



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

FACULTAD DE CIENCIAS

IMPACTO DEL PRECALENTAMIENTO SOBRE EL FONDO  
CÓSMICO DE MICROONDAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICA

P R E S E N T A :

ALINE PEREYRA FLORES

TUTOR

DR. MARCOS ALEJANDRO GARCÍA GARCÍA



CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX, 2024



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno

Pereyra  
Flores  
Aline  
55 68 10 39 19  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Ciencias  
Física  
315302192

2. Datos del tutor

Dr.  
Marcos Alejandro  
García  
García

3. Datos del sinodal 1

Dr.  
Saúl Noé  
Ramos  
Sánchez

4. Datos del sinodal 2

Dr.  
Tonatiuh  
Matos  
Chassin

5. Datos del sinodal 3

Dra.  
Mariana  
Vargas  
Magaña

6. Datos del sinodal 4

Dr.  
Juan Carlos  
Hidalgo  
Cuéllar

7. Datos del trabajo escrito

Impacto del precalentamiento sobre el Fondo Cósmico de Microondas  
64 p  
2024

*A mis padres, Judith y Raúl.  
Gracias por todo su apoyo y siempre creer en mí.*



# Agradecimientos

Me gustaría expresar mi sincero agradecimiento a mi asesor de tesis, Marcos A. García García, a quien admiro profundamente y ha sido una inspiración para superar mis propios límites. Gracias por su orientación y su infinita paciencia, por sus palabras de aliento cuando lo necesité y por compartir conmigo su invaluable conocimiento, su sabiduría y sus experiencias. Agradezco especialmente todo el crecimiento personal y habilidades que he adquirido como resultado de nuestro trabajo juntos. Es un privilegio ser su alumna.

A mis padres les agradezco infinitamente todos los sacrificios que han hecho para darme las oportunidades que he tenido. Gracias por siempre creer en mí, por todo su amor y su apoyo; a ustedes les debo todos mis logros. Gracias mamá por ser tan fuerte y enseñarme que todo se puede lograr con perseverancia y trabajo duro. Gracias papá por siempre hacerme sentir segura y por enseñarme a buscar una solución para todo.

A mis amigos de la carrera les agradezco por su compañía durante todas esas horas de estudio en la biblioteca, por las discusiones sobre temas y problemas interesantes y por la emoción que compartimos al entender conceptos nuevos. Gracias por todas las risas y por hacer tan ameno el camino. En especial le agradezco a mi novio, Daniel, por siempre estar para mí en los momentos más difíciles y ser mi mayor apoyo emocional durante todos estos años.

Expreso mi gratitud por el apoyo proporcionado por la DGAPA a través del proyecto PAPIIT IA103123 y el apoyo proporcionado por el CONACYT a través del proyecto “Ciencia de Frontera” CF-2023-I-17. Asimismo, agradezco al Instituto de Física de la UNAM por proporcionarme acceso al clúster Holiday donde realicé varios de los cálculos que utilicé para elaborar esta tesis.



# Índice general

Agradecimientos	v
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. El Modelo Cosmológico Estándar y la inflación</b>	<b>5</b>
2.1. Inflación	11
2.1.1. Dinámica durante la inflación	15
2.1.2. Inflación de Slow-Roll	17
2.2. Perturbaciones cosmológicas	19
2.2.1. Estadística de las perturbaciones	27
2.2.2. Conexión de la inflación con el Fondo Cósmico de Microondas	29
<b>3. Recalentamiento: decaimiento del inflatón</b>	<b>33</b>
3.1. Recalentamiento perturbativo	33
3.2. Recalentamiento no-perturbativo: precalentamiento	35
<b>4. Métodos y Resultados</b>	<b>41</b>
4.1. Régimen de acoplamiento	42
4.2. Duración del recalentamiento	42
4.2.1. Fin de la reacción inversa	45
4.3. Cálculo de observables en el Fondo Cósmico de Microondas	48
<b>5. Resumen y Conclusiones</b>	<b>51</b>
Apéndice A. Ecuación diferencial de $\Omega$	53
Apéndice B. Aproximación de $N_*$	55
Bibliografía	59



# 1 Introducción

El paradigma inflacionario es una extensión del Modelo Cosmológico Estándar o Big Bang Caliente que brinda una solución natural a los problemas de condiciones iniciales del universo y, adicionalmente, provee una explicación para las pequeñas inhomogeneidades de temperatura en el Fondo Cósmico de Microondas (CMB, por sus siglas en inglés) y la estructura del universo a gran escala. En este paradigma se propone una etapa de expansión acelerada del universo, conocida como inflación, impulsada en su versión más simple por el rodamiento lento de un campo escalar llamado inflatón sobre la meseta de su potencial. También, se debe contemplar un mecanismo mediante el cual la inflación termine y puedan ser producidas eventualmente las partículas del Modelo Estándar y el universo pueda evolucionar hacia un estado caliente y en equilibrio térmico, necesario para que tenga lugar la Nucleosíntesis del Big Bang (BBN, por sus siglas en inglés).

La etapa de transición entre el final de la inflación y la BBN, es denominada recalentamiento. Durante esta etapa el inflatón alcanza el mínimo de su potencial y oscila alrededor de él transfiriendo su energía a partículas ultrarelativistas, y la ecuación de estado del universo evoluciona hacia la dominación por radiación. Se considera que el recalentamiento se completó cuando la densidad de energía de la radiación iguala a la densidad de energía del inflatón. Esta condición se puede lograr a través de decaimientos perturbativos donde los cuantos del inflatón decaen en otras partículas. Esta fue la manera original de estudiar el recalentamiento (véase [1]). Sin embargo, como se demostró en [2], debido a la naturaleza coherente del inflatón durante la fase oscilatoria se puede producir resonancia paramétrica, la cual ocurre en presencia de acoplamiento con un campo bosónico (de espín entero) en general y aumenta la transferencia de energía. Posteriormente este efecto, ahora llamado precalentamiento, se estudió en profundidad y se encontró que la producción de partículas puede ser ampliamente subestimada en ciertos modelos inflacionarios incluso para acoplamientos débiles entre el inflatón y

otro campo escalar y que esto puede afectar parámetros importantes como la temperatura del recalentamiento [3, 4].

La compleja dinámica durante el precalentamiento es usualmente simulada a con métodos de malla usando programas como Cosmolattice [5, 6], lo cual permite estudiar la ecuación de estado del universo durante el precalentamiento. Este es un parámetro importante ya que de él depende la historia de expansión del universo, la cual es necesaria para conocer cuánto fueron estiradas durante la inflación las perturbaciones cosmológicas observadas el día de hoy desde que fueron producidas. Esto se cuantifica a través de  $N_*$ , el número de e-folds<sup>1</sup> entre el cruce del horizonte de la escala pivote  $k_*$  (correspondiente a las perturbaciones observadas) y el final de la inflación. El efecto del precalentamiento sobre  $N_*$  ha sido previamente estudiado para potencial inflacionario cuadrático [7], donde el precalentamiento ocurre hacia otro campo escalar y depende de la forma y magnitud del acoplamiento<sup>2</sup> y se ha estudiado también en ausencia de acoplamientos con otro escalar pero autointeracción del inflatón [10].

En este trabajo se calcula la contribución en la historia de expansión de un precalentamiento considerando el decaimiento del inflatón  $\phi$ , hacia un campo escalar ligero  $\chi$ , con término de interacción  $\frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2$ , usando el modelo  $R^2$  de Starobinsky [11], que fue elegido de entre la multitud de potenciales inflacionarios por su gran compatibilidad con las más recientes y precisas mediciones de las perturbaciones primordiales [12, 13]. Para este modelo se calculan con precisión los espectros de fluctuaciones primordiales (en concreto, la inclinación escalar,  $n_s$ , y la razón tensor-escalar,  $r$ ). Un caso similar (usando un potencial cuadrático) ha sido estudiado previamente en [7], donde se concluye que el precalentamiento conduce a una transición de inflación a dominación por radiación prácticamente inmediata. Sin embargo, no fue considerado el retorno hacia dominación por materia posterior al precalentamiento que ocurre en este modelo. Para completar el recalentamiento es necesario considerar el decaimiento perturbativo del inflatón después de su fragmentación. Este trabajo tiene como propósito considerar este aspecto y extender trabajos previos como [14, 15], donde se analizan las predicciones de los observables del CMB en función de  $N_*$ , la temperatura de recalentamiento y el acoplamiento del inflatón con la materia durante el decaimiento perturbativo pero no se considera la contribución del precalentamiento, y

---

<sup>1</sup>El número de e-folds  $N$  corresponde al número de factores  $e$  que creció el universo antes del final de la inflación  $e^N \equiv \frac{a_{\text{end}}}{a}$ .

<sup>2</sup>Un estudio exhaustivo del precalentamiento en este caso se encuentra en [8, 9].

el trabajo hecho en [16, 17], donde las predicciones de los observables del CMB son función de los parámetros inflacionarios considerando la dinámica del precalentamiento pero no la contribución de diferentes niveles de acoplamiento.

### Organización de esta tesis

En la primera parte del capítulo 2 se hace una revisión de los conceptos básicos de la cosmología estándar y se mencionan algunos de sus problemas de condiciones iniciales. En la sección 2.1 se muestra cómo la inflación puede solucionar estos problemas y se describe la dinámica durante esta etapa. En la sección 2.2 se discute la dinámica de las fluctuaciones cuánticas del inflatón que dan origen a las inhomogeneidades de temperatura y polarización observadas en el CMB y su estadística para definir los observables.

El capítulo 3 está dedicado a la dinámica después de la inflación, durante el recalentamiento. Se discute el decaimiento del inflatón en el régimen perturbativo (fundamental para completar el recalentamiento) y no-perturbativo donde se trata el fenómeno de resonancia paramétrica y su final, la reacción inversa.

En el capítulo 4 se describe detalladamente el método que se usó para conectar el precalentamiento con los observables. Se menciona el modelo y las herramientas que se usaron para simular el precalentamiento. En la sección 4.1 se muestran los acoplamientos que dan lugar a resonancia paramétrica. En la sección 4.2 se explica como se determinó el final de la reacción inversa (dinámica no-lineal) para considerarlo como condición inicial para el decaimiento perturbativo del inflatón usando el sistema (3.7)-(3.9) y posteriormente calcular  $N_*$  usando (B.14). En la sección 4.3 se muestran los resultados de los observables calculados de sus definiciones alrededor de  $k_*$ . Las conclusiones se presentan en el capítulo 5.

En el apéndice A se muestra la ecuación diferencial que satisface  $\Omega$  (véase la ecuación (2.29)). En el apéndice B se muestra la expresión para  $N_*$  usada en este trabajo.



## 2 El Modelo Cosmológico Estándar y la inflación

En esta sección se resumen aspectos importantes del modelo estándar cosmológico para introducir la inflación como una solución a algunos problemas que presenta. El desarrollo está basado en [18, 19, 20, 21].

El modelo cosmológico estándar se describe a través de las ecuaciones de Einstein<sup>1</sup>,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{T_{\mu\nu}}{M_p^2} + g_{\mu\nu}\Lambda, \quad (2.1)$$

donde  $R$  y  $R_{\mu\nu}$  son el escalar y tensor de Ricci respectivamente,  $M_p = (8\pi G)^{-\frac{1}{2}}$  es la masa reducida de Planck,  $\Lambda$  es la constante cosmológica,  $g_{\mu\nu}$  es la métrica y  $T_{\mu\nu}$  es el tensor de energía-momento. A través de  $g_{\mu\nu}$  y  $T_{\mu\nu}$  se describe la geometría y distribución de materia en el universo, las cuales, a grandes escalas ( $\gtrsim 100$  Mpc [22]), corresponden a un universo homogéneo e isotrópico. Esta geometría está dada por la métrica de Friedmann-Robertson-Walker (FRW),

$$ds^2 \equiv g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right], \quad (2.2)$$

donde  $a(t)$  es el factor de escala, el cual describe la expansión del universo y su valor actual se establece como  $a_0 = 1$ <sup>2</sup>;  $x^\mu \equiv (t, r, \theta, \phi)$  se llaman coordenadas en comovimiento, ya que se mueven junto con la expansión, y  $k = -1, 0, 1$  determina si la curvatura espacial es abierta, plana o cerrada, respectivamente. En cuanto al tensor de energía-momento en (2.1), al satisfacer las condiciones de homogeneidad e isotropía, adquiere la forma de fluido perfecto

$$T_\nu^\mu = \text{diag}(-\rho(t), p(t), p(t), p(t)), \quad (2.3)$$

<sup>1</sup>La convención de signos adoptada es  $(-, +, +, +)$ .

<sup>2</sup>El subíndice 0 en los parámetros cosmológicos denota evaluación al tiempo actual.

## 6CAPÍTULO 2. EL MODELO COSMOLÓGICO ESTÁNDAR Y LA INFLACIÓN

donde  $\rho$  es la densidad de energía y  $p$  la presión, las cuales están relacionadas por la ecuación de estado

$$w \equiv \frac{p}{\rho}. \quad (2.4)$$

Sustituyendo la métrica (2.2) y el tensor de energía momento (2.3) en (2.1)<sup>3</sup>, y definiendo el parámetro de Hubble<sup>4</sup>,

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a}, \quad (2.5)$$

se obtiene la ecuación de Friedmann,

$$H^2 = \frac{\rho}{3M_p^2} - \frac{k}{a^2}, \quad (2.6)$$

la cual es la componente  $\mu, \nu = 0$  de las ecuaciones de Einstein (2.1); y la ecuación de Raychaudhuri,

$$\dot{H} + H^2 = -\frac{1}{6M_p^2}(\rho + 3p), \quad (2.7)$$

que se obtiene al sustituir (2.6) en las componentes  $\mu, \nu = i$  de (2.1).

La componente temporal ( $\nu = 0$ ) de la ley de conservación de energía-momento,  $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ , da la ecuación de continuidad,

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (2.8)$$

la cual puede escribirse en términos del parámetro de ecuación de estado,  $w$ ,

$$\frac{d \ln \rho}{d \ln a} = -3(1 + w). \quad (2.9)$$

Integrando la ecuación (2.9) se obtiene la evolución de  $\rho$  con el factor de escala

$$\rho \propto a^{-3(1+w)}, \quad (2.10)$$

y sustituyendo en la ecuación de Friedmann (2.6), también se obtiene la evolución del factor de escala con el tiempo

$$a(t) \propto \begin{cases} t^{\frac{2}{3(1+w)}}, & w \neq -1, \\ e^{Ht}, & w = -1, \end{cases} \quad (2.11)$$

<sup>3</sup>Sin considerar la constante cosmológica, ya que su valor  $\Lambda = 1.088(30) \times 10^{-56} \text{ cm}^{-2}$  [23] puede ignorarse a tiempos tempranos [20].

<sup>4</sup>El parámetro  $H$  cuantifica la tasa de expansión del universo y es positivo para un universo en expansión.

es decir, la expansión depende del contenido del universo, caracterizado por el parámetro  $w$ . Algunos casos importantes son:

- *Materia* ( $w = 0$ ). Se comporta como un gas relativista, el cual tiene una presión despreciable comparada con su densidad de energía ( $p \approx 0$ ). Su densidad de energía se diluye conforme el volumen se expande ( $\rho \propto a^{-3}$ ).
- *Radiación* ( $w = \frac{1}{3}$ ). Se comporta como un gas ultrarelativista, el cual tiene una presión de aproximadamente un tercio de su densidad de energía ( $p = \frac{1}{3}\rho$ ). Debido a que su frecuencia también es diluida por la expansión, su densidad de energía se diluye por un factor  $a^{-1}$  adicional a la expansión ( $\rho \propto a^{-4}$ ).
- *Energía oscura* ( $w = -1$ ). Para la radiación y la materia,  $\dot{H} + H^2 = \frac{\ddot{a}}{a} < 0$ , es decir, la expansión es desacelerada. Sin embargo, no es el único escenario posible, actualmente el universo se encuentra en una etapa de expansión acelerada, lo cual corresponde a un término de presión negativa ( $p = -\rho$ ). La densidad de energía de esta sustancia se mantiene constante ( $\rho \propto a^0$ ), como puede verse en (2.10).

### Propagación de la luz en el universo FRW

La estructura causal del universo está determinada por las trayectorias de la luz, que corresponden a la condición  $ds^2 = 0$ .

A través del cambio de coordenadas

$$r^2 \equiv \Phi^2(\chi) = \begin{cases} \sinh^2 \chi, & k = -1, \\ \chi^2, & k = 0, \\ \sin^2 \chi, & k = +1, \end{cases} \quad (2.12)$$

la parte espacial de la métrica (2.2),

$$d\sigma^2 = \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (2.13)$$

se puede reescribir como

$$d\sigma^2 = d\chi^2 + \Phi^2(\chi)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (2.14)$$

## 8CAPÍTULO 2. EL MODELO COSMOLÓGICO ESTÁNDAR Y LA INFLACIÓN

La parte temporal de la métrica se puede reescribir introduciendo el tiempo conforme  $\tau$ , definido como

$$d\tau \equiv \frac{dt}{a(t)}. \quad (2.15)$$

De modo que (2.2) se puede reescribir como

$$ds^2 = a^2(\tau) [-d\tau^2 + d\chi^2 + \Phi^2(\chi)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)]. \quad (2.16)$$

Considerando solo la propagación radial de la luz ( $\theta, \phi = \text{cte}$ ), se tiene

$$ds^2 = a^2(\tau) [-d\tau^2 + d\chi^2] = 0, \quad (2.17)$$

lo cual corresponde a líneas rectas a  $\pm 45^\circ$  en el plano  $\tau - \chi$ ,

$$\chi(\tau) = \pm\tau + \text{cte}. \quad (2.18)$$

### Horizontes

Debido a la expansión del universo y a que la velocidad de la luz es el límite superior posible para cualquier objeto, surgen límites naturales para el espacio del que se puede o se podría recibir información. Estos límites, llamados *horizontes*, se definen en términos del tiempo conforme  $\tau$ .

- *Horizonte de partículas.* De (2.18) se tiene que la distancia máxima que puede viajar un fotón entre un tiempo  $t_i$  y  $t$  es

$$\Delta\chi = \Delta\tau \equiv \tau - \tau_i = \int_{t_i}^t \frac{dt'}{a(t')}. \quad (2.19)$$

De este modo, se puede definir el horizonte de partículas

$$\chi_p(t) = \int_0^t \frac{dt'}{a(t')} = \tau(t) - \tau(0), \quad (2.20)$$

como la distancia máxima que puede viajar un fotón (y cualquier partícula) desde el inicio del universo en  $t_i$  ( $t_i \equiv 0$  si el universo inició en una singularidad) hasta un tiempo  $t$ . El tamaño físico de este horizonte se obtiene multiplicando por el factor de escala,

$$d_p(t) = a(t)\chi_p = a(t) \int_{t_i}^t \frac{dt}{a}. \quad (2.21)$$

- *Horizonte de eventos.* En contraste con el horizonte de partículas, que representa el límite del espacio que se puede observar *en este momento*, existe una distancia límite más allá de la cual una señal emitida *en este momento* jamás podría recibirse por un observador en el futuro. A esto se le conoce como el *horizonte de eventos*, y es el complemento del horizonte de partículas. Se define como el conjunto de puntos que satisfacen

$$\chi > \chi_e(t) = \int_t^{t_{\max}} \frac{dt'}{a(t')} = \tau_{\max} - \tau. \quad (2.22)$$

donde  $t_{\max}$  indica el tiempo final, el cual puede ser infinito si la expansión continúa por siempre. El tamaño físico de este horizonte se obtiene multiplicando por el factor de escala,

$$d_e(t) = a(t)\chi_e = a(t) \int_{t_{\max}}^t \frac{dt}{a}. \quad (2.23)$$

Una cantidad importante en cosmología es el *radio comóvil de Hubble*  $(aH)^{-1}$  también es comúnmente llamado el “*Horizonte de Hubble*”, el cual define un volumen que se encuentra en contacto causal en un momento dado. Sin embargo, este “horizonte” solo es conceptual y es dinámico. Usando la relación (2.10) y la ecuación de Friedmann (2.6) para un universo plano se tienen

$$H^2 = \frac{\rho}{3M_p^2} \propto a^{-3(1+3w)}, \quad \rightarrow \quad H_0^2 = \frac{\rho_0}{3M_p^2} \propto a_0^{-3(1+3w)} \quad (2.24)$$

combinando estas relaciones y usando  $a_0 = 1$ ,

$$\frac{H^2}{H_0^2} = a^{-3(1+3w)}. \quad (2.25)$$

Quitando los cuadrados en (2.25) y multiplicando por  $a^{-1}$  se obtiene

$$(aH)^{-1} = H_0^{-1} a^{\frac{1}{2}(1+3w)}. \quad (2.26)$$

En la cosmología estándar la cantidad  $(1 + 3w)$  es positiva, de modo que el horizonte de Hubble en comovimiento es una función creciente con el factor de escala. Esto significa que, a diferencia de las regiones fuera del horizonte de partículas, las regiones fuera del horizonte de Hubble pueden estar en contacto causal en el futuro.

### Problemas del modelo cosmológico estándar

A pesar de ser la mejor descripción del universo actualmente, el modelo cosmológico estándar por sí mismo no puede explicar de forma natural algunos aspectos del universo. Estos problemas se discuten a detalle en [20] [24]. Muchos de ellos se relacionan con las condiciones iniciales del universo. Algunos ejemplos son:

- *Problema del horizonte.* El horizonte de partículas (2.20) también se puede escribir en términos del radio comóvil de Hubble  $(aH)^{-1}$ ,

$$\chi_p \equiv \int_{t_i}^t \frac{dt}{a} = \int_{a_i}^a \frac{da}{Ha^2} = \int_{\ln a_i}^{\ln a} \left( \frac{1}{aH} \right) d \ln a, \quad (2.27)$$

el cual, por la relación (2.26)

$$\begin{aligned} \chi_p \equiv \tau - \tau_i &= \frac{2H_0^{-1}}{(1+3w)} \left[ a^{\frac{1}{2}(1+3w)} - a_i^{\frac{1}{2}(1+3w)} \right] \\ &= \frac{2H_0^{-1}}{(1+3w)} a^{\frac{1}{2}(1+3w)} = \frac{2}{(1+3w)} (aH)^{-1} \quad (\text{con } a_i = 0). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Así, para un universo dominado por materia o radiación que comenzó en una singularidad, el horizonte de partículas y el horizonte de Hubble son del mismo orden, ya que  $\tau_i \rightarrow 0$  conforme  $a_i \rightarrow 0$ .

La relación (2.28) implica que para el tiempo de recombinación<sup>5</sup> el universo estaba conformado por  $\sim 10^{87}$  [24] regiones fuera de contacto causal entre sí. Al día de hoy, eso significa que secciones del CMB mayores a  $\sim 2.3^\circ$  (como se calcula en [25]) no pudieron tener influencia entre sí, lo cual supone un gran problema para explicar por qué todo el CMB está casi a la misma temperatura  $T \approx 2.7$  K, con pequeñas variaciones de orden  $10^{-5}$ .

- *Problema de planitud.* La ecuación de Friedmann se puede reescribir como

$$1 - \Omega = \frac{-k}{(aH)^2}, \quad (2.29)$$

---

<sup>5</sup>El momento en el que el plasma primordial estuvo suficientemente frío para que se formaran átomos de hidrógeno neutro y los fotones pudieran viajar libremente.

en términos del parámetro cosmológico  $\Omega \equiv \frac{\rho(t)}{\rho_c(t)}$ , donde la densidad crítica  $\rho_c = 3M_p^2 H^2$  es tal que  $k = 0$  en (2.6), y del Horizonte de Hubble  $(aH)^{-1}$ , que diverge con el tiempo.

Como se muestra en el apéndice (A), el parámetro  $\Omega$  satisface la ecuación diferencial

$$\frac{d\Omega}{d \ln a} = (1 + 3w)\Omega(\Omega - 1), \quad (2.30)$$

la cual presenta un punto crítico inestable en  $\Omega = 1$ . Esto implica que cualquier pequeña desviación inicial de  $\Omega = 1$  evoluciona alejándose de este valor. Para explicar el valor medido actual  $\Omega(a_0) \sim 1$ , en los inicios del universo  $\Omega$  tuvo que estar varios ordenes de magnitud cerca de 1. Por ejemplo, al tiempo de Planck  $t_p = M_p^{-1} = 10^{-43}$  sec,  $|\Omega(a_p) - 1| \leq \mathcal{O}(10^{-61})$  [19].

- *Problema de inhomogeneidades.* El universo que describe el modelo cosmológico estándar es completamente homogéneo e isotrópico. Sin embargo, en escalas más pequeñas existen inhomogeneidades como galaxias, cúmulos de galaxias, etc., las cuales debieron ser originadas en los inicios de universo y crecido posteriormente por efectos gravitacionales. La cosmología estándar no dice nada sobre el origen de estas sobredensidades. Una discusión más detallada se puede encontrar en [20]

## 2.1. Inflación

Algo que haría más natural el hecho de que el universo sea tan plano y tan homogéneo es suponer un periodo al inicio del universo durante el cual el radio de Hubble comóvil se encogió. Esta es usualmente la definición fundamental de la inflación [26],

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{aH} \right) < 0, \quad (2.31)$$

ya que los problemas de horizonte y de planitud se pueden escribir directamente en términos de él. Sin embargo, la inflación se puede describir equivalentemente a través de condiciones a otros parámetros.

Reescribiendo (2.31)

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{aH} \right) = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\dot{a}} \right) = -\frac{\ddot{a}}{\dot{a}^2} < 0, \quad (2.32)$$

es equivalente a un periodo de expansión acelerada,

$$\ddot{a} > 0, \quad (2.33)$$

lo que a su vez, sustituyendo en la ecuación de Raychaudhuri (2.7) implica que

$$\dot{H} + H^2 = \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_p^2}(\rho + 3p) > 0, \quad \longleftrightarrow \quad (\rho + 3p) < 0, \quad (2.34)$$

es decir, una presión negativa. En términos del parámetro de ecuación de estado

$$w = \frac{p}{\rho} < -\frac{1}{3}, \quad (2.35)$$

lo cual no se satisface para las ecuaciones de estado de materia o radiación.

Una solución a las ecuaciones de Einstein donde se cumplen estas condiciones es el universo de De Sitter, que es dominado por la constante cosmológica. Sin embargo, en este universo la inflación no termina, y una de las características más importantes de la inflación es que debe tener un final “agraciado” para explicar el contenido actual del universo. Existe una gran variedad de modelos de inflación los cuales se pueden revisar en [20], pero en la versión más simple, la inflación es impulsada por un campo escalar  $\phi$  llamado *inflatón*.

El modelo original propuesto por Alan Guth en 1981 [27], llamado inflación “vieja”, está basado en un potencial de rompimiento de simetría en el cual el universo se infla mientras el inflatón se encuentra en el mínimo local y luego alcanza el mínimo global mediante tunelaje cuántico, provocando una transición de fase. Sin embargo, en este modelo las burbujas de nucleación no colisionan si se obtiene suficiente inflación para resolver los problemas del modelo estándar y no se mantiene la homogeneidad [20, 28]. Esto llevó a la invención de la inflación “nueva”, en la que la inflación ocurre durante el rompimiento de simetría, sin embargo, la condición inicial del campo  $\phi$  debe ser finamente ajustada para que la inflación pueda comenzar [28]. Posteriormente, en 1983 Andrei Linde propuso la inflación “caótica” en la que el inflatón solo debe ser mayor que la masa de Planck, y el potencial debe satisfacer las condiciones de *rodamiento lento* que se mostrarán más adelante.

Otra forma de conseguir un periodo inflacionario es a través de modificaciones a la acción de Einstein-Hilbert, como propuso Starobinsky en 1980

para evitar la singularidad inicial [11]. En el caso de la modificación de la acción de Einstein-Hilbert añadiendo un término cuadrático del escalar de Ricci,

$$\mathcal{S} = \frac{M_p^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} (R + \alpha R^2), \quad (2.36)$$

donde  $\alpha$  tiene unidades de masa<sup>-2</sup>. A través de la transformación conforme

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = (1 + 2\alpha R) g_{\mu\nu} \quad (2.37)$$

y sustituyendo  $R(g)$  por una nueva variable dinámica,

$$\phi = M_p \sqrt{\frac{3}{2}} \ln [1 + 2\alpha R], \quad (2.38)$$

se obtiene la acción equivalente [29]

$$\mathcal{S} = \frac{M_p^2}{2} \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[ \tilde{R} - \tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{4\alpha} \left( 1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi}{M_p}} \right)^2 \right], \quad (2.39)$$

donde las tildes indican las variables respecto a  $\tilde{g}_{\mu\nu}$ . La acción (2.39) corresponde a un campo escalar mínimamente acoplado a la gravedad con potencial

$$V(\phi) = \frac{M_p^2}{8\alpha} \left( 1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi}{M_p}} \right)^2, \quad (2.40)$$

usualmente escrito como

$$V(\phi) = \frac{3}{4} \lambda M_p^4 \left( 1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi}{M_p}} \right)^2, \quad \text{donde } \alpha = \frac{1}{6\lambda M_p^2}. \quad (2.41)$$

Esto posteriormente se llamó  $R^2$ -inflación. Aquí  $\lambda$  es la constante de normalización y se determina a través de la amplitud del espectro de potencias de curvatura evaluado al cruce del horizonte de la escala pivote de Planck  $k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$ ,  $A_S \approx 2.1 \times 10^{-9}$  [12, 30]. Esto se muestra en el apéndice B.

La inflación además de resolver los problemas del modelo estándar, es capaz de predecir las pequeñas inhomogeneidades del CMB y la estructura del universo a gran escala, las cuales, en este contexto, tiene origen cuántico.

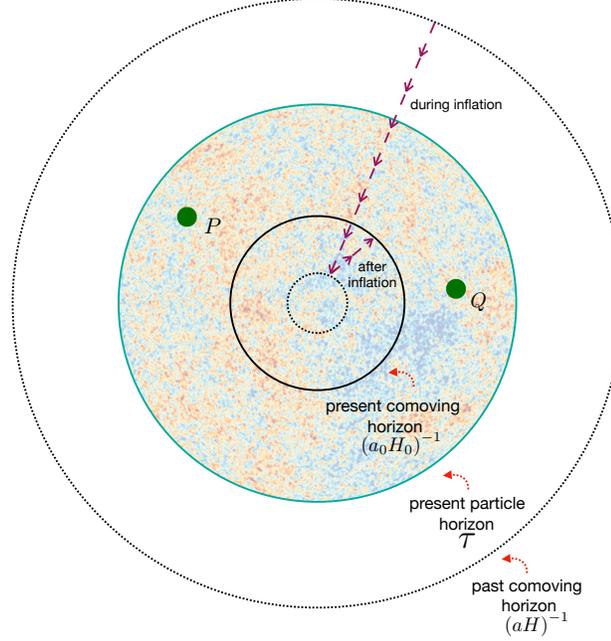


Figura 2.1: En el pasado dos puntos  $P$  y  $Q$  estaban dentro del Horizonte de Hubble  $(aH)^{-1}$  y por lo tanto estaban en contacto causal aunque actualmente ya no lo estén. Imagen tomada de [31].

### Solución del problema del horizonte

Es durante la inflación que la diferencia entre el horizonte de partículas y el horizonte de Hubble se magnifica, pues debido a que durante la inflación  $w < -\frac{1}{3}$  el horizonte de partículas (2.28) es dominado por  $\tau_i$  conforme  $a_i \rightarrow 0$ :

$$\tau_i = \frac{2H_0^{-1}}{(1+3w)} a_i^{\frac{1}{2}(1+3w)} \rightarrow -\infty \quad \text{o} \quad r_p \gg (aH)^{-1}. \quad (2.42)$$

Esto significa que aunque existan regiones que no estén conectadas causalmente ahora pudieron estarlo en el pasado [26]. Un horizonte de Hubble decreciente durante la inflación implica que las escalas entrando al horizonte actualmente ya habían estado en contacto causal en el pasado.

### Solución del problema de planitud

El valor actual  $\Omega \sim 1$  se puede explicar debido al comportamiento decreciente del horizonte de Hubble durante la inflación, donde  $H \sim \text{cte}$  y  $a \propto e^{Ht}$ , de modo que

$$1 - \Omega = \frac{-k}{(aH)^2} \propto e^{-2Ht}. \quad (2.43)$$

### Solución del problema de inhomogeneidades

Las inhomogeneidades de temperatura en el CMB y la estructura a gran escala del universo serían una consecuencia de la naturaleza cuántica del inflatón (que obedece al principio de incertidumbre). Debido a las fluctuaciones cuánticas del inflatón,  $\delta\phi$ , la inflación termina a diferentes tiempos en diferentes partes del espacio. Esto origina diferencias en la densidad de energía,  $\delta\rho(t, \mathbf{x})$ , que posteriormente crecen por atracción gravitacional. De este modo la inflación “siembra las semillas” de las inhomogeneidades observadas [25]. La dinámica de estas fluctuaciones se discute en la sección 2.2.

#### 2.1.1. Dinámica durante la inflación

La inflación se puede interpretar como un periodo de expansión acelerada del universo impulsada por un campo escalar  $\phi$ , llamado *inflatón*. Considerando un acoplamiento mínimo a la gravedad y un término cinético canónico, la dinámica del inflatón se describe a través de la acción [32]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L} = \int d^4x \left[ \frac{M_p^2}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right], \quad (2.44)$$

donde  $V(\phi)$  es el potencial del inflatón. Usando la métrica FRW, del tensor de energía-momento

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &\equiv \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L})}{\delta g_{\mu\nu}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{-g}} \left( \sqrt{-g} \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta g_{\mu\nu}} + \frac{1}{2} \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \mathcal{L} \right) \\ &= g^{\mu\nu} \left( g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi - V(\phi) \right) \\ &= \partial^\mu \phi \partial^\nu \phi + g^{\mu\nu} \left( -\frac{1}{2} \partial_\alpha \phi \partial^\alpha \phi - V(\phi) \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

Bajando los índices

$$\begin{aligned}
 T_{00} &= \frac{1}{2} \partial_\alpha \phi \partial^\alpha \phi + V(\phi) + \dot{\phi}^2 = \rho_\phi, \\
 g^{ij} T_{ij} &= g^{ij} g_{ij} \left( -\frac{1}{2} \partial_\alpha \phi \partial^\alpha \phi - V(\phi) \right) + g^{ij} \partial_i \phi \partial_j \phi = 3p_\phi,
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

se obtienen la densidad de energía y presión del fluido,

$$\rho_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} \frac{\nabla^2 \phi}{a^2} + V(\phi), \tag{2.47}$$

$$p_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{1}{6} \frac{\nabla^2 \phi}{a^2} - V(\phi), \tag{2.48}$$

y de la acción (2.44) se obtiene la ecuación de Klein-Gordon

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{\nabla^2 \phi}{a^2} + \partial_\phi V(\phi) = 0, \tag{2.49}$$

la cual es la ecuación de movimiento del inflatón  $\phi$ .

Sin embargo, si la inflación comienza en una región, pronto es posible ignorar los términos con gradientes en ella [28]. Así, se puede dividir la dependencia temporal y espacial del campo en

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \bar{\phi}(t) + \delta\phi(t, \mathbf{x}) \tag{2.50}$$

donde  $\delta\phi$  son fluctuaciones cuánticas sobre el fondo clásico y homogéneo  $\bar{\phi}$ , el cual en esta sección se denotará simplemente como  $\phi$  para analizar su dinámica. De esta forma la densidad de energía y presión son simplemente

$$\rho_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \tag{2.51}$$

$$p_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi) \tag{2.52}$$

y por lo tanto, su parámetro de ecuación de estado es

$$\omega_\phi \equiv \frac{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi)}. \tag{2.53}$$

La ecuación de Klein-Gordon homogénea es

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \partial_\phi V(\phi) = 0, \tag{2.54}$$

la cual, junto con la ecuación de Friedmann<sup>6</sup>

$$H^2 = \frac{1}{3M_p^2} \left[ \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right], \quad (2.55)$$

donde se ha sustituido (2.51), determinan la dinámica durante la inflación.

### 2.1.2. Inflación de Slow-Roll

Otra forma útil de escribir la condición para inflación es en términos del primer factor de flujo de Hubble,  $\epsilon_1$ , el cual se define como

$$\epsilon_1 \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2}, \quad (2.56)$$

y en general, los factores de flujo de Hubble son definidos por [33]

$$\epsilon_{i+1} \equiv \frac{\dot{\epsilon}_i}{H\epsilon_i}. \quad (2.57)$$

En términos de  $\epsilon_1$ ,

$$\frac{\ddot{a}}{a} = H^2 + \dot{H} = H^2(1 - \epsilon_1) > 0. \quad (2.58)$$

Esto implica que

$$\epsilon_1 \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2} = -\frac{d \ln H}{dN} < 1, \quad (2.59)$$

donde  $N$ , el número de e-folds, se usa para medir la cantidad de inflación y se define por  $dN \equiv H dt = d \ln a$ , o en su forma integral,

$$N \equiv \int_{t_i}^{t_f} H(t) dt = \int_{a_i}^{a_f} d \ln a = \ln \left( \frac{a_f}{a_i} \right). \quad (2.60)$$

La relación (2.59) implica que la tasa de cambio del parámetro de Hubble tiene que ser pequeña para tener un periodo de expansión acelerada. Pero debe mantenerse pequeña por lo menos el tiempo suficiente para producir el número de e-folds al que fueron creadas las fluctuaciones observadas en el CMB ( $N \sim 40$  a  $60$  e-folds [25, 19]). Esto requiere una condición más fuerte sobre (2.59), su derivada también debe ser pequeña. Esta condición se escribe en términos del parámetro

$$\eta \equiv \frac{\dot{\epsilon}_1}{H\epsilon_1} = \frac{d \ln \epsilon_1}{dN}, \quad (2.61)$$

---

<sup>6</sup>Durante la inflación se puede considerar  $k = 0$ .

para tener suficiente inflación se debe satisfacer  $|\eta| \ll 1$ .

Usando las ecuaciones (2.54), (2.55) y la definición (2.59),

$$\epsilon_1 = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2}{M_p^2 H^2}, \quad (2.62)$$

y sustituyendo en la definición (2.61),

$$\eta = 2 \left( \frac{\ddot{\phi}}{\dot{\phi}H} - \frac{\dot{H}}{H^2} \right) = 2 \left( \frac{\ddot{\phi}}{\dot{\phi}H} + \epsilon_1 \right) \ll 1. \quad (2.63)$$

Esto implica que  $\ddot{\phi}$ ,  $\epsilon_1 \ll 1$  y por lo tanto,  $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \ll 1$ . En esta etapa la expansión se aproxima a la del universo de De Sitter [19],

$$p_\phi \rightarrow -\rho_\phi, \quad \text{o} \quad \dot{\phi}^2 \ll V(\phi). \quad (2.64)$$

Así, despreciando la energía cinética ( $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ ) y la aceleración del campo ( $\ddot{\phi}$ ), es posible aproximar las ecuaciones (2.55) (2.54) como

$$H^2 \approx \frac{V}{3M_p^2} \quad \text{y} \quad 3H\dot{\phi} \approx -\partial_\phi V(\phi). \quad (2.65)$$

Esta es la aproximación de slow-roll, y a partir de ella se pueden establecer algunas condiciones que debe satisfacer el potencial  $V(\phi)$ . Sustituyendo las aproximaciones (2.65) en (2.62) se pueden obtener otras aproximaciones,

$$\epsilon_1 = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2}{M_p^2 H^2} \approx \frac{M_p^2}{2} \left( \frac{\partial_\phi V}{V} \right)^2 \equiv \epsilon_V \quad (2.66)$$

Por otro lado, de la derivada de la ecuación de Klein-Gordon (2.54),

$$3\dot{H}\dot{\phi} + 3H\ddot{\phi} = -\partial_{\phi\phi} V \dot{\phi}, \quad (2.67)$$

se puede obtener

$$-\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} - \epsilon_1 = \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} - \frac{\dot{H}}{H^2} \approx M_p^2 \frac{\partial_{\phi\phi} V}{V} \equiv |\eta_V|, \quad (2.68)$$

donde se han introducido los parámetros  $\epsilon_V$  y  $|\eta_V|$ , llamados *parámetros de potencial slow roll* [26],

$$\epsilon_V \equiv \frac{M_p^2}{2} \left( \frac{\partial_\phi V}{V} \right)^2, \quad \text{y} \quad |\eta_V| \equiv M_p^2 \frac{|\partial_{\phi\phi} V|}{V} \quad (2.69)$$

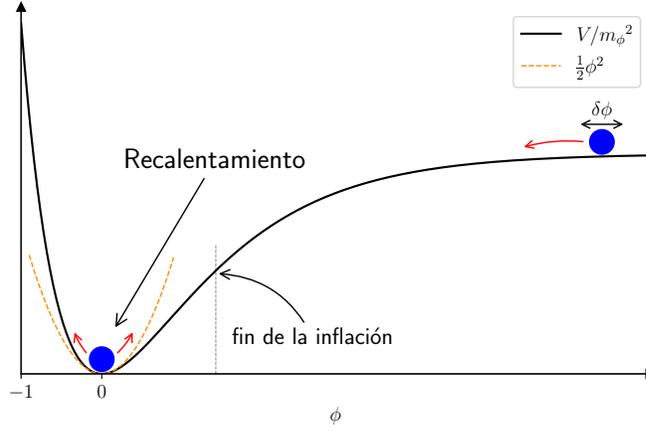


Figura 2.2: Inflatón rodando sobre el Potencial de Starobinsky, el cual es cuadrático en el mínimo. Durante la inflación las fluctuaciones cuánticas del inflatón  $\delta\phi$  son estiradas y posteriormente se vuelven clásicas. En el mínimo del potencial el inflatón oscila coherentemente y decae en otras partículas.

los cuales también deben satisfacer  $\epsilon_V, |\eta_V| \ll 1$  durante la inflación para un potencial dado.

Se considera que la inflación termina cuando las condiciones que se establecieron a los parámetros definidos anteriormente ya no se cumplen. Esto es:

$$\ddot{a}(t_{\text{end}}) = 0, \quad w = -\frac{1}{3}, \quad \epsilon_1(\phi_{\text{end}}) = 1, \quad \dot{\phi}_{\text{end}}^2 = V(\phi_{\text{end}}) \quad (2.70)$$

Al terminar la inflación para un potencial cuadrático  $V(\phi) \simeq \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2$  cerca del mínimo  $\phi \simeq 0$  (véase la figura (2.2)), las oscilaciones de  $\phi$  son coherentes

$$\phi \simeq \phi_0 \cos(m_\phi t), \quad (2.71)$$

donde la envolvente  $\phi_0$  decrece debido a la expansión  $\phi_0 \simeq \frac{\phi_{\text{end}}}{m_\phi t}$ . En esta etapa el inflatón transfiere la energía de sus oscilaciones a otros campos acoplados a él. Esta discusión se continúa en la sección ??.

## 2.2. Perturbaciones cosmológicas

En esta sección se considerarán las perturbaciones alrededor de las soluciones homogéneas de fondo del inflatón y de la métrica, está basada prin-

principalmente en [34, 35, 19]. Para este propósito, las variables físicas  $A(t, \mathbf{x})$ , se dividen en un fondo homogéneo  $\bar{A}(t)$ , que solo tiene dependencia temporal, y una fluctuación alrededor de este fondo,  $\delta A(t, \mathbf{x})$ , con dependencia espacio-temporal, tal que

$$A(t, \mathbf{x}) = \bar{A}(t) + \delta A(t, \mathbf{x}). \quad (2.72)$$

Las fluctuaciones se considerarán pequeñas, por lo tanto será suficiente expandir a orden lineal.

En relatividad general existe la libertad de norma, así que se puede elegir más de un sistema coordinado para medir una cantidad física  $A$  sobre un punto  $p$  de una variedad espacio-temporal  $M$ . Por ejemplo, para dos conjuntos de coordenadas  $x$  y  $x'$ , las perturbaciones  $\delta A(p)$  y  $\delta A'(p)$ , se definen como la diferencia entre la cantidad física  $A(p)$  real y su cantidad asociada sobre el conjunto de coordenadas,  $\bar{A}(x(p))$  para  $x$  y  $\bar{A}(x'(p))$  para  $x'$ , es decir,

$$\delta A(p) = A(p) - \bar{A}(x(p)) \quad \text{y} \quad \delta A'(p) = A(p) - \bar{A}(x'(p)). \quad (2.73)$$

Luego se puede traducir las perturbaciones de un sistema coordinado a otro mediante una transformación de coordenadas  $\delta A(p) \rightarrow \delta A'(p)$ . Por lo tanto, la forma de definir las perturbaciones no es única, depende de la norma y esto puede producir perturbaciones ficticias (no son físicas). Para evitar lidiar con perturbaciones de este tipo se pueden hacer combinaciones de perturbaciones de la métrica y perturbaciones de los campos de materia que se sean invariantes de norma. Así, para estudiar las perturbaciones cosmológicas, es necesario considerar ambos tipos de perturbaciones y relacionarlas a través de las ecuaciones de Einstein.

### Perturbaciones de la métrica

Debido a la simetría de la métrica, hay a priori 10 grados de libertad para las fluctuaciones de la métrica,  $\delta g_{\mu\nu}$ . Sin embargo, estas fluctuaciones se pueden clasificar en tres diferentes “modos” de fluctuación según cómo se transforman bajo rotaciones espaciales en hipersuperficies de tiempo constante. Estos modos pueden ser escalares, vectoriales o tensoriales, y a orden lineal son independientes entre sí [36, 35]. La descomposición explícita de la métrica en estos modos se puede hallar en [35]. Siguiendo la notación de [19], el elemento de línea considerando una métrica FRW plana ( $k = 0$ )

perturbada a orden lineal, i.e,  $g_{\mu\nu}(t, \mathbf{x}) = \bar{g}_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu}(t, \mathbf{x})$ , se puede escribir como

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \\ &= -(1 + 2\Phi)dt^2 + 2aB_i dx^i dt + a^2 [(1 - 2\Psi)\delta_{ij} + 2E_{ij}] dx^i dx^j, \end{aligned} \quad (2.74)$$

donde  $\Phi$  y  $\Psi$  son perturbaciones escalares;  $B_i$  es un 3-vector que puede ser descompuesto en una parte escalar  $\partial_i B$ , y una vectorial  $S_i$  ( $\partial^i S_i = 0$ ), tal que

$$B_i \equiv \partial_i B + S_i; \quad (2.75)$$

y  $E_{ij}$  es un 3-tensor simétrico sin traza, que puede ser descompuesto en una parte escalar  $2\partial_{ij}E$ , una vectorial  $2\partial_{(i}F_{j)} \equiv \frac{1}{2}(\partial_i F_j + \partial_j F_i)$  ( $\partial^i F_i = 0$ ) y una tensorial  $h_{ij}$  ( $h^i_i = \partial^i h_{ij} = 0$ ), tal que

$$E_{ij} \equiv 2\partial_{ij}E + 2\partial_{(i}F_{j)} + h_{ij}. \quad (2.76)$$

Para obtener invariantes de norma es necesario saber cómo se transforman los modos de la métrica bajo transformaciones de norma. Sin embargo, durante la inflación las perturbaciones vectoriales son rápidamente diluidas por la expansión del universo. De modo que solo es necesario considerar perturbaciones escalares y tensoriales.

Las perturbaciones tensoriales son inherentemente invariantes de norma. Conservando los modos tensoriales puros ( $h^i_i = \partial^i h_{ij} = 0$ ) en (2.74) se obtiene,

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) [\delta_{ij} + h_{ij}] dx^i dx^j \quad (2.77)$$

para la cual, las ecuaciones de Einstein son [19]

$$\ddot{h}_{ij} + 3H\dot{h}_{ij} - \frac{\nabla^2}{a^2} h_{ij} = 0. \quad (2.78)$$

en ausencia de estrés anisotrópico ( $\pi_{ij} = 0$ ).

Obtener las ecuaciones de Einstein para las perturbaciones escalares no es tan inmediato. Considerando solo las perturbaciones escalares en la métrica (2.74) se obtiene

$$\begin{aligned} ds^2 &= -(1 + 2\Phi)dt^2 + 2a(t)\partial_i B dx^i dt \\ &\quad + a^2(t) [(1 - 2\Psi)\delta_{ij} + 2\partial_i \partial_j E] dx^i dx^j, \end{aligned} \quad (2.79)$$

donde  $\Phi$ ,  $B$ ,  $\Psi$  y  $E$  son 3-escalares.

Usando la invariancia del intervalo  $ds^2$  al hacer una transformación de norma escalar genérica

$$\begin{aligned} t &\rightarrow t + \alpha \\ x^i &\rightarrow \delta^{ij} \partial_j \beta \end{aligned} \quad (2.80)$$

y conservando únicamente los términos lineales, las perturbaciones escalares de la métrica se transforman de la siguiente forma:

$$\Phi \rightarrow \Phi - \dot{\alpha} \quad (2.81)$$

$$B \rightarrow B + a^{-1} \alpha - a \dot{\beta} \quad (2.82)$$

$$E \rightarrow E - \beta \quad (2.83)$$

$$\Psi \rightarrow \Psi + H \alpha. \quad (2.84)$$

Con estas transformaciones es posible construir cantidades invariantes de norma. Dos de los invariantes de norma más utilizados son los invariantes de Bardeen [37],

$$\Phi_B \equiv \Phi - aH(a\dot{E} - B) - a \frac{d}{dt}(a\dot{E} - B) \quad (2.85)$$

$$\Psi_B \equiv \Psi - aH(a\dot{E} - B) \quad (2.86)$$

### Perturbaciones de la materia

El tensor de energía momento para un fluido perfecto es

$$T_\nu^\mu = g^{\mu\alpha} T_{\alpha\nu} + (\rho + p) u^\mu u_\nu - \delta_\nu^\mu p, \quad (2.87)$$

donde  $g_{\mu\nu} u^\mu u_\nu = -1$ , de modo que la cuadrivelocidad solo tiene tres componentes independientes. Alrededor de esta cantidad de fondo la perturbación general a orden lineal es

$$\delta T_\nu^\mu = (\delta\rho + \delta p) \bar{u}^\mu \bar{u}_\nu + (\bar{\rho} + \bar{p})(\delta u^\mu \bar{u}_\nu + \bar{u}^\mu \delta u_\nu) - \delta_\nu^\mu \delta p - \pi_\nu^\mu \quad (2.88)$$

donde se ha agregado el estrés anisotrópico  $\pi_\nu^\mu$  de traza nula. Las entradas del tensor de energía momento perturbado son

$$T_0^0 = -(\bar{\rho} + \delta\rho) \quad (2.89)$$

$$T_i^0 = (\bar{\rho} + \bar{p}) a v_i \equiv q_i \quad (2.90)$$

$$T_0^i = -(\bar{\rho} + \bar{p})(v_i - B_i)/a \quad (2.91)$$

$$T_j^i = \delta_j^i(\bar{p} + \delta p) + \pi_j^i \quad (2.92)$$

Del mismo modo que con las perturbaciones de la métrica, es necesario saber cómo se transforman las perturbaciones  $\delta\rho$ ,  $\delta p$ ,  $\delta u^\mu$  y  $\pi_\nu^\mu$  bajo transformaciones de norma. Sin embargo, igual que con la métrica, solo es necesario quedarse con la parte escalar de las perturbaciones para relacionarlas con las perturbaciones escalares de la métrica a través de las ecuaciones de Einstein posteriormente.

Aplicando la transformación (2.80) a las entradas del tensor,  $T_\nu^\mu(x) = \frac{\partial x^\mu}{\partial \tilde{x}^\alpha} \frac{\partial \tilde{x}^\beta}{\partial \tilde{x}^\nu} \tilde{T}_\beta^\alpha(\tilde{x})$ , y conservando los términos hasta orden lineal, se encuentra que las perturbaciones en el tensor de energía momento se transforman como

$$\delta\rho \rightarrow \delta\rho - \dot{\bar{\rho}}\alpha \quad (2.93)$$

$$\delta p \rightarrow \delta p - \dot{\bar{p}}\alpha \quad (2.94)$$

$$\delta q \rightarrow \delta q + (\dot{\bar{\rho}} + \dot{\bar{p}})\alpha \quad (2.95)$$

$$\pi \rightarrow \pi \quad (2.96)$$

Este es el caso genérico de un tensor de energía-momento perturbado a orden lineal. Sin embargo, durante la inflación el universo solo contiene al inflatón, por lo tanto, las fluctuaciones  $\delta\rho$ ,  $\delta p$ ,  $q$  y  $\pi$  son debidas únicamente a  $\phi$ . El tensor de energía momento correspondiente es

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - g_{\mu\nu} \left[ \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi + V(\phi) \right] \quad (2.97)$$

### Ecuaciones de Einstein para las perturbaciones

Las perturbaciones de la métrica y la materia están relacionadas a través de las Ecuaciones de Einstein,

$$\delta G_{\mu\nu} = \frac{\delta T_{\mu\nu}}{M_p^2}. \quad (2.98)$$

Para resolverlas es necesario calcular las perturbaciones de la métrica, de su inversa, de las conexiones afines y del tensor de Riemann, que se pueden encontrar en [34]. Considerando exclusivamente las perturbaciones escalares, la métrica (2.79) en la norma Newtoniana ( $B = E = 0$ ) queda

$$ds^2 = (1 + 2\Phi)dt^2 - a^2(t)(1 - 2\Psi)\delta_{ij}dx^i dx^j. \quad (2.99)$$

para las cuales, las ecuaciones de Einstein son [19]

$$3H(\dot{\Psi} + H\Phi) - \frac{\nabla^2\Psi}{a^2} = -\frac{\delta\rho}{2M_p^2} \quad (2.100)$$

$$\dot{\Psi} + H\Phi = \frac{q}{2M_p^2} \quad (2.101)$$

$$\ddot{\Psi} + 3H\dot{\Psi} + H\dot{\Phi} + (2\dot{H} + 3H^2)\Phi = \frac{1}{M_p^2}(\delta p + \frac{2}{3}\nabla^2\pi) \quad (2.102)$$

$$\frac{\Psi - \Phi}{a^2} = \frac{\pi}{M_p^2} \quad (2.103)$$

Para conocer la dinámica de las perturbaciones durante la inflación, además de las ecuaciones de Einstein, se necesita considerar la ecuación de Klein-Gordon, que determina la dinámica del inflatón,

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\partial_\nu\phi) + \partial_\phi V = 0. \quad (2.104)$$

Perturbando esta ecuación en sus términos  $\frac{1}{\sqrt{-g}}$ ,  $\sqrt{-g}$ ,  $g^{\mu\nu}$  y  $\phi$ , en la norma Newtoniana se obtiene

$$\delta\ddot{\phi} + 3H\delta\dot{\phi} - \nabla^2\frac{\delta\phi}{a^2} + V_{\phi\phi}\delta\phi = 4\dot{\phi}\dot{\Psi} - 2V_\phi\Psi \quad (2.105)$$

Por lo tanto, el sistema que describe la dinámica completa del sistema de perturbaciones en la norma Newtoniana es

$$3H(\dot{\Psi} + H\Psi) - \frac{\nabla^2\Psi}{a^2} = -\frac{1}{2M_p^2} \left[ \dot{\phi}(\delta\dot{\phi} - \dot{\phi}\Psi) + V_\phi\delta\phi \right] \quad (2.106)$$

$$\dot{\Psi} + H\Psi = \frac{1}{2M_p^2}\dot{\phi}\delta\phi \quad (2.107)$$

$$\ddot{\Psi} + 3H\dot{\Psi} + H\dot{\Psi} + (2\dot{H} + 3H^2)\Psi = \frac{1}{M_p^2} \left[ \dot{\phi}(\delta\dot{\phi} - \dot{\phi}\Psi) - V_\phi\delta\phi \right] \quad (2.108)$$

$$h_{ij} + 3Hh_{ij} - \frac{\nabla^2}{a^2}h_{ij} = 0 \quad (2.109)$$

$$\delta\ddot{\phi} + 3H\delta\dot{\phi} - \frac{\nabla^2\delta\phi}{a^2} + V_{\phi\phi}\delta\phi = 4\dot{\phi}\dot{\Psi} - 2V_\phi\Psi \quad (2.110)$$

donde, como no hay estrés anisotrópico durante la inflación, solo hay dos perturbaciones escalares, una de la métrica  $\Phi = \Psi$  y una de materia  $\delta\phi$ .

De modo que este sistema está sobredeterminado. Toda la dinámica de las perturbaciones escalares se puede describir con una sola ecuación de movimiento,

$$\ddot{Q} + 3H\dot{Q} - \frac{\nabla^2 Q}{a^2} + \left( 3\dot{\phi}^2 - \frac{\dot{\phi}^4}{2H^2} + 2\frac{\dot{\phi}V_\phi}{H} + V_{\phi\phi} \right) Q = 0, \quad (2.111)$$

para una cantidad invariante de norma,

$$Q \equiv \delta\phi + \frac{\dot{\phi}}{H}\Psi, \quad (2.112)$$

conocida como la variable de Mukhanov-Sasaki.

Otros invariantes de norma importantes son:

- Perturbación de curvatura en hipersuperficies de densidad uniforme,

$$\zeta \equiv \Psi + H\frac{\delta\rho}{\dot{\rho}} = \Psi - \frac{\delta\rho}{3(\rho + p)} \quad (2.113)$$

en la norma Newtoniana

$$\zeta = \Psi - \frac{\dot{\phi}(\delta\dot{\phi} - \dot{\phi}\Psi) + V_\phi\delta\phi}{3\dot{\phi}^2} \quad (2.114)$$

- Perturbación de curvatura en comovimiento

$$\mathcal{R} \equiv \Psi + \frac{H}{\rho + p}q \quad (2.115)$$

en la norma Newtoniana es

$$\mathcal{R} = \Psi + \frac{H}{\dot{\phi}}\delta\phi \quad (2.116)$$

La derivada de  $\mathcal{R}$  se puede reescribir en términos del horizonte de Hubble

$$\dot{\mathcal{R}} = \dot{\Psi} + \frac{\dot{H}\dot{\phi} - \ddot{\phi}H}{\dot{\phi}^2}\delta\phi + \frac{H}{\dot{\phi}}\delta\dot{\phi} = -\frac{2H^3}{\dot{\phi}^2} \left( \frac{k}{aH} \right)^2 \Psi \approx 0, \quad \text{para } k \ll aH \quad (2.117)$$

De modo que para escalas fuera del horizonte, la perturbación de curvatura  $\mathcal{R}$  es constante. Además, las perturbaciones  $\zeta$  y  $\mathcal{R}$  fuera del horizonte son iguales

$$\zeta - \mathcal{R} = \frac{2H^2}{3\dot{\phi}^2} \left( \frac{k}{aH} \right)^2 \Psi \approx 0, \quad \text{para } k \ll aH \quad (2.118)$$

### Condiciones iniciales

Para resolver la ecuación de movimiento para las perturbaciones escalares (2.111), se necesita una condición inicial para  $Q$ , que corresponde a la de vacío. Reescribiendo (2.112) en términos de los operadores de creación y aniquilación  $\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger$  y  $\hat{a}_{\mathbf{k}}$ ,

$$Q = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \left[ Q_k(t) \hat{a}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + Q_k^*(t) \hat{a}_{-\mathbf{k}}^\dagger e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \right], \quad (2.119)$$

donde se satisfacen las relaciones de conmutación canónicas  $[\hat{a}_{\mathbf{k}}, \hat{a}_{\mathbf{k}'}^\dagger] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$  y  $[\hat{a}_{\mathbf{k}}, \hat{a}_{\mathbf{k}'}] = [\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger, \hat{a}_{\mathbf{k}'}^\dagger] = 0$ . La ecuación (2.111) para los modos  $Q_k$  es

$$\ddot{Q}_k + 3H\dot{Q}_k + \left( \frac{k^2}{a^2} + 3\dot{\phi}^2 - \frac{\dot{\phi}^4}{2H^2} + 2\frac{\dot{\phi}V_\phi}{H} + V_{\phi\phi} \right) Q_k = 0, \quad (2.120)$$

donde los puntos indican derivada respecto al tiempo cósmico.

Usando un cambio de variable  $u_k = aQ_k$  y en términos del tiempo conforme  $\tau$ , la ecuación (2.120) se puede convertir en

$$u_k'' + \omega_k^2(\tau)u_k = 0, \quad (2.121)$$

donde ' indica derivada respecto al tiempo conforme  $\tau$ . Esta ecuación (2.121) corresponde a oscilador armónico con frecuencia variable en el tiempo

$$\omega_k^2(\tau) = k^2 - (aH)^2 \left( 2 - \epsilon_1 + \frac{3}{2}\epsilon_2 - \frac{1}{2}\epsilon_1\epsilon_2 + \frac{1}{4}\epsilon_2^2 + \frac{1}{2}\epsilon_2\epsilon_3 \right) \quad (2.122)$$

escrita en términos de los factores de flujo de Hubble (2.57). La solución correspondiente al estado de mínima energía instantánea ( $\tau = \tau_0$ ) para (2.121) es

$$u_k(\tau_0) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_k(\tau_0)}} e^{-i\omega_k(\tau_0)\tau_0}. \quad (2.123)$$

Debido a que la frecuencia  $\omega_k^2(\tau)$  es variable en el tiempo, esta solución no es única. Sin embargo, durante la inflación el horizonte de Hubble  $(aH)^{-1}$  se encoge y  $\epsilon_i \ll 1$ . De modo que para los modos que comenzaron dentro del horizonte de Hubble,  $k \gg aH$  la ecuación (2.121) se convierte en

$$u_k'' + k^2 u_k \approx 0, \quad (2.124)$$

la cual sí tiene solución de mínima energía única dada por

$$u_k = \frac{e^{-ik\tau}}{\sqrt{2k}}. \quad (2.125)$$

De modo que la condición inicial para la variable de Mukhanov-sasaki es

$$\lim_{k/aH \rightarrow \infty} Q_k = \frac{e^{-ik\tau}}{a\sqrt{2k}}, \quad (2.126)$$

esta solución es conocida como el vacío de Bunch-Davies y representa la condición inicial para las todas las escalas  $k$ , las cuales, debido a la inflación comenzaron dentro del horizonte.

Análogamente, para resolver la ecuación (2.78), las perturbaciones tensoriales  $h_{ij}$  se expresan como la suma de sus modos de polarización  $h_k^\gamma$  con  $\gamma = +, \times$  y en términos de los operadores de creación y aniquilación  $\hat{b}_{\mathbf{k}}^\dagger$  y  $\hat{b}_{\mathbf{k}}$  [19]

$$h_{ij} = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{\gamma=+,\times} \epsilon_{ij}^\gamma(k) \left[ h_k^\gamma(t) \hat{b}_{\mathbf{k}}^\gamma e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + h_k^{\gamma*}(t) \hat{b}_{-\mathbf{k}}^{\gamma\dagger} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \right] \quad (2.127)$$

donde se cumplen  $\epsilon_{ii}^\gamma = k^i \epsilon_{ij}^\gamma = 0$  y  $\epsilon_{ij}^\gamma \epsilon_{ij}^{\gamma'} = 2\delta_{\gamma\gamma'}$ .

La ecuación para los modos  $h_k^\gamma$  en ausencia de estrés anisotrópico es

$$\ddot{h}_k^\gamma + 3H\dot{h}_k^\gamma + \frac{k^2}{a^2} h_k^\gamma = 0 \quad (2.128)$$

con la condición inicial de Bunch-Davies,

$$\lim_{k/aH \rightarrow \infty} h_k^\gamma = \frac{e^{-ik\tau}}{a\sqrt{2k}}. \quad (2.129)$$

### 2.2.1. Estadística de las perturbaciones

En esta sección se definen los observables del CMB usados en este trabajo. El desarrollo está basado principalmente en [38, 19], y en menor medida en [22].

Una de las principales tareas de la cosmología observacional es medir las propiedades estadísticas de las perturbaciones escalares, en particular, el espectro de potencias. En este trabajo se utilizó el espectro de potencias de la perturbación de curvatura en comovimiento,  $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}$ .

En el espacio de Fourier,

$$\mathcal{R}_{\mathbf{k}} = \int \mathcal{R}(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d^3x \quad (2.130)$$

donde si  $\mathcal{R}$  es real,  $\mathcal{R}_{\mathbf{k}}^* = \mathcal{R}_{-\mathbf{k}}$ .

Dado que a orden lineal los modos  $\mathcal{R}_k$  evolucionan independientemente y sus fluctuaciones comienzan en el vacío de Bunch-Davies (2.126), que corresponde a un conjunto de osciladores armónicos no correlacionados, la estadística de las perturbaciones se puede identificar con la de campos aleatorios gaussianos, los cuales se pueden caracterizar adecuadamente con la función de correlación de dos puntos

$$\xi_{\mathcal{R}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \equiv \langle \mathcal{R}(\mathbf{x})\mathcal{R}(\mathbf{x}') \rangle, \quad (2.131)$$

la cual cuantifica el promedio de las fluctuaciones en diferentes escalas. Por el principio cosmológico, esta función solo depende de  $r \equiv |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|$ . Así, agrupando términos en el promedio

$$\langle \mathcal{R}_{\mathbf{k}}\mathcal{R}_{\mathbf{k}'} \rangle = \int \mathcal{R}(\mathbf{x})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}}d^3x \int \mathcal{R}(\mathbf{x}')e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{x}'}d^3x' \quad (2.132)$$

se obtiene la expresión

$$\langle \mathcal{R}_{\mathbf{k}}\mathcal{R}_{\mathbf{k}'} \rangle = (2\pi)^3 P_{\mathcal{R}}(k)\delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}'), \quad (2.133)$$

donde  $\delta(\mathbf{k}) \equiv \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{\pm i\mathbf{k}\mathbf{x}}$ , y la cantidad  $P_{\mathcal{R}}$  es la transformada de Fourier de la función de correlación de dos puntos,  $P_{\mathcal{R}}(k) \equiv \int \xi_{\mathcal{R}}(r)e^{-ikr}d^3x$ .

El espectro de potencias de  $\mathcal{R}$  se define como

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}}(k) \equiv \frac{k^3}{2\pi^2} P_{\mathcal{R}}(k) \quad (2.134)$$

la cual es una cantidad adimensional y solo depende de  $k \equiv |\mathbf{k}|$  debido a la invariancia bajo rotaciones espaciales. Para medir su dependencia de la escala se usa la inclinación escalar,  $n_s$ , definida como

$$n_s = 1 + \frac{d \ln \mathcal{P}_{\mathcal{R}}}{d \ln k} \quad (2.135)$$

Así, un valor  $n_s = 1$  indica invariancia de escala.

De manera análoga, para definir el espectro de potencias de las perturbaciones tensoriales  $h_{ij}$ , se considera que sus modos de polarización  $h_k^\gamma$  con  $\gamma = +, \times$  son campos aleatorios gaussianos, por lo tanto, para cada modo,

$$\sum_{\gamma=+,\times} \langle h_{\mathbf{k}}^\gamma h_{\mathbf{k}'}^\gamma \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_{\mathcal{T}}(k)\delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}'). \quad (2.136)$$

Otro observable importante es la razón tensor-escalar, definido como

$$r = \frac{\mathcal{P}_{\mathcal{T}}}{\mathcal{P}_{\mathcal{R}}}, \quad (2.137)$$

el cual mide la potencia relativa de ambas perturbaciones.

Para el modelo de Starobinsky, los observables  $n_s$  y  $r$  pueden ser aproximados analíticamente como [39]

$$n_s \simeq 1 - \frac{2}{N_*} \quad \text{y} \quad r \simeq \frac{12}{N_*^2}. \quad (2.138)$$

### 2.2.2. Conexión de la inflación con el Fondo Cósmico de Microondas

La radiación cósmica de fondo o el Fondo Cósmico de Microondas (CMB) proporciona fuerte evidencia del comienzo del universo en un “Big Bang Caliente”. Su espectro corresponde casi perfectamente al de un cuerpo negro a  $T_0 = 2.725 \pm 0.001$  K [40]. Esto indica que en algún momento los fotones del CMB estuvieron en equilibrio térmico a través de las interacciones con los electrones del plasma primordial hasta que el universo se enfrió lo suficiente para permitir que se formara el hidrógeno neutro y los fotones pudieran propagarse libremente por el espacio, esta etapa se conoce como recombinación. Un observador recibe fotones provenientes de una superficie esférica a su alrededor correspondiente a la última dispersión de esos fotones, es decir, el momento en el que se “desacoplaron” de la materia. Esta radiación contiene información acerca de los primeros instantes del universo, caracterizar las fluctuaciones de temperatura alrededor de la temperatura de fondo  $T_0 = 2.725 \pm 0.001$  K es crucial para entender su origen.

Dado que el fondo Cósmico de Microondas proviene de una superficie esférica, las anisotropías de su temperatura se miden con dos coordenadas angulares  $(\theta, \phi)$ . Su expansión en armónicos esféricos  $Y_{\ell m}(\theta, \phi)$  es

$$\Theta(\theta, \phi) \equiv \frac{\Delta T(\theta, \phi)}{T_0} = \sum_{\ell m} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (2.139)$$

donde los coeficientes

$$a_{\ell m} = \int d\Omega Y_{\ell m}^*(\hat{n}) \Theta(\hat{n}) \quad (2.140)$$

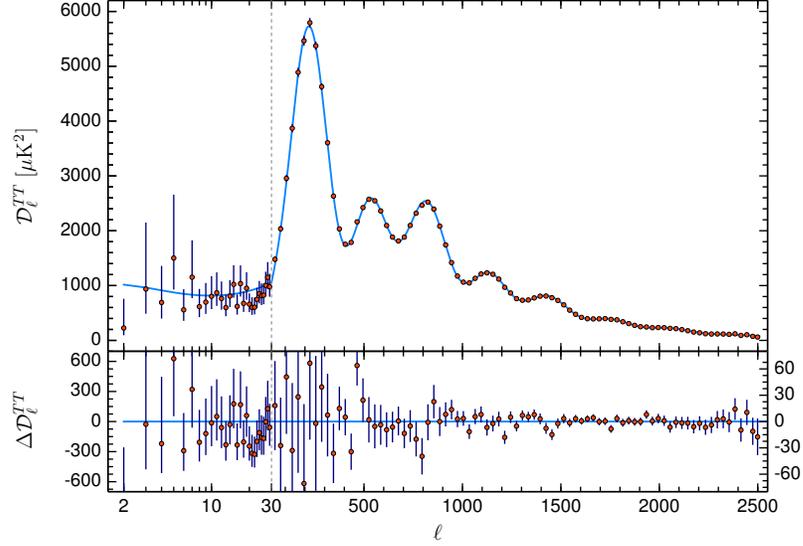


Figura 2.3: últimas mediciones del espectro de potencias angular del CMB  $D_\ell^{TT} = \ell(\ell + 1)C_\ell^{TT}/(2\pi)$  del satélite Planck [12].

La información que se obtiene del CMB es estadística, se usa el espectro de potencias angular para caracterizar el tamaño de las fluctuaciones como función de la escala angular. En particular su espectro de potencias angular rotacionalmente invariante es [19]

$$C_\ell^{TT} = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_m \langle a_{\ell m}^* a_{\ell m} \rangle \quad (2.141)$$

el cual está relacionado con la inflación a través de

$$C_\ell^{TT} = \frac{2}{\pi} \int k^2 dk P_{\mathcal{R}}(k) \Delta_{T\ell}(k) \Delta_{T\ell}(k) \quad (2.142)$$

el cual depende del espectro de potencias escalar ya que las fluctuaciones de temperatura se deben a fluctuaciones de densidad.

La contribución del espectro de potencias tensorial en las fluctuaciones primordiales aún no ha sido detectada. Una forma de hacerlo a través de la polarización del CMB, la cual se da a través de dispersión de Thompson antes de la recombinación. La polarización del CMB se puede caracterizar

en términos de los campos

$$E(\theta, \phi) = \sum_{\ell m} a_{E,\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi), \quad B(\theta, \phi) = \sum_{\ell m} a_{B,\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi), \quad (2.143)$$

también llamados modos de polarización. Sus nombres son en analogía con los campos eléctrico y magnético. Los vectores de polarización del modo E son radiales alrededor de puntos fríos en el CMB y tangentes a puntos calientes, tienen rotacional nulo. En cambio, los vectores de polarización del modo B tienen divergencia nula en todos los puntos [19]. El espectro de potencias angular de las correlaciones entre modos es

$$C_\ell^{XY} \equiv \frac{1}{2\ell + 1} \sum_m \langle a_{X,\ell m}^* a_{Y,\ell m} \rangle \quad (2.144)$$

con  $X, Y = T, E, B$ .

Las fluctuaciones tensoriales (ondas gravitacionales) generan una polarización de tipo  $B$ , este patrón no puede crearse a partir de fluctuaciones escalares [26]. La conexión con la inflación está dada a través de

$$C_\ell^{BB} = (4\pi)^2 \int k^2 dk P_h(k) \Delta_{B\ell}^2(k) \Delta_{T\ell}(k). \quad (2.145)$$

Detectar  $C_\ell^{BB}$  daría información sobre las fluctuaciones tensoriales primordiales y sobre la escala de energía de la inflación [26]. Sin embargo, actualmente solo existen cotas (2.4).

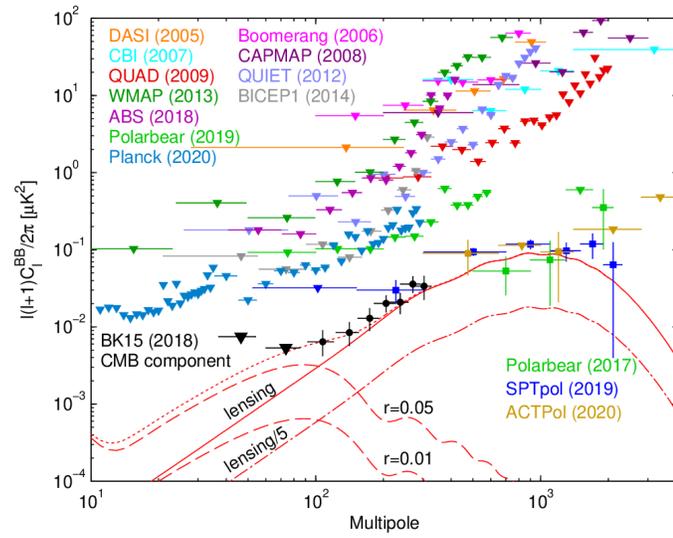


Figura 2.4: Mediciones de la polarización B del CMB por múltiples experimentos. Tomado de [41]

## 3 Recalentamiento: decaimiento del inflatón

En esta sección se describe la etapa posterior a la inflación en la historia cósmica, durante la cual el inflatón transfiere su energía para producir las partículas del modelo estándar. En esta nueva etapa se pueden distinguir, a su vez, subetapas que deben ser descritas en diferentes regímenes. La mayor parte de esta sección está basada en [42, 43, 44, 9].

Al final de la inflación, el inflatón oscila alrededor del mínimo de su potencial y, debido a que cualquier contenido de materia o radiación habría sido diluido por la expansión exponencial, el universo está muy frío y solo contiene al inflatón. Por otro lado, para que tenga lugar la nucleosíntesis del Big Bang se necesita un universo caliente y termalizado. Así, para que el paradigma inflacionario sea consistente, debe contemplarse un mecanismo que permita evolucionar el universo hacia estas condiciones. Es necesario introducir un periodo de producción de radiación y materia al final de la inflación. Durante este periodo, denominado recalentamiento, el inflatón decae hacia otros campos a los que se encuentre acoplado y, posteriormente, se pueden producir las partículas del Modelo Estándar.

### 3.1. Recalentamiento perturbativo

Los primeros estudios del decaimiento del inflatón se hicieron a orden perturbativo en la expansión del acoplamiento, lo cual es válido para acoplamientos pequeños, por ejemplo, para acoplamientos de tipo Yukawa (3.1)  $y \lesssim 10^{-5}$  [45]. En esta aproximación, la interacción dominante es  $\phi \rightarrow \bar{\psi}\psi$ , donde cada cuanto del inflatón decae independientemente en dos partículas de espín 1/2  $\psi$  [42]. Este decaimiento se modela a través de la ecuación de Boltzmann para el condensado homogéneo, como se muestra a detalle en el

apéndice de [46]. El término de interacción en el potencial se escribe

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = y\phi\bar{\psi}\psi, \quad (3.1)$$

donde  $y$  es un acoplamiento efectivo de tipo Yukawa, en términos del cual se parametriza la tasa de decaimiento

$$\Gamma_\phi = \frac{y^2}{8\pi}m_\phi, \quad (3.2)$$

cuya expresión se obtiene en [46] a partir de la ecuación de Boltzmann en términos de la amplitud de transición en la producción de dos partículas. La masa del inflatón  $m_\phi$  define

$$m_\phi^2(t) \equiv V''(\phi_0(t)), \quad (3.3)$$

la cual es constante para los potenciales cuadráticos en el mínimo,  $V(\phi) \simeq \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2$ , como sucede con el potencial de Starobinsky.

El término (3.2) se puede incluir en la ecuación de movimiento del inflatón (2.54) como una contribución al amortiguamiento de las oscilaciones,

$$\ddot{\phi} + (3H + \Gamma_\phi)\dot{\phi} + \partial_\phi V(\phi) = 0, \quad (3.4)$$

y en términos de la densidad de energía (2.51) y la presión (2.52) [46],

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(1 + w_\phi)\rho_\phi = -\Gamma_\phi(1 + w_\phi)\rho_\phi, \quad (3.5)$$

donde  $w_\phi = \frac{p_\phi}{\rho_\phi}$ . Por otro lado, la conservación de energía-momento total del universo requiere que la energía sea transferida a las partículas relativistas, lo cual, siguiendo la notación estándar, se escribe en términos de la densidad de energía de radiación  $\rho_R$  como

$$\dot{\rho}_R + 4H\rho_R = \Gamma_\phi(1 + w_\phi)\rho_\phi. \quad (3.6)$$

Así, considerando también la ecuación de Friedmann (2.6), la evolución temporal de los campos está dada por el sistema [47]

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(1 + w_\phi)\rho_\phi = -\Gamma_\phi(1 + w_\phi)\rho_\phi, \quad (3.7)$$

$$\dot{\rho}_R + 4H\rho_R = \Gamma_\phi(1 + w_\phi)\rho_\phi, \quad (3.8)$$

$$\rho_\phi + \rho_R = 3M_P^2 H^2. \quad (3.9)$$

La solución a este sistema se puede encontrar numéricamente, incluyendo la densidad de energía al final del recalentamiento,  $\rho_{\text{reh}}$ , la cual se encuentra en la intersección de las curvas  $\rho_\phi$  y  $\rho_R$ .

### 3.2. Recalentamiento no-perturbativo: precalentamiento

A pesar de que la aproximación perturbativa es suficiente para transferir por completo la energía del inflatón a las partículas del modelo estándar, es deficiente para describir las primeras transferencias de energía y para describir la dinámica en presencia de acoplamientos fuertes, ya que ignora fenómenos que pueden dar lugar a un dramático aumento en las tasas de decaimiento durante las primeras transferencias de energía como fue estudiado posteriormente [43, 8]. En caso de que estas transferencias de energía del inflatón ocurran hacia otro campo escalar  $\chi$ , se producen incrementos exponenciales en sus números de ocupación en el régimen de resonancia paramétrica.

Esta producción no-perturbativa de partículas, denominada *precalentamiento*, surge debido a que las oscilaciones del inflatón son coherentes al final de la inflación. En consecuencia, durante esta etapa no es adecuado suponer que los cuantos del inflatón decaen independientes entre sí como en la aproximación de Boltzmann. Su decaimiento es un proceso colectivo y las interacciones como  $\phi\phi \rightarrow \chi\chi$  cobran importancia. En este trabajo se considera la interacción de la forma

$$V_{\text{int}} = \frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2, \quad (3.10)$$

donde  $g$  es una constante adimensional de acoplamiento, ya que a través de esta interacción se puede estudiar la producción de materia oscura durante el precalentamiento [48].

La ecuación de movimiento del campo  $\chi$  es

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} + \left(-\frac{\nabla^2}{a^2} + m_{\chi\text{eff}}^2(t)\right)\chi = 0 \quad (3.11)$$

donde  $m_{\chi\text{eff}}$  es la masa efectiva de  $\chi$ , definida por

$$m_{\chi\text{eff}} \equiv \sqrt{\frac{\partial^2 V_{\text{int}}}{\partial \chi^2}} = g\phi(t) \quad (3.12)$$

La producción de partículas durante el precalentamiento no se describe en términos de partículas, sino en términos de campos cuánticos. A diferencia de  $\phi$  que se describe clásicamente debido a sus grandes oscilaciones, el campo  $\chi$  debe comenzar desde el estado vacío debido a que durante la inflación se

diluyó cualquier densidad de energía de materia o radiación presente antes del final de la inflación [43]. En términos de los operadores de creación y aniquilación,

$$\hat{\chi}(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3\mathbf{p} \left( \chi_p^*(t) \hat{a}_p e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} + \chi_p(t) \hat{a}_p^\dagger e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} \right) \quad (3.13)$$

donde  $\mathbf{p}$  es el momento en comovimiento.

En el espacio de Fourier, a orden lineal los modos del campo  $\chi$  evolucionan independientemente como

$$\ddot{\chi}_p + 3H\dot{\chi}_p + (p^2 + m_{\chi_{\text{eff}}}^2) \chi_p = 0. \quad (3.14)$$

Por otro lado, al final de la inflación  $V(\phi) \simeq \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2$  cerca del origen y su ecuación de movimiento es

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + m_\phi^2\phi = 0 \quad (3.15)$$

cuya solución es de la forma

$$\phi(t) = \phi_0(t) \cos(m_\phi t) \quad (3.16)$$

donde  $\phi_0 \simeq \frac{\phi_{\text{end}}}{m_\phi t}$  es la amplitud de las oscilaciones. Estas oscilaciones generan un periodo dominado por materia.

$$a(t) \simeq a_{\text{end}} \left( \frac{t}{t_{\text{end}}} \right)^{2/3} \quad (3.17)$$

Usando el reescalamiento  $X_p \equiv a^{3/2}\chi_p$ , la ecuación (3.14)

$$\ddot{X}_p + \omega_p^2 X_p = 0. \quad (3.18)$$

la cual es la ecuación de un oscilador armónico con frecuencia angular variable en el tiempo dada por

$$\omega_p^2 = \frac{p^2}{a^2} + g^2\phi_0 \cos^2(m_\phi t) - \frac{3}{2}\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{3}{4}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \quad (3.19)$$

que se puede reescribir usando (3.16) y las ecuaciones (2.6) y (2.7) como

$$\omega_p^2 = \frac{p^2}{a^2} + g^2\phi(t)^2 + \frac{9}{4}wH^2 \quad (3.20)$$

La condición inicial de (3.18) debe tomarse en el vacío de Bunch-Davies

$$X_p(t) \simeq \frac{e^{-i\omega_p t}}{\sqrt{2\omega_p}}. \quad (3.21)$$

### Resonancia paramétrica

Para evidenciar el comportamiento resonante de la ecuación (3.18) es conveniente reescribirla en términos de las variables

$$z = m_\phi t + \frac{\pi}{2}, \quad A_p = \frac{p^2}{m_\phi^2 a^2} + 2q, \quad q = \frac{g^2 \phi_0^2}{4m_\phi^2} = \frac{g^2}{\lambda} \frac{\phi_0^2}{8M_p} = \sigma \frac{\phi_0^2}{8M_p}, \quad (3.22)$$

donde  $\lambda = \frac{1}{2}m_\phi^2$  y se introduce  $\sigma$  que se usará en este trabajo como introduce el parámetro de resonancia. De modo que la (3.11) adquiere la forma de la ecuación de Mathieu

$$\frac{d^2}{dz^2} X_p + (A_p - 2q \cos 2z) X_p = 0, \quad (3.23)$$

cuyas propiedades han sido ampliamente estudiadas . En particular, sus soluciones tienen la forma

$$X_p(z) = e^{\mu_p z} g_1(z) + e^{-\mu_p z} g_2(z), \quad (3.24)$$

donde  $g_1(z)$  y  $g_2(z)$  son funciones periódicas y el exponente  $\mu_p$  es complejo en general. Los modos tales que  $Re(\mu_p) \neq 0$  son exponenciales,  $\chi_p \propto e^{\mu_p z}$ , mientras que  $Re(\mu_p) = 0$  corresponde a una solución estable.

De este modo,  $\mu_p$  llamado el exponente característico, determina la estabilidad de las soluciones y depende del momento  $p$ , el acoplamiento  $g^2$  y la amplitud del inflatón  $\phi_0$  o equivalentemente de  $A_p$  y  $q$ .

Dado que los números de ocupación para cada modo están dados por [8]

$$n_p = \frac{\omega_p}{2} \left( \frac{|\dot{X}_p|^2}{\omega_p^2} + |X_p|^2 \right) - \frac{1}{2} \quad (3.25)$$

cuando  $X_p \propto e^{\mu_p z}$ ,  $n_p \propto e^{2\mu_p z}$ , de modo que se producen partículas exponencialmente.

El comportamiento resonante de (3.23) se puede estudiar en términos de los parámetros  $A_p$  y  $q$  como se muestra en (3.1), donde las regiones más claras corresponden a inestabilidad (producción exponencial de partículas) y las regiones oscuras corresponden a estabilidad.

Debido a la expansión, los parámetros  $A_p$  y  $q$  no permanecen constantes para un  $p$  dado. La amplitud del inflatón decrece  $\phi_0 \sim t^{-1}$ , por lo tanto el parámetro  $q$  es decreciente,  $q \sim t^{-2}$ . En (3.1) los parámetros  $A_p$  y  $q$  decrecen siguiendo líneas rectas, las cuales se encuentran sobre  $A_p = 2q$ , que es el caso para  $p = 0$ .

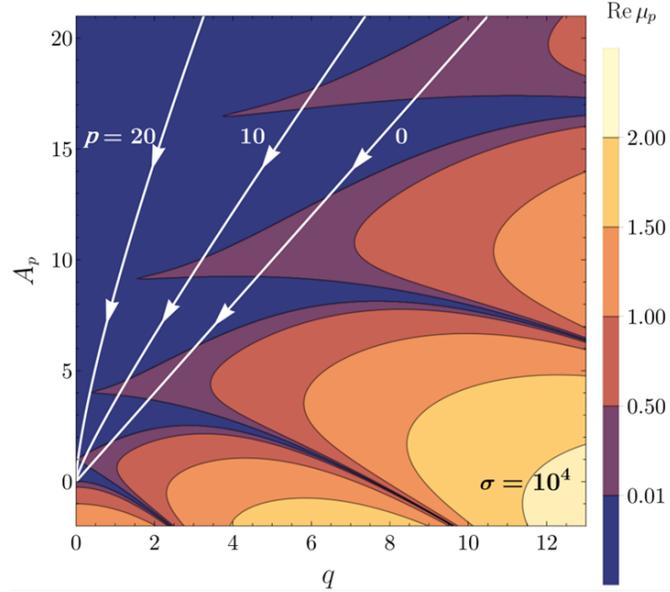


Figura 3.1: Mapa de inestabilidad en función del exponente característico  $\mu_p$ . Las regiones moradas corresponden a estabilidad y las regiones amarillas corresponden a inestabilidad donde las partículas son producidas exponencialmente. Las líneas blancas corresponden a la evolución de los modos  $p = 20, 10, 0$  para un parámetro de resonancia  $\sigma = \frac{g^2}{\lambda} = 10^4$

Se pueden distinguir diferentes regímenes de resonancia en (3.1) dependiendo del grosor de las bandas de resonancia que atraviesa la evolución de  $A_p$  y  $q$ . Para  $g^2$  tales que  $q \ll 1$  la resonancia es estrecha cerca de  $A_p \simeq n^2$ , con  $n = 1, 2, 3, \dots$ , mientras que para  $g^2$  tales que  $q \gg 1$  la resonancia es amplia (ocurre en bandas amplias).

### Reacción inversa

La resonancia paramétrica tiene una duración limitada debido a que los efectos no lineales se vuelven importantes conforme los números de ocupación crecen. Esta etapa se llama *reacción inversa* porque el crecimiento exponencial de los modos  $\chi_p$  provoca un crecimiento exponencial en las perturbaciones del inflatón condensado. Aquí se mencionan algunos aspectos fenomenológicos, una discusión detallada de esta etapa se puede encontrar en [42, 9, 8].

Los grandes números de ocupación durante la resonancia paramétrica justi-

### 3.2. RECALENTAMIENTO NO-PERTURBATIVO: PRECALENTAMIENTO 39

fican el tratamiento clásico de  $\chi$ . Una forma de entender cómo termina la resonancia paramétrica es añadiendo la corrección  $\Delta m_\phi^2 = g^2 \langle \chi^2 \rangle$  en la masa efectiva al cuadrado del inflatón:

$$m_{\phi_{\text{eff}}}^2 = m_\phi^2 + g^2 \chi^2 + g^2 \langle \chi^2 \rangle \quad (3.26)$$

El promedio espacial de  $\chi$  es [42]

$$\langle \chi^2 \rangle = \frac{1}{2\pi^2} \int d^3 \mathbf{p} |\chi_p|^2 \propto e^{2\mu t} \quad (3.27)$$

Así que pronto se vuelven comparables  $\Delta m_\phi^2$  y  $m_\phi^2$ . Dado que aumenta la masa efectiva de  $\phi$ , sus oscilaciones  $\phi_0 \simeq \frac{\phi_{\text{end}}}{m_\phi t}$  disminuyen y su frecuencia aumenta, el parámetro  $q = \frac{g^2 \phi_0^2}{4m_\phi^2}$  tiende a cero, lo cual apaga la resonancia (véase (3.1)).

Sin embargo, la reacción inversa no solo tiene efectos sobre la masa efectiva de  $\phi$ . Afecta directamente las ecuaciones de movimiento de las fluctuaciones del inflatón  $\delta\phi$ , ya que conforme los números de ocupación crecen la aproximación de Hartree (3.14) deja de ser válida, los términos  $\langle \chi_{\mathbf{p}}, \chi_{\mathbf{p}} \rangle \neq 0$ , y eso provoca que exista un término  $\sim g^2 \phi_0 \int d^3 \mathbf{p} \langle \chi_{\mathbf{p}}, \chi_{\mathbf{p}} \rangle \propto e^{2\mu t}$  en las ecuaciones de movimiento de  $\delta\phi$  [42]. Los acoplamientos entre modos se llaman *re-dispersión* y representan la interacción entre partículas  $\chi$  que provocan fluctuaciones tan grandes en las fluctuaciones de el condensado  $\phi$  que eventualmente lo fragmentan [42].

La dinámica no lineal en el régimen cuántico es complicada. Sin embargo, debido a los grandes números de ocupación  $n_k$  que produce la resonancia paramétrica para acoplamientos grandes, la dinámica de los campos se puede tratar clásicamente a través del sistema

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{\nabla^2 \phi}{a^2} + \partial_\phi V(\phi, \chi) = 0, \quad (3.28)$$

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} - \frac{\nabla^2 \chi}{a^2} + \partial_\chi V(\phi, \chi) = 0, \quad (3.29)$$

$$\rho_\phi + \rho_\chi = 3H^2 M_P^2, \quad (3.30)$$

donde

$$\rho_\phi + \rho_\chi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2a^2} (\nabla \phi)^2 + \frac{1}{2} \dot{\chi}^2 + \frac{1}{2a^2} (\nabla \chi)^2 + V(\phi, \chi), \quad (3.31)$$

el cual puede resolverse mediante simulaciones numéricas como se hizo en este trabajo.



## 4 Métodos y Resultados

La duración del recalentamiento, de la cual depende la historia de expansión del universo (como puede verse en la expresión (B.14)), puede ser afectada por la dinámica durante el precalentamiento. En este trabajo se cuantifica el impacto del precalentamiento con diferentes acoplamientos entre el inflatón  $\phi$  y un campo escalar ligero  $\chi$ , en las predicciones que hace el modelo inflacionario de Starobinsky sobre los observables  $n_s$  y  $r$ .

Se utilizaron diferentes herramientas para simular de la dinámica durante el recalentamiento. Las etapas iniciales, que contienen la dinámica no-perturbativa y no-lineal del recalentamiento, se simularon principalmente con Cosmolattice, un programa computacional que usa técnicas de malla para resolver la dinámica de campos en un universo en expansión [5] [6]. En este caso, se usó para describir la dinámica no-lineal de los campos escalares  $\phi$  y  $\chi$  que interactúan mediante el potencial (3.10), aproximándolos como campos clásicos e ignorando las fluctuaciones no-lineales de la métrica, ya que esto requeriría hacer relatividad numérica. El potencial inflacionario  $V(\phi)$  escogido es el potencial de Starobinsky,

$$V(\phi) = \frac{3}{4} \lambda M_p^4 \left( 1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi}{M_p}} \right)^2. \quad (4.1)$$

En las técnicas de malla se discretiza el espacio tridimensional definiendo una malla (o una caja) de  $N^3$  puntos, y por lo tanto, todas las cantidades medidas sobre el espacio están discretizadas, en particular, la transformada de Fourier. Esto limita los modos que se pueden considerar en los cálculos, ya que no es posible acceder a longitudes de onda menores que el espaciado de malla ni mayores al tamaño de la caja. Por esta razón, este análisis se considera de tipo no espectral.

Al finalizar el régimen de reacción inversa, la dinámica se puede describir adecuadamente con la aproximación perturbativa, de modo que después de la reacción inversa el resto del recalentamiento se simuló con Mathematica.

## 4.1. Régimen de acoplamientos

En este trabajo los acoplamientos se parametrizan a través del parámetro de resonancia

$$\sigma = \frac{g^2}{\lambda} \quad (4.2)$$

donde  $\lambda = \frac{1}{2}m_\phi^2$ . Los acoplamientos que conducen a la reacción inversa se encuentran en el régimen de acoplamientos fuertes  $\sigma > 5 \times 10^3$  [48].

Para distinguir este régimen, los cálculos de la densidad de energía de ambos campos,  $\rho_\phi$  y  $\rho_\chi$ , obtenidas a través de CosmoLattice se compararon con las obtenidas a través de un código de Fortran de tipo espectral desarrollado por el asesor usando la aproximación de Hartree, en la cual se resuelve (3.14) ignorando las fluctuaciones del inflatón (véase la figura (4.1)). Para acoplamientos suficientemente fuertes el campo  $\chi$  eventualmente reacciona inversamente sobre  $\phi$  y esta aproximación deja de ser válida. Así, la evolución de  $\rho_\phi$  y  $\rho_\chi$  para acoplamientos grandes es diferente para ambas aproximaciones en el régimen de reacción inversa. Como se puede observar en la figura (4.1), esto sucede a partir del acoplamiento  $\sigma = 10^4$ . Por este motivo, el rango de acoplamientos usados en este trabajo es  $\sigma = 10^4$  a  $\sigma = 10^6$ .

La diferencia entre las condiciones iniciales de  $\rho_\chi$  de ambas aproximaciones se debe a que Cosmolattice genera aleatoriamente la condición inicial para los campos clásicos mientras que para los campos cuánticos en la aproximación espectral se usa el vacío de Bunch-Davies.

Las partículas  $\chi$  son producidas exponencialmente en bandas de resonancia que dependen de la expansión hasta que  $\rho_\phi$  y  $\rho_\chi$  se vuelven comparables ( $\rho_\phi \sim \rho_\chi$ ), entonces la reacción inversa frena la producción de partículas y ambas densidades se diluyen por la expansión;  $\rho_\chi \sim a^{-4}$ , mientras que, para potenciales cuadráticos en el mínimo (como el de Starobinsky),  $\rho_\phi \sim a^{-3}$ . Sin embargo, para acoplamientos fuertes, existe un decremento adicional en  $\rho_\phi$  durante la reacción inversa (4.2). Esto conduce a una menor densidad de energía  $\rho_\phi$  disponible para el posterior decaimiento perturbativo en radiación y, por lo tanto, a una diferencia en  $\rho_{\text{reh}}$ .

## 4.2. Duración del recalentamiento

Debido a la expansión, la reacción inversa eventualmente termina y los campos  $\phi$  y  $\chi$  se desacoplan. Posteriormente, el inflatón fragmentado debe decaer para originar las partículas elementales. Este decaimiento se puede

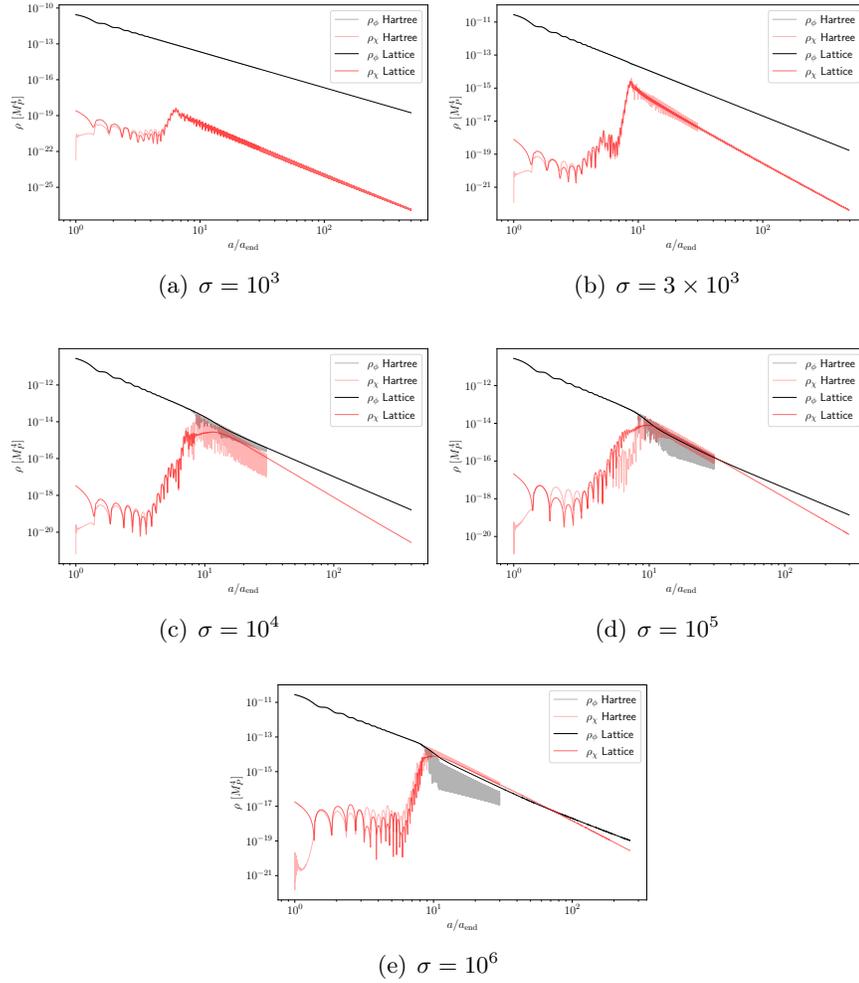


Figura 4.1: Densidades de energía  $\rho_\phi$  (negro) y  $\rho_\chi$  (rojo) para diferentes parámetros de resonancia  $\sigma$  usando métodos de Hartree (líneas con transparencia) y Lattice (líneas sólidas). La reacción inversa se presenta a partir del acoplamiento  $\sigma = 10^4$ .

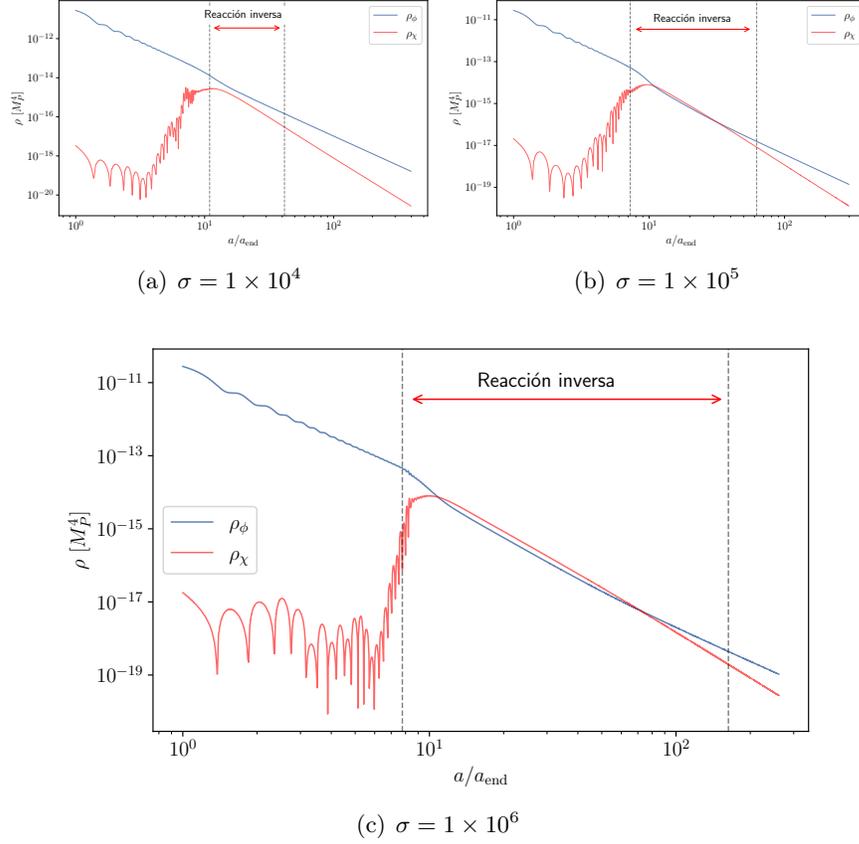


Figura 4.2: La reacción inversa provoca un decremento adicional en  $\rho_\phi$ . Este efecto es mayor cuanto mayor es el acoplamiento.

describir adecuadamente con la teoría perturbativa, de modo que, al final de la reacción inversa la evolución de las densidades de energía de  $\phi$  y los productos relativistas del decaimiento  $\gamma$  obedecen el sistema (3.7)-(3.9), el cual puede resolverse con software como Mathematica, como se hizo en este trabajo. Así, el impacto del precalentamiento puede calcularse comparando los resultados de  $\rho_{\text{reh}}$  al resolver el sistema (3.7)-(3.9) usando, por un lado, como condición inicial de  $\rho_\phi$  su valor al final de la reacción inversa, y por otro, su valor  $\rho_{\text{end}}$  al final de la inflación; tomando en ambos casos la condición inicial de la radiación en  $\rho_R = 0$ . Posteriormente, los resultados de  $\rho_{\text{reh}}$  pueden sustituirse en (B.14) para obtener  $N_*$ , el número de e-folds de inflación posterior al cruce del horizonte de la escala pivote de Planck,

$$k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}.$$

Así, esta parte del trabajo consistió en determinar el final de la reacción inversa.

### 4.2.1. Fin de la reacción inversa

Dado que durante la reacción inversa las densidades de energía  $\rho_\phi$  y  $\rho_\chi$  son comparables, la contribución de ambas en la ecuación de estado total del universo  $w_{\text{tot}}$  es significativa durante esta etapa. Por esta razón, el primer intento de encontrar el momento en el que se puede desprestigiar la contribución de  $\chi$  a la dinámica fue a través del comportamiento de  $w_{\text{tot}}$ , el cual se anulará cada vez que el universo sea dominado por  $\phi$ . En la figura (4.3) se muestra el parámetro de ecuación de estado para el sistema de  $\phi$  y  $\chi$  con diferentes acoplamientos. Ahí se pueden apreciar aproximadamente las etapas del recalentamiento. Al final de la inflación el único contenido del universo es el inflatón, que oscila alrededor del mínimo de su potencial cuadrático, de modo que de el parámetro de ecuación de estado efectivo es cero ( $\langle w_{\text{tot}} \rangle = 0$ ), el correspondiente a la dominación por materia. Después, durante la reacción inversa,  $\rho_\chi$  es comparable con  $\rho_\phi$ , y  $\langle w_{\text{tot}} \rangle \rightarrow \frac{1}{3}$ , el valor correspondiente a un universo dominado por radiación. Una vez que la reacción inversa cesa, el valor  $\langle w_{\text{tot}} \rangle$  desciende nuevamente hacia cero. Sin embargo, la convergencia es lenta y no es claro si parte importante de la dinámica está quedando fuera de la simulación. Debido a que incrementar el tiempo de la simulación en Cosmolattice hasta conseguir  $\langle w_{\text{tot}} \rangle \simeq 0$  puede tomar varios días, se buscó una alternativa para definir un tiempo después del cual el decaimiento de  $\phi$  en  $\chi$  es despreciable y no es necesario continuar la simulación con Cosmolattice.

Por otro lado, el efecto más importante de la reacción inversa para este trabajo es el impacto que tiene sobre la densidad de energía  $\rho_\phi$ , ya que su valor disponible para el posterior decaimiento en partículas elementales es lo que afecta la duración del recalentamiento. En ausencia de decaimiento,  $\rho_\phi$  es diluida simplemente como materia ( $\rho_\phi \sim \frac{1}{a^3}$ ). Por este motivo, es razonable definir el final de la reacción inversa a partir del comportamiento de  $\rho_\phi a^3$  como función del tiempo cósmico (véase la figura (4.4)). Cada vez que  $\rho_\phi \sim \frac{1}{a^3}$ , el valor efectivo de  $\rho_\phi a^3$  será constante, como sucede antes y después de la reacción inversa.

Así, el inicio de la reacción inversa es tomado en la última oscilación de  $\rho_\phi a^3$  cuya diferencia en su valor promedio no es mayor a 2% respecto a la

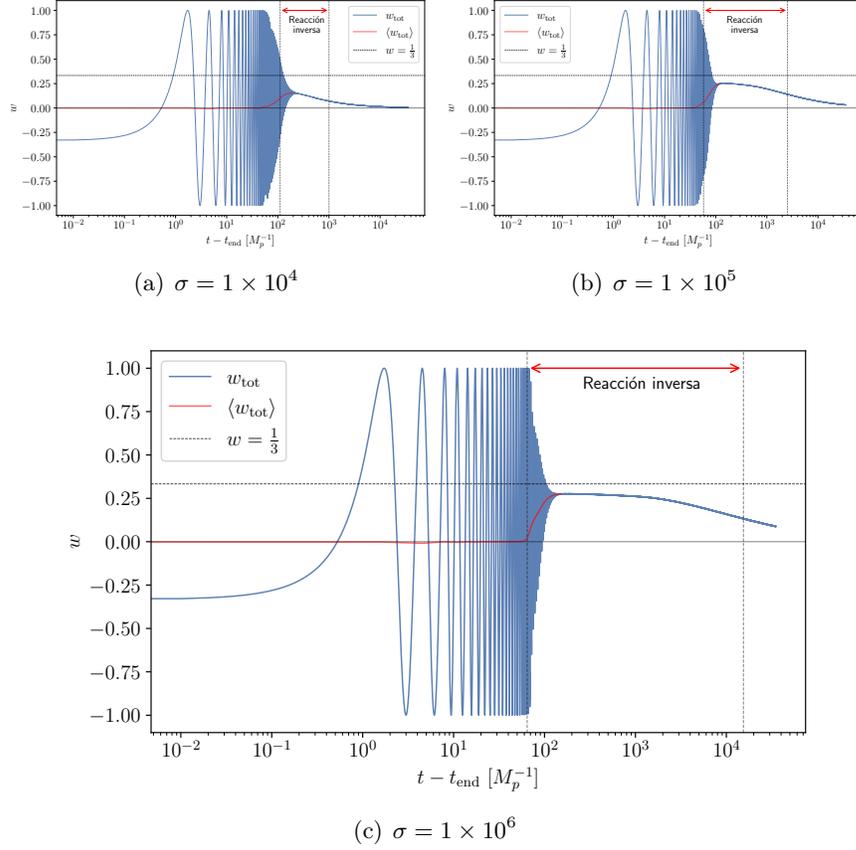


Figura 4.3: Se muestra el parámetro de ecuación de estado total  $w_{\text{tot}}$  instantáneo para diferentes acoplamientos. Su valor efectivo (en rojo) al inicio de las oscilaciones corresponde a dominación por materia. Posteriormente, durante la reacción inversa, su valor tiende a  $w = \frac{1}{3}$  correspondiente a dominación por radiación. Al final de la reacción inversa  $\rho_\chi$  se diluye como radiación y  $w_{\text{tot}}$  tiende nuevamente a cero. Sin embargo, la convergencia es lenta.

siguiente. Similarmente, el final de la reacción inversa es tomado como el primer punto cuya diferencia en el valor de  $\rho_\phi a^3$  respecto a último punto de la simulación no es mayor a 2%. De este modo, se puede asegurar que no queda fuera de la simulación parte de la dinámica que impacte en  $\rho_\phi$  y cualquier valor posterior al final definido de la reacción inversa es seguro para tomarse como la densidad de energía disponible para el decaimiento perturbativo en

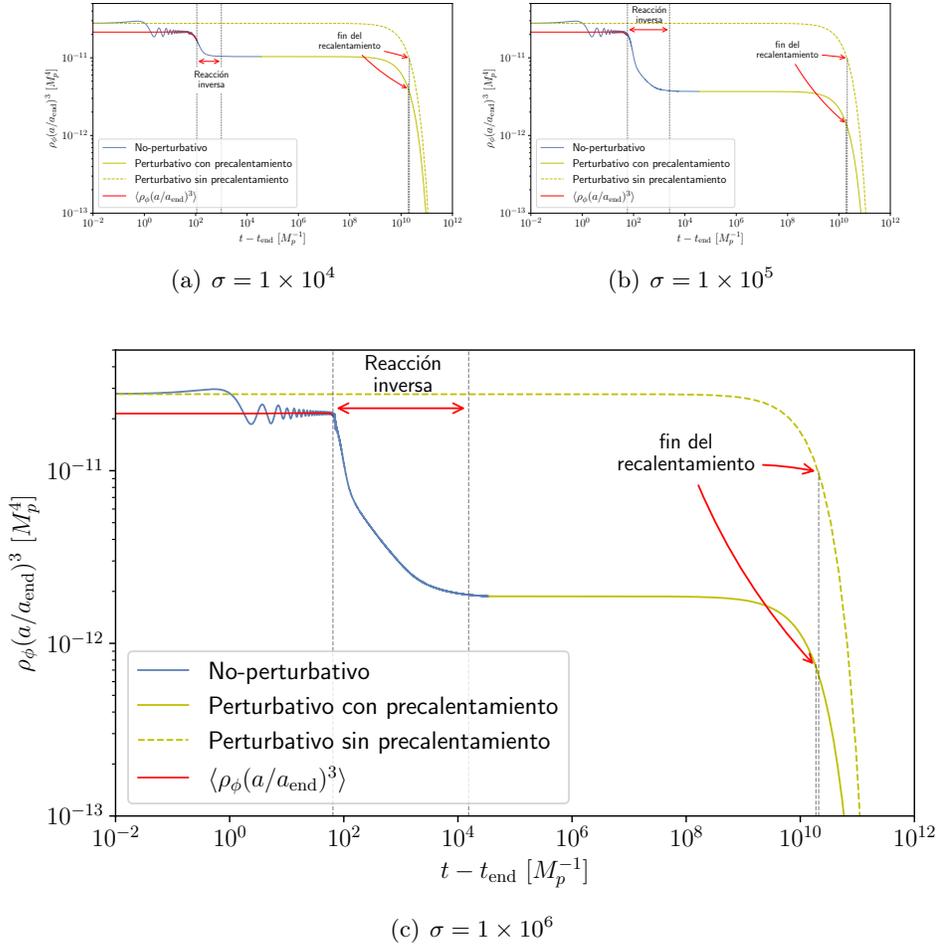


Figura 4.4: La reacción inversa puede delimitarse a partir del comportamiento de  $\rho_\phi a^3$  como función del tiempo cósmico, dado que en ausencia de decaimiento  $\rho_\phi a^3 \sim \text{cte}$ . Esto sucede al inicio de las oscilaciones, donde su valor efectivo (mostrado el rojo) tiende a ser constante y nuevamente al final de la reacción inversa, donde se observa que rápidamente remota la tendencia constante.

partículas elementales.

$\sigma$	$N_*$	$n_s$	$r$
0	54.07	0.96438	0.00367
$10^4$	54.36	0.96457	0.00363
$2 \times 10^4$	54.35	0.96457	0.00363
$3 \times 10^4$	54.55	0.96470	0.00360
$6 \times 10^4$	54.61	0.96474	0.00360
$10^5$	54.70	0.96478	0.00359
$2 \times 10^5$	54.69	0.96479	0.00359
$3 \times 10^5$	54.80	0.96486	0.00357
$6 \times 10^5$	54.88	0.96490	0.00357
$10^6$	54.91	0.96493	0.00356

Tabla 4.1: Resultados numéricos de observables a la escala pivote  $k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$  para cada acoplamiento.  $\sigma = 0$  corresponde al caso sin precalentamiento.

### 4.3. Cálculo de observables en el Fondo Cósmico de Microondas

Comúnmente, el espectro primordial de las fluctuaciones cuánticas del inflatón es medido a la escala pivote  $k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$  [30, 12, 14]. Para un modelo de inflación en particular, el número de e-folds de inflación,  $N_*$ , que tuvo lugar después de la salida de  $k_*$  del horizonte de Hubble, depende de  $\rho_{\text{reh}}$  (B.14), de modo que el  $N_*$  asociado a  $k_*$  depende del acoplamiento de precalentamiento.

En el cálculo numérico de los observables  $n_s$  y  $r$ ,  $N_*$  determina la evolución de los espectros de potencias  $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}$  y  $\mathcal{P}_{\mathcal{T}}$  alrededor de  $k_*$ , los cuales se deben resolver para  $\mathcal{R}$  y  $h$  a partir del sistema (2.120)(2.54) con las condiciones iniciales de Bunch-Davies.

Los resultados numéricos para  $N_*$ ,  $n_s$  y  $r$  se encuentran en (4.1). Como se puede notar,  $N_*$  no es estrictamente creciente con el acoplamiento  $\sigma$ .

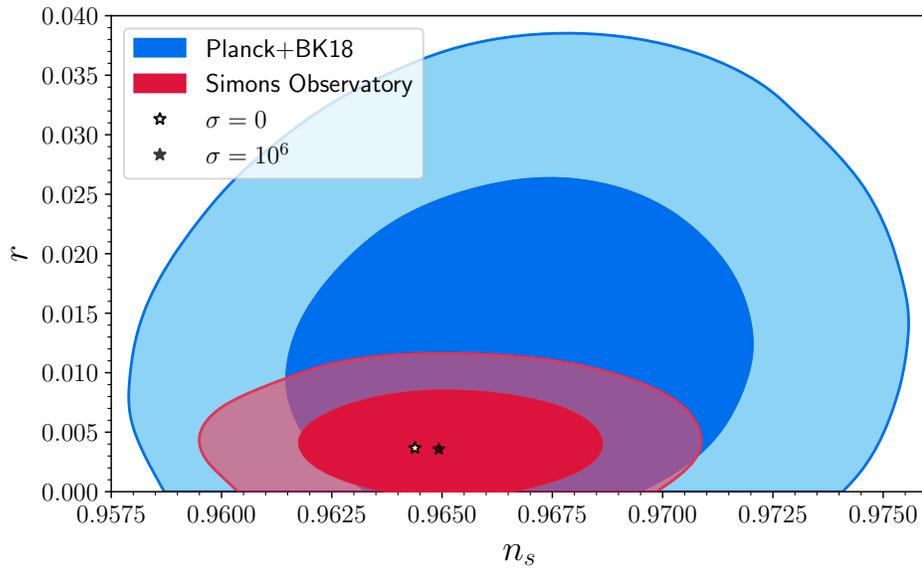


Figura 4.5: Aquí se muestran los observables  $r$  vs  $n_s$  correspondientes a los casos sin precalentamiento ( $\sigma = 0$ ) y con precalentamiento con el mayor parámetro de resonancia tomado ( $\sigma = 10^6$ ), y se comparan con las constricciones dadas por [14]. El resto de los casos que toman un valor intermedio entre  $\sigma = 0$  y  $\sigma = 10^6$  se muestran en la figura (4.6). También se muestran las proyecciones de la precisión en el futuro del Observatorio Simons [49].

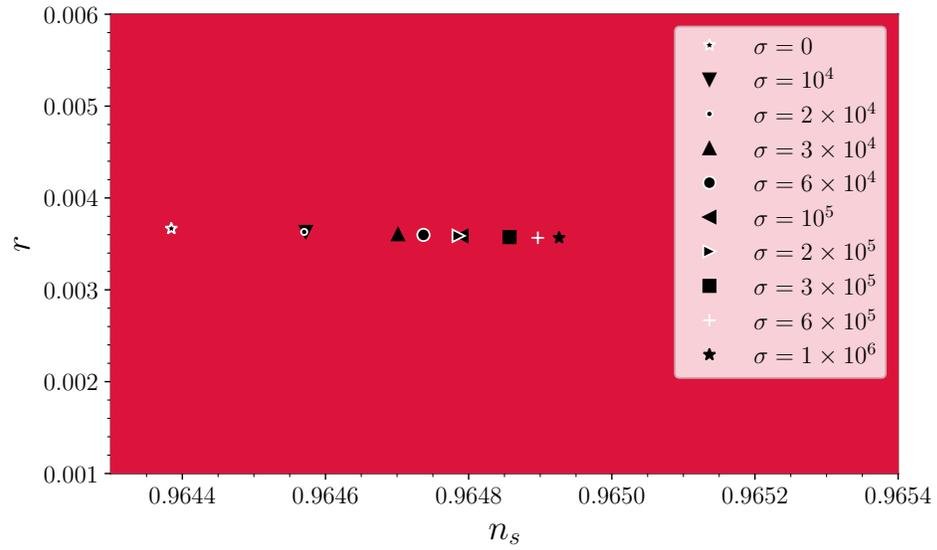


Figura 4.6: En este acercamiento de la figura (4.5) se muestran los observables correspondientes a todos los parámetros de resonancia  $\sigma$  considerados en este trabajo. Los contornos de los marcadores se alternan entre y blanco y negro para hacer notar que aunque un mayor acoplamiento tiende a mover los marcadores hacia el centro de las constricciones (hacia la derecha), esto no es estrictamente así.

## 5 Resumen y Conclusiones

En los capítulos 2 y 3 se resumen aspectos importantes de la cosmología inflacionaria y la dinámica durante el recalentamiento (y precalentamiento) respectivamente para establecer su conexión con los observables del CMB. En el capítulo 4 se describe cómo se escogió el rango de los acoplamientos de precalentamiento y cómo capturar la parte importante de la dinámica no-lineal (a partir del comportamiento de la densidad de energía del inflatón respecto a la expansión) para determinar la densidad de energía disponible para el decaimiento perturbativo posterior.

En este trabajo se cuantifica el impacto sobre las predicciones de los observables  $n_s$  y  $r$  que tiene la dinámica del precalentamiento que surge de la interacción  $\frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2$  del inflatón  $\phi$  con un campo escalar ligero  $\chi$  para el potencial inflacionario de Starobinsky. En este escenario, es posible contemplar a  $\chi$  en el sector oscuro, de modo que se provee un mecanismo para obtener la abundancia de reliquia actual [48].

Se considera el hecho de que el recalentamiento no se puede completar a través de esta interacción, la ecuación de estado del universo evoluciona transitoriamente hacia dominación por radiación ( $w = \frac{1}{3}$ ) y desciende nuevamente durante la reacción inversa hacia dominación por materia ( $w = 0$ ) debido a que la densidad de energía vuelve a ser dominada por el inflatón fragmentado. Para completar el recalentamiento se debe considerar el decaimiento perturbativo del inflatón. En este trabajo se considera que este decaimiento ocurre posterior al precalentamiento tomando la densidad de energía del inflatón remanente para producir radiación que incluye las partículas del modelo estándar.

Se encontró que un mayor acoplamiento durante el precalentamiento aumenta la compatibilidad de este modelo con los datos de Planck (Figura 4.6). Aplicando el mismo método, este efecto se puede medir para otros modelos inflacionarios para los cuales un acoplamiento fuerte podría implicar salir (o

entrar) al área de 68 % C.L. Es conocido que debido a la resonancia paramétrica se pueden formar sobredensidades que colapsan en agujeros negros primordiales [50, 51] y que en algunos casos su producción es tan eficiente que afecta la duración del recalentamiento. Este efecto se podría considerar para trabajos futuros, así como tomar en cuenta otro tipo de acoplamientos que dan lugar a tipos diferentes de precalentamiento como  $\phi\chi^2$ , que origina precalentamiento taquiónico [52], ya que provoca oscilaciones del inflatón en regiones convexas del potencial originando un término de masa efectivo negativo [53]. Debido a que también se pueden identificar los vectores (partículas de espín 1) con materia oscura, un análisis similar al que se hizo en este trabajo se puede hacer considerando resonancia paramétrica a través de acoplamientos como  $\phi F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$  y  $\phi^2 F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ , extendiendo el trabajo en [54]. Por otro lado, durante la dinámica no lineal que eventualmente fragmenta al inflatón se producen ondas gravitacionales que afectan al espectro de ondas gravitacionales generado durante la inflación [42], este efecto también podría ser tomado en cuenta para trabajos futuros.

La creciente precisión en la medición de los espectros primordiales de fluctuaciones aumenta la importancia de cuantificar la contribución a la historia de expansión de los procesos que tienen lugar durante el recalentamiento para los modelos inflacionarios compatibles con los observables del Fondo Cósmico de Microondas (CMB).

## A Ecuación diferencial de $\Omega$

La ecuación de Friedmann en términos del parámetro  $\Omega$  es

$$1 - \Omega = \frac{-k}{(aH)^2}. \quad (\text{A.1})$$

Tomando la derivada temporal de ambos lados se obtiene

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{k}{(aH)^2} \right). \quad (\text{A.2})$$

Desarrollando el lado derecho

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{k}{(aH)^2} \right) &= \frac{-2k}{(aH)^3} \left[ \frac{d(aH)}{dt} \right] \\ &= \frac{-2k}{(aH)^3} [\dot{a}H + a\dot{H}] \\ &= -2(\Omega - 1) \left[ \frac{a\dot{H} + \dot{a}H}{aH} \right] \\ &= -2(\Omega - 1) \left[ \frac{\dot{H}}{H} + \frac{\dot{a}}{a} \right] \\ &= -2(\Omega - 1) \left[ -\frac{\Omega}{2H}(1 + 3w) \right] \\ &= \Omega(\Omega - 1)(1 + 3w) \frac{1}{H} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Así,

$$\frac{d\Omega}{dt} = \Omega(\Omega - 1)(1 + 3w) \frac{da}{dt} \frac{1}{a}, \quad (\text{A.4})$$

lo cual se puede reescribir

$$d\Omega = \Omega(\Omega - 1)(1 + 3w) d \ln a, \quad (\text{A.5})$$

de modo que  $\Omega$  satisface la ecuación diferencial

$$\frac{d\Omega}{d \ln a} = \Omega(\Omega - 1)(1 + 3w). \quad (\text{A.6})$$

## B Aproximación de $N_*$

El número de e-folds de inflación que tuvo lugar después de que una escala  $k_*$  cruzara el horizonte (cuando  $k_* = a_* H_*$ ) y antes del final de la inflación se denota como  $N_*$ ; y se cuantifica a través de la definición de e-folds,

$$e^{N_*} \equiv \frac{a_{\text{end}}}{a_*} \quad (\text{B.1})$$

donde  $a_{\text{end}}$  es el factor de escala evaluado al final de la inflación y  $a_*$  evaluado al cruce del horizonte, cuando  $k_* = a_* H_*$  durante la inflación. Para obtener una expresión para  $N_*$ , se puede escribir

$$\begin{aligned} \frac{k_*}{a_0 H_0} &= \frac{a_* H_*}{a_0 H_0} \\ &= e^{-N_*} \frac{a_{\text{end}} H_*}{a_0 H_0}, \quad \text{donde se usó (B.1)} \\ &= e^{-N_*} \frac{a_{\text{end}}}{a_{\text{reh}}} \left( \frac{\rho_{\text{end}}}{\rho_{\text{reh}}} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{H_*}{\rho_{\text{end}}^{\frac{1}{4}}} \left( \frac{\rho_{\text{reh}}^{\frac{1}{4}} a_{\text{reh}}}{a_0 H_0} \right). \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Así,

$$N_* = -\ln \left( \frac{k_*}{a_0 H_0} \right) + \ln \left( \frac{H_*}{\rho_{\text{end}}^{\frac{1}{4}}} \right) \ln \left( \frac{a_{\text{end}}}{a_{\text{reh}}} \left( \frac{\rho_{\text{reh}}}{\rho_{\text{reh}}} \right)^{\frac{1}{4}} \right) + \ln \left( \frac{\rho_{\text{reh}}^{\frac{1}{4}} a_{\text{reh}}}{a_0 H_0} \right). \quad (\text{B.3})$$

Usando la aproximación de slow roll (uaprox slow roll),  $H_*^2 \simeq V_*/3M_p^2$ , el segundo término después de la igualdad en (B.3) se puede reescribir como

$$\ln \left( \frac{H_*}{\rho_{\text{end}}^{\frac{1}{4}}} \right) \simeq \ln \left( \frac{V_*^{\frac{1}{2}}}{(3M_p^2)^{\frac{1}{2}} \rho_{\text{end}}^{\frac{1}{4}}} \right) = \frac{1}{4} \ln \left( \frac{V_*^2}{M_p^4 \rho_{\text{end}}} \right) + \ln \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right). \quad (\text{B.4})$$

En el último término, asumiendo que la entropía se conserva entre el final del recalentamiento y el día de hoy,  $a^3 s = \text{const}$ , se puede reescribir

$$\rho_{\text{reh}}^{\frac{1}{4}} \frac{a_{\text{reh}}}{a_0} = \rho_{\text{reh}}^{\frac{1}{4}} \left( \frac{s_0}{s_{\text{reh}}} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{B.5})$$

donde

$$\rho_{\text{reh}} = \frac{\pi^2}{30} g_{\text{reh}} T_{\text{reh}}^4, \quad s_{\text{reh}} = \frac{2\pi^2}{45} g_{\text{reh}} T_{\text{reh}}^3, \quad y \quad s_{\text{reh}} = \frac{2\pi^2}{45} \left( \frac{43}{11} \right) T_0^3, \quad (\text{B.6})$$

de modo que

$$\rho_{\text{reh}}^{\frac{1}{4}} \frac{a_{\text{reh}}}{a_0} = \left( \frac{\pi^2}{30} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{43}{11} \right)^{\frac{1}{3}} g_{\text{reh}}^{-\frac{1}{12}} T_0. \quad (\text{B.7})$$

Así, sustituyendo (B.4) y (B.7) en (B.3),

$$\begin{aligned} N_* = \ln & \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{\pi^2}{30} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{43}{11} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{T_0}{H_0} \right] - \ln \left( \frac{k_*}{a_0 H_0} \right) + \frac{1}{4} \ln \left( \frac{V_*^2}{M_p^4 \rho_{\text{end}}} \right) \\ & + \ln \left( \frac{a_{\text{end}}}{a_{\text{reh}}} \left( \frac{\rho_{\text{end}}}{\rho_{\text{reh}}} \right)^{\frac{1}{4}} \right) - \frac{1}{12} \ln g_{\text{reh}}, \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

en donde se puede sustituir  $H_0 = 67.36 \text{ km/s/Mpc}$  [30] y  $T_0 = 2.7255 \text{ K}$  [40] y se obtiene

$$\begin{aligned} N_* &= 66.89 - \ln \left( \frac{k_*}{a_0 H_0} \right) + \frac{1}{4} \ln \left( \frac{V_*^2}{M_p^4 \rho_{\text{end}}} \right) + \ln \left( \frac{a_{\text{end}}}{a_{\text{reh}}} \left( \frac{\rho_{\text{end}}}{\rho_{\text{reh}}} \right)^{\frac{1}{4}} \right) - \frac{1}{12} \ln g_{\text{reh}} \\ &= 61.49 + \frac{1}{4} \ln \left( \frac{V_*^2}{M_p^4 \rho_{\text{end}}} \right) + \ln \left( \frac{a_{\text{end}}}{a_{\text{reh}}} \left( \frac{\rho_{\text{end}}}{\rho_{\text{reh}}} \right)^{\frac{1}{4}} \right) - \frac{1}{12} \ln g_{\text{reh}}, \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

donde se ha sustituido  $k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$ .

Adicionalmente, en la aproximación de slow-roll (2.65)

$$N_* = \int_{\phi_{\text{end}}}^{\phi_*} \frac{1}{\sqrt{2\epsilon}} \frac{d\phi}{M_p} \simeq \frac{1}{M_p^2} \int_{\phi_{\text{end}}}^{\phi_*} \frac{V(\phi)}{\partial_\phi V(\phi)} d\phi, \quad (\text{B.10})$$

donde el final de la inflación está dado por  $\dot{\phi}_{\text{end}}^2 = V(\phi_{\text{end}})$ , siendo  $\phi_{\text{end}} \simeq 0.615 M_p$  para el caso donde  $V$  es el potencial de Starobinsky (4.1). Así, de

(B.10) se obtiene

$$\frac{\phi_*}{M_p} \simeq \sqrt{\frac{3}{2}} \left[ 1 + \frac{3}{4N_* - 3} \right] \times \ln \left( \frac{4}{3} N_* + e^{\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi_{\text{end}}}{M_p}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi_{\text{end}}}{M_p} \right) \quad (\text{B.11})$$

y la normalización del espectro de potencias de curvatura

$$\lambda \simeq \frac{24\pi^2 A_{S_*}}{N_*^2}, \quad (\text{B.12})$$

donde  $A_{S_*} \simeq 2.1 \times 10^{-9}$  [12]. Con esto, el término dependiente de  $V_*$  en (B.9) se puede reescribir como

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \ln \left( \frac{V_*^2}{M_p^4 \rho_{\text{end}}} \right) &\simeq \ln \left( \frac{\frac{9}{16} \lambda^2 M_p^8 \left( 1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi_*}{M_p}} \right)^4}{M_p^4 \frac{9}{8} \lambda M_p^4 \left( 1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi_*}{M_p}} \right)^2} \right) \\ &\simeq -3.34 - \frac{1}{2} \ln N_*. \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Finalmente, se obtiene la expresión

$$N_* \simeq 58.15 - \frac{1}{2} \ln N_* + \ln \left( \frac{a_{\text{end}}}{a_{\text{reh}}} \left( \frac{\rho_{\text{end}}}{\rho_{\text{reh}}} \right)^{\frac{1}{4}} \right) - \frac{1}{12} \ln g_{\text{reh}}, \quad (\text{B.14})$$

la cual se puede resolver numéricamente para  $N_*$  con softwares como Mathematica, como se hizo en este trabajo.



# Bibliografía

- [1] L. F. Abbott, Edward Farhi y Mark B. Wise. “Particle production in the new inflationary cosmology”. En: *Physics Letters B* 117.1-2 (nov. de 1982), págs. 29-33. DOI: [10.1016/0370-2693\(82\)90867-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(82)90867-X).
- [2] Jennie H. Traschen y Robert H. Brandenberger. “Particle production during out-of-equilibrium phase transitions”. En: *Phys. Rev. D* 42 (8 oct. de 1990), págs. 2491-2504. DOI: [10.1103/PhysRevD.42.2491](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.42.2491). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.42.2491>.
- [3] Y. Shtanov, Jennie H. Traschen y Robert H. Brandenberger. “Universe reheating after inflation”. En: *Phys. Rev. D* 51 (1995), págs. 5438-5455. DOI: [10.1103/PhysRevD.51.5438](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.51.5438). arXiv: [hep-ph/9407247](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9407247).
- [4] Lev Kofman, Andrei D. Linde y Alexei A. Starobinsky. “Reheating after inflation”. En: *Phys. Rev. Lett.* 73 (1994), págs. 3195-3198. DOI: [10.1103/PhysRevLett.73.3195](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.73.3195). arXiv: [hep-th/9405187](https://arxiv.org/abs/hep-th/9405187).
- [5] Daniel G. Figueroa et al. “The art of simulating the early Universe – Part I”. En: *JCAP* 04 (2021), pág. 035. DOI: [10.1088/1475-7516/2021/04/035](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2021/04/035). arXiv: [2006.15122](https://arxiv.org/abs/2006.15122) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/abs/2006.15122)].
- [6] Daniel G. Figueroa et al. “CosmoLattice: A modern code for lattice simulations of scalar and gauge field dynamics in an expanding universe”. En: *Comput. Phys. Commun.* 283 (2023), pág. 108586. DOI: [10.1016/j.cpc.2022.108586](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2022.108586). arXiv: [2102.01031](https://arxiv.org/abs/2102.01031) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/abs/2102.01031)].
- [7] Dmitry I. Podolsky et al. “Equation of state and beginning of thermalization after preheating”. En: *Phys. Rev. D* 73 (2006), pág. 023501. DOI: [10.1103/PhysRevD.73.023501](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.73.023501). arXiv: [hep-ph/0507096](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0507096).
- [8] Lev Kofman, Andrei D. Linde y Alexei A. Starobinsky. “Towards the theory of reheating after inflation”. En: *Phys. Rev. D* 56 (1997), págs. 3258-3295. DOI: [10.1103/PhysRevD.56.3258](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.56.3258). arXiv: [hep-ph/9704452](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9704452).

- [9] Mustafa A. Amin et al. “Nonperturbative Dynamics Of Reheating After Inflation: A Review”. En: *Int. J. Mod. Phys. D* 24 (2014), pág. 1530003. DOI: [10.1142/S0218271815300037](https://doi.org/10.1142/S0218271815300037). arXiv: [1410.3808](https://arxiv.org/abs/1410.3808) [[hep-ph](#)].
- [10] Kaloian D. Lozanov y Mustafa A. Amin. “Equation of State and Duration to Radiation Domination after Inflation”. En: *Phys. Rev. Lett.* 119.6 (2017), pág. 061301. DOI: [10.1103/PhysRevLett.119.061301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.061301). arXiv: [1608.01213](https://arxiv.org/abs/1608.01213) [[astro-ph.CO](#)].
- [11] Alexei A. Starobinsky. “A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity”. En: *Phys. Lett. B* 91 (1980). Ed. por I. M. Khalatnikov y V. P. Mineev, págs. 99-102. DOI: [10.1016/0370-2693\(80\)90670-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(80)90670-X).
- [12] Y. Akrami et al. “Planck 2018 results. X. Constraints on inflation”. En: *Astron. Astrophys.* 641 (2020), A10. DOI: [10.1051/0004-6361/201833887](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833887). arXiv: [1807.06211](https://arxiv.org/abs/1807.06211) [[astro-ph.CO](#)].
- [13] P. A. R. Ade et al. “Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation”. En: *Astron. Astrophys.* 594 (2016), A20. DOI: [10.1051/0004-6361/201525898](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201525898). arXiv: [1502.02114](https://arxiv.org/abs/1502.02114) [[astro-ph.CO](#)].
- [14] P. A. R. Ade et al. “Improved Constraints on Primordial Gravitational Waves using Planck, WMAP, and BICEP/Keck Observations through the 2018 Observing Season”. En: *Phys. Rev. Lett.* 127.15 (2021), pág. 151301. DOI: [10.1103/PhysRevLett.127.151301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.127.151301). arXiv: [2110.00483](https://arxiv.org/abs/2110.00483) [[astro-ph.CO](#)].
- [15] Marco Drewes y Lei Ming. “Connecting Cosmic Inflation to Particle Physics with LiteBIRD, CMB S4, EUCLID and SKA”. En: (ago. de 2022). arXiv: [2208.07609](https://arxiv.org/abs/2208.07609) [[hep-ph](#)].
- [16] Debaprasad Maity y Pankaj Saha. “(P)reheating after minimal Plateau Inflation and constraints from CMB”. En: *JCAP* 07 (2019), pág. 018. DOI: [10.1088/1475-7516/2019/07/018](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2019/07/018). arXiv: [1811.11173](https://arxiv.org/abs/1811.11173) [[astro-ph.CO](#)].
- [17] Stefan Antusch et al. “Characterizing the postinflationary reheating history: Single daughter field with quadratic-quadratic interaction”. En: *Phys. Rev. D* 105.4 (2022), pág. 043532. DOI: [10.1103/PhysRevD.105.043532](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.105.043532). arXiv: [2112.11280](https://arxiv.org/abs/2112.11280) [[astro-ph.CO](#)].
- [18] Edward W. Kolb y Michael S. Turner. *The Early Universe*. Vol. 69. 1990. ISBN: 978-0-201-62674-2. DOI: [10.1201/9780429492860](https://doi.org/10.1201/9780429492860).

- [19] Daniel Baumann. “Inflation”. En: *Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics: Physics of the Large and the Small*. 2011, págs. 523-686. DOI: [10.1142/9789814327183\\_0010](https://doi.org/10.1142/9789814327183_0010). arXiv: [0907.5424](https://arxiv.org/abs/0907.5424) [hep-th].
- [20] Keith A. Olive. “Inflation”. En: *Phys. Rept.* 190 (1990), págs. 307-403. DOI: [10.1016/0370-1573\(90\)90144-Q](https://doi.org/10.1016/0370-1573(90)90144-Q).
- [21] David H. Lyth y Andrew R. Liddle. *The primordial density perturbation: Cosmology, inflation and the origin of structure*. 2009.
- [22] V. Mukhanov. *Physical Foundations of Cosmology*. Oxford: Cambridge University Press, 2005. ISBN: 978-0-521-56398-7. DOI: [10.1017/CB09780511790553](https://doi.org/10.1017/CB09780511790553).
- [23] R. L. Workman et al. “Review of Particle Physics”. En: *PTEP* 2022 (2022), pág. 083C01. DOI: [10.1093/ptep/ptac097](https://doi.org/10.1093/ptep/ptac097).
- [24] Andrei D. Linde. *Particle physics and inflationary cosmology*. Vol. 5. 1990. arXiv: [hep-th/0503203](https://arxiv.org/abs/hep-th/0503203).
- [25] D. Baumann. *The Physics of Inflation*. CreateSpace Independent Publishing Platform, 2015. ISBN: 9781506124629. URL: [https://books.google.com.mx/books?id=7%5C\\_orrgEACAAJ](https://books.google.com.mx/books?id=7%5C_orrgEACAAJ).
- [26] Daniel Baumann. *Cosmology: Part III mathematical tripos*. URL: <https://homes.psd.uchicago.edu/~liantaow/my-teaching/dark-matter-472/lectures.pdf>.
- [27] Alan H. Guth. “The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems”. En: *Phys. Rev. D* 23 (1981). Ed. por Li-Zhi Fang y R. Ruffini, págs. 347-356. DOI: [10.1103/PhysRevD.23.347](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.23.347).
- [28] Dalia S. Goldwirth y Tsvi Piran. “Initial conditions for inflation”. En: *Phys. Rept.* 214 (1992), págs. 223-291. DOI: [10.1016/0370-1573\(92\)90073-9](https://doi.org/10.1016/0370-1573(92)90073-9).
- [29] Kei-ichi Maeda. “Inflation as a transient attractor in  $R^2$  cosmology”. En: *Phys. Rev. D* 37 (4 feb. de 1988), págs. 858-862. DOI: [10.1103/PhysRevD.37.858](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.37.858). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.37.858>.
- [30] N. Aghanim et al. “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters”. En: *Astron. Astrophys.* 641 (2020). [Erratum: *Astron. Astrophys.* 652, C4 (2021)], A6. DOI: [10.1051/0004-6361/201833910](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910). arXiv: [1807.06209](https://arxiv.org/abs/1807.06209) [astro-ph.CO].

- [31] Héctor Ariel Ramirez Rodriguez. *Introduction to inflation*. URL: <https://www.uv.es/rarohec/inflation.html>.
- [32] Gabriele Casagrande, Emilian Dudas y Marco Peloso. “On energy and particle production in cosmology: the particular case of the gravitino”. En: (oct. de 2023). arXiv: [2310.14964](https://arxiv.org/abs/2310.14964) [[hep-th](#)].
- [33] Planck Collaboration et al. “Planck 2013 results. XXII. Constraints on inflation”. En: *AA* 571 (2014), A22. DOI: [10.1051/0004-6361/201321569](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201321569). URL: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201321569>.
- [34] Antonio Riotto. “Inflation and the theory of cosmological perturbations”. En: *ICTP Lect. Notes Ser.* 14 (2003). Ed. por G. Dvali et al., págs. 317-413. arXiv: [hep-ph/0210162](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0210162).
- [35] Robert H. Brandenberger. “Lectures on the theory of cosmological perturbations”. En: *Lect. Notes Phys.* 646 (2004). Ed. por Nora Breton, Jorge L. Cervantes-Cota y Marcelo Salgado, págs. 127-167. DOI: [10.1007/978-3-540-40918-2\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-540-40918-2_5). arXiv: [hep-th/0306071](https://arxiv.org/abs/hep-th/0306071).
- [36] J. M. Stewart. “Perturbations of Friedmann-Robertson-Walker cosmological models”. En: *Class. Quant. Grav.* 7 (1990), págs. 1169-1180. DOI: [10.1088/0264-9381/7/7/013](https://doi.org/10.1088/0264-9381/7/7/013).
- [37] James M. Bardeen. “Gauge Invariant Cosmological Perturbations”. En: *Phys. Rev. D* 22 (1980), págs. 1882-1905. DOI: [10.1103/PhysRevD.22.1882](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.22.1882).
- [38] Dmitry S. Gorbunov y Valery A. Rubakov. *Introduction to the theory of the early universe: Cosmological perturbations and inflationary theory*. 2011. DOI: [10.1142/7873](https://doi.org/10.1142/7873).
- [39] John Ellis et al. “Phenomenology and Cosmology of No-Scale Attractor Models of Inflation”. En: *JCAP* 08 (2020), pág. 037. DOI: [10.1088/1475-7516/2020/08/037](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2020/08/037). arXiv: [2004.00643](https://arxiv.org/abs/2004.00643) [[hep-ph](#)].
- [40] D. J. Fixsen. “THE TEMPERATURE OF THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND”. En: *The Astrophysical Journal* 707.2 (nov. de 2009), págs. 916-920. DOI: [10.1088/0004-637x/707/2/916](https://doi.org/10.1088/0004-637x/707/2/916). URL: <https://doi.org/10.1088/0004-637x/707/2/916>.
- [41] Lorenzo Moncelsi et al. “Receiver development for BICEP Array, a next-generation CMB polarimeter at the South Pole”. En: *Millimeter, Submillimeter, and Far-Infrared Detectors and Instrumentation for Astronomy X* (2020). URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:227747406>.

- [42] Kaloian D. Lozanov. “Lectures on Reheating after Inflation”. En: (jul. de 2019). arXiv: [1907.04402](https://arxiv.org/abs/1907.04402) [[astro-ph.CO](#)].
- [43] Rouzbeh Allahverdi et al. “Reheating in Inflationary Cosmology: Theory and Applications”. En: *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 60 (2010), págs. 27-51. DOI: [10.1146/annurev.nucl.012809.104511](https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.012809.104511). arXiv: [1001.2600](https://arxiv.org/abs/1001.2600) [[hep-th](#)].
- [44] Bruce A. Bassett, Shinji Tsujikawa y David Wands. “Inflation dynamics and reheating”. En: *Rev. Mod. Phys.* 78 (2006), págs. 537-589. DOI: [10.1103/RevModPhys.78.537](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.78.537). arXiv: [astro-ph/0507632](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0507632).
- [45] Marcos A. G. Garcia et al. “Freeze-in from preheating”. En: *JCAP* 03.03 (2022), pág. 016. DOI: [10.1088/1475-7516/2022/03/016](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2022/03/016). arXiv: [2109.13280](https://arxiv.org/abs/2109.13280) [[hep-ph](#)].
- [46] Marcos A. G. Garcia et al. “Inflaton Oscillations and Post-Inflationary Reheating”. En: *JCAP* 04 (2021), pág. 012. DOI: [10.1088/1475-7516/2021/04/012](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2021/04/012). arXiv: [2012.10756](https://arxiv.org/abs/2012.10756) [[hep-ph](#)].
- [47] John Ellis et al. “Calculations of Inflaton Decays and Reheating: with Applications to No-Scale Inflation Models”. En: *JCAP* 07 (2015), pág. 050. DOI: [10.1088/1475-7516/2015/07/050](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2015/07/050). arXiv: [1505.06986](https://arxiv.org/abs/1505.06986) [[hep-ph](#)].
- [48] Marcos A. G. Garcia, Mathias Pierre y Sarunas Verner. “Scalar dark matter production from preheating and structure formation constraints”. En: *Phys. Rev. D* 107.4 (2023), pág. 043530. DOI: [10.1103/PhysRevD.107.043530](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.043530). arXiv: [2206.08940](https://arxiv.org/abs/2206.08940) [[hep-ph](#)].
- [49] Adrian Lee et al. “The Simons Observatory”. En: *Bulletin of the American Astronomical Society*. Vol. 51. Sep. de 2019, 147, pág. 147. DOI: [10.48550/arXiv.1907.08284](https://doi.org/10.48550/arXiv.1907.08284). arXiv: [1907.08284](https://arxiv.org/abs/1907.08284) [[astro-ph.IM](#)].
- [50] Karsten Jedamzik, Martin Lemoine y Jerome Martin. “Collapse of Small-Scale Density Perturbations during Preheating in Single Field Inflation”. En: *JCAP* 09 (2010), pág. 034. DOI: [10.1088/1475-7516/2010/09/034](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2010/09/034). arXiv: [1002.3039](https://arxiv.org/abs/1002.3039) [[astro-ph.CO](#)].
- [51] Jérôme Martin, Theodoros Papanikolaou y Vincent Vennin. “Primordial black holes from the preheating instability in single-field inflation”. En: *JCAP* 01 (2020), pág. 024. DOI: [10.1088/1475-7516/2020/01/024](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2020/01/024). arXiv: [1907.04236](https://arxiv.org/abs/1907.04236) [[astro-ph.CO](#)].
- [52] Rajeev Kumar Jain, Pravabati Chingangbam y L. Sriramkumar. “Reheating in tachyonic inflationary models: Effects on the large scale curvature perturbations”. En: *Nucl. Phys. B* 852 (2011), págs. 366-389. DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2011.07.003](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2011.07.003). arXiv: [0902.1067](https://arxiv.org/abs/0902.1067) [[astro-ph.CO](#)].

- [53] Niko Koivunen, Eemeli Tomberg y Hardi Veermäe. “The linear regime of tachyonic preheating”. En: *JCAP* 07.07 (2022), pág. 028. DOI: [10.1088/1475-7516/2022/07/028](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2022/07/028). arXiv: [2201.04145](https://arxiv.org/abs/2201.04145) [[astro-ph.CO](#)].
- [54] Marcos A. G. Garcia et al. “The Role of Vectors in Reheating”. En: (nov. de 2023). arXiv: [2311.14794](https://arxiv.org/abs/2311.14794) [[hep-ph](#)].