorial. Algunos autores sostienen que no existe algo tal como la probabilidad categorial debido a que; si bien es posible que la probabilidad de un evento A no esté condicionada a un evento B, A siempre se encontrará condicionada al espacio muestral en el cual se esté trabajando. Por ejemplo, si se preguntara por la probabilidad de que al tirar un dado salga un 4; una persona que acepte la idea de probabilidad categorial afirmaría que dicha probabilidad es de $\frac{1}{6}$ en tanto que la probabilidad del resto de caras no condiciona la probabilidad de la cara marcada con el número 4. Por otro lado, una persona que no acepte la idea de probabilidad categorial podría sostener que el resultado de $\frac{1}{6}$ se encuentra condicionado al hecho de que se está utilizando un dado con 6 caras, y que solamente una de ellas está marcada con el número 4.

Para determinar la probabilidad de un evento se hace uso de herramientas conceptuales e inferenciales. Algunos de los conceptos más importantes para determinar la probabilidad de un conjunto de eventos son mutua exclusión, independencia, equivalencia e implicación. Dos eventos son mutuamente excluyentes si se da el caso en el cual la ocurrencia de uno implique la no ocurrencia del otro. Si A y B son mutuamente excluyentes, los casos en los cuales suceda A, no sucederá B y viceversa (Figura 1.1a)[23]. Por otro lado, dos eventos son independientes cuando la ocurrencia de uno no hace más o menos probable la ocurrencia del otro. Cuando dos eventos son independientes, pueden existir tanto casos en los cuales ambos se presenten como ocasiones en las cuales no se de ninguno de los dos (Figura 1.1b) *Cf.* (Hacking, 2001). Un par de eventos son equivalentes cuando se da el caso en el cual uno de ellos ocurre en todos los casos que ocurre el otro y viceversa. Si las probabilidades de A y B son iguales, estos son equivalentes (Figura 1.1c)[24]. Un evento implica a otro cuando la ocurrencia del primero implica que suceda el segundo, pero no viceversa *Cf.* (Álvarez, 2015). Se dice que A implica B cuando B sucede siempre que A sucede, pero existen casos en los cuales A ocurre sin B (Figura 1.1d).

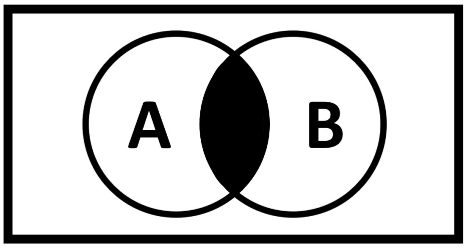
Estos conceptos pueden ser entendidos de manera más sencilla a la luz del siguiente ejemplo. Si se tiene una baraja inglesa a la cual se le han quitado los comodines, se puede afirmar que el mazo está conformado por 52 cartas. Cada carta puede ser considerada como un evento mutuamente excluyente en tanto que tomar una carta en particular implica no tomar ninguna de las demás. Un par de eventos independientes se presentarían si se tuvieran dos barajas y se tomara una carta de cada una. Los eventos sucedidos a raíz de la extracción de una carta en el primer mazo, no afectarían a las probabilidades de los eventos relacionados al segundo mazo ni viceversa. Por otro lado, una baraja también puede ser dividida en cuatro palos: picas, corazones, tréboles y diamantes. La probabilidad conjunta de todos los tréboles es equivalente a la probabilidad de su respectivo palo. Así

[23] Cuando se da el caso en el cual dos eventos son mutuamente excluyentes, la ocurrencia de uno implica la no ocurrencia del otro, pero la no ocurrencia de uno no implica necesariamente la ocurrencia del otro. Se puede dar el caso en el cual existan un par de eventos considerados como mutuamente excluyentes y que ninguno de los dos ocurra. Esto último podría ser ejemplificado a partir del siguiente par de oraciones: A = Existen peces dorados en las cataratas del desierto del Sahara, A^C = No existen peces dorados en las cataratas del desierto de Sahara. Si bien es cierto que ambas oraciones podrían ser consideras como mutuamente excluyentes, ambas son falsas en tanto que no hay cataratas en el desierto de Sahara.

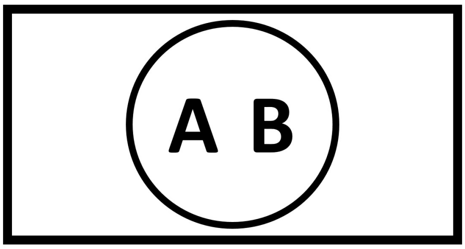
[24] Las equivalencias no se dan de manera necesaria en una relación uno a uno. Existen casos en los cuales un evento A es equivalente a la conjunción de al menos dos eventos distintos a este.



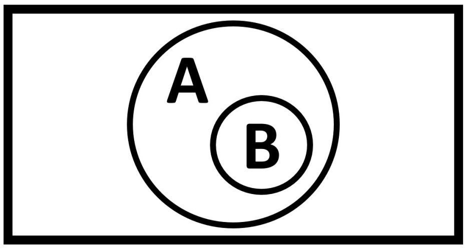
(a) Diagrama de mutua exclusión



(b) Diagrama de independencia



(c) Diagrama de equivalencia



(d) Diagrama de implicación

Figura 1.1: Diagramas de eventos probabilísticos

mismo, se da el caso en el cual la probabilidad de un palo implica las probabilidades de cada carta que lo conforma.

El objetivo de la probabilidad es asignarle un valor numérico a un conjunto de eventos considerados como relevantes. Dicho valor es asignado en función de un espacio de probabilidades. Un espacio de probabilidades es una terna $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ en el cual Ω es un espacio muestral, $\mathcal{A}$ es una colección de subconjuntos de Ω, y P es una función que asigna a cada evento un valor entre 0 y 1 *Cf.* (Zabell, 2009). En términos generales, un espacio muestral puede ser entendido como el conjunto de todas las posibles configuraciones de eventos relevantes. Este conjunto puede ser tan grande o pequeño como sea requerido, e incluso se puede dar el caso en el cual sea infinito. Las probabilidades en este espacio van de 0 a 1. Cuando una probabilidad es de 0, significa que en el 0 % de los casos el evento A sucederá dentro del espacio muestral. Si un evento tiene una probabilidad de 1, significa que ocurrirá el 100 % de las veces[25]. La probabilidad de un espacio muestral Ω es igual

[25]Si se tiene un espacio muestral infinito, existe la posibilidad de que esta relación no se cumpla. En un espacio muestral infinito existen elementos cuya probabilidad sea igual a 0, pero se puede dar el caso en el cual no haya eventos cuya probabilidad sea igual a 1. Un ejemplo de esto último es la probabilidad de los números naturales.

a 1 debido a que es considerado como un evento que siempre ocurre *Cf.* (Álvarez, 2015). Teniendo esta idea en cuenta, se puede determinar que la probabilidad de Ω^C es de 0. Ω^C es representado con el símbolo $\emptyset$, y es considerado como un evento que nunca sucede.

Las probabilidades de cualquier $\mathcal{A} \subset \Omega$ deben ubicarse en un rango entre 0 y 1 tal que $0 \leq Pr(\mathcal{A}) \leq 1$. No se puede dar el caso en el cual la probabilidad de algún subconjunto de eventos perteneciente a Ω sea mayor a 1 o menor a 0[26]. Entre más cercana sea la probabilidad de $\mathcal{A}$ a 1, es más factible que dicho conjunto de eventos suceda. Si la probabilidad es más cercana a 0, es más complicado que estos se presenten. La probabilidad de un evento puede ser interpretada como un grado de creencia respecto a que suceda un evento, o como la frecuencia de que un evento ocurra en una secuencia de ensayos *Cf.* (Zabell, 2009). Si se acepta la primera interpretación, la probabilidad puede ser definida en función de un experimento[27]. En este caso se desarrolla un modelo y se realiza una interpretación del mismo. A partir de la interpretación se determina tanto la validez del modelo como la adecuación de los valores probabilísticos *Cf.* (Álvarez, 2015). El resultado del experimento y su respectiva interpretación determinan el grado en el cual un sujeto cree que ocurrirá un evento. Si se opta por la segunda interpretación, la probabilidad de un evento puede ser calculada, en un primer momento, utilizando el principio de regularidad de frecuencias. En este caso, la probabilidad de una evento es igual a su frecuencia relativa dentro de una larga serie de repeticiones. La frecuencia relativa es obtenida al dividir el número de casos favorables entre el número de casos totales[28]. Ambos métodos pueden ser utilizados para determinar la probabilidad de un subconjunto $\mathcal{A}$.

Una de las propiedades más importantes de la probabilidad es la propiedad de aditividad finita. Esta propiedad dicta que; dado un conjunto de eventos mutuamente excluyen-

[26]La probabilidad de un $\mathcal{A} \subset \Omega$ no puede tener una probabilidad mayor a 1 debido a que si ese fuera el caso, su probabilidad sería mayor a la de Ω. Así mismo, dicha probabilidad no puede ser menor a 0 en tanto que la función P no asigna valores negativos.

[27]Entiéndase por experimento cualquier proceso que conduzca a un resultado específico. Estos pueden ser divididos en dos categorías: determinísticos y aleatorios. Los experimentos determinísticos son aquellos cuyo resultado se encuentra determinado una vez que se definan las condiciones bajo las cuales se realizan. Los experimentos aleatorios son aquellos cuyo resulto no se encuentra determinado aún cuando sus condiciones iniciales hayan sido definidas. El análisis probabilístico se encuentra vinculado a este segundo tipo de experimentos.

[28]Cuando se tiene una serie de eventos y no existe evidencia de que alguno sea más probable que los demás, se asumen los valores obtenidos al calcular la frecuencia relativa. Este proceso a veces también es denominado como principio de razón insuficiente o principio de indiferencia.

tes, la probabilidad de la unión de estos es igual a la sumatoria de las probabilidades de cada uno *Cf.* (Álvarez, 2015). En términos formales esto puede ser expresado como: $Pr(\cup_{k=1}^{n} A_k) = \sum_{k=1}^{n} Pr(A_k)$, donde $Pr(\cup_{k=1}^{n} A_k)$ representa la unión que va del primer evento hasta el evento n, y $\sum_{k=1}^{n} Pr(A_k)$ representa la sumatoria de sus respectivas probabilidades. Cuando solamente se tienen dos eventos mutuamente excluyentes, esta expresión puede ser representada de manera más simple[29] mediante la expresión: $Pr(A \cup B) = Pr(A) + Pr(B)$ *Cf.* (Hacking, 2001). Cuando los eventos no son mutuamente excluyentes, es necesario restar la intersección. Esta última se calcula multiplicando $Pr(A) * Pr(B)$ cuando A y B son independientes. La suma de probabilidades de eventos que no son mutuamente excluyentes es representada formalmente como: $Pr(A \cup B) = (Pr(A) + Pr(B)) - Pr(A \cap B)$. De no hacer esto, se corre el riesgo de que el resultado de la suma exceda la probabilidad de $\mathit{\Omega}$. No se puede dar el caso en el cual la suma de la probabilidad de dos, o más, eventos pertenecientes a un espacio muestral sea mayor a la probabilidad del conjunto que los contiene.

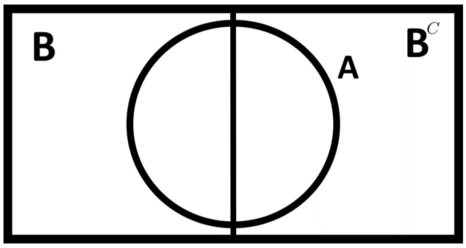
Retomando el ejemplo del mazo de cartas, el espacio muestral Ω es definido como el total de posibles configuraciones que pueden ser realizadas utilizando las 52 cartas. Por su parte $\mathcal{A}$ es la colección de subconjuntos que sean considerados como relevantes. Entre dichos subconjuntos se encuentran aquellos que satisfacen los predicados de ser un as, ser una pica, tener un valor mayor o igual a 7, etc. P es la función que le asigna un valor probabilístico a cada evento. Afirmar que un evento ocurre significa que existe un resultado ω que pertenece a $\mathcal{A}$ tal que $\omega \in \mathcal{A} \subset \Omega$ *Cf.* (Zabell, 2009). Al calcular la probabilidad de jalar una carta cualquiera se obtendría que $Pr(C_k) = \frac{1}{52}$. Ello se debe a que solamente se tiene 1 caso favorable entre 52 posibilidades. Por otro lado, dado que cada evento es mutuamente excluyente, es posible sumar sus probabilidades. De este modo, si se quisiera calcular la probabilidad de un palo, simplemente se tendrían que sumar las probabilidades de las trece cartas que lo conforman haciendo uso de la fórmula $Pr(\cup_{k=1}^{n=13} C_k) = \sum_{k=1}^{n=13} Pr(C_k)$. El resultado de dicha sumatoria sería de $\frac{13}{52}$ o $\frac{1}{4}$.

[29]Si bien es cierto que cuando solamente se tienen dos eventos, la sumatoria de probabilidades puede ser expresada de manera más sencilla, estas expresiones aumentan de longitud entre más eventos se consideren. Cuando se tienen en cuenta grandes grupos de probabilidades, es más sencillo utilizar la primera formulación.

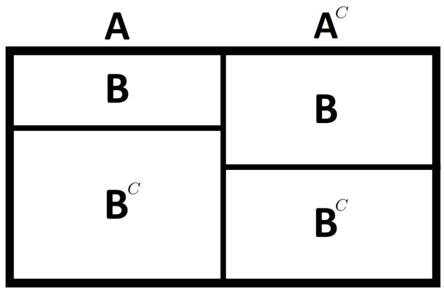
Por otro lado, la probabilidad condicionada puede ser definida como la probabilidad de que un evento B suceda dado que un evento A ocurrió previamente. En este caso se afirma que la probabilidad de B se ve afectada directamente por A *Cf.* (Hacking, 2001). Afirmar que ocurre un evento A es equivalente a decir que existe un subconjunto A tal que $A \subset \Omega$. Teniendo esto en consideración, la afirmación de que ocurre un evento A puede ser entendida como una reducción en el espacio muestral. Dicha reducción implica que A será considerado como un nuevo Ω, el cual está constituido por la totalidad de resultados ω pertenecientes al subconjunto A. Una vez que se haya realizado la reducción del espacio muestral, se puede afirmar que un evento B ocurre en A sí solo si $Pr(A \cap B) > 0$. *Cf.* (Álvarez, 2015). De esta manera, el cálculo de la probabilidad condicionada puede ser comprendido como el cálculo de probabilidades de un subconjunto de A perteneciente a Ω. Dado un par de eventos A y B, en el cual $Pr(A) > 0$, la probabilidad condicional de B dado que A puede ser calculada con la fórmula $Pr(B \mid A) = \frac{Pr(A \cap B)}{Pr(A)}$.

La formulación de la probabilidad condicionada implica a su vez los conceptos de probabilidad total y de evento dependiente. La probabilidad total de un evento A puede ser calculada en función de la suma de sus probabilidades respecto a un par de eventos mutuamente excluyentes. Debido a que B y B^C[30] son mutuamente excluyentes, la probabilidad total de A es igual a la suma de las intersecciones que tiene con ambos eventos (Figura 1.2a). Esto puede ser representado formalmente de la siguiente manera: $Pr_t(A) = Pr(A \cap B) + Pr(A \cap B^C)$ *Cf.* (Hacking, 2001). En caso de que haya más de dos eventos mutuamente excluyentes, este principio puede ser generalizado como: $P_t(A) = \sum Pr(\cap_{k=1}^{n} A_k)$. Por otro lado, un evento dependiente es definido a partir de dos experimentos. Se dice que un evento A es dependiente de un evento B cuando las probabilidades de evento A son afectadas de manera directa por los posibles resultados de B. *Cf.* (Álvarez, 2015). Las probabilidades de los posibles resultados del segundo experimento pueden variar en función del resultado del primero (Figura 1.2b). La fórmula para calcular la intersección de dos eventos dependientes es obtenida al despejar la fórmula de la probabilidad condicionada. Al despejar $A \cap B$ se puede obtener $Pr(A \cap B) = Pr(B \mid A) * Pr(A)$ o $Pr(A \cap B) = Pr(A \mid B) * Pr(B)$.

[30] B y B^C son considerados como eventos mutuamente excluyentes en tanto que de manera fáctica no existen casos en los cuales suceda un evento y su negación.



(a) Diagrama de probabilidad total



(b) Diagrama de dependencia

Las fórmulas con las cuales se calcula tanto la probabilidad total como la intersección de eventos dependientes, pueden sustituir a las variables presentes en la fórmula utilizada para calcular la probabilidad condicionada. De este modo, al sustituir $Pr(A)$ por $\sum Pr(\cap_{k=1}^{n} A_k)$ y $Pr(A \cap B)$ por $Pr(B \mid A) * Pr(A)$, se obtendría que $Pr(A \mid B) = \frac{Pr(B|A)*Pr(A)}{\sum(\cap_{k=1}^{n} A_k)}$. Debido a que la noción de probabilidad condicional es general, es posible preguntarse tanto por $Pr(A \mid B)$ como por $Pr(B \mid A)$ *Cf.* (Álvarez, 2015). En el caso de que se quiera calcular la $Pr(B \mid A)$, se tendría que $Pr(B \mid A) = \frac{Pr(A|B)*Pr(B)}{\sum(\cap_{k=1}^{n} B_k)}$[31]. Esta fórmula recibe el nombre de Teorema de Bayes, en tanto que se considera a Thomas Bayes como la primer persona en utilizarla de manera explícita.

Estos conceptos pueden explicarse regresando al ejemplo del mazo de cartas. Si se quisiera determinar la probabilidad de jalar dos cartas de diamantes seguidas, se tendría que hacer uso de la probabilidad condicional. En este caso se consideraría a la sustracción de cada carta como un par de experimentos. Durante el primero, la probabilidad de obtener un diamante es de $\frac{1}{4}$ debido a que existen 13 eventos favorables, los cuales son divididos entre los 52 eventos posibles. Por su parte, la probabilidad de que la segunda carta sea otro diamante sería de $\frac{12}{51}$ en tanto que ya se ha sustraído un diamante y el mazo ahora está conformado por 51 elementos. En esta situación se preguntaría por la probabilidad de que la primera carta haya sido un diamante dado que la segunda lo fue. Tal situación puede ser representada formalmente como $Pr(D_1 \mid D_2) = \frac{Pr(D_2|D_1)*Pr(D_1)}{PrD_2}$. En este caso, $PrD_1 = \frac{1}{4}$ y $Pr(D_2 \mid D_1) = \frac{12}{51}$. PrD_2 es obtenida sumando sus intersecciones con PrD_1 y con PrD_1^c, tal que $PrD_2 = ((\frac{12}{51} * \frac{1}{4}) + (\frac{13}{51} * \frac{3}{4}))$. Una vez resuelta la suma y la multiplicación se tiene que $Pr(D_1 \mid D_2) = \frac{0{,}058}{0{,}249}$. A partir de esto se puede calcular que $Pr(D_1 \mid D_2) = 0{,}232$.

[31] Algunas notaciones sustituyen la expresión $\sum Pr(\cap_{k=1}^{n} B_k)$ por $\sum_{k=1}^{n} Pr(B_i \mid k) * Pr(A_k)$ haciendo uso de la definición de la intersección.

Bajo cierta óptica, los resultas obtenidos a partir del cálculo de probabilidades podrían ser pensados como análogos a las conclusiones derivadas de manera deductiva. Cuando se realizan inferencias inductivas, se asume que existe una relación lógica entre la hipótesis formulada y la evidencia disponible *Cf.* (Hacking, 2001). Tomando en cuenta esta idea, resulta factible considerar que un espacio muestral Ω está conformado por toda la evidencia que sea considerada como relevante. A partir de la información contenida en Ω se realiza el cálculo de probabilidades de sus respectivos subconjuntos, los cuales a su vez pueden ser entendidos como hipótesis. De esta manera, cuando se afirma que $Pr(A \mid \Omega) = x$, simplemente se le está asignando un valor numérico a una hipótesis, el cual es obtenido en función de aquellos datos que conforman un espacio muestral previamente definido y delimitado. Esto último implicaría que en cuando se calcula la probabilidad de un evento, siempre se tiene en consideración un conjunto de evidencia. Incluso en los casos en los cuales esta no sea expresadas de manera explícita, se asume su existencia.

1.4. Inferencias abductivas

Las inferencias abductivas, al igual que las inferencias inductivas, pueden ser clasificadas como inseguras. La razón de dicha inseguridad recae en que, los procesos de inferencia abductivos tampoco son preservadores de verdad. Al igual que en el caso de los razonamientos inductivos, se puede presentar un escenario en el cual se parta de premisas verdaderas y se llegue a conclusiones falsas. Incluso es posible afirmar que bajo cierta óptica, el número de riesgos que se corren cuando se realizan inferencias abductivas es mayor que los riesgos implicados en la inducción. Esto último se debe a que en las conclusiones inductivas se afirma que existe cierta regularidad entre los hechos que han sido observados con anterioridad y los hechos posteriores, tal situación no se presenta en el caso de la abducción. Las conclusiones abductivas afirman la existencia de un hecho diferente a los que se han observado previamente *Cf.* (Peirce, 2012a). En lineas generales, la abducción puede ser definida como un proceso mediante el cual se formulan hipótesis explicativas a partir de una serie de observaciones sorprendentes. Usualmente la abducción opera en el terreno de la incertidumbre, las conjeturas y las hipótesis *Cf.* (Soler Toscano, 2012). Esta característica implica que sus conclusiones pueden ser invalidadas si se descubren nuevos hechos.

Si bien es cierto que los razonamientos abductivos pueden ser clasificados como inseguros, resulta importante resaltar que estos son utilizados frecuentemente en múltiples ámbitos durante los procesos de generación de teorías. La abducción es un proceso inferencial realizado en contextos de información incompleta, el cual genera hipótesis y selecciona las mejores *Cf.* (Aliseda, 2006). Una buena hipótesis abductiva debe ser consistente y tener poder explicativo. Este tipo de hipótesis son consistentes cuando su incorporación al conjunto de información previa no implica una contradicción. El poder explicativo puede ser entendido como el hecho de que una observación sorprendente no puede ser explicada de manera exclusiva por una hipótesis, esta última tiene que relacionarse de manera inferencial con una serie de antecedentes teóricos *Cf.* (Soler Toscano, 2012). En caso de que no se cumpliera el requisito de consistencia, cualquier hipótesis cuya incorporación al conjunto de proposiciones iniciales implicara una contradicción, tendría que ser considerada como aceptable. Por otro lado, en caso de que no se exigiera que la hipótesis tuviera poder explicativo, sería lícito explicar un hecho sorprendente a partir del mismo hecho. Esto último implicaría que la información de la cual se parte fuera completamente innecesaria.

En términos formales, un problema abductivo es definido como un par ordenado $< \Theta, \varphi >$, en donde de $\Theta \nvDash \varphi$ y de $\Theta \nvDash \neg\varphi$. Por otro lado, una solución a un problema abductivo se da cuando $\Theta, \alpha \vDash \varphi$ donde α es un esquema proposicional que permite derivar a φ de Θ. Para que un problema abductivo pueda ser considerado como tal debe cumplirse que Θ es satisfacible y que φ es contingente. Si se diera el caso en el cual Θ no sea satisfacible, eso implicaría que no existe ninguna asignación de valores de verdad que haga verdaderas a las proposiciones contenidas en Θ. Si no existe una serie de valores de verdad que hagan verdaderas a las fórmulas contenidas en Θ, esto significa que de $\Theta \vDash \bot$. Tal situación implicaría que de Θ se seguiría tanto φ como $\neg\varphi$. Esto último contradice la definición de problema abductivo. Si φ no fuera contingente, esta sería universalmente válida o no sería satisfacible *Cf.* (Soler Toscano, 2012). Si φ fuera universalmente válida, se cumpliría que $\Theta \vDash \varphi$, lo cual es una contradicción de la definición de problema abductivo. En caso de que φ fuera no satisfacible, se tendría que $\neg\varphi$ sería universalmente válida, y se presentaría nuevamente la situación anterior. Dado que todos los casos anteriores contradicen la definición de problema abductivo, se afirma que Θ debe ser satisfacible, mientras que φ tiene que ser contingente.

Dado un problema abductivo $< \Theta, \varphi >$ cualquiera, Θ representa a una teoría o a un conjunto de proposiciones aceptadas, mientras que φ simboliza a la observación anómala que debe ser explicada. De este modo, una solución a un problema abductivo se da cuando existe un α que permita explicar φ en Θ. No obstante, no todos los α cumplen con los requisitos de consistencia y de tener poder explicativo. Una solución abductiva es consistente cuando $\Theta \cup \{\alpha\} \nvDash \perp$. Una solución es explicativa cuando $\alpha \nvDash \varphi$. La postulación de una solución abductiva depende del contexto teórico relevante que se encuentre disponible al momento de postular la hipótesis. De esta manera, se sostiene que una solución abductiva siempre es propuesta a partir de un cuerpo de creencias aceptado anteriormente *Cf.* (Aliseda, 2006). Postular una hipótesis a partir de un conjunto de creencias implica que en algunas ocasiones existen múltiples soluciones a un problema abductivo $< \Theta, \varphi >$. La abducción se encarga tanto de construir hipótesis como de aplicar criterios de preferencia para así seleccionar la mejor explicación posible. Durante el proceso de construcción se propone que una serie de hechos o de relaciones pueden ser el caso, pero también existen ocasiones en las cuales se postulan nuevos hechos y/o se describen ciertos fenómenos existentes de nuevas maneras. En el caso de la selección de hipótesis, esta siempre involucra aspectos contextuales, los cuales varían dependiendo el caso.

Para determinar que algún α es una solución abductiva para un problema $< \Theta, \varphi >$, es posible hacer uso de tablas semánticas con el objetivo de realizar una búsqueda sistemática a partir de un conjunto de fórmulas dado. En este caso, las tablas semánticas pueden ser definidas como árboles binarios cuyo número de nodos [32] es igual al número de fórmulas contenidas en Θ. Las fórmulas pertenecientes a Θ pueden ser clasificadas en cuatro categorías: literales, dobles negaciones, fórmulas α y fórmulas β. Las literales son fórmulas de tipo p o $\neg p$. Las dobles negaciones son fórmulas de la forma $\neg\neg p$. Las fórmulas

[32] En la presente investigación, un nodo es definido como un punto de intersección o conexión entre las distintas fórmulas pertenecientes a una tabla semántica. El término nodo también puede ser entendido como los puntos de intersección entre las ramas que constituyen el árbol binario.

α son aquellas que están compuestas por dos o más literales, y que son satisfechas sí solo si ambas partes que las componen son satisfechas. Los fórmulas β están compuestas por dos o más literales, y son satisfechas cuando al menos uno de sus literales es satisfecho *Cf.* (Soler Toscano, 2012). Los árboles binarios son construidos haciendo uso de las fórmulas que constituyen a Θ, siendo cada una de estas un nodo [33]. Al inicio de la construcción del árbol consideraremos a cada nodo que no sea una literal como no usado. Cada una de las fórmulas restantes, es utilizada de maneras diferentes. Si en una rama hay una doble negación, se añade a cada rama que contenga dicha fórmula un nuevo nodo en el cual se encuentre la fórmula sin las dos negaciones. Si en una rama hay una fórmula de tipo α, se añaden dos nodos nuevos en cada rama donde se encuentre la fórmula. Cada nodo contendrá uno de los dos componentes de la fórmula α. Si en una rama hay una fórmula de clase β, se abrirán dos ramas y se añadirá un nuevo nodo a cada una. En cada nodo estará uno de los componentes de la fórmula *Cf.* (Aliseda, 2006).

Las fórmulas de tipo α y de tipo β también son denominadas como conjuntivas y disyuntivas respectivamente. La razón de dicho nombre se debe a que todas las fórmulas incorporadas en una tabla pueden ser transformadas en conjunciones o disyunciones, y por ende caer en una de estas dos categorías *Cf.* (Aliseda, 2006). Las fórmulas conjuntivas son: $\varphi \wedge \psi$, $\neg(\varphi \vee \psi)$, $\neg(\varphi \supset \psi)$. Las fórmulas disyuntivas son: $\varphi \vee \psi$, $\neg(\varphi \wedge \psi)$, $\varphi \supset \psi$, $\varphi \equiv \psi$, $\neg(\varphi \equiv \psi)$. Las fórmulas que son añadidas en cada nodo después de la apertura de ramas están determinadas por la asignación de valores de verdad que haga verdadera a la fórmula de tipo α o β. Por ejemplo, el caso de $\varphi \wedge \psi$ se añadirán dos nodos en una rama, en los cuales se colocarán φ y ψ. Si se tiene $\neg(\varphi \vee \psi)$, también se abriría una rama, pero en sus respectivos nodos se colocaría $\neg\varphi$ y $\neg\psi$. Un ejemplo de fórmulas β es $\varphi \supset \psi$ en donde se abren dos ramas; en la primera se coloca $\neg\varphi$, y en la segunda ψ. Cuando se realizan tablas semánticas y se da el caso en el cual en una misma rama se tiene φ y $\neg\varphi$, siendo φ cualquier variable proposicional, se considera como cerrada dicha rama y se añade un nodo con el símbolo de $\otimes$, el cual indica que la rama se ha cerrado *Cf.* (Soler Toscano, 2012). Cuando una rama ha sido cerrada, no se podrán añadir nuevos

[33] La construcción de las tablas semánticas es realizada en función de las interpretaciones en las cuales cada conectiva es verdadera. La estructura semántica de cada conectiva especificará tanto el número de ramas que serán abiertas como las fórmulas que estarán en cada nodo.

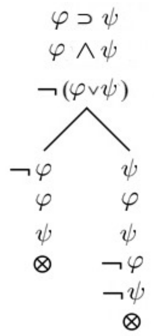


Figura 1.3: Árbol binario de las premisas $\varphi \supset \psi$, $\varphi \wedge \psi$, $\neg(\varphi \vee \psi)$

nodos a esta (Figura 1.3).

Si todas las ramas de una tabla semántica se cierran, la tabla también se considerará como cerrada. En este caso, se afirma que no existe ninguna asignación de valores de verdad que haga verdadero al conjunto de fórmulas contenido en Θ. En caso de que al menos una rama se encuentre abierta, la tabla también lo estará, lo cual implica que existe una asignación de valores de verdad que satisfacen a las fórmulas pertenecientes a Θ. A partir de lo anterior se puede afirmar que de $\Theta \models \varphi$ sí solo si $\Theta \cup \neg\varphi$ no es satisfacible[34], es decir, cuando su tabla es cerrada *Cf.* (Soler Toscano, 2012). Debido a que en un problema abductivo $< \Theta, \varphi >$, de $\Theta \not\models \varphi$ ni $\Theta \not\models \neg\varphi$, las tablas semánticas de ambos casos deben de ser abiertas. Si esto último no fuera así, no se estaría tratando con un problema abductivo. Para que un α pueda ser considerado como una solución abductiva, debe suceder que la tabla semántica de $\Theta, \alpha \cup \{\neg\varphi\}$ cumpla con el requisito de consistencia y que tenga poder explicativo. Tomando como punto de referencia el desarrollo de tablas semánticas, el requisito de consistencia significa que la tabla de $\Theta, \alpha \not\models \perp$, es decir, que debe de ser abierta. Algo similar debe cumplir α para que esta tenga poder explicativo. Se debe dar el caso de que $\alpha \not\models \varphi$.

Lo anterior puede comprenderse de manera más clara a partir del siguiente ejemplo:

Cada mañana, Charly baja a la recepción del hotel para saludar a sus amigos. Los fines de semana, Ángel está en la recepción del hotel conversando con el resto de huéspedes.

[34]Debido a esta situación, el método de tablas semánticas puede ser clasificado como un método de reducción al absurdo, o indirecto. Haciendo uso de este método, no se está probando de manera directa que $\Theta \models \varphi$. En lugar de ello, se prueba que $\Theta \not\models \neg\varphi$. Una forma mediante la cual se pueden formular inferencias abductivas de manera directa es mediante el cálculo de δ- resolución.

Cuando no es fin de semana, Ángel trabaja en el estudio de Valentino. Un fin de semana Charly baja a la recepción del hotel y un huésped le dice que Ángel está en el estudio de Valentino. En función de ello, Charly intenta encontrar una explicación de porque Ángel está con Valentino.

El problema planteado anteriormente puede ser considerado como un problema abductivo, en donde:

Θ = {"Los fines de semana, Ángel está en el hotel", "Cuando no es fin de semana, Ángel trabaja en el estudio de Valentino"}

φ = {"Es fin de semana y Ángel está en el estudio de Valentino" }

En este problema $\Theta \not\models \varphi$ y $\Theta \not\models \neg\varphi$. Esto puede ser comprobado mediante el uso de tablas semánticas, en las cuales se utilizan las siguientes formalizaciones:

$\Theta = \{F \supset H, \neg F \supset V\}$

$\varphi = \{F \wedge V\}$

El primer paso a seguir es determinar que existe una asignación de valores de verdad que hagan verdaderas a la fórmulas contenidas en Θ. Para ello, se realizará su árbol semántico. Θ será considerada como consistente si su tabla no es cerrada (Figura 1.4).

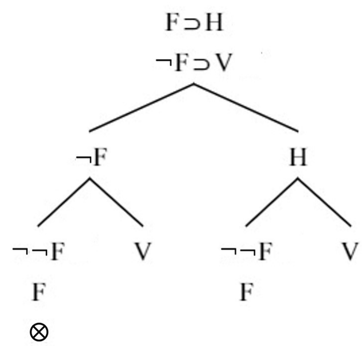
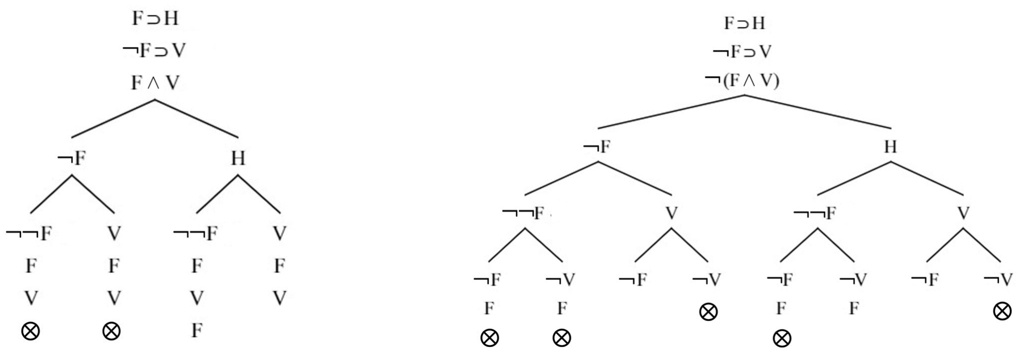


Figura 1.4: Árbol semántico de Θ

Una vez que se ha comprobado que Θ es consistente, se debe de determinar que de $\Theta \not\models \varphi$ y $\Theta \not\models \neg\varphi$. Para saber que de $\Theta \not\models \varphi$, se agrega $\neg\varphi$ como nuevo nodo. Si el árbol resultante de esta adición es abierto, se afirma que $\Theta \not\models \varphi$. Se realiza el mismo proceso para determinar que $\Theta \not\models \neg\varphi$, con la única diferencia de que se agrega φ en lugar de $\neg\varphi$.

Resulta importante, recordar que en el ejemplo planteado φ representa a la proposición $F \wedge V$. Si en ambos casos se obtienen arboles abiertos, se puede afirmar que se está tratando con un problema abductivo (Figura 1.5).



(a) Árbol semántico de $\Theta \cup \varphi$ (b) Árbol semántico de $\Theta \cup \neg\varphi$

Figura 1.5: Árboles semánticos del problema abductivo $< \Theta, \varphi >$

Una vez que se ha comprobado que ambos árboles semánticos están abiertos, se procede a buscar una solución abductiva que permita determinar que $\Theta \models \varphi$ o que $\Theta \models \neg\varphi$ [35] . El primer paso para ello es realizar una extensión de la tabla de la teoría Θ. Una extensión puede ser definida como la adición de nuevas fórmulas a cada una de las ramas abiertas de una tabla semántica. Si se quiere explicar φ, entonces se agrega $\neg\varphi$ como nuevo nodo a la tabla semántica de Θ (Figura 1.5b). En el caso contrario, se agrega φ como nodo a la tabla semántica de Θ (Figura 1.5a). Una solución al problema abductivo $\Theta \not\models \varphi$ se presenta cuando se encuentra un α tal que, la tabla semántica de $\Theta, \alpha \cup \{\neg\varphi\}$ es cerrada, pero las tablas de $< \Theta, \alpha >$ y de $< \alpha, \neg\varphi >$ permanecen abiertas *Cf.* (Soler Toscano, 2012). Si se presenta un caso en el cual la tabla de $\Theta \cup \{\alpha, \varphi\}$ es cerrada, pero las tablas de $< \Theta, \alpha >$ y de $< \alpha, \varphi >$ permanecen abiertas, se obtiene una solución para el problema $\Theta \not\models \neg\varphi$.

Cuando se realiza la extensión de una tabla semántica, las nuevas fórmulas añadidas pueden tener tres posibles efectos: 1) que no se cierre ninguna de las ramas, 2) que se cierren todas las ramas abiertas, 3) que algunas ramas se cierren y otras permanezcan abiertas. A estos tres tipos de extensión se les denomina como abiertas, cerradas y semi

[35]Ambos escenarios son considerados como posibles soluciones porque se puede dar el caso en el cual no exista una solución consistente y explicativa para $\Theta \cup \{\alpha\} \models \varphi$. Si esto último no es el caso, la hipótesis adbuctiva es construida atendiendo a $\Theta \cup \{\alpha\} \models \neg\varphi$.

cerradas respectivamente *Cf.* (Aliseda, 2006). Resulta importante resaltar el hecho de que no existe ningún caso en el cual una extensión abra una rama que estuviera previamente cerrada. Una extensión es consistente cuando es abierta o semi cerrada, y es inconsistente cuando es cerrada. Dado un problema abductivo $< \Theta, \varphi >$, una explicación abductiva α es el conjunto de fórmulas cuya incorporación permite cerrar la tabla $\Theta \cup \neg\varphi$. α puede ser una literal, una formula conjuntiva o una disyuntiva. Teniendo lo anterior en cuenta, se puede afirmar que cuando α es una solución abductiva al problema $< \Theta, \varphi >$, la tabla $\Theta, \alpha \cup \{\neg\varphi\}$ es cerrada, y por lo tanto inconsistente. En tanto que $\Theta, \alpha \cup \{\neg\varphi\} \vDash \bot$, de la conjunción entre la teoría Θ y la solución abductiva α se sigue φ.

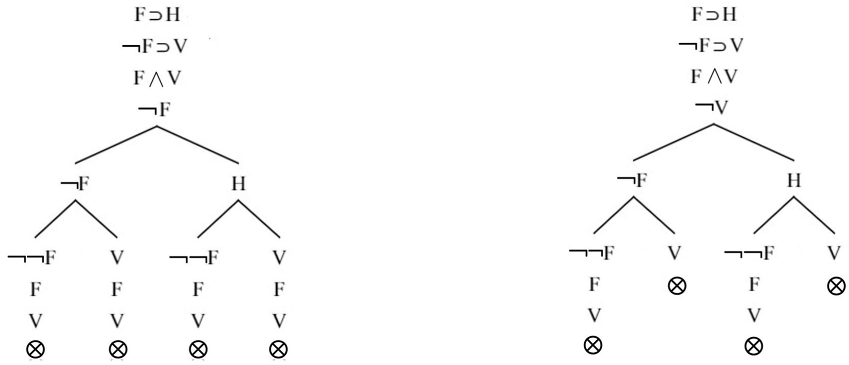
Para determinar cuando una explicación abductiva α cierra las ramas abiertas de una tabla $\Theta \cup \neg\varphi$, es importante definir los conceptos de cierres totales y parciales tanto de ramas como de tablas. Un cierre total de rama es el conjunto de literales que cierran una rama abierta. Si se considera a Γ como un rama perteneciente a un árbol semántico, su cierre total de rama será el conjunto de literales complementarias a las literales pertenecientes a Γ *Cf.* (Soler Toscano, 2012). En términos formales, esto puede ser expresado mediante la fórmula $CTR(\Gamma_i) = \{x \mid \neg x \in \Gamma_i\}$. El cierre total de tabla es la intersección de cierres total de ramas. El cierre total de tabla puede ser representado formalmente como $CTT(\Theta) = \cap_{i=1}^{i=n} CTR(\Gamma_i)$. El cierre parcial de rama es el conjunto de literales que cierran algunas ramas, pero no todas, el cual puede ser obtenido restando el cierre total de tabla al cierre total de rama. Este puede ser expresado formalmente con la fórmula $CPR(\Gamma_i) = CTR(\Gamma_i) - CTT(\Theta)$. El cierre parcial de tabla es la unión entre todos los cierre parciales de rama. Su formulación es $CPT(\Theta) = \cup_{i=n}^{i=1} CPR(\Gamma_i)$.

En el ejemplo planteado anteriormente, es posible afirmar que la teoría Θ tiene tres ramas abiertas, las cuales pueden ser representadas como: $\Gamma_1 : \{\neg F, V\}$, $\Gamma_2 : \{H, F\}$, $\Gamma_3 : \{H, V\}$ (Figura 1.4). Cuando se busca explicar φ, se realiza una extensión de la tabla y se agrega la fórmula $\neg(F \wedge V)$. En la tabla semántica de $\Theta \cup \neg\varphi$ también hay tres ramas abiertas, cuyas representaciones pueden ser: $\Gamma_a : \{\neg F, V\}$, $\Gamma_b : \{H, \neg V, F\}$, $\Gamma_c : \{H, V, \neg F\}$ (Figura 1.5b). Una solución α consistente al problema $< \Theta, \varphi >$, debe ser capaz de cerrar las Γ_a, Γ_b y Γ_c sin cerrar la totalidad de las ramas Γ_1, Γ_2, Γ_3. Así mismo, para que α sea explicativa, debe suceder que $\alpha \neq (F \wedge V)$. Para determinar si una solución abductiva es atómica, conjuntiva o disyuntiva se hace uso de los conceptos de cierres total y parciales tanto de ramas como de tablas. Si α es una solución explicativa compuesta por una literal, esta debe pertenecer al conjunto de cierres totales de tabla (CTT) de $\Theta \cup \neg\varphi$, pero no debe de cerrar la tabla de Θ, por lo cual α debe pertenecer adicionalmente al conjunto de cierres parciales de tabla (CPT) de esta última *Cf.* (Soler Toscano, 2012). Dado que en el ejemplo planteado, no existe una literal que pertenezca al CTT[36] de $\Theta \cup \neg\varphi$, la solución no puede ser de tipo atómica.

Las explicaciones conjuntivas son formuladas a partir de los cierres parciales de rama (CPR) de cada Γ. Debido a ello, el primer paso para construir una explicación conjuntiva es construir el cierre CPR de cada Γ. Cada uno de estos contiene un conjunto de literales que cierran parcialmente la tabla. Las explicaciones conjuntivas son construidas tomando un literal de cada CPR y uniéndolas mediante conjunciones. Una vez que se hayan construido, se reducen el número de posibles soluciones eliminando aquellas opciones en las cuales se repiten literales *Cf* (Aliseda, 2006). Así mismo, también se eliminan conmutaciones de otras soluciones. De esta manera, se forma el conjunto de los cierres parciales de tabla (CPT). Los CPT del ejemplo planteado puede reducirse a cuatro opciones: $\{F \wedge \neg H\}$, $\{F \wedge V\}$, $\{\neg V \wedge \neg H\}$, $\{\neg V \wedge \neg F\}$. Cada una de estas conjunciones puede ser considerada como una solución abductiva; no obstante $\{F \wedge \neg H\}$, $\{\neg V \wedge \neg H\}$, $\{\neg V \wedge \neg F\}$ no son soluciones consistentes, y $\{F \wedge V\}$ no es una solución explicativa. Las primeras tres conjunciones no son consistentes debido a que son parte del cierre total de tabla de la teoría Θ. La cuarta conjunción no es informativa debido a que es igual a φ.

Dado que las soluciones abductivas del problema $< \Theta, \varphi >$ o bien son inconsistentes o bien no son explicativas, se abre la posibilidad de replantear el problema en términos de $< \Theta, \neg\varphi >$. Esto último implicaría que en lugar de intentar explicar $(F \wedge V)$, se intentaría explicar su negación. Para realizar esta tarea, se repetiría el proceso anterior tomando como punto de partida la tabla semántica $\Theta \cup \varphi$ (Figura 1.5a). A partir de este replanteamiento es posible postular soluciones explicativas tales como $\{\neg F\}$, $\{\neg V\}$ o

[36] La rama Γ_a puede ser cerrada con los literales F y $\neg V$. La rama Γ_b cierra con $\neg H$, V, $\neg F$. La rama Γ_c se cierra con $\neg H$, $\neg V$, F. Solo F o de $\neg V$ podrían ser soluciones atómicas. Cualquier otra solución no cerraría la rama Γ_a. Tanto F como $\neg V$ son incapaces de cerrar Γ_b. Debido a ello, ninguna de las dos forma parte del CTT de $\Theta \cup \neg\varphi$.



(a) Árbol semántico de $\Theta, \neg F \cup \varphi$ (b) Árbol semántico de $\Theta, \neg V \cup \varphi$

Figura 1.6: Árboles del problema $< \Theta, \neg\varphi >$

incluso su conjunción. En todos estos casos las soluciones son consistentes y explicativas, en tanto que no vuelven a la tabla semántica de Θ cerrada y son distintas de φ.

Así mismo, también es posible formular soluciones disyuntivas haciendo uso de una serie de pasos similares a los utilizados para postular soluciones conjuntivas. La única diferencia es que las fórmulas que conforman la solución se encuentran unidas por disyunciones en lugar de conjunciones. Las soluciones disyuntivas se caracterizan por cerrar una rama después de que esta se haya dividido en dos. Este tipo de explicaciones es construida a partir de soluciones atómicas y parciales. Los disyuntos de la explicación pueden estar formados por explicaciones atómicas, conjuntivas, por la combinación de estas últimas, e incluso por la combinación de las anteriores con φ. Usualmente este tipo de explicaciones son utilizadas para representar implicaciones *Cf.* (Aliseda, 2006). Esto se debe a que $\neg\varphi \vee \psi$ es equivalente a $\varphi \supset \psi$. En el caso del ejemplo planteado, se podría afirmar que $\{F \vee \neg H\}$, $\{\neg V \vee \neg H\}$, $\{\neg V \vee \neg F\}$ y $\{F \vee V\}$ pueden ser consideradas como soluciones consistentes y no triviales. Lo mismo sucedería con fórmulas como $\{\neg V \vee \varphi\}$.

1.5. Limitaciones inferenciales

A la hora de hablar sobre procesos de inferencia, resulta importante señalar las limitaciones de estos últimos. Si bien es cierto que cada uno de ellos tiene la capacidad de extraer conclusiones a partir de un conjunto de premisas, existen una gran cantidad de casos en los cuales las herramientas conceptuales y/o formales de cada método de inferencia son insuficientes para derivar de manera satisfactoria una conclusión. En el caso de la deducción, esto se presenta cuando la conclusión no se encuentra implicada dentro de las premisas. La inducción se encuentra limitada en tanto que existen múltiples ocasiones en las cuales es difícil determinar si un conjunto de proposiciones brindan el respaldo suficiente para aceptar una conclusión. La abducción, por sí misma, parece no contar con un criterio que permita seleccionar una hipótesis explicativa entre un conjunto de estas. Aunque este tipo de objeciones no parecen ser problemáticas durante los procesos formales de análisis, resulta importante recordar que cada uno de los métodos de inferencia han sido desarrollados dentro de contextos de investigación. Debido a esto último, es factible cuanto menos suponer que, no atender a estas problemáticas puede tener implicaciones en ámbitos que vayan más allá de la lógica.

Debido a que los argumentos deductivos son caracterizados como preservadores de verdad, se afirma que existe una relación de consecuencia entre las premisas y la conclusión. En este caso, la verdad de la conclusión se encuentra contenida de manera necesaria en la verdad de las premisas. Esto último permite afirmar que cada vez que se tenga un argumento deductivo con un forma válida, la conclusión se encontrará implicada de manera necesaria en las premisas. La relación de consecuencia entre premisas y conclusión se da cuando es posible aplicar una serie de reglas de inferencia que permita llegar a una conclusión C a partir de un conjunto de premisas $P_1, P_2, ...P_n$. Cuando dicha serie existe se dice que C es derivable o demostrable en tal o cual sistema a partir de $P_1, P_2, ...P_n$ *Cf.* (Gómez Torrente, 2000). Uno de los problemas con este tipo de definiciones es que existen situaciones en las cuales una conclusión que se sigue de manera intuitiva de un conjunto de premisas no es derivable a partir de ciertos axiomas y reglas de inferencia aceptados con anterioridad. Esto último puede ser ejemplificado cuando una oración universal no puede ser derivada a partir de un conjunto de oraciones particulares del mismo tipo[37]. Así mismo existen ocasiones en las cuales una conclusión C puede ser derivada en ciertos sistemas formales, pero no en otros. Esta situación deja de manifiesto la importancia de establecer un vínculo entre las explicaciones formales con nociones más intuitivas.

[37]Un ejemplo de esto se presenta en algunos predicados de los números naturales. Es posible tener un predicado P que denote a $0, 1, 2, 3, ...n$. Aunque de manera intuitiva es factible considerar que a partir de la conjunción entre estas oraciones y un conjunto de reglas de inferencia es posible derivar una oración cómo $\forall(n)P(n)$, ese no es el caso.

Por otro lado, debido a que la inducción no es capaz de preservar la verdad de las premisas a la conclusión, se abre la pregunta de qué parámetros pueden ser considerados para sostener que un conjunto de datos es evidencia que apoya a tal o cual conclusión. Usualmente cuando se realizan inducciones, se parte de una muestra representativa y se busca realizar afirmaciones respecto a otros elementos de la muestra o postular generalizaciones. A partir del análisis de una colección de subconjuntos $\mathcal{A}$ se busca llegar a conclusiones que sean aplicables a otra colección de subconjuntos, o incluso que abarquen a Ω. No obstante, existe la posibilidad de que los elementos pertenecientes al subconjunto $\mathcal{A}$ hayan sido seleccionados de manera sesgada, y por ende no sean una representación adecuada de Ω[38]. Debido a esto último, resulta admisible considerar en cierta medida que, los modelos en los cuales se basan las inducciones no son descripciones literales de las poblaciones que representan *Cf.* (Hacking, 2001). Si se considera que los modelos no son descripciones literales de las poblaciones que representan, es necesario suponer que de alguna manera los resultados obtenidos al evaluar el subconjunto $\mathcal{A}$ pueden ser extrapolados a otras partes del espacio muestral.

Por su parte, los razonamientos abductivos son caracterizados como procesos en los cuales se construye una hipótesis en función de un conjunto de evidencia. Tales hipótesis pueden ser revocadas a la luz de nueva evidencia experimental *Cf.* (Walton, 2004). Las explicaciones abductivas son postuladas cuando una conclusión no está implicada deductivamente en un conjunto de premisas, y tampoco se encuentra implicada su negación. El objetivo de este tipo de explicaciones es dar cuenta de un hecho considerado como anómalo o sorprendente a partir de una solución abductiva α. Esta última puede ser atómica, conjuntiva o disyuntiva *Cf.* (Aliseda, 2006). Una solución abductiva es considerada como explicativa cuando $\Theta \cup \alpha \vDash \varphi$, $\Theta \cup \alpha \nvDash \perp$ y $\alpha \nvDash \varphi$. No obstante, dado un mismo problema abductivo $< \Theta, \varphi >$, pueden existir dos o más soluciones abductivas α que cumplan con los tres requisitos mencionados anteriormente. En caso de presentarse tal situación, se tendría que aceptar que todas las soluciones α son explicativas. Si bien es cierto que

[38]Cuando se afirma que los elementos de una muestra han sido seleccionados de manera sesgada, no se está afirmando que el sujeto que realiza la muestra es consiente de dicho sesgo. Debido a que existen muchos factores que condicionan el planteamiento de modelos, se puede afirmar que estos siempre se encuentran sesgados en mayor o menor medida. Sin embargo, esto último tampoco implica que no existan casos en los cuales el individuo que plantea el modelo si esté consiente de ciertos sesgos.

existen problemas en los cuales es admisible tener más de una solución, dicha situación no puede ser extrapolada a todos los casos. Debido a ello, resulta factible afirmar que la abducción no cuenta con los elementos formales suficientes para poder seleccionar una hipótesis en particular cuando existen o dos más soluciones explicativas[39].

[39]Si bien es cierto que, usualmente, se le da prioridad a las soluciones atómicas sobre las soluciones conjuntivas o disyuntivas, no está del todo claro el criterio de selección que tendría que seguirse cuando todas las soluciones explicativas disponibles sean del mismo tipo.

Capítulo 2

Objeciones a los métodos de inferencia y sus posibles respuestas

Si bien es cierto que los diferentes procesos inferenciales tienen una gran cantidad de virtudes, no es posible pasar por alto el hecho de que cada uno también tiene ciertas carencias que limitan sus respectivos alcances. Para ilustrar esta situación es conveniente comprender las diferencias existentes entre inferencia y demostración. Una inferencia puede ser caracterizada como el paso de un conjunto de asunciones expresadas de manera proposicional a una conclusión expresada de la misma forma. De igual manera, toda inferencia debe poder ser traducida en términos de un argumento; el cual puede ser deductivo, inductivo o abductivo *Cf.* (Vega, 2016b). Dependiendo del tipo de inferencia que se esté realizando, se utilizarán tales o cuales criterios de corrección. En función de los criterios de corrección se determina que conclusiones pueden, o no, ser inferidas de un conjunto de premisas. No obstante, esto último no implica que las proposiciones inferidas sean verdaderas. Cuando la información utilizada a lo largo de los procesos inferenciales es verdadera, estos últimos se vuelven participes de una demostración *Cf.* (Corcoran, 2016). Uno de los grandes problemas a los cuales se enfrenta la deducción, la inducción y la abducción es el de generar argumentos que puedan ser considerados como partes de una demostración.

2.1. Inferencias deductivas y el problema de las explicaciones combinatorias

Uno de los principales problemas a los cuales se podrían enfrentar las inferencias deductivas está relacionado con la objeción semántica que se le hace a las teorías combinatorias en matemáticas[1]. Resulta factible sostener que una teoría lógica o matemática adecuada debe tener una semántica homogénea con el resto del lenguaje y debe de ser accesible en términos epistémicos *Cf.* (Benacerraf, 1973). Cuando se afirma que la semántica lógica y matemática debe ser homogénea con el resto del lenguaje, se sostiene que oraciones similares tienen condiciones de verdad similares sin importar el contexto en el cual hayan sido formuladas. Por otro lado, una proposición es epistémicamente accesible cuando se llega a ella haciendo uso de un proceso inteligible. Las teorías matemáticas que tienen una semántica homogénea con el resto del lenguaje son agrupadas bajo la etiqueta de concepción estándar. Las teorías que cumplen con el requisito epistémico son denominadas como teorías combinatorias. Usualmente se da el caso en el que las teorías que componen la concepción estándar no cumplen con el requisito epistemológico y las teorías combinatorias no satisfacen el requisito semántico *Cf.* (Benacerraf, 1973). Si bien es cierto que dicha distinción es aplicada principalmente a teorías matemáticas, bajo ciertas circunstancias también puede ser aplicada a las explicaciones lógicas.

Como se mencionó en el capítulo anterior, existen casos en los cuales es posible manipular una gran cantidad de fórmulas ignorando completamente su significado. Esta situación permite evaluar a una serie de argumentos como válidos o inválidos sin la necesidad de conocer el significado de las variables proposicionales que los componen. Cuando esta situación se presenta, resulta factible considerar que las inferencias deductivas pueden ser agrupadas dentro del dominio de las explicaciones combinatorias[2]. De este modo, una

[1] Este no es el único problema al cual se enfrentan los razonamientos deductivos. Otra fuerte crítica que se le hace a este tipo de razonamientos está ligada con el problema de la informatividad. Si la verdad de la conclusión se obtiene en función de la verdad de las premisas, se puede conjeturar que realizar deducciones no implica obtener conocimiento nuevo. Para evitar este problema, durante la presente investigación se está asumiendo que si bien es cierto que la verdad de la conclusión está contenida en la verdad de las premisas, dicha relación no implica que un sujeto conozca todas las verdades contenidas en un conjunto de premisas. De esta manera, se afirma que realizar inferencias deductivas en muchas ocasiones permite extraer verdades de las cuales no se tenía conocimiento con anterioridad.

[2] Bajo ciertas circunstancias también se podría considerar a la inducción y a la abducción como teorías

proposición cualquiera es considerada como epistémicamente accesible siempre y cuando esta pueda ser derivada a partir de un conjunto de axiomas previamente estipulados *Cf.* (Benacerraf, 1973). En el caso de la deducción, dichos axiomas pueden ser representados por un conjunto de reglas de inferencia y equivalencia de un sistema en particular. No obstante, debido al desconocimiento del significado de las variables proposicionales, no se puede afirmar que en este caso exista alguna relación semántica entre el conjunto de fórmulas a evaluar y algún hecho presente en el mundo.

Para comprender de manera más clara la relación entre inferencias deductivas y explicaciones combinatorias, resulta útil definir explícitamente a estas últimas. Las teorías combinatorias son explicaciones que asignan valores de verdad a las oraciones de la matemática a partir de ciertos hechos sintácticos. Dentro de este tipo de explicaciones, una oración es verdadera en tanto que esta pueda ser derivable haciendo uso de un conjunto de axiomas, los cuales pertenecen a un sistema en particular. Por su parte, los axiomas son verdaderos por definición. En este sentido, la matemática puede ser entendida como un juego combinatorio jugado con un conjunto de símbolos primitivos. El objetivo de dicho juego es determinar a partir de una serie finita de pasos qué combinaciones de símbolos son consideradas como una demostración *Cf.* (Nutting, 27/09/2023). Partiendo de esta idea se puede definir a la semántica de las explicaciones combinatorias como una relación entre oraciones y modelos[3]. De esta manera se dice que una proposición P es verdadera en un modelo M_o cuando $M_o \in M(P)$. Así mismo, P es una verdad lógica cuando es verdadera en todos los modelos *Cf.* (Hintikka, 1988). Al definir la semántica como una relación entre oraciones y modelos, deja de ser necesario apelar a un conjunto de hechos externos para determinar si una proposición es o no verdadera.

Si se diera el caso en el cual se pudiera postular una teoría lógica o matemática cuya semántica fuera definida de manera exclusiva a partir de la relación entre proposiciones y modelos, dicha teoría correría el riesgo de ser inteligible. En tanto que no se apelaría a la semántica utilizada en lenguajes como el coloquial o el científico, es muy probable

combinatorias. No obstante, en tanto que este tipo de razonamientos tienen un vínculo más estrecho con las ciencias empíricas, es más complicado que estos se avoquen de manera exclusiva a la correcta manipulación de símbolos.

[3] Al hablar de inferencias deductivas, un modelo puede ser entendido, en términos generales, como una asignación de valores de verdad.

que estos no puedan ser mutuamente traducidos. Por otro lado, si existiera un conjunto de circunstancias que permitieran una relación entre una explicación lógica matemática completamente combinatoria y las oraciones pertenecientes a otro lenguaje, existiría el riesgo de que las conclusiones derivadas a partir de dicha conjunción sean igualmente inteligibles *Cf.* (Nutting, 27/09/2023). En el caso de que las inferencias deductivas fueran definidas de manera combinatoria se tendría que considerar a los conceptos de validez y de verdad como sinónimos. Esto último resulta problemático debido a que existen tanto argumentos válidos cuyas conclusiones son falsas como argumentos inválidos con conclusiones verdaderas. Así mismo considerar a la validez como único criterio de evaluación restringe de manera considerable el número de inferencias admisibles.

Para comprender de manera más clara el problema que surgiría si se aceptara que validez es sinónimo de verdad, considérese el siguiente argumento formalmente válido.

1	$P \supset (Q \wedge S)$	Premisa
2	$S \supset (Q \vee R)$	Premisa
3	$\neg P \vee (Q \wedge S)$	Implicación Material 1
4	$(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee S)$	Distribución 3
5	$\neg P \vee S$	Simplificación 4
6	$P \supset S$	Implicación Material 5
7	$P \supset (Q \vee R)$	Silogismo Hipotético (6,2)

La demostración anterior es válida en tanto que es posible derivar $P \supset (Q \vee R)$ partiendo de $P \supset (Q \wedge S)$ y $S \supset (Q \vee R)$ haciendo uso de una serie de reglas de equivalencia e inferencia. Adoptar una postura completamente combinatoria implica que $P \supset (Q \vee R)$ es verdadera sin importar el significado de ninguna de las fórmulas que conforman el argumento. En una situación favorable, se podría asumir que P significa “El sujeto está enfermo”, Q “El sujeto evita el consumo de alcohol”, S “El sujeto toma sus medicamentos”, y R “El sujeto será hospitalizado”. De esta manera, las fórmulas $P \supset (Q \wedge S)$ y $S \supset (Q \vee R)$ significarían: “Si el sujeto está enfermo, entonces evitará el consumo de alcohol y tomará sus medicamentos” y “Si el sujeto toma sus medicamentos, entonces evitará el consumo de alcohol o será hospitalizado” respectivamente. A partir de estas premisas, se infiere $P \supset (Q \vee R)$, la cual significaría “Si el paciente está enfermo, evitará el consumo de alcohol o será hospitalizado”. Tal conclusión, al menos en apariencia, resulta persuasiva y fácilmente se podría sostener que es verdadera a la luz del lenguaje ordinario. Pero dicha situación no siempre es el caso. A partir de una asignación de significados diferentes, se podría llegar a una serie de sin sentidos que también tendrían que ser considerados como verdaderos. Ejemplo de ello sería afirmar que $P \supset (Q \vee R)$ significa "Si el día de hoy llueve, Mery perderá su alma o Alastor tiene un trío de Jacks".

Por otro lado, si la noción de verdad estuviera restringida a la validez de las inferencias deductivas, existiría una gran cantidad de razonamientos tanto explicativos como persuasivos que tendrían que ser dejados de lado en tanto que sus conclusiones no son derivables a partir de esquemas deductivos válidos *Cf.* (Hacking, 2001). Como se mencionó en el capítulo anterior, muchas de las proposiciones que son consideradas como conocimiento, son obtenidas por medios ajenos a la deducción. Ejemplo de ello, son el conocimiento histórico obtenido de manera inductiva, y las conjeturas realizadas de manera abductiva. Si se considerara a la validez como único criterio para determinar la verdad de una proposición, todas aquellas conclusiones que hayan sido obtenidas de manera no deductiva tendrían que ser consideradas como falsas. Esto último resulta sumamente problemático debido a que es sencillo aceptar que existen múltiples métodos mediante los cuales es posible obtener creencias verdaderas.

En tanto que la validez formal no es una condición suficiente para determinar en todas las ocasiones los valores de verdad de un conjunto de proposiciones, resulta importante postular una explicación en la cual se vincule de manera directa la derivación con una noción de verdad que vaya más allá de la idea de teorema *Cf.* (Benacerraf, 1973). Realizar esto último no es del todo complicado en tanto que no es posible formular la semántica de un lenguaje de manera completamente combinatoria. Si se postulara un nuevo lenguaje cuya semántica fuera explicada haciendo uso del mismo lenguaje, este sería inaccesible. La única forma en la cual es posible postular algo similar a un nuevo lenguaje sería a partir de la resignificación de partes ya existentes de otros lenguajes. Tomando esta idea como punto de partida, es posible postular distintos sistemas formales *Cf.* (Hintikka, 1988).

No obstante, si bien es cierto que a partir de la asignación de nuevos significados es posible desarrollar nuevos sistemas formales, estos últimos deben guardar una relación de traducción con respecto a otros lenguajes para poder ser considerados como significativos. Las expresiones de un lenguaje formal deben de poder ser traducidas tanto a lenguaje natural como a otros lenguajes formales.

Al considerar a los lenguajes formales como herramientas de análisis transformacional, también se acepta que las proposiciones expresadas de manera formal deben poder ser traducidas al lenguaje natural, teniendo así dos marcos de análisis. Tanto el conjunto de símbolos lógicos como las reglas de inferencia y equivalencia pertenecen al marco de representación, mientras que oraciones expresadas en lenguaje natural están adscritas al marco original. Una vez que se haya hecho el análisis pertinente en el segundo marco, se deben exportar los resultados obtenidos al marco conceptual original para que estos sean evaluados. La evaluación del análisis será satisfactoria si los resultados obtenidos en el segundo marco son representables y compatibles con el primero *Cf.* (Gutiérrez Ramírez, s.f.). Así mismo, la semántica del marco de representación es definida en función del marco original. Una oración será verdadera en el marco de análisis sí solo si dentro del marco del lenguaje natural existe una traducción de dicha oración la cual sea verdadera.

De este modo se aceptaría que si bien es cierto que las personas versadas en ciertos sistemas lógicos o matemáticos son quienes tienen la capacidad de determinar cuando una inferencia es válida, los expertos en otros dominios de conocimiento tienen la facultad de juzgar si una proposición es o no verdadera *Cf.* (Hacking, 2001). La existencia de múltiples marcos de análisis no sólo abre la puerta a que una gran cantidad de individuos pueda determinar el valor de verdad de ciertas proposiciones, también permite aceptar que existen marcos de evaluación que no se restringen a la deducción. Debido a que las nociones de validez y de verdad no pueden ser utilizadas como sinónimos, es factible suponer que el uso de la deducción es insuficiente durante los procesos de generación de creencias verdaderas. Si se quisiera postular algo como un método de investigación, se tendría que tomar en cuenta otras maneras mediante las cuales sea posible inferir un conjunto de creencias. No obstante, gracias a la traducción entre distintos marcos de análisis es relativamente sencillo aceptar que existe un punto de convergencia entre la deducción y otros tipos de inferencias.

2.2. Inferencias inductivas y el problema del principio de uniformidad

Una vez que se ha admitido que las inferencias inductivas son utilizadas en una gran cantidad de ámbitos, tanto cotidianos como científicos, vale la pena preguntarse por los argumentos que legitiman a esta como una forma mediante la cual es posible obtener conocimiento. Si se diera el caso en el cual la inducción no estuviera justificada, se correría el riesgo de que toda la información que puede ser inferida haciendo uso de esta tampoco lo esté. Una manera mediante la cual sería posible afirmar que las inferencias inductivas están justificadas es apelando a la eficiencia inductiva. Si la evidencia disponible es verdadera, y la conclusión formulada a partir de dicha evidencia es razonable, resulta factible afirmar que el razonamiento mediante el cual se llegó a dicha conclusión está justificado. No obstante, este argumento no parece ser del todo satisfactorio. Se puede dar el caso en el cual a partir de un conjunto de proposiciones verdaderas se llegue de manera inductiva a una conclusión aceptable debido a una serie de coincidencias *Cf.* (Stroud, 2018). Si bien es cierto que haciendo uso de la eficiencia inductiva es posible identificar cuando un argumento inductivo es sólido, dicha característica no brinda una explicación de la manera en la cual se pasa de las premisas a la conclusión, y por ende no es de mucha ayuda a la hora de intentar justificar la inducción.

Una segunda manera mediante la cual se podría intentar justificar la inducción es apelando a la representatividad de las muestras observadas. Una inferencia inductiva suele ser considerada como legítima si esta tiene en cuenta una cantidad considerable de observaciones, las cuales han sido realizadas en diferentes ambientes y circunstancias *Cf.* (Pritchard, 2013). Si a partir de un conjunto de observaciones heterogéneas es posible realizar una generalización que al menos en apariencia sea verdadera, se podría considerar que la inducción mediante la cual se realizó dicha inferencia se encuentra justificada. Si bien esta explicación podría ser considerada como satisfactoria en un primer momento, resulta importante resaltar el hecho de que asume que existe una uniformidad entre hechos pasados y futuros. Dicho en otras palabras, se está asumiendo que un conjunto de causas similares, bajo condiciones similares, producirán un conjunto de efectos similares *Cf.* (Hacking, 2001). Si bien este supuesto no parece ser controversial, resulta importante brindar una explicación que lo justifique de manera adecuada. En caso de que la uniformidad entre hechos pasados y futuros no se encuentre justificada, se corre el riesgo de que la inducción y sus respectivas inferencias tampoco lo estén.

Cuando se habla de relaciones entre causas y efectos, se está haciendo referencia a una serie de eventos fundamentados en la experiencia. Teniendo en cuenta esta idea, resulta admisible afirmar qué, si se quisiera formular algo como un principio de uniformidad entre hechos pasados y futuros, este tendría que ser postulado a partir de un conjunto de observaciones en las cuales un evento A es la causa de un evento B *Cf.* (Stroud, 2018). En caso de que no se partiera de una serie de observaciones, simplemente se tendría un cúmulo de conjeturas mentales que no reflejarían de manera cabal las relaciones que existen entre múltiples eventos. No obstante, cuando se realiza una inferencia a partir de la observación de las relaciones que se presentan en un conjunto de hechos, se está asumiendo que existe una uniformidad entre hechos pasados y futuros. Esto último implica un razonamiento circular en el cual para demostrar un principio de uniformidad se está asumiendo el mismo principio *Cf.* (Hacking, 2001). Aún si se pasara por alto esto último, el establecimiento de correlaciones entre una serie de eventos A y eventos B para poder extraer conclusiones implica realizar una inducción. Dado esto último, se estaría intentando justificar la legitimidad de la inducción haciendo uso de una conclusión obtenida de manera inductiva.

Dado que la suposición de una uniformidad entre hechos pasados y futuros parece implicar un razonamiento circular, resulta factible suponer que una justificación apropiada de la inducción implica otros elementos. Una tercera forma mediante la cual se podría intentar justificar la inducción es a partir de un argumento pragmático en el cual se señale que el uso de inferencias inductivas es una acción racional. Si se diera el caso en el cual se rechazara a los argumentos inductivos debido a que las justificaciones presentadas anteriormente no resultan ser adecuadas, eso implicaría que también se rechaza a la inducción como una manera mediante la cual es posible obtener conocimiento. En tanto que anteriormente se ha admitido que gran parte del conocimiento existente es obtenido de manera inductiva, rechazar la inducción implica también considerar a gran parte del conocimiento actual disponible como conjuntos de datos obtenidos mediante un método no fiable. Esto último nos brindaría razones para no considerar a dichos datos como conocimiento *Cf.* (Pritchard, 2013). En contraposición, aceptar el uso de inducciones implica tener por lo menos la posibilidad de obtener una cantidad considerable de creencias verdaderas, las cuales posteriormente podrían ser consideradas como conocimiento.

Si se aceptara que la inducción puede ser justificada de manera legítima en tanto que esta es capaz de brindar una gran cantidad de creencias verdaderas, no sería necesario suponer que existe algún tipo de uniformidad entre hechos pasados y futuros. Si bien es cierto que tal situación afectaría de manera considerable a la inducción por enumeración, dejar de suponer un principio de uniformidad no representa un problema significativo para la inducción estadística. La inducción por enumeración se vería afectada debido a que, si no se asume la existencia de uniformidad entre hechos pasados y futuros, no es posible, a partir de una serie de observaciones, formular una regla que pueda ser considerada como universal. En el caso de la inducción estadística, esta se limita a señalar la frecuencia relativa, en la cual dados ciertos eventos se producen una serie de cambios en un entorno (Hacking, 2001). Así mismo, mediante el uso de inducciones estadísticas es posible expresar como conjuntos de evidencia y/o creencias apoyan a una conclusión particular en un rango que va de 0 a 1. Esto último admite la integración de nueva evidencia, la cual puede ocasionar una actualización en la probabilidad de una proposición que es considerada como una conclusión.

2.3. Inferencias abductivas y el problema de la selección de hipótesis

Bajo cierta óptica, los razonamientos abductivos pueden ser caracterizados como entimemas. Los entimemas son argumentos incompletos, en los cuales se han omitido un conjunto de proposiciones en tanto que estas son consideradas como irrelevantes. Cuando las premisas faltantes son explicitadas o añadidas, los entimemas pueden ser evaluados de manera adecuada en términos deductivos. Las proposiciones ausentes pueden ser: 1) una premisa, 2) un conjunto de estas últimas, 3) la conclusión *Cf.* (Walton, 2004). En tanto que un problema abductivo es caracterizado como un par ordenado $< \Theta, \varphi >$ en el que $\Theta \nvDash \varphi$, y $\Theta \nvDash \neg\varphi$, estos caen bajo la primera o la segunda caracterización de entimema. En este caso, se afirma que Θ es un conjunto incompleto de proposiciones y que φ puede ser interpretada como una conclusión. Dado que Θ es un conjunto incompleto de proposiciones, no tiene los elementos suficientes para poder derivar φ o su negación. La inclusión de una solución abductiva α implica la adición de una o más proposiciones que permiten derivar deductivamente a φ de Θ haciendo uso de un conjunto de esquemas inferenciales válidos.

Utilizando métodos como las tablas semánticas, es posible encontrar las premisas que permiten convertir un problema abductivo en una inferencia deductiva. Si α es una solución abductiva, su unión con Θ tendrá como resultado un argumento deductivamente válido. No obstante, como se mencionó previamente, uno de los principales problemas de las inferencias deductivas es el hecho de que la validez de un argumento no implica que las proposiciones que lo conforman sean verdaderas. Si bien es cierto que a partir de la inclusión de una serie de premisas, es posible pasar de un entimema a un argumento deductivamente válido, dicha validez formal no siempre implica que el argumento preserve su significado *Cf.* (Walton, 2004). Aunque α cumpla con los criterios de consistencia y sea considerada como explicativa, existe la posibilidad de que dicha solución sea absurda o trivial. Esta situación permite notar que la producción de una explicación no depende exclusivamente de la noción de consecuencia, ni de la definición de procesos inferenciales adecuados *Cf.* (Aliseda, 2006). Para que α pueda ser considerada como una explicación adecuada, $\Theta \cup \alpha$ debe de brindar una serie de razones que justifiquen la inferencia de φ.

El siguiente caso puede ser considerado como un ejemplo de una solución abductiva trivial, que satisface los requisitos de ser explicativa y consistente:

Cada vez que Alastor tiene un Jack, este gana la partida. En la partida contra Mery, Alastor no tenía un Jack. No obstante, Alastor ganó la partida. Una solución abductiva a este problema puede ser: Si no se da el caso en el cual Alastor tiene un Jack, este ganará la partida.

(a) Árbol semántico de $\Theta \cup \neg\varphi$ (b) Solución trivial del problema

Figura 2.1: Problema abductivo solucionado de manera trivial

En este problema:

Θ = {"Si Alastor tiene un Jack, ganará la partida", "Alastor no tenía un Jack"}

φ = {"Alastor ganó la partida"}

α = {"Si no se da el caso en el cual Alastor tiene un Jack, ganará la partida" }

Esto puede ser representado de manera formal de la siguiente manera:

$\Theta = \{ J \supset G, \neg J\}$

$\varphi = \{\text{G}\}$

$\alpha = \{ \neg J \supset G\}$

En este problema, α es consistente en tanto que $\Theta \cup \alpha \nvDash \bot$. Así mismo, α también puede ser considerada como explicativa debido a que $\alpha \nvDash \varphi$. Sin embargo, $\Theta \cup \alpha$ implica la trivialización del problema abductivo. Cuando se acepta α como una solución abductiva, se afirma que Alastor ganará la partida sin importar que tenga o no un Jack.

Debido a que la formulación de hipótesis abductivas está vinculada de manera directa con el problema de la diferencia entre verdad y validez, entender la forma en como se determina la verdad de las proposiciones es un buen punto de partida para comprender que elementos se encuentran involucrados en la formulación de buenas hipótesis. Como se mencionó anteriormente, los lenguajes formales pueden ser entendidos como herramientas de análisis transformacional. Teniendo esta idea en cuenta, se presupone la existencia de dos marcos conceptuales: 1) el marco original donde se encuentran los fenómenos que se busca describir, 2) el marco de representación *Cf.* (Gutiérrez Ramírez, s.f.).Si bien es cierto que el marco de representación brinda herramientas útiles al momento de realizar inferencias, los valores de verdad son determinados a partir del marco original. Si se extendiera este razonamiento a la formulación de hipótesis abductivas, se podría afirmar que mediante el marco de representación se puede determinar si una solución α es formalmente explicativa y/o si es consistente, mientras que las hipótesis son evaluadas como mejores o peores en función del marco conceptual original.

Si se parte de la idea de que un problema abductivo puede ser analizado en función de dos marcos conceptuales, es posible aceptar que el proceso de formulación de hipótesis es realizado en el marco del lenguaje formal, mientras que la selección de la mejor explicación es realizada dentro del marco original. A partir de la construcción de tablas semánticas, se formulan un conjunto de hipótesis formalmente consistentes y explicativas. Dichas hipótesis son sometidas a un segundo filtro, el cual es de carácter epistémico. Una explicación abductiva α justifica la inferencia de φ dado Θ cuando α es una explicación probable y atractiva[4]. Una explicación es probable cuando esta es apoyada por la evidencia disponible. Si se da el caso en el cual la evidencia es verdadera, es difícil que la hipótesis no lo sea. Por otro lado, una hipótesis es atractiva debido a su poder explicativo *Cf.* (Lipton, 2004). Si la hipótesis fuera verdadera, esta brindaría una serie de razones por la cuales es admisible, en términos epistémicos, aceptar la inferencia de φ a partir de los elementos que conforman a Θ. Si una teoría se limita a ser probable, corre el riesgo de volverse trivial. Un ejemplo de ello es cuando se quiere explicar un hecho simplemente afirmando que este ha sucedido. Por otro lado, si un teoría solamente es atractiva, esta corre el riesgo de ser falsa. De este modo es posible afirmar que los requisitos epistémicos evitan que una explicación caiga en los extremos de la trivialidad o de la falsedad.

Si bien es cierto que se ha afirmado que una teoría es atractiva en función de su poder explicativo, resulta importante especificar qué significa esto último. En tanto que Θ es

[4]Si bien es cierto que las teorías probables suelen ser atractivas y viceversa, existen casos en los cuales dichas características pueden ser divergentes. Afirmar que las bebidas energéticas tienen cualidades que generan un estado de alerta es una explicación probable pero no atractiva. La razón de ello es que dicha afirmación no brinda una explicación de los procesos mediante los cuales las bebidas energéticas generan dicho estado. Del mismo modo, una explicación puede ser atractiva sin ser probable. Ejemplo de ello son las teorías de la conspiración. Si es estas fueran ciertas, explicarían de manera medianamente clara muchos sucesos desconcertantes, pero es poco probable que ese sea el caso.

definida como una teoría, esta también puede ser caracterizada como un conjunto de proposiciones que describen un rango de posibles configuraciones de hechos. A partir de la incorporación de nueva información, se busca reducir la incertidumbre dentro del rango *Cf.* (Martinez y Sequoiah-Grayson, 2023). Dicho en otras palabras, la incorporación de información tiene como objetivo brindar una descripción en la cual se reduzca el número de posibles configuraciones. De este modo, una solución abductiva α puede ser considerada como atractiva cuando es capaz de identificar que posibles configuraciones de Θ no pueden ser el caso. A partir de dicha identificación se reducen el número de eventos relevantes relacionados con la explicación del hecho sorprendente φ.

2.4. Conjunción inferencial como proceso de investigación

Al considerar las principales características de cada método de inferencia, es posible concluir, en un primer momento, que cada uno de estos es independiente de sus contrapartes. De igual manera, también es posible sostener que cada uno de ellos no es reducible a los otros dos. Incluso resulta permisible sostener que, dadas ciertas propiedades, la deducción, la inducción y la abducción son incompatibles. Una de las características que hace más notoria la diferencia entre cada método de inferencia es su relación con la idea de verdad. Los argumentos deductivamente válidos son preservadores de verdad, mientras que dicha cualidad no se presenta en el caso de la inducción y la abducción. No obstante, no es posible ignorar el hecho de que un mismo problema, o al menos problemas muy similares, pueden ser analizados haciendo uso de cada uno de ellos. Esto se puede notar de manera más sencilla cuando se observa que, dado un contexto cualquiera, es posible extraer conclusiones de manera deductiva, inductiva o abductiva. Esta idea abre la posibilidad de ver a los distintos métodos de inferencia como elementos entrelazados dentro de un único proceso de investigación *Cf.* (Fernández de Barrena, 2003). Dentro de dicho proceso, cada uno de estos cumpliría un rol en el desarrollo de una teoría, o en la explicación de un evento en particular.

Si se acepta la conjunción entre deducción, inducción y abducción, como partes de un proceso explicativo, resulta útil establecer tanto el modo en el cual se formulará una teoría, como los elementos que están involucrados en su justificación. Intentar explicar un suceso implica que existe un tipo de anomalía o que dicho suceso resulta sorprendente en relación con una teoría en particular. Dada esta situación, se puede afirmar que el primer paso para construir una explicación es postular una hipótesis a partir de inferencias abductivas. Tal hipótesis debe ser probada en momentos posteriores a través de la revisión de las consecuencias que existirían en caso de que esta fuera verdadera. En un tercer momento, se debe de cotejar en qué medida las consecuencias de la hipótesis concuerdan con otras experiencias *Cf.* (Fernández de Barrena, 2003). Suponiendo que a partir de este conjunto de pasos sea posible formular algún tipo de explicación, se podría asumir que dentro del proceso de formación de teorías, la abducción constituye el punto de partida. En este punto se tiene un conjunto de información incierta o incompleta mediante la cual no es posible inferir deductivamente una conclusión. A partir de procesos abductivos se introduce una idea que genera conexiones en la información contenida dentro de la teoría. Si se supone que tanto la idea propuesta como las conexiones son verdaderas, la hipótesis puede ser evaluada en términos deductivos. Haciendo uso de métodos sintácticos y semánticos es posible determinar, por un lado, si la unión entre teoría y explicación es consistente, y por otro lado saber si esta última puede ser formalmente explicativa. Finalmente, la inducción puede ser concebida como el punto conclusivo. Es aquí donde la hipótesis es aceptada como probable y se le intenta asignar un valor numérico en función de un espacio muestral.

Aunque el proceso descrito anteriormente puede ser considerado como la forma en la cual se podría postular y evaluar una teoría haciendo uso de los distintos métodos de inferencia, este planteamiento no brinda los suficientes elementos para poder determinar completamente cómo la interacción entre deducción, inducción y abducción posibilita la generación de teorías que satisfagan los requisitos de ser probables y atractivas. Para comprender cómo dichos requisitos son satisfechos, es posible valerse de la distinción entre reglas definitorias y reglas estratégicas. Las reglas definitorias establecen tanto los movimientos que son permitidos como las circunstancias en los que estos pueden ser realizados. Por su parte, las reglas estratégicas están enfocadas en la adquisición de conocimiento a partir de su uso constante *Cf.* (Hintikka, 1998). Si se traslada esta idea a los métodos de inferencia, es posible pensar a la deducción como reglas definitorias. Por otro lado, la abducción y la inducción pueden ser concebidas como análogas a las reglas estratégicas. De esta manera, a partir de procesos deductivos se determina qué soluciones, o hipótesis, pueden ser consideradas como aceptables en función de características como la validez o la consistencia. Una hipótesis abductiva es considerada como mejor o peor en función de su frecuencia relativa respecto a una teoría, la cual puede ser pensada como un espacio muestral.

Si bien es cierto que a partir de la distinción entre reglas definitorias y reglas estratégicas es posible comprender la forma en la cual los métodos de inferencia podían interactuar, dicha imagen debe ser pensada más en términos explicativos que en términos normativos. La principal razón de ello es que cada método de inferencia posee rasgos que satisfacen ambos tipos de reglas[5] *Cf.* (Hintikka, 1998). En lo que se refiere a reglas definitorias, resulta factible afirmar que tanto la deducción como la inducción y la abducción deben cumplir con una serie de requisitos formales. Entre tales requisitos se encuentran las características que debe tener un conjunto de símbolos para ser considerada una fórmula y las inferencias que son permitidas. En lo que respecta a la reglas estratégicas, es admisible sostener que cada vez que se realiza una inferencia se tiene como objetivo obtener conclusiones verdaderas o por lo menos probables. De esta manera, cuando se afirma que la inducción puede ser comparada con las reglas estratégicas simplemente se afirma que, con ayuda de esta es más sencillo determinar cuando una hipótesis puede ser considerada como más o menos probable. En el caso de la abducción esta es comparada con las reglas estratégicas debido a que es capaz de introducir hipótesis que no son derivables deductivamente. La conjunción entre ambos métodos de inferencia facilita la postulación y selección de hipótesis.

Si bien es cierto que partiendo de la idea de reglas definitorias y reglas estratégicas es posible postular un nexo entre los métodos de inferencia, para que dicha unión pueda

[5]En lo referente a la distinción entre reglas definitorias y reglas estratégicas, es importante reconocer que tampoco existe un consenso claro de donde comienzan unas y terminan las otras. Incluso, bajo ciertas circunstancias, una gran cantidad de reglas definitorias también pueden ser consideradas como estratégicas.

verse materializada es importante no dejar de lado el aspecto formal. Aunque en términos teóricos se puede pensar a la deducción, la inducción y la abducción como partes de un único proceso de investigación, dicho método necesita tener una sintaxis y una semántica a partir de las cuales sea posible determinar tanto qué conjunto de símbolos son fórmulas bien formadas como los procesos en los cuales estas últimas son manipuladas. Debido a que se considera a la deducción como análoga a las reglas definitorias, resultaría admisible partir del supuesto de que la semántica utilizada por este proceso de investigación sería muy similar a la semántica utilizada por las inferencias deductivas. Por otro lado, debido a que la inducción y la abducción son consideradas como el equivalente a las reglas estratégicas, se consideraría a la abducción como un elemento que posibilita la búsqueda de conclusiones, cuando estas no pueden ser inferidas de manera deductiva. Haciendo uso de la inducción, dicho proceso sería realizado de manera cuantitativa. Esto último permitiría realizar generalizaciones de manera más precisa *Cf.* (Peirce, 2012b). De esta manera se considera a un conjunto de proposiciones como un espacio muestral. En función de este último se calcularía la probabilidad de una solución abductiva.

Capítulo 3

Inferencias, números relativos y toma de decisiones

Cuando se observa el desarrollo histórico de las ciencias empíricas, resulta admisible afirmar que una ciencia se vuelve más exacta cuando es tratada de manera cuantitativa. El uso de métodos cuantitativos permite tanto realizar generalizaciones más precisas como percatarse de que ciertas grandes diferencias solamente son diferencias de grado *Cf.* (Peirce, 2012b). Esta observación también es aplicable a lógica, más específicamente a los procesos inferenciales. Si bien es cierto que la lógica no es una ciencia empírica en sentido estricto, la primera tiene una estrecha relación con las segundas. Dado este vínculo, se puede suponer que el desarrollo de la lógica también implica un análisis de tipo cuantitativo. La probabilidad es una forma en la cual se presenta esto último. Cuando la probabilidad es aplicada a la lógica se busca determinar el número de veces en las cuales un consecuente se sigue de un antecedente *Cf.* (Peirce, 2012c). Cuando se tienen argumentos deductivamente válidos, la conclusión preserva la verdad de las premisas. Por otro lado, cuando se tienen argumentos inválidos no se presenta dicha situación. No obstante, esto último no implica que no existan casos en los cuales un argumento inválido tenga alguna interpretación donde tanto premisas como conclusión sean verdaderas. La probabilidad aplicada en argumentos deductivamente inválidos se enfoca en determinar en qué medida una conclusión es verdadera en función de un conjunto de premisas.

3.1. Números relativos y su relación con los distintos métodos de inferencia

La afirmación de que la probabilidad es una forma de tratar a la lógica de manera cuantitativa puede ser analizada al proponer que existe una relación entre deducción e inducción estadística. Si se tienen argumentos deductivamente sólidos, se preserva la verdad de las premisas en la conclusión. No obstante, como se mencionó en el capítulo anterior, existen casos en los cuales no es posible derivar una conclusión de un conjunto de premisas aunque existan interpretaciones en las cuales dicha conclusión sea verdadera. Cuando se trata con tales argumentos, es posible hacer uso de la inducción estadística para determinar la frecuencia relativa en la cual la verdad de una conclusión está contenida en un conjunto de premisas. Si Θ es un argumento y φ es una conclusión tal que $\Theta \nvDash \varphi$, es posible determinar la probabilidad de que $\Theta \vDash \varphi$ usando la noción de números relativos. Un número relativo es una fracción cuyo numerador es el número de veces en las cuales tanto Θ como φ son verdaderos, mientras su denominador es el número de interpretaciones donde Θ es consistente sin importar el valor de verdad de φ *Cf.* (Peirce, 2012b). El número relativo de $\Theta \vDash \varphi$ es igual al resultado de calcular $\frac{\Theta \cap \varphi}{\Theta}$.

Si se presta atención a la noción de números relativos, resulta fácil notar la similitud que existe entre estos y la fórmula utilizada para calcular la probabilidad condicionada. Al conjuntar ambas notaciones, se podría afirmar que $Pr(\Theta \vDash \varphi) = \frac{Pr(\Theta \cap \varphi)}{Pr(\Theta)}$. En estos casos, se sostendría que $\Theta = \Omega$, en tanto que el conjunto Θ puede ser entendido como un espacio muestral en el cual se encuentran todas las posibles configuraciones de eventos. Dichos eventos son representados por las proposiciones contenidas en Θ, mientras que sus posibles configuraciones son todas aquellas combinaciones de valores de verdad que hacen al conjunto consistente. Cada agrupación de valores de verdad puede ser denotado con una Γ. La unión de todas estas es igual a Ω *Cf.* (Álvarez, 2015). Esto último es simbolizado como $\cup_{i=n}^{i=1}(\Gamma_i) = \Omega$. Por ejemplo, si $\Theta = \{P \supset Q, P \vee R\}$, Θ esta compuesto por las proposiciones P, Q y R. Las configuraciones que hacen a dicho conjunto consistente son $\{P, Q, R\}$, $\{\neg P, Q, R\}$, $\{\neg P, \neg Q, R\}$, $\{P, Q, \neg R\}$. Si se quisiera calcular la probabilidad de que Q sea verdadera, se tendría que $Pr(\Theta \vDash Q) = \frac{Pr(\Theta \cap Q)}{Pr(\Theta)}$. Debido a que $\Theta = \Omega$, su probabilidad es de 1. Por su parte, Q es verdadera en 3 de las 4 posibles asignaciones de valores de verdad que hacen consistente a Θ, eso último implica que $Pr(\Theta \cap Q)$ es igual a 0,75. Dada esta información, se tiene que $Pr(\Theta \vDash Q) = \frac{0{,}75}{1}$.

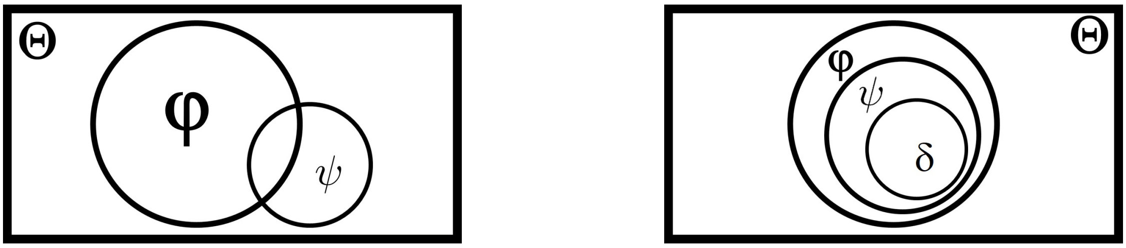
Si se acepta que las nociones de números relativos y probabilidad condicionada son, hasta cierto punto, mutuamente traducibles, también se podría admitir que las cualidades de aditividad finita y multiplicación son aplicables a la relación entre premisas y conclusión. En el caso de la aditividad finita se sostendría que, si a partir de un conjunto de premisas es posible postular al menos dos conclusiones mutuamente excluyentes, la suma de sus probabilidades es igual a la probabilidad de que de un mismo antecedente se siga una conclusión u otra *Cf.* (Peirce, 2012c). Si se tiene $Pr(\Theta \vDash \varphi)$ y $Pr(\Theta \vDash \psi)$, siendo φ y ψ mutuamente excluyentes, se puede afirmar que $Pr(\Theta \vDash \varphi) + Pr(\Theta \vDash \psi) = Pr(\Theta \vDash (\varphi \vee \psi))$[1]. Esta relación puede ser generalizada mediante la fórmula $Pr(\Theta \vDash \vee_{k=1}^{n}(\varphi_k)) = \sum_{k=1}^{n} Pr(\Theta \vDash (\varphi_k))$. En caso de que las conclusiones no sean mutuamente excluyentes, se debe restar la probabilidad de la intersección, tal que $Pr(\Theta \vDash \varphi) + Pr(\Theta \vDash \psi) = Pr(\Theta \vDash (\varphi \vee \psi)) - (Pr(\varphi) \cap Pr(\psi))$.

Mediante la multiplicación de los números relativos de las proposiciones pertenecientes a Θ es posible definir el número relativo de una conclusión cuando esta última ha sido obtenida a partir del uso de un conjunto de esquemas deductivos. El ejemplo más claro es el de la conjunción. Si se tiene que $Pr(\Theta \vDash \varphi)$ y $Pr(\Theta \vDash \psi)$ en donde φ y ψ son conclusiones independientes, $Pr(\Theta \vDash (\varphi \wedge \psi)) = Pr(\Theta \vDash \varphi) * Pr(\Theta \vDash \psi)$ *Cf.* (Peirce, 2012c). La multiplicación de números relativos también puede ser aplicada al resto de reglas de inferencia[2]. Ejemplo de ello es el Modus Ponens y el Silogismo hipotético. En el caso del Modus Ponens se tiene que a partir de $\varphi \supset \psi$ y φ, se infiere ψ. El número relativo de $\varphi \supset \psi$ se calcula utilizando el mismo algoritmo que se utilizaría a la hora de calcular $\Theta \vDash \psi$ con la única diferencia que se sustituiría a Θ por φ. En este sentido se podría considerar que φ representa una reducción del espacio muestral. A partir de

[1]Tanto la disyunción como la conjunción pueden ser entendidas de manera más clara si son pensadas sin la relación de consecuencia. Es posible afirmar que $Pr(\varphi) + Pr(\psi) = Pr(\varphi \vee \psi)$ siempre que se recuerde que la probabilidad de cada una de esas es evaluada en función de un conjunto Θ. La misma situación es aplicable para el caso de la conjunción.

[2]Debido a que tanto la idea como el uso de los números relativos no implica preservación de verdad, su uso puede ser extendido a las falacias formales. En estos casos, el procedimiento a seguir sería el mismo que el utilizado con las reglas de inferencia.

lo anterior se tendría que $Pr(((\varphi \supset \psi) \wedge \varphi) \vDash \psi) = Pr(\varphi \supset \psi) * Pr(\varphi)$ (Figura 3.1a). Por otro lado si se tuvieran dadas tanto $Pr(\varphi \supset \psi)$ como $Pr(\psi \supset \delta)$, estas podrían ser multiplicadas para obtener $Pr(\varphi \supset \delta)$ *Cf.* (Peirce, 2012b). Dado que $Pr(\varphi)$ implica a $Pr(\psi)$ y que $Pr(\psi)$ implica a $Pr(\delta)$, se afirma que $Pr(\varphi)$ implica $Pr(\delta)$ (Figura. 3.1b) En el caso de las reglas de equivalencia, estas no sufren ningún cambio debido a que su función es la de expresar una misma proposición de dos maneras diferentes.



(a) Diagrama del Modus Ponens (b) Diagrama del Silogismo

Figura 3.1: Diagramas de reglas de inferencia

Si se acepta la premisa de que es posible formular un proceso de investigación a partir de la conjunción entre deducción, inducción y abducción, dicho proceso podría ser formulado de manera más exhaustiva haciendo uso de la idea de números relativos. La inclusión de estos últimos permitiría determinar de manera más sencilla las ocasiones en las cuales una explicación cumple con el requisito de ser probable. Dado que el proceso explicativo comenzaría con la abducción, se puede afirmar que el primer paso a la hora de evaluar un conjunto de información es determinar si Θ es consistente[3]. Posterior a ello se debe identificar si $\Theta \vDash \varphi$ o $\Theta \vDash \neg\varphi$. En caso de que Θ implique a φ o a su negación, se puede proseguir de manera deductiva, en tanto que no se estaría tratando con un problema abductivo. Por otro lado, si se tiene un problema que sí sea abductivo, se realizan sus respectivos árboles semánticos. Debido a que φ no puede ser inferida válidamente de Θ, las ramas abiertas del árbol semántico pueden ser interpretadas como una representación gráfica de todos aquellos casos en los cuales la noción de consecuencia falla *Cf.* (Aliseda, 2006). Cada rama Γ perteneciente a la tabla semántica de Θ es un modelo en el cual Θ es consistente y φ es falsa. Haciendo uso de este recurso gráfico, es más sencillo extender la tabla para hacer que φ sea una consecuencia válida.

[3]En este punto se asume que ya se ha realizado la traducción de lenguaje natural a lenguaje formal.

Una vez que se ha realizado la extensión de la tabla mediante la incorporación de $\neg\varphi$ como nodo del árbol semántico de Θ, es posible formular una serie de soluciones abductivas α con el objetivo de cerrar todas las ramas del árbol. Un primer filtro para seleccionar a las mejores explicaciones es que estas tienen que ser consideradas como soluciones explicativas. Esto último implica que α es consistente y $\alpha \nvDash \varphi$ *Cf.* (Soler Toscano, 2012). No obstante, existe la posibilidad de que haya más de una solución α que sea considerada como explicativa. En esos casos, se podría hacer uso de los números relativos como segundo filtro de selección de hipótesis, para así obtener la solución más probable. De esta manera una solución abductiva probable podría ser definida como una solución explicativa cuya probabilidad sea más alta que la de sus contrapartes. La probabilidad de una solución abductiva es igual a su número relativo. De este modo se tendría que $Pr(\Theta \vDash \alpha) = \frac{(\Theta \cap \alpha)}{\Theta}$. El requisito de probabilidad es representado formalmente cuando se tiene una solución explicativa α y $Pr(\alpha_i) > Pr(\forall \alpha_x((\alpha_x \neq \alpha_i) \wedge (\alpha_x \in CPT)))$.

Para comprender de manera más clara lo planteado anteriormente, considérese el siguiente problema abductivo:

$\Theta = \{\neg Q \vee P, \neg P \supset \neg R, P \supset (Q \vee R)\}$

$\varphi = \{S \supset R\}$

El espacio muestral es el conjunto de todas las Γ abiertas que constituyen el árbol semántico que determina la consistencia de Θ. El conjunto de soluciones abductivas es formulado a partir de la extensión de tabla obtenida mediante la adición de $\neg\varphi$ a la tabla abierta de Θ. Teniendo todo esto en cuenta, se puede afirmar que el espacio muestral Ω está compuesto por todas las Γ abiertas que hacen a Θ consistente. Cada una de estas puede ser entendida como un conjunto de eventos o como una asignación de valores de verdad.

El árbol semántico que muestra que Θ es consistente tiene cinco ramas abiertas: $\{\neg Q, P, R\}$, $\{\neg Q, \neg P, \neg R\}$, $\{Q, P, \neg R\}$, $\{Q, P\}$, $\{P, R\}$ (Figura 3.2). Las dos últimas ramas, pueden ser reducidas a $\{Q, P, R\}$. La razón de ello es que, a la rama de $\{Q, P\}$ es posible añadirle tanto R como $\neg R$. Si se añadiera $\neg R$, se obtendría la tercera rama. En el caso $\{P, R\}$, se le podría añadir Q o $\neg Q$. Al añadir $\neg Q$, se obtiene la primera rama. Si a $\{Q, P\}$ se le agrega

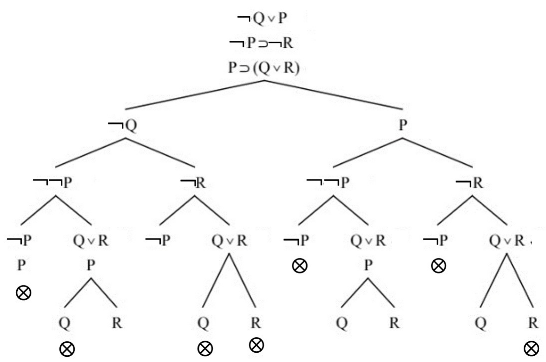


Figura 3.2: Árbol semántico que muestra la consistencia de Θ

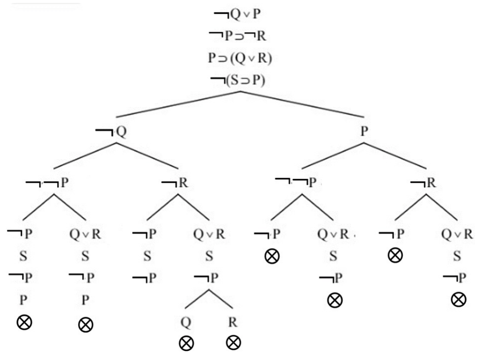


Figura 3.3: Árbol semántico de $\Theta \cup \neg\varphi$

R, y a $\{P, R\}$ se le agrega Q, en ambos casos se obtiene $\{Q, P, R\}$. En tanto que escribir dos veces el mismo conjunto de fórmulas sería redundante, se pasa de tener dos ramas a solamente tener una. Esto implica que el espacio muestral es reducido a cuatro conjuntos de valores de verdad. El árbol de $\Theta \cup \neg\varphi$ tiene solo una rama abierta: $\{\neg Q, \neg R, \neg P, S\}$ (Figura 3.3). Las posibles soluciones abductivas que cerrarían dicha rama son tanto Q, R, P, $\neg S$ como las posibles conjunciones o disyunciones que se pueden formar a partir de la combinación de estas últimas.

Una vez que se haya identificado el conjunto de soluciones abductivas que sean tanto consistentes con Θ como capaces de cerrar la totalidad de las ramas de la tabla semántica $\Theta \cup \neg\varphi$, se procede a calcular la probabilidad de cada una de ellas considerando a Θ como un espacio muestral. En el ejemplo planteado anteriormente se tiene que Q es verdadera en dos de las cuatro combinaciones de valores de verdad que hacen consistente a Θ, P lo es en tres casos, R es en dos y S en ninguno (Figura 3.3). Teniendo estos datos, es posible calcular $Pr(\Theta \vDash Q) = \frac{\Theta \cap Q}{\Theta}$. De esta manera, el número relativo concerniente a $\Theta \vDash Q$

es de $\frac{1}{2}$. Este proceso se repite con el resto de soluciones abductivas para así obtener sus respectivos números relativos. El número relativo de P es de $\frac{3}{4}$, el de R es de $\frac{1}{2}$, el de S es 0. Dado que el número relativo de P es el más alto, P es considerada como la solución abductiva atómica más probable al problema planteado anteriormente.

Los números relativos de las soluciones conjuntivas y disyuntivas son calculados haciendo uso de la multiplicación y de la aditividad finita respectivamente. Debido a que las soluciones atómicas no son independientes, la probabilidad de una solución conjuntiva es obtenida a partir del despeje de la fórmula de la probabilidad condicional. Al trasladar dicha fórmula al lenguaje de los números relativos se tendría que $Pr(\varphi \wedge \psi) = Pr(\varphi \vDash \psi) * Pr(\varphi)$. En el ejemplo anterior, la probabilidad de $P \wedge Q$ puede ser calculada de la siguiente manera: $Pr(P \wedge Q) = Pr(P \vDash Q) * Pr(P)$. $Pr(P \vDash Q) = \frac{2}{3}$ en tanto que Q es verdadera en dos de las tres interpretaciones que hacen verdadera a P. $Pr(P) = \frac{3}{4}$ debido a que P es verdadera en tres de las cuatro interpretaciones que hacen a Θ consistente. Al sustituir estos valores en la fórmula, se tiene que $P \wedge Q = \frac{1}{2}$. Por otro lado, las soluciones abductivas tampoco están conformadas por eventos mutuamente excluyentes. Debido a ello, para calcular el número relativo de una solución disyuntiva, es necesario restar el valor de la conjunción. De este modo se tiene que $Pr(P \vee Q) = (Pr(P) + Pr(Q)) - Pr(P \wedge Q)$. Esto tiene como resultado que $Pr(P \vee Q) = \frac{3}{4}$.

Al prestar atención a la forma en como se calcula la probabilidad de cada tipo de solución abductiva, es posible notar que la probabilidad de las soluciones disyuntivas es mayor o igual a la de los elementos que las conforman, mientras que la probabilidad de estos últimos es mayor a la probabilidad de su conjunción. Esto puede ser representado formalmente como: $Pr(\varphi \vee \psi) \geq Pr(\varphi)/Pr(\psi) > Pr(\varphi \wedge \psi)$. Si una buena solución abductiva fuera definida exclusivamente en función de su probabilidad, se podría concluir que las soluciones disyuntivas son las mejores. No obstante, ese no es el caso. Como se mencionó en el capítulo anterior, las hipótesis formuladas a partir de la abducción también deben de cumplir con el requisito de tener poder explicativo. En tanto que se ha definido al poder explicativo como la reducción de incertidumbre dentro de un rango de posibilidades, se podría conjeturar que existe una relación inversa entre la probabilidad de que una proposición sea verdadera y su contenido informacional *Cf.* (Martinez y Sequoiah-Grayson, 2023). Si bien es cierto que $\varphi \vee \psi$ es más probable que $\varphi \wedge \psi$, existe una mayor reducción del rango de posibilidades al aceptar soluciones conjuntivas. Debido a esto último, una hipótesis abductiva debe ser seleccionada a partir de la ponderación entre probabilidad y explicatividad.

3.2. Procesos inferenciales, racionalidad y toma de decisiones

Si bien sería admisible que, dado lo expuesto anteriormente, se considerara que los números relativos pueden ser utilizados como herramientas de selección de hipótesis, esta situación no es equivalente a decir que estos pueden ser empleados durante el proceso de toma de decisiones. La razón de ello recae en que ambas actividades están adscritas a dominios diferentes. Al realizar inferencias, se busca obtener una conclusión verdadera o probable. Por otro lado, la toma de decisiones puede ser definida, a grandes rasgos, como una situación en la cual un sujeto evalúa ciertos estados del mundo con el objetivo de realizar una acción *Cf.* (Bermúdez, 2009). La obtención de conclusiones verdaderas es un objetivo epistémico, mientras que la toma de decisiones persigue objetivos que no se restringen a este rubro. Debido a que durante el proceso de toma de decisiones se persiguen objetivos que no están relacionados necesariamente con la obtención de creencias verdaderas, se pueden presentar casos en los cuales tener creencias falsas permita alcanzar cierto objetivo[4] *Cf.* (Foley, 1987).

Un segundo problema al cual se enfrentarían los números relativos para ser incorporados en los procesos de toma de decisiones está relacionado con las diferentes maneras en las cuales puede estar codificada la información. Al momento de realizar una serie de inferencias, la información está expresada de manera proposicional. Esto implica que las oraciones utilizadas pueden ser evaluadas como verdaderas o falsas en función de alguna semántica perteneciente a un sistema formal. Debido a que durante los procesos

[4]Si bien es cierto que existen casos en los cuales se pueda alcanzar un objetivo teniendo una serie de creencias falsas, dicha situación no implica que existe una manera en la cual el proceso de toma de decisiones puede ser realizado de manera exclusiva con este tipo de creencias. La razón de ello es que para alcanzar un objetivo, ya sea epistémico o no epistémico, es necesario tener una representación medianamente verídica del mundo.

de toma de decisiones se evalúan estados del mundo, estos últimos probablemente estén representados de manera no proposicional. En estos casos, la información es definida como un conjunto de datos significativos, los cuales están bien formados en términos sintácticos. Esta definición permite considerar múltiples maneras de codificar información, tales como oraciones en lenguaje natural, diagramas, vídeos o incluso señales de tránsito *Cf.* (Floridi, 2011). Si bien es cierto que las oraciones expresadas en lenguaje natural son susceptibles de ser evaluadas haciendo uso de la semántica de algún sistema lógico, dicha situación parece que no es aplicable a la información codificada de otras maneras.

La solución de ambos problemas está directamente relacionada con la noción de traducción. Resulta fácil admitir que cualquier proposición contingente se encuentra apoyada por un conjunto de posibilidades, las cuales pueden ser interpretadas como una serie de combinaciones de eventos. De esta manera, entre más posibilidades apoyen a una proposición, es más probable que esta sea verdadera *Cf.* (Martinez y Sequoiah-Grayson, 2023). Si bien es cierto que la gran mayoría de eventos no está expresado de manera proposicional, es factible admitir que los primeros pueden ser descritos con mayor o menor exactitud a partir de una serie de proposiciones[5]. Así mismo, haciendo uso de un conjunto de descripciones expresadas en términos proposicionales sería posible traducir elementos como imágenes, vídeos o sonidos. Esta transición puede ser vista de manera más clara si se tiene en cuenta que la información análoga puede ser reproducible de manera digital. Esta última es traducible a una serie finita de unos y ceros, los cuales pueden ser codificados como un conjunto de respuestas a preguntas expresadas en algún lenguaje disponible *Cf.* (Floridi, 2011). Tanto el lenguaje formal a utilizar como el nivel de abstracción están determinados por un conjunto de objetivos. De este modo, cumplir con estos últimos puede ser considerado como un test para determinar que tan adecuada es una traducción.

Aceptar la existencia de la función de traducción entre información proposicional e información no proposicional implica que; para toda ocasión en la cual un estado del mundo contenga un conjunto de datos significativos y semánticamente bien formados, existirá una traducción en lenguaje proposicional con las mismas características. Una vez que

[5]Esta idea puede ser pensada de manera similar a la distinción entre proposiciones y eventos utilizada en la inducción. De esta manera se afirma que la información expresada de manera no proposicional puede ser entendida como una serie de eventos, a los cuales hacen referencia una serie de proposiciones.

la información haya sido expresada como un conjunto de proposiciones, esta puede ser descompuesta en una serie de preguntas y respuestas. Este proceso es denominado como polarización. La polarización especifica el contexto, el nivel de abstracción y el propósito (CAP) que las preguntas necesitan para obtener una respuesta satisfactoria *Cf.* (Floridi, 2011). La razón de ello es que las preguntas en sí mismas no tienen un significado independiente de las características anteriormente mencionadas[6]. De esta manera si se tiene una pieza de información i que satisface CAP, existe un conjunto de preguntas y respuestas que también lo hacen tal que $i^{CAP} = [P + R]^{CAP}$. Si se da el caso en el cual las preguntas pueden ser formuladas de tal manera que sus respuestas sean simplemente sí o no, el conjunto de preguntas y respuestas podría ser evaluado en términos booleanos. El valor de verdad relacionado con la pregunta sería verdadero en caso de que la respuesta sea sí y falso en el escenario opuesto. A partir del proceso de polarización es posible evaluar un conjunto de información que originalmente estaba expresada de manera no proposicional con la ayuda de los mismos recursos formales utilizados a la hora de evaluar argumentos.

Cuando se tiene un problema de decisión, existe un agente, el cual puede realizar un conjunto de acciones que considera como disponibles. Dicho agente tiene la creencia de que sus acciones conducirán a una serie de posibles resultados. La conjunción entre los estados del mundo y las acciones del sujeto determinan el resultado final *Cf.* (Bermúdez, 2009). Para poder llegar a un resultado específico, el individuo formula un plan de acción y frecuentemente se compromete con dicho plan para modificar su entorno y así alcanzar su objetivo *Cf.* (Tomasello, Carpenter, Call, Behne, y Moll, 2005). En estos casos se puede afirmar que un sujeto tiene un objetivo φ y se compromete con el plan de acción α en función de un conjunto de estados del mundo Θ. Haciendo uso de la función de traducción es posible pasar de la conjunción entre estados del mundo, objetivos y acciones a conjuntos de premisas, conclusiones y soluciones abductivas. De este modo, es posible pensar a los estados del mundo como análogos a las premisas de un argumento, a los objetivos como conclusiones y a las acciones disponibles como soluciones abductivas. A partir de ello, el proceso de toma de decisiones puede ser pensado como equivalente a la búsqueda de una

[6]Cuando se menciona que la información puede ser descompuesta en un conjunto de preguntas y respuestas, no se está asumiendo que dicha acción sea realizada por dos o más individuos. Se puede dar el caso que dicho proceso sea realizado solamente por una persona.

solución abductiva.

Cuando se tiene un problema de decisión se puede dar el caso en el cual cada acción realizada tenga solamente un resultado, pero también existen ocasiones en las cuales realizar una acción implica la existencia de, por lo menos, dos posibles resultados. Cuando se trata con problemas del segundo tipo, es importante definir un plan de acción. Para poder elegir y comprometerse con un plan de acción, un sujeto necesita jerarquizar los posibles resultados relevantes para así seleccionar la opción que se encuentre en la cima de la jerarquía. Un requisito mínimo para realizar dicha clasificación es contar con una función en la cual dadas al menos dos opciones a y b se determine si el sujeto prefiere a a sobre b, o si es indiferente a ambas *Cf.* (Bermúdez, 2009). Esta función permite organizar los posibles resultados de manera lineal tal que las opciones más favorables se ubicarán en la cima, mientras que las menos favorables estarán ubicadas en el fondo. Si se da el caso en el cual el sujeto prefiere a a sobre b, a se encontrará en una mayor jerarquía que b. Si a y b guardan una relación de indiferencia, estas estarán ubicadas en el mismo nivel jerárquico. Esto último no implica que ambas opciones se ubiquen en el fondo de la jerarquía. Ello se debe a que se puede presentar una situación en la cual ambas tengan una evaluación más favorable que la de un resultado c.

Si se da el caso en el cual todos los posibles resultados pueden ser ubicados en un punto de la jerarquía y existe transitividad entre todos estos[7], es posible asignar un valor numérico a cada nivel de la clasificación. Los valores asignados a cada nivel deben preservar el orden de la jerarquía de tal forma que los valores más altos tengan una relación con la cima y los más bajos con el fondo. Estos valores numéricos son denominados como utilidades. La resolución racional de un problema de decisión dicta que se debe intentar maximizar las utilidades *Cf.* (Bermúdez, 2009). Si bien en un primer momento se podría pensar que lo más racional es simplemente seleccionar el resultado al cual se le haya asignado un mayor número de utilidades, ese no siempre es el caso. La razón de ello es que aunque un hecho tenga una utilidad elevada eso no es sinónimo de que dicho resultado vaya a suceder. Para maximizar las utilidades es necesario calcular el valor esperado, el cual en muchas ocasiones también es denominado como expectativa. El valor esperado se obtiene

[7] Dentro de este contexto, transitividad es entendida como el hecho de que, si un sujeto prefiere a a sobre b y a b sobre c, este mismo sujeto preferirá a a sobre c.

al multiplicar el valor de las probabilidades y de las utilidades *Cf.* (Hacking, 2001). El cálculo del valor esperado implica que todos los posibles resultados son mutuamente excluyentes.

Las utilidades pueden ser consideradas como una unidad de medida utilizada para evaluar tanto los resultados deseables como los no deseables. Estas guardan una relación directa con las preferencias de cada individuo. Entre más deseable sea un resultado para un sujeto, este le asignará una mayor cantidad de utilidades. Si se presentara una situación en la cual exista un resultado sumamente indeseado, se puede dar el caso en que el valor que se le asigne sea negativo. Frecuentemente se asocia a las utilidades con la obtención de recursos económicos, pero dicha relación no es restrictiva. Esta unidad de medida también guarda relación con elementos como el tiempo, el placer y la aversión al riesgo *Cf.* (Hacking, 2001). Así mismo, a la hora de evaluar algo como deseable o indeseable, es común que se tome en cuenta más de un parámetro. A partir de todas estas distinciones se puede presentar un escenario en el cual un mismo resultado sea evaluado de diferentes maneras por diferentes individuos.

En términos formales, el valor esperado de un resultado φ es calculado utilizando la fórmula $Exp(\varphi) = Pr(\varphi) * U(\varphi)$, donde $U(\varphi)$ representa la cantidad de utilidades que se le ha asignado a φ. Dado que en un problema de decisión se parte de un conjunto de estados del mundo Θ, la probabilidad de φ es calculada en función de dicho conjunto. Al tratar a los problemas de decisión como análogos a la búsqueda de soluciones abductivas, es posible expresar la fórmula de valor esperado con el vocabulario de los número relativos tal que $Exp(\varphi) = Pr(\Theta \vDash \varphi) * U(\varphi)$. Dado un conjunto de estados del mundo es posible obtener múltiples resultados que pueden ser ubicados en la jerarquía de preferencia, y por ende se les puede asignar un número de utilidades. Todos estos resultados son posibles consecuencias de Θ. Esta situación permite calcular el valor esperado de un conjunto de proposiciones. El valor esperado de Θ es calculado mediante la sumatoria de los valores esperados de los φ derivables de Θ. Esto es expresado como $Exp(\Theta) = \sum(Pr(\varphi) * U(\varphi))$ *Cf.* (Hacking, 2001). Debido a que las utilidades pueden tener un valor negativo, eso implica que lo mismo puede suceder con respecto al valor esperado.

Tanto en los casos en los cuales $Exp(\Theta)$ es negativa como cuando no se tiene conocimiento de ciertos datos relacionados a la probabilidad o a la cantidad de utilidades particulares de cada φ, no es posible apegarse de manera estricta al principio de seleccionar el resultado con mayor valor esperado. Ante estas situaciones es recomendable proseguir de manera más cauta. En caso de que $Exp(\Theta)$ sea negativa, se buscaría minimizar la cantidad de arrepentimiento originada por la realización de una acción. Si se define a $U_{\alpha 1}$ como la utilidad obtenida al realizar una acción α en la condición 1, el índice de arrepentimiento es calculado al restar el costo de la condición 1 al valor máximo de U_{a1} *Cf.* (Bermúdez, 2009). En estos casos, se seleccionará la opción con el índice de arrepentimiento más bajo. Por otro lado, cuando por alguna razón se desconoce la probabilidad o la utilidad de los resultados φ, es posible asumir que sus probabilidades, sus utilidades o ambas están distribuidas de manera equitativa. A partir de dicho supuesto se selecciona el resultado con el mayor valor esperado.

Si se acepta que los procesos de toma de decisiones pueden ser pensados como análogos a los problemas abductivos, es más sencillo notar como los números relativos pueden ser utilizados como herramientas que ayuden a calcular tanto el valor esperado de un resultado como a determinar un posible plan de acción. A partir de una serie de estados del mundo, es posible formular un conjunto Θ de proposiciones que describan a dichos estados en función de un contexto y una serie de objetivos. Debido a que existe un número infinito de proposiciones que no se siguen de Θ, se hace uso del contexto para determinar que objetivos son relevantes. Dichos objetivos son nombrados como φ_1, φ_2 ... φ_n. Cada uno de estos no es una consecuencia directa de Θ. A cada objetivo φ_i se le asigna un número de utilidades para posteriormente calcular su número relativo en función de Θ. Multiplicando ambos valores se obtiene el valor relativo de cada φ_i. Aquel resultado con el valor más alto será el objetivo a perseguir. Para determinar el plan de acción que permita llegar al resultado φ haciendo uso de los elementos presentes en Θ, se realiza la tabla semántica de $< \Theta, \varphi >$. Esto último permite formular una serie de soluciones abductivas α_1, α_2 ... α_n. Entre todas las posibles soluciones abductivas, se seleccionará aquella que tenga una probabilidad más alta. Tal solución será se tomará como plan de acción.

Una vez que se ha elegido un plan de acción, es común que se creen objetivos y planes de acción de niveles inferiores. Cada vez que se formula un subobjetivo y un subplan estos son evaluados con miras a la eficacia que tienen para cumplir con los objetivos de niveles superiores. Al moverse a objetivos más generales, se explican las razones por las cuales una persona realiza ciertas acciones particulares. Cuando se atiende a los objetivos de niveles inferiores, es posible identificar una serie de planes de acción *Cf.* (Tomasello y cols., 2005). Esta situación puede ser entendida de manera más sencilla a la luz del siguiente ejemplo. Imagínese que Mery quiere abrir un paquete de cartas. Para cumplir con ese objetivo genera un plan de acción, el cual implica utilizar una llave para romper el adhesivo de la baraja y así poder abrirla. Este plan de acción puede generar un subplan, el cual involucre que Mery busque una llave en el cajón de su escritorio. Así mismo, la acción de abrir la baraja puede ser considerada en sí misma como un subplan si se tiene un objetivo de nivel superior como lo puede ser jugar una partida de Blackjack con Alastor.

Cuando se formula un plan de acción es importante tener en cuenta el hecho de que un individuo no es capaz de captar toda la información de su entorno. En tanto que el sujeto se encuentra adscrito a un contexto y tiene una serie de objetivos, este tiende a prestarle mayor atención a los aspectos que considere más importantes en cada situación. En este sentido, la atención puede ser entendida como un percepción intencionada *Cf.* (Tomasello y cols., 2005). Prestarle mayor atención a ciertos aspectos de una situación puede influir tanto en la probabilidad de un resultado como en el valor que se le asigna a sus respectivas utilidades. Los elementos a los cuales se les presta atención son aquellos que conformarán a Θ. Tomar en cuenta una mayor cantidad de información puede entenderse como la unión entre Θ y un nuevo conjunto de datos Φ. La unión entre ambos implica un cambio en las probabilidades de los elementos que los componen. Por otro lado, se puede presentar una situación en la cual un objetivo adscrito a determinado dominio sea satisfecho de manera más sencilla a partir de creer una proposición φ; mientras que un objetivo de otro rubro pueda sea alcanzado creyendo cualquier otra proposición, incluyendo $\neg\varphi$ *Cf.* (Foley, 1987). Esto último no implica que los individuos sean irracionales, simplemente es un indicador de como una creencia adquiere relevancia y es evaluada en función del contexto y los objetivos planteados.

Conclusiones

A lo largo de la presente investigación se ha intentado describir de manera exhaustiva las principales características y críticas de la deducción, la inducción y la abducción. El principal objetivo de ello ha sido determinar si existe una serie de elementos que permiten converger a estos tres métodos de inferencia. Esto último parece ser el caso en tanto que se ha postulado que cada uno de estos puede ser integrado en un proceso inferencial más amplio *Cf.* (Fernández de Barrena, 2003). Tal proceso comienza al intentar explicar una observación anómala a partir de la búsqueda de una solución abductiva α. Para determinar que una hipótesis formulada de manera abductiva es adecuada, se busca derivar sus posibles consecuencias. Entre los aspectos a los cuales se les presta más atención es al hecho de que la unión entre α y el conjunto inicial de proposiciones Θ no sea inconsistente, y que no se de el caso en el cual a partir del uso exclusivo de α se derive la observación anómala *Cf.* (Soler Toscano, 2012). Finalmente, si se presenta el caso en el cual se tiene más de una solución abductiva, se puede considerar a la probabilidad como criterio de selección de hipótesis.

La postulación de este proceso de investigación no implica la reducción o subordinación de cualquier método de inferencia a los dos restantes. En lugar de ello, se afirma que múltiples elementos de cada uno son utilizados para la formulación y selección de una hipótesis que explique a φ dentro de contextos en los cuales $\Theta \nvDash \varphi$. En estos casos, se puede considerar a Θ como un contexto de información incompleta en tanto que Θ no tiene los elementos suficientes para derivar de manera deductiva a φ. En este sentido, se piensa a la relación entre métodos de inferencia de manera similar a la relación entre reglas definitorias y reglas estratégicas. La reglas definitorias establecen los movimientos permitidos, mientras que las reglas estratégicas se enfocan en la adquisición de conocimiento a partir de su uso constante *Cf.* (Hintikka, 1998). Teniendo esta idea en mente, se puede pensar a la semántica de la deducción como un conjunto de reglas definitorias. Haciendo uso de esta, se establece tanto las condiciones bajo las cuales se cierran las ramas de los árboles semánticos como las características que debe tener una hipótesis para ser considerada una solución abductiva. La formulación y selección de hipótesis no puede ser realizada utilizando exclusivamente un conjunto de esquemas deductivos. En estos casos se hace uso de la inducción y la abducción. Debido a ello, estas últimas son pensadas como análogas a las reglas estratégicas.

A la hora de intentar aplicar este proceso inferencial integrado por deducción, inducción y abducción al proceso de toma de decisiones, se debe de pasar por un proceso de traducción en la cual la información codificada de manera no proposicional sea expresada como un conjunto de descripciones susceptibles de ser evaluadas en términos booleanos. Durante este proceso se pasa de un cúmulo de datos significativos y bien formados a un conjunto de proposiciones que cumplen con las mismas características *Cf.* (Floridi, 2011). Haciendo uso de este planteamiento se establece que un cúmulo de situaciones puede ser analizado con las mismas herramientas formales con las cuales se analizaría una serie de argumentos. Así mismo, los objetivos de un individuo pueden ser entendidos como una serie de posibles conclusiones. Si se da el caso en el cual a partir del análisis deductivo no es posible establecer un plan de acción que permita alcanzar un objetivo particular, el problema puede ser tratado en términos de un problema abductivo $< \Theta, \varphi >$. A partir de los criterios mencionados anteriormente se determina el mejor plan de acción.

Usualmente se considera que el mejor plan de acción es aquel que implica obtener el mayor número de utilidades, pero ese no siempre es el caso. La razón de ello es que un resultado con altas utilidades puede tener una probabilidad baja. Debido a esto último, los planes de acciones son elegidos en función del valor esperado. La forma en la cual se calcula el valor esperado es multiplicando la probabilidad de un resultado por su cantidad de utilidades *Cf.* (Bermúdez, 2009). Así mismo existen contextos en los cuales no es posible apegarse a la regla de buscar obtener un mayor número de utilidades. Esto es representado cuando, o bien existe una serie de resultados a los cuales no se le ha asignado un número de utilidades, o bien cuando se desconoce la probabilidad de ciertos eventos. En estas ocasiones, es recomendable intentar evitar el mayor número de riesgos.

Si bien es cierto que el proceso inferencial postulado a lo largo de este trabajo podría ser considerado como una herramienta útil durante el proceso de toma de decisiones, no tiene la pretensión de ser considerado como la mejor o la única forma en la cual es posible evaluar un conjunto de datos para seleccionar un plan de acción que conduzca a un resultado. El método aquí propuesto puede ser compatible tanto con elementos más complejos de probabilidad como con la semántica de la lógica de primer orden y los distintas extensiones de la lógica modal. Incluso es posible cuanto menos suponer que la inclusión de este tipo de elementos podría realizarse de manera sencilla en tanto que cada uno de estos no es incompatible con la semántica de la lógica proposicional. Así mismo, a partir de la integración de más herramientas de análisis, se podrían formular planes de acción más precisos.

Bibliografía

Referencias

Aliseda, A. (2006). *Abductive reasoning. logical investigations into discovery and explanation* (Vol. 330). Springer.

Álvarez, M. Á. G. (2015). *Introducción a la teoría de la probabilidad i. primer curso.* Fondo de Cultura Económica.

Benacerraf, P. (1973). Mathematical truth. *The Journal of Philosophy*, *70*(19), 661–679.

Bermúdez, J. L. (2009). *Decision theory and rationality.* Oxford University Press.

Borghini, A. (2016). *A critical introduction to the metaphysics of modality.* Bloomsbury Publishing.

Bustamante, A. (2011). *Lógica y argumentación: De los argumentos inductivos a las álgebras de boole.* Pearson Educación de México, SA de CV.

Corcoran, J. (2016). Deducción/deduccibilidad. En *Compendio de lógica, argumentación y retórica.* Editorial Trotta.

Cornman, J. W., Lehrer, K., y Pappas, G. S. (2006). *Introducción a los problemas y argumentos filosóficos.* Instituto de Investigaciones Filosóficas.

Enderton, H. B. (2021). *Una introducción matemática a la lógica.* Instituto de Investigaciones Filosóficas.

Fernández de Barrena, S. (2003). *La creatividad en charles s. peirce: abducción y razonabilidad* (Tesis Doctoral no publicada). Universidad de Navarra.

Floridi, L. (2011). Semantic information and the correctness theory of truth. *Erkenntnis*, *74*, 147–175.

Foley, R. (1987). *The theory of epistemic rationality.* Harvard University Press.

Garson, J. W. (2013). *Modal logic for philosophers.* Cambridge University Press.

Gómez Torrente, M. (2000). *Forma y modalidad: una introducción al concepto de consecuencia lógica.* Eudeba.

Gutiérrez Ramírez, C. A. (s.f.). *La lógica como herramienta de análisis filosófico o del porqué la lógica es una disciplina filosófica.* (FFYL)

Hacking, I. (2001). *An introduction to probability and inductive logic.* Cambridge university press.

Hintikka, J. (1988). On the development of the model-theoretic viewpoint in logical theory. *Synthese*, 1–36.

Hintikka, J. (1998). What is abduction? the fundamental problem of contemporary epistemology. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, *34* (3), 503–533.

Lipton, P. (2004). *Inference to the best explanation.* Routledge.

López Falguera, J. L., y Martínez Vidal, C. (1999). *Lógica clásica de primer orden: estrategias de deducción, formalización y evaluación semántica.* Trotta.

Martinez, M., y Sequoiah-Grayson, S. (2023). Logic and Information. En E. N. Zalta y U. Nodelman (Eds.), *The Stanford encyclopedia of philosophy* (Fall 2023 ed.). Metaphysics Research Lab, Stanford University. `https://plato.stanford.edu/archives/fall2023/entries/logic-information/`.

Nutting, E. S. (27/09/2023). The benacerraf problem of mathematical truth and knowledge. *The Internet Encyclopedia of Philosophy, https://iep.utm.edu/benacerraf-problem-of-mathematical-truth-and-knowledge/.*

Peirce, C. S. (2012a). Deducción, inducción e hipótesis. En *Obra filosófica reunida. tomo i (1867-1893).* Fondo de Cultura Económica.

Peirce, C. S. (2012b). La doctrina de las posibilidades azarosas. En *Obra filosófica reunida. tomo i (1867-1893).* Fondo de Cultura Económica.

Peirce, C. S. (2012c). La probabilidad de la inducción. En *Obra filosófica reunida. tomo i (1867-1893).* Fondo de Cultura Económica.

Pritchard, D. (2013). *What is this thing called knowledge?* Routledge.

Soler Toscano, F. (2012). Razonamiento abductivo en lógica clásica. *Cuadernos de lógica, epistemología y lenguaje*, *2*.

Stroud, B. (2018). *Hume.* Instituto de Investigaciones Filosóficas.

Tomasello, M., Carpenter, M., Call, J., Behne, T., y Moll, H. (2005). Understanding and sharing intentions: The origins of cultural cognition. *Behavioral and brain sciences*, *28*(5), 675–691.

Vega, L. (2016a). Inducción. En *Compendio de lógica, argumentación y retórica.* Editorial Trotta.

Vega, L. (2016b). Inferencia. En *Compendio de lógica, argumentación y retórica.* Editorial Trotta.

Walton, D. (2004). *Abductive reasoning.* University of Alabama Press.

Zabell, S. (2009). Philosophy of inductive logic: The bayesian perspective. *The Development of Modern Logic*, 724–774.